



FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS
EXATAS E TECNOLÓGICAS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL



RAIMUNDO ALEX GOMES DA SILVA

PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA POR CONSTRUÇÃO

Macapá-AP

2019



FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS
EXATAS E TECNOLÓGICAS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL



RAIMUNDO ALEX GOMES DA SILVA

PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA POR CONSTRUÇÃO

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas da Fundação Universidade Federal do Amapá.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Simone de Almeida Delphim Leal

Coorientador: Prof. Me. Neylan Leal Dias

Macapá-AP

2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca Central da Universidade Federal do Amapá
Elaborada por Cristina Fernandes – CRB2/1569

Silva, Raimundo Alex Gomes da.

Proposta didática para o ensino de geometria por construção /
Raimundo Alex Gomes da Silva ; Orientadora, Simone de Almeida
Delphim Leal ; Coorientador, Neylan Leal Dias. – Macapá, 2019.

75 f.

Dissertação (Mestrado) – Fundação Universidade Federal do Amapá,
Programa de Pós-Graduação em Matemática (PROFMAT).

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Desenho geométrico. 3
Aprendizagem. 4. Matemática (Ensino fundamental). 5. Construções
geométricas. I. Leal, Simone de Almeida Delphim, orientadora. II.
Dias, Neylan Leal, coorientador. III. Fundação Universidade Federal
do Amapá. IV. Título.

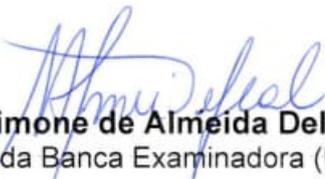
516 S586p
CDD. 22 ed.

FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

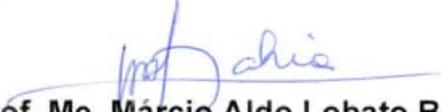
TERMO DE APROVAÇÃO

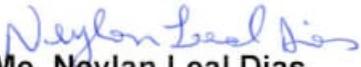
Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós Graduação Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Federal do Amapá – UNIFAP foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **RAIMUNDO ALEX GOMES DA SILVA** intitulada: **PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA POR CONSTRUÇÃO**, após terem inquirido o aluno e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua Aprovação no rito de defesa. A outorga do título de Mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela Banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós Graduação.

Macapá, 24 de agosto de 2019.


Prof.ª Dr.ª Simone de Almeida Delphim Leal
Presidente da Banca Examinadora (UNIFAP)


Prof. Dr. Erasmo Senger
Avaliador interno (UNIFAP)


Prof. Me. Márcio Aldo Lobato Bahia
Avaliador interno (UNIFAP)


Prof. Me. Neylan Leal Dias
Avaliador externo (PEM/FEB/UNESP)

Macapá, 24 de agosto de 2019.

Dedico este trabalho a meus pais “In Memoriam”

JOÃO CAVALCANTE DA SILVA e MARIA JOSÉ GOMES DA SILVA, com amor e eterna gratidão.

AGRADECIMENTOS

A **Deus**, sustentáculo maior de minha vida, por me proporcionar a oportunidade de fazer e concluir este curso de Mestrado. Por dar sentido a minha vida, estando sempre ao meu lado, e conduzindo-me por veredas iluminadas por sua incomensurável sabedoria e infinito amor.

A minha magnífica, incansável e sempre sorridente orientadora, professora doutora **Simone de Almeida Delphim Leal**, pela paciência e por colocar seu cabedal de conhecimento, experiência, profissionalismo e competência a minha disposição, visando elaborar este trabalho da melhor maneira possível.

Ao coorientador, **Prof. Me. Neylan Leal Dias**, pela demonstração de que juventude e experiência podem caminhar juntas e pelo apoio prestado em todos os momentos.

Aos meus professores, **Prof. Dr. Guzman Isla, Prof.^a Dra. Simone Leal, Prof. Dr. Walter Cardenas, Prof. Dr. Gilberlândio Dias, Prof. Dr. Ítalo Duarte**, que não mediram esforços em compartilhar seus doutos conhecimentos com dedicação e extrema competência. Ao **Prof. Dr. Erasmo Senger**, coordenador do curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede (PROFMAT), pelo trabalho permanente na busca de melhorias para o curso.

Aos brilhantes e batalhadores colegas de Mestrado, **Camilo, Denílson, Carlos, José, Allan, Célio, Artur, Ageane Lígia, Fernando, Josué, Ronaldo** e, em especial, **Paulo Roberto Miranda**, pelo companheirismo, amizade, força, encorajamento e incentivo ao estudo permanente.

Ao professor **Everaldo Matos** pelo apoio importantíssimo prestado em momento crucial para a conclusão dessa peça.

Ao arquiteto urbanista **Robertino Lacerda**, amigo de todas as horas, que com suas mãos guiadas pelo Arquiteto Maior, prestou ajuda inestimável na elaboração das figuras deste trabalho.

Aos meus irmãos e irmãs, a minha tia **Emília**, minha segunda mãe, pelo apoio e incentivo, fundamentais para chegar até o presente momento.

Aos meus filhos, **Saulo Alex, Emanuel Tauan e João Alex**, por sempre estarem presentes manifestando apoio, incentivo e força para que o ânimo e moral sempre estivessem em alta.

A minha esposa **Piedade**, por estar ao meu lado em todos os momentos, pela compreensão, companheirismo, atenção, apoio e constante incentivo para transpor os percalços dessa árdua jornada.

Enfim, a todos que direta ou indiretamente fizeram parte dessa longa e sinuosa caminhada que se concretiza na minha formação, meu mais sincero muito obrigado.

“Nunca considere seu estudo como uma obrigação, mas sim como uma oportunidade invejável de aprender, sobre a influência libertadora da beleza no domínio do espírito, para seu prazer pessoal e para o proveito da comunidade a qual pertencerá o seu trabalho futuro”.

Albert Einstein

RESUMO

SILVA, Raimundo Alex Gomes da. **Proposta Didática para o Ensino de Geometria por Construção**. 2019. 75f. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT – UNIFAP – Fundação Universidade Federal do Amapá, Macapá, 2019.

A presente dissertação foi elaborada a partir da experiência vivenciada como aluno, tanto do ensino básico como do superior, e profissional da educação na área da Matemática, portanto, tendo experimentado o enfoque aqui tratado com relação à Geometria e ao Desenho Geométrico. Ciente que o Desenho Geométrico proporciona um nível importante de compreensão e visualização dos problemas que envolvem Geometria propõe-se que o ensino da Geometria esteja intimamente relacionado ao Desenho Geométrico através da aplicação de suas técnicas na construção das figuras geométricas aqui tratadas, triângulos, quadriláteros e circunferência, bem como de seus elementos com o objetivo de propiciar ao aluno melhor entendimento e assimilação de suas definições, conceitos e propriedades, que é fundamental para a resolução de problemas. O enfoque será dado à Geometria estudada nos 8º e 9º anos do Ensino Fundamental. Pretende-se que o aluno deixe de ser mero espectador de uma aula com pouca motivação e se torne um agente ativo do processo de aprendizagem, despertando interesse pelo ensino da Geometria e do Desenho Geométrico, principalmente em situações práticas que envolvam construções geométricas. Visando alcançar o objetivo pretendido, será apresentado o passo a passo das construções geométricas de algumas figuras geométricas com o uso da régua e compasso utilizando os conceitos da Geometria para justificá-las. Com a retomada do ensino da Geometria e do Desenho Técnico desde a implementação dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, o exercício e prática das construções geométricas contribuirão sobremaneira para dotar o aluno com um conhecimento matemático mais sólido, possibilitando a descoberta de novas estratégias para a resolução de problemas no campo da Geometria.

Palavras-chave: Geometria, Desenho Geométrico, Construções Geométricas, Triângulos, Quadriláteros, Circunferência.

ABSTRACT

SILVA, Raimundo Alex Gomes da. **Didactic Proposal for the Teaching of Geometry for Construction**. 2019. 75f. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT – UNIFAP – Fundação Universidade Federal do Amapá, Macapá, 2019.

The present dissertation was elaborated from the experience lived as a student, both of the basic education as of the superior, and professional of the education in the area of Mathematics, therefore, having tried the approach here treated with respect to the Geometry and the Geometric Drawing. Aware that the Geometric Drawing provides an important level of understanding and visualization of the problems involving Geometry it is proposed that the teaching of Geometry is closely related to the Geometric Drawing through the application of its techniques in the construction of the geometric figures treated here, triangles, quadrilaterals and circumference, as well as its elements in order to provide students with a better understanding and assimilation of their definitions, concepts and properties, which is fundamental for solving problems. The focus will be given to Geometry studied in the 8th and 9th years of Elementary School. It is hoped that the student will stop being a mere spectator of a class with little motivation and become an active agent of the learning process, arousing interest in the teaching of Geometry and Geometric Design, especially in practical situations involving geometric constructions. In order to reach the desired goal, the geometric constructions of some geometrical figures will be presented step by step with the use of ruler and compass using the concepts of Geometry to justify them. With the resumption of the teaching of Geometry and Technical Design since the implementation of the National Curricular Parameters - PCN, the exercise and practice of geometric constructions will contribute greatly to provide the student with a more solid mathematical knowledge, enabling the discovery of new strategies for resolution problems in the field of Geometry.

Key words: Geometry, Geometric Draw, Geometric Constructions, Triangles, Quadrilaterals, Circumference.

LISTA DE FIGURAS

1.1	Pintura rupestre encontrada em caverna na África	19
1.2	Sistema de cordas	20
1.3	Elementos de Euclides	22
1.4	As Proporções da Figura Humana - O Homem Vitruviano	23
3.5	Triângulo ABC	44
3.6	Triângulo ABC; AH é a altura relativa ao lado BC	45
3.7	Triângulo ABC; AM é a mediana relativa ao lado BC	46
3.8	Triângulo ABC; a reta r é a mediatriz em relação ao lado BC	46
3.9	Retângulo ABCD de base AB e altura BC	47
3.10	Parthenon	48
3.11	Fachada do Parthenon	48
3.12	Sede da ONU, em Nova Iorque	49
3.13	Circunferência λ	49
3.14	Circunferência λ	50
3.15	Triângulo ABC	52
3.16	Triângulo ABC	52
3.17	Triângulo ABC; AH é a altura relativa à base BC	53
3.18	Triângulo ABC	53
3.19	Triângulo ABC, Ponto médio M de BC	54
3.20	Triângulo ABC, Mediana AM	54
3.21	Triângulo ABC	54
3.22	Triângulo ABC	55
3.23	Triângulo ABC; Mediatriz r	55
3.24	Reta suporte r da base do retângulo AB	56
3.25	Base AB e retas s e t perpendiculares à base	57

3.26 Base AB e vértices C e D	57
3.27 Retângulo ABCD, base $\overline{AB} = a$ e altura $\overline{BC} = b$ Diagonais AC e BD	58
3.28 Quadrado ABCD	58
3.29 Quadrado ABCD; Ponto médio M da base AB	59
3.30 Quadrado ABCD e ponto E sobre o prolongamento da base AB	59
3.31 Quadrado ABCD e reta s perpendicular ao prolongamento da base AB	60
3.32 Quadrado ABCD e vértices E e F do retângulo áureo	61
3.33 Retângulo áureo AEFD	61
3.34 Raio r e pontos A e B	62
3.35 Pontos A e B e centro C da circunferência λ	62
3.36 Circunferência λ de centro C que passa pelos pontos A e B	62
3.37 Pontos A, B e D e centro C da circunferência λ	63
3.38 Circunferência λ passando pelos pontos A, B e D	64
3.39 Corda AB e reta s perpendicular a AB, passando pelo ponto B	65
3.40 Circunferência λ com diâmetro AD	65

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
I - Público Alvo	16
II - Objeto do Trabalho	17
Capítulo 1: GEOMETRIA E DESENHO GEOMÉTRICO	19
1.1 – Breve Histórico do Desenho Geométrico	19
1.2 – O Ensino do Desenho Geométrico no Brasi	24
Capítulo 2: FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	29
2.1 -A Educação e as Teorias da Aprendizagem	29
2.2 - Construtivismo Piagetiano e a Epistemologia Genética	29
2.3 – O desenvolvimento intelectual pelas emoções, por Henri Wallon	32
2.4 - Socioconstrutivismo: o aprendizado como processo social de Vygotsky	33
2.5 - Teoria da Engenharia Didática	34
2.6 - Análise	36
2.7 - A Proposta Numa Visão da Teoria de Vygotsky	38
Capítulo 3: CONSTRUÇÕES DE FIGURAS GEOMÉTRICAS	43
3.1 - Triângulo	44
3.1.1 - Elementos do Triângulo	45
3.1.1.1 - Altura do Triângulo	45
3.1.1.2 - Mediana de um Triângulo	45
3.1.1.3 - Mediatriz de um Triângulo	46
3.2 - Retângulo	46
3.2.1 - Curiosidade: Retângulo Áureo	47
3.3 - Circunferência	49

3.3.1 - Elementos da Circunferência	49
3.4 – Aplicação Prática da Proposta	51
3.4.1 - Construção de um Triângulo	51
3.4.2 - Construção da Mediana de um Triângulo	53
3.4.3 - Construção de Mediatriz de um Triângulo	54
3.4.4 - Construção de um Retângulo com as Medidas dos Lados Co- nhecidas	56
3.4.5 - Construção do Retângulo Áureo	58
3.4.6 - Construção de uma Circunferência	61
Capítulo 4: CONSIDERAÇÕES FINAIS	67
REFERÊNCIAS	70

1 INTRODUÇÃO

Certamente que a convivência *in loco* propicia as condições necessárias para a formação de uma visão crítica no que concerne à prática do ensino da Geometria em nossas escolas.

A pouca disponibilidade de horas/aula para a disciplina Matemática acompanhada da formação técnica da grande maioria de nossos professores, agravada das constantes mudanças no sistema educacional se constituem em fatores determinantes para fomentar o malfadado processo de precarização do ensino da Geometria durante o Ensino Fundamental e Médio.

Vários estudos, lastreados em pesquisas sérias, indicam que os educadores que ministravam aulas da 1^a a 4^a séries no antigo Ensino Fundamental possuíam pouco ou quase nenhum conhecimento de Geometria e, mesmo mais recentemente, os professores de 5^a a 8^a séries, do mesmo grau de ensino, apesar da formação em Licenciatura em Matemática, davam pouca atenção ao ensino da Geometria e nenhuma ao ensino do Desenho Geométrico.

Esta situação de gritante desprestígio ao ensino da Geometria e do Desenho Geométrico por parte dos professores é consequência da formação de toda uma geração que pouco contato teve com essas matérias.

Verificou-se também que nos cursos de Licenciatura em Matemática não haviam disciplinas específicas voltadas para um estudo mais sólido e aprofundado da Geometria e tampouco do Desenho Geométrico. Portanto, os profissionais que saíam das universidades continuavam com pouco conhecimento nessa área, fato que refletia negativamente na qualidade do ensino. Pode-se afirmar, sem qualquer receio de

exagero, que estamos diante de uma geração vítima das mazelas oriundas da Lei nº 5.692/71, que banuiu o ensino do Desenho Geométrico do currículo escolar: a criança foi para a escola e não estudou Geometria, entrou e se formou na universidade sem obter uma preparação sólida em Geometria e, finalmente, se tornou um profissional da área de Matemática sem o preparo e a formação que lhe deem condições e conhecimentos suficientes para ministrar aulas com qualidade dessa matéria aos seus alunos.

As dificuldades encontradas pelos professores de Matemática em virtude da carente formação de então nessa área de conhecimento os levou a não trabalhar com a Geometria, ignorando as propostas curriculares, quer no Ensino Fundamental, quer no Ensino Médio, segundo o entendimento de Fonseca (2001, p.14):

Mais do que a dificuldade de ensino de Geometria é a omissão desse ensino que flagramos nas experiências que acompanhamos ou nos depoimentos dos professores (Fonseca, 2001, p.15).

Observa-se que o ensino da Geometria, quando realizado, é feito de maneira superficial e bastante sucinta. É fato não se observar nas escolas os professores de Matemática carregando os antigos, grandes e bons instrumentos de madeira, tipo régua, esquadros e compasso, fundamentais para as aulas de Geometria. São apresentadas aulas expositivas tendo os alunos como meros espectadores, quando aos desenhos das figuras geométricas, feitos à mão livre, são enunciados seus elementos, propriedades, teoremas e relações algébricas indicando o perímetro e áreas dessas figuras, por exemplo. Dessa forma, através dessa abordagem que, certamente, não desperta maiores interesses ao aluno pelo assunto ministrado, fica evidenciado a pouca importância dada ao ensino da Geometria.

Com fundamento nas abordagens feitas pela teoria da aprendizagem defendidas por Vygotsky, principalmente, e pelos princípios da Teoria da Engenharia Didática, inerentes à didática da Matemática, que valorizam as relações de dependência entre a teoria e a prática, este trabalho tem por objetivo propor que o ensino da Geometria, principalmente a parte voltada para o 8º e 9º anos do Ensino Fundamental II, seja realizado simultaneamente com a aplicação das técnicas de construção do Desenho Geométrico, com uso de régua e compasso, tornando-o mais dinâmico e participa-

tivo, a fim de que se verifique a aplicação da inter-relação entre Geometria e Desenho Geométrico, fator extremamente propalado por educadores de renome da área da Matemática. Todavia, faz-se necessário que o professor esteja devidamente preparado, com domínio pleno do conteúdo e técnicas necessárias.

O desenho sempre esteve presente na vida do ser humano desde sua origem, conforme demonstram estudos arqueológicos. Do simples desenho rupestre nas cavernas até a aplicação das mais sofisticadas técnicas visando sua representação, essa evolução acompanhou também o desenvolvimento do ser humano, que através do constante estudo da Geometria atingiu conhecimentos importantes e fundamentais para a Matemática, os quais propiciaram grande desenvolvimento nas artes, arquitetura e industrialização. É apresentado nesse trabalho um breve histórico do desenvolvimento da Geometria e do Desenho Geométrico no mundo e no Brasil, bem como parte do conteúdo programático previsto para a 8ª e 9ª séries do Ensino Fundamental, através de exemplos clássicos do estudo do triângulo, dos quadriláteros (em especial, o retângulo) e da circunferência, mostrando definições, conceitos, elementos e algumas propriedades inerentes a essas figuras geométricas. Para cada figura geométrica são apresentadas as técnicas mais elementares do Desenho Geométrico, demonstrando sua construção com o uso da régua e compasso. Espera-se que as construções das figuras geométricas, com a aplicação das técnicas do Desenho Geométrico, permitam ao aluno maior facilidade na definição de conceitos, demonstrações de propriedades e resolução de problemas. Para Zuin (2001), é preciso estreitar ao máximo o vínculo entre o Desenho Geométrico e a Geometria.

Assim, procura-se evidenciar o objetivo precípua desse trabalho que é demonstrar as vantagens quando se associa a teoria inerente a esses entes geométricos com a parte prática de suas construções, propiciando, sobremaneira, a partir dessa integração, a formação de um conhecimento matemático mais sólido.

I - PÚBLICO ALVO

Alunos matriculados no Ensino Fundamental II, com ênfase para os dois últimos anos, 8º e 9º, constituídos por alunos que formam um segmento da escolaridade

que se encontra em uma das fases de maior transformação e mudança de expectativas e posturas frente ao aprendizado, com noções sobre sistemas de localização e descrição do espaço, perpassando, em seguida, pela compreensão das características e propriedades das figuras planas, para, nos anos finais do ciclo de estudo, o aluno tenha conhecimento das representações de localização e movimentação de objetos no plano, bem como noções, no espaço, conforme pretende a nova Base Nacional Comum Curricular – BNCC. E aos professores de Matemática que trabalham com Geometria nessas séries do Ensino Fundamental.

II - OBJETO DO TRABALHO

O objeto principal desse trabalho consiste em apresentar e discutir uma proposta didática prática para o ensino da Geometria através da construção de figuras geométricas utilizando o Desenho Geométrico como instrumento inseparável para a formação do conhecimento dos elementos, propriedades e teoremas ligados a essas figuras geométricas.

Como a proposta por ora apresentada está voltada para os dois anos finais do Ensino Fundamental II, considera-se que durante o Ensino Fundamental I e anos iniciais do ensino Fundamental II, o aluno tenha tido contato e conhecimento dos conceitos dos chamados entes fundamentais da geometria: ponto, reta e plano. Dessa forma, a proposta versará sobre o estudo dos triângulos, quadriláteros e circunferência, abordando suas definições, elementos, propriedades e concomitantemente as técnicas e procedimentos do Desenho Geométrico para construção dessas figuras geométricas, com seus respectivos elementos, com o objetivo de tornar esse conhecimento mais sólido, visando dar continuidade aos estudos em níveis mais avançados.

O uso da régua e compasso, primeiros instrumentos utilizados desde os primórdios dos estudos da Geometria na construção de figuras geométricas, continuam sendo instrumentos fundamentais do Desenho Geométrico, porém, agora contam com o apoio de outros instrumentos não menos importantes, como o transferidor, os esquadros, curvas francesas, gabaritos e outros.

Na maioria dos casos, o aluno apenas reproduz uma figura geométrica que o professor desenha no quadro, também, na maioria das vezes, sem nenhum instrumento, apenas à mão livre. Dependendo da figura geométrica, ao aluno são mostrados os elementos dessa figura: lado, ângulo, diagonal, centro, raio, diâmetro, mediana, mediatriz, altura e outros. Também são enumeradas algumas propriedades e teoremas intrínsecos a essas figuras geométricas. Não há neste trabalho a pretensão de expor demonstrações geométricas complexas, mas em apresentar concomitantemente a figura geométrica, com seus elementos próprios, e sua construção, bem como de seus elementos, através de técnicas aplicadas pelo Desenho Geométrico.

Dessa forma, com a aplicação prática da inter-relação da Geometria com o Desenho Geométrico se dará ao aluno a oportunidade de construir um conhecimento matemático mais robusto nessa área da Matemática.

Capítulo 1: GEOMETRIA E DESENHO GEOMÉTRICO

1.1 - BREVE HISTÓRICO DO DESENHO TÉCNICO

Desde os mais remotos primórdios, o ser humano faz uso do desenho como meio importante para se comunicar com seu semelhante, uma linguagem não verbal com a utilização de imagens retratando os fatos cotidianos. Nesse sentido, o desenho pode ser considerado como uma forma de linguagem não verbal baseada na utilização de imagens que são representações visuais dos fenômenos que ocorrem cotidianamente (ROSA; OREY, 2009).

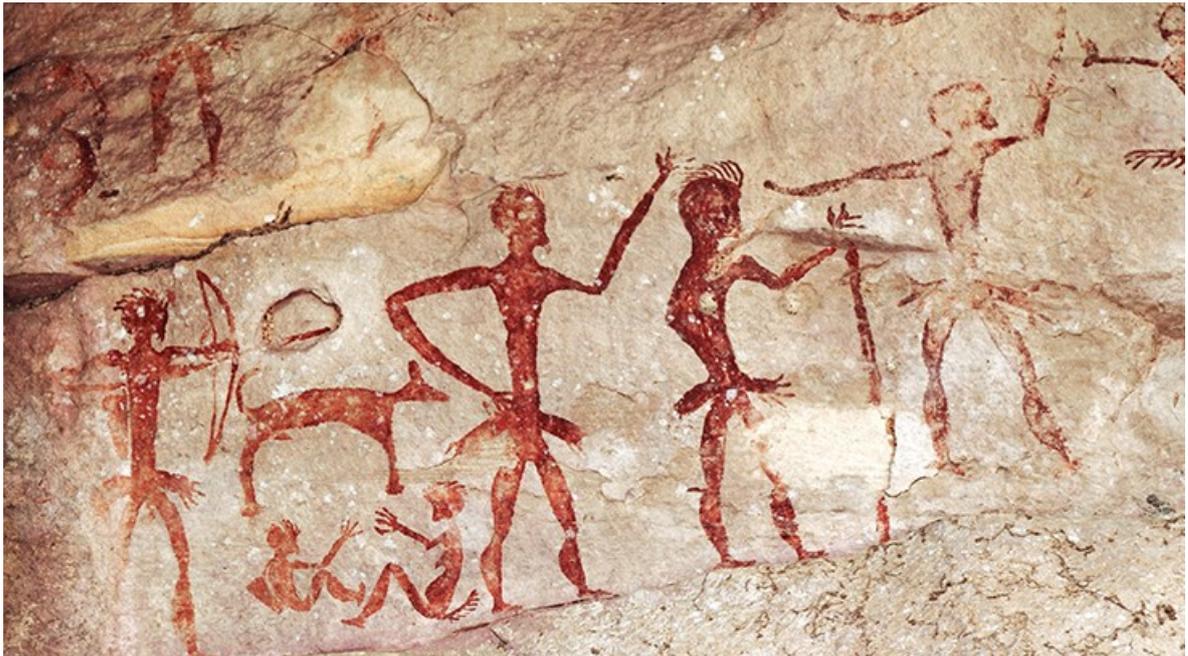


Figura 1.1: Pintura rupestre encontrada em caverna na África
Fonte: <http://ecologambiente.blogspot.com>

Não se sabe quando ou onde ocorreu a primeira formulação, na forma de desenho, de um problema que se pretendia resolver. Talvez fosse a construção de uma moradia ou de um templo. Contudo esse fato significou um desenvolvimento na capacidade de raciocínio abstrato, pois o desenho supracitado representava algo que ainda não existia, algo que se pretendia realizar.

Essa ferramenta, com o passar dos tempos foi se aprimorando de tal modo que tornou-se uma importância vital para o desenvolvimento de civilizações, como a dos babilônios e os egípcios. (Putnok,1993, p.7)

No Egito Antigo, a noção de Geometria e Desenho Técnico se desenvolveu concomitantemente, principalmente na solução de problemas do dia a dia daquele povo que habitava as margens e entorno do rio Nilo. É sabido que as enchentes sazonais do rio Nilo provocavam a destruição dos marcos que delimitavam as áreas agricultáveis da região, as quais precisavam ser demarcadas e delimitadas após as águas voltarem ao nível normal. O faraó então contratava agrimensores que utilizavam instrumentos rústicos, tipo cordas, dentre outros, para realizar tal serviço, motivo pelo qual ficaram esses trabalhadores conhecidos como esticadores de cordas. Assim, entende-se a importância da Geometria naquela época:

“(...) egípcia estava relacionada com o sistema de avaliação de terra produtivas. Este aspecto do conhecimento matemático egípcio evidenciava um sistema de produção que estava relacionado com as estruturas socioeconômicas dessa cultura. Neste processo, a interação da cultura egípcia com o meio-ambiente ocorria através do desenvolvimento de técnicas aritméticas e geométricas que eram necessárias para a medição das terras ao longo das margens do Rio Nilo.” (ROSA; OREY, 2005, p. 367)

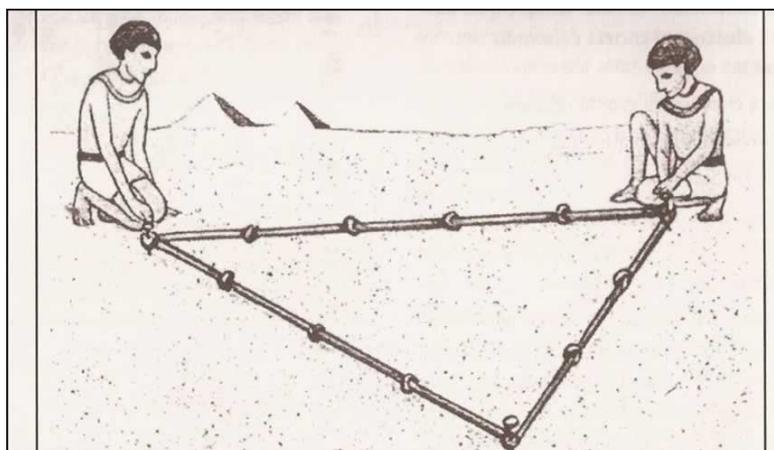


Figura 1.2: Sistema de cordas
Fonte: Toledo (1997, p. 19).

Todavia, esse conjunto de conhecimentos práticos foi aproveitado pelos gregos que passaram a dar outras finalidades a esses conhecimentos, principalmente na Matemática. Com o desenvolvimento desses conhecimentos surgiu a Geometria, que significa medida da terra, tal qual se conhece nos dias de hoje.

Os conceitos, propriedades e aplicações da Geometria podem ser representados também por figuras geométricas, daí a importância do Desenho Geométrico. Para os matemáticos da antiguidade, a Geometria não poderia prescindir dos métodos de construções geométricas, necessários ao seu entendimento e enriquecimento teórico e à solução de seus problemas.

Os conhecimentos rudimentares e empíricos foram evoluindo e por meados do século V a.C., com a adoção do uso de régua não graduada e compasso, as construções geométricas contribuíram de maneira significativa para o desenvolvimento da Matemática e atingiram seu ápice por volta do ano 300 a.C. através dos estudos do matemático grego Euclides, considerado o pai da Geometria.

Nessa época, Euclides organizou e sistematizou a resolução de diversos problemas geométricos em sua obra *Os Elementos*, composta de 13 (treze) volumes, a qual compilava os conhecimentos geométricos da antiguidade, compostos por teoremas formulados por Tales de Mileto, Pitágoras, Eudóxio, Zenão, Demócrito e outros matemáticos. Nessa obra, Euclides apresentou demonstrações geométricas de teoremas, que eram realizadas, na maioria das vezes, por meio de construções geométricas (ROSA; OREY, 2009). Na Matemática grega o estudo da Geometria era intenso e predominante, todavia, avançaram também nos estudos das propriedades dos números inteiros, na teoria das razões e proporções, astronomia e mecânica (BERLINGHOFF; GOUVEA, 2008, p. 15). Na antiguidade, os gregos realizavam operações matemáticas por meio de construções geométricas que empregavam apenas, como instrumentais de desenho, o compasso e régua sem escalas (COSTA, 2013).

“Os Elementos de Euclides representam, neste contexto, o resultado dos esforços de formalização da Matemática para apresentar uma geometria consistente e unificada que valesse para grandezas quaisquer, fossem elas comensuráveis ou incommensuráveis”(Pitombeira, 2012)

É de fundamental importância salientar, segundo José Carlos Putnoki no artigo *Que se devolvam a Euclides a régua e o compasso*, (Revista do Professor de Matemática, V. 13, nº 2, p. 13 – 17, 1988):

“Desde os Elementos, de Euclides, o Desenho Geométrico se apresenta ligado à Geometria de forma indissolúvel, não com esse título, mas com a denominação de Construções Geométricas.”

Nessa obra-prima, Euclides consegue mostra uma conexão entre os conteúdos matemáticos com a Geometria, a Álgebra e as construções geométricas. Nos 04 (quatro) primeiros volumes da obra de Euclides se vislumbram que todas as afirmações

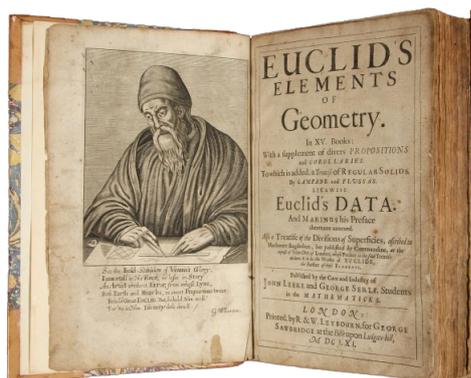


Figura 1.3: Elementos de Euclides

Fonte: <https://esquadraodoconhecimento.wordpress.com/2015/04/20/euclides-e-os-elementos/>

teóricas são acompanhadas por demonstrações de construções, evidenciando, dessa forma, a importância no entendimento e desenvolvimento da Geometria (ALEXANDRE, 2013).

Bem mais a frente, durante o Renascimento, na Europa, grandes artistas retratavam o mundo real através de pinturas, contribuindo sobremaneira para o aprimoramento do desenho com técnicas bastante rebuscadas.

Vários artistas renascentistas se dedicaram a aprofundar os conhecimentos sobre a perspectiva, a geometria e a matemática, tendo deixado escritos e tratados, construído máquinas de desenho e aplicado nas suas obras as regras de construção rigorosa da perspectiva. Com base nessa vertente, a “necessidade de uma representação realista do mundo acabou por sistematizar o conhecimento em desenho, que mais tarde seria socializado em outros espaços” (MACHADO, 2012, p. 45).

As atividades e ideias de grandes pensadores durante o Iluminismo foi importante para a consolidação do Desenho Geométrico:

”Com Descartes e Galileu, na geometrização do Universo o desenho aparece como linguagem precisa para a representação de hipóteses matemáticas geométricas. Essa forma de desenho associada à geometria projetiva que também começa a se estruturar vai ser útil instrumento ao processo de mecanização dos modos de produção.”(Nascimento, 1996: 16)

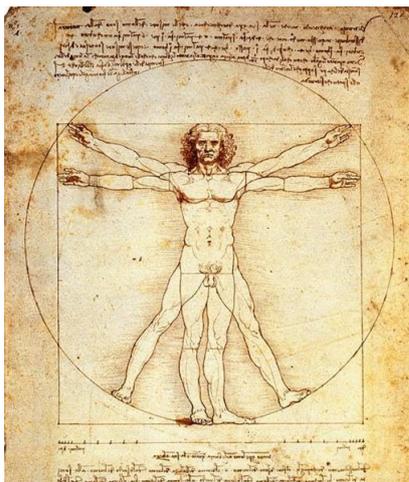


Figura 1.4: As Proporções da Figura Humana - O Homem Vitruviano
Leonardo da Vinci, Galleria dell'Accademia, Veneza, 1490. Fonte:
<https://pt.wikipedia.org/wiki/Homem-Vitruviano>

Em virtude do processo de industrialização na Europa, o ensino do desenho foi ganhando espaço obrigando a criação de escolas técnicas durante o século XVII. A necessidade de criação de máquinas para a produção em larga escala para atendimento da crescente demanda por bens maquinofaturados implicou na elaboração de sofisticados projetos que, basicamente, eram compostos por desenhos geométricos.

As construções geométricas evoluíram ao ponto de se tornarem um saber autônomo, chegando a ser desvinculadas da Geometria, passando a ser uma disciplina escolar independente chamada Desenho Geométrico (FRANCO JR., 2001), galgando a posição de uma ciência, por volta da segunda metade do século XIX, sendo ensinado em todas as escolas francesas, sendo, posteriormente, difundido para outros países.

Assim, pode-se dizer que o Desenho Geométrico é um capítulo da Geometria que, com o auxílio de dois instrumentos, a régua e o compasso, se propõe a resolver graficamente problemas de natureza teórica e prática.

“(…) não há Geometria sem Régua e Compasso. Quando muito, há apenas meia Geometria, sem os instrumentos euclidianos. A própria designação Desenho Geométrico me parece inadequada. No lugar, prefiro Construções Geométricas. Os problemas de construções são parte integrante de um bom curso de Geometria. O aprendizado das construções amplia as fronteiras do aluno e facilita muito a compreensão das propriedades geométricas, pois permite uma espécie de “concretização”. Vejo a régua e o compasso como instrumentos que permitem “experimentar”. Isso, por si só, dá uma outra dimensão aos conceitos e propriedades geométricas”. (ZUIN, 2001, p. 177).

“A rigor, ensinar geometria sem esses instrumentos é como dar a uma criança um triciclo sem as duas rodas traseiras. Ela até consegue se locomover, mas muito mal. Estamos mutilando a geometria quando a ensinamos como fazemos hoje, além de abrir mão de ferramentas cujo alcance didático é inesgotável.” (PUTNOKI, 2013, p. 369)

A exatidão e a precisão exigidas no Desenho Geométrico, torna-o aliado importante na aplicação de conceitos da Geometria em áreas significativas do conhecimento humano, como a arquitetura, a engenharia, o desenho industrial, entre outros.

1.2 - O ENSINO DO DESENHO GEOMÉTRICO NO BRASIL

A disseminação do ensino do Desenho Geométrico pela Europa durante o século XVII também atingiu o Brasil, então colônia de Portugal. Porém, o ensino do Desenho Geométrico começou timidamente na década de 1770 e somente começou a se consolidar com a chegada da família real portuguesa ao Brasil, em 1808. Nesse período houve a criação de várias escolas formais, algumas voltadas para as artes, ciências e tecnologia propiciando condições favoráveis ao desenvolvimento do ensino do desenho (Nascimento, 1996).

Como estratégia militar, Portugal precisava proteger a colônia contra a ambição e crescente interesse por terras brasileiras. Várias fortificações militares foram construídas durante o século XVIII, a Fortaleza de São José de Macapá, em 1782, por exemplo, as quais visavam a defesa da colônia. Esse fato fez com que o Desenho Geométrico fosse matéria obrigatória nas escolas militares. É possível afirmar que os verdadeiros objetivos do ensino de Geometria no Brasil estavam atrelados à estratégia militar, conforme preconiza Tavares (2007).

Os avanços da Revolução Industrial também tiveram reflexo no Brasil de então, dando nova importância ao ensino das ciências, fator que se constituiu, dentro desse cenário, determinante para a valorização do ensino do Desenho Geométrico, visto que permitiria a modernização das máquinas, propiciando, dessa forma, o aumento da produtividade e a racionalização do trabalho (Machado, 2012).

Nos anos finais do século XVIII, o Brasil adotou novo modelo educacional onde o Desenho Geométrico passou a adquirir uma vertente artística, nos moldes adotados na educação francesa da época (Machado, 2012).

A Revolução Industrial atinge seu apogeu no século XIX e a demanda de mão de obra especializada cresce. São criados escolas normais e liceus, cujos profes-

sores eram militares com vasto conhecimento na área do Desenho Geométrico que contribuem para a formação de alunos com sólido domínio da teoria e técnica do Desenho Geométrico. As construções geométricas passam a ter maior importância na composição da matriz curricular dos cursos de engenharia civil.

No final do século XIX, ares de modernidade passam pelo Brasil e o Desenho Geométrico é visto como peça fundamental para o processo de desenvolvimento e industrialização do país.

No Brasil, todavia, apenas no século XX o Desenho Geométrico passou a ser adotado como uma disciplina estudada de modo independente nas escolas brasileiras (Zuin, 2001). Durante a primeira metade daquele século, o Desenho Geométrico foi um componente curricular importante no ensino brasileiro. No entanto, no início dos anos 1960 com o advento da chamada Matemática Moderna, algumas áreas da Matemática foram excluídas do currículo escolar. Dentre elas a Geometria Euclidiana, atingindo sobremaneira, por conseguinte, o Desenho Geométrico. Foi o início do declínio do ensino do Desenho Geométrico nas escolas brasileiras.

“(...) é possível intuir que o objetivo principal da MM era a reflexão e uma busca de elementos alternativos para o ensino da matemática, tendo como referência também o fato de as sociedades apresentarem grandes avanços tecnológicos e o ensino de matemática, de forma geral, não acompanhar esses avanços.” (Danyluk, 2012, p.90)

Com o advento da Lei nº. 4.024/61, de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, o Desenho Geométrico passa a ser uma disciplina não obrigatória na composição do currículo escolar. A derrocada total veio com a implantação das novas Diretrizes e Bases da Educação Nacional, através da Lei nº. 5.692/71, que banuiu em definitivo o Desenho Geométrico do currículo escolar brasileiro. Nessa mesma época, as construções geométricas foram abolidas dos vestibulares para os cursos de Engenharia e Arquitetura, reafirmando o desprestígio desse ramo da Matemática. O ensino da Geometria deixou de ter a importância devida, enquanto que o Desenho Geométrico fora praticamente abolido do ensino regular. Com a implantação da disciplina Educação Artística, esta manteve resquícios do ensino do Desenho Geométrico.

Em virtude dos conteúdos curriculares serem comuns e de abrangência nacional, a sorte do ensino do Desenho Geométrico no norte do país não foi diferente do resto do Brasil. Os livros utilizados eram os mesmos empregados em todo o território nacional e de autores com conhecimento mais voltado para a realidade do centro sul do país.

“A maioria dos alunos de 1º grau deixa, assim, de aprender geometria, pois os professores das quatro séries iniciais do 1º grau limitam-se,

em geral, a trabalhar somente a aritmética e as noções de conjunto. O estudo da geometria passa a ser feito – quando não é eliminado – apenas no 2º grau, com o agravante de que os alunos apresentam uma dificuldade ainda maior em lidar com as figuras geométricas e sua representação porque o Desenho Geométrico é substituído, nos dois graus de ensino, pela Educação Artística.” (Pavanello, 1993, p.13)

“A falta de preparo dos professores e a liberdade que a lei de diretrizes de bases da educação de 1971 dava às escolas quanto à decisão sobre os programas das diferentes disciplinas, fez com que muitos professores de Matemática, sentindo-se inseguros para trabalhar com a Geometria, deixassem de incluí-la em sua programação. Os que continuaram a ensiná-la o faziam de modo precário. Os próprios livros didáticos passaram a parte de Geometria para o final do livro, o que fez com que durante o Movimento da Matemática Moderna a Álgebra tivesse um lugar de destaque.” (Souza, 2001, p.11)

Desde os anos 1980 já era evidente uma preocupação com reestruturação e atualização nos currículos escolares que refletissem os ares de liberdade que se começava a respirar no Brasil, com a abertura política e posterior fim da ditadura militar.

A Lei nº. 9.394/96 que substituiu a Lei nº. 5.692/71, de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, trouxe os chamados Parâmetros Curriculares Nacionais, na qual se vislumbra um movimento de incentivo à volta das construções geométricas feitas com os instrumentos euclidianos. Os Parâmetros Curriculares Nacionais sugerem que as construções geométricas devem interagir com os demais campos do conhecimento, em especial com as atividades numéricas, métricas e com a ideia de proporcionalidade. Pois, de acordo com Marmo e Marmo (1994, p.12), “há uma relação perfeita entre o desenho geométrico e a geometria, pois ambas estudam as figuras geométricas com seus conceitos e suas propriedades. O desenho é a geometria gráfica”.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais na tentativa de resgate da valorização do ensino da Geometria preconiza:

“(…) os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, os alunos desenvolvem um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.” (BRASIL, 1998)

“O estudo da geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa.” (BRASIL, 1998)

"O trabalho com espaço e forma pressupõe que o professor explore situações em que sejam necessárias algumas construções com régua e compasso."(BRASIL, 1998).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais indicam a importância do uso da régua e compasso nas construções geométricas para a compreensão de conceitos, propriedades e demonstrações geométricas, que permitirão ao aluno uma aprendizagem com base na exploração, na comprovação de estratégias e com percepção de propriedades geométricas.

A importância do ensino da Geometria e do Desenho Geométrico é inquestionável para a construção de um conhecimento matemático fundamentado em habilidades específicas, verificadas tanto no ponto de vista prático quanto do aspecto instrumental na organização do pensamento dedutivo, visto que há uma enorme relação de interdependência entre essas duas disciplinas.

A partir de 2014, as discussões sobre a melhoria da educação no país se intensificaram, dando maior espaço para a discussão, meio açodada, da chamada Base Nacional Comum Curricular – **BNCC**, que se propõe implementar uma base curricular para a educação básica nacional.

Assim, a BNCC traz como proposta determinar os conhecimentos essenciais que todos os estudantes brasileiros têm o direito de acesso e apropriação durante sua trajetória na educação básica, desde seu ingresso até o fim do ensino médio, através de quatro áreas de conhecimento: Linguagens, Matemática, Ciências Humanas e Ciências da Natureza, com cada área se dividindo em disciplinas específicas e organizadas em cada nível de ensino, cujo objetivo é universalizar os currículos em todo território nacional.

Na área de conhecimento Matemática, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC propõe cinco unidades temáticas, correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental: álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística.

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC indica nos objetivos gerais para o ensino fundamental na área de conhecimento Matemática a necessidade de haver uma comunicação matemática utilizando-se de diversas linguagens, porém, estabelecendo relações entre elas. A Geometria e o Desenho Geométrico sendo abordados sob esse aspecto poderão facilitar a compreensão dos diferentes conceitos matemáticos envolvidos.

O estudo do Desenho Geométrico amplia a comunicação com as demais disciplinas, trata-se da chamada relação de interdependência:

O Desenho estabelece um canal de comunicação universal para a transmissão da linguagem gráfica. É disciplina que permite tirar uma série muito grande de conclusões a partir de um mínimo de informações, liberando a criatividade. Interliga as demais disciplinas ajudando a compreensão de desenho geométrico em geral e a resolução de questões de natureza prática do cotidiano. O desenho concretiza os conhecimentos teóricos da Geometria, fortalecendo o ensino desta importante matéria. (MARMO.1994. p 6)

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC propõe que o estudo da Geometria nos anos iniciais do ensino fundamental deve propiciar para a criança o aperfeiçoamento de seus sistemas de localização e capacidade de descrição do espaço. Para que, nos anos seguintes, esteja apta a compreender as características e propriedades de figuras planas e espaciais. E, dessa forma, ao chegar aos anos finais, tenha o conhecimento pretendido das representações de localização e/ou de movimentação de objetos no plano e no espaço, ampliando-as para o plano cartesiano.

A adoção das orientações, normatizações e resultados oriundos da aplicação da atual Base Nacional Comum Curricular – BNCC ainda é muito incipiente, sendo, assim, instrumento mais de discussões acadêmicas do que de estudos de dados concretos de sua real e efetiva aplicação.

Capítulo 2: FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 -A Educação e as Teorias da Aprendizagem

Pensar e abrir uma discussão sobre as teorias da educação é um grande desafio. Primeiro, intelectual, posto que os pensadores que iniciaram suas pesquisas nas diferentes sociedades buscavam entender as bases da construção do conhecimento. E, segundo, porque cada sociedade aprende a partir de um modelo ideal. A educação na sociedade americana, por exemplo, difere radicalmente da árabe, ou da educação oriental.

Ao longo do tempo, a prática pedagógica escolar foi ganhando diferentes conotações a cada época histórica. Quando se fala em educação permeia em alguns pensamentos o fazer pedagógico, ainda alienado. Para que essa prática docente se desvincule deste papel alienante é necessário que seja entendida e praticada, não como uma ação neutra, e sim como uma atividade marcada por interesses ideológicos.

A construção da prática educativa é determinada sobre uma visão de pessoa. Porém, esta visão nem sempre está articulada, mas nem por isso deixa de ser menos determinante para a identificação dos objetivos, escolha dos conteúdos e a definição da metodologia. Desta forma, é importante que se ressaltem as teorias filosóficas, com objetivo de conhecê-las e de se repensar o fazer pedagógico das escolas.

Aqui serão apresentadas algumas teorias, como: a epistemologia genética, de Jean Piaget; o aprendizado como processo social, de Lev S. Vygotsky e o desenvolvimento intelectual pelas emoções, de Henri Wallon.

2.2 - Construtivismo Piagetiano e a Epistemologia Genética

Piaget foi um dos estudiosos que muito se dedicou às questões da teoria da aprendizagem e do desenvolvimento humano. Destacou com ênfase o papel da inteligência no decorrer de sua teoria, o que chamou de epistemologia genética.

Para esse autor, o desenvolvimento cognitivo de uma pessoa vai desde o nascimento até a adolescência. No Brasil, se chamou de perspectiva construtivista. Assim, esse desenvolvimento se daria em fases, de acordo com a faixa etária de cada criança. Mas, o nível de aprendizagem se daria de maneira igual em todas as crianças, durante a mesma fase.

Segundo Davis e Oliveira (1994, p. 37),

Piaget é o mais conhecido dos teóricos que defendem a visão interacionista de desenvolvimento. Dedicou-se a investigar cientificamente como se forma o conhecimento. Ele considerou que se estudasse cuidadosa e profundamente a maneira pela qual as crianças constroem as noções fundamentais de conhecimento lógico – tais como tempo, espaço, objeto, causalidade etc. – se poderia compreender a gênese e a evolução do conhecimento humano.

Como para Piaget o conhecimento perpassa por fases, assim a epistemologia aborda o processo de construção do conhecimento pelo sujeito, do nascimento até a fase adulta, mas o seu enfoque principal é o desenvolvimento infantil. Como conclusão de seus estudos Piaget observou que a criança possui uma lógica de funcionamento mental e que esta difere do funcionamento mental do adulto. Mas, a primeira evolui para a segunda em todas as crianças.

Segundo Nogueira e Leal (2012, p. 63), o desenvolvimento cognitivo é um processo de equilibrações sucessivas. Contudo, tal processo é estruturado em etapas ou fases. Cada etapa define um momento de desenvolvimento ao longo do qual a criança constrói certas estruturas cognitivas. Esses períodos foram pensados por Piaget em idades mais ou menos aproximadas, ou seja, nem sempre correspondem à idade cronológica da criança avaliada. Piaget estudou e identificou características específicas em cada estágio do desenvolvimento infantil.

O primeiro período, chamado de sensório-motor, inicia-se com o nascimento e vai até aproximadamente os 02 anos. Nesse período, a criança apresenta os reflexos sensório-motores adquiridos geneticamente e funcionam basicamente para satisfazer o impulso básico de nutrição.

O segundo período, conhecido como pré-operatório, que vai dos 02 aos 07 anos, aproximadamente, a criança passa por profundas mudanças em sua maneira de socializar com os demais, já que adquire uma ferramenta essencial e que fará grande diferença em todas as outras fases, a linguagem. A linguagem possibilitará a troca e a comunicação entre a criança e o seu meio sociocultural. Agora, a criança é capaz de

dialogar, falar sobre o passado e propor previsões sobre seu futuro.

Essa fase é muito interessante, pois Piaget a denominou de função simbólica, pois além da linguagem a criança insere também outros conceitos: o desenho, o jogo simbólico e a imitação.

O terceiro estágio é o operacional concreto, que vai dos 07 aos 12 anos, aproximadamente. Esse período das operações concretas marca uma etapa decisiva de avanços mentais para crianças, pois se inicia uma fase ininterrupta de novas construções. Aqui Piaget observou que aumenta a capacidade de concentração e a criança já trabalha sozinha, realizando tarefas até certo ponto complexas.

A criança vai saindo da fase egocêntrica e passa a cooperar e socializar mais com os outros, tanto crianças quanto adultos. Nesse período, Nogueira e Leal (2012, p. 69) descrevem que surge a noção de permanência de substância, de peso e de volume, bem como as noções de tempo, de velocidade e de espaço. A realidade deixa ser pensada com base na percepção e passa a ser regida pela razão.

Por fim, temos o estágio operacional formal, que se inicia aos 12 anos e vai até a vida adulta. Nesse período, surgem operações diferentes de todas as outras, ou seja, a capacidade de pensamento abstrato, ou pensamento hipotético-dedutivo. A criança consegue raciocinar logicamente, mesmo se apresentando conteúdos falsos para a análise e operação mental. Esta fase vai se aprimorando com o passar dos anos e com as experiências que o indivíduo vai se deparando.

As ideias defendidas por Piaget são corroboradas em afirmações encontradas nos Parâmetros Curriculares Nacionais:

O que o aluno pode aprender em determinado momento da escolaridade depende das possibilidades delineadas pelas formas de pensamento de que dispõe naquela fase de desenvolvimento, dos conhecimentos que já construiu anteriormente e do ensino que recebe. Isto é, a intervenção pedagógica deve-se ajustar ao que os alunos conseguem realizar em cada momento de sua aprendizagem, para se constituir verdadeira ajuda educativa. O conhecimento é resultado de um complexo e intrincado processo de modificação, reorganização e construção, utilizado pelos alunos para assimilar e interpretar os conteúdos escolares. (BRASIL, 1998, p.37)

2.3 – O desenvolvimento intelectual pelas emoções, por Henri Wallon

Henri Wallon foi um pensador que desenvolveu seus estudos sob uma perspectiva interacionista. Ou seja, o aprendizado ocorre da interação de três fatores internos e externos que são interligados pelas experiências positivas vivenciadas pela criança, o que Wallon chama de dimensões motora, afetiva e cognitiva. Henri Wallon fundamentou seus estudos buscando entender a emoção geneticamente, afirmando que ela é a primeira manifestação de necessidade afetiva do bebê e o principal elo dele com o meio, tanto biológico como social.

Assim, o termo afetividade se refere à capacidade do ser humano de ser afetado positiva ou negativamente tanto por sensações internas como externas. A afetividade é um dos conjuntos funcionais da pessoa e atua, juntamente com a cognição e o ato motor, no processo de desenvolvimento e construção do conhecimento.

”Essa descoberta é muito importante, senão vital, para os que trabalham com os pequenos, pois saber que eles não vão reagir de forma racional às coisas interfere na forma de lidar com as circunstâncias que os envolvem”. (Rodrigues, 2015)

Como enfatiza Nogueira e Leal (2012, p. 107), grandes estudiosos, como Jean Piaget (1896-1980) e Lev Vygotsky (1896-1934), já atribuíam importância à afetividade no processo evolutivo, mas foi o educador francês Henri Wallon (1879-1962) que se aprofundou na questão. Ao estudar a criança, ele não coloca a inteligência como o principal componente do desenvolvimento, mas defende que a vida psíquica é formada por três dimensões - motora, afetiva e cognitiva -, que coexistem e atuam de forma integrada.

É significativo o avanço de Wallon no campo educacional, pois ele acreditava ser a educação um importante instrumento para a construção do conhecimento, da atividade motora e da afetividade. Sujeitos mais equilibrados afetivamente tendem a apresentar melhores resultados nos níveis de inteligência. O desequilíbrio coopera para resultados mais fracos. Na visão do autor não se pode trazer reducionismos para sua teoria, já que dois fatores de extrema importância se fazem presentes na hora do entendimento da aplicação da mesma: os fatores orgânicos e os fatores sociais.

Todos sofremos interações de objetos e manifestações do meio, quanto mais familiaridade tivermos com outras pessoas maior será a possibilidade de aprendizagem. Gestos, caras, tom de voz, atitudes mais grosseiras podem facilitar o ou impedir o desenvolvimento de capacidades e competências para determinados fazeres. Por isso é

tão importante lançar mão da afetividade, garantindo ao ser que aprende segurança em sua participação durante todo o processo ensino-aprendizagem.

”O lugar que ocupam as emoções no comportamento da criança, a influência que continuam a exercer sobre o do adulto, abertamente ou em surdina, não é, pois, um simples acidente, uma simples manifestação de desordem.”(Wallon, 1971)

2.4 - Socioconstrutivismo: o aprendizado como processo social de Vygotsky

Lev S. Vygotsky pensou a aprendizagem como resultante do processo social. Sua teorização tem como pano de fundo o materialismo histórico e dialético. Isso se dá pelo próprio momento histórico que o autor vivenciou, pois os problemas vividos na sociedade russa até a revolução de 1917 o ajudaram na construção de sua teoria.

Segundo Vygotsky, a natureza determina que o homem tenha necessidades, a história, por sua vez, determina quais serão estas necessidades. Assim, podemos dizer que este autor ao pensar a teoria da aprendizagem, possibilitou a compreensão da constituição do sujeito e de sua subjetividade dentro de um processo capaz de ir em direção ao sujeito social e observar os sistemas psicológicos que ocorrem no processo de individuação do homem inserido social e historicamente em uma cultura.

Dessa forma, abstrai-se que para obter domínio dos conteúdos construídos socialmente temos que interagir. Não é possível aprender fora do contexto da interação, pois somos sujeitos históricos e necessitamos interagir para avançar em nossos pensamentos e conceitos concretos. O ser humano sai da subjetividade e passa a criar seus próprios mecanismos de aprendizagem.

Para Vygotsky, as relações humanas transformam o mundo e isto ocorre em uma atividade interna de apropriação e articulação com o novo, e o que marca essa atividade é a superação, a confrontação, a contradição e a ambiguidade entre o novo e o velho (AGUIAR, 2006).

Portanto, enfatiza Nogueira e Leal (2012, p. 87), que

(...) é na atividade que o ser humano desenvolve a sua capacidade cerebral, ou seja, diferentemente do animal irracional, este é motivado pela apropriação da experiência humana. Isto porque, na medida em que o indivíduo adquire a capacidade de planejar, abstrair, reconhecer conexões causais e de antecipar os acontecimentos imediatos, ele passa a produzir sua forma humana de existência.

Assim, os conceitos aprendidos na escola devem considerar as experiências que as crianças já trazem de casa.

Lev Vygotsky, em “A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores” (1999) descreve o desenvolvimento real, ligado às funções mentais já com elevado grau de desenvolvimento, quando o aluno sozinho está apto a realizar as atividades propostas (resultado de habilidades e conhecimentos adquiridos pela criança) e o desenvolvimento potencial, no qual ele consegue realizar tarefas mais complexas com o apoio de outras pessoas. No percurso entre esses dois tipos de desenvolvimentos, o real e o potencial, existe, segundo Vygotsky, a ‘zona de desenvolvimento proximal’, que é a ‘distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes’ o aluno deverá se desenvolver mentalmente por meio da interação e da troca de experiências. Depois que Vygotsky elaborou este conceito, a integração de crianças em diferentes níveis de desenvolvimento passou a ser encarada como um fator determinante no processo de aprendizado.

“O nível de desenvolvimento real caracteriza o desenvolvimento mental retrospectivamente, enquanto a zona de desenvolvimento proximal caracteriza o desenvolvimento mental prospectivamente”. (Vygotsky, 1999)

2.5 - Teoria da Engenharia Didática

A Teoria da Engenharia Didática é fundamentada em princípios que caracterizam a organização dos procedimentos metodológicos da pesquisa inerentes à didática da matemática, levando em consideração as relações de dependência entre a teoria e a prática.

A noção básica da Teoria da Engenharia Didática está ligada à comparação entre o trabalho do pesquisador em didática e o trabalho do engenheiro, que se apoia em conhecimentos específicos de sua área de atuação, porém, aceita submeter esses conhecimentos a outros conhecimentos científicos com maior ou menor complexidade, em se tratando da concepção, planejamento e execução de um projeto.

“(…) engenharia didática expressa uma forma de trabalho didático comparável com o trabalho do engenheiro na realização de um projeto arquitetônico”. (Artigue, 1996)

A Teoria da Engenharia Didática é bastante explícita em deixar clara a ligação entre a dimensão teórica e experimental, consoante trata a mesma destacada pesquisadora francesa Michèle Artigue:

”A Engenharia Didática, vista como metodologia de pesquisa, se caracteriza, em primeiro lugar, por ser um esquema experimental baseado em realizações didáticas em classe, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e análise de sequências de ensino”. (Artigue, 1996)

A opção por adotar determinada Engenharia Didática tem por objetivo a renovação de técnicas tradicionais, que têm se mostrado insuficientes para abarcar a complexidade do fenômeno didático, principalmente, em sala de aula.

Esse método sobressai como a escolha de um norte a ser seguido na busca de um conhecimento melhor. Esse novo método de ensino comprova que o aluno tem a capacidade de compreender, entender e resolver um problema matemático de várias maneiras, sendo, dessa forma, a Engenharia Didática encarada como uma metodologia de pesquisa científica e se compõe de diferentes formas.

O termo Sequência Didática é usado em educação para expressar um procedimento encadeado de passos ou etapas ligadas entre si visando tornar o processo de aprendizado mais eficiente, na busca de objetivos educacionais com início e fim, que abranjam tanto professores quanto alunos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais fazem referência ao termo Sequência Didática indicando-o como projetos e atividades sequenciadas.

O professor que adota os princípios da Engenharia Didática torna mais sólido os ensinamentos apresentados aos alunos, dotando-os de autonomia intelectual. Assim, o professor pode afirmar que sua:

“(…) prática de ensino é articulada como prática de investigação. A Teoria da Engenharia Didática pode ser vista como referencial para o desenvolvimento de produtos para o ensino, gerados da junção do conhecimento prático com teórico”. (Carneiro, 2005)

Para a elaboração, planejamento e execução da Teoria da Engenharia Didática, o professor, na concepção de Pais (2002), deve acompanhar as seguintes e consecutivas fases:

1. Análises prévias: é estruturada para análise do funcionamento do ensino habitual do conteúdo, objetivando apresentar propostas de intervenções e modificações visando melhorar o ensino na sala de aula;
2. Análise a priori, concepção e experimentação: etapa de descrição e justificção das escolhas adotadas, quando são definidas a abordagem e os recursos que serão utilizados, visando à implementação de um plano de ações que dará suporte a uma Sequência Didática.
3. Análise a posteriori: etapa caracterizada pela devida organização dos dados e resultados da pesquisa, visando uma avaliação posterior.
4. Validação da Engenharia: é o momento de descrever as conclusões finais, através de análise minuciosa para explicar, ante os resultados obtidos, quais hipóteses são ou não válidas.

2.6 - Análise

Observa-se que as ideias defendidas pelos teóricos por ora apresentados têm o condão de substancialmente colaborar e fundamentar a proposta, objeto desse trabalho, cuja finalidade é contribuir para a melhoria do ensino da Geometria no Ensino Fundamental, com foco prioritário para o 8º e 9º anos desse nível de estudo.

A visualização pelo aluno do objeto, no caso aqui tratado, a figura geométrica, é fundamental para compreensão de seus conceitos geométricos no âmbito do campo perceptivo, conforme ideias de Piaget. Para Vigotsky é importante que o aluno construa relações entre a imagem e a palavra que identifica o objeto. A formação dessa compreensão e relações pode ser alcançada através do Desenho Geométrico, uma vez que o aluno está manipulando diretamente a figura geométrica conhecendo seus detalhes, elementos e propriedades, facilitando, dessa forma, a consolidação do conhecimento.

Assim, há uma participação mais relevante do aluno durante a aula, com discussões, trocas de experiências e formulação de estratégias visando à solução de problemas. O aluno deixa de ser um mero espectador e passa a ter uma participação mais ativa na aula. A participação e atividades investigativas são objetos importantes e tratados nos Parâmetros Curriculares Nacionais:

Para atender as demandas do trabalho contemporâneo é inegável que a Matemática pode dar uma grande contribuição à medida que explora

a resolução de problemas e a construção de estratégias como um caminho para ensinar e aprender Matemática na sala de aula. Também o desenvolvimento da capacidade de investigar, argumentar, comprovar, justificar e o estímulo à criatividade, à iniciativa pessoal e ao trabalho coletivo favorecem o desenvolvimento dessas capacidades. (Brasil, 1998)

No Brasil o ensino da Geometria passa por um período de tímida recuperação depois de anos seguidos de plena desvalorização em função de reformas implementadas no sistema de ensino pátrio. Para Zuin (2001, p.18) o momento é de relevante gravidade:

No Brasil encontramos, entre outros, Pavanello (1989) e Perez (1995) reabrindo a discussão sobre o ensino da geometria, ao evidenciarem a forma como o ensino desse conteúdo tem sido realizado no ensino fundamental. Ambos consideram-no deficiente, já que não se propicia a construção de conceitos nem a relação da geometria com outras áreas do conhecimento. Outras vezes, o ensino da geometria é, mesmo, ignorado pelos professores.

Vários fatores contribuíram para as mazelas que comprometem a qualidade do ensino da Geometria no país: falta de interesse e motivação do aluno ante uma aula enfadonha e mal preparada e professores desmotivados, com pouco conhecimento e domínio do assunto em virtude de anos de descaso com o ensino da Geometria.

A formação dos professores, por exemplo, tanto a inicial quanto a continuada, pouco tem contribuído para qualificá-los para o exercício da docência. Não tendo oportunidade e condições para aprimorar sua formação e não dispondo de outros recursos para desenvolver as práticas da sala de aula, os professores apoiam-se quase exclusivamente nos livros didáticos, que, muitas vezes, são de qualidade insatisfatória. (BRASIL, 1998, p.21-22)

A contribuição pretendida por este trabalho através do ensino da Geometria concomitante com as técnicas de construção do Desenho Geométrico, com uso de régua e compasso, é factível e encontra guarida no entendimento de Zuin (2001):

O ensino da Geometria e do Desenho Geométrico possuem estreitas relações. Baseando-se nos resultados de uma pesquisa realizada com alunos da 7ª série do ensino fundamental, a autora avalia que o Desenho exerce um importante papel na construção dos conceitos geométricos, e conclui que, quando os alunos têm oportunidade de representar graficamente os conceitos geométricos estudados, “utilizando o instrumental de Desenho” fixam melhor “os conceitos geométricos abordados, pois a imagem visual de um conceito é a primeira que os alunos constroem, a expressão escrita vem mais tarde, quando tal

conceito já está amadurecido”. Para a autora, o ensino das construções geométricas deve “apresentar justificativas e relações com conteúdos de Geometria”, do contrário não tem significado para o estudante. Ela conclui que a “geometria precisa ser estudada em total sintonia com o Desenho (...). O estudo de cada uma dessas disciplinas em separado, inibe o aprendizado das mesmas.” (Dias, apud ZUIN, 2001, p.17-18)

A importância da Geometria e Desenho Geométrico estarem lado a lado é enfatizado nas palavras de Imenes e Lellis:

O ensino da Geometria vem sendo valorizado porque colabora com o desenvolvimento cognitivo das crianças. Há indícios de que crianças que trabalham com formas geométricas, tornam-se mais organizadas, desenvolvem coordenação motora e visual, melhoram a leitura, compreendem mais rapidamente gráficos, mapas e outras informações visuais. (IMENES e LELLIS, 1996, p.28).

Dessa forma, consubstanciado na inter-relação da Geometria com o Desenho Geométrico, é pretensão de este trabalho contribuir para a melhoria do ensino dessas disciplinas.

2.7 - A PROPOSTA NUMA VISÃO DA TEORIA DE VYGOTSKY

A Matemática sempre foi vista como uma disciplina difícil, um bicho papão para a grande maioria dos alunos, notadamente a partir do 3º ano do ensino fundamental, se intensificando nos anos finais desse nível de ensino e se prolongando pelo ensino médio. É preciso mudar essa visão e mostrar que a Matemática faz parte da vida de qualquer pessoa desde bem antes do nascimento e está presente no seu dia a dia. Para Vygotsky, o processo de aprendizagem não começa com o início da vida escolar da criança. Faz-se necessário ressaltar e demonstrar a importância da Matemática no cotidiano das pessoas, buscando meios para que compreendam e entendam a utilidade da Matemática.

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma breve proposta do ensino da Geometria através da aplicação das técnicas do Desenho Geométrico, com ênfase para o conteúdo ministrado nos 8º e 9º anos do ensino fundamental. As sugestões apresentadas buscam suporte didático dentro de uma perspectiva histórico-cultural verificada na teoria de Lev Vygotsky para o processo ensino aprendizagem.

É de suma importância que a criança, ao iniciar sua vida escolar, passe a ter contato com algumas noções de Geometria, por intermédio da manipulação de objetos nos quais possa sentir e perceber sua forma, dimensão, posição, tamanho e outras

percepções inerentes à idade dessa criança. Portanto, a introdução dessas noções geométricas deve fazer parte do processo ensino-aprendizagem na Educação Infantil. As técnicas, estratégias, recursos e metodologias adotadas para o ensinamento dessas noções geométricas às crianças devem primar por uma aprendizagem significativa propiciando condições para que a criança se insira como parte integrante do processo de construção do conhecimento, o qual pode ser facilitado com a troca de experiências, vivência e interação com as demais crianças da sala de aula, bem como com o professor, conforme entendimento de Smole:

[...] a geometria a ser desenvolvida na Educação Infantil não pode ser a geometria estática do lápis e papel apenas, nem ao menos estar restrita à identificação de nomes de figuras. É necessário pensar uma proposta que contemple, simultaneamente, três aspectos para seu pleno desenvolvimento: a organização do esquema corporal, a orientação e percepção espacial e o desenvolvimento de noções geométricas propriamente ditas (SMOLE, 2000. p.106)

Dentro desse processo de construção de um conhecimento fundamentado em noções de Geometria, é importante que o professor procure conhecer o contexto social da criança, pois, a partir dessa ciência, terá melhores condições de desenvolver atividades que possibilitem a exploração das ideias de posição, localização, direção e orientação, semelhança e medidas dos objetos.

[...] à medida que a criança vai crescendo, começa a perceber-se em seu ambiente de vivência, deparando-se com vultos, as formas e os tamanhos dos objetos [...] Quando começa a andar amplia-se o círculo de interação com os objetos que a rodeia, aumentando a percepção das formas, das relações de tamanho, semelhanças e diferenças (CASCAVEL, 2008. p. 227)

O processo de comunicação estabelecido entre as crianças e os adultos que as cercam, propicia, dessa forma, a troca de experiências, bem como das vivências trazidas do seu meio social. As crianças, na visão de Vygotsky (1999), desenvolvem o processo de formação do pensamento, a partir da atribuição de significados aos objetos, os quais dão origem à construção do conhecimento.

O emprego e uso de atividades lúdicas nessa fase de construção de conhecimento de noções geométricas é bastante recomendável, visto que contribuirá para a apreensão de noções de espaço, desenvolverá a interação social das crianças, fator importante para a construção da aprendizagem com significação concernente aos conceitos geométricos, posto que Vygotsky atribui a essa interação uma função imediata, sem a qual a criança sozinha não conseguiria trilhar com sucesso a via do aprendizado.

Após essas breves considerações sobre a importância do ensino de noções geométricas desde a tenra idade, chega-se ao cerne da proposta, objeto desse trabalho, o ensino da Geometria por meio de construções geométricas usando as técnicas do Desenho Geométrico, sob a ótica dos princípios da teoria histórico-cultural de Lev Vygotsky. O objetivo da proposta é apresentar aos professores de Matemática as bases da teoria de Vygotsky com a pretensão de contribuir para a melhoria do ensino da Geometria.

É fundamental frisar a importância que Vygotsky atribui ao meio social do aluno, pois entende que o desenvolvimento acontece baseado no conjunto de aprendizagem obtido com a interação do aluno com o meio externo.

“E essa importância que Vygotsky dá ao papel do outro social no desenvolvimento dos indivíduos cristaliza-se na formulação de um conceito específico dentro de sua teoria, essencial para a compreensão de suas ideias sobre as relações entre desenvolvimento e aprendizado: o conceito de zona de desenvolvimento proximal.” (Oliveira 2009, p.58)

O aluno traz de seu meio social, dos conhecimentos adquiridos na escola um cabedal de noções e conhecimentos geométricos, os quais, mesmo sendo superficiais, haverão de contribuir na formação de novos conhecimentos. Aos novos conhecimentos geométricos ou trabalhos que o aluno consegue desenvolver sozinho, que são caracterizados como o resultado do processo de desenvolvimento já consolidado ou completado, Vygotsky chama de zona de desenvolvimento real. O aprendizado de novos conhecimentos formados ou tarefas desempenhadas a partir da ajuda ou contribuição do professor ou mesmo de outro aluno com conhecimentos mais avançados, Vygotsky denominou de zona de desenvolvimento potencial. Na zona de desenvolvimento real, o aluno detentor de desenvolvimento consolidado ou completado é capaz de realizar tarefas tais como expor noções básicas sobre figuras geométricas tipo triângulo, alguns quadriláteros e demonstrar algumas ideias de circunferência. Já na chamada zona de desenvolvimento potencial se dará a apropriação de novos conhecimentos e a realização de trabalhos envolvendo um grau de complexidade mais elevado com o auxílio de outra pessoa, processo que Vygotsky chamou de mediação, que “é o processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação” (OLIVEIRA, 2009, p.28). É nesse momento que entra a figura do professor, mediador, que dentro da proposta então apresentada demonstrará e ensinará as técnicas de construção do Desenho Geométrico, com uso dos instrumentos régua e compasso, visando aperfeiçoar a consolidação dos conhecimentos geométricos, até então meramente teóricos, propiciando, dessa maneira, ao aluno, um conhecimento matemático mais sólido. No entendimento de Vygotsky, a função do professor como agente que atua diretamente

na zona de desenvolvimento potencial é de grande importância uma vez que é o responsável direto por conquistas que não aconteceriam sem sua interferência. Para Vygotsky, 'o único bom ensino é aquele que se adianta ao desenvolvimento' Oliveira (2009, p.62).

A importância da presença aliada à experiência do professor nesse processo é reconhecida e valorizada por Lorenzato (2006, p. 9):

Ao longo dos anos de magistério, o professor constata que os alunos apresentam inúmeras diferentes respostas, raciocínios, observações e soluções diante dos mesmos fatos, exercícios, problemas, materiais didáticos ou indagações. Não há curso superior para professores que proporcione essas riquezas de situações didáticas. Aqui está um paradoxo do qual nenhum professor escapa e que pode ser assim resumido: ao tentar ensinar, inevitavelmente ele aprende com seus alunos. Lorenzato (2006, p. 9)

"O caminho do objeto até a criança e desta até o objeto passa por outra pessoa"(VYGOTSKY, 1984, p.33).

A formação do conhecimento na concepção de Vygotsky perpassa entre essas duas zonas de desenvolvimento, a real e a potencial. A distância entre essas instâncias de desenvolvimento foi chamada por ele de zona de desenvolvimento proximal:

"...zona de desenvolvimento proximal como a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes." (Oliveira 2009, p.60)

Merece destaque a importância das interações no processo ensino aprendizagem, pois o professor, mediador, também aprende com ele.

A atuação do professor como agente de mediação na zona de desenvolvimento proximal tem caráter edificante, pois a escola tem atuação primordial na formação psicológica e na construção do pensamento.

O conjunto de conhecimentos teóricos que proporcionam ao aluno desenvolver sozinho algumas atividades envolvendo conceitos, elementos e propriedades de figuras geométricas, nessa proposta, triângulos, quadriláteros e circunferência, que cabem no nível de desenvolvimento real, segundo Vygotsky, não devem permanecer estáticos como conhecimentos puramente mecânicos, apoiados na memorização e

repetição. Transformar esses conhecimentos, antes que caíam no mais profundo esquecimento, em um conhecimento dinâmico, sólido e que desenvolvam o raciocínio do aluno é a pretensão da proposta esboçada nesse trabalho. A aplicação das técnicas de construção do Desenho Geométrico, sob a orientação de um agente mediador, no caso, o professor, certamente dará outra concepção e ânimo ao ensino e estudo da Geometria, pois o uso da régua e compasso fará com que o aluno desenvolva sua capacidade de pensar e raciocinar, até então em profundo estado de letargia. A atuação do professor mediador explicando o passo a passo das técnicas de construção adotadas pelo Desenho Geométrico, acompanhando e estimulando os alunos a aplicá-las e, simultaneamente promovendo a interação entre os mesmos, contribuirá para a formação do conhecimento matemático. Vygotsky chamou esse processo de internalização. Este procedimento está relacionado com o nível de desenvolvimento potencial.

A aplicabilidade da atual proposta quando analisada sob a perspectiva da teoria histórico-cultural defendida por Lev Vygotsky torna-se plenamente factível e a pretensão de ajudar na melhoria do ensino da Geometria nos 8^o e 9^o anos do ensino fundamental realizável, uma vez que:

A aprendizagem humana é um fenômeno em constante mudança e ocorre na associação de conhecimentos já elaborados com conhecimentos novos. Na perspectiva da educação formal ocupa o lugar em relações educativas, que se definem como uma dinâmica entre os sujeitos envolvidos, tendo como objeto de estudo um determinado corpo de conhecimentos (ZANETTE; NICOLEIT; NICOLEIT, 2004, p. 3).

Capítulo 3: CONSTRUÇÕES DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

Embalado pela onda que busca resgatar e valorizar o ensino da Geometria com o advento dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN na década de 1990, na área de Matemática, estes PCNs constituem um referencial para a construção de uma prática que favoreça o acesso ao conhecimento matemático que possibilite de fato a inserção dos alunos como cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura. (Brasil, 1998)

É de fácil constatação que a Matemática está presente na vida das pessoas, nas mais diversas situações, em que é preciso, por exemplo, quantificar, calcular, localizar um objeto no espaço, ler gráficos e mapas, fazer previsões, as quais, dessa forma, enfatizam a exploração do espaço e de suas representações e a articulação entre a Geometria e o Desenho Geométrico.

A intenção deste trabalho é apresentar ao aluno alguns princípios basilares da Geometria, tais como entes fundamentais e algumas figuras geométricas, dentro do conteúdo curricular então mais atualizado pela Base Nacional Comum Curricular – BNCC, voltado para o ensino fundamental, com ênfase para os dois anos finais.

Os entes fundamentais e as principais figuras geométricas, com seus elementos, serão apresentados ao aluno e concomitantemente se mostrará o passo a passo ou procedimentos para a sua construção, usando compasso e régua, com os mais elementares recursos do Desenho Geométrico, dentro de uma perspectiva que busque tornar visível o enquadramento dessas práticas nos princípios da teoria de Vygotsky. Assim, se pretende através do desenvolvimento do pensamento indutivo e dedutivo tornar esses conhecimentos matemáticos mais consistentes, substituindo os chamados procedimentos mecânicos de ‘aprendizagem’.

Algumas figuras geométricas planas tipo triângulo, retângulo, representando os quadriláteros, e circunferência serão apresentadas como exemplos, enfatizando o estudo de alguns de seus elementos, conceitos e características, através de uma abordagem utilizando as técnicas do Desenho Geométrico para sua construção, usado régua e compasso, segundo uma visão Vygotskyana.

O pré-adolescente que frequenta o 8º e 9º anos do ensino fundamental certamente tem noção e ideia de figuras tipo triângulo, retângulo e circunferência, conhecimento que traz de seu meio social, de estudos em séries anteriores, bem como de observações em seu dia a dia. Com esse conhecimento basilar, porém já consolidado e completado, o aluno é capaz de realizar sozinho tarefas tais como expor noções e ideias, bem como esboçar graficamente essas figuras geométricas. Esses conhecimentos, segundo Vygotsky, estão presentes na chamada zona de desenvolvimento real. O professor, na qualidade de agente da mediação entre o aluno e a construção de um novo conhecimento, dará as instruções e orientará no passo a passo da aplicação das técnicas do Desenho Geométrico. Esse procedimento é verificado na denominada zona de desenvolvimento potencial, conforme preconiza Vygotsky.

Os conhecimentos que o aluno detém no nível de desenvolvimento real sobre as figuras planas triângulo, retângulo e circunferência serão aperfeiçoados com a apropriação de conhecimentos teóricos mais aprofundados sobre esses entes geométricos, bem como sua representação e construção por meio de técnicas do Desenho Geométrico.

A seguir, serão apresentados os conceitos, elementos e propriedades dessas figuras planas que servem de exemplo, com as quais se pretende demonstrar o cerne da proposta, por ora apresentada, relacionada com as ideias de Vygotsky:

3.1 - TRIÂNGULO

É o menor polígono. É a figura geométrica formada por três lados, três ângulos e três vértices.

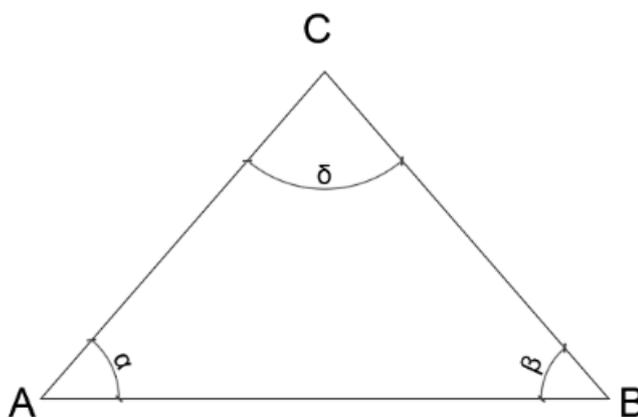


Figura 3.5: Triângulo ABC
Fonte: Autor

O aluno, quando instado, dentro desse nível do ensino fundamental está apto para discorrer sobre a noção ou ideia do que seja um triângulo, por mais elementar que possa parecer. Essa ideia ou noção da figura de um triângulo é fruto formado em seu meio social ou até mesmo conhecimento basilar de estudos anteriores. Essa ideia ou noção da figura do triângulo se constitui em um conhecimento que pertence ao nível de desenvolvimento real.

3.1.1 - ELEMENTOS DE UM TRIÂNGULO

3.1.1.1 - ALTURA DE UM TRIÂNGULO

É um segmento de reta perpendicular a um lado do triângulo ou ao seu prolongamento, traçado a partir do vértice oposto.

No triângulo ABC abaixo, o segmento de reta AH é a altura do triângulo relativa ao lado BC. O ponto H é chamado pé da altura.

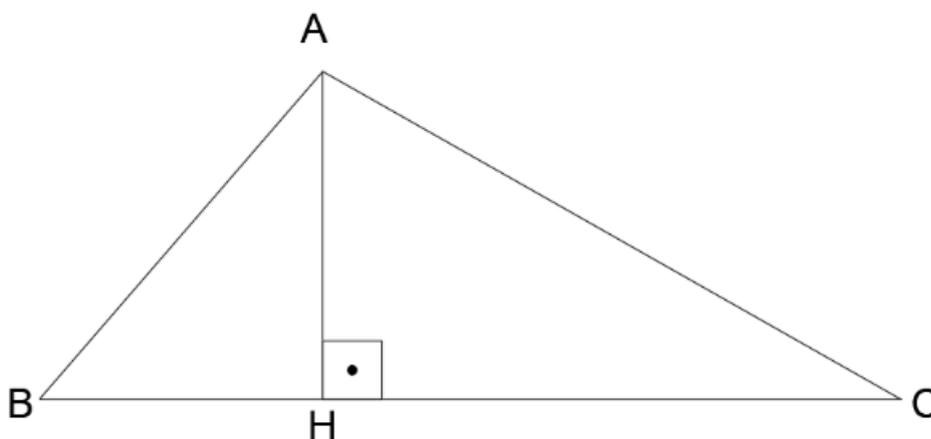


Figura 3.6: Triângulo ABC; AH é a altura relativa ao lado BC
Fonte: Autor

3.1.1.2 - MEDIANA DE UM TRIÂNGULO

É o segmento de reta que liga um vértice deste triângulo ao ponto médio do lado oposto a este vértice.

Considere o triângulo ABC, o segmento de reta AM é a mediana do triângulo em relação ao lado BC.

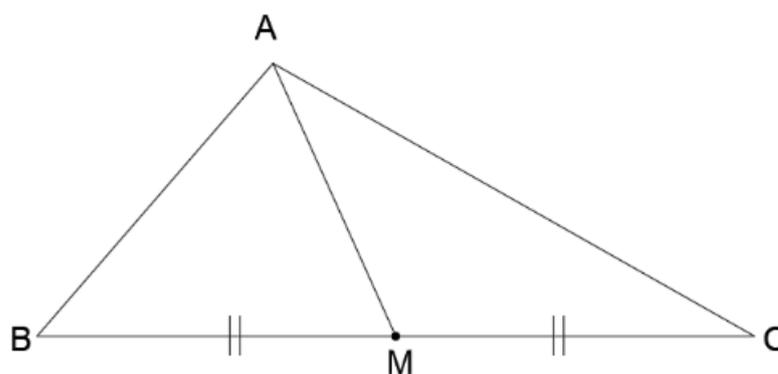


Figura 3.7: Triângulo ABC; AM é a mediana relativa ao lado BC
Fonte: Autor

3.1.1.3 - MEDIATRIZ DE UM TRIÂNGULO

É uma reta perpendicular a um lado do triângulo que passa pelo seu ponto médio.

Seja o triângulo ABC, a reta r que passa pelo ponto médio M lado BC, e é perpendicular a ele, é a mediatriz do triângulo em relação a este lado.

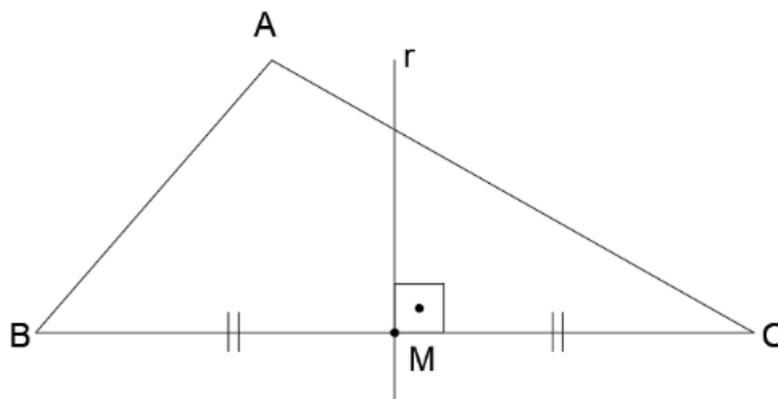


Figura 3.8: Triângulo ABC; a reta r é a mediatriz em relação ao lado BC
Fonte: Autor

Os elementos, conceitos e propriedades intrínsecos aos triângulos serão apresentados ao aluno pelo professor mediador, e vão formar para o aluno um novo arcabouço teórico sobre esta figura geométrica. A apropriação desses novos conhecimentos pelo aluno propiciará nova visão sobre o triângulo.

3.2 - RETÂNGULO

O quadrilátero que possui os lados opostos paralelos com as mesmas medidas, dois a dois, portanto, congruentes, e quatro ângulos retos, ou seja, de 90° , é chamado

retângulo.

O quadrilátero ABCD é um retângulo de lados $\overline{AB} = \overline{CD} = a$ e $\overline{BC} = \overline{DA} = b$ e ângulos internos retos, $\alpha = \beta = \lambda = \delta = 90^\circ$. Os segmentos AC e BD são as diagonais do retângulo e $\overline{AC} = \overline{BD}$. Por convenção, chama-se o lado de maior comprimento, AB, de base do retângulo e de altura do retângulo o lado de menor comprimento, BC.

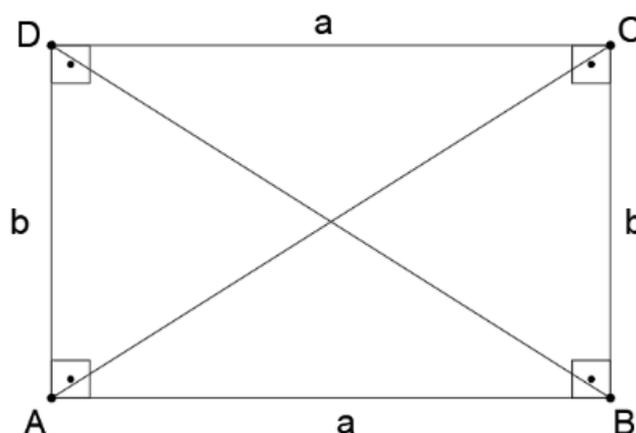


Figura 3.9: Retângulo ABCD de base AB e altura BC
Fonte: Autor

Assim como o triângulo, o aluno também detém noções sobre a figura geométrica chamada retângulo. Não será na escola o primeiro contato do aluno com esse quadrilátero.

3.2.1 - CURIOSIDADE: RETÂNGULO ÁUREO

Número de ouro ou número áureo é uma constante real irracional indicada pela letra grega ϕ , em homenagem ao escultor grego Phideas (Fídias), que ao conceber a arquitetura do Parthenon a utilizou, com o valor arredondado a três casas decimais de 1,618. O retângulo áureo exerceu relevada influência na arquitetura grega na antiguidade.

O Parthenon, considerado uma obra-prima da arquitetura grega, construído em Atenas por volta do século V a.C, guarda em suas proporções originais, a fachada apresentando dimensões bastante aproximadas de um retângulo áureo.



Figura 3.10: Parthenon

Fonte: <https://en.wikipedia.org/wiki/Parthenon>

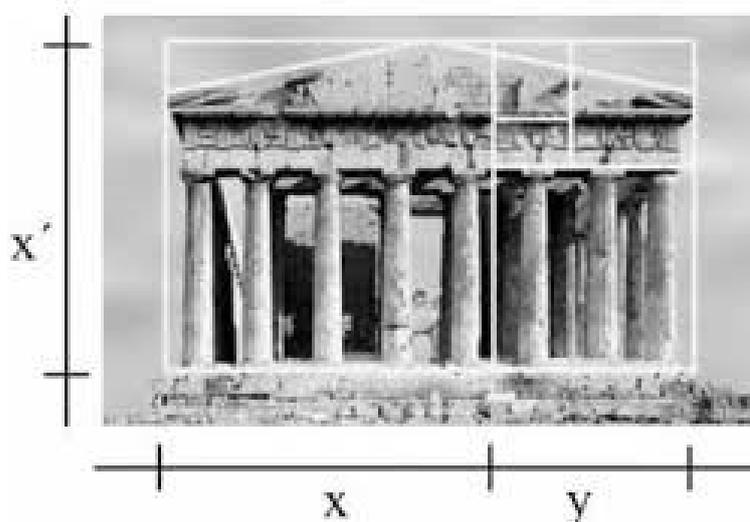


Figura 1: fachada do Parthenon

Figura 3.11: Fachada do Parthenon

Fonte: <https://en.wikipedia.org/wiki/Parthenon>

Considere o retângulo de base $(x + y)$ e altura x' . Quando se divide a base pela altura desse retângulo o resultado será muitíssimo próximo do valor do número áureo, ou seja, 1,618.

$$\frac{x+y}{x'} = \phi = 1,618$$

A Sede da Organização das Nações Unidas – ONU, construída, entre 1949 e 1952, em Nova Iorque, Estados Unidos, foi projetada por uma equipe de arquitetos de vários países, cujo projeto final foi baseado nas propostas do arquiteto brasileiro Oscar Nie-

meyer e do arquiteto franco-suíço Le Corbusier, tem a fachada com as dimensões de um retângulo áureo.



Figura 3.12: Sede da ONU, em Nova Iorque
Fonte: <http://cms.hojeemdia.com.br>

3.3 - CIRCUNFERÊNCIA

É uma figura geométrica formada por um conjunto de pontos, em um mesmo plano, que estão igualmente distantes de um ponto fixo desse plano, chamado centro da circunferência.

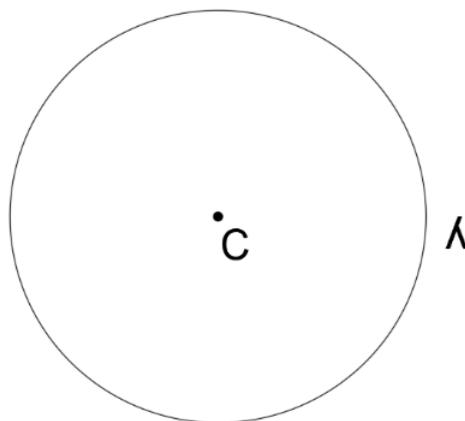


Figura 3.13: Circunferência λ
Fonte: Autor

3.3.1 - ELEMENTOS DE UMA CIRCUNFERÊNCIA

a) Centro: é o ponto fixo **C** da circunferência que está à mesma distância de todos os pontos que formam a circunferência.

Por isso, a circunferência também é definida como o ‘lugar geométrico’ dos pontos de um plano que equidistam de um ponto fixo chamado centro.

b) Raio: é a distância entre o centro **C** da circunferência a qualquer ponto dessa mesma circunferência. A distância entre os pontos **C** e **A** é igual ao raio **r** da circunferência.

c) Corda: é o segmento **BD** cujas extremidades são pontos da circunferência.

d) Diâmetro: é uma corda **EF** que passa pelo centro **C** da circunferência, é a maior corda da circunferência, e tem tamanho igual ao dobro do raio **r**, isto é, $\overline{EF} = d = 2r$.

e) Arco de circunferência: é uma parte da circunferência limitada por dois pontos dessa circunferência denominados extremidades do arco. Na figura \widehat{AF} , \widehat{FD} , \widehat{BD} e \widehat{EA} são arcos da circunferência λ . Os arcos são medidos em graus ou radianos.

f) Ângulo central: é o ângulo cujo vértice é o centro **C** da circunferência e os lados são raios da mesma circunferência. O ângulo \widehat{ACF} é um ângulo central da circunferência λ .

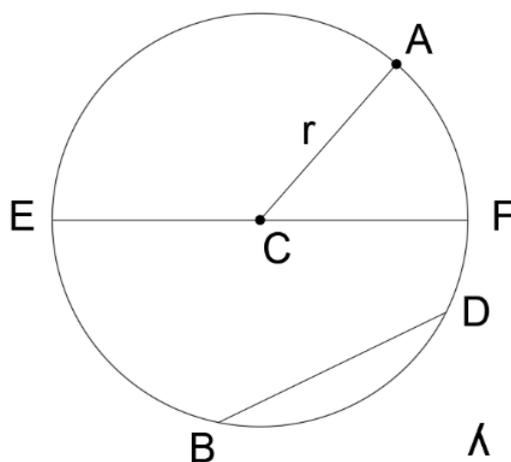


Figura 3.14: Circunferência λ
Fonte: Autor

Ao chegar à escola o aluno tem claras noções e ideias sobre as figuras geométricas aqui apresentadas. Com a interferência do professor mediador, essas noções e ideias ganharão mais consistência matemática e novos conhecimentos serão apresentados e acrescidos, dotando, dessa forma, o aluno de um amplo acervo teórico sobre essas figuras planas.

Nesse momento estamos diante de um grande desafio: não deixar que os novos

conhecimentos sejam efêmeros e logo caíam no mais profundo esquecimento! É exatamente aqui que entra o objetivo deste trabalho, isto é, o cerne da proposta apresentada: através da aplicação das técnicas de construção do Desenho Geométrico, com a mediação do professor, os novos conhecimentos tornar-se-ão mais sólidos, pois todo o aprendizado teórico será reforçado e fixado pela parte prática através da construção das figuras geométricas, valendo-se do Desenho Geométrico, evidenciando de modo prático seus elementos, conceitos e propriedades, conhecimento formado no nível de desenvolvimento potencial.

3.4 – APLICAÇÃO PRÁTICA DA PROPOSTA

A proposta apresentada tem como objetivo e pretensão que esse novo conjunto de conhecimentos não seja um mero exercício de aprendizagem mecânica, baseada na memorização e repetição. Com o intuito de dotar o aluno de um conhecimento matemático mais sólido, o professor, como mediador, através do Desenho Geométrico, buscará consolidar esse conhecimento teórico com atividades práticas, uma vez que a teoria é oriunda de uma prática. A prática pressupõe a teoria (CUNHA, 1989). Pois saber como se constrói na prática um triângulo, um retângulo e uma circunferência e seus respectivos elementos, com o uso de régua e compasso, haverá de tornar o conhecimento dessas figuras geométricas sempre presentes na memória. O caminho percorrido entre o contato, a descoberta desses novos conhecimentos e sua efetiva apropriação é chamada por Vygotsky de zona de desenvolvimento proximal.

A presença de algumas ideias de Vygotsky na aplicação das técnicas do Desenho Geométrico pode ser vislumbrada nos exemplos a seguir indicados.

Para interpretar os objetivos indicados em cada passo, o aluno fará uso de conhecimentos já consolidados e completados, que traz de sua realidade social, conhecimentos de estudos anteriores e prática do dia a dia, tais como a noção de reta, de base, ponto médio, raio e vértice de um triângulo, retângulo e circunferência, portanto, típicos da chamada zona de desenvolvimento real.

Através da mediação exercida pelo professor, o aluno tomará conhecimento das técnicas do Desenho Geométrico, procedimentos identificados na zona de desenvolvimento potencial, a seguir descritas no passo a passo de cada construção:

3.4.1 - CONSTRUÇÃO DA ALTURA DE UM TRIÂNGULO

Seja o triângulo ABC, construa a altura AH relativa ao lado BC (base).

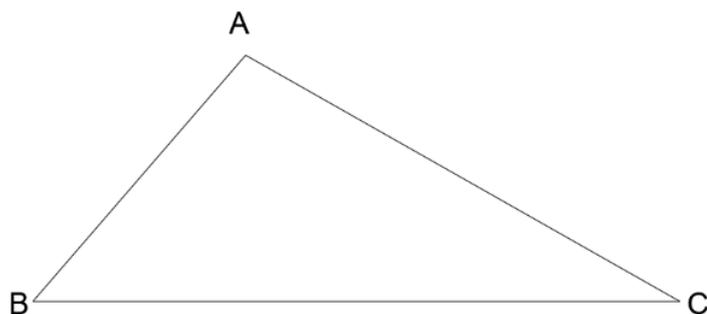


Figura 3.15: Triângulo ABC
Fonte: Autor

1º PASSO:

OBJETIVO: Traçar uma reta r perpendicular à base BC que passe pelo vértice A do triângulo ABC.

Com o compasso centrado no ponto A, e com abertura suficiente, trace um arco que intersecte a base BC do triângulo em dois pontos, D e E. Em seguida, com o compasso centrado no ponto D e abertura maior que a metade de DE trace um arco. Repita o procedimento, agora com o compasso centrado no ponto E e com mesma abertura. A intersecção desses dois arcos determina o ponto F;

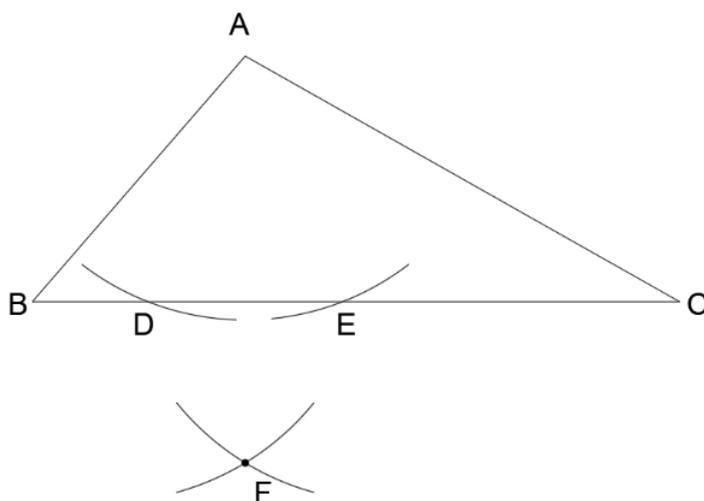


Figura 3.16: Triângulo ABC
Fonte: Autor

2º PASSO:

OBJETIVO: Traçar a altura do triângulo ABC.

Finalmente, trace a reta que passe pelos pontos A e F, que é perpendicular à base

do triângulo e a intersecta no ponto H. O segmento AH é a altura do triângulo relativa à base BC.

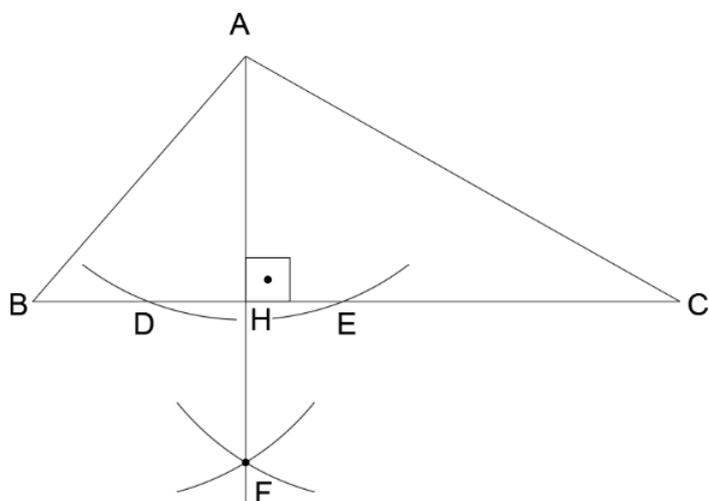


Figura 3.17: Triângulo ABC; AH é a altura relativa à base BC
Fonte: Autor

3.4.2 - CONSTRUÇÃO DA MEDIANA DE UM TRIÂNGULO

Dado o triângulo ABC, construa a mediana AM relativa ao lado BC (base).

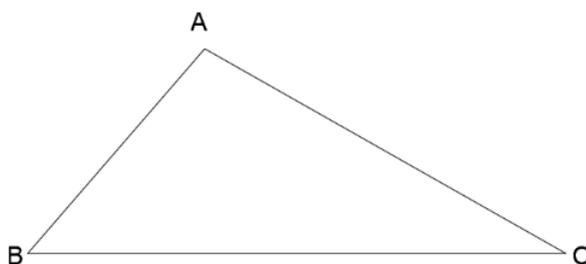


Figura 3.18: Triângulo ABC
Fonte: Autor

1º PASSO:

OBJETIVO: Determinar o ponto médio da base BC do triângulo.

Com o compasso centrado no ponto B da base do triângulo e com abertura maior que a metade dessa base trace um arco. Repita a operação agora com o compasso centrado no ponto C da base e com a mesma abertura trace um arco de modo que intersecte o arco anterior em dois pontos, D e E. Unindo esses dois pontos, o segmento DE vai intersectar a base do triângulo no ponto M, que é o ponto médio da base;

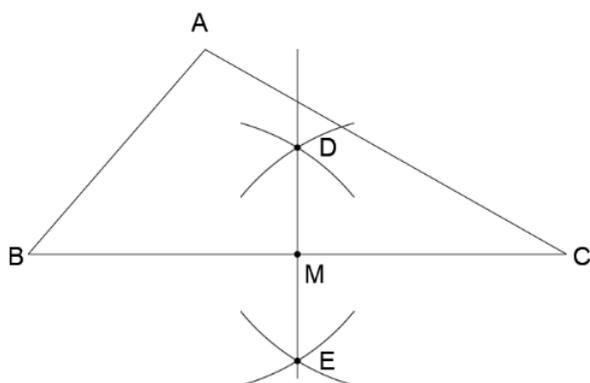


Figura 3.19: Triângulo ABC, Ponto médio M de BC
Fonte: Autor

2º PASSO:

OBJETIVO: Traçar a mediana do triângulo ABC.

Ligando os pontos A e M fica determinada a mediana AM relativa à base BC do triângulo ABC.

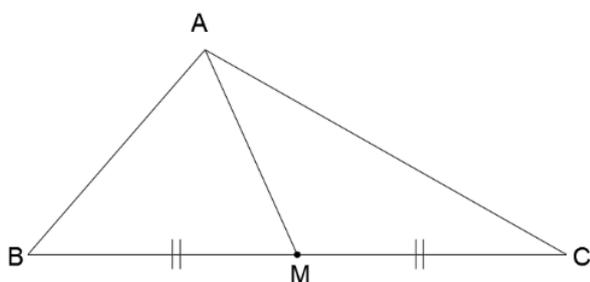


Figura 3.20: Triângulo ABC, Mediana AM
Fonte: Autor

3.4.3 - CONSTRUÇÃO DA MEDIATRIZ DE UM TRIÂNGULO

Dado o triângulo ABC, construa a mediatriz r relativa ao lado BC (base).

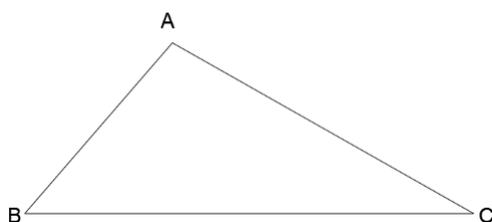


Figura 3.21: Triângulo ABC
Fonte: Autor

1º PASSO:

OBJETIVO: Traçar uma reta r perpendicular à base BC e que passe pelo ponto médio dessa base.

Com o compasso centrado no ponto B da base do triângulo e com abertura maior que a metade dessa base trace um arco. Repita a operação agora com o compasso centrado no ponto C da base e com a mesma abertura trace um arco de modo que intersecte o arco anterior em dois pontos, D e E .

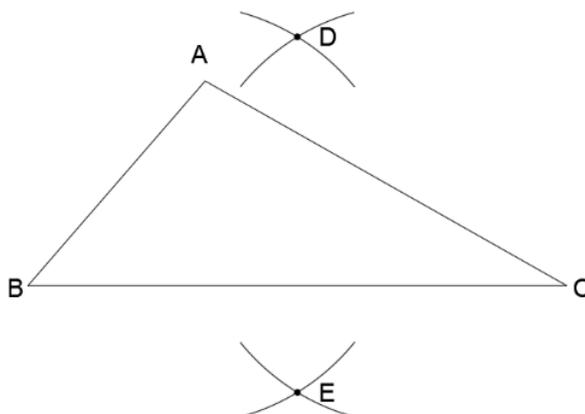


Figura 3.22: Triângulo ABC
Fonte: Autor

2º PASSO:

OBJETIVO: Determinar a mediatriz relativa ao lado BC .

Trace uma reta r que passe pelos pontos D e E . Esta reta, perpendicular ao lado BC , passando pelo seu ponto médio M , é a mediatriz relativa ao lado BC .

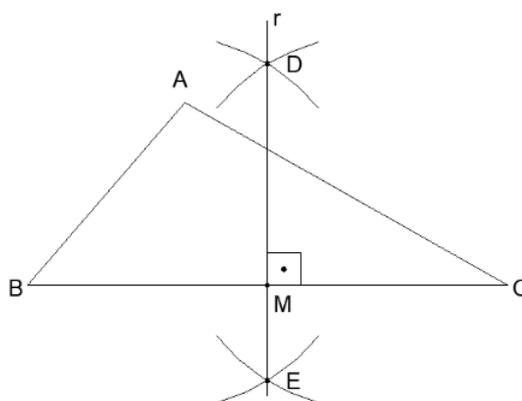


Figura 3.23: Triângulo ABC; Mediatriz r
Fonte: Autor

3.4.4 - CONSTRUÇÃO DE UM RETÂNGULO COM AS MEDIDAS DOS LADOS CONHECIDAS

Construa o retângulo ABCD de lados com medidas bem definidas: $\overline{AB} = \overline{CD} = a$ e $\overline{BC} = \overline{DA} = b$.

1º PASSO:

OBJETIVO: Traçar a base AB do retângulo ABCD.

Com a régua trace uma reta suporte r e o segmento AB que corresponde à base do retângulo, de modo que $\overline{AB} = a$;

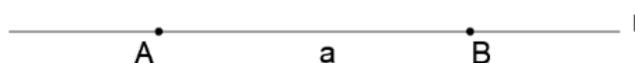


Figura 3.24: Reta suporte r da base do retângulo AB
Fonte: Autor

2º PASSO:

OBJETIVO: Traçar duas retas s e t perpendiculares à reta r passando pelo ponto A e B , respectivamente, da base AB.

Com o compasso centrado no ponto A , com uma abertura qualquer, trace dois arcos que intersectem a reta r nos pontos E e F . Com o compasso centrado no ponto E e com abertura maior que a metade do comprimento do segmento EF , marque um arco. Agora com o compasso centrado no ponto F e com a mesma abertura, trace outro arco que intersecte o arco anterior no ponto G . Em seguida, trace uma reta s passando pelos pontos A e G , a qual será perpendicular à reta r . Em seguida, com o compasso centrado agora no ponto B , repita os procedimentos e defina uma reta t que passe pelo ponto B e que seja perpendicular à reta r ;

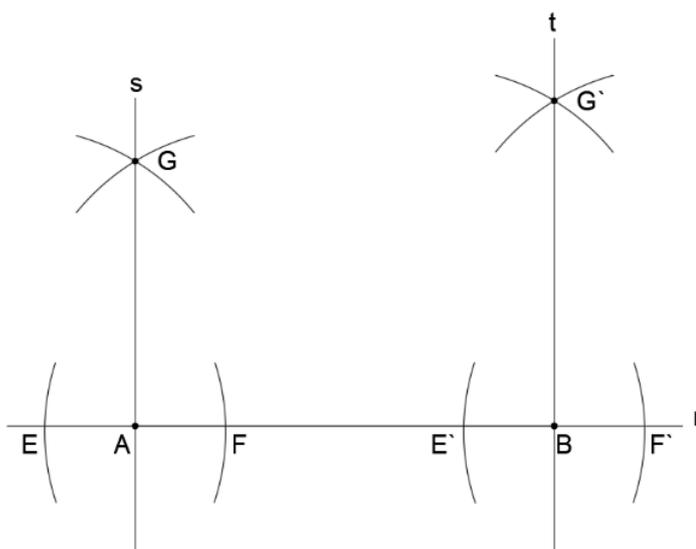


Figura 3.25: Base AB e retas s e t perpendiculares à base
Fonte: Autor

3º PASSO:

OBJETIVO: Determinar os vértices C e D do retângulo ABCD.

Com o compasso centrado no ponto A e abertura igual ao comprimento da altura do retângulo, $\overline{BC} = b$, trace um arco que intersecte a reta r no ponto D. Agora com o compasso centrado no ponto B e mesma abertura, trace outro arco que intersecte a reta t no ponto C;

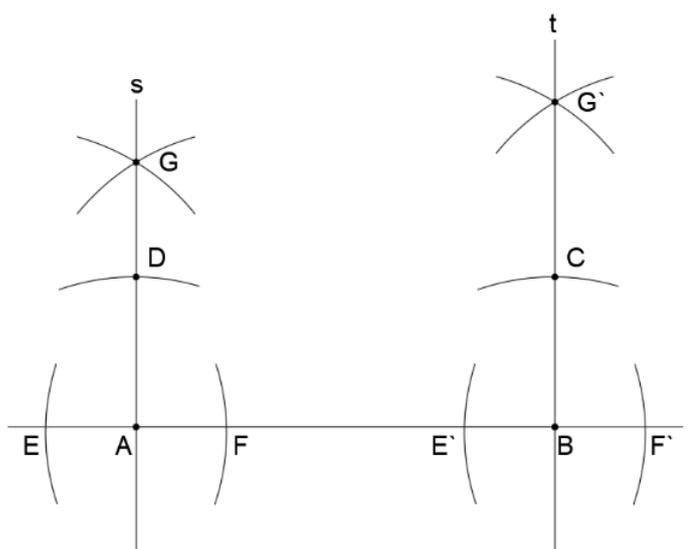


Figura 3.26: Base AB e vértices C e D
Fonte: Autor

4º PASSO:

OBJETIVO: Traçar o retângulo ABCD.

Finalmente, una os pontos A, B, C, D e A, nessa ordem, formando o retângulo ABCD.

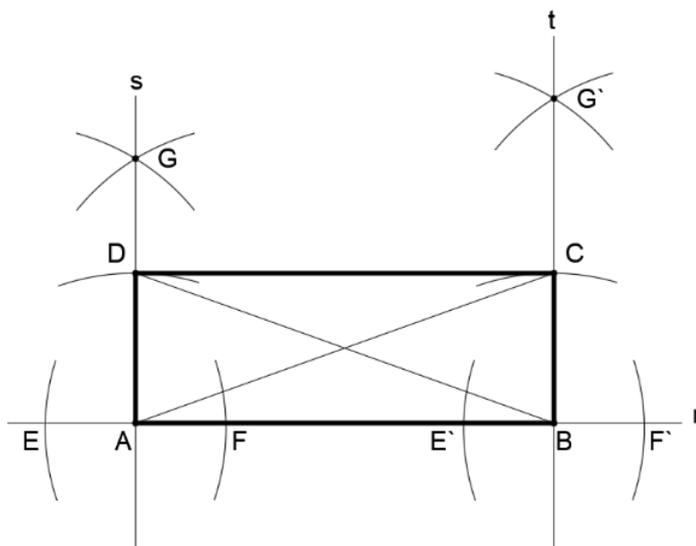


Figura 3.27: Retângulo ABCD, base $\overline{AB} = a$ e altura $\overline{BC} = b$ Diagonais AC e BD
Fonte: Autor

3.4.5 - CONSTRUÇÃO DO RETÂNGULO ÁUREO

Seja o quadrado ABCD de lado igual a l :

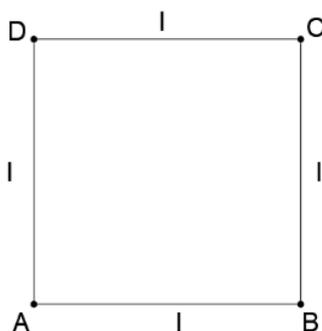


Figura 3.28: Quadrado ABCD
Fonte: Autor

1º PASSO:

OBJETIVO: Determinar o ponto médio M da base AB do quadrado.

Determine o ponto médio M da base do quadrado, ou seja, do lado AB . Com o compasso centrado no ponto A e abertura maior que a metade do segmento AB , trace um arco. Depois com o compasso centrado no ponto B e mesma abertura, trace outro arco que vá intersectar o arco anterior em dois pontos, P e Q . Em seguida, una os pontos P e Q por uma reta r que intersecte a base AB do quadrado no ponto M , que é o ponto médio desse segmento;

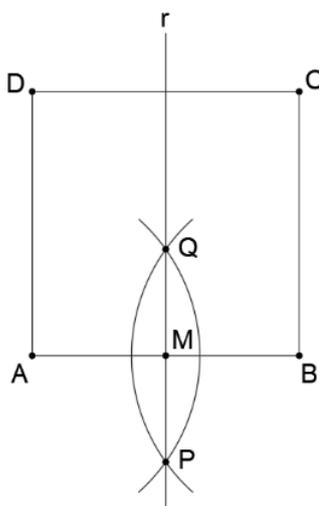


Figura 3.29: Quadrado $ABCD$; Ponto médio M da base AB
Fonte: Autor

2º PASSO:

OBJETIVO: Determinar um ponto E no prolongamento do lado AB do quadrado $ABCD$.

Com o compasso centrado no ponto médio M e abertura igual ao comprimento do segmento MC , trace um arco que intersecte o prolongamento do lado AB do quadrado no ponto E , que será um dos vértices do retângulo áureo;

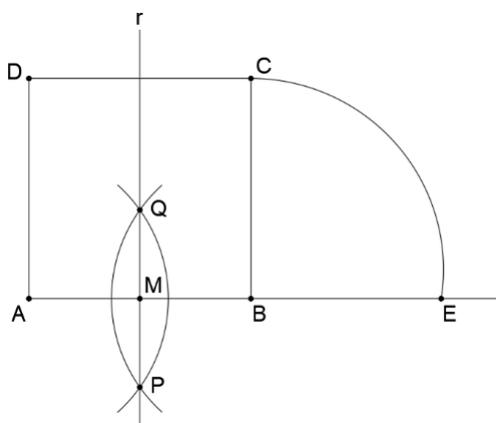


Figura 3.30: Quadrado $ABCD$ e ponto E sobre o prolongamento da base AB
Fonte: Autor

3º PASSO:

OBJETIVO: Traçar uma reta s passando pelo ponto E perpendicular ao prolongamento do lado AB.

Com o compasso centrado no ponto E e abertura qualquer, trace um arco que intersecte a semirreta \overrightarrow{AE} nos pontos G e H. Com o compasso centrado no ponto G e abertura maior que a metade do segmento GH, trace um arco. Agora com o compasso centrado no ponto H e mesma abertura, trace outro arco de tal modo que intersecte o arco anterior no ponto J. Em seguida, trace uma reta s passando pelos pontos J e E, que é perpendicular à semirreta \overrightarrow{AE} ;

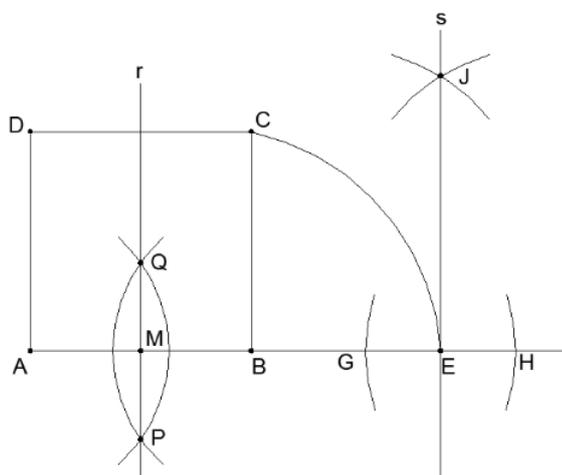


Figura 3.31: Quadrado ABCD e reta s perpendicular ao prolongamento da base AB
Fonte: Autor

4º PASSO:

OBJETIVO: Determinar o quarto vértice do retângulo áureo.

Com o compasso centrado no ponto E e abertura igual ao lado do quadrado inicial, trace um arco que intersecte a reta s no ponto F, que é o quarto vértice do retângulo áureo;

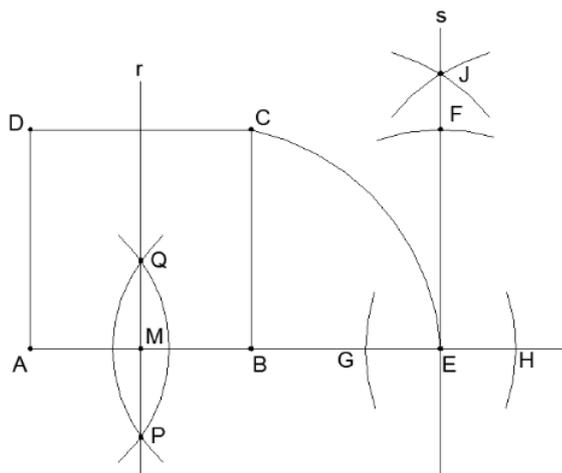


Figura 3.32: Quadrado ABCD e vértices E e F do retângulo áureo
Fonte: Autor

5º PASSO:

OBJETIVO: Determinar o retângulo áureo ABCD procurado.

Finalmente, o quadrilátero AEFD é um retângulo áureo, onde

$$\frac{\overline{AE}}{\overline{EF}} = 1,618$$

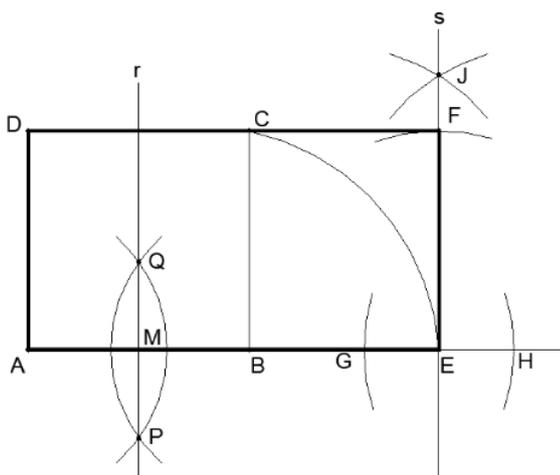


Figura 3.33: Retângulo áureo AEFD
Fonte: Autor

3.4.6 - CONSTRUÇÃO DE UMA CIRCUNFERÊNCIA

a) Traçar uma circunferência λ que passe pelos pontos A e B e tenha raio r

Raio: _____

Pontos: \bullet A \bullet B

Figura 3.34: Raio r e pontos A e B
Fonte: Autor

1º PASSO:

OBJETIVO: Determinar o centro C da circunferência.

Com o compasso centrado no ponto A e abertura igual ao tamanho do raio dado, trace um arco. Em seguida, com o compasso centrado no ponto B e mesma abertura, trace outro arco que intersecte o arco anterior no ponto C, que será o centro da circunferência;

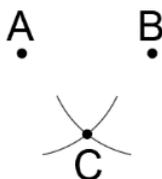


Figura 3.35: Pontos A e B e centro C da circunferência λ
Fonte: Autor

2º PASSO:

OBJETIVO: Traçar a circunferência.

Com o compasso centrado no ponto C (centro da circunferência) e abertura igual ao raio dado, trace a circunferência procurada.

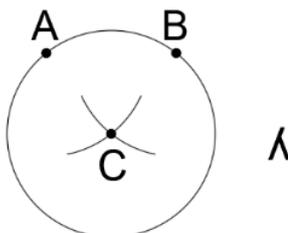


Figura 3.36: Circunferência λ de centro C que passa pelos pontos A e B
Fonte: Autor

b) Traçar uma circunferência λ que passe pelos pontos A, B e D, não colineares

1º PASSO:

OBJETIVO: Traçar as mediatrizes dos segmentos AB e BD.

Com o compasso centrado no ponto A do segmento AB e abertura maior que a metade desse segmento, trace um arco. Agora com o compasso centrado no ponto B e mesma abertura, trace outro arco que intersecte o arco anterior nos pontos E e F. Trace uma reta r passando pelos pontos E e F, que é a mediatriz do segmento AB.

Repita o procedimento para o segmento BD e determine a reta s , que será a mediatriz do segmento BD.

As retas r e s irão se intersectar no ponto C, que é o centro da circunferência λ

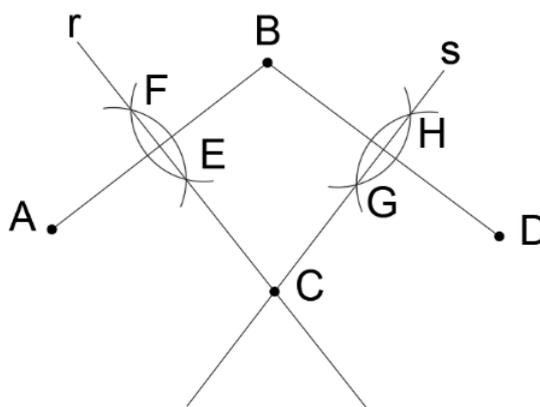


Figura 3.37: Pontos A, B e D e centro C da circunferência λ
Fonte: Autor

2º PASSO:

OBJETIVO: Traçar a circunferência

Com o compasso centrado no ponto C (centro da circunferência) e abertura igual à distância do ponto C ao ponto A (ou B ou D), trace a circunferência procurada.

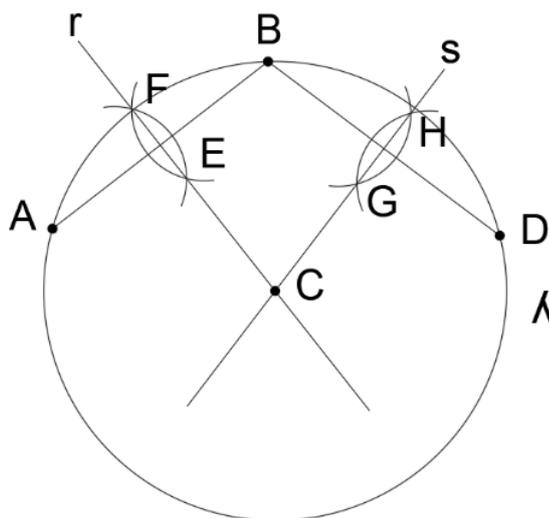


Figura 3.38: Circunferência λ passando pelos pontos A, B e D
Fonte: Autor

c) Determinar o diâmetro de uma circunferência com centro desconhecido

1º PASSO:

OBJETIVO: Traçar uma corda qualquer AB e uma reta s perpendicular a esta corda passando pelo ponto B.

Trace uma reta r secante à circunferência dada, ou seja, que intersecte a circunferência nos pontos A e B, determinando a corda AB.

Com o compasso centrado no ponto B da corda AB e abertura qualquer, trace dois arcos que intersectem a reta r nos pontos E e F. Agora com o compasso centrado no ponto E e abertura maior que a metade do segmento EF, trace um arco. Em seguida, com o compasso centrado no ponto F e mesma abertura, trace outro arco que intersecte o arco anterior nos pontos G e H. Trace uma reta s passando pelos pontos G e H, que é perpendicular à corda AB e que intersecte a circunferência no ponto D.

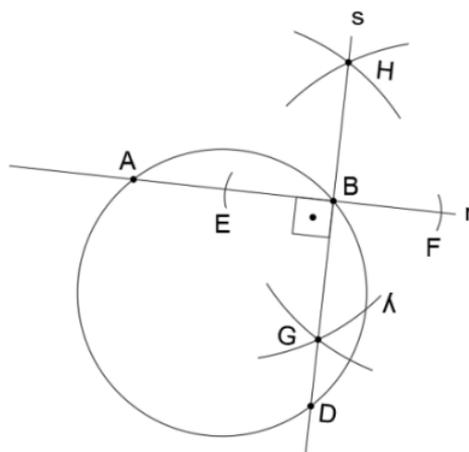


Figura 3.39: Corda AB e reta s perpendicular a AB, passando pelo ponto B
Fonte: Autor

2º PASSO:

OBJETIVO: Traçar o diâmetro.

Com a régua trace um segmento unindo os pontos A e D, que é o diâmetro procurado da circunferência λ .

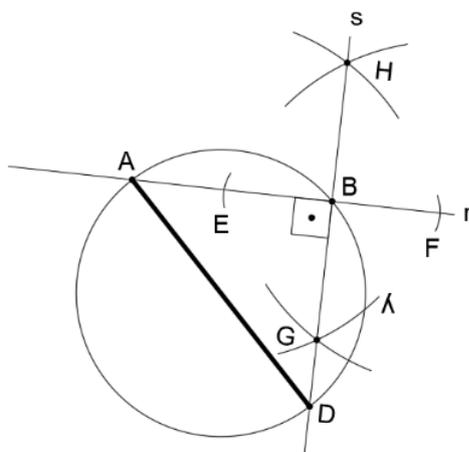


Figura 3.40: Circunferência λ com diâmetro AD
Fonte: Autor

Dessa forma, o aluno de posse de conhecimentos elementares de Geometria, os quais se constituem em noções básicas da matéria, porém capaz de lhe proporcionar a ideia da forma da figura geométrica tratada, o conhecimento de alguns elementos e conceitos dessas figuras, saberes inerentes ao nível de desenvolvimento real. Esses saberes elementares serão aperfeiçoados, mediante a atuação de um mediador, professor ou mesmo um colega de classe que domine com mais facilidade o conteúdo, com exposições teóricas mais aprofundadas sobre essas figuras. Com

o objetivo de consolidar esses novos conhecimentos, o aluno será apresentado às técnicas de construção do Desenho Geométrico, com uso da régua e compasso, as quais possibilitarão ao aluno constatar, na prática, os ensinamentos teóricos vistos anteriormente. Verifica-se, nesse momento, a apropriação de conhecimentos por meios de procedimentos típicos verificados no nível de desenvolvimento potencial.

Assim, associando a teoria à prática no ensino da Geometria, há um interesse natural despertado nos alunos para a solução de situações problemas, estimulando-os a observar formas, perceber semelhanças e diferenças, investigar e identificar alternativas, tendo por base a construção dessas figuras geométricas através das técnicas do Desenho Geométrico.

Capítulo 4: CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo principal dessa dissertação, o ensino da Geometria com estrita relação com as técnicas de construções geométricas do Desenho Geométrico, a partir de uma análise lastreada pela experiência pessoal e convivência há bastantes anos com colegas professores de Matemática em várias escolas estaduais na cidade de Macapá, me leva a afirmar que é factível, posto que os fatos aqui discorridos são vivenciados em escolas de todo o país.

Pugnar pela melhoria do ensino da Geometria com a aplicação de técnicas do Desenho Geométrico através de construções geométricas das figuras por ora estudadas, triângulos, quadriláteros e circunferência, é incentivar o aluno a começar a lapidar o raciocínio lógico dedutivo e a argumentação matemática.

A história da figura, do desenho, mostra e evidencia a importância do mesmo na vida do ser humano e em suas relações interpessoais, e está ligado na aplicação prática para a solução de diversos problemas do dia a dia do homem desde sua origem mais remota. A evolução da Geometria, desde seus primitivos traços, passando pelo Egito Antigo e apogeu na Grécia, foi mais bem compreendida quando ombreada do Desenho Geométrico. A partir dos séculos XVI e XVII, o Desenho Geométrico teve sua importância reconhecida e começou a ser estudado com certa regularidade em escolas europeias, sendo fundamental para o desenvolvimento da estratégia militar, das artes, da arquitetura e da industrialização. O Brasil por ser colônia de Portugal também se beneficiou desse momento. Apesar de um início tímido, o ensino do Desenho Geométrico foi aos poucos se consolidando, chegando a ser disciplina regular do currículo escolar brasileiro. Várias reformas foram implementadas no sistema educacional brasileiro, ora valorizando o ensino do Desenho Geométrico, ora não sendo nada benevolente. A Lei nº. 5.692/71, que consolidou as Diretrizes e Bases da Educação Nacional, deu um tratamento pífio ao Desenho Geométrico, que praticamente sumiu das escolas do Brasil. Mais uma reforma veio por meio da Lei nº. 9.394/96 que implantou os chamados Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, os quais trouxeram novos arroubos ao ensino da Geometria e do Desenho Geométrico.

É exatamente essa busca da valorização do ensino da Geometria e do Desenho

Geométrico que serviu de inspiração para a realização dessa dissertação que tenta contribuir com esse resgate através da proposta de ensino por ora apresentada.

A proposta versa sobre o ensino da Geometria por meio de construções geométricas aplicando as técnicas do Desenho Geométrico com uso de régua e compasso, bem como esquadros, transferidor e outros instrumentos, caso se faça necessário.

A proposta didática para o ensino de Geometria por construção, com fundamento na teoria de Vygotsky e princípios da Teoria da Engenharia Didática avalia que o Desenho Geométrico pode sobremaneira contribuir para o desenvolvimento de habilidades tais como desenvolver a técnica de raciocinar e organizar dados matemáticos, uma vez que caberá aos alunos estabelecer relações entre as diversas etapas (passo a passo) aplicadas nas construções e na compreensão das propriedades das figuras geométricas, através da aplicação das relações entre teoria e prática. Ao apresentar ao aluno a figura plana geométrica e seus elementos (Geometria Euclidiana Pura), em seguida, o aluno é levado a raciocinar, organizar e traçar estratégias para sua construção usando régua e compasso (Desenho Geométrico). Somam-se a essas habilidades a busca de meios para a resolução de problemas, conhecendo as propriedades da figura. Assim, o aluno passa da condição de mero espectador para ser o protagonista do processo da construção geométrica, desenvolvendo a iniciativa e a autonomia.

A proposta também é uma alternativa que visa incentivar o professor de Matemática a usar as técnicas de construção geométricas do Desenho Geométrico como mais uma ferramenta importante em suas práticas de ensino da Geometria para dotar o aluno de um conhecimento matemático mais sólido. Quando o aluno estiver preparado e demonstrar certo domínio e conhecimento das figuras estudadas e seus elementos, bem como das técnicas e procedimentos das construções geométricas, o professor poderá, usando o laboratório de informática educativa – LIED das escolas, incentivar e orientar os alunos a conhecer os programas de Geometria dinâmica, tal qual o software geogebra.

Isto posto, almeja-se que o aluno desperte e demonstre interesse pelo conhecimento da Geometria, como disciplina que guarda estrita relação de interdependência com o Desenho Geométrico. E que os professores de Matemática passem a dar o enfoque pretendido pela proposta ao ensino da Geometria em consonância com o Desenho Geométrico.

Portanto, deve o Desenho Geométrico ser notado como uma disciplina de aplicação

abrangente que apresenta relação com diversas outras disciplinas e ciências, visto que é um “instrumento artístico, científico e tecnológico, e assim, de desenvolvimento do próprio homem” (RAYMUNDO, 2010, p. 110).

REFERÊNCIAS

- [1] AGUIAR, Márcia Ângela da S. et al. Diretrizes Curriculares do Curso de Pedagogia no Brasil: disputas de projetos no campo da formação do profissional da educação, 2006.
- [2] ALEXANDRE, Cynthia Sodré. Uma Ferramenta para auxiliar o ensino da Geometria, 2013.
- [3] ALMEIDA, L. R. (Org.) et al. Henri Wallon: Psicologia e Educação. 11^a. ed. São Paulo: Editora Loyola, 2012.
- [4] ALVAREZ, Tana Giannasi. A Matemática da Reforma Francisco Campos em Ação no Cotidiano Escolar. 2004.
- [5] ALVES, Andréia Rodrigues. O desenho geométrico no 9º ano como estratégia didática no ensino da geometria, 2017.
- [6] ARANHA, Maria Lúcia de Arruda. História da Educação. 2. ed. São Paulo: Moderna, 1996.
- [7] ARCEGO, Priscila. Uma análise do ensino de geometria no ensino fundamental por meio das representações semióticas, 2016.
- [8] ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean. Didáctica das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget. Horizontes Pedagógicos, 1996.
- [9] BANDEIRA, J. S. O ensino do desenho geométrico. CADES, v. 1, 1957.
- [10] BASTOS, Charles Lourenço de. Representações em Matemática: Observações para o Ensino e a Aprendizagem em Geometria, 2016.
- [11] BERLINGHOFF, William P.; GOUVÊA, Fernando Q. A matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas. Tradução Elza Gomide, Helena Castro. 16. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2008.
- [12] BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática - 3º e 4º ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- [13] BRUN, Jean (Direção). Didáctica das matemáticas. Instituto Piaget. Horizontes Pedagógicos, 2000.

-
- [14] CARNEIRO, V. C. G. Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de Matemática. *Zetetiké*, Campinas, SP, v.13, n.23, p.85-118, jan./jun. 2005.
- [15] CASCAVEL, Secretaria Municipal de Educação. Currículo Para a Rede Pública Municipal de Cascavel: Volume I: Educação Infantil, Cascavel: Progressiva, 2008.
- [16] COSTA, E. A. S. Analisando algumas potencialidades pedagógicas da história da matemática no ensino e aprendizagem da disciplina desenho geométrico por meio da teoria fundamentada. Ouro Preto, MG, 2013.
- [17] CROCE, Marta Lucia; SANTOS, Patrícia Silvério dos. Base Nacional Comum Curricular (BNCC): Breves Considerações, 2016.
- [18] CUNHA, Maria Isabel da. O bom professor e sua prática. Campinas: Papirus. 1989.
- [19] DANTAS, Heloysa. Piaget, Vygotsky, Wallon – teorias psicogenéticas em discussão. São Paulo: Summus, 1992.
- [20] DANYLUK, Ocsana Sônia (Org). História da Educação Matemática: escrita e reescrita de histórias. Porto Alegre: Sulina, 2012.
- [21] DAVIS, C.; OLIVEIRA, Z. Psicologia na educação. São Paulo: Cortez, 1994.
- [22] DIAS, Mônica Souto da Silva. A Importância do Desenho na construção dos conceitos geométricos, 1998.
- [23] DUVAL, R. Ver e ensinar a Matemática de outra forma, V.1: Entrar no modo matemático de pensar. PROEM EDITORA, 2011.
- [24] FERNANDES, S. F.; ABRAMOVICZ, M. Mudança curricular na escola: o processo de implantação no olhar dos professores. 37ª Reunião Nacional da ANPEd. UFSC – Florianópolis, 2015.
- [25] FERREIRA, Ana Célia da Costa. Ensino da Geometria no Brasil: enfatizando o período do Movimento da Matemática Moderna. PUC/PR, 2008.
- [26] FERREIRA, L. H. C.; LAUDARES, J. B. Caderno de oficina com atividades de geometria, 2010.
- [27] FONSECA, Maria da Conceição F. R. et al. O Ensino da Geometria na Escola Fundamental. Autêntica Editora, Belo Horizonte BR, 2001.
- [28] FRANCO JR., H. A idade média: nascimento do ocidente. São Paulo, SP: Brasiliense, 2001.
- [29] GOMES, Maria Laura Magalhães. História do Ensino da Matemática: uma introdução. Belo Horizonte, CAED-UFMG, 2012.
- [30] IMENES, L. M.; LELLIS, M. Conversa de professor: Matemática. Brasília, Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação à Distância, 1996.

-
- [31] LIBÂNEO, José Carlos. Didática. Coleção Magistério 2º grau – série Formação do Professor. São Paulo: Cortez, 1994.
- [32] LOBO, J. S.; BAYER, A. O Ensino de Geometria no Ensino Fundamental, 2004.
- [33] LORENZATO, Sérgio Aparecido. Porque não ensinar Geometria? In: A Educação Matemática em Revista. Blumenau: SBEM Ano III, nº4, 1º semestre, 1995.
- [34] LORENZATO, Sérgio. Para aprender matemática. Campinas: Autores Associados. 2006.
- [35] LUCKESI, Cipriano Carlos. Filosofia da Educação – Coleção Magistério 2º grau – série Formação do Professor. São Paulo: Cortez, 1994.
- [36] MACHADO, Rosilene Beatriz. ENTRE VIDA E MORTE: CENAS DE UM ENSINO DE DESENHO, Florianópolis 2012.
- [37] MARIN, Alda Junqueira. “Formação de professores: novas identidades, consciência e subjetividade”. In: TIBALLI, Elianda F. Arantes, CHAVES, Sandramara Matias (orgs.). Concepções e práticas de formação de professores: diferentes olhares. Rio de Janeiro: DP e A, 2003.
- [38] MARMO, C.; MARMO, N. Desenho geométrico. Rio de Janeiro, RJ: Scipione, 1994.
- [39] MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. Ensino: as abordagens do processo. São Paulo: EPU, 1986.
- [40] NASCIMENTO, Roberto Alcarria do. O ensino do desenho geométrico na educação brasileira: Apogeu e decadência de uma disciplina escolar. Baum; 1996.
- [41] NOGUEIRA, M. O. G.; LEAL, D. Teorias da aprendizagem : um encontro entre os pensamentos filosófico, pedagógico e psicológico. Curitiba: IBPEX, 2012.
- [42] NUNES, D. M.; SANTOS, T. T. B. Um olhar reflexivo sobre a aprendizagem geométrica no 9º ano do Ensino Fundamental. 2º Encontro Nacional Pibid Matemática. Instituto Federal do Norte de Minas Gerais – Campus Salinas, 2014.
- [43] OLIVEIRA, Marta Kohl de. Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico. São Paulo: Scipione, 2009.
- [44] PAIS, Luiz Carlos. Didática da matemática; uma análise da influência francesa. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- [45] PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Caderno de Expectativas de Aprendizagem. Departamento de Educação Básica. Curitiba: Seed - PR, 2012.
- [46] PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. Revista Zetetiké, Ano 1, número 1, mar. 1993.
- [47] PEDRA, José Alberto. Currículo, conhecimento e suas representações. Campinas: Papyrus, 1997.

-
- [48] PENTEADO, José de Arruda. Curso de Desenho, Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1975.
- [49] PEREZ, G. A Realidade Sobre o Ensino de Geometria no 1º. E 2º. Graus no Estado de São Paulo, Educação Matemática em Revista, SBEM no. 4, São Paulo, 1995.
- [50] PIAGET, Jean. Problemas de Psicologia Genética. Rio de Janeiro: Forense, 1973.
- [51] PIAGET, J. O Nascimento da inteligência na criança. 4a. ed. Rio de Janeiro: Zahar editores, 1982.
- [52] PITOMBEIRA, J. B. ; Roque, T. Tópicos de História da Matemática. SBM, 2012.
- [53] PONTE, J. P. O Desenvolvimento Profissional do Professor de Matemática, Revista Educação e Matemática – Lisboa, Portugal, 1994.
- [54] PUTNOKI, J. C. Desenho Geométrico. Ed. Scipione, 1993.
- [55] PUTNOKI, José Carlos. Que se devolvam a Euclides a régua e compasso. Revista do Professor de Matemática, Sociedade Brasileira de Matemática, São Paulo: Associação Palas Athena do Brasil, 2º sem./1988.
- [56] RAYMUNDO, M. F. S. M. Construção de conceitos geométricos: investigando a importância do ensino do desenho geométrico nos anos finais do ensino fundamental. Vassouras, RJ: Universidade Severino Sombra, 2010.
- [57] RIBEIRO, Paulo de Assis. Evolução do ensino secundário no Brasil. In: PEIXOTO, H.A. Um grande problema nacional. Rio de Janeiro, Irmãos Pongetti, s.d.
- [58] RODRIGUES, Sílvia Adriana. Tessituras do desenvolvimento humano: Wallon e expressividade afetiva na primeira infância. 1. ed. Campo Grande-MS: UFMS, 2015. v. 1. 135p .
- [59] ROSA, M.; OREY, D. C. De Pappus a polya: da heurística grega à resolução de problemas. Revista Plures Humanidades, v. 10, n. 2, p. 12-27, 2009.
- [60] ROSA, M.; OREY, D. C. Las raíces históricas del programa etnomatemáticas. RELIME, v. 8, n.3, p. 363-377, 2005.
- [61] SALLA, Fernanda. O conceito de afetividade de Henri Wallon (2011). **Revista Nova Escola**, 11 de outubro de 2011. São Paulo. Disponível em: <www.novaescola.org.br/conteudo/264>. Acesso em: 25.02.2019.
- [62] SMOLE, K. C. S. A matemática na educação infantil: a teoria das inteligências múltiplas na prática escolar. Porto Alegre, RS: Artmed, 2000.
- [63] SOARES, Magda Becker. Um olhar sobre o livro didático. Presença Pedagógica, v. 2, nº. 2, nov./dez. 1996.
- [64] SOUSA, Valdivino. Engenharia Didática em Educação Matemática: Um jeito diferente de aprender Matemática, 2017.

- [65] SOUZA, Flávia Soares. Movimento da matemática moderna no Brasil: avanço ou retrocesso. PUCRJ, 2001.
- [66] TASHIMA, M. M.; SILVA, A. L. As Lacunas no Ensino-Aprendizagem da Geometria. Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Londrina. Londrina, PR, 2008.
- [67] TAVARES, M. C. Desenho Geométrico. vol. 3, 14. ed., São Paulo, 2007.
- [68] TOLEDO, M. Didática de matemática: como dois e dois: a construção da Matemática. São Paulo: FTD, 1997.
- [69] VASCONCELOS, M. B. F.; RÊGO, R. G. A contextualização na sala de aula: concepções. Universidade Federal da Paraíba, Paraíba, 2008.
- [70] VIANNA, C. R. O cão do matemático: discutindo o ensino da matemática em cursos de formação de professores. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2002.
- [71] VYGOTSKY, Lev Semiovich. A Formação Social da Mente. Ed. 1. São Paulo, Martins Fontes 1984.p. 191.
- [72] VYGOTSKY, L. A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. São Paulo: [s.n.], 1999.
- [73] WALLON, Henri. As Origens do Caráter na Criança. Difusão Europeia do Livro, 1971.
- [74] ZANETTE, Elisa Netto; NICOLEIT, Evânio Ramos; NICOLEIT, Graziela Fátima Giacomazzo. A produção do material didático no contexto colaborativo e cooperativo da disciplina de Calculo Diferencial e Integral I, na modalidade de educação a distancia, na graduação. In: ABED, 2004.
- [75] ZUIN, E. S. L. Da régua e do compasso: as construções geométricas como um saber escolar no Brasil. Belo Horizonte, MG: Universidade Federal de Minas Gerais, 2001.
- [76] DESENHO GEOMÉTRICO. **Wikipédia**, 5 de setembro de 2007. Disponível em: <<https://pt.wikipedia.org/wiki/DesenhogeomC3A9trico.4>> Acesso em: 24.01.2019.
- [77] HOMEM VITRUVIANO. **Wikipédia**, 21 de janeiro de 2006. Disponível em: <<https://pt.wikipedia.org/wiki/HomemVitruviano>>. Acesso em: 08.02.2019.
- [78] OS ELEMENTOS. **Esquadrão do Conhecimento**, 20 de abril de 2015. Disponível em: <<https://esquadraodoconhecimento.wordpress.com/2015/04/20/euclides-e-os-elementos/>>. Acesso em: 06.02.2019.
- [79] ARTE RUPESTRE. **Ecológica – Por um ambiente inteiro**, 26 de março de 2018. Disponível em: <<http://ecologambiente.blogspot.com>>. Acesso em: 24.01.2019.

-
- [80] PARTHENON. **Wikipédia**, 25 de setembro de 2001. Disponível em: <<https://en.wikipedia.org/wiki/Parthenon>>. Acesso em: 21.03.2019.
- [81] PRÉDIO DA ONU. **Jornal Hoje em Dia**, 05 de maio de 2019. Belo Horizonte. Disponível em: <<http://cms.hojeemdia.com.br>>. Acesso em: 06.05.2019.
- [82] BALDUINO, Jordana; SANTOS Soraya Vieira. **Revista Nova Escola**, 14 de março de 2019. São Paulo. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/conteudo/16090/a-emocao-na-sala-de-aula-o-que-cabe-ao-professor>>. Acesso em: 02.03.2019.
- [83] PAGANOTTI, Ivan. **Revista Nova Escola**, 01 de maio de 2011. São Paulo. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/conteudo/1972/vygotsky-e-o-conceito-de-zona-de-desenvolvimento-proximal>>. Acesso em: 15.03.2019.
- [84] FERNANDES, Elisângela. **Revista Nova Escola**, 01 de dezembro de 2010. São Paulo. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/conteudo/1922/o-sujeito-epistemico-de-piaget>>. Acesso em: 17.03.2019.
- [85] CASTELLAR, Sônia. **Youtube/Univesp - Universidade Virtual do Estado de São Paulo**, 26 de novembro de 2018. São Paulo. Disponível em: <<https://www.youtube.com/playlist?list=PLxl8Can9yAHfIdtjlSYfZkvlAbqCOUGhQ>>. Acesso em: 23.04.2019.