



**Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB**  
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional



JÚLIO MAX XAVIER DA ROCHA

**TÓPICOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA PLANA COM O SOFTWARE GEOGEBRA  
SOB O MODELO DE SALA DE AULA INVERTIDA**

Vitória da Conquista – BA

2019

JÚLIO MAX XAVIER DA ROCHA

**TÓPICOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA PLANA COM O SOFTWARE GEOGEBRA  
SOB O MODELO DE SALA DE AULA INVERTIDA**

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, como requisito necessário para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

ORIENTADORA: Prof.<sup>a</sup> Dra. Maria  
Deusa Ferreira da Silva

Vitória da Conquista – BA

2019

R574t Rocha, Júlio Max Xavier da.

Tópicos de geometria analítica plana com o software geogebra sob o modelo de sala de aula invertida. / Júlio Max Xavier da Rocha, 2019. 92f. il.

Orientador (a): Dra. Maria Deusa Ferreira da Silva.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Vitória da Conquista - BA, 2019.

Inclui referências. 85 - 88.

1. Geometria Analítica Plana. 2. Geogebra. 3. Ensino Superior. I. Silva, Maria Deusa Ferreira. II. Universidade Estadual Sudoeste da Bahia, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Vitória da Conquista, III. T.

CDD: 574

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia-UESB  
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

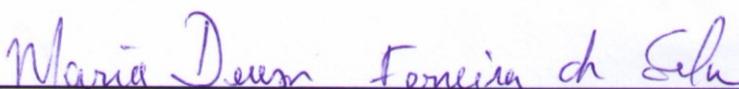
**TÓPICOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA PLANA COM O SOFTWARE  
GEOGEBRA SOB O MODELO DE SALA DE AULA INVERTIDA**

Júlio Max Xavier da Rocha

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dra. Maria Deusa Ferreira da Silva

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional– PROFMAT da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, como requisito necessário para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Aprovada por:



---

Prof.<sup>a</sup> Dra. Maria Deusa Ferreira da Silva (Orientadora)  
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB



---

Prof. Dr. André Nagamine  
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB



---

Prof. Dr. Robson Aldrin Lima Mattos  
Universidade do Estado da Bahia – UNEB

Vitória da Conquista – BA, 18 de outubro de 2019

*À minha namorada, Ana Kariny. Aos meus pais, Sebastião e Lucidalva. Aos educadores e educadoras que acreditam que a Matemática é mais que uma ciência.*

## AGRADECIMENTOS

A Deus, pelo dom da vida e por ter possibilitado que eu chegasse até aqui.

À minha namorada Ana Kariny, pelo companheirismo e apoio durante essa jornada.

A meus pais, pelo apoio em meus estudos desde o ensino básico até o ensino superior.

À Sociedade Brasileira de Matemática que tornou público este excelente programa de mestrado, o Profmat.

À Profa. Dra. Maria Deusa Ferreira da Silva que me aceitou como seu orientando e me ajudou nessa caminhada.

A todos(as) os(as) colegas de curso da turma 2017.1, com os quais pude compartilhar momentos de diversos sentimentos, amizade, companheirismo, aprendizado, ensinamentos. Enfim, uma família de amigos.

Ao colega de turma, viagem e estudos Erlon Assunção Wandenkolk Alves, com quem vivenciei muitos aprendizados, companhia e quilômetros de estrada.

Aos meus alunos da Universidade do Estado da Bahia, Departamento de Ciências - Campus VI, que fizeram parte desse trabalho.

Em suma, aos que me ajudaram direta ou indiretamente na realização desta pesquisa, o meu muito obrigado.

*“Se a educação sozinha não pode  
transformar a sociedade, tampouco sem  
ela a sociedade muda.”*

Paulo Freire

ROCHA, Júlio Max Xavier da. TÓPICOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA PLANA COM O SOFTWARE GEOGEBRA SOB O MODELO DE SALA DE AULA INVERTIDA. 2019. 89 fls.

Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB). Vitória da Conquista, 2019.

## RESUMO

As tecnologias estão se tornando cada vez mais presentes em nossas vidas, de forma que hoje já não somos capazes de viver sem elas. Com isso, percebemos que também se torna mais difícil ser um professor no século XXI sem que incorporem às nossas atividades pedagógicas essas tecnologias, uma vez que os alunos de hoje não querem renunciá-las para participarem da aula do professor. Contudo, não é comum vermos professores de matemática utilizando esses recursos; ou por não terem conhecimento de softwares matemáticos ou por não saberem como utilizá-los nas aulas. Nessa perspectiva, o presente trabalho tem como objetivo analisar as possibilidades de aprendizagem dos alunos no modelo de Ensino Híbrido - Sala de Aula Invertida (SAI), em relação ao ensino de Geometria Analítica Plana usando o software GeoGebra. A proposta metodológica é qualitativa do tipo intervenção. As Atividades Interativas foram aplicadas em uma turma regular do segundo semestre de Licenciatura em Matemática, para que pudéssemos obter dados que nos permitissem avaliar a qualidade do material e a recepção dele por parte dos discentes participantes e, posteriormente, fazer os devidos ajustes de modo a oferecer à comunidade um produto final que possa ser disponibilizado aos professores de matemática da Educação Básica e Superior. Portanto, para a escrita da dissertação, valemo-nos dos dados produzidos/obtidos durante a aplicação do material ao grupo citado, apresentando junto um produto: Atividades Interativas de Geometria Analítica Plana com o GeoGebra. Após a análise e discussão dos resultados, conseguimos identificar que a utilização do software GeoGebra e a Sala de Aula Invertida contribuíram para uma melhor aprendizagem dos conteúdos de Geometria Analítica Plana por parte dos discentes.

**Palavras-chaves:** Geometria Analítica Plana. GeoGebra. Ensino Superior.

ROCHA, Júlio Max Xavier da. TOPICS OF FLAT ANALYTICAL GEOMETRY WITH GEOGEBRA SOFTWARE UNDER FLIPPED CLASSROOM MODEL. 2019. 89 s.

Thesis (Master's Degree) – University of Southwest Bahia, Vitoria da Conquista, Bahia, in 2019.

### **ABSTRACT**

Technologies are increasingly becoming present in our lives, in a way that nowadays we can't live without them. Thereby, we realize that it is also becoming increasingly difficult to be a teacher in the 21st century without incorporating these technologies into our pedagogical activities, as today's students do not want to resign technologies that surround them to participate in class. However, it is not common to see math teachers using these resources either because they are unaware of mathematical software or because they do not know how to use them in class. From this perspective, the present work aims to analyze the learning possibilities of students in the Hybrid Teaching - Inverted Classroom (SAI) model, in relation to the teaching of Flat Analytical Geometry using GeoGebra software. The methodological proposal is qualitative intervention type. The Interactive Activities were applied in a regular class of the second semester of Mathematics Degree, so that we could obtain data that would allow us to evaluate the quality of the material and the reception of it by the participating students and, subsequently, make the appropriate adjustments in order provide the community with a final product that can be made available to math teachers in basic and higher education. Therefore, for the writing of the dissertation, we use the data produced / obtained during the application of the material to the mentioned group, presenting together a product: Interactive Activities of Flat Analytical Geometry with GeoGebra. After analyzing and discussing the results, we were able to identify that the use of GeoGebra software and the Inverted Classroom contributed to a better learning of the Flat Analytical Geometry contents by the students.

**Keywords:** Flat Analytical Geometry. GeoGebra. University Education.

## LISTA DE ABREVIATURAS

EAD – Ensino a Distância

GAP – Geometria Analítica Plana

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

TIC – Tecnologia de Informação e Comunicação

FME – Fundamentos de Matemática Elementar

SAI – Sala de Aula Invertida

UNEB – Universidade do Estado da Bahia

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Zona Híbrida de Ensino. ....	20
Figura 2: Página do GeoGebra .....	35
Figura 3: Atividade 1 feita pelo discente 23 .....	46
Figura 4: Atividade 2 feita pelo discente 2 .....	47
Figura 5: Atividade 3 feita pelo discente 3 .....	48
Figura 6: Atividade 4 feita pelo discente 7 .....	48
Figura 7: Atividade 5 feita pelo discente 10 .....	50
Figura 8: Atividade 6 feita pelo discente 13 .....	51
Figura 9: Atividade 7 feita pelo discente 18 .....	52
Figura 10: Atividade 8 feita pelo discente 19 .....	53
Figura 11: Atividade 9: feita pelo discente 25 .....	54
Figura 12: Atividade 10 feita pelo discente 30 .....	55
Figura 13: Atividade 10 feita pelo discente 26 .....	56
Figura 14: Resposta do discente 33 em relação à questão 2 .....	58
Figura 15: Resposta do discente 15 em relação à questão 2 .....	59
Figura 16: Resposta do discente 3 em relação à questão 4 .....	61
Figura 17: Resposta do discente 17 em relação à questão 4 .....	61
Figura 18: Resposta do discente 21 em relação à questão 5 .....	63
Figura 19: Resposta do discente 17 em relação à questão 5 .....	63
Figura 20: Resposta do discente 26 em relação à questão 6 .....	64
Figura 21: Resposta do discente 20 em relação à questão 6 .....	65
Figura 22: Construção feita no GeoGebra Clássico 5.....	66
Figura 23: Janela 1 no GeoGebra Clássico 5 .....	67
Figura 24: Janela 2 no GeoGebra Clássico 5 .....	67
Figura 25: Janela 3 no GeoGebra Clássico 5 .....	68
Figura 26: Janela 4 no GeoGebra Clássico 5 .....	68
Figura 27: Janela 5 no GeoGebra Clássico 5 .....	69
Figura 28: Janela 6 no GeoGebra Clássico 5 .....	69
Figura 29: Janela 7 no GeoGebra Clássico 5 .....	70
Figura 30: Janela 8 no GeoGebra Clássico 5 .....	70
Figura 31: Janela 9 no GeoGebra Clássico 5 .....	71
Figura 32 Janela 10 no GeoGebra Clássico 5 .....	71

Figura 33: Janela 11 no GeoGebra Clássico 5 .....	71
Figura 34: Equação da elipse $E: x^2 + y^2 = 1$ no GeoGebra Clássico 5.....	72
Figura 35: Exemplo de uso da ferramenta Propriedades no GeoGebra Clássico 5.....	73
Figura 36: Exemplo de uso da ferramenta habilitar Rastro no GeoGebra Clássico 5.....	73
Figura 37: Exemplo da construção da atividade 1 .....	75
Figura 38: Possível construção da atividade 2.....	76
Figura 39: Possível construção da atividade 3.....	77
Figura 40: Exemplo de construção da atividade 4 .....	78
Figura 41: Exemplo de construção da atividade 5 .....	79
Figura 42: Exemplo de construção da atividade 6 .....	80
Figura 43: Exemplo de construção da atividade 7 .....	81
Figura 44: Exemplo de construção da atividade 8 .....	82
Figura 45: Exemplo de construção da atividade 9 .....	83
Figura 46: Exemplo de construção da atividade 10 .....	84

**LISTA DE QUADROS**

Quadro 1: Roteiro de estudos da unidade .....	43
Quadro 2: Link das videoaulas.....	90

**LISTA DE GRÁFICOS**

Gráfico 1: Resposta dos discentes em relação à questão 1 .....	57
Gráfico 2: Resposta dos discentes em relação à questão 3 .....	60

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>17</b>
1.1 VIVÊNCIA ACADÊMICA .....	17
1.2 OBJETIVOS .....	18
1.2.1 Objetivo Geral.....	18
1.2.2 Objetivos específicos .....	18
1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO.....	18
<b>2. ASPECTOS TEÓRICOS E REVISÃO DE LITERATURA .....</b>	<b>19</b>
2.1. ENSINO HÍBRIDO.....	19
2.2. SALA DE AULA INVERTIDA.....	20
2.3. SOBRE O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO .....	22
2.4. O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA E SUA IMPORTÂNCIA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA .....	34
2.5. CONHECENDO O SOFTWARE GEOGEBRA.....	35
2.6. ESTUDOS ENVOLVENDO O USO DO GEOGEBRA.....	36
<b>3. ASPECTOS METODOLÓGICOS .....</b>	<b>41</b>
3.1. NATUREZA METODOLÓGICA DA PESQUISA.....	41
3.2. PARTICIPANTES E LÓCUS .....	42
3.3. PROCEDIMENTOS E INSTRUMENTOS PARA PRODUÇÃO DE DADOS.....	43
<b>4. ANÁLISE E DISCUSSÕES DOS RESULTADOS .....</b>	<b>45</b>
4.1. ANÁLISE DAS RESPOSTAS DOS DISCENTES EM RELAÇÃO ÀS ATIVIDADES DO GEOGEBRA.....	45
4.2. ANÁLISE DAS RESPOSTAS DOS DISCENTE EM RELAÇÃO AO QUESTIONÁRIO .....	56
<b>5. O PRODUTO: TÓPICOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA PLANA COM O GEOGEBRA.....</b>	<b>66</b>

5.1. COMPONENTES DO GEOGEBRA.....	66
5.1.1. Barra de Ferramentas .....	67
5.1.2. Campo de Entrada .....	72
5.1.3. Janela de Visualização .....	72
5.2. ATIVIDADES COM O USO DO GEOGEBRA .....	74
<b>6. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>85</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>86</b>
<b>Anexo A: Links das videoaulas .....</b>	<b>90</b>
<b>Apêndice A: Questionário.....</b>	<b>92</b>

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. VIVÊNCIA ACADÊMICA

Tudo começou no ano de 2009. Em um primeiro semestre cheio de componentes curriculares. No segundo semestre, deparei-me com a disciplina de Geometria Analítica, e foi aí que surgiu o encantamento por ela e pelo GeoGebra – software com o qual tive o primeiro contato nessa oportunidade.

No mês de agosto de 2010 participei do X ENEM, realizado em Salvador – BA. Nesse evento, realizamos atividades com o GeoGebra, mas não com Geometria Analítica, e, com isso, minha admiração pelo software só crescia. Nesse mesmo ano, participei da V Bienal de Matemática, realizada na cidade de João Pessoa – Pb. Nessa Bienal, fizemos minicursos e oficinas e, dentre eles, um me chamou a atenção: o que trabalhava com o software GeoGebra.

Como tenho mais afinidade com Geometria, em especial a Analítica Plana, e por perceber certa dificuldade dos alunos em assimilar esses conteúdos quando atuei no quarto estágio supervisionado, ao trabalhar no Ensino Médio, surgiu então a necessidade de me familiarizar mais com o GeoGebra para, posteriormente, utilizá-lo em sala de aula.

Atualmente, trabalho com turmas da 1ª Série do Ensino Médio em um colégio particular na cidade de Guanambi – BA. Já trabalhei em turmas de 6º ano, 7º ano, 8º ano e 9º ano do Ensino Fundamental. Todavia, após passar em um concurso na Universidade do Estado da Bahia, mais precisamente no Campus de Caetité, comecei a trabalhar com componentes curriculares de Geometria, em especial a Analítica. Foi então que percebi a dificuldade de os discentes assimilarem os conteúdos de Geometria Analítica Plana, inclusive porque muitos deles nem chegaram a abordar tais conteúdos no Ensino Médio; isso em 2016. Assim sendo, em 2017, após ingressar no Mestrado (PROFMAT), surgiu um interesse, como possível tema de dissertação, de estudar os *Tópicos de Geometria Analítica Plana com o GeoGebra*.

Tudo ficou mais claro após ter cursado a disciplina de Geometria Analítica no Profmat. Nessa oportunidade, aos poucos, fui enxergando funcionalidades tais que poderiam ser aplicadas com meus discentes no campus VI da Uneb. Contudo, ao discutir sobre a proposta do trabalho, foi sugerido trabalhar sob o modelo de sala de aula invertida. E assim surgiu a motivação para realizar esta pesquisa.

Diante do cenário apresentado acima, surge então a seguinte questão norteadora do trabalho: ***O uso de questões interativas abordando tópicos de Geometria Analítica Plana no GeoGebra, sob o modelo de sala de aula invertida, possibilita aos alunos uma melhor aprendizagem dos conteúdos?***

## **1.2. OBJETIVOS**

Perante essa questão norteadora, o presente trabalho tem por objetivos:

### **1.2.1. Objetivo Geral**

Analisar as possibilidades de aprendizagem dos alunos no modelo de Ensino Híbrido - Sala de Aula Invertida (SAI), em relação ao ensino de Geometria Analítica Plana usando o software GeoGebra.

### **1.2.2. Objetivos específicos**

- Propor um produto final.
- Analisar que mudanças podemos observar em relação ao envolvimento dos alunos perante a metodologia proposta.
- Implementar a metodologia Ensino Híbrido – SAI.

## **1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO**

Esta pesquisa está dividida em seis capítulos. O primeiro é a introdução do trabalho. O segundo capítulo aborda os aspectos teóricos e a revisão de literatura sobre o Ensino Híbrido, a Sala de aula Invertida, as TIC, o software GeoGebra e, por fim, sobre estudos relacionados com a SAI e com o GeoGebra. No terceiro capítulo estão presentes a natureza metodológica da pesquisa, informações sobre o local e os participantes deste trabalho e os procedimentos e instrumentos para a produção dos dados. No quarto capítulo, há a análise e discussões dos resultados. No capítulo cinco está o produto proposto pelo pesquisador e, o sexto capítulo, estão as considerações finais desta pesquisa.

## 2. ASPECTOS TEÓRICOS E REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo, abordaremos sobre o Ensino Híbrido, a Sala de Aula Invertida, o uso das TIC no ensino, o uso do software GeoGebra e sua importância para o ensino de Matemática, o software GeoGebra e, por fim, sobre os estudos envolvendo o uso do GeoGebra e sobre a SAI.

### 2.1. ENSINO HÍBRIDO

O Ensino Híbrido é uma abordagem pedagógica que combina atividades presenciais e atividades realizadas por meio das tecnologias digitais. Existem diferentes propostas de como combinar essas atividades, no entanto, o processo de aprendizagem do aluno passa a ser o foco e não mais a transmissão de informação que tradicionalmente o professor realiza.

Híbrido significa “misturado”, “mesclado”. A educação sempre foi misturada, híbrida, e sempre combinou vários espaços, tempos, atividades, metodologias, públicos (BACICH; TANZI NETO; TREVISANI, 2015, p. 25). Um outro motivo que nos leva a afirmar que a educação é híbrida é o fato de estar inserida numa sociedade imperfeita, contraditória em suas políticas e em seus modelos.

Assim sendo, podemos considerar o Ensino Híbrido como um método que mescla peculiaridades da modalidade presencial e da modalidade à distância. Assim, o Ensino Híbrido apresenta, de forma geral, a convergência de dois modelos de aprendizagem: o modelo presencial, ou seja, em sala de aula, e o modelo on-line, com o uso de Tecnologias Digitais.

Concordamos com Bacich; Tanzi Neto e Trevisani (2015, p. 52) ao afirmarem que o Ensino Híbrido se configura como uma combinação metodológica que impacta na ação no professor em situações de ensino e na ação dos estudantes em situações de aprendizagem.

Para Staker e Horn (2012), existem quatro categorias de ensino híbrido. Algumas dessas, por sua vez, dividem-se em quatro subcategorias. A saber: o modelo de Rotação (subdividido em Rotação por Estações, Rotação Individual, Laboratório Rotacional e Sala de Aula Invertida), o modelo Flex, o modelo A La Carte e o Virtual Enriquecido. Apesar de todos serem considerados modelos de ensino híbrido, Christensen, Horn e Staker (2013) consideram apenas os modelos de Rotação (à exceção da Rotação Individual) exemplos de inovação sustentada. Os demais

apresentam tanta diferença em relação ao ensino tradicional que são, por eles, considerados exemplos de inovação disruptiva, como mostra a *figura 1* a seguir. Partindo dessas colocações, discutiremos apenas a proposta de sala de aula invertida.

*Figura 1: Zona Híbrida de Ensino.*



Fonte: Christensen, Horn e Staker 2013, p. 28.

## 2.2. SALA DE AULA INVERTIDA

O conceito de inversão de sala de aula é produzir em casa o que era feito em aula - por exemplo, ver conceitos, definições e exemplos, e, em aula, o trabalho que era feito em casa, isto é, resolver problemas (BERGMANN; SAMS, 2018, p.11).

Em suma, significa transferir eventos que tradicionalmente eram feitos em aula para fora da sala de aula. Assim, o aluno assume o papel de estudar a teoria em casa e a aula presencial serve como aplicação prática dos conceitos vistos previamente.

Trevelin, Pereira e Neto (2013), Teixeira (2013) e Valente (2014) elucidam que o uso desse modelo não é atual. Os primeiros estudos surgem na década de 90. No ano de 1991, por exemplo, Eric Mazur iniciou estudos sobre o método de ensino

instrução pelos colegas, o que resultou na publicação do livro *Peer Instruction: A User's Manual*, em 1997 (UFSM, 2016).

Segundo Valente (2014, p. 86), “a partir dos anos 2010, o termo ‘*flipped classroom*’ passou a ser um clichê”, impulsionado por publicações internacionais. Surgiram, então, escolas de Ensino Básico e Superior que passaram a adotar essa abordagem.

Testada e aprovada por universidades nos EUA, como Duke, Stanford, Harvard e *Massachusetts Institute of Technology* – MIT, e no ensino K-12 americano, a sala de aula invertida vem se tornando uma tendência crescente em educação em vários países como Finlândia, Singapura, Holanda e Canadá (RAMAL, 2015). No Brasil, por exemplo, algumas escolas e universidades já aplicam a abordagem, como é o caso do Colégio Dante Alighieri, das universidades UNIAMÉRICA, UNISAL, PUC do Paraná, entre outras.

A sala de aula invertida tem suas origens no *ensino híbrido* (mesclado). Ele, de acordo com Miranda (2005, p. 48), “é uma combinação dos recursos e dos métodos usados face a face e *online*, com a qual se procura tirar partido das vantagens de qualquer um dos dois sistemas de aprendizagem”.

Diante disso, a sala de aula invertida, surge como uma técnica utilizada por professores tradicionais para, de certa forma, melhorar o engajamento dos estudantes. No entanto, o modelo pode ser aprofundado, inserindo-se atividades que promovam a aprendizagem ativa (BACICH; TANZI NETO; TREVISANI, 2015).

É importante ressaltar que há uma diferenciação entre os termos “sala de aula invertida” e “aprendizagem invertida”, pois inverter a aula pode, mas não necessariamente, levar a uma prática de aprendizagem invertida. Para tanto, é necessário que os professores incorporem 4 (quatro) pilares fundamentais em sua prática, os quais são sintetizados pela sigla FLIP (FLN, 2014).

Eis os significados de cada pilar:

- F – *Flexible Environment* (Ambiente Flexível) – oportunizar espaços brandos nos quais os alunos escolhem quando e onde aprendem, flexibilizando sequência de aprendizagem e avaliação;
- L – *Learning Culture* (Cultura de Aprendizagem) – em que a responsabilidade da instrução passa a ser situada no aluno;

- I – *Intentional Content* (Conteúdo dirigido) – que é o material a ser usado pelo aluno por conta própria;
- P – *Professional Educator* (Educador Profissional) – que é um professor mais exigente, em constante demanda, dando respaldo imediato, aceitando críticas e avaliando o trabalho.

Assim, transferir informações para fora da sala de aula possibilita ao aluno preparação prévia para atividades de aprendizagem ativa durante a aula, que os ajudam a desenvolver sua comunicação e habilidades de pensamento de ordem superior (LAGE, PLATT, TREGLIA, 2000).

Concordamos com Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015) ao afirmarem que a sala de aula invertida é um modelo como porta de entrada para o ensino híbrido e que há um estímulo para que o professor não acredite que essa seja a única forma de entrada para o ensino híbrido. Ela pode, por exemplo, ser aprimorada com softwares, vídeos, leituras, para o estudo da teoria de determinado conteúdo.

Diante disso, espera-se então que o e-book *Tópicos de Geometria Analítica com o GeoGebra* contribua de forma significativa e positiva no que diz respeito à sala de aula invertida, com um melhor envolvimento nos estudos, para o estudante de Licenciatura em Matemática do Campus VI da Uneb.

### **2.3. SOBRE O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO**

Correia e Santos (2013) afirmam que o conceito de Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC) está relacionado aos procedimentos, métodos e equipamentos que são usados para processar informações e comunicar os interessados. Miranda salienta, na revista de Ciências da Educação, que a Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC) é referente à tecnologia computacional ou informática unida às telecomunicações que têm na internet, em particular no World Wide Web (WWW), e sua força de expressão. Correia e Santos ainda ressaltam em seu artigo “A importância da Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC) na Educação a Distância (EAD) DO Ensino Superior (IES)”, publicado em 2013, que

As TIC agilizaram o conteúdo da comunicação, através da digitalização e da comunicação em redes (Internet) para a captação, transmissão e distribuição das informações, que podem assumir a

forma de texto, imagem estática, vídeo ou som (CORREIA; SANTOS, 2013, p. 4).

Por outro lado, Paulo Freire, em seu livro “A máquina está a serviço de quem?”, publicado em 1984, questiona o uso das tecnologias no processo de ensino aprendizagem:

O avanço da ciência e da tecnologia não é tarefa de demônios, mas sim a expressão da criatividade humana [...] quero saber a favor de quem, ou contra quem as máquinas estão postas em uso. Então, por aí, observamos o seguinte: não é a informática que pode responder. Uma pergunta política, que envolve uma direção ideológica, tem de ser respondida politicamente. Para mim os computadores são um negócio extraordinário. O problema é saber a serviço de quem eles entram na escola (FREIRE, 1984, p. 6).

No entanto, não existe hoje uma discussão se devemos usar ou não as tecnologias, pois, como foi mencionado, elas já se fazem presentes em nossas vidas.

Segundo Miranda (2007, p. 42),

Considera-se que a introdução de novos meios tecnológicos no ensino irá produzir efeitos positivos na aprendizagem, porque se pensa que os novos meios irão modificar o modo como os professores estão habituados a ensinar e os alunos a aprender.

De fato, é perceptível que deve haver essa modificação de ensino e os professores devem facilitar o processo da aprendizagem. Contudo, qual a causa de tantos professores de matemática terem o método “euclidiano” como forma de ensinar? Para Correia e Santos (2013), esse fato ocorre porque os professores não estão “acostumados”, ou seja, estão acomodados com seus livros marcados e remarcados e não procuram evoluir sua forma de lecionar.

Como o mundo se mantém em constantes transformações, não poderia ser diferente quando se trata da educação. Para ser professor nos dias de hoje é necessário muita atenção e dedicação, pois temos que seguir essas transformações. Como os alunos estão cercados de tecnologias e existe um grande desafio de procurar caminhos que facilitem a interação de aluno/professor, a alternativa é usar as tecnologias como ferramenta para a ensino/aprendizagem. Para Miranda (2007, p. 42), “uma das associações mais recorrentes em educação é juntar o ensino aprendizagem. Com razão. Porque o objetivo de quem ensina é que o que é ensinado seja aprendido”.

Caso o professor se renegue o dever de ensinar, acaba se tornando uma espécie de patogenicidade da educação que apenas está forçando os alunos a decorar. Diante disso, o professor deve pensar em uma forma de ampliar seu leque de possibilidade para ensinar. Isso é muito importante diante da proposta defendida por Japiassu (1994, p. 1) ao afirmar que “ademais ensinar-se um saber fragmentado que constitui um fator de cegueira intelectual, que decreta a morte da vida e que releva uma razão irracional”.

Ainda sobre isso, Freire (2011, p. 27) salienta que “Formar alunos conhecedores [...] a ponto de poder intervir nos produtos oferecidos pelos veículos é um objetivo que devemos perseguir diariamente no processo escolar”. Pensando nesse sentido, as Tecnologias de Comunicação e Informação são fundamentais para Educação Matemática, uma vez que, em sua falta, é muito difícil ter uma aprendizagem significativa que quebre o tabu de que a matemática é estritamente abstrata.

É evidente que não se deve ser desconsiderado o fato de que é muito complicado para alguns professores utilizarem as Tecnologias de Comunicação e Informação por inúmeros fatores. Um dos principais é a falta de Literacia Informática que pode ser definido como “o conjunto de conhecimentos, competências e atitudes em relação aos computadores que levam alguém a lidar com confiança com a tecnologia computacional na sua vida diária” (McInerney, McInerney & Marsh; Soloway, Turk & Wilay, citados por Tsai & Tsai, 2003, p. 48), já que, de início, é necessário um domínio básico no manuseio dessas tecnologias para o funcionamento das TIC.

Devemos considerar, porém, e fazer uma autorreflexão, que se realmente somos educadores, devemos ser iguais aos cientistas que sempre buscam soluções para resolver as patologias do homem e facilitar a vida. Remetendo a isso, os professores esquecem que, com o título de graduando, ele é também pesquisador e deve procurar meios e caminhos para facilitar o processo de ensino e, assim, melhorar a educação. E nada está tão em alta quanto as Tecnologias de Comunicação e Informação como ferramenta, pois permite ao educador aprendizagem significativa e uma interdisciplinaridade. Japiassu (1994, p. 1-2) salienta que

O professor que não cresce, que não estuda, que não se questiona, que não pesquisa deveria ter a dignidade de aposentar-se. Porque já é portador de paralisia intelectual ou esclerose precoce. Deveria

também aposentar-se aquele que prefere as respostas as questões, que prefere ensinar a pesquisar.

Nesse sentido, um grande déficit que se percebe é que, por não terem conhecimento de como usar TIC na educação matemática, alguns professores da área não a utilizam por medo ou até mesmo comentem equívoco em “Pensar que é suficiente colocar os computadores com algum software ligados à Internet nas salas de aula que alunos vão aprender e as práticas vão se alterar. Sabemos que não é assim” (MIRANDA, 2007, p. 44).

Assim, deve ser analisado, acima de tudo, o contexto social em que se está lecionando porque, muitas vezes, não temos acesso a esse material para ter esse tipo de aula. Segundo Barcelos, Passerino e Behar (2012, p. 7), “As circunstâncias e condições de vida do professor (contexto social), os recursos disponíveis nas escolas, o apoio de toda equipe escolar ampliam ou limitam as possibilidades de uso pedagógicos das TIC”.

É fato que as Tecnologias de Informação e Comunicação trouxeram um grande desafio em sala de aula. Todavia, será que a falta da Tecnologia de Informação e Comunicação em sala de aula seria o grande motivo de os professores dos dias atuais estarem se tornando invisíveis em sala por não acompanharem o mundo tecnológico ou por não terem esse letramento digital? Barcelos, Passerino e Behar (2012, p. 7) salientam que “As práticas de letramento digital (por meio do computador, informacional, comunicacional e multimídia) vivenciadas na formação continuada contribuíram para que os professores se sentissem mais seguros no uso das TIC”.

Diante disso, pode ser percebida a importância de ser um professor com letramento digital, pois aquele que compreende a ferramenta TIC tenta ao máximo utilizá-la em suas aulas. Como as áreas mudaram e inseriram as tecnologias em seus trabalhos, o professor deve fazer o possível para se inserirem nesse processo também.

Fala-se tanto da utilização dessa ferramenta preciosa para aprendizagem significativa, mas ela precisa ser divulgada para que o professor tenha uma segurança no assunto que esteja dando. Além disso, o uso das TIC auxilia a quebrar o grande paradigma de que a matemática é algo incompreensível e é questão de status para a sociedade.

Nogueira e Andrade (2004, p. 27) afirmam que

A Matemática é um poderoso instrumento de compreensão do mundo e a interpretação adequada de seus conceitos, aliada à habilidade de efetuar cálculos simples mentalmente e estimar quantidades (pelo menos a ordem de grandeza), nos tornam aptos para exercer nossa cidadania de forma mais imediata.

Para Barcelos, Passerino e Behar (2012, p. 4), a TIC “[...] contribui para ocorrência de posturas autônomas e inovadoras nas práticas docentes dos professores participantes, quanto ao uso pedagógico das TIC no processo de ensino e aprendizagem de matemática”.

Já para Miranda (2007), se professores dominarem e usarem as TIC como ferramenta de ensino, terão um suporte para explorar as potencialidades de sistemas de representação da informação, como por exemplo, a internet. Esta, porque é uma fonte enorme para ajudar o professor em sala de aula. Miranda (2007, p. 43) afirma também que “o uso educativo do computador e internet pode ser considerado um subdomínio da Tecnologia Educativa. [...] podemos considerar as TIC como subdomínio da Tecnologia Educativa”.

Ele ainda discute que “Novos sistemas de tratamento e representação da informação e de comunicação, os professores podem desenvolver com os alunos *atividades que favoreçam a aquisição de conhecimentos disciplinares significativo*” (Miranda, 2007, p. 45).

Já Correia (2005, p. 14) salienta que, “[...] a final, mais que artefatos, os recursos tecnológicos podem e devem contribuir para melhoria do indivíduo, neste caso, em especial, para processo ensino-aprendizagem da sociedade contemporânea”.

Entretanto, para que a contribuição das TIC seja efetiva para o desenvolvimento educacional, histórico e político, precisam ser colocadas com um objetivo. Assim, “muito ainda é preciso ser feito em busca da integração das TIC ao contexto escolar, em particular, no processo de ensino e aprendizagem de matemática” (BARCELOS; PASSERINO; BEHAR, 2012, p. 9).

Segundo Carneiros e Passos (2014, p. 104), para que os professores utilizem as TIC em sua prática, é preciso que os cursos de formação de professores passem por um redimensionamento. E, de fato, é preciso um novo dimensionamento. A formação de professores não está acompanhando o ritmo da globalização, isto é, atualmente, os graduados em licenciatura saem com uma formação deficiente em relação ao uso das Tecnologias em suas aulas. A sociedade do conhecimento, termo designado por

muitos teóricos, exige do professor contemporâneo o domínio sobre as novas tecnologias como recursos auxiliares no processo ensino-aprendizagem.

A formação dos professores frente a introdução de novas tecnologias exige uma reformulação das metodologias de ensino e, não resta dúvida, sobre a urgência dessa mudança no curso de licenciatura. É paradoxal aprendermos na academia práticas pedagógicas ultrapassadas, obsoletas, se a sociedade moderna, globalizada, exige dos licenciados práticas inovadoras, transmissão do conhecimento vivo etc.

D'Ambrósio (2008, p. 200) salienta que

[...] o professor incapaz de se utilizar das novas tecnologias não terá espaço na educação. Por isso é de extrema relevância uma reforma no processo de formação de educadores para que realmente, eles saiam da academia preparados para utilizarem os recursos tecnológicos e assim resolver os desafios diariamente que surgirão na sala de aula.

Um dos maiores desafios do professor contemporâneo é conseguir acompanhar o ritmo acelerado da globalização. O conhecimento não está pronto, acabado. Ele está em construção, sendo desenvolvido, e a pesquisa é um elemento essencial nesse processo. Por isso, além de uma boa e sólida formação, os professores devem ter acesso à formação continuada para, dessa maneira, ser um profissional inovador, ousado e flexível. Sendo assim, os imprevistos que surgirão em sala de aula serão desafios em que o professor com seus alunos resolverão o problema de forma conjunta.

É isso o que Carneiro e Passos discutem. O professor deve estar preparado para enfrentar muitos imprevistos, questões e dúvidas às quais poderá não saber responder, muito mais em aulas sem as tecnologias (CARNEIRO; PASSOS, 2014, p.782).

Sobre isso, D'Ambrósio (2008) afirma que o professor não é sol que ilumina tudo. Sobre muitas coisas, ele sabe bem menos que seus alunos. Por isso, o professor primitivo, tradicional, que pensa que ele é a única fonte de conhecimento, está em crise. Ele precisa ter essa humildade pedagógica de saber que não sabe tudo. É preciso abrir espaço para que seus alunos mostrem seus posicionamentos. O verdadeiro educador deve estar aberto às mudanças, principalmente no uso de novas tecnologias, com o intuito de tornar as aulas mais atrativas, interessantes e, conseqüentemente, prazerosas.

Segundo Carneiros e Passos (2014, p. 104),

Na zona de risco, a dinâmica sala de aula é profundamente alterada. Os alunos não estão mais sentados em cadeiras uma atrás da outra, normalmente tem que trabalhar em equipe, devido ao número reduzidos de computadores; o silêncio, normalmente exigido pelo professor na sala de aula, também não é mais possível; e as possibilidades de elaboração de conhecimentos são muito diferentes das produzidas em sala sem as TIC, porque o estudante é praticamente ativo desse processo.

A sociedade globalizada exige que os alunos sejam seres construtores do conhecimento. Para isso, as TIC surgem como ferramenta pedagógica auxiliando-os nesse processo. Apesar de se falar tanto na sociedade do conhecimento, muitas escolas estão ainda no tradicionalismo, fazendo com que muitos alunos se sintam presos a um sistema que não abre espaço para os questionamentos. Os discentes são vistos como seres receptores e isso, conseqüentemente, causa evasão escolar e, principalmente, a indisciplina.

A nova escola que queira continuar atuante deve acompanhar a tecnologia, pois vários estudos científicos comprovam que, do jeito que o sistema está formado, haverá um colapso. A indisciplina está tomando conta das salas de aulas. Será que não é um grito de socorro dos alunos contra esse sistema sufocante? Será que o professor não está usando a mesma metodologia que ensinou os pais ou os avós desses alunos?

Uma boa formação de professores e a continuidade dela juntamente com o bom uso das TIC, certamente resolverá esses conflitos educacionais. É preciso dar vida ao conteúdo, torná-lo interessante para poder despertar o interesse e a inquietação do aluno. Para o desenvolvimento e a construção do conhecimento, é necessário, realmente, a cooperação entre alunos e professores. É preciso acabar com esse distanciamento entre discentes e docentes.

Os alunos, a escola e a sociedade não toleram mais esse processo de ensino em que um faz o papel de ativo e o outro apenas de passivo. Os professores devem ser gerenciadores, mediadores, para que os estudantes sejam autores desse processo. Por isso, tem de haver maiores investimentos na formação de professores. É preciso, verdadeiramente, que o educador saiba gerenciar, mediar e promover o debate. É justamente o que salienta Carneiros e Passos (2014, p. 784): “Professor e

aluno tornam-se autores cooperativos e, dessa forma, desenvolvem-se e constroem novos conhecimentos.

Carneiro e Passos (2014, p. 105) afirmam ainda que

A relação professor – aluno torna uma dimensão diferente daquela que ocorre normalmente em sala de aula em que o professor é a autoridade e o detentor do conhecimento, pois em dado momento em que o professor não domina certo conhecimento referente às tecnologias, o aluno que domina passa a ter mais autoridade. Assim, a formação inicial precisa desenvolver a capacidade dos futuros professores de incorporar novos papéis devido à introdução das TIC na educação.

A formação de professores deve estar engajada nessa nova dimensão. O professor não deve ter tensão por encontrar alunos que saibam dominar aquela tecnologia mais que ele. Como diz D’Ambrósio (2008), o professor não é sol que ilumina tudo. Por isso, é necessária essa cooperação entre alunos e professores.

É preciso que o educador, após sair da academia, na sua formação inicial, saia preparado para enfrentar o novo, o “desconhecido”, pois é de conhecimento geral que essa nova geração tem maior facilidade em dominar os aparatos tecnológicos. O professor contemporâneo deve enxergar isso como um auxílio para a construção do conhecimento e não como uma ameaça que o tira da zona de conforto.

O curso de formação de professores deve, portanto, preparar os novos educadores para utilizarem as TIC, pois a sociedade do conhecimento exige um novo modelo de professor. O educador que continuar no primitivismo, no arcaísmo, não terá espaço na educação.

É necessário um grande investimento na formação de educadores, pois a educação contemporânea exige um profissional engajado com os recursos tecnológicos como recursos auxiliares para o processo ensino-aprendizagem. No entanto, a maioria das universidades não tem a mínima estrutura para preparar esses novos educadores que os novos tempos exigem.

Infelizmente, os governantes enxergam a educação como gasto e não como investimento. Eles não querem que o aluno realmente aprenda, pois, o estudante bem formado tem uma visão crítica da sociedade e os representantes políticos não os querem como seres “pensantes”. Assim, como salienta Carneiro e Passos (2014, p. 106),

[...] A formação inicial deve proporcionar ambientes de reflexão e análise das possibilidades, dos limites e das dificuldades da utilização das TIC nas aulas de matemática, para que os futuros professores possam incorporar esses novos papéis e usar as tecnologias, de forma a inovar o modo de abordar os conteúdos matemático.

Mario Sergio Cortella diz que só é possível ser um bom educador se for um bom aprendiz. Os formadores de professores estão numa zona de desconforto: como ensinar o manuseio dessas TIC se eles não tiveram formação para isso.

Dessa maneira, é preciso urgentemente ter uma nova dimensão de ensino. Os formadores de professores devem estar especializados a fim de dar uma formação sólida aos seus graduandos, que serão os futuros professores aptos a trabalharem com a inclusão dessas novas TIC no processo de ensino-aprendizagem. Nesse sentido, Carneiro e Passos (2014, p. 108) afirmam que

Uma reflexão possível refere-se ao fato de que provavelmente os professores formadores não tiveram, em seus cursos, disciplinas que discutiriam e refletiriam sobre as TIC na educação; então, como formarão seus alunos, se eles próprios não tiveram a oportunidade de vivenciar essas situações?

Os docentes que se aventuram a ministrar essas disciplinas também estão em um processo de experimentação, de descoberta, de frustração etc. Assim vão aperfeiçoando a forma como ministrar essas disciplinas, baseando-se em suas experiências e na leitura da área.

A formação dos futuros docentes precisa dar autonomia para buscar novos caminhos para o uso das tecnologias. O importante é dar a base sólida ao graduando para que consiga, quando estiver atuando, encontrar seus próprios caminhos e possibilidades de integrar tecnologias ao ensino de matemática.

Um software como suporte para uma aula se faz muito importante para os professores trabalharem determinados conteúdos na educação matemática e facilitarem a compreensão dos alunos. Infelizmente, a grande maioria dos professores que estão atuando na educação básica nem sabe que esse software educacional existe e, quando sabem de sua existência, não sabem utilizá-lo ou manuseá-lo de forma correta.

Por isso, é de suma importância a formação continuada do professor, pois, dessa maneira, ele estará sempre disposto a enfrentar o novo e a mergulhar no desconhecido, fazendo pesquisas por meio do cotidiano em sala de aula, construindo juntamente com seus alunos um conhecimento sólido. Assim sendo, o ensino

contemporâneo necessita de professores dispostos a dedicar à aprendizagem e ao domínio dessas novas TIC.

Os jovens têm uma grande predisposição para o uso de tecnologia. Eles dizem que cinquenta minutos em sala de aula é uma eternidade, mas ficam horas e horas mexendo no celular sem se cansar. Isso mostra que os alunos gostam de manipular as ferramentas tecnológicas e os professores, portanto, devem aproveitar esse gosto que os estudantes têm pela tecnologia e usá-lo como metodologia para transmitir os conteúdos. Assim, a aula será eficiente e prazerosa.

Gordinho (2014, p. 47) afirma que as tecnologias disponíveis atualmente têm possibilitado o desenvolvimento científico em nossa sociedade nas mais diversas áreas, dentre elas, sem dúvida, podemos destacar a educação.

Ele afirma ainda que, mesmo que trate de uma ferramenta, a tecnologia deve ser utilizada de forma planejada (GORDINHO, 2014. p. 48). Todo software educacional, quando for empregado na abordagem de conteúdos, assim como toda aula, deve ocorrer primeiramente no planejamento. O educador tem que definir os objetivos de utilizar aquela determinada tecnologia para o ambiente escolar.

Para isso, ele tem que responder a alguns questionamentos, como: por que estou levando esse programa digital para a sala de aula? A utilização dele realmente facilitará a aprendizagem dos alunos? Caso não faça isso, não utilizará as TIC.

No estudo da geometria, por exemplo, são analisadas várias dimensões dos sólidos. O professor, então, ficava “maluco” de tanto explicar sobre os sólidos e alunos ficarem “viajando”, sem entender. Hoje, com emprego de alguns softwares matemáticos, o ensino de geometria chega a ser fascinante, já que o aluno vê toda a movimentação da figura geométrica. Esse é o conhecimento vivo defendido pelo D’ Ambrósio, que proporciona aos alunos uma aula compreensível, interativa, dinâmica, prazerosa, em que realmente acontece a construção do conhecimento.

D’ Ambrósio (2008, p. 55) salienta que

A escola como lugar legítimo de aprendizagem produção e reconstrução de conhecimento, cada vez mais precisará acompanhar as transformações da ciência contemporânea, adotar e simultaneamente apoiar as exigências interdisciplinares que hoje participam da construção de novos conhecimentos.

A escola precisará acompanhar o ritmo das mudanças que se operam em todos os seguimentos que compõe a sociedade.

Com o passar dos anos, a sociedade evoluiu e a nossa educação se viu obrigada a acompanhar esse ritmo social. D' Ambrósio, em seu livro “Educação Matemática: da teoria à prática”, diz que o professor que resistir a essa nova mudança, usos das novas tecnologias, não terá espaço no mundo contemporâneo. O teórico Celso Antunes diz que a sociedade de hoje não suporta mais aquele professor primitivo. Ele cita até que, em alguns países desenvolvidos, já estão alfabetizando as crianças com tablet.

Além desses fatores, a interdisciplinaridade aparece também como um tema muito atual nesse novo cenário educacional. Contudo, a maioria dos educadores trabalha suas disciplinas de forma isolada. O professor de matemática só ensina matemática, o professor de português só ensina português. A educação vive essa individualidade. Para Ivani Fazenda, em um dos seus trabalhos científicos, a separação entre as disciplinas causa grande prejuízo na formação dos alunos.

A parti das conclusões desses renomados teóricos, percebe-se que o novo professor deve ser aquele profissional flexível, que está aberto a enfrentar os novos desafios que surgirão pela frente. A educação contemporânea exige, portanto, um educador “ligado” às novas tecnologias e à interdisciplinaridade.

Segundo os PCN's (BRASIL, 19997, p. 8), é preciso

Utilizar diferentes linguagem – verbal, matemática, gráfica, plástica e corporal – com meio para produzir, expressar e comunicar suas ideias, interpretar e usufruir das produções culturais, em contextos públicos e privados, atendendo as diferentes intenções e situações de comunicação.

A sociedade globalizada precisa, sobretudo, de educadores que saibam utilizar diferentes linguagens, pois o aluno terá um leque de oportunidades para assimilar os conteúdos. É importantíssimo que os discentes conheçam também os variados tipos de linguagens. Assim, eles terão maior facilidade para interpretação desse novo contexto social.

Os PCN's ainda afirmam que é necessário “Saber utilizar diferentes fontes de informações e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimento”. (BRASIL, 1997, p. 8).

O professor que a sociedade contemporânea necessita, realmente, deve se “alimentar” em várias fontes confiáveis. A mídia bombardeia as pessoas diariamente com muitas informações e, muitas vezes, é veiculado conteúdo sem significância. Por isso, é de suma importância que o educador tenha esse olhar crítico sobre o que está

sendo noticiado. Mario Sérgio Cortella defende que “informação não é formação”. Dessa maneira, o professor, além de ter que conhecer muitas fontes, precisa ver se aquilo forma ou simplesmente informa.

Segundo os PCN's (BRASIL, 1997, p. 15),

A construção da sua importância apoia-se no fato de que a matemática desempenha papel decisivo, pois permite resolver problemas da vida cotidiana, tem muitas aplicações no mundo do trabalho e funciona como instrumento essencial para a construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. Do mesmo modo, interfere fortemente na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento e na agilização do raciocínio dedutivo do aluno.

A matemática é, portanto, a ciência do pensamento. Graças ao avanço do conhecimento matemático é que temos uma sociedade globalizada com muitos recursos tecnológicos. Seria paradoxal essa ciência ajudar na construção do conhecimento, desenvolver inúmeros softwares matemáticos educacionais, e os professores de exatas não utilizarem esses recursos em sala de aula.

Quanto a isso, os PCN's afirmam também que

O conhecimento matemático deve ser apresentado aos alunos como historicamente construído e em permanente evolução. O contexto histórico possibilita ver a matemática em sua prática filosófica, científica e social e contribui para a compreensão do lugar que ela tem no mundo. Recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores e outros materiais têm papel importante no processo de ensino e a aprendizagem. Contudo eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância a base da atividade de matemática (BRASIL, 1997, p. 19).

Nenhum conhecimento está pronto e acabado. Ele acompanha a evolução da sociedade. O educador do século XXI deve se atentar ao contexto histórico. Ninguém pode ensinar a alguém sem saber como originou aquele objeto de estudo.

Os PCN salientam ainda que

Parte dos problemas referentes ao ensino de matemática estão relacionados ao processo de formação do magistério, tanto em relação à formação inicial como à formação continuada. Decorrentes dos problemas da formação de professores, as práticas na sala de aula tomam por base os livros didáticos, que, infelizmente, são muitas vezes de qualidade insatisfatória. A implantação de propostas inovadora, por sua vez esbarra na falta de uma formação profissional qualificada, na existência de concepções pedagógicas inadequadas e,

ainda, nas restrições ligadas às condições de trabalho. (BRASIL, 1997, p. 22).

A Prova Brasil é uma avaliação externa, desenvolvida pelo Ministério da Educação, com objetivo de avaliar a qualidade do ensino de Matemática e Língua Portuguesa. Os números obtidos em relação à aprendizagem dos alunos em Matemática são assustadores. Apenas 10% dos alunos têm uma aprendizagem adequada. Isso mostra como o sistema educacional precisa ser reestruturado. As causas dessa má formação dos alunos estão ligadas a vários fatores: formação inadequada de professores, indisciplina na sala de aula e baixa remuneração dos educadores.

#### **2.4. O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA E SUA IMPORTÂNCIA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA**

Os softwares educativos podem ser um notável auxiliar para o aluno adquirir conceitos em determinadas áreas do conhecimento, pois o conjunto de situações, procedimentos e representações simbólicas oferecidas por essas ferramentas é muito amplo e com um potencial que atende a boa parte dos conteúdos das disciplinas. Essas ferramentas permitem auxiliar aos alunos, para que deem novos significados às tarefas de ensino, e ao professor, na oportunidade para planejar, de forma inovadora, as atividades que atendem aos objetivos do ensino (BONA, 2015, p.36).

Diante do exposto acima, há uma grande importância em utilizar os softwares na aplicação da Matemática, uma vez que são recursos tecnológicos que fazem com que saiamos do ensino mecânico do dia a dia e partamos para o concreto, de forma dinâmica e diferente, buscando novos métodos de ensino.

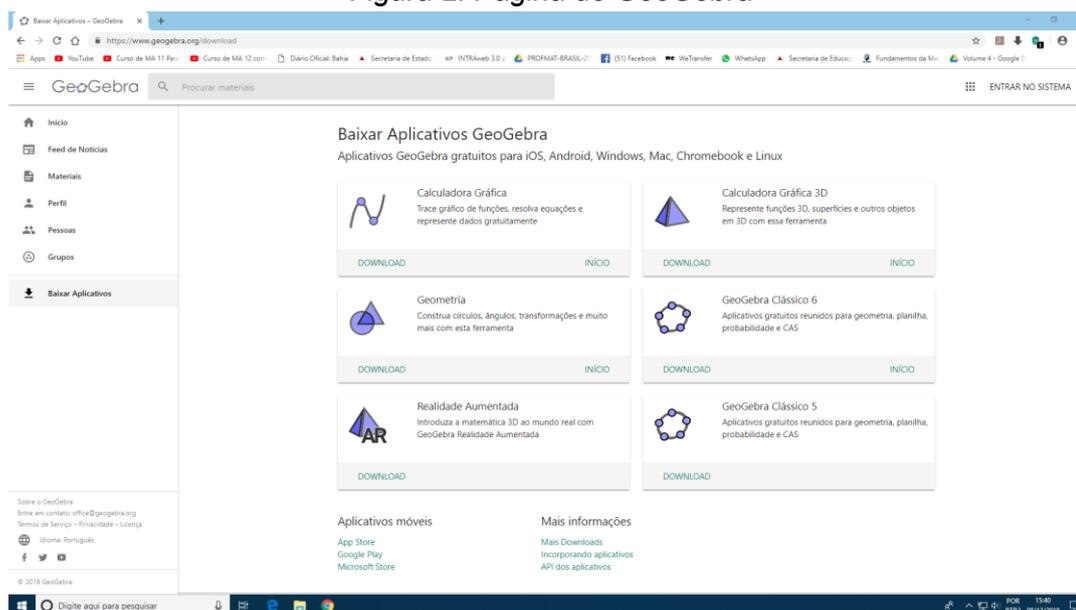
Assim, trabalhar com a geometria aplicada nos softwares nos proporciona uma melhor visão e entendimento dos sólidos geométricos e figuras planas, tornando o processo de ensino-aprendizagem mais dinâmico. A utilização do computador e de softwares educativos propicia aos alunos um olhar diferenciado para o ensino, pois já faz parte do cotidiano de muitos estudantes, tanto para a elaboração de trabalhos escolares quanto como modo de entretenimento.

## 2.5. CONHECENDO O SOFTWARE GEOGEBRA

O GeoGebra (aglutinação das palavras **Geometria** e **Álgebra**) é um software de matemática dinâmica que combina conceitos de geometria e álgebra em uma única GUI (Interface Gráfica do Utilizador). É escrito em linguagem Java e sua distribuição é gratuita. Foi criado por Markus Hohenwarter, em 2001, na Universidade de Salzburg, para ser utilizado em ambiente escolar. O programa permite realizar construções geométricas com a utilização de pontos, retas, segmentos de reta, polígonos, entre outros, assim como permite inserir funções e alterar todos esses objetos dinamicamente, após a construção estar finalizada. Equações e coordenadas também podem ser diretamente inseridas. Ou seja, abrange geometria e álgebra.

Como o software é escrito na plataforma Java, ele pode ser usado em sistemas operacionais tais como Windows, Linux, Mac, e ainda como aplicativos em smartphones e tablets de sistema Android. Um fato interessante é que o usuário pode usar o GeoGebra para qualquer propósito, podendo também fazer alterações e melhoramentos no programa, entre outros. Visto que é um software livre, há várias formas de adquiri-lo. Uma delas, e a mais recomendada pelo fato de o software estar sempre atualizado, é pela página do próprio programa, [www.GeoGebra.org](http://www.GeoGebra.org), *vide figura 2*.

*Figura 2: Página do GeoGebra*



*Fonte: [www.geogebra.org/download](http://www.geogebra.org/download)*

## 2.6. ESTUDOS ENVOLVENDO O USO DO GEOGEBRA

Esses estudos envolvendo o GeoGebra são muito importantes para qualquer pesquisa, uma vez que apresenta ao leitor produções referentes ao tema abordado com o intuito de facilitar pesquisas futuras e evitar desgastes desnecessários aos pesquisadores.

Para elaboração desta pesquisa, foi realizado um levantamento de artigos, dissertações e teses, envolvendo a utilização do software GeoGebra no ensino de Geometria Analítica, abordando a visão de outros autores em relação ao assunto. Baseado nessas informações, destacam-se os seguintes títulos com o objetivo de cada trabalho.

Iniciamos falando sobre o trabalho ***GEOMETRIA ANALÍTICA: CAMINHOS PARA APRENDIZAGEM (SILVA, 2015)***, em que o autor propõe caminhos para o ensino da Geometria Analítica, tendo como base três eixos norteadores: A história das geometrias; a proposição de problemas matemáticos que podem ser resolvidos tanto pela geometria plana como pela geometria analítica; e o uso da ferramenta tecnológica por meio do software GeoGebra. Dessa forma, o autor constatou que a utilização da ferramenta informatizada, o software GeoGebra, aliado às construções históricas relacionadas aos conceitos de geometria, possibilitaram que o aluno revisse e relacionasse vários resultados e construções da Geometria Analítica, ampliando, assim, o leque de situações apresentadas pelo professor a seus alunos.

Sobre a pesquisa "***O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA COM GEOGEBRA NO ENSINO MÉDIO***" (SILVA, 2016), o autor salienta sobre o uso das TIC e procura apresentar o software GeoGebra e suas funcionalidades no intuito de que as aulas de Matemática se tornem mais dinâmicas e interativas, no que se refere à Geometria Analítica, fortalecendo, assim, a aprendizagem cognitiva dos estudantes. Nesse trabalho, as respostas dos estudantes foram dispostas em quadros de modo a facilitar a análise. Com o desenvolvimento da pesquisa, o autor percebeu que o uso de tecnologias está cada vez mais presente no ambiente escolar, quer seja de forma direta quer seja indireta, como: celulares, tablet, notebook e outros. Ele salientou ainda que, nesses ambientes, os docentes estão, cada vez mais, inserindo a utilização desses recursos para incrementar e dinamizar suas aulas, de modo a prender a atenção dos estudantes. Por fim, o autor destaca que o software não vem substituir o

ensino tradicional, e sim auxiliar no desenvolvimento do processo educacional como metodologia capaz de proporcionar novos horizontes aos estudantes.

Trazemos agora o trabalho **“O SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA PARA O ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA” (OLIVEIRA, 2014)**. O presente trabalho tem como objetivo apresentar uma metodologia diferenciada para o ensino da geometria analítica no ensino médio com o auxílio do software GeoGebra. Para isso, é apresentada uma sequência de atividades desenvolvidas pelo autor em que são propostas construções que envolvem os conteúdos básicos da geometria analítica. O trabalho também apresenta um estudo histórico da geometria analítica e sua importância na atualidade. Além disso, é feito um estudo da importância e das contribuições que as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) podem fazer para o ensino da matemática, bem como as orientações provenientes dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) que incentivam a utilização das TIC's.

Seguimos agora com o trabalho **“AS CONTRIBUIÇÕES DO SOFTWARE GEOGEBRA COMO UM MEDIADOR DO PROCESSO DE APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA PLANA NA EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA (EAD) EM UM CURSO DE LICENCIATURA EM PEDAGOGIA” (PELLI, 2014)**. Essa pesquisa, da autora Débora Pelli, tem por objetivo verificar as contribuições da utilização do software GeoGebra como um instrumento mediador do processo de ensino e aprendizagem de conteúdos da Geometria Plana Euclidiana, no ensino da modalidade a distância, para alunos matriculados em um Curso de Licenciatura em Pedagogia em uma universidade federal no estado de Minas Gerais. O desenvolvimento deu-se por meio da proposta de intervenção pedagógica, a partir de construções e demonstrações de conteúdos de Geometria Plana, extraídas do primeiro livro da coleção *Os Elementos* de Euclides, com a utilização do software GeoGebra. Como resultados, a autora constatou que o trabalho com o software GeoGebra demonstrou a possibilidade de uma nova relação entre professores e alunos, marcada por uma maior proximidade, pois a utilização das tecnologias de informação e comunicação constitui um importante pilar na proposição de aulas investigativas, como a utilização de softwares de geometria dinâmica e o GeoGebra.

Dando sequência, trazemos agora a pesquisa **“O SOFTWARE GEOGEBRA NUMA PROPOSTA DE FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL” (ARAÚJO, 2017)**. Essa dissertação, de Josias Júlio, investiga a utilização de recursos didáticos com base nas Tecnologias

de Informação e Comunicação na Educação Matemática – TICEM - como parte importante do trabalho de formação dos alunos e do próprio professor, pois possibilitam a construção de conhecimentos sólidos que podem auxiliar, principalmente, no desenvolvimento de sujeitos ativos na sociedade moderna. O processo de formação continuada proposto nesse trabalho visou envolver os professores participantes em atividades exploratórias de Álgebra e Geometria, utilizando-se do GeoGebra como ferramenta suporte para a resolução das atividades propostas. Tais atividades possibilitaram aos participantes um processo de recursividade, seja no agir e refletir ou sobre suas ações pedagógicas nos processos de ensino e aprendizagem, permitindo, assim, trilhar novos caminhos rumo a mudanças que possam colaborar com os processos de ensino e aprendizagem da Álgebra e Geometria, e tornando-os atualizados de acordo com as necessidades da nova sociedade.

Na dissertação “**FORMAÇÃO DE CONCEITOS DE GEOMETRIA PLANA NA EJA COM O SOFTWARE GEOGEBRA**” (ARAÚJO, 2018), a autora teve como objetivo geral articular o Ensino de Geometria na Educação de Jovens e Adultos (EJA) com a mediação das tecnologias digitais, em especial o software GeoGebra. Para isso, foram realizadas duas intervenções em um Colégio Estadual da cidade de Vitória da Conquista; a primeira foi com alunos do eixo VII da EJA e a segunda com alunos do eixo IV da EJA. Na tentativa de buscar respostas para o questionamento, foram elaborados roteiros de atividades matemáticas, denominadas de Base Orientadora da Ação (BOA), envolvendo conceitos de geometria plana que foram desenvolvidos com a mediação do software GeoGebra. Essa pesquisa foi de abordagem qualitativa do tipo intervenção. Para a produção dos dados, foram utilizadas atividades diagnósticas, diário de bordo, conjunto de roteiros de atividades matemáticas (BOA) e entrevistas diagnósticas. A análise dos dados foi baseada na análise de conteúdo e, posteriormente, foram definidas três categorias de análise; dessas surgiram subcategorias. Além disso, foram feitas triangulação de dados e de teorias, buscando os pontos comuns e divergentes dos dados produzidos. Após a análise dos dados, a autora conseguiu identificar que a utilização do software e das BOA contribuiu para a aprendizagem, para a formação dos conceitos geométricos e para a reorganização do pensamento desses alunos.

Quanto à pesquisa “**CONTRIBUIÇÕES DO SOFTWARE GEOGEBRA PARA A FORMAÇÃO DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS DE ACADÊMICOS INGRESSOS NA**

**LICENCIATURA EM MATEMÁTICA” (SANTOS, 2018)**, destaca-se como objetivo principal analisar a aprendizagem dos acadêmicos ingressantes na Licenciatura em Matemática no que diz respeito à internalização de conceitos básicos de Geometria Plana. Para tanto, foi necessário desenvolver um conjunto de atividades a fim de proporcionar o desenvolvimento de tais conceitos mediante o uso do software GeoGebra e de acordo com as etapas de formação mental propostas por Galperin. A pesquisa foi de natureza qualitativa, enquadrando-se no modelo de procedimentos de uma pesquisa-intervenção, e foi realizada no Instituto Federal do Norte de Minas Gerais, no Campus Salinas. Os dados foram produzidos a partir de questionários, encontros formativos, observações, diário de bordo e grupo focal. Posteriormente, os dados foram organizados, transcritos e categorizados para constituir as unidades de análises. Dessa forma, a autora constatou que a Geometria está um pouco ausente da sala de aula, ou ainda é ensinada de maneira superficial, sem priorizar a aprendizagem dos alunos. Verificou-se também que as atividades desenvolvidas proporcionaram aos discentes interação e envolvimento na formação de conceitos matemáticos. A autora constatou ainda que, durante as aulas da Educação Básica, os futuros docentes não tiveram contato com softwares educativos. Por fim, foi perceptível que o uso de software apresenta grandes vantagens no que diz respeito à visualização das figuras, facilitando assim o processo de ensino e aprendizagem. Contudo, é necessário o docente conhecer tais recursos e saber quando fazer o uso em cada situação.

Por fim, falemos do trabalho **“A VIDEOAULA NO ENSINO MÉDIO COMO RECURSO DIDÁTICO PEDAGÓGICO NO CONTEXTO DA SALA DE AULA INVERTIDA” (SILVA, 2017)**. A dissertação do Luciano Silva tem por objetivo analisar o uso de videoaulas como recurso didático presente na sala de aula invertida. Essa pesquisa está vinculada à linha de pesquisa “Didática das Ciências Naturais e Matemática” do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (PPGECIM) da Universidade Regional de Blumenau (FURB). A aplicação da sala de aula invertida, utilizando videoaulas em aulas de Físico-Química, ocorreu no Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC) – campus Gaspar – entre o segundo semestre de 2015 e o primeiro semestre de 2016, e envolveu três turmas de ensino técnico integrado ao ensino médio, com um total de 62 alunos com idades entre 15 e 19 anos. A prática mostrou que o maior problema para a implantação da sala de aula invertida foi a resistência dos alunos a uma metodologia baseada no papel ativo deles

próprios. Apenas a turma com a qual o professor já tinha um histórico de bom relacionamento mostrou um percentual razoável de comprometimento com a proposta.

Veremos, no próximo capítulo, os aspectos metodológicos, informações sobre os participantes e o local da pesquisa e os procedimentos e instrumentos para produção dos dados.

### 3. ASPECTOS METODOLÓGICOS

No presente capítulo, abordaremos a natureza metodológica da pesquisa e na sequência serão apresentadas informações sobre os envolvidos na pesquisa, bem como o local de realização dela. E, por fim, serão apresentados os procedimentos e instrumentos para produção de dados.

#### 3.1. NATUREZA METODOLÓGICA DA PESQUISA

É de suma importância que, ao realizar uma pesquisa em sala de aula, o professor assuma uma postura de professor/pesquisador, ajudando a seus alunos a discutirem e explanarem sobre a realidade na qual estão inseridos.

É válido retomar que o presente trabalho apresenta como objetivo geral analisar as possibilidades de aprendizagem dos alunos no modelo de Ensino Híbrido - Sala de Aula Invertida (SAI), em relação ao ensino de Geometria Analítica Plana usando o software GeoGebra. Portanto, envolvendo um grupo de sujeitos específicos, entendemos que se trata de uma pesquisa de natureza qualitativa do tipo intervenção.

É importante, portanto, salientarmos e definir o que vem a ser uma pesquisa. Assim sendo, define-se que

Pesquisar significa, de forma bem simples, procurar respostas para indagações propostas. Podemos dizer que, basicamente, pesquisar é buscar conhecimento. Nós pesquisamos a todo momento, em nosso cotidiano, mas, certamente, não o fazemos sempre de modo científico (FREITAS; PRONADOV, 2013, p. 43).

Por meio da relação entre o pesquisador e o objeto de estudo, realizar-se-ão descobertas científicas e, de certa forma, proporcionam a geração de novos conhecimentos. No entanto, é necessário definir o aspecto metodológico para que se possa atingir os objetivos propostos a esta pesquisa.

No que diz respeito aos procedimentos, esta pesquisa se encaixa como uma pesquisa-intervenção que, segundo Pinheiro *et al* (2013, p. 58),

[...] pesquisas do tipo intervenção pedagógica. Segundo nossa concepção, são investigações que envolvem o planejamento e a implementação de interferências (mudanças, inovações) – destinadas a produzir avanços, melhorias, nos processos de aprendizagem dos sujeitos que delas participam – e a posterior avaliação dos efeitos dessas interferências.

Assim, observamos os aspectos significativos referentes à aprendizagem dos discentes, por meio do desenvolvimento de uma proposta que visou o uso da sala de aula invertida juntamente com questões interativas no software GeoGebra, atrelados aos conhecimentos matemáticos. Todavia, ao observarmos o surgimento de tais aspectos, estamos também inseridos no processo. Como partícipe, podíamos a todo instante, intervir na dinâmica do processo educacional, recomendando mudanças na expectativa de melhorar as aulas.

Esta pesquisa não visa quantificar dados, mas sim proporcionar a captação de uma percepção dos envolvidos no processo metodológico. Diante disso, esta pesquisa se enquadra na natureza qualitativa. Em relação a essa abordagem, Freitas e Pronadov (2013, p. 70) afirmam que “[...] tal pesquisa é descritiva. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem”, por isso se faz necessário estar atento ao comportamento dos elementos envolvidos, concomitante com o objeto de estudo da pesquisa, e não a números, os quais não ajudariam a resolver a problemática inicial.

Temos também que, ainda em Freitas e Pronadov (2013, p.70), na abordagem qualitativa, a pesquisa tem o ambiente como fonte direta dos dados. O pesquisador mantém contato direto com o ambiente e o objeto de estudo em questão, necessitando um trabalho mais intensivo de campo. Nesse tipo de pesquisa, em relação à análise dos dados coletados, não há preocupação em comprovar hipóteses previamente estabelecidas, contudo, elas não eliminam a existência de um quadro teórico que direcione a coleta, a análise e a interpretação dos dados. Muito embora a natureza da pesquisa seja qualitativa, faz-se necessária uma melhor discussão dos dados por meio de uma quantificação desse levantamento.

Diante do exposto e dos objetivos propostos na pesquisa, ressaltamos que ela se encaixa como uma pesquisa-intervenção de abordagem qualitativa.

### **3.2. PARTICIPANTES E LÓCUS**

Os participantes da pesquisa, num total de 40, são alunos do segundo semestre do curso de Licenciatura em Matemática no Campus VI na cidade de Caetité-BA. Os alunos são oriundos de cidades circunvizinhas e da cidade de Caetité.

Os discentes utilizaram como livro didático *Fundamentos de Matemática Elementar - volume 7, de Gelson Iezzi*. Esse livro aborda conteúdos de Geometria Analítica Plana.

### 3.3. PROCEDIMENTOS E INSTRUMENTOS PARA PRODUÇÃO DE DADOS

A pesquisa foi realizada em três fases. Vejamos a seguir como foi o desenvolvimento delas.

Na primeira fase da pesquisa, foi elaborado um produto (presente no Capítulo 5 desse trabalho), com questões interativas no software GeoGebra, abordando tópicos de Geometria Analítica Plana. Tal produção foi feita pelo orientando juntamente com a orientadora da pesquisa. Já as questões produzidas, seguem uma ordem de conteúdos do livro *Fundamentos de Matemática Elementar - volume 7, de Gelson Iezzi*. Cada questão contém passos para construção no software e trazem algumas indagações sobre o conteúdo abordado.

Após o produto pronto, iniciou-se a segunda fase. Esta, por sua vez, ocorreu durante uma unidade, num total de três unidades, no semestre 2019.1. O primeiro dia letivo iniciou-se com uma aula apresentando o software GeoGebra e como adquiri-lo. Dialogou-se sobre sua instalação e seu uso. Apresentou-se o produto, presente no Capítulo 5 dessa pesquisa, o qual contém alguns tópicos de GAP abordados com exercícios interativos no programa GeoGebra. Falou-se sobre a funcionalidade das aulas no modelo de sala-de-aula invertida e foi apresentado o roteiro de estudos da unidade na qual seriam avaliados.

O quadro a seguir informa o referido roteiro.

*Quadro 1: Roteiro de estudos da unidade*

Roteiro de estudos Unidade I		
Data	Conteúdos	Quantidade de aulas
12/03/2019	Apresentação da ementa, do GeoGebra, do produto e da metodologia	4
19/03/2019	Coordenadas cartesianas no plano, distância entre dois pontos	4
26/03/2019	Coordenadas do terceiro ponto, condição para alinhamento de três pontos	4

02/04/2019	Equação geral da reta, posições relativas de duas retas	4
09/04/2019	Feixe de retas concorrentes, feixe de retas paralelas	4
16/04/2019	Avaliação Final da Unidade	4

*Fonte: elaborado pelo pesquisador (2019).*

Para uma melhor comunicação e funcionamento da sala de aula invertida, bem como da pesquisa, foi acordado com a turma a criação de um grupo de WhatsApp com o nome do grupo “Geometria Analítica”. Foi por meio desse grupo que os discentes tiveram acesso ao documento presente no Anexo A desse trabalho, contendo os links das videoaulas utilizadas no desenvolvimento da metodologia.

Como a sala de aula invertida aborda a resolução de exercícios em sala de aula e o estudo do conteúdo em casa, do segundo dia em diante foi dado seguimento a essa proposta. Conversamos e tiramos dúvidas dos estudantes, tanto em relação ao conteúdo programático quanto em relação às questões do produto no GeoGebra, e trabalhamos também com a resolução de exercícios do livro FME - volume 7.

Individualmente, os alunos tiveram que responder a cada uma das perguntas contidas nos passos das atividades do produto do GeoGebra, resolver às questões, tirar um print da imagem final da resolução, colocar tudo num documento do Microsoft Word e enviar para o professor-pesquisador.

Após a aplicação da Avaliação Final da Unidade, iniciou-se a terceira fase da pesquisa. Tal fase se deu com a aplicação do questionário, apresentado no Apêndice A desse trabalho. O questionário foi elaborado a fim de colher o feedback dos discentes em relação ao modelo de sala de aula invertida e ao produto no GeoGebra.

No próximo capítulo, trataremos sobre as análises e discussões dos resultados.

## **4. ANÁLISE E DISCUSSÕES DOS RESULTADOS**

Neste capítulo, apresentaremos as análises e discussões dos resultados em duas seções. A primeira seção, com as respostas dos discentes em relação ao produto do GeoGebra, foi analisada da seguinte maneira: para cada questão foi feita a seleção das respostas de dois discentes em relação aos passos da atividade e foi selecionada uma resposta das atividades, feita no GeoGebra, dentre os dois alunos selecionados. Logo após, foi feito um comentário do autor da pesquisa em relação às respostas analisadas. A escolha dos dois alunos de cada questão foi pensada da seguinte forma: escolher uma resposta condizente com a pergunta e uma resposta errônea. No entanto, foi possível observar que houve casos em que ambos os discentes selecionados acertaram as indagações bem como a resolução da atividade no GeoGebra.

A segunda seção, que contém as respostas dos alunos em relação ao questionário aplicado, foi analisada da seguinte forma: para cada questão foram selecionados dois discentes e procurou-se, nessa seleção, respostas distintas para uma melhor compreensão do que o estudante pensa sobre o GeoGebra, a sala de aula invertida e o ensino tradicional. Em seguida, procurou-se, em cada questão, fazer comentários com pelo menos um autor da fundamentação teórica juntamente com comentários do autor da pesquisa.

### **4.1. ANÁLISE DAS RESPOSTAS DOS DISCENTES EM RELAÇÃO ÀS ATIVIDADES DO GEOGEBRA**

As atividades do produto, presentes no Capítulo 5 deste trabalho, foram feitas semanalmente, seguindo o cronograma do quadro 1. Sob o modelo de sala de aula invertida, os discentes realizaram seus estudos por meio de videoaulas e leituras e, após tiradas as dúvidas em cada aula realizada em sala, cada um deles realizava a atividade no GeoGebra e enviava para o professor através de um documento do Word.

A seguir, temos uma análise e discussão das respostas dos discentes no que diz respeito às resoluções das perguntas de cada passo e na solução das questões no GeoGebra. Analisaremos uma resposta do ponto de vista positivo e outra negativo, reforçando cada uma com comentários de autores presentes na fundamentação teórica desta pesquisa. Para preservar a identidade dos discentes, estes serão nomeados com números de 1 a 40.

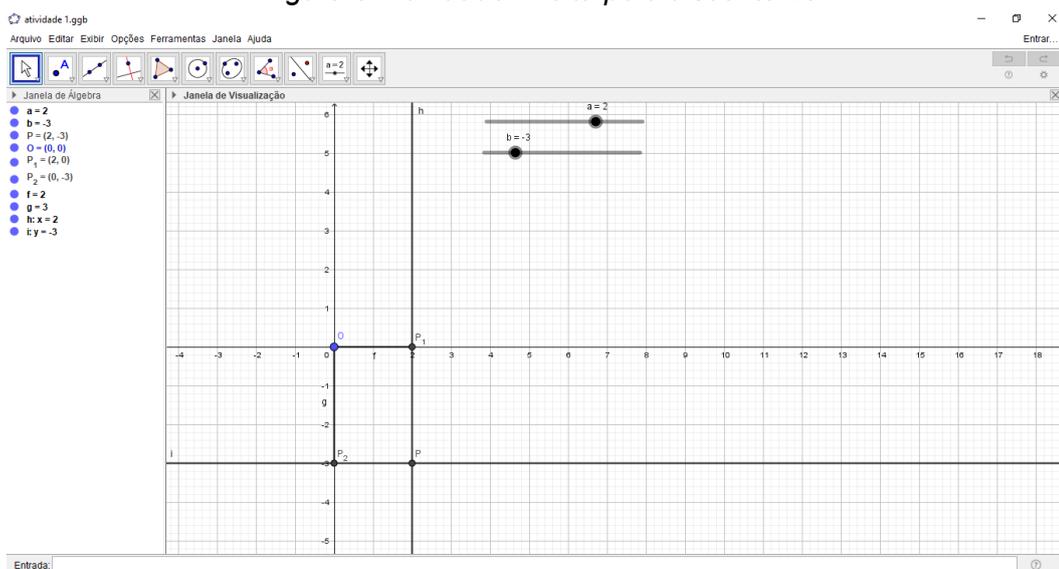
**a) Atividade 1: plotar um ponto  $P = (a, b)$  no GeoGebra.**

Nessa atividade, temos a seguinte indagação no passo 2: O que você entende sobre coordenadas de um ponto?

*Resposta do discente 36: É a localização de um ponto no plano cartesiano.*

*Resposta do discente 23: É um método utilizado para especificar um ponto no sistema cartesiano.*

Figura 3: Atividade 1 feita pelo discente 23



Fonte: Dados do pesquisador (2019)

Na figura 3 está a resolução feita de maneira correta de acordo com os passos da referida atividade proposta no produto.

Podemos perceber que ambos alunos compreenderam sobre coordenadas de um ponto no plano, embora por respostas distintas. Os demais discentes mantiveram praticamente o mesmo nível de respostas, não enfrentando dificuldades em relação a essa atividade.

**b) Atividade 2: Distância entre dois pontos.**

Na atividade 2, foi proposta a seguinte pergunta no passo 5: Que relação existe na distância entre os pontos A e B, B e C, e, A e C?

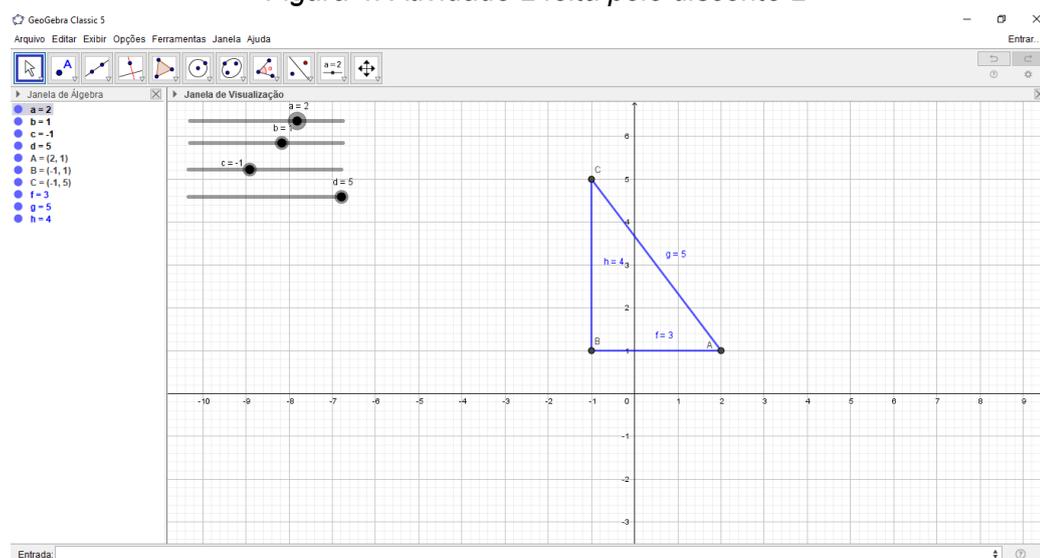
*Resposta do discente 1: Que é a aplicação de Pitágoras. AB cateto oposto, BC cateto adjacente e AC hipotenusa.*

*Resposta do discente 2: Nota-se que formou um triângulo retângulo em B, tornando possível a relação com o teorema de Pitágoras, na qual o quadrado da*

hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos ( $g^2 = f^2 + h^2$ ), ou seja, ( $5^2 = 3^2 + 4^2 \rightarrow 25 = 9 + 16 \rightarrow 25 = 25$ ).

Ambos os discentes conseguiram enxergar a relação do Teorema de Pitágoras com as distâncias especificadas na questão. Até o momento, é um fator muito positivo, pois os demais estudantes também conseguiram enxergar tal relação e não tiveram dificuldades na realização dessa atividade. Vejamos a resolução do discente 2 (figura 4).

Figura 4: Atividade 2 feita pelo discente 2



Fonte: Dados do pesquisador (2019)

Observamos que o aluno 2 conseguiu resolver de maneira correta a atividade 2, obedecendo aos comandos do passo a passo.

### c) Atividade 3: Coordenadas do terceiro ponto.

Nessa atividade, foi proposta a seguinte pergunta no passo 5: Que relação há entre o valor de  $r$  e as coordenadas do ponto C?

*Resposta do discente 3: Pude observar que se o  $r$  for negativo o ponto C se encontra fora do segmento AB. Caso o valor de  $r$  for positivo o ponto C é interno ao segmento AB. A partir do momento em que se altera o valor de  $r$  muda as coordenadas do ponto C, são alteradas também.*

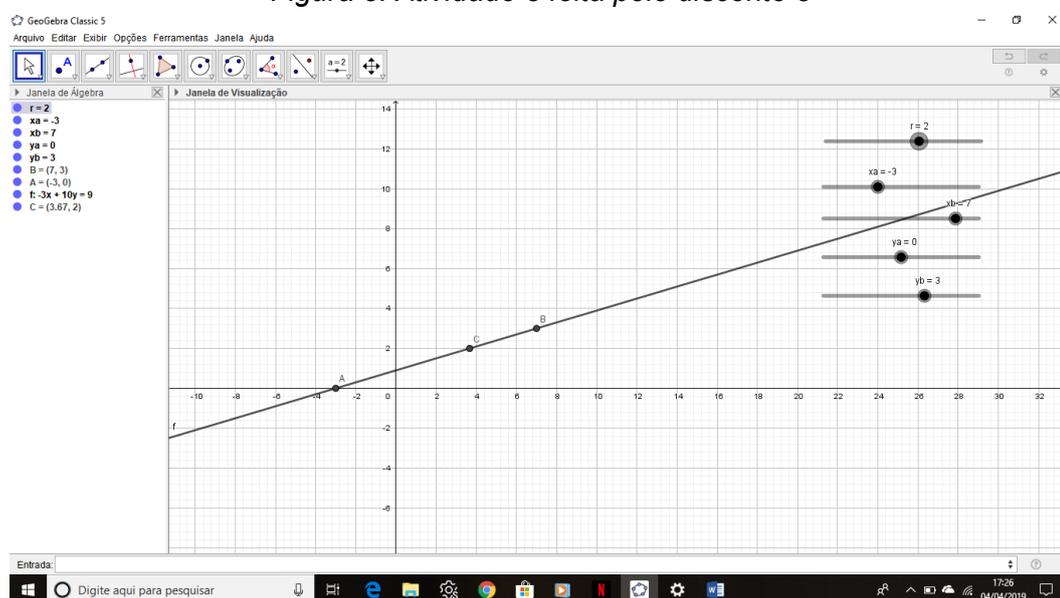
*Resposta do discente 5: conforme movemos  $r$  os valores do ponto  $c$  também mudam, porque o valor de  $r$  está incluso na fórmula do ponto  $c$ .*

Percebemos aqui que ambos os discentes conseguiram enxergar uma relação entre a razão  $r$  e o ponto C, mas o discente 3 especifica melhor essa afinidade,

observando que, se  $r$  for negativo, o ponto  $c$  é externo ao segmento  $AB$  e, se  $r$  for positivo, o ponto  $C$  será interno ao segmento  $AB$ .

A seguir temos a resolução da questão 3 por parte do discente 3.

*Figura 5: Atividade 3 feita pelo discente 3*



*Fonte: Dados do pesquisador (2019)*

#### **d) Atividade 4: Condição para alinhamento de três pontos.**

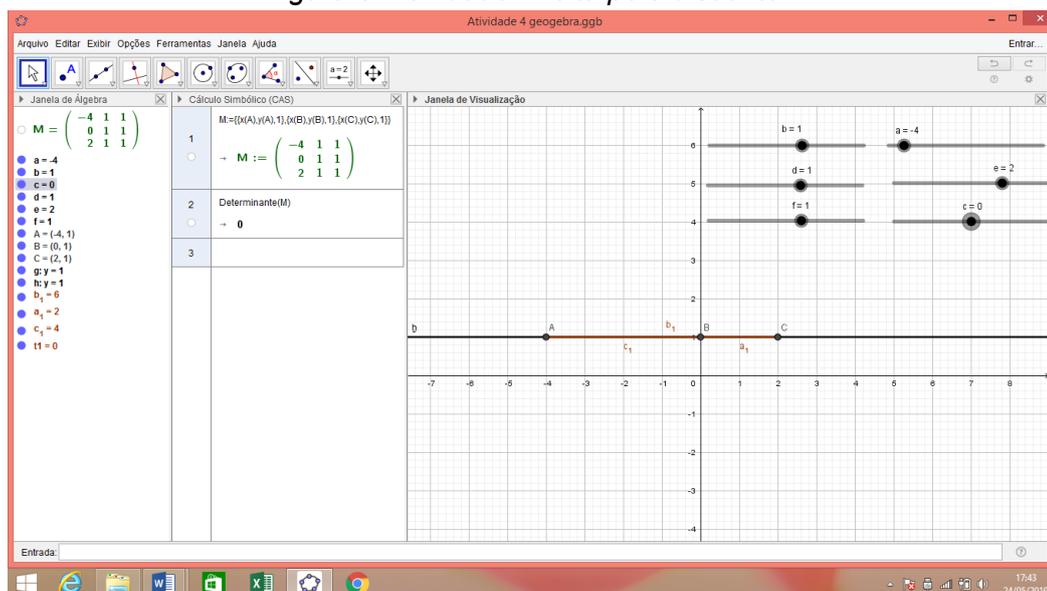
No último passo da questão 4, encontra-se a seguinte pergunta: Que relação há entre o valor do determinante da matriz  $M$  e a posição dos três pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$ ?

*Resposta do discente 7: quando  $b$ ,  $d$  e  $f$  estão no valor 1, os pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$  ficam alinhados, portanto, são colineares. Isso acontece porque o valor do determinante é 0, que é justamente a relação, pois somente quando o determinante é igual a zero, os pontos são colineares.*

*Resposta do discente 9: Quando os pontos do determinante são iguais a 0, os pontos são colineares, já quando os pontos são diferentes de 0, os pontos não são colineares.*

O discente 7 se expressou melhor em relação à pergunta, pois relatou com precisão o envolvimento do determinante da matriz ser igual a zero com a condição de alinhamento dos três pontos dados. O discente 9, apesar de ter compreendido tal relação, não se expressou matematicamente correto. Dando sequência, temos a resolução da atividade 4 por parte do discente 7.

Figura 6: Atividade 4 feita pelo discente 7



Fonte: Dados do pesquisador (2019)

Nessa atividade, os alunos tiveram que utilizar a janela CAS no GeoGebra. Apesar de ser um comando novo para muitos, a resolução da questão ficou coerente, assim como a imagem da figura 5.

#### e) Atividade 5: Equação geral da reta.

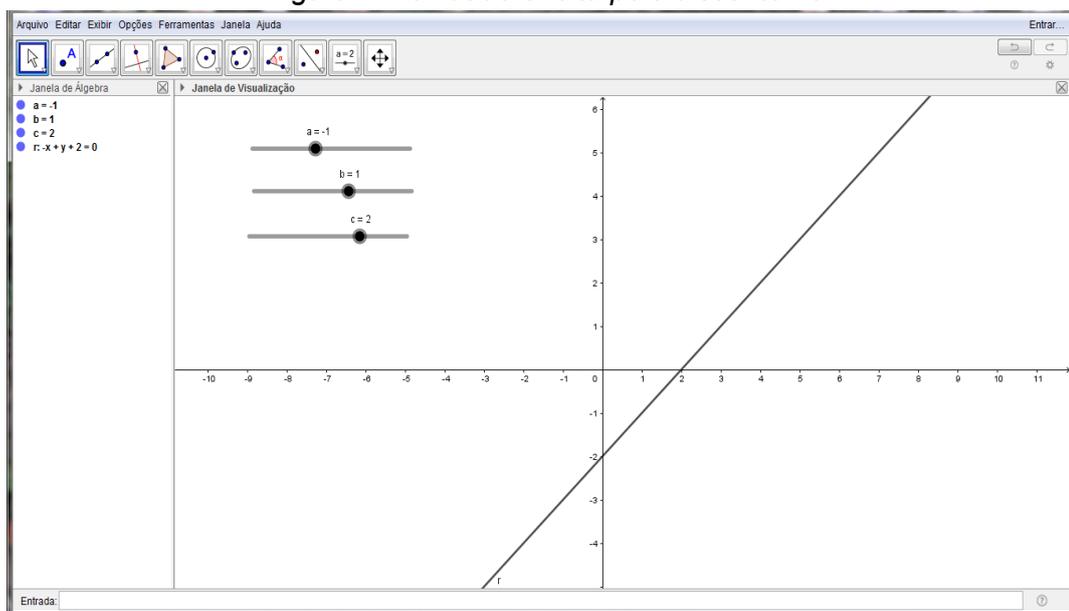
No passo 3 dessa atividade temos a seguinte pergunta: O que você observa em relação ao gráfico da reta  $r$  criada no passo 2?

*Resposta do discente 10: Ao movimentar os coeficientes  $b$  e  $a$  percebe-se que a inclinação da reta vai sendo modificada de acordo com os seus valores, já o coeficiente  $c$  determina uma mudança linear da reta em relação ao eixo  $y$ .*

*Resposta do discente 11: A reta fica na posição horizontal, vertical e inclinada conforme se movimenta os controles deslizantes.*

Ambos os discentes perceberam que, ao movimentar os controles deslizantes informados, a reta assume comportamentos distintos. No entanto, o aluno 11 apenas descreveu tais posições das retas. Já o aluno 10, especificou melhor o que estava acontecendo, mostrando o envolvimento dos coeficientes  $a$  e  $b$  com a inclinação da reta e do coeficiente  $c$  com a linearidade da reta. Podemos observar, a seguir, a resolução dessa atividade feita pelo discente 10.

Figura 7: Atividade 5 feita pelo discente 10



Fonte: Dados do pesquisador (2019)

A resolução dessa atividade foi bem simples, pois os comandos eram singelos e diretos. Assim sendo, todos os discentes não tiveram dificuldades para realizá-la.

#### f) Atividade 6: Equação geral da reta.

Apesar de o nome dessa atividade ser igual ao da atividade cinco, os comandos são distintos e foram abordados de forma diferente.

No passo 5 dessa atividade, temos: Posicione os controles deslizantes  $y_1$  e  $y_2$  em valores iguais. O que você observa em relação ao gráfico da reta  $r$ ? Agora posicione os controles deslizantes  $x_1$  e  $x_2$  em valores iguais. O que aconteceu com o gráfico da reta  $r$ ?

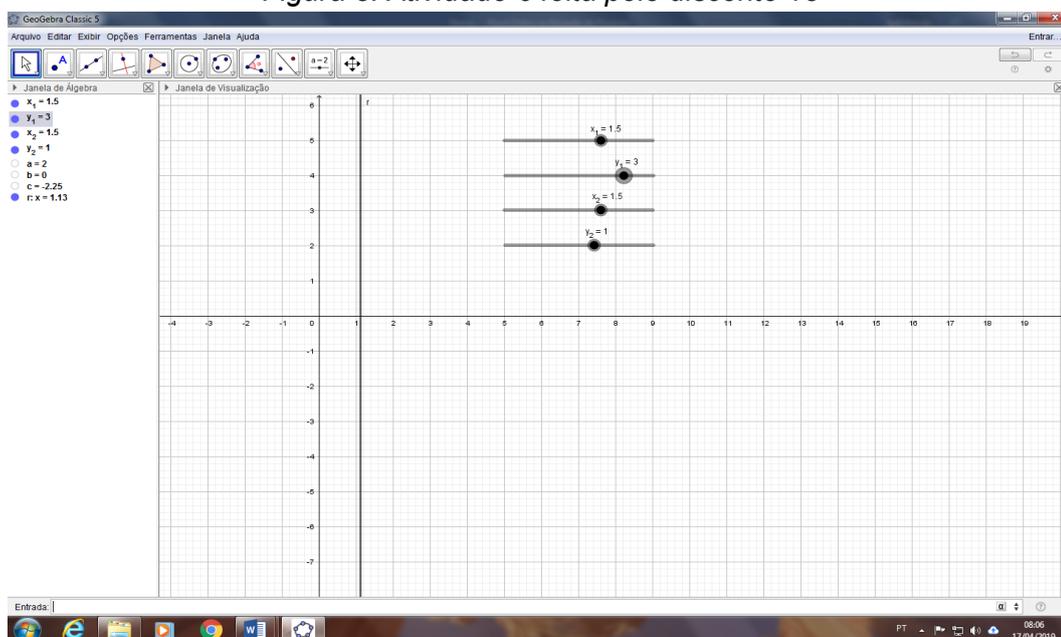
*Resposta do discente 8: quando posiciono  $y_1$  e  $y_2$  em valores iguais a reta fica paralela ao eixo  $x$  e corta o eixo  $y$  no valor em  $q$  os controles estão posicionados. Já quando posiciono  $x_1$  e  $x_2$  em valores iguais a reta fica paralela ao eixo  $y$  e corta o eixo  $x$  no valor dos controles.*

*Resposta do discente 13: O controle deslizante  $y_1$  e  $y_2$  posicionado em valores iguais a reta fica paralela ao eixo  $x$ . O controle deslizante  $x_1$  e  $x_2$  posicionados em valores iguais a reta fica paralela ao eixo  $y$ . Se todos os controles deslizantes ficarem em valores iguais a reta fica indefina (desaparecendo).*

Percebemos duas repostas corretas em relação às indagações. Contudo, o aluno 13 ressaltou que, se todos os controles deslizantes ficassem em valores iguais,

a reta fica indefinida. Isso se deve ao fato de os controles deslizantes expressarem as coordenadas de um ponto. Caso fiquem iguais, haverá apenas dois pontos idênticos, e diferentes haverá dois pontos distintos e, assim, passando uma reta pelos mesmos pontos. Vejamos na sequência a resolução dessa questão feita pelo aluno 13.

Figura 8: Atividade 6 feita pelo discente 13



Fonte: Dados do pesquisador (2019)

Na imagem acima, podemos ver que o aluno 13 posicionou os comandos  $x_1$  e  $x_2$  para valores iguais, fazendo com que a equação da reta ficasse perpendicular ao eixo das abscissas.

#### g) Atividade 7: equação geral da reta.

Essa atividade também tem o mesmo nome das atividades 5 e 6, porém apresenta comandos distintos no GeoGebra para realização dela.

Vejamos à pergunta presente no passo 5: Que relação você observa que há entre o que está sendo obtido como resposta no determinante e a equação da reta  $r$ ?

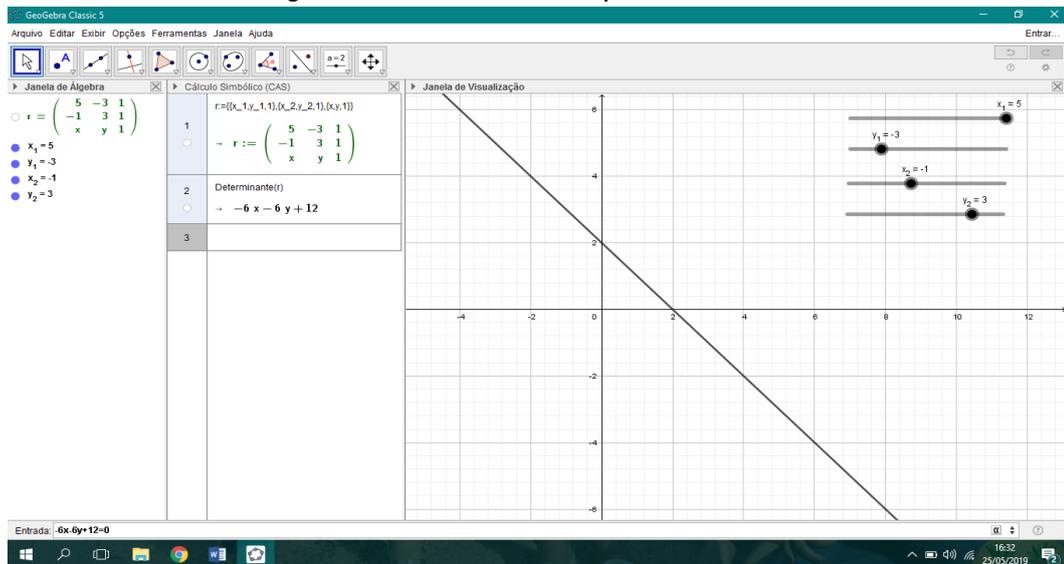
*Resposta do discente 16: O determinante forma uma equação, ou seja, quando colocá-lo igual a zero forma se a equação da reta  $r$  obtida:*

*Resposta do discente 18: Que o determinante é quem determina a equação da reta.*

Ambos os discentes perceberam a relação do determinante com a equação de uma reta, contudo, o discente 16 foi mais claro na explicação. Seria interessante que

ambos salientassem sobre o envolvimento do determinante com a condição de alinhamento de três pontos, visto que eles já haviam feito uma atividade parecida. De qualquer forma, identificaram a relação pretendida. Assim sendo, podemos ver a resolução dessa questão por parte do aluno 18.

Figura 9: Atividade 7 feita pelo discente 18



Fonte: Dados do pesquisador (2019)

Atividade foi feita de modo correto pelo discente 18, em que ele e os demais utilizaram a janela CAS novamente, mas sob uma nova vertente de perguntas.

#### h) Atividade 8: Posições relativas de duas retas.

Nessa atividade, temos três perguntas em passos distintos. Vejamos cada uma delas, seguida da resposta dada por dois discentes quaisquer.

A primeira pergunta está no passo 3: movimente os controles  $a_1$  e  $a_2$  para valores iguais. Faça o mesmo com  $b_1$  e  $b_2$ . Deixe os controles  $c_1$  e  $c_2$  em valores distintos. O que aconteceu com a posição entre as retas  $r$  e  $s$ ?

*Resposta do discente 19: As retas  $r$  e  $s$  estão paralelas.*

*Resposta do discente 20: As duas retas  $r$  e  $s$  ficarão paralelas sendo essa a relação dos coeficientes  $a_1$  e  $b_1$  e  $a_2$  e  $b_2$  pois a razão de  $a_1$  e  $a_2$  é igual a razão de  $b_1$  e  $b_2$  tornando assim as retas paralelas.*

Ambos os discentes acertaram, no entanto, o aluno 20 explica melhor o que realmente tornam as retas  $r$  e  $s$  paralelas.

A segunda pergunta está no passo 4: movimente os controles  $a_1$  e  $a_2$  para valores iguais. Faça o mesmo com  $b_1$  e  $b_2$  e também com  $c_1$  e  $c_2$ . O que aconteceu com a posição entre as retas  $r$  e  $s$ ?

*Resposta do discente 19: As retas  $r$  e  $s$  estão sobrepostas.*

*Resposta do discente 20: Igualando também os coeficientes de  $c_1$  e  $c_2$  vamos tornar as retas  $r$  e  $s$  paralelas e coincidentes.*

Observamos que os dois alunos acertaram novamente. Enxergaram que as retas  $r$  e  $s$  ficaram sobrepostas, ou seja, paralelas e coincidentes. Isso, devido ao fato de o coeficiente  $c$  de ambas serem iguais, juntamente com os coeficientes  $a$  e  $b$ .

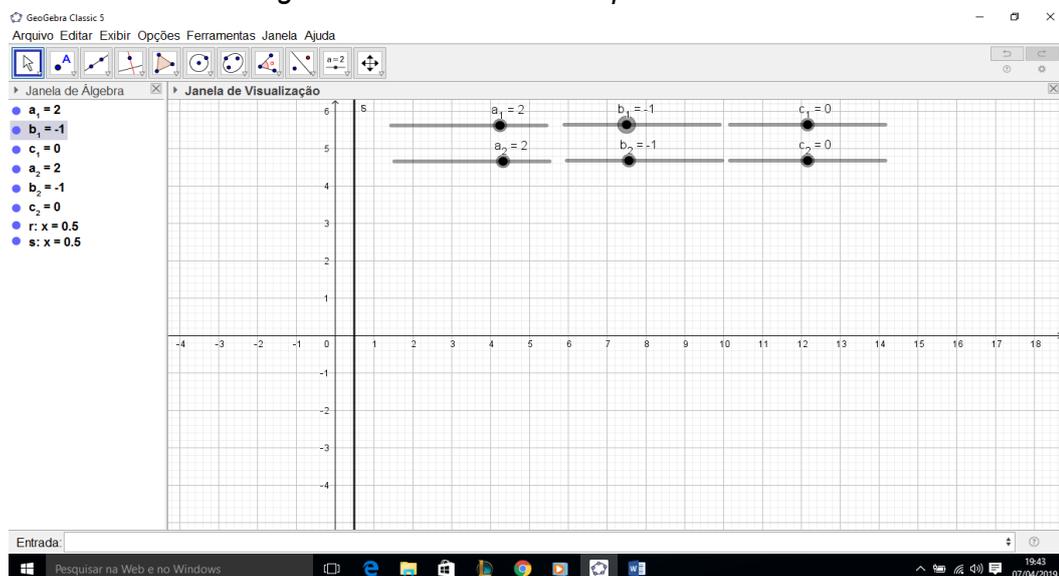
A terceira e última pergunta está no passo 5: agora deixe os controles deslizantes em valores distintos. O que aconteceu com a posição entre as retas  $r$  e  $s$ ? Há algo em comum entre as retas  $r$  e  $s$ ?

*Resposta do discente 19: As retas  $r$  e  $s$  estão paralelas; elas são iguais sempre na posição vertical.*

*Resposta do discente 20: As retas se tornarão concorrentes se encontrando em um único ponto no plano, os coeficientes interferem nas equações das retas mudando assim o ponto de intercessão.*

Percebemos que o aluno 20 respondeu corretamente à pergunta do passo 5, ao passo que o aluno 19 não. Isso se deve ao fato de que o discente 19 não posicionou corretamente os controles deslizantes para valores diferentes, ocasionando retas paralelas e coincidentes, conforme podemos ver na imagem a seguir.

*Figura 10: Atividade 8 feita pelo discente 19*



*Fonte: Dados do pesquisador (2019)*

### i) Atividade 9: feixe de retas concorrentes.

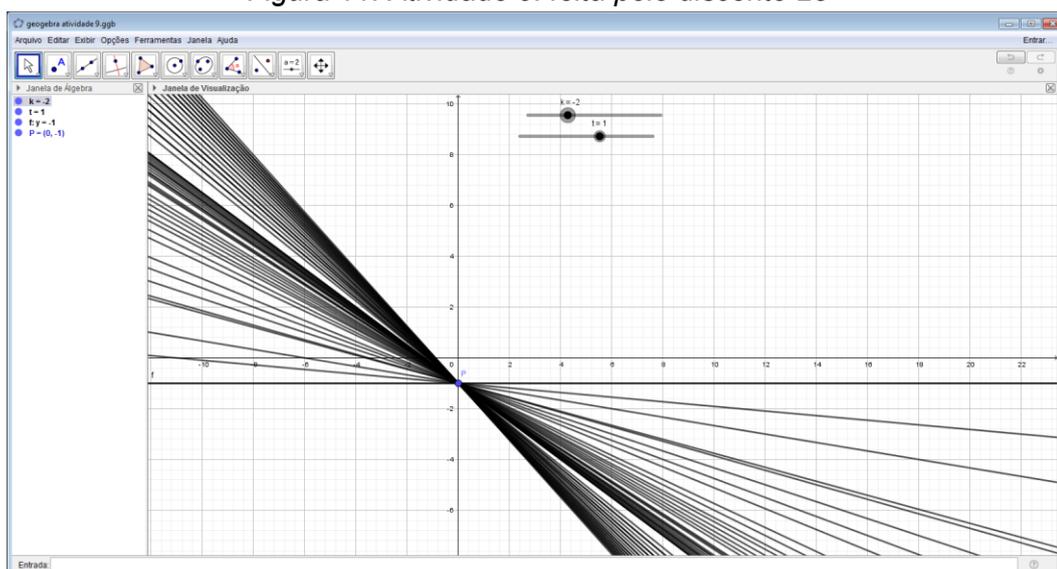
No passo 3 dessa atividade está presente a seguinte pergunta: O que você observa em relação as equações de retas formadas e seus respectivos gráficos? O que o ponto P tem em comum com essas equações de retas formadas?

*Resposta do discente 22: As retas giram sem se deslocarem do ponto P.*

*Resposta do discente 25: No gráfico abaixo, temos um exemplo de feixe de retas concorrentes, que são retas que possui apenas um ponto em comum, pois mesmo modificando os valores dos controles deslizantes  $k$  e  $t$ , elas se cruzam em um único ponto.*

O discente 22 relatou o que observou na imagem quando animou os valores de  $k$  e  $t$ . No entanto, ele não enfatizou o feixe de retas concorrentes na resposta, assim como fez o discente 25, e podemos visualizar na imagem a seguir.

Figura 11: Atividade 9: feita pelo discente 25



Fonte: Dados do pesquisador (2019)

### j) Atividade 10: feixe de retas paralelas.

Nessa atividade, trazemos a seguinte pergunta no passo 3: O que está acontecendo com o gráfico da reta  $r$  e com sua respectiva equação? Que relação há entre o coeficiente  $c$  e as posições das retas geradas?

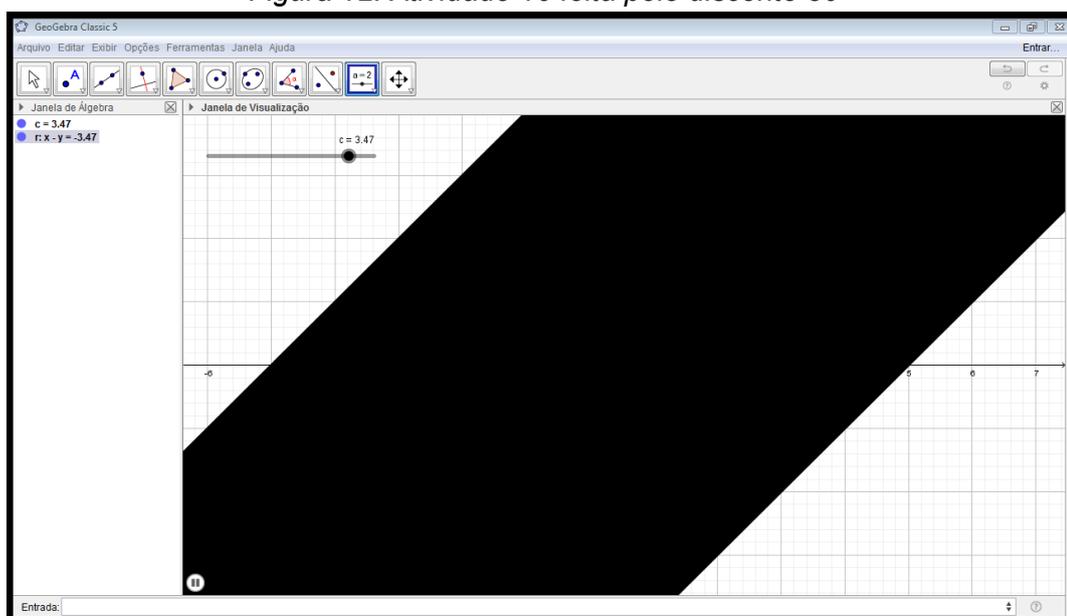
*Resposta do discente 26: A reta se move na vertical, fazendo com que todas as retas criadas pela animação sejam paralelas. Os valores de  $x$  e  $y$  não mudam, apenas o de  $c$  muda. O resultado da equação é o contrário do valor do coeficiente  $c$ . Se  $c$  for*

5, o resultado da equação será  $-5$ , sendo que o valor de  $c$  está sendo representado em cima do eixo  $y$  e o valor da equação em cima do eixo  $x$ .

*Resposta do discente 30: Para a direita os valores de  $x$  aumentam e os valores de  $y$  diminuem e para a esquerda os valores de  $x$  e  $y$  diminuem em relação ao ponto  $C$  e criam uma relação de dependência.*

Percebemos uma resposta mais clara e concisa por parte do discente 26 que enfatiza os valores de  $x$  e de  $y$  e, também, do coeficiente  $c$ . Já o aluno 30 se expressou de forma confusa em relação ao que foi perguntado. Nas imagens a seguir, percebemos que o discente 30 não executou um dos passos corretamente, ocasionando em uma imagem distinta do que realmente deveria ser. Vejamos a seguir essa comparação de imagens dos discentes 26 e 30.

*Figura 12: Atividade 10 feita pelo discente 30*

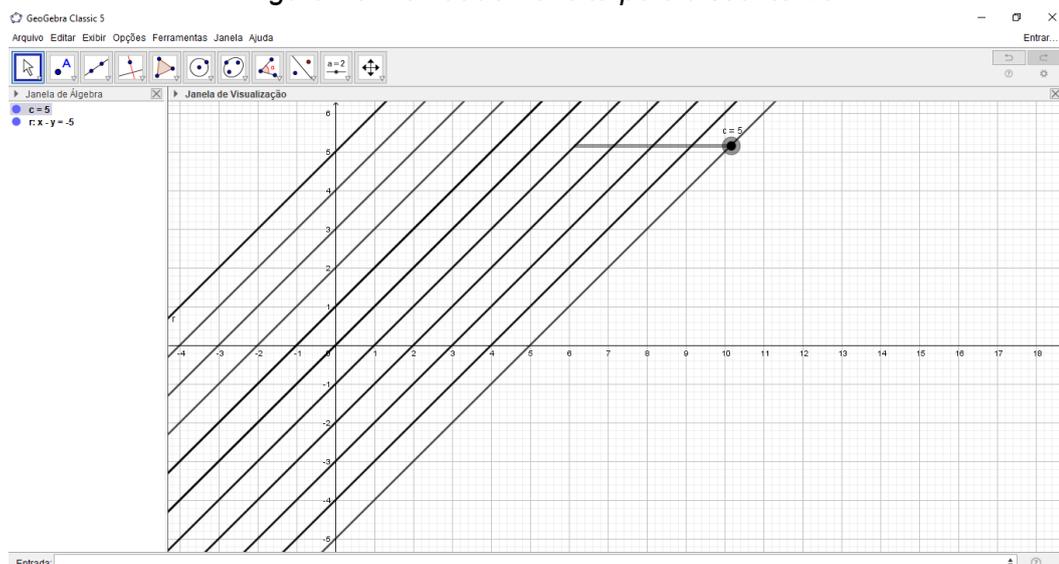


*Fonte: Dados do pesquisador (2019)*

Esse erro do discente 30 ocorreu pelo fato de o aluno não ter colocado o incremento igual a 1 no controle deslizante solicitado em algum dos passos. Assim sendo, a imagem gerou várias retas paralelas tão próximas que formaram praticamente uma figura geométrica destacada.

Observe que a imagem a seguir, feita pelo discente 26, está correta de acordo os comandos da questão.

Figura 13: Atividade 10 feita pelo discente 26



Fonte: Dados do pesquisador (2019)

É importante ressaltar que os discentes não tiveram acesso às imagens finais de cada questão do produto, presente no Capítulo 5. Os alunos tiveram acesso às demais informações, exceto as imagens de uma possível construção da questão. Assim, foi possível constatar os possíveis erros de cada discente na construção de determinada atividade.

Cada atividade foi pensada e formulada com o intuito de ajudar o discente a entender melhor os conceitos e particularidades de cada tópico abordado. Então, mesmo percebendo umas respostas fora do contexto de cada questão, é perceptível que essas questões iterativas no GeoGebra propiciaram uma melhora no entendimento do conteúdo abordado semanalmente.

No entanto, como esse produto, e consequentemente os conteúdos, foram submetidos ao modelo de sala de aula invertida durante uma unidade letiva, sentimos a necessidade de aplicar um questionário e, com os feedbacks dos discentes, analisar os prós e os contras no método de sala de aula invertida e no produto com questões no GeoGebra. A seguir temos a análise desse questionário.

## 4.2. ANÁLISE DAS RESPOSTAS DOS DISCENTE EM RELAÇÃO AO QUESTIONÁRIO

A aplicação do questionário deu-se logo após a aula do último conteúdo abordado e do envio das questões do produto do GeoGebra. O questionário é composto por seis questões pensadas, discutidas e feitas pelo pesquisador

juntamente com o orientador. Dos 40 discentes, 37 responderam ao questionário e 3 optaram por não participar.

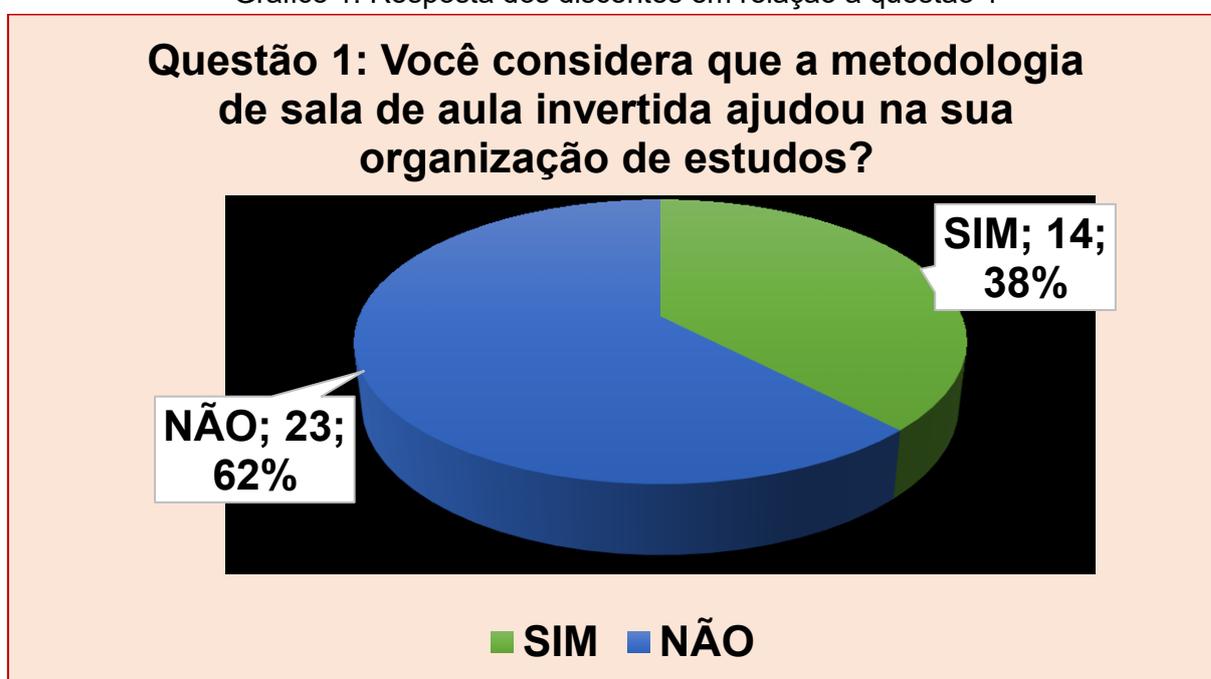
Traremos para cada questão uma resposta positiva e outra negativa diante do esperado para o modelo de sala de aula invertida e as questões no GeoGebra.

A primeira questão é objetiva e foi pensada a partir da crença de que a sala de aula invertida auxilia numa melhor organização nos estudos do aluno. Eis a pergunta.

**Questão 1: Você considera que a metodologia de sala de aula invertida ajudou na sua organização de estudos? ( ) sim ( ) não**

Após uma tabulação das respostas, certificamos que, dos 37 discentes, 14 responderam sim e 23 responderam não. Diante de tais respostas, ficamos surpresos, pois Bergmann e Sams (2018, p. 21) afirmam que a inversão cria condições para que os alunos pausem e rebobinem o professor, ou seja, cada aluno irá aprender no seu tempo, possibilitando assim uma melhor organização nos estudos. O gráfico a seguir mostra os resultados da questão 1.

Gráfico 1: Resposta dos discentes em relação à questão 1



Fonte: Dados do pesquisador (2019)

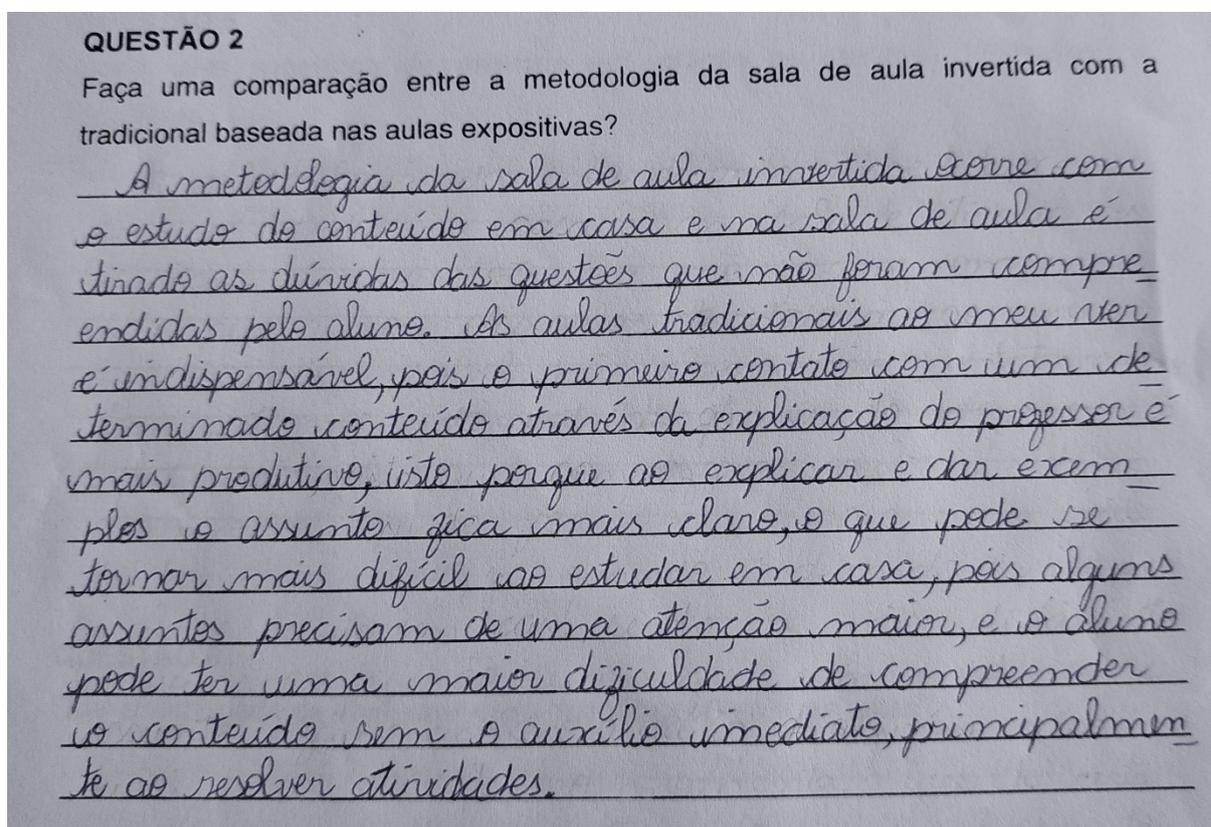
A questão dois foi proposta de forma que os discentes pudessem comparar o modelo tradicional de ensino com o modelo de sala de aula invertida. Traremos duas respostas distintas em relação à preferência de cada método.

**Questão 2: Faça uma comparação entre a metodologia da sala de aula invertida com tradicional baseada nas aulas expositivas?**

A primeira resposta a ser analisada é a do discente 33. O referido discente faz uma comparação entre as duas metodologias expostas na questão, dando detalhes a respeito do método tradicional bem como a sua preferência por ele. No entanto, não ficou exatamente claro como funciona a sala de aula invertida para tal discente, pois ele relatou que, na sala de aula, é somente tirada as dúvidas das questões. Isso é um equívoco, uma vez que a sala de aula invertida não tira a autonomia do professor em relação à explicação do conteúdo. O que ocorre na verdade é que o conteúdo será visto inicialmente em casa, via videoaulas, e, na sala de aula, serão tiradas todas as dúvidas dos alunos, tanto nas questões quanto no conteúdo.

A seguir veremos a imagem da resposta do discente 33.

*Figura 14: Resposta do discente 33 em relação à questão 2*



Fonte: Dados do pesquisador (2019)

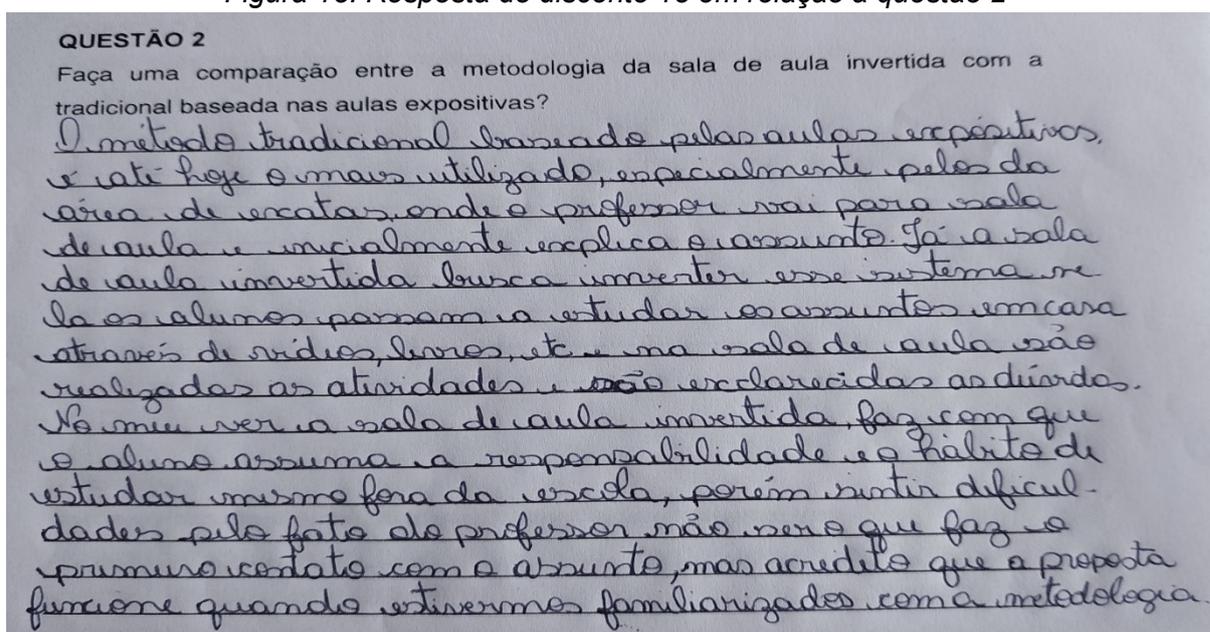
O discente 15 faz suas comparações entre os métodos, dando detalhes do tradicional que é baseado nas aulas expositivas e que também é o mais utilizado por professores da área de exatas. Ao falar da sala de aula invertida, o discente abordou corretamente sobre o funcionamento do método, enfatizou a importância de o aluno assumir a responsabilidade e o hábito de estudar mesmo fora da escola.

Sobre isso, Bergmann e Sams (2018, p. 12) afirmam que

No modelo de sala de aula invertida, o tempo é totalmente reestruturado. Os alunos ainda precisam fazer perguntas sobre o conteúdo que lhes foi transmitido pelo vídeo, as quais respondemos nos primeiros minutos da próxima aula. Dessa maneira, esclarecemos os equívocos antes que sejam cometidos e aplicados incorretamente. Usamos o resto do tempo para atividades práticas mais extensas e/ou para solução de problemas.

O referido discente também relata sua dificuldade ao se deparar com a sala de aula invertida, pelo fato de seu primeiro contato com o conteúdo não ser diretamente com o professor e sim com um vídeo. No entanto, acredita que o método funcione à medida que estiverem familiarizados com a metodologia. Tal apontamento é muito importante, tanto que Bergmann e Sams (2018, p. 11) fizeram uso de certo tempo, no começo do ano letivo, ensinando os alunos usarem o vídeo de maneira eficaz e, também, como elaborar as questões das dúvidas, proporcionando um melhor funcionamento da sala de aula invertida. Vejamos a resposta do discente 15.

Figura 15: Resposta do discente 15 em relação à questão 2



Fonte: Dados do pesquisador (2019)

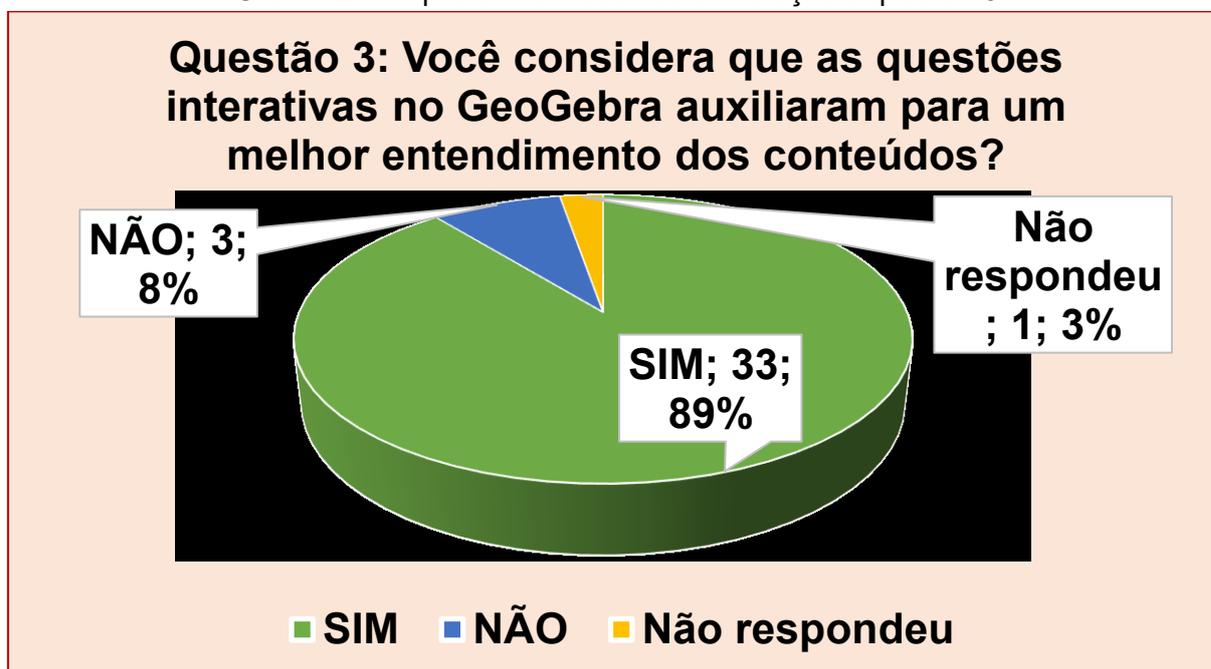
Na busca por avaliar as questões interativas no GeoGebra bem como a eficácia delas em relação à melhoria do entendimento dos conteúdos, surgiu a necessidade de aplicar a questão 3, questão 4 e questão 5.

**Questão 3: Você considera que as questões interativas no GeoGebra auxiliaram para um melhor entendimento dos conteúdos? ( ) sim ( ) não**

Realizada a tabulação das respostas, notamos que 33 discentes responderam sim, 3 responderam não, e um discente optou por não responder. Diante de tal resultado, é realmente gratificante saber que cerca de 90% dos envolvidos na pesquisa se sentiram mais auxiliados na aprendizagem do conteúdo com as questões interativas no GeoGebra. Nesse contexto, concordamos com Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015, p. 50) quando afirmam que as tecnologias digitais modificam o ambiente no qual estão inseridos, transformando e criando outras relações entre os envolvidos no processo de aprendizagem: professor, estudantes e conteúdos.

A seguir temos o gráfico das repostas em relação à questão 3.

Gráfico 2: Resposta dos discentes em relação à questão 3

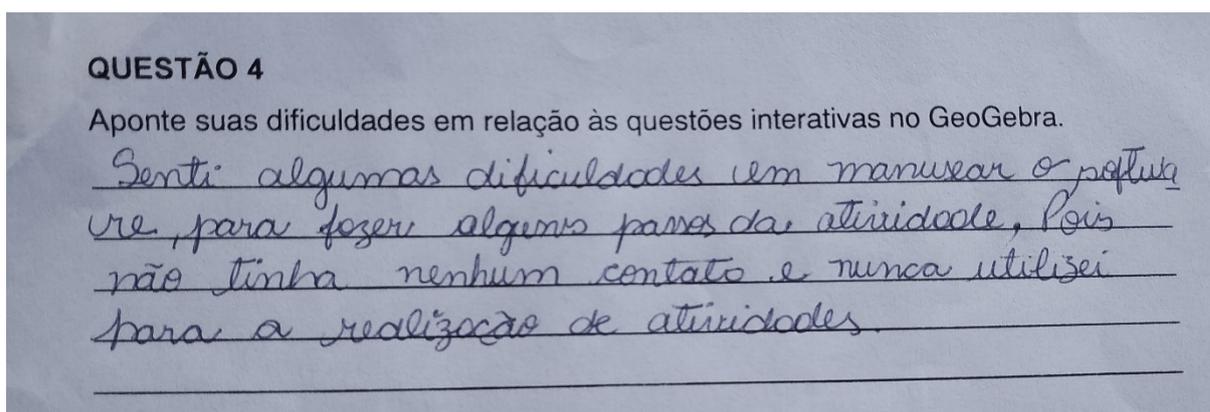


Fonte: Dados do pesquisador (2019)

**Questão 4: Aponte suas dificuldades em relação às questões interativas no GeoGebra.**

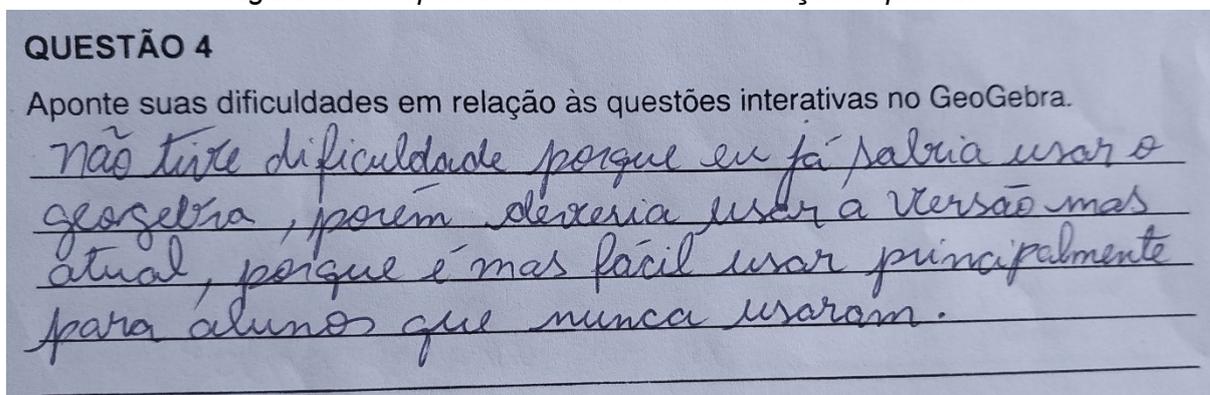
Para a análise dessa questão, separamos duas respostas; uma de um discente que apresentou dificuldade e uma de um discente que não apresentou. Como podemos observar, respectivamente, nas figuras 16 e 17.

*Figura 16: Resposta do discente 3 em relação à questão 4*



*Fonte: Dados do pesquisador (2019)*

*Figura 17: Resposta do discente 17 em relação à questão 4*



*Fonte: Dados do pesquisador (2019)*

Entendemos que o discente 3 apresentou dificuldades com o GeoGebra pelo fato de ser o primeiro contato com o software, pois, realmente, demanda tempo para se familiarizar. No entanto, fica registrada a necessidade de apresentar melhor as ferramentas do software e o uso de cada uma delas, não só com imagens, mas com vídeos também. Além disso, aceitamos a resposta do discente 17 – que não sentiu dificuldades, pois já sabia fazer uso do programa – como uma crítica construtiva, já

que o referido discente sugeriu a mais nova versão do software (Versão 6), insinuando ser mais maleável, uma vez que as atividades foram feitas na versão 5.

**Questão 5: Quais suas sugestões de melhoria em relação às questões interativas no GeoGebra?**

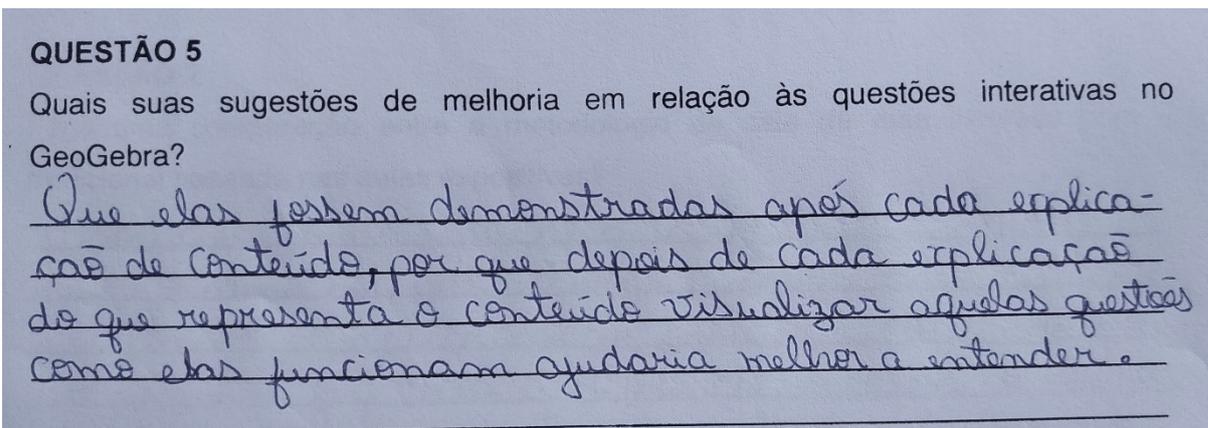
Foram observados vários tipos de sugestões e escolhemos duas mais relevantes. Houve também muitas respostas em branco e algumas sem sugestões. Uma das sugestões escolhidas foi a do discente 21, que sugeriu demonstrações das questões interativas após cada conteúdo abordado. Bem interessante essa proposta do discente 21 e serve para melhorar ainda mais o método. Contudo, é importante ressaltar que foram feitos vídeos explicativos de cada questão, relacionando com cada conteúdo trabalhado.

Outra sugestão interessante foi a do discente 17. Ele sugeriu que fosse ofertado mais tempo para que os alunos tivessem como se familiarizar com o software, bem como deixar mais claro para o aluno o porquê do uso do GeoGebra. A mais interessante foi a de usar o GeoGebra na avaliação final da unidade e não como avaliação parcial, como foi utilizado. Muito relevante essas sugestões, pois é assim que professores e alunos crescem juntos em busca de um melhor método de aprender determinado conteúdo. Assim sendo, concordamos com Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015, p. 141) ao afirmarem que

Utilizando a tecnologia, o docente pode ganhar tempo para se dedicar a melhorar suas estratégias de ensino e se relacionar com seus alunos. Essas ferramentas possibilitam a personalização da aprendizagem e fornecem estímulos que impulsionam os estudantes em suas descobertas.

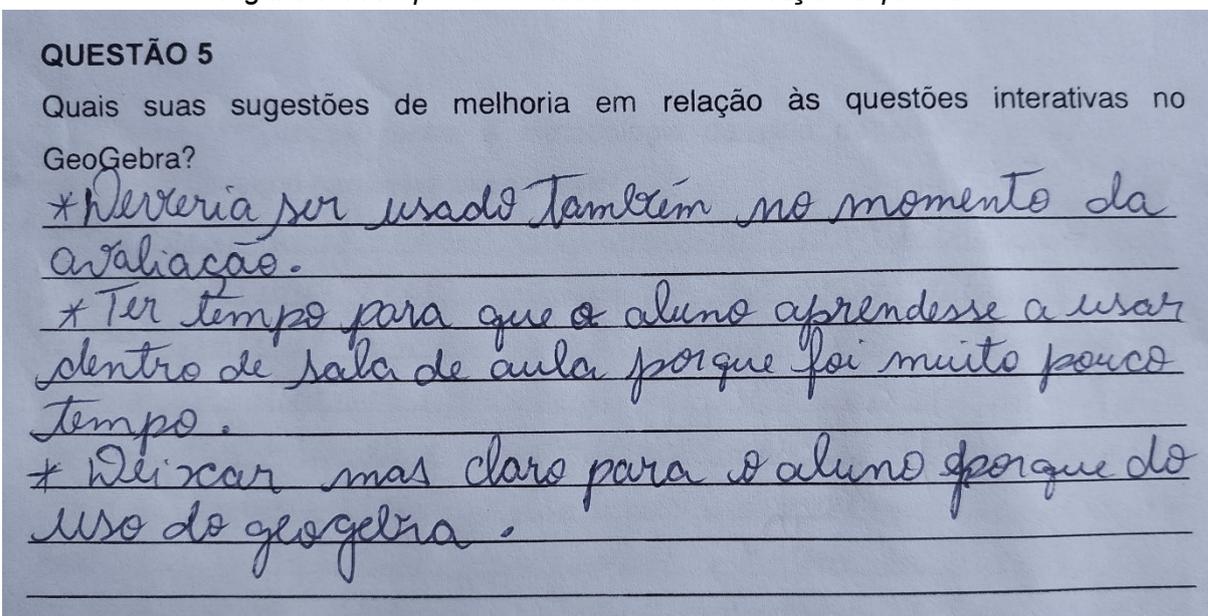
Dessa forma, o uso do GeoGebra provocou nos estudantes algo a mais além de uma simples leitura ou de uma videoaula de determinado conteúdo. Nas figuras 18 e 19 estão, respectivamente, as respostas dos discentes 21 e 17.

Figura 18: Resposta do discente 21 em relação à questão 5



Fonte: Dados do pesquisador (2019)

Figura 19: Resposta do discente 17 em relação à questão 5



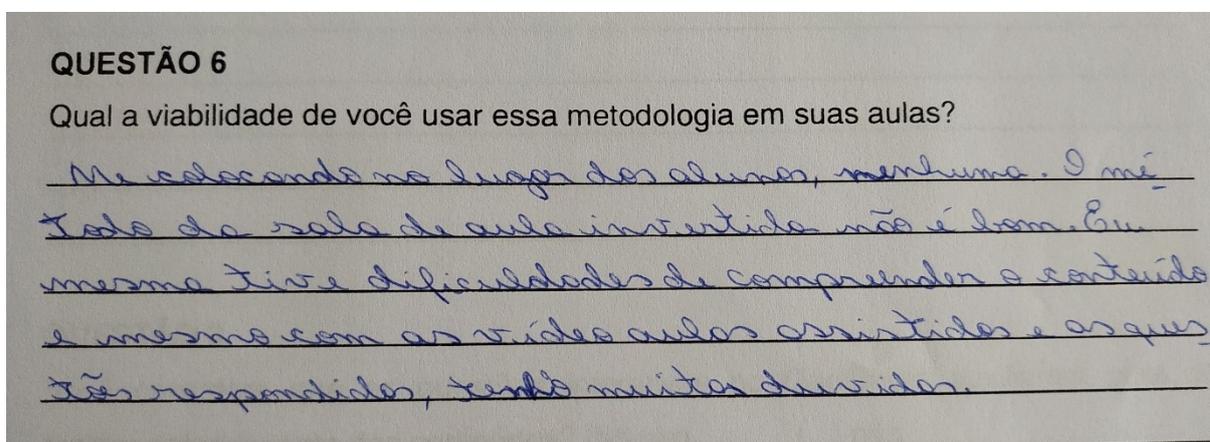
Fonte: Dados do pesquisador (2019)

Vejamos a seguir à análise da última questão, que foi pensada de modo a observar quantos discentes reapplicariam essa metodologia de sala de aula invertida juntamente com o GeoGebra.

**Questão 6: Qual a viabilidade de você usar essa metodologia em suas aulas?**

Separamos duas respostas relevantes, uma de um discente que aplicaria o método e outro que não utilizaria. Em relação ao discente 26 (resposta na figura 20), que afirmou não ter chance de progredir com essa proposta em suas aulas e disse ainda ter dúvidas do assunto abordado, observamos que todo método tem falhas, afinal, é uma obra humana. Também vale ressaltar que esse é o primeiro contato dos alunos com essa metodologia e, por isso, há uma série de provocações, positivas e negativas. Certamente, com o tempo, o referido discente poderá se familiarizar mais com o método e, quem sabe, aplicá-lo posteriormente.

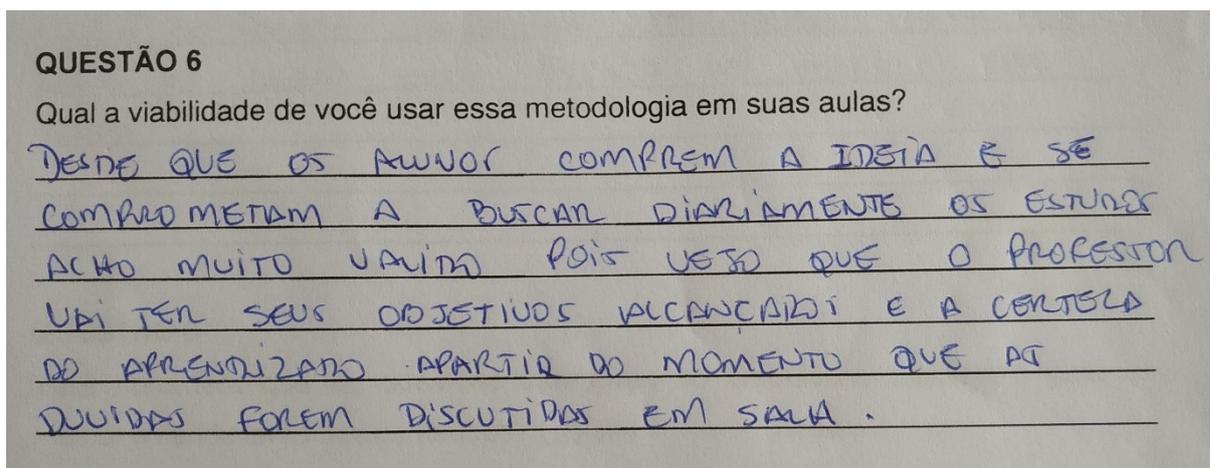
Figura 20: Resposta do discente 26 em relação à questão 6



Fonte: Dados do pesquisador (2019)

Em contrapartida, o discente 20 (resposta na figura 21) aplicaria o método desde que os alunos abraçassem a causa. Dessa forma, afirma que o professor teria os objetivos alcançados, pois estaria tirando as dúvidas dos alunos na sala de aula. Muito pertinente esse posicionamento, mas devemos lembrar que, seja qual for o método, é importante que os envolvidos estejam de comum acordo e sigam toda a metodologia. A sala de aula invertida também necessita desse engajamento dos estudantes e, por isso, concordamos com Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015, p. 142) ao afirmarem que, com o uso da tecnologia e a sala de aula invertida, o conhecimento é construído democraticamente e o professor pode potencializar suas aulas, alcançando os alunos de forma diferenciada, possibilitando atender melhor às dificuldades de cada discente.

Figura 21: Resposta do discente 20 em relação à questão 6



Fonte: Dados do pesquisador (2019)

Encerramos aqui a análise dos dados. Em geral, foi bastante proveitoso o feedback dos discentes, pois observamos aspectos bons e ruins, num todo, e isso faz com que o método cresça ainda mais. Afinal, é através dos erros que conseguimos evoluir em determinada empreitada. Aqui não seria diferente.

No capítulo seguinte estão presentes as questões interativas no GeoGebra – O produto.

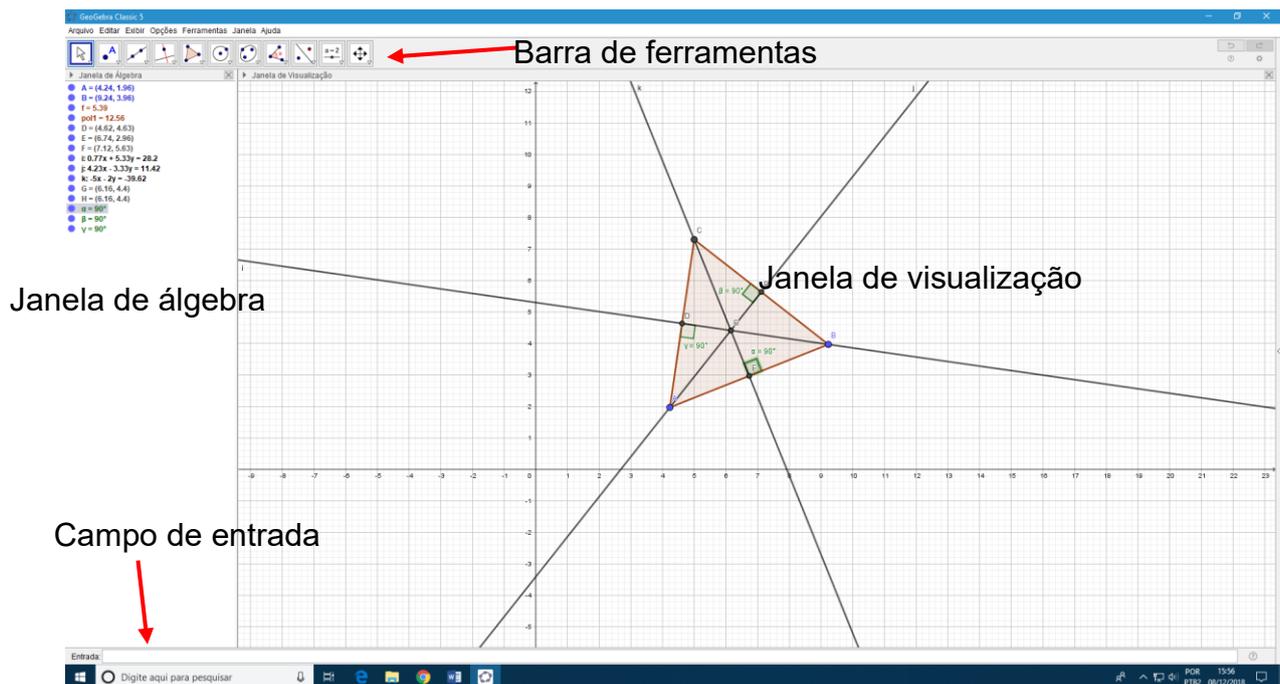
## 5. O PRODUTO: TÓPICOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA PLANA COM O GEOGEBRA

Neste capítulo apresentaremos o produto com as questões interativas no GeoGebra. Inicialmente é apresentado o programa com suas ferramentas, características e funcionalidades de algumas das ferramentas a serem utilizadas nas atividades e, logo após, surgem as questões propostas pelo pesquisador.

### 5.1. COMPONENTES DO GEOGEBRA

Basicamente o programa apresenta 4 (quatro) itens principais, são eles: barra de ferramentas, campo de entrada, janela de álgebra e janela de visualização. Observe cada item na figura 22.

Figura 22: Construção feita no GeoGebra Clássico 5

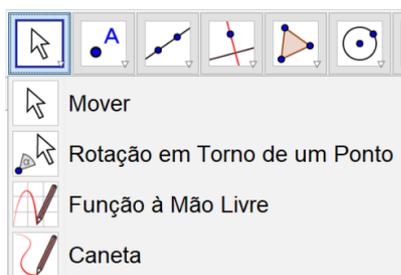


Fonte: elaborado pelo pesquisador (2019).

Vejamos uma breve descrição de alguns itens no GeoGebra Clássico 5.

### 5.1.1. Barra de Ferramentas

Figura 23: Janela 1 no GeoGebra Clássico 5



Fonte: GeoGebra Clássico 5 (2019).

Utilizaremos com maior frequência a ferramenta “Mover” . Ela serve para mover figuras, pontos, funções entre outros objetos.

Figura 24: Janela 2 no GeoGebra Clássico 5

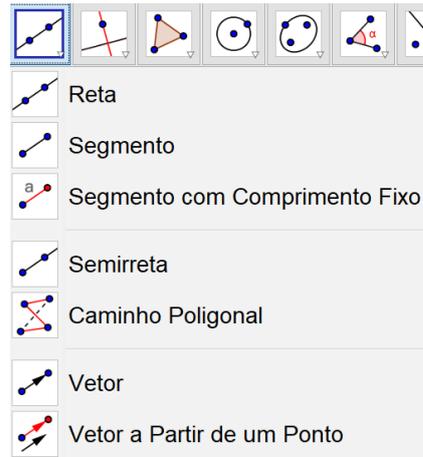


Fonte: GeoGebra Clássico 5 (2019).

Da Janela 2, basicamente precisaremos das ferramentas Ponto, Interseção de Dois Objetos e Ponto médio.

Dando sequência, na Janela 3 faremos uso das ferramentas Reta, Segmento e Semirreta. Vide figura 25.

Figura 25: Janela 3 no GeoGebra Clássico 5



Fonte: GeoGebra Clássico 5 (2019).

Na Janela 4, podemos destacar as ferramentas Reta Perpendicular, Reta Paralela, Mediatriz, Bissetriz e Reta Tangente. Vide figura 26.

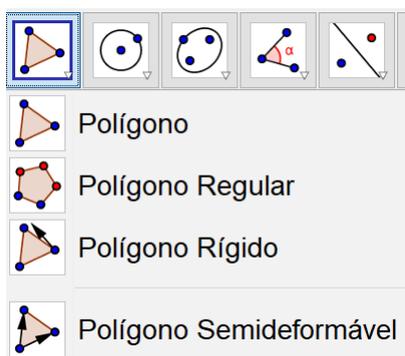
Figura 26: Janela 4 no GeoGebra Clássico 5



Fonte: GeoGebra Clássico 5 (2019)

Na figura 27, podemos visualizar a Janela 5 com as ferramentas Polígono, Polígono Regular, Polígono Rígido e Polígono Semideformável.

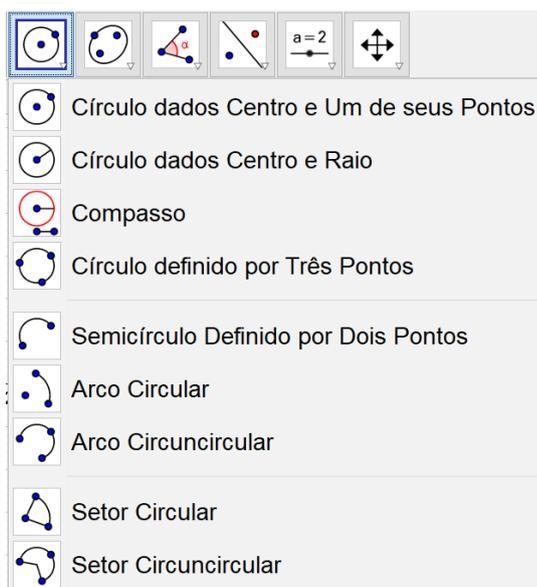
Figura 27: Janela 5 no GeoGebra Clássico 5



Fonte: GeoGebra Clássico 5 (2019)

Na figura 28, identificamos a Janela 6 e cujas ferramentas podemos destacar, Círculo dados Centro e Raio e a ferramenta Compasso.

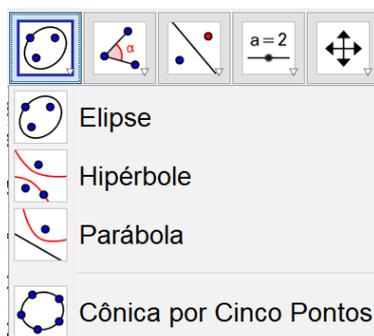
Figura 28: Janela 6 no GeoGebra Clássico 5



Fonte: GeoGebra Clássico 5 (2019)

Na Janela 7, presente na figura 29, temos as ferramentas referentes às cônicas, a saber, Elipse, Hipérbole e Parábola, além de ter a ferramenta Cônica definida por cinco pontos.

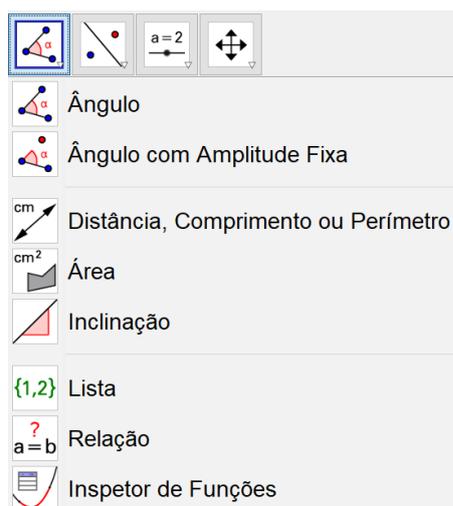
Figura 29: Janela 7 no GeoGebra Clássico 5



Fonte: GeoGebra Clássico 5 (2019)

Na figura 30, podemos visualizar a Janela 8 cujas ferramentas de destaque são Ângulo, Distância, Área e Inclinação.

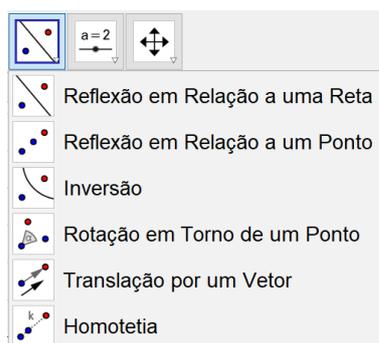
Figura 30: Janela 8 no GeoGebra Clássico 5



Fonte: GeoGebra Clássico 5 (2019)

Da Janela 9, na figura 31, destacamos a ferramenta Reflexão em Relação a uma Reta.

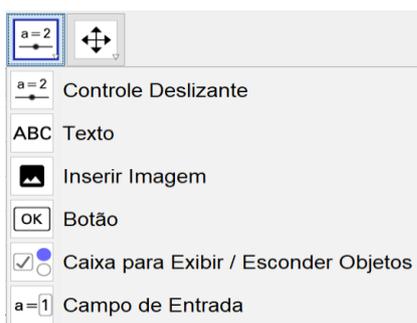
Figura 31: Janela 9 no GeoGebra Clássico 5



Fonte: GeoGebra Clássico 5 (2019)

Da figura 32, em que está presente a Janela 10, podemos destacar a ferramenta Controle Deslizante.

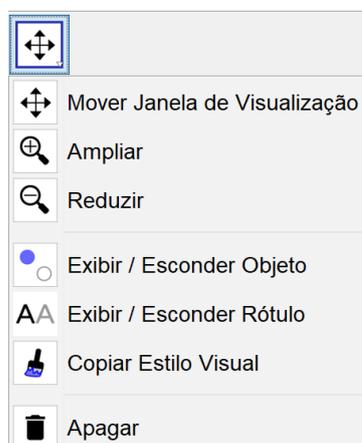
Figura 32 Janela 10 no GeoGebra Clássico 5



Fonte: GeoGebra Clássico 5 (2019)

E por fim, a última janela da barra de ferramentas, a Janela 11. Na qual podemos destacar a ferramenta Mover Janela de Visualização. Vide figura 33.

Figura 33: Janela 11 no GeoGebra Clássico 5



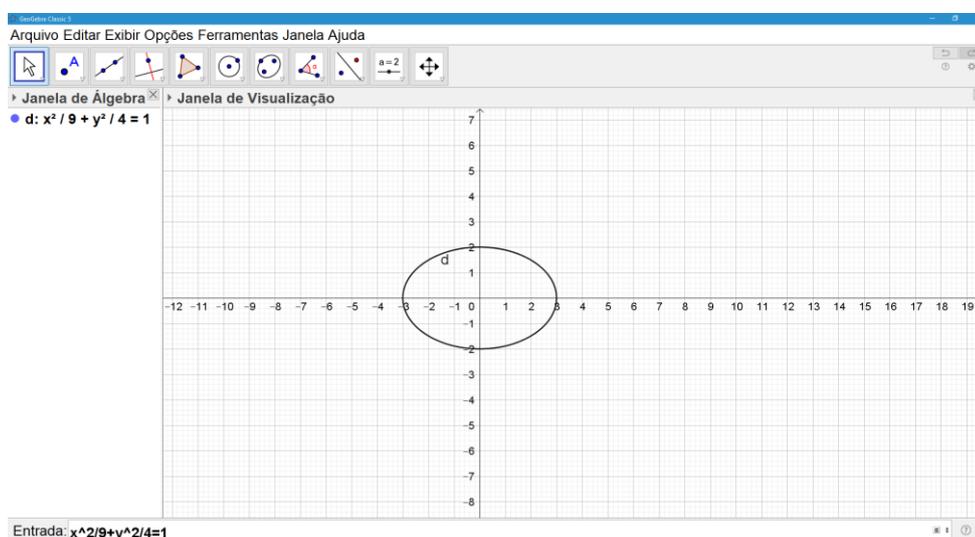
Fonte: GeoGebra Clássico 5 (2019)

A partir de agora vamos conhecer melhor o Campo de Entrada.

### 5.1.2. Campo de Entrada

A ferramenta Campo de Entrada é muito importante para se trabalhar com álgebra, por exemplo, equações, funções e integrais. Como exemplo, vamos inserir no Campo de Entrada o seguinte comando: “ $x^2/9+y^2/4=1$ ”, teremos como imagem na Janela de Visualização o gráfico da Elipse  $E: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ , conforme na figura 34.

Figura 34: Equação da elipse  $E: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  no GeoGebra Clássico 5

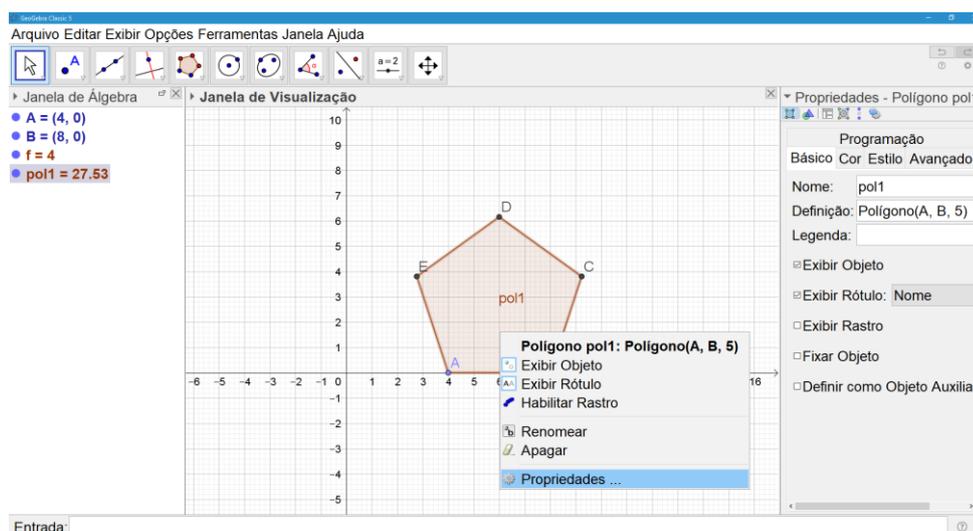


Fonte: elaborado pelo pesquisador (2019)

### 5.1.3. Janela de Visualização

Nesse item, é possível visualizar gráficos, objetos, polígonos entre outros, com o auxílio do Campo de Entrada ou da Barra de Ferramentas. É possível também fazer alterações as construções já inseridas, adaptando cor, espessura, entre outras. Para isso, basta clicar com o botão auxiliar do mouse e clicar em propriedades, como mostra na figura 35.

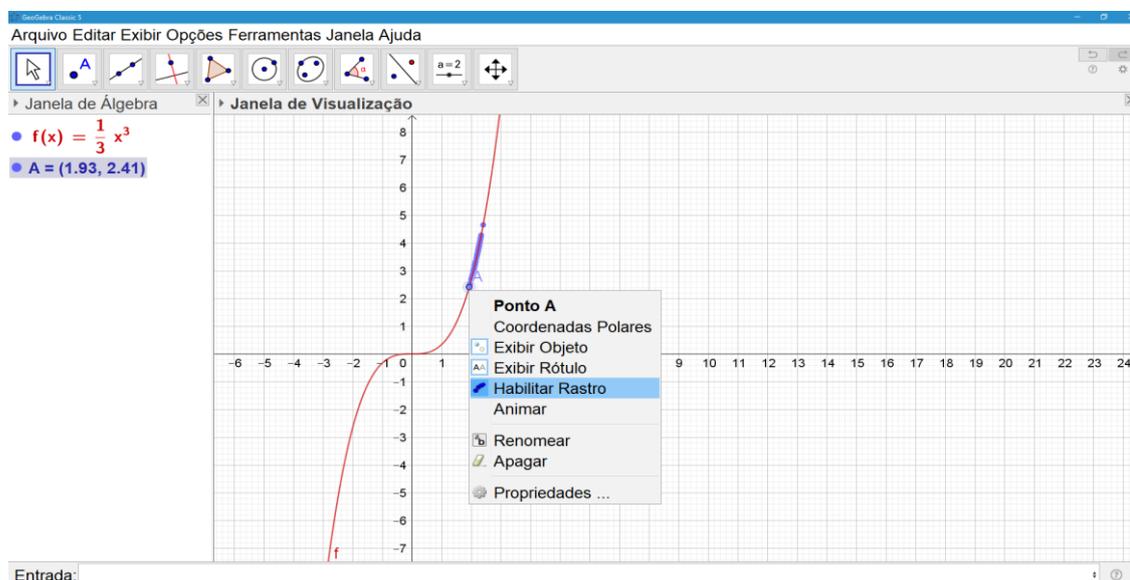
Figura 35: Exemplo de uso da ferramenta Propriedades no GeoGebra Clássico 5



Fonte: elaborado pelo pesquisador (2019)

Há também a ferramenta Habilitar  Rastro, a qual é bastante utilizada nas construções de lugares geométricos, como ilustra na figura 36.

Figura 36: Exemplo de uso da ferramenta habilitar Rastro no GeoGebra Clássico 5



Fonte: elaborado pelo pesquisador (2019)

Cientes da apresentação e conhecimento de algumas das principais ferramentas do GeoGebra Clássico 5, vejamos no próximo tópico o uso de tais ferramentas para dinamizar o ensino de Geometria Analítica. Utilizaremos os conceitos dos conteúdos e como aplicar os mesmos no software GeoGebra.

## 5.2. ATIVIDADES COM O USO DO GEOGEBRA

A partir desse momento iniciaremos uma certa quantidade de atividades com o uso do GeoGebra. Serão abordados conceitos, definições e aplicações no software. As atividades serão elaboradas pelo autor.

**Primeiro passo:** veja as videoaulas referente a ponto no plano cartesiano e leia as páginas 1 a 5 do capítulo 1 do livro Fundamentos de Matemática Elementar, volume 7, 5ª edição. Feito isso, faça a atividade a seguir.

**Atividade 1:** plotar um ponto  $P = (a, b)$  no GeoGebra

O objetivo dessa atividade é observar as coordenadas de  $P$  e o quadrante ao qual  $P$  pertence à medida que movimentamos os controles deslizantes.

*Passo 1:* utilizando o ícone “Controle deslizante” crie dois controles deslizantes, sendo o primeiro com o nome “a” e o segundo com o nome “b”.

*Passo 2:* vá na ferramenta “campo de entrada” crie o ponto  $P = (a, b)$ , ponto de coordenadas  $a$  e  $b$ . O que você entende sobre coordenadas de um ponto?

*Passo 3:* movimente com o ícone “Mover”  os controles deslizantes **a** e **b** do passo 1. O que está acontecendo com o ponto  $P$ ?

*Passo 4:* crie o ponto  $O = (0, 0)$ , origem do sistema de coordenadas cartesianas, utilizando a ferramenta “Campo de entrada”.

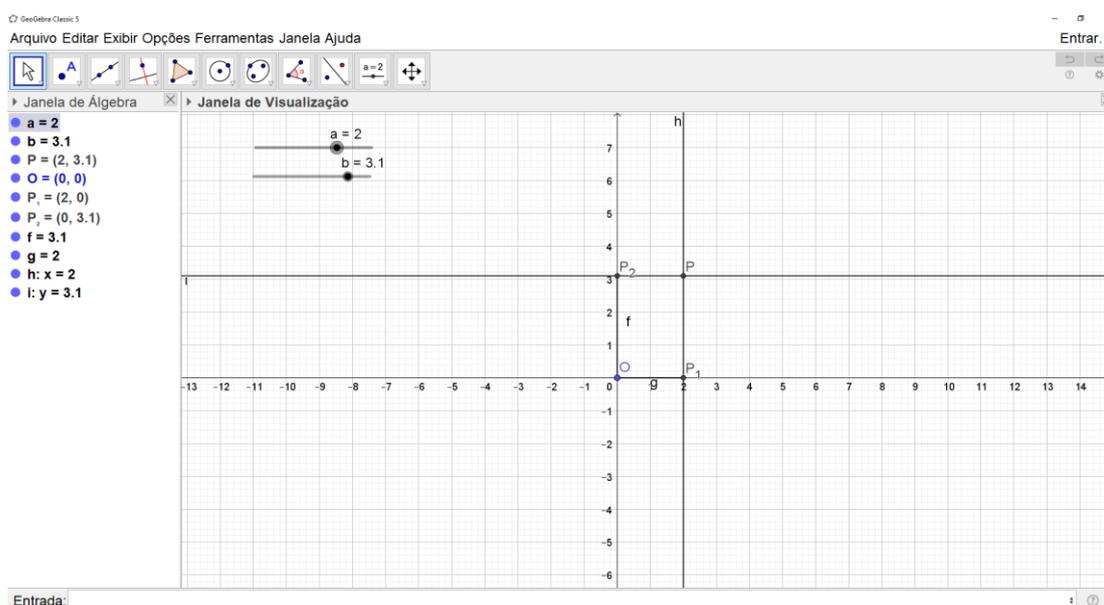
*Passo 5:* vá na ferramenta “Campo de entrada” e crie os pontos  $P_1 = (a, 0)$  digite assim:  $P_1=(a, 0)$  e  $P_2 = (0, b)$  digite assim:  $P_2=(0, b)$ . Que pontos são esses?

*Passo 6:* utilize a ferramenta “Segmento”  clique no ponto  $O$  e depois no ponto  $P_1$  depois clique no ponto  $O$  e em seguida no ponto  $P_2$  para criar os segmentos de reta  $\overline{OP_1}$  e  $\overline{OP_2}$ .

*Passo 7:* Agora crie as retas que passam por  $P$  e são perpendiculares aos eixos do  $Ox$  e  $Oy$ . Utilize o ícone “Reta perpendicular”  clique nos pontos  $P$  e depois  $P_1$  em seguida clique em  $P$  e depois em  $P_2$ .

*Passo 8:* movimente com o ícone “Mover”  os controles deslizantes **a** e **b** e veja o que acontece com os pontos  $P_1$  e  $P_2$ , com os segmentos  $\overline{OP_1}$  e  $\overline{OP_2}$  e com as retas criadas no passo 7.

Figura 37: Exemplo da construção da atividade 1



Fonte: elaborado pelo pesquisador (2019)

**Primeiro passo:** veja as videoaulas referente à distância entre dois pontos no plano cartesiano e leia as páginas 6 a 7 do capítulo 1 do livro Fundamentos de Matemática Elementar, volume 7, 5ª edição. Feito isso, faça a atividade a seguir.

### **Atividade 2:** Distância entre dois pontos

O objetivo dessa atividade é observar a distância entre dois pontos no plano cartesiano e a relação dela com o Teorema de Pitágoras.

**Passo 1:** utilizando o ícone “Controle deslizante”  crie quatro controles deslizantes, sendo o primeiro com o nome “a”, o segundo com o nome “b”, o terceiro “c” e o quarto “d”.

**Passo 2:** no campo de entrada plote os seguintes pontos:  $A = (a, b)$ ,  $B = (c, b)$  e  $C = (c, d)$ .

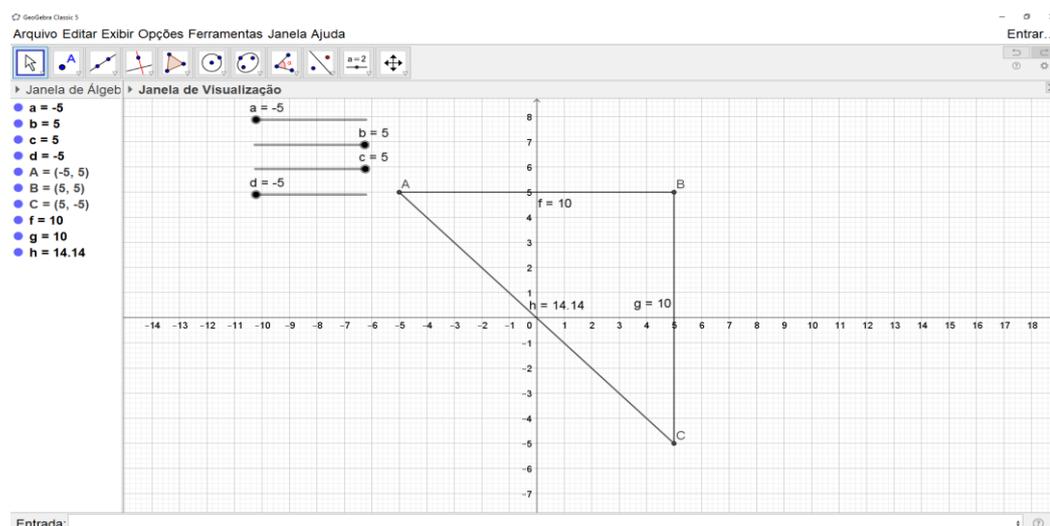
**Passo 3:** deixe os controles deslizantes nas seguintes posições:  $a = 1$ ,  $b = 1$ ,  $c = 5$  e  $d = 4$ .

**Passo 4:** utilize a ferramenta “Segmento”  para criar os segmentos  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  e  $\overline{BC}$ . O que você observou ao criar esses segmentos?

**Passo 5:** vá no ícone “Distância, Comprimento ou Perímetro”  e clique nos segmentos criados no passo 4. Que relação existe na distância entre os pontos A e B, B e C, e, A e C?

**Passo 6:** movimente os controles deslizantes e veja o que acontece.

Figura 38: Possível construção da atividade 2



Fonte: elaborado pelo pesquisador (2019)

**Primeiro passo:** veja as videoaulas referente à distância entre dois pontos no plano cartesiano e leia as páginas 10, 11, 12, 13 e 14 do capítulo 1 do livro Fundamentos de Matemática Elementar, volume 7, 5ª edição. Feito isso, faça a atividade a seguir.

**Atividade 3:** Coordenadas do terceiro ponto

O objetivo dessa atividade é observar o que acontece com as coordenadas do terceiro ponto em relação ao valor relativo da razão  $r$ .

**Passo 1:** utilizando o ícone “Controle deslizante”  crie cinco controles deslizantes, sendo o primeiro com o nome “ $r$ ”, o segundo com o nome “ $x_a$ ”, o terceiro “ $x_b$ ”, o quarto “ $y_a$ ” e o quinto “ $y_b$ ”.

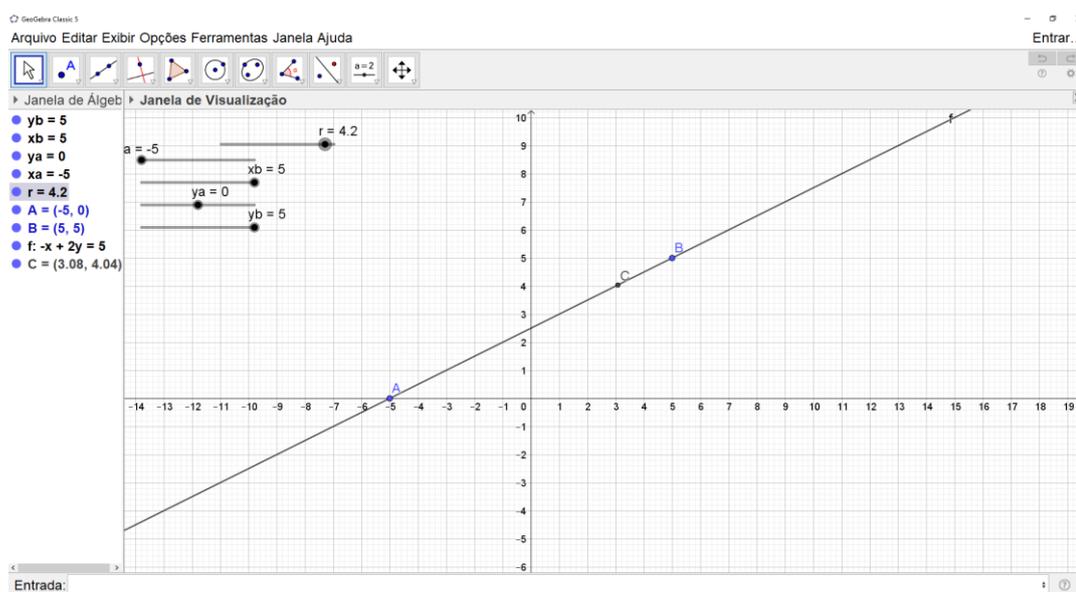
**Passo 2:** no campo de entrada crie os pontos:  $A = (x_a, y_a)$ ,  $B = (x_b, y_b)$  e  $C = \left(\frac{x_a + r \cdot x_b}{1 + r}, \frac{y_a + r \cdot y_b}{1 + r}\right)$ .

**Passo 3:** movimente os controles deslizantes  $x_a, x_b, y_a$  e  $y_b$  para valores diferentes.

Passo 4: crie a reta  $\overleftrightarrow{AB}$  com o auxílio do ícone “Reta” .

Passo 5: movimente o controle deslizante  $r$ . O que você observa? Que relação há entre o valor de  $r$  e as coordenadas do ponto  $C$ ?

Figura 39: Possível construção da atividade 3



Fonte: elaborado pelo pesquisador (2019)

**Primeiro passo:** veja as videoaulas referente à condição para alinhamento de três pontos no plano cartesiano e leia as páginas 20, 21, 22 e 23 do capítulo 1 do livro Fundamentos de Matemática Elementar, volume 7, 5ª edição. Feito isso, faça a atividade a seguir.

**Atividade 4:** Condição para alinhamento de três pontos

O objetivo dessa atividade é levar o aluno a perceber, de forma dinâmica, o conceito de condição de alinhamento de três pontos, relacionando  $\det = 0$  com pontos colineares e  $\det \neq 0$  com pontos não colineares.

Passo 1: utilize o ícone “Controle deslizante”  para criar seis controles deslizantes, nomeie-os de **a**, **b**, **c**, **d**, **e**, **f**. Coloque-os em valores diferentes.

Passo 2: na ferramenta “campo de entrada” crie os pontos:  $A = (a, b)$ ,  $B = (c, d)$  e  $C = (e, f)$ .

Passo 3: crie as retas  $\overleftrightarrow{AB}$  e  $\overleftrightarrow{AC}$  com auxílio do ícone “Reta” .

**Passo 4:** selecione o ícone “Polígono”  e crie o triângulo ABC clicando nos pontos A, B, C e por último no ponto A.

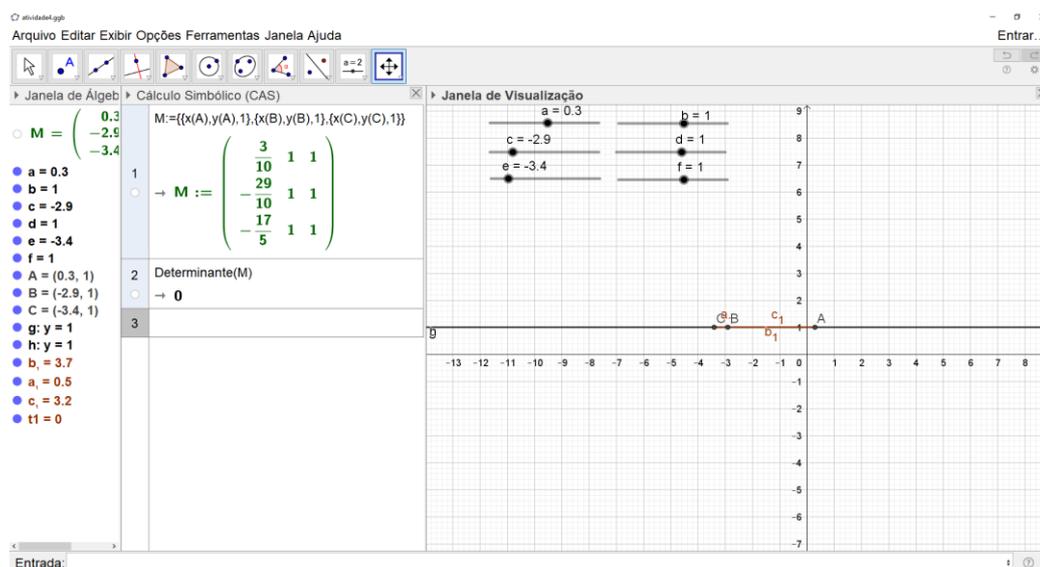
**Passo 5:** clique no menu “Exibir” depois clique em “Cálculo Simbólico (CAS)”. Perceba que abriu uma nova janela, a “janela CAS”, mais uma das ferramentas do GeoGebra.

**Passo 6:** vá na “janela CAS” e digite o seguinte comando:  $M := \{\{x(A), y(A), 1\}, \{x(B), y(B), 1\}, \{x(C), y(C), 1\}\}$  e tecla “enter”. Perceba que gerou a matriz M.

**Passo 7:** ainda na “janela CAS” abaixo do comando anterior, digite: Determinante(M) e tecla “enter”. Perceba que surgiu o valor de  $\det(M)$ .

**Passo 8:** movimente os controles deslizantes, por exemplo, b, d e f para o valor 1. O que você percebeu em relação aos pontos A, B e C. que relação há entre o valor do determinante da matriz M e a posição dos três pontos A, B, e C?

Figura 40: Exemplo de construção da atividade 4



Fonte: elaborado pelo pesquisador (2019)

**Primeiro passo:** veja as videoaulas referente à equação geral da reta no plano cartesiano e leia as páginas 28, 29, 30, 31 e 32 do capítulo 2 do livro Fundamentos de Matemática Elementar, volume 7, 5ª edição. Feito isso, faça as atividades a seguir.

**Atividade 5:** equação geral da reta.

O objetivo dessa atividade é levar o aluno a perceber, de forma dinâmica, a informação de que toda reta  $r$  do plano cartesiano está associada ao menos uma

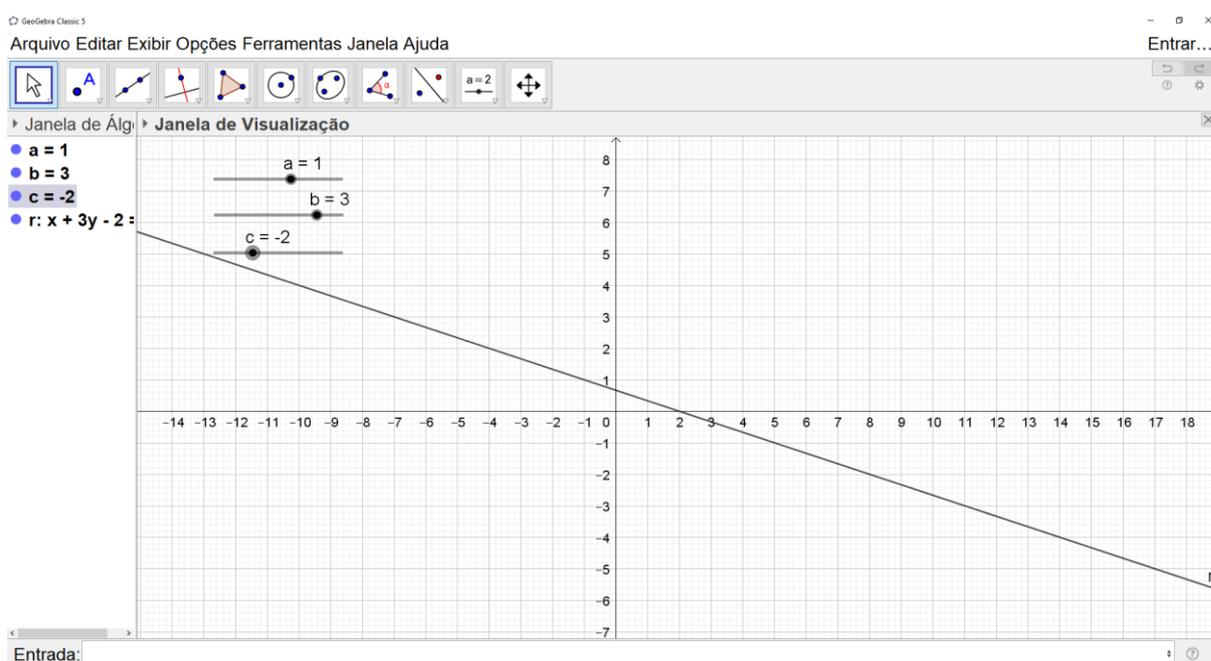
equação da forma  $ax + by + c = 0$  em que  $a, b, c$  são números reais,  $a \neq 0$  ou  $b \neq 0$ , e  $(x, y)$  representa um ponto genérico de  $r$ .

**Passo 1:** utilize o ícone “Controle deslizante”  e crie três controles deslizantes, nomeie-os de **a**, **b** e **c**.

**Passo 2:** na ferramenta “Campo de entrada” digite assim:  $r:ax+by+c=0$ . Observe que foi criada uma reta.

**Passo 3:** movimente os três controles deslizantes criados no passo 1. O que você observa em relação ao gráfico da reta  $r$  criada no passo 2?

*Figura 41: Exemplo de construção da atividade 5*



*Fonte: elaborado pelo pesquisador (2019)*

### **Atividade 6:** equação geral da reta

O objetivo dessa atividade é fazer com que o aluno perceba as alterações no gráfico da reta quando se altera os valores das coordenadas dos pontos pertencentes à mesma.

**Passo 1:** utilize o ícone “Controle deslizante”  e crie os seguintes controles deslizantes:  $x_1$  (digite  $x_1$ ),  $y_1$  (digite  $y_1$ ),  $x_2$  (digite  $x_2$ ) e por fim  $y_2$  (digite  $y_2$ ).

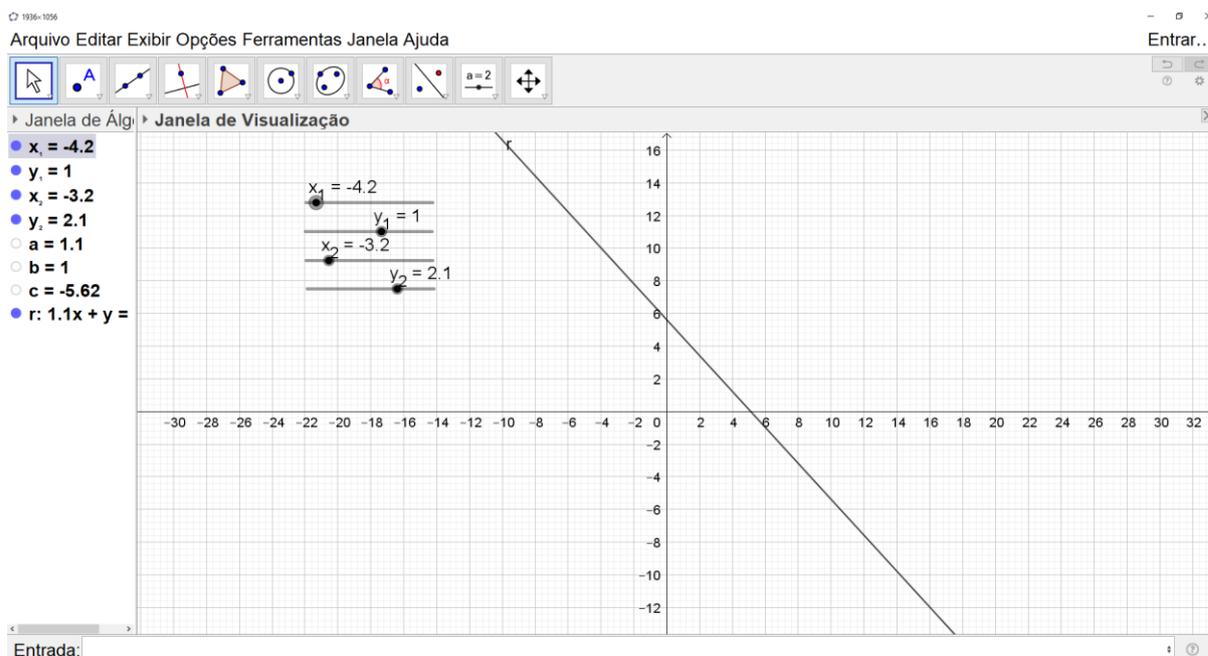
Passo 2: na ferramenta campo de entrada, digite os seguintes comandos:  $a = y_1 - y_2$  (digite  $a=y_1 - y_2$ ),  $b = x_2 - x_1$  (digite  $b=x_2 - x_1$ ) e  $c = x_1y_2 - x_2y_1$  (digite  $c=x_1*y_2 - x_2*y_1$ ).

Passo 3: com o auxílio da ferramenta “Campo de entrada” vamos criar a reta  $r$ . digite  $r: ax + by + c = 0$ .

Passo 4: movimente os controles deslizantes criados no passo 1. O que você observa em relação ao gráfico da reta  $r$ ?

Passo 5. Posicione os controles deslizantes  $y_1$  e  $y_2$  em valores iguais. O que você observa em relação ao gráfico da reta  $r$ . Agora posicione os controles deslizantes  $x_1$  e  $x_2$  e, valores iguais. O que aconteceu com o gráfico da reta  $r$ ?

Figura 42: Exemplo de construção da atividade 6



Fonte: elaborado pelo pesquisador (2019)

### **Atividade 7:** equação geral da reta

O objetivo dessa atividade é realizar a construção da equação geral de uma reta utilizando a “janela CAS” no GeoGebra.

Passo 1: utilize o ícone “Controle deslizante”  e crie os seguintes controles deslizantes:  $x_1$  (digite  $x_1$ ),  $y_1$  (digite  $y_1$ ),  $x_2$  (digite  $x_2$ ) e por fim  $y_2$  (digite  $y_2$ ).

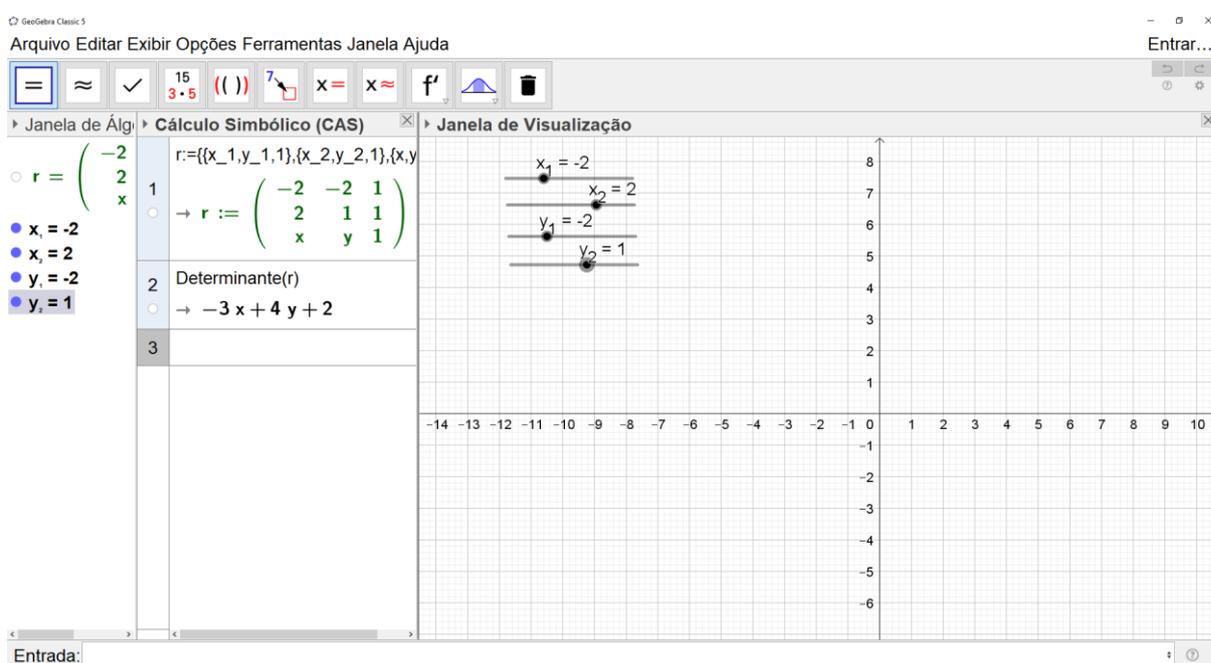
Passo 2: clique no menu “Exibir” depois clique em “Cálculo Simbólico (CAS)”. Perceba que abriu uma nova janela, a “janela CAS”.

**Passo 3:** vá na “janela CAS” e digite o seguinte comando:  $r := \{\{x_1, y_1, 1\}, \{x_2, y_2, 1\}, \{x, y, 1\}\}$  e tecla “enter”.

**Passo 4:** ainda na “janela CAS” abaixo do comando anterior, digite: Determinante(r) e tecla “enter”. Perceba que surgiu o valor de det (r).

**Passo 5:** movimente os controles deslizantes para valores distintos. Que relação você observa que há entre o que está sendo obtido como resposta no determinante e a equação da reta r?

Figura 43: Exemplo de construção da atividade 7



Fonte: elaborado pelo pesquisador (2019)

**Primeiro passo:** veja as videoaulas referente à equação geral da reta no plano cartesiano e leia as páginas 35, 39, 40, 41 e 42 do capítulo 2 do livro Fundamentos de Matemática Elementar, volume 7, 5ª edição. Feito isso, faça a atividade a seguir.

### **Atividade 8:** Posições relativas de duas retas

O objetivo dessa atividade é levar o aluno a perceber a relação entre os coeficientes  $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$  de duas retas com suas respectivas e possíveis posições no plano.

**Passo 1:** vá no “campo de entrada” e digite a equação da primeira reta:  $r: a_1x + b_1y + c_1 = 0$  (digite assim: r: a\_1x+b\_1y+c\_1). Note que irá aparecer uma ‘janela’ sugerindo a criação de controles deslizantes. Clique na opção pra criar os controles

deslizantes  $a_1, b_1$  e  $c_1$ . Agora digite a equação da segunda reta:  $s: a_2x + b_2y + c_2 = 0$  (digite assim: s: a\_2x+b\_2y+c\_2). Ao aparecer a 'janela' crie os controles deslizantes  $a_2, b_2, c_2$ .

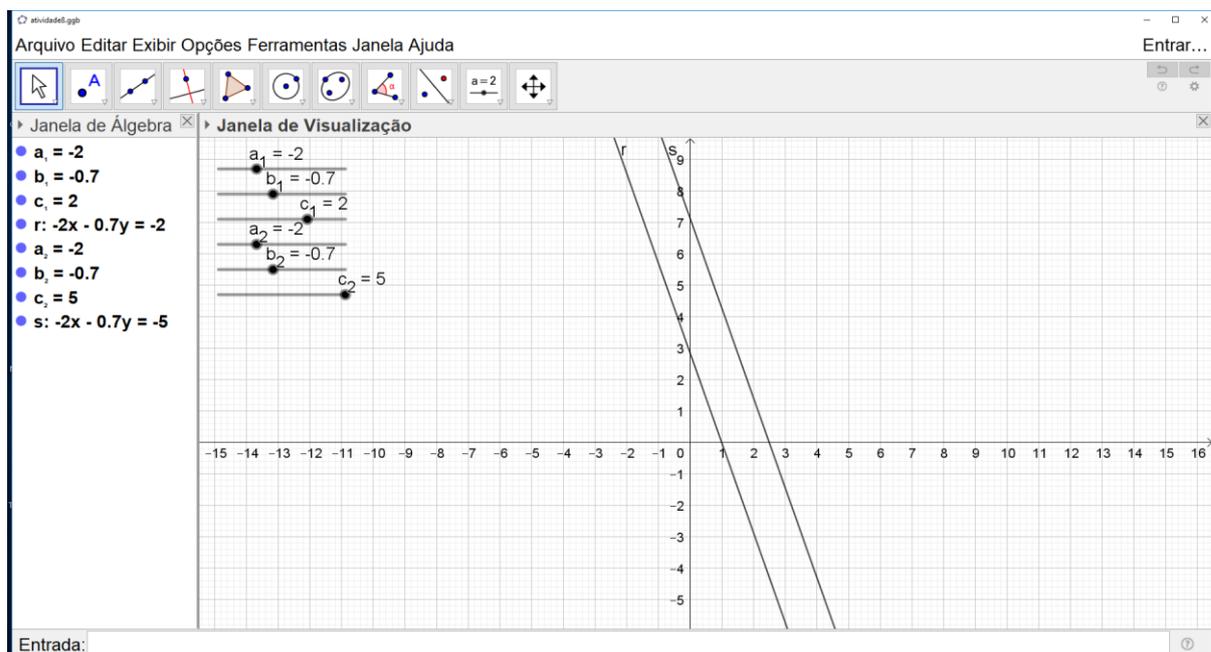
**Passo 2:** movimente os controles deslizantes e observe o que vai acontecendo com o gráfico das retas.

**Passo 3:** movimente os controles  $a_1$  e  $a_2$  para valores iguais. Faça o mesmo com  $b_1$  e  $b_2$ . Deixe os controles  $c_1$  e  $c_2$  em valores distintos. O que aconteceu com a posição entre as retas **r** e **s**?

**Passo 4:** movimente os controles  $a_1$  e  $a_2$  para valores iguais. Faça o mesmo com  $b_1$  e  $b_2$  e também com  $c_1$  e  $c_2$ . O que aconteceu com a posição entre as retas **r** e **s**?

**Passo 5:** agora deixe os controles deslizantes em valores distintos. O que aconteceu com a posição entre as retas **r** e **s**? Há algo em comum entre as retas **r** e **s**?

Figura 44: Exemplo de construção da atividade 8



Fonte: elaborado pelo pesquisador (2019)

**Primeiro passo:** veja as videoaulas referente à equação geral da reta no plano cartesiano e leia as páginas 44, 45, 46 e 47 do capítulo 2 do livro Fundamentos de Matemática Elementar, volume 7, 5ª edição. Feito isso, faça a atividade a seguir.

**Atividade 9:** feixe de retas concorrentes

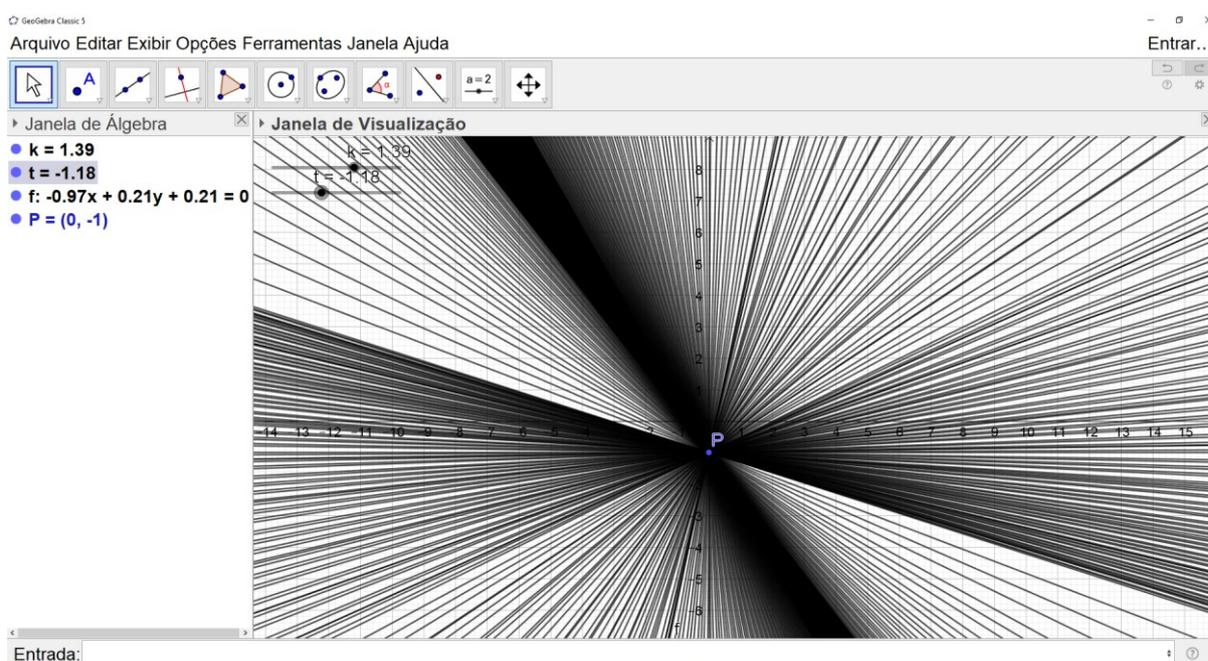
O objetivo dessa atividade é levar o aluno a observar as possíveis equações de retas de um feixe de retas concorrentes e o ponto de encontro das mesmas.

**Passo 1:** vá no “campo de entrada” e digite:  $k * (x + y + 1) + t * (2x + y + 1) = 0$ . Note que irá aparecer uma ‘janela’ sugerindo a criação de controles deslizantes. Clique na opção pra criar os controles deslizantes para **k** e **t**.

**Passo 2:** no “campo de entrada” plote o ponto  $P = (0, -1)$ .

**Passo 3:** clique com o botão auxiliar sobre o gráfico da reta e depois, na janela que abrir, clique em “Habilitar Rastro”. Agora clique com o botão auxiliar em qualquer controle deslizante, por exemplo **k**, e depois, na janela que abrir, clique em “Animar”. O que você observa em relação as equações de retas formadas e seus respectivos gráficos? O que o ponto **P** tem em comum com essas equações de retas formadas?

Figura 45: Exemplo de construção da atividade 9



Fonte: elaborado pelo pesquisador (2019)

**Primeiro passo:** veja as videoaulas referente à equação geral da reta no plano cartesiano e leia as páginas 49, 50 e 51 do capítulo 2 do livro Fundamentos de Matemática Elementar, volume 7, 5ª edição. Feito isso, faça a atividade a seguir.

**Atividade 10:** feixe retas paralelas

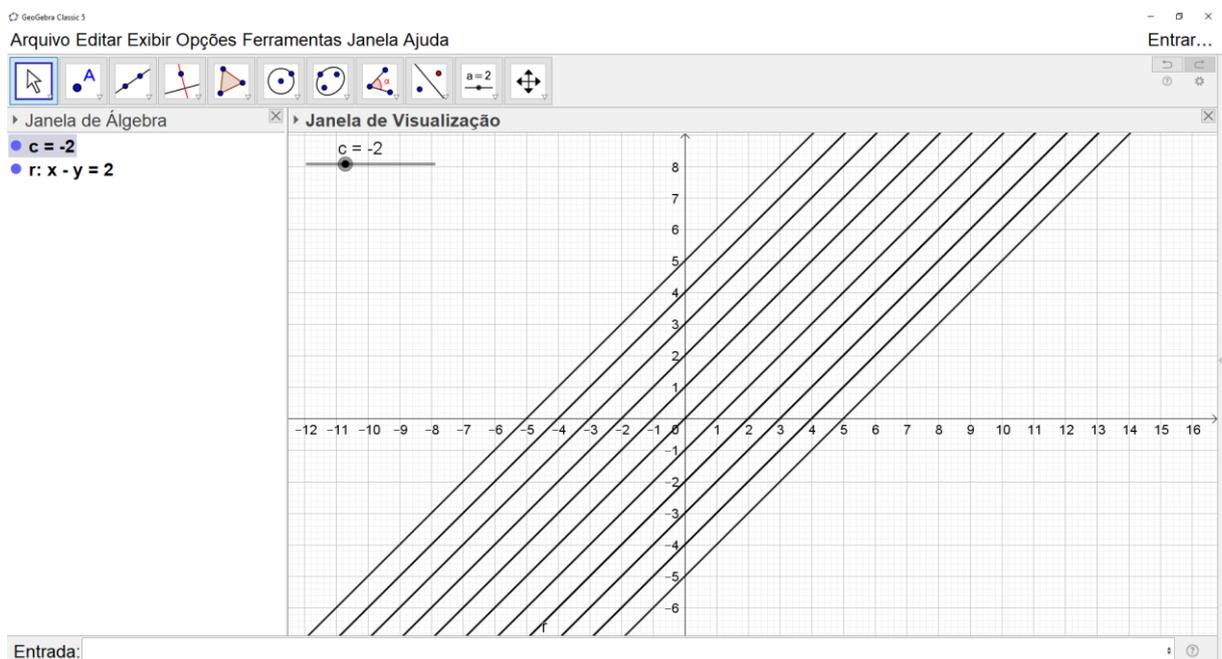
O objetivo dessa atividade é levar o aluno a observar a relação dos coeficientes  $c_1, c_2 \dots c_k$  de possíveis retas de um plano e suas respectivas posições.

**Passo 1:** utilize o ícone “Controle deslizante”  e crie um controle deslizante e nomeie de **c**. Na parte do incremento digite 1.

**Passo 2:** no “campo de entrada” digite a equação:  $r: x - y + c = 0$ .

**Passo 3:** clique com o botão auxiliar sobre o gráfico da reta e depois, na janela que abrir, clique em “Habilitar Rastro”. Agora clique com o botão auxiliar no controle deslizante **c**, e depois, na janela que abrir, clique em “Animar”. O que está acontecendo com o gráfico da reta **r** e com sua respectiva equação? Que relação há entre o coeficiente **c** e as posições das retas geradas?

*Figura 46: Exemplo de construção da atividade 10*



*Fonte: elaborado pelo pesquisador (2019)*

No próximo capítulo serão abordadas as considerações finais em relação a essa pesquisa.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tornar possível a concretização desse trabalho foi muito gratificante. Enriqueceu conhecimentos desde a Matemática, ao GeoGebra e à sala de aula invertida. Essa pesquisa foi elaborada com muita dedicação com a finalidade de incorporar essa metodologia nas aulas de Matemática. Almeja-se dar continuidade e verificar a eficácia e a funcionalidade e, conseqüentemente, aprimorar o método. Registro aqui o desejo de que este trabalho sirva de inspiração para outros professores de Matemática, ou até outras disciplinas utilizarem a sala de aula invertida; no caso de Matemática, usem o GeoGebra.

Penso e acredito que, ao desenvolver essa pesquisa, o software GeoGebra foi colocado à prova e passou no teste de praticidade, funcionalidade, eficiência e portabilidade de seus comandos e ferramentas; o que nos levou a perceber essa ferramenta computacional como um excelente programa de Matemática.

Ser um educador é participar da transformação e emancipação de cidadãos que atuam e fazem parte da sociedade em que vivem e que, para tornar o mundo melhor, é necessário melhorar a realidade em que vivemos. Diante disso, essas ideias motivaram e propiciaram a produção deste trabalho. Por fim, alcançar os objetivos não foi tarefa fácil. Todo esforço valeu a pena e busquei fazer o melhor neste trabalho.

Foi realmente árduo realizar esse trabalho. Criar questões interativas na forma de tópicos de Geometria Analítica Plana, incrementando perguntas com o intuito de auxiliar os discentes a compreender melhor os conteúdos, elaborar vídeos aula explicativas sobre as atividades, aplicar a metodologia de sala de aula invertida, foram etapas difíceis. Contudo, ao abordar as potencialidades do GeoGebra, buscou-se também fazer com que o conteúdo presente no livro didático assumisse uma abordagem moldável, diversificada e interativa neste software tão rico de ferramentas.

Diante do exposto no trabalho, as questões interativas de GAP no GeoGebra sob o modelo SAI propiciaram aos discentes uma melhor aprendizagem dos conteúdos. Assim sendo, é importante ressaltar o desejo de continuar construindo questões interativas no GeoGebra, não somente de Geometria Analítica Plana, mas também de outros conteúdos de Matemática. E, sem sombra de dúvidas, este trabalho será muito bem aproveitado para a melhoria da Educação Matemática.

## REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, Josias Júlio de. **O software GeoGebra numa proposta de formação continuada de professores de Matemática do Ensino Fundamental**. Dissertação (mestrado). Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Departamento de Matemática. Programa de Pós-graduação em Matemática, 2017.
- ARAÚJO, Taiane de Oliveira Rocha. **Formação de Conceitos de Geometria Plana na EJA com o software GeoGebra**. Dissertação (mestrado). Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia. Programa de Pós-Graduação em Ensino, 2018.
- BACICH, L.; TANZI NETO, A.; TREVISANI, F. M. (Org.). **Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação**. Porto Alegre: Penso, 2015.
- BARCELOS, Gilmara T., PASSERINO, Liliana M., BEHAR, Patrícia A. Tecnologias na Prática Docente de Professores de Matemática: Formação Continuada com Apoio de uma Rede Social na Internet. **Anais do 23º Simpósio Brasileiro de Informática na Educação (SBI E 2012)**, ISSN2316-6533 Rio de Janeiro, 26-30 de novembro de 2012.
- BERGMANN, J.; SAMS, A. **Sala de Aula Invertida: Uma Metodologia Ativa de Aprendizagem**. Rio de Janeiro: LTC, 2018.
- BONA, B. O. Análise de softwares educativos para o ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. **Experiências em Ensino de Ciências**, Cuiabá, v. 4, n. 1, p. 35-55, mar. 2009.
- BOYER, Carl B., **História da Matemática** / Carl B. Boyer, revista por Uta C. Merzbach; tradução Elza F. Gomide – 2ª ed. – São Paulo: Edgard Blucher, 1996.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/ Secretaria de Educação Fundamental- Brasília: MEC/ SEF, 1997.**
- CARNEIRO, Reginaldo Fernando. PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni. A utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação nas aulas de Matemática: Limites e possibilidades. **Revista eletrônica de educação**, v.8, n.2, p.101-119. São Carlos-SP, 2014. Disponível em <  
[www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/download/729/328](http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/download/729/328)> Acesso em 30/10/2018.
- CHRISTENSEN, Clayton M.; HORN, Michael B.; STAKER, Heather. **Ensino híbrido: uma inovação disruptiva? Uma introdução à teoria dos híbridos**. Clayton Christensen Institute, Estados Unidos. Traduzido para o Português por Fundação Lemann e Instituto Península. 2013. Disponível em: <  
[https://www.pucpr.br/wp-content/uploads/2017/10/ensino-hibrido\\_uma-inovacao-disruptiva.pdf](https://www.pucpr.br/wp-content/uploads/2017/10/ensino-hibrido_uma-inovacao-disruptiva.pdf)> Acesso em: 30/10/2018.

CORREIA, Rosângela Linhares. SANTOS, José Gonçalo. **A Importância da Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC) na Educação a Distância (EAD) do Ensino Superior (IES)**. Disponível em < <http://portalrevistas.ucb.br/index.php/raead/article/viewFile/4399/2899>> Acesso em 30/10/2018.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática da Teoria à Prática**. 16.ed. Campinas/SP: Papirus, 2008.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de Matemática Elementar v. 7: Geometria Analítica**. 5.ed. São Paulo: Atual, 2005.

FLIPPED LEARNING NETWORK. **The four pillars of F-L-I-P**. South Bend, IN: Flipped Learning, 2014. Disponível em: <http://www.flippedlearning.org/domain/46>. Acesso em: 30/10/2018.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia** – saberes necessários à prática educativa. R.J.: Paz e Terra, 1997.

FREIRE, Wendel. **Tecnologia e Educação: As Mídias na Prática Docente/ Wendel Freire (Org.); Dimmi Amora...**[et. All.]. 2. Ed. Rio de Janeiro: WAK Ed., 2011.

FREITAS, Ernani Cesar de; PRONADOV, Cleber Cristiano. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. Novo Hamburgo-RS. Feevale, 2013.

GORDINHO, Bruno de Oliveira. **Uma Proposta do Uso do Software GeoGebra para o Ensino de Mecânica Vetorial em Cursos de Engenharia**. *ACTA Scuntiae Technicae*, ISSN: 23317895, Volume 2, number 1, Jun. 2014.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. de A. **Fundamentos de metodologia científica**. 6. ed. 5. reimp. São Paulo: Atlas, 2007.

LAGE, M. J.; PLATT, G. J.; TREGLIA, M. Inverting the classroom: a gateway to creating an inclusive learning environment. **Journal of Economic Education**. **Bloomington**, IN, v. 31, n. 1, p. 30-43, 2000.

MIRANDA, Guilhermina Lobato. **Limites e Possibilidades das TIC na Educação**. Disponível em < <http://ticsproeja.pbworks.com/f/limites+e+possibilidades.pdf> > Acesso em 30/10/2018

MIRANDA, L. A. V. **Educação online: interações e estilos de aprendizagem de alunos do ensino superior numa plataforma web**. 2005. 382 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade do Minho, Braga, 2005. Disponível em: <<https://bibliotecadigital.ipb.pt/handle/10198/1120> > Acesso em: 30/10/2018.

NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius. **Classificação, seriação e contagem no ensino do número: um estudo de epistemologia genética**. Marília-SP: Oficina Universitária Unesp, 2007.

OLIVEIRA, Francisco Diego Moreira. **O software GeoGebra como ferramenta para o ensino da Geometria Analítica**. Dissertação (mestrado). Universidade Federal Rural do Semiárido – UFRS, 2014.

PELLI, Débora. **As contribuições do software GeoGebra como um mediador do processo de aprendizagem da Geometria Plana na Educação a Distância (EAD) em um curso de Licenciatura em Pedagogia**. Dissertação (mestrado). Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Departamento de Matemática. Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, 2014.

PINHEIRO, S. S.; DARIZ, M. R.; CASTRO, R. F.; ROCHEFORT, R. S.; DAMIANI, M. F. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação**, p. 58-66. UFPel, Pelotas-RS, 2013. Disponível em: <<https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/caduc/article/view/3822>> Acesso em 30/10/2018.

RAMAL, A. **Sala de aula invertida: a educação do futuro**. [Internet]. Rio de Janeiro: G1 Educação, 2015 Disponível em: <<http://g1.globo.com/educacao/blog/andrea-ramal/post/sala-de-aula-invertidaeducacao-do-futuro.html>> Acesso em: 30/10/2018.

SANTOS, Tawna Telles Batista. **Contribuições do software GeoGebra para a Formação de Conceitos Geométricos de Acadêmicos Ingressos na Licenciatura em Matemática**. Dissertação (mestrado). Programa de Pós-Graduação. Educação Científica e Formação de Professores, 2018.

SILVA, Cândido dos Santos. **O ensino de Geometria Analítica com GeoGebra no Ensino Médio**. Trabalho de Conclusão de Curso da Licenciatura em Informática a Distância do Núcleo de Ensino a Distância da Universidade Federal de Roraima, 2016.

SILVA, Luciano Dias da. **A Videoaula No Ensino Médio Como Recurso Didático Pedagógico No Contexto Da Sala De Aula Invertida**. Dissertação (mestrado). Universidade Regional de Blumenau, Centro de Ciências Exatas e Naturais, 2017.

SILVA, Sérgio Ferreira. **Geometria analítica: caminhos para aprendizagem**. Dissertação (mestrado). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática, 2015.

STAKER, Heather; HORN, Michael B. **Classifying K–12 blended learning**. Mountain View, CA: Innosight Institute, Inc. 2012. Disponível em: <<http://www.christenseninstitute.org/wpcontent/uploads/2013/04/Classifying-K-12-blended-learning.pdf>>. Acesso: 30/10/2018.

TEIXEIRA, G. P. **Flipped classroom: um contributo para a aprendizagem da lírica camoniana**. 2013. 167 f. Dissertação (Mestrado em Gestão de Sistemas de ELearning) - Faculdade de Ciências Sociais e Humanas, Universidade Nova Lisboa, Lisboa, 2013.

TREVELIN, A. T. C.; PEREIRA, M. A. A.; NETO, J. D. O. A utilização da “sala de aula Invertida” em cursos superiores de tecnologia: comparação entre o modelo tradicional e o modelo invertido “flipped classroom” adaptado aos estilos de aprendizagem. **Revista Estilos de Aprendizaje**, Madrid, v. 11, n.12, 2013. Disponível em: < <http://learningstyles.uvu.edu/index.php/jls/article/view/12>> Acesso em: 30/10/2018.

VALENTE, J. A. Blended learning e as mudanças no ensino superior: a proposta da sala de aula invertida. **Educar em Revista**, Curitiba, n. 4, p. 79-97, 2014. Disponível em: < [http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0104-40602014000800079&script=sci\\_abstract&tlng=pt](http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0104-40602014000800079&script=sci_abstract&tlng=pt)> Acesso em: 30/10/2018.

## ANEXO A: LINKS DAS VIDEOAULAS

Nesse apêndice, encontram-se os links das vídeo aulas, divididos em três tópicos, que os discentes tiveram acesso para o estudo em casa.

*Quadro 2: Link das videoaulas*

Tópico	Links
Estudo Analítico do Ponto	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) <a href="https://www.youtube.com/watch?v=Nb-eJqXy_zU&amp;list=PLvLkxtdUefNxUA8jMvX99eKJDycQnW9He&amp;index=1">https://www.youtube.com/watch?v=Nb-eJqXy_zU&amp;list=PLvLkxtdUefNxUA8jMvX99eKJDycQnW9He&amp;index=1</a></li> <li>2) <a href="https://www.youtube.com/watch?v=Tz55iYKzTac&amp;list=PLvLkxtdUefNxUA8jMvX99eKJDycQnW9He&amp;index=2">https://www.youtube.com/watch?v=Tz55iYKzTac&amp;list=PLvLkxtdUefNxUA8jMvX99eKJDycQnW9He&amp;index=2</a></li> <li>3) <a href="https://www.youtube.com/watch?v=3vgdWqHqyIM&amp;list=PLvLkxtdUefNxUA8jMvX99eKJDycQnW9He&amp;index=3">https://www.youtube.com/watch?v=3vgdWqHqyIM&amp;list=PLvLkxtdUefNxUA8jMvX99eKJDycQnW9He&amp;index=3</a></li> <li>4) <a href="https://www.youtube.com/watch?v=NP3Tcwc7wl&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=1">https://www.youtube.com/watch?v=NP3Tcwc7wl&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=1</a></li> <li>5) <a href="https://www.youtube.com/watch?v=aIXcuud7QUo&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=2">https://www.youtube.com/watch?v=aIXcuud7QUo&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=2</a></li> <li>6) <a href="https://www.youtube.com/watch?v=K9zinAhsQUI&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=3">https://www.youtube.com/watch?v=K9zinAhsQUI&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=3</a></li> <li>7) <a href="https://www.youtube.com/watch?v=gcY2UbQ_ADY&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=4">https://www.youtube.com/watch?v=gcY2UbQ_ADY&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=4</a></li> <li>8) <a href="https://www.youtube.com/watch?v=kfFInVWtW-8&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=5">https://www.youtube.com/watch?v=kfFInVWtW-8&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=5</a></li> </ol>
Estudo Analítico da Reta	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) <a href="https://www.youtube.com/watch?v=l7u2Nqow1fs&amp;list=PLvLkxtdUefNxUA8jMvX99eKJDycQnW9He&amp;index=4">https://www.youtube.com/watch?v=l7u2Nqow1fs&amp;list=PLvLkxtdUefNxUA8jMvX99eKJDycQnW9He&amp;index=4</a></li> <li>2) <a href="https://www.youtube.com/watch?v=J7JN-nNciJk&amp;list=PLvLkxtdUefNxUA8jMvX99eKJDycQnW9He&amp;index=5">https://www.youtube.com/watch?v=J7JN-nNciJk&amp;list=PLvLkxtdUefNxUA8jMvX99eKJDycQnW9He&amp;index=5</a></li> <li>3) <a href="https://www.youtube.com/watch?v=Xj57NSQKbAo&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=6">https://www.youtube.com/watch?v=Xj57NSQKbAo&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=6</a></li> <li>4) <a href="https://www.youtube.com/watch?v=TTs2Tdtfw_Q&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=7">https://www.youtube.com/watch?v=TTs2Tdtfw_Q&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=7</a></li> </ol>

	<p>5) <a href="https://www.youtube.com/watch?v=w2mvdvODd2c&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=8">https://www.youtube.com/watch?v=w2mvdvODd2c&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=8</a></p> <p>6) <a href="https://www.youtube.com/watch?v=gTiv1-MwipU&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=9">https://www.youtube.com/watch?v=gTiv1-MwipU&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=9</a></p> <p>7) <a href="https://www.youtube.com/watch?v=JjbXxB4euaM&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=10">https://www.youtube.com/watch?v=JjbXxB4euaM&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=10</a></p> <p>8) <a href="https://www.youtube.com/watch?v=iTRTkFUoUZ8&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=11">https://www.youtube.com/watch?v=iTRTkFUoUZ8&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=11</a></p> <p>9) <a href="https://www.youtube.com/watch?v=0rJC-c7-yh0&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=12">https://www.youtube.com/watch?v=0rJC-c7-yh0&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=12</a></p> <p>10) <a href="https://www.youtube.com/watch?v=irbRgOD6V4A&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=13">https://www.youtube.com/watch?v=irbRgOD6V4A&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=13</a></p>
<p>Estudo Analítico da Circunfe- rência</p>	<p>1) <a href="https://www.youtube.com/watch?v=BOKfEYdM3is&amp;list=PLvLkxtdUefNxUA8jMvX99eKJDycQnW9He&amp;index=6">https://www.youtube.com/watch?v=BOKfEYdM3is&amp;list=PLvLkxtdUefNxUA8jMvX99eKJDycQnW9He&amp;index=6</a></p> <p>2) <a href="https://www.youtube.com/watch?v=xUx1_xFMG0A&amp;list=PLvLkxtdUefNxUA8jMvX99eKJDycQnW9He&amp;index=7">https://www.youtube.com/watch?v=xUx1_xFMG0A&amp;list=PLvLkxtdUefNxUA8jMvX99eKJDycQnW9He&amp;index=7</a></p> <p>3) <a href="https://www.youtube.com/watch?v=NG-oZZDgnZY&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=14">https://www.youtube.com/watch?v=NG-oZZDgnZY&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=14</a></p> <p>4) <a href="https://www.youtube.com/watch?v=EpTL_Oeeahg&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=15">https://www.youtube.com/watch?v=EpTL_Oeeahg&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=15</a></p> <p>5) <a href="https://www.youtube.com/watch?v=5CB-vsGM7dU&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=16">https://www.youtube.com/watch?v=5CB-vsGM7dU&amp;list=PLcTo8mMbYC1DAU3Br3Se-trFf3BV0t_Z1&amp;index=16</a></p>

Fonte: elaborado pelo pesquisador (2019)



**QUESTÃO 3**

Você considera que as questões interativas no GeoGebra auxiliaram para um melhor entendimento dos conteúdos? ( ) sim ( ) não

**QUESTÃO 4**

Aponte suas dificuldades em relação às questões interativas no GeoGebra.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

**QUESTÃO 5**

Quais suas sugestões de melhoria em relação às questões interativas no GeoGebra?

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

**QUESTÃO 6**

Qual a viabilidade de você usar essa metodologia em suas aulas?

---

---

---

---

---

---