

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ

EDIVALDO D'OLIVEIRA DE CARVALHO

**ABORDAGENS, APLICAÇÕES E REFLEXÕES SOBRE MODELAGEM
MATEMÁTICA NO ENSINO BÁSICO**

BELÉM

2019

EDIVALDO D'OLIVEIRA DE CARVALHO

**ABORDAGENS, APLICAÇÕES E REFLEXÕES SOBRE MODELAGEM
MATEMÁTICA NO ENSINO BÁSICO**

Dissertação de Mestrado apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, do Instituto de Ciências Exatas e Naturais da Universidade Federal do Pará como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora Prof.^a Dra. Cristiane Ruiz Gomes.

BELÉM

2019

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a)
autor(a)**

C331a Carvalho, Edivaldo D'Oliveira
 Abordagens, aplicações e reflexões sobre modelagem no
 ensino básico / Edivaldo D'Oliveira Carvalho. — 2019.
 86 f. : il. color.

 Orientador(a): Prof^a. Dra. Cristiane Ruiz Gomes
 Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em
 Matemática em Rede Nacional, Instituto de Ciências Exatas
 e Naturais, Universidade Federal do Pará, Belém, 2019.

 1. Ensino aprendizagem . 2. Função afim . 3.
 Modelagem Matemática. 4. Meio ambiente . I. Título.

CDD 510

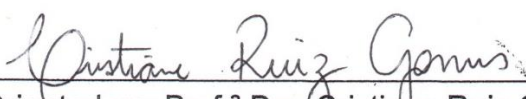
EDIVALDO D'OLIVEIRA DE CARVALHO

**ABORDAGENS, APLICAÇÕES E REFLEXÕES SOBRE MODELAGEM
MATEMÁTICA NO ENSINO BÁSICO**

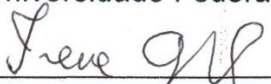
Dissertação de Mestrado apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT, do Instituto de Ciências Exatas e Naturais da Universidade Federal do Pará como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em: 28 / 06 / 2019

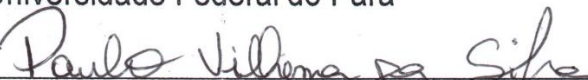
BANCA EXAMINADORA


Orientadora: Prof.^a Dra. Cristiane Ruiz Gomes

Universidade Federal do Pará


Prof.^a Dra. Irene Castro Pereira

Universidade Federal do Pará


Prof.^o Dr. Paulo Vilhena da Silva

Universidade Federal do Pará


Prof.^o Dr. Igor Ruiz Gomes

FACOMP – UFPA Castanhal (Membro Externo)

Dedico este trabalho aos meus pais, que nunca mediram esforços para termos uma educação digna e uma vida honrada.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus pela oportunidade de ter feito parte da turma PROFMAT 2017, e de estar, neste momento, cumprindo mais esta etapa de minha vida.

À minha família que sempre me apoiou, em especial à minha esposa Silvia por seu carinho e compreensão em todos os momentos desta jornada, e aos meus filhos amados Sophia e Nicolas.

Aos grandes amigos e colegas que fiz durante esses dois anos de curso, muito obrigado pelo apoio incondicional, amizade e companheirismo.

Aos professores do curso que se esforçaram para nos proporcionar a melhor formação possível, fica aqui minha reverência e meu respeito aos “mestres”.

A capes pela concessão de bolsa que custeou esses dois anos e deu suporte à aquisição de livros, e outras despesas referentes ao curso, muito obrigado.

A todos os integrantes da coordenação do curso PROFMAT Belém.

Agradeço aos amigos Giovanni Marques e Diogenes Leão pelas conversas e conselhos a respeito da vida acadêmica, sempre me apoiaram a seguir em frente.

Às diretoras Maria da Gloria e Milene de Andrade das escolas em que eu trabalho, pela compreensão dada a mim nos diversos momentos dessa caminhada.

Agradeço à Professora Dra. Cristiane Ruiz Gomes, pela paciência, disponibilidade e por suas valiosas orientações, desde a escolha do tema até a finalização da dissertação. Muito obrigado, professora.

Por fim, agradeço a todos que contribuíram direta ou indiretamente para a finalização deste curso.

*A essência do conhecimento
consiste em aplicá-lo, uma vez
possuído.*

Confúcio

RESUMO

Esta dissertação versa sobre uma aplicação de modelagem matemática para uma turma do primeiro ano do ensino médio. Buscou-se verificar se a aplicação de uma atividade de modelagem matemática pode contribuir para uma aprendizagem mais significativa das ideias matemáticas envolvidas em determinado contexto. O tema escolhido para a aplicação da atividade de modelagem foi o de produção de “lixo” urbano. Como fundamentação teórica, buscou-se as concepções de alguns dos principais autores que tem na modelagem matemática o seu campo de pesquisa. Tais concepções abordaram as definições de modelagem matemática, etapas do processo de modelagem, pré-requisitos necessários à aplicação e as dificuldades encontradas no momento da aplicação. Além das concepções dos autores, buscou-se alguns dados referentes à produção de “lixo” urbano em escala global e local. No que diz respeito aos procedimentos, a pesquisa constou de quatro momentos distintos, são eles: A escolha do tema, a pesquisa exploratória no laboratório de informática sobre o tema, uma visita a um posto de coleta seletiva do projeto ECOCELPA e a fase de tratamento dos dados obtidos na pesquisa exploratória e de campo. O projeto ECOCELPA é um projeto da rede concessionária de energia elétrica que visa a troca de materiais recicláveis por desconto na fatura de energia elétrica. Todos os momentos da pesquisa exploratória e de campo foram registrados por meio de fotos, depoimentos e diário de bordo. Na última parte da atividade de modelagem deu-se a obtenção de um modelo matemático que visou responder as questões levantadas pelos envolvidos na pesquisa.

Palavras chave: Ensino aprendizagem; Função afim; Modelagem matemática; Meio ambiente.

ABSTRACT

This dissertation deals with a mathematical modeling application for a first year high school class. We sought to verify whether the application of a mathematical modeling activity can contribute to a more meaningful learning of the mathematical ideas involved in a given context. The theme chosen for the application of the modeling activity was the production of urban “garbage”. As a theoretical foundation, we sought the conceptions of some of the main authors who have in mathematical modeling their field of research. These conceptions addressed the definitions of mathematical modeling, stages of the modeling process, prerequisites necessary for the application and the difficulties encountered at the time of application. In addition to the authors' conceptions, we sought some data regarding the production of urban “garbage” on a global and local scale. Regarding the procedures, the research consisted of four distinct moments, namely: The choice of the theme, the exploratory research in the computer lab on the theme, a visit to a selective collection station of the Ecocelpa project and the treatment phase. data obtained from exploratory and field research. The Ecocelpa project is a project of the electricity utility network that aims to exchange recyclable materials for a discount on the electricity bill. All moments of exploratory and field research were recorded through photos, testimonials and logbook. In the last part of the modeling activity, a mathematical model was obtained to answer the questions raised by those involved in the research.

Keywords: Teaching learning; Related function; Mathematical modeling; Environment.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Quadro 1 - Etapas da modelagem segundo a concepção de Bassanezi.....	18
Figura 1 - Etapas de Modelagem Matemática.....	20
Figura 2 – Proposta de etapas com processo decisório.....	22
Quadro 2 - Dados gerais do ano letivo de 2018.....	30
Quadro 3 - Relação Fundamental e Médio no ano de 2018.....	31
Figura 3 - Quantidade de RSU coletado por regiões e Brasil.....	35
Figura 4 - Participação de cada região no total coletado.....	35
Quadro 4 - Resíduos sólidos aceitos pelo projeto ECOCELPA.....	53
Tabela 1 - Demonstrativo dos valores dos materiais por kg (ou litro).....	54

LISTA DE SIGLAS

ABRELPE	Associação Brasileira de Empresas de Limpeza Pública e Resíduos Especiais
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CIEM	Comission Internationale de L'enseignant des Mathematiques
CREMM	Centro de Referência em Modelagem Matemática no Ensino
IDEB	Índice de Desenvolvimento da educação básica
ONU	Organização das Nações Unidas
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNRS	Política Nacional de Resíduos Sólidos
RSU	Resíduos Sólidos Urbanos

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	12
1 CONTEXTO HISTÓRICO.....	15
2 CONCEPÇÕES SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA.....	17
2.1 MODELO, MODELAGEM E ETAPAS.....	17
2.2 ASPECTOS DA IMPLEMENTAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA.....	23
3 APLICAÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA.....	29
3.1 LOCALIZAÇÃO.....	29
3.2 ASPECTOS CONSIDERADOS PARA A ESCOLHA DO TEMA.....	32
3.2.1 Consumo e geração de resíduos	32
3.2.2 Educação ambiental, políticas públicas e o papel da escola.....	35
4 REALIZAÇÃO DA ATIVIDADE.....	38
4.1 OS PRIMEIROS MOMENTOS	38
4.2 PESQUISA EXPLORATÓRIA NO LABORATÓRIO.....	40
4.3 PESQUISA DE CAMPO: UMA VISITA AO PROJETO ECOCELPA.....	46
4.4 OBTENÇÃO DE UM DESCONTO POR DADOS SIMULADOS.....	56
4.4.1 Problemas levantados	56
4.4.2 A atividade em sala de aula	57
4.5 ANÁLISE DOS REGISTROS DOS ALUNOS	62
4.5.1 Realidade.....	63
4.5.2 Relação Professor – Aluno.....	64
4.5.1 Mudança de atitude.....	65
4.6 CONSIDERAÇÕES SOBRE A ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA DESENVOLVIDA.....	66
5 CONCLUSÃO.....	68
REFERÊNCIAS.....	71
APÊNDICES.....	74
ANEXOS.....	78

INTRODUÇÃO

A matemática é uma ciência que desperta as mais variadas reações, sensações e sentimentos. Deste conjunto de percepções, destaca-se aquela que a concebe como uma área de conhecimento de difícil acesso. Muitas são as queixas de alunos, professores e pais quando o assunto é, na visão de cada um, o processo de ensino-aprendizado.

Os índices de indicadores, como os do IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica que avalia o ensino nos anos iniciais e finais do ensino fundamental e ensino médio), retratam que a nível nacional o ensino médio tem o pior desempenho. O ensino médio encontra-se estagnado, pois desde 2011 não alcança a meta projetada pelo IDEB. Em 2017, a meta era de 4,7 e o índice atingido foi de 3,8. Esses números retratam a distância, hoje existente, entre o que se idealiza como educação de qualidade e o atual cenário. Para 2019, a meta estabelecida é de 5,0.

Para efeito de reflexão, o IDEB leva em consideração o fluxo escolar, o resultado do aluno (reprovado ou aprovado) e o desempenho na avaliação nacional (prova Brasil).

Dentre os muitos fatores que contribuem para esse quadro está o abandono escolar. E um dos motivos pode ser o desinteresse dos alunos em uma escola que não é interessante. Como ensinar alguém desmotivado?

Sabe-se que muitos fatores contribuem para a determinação desse quadro. Alguns desses fatores são de ordem política e social. No entanto, vamos nos concentrar na ação docente.

Sendo assim, o primeiro passo nesse caminho é o de refletir sobre a nossa prática docente. Uma vez que o ensino de matemática associado à uma aprendizagem significativa tem se configurado como um grande desafio para profissionais da educação e gestores nos mais diversos níveis de ensino.

Diante deste panorama, esta pesquisa se propõe a investigar: **Se a utilização da modelagem matemática como estratégia de ensino nas aulas de matemática pode proporcionar ao aluno, um maior interesse nas aulas e uma melhor compreensão das ideias matemáticas envolvidas em um determinado problema?**

Para tentar responder a esse questionamento, propõem-se uma aplicação de Modelagem Matemática com o tema “produção de lixo” para uma turma do 1º ano do ensino médio da Escola Estadual Ministro Alcides Carneiro, localizada na região metropolitana de Belém.

Por meio desta ação pretendemos alcançar os objetivos:

1 Objetivo geral

Analisar a relevância da utilização da modelagem matemática como estratégia de ensino, na visão dos alunos do ensino médio.

2 Objetivos Específicos

- Registrar e analisar, informações, dados e diferentes formas de representação;
- Relatar e discutir a experiência vivida, da pesquisa exploratória a obtenção do modelo;
- Refletir sobre problemas de ordem ambiental e o papel da matemática nesse processo.
- Observar e analisar as atividades dos alunos.

A pesquisa consta de dois momentos, onde o primeiro consiste numa revisão bibliográfica, e o segundo, versa sobre uma aplicação de modelagem matemática. Na revisão bibliográfica, buscou-se mostrar: as concepções dos autores quanto aos aspectos conceituais fundamentais da modelagem matemática, as razões para se adotar a modelagem em sala de aula e as questões de ordem ambiental relacionada à produção de lixo.

A aplicação da modelagem se deu em sala de aula e fora dela por meio de uma pesquisa exploratória no laboratório de informática e de campo. Os alunos fizeram registros dos dados obtidos em todos os momentos da pesquisa, para posterior análise. Quanto à prática docente, o professor limitou-se a conduzir o bom andamento da pesquisa com intervenções necessárias e pontuais.

O Trabalho encontra-se assim dividido:

No primeiro Capítulo, é feito um breve apanhado histórico sobre o caráter aplicável da matemática e o caminho que levou à Modelagem Matemática, passando pelos principais pensadores que contribuíram significativamente para a elevação da modelagem matemática como estratégia de ensino.

No segundo, abordam-se as concepções de alguns autores sobre os aspectos: modelo matemático, modelagem matemática, etapas do processo de modelagem e a

implementação da modelagem nas aulas de matemática destacando o papel dos atores envolvidos e as possíveis dificuldades encontradas.

No terceiro capítulo, discorre-se sobre a identificação do ambiente de modelagem, do perfil dos alunos participantes e da fundamentação teórica da temática ambiental.

No quarto capítulo, tratou-se das etapas de reconhecimento, familiarização e obtenção de dados. Nesse capítulo, observa-se todo o processo de modelagem matemática, desde a escolha do tema passando pela pesquisa no laboratório de informática, pesquisa de campo, finalização da atividade em sala de aula e uma breve análise de trechos dos relatos dos alunos.

O quinto e último capítulo é a conclusão do trabalho de pesquisa. Nele, expõe-se a percepção obtida a partir das observações realizadas durante todo o processo.

1 CONTEXTO HISTÓRICO

Desde a antiguidade homem tem utilizado a matemática para resolver problemas do cotidiano. Para Bassanezi (2009), a aplicação da matemática é um processo tão antigo quanto a própria matemática e essa atividade possibilitou o aparecimento de novas ideias.

No final do século XIX e início do século XX, uma nova tendência surgia no ensino de matemática que visava valorizar a aplicação da matemática nas diversas ciências e na significação da realidade. Esta concepção era defendida por Felix Klein que, em 1908, presidia a Comissão Internacional de L'enseignant des Mathématiques (CIEM) que por sua vez, fez um levantamento sobre as principais tendências no ensino de matemática em diversos países.

O resultado dessa investigação foi a percepção da dificuldade existente no ensino e aprendizagem de matemática. Esta constatação impulsionou a disseminação do pensamento de Klein no tocante à valorização da aplicação da matemática. Nos anos 30, as ideias de Klein influenciaram Euclides Roxo no Brasil, que era diretor do colégio Pedro II, tido na época como referência para as demais escolas brasileiras. Mas foi na década de 60, quando influenciados pela exigência existente de uma melhor formação do estudante em direção a capacidade de resolver problemas de outras áreas, que movimentos internacionais tiveram grande importância para disseminação do uso da modelagem matemática voltada ao ensino de matemática

O debate sobre modelagem e aplicações na Educação Matemática no cenário internacional ocorre, em especial, na década de 1960, com um movimento chamado “utilitarista”, definido como aplicação prática dos conhecimentos matemáticos para a ciência e a sociedade que impulsionou a formação de grupos de pesquisadores sobre o tema. Dentre os eventos encontra-se o Lausanne Symposium, em 1968 na Suíça, que tinha por tema como ensinar matemática de modo que seja útil, com situações do cotidiano do estudante e não aplicações 'padronizadas', mas que favorecessem a habilidade para matematizar e modelar problemas e situações da realidade. (BIEMBENGUT, 2009. p. 8)

No Brasil, segundo Silveira (2007, apud BELTRÃO, 2012, p. 16) “o primeiro relatório de mestrado feito no país foi em 1976, com o título Modelos na Aprendizagem

da Matemática e foi elaborado por Celso Braga Wilmer sob a orientação de Aristides Barreto, na PUC-RJ.”

As atividades dos alunos de Barreto sob sua orientação, o incentivaram à difundir o seu trabalho, como evidencia Biembengut (2009, p. 11)

Sua proposta implicava apresentar uma situação problema capaz de motivar os estudantes a aprender a teoria matemática; ensinar a teoria, e então retornar à situação problema para matematizá-la (modelar) e respondê-la. Como ele dispunha de uma coleção de modelos matemáticos de diversas áreas realizados por ele ou pelos seus estudantes, suas exposições conquistaram muitos adeptos; um deles, Rodney Bassanezi, num Seminário sobre “Modelos Matemáticos” que Barreto ministrou na UNICAMP, em 1979, a convite do professor D’Ambrosio.

Na década de 80, essa concepção de ensino ganhou força, através da formação dos primeiros cursos de pós-graduação em modelagem no Brasil, sob a orientação de Rodney Carlos Bassanezi.

Com o passar do tempo, outros cursos foram sendo formados nas mais diversas instituições de ensino superior do país, ganhando cada vez mais adeptos o que viabilizou a consolidação da modelagem matemática como objeto de estudo, pesquisa e estratégia de ensino de matemática da Educação Matemática.

Atualmente, mais precisamente em 2006, foi criado, por Maria Salett Biembengut, o Centro de Referência Em Modelagem Matemática no Ensino – CREMM. A Instituição nasceu da necessidade de se determinar um panorama sobre as pesquisas em modelagem matemática até aquele momento.

Para a criação do centro foi feito um mapeamento de produções acadêmicas de pesquisadores em modelagem matemática, livros e artigos, cursos de pós-graduação e de formação continuada que abordam a modelagem matemática em seus currículos.

2 CONCEPÇÕES SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA

2.1. MODELO, MODELAGEM E ETAPAS.

Sobre a concepção de modelo matemático, Bassanezi (2006) sintetiza para o conjunto de símbolos e relações existentes ao se estudar o objeto matemático cuja a natureza pode ser pictórico, conceitual ou simbólica. Para o autor, um modelo pode ser melhorado ou adaptado para melhor representar uma determinada realidade.

Caldeira (1998) concebe um modelo como, a descrição matemática dos problemas reais levantados pelos alunos e a modelagem matemática como o percurso adotado que parte da escolha do tema até as decisões finais.

Para Biembengut (2016), a concepção de modelo possui diversos entendimentos, no entanto, a maioria está ligada a essência de representação. Seguindo esse raciocínio o termo modelagem pode ser compreendido como o ato de promover essa representação

Assim como modelo, a palavra modelagem se faz presente nas mais diversas áreas do conhecimento, como nas Artes, na Biologia, na Moda. A expressão 'modelagem' suscita na mente diferentes acepções, significados. Um deles é a imagem de um escultor trabalhando com argila, manuseando-a afim de produzir algo, um objeto que tem maior ou menor afinidade com um objeto físico ou algo que traz na sua mente. (BIEMBENGUT, 2016, p. 97).

Quanto ao processo de modelagem matemática, para Bassanezi (2009), trata-se de um conjunto de procedimentos que expressa um problema real em termos matemáticos, criando assim um problema matemático que deve ser resolvido e interpretado sob a óptica do problema real.

Por esse prisma, o modelo matemático alcança uma dimensão significativa no processo de modelagem matemática, pois o mesmo passa a ser o elo de ligação entre a linguagem natural que descreve inicialmente o problema e a linguagem matemática.

O referido autor propõe, o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática em cinco etapas, são elas: **Experimentação, Abstração, Resolução, Validação e Modificação.**

Quadro 1 - Etapas da modelagem matemática segundo a concepção de Bassanezi

Etapas	Descrição das etapas
Experimentação	Consiste na obtenção dos dados da pesquisa.
Abstração	Trata-se de um conjunto de procedimentos que tendem a encaminhar a obtenção de um modelo matemático. Nesta etapa são sistematizados os passos: <i>Seleção e definição das variáveis, Problematização, Formulação de hipóteses e Simplificação</i>
Resolução	É a fase de obtenção de um modelo, pelo qual a linguagem natural do problema, em termos de suas hipóteses, é associada a uma linguagem matemática que a representa.
Validação	É o processo de avaliação do modelo, nesta etapa é analisada a aceitação ou não do modelo. É neste momento que se verifica, a proximidade da solução do problema matemático, originado pelo modelo, em comparação aos dados do problema real.
Modificação	Consiste no processo de releitura realizado quando o modelo se distancia da realidade a qual o mesmo pretende representar. Esta releitura, recai sobre a falsidade ou insuficiência das hipóteses, dados experimentais, informações ou, até mesmo sobre procedimentos matemáticos equivocados.

Fonte: Elaborado pelo autor (a partir da concepção de Bassanezi)

O processo Abstração estabelecido por Bassanezzi consta de um conjunto de procedimentos que tendem a encaminhar a obtenção de um modelo matemático. Nesta etapa são sistematizados os passos:

- **Seleção e definição das variáveis** - neste momento a relação entre as variáveis precisa estar bem compreendida.
- **Problematização** - consiste na formulação de um problema ou uma pergunta, expresso inicialmente nos parâmetros da linguagem do contexto abordado e tem um caráter mais específico.
- **Formulação de hipóteses** - são as suposições que norteiam a investigação.
- **Simplificação**: recorre-se a esta fase quando o modelo acarreta em um problema matemático, cuja o processo de solução é de alta complexidade, dificultando assim seu estudo. Sendo assim, procede-se no sentido de limitar algumas variáveis do modelo, a ponto de viabilizar a compreensão do problema, sem descaracterizá-lo.

Neste último passo abordado, Bassanezi atribui um caráter dinâmico a um modelo matemático.

Nenhum modelo deve ser considerado definitivo, podendo sempre ser melhorado, e agora poderíamos dizer que um bom modelo é aquele que propicia a formulação de novos modelos. A formulação de modelos é uma das partes fundamentais do processo de modelagem e isto pode ser evidenciado se considerarmos que: Os fatos conduzem constantemente a novas situações; qualquer teoria é passível de modificações; as observações são acumuladas gradualmente de modo que novos fatos suscitam novos questionamentos; A própria evolução da matemática fornece novas ferramentas para traduzir a realidade (Teoria do Caos, Teoria Fuzzy, etc.) (BASSANEZI, 2009, p. 31)

Corroborando com Bassanezi, Biembengut e Hein (2007) relacionam o processo de modelagem a um processo artístico o que exigirá uma dose de criatividade por parte dos atores envolvidos. Mais explicitamente Biembengut e Hein (2007, p. 13) nos dizem que:

A modelagem matemática é, assim, uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias.

Para a autora, a modelagem matemática pressupõe a obtenção de um modelo. E para que isto ocorra, a mesma sistematiza uma série de três fases subdivididas em 6 subfases:

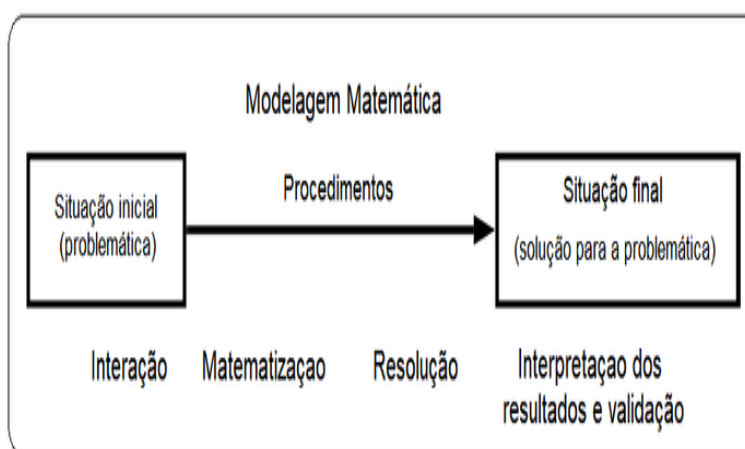
- 1. Interação** (Reconhecimento e Familiarização).
- 2. Matematização** (Formulação e Resolução do problema)
- 3. Modelo matemático** (Interpretação e Validação do problema).

A fase de **Interação** consiste no levantamento de dados e informações e delimitação da situação problema. Na fase de **Matematização**, ocorre a formulação de questões norteadoras, hipóteses e obtenção de um modelo. Por fim, uma vez obtido um modelo na fase anterior, é hora de verificar se esse modelo é válido ou que ajustes precisam ser delineados para que se verifique a validade do modelo, esta é a fase **Modelo matemático**.

Almeida (2016) nos diz que Modelagem Matemática pode ser compreendida como um conjunto de ações mobilizadas que tem por finalidade passar de uma situação problema inicial para uma situação final chamada de modelo matemático.

A autora concebe quatro passos para o roteiro de uma atividade de modelagem, que são: **Interação, Matematização, Resolução e Interpretação e Validação dos Resultados**. Esses passos encontram-se representados no diagrama, a seguir.

Figura 1 - Etapas de Modelagem Matemática



Fonte: Elaborado pelo autor a partir da concepção de Almeida (2016).

O termo “bom professor” está geralmente ligado à concepção de que o professor tem domínio do assunto a ser estudado pelos alunos ou de que o professor tem habilidade acentuada em transmitir tais conhecimentos. Segundo essas ideias, o aprendizado do aluno depende exclusivamente do professor, caracterizando-o como personagem central do processo de ensino aprendizagem.

Nessa linha de pensamento, Meyer (2011), acrescenta que a matemática escolar é um conjunto de regras e convenções determinadas historicamente em um ambiente caracterizado por relações de poder.

Essas relações não são restritas ao professor, e um exemplo disso, é o currículo escolar centrado em uma matemática bem determinada desprovida de inovação e, na maioria das vezes, com fim em si mesmo. Por esse motivo Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), expõem que a modelagem matemática não deve ser vista como uma metodologia de ensino, pois desta forma a mesma apenas serviria para a validação do currículo imutável da matemática escolar.

Em contraponto a esse movimento, o referido autor aponta como concepção de modelagem matemática, a de “educar matematicamente”. Para Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), a modelagem matemática consiste na obtenção de habilidades, por parte do aluno, para elaborar e resolver uma situação cotidiana inerente a ele e, a partir daí, realizar uma leitura crítica dessa realidade.

Os autores preveem cinco momentos para o processo da modelagem matemática, são eles:

Determinar a situação problema;

Simplificar as hipóteses dessa situação;

Resolver o problema matemático;

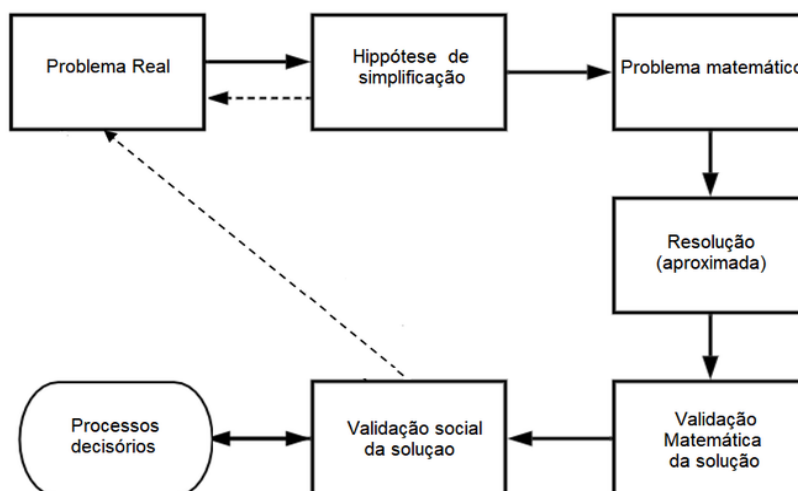
Validar as soluções;

Definir a tomada de decisão com base nos resultados.

A última etapa caracteriza a concepção dos autores no que diz respeito aos eles chamam de educar matematicamente.

Para eles não basta desenvolver todo o procedimento de modelação com vistas a desenvolver o conteúdo matemático, é preciso fazer intervenções diante da resolução de um problema. Esta sequência de procedimentos encontra-se representada esquematicamente pelo diagrama a seguir.

Figura 2 – Proposta de etapas com processo decisório.



Fonte: Meyer, Caldeira e Malheiros (2018, p. 42)

A etapa **Processos decisórios** mencionada no último momento do processo de modelagem matemática descrito pelo diagrama, pode se diferenciar da decisão matemática. Neste caso, a decisão tem um caráter político de agir diante de um problema real, proposto, discutido e resolvido em termos de linguagem matemática. No âmbito, do ensino de matemática, Meyer assume uma postura de um professor hipoteticista, que entende a matemática como uma construção relacionada às atividades humanas. Segundo o autor

O professor, que atua analogamente a um hipoteticista, trabalha com modelos matemáticos em que se quer fornecer para o aluno uma "caixa de ferramentas matemáticas" com as quais ele conseguiu analisar, estudar e compreender o que está acontecendo em volta dele. Com isso, não estamos reforçando apenas o aspecto utilitário da matemática, em que ela pode ser vista somente como um instrumental para a formalização das outras ciências, descaracterizando a importância da sua axiomatização. (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2018, P. 21)

Essas foram algumas concepções de alguns autores acerca dos conceitos que consideramos fundamentais em modelagem. A partir de agora discorre-se acerca dos mecanismos presentes em sua implementação em sala de aula.

2.2 ASPECTOS DA IMPLEMENTAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Antes de versar sobre os aspectos que são concernentes à implementação da modelagem matemática em sala de aula, faz-se necessário discutir o porquê de adotá-la. Neste sentido, pontua-se que a modelagem matemática pode favorecer a motivação do aluno e a ocorrência da aprendizagem significativa Almeida, Silva e Vertuan (2016).

Biembengut e Hein (2007), destacam que a modelagem matemática pode ser utilizada em qualquer nível de ensino. Considera-se que esta característica é de extrema importância uma vez que as dificuldades no ensino e aprendizagem de matemática encontram-se presentes nos discursos de professores e alunos de todos os níveis de ensino.

Em geral, os autores que tratam da modelagem matemática como uma estratégia de ensino, mencionam diversos fatores que podem favorecer a obtenção de uma aprendizagem mais significativa, destacam-se:

Aproximar uma outra área do conhecimento da matemática;
Enfatizar a importância da matemática para o aluno;
Despertar o interesse da matemática ante a aplicabilidade;
Melhorar a apreensão dos conceitos matemáticos;
Desenvolver a habilidade de resolver problemas;
Estimular a criatividade.

(BIEMBENGUT, HEIN, 2007, p. 18)

Na linha de pensamento das vantagens que justificam a adoção da modelagem matemática no seu ensino, Burak e Klüber (2007, p. 1), acrescentam cinco pontos:

- 1) construção e o desenvolvimento de conceitos e dos conteúdos matemáticos – a qual ocorre de forma dinâmica e procura a relação de cooperação entre o professor e o aluno;
- 2) contextualização das situações – entendida aqui como a relação entre os conteúdos e temas nos diversos contextos, sejam eles, o social, o econômico, o cultural;
- 3) integração com outras áreas do conhecimento – muito próxima a uma atitude interdisciplinar, pois permite o diálogo da matemática com outros campos;

4) socialização favorecida pelo trabalho em grupo – compreendida como o processo de interação entre os alunos, o professor e a sociedade como um todo;

5) ruptura com o currículo linear – que se constitui em umas das características mais importantes da Modelagem, pois com ela, não são os conteúdos que determinam o problema, mas o contrário.

Observa-se assim que a modelagem matemática possui diversas vantagens quando utilizada como estratégia de ensino nas aulas de matemática.

Em termos de currículo, a essência da modelagem matemática está prevista entre as competências da BNCC (Base Nacional Comum Curricular).

Competência 3 Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
(BRASIL, 2018, p. 527)

Para desenvolver esta competência, mobilizam-se as habilidades

(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º grau, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(BRASIL, 2018, p. 528)

Alguns aspectos são de extrema relevância à implementação da modelagem matemática em sala de aula, evidenciam-se assim os pontos: forma de abordagem, a postura dos atores, dificuldades encontradas e algumas pesquisas já realizadas.

Quanto às formas de abordagens da modelagem, por meio da análise de estudos nacionais e internacionais, Barbosa (2004, p. 8) destaca, por meio de experiências já realizadas, algumas situações que podem ser consideradas no momento de se aplicar uma atividade de modelagem.

Caso 1. O professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução. Uma experiência de Franchi (1993) pode ilustrar este caso. Ela colocou uma situação-problema aos alunos, que realizaram a investigação. Não foi preciso que eles procurassem dados fora da sala de aula; todo o trabalho se deu a partir da situação e do problema oferecido pelo professor.

Caso 2. O professor traz para a sala um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta das informações necessárias à sua resolução. Ilustremos com uma experiência de Biembengut (1999). Ela apresentou aos alunos o problema “O que é preciso para construir uma casa?”. Eles tiveram que buscar dados fora da sala de aula e fazer algumas simplificações que ajudassem a resolver o problema.

Caso 3. A partir de temas não-matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas. Eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problema. É via do trabalho de projetos. Devido à falta de espaço, limitamo-nos a remeter às experiências relatadas em Bassanezi (1990), Borba, Meneghetti e Hermini (1997), Biembengut (1990, 1999) e Franchi (1993).

Nos casos citados por Barbosa, destacam-se algumas possibilidades de condução docente para uma atividade de modelagem matemática. Sobre a postura docente, Biembengut (2017) reforça que o professor deve ter vontade de mudar sua prática e disposição de conhecer e de aprender.

Independentemente da abordagem adotada, essencialmente, ao professor “cabe orientar, esclarecer dúvidas existentes, coordenar ações, prever meios para que a aprendizagem ocorra” (FURTADO, NETO, 2016, p. 21). A citação reforça que o professor deve ter uma postura de auxiliar no desenvolvimento das ações e dos possíveis desdobramentos.

As ações de modelagem matemática atribuem aos alunos um papel de protagonismo conforme pontuam Burak e Brandt (2010, p. 64)

A Modelagem Matemática, de forma simplificada, consiste em uma alternativa metodológica para o ensino de Matemática. Como princípio, parte sempre do interesse do grupo, cujas ações, na sua maioria, estão nele fundadas ou a ele se voltam.

Os documentos oficiais, têm sinalizado as diretrizes do papel de alunos e professores em um ambiente de aprendizagem. Nesse sentido, os PCN's destacam que

Numa perspectiva de trabalho em que se considere o aluno como protagonista da construção de sua aprendizagem, o papel do professor ganha novas dimensões. Uma faceta desse papel é a de organizador da aprendizagem; para desempenhá-la, além de conhecer as condições socioculturais, expectativas e competência cognitiva dos alunos, precisará escolher os problemas que possibilitam a construção de conceitos e procedimentos e alimentar os processos de resolução que surgirem, sempre tendo em vista os objetivos a que se propõe atingir. (BRASIL, 2000, p. 3)

Por esta perspectiva, o professor deixa de ser aquele que reproduz todo o conteúdo por meio de treino e repetições, e passa a desenvolver em suas ações docentes por meio de intervenções no trabalho que será desenvolvido pelos alunos.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (2000, p.38)

[...] o professor também é facilitador nesse processo. Não mais aquele que expõe todo o conteúdo aos alunos, mas aquele que fornece as informações necessárias, que o aluno não tem condições de obter sozinho.

[...] o professor é responsável por arrolar os procedimentos empregados e as diferenças encontradas, promover o debate sobre resultados e métodos, orientar as reformulações e valorizar as soluções mais adequadas.

[...] o professor estimula a cooperação entre os alunos, tão importante quanto a própria interação professor-aluno. O confronto entre o que o aluno pensa e o que pensam seus colegas, seu professor e as demais pessoas com quem convive é uma forma de aprendizagem significativa, principalmente por pressupor a necessidade de formulação de argumentos (dizendo, descrevendo, expressando) e de validá-los (questionando, verificando, convencendo).

[...] o professor pode julgar se as capacidades indicadas nos objetivos estão se desenvolvendo a contento ou se é necessário reorganizar a atividade pedagógica para que isso aconteça.

Desenvolver tais funções dentro de sala de aula, esbarra em obstáculos que devem ser cuidadosamente observados. Um desses obstáculos, pode ser a perda da

tríade norteadora começo, meio e fim, presente nas aulas tradicionais e determinado exclusivamente pelo professor. Nesse sentido, observa-se que

A maior dificuldade que notamos para a adoção do processo de modelagem, pela maioria dos professores de matemática, é a transposição da barreira naturalmente criada pelo ensino tradicional onde o objeto de estudo apresenta-se quase sempre bem delineado, obedecendo uma sequência de pré-requisitos e que vislumbra um horizonte claro de chegada – tal horizonte é muitas vezes o cumprimento do programa da disciplina.

(BASSANEZI, 2009, p. 43)

Sair da zona de conforto pode provocar, nos envolvidos, um certo desinteresse.

De acordo com Meyer, Caldeira e Malheiros (2018, p. 52-53) os professores se sentem inseguros pois a forma de trabalhar não prioriza os instrumentos que antes eram utilizados.

Essa situação, pode ser exemplificada pelo caso mencionado por Caldeira em sua tese de doutorado intitulada “Educação Matemática e Ambiental: Um contexto de mudanças, onde relata o caso de uma professora de nome fictício.

A professora Olivia ainda não havia conseguido assumir a classe de acordo com que havíamos conversado. Falei novamente com ela sobre a nossa posição com relação a esse trabalho. Eu disse que ela deveria assumir a classe e eu ficaria como elemento de suporte e observação, para trocarmos algumas ideias. Por duas vezes em que ela assumiu a classe, sempre voltava a sua maneira de trabalhar: na primeira iniciou com as definições e na segunda com listas de exercícios do livro. Ela ainda estava bastante insegura, mas disse que iria preparar alguma coisa para as próximas aulas.

(CALDEIRA, 1998, p. 160)

Pelas citações apresentadas, percebe-se que as dificuldades encontradas durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática são oriundas do conflito que naturalmente se estabelece entre a nova conduta docente e a estrutura cultural e curricular presente no ambiente escolar.

A tese de Caldeira, utilizou a modelagem matemática como metodologia de ensino. A pesquisa tinha por objetivo buscar a construção do conhecimento matemático e proporcionar uma auto-reflexão da prática docente do professor partici-

pante, visando uma mudança de atitude e postura dessa prática.

Os alunos também sentem os reflexos da mudança de estratégia de ensino e aprendizagem. Segundo Bassanezi (2009), a modelagem matemática tira o estudante da sua rotina escolar e isso pode deixá-lo desorientado e sem vontade de participar da atividade.

Esse capítulo, teve por objetivo discorrer a cerca de uma parte do referencial teórico necessário ao desenvolvimento da pesquisa. Ele iniciou pelas concepções de alguns autores e culminou com a apresentação de alguns aspectos que devem ser considerados ao se implementar a modelagem matemática nas aulas de matemática.

A outra parte, que será desenvolvida a seguir, versa sobre a descrição do espaço onde ocorreu a atividade de modelagem e os aspectos considerados para a escolha do tema.

3 APLICAÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Foi realizada uma atividade de modelagem matemática em uma turma do primeiro ano A (M1TR01) do Ensino Médio do turno da tarde da Escola Estadual Ministro Alcides Carneiro, do município de Ananindeua - PA, no final do ano letivo de 2018, com o tema "**Produção de Resíduo Sólido Urbano**"

3.1 LOCALIZAÇÃO

A Escola Estadual Ministro Alcides Carneiro, está situada no conjunto Jardim América, s/n, bairro do coqueiro, município de Ananindeua/ Pa, região metropolitana de Belém. Segundo dados do IBGE, em 2018, a população do município era de 525.566 habitantes, um aumento de 11,35 % em relação a última aferição em 2010. O município tem área territorial 190,451 km², com baixo percentual de esgotamento sanitário adequado e alto índice de violência.

Imagem 1 - A Escola Estadual Ministro Alcides Carneiro



Fonte: Foto tirada pelo autor

A estrutura física da escola compreende 8 salas de aulas, um laboratório multidisciplinar, um laboratório de informática com 16 computadores, uma sala de leitura, os espaços administrativos e um espaço destinado à Educação Física.

A escola tem se notabilizado por assumir uma postura de escola que elabora e executa diversos projetos. Esta característica foi levada em consideração para a escolha dessa escola para realização da atividade de modelagem.

Imagem 2 - Espaço da Educação Física



Fonte: Foto tirada pelo autor

A escola desfruta de grande importância para a comunidade local, sendo vista como um espaço de oportunidades no que diz respeito ao acesso ao ensino superior.

Em 2018, a unidade escolar registrou um total de 903 alunos matriculados. Desses, 330 são de ensino fundamental, 404 de ensino médio e 169 de ensino na modalidade EJA (Educação de Jovens e Adultos).

Alguns dados gerais da escola, sobre a realidade da escola no ano letivo de 2018, são mostrados no quadro seguinte.

Quadro 2 - Dados gerais do ano letivo de 2018

	Ensino Fundamental regular	Ensino Médio regular	EJA	Total
Matrículas	330	404	169	903
Aprovados	293	308	76	677
Reprovados	14	36	28	78
Desistentes	3	38	56	97
Transferidos	20	21	9	50
Cancelados	0	1	0	1

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de dados fornecidos pela escola

Do total dos 404 alunos matriculados no ensino médio regular, observou-se que 155 são alunos do turno matutino, 165 são do turno da vespertino e 84 são alunos do turno da noite. Esses 404 alunos de ensino médio estavam distribuídos em quatro turmas no turno da manhã, quatro turmas no turno da tarde e 2 turmas no turno da noite.

Considerando apenas os alunos do turno da tarde desse ano letivo, a realidade apresentada pode ser observada pelo quadro a seguir.

Quadro 3 – Relação fundamental e Médio no ano de 2018.

	Ensino Fundamental regular	Ensino Médio regular	Total
Matrículas	161	165	326
Aprovados	142	139	281
Reprovados	9	15	24
Desistentes	3	16	19
Transferidos	7	4	11
Cancelados	0	1	1

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de dados fornecidos pela escola

Considerando os alunos do ensino médio regular, constatou-se que o percentual de reprovações e desistências dos alunos do turno da tarde, corresponde a 41,6% e 42,1%, respectivamente. No turno da noite, os percentuais nos quesitos reprovação e desistência chegam, respectivamente a 30,5% e 50%.

Numa comparação entre os turnos da manhã e da tarde observou-se que o turno da tarde teve 20% a mais de reprovações e 84,21% de desistências.

Os valores percentuais obtidos nessa comparação, podem estar associados a desmotivação dos alunos do turno da tarde com a escola e com os seus estudos no que diz respeito a aprendizagem. Vale destacar que alguns alunos do turno da tarde já apresentam alguma distorção série/idade. Diante desse quadro, justifica-se a necessidade de uma intervenção.

A intervenção foi realizada por meio de uma atividade de modelagem matemática. A turma do 1º Ano B que realizou a atividade de modelagem matemática, teve ao final do ano letivo de 2018: 3 desistentes, 3 reprovados, 2 transferidos e 37

aprovados. Com o intuito de preservar a identidade dos alunos, utilizou-se nomes fictícios ao mencioná-los.

3.2 ASPECTOS CONSIDERADOS PARA A ESCOLHA DO TEMA

O constante aumento da produção de lixo registrado nos grandes centros urbanos, têm se tornado um grande problema para a sociedade brasileira. O acúmulo de lixo nas ruas vem se tornando uma cena corriqueira no dia a dia das pessoas.

Situações desagradáveis como doenças, mau cheiro, enchentes são algumas consequências deste tipo de problema. Estudos mostram que esta situação está relacionada ao aumento populacional nas grandes cidades e a falta de investimento em educação e em saneamento básico.

3.2.1 Consumo e geração de resíduos.

Vive-se em uma sociedade onde o consumo e modelos de consumo influenciam nas escolhas e nas decisões tomadas pelas pessoas. Em nível mundial, uma pequena parcela de países ricos consome cerca de 80% dos recursos naturais do planeta e produzem mais de 80% da poluição do mundo.

Percebe-se que as questões ambientais relacionadas ao clima, queimadas, poluição dos rios, desmatamentos ganham mais espaço na mídia e consequentemente na sociedade.

O aumento do consumo e consequente da produção de resíduo, está ligado ao aumento populacional, e principalmente ao aumento populacional nos centros urbanos. Esta situação gera consequências catastróficas em nossa sociedade.

Segundo Besen (2012), as cidades concentram a maior parte da população do planeta, e problemas comuns a elas como: enchentes, lixo nos córregos, áreas degradadas, poluição do ar e da água e de saúde pública estão ligados à má gestão dos Resíduos Sólidos.

Sobre o aumento populacional, a ONU, por meio do seu centro de notícias, projeta que até 2030 a população mundial será de 8,5 bilhões de habitantes. Um dado extremamente preocupante, se considerarmos que a metade desse aumento estará concentrado em países como Nigéria, Índia, Paquistão, República Democrática do

congo, Etiópia, Tanzânia, Indonésia, Uganda e Estados Unidos.

O planeta está chegando a um ponto cada vez mais crítico, em que a lógica prevalecente do aumento de consumo não pode ser mantida. Já se verificam os seus impactos no plano ecológico global. A exploração crescente dos recursos naturais coloca em risco as condições físicas de vida da Terra, uma vez que a economia capitalista exige um nível e um tipo de produção e consumo que são ambientalmente insustentáveis. (JACOBI, 2012, P. 29)

Em países pobres, esse cenário é bem mais preocupante, pois problemas como desigualdade social e educação deficitária tornam mais difíceis a implementação de medidas sustentáveis.

Entre os vários desafios globais planetários das sociedades no século XXI, encontram-se os de reduzir a produção de resíduos sólidos e melhorar a eficiência de sua gestão, principalmente nas áreas urbanas. O nosso futuro e o das próximas gerações dependem do uso sustentável dos recursos naturais, da distribuição mais equitativa desses recursos e do direcionamento das políticas públicas de resíduos sólidos para uma perspectiva de sustentabilidade, conciliando proteção ambiental, com justiça social e eficiência econômica. (BESEN, 2012, P. 41)

Por essa perspectiva fica evidente a relação do aumento populacional e de consumo com a geração de resíduos, bem como suas consequências para a nossa sociedade e o meio ambiente. Diante disso, faz-se necessário discutir o papel de cada ator envolvido.

Em termos regionais, segundo a Associação Brasileira de Empresas de Limpeza Pública e Resíduos Especiais – ABRELPE, cerca de 78,4 milhões de toneladas de RSU foram produzidas no país no ano de 2017, o que representa um aumento de aproximadamente 1% em relação ao ano de 2016.

O total coletado, em 2017, foi de 71,6 milhões de toneladas, cerca de 91,2% do total de RSU produzido, o que revela que 6,9 milhões de toneladas de resíduos não tiveram destino adequado.

A ABRELPE divulgou recentemente alguns dados, pelos quais constata-se que em 2018, o Brasil produziu, cerca de, 79 milhões de toneladas de resíduos sólidos, o que representa um aumento aproximado de 1% em relação a 2017. Estima-se que em 2030, o Brasil atinja a marca 100 milhões de toneladas de RSU.

A tabela a seguir, evidencia a realidade da produção de RSU em toneladas por dia nas regiões do Brasil e no Brasil em 2017.

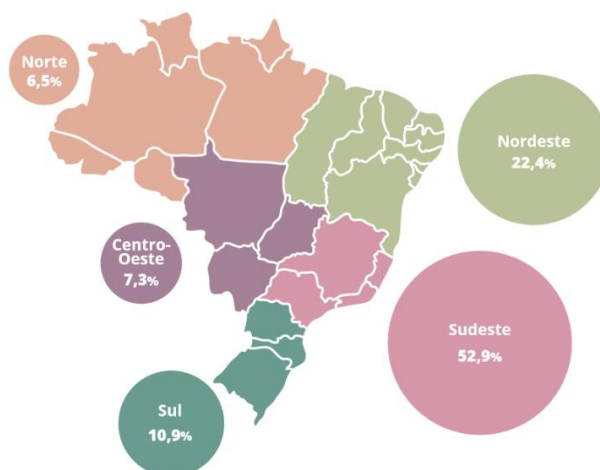
Figura 3 - Quantidade de RSU coletado por regiões e Brasil.

REGIÕES	2016	2017	
	RSU Total (t/dia)	Equação*	RSU Total (t/dia)
Norte	12.500	$RSU=0,000283 \text{ (pop tot/1000)} + 0,501550$	12.705
Nordeste	43.555	$RSU=0,000198 \text{ (pop tot/1000)} + 0,708588$	43.871
Centro-Oeste	14.175	$RSU=0,000223 \text{ (pop tot/1000)} + 0,784911$	14.406
Sudeste	102.620	$RSU=0,000153 \text{ (pop tot/1000)} + 0,805441$	103.741
Sul	20.987	$RSU=0,000005 \text{ (pop tot/1000)} + 0,680328$	21.327
BRASIL	193.637		196.050

Fonte: Abrelpe, 2018.

A distribuição do total coletado no ano de 2017, é mostrado na ilustração a seguir

Figura 4 - Participação de cada região no total coletado



Fonte: Abrelpe, 2018.

Alguns dados evidenciam que a região norte precisa avançar no que diz respeito às políticas de coleta e destinação adequada do RSU coletado.

Os 450 municípios da região Norte geraram, em 2017, a quantidade de 15.634 toneladas/dia de RSU, das quais aproximadamente 81,3% foram coletadas. Dos resíduos coletados na região, 65,3%, correspondentes a 8.295 toneladas diárias, foram encaminhados para lixões e aterros controlados (ABRELPE, 2018, p.23)

Dados recentes, apresentados pela ABRELPE, apontam que no estado do Pará, apenas 0,48% do lixo produzido no estado é reciclado. Em Belém, esse índice é de 0,45% e em Ananindeua, não encontramos dados relativos. Os dados aqui apresentados encontram-se abaixo da média nacional, que é de 3%.

3.2.2 Educação ambiental, políticas públicas e o papel da escola

No Brasil, a educação ambiental toma dimensão pública, segundo Loreiro (2012) a partir do final da década de 80. Dentre as ações tomadas que caracterizam este início, estão: a inclusão da pasta na constituição de 1988, a formação de cursos de ecologia, entre 1986 e 1990, para profissionais do ensino fundamental caracterização interdisciplinar atribuída à educação ambiental, dada pelo Conselho Federal de Educação, em 1987. Outra medida que podemos citar é a lei nº 9.795, de 27 de abril de 1999, intitulada como Política Nacional de Educação Ambiental, que define e recomenda, respectivamente:

Art. 1º Entendem-se por educação ambiental os processos por meio dos quais o indivíduo e a coletividade constroem valores sociais, conhecimentos, habilidades, atitudes e competências voltadas para a conservação do meio ambiente, bem de uso comum do povo, essencial à sadia qualidade de vida e sua sustentabilidade.

Art. 2º A educação ambiental é um componente essencial e permanente da educação nacional, devendo estar presente, de forma articulada, em todos os níveis e modalidades do processo educativo, em caráter formal e não-formal. (BRASIL,1999).

Observa-se que a inclusão, no currículo escolar, de temas relacionados à educação ambiental é de grande relevância para sociedade, uma vez que essa iniciativa tende a alcançar valores e conhecimentos necessários à formação de um cidadão consciente de sua responsabilidade neste processo.

O espaço ideal para o desenvolvimento dessas iniciativas é a escola. Segundo Besen (2012), através da escola é possível educar com vista ao desenvolvimento sustentável e promover ações de cidadania, que contemplem o consumo consciente, a redução, a reutilização e a reciclagem.

Neste sentido faz-se necessário discutir o papel do professor, uma vez que é, também, sua responsabilidade está intermediação. Nesta linha destaca-se que

[...] educar sem clareza do lugar ocupado pelo educador na sociedade, de sua responsabilidade social, e sem a devida problematização da realidade, é se acomodar na posição conservadora de produtor e transmissor de conhecimentos e de valores vistos como *ecologicamente corretos*, sem o entendimento de que estes são mediados social e culturalmente. (LOULEIRO, 2012. p. 27)

Cabe ao professor promover essa vivência por meio de experiências reais que instiguem o aluno a um processo de reflexão.

A Política Nacional de Resíduos Sólidos (PNRS) ou lei 12.305 de 2 de agosto de 2010, representa um avanço na regulamentação da gestão e do gerenciamento de resíduos sólidos no Brasil. Nela o termo “lixo” é substituído por Resíduo Sólido, e o define como:

[...]material, substância, objeto ou bem descartado resultante de atividades humanas em sociedade, a cuja destinação final se procede, se propõe proceder ou se está obrigado a proceder, nos estados sólido ou semissólido, bem como gases contidos em recipientes e líquidos cujas particularidades tornem inviável o seu lançamento na rede pública de esgotos ou em corpos d'água, ou exijam para isso soluções técnica ou economicamente inviáveis em face da melhor tecnologia disponível (BRASIL, 2010)

Por meio dela, determinou-se metas como a da extinção e recuperação das áreas dos lixões, proporcionando inclusão social e emancipação econômica de

catadores de materiais reutilizáveis e recicláveis, previsto no Art. 15 dessa lei. A PNRS, definiu responsabilidades individuais e coletivas.

Art. 9º Na gestão e gerenciamento de resíduos sólidos, deve ser observada a seguinte ordem de prioridade: não geração, redução, reutilização, reciclagem, tratamento dos resíduos sólidos e disposição final ambientalmente adequada dos rejeitos.

Art. 25. O poder público, o setor empresarial e a coletividade são responsáveis pela efetividade das ações voltadas para assegurar a observância da Política Nacional de Resíduos Sólidos e das diretrizes e demais determinações estabelecidas nesta Lei e em seu regulamento. (BRASIL, 2010)

A sociedade como um todo está inserida nesta ordem de prioridade que vai desde a não geração de resíduos sólidos, ação que pode ser realizada por qualquer pessoa mediante a conscientização ambiental, até a disposição final ambientalmente adequada dos rejeitos, que é um serviço prestado por empresas especializadas. Os gestores, por sua vez, têm a obrigação de implementar planos estaduais e municipais de resíduos sólidos.

Um problema que tem ganhado grande repercussão na mídia local, é o do aterro sanitário do município de Marituba, região metropolitana de Belém.

O aterro sanitário que foi inaugurado em 2015, logo após a desativação do lixão do Aurá que é um bairro localizado no município de Ananindeua, recebe os resíduos de Belém, Ananindeua e Marituba.

Por diversas vezes os moradores locais se posicionaram contra a permanência das atividades da empresa. Os moradores alegam que a empresa responsável não tem adotado os cuidados necessários na sua atuação e por conta disso, o aterro está causando a poluição da água, solo e ar. Os moradores reclamam do mal cheiro causado pelo aterro. Já existe um grupo permanente chamado “Fora Lixão” formado por moradores da localidade.

Diante do alcance social, ambiental e econômico dos problemas ligados à produção de resíduos sólidos, em escala local e global, considera-se de extrema relevância o estudo dessa temática como objeto de pesquisa. Desta forma, uma

aplicação de Modelagem Matemática foi desenvolvida com o intuito de refletir sobre o assunto e sua importância para a comunidade.

4 REALIZAÇÃO DA ATIVIDADE

A solicitação de autorização de pesquisa e a carta de anuência constam nos Apêndices B e C, respectivamente.

Considera-se como início da atividade de modelagem matemática, o momento em que os alunos e o professor decidiram pela Produção de Resíduos Sólidos (PRS) como tema de pesquisa. Este momento será relatado detalhadamente, mais adiante.

O desenvolvimento da atividade encontra-se organizado por meio das etapas **Interação, Matematização e Modelo Matemático**, proposto por Biembengut (2007). A fase de interação deu-se inicialmente pela pesquisa no laboratório de informática e continuou com uma pesquisa de campo. O restante ocorreu em sala de aula.

4.1 OS PRIMEIROS MOMENTOS

Em um primeiro momento pensou-se em um único encontro para a realização da atividade. Os dois primeiros horários seriam destinados a pesquisa no laboratório e em seguida ocorreria o tratamento das informações em sala de aula (Esse plano de aula consta no Apêndice A). No entanto, devido a contratempos que ocorreram na fase de pesquisa exploratória no laboratório de informática, a atividade acabou se estendendo um pouco mais.

Considerando que os horários de aula com a turma participante eram os três últimos da quarta-feira (4º, 5º e 6º horários), iniciando às 16:00 h e com término às 18:15 h. Ficou previsto, que a atividade transcorreria em 6 horas aulas, ou seja, seriam necessários dois encontros com a turma.

No primeiro encontro, programado para o dia 28 de novembro de 2018, a divisão das ações ficou assim definida: o 4º horário ficou reservado para a escolha do tema em sala de aula e os outros dois restantes, destinado a familiarização e delimitação do tema.

No segundo encontro, previsto para o dia 5 de dezembro, foi destinado, aos dois primeiros horários, a formulação e resolução do problema. Enquanto que no para

o último terço da aula, programou-se a análise da solução e validação do modelo obtido. Com intuito de ganhar tempo, haja vista que estávamos no final do ano letivo, antecipou-se a escolha do tema, Isto ocorreu em um horário vago de uma segunda-feira, do dia 26 de novembro de 2018.

Na ocasião, os alunos foram questionados se gostariam de fazer uma atividade de pesquisa, em grupos de 3 ou 4 alunos, sob minha orientação. A atividade corresponderia a 50% da quarta avaliação, enquanto que os outros 50% correspondia a feira de ciências que aconteceu no mesmo período da atividade.

A resposta da turma foi positiva para a realização da atividade. Foi exposto oralmente, de forma breve, a relevância do tema “produção de resíduos sólidos” fazendo um paralelo com a situação do aterro sanitário da região metropolitana de Belém e suas implicações em nossas vidas.

Foi deixado claro que não se tratava de uma imposição, que os alunos poderiam escolher outro tema se assim desejassem. No entanto, não houve proposições de pesquisas alternativas por parte dos alunos. E assim, ficou decidido que “produção de lixo” seria o tema de nossa pesquisa.

Na tentativa de deduzir, os motivos que levaram os alunos a aceitarem quase que de imediato o tema proposto. Podemos citar a figura paradigmática do professor, como detentor do conhecimento, a boa relação estabelecida entre professor e alunos, a importância do tema, e o que é bem provável, o baixo rendimento dos alunos em matemática, representado por suas notas, uma vez que a atividade faria parte da quarta avaliação.

A antecipação da escolha do tema, serviria, em tese, para compensar possíveis contratempos, que por ventura poderiam acontecer durante a aula, e também para avançar em direção as etapas do processo de modelagem matemática, dependendo, é claro, do bom andamento da atividade.

Para os alunos foi explicado que a aula no laboratório tinha o objetivo de buscar de informações sobre o tema na internet (processo de interação). Caberia ao aluno, realizar uma pesquisa exploratória na internet no laboratório de informática da escola, cujos parâmetros iniciais deveriam ser determinados por eles.

A recomendação dada aos alunos foi a de que obtivessem o máximo de dados possíveis que jugassem interessantes, que procurassem saber tudo o que for possível a respeito do tema.

As duas outras aulas seriam para o desenvolvimento das etapas de matematização e modelo matemático com os dados obtidos na pesquisa exploratória.

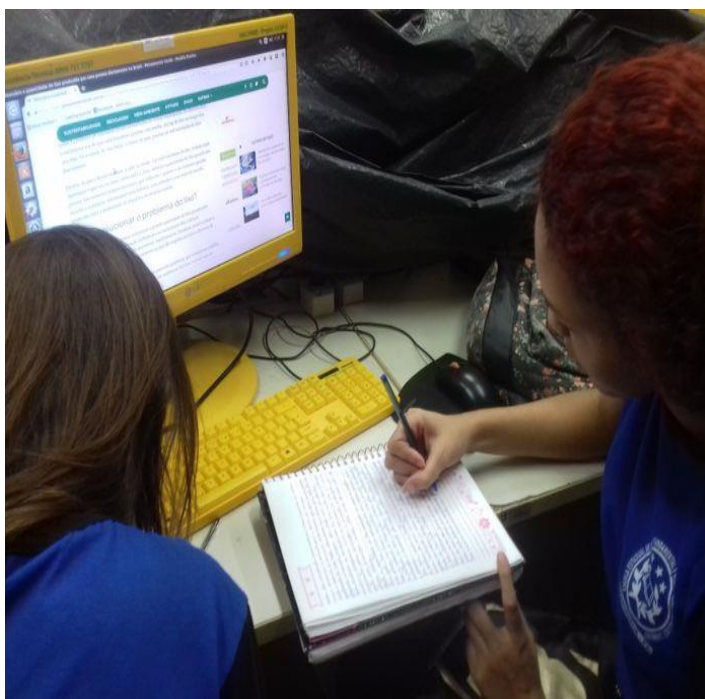
4.2 PESQUISA EXPLORATÓRIA NO LABORATÓRIO

Na quarta-feira, do dia 28 de novembro de 2018, o professor de biologia terminou o conteúdo com a turma escolhida para fazer aplicação de modelagem, e assim disponibilizou o terceiro horário, o que permitiu antecipar as ações previstas.

Desta forma deu-se o início da atividade de modelagem matemática com a turma no laboratório de informática que agora terminaria as 17:30 h e não as 18:30 h.

Compareceram 32 alunos, divididos em grupos de quatro alunos. Os alunos foram chegando e se acomodando. O espaço ficou pequeno, tanto que um dos grupos ficou sem computador para pesquisar. Ficou decidido que o grupo faria a atividade depois do intervalo.

Imagem 3 - Alunos pesquisando sobre o tema



Fonte: Foto tirada pelo autor.

Antes de iniciar, alguns ainda tinham dúvidas em relação à pesquisa que iriam fazer, mesmo sendo explicado no dia anterior a dinâmica da pesquisa. O aluno Juliano, perguntou:

- *Professor, o que é pra pesquisar?*

Enquanto que o aluno Alessandro, questionou:

- *O senhor quer um gráfico, é?*

Algumas perguntas como essas ocorreram durante a aula. Era comum estarem em uma página e perguntarem:

- *Tá bom isso aqui, professor?*

Em virtude das dúvidas, ainda existentes, em relação ao trabalho a ser desenvolvido, foi explicado novamente a dinâmica da pesquisa. Ressaltou-se que naquele momento o papel do professor era o de intermediar o processo de pesquisa. Procurou-se não direcionar ou influenciar a mesma, reforçando que aquele momento era destinado à apropriação ou de aprofundamento dos conhecimentos que eles tinham sobre o tema da produção de lixo urbano.

Procurou-se deixá-los bem à vontade para pesquisar. Os sentimentos de angústia e apreensão vindo deles, eram perceptíveis e compartilhado, em parte, pelo autor. Esse ambiente pode ser comumente justificado pela insegurança, tendo em vista que os personagens envolvidos estavam diante de uma atividade distante da rotina escolar estabelecida até então. Em outras palavras, alunos e professor estavam saindo de suas zonas de conforto.

Enquanto estavam pesquisando, era comum quererem mostrar suas pesquisas para ver se estavam fazendo a coisa certa. Em uma dessas pesquisas o aluno Alessandro e a aluna Luciana mostraram o total de RSU (Resíduos Sólidos Urbanos) produzidos no Brasil em um determinado ano.

Foi pedido a eles que procurassem o total do ano seguinte, e assim por diante, de modo a formar um conjunto de dados que pudesse ser representado em linguagem matemática.

Um desses dados encontrados, informava a média de lixo produzido por cada brasileiro durante um determinado ano. A dúvida dos alunos era o que fazer com esse dado? Como obter o total de lixo produzido no país neste ano? Sua pergunta, foi provocada com outra pergunta:

Se cada brasileiro produz uma determinada quantidade média de lixo por ano, qual é o total de lixo produzido por todos os brasileiros neste referido ano?

A pergunta funcionou como um estalo. Por meio dela, o aluno Alessandro, disse:

- Ah tá, Professor! Tenho que saber quantos brasileiros tinha nesse ano e multiplicar por este valor aqui.

O grupo do Alessandro e da Luciana, parecia ter definido o direcionamento de sua pesquisa. A partir desse momento, esse grupo já não solicitou tanto o auxílio do professor. Pelo contrário, a dupla mostrou-se bem ativa e determinada.

Nas orientações, procurava-se instigar a continuação da pesquisa dentro dos parâmetros encontrados por eles, como tema, tipo representação dos dados, a forma de registro.

No início da segunda aula o grupo, formado pelas alunas Talia, Ligia, Tainá e Karol, que ficou de fora quis um posicionamento a respeito da atividade que eles ainda não haviam começado. A esta altura, não tínhamos mais computadores pois um deles deu problema e não ligou mais.

Imagem 4 – Pesquisa no celular



Fonte: Foto tirada pelo Autor

A alternativa encontrada foi a de disponibilizar o sinal de rede de internet do pesquisador para o aparelho móvel da aluna Talia. Desta forma o grupo em questão, em um espaço reservado do laboratório, pode iniciar a atividade. Tal situação pode ser observada na imagem 8.

O grupo da aluna Talia que permaneceu até as 18:15 h, mostrou-se bem motivado com a realização da atividade. Percebeu-se que esse grupo, mesmo

iniciando a atividade depois dos demais grupos, conseguiu realizar uma pesquisa bem organizada. Era um dos grupos de melhor desempenho.

O serviço de internet estava funcionando bem, no entanto tivemos alguns contratemplos, pois alguém bateu involuntariamente em um dos fios, desligando um computador. Este fato gerou uma breve discussão entre os alunos exigindo a intervenção do professor. O problema foi identificado e solucionado. Outro computador também estava desligando. Vimos que se tratava de um mal contato da tomada. Os contratemplos levaram cerca de 30 min para ser resolvidos pelo pesquisador.

Ao final dessa segunda aula alguns grupos estavam bem adiantados enquanto que outros ainda não tinham muita coisa. O grupo da Luciana e do Alessandro sempre me chamavam para mostrar o que estavam fazendo. Pareceu terem assimilado de que a pesquisa tinha que ser determinada por eles. Eles estavam pesquisando o total de RSU produzidos em determinados anos, mas estavam com certa dificuldade de encontrar os dados.

O grupo da aluna Sophia que no início estava com dificuldades, mostrou um gráfico de barra vertical sobre o lixo reciclável no Brasil em toneladas por dia em um determinado período de tempo (de 3 em 3 anos). O Gráfico era bem interessante pois imitava uma curva exponencial. Foi solicitado que o grupo, se certificasse da fonte da informação. Eles teriam que verificar se essas informações eram verdadeiras.

Uma dessas pesquisas, era sobre um projeto da rede concessionária voltado a coleta seletiva. Tratava-se do projeto ECOCELPA que segundo a pesquisa realizada pelo grupo tinha o objetivo de efetuar a troca de matérias recicláveis por desconto na fatura de energia elétrica.

Vislumbrou-se no projeto ECOCELPA um possível desdobramento para a atividade de Modelagem Matemática

Um dos postos de arrecadação deste projeto encontra-se às proximidades da E.E. Min. Alcides Carneiro. Sendo assim, foi exposto à turma a possibilidade de ir até esse posto de coleta para buscar mais informações do projeto. A turma concordou com a proposta e ficou determinado coletivamente que o dia 01 de dezembro de 2018, como o dia da pesquisa de campo no posto de coleta de materiais recicláveis.

No final das três horas aulas, o grupo formado pelos alunos Nair, Raquel, Leandro e Agatha solicitou novamente explicações sobre a atividade. Percebeu-se

que os alunos deste estavam com dificuldade para delimitar o tema a ser pesquisado. Foi explicado aos alunos desse grupo que eles deveriam determinar os rumos de sua pesquisa dentro do tema estabelecido e que caberiam a eles o desenvolvimento da mesma.

A explicação a esse grupo foi bem direcionada, uma vez que esses alunos saíram satisfeitos e sabendo o que fazer. Percebeu-se que a principal dificuldade dos alunos residia na dificuldade de tomada de decisão. Esta etapa de interação levou mais tempo do que o esperado, por isso foi entregue folhas quadriculadas a cada grupo, para que pudessem representar as informações obtidas por meio uma tabela, gráfico, ou outra forma de representação. Esta atividade ficaria para o próximo encontro, depois da visita ao posto de troca.

O grupo em questão mostrou uma listagem dos tipos de resíduos sólidos, o quantitativo da produção diária de resíduos sólidos no Pará, nos anos de 1996, 2001, 2005, 2011 e 2016. Além disso, a equipe apurou que de todo lixo gerado no estado do Pará no ano de 2011, apenas 26,9% teve uma destinação final adequada.

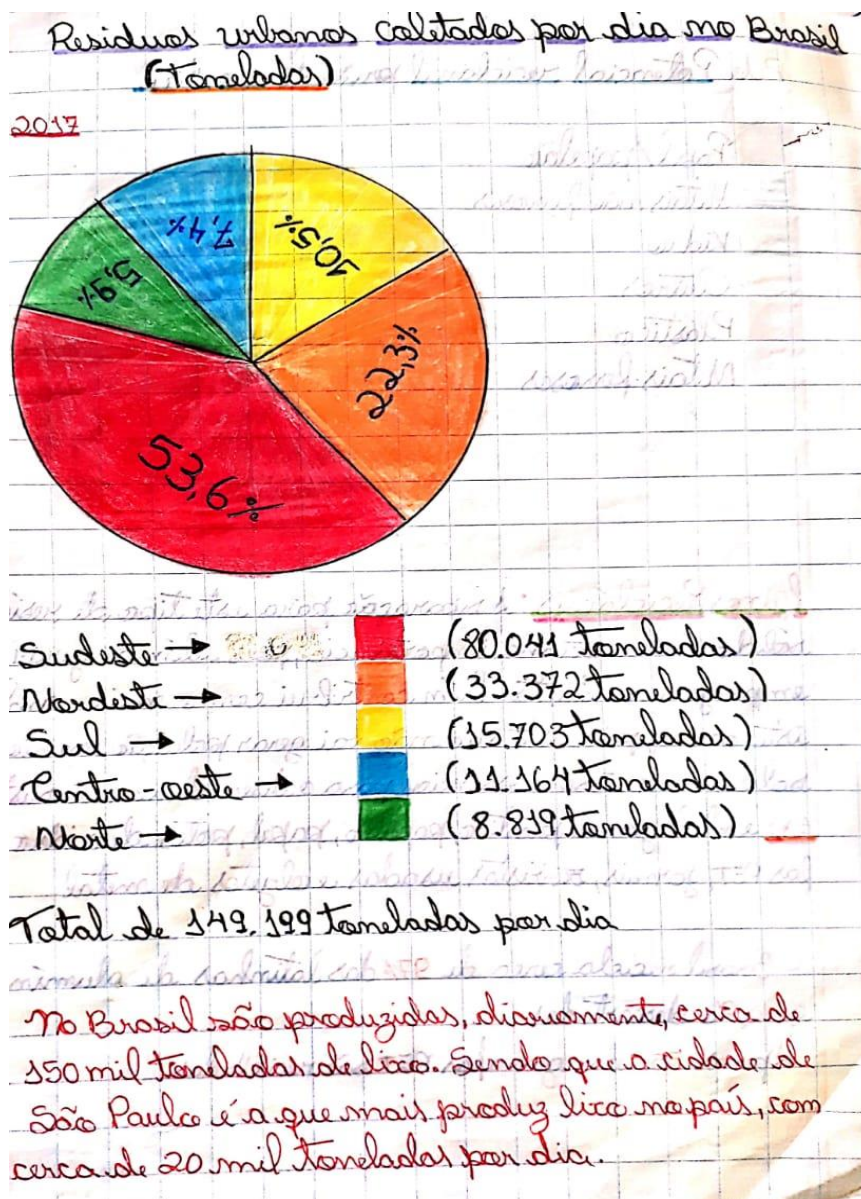
Um dado cunho social e econômico que chamou a atenção do grupo foi o de que o Brasil perde cerca de 120 bilhões de reais por ano por não reciclar seu lixo. Foi exposto uma distribuição por região da produção diária de resíduos no país em 2017.

Para esta atividade foi construído um gráfico de setores mostrando o percentual relativo à cada região. Segundo a pesquisa, em 2017 o Brasil produziu um total de 149.199 toneladas de resíduos sólidos.

Os valores percentuais foram obtidos com o auxílio de uma calculadora e representados graficamente.

Nesta atividade, o grupo mobilizou conhecimentos de porcentagem, arredondamento e representação gráfica. Observou-se que a comparação das áreas de cada setor, está em de acordo com a ordem crescente dos valores apresentados. No entanto, por uma vista global percebe-se que o referido grupo não atentou para o fato de que a representação de 53,6% representa mais da metade do gráfico de setores.

Imagem 5 - Resíduos coletados por dia em 2017



Fonte: Foto tirada pelo autor

Considera-se que esta representação é de extrema relevância, pois caracteriza a autonomia dos alunos envolvidos na pesquisa desenvolvida.

Esta etapa de pesquisa, caracterizou-se pela primeira parte da atividade de modelagem matemática. Por meio dela foi possível estabelecer o primeiro contato dos alunos com o tema da pesquisa a ser desenvolvido. O próximo encontro deu-se no posto de troca de materiais recicláveis do projeto ECOCELPA.

4.3 PESQUISA DE CAMPO: UMA VISITA AO PROJETO ECOCELPA.

A pesquisa se encaminhou para a uma visita a um posto de troca do projeto ECOCELPA, localizado as próximo da escola. Apesar do posto ser próximo da escola, poucos alunos conheciam o projeto. Foi solicitado a eles fazerem uma pesquisa previa para ficarem melhor informado e desta forma preparar algumas perguntas.

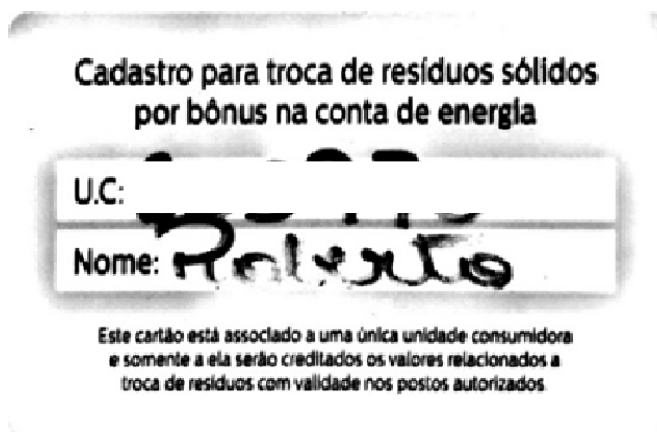
O projeto ECOCELPA é uma iniciativa da rede concessionária do estado Pará. Por meio dele, a concessionária viabiliza a troca de materiais recicláveis por descontos na fatura de energia elétrica.

Desta maneira, busca-se incentivar a prática da coleta seletiva por parte dos cidadãos, aliando sustentabilidade e economia. Qualquer pessoa pode participar do projeto levando materiais recicláveis nos postos de troca.

Para efetuar a inclusão, basta informar o número da conta contrato ou da unidade consumidora presente na fatura de energia elétrica (no nome do pai, no da mãe, no de qualquer outra pessoa ou em nome de uma Instituição cadastrada) nos postos de troca, para que seja feito o cadastro da pessoa pelo responsável.

Ao fim do processo de cadastro, a pessoa recebe um cartão de identificação que é o item necessário para aquisição do desconto. A seguir visualiza-se um exemplo de um cartão de identificação.

Imagem 6 - Cartão de identificação



Fonte: Foto tirada pelo autor

No verso do cartão aparecem o nome e a unidade consumidora (UC). Um desses pontos encontra-se no estacionamento de um supermercado de grande fluxo na

comunidade local, localizado a 750 metros da escola. A proximidade da escola em relação ao posto de troca foi um incentivo a mais realizar a pesquisa de campo.

A seguir tem-se a imagem do posto de troca mencionado.

Imagem 7 - Posto de troca.



Fonte: Foto tirada pelos alunos

Os materiais são separados em locais específicos no posto de coleta e duas vezes por semana o caminhão coletor leva o material coletado para o centro de triagem em um galpão no município de Ananindeua.

Imagem 8 - Papel branco e papelão.



Fonte: Foto tirada pelo autor

No geral, o projeto conta, até o momento da pesquisa de campo, com 13 postos de troca espalhados na região metropolitana de Belém e outras cidades do estado (a lista completa dos postos de coleta encontra-se disponível em: <http://www.celpa.com.br/conheca-a-celpa/responsabilidade-social/ecocelpa>).

A proximidade de um dos postos de coleta à escola Alcides Carneiro, foi um dos fatores determinantes para a realização de uma visita programada, com intuito de obter dados a respeito do projeto, conhecer procedimentos adotados no posto, conhecer ou aprofundar aspectos sobre a reciclagem e estimular a reflexão sobre a produção de lixo em nível local e global.

O encontro ocorreu em um sábado, mais precisamente no dia 01 de dezembro de 2018, por volta das 9:00 horas da manhã. Vale salientar que a data em questão foi decidida coletivamente entre professor e alunos, e com a anuência da gestão escolar.

Na oportunidade, a escola estava passando por preparativos para a feira de ciências e os alunos chegaram à decisão de realizar a atividade no sábado pela falta de tempo disponível. Neste dia, os alunos chegaram no horário marcado no ponto de troca de materiais recicláveis. Por questões de segurança, ficou decidido que no máximo dois alunos por equipe participariam desta parte da pesquisa, cabendo a estes relatar os fatos e dados obtidos aos outros participantes do grupo.

Os alunos foram orientados a formularem e levarem previamente algumas perguntas e fazer outras, mediante a possíveis dúvidas, que por ventura viesse a surgir. Foi explicado ao atendente responsável pelo posto, de nome Maycon Fernandes, de 23 anos, que a nossa presença era devida a realização de uma atividade de pesquisa sobre o tema produção de lixo.

O responsável concordou com a realização da atividade e assim, os alunos ficaram à vontade para fazer algumas perguntas sobre os materiais que são recebidos, sobre os valores destes materiais, sobre os procedimentos adotados para a concessão dos descontos, dentre outras.

Diante dos questionamentos, foram disponibilizados aos alunos: uma relação impressa dos Resíduos que são aceitos pelo projeto, uma tabela contendo os valores de cada resíduo por 1 KG ou 1 litro (o projeto aceita óleo de cozinha).

Os alunos fizeram registros escritos, por fotos, áudio e vídeo. Também observaram o procedimento de pesagem dos materiais coletados pelas pessoas que chegavam no posto naquela ocasião.

Imagem 9 - Observação da pesagem



Fonte: Foto tirada pelos alunos.

À medida que as pessoas, chegavam ao local, os alunos às entrevistavam. Há quanto tempo você faz a coleta seletiva? Por qual motivo você realiza a coleta? Com qual frequência você costuma vir ao posto de troca? Quanto você conseguiu de desconto no mês passado? Qual foi o maior desconto obtido em um mês? Essas eram, basicamente, as perguntas realizadas pelos alunos. Abaixo segue, alguns depoimentos anotados:

A primeira foi uma senhora de nome Diana, de 49 anos, que chegou de bicicleta com alguns materiais. Para ela, reunir materiais recicláveis era uma forma de ajudar nas despesas com a fatura de energia elétrica. Segundo ela:

- Não tenho renda e uso a coleta para reduzir minha conta de luz. As pessoas ficam me olhando, eu não tenho vergonha.

A dona de casa acrescentou ainda *"Conseguí reduzir minha conta de 200 reais para 160 reais, isso já é uma ajuda. Meu marido está desempregado"*.

Os alunos ficaram bastante sensibilizados com a simplicidade da Dona de casa, que ainda acrescentou que costuma anotar em uma caderneta todas as transações

efetuadas no posto de troca. Quando perguntada se os valores anotados na caderneta batem com o desconto presente na fatura, a mesma confirmou que sim.

Outra pessoa que teve seu depoimento registrado, foi um homem de 52 anos, que se chamava Josimar. Foi explicado a ele o teor de nossa pesquisa, em seguida, pedimos que falasse um pouco sobre o projeto e de sua participação na coleta de materiais. Ele relatou que *“Em minha época de estudante não tinha essa preocupação com o meio ambiente. A escola nunca falou sobre isso. Já vim aprender nos jornais e na televisão”*.

O homem mostrou-se incomodado quanto a situação meio ambiente. E que a temática deveria ter sido abordada na sua época de estudante.

A última pessoa que teve seu relato anotado foi a professora Josilena, de 40 anos de idade. Após a pesagem, de seus materiais, foi perguntado à ela, desde de quando ela tem essa atitude de separar os resíduos para posterior coleta seletiva.

A professora relatou que desenvolveu esse hábito, por meio de um projeto que desenvolveu na escola na qual trabalhava. *“Alguns anos atrás, desenvolvi um projeto na escola onde trabalho sobre coleta seletiva do lixo, e a partir daí, não parei mais. Simplesmente não consigo misturar diferentes materiais. Vou logo separando. Minha produção de lixo minimizou bastante. Isso virou um hábito.”*

Os alunos ouviam e registravam atentamente as falas das pessoas. O relato da professora mostrou que a sua atitude é de grande valia para a redução da produção de resíduos sólidos urbanos.

Pelo planejamento, ficou determinado que os alunos produziram relatórios, de forma coletiva ou individual. Foi sugerido que registrassem as ações desenvolvidas, suas percepções, suas considerações sobre cada atividade (laboratório de informática, pesquisa de campo e sala de aula).

Os registros realizados, em forma de vídeo e áudio, foram realizados exclusivamente pelos alunos. Alguns relatos dos alunos que podem ser encontrados nesses relatórios (alguns desses relatórios encontram-se nos anexos deste trabalho) do dia em questão.

Imagem 10 - Obtenção de dados.



Fonte: Foto tirada pelo autor.

Alguns desses relatos dos alunos do dia em questão, são mostrados a seguir. A aluna Luna, por exemplo, comentou que *“Esse projeto me fez repensar um pouco sobre certas atitudes minhas. Antes, eu jogava lixo em qualquer lugar. Hoje eu separo e dou para alguém que faz a coleta semanalmente”*.

A aluna Luna demonstrou uma mudança de postura, inclinando-se para uma tomada de uma consciência ambiental quanto aos problemas causados pelo crescente aumento da produção de lixo.

Essa mudança na forma de pensar transformou-se em ações concretas ambientalmente corretas. Mais adiante, a mesma aluna relata que *“No início eu confesso que eu não me interessei por nada, mais quando o professor nos incentivou a ir atrás, a buscar dados, informações, saímos para ver a realidade”*.

Podemos entender que a aluna não estava muito motivada com o tema proposto ou com os primeiros momentos da atividade, no entanto seguindo a

metodologia adotada, de ir em busca das informações nos diversos momentos da pesquisa, ela passa a ter outra percepção quanto à relevância do tema.

Em resumo, o exercício de estímulo à autonomia previsto nas atividades de modelagem desencadeou uma auto-reflexão, no sentido reconhecer a importância social do tema e de perceber de que forma a mesma lidava com os problemas causados pela produção de resíduos sólidos, proporcionando assim uma mudança de atitude.

A aluna também ressalta, a postura do professor cujo papel foi de instigar a busca pelas informações por parte dos alunos, levando-os a pesquisarem por conta própria, estimulando o espírito investigativo.

Corroborando com a fala, a aluna Tayla, diz que *“Esta atividade abriu muito nossa mente e ver que a disciplina matemática não é tão chata assim como pensam. Eu acho também que essa atividade poderia ser no início do ano, ajudaria os professores conhecer os alunos e os alunos conhecer seu professor”*.

Na primeira parte desta fala, é evidenciado que a atividade de modelagem matemática, proporcionou à aluna uma visão mais aprazível da matemática. Já na segunda parte, a aluna expõe sua percepção de que a relação professor – aluno teve, em virtude desta atividade, uma sensível melhora. Isto pode ser explicado pelos papéis que os personagens envolvidos desenvolvem dentro do processo de modelagem matemática.

De um lado tem-se um aluno que precisa tomar posse de um protagonismo de ações e de outro, tem-se o professor que por função norteadora, segundo a visão da modelagem, estimula esse protagonismo por meio de intervenções.

Na modelagem matemática professor e aluno estão mais próximos, compartilhando experiências de aprendizagem.

Os alunos registraram dados sobre o projeto. Os dados são de natureza qualitativa e quantitativa, como tipos de matérias recebidos e valor dos materiais em questão. Os Resíduos sólidos que são recebidos pelo projeto encontram-se discriminados na tabela a seguir.

Quadro 4 - Resíduos sólidos aceitos pelo projeto ECOCELPA

Plásticos	Papel	Metais	Tetra Pak
PET (Refrigerante e água mineral)	BRANCO (Papel A4, livros, papel de escritório)	LATA DE AÇO (inox, latas de alimentos)	CAIXAS (de suco, de leite, creme de leite, leite condensado)
PLÁSTICO DURO (embalagem de Shampoo, detergente, embalagem de margarina, baldes, bacia, cadeira e mesa)	MISTO (Revistas e encartes)	ALUMÍNIO (latas de cervejas, de refrigerantes e panelas)	
PLÁSTICO FILME (sacolas plásticas, embalagens de mantimentos, etc.)	JORNAL (listas telefônicas e sobras de jornais)	SUCATA DE FERRO (Ferro, bronze, chumbo e bateria de carro)	
PVC (canos, forros, etc.)	PAPELÃO		

Fonte: Elaborado pelo autor (2019)

Os materiais chegam ao posto de troca separados, para ser armazenados nos galpões específicos. Como foi dito anteriormente, cada resíduo tem um valor correspondente por kg (ou litro para o caso do óleo de cozinha).

Os alunos registraram em seus cadernos os valores de cada material, quais materiais não são aceitos pelo projeto, a classificação dos resíduos.

A relação de valores encontra-se representada pela tabela de a seguir.

Tabela 1 – Demonstrativo dos valores dos materiais por kg (ou litro)

CÓDIGO	RESÍDUO SÓLIDO	VALOR (R\$)
302	PAPEL BRANCO	0,05
303	PAPEL MISTO	0,05
301	JORNAL PAPEL	0,15
304	PAPELÃO	0,05
203	PET	0,30
218	PLÁSTICO DURO	0,25
201	PLÁSTICO FILME	0,30
213	PLÁSTICO MISTURADO	0,20
204	PVC	0,10
111	ALUMÍNIO	1,00
110	LATA DE AÇO	0,10
114	SUCATA DE FERRO	0,10
501	TETRA PAK	0,10
401	ÓLEO DE COZINHA	0,10

Fonte: Elaborado pelo autor

No final do dia, os atendentes pelos postos de troca efetuam o que eles chamam de “fechamento”, que se trata de contabilizar tudo que foi arrecadado pelo posto nesse dia. No dia 4 de dezembro após o termino da aula, foi apresentado um demonstrativo de um dia de arrecadação representado a seguir.

Imagem 11 - Demonstrativo de um dia de
Coleta

Ponto: ECOCELPA 01.06 ASSA INDEPENDENC
IA BELEM

Data de Abertura: 04/12/2018 16:58:58
Data de Fechamento: 04/12/2018 18:00:27

----- RESUMO GERAL -----

VALOR TOTAL PROCESSADO: R\$ 6,40
QUANTIDADE DE OPERACOES: 12
Peso: 26,45KG
Volume: 22,00LT

----- DETALHAMENTO POR RESIDUO -----

Descricao	Qtd	Valor
LATA ACO	0,55KG	0,05
LATA ALUM NIO	0,15KG	0,15
PET	2,85KG	0,85
PAPELAO	11,00KG	0,54
OLEO DE COZINHA	22,00LT	2,20
PLASTICOS MISTURADO	7,30KG	1,46
PLASTICO DURO	4,60KG	1,15

R\$ 6,40

Fonte: Foto tirada pelo autor

A nota com o demonstrativo será usada como referência para modelar os dados obtidos no posto de troca. Observa-se que cada produto é associado um código que é identificado pelo leitor e assim associa ao produto e o seu valor correspondente.

Assim para determinar o bônus obtido em uma determinada coleta, são levadas em consideração duas informações: o código do produto e o “peso” do mesmo. Mais especificamente, o valor do desconto d , obtido por meio da coleta de um determinado material reciclável é dado por meio da multiplicação do valor v_1 atribuído a esse material por kg (ou litro) com seu respectivo peso p_1 . Assim, tem-se a relação

$$d = v_1 \cdot p_1 \quad \text{com } v_1 \text{ constante.}$$

De modo geral, considerando n materiais de uma coleta seletiva a ser entregue, cujos pesos e valores são respectivamente $(p_1, p_2, \dots, p_n)$ e $(v_1, v_2, \dots, v_n)$, o desconto obtido é dado pela fórmula

$$d = v_1.p_1 + v_2.p_2 + \dots + v_n.p_n, \text{ com } n \text{ natural e } p_i \in \mathbb{R}.$$

Segundo o responsável pelo posto troca, o desconto obtido em um determinado mês expresso na fatura de energia elétrica, é dado pela soma de todos os valores obtidos por meio das coletas efetuadas até o fechamento da referida fatura.

Diante dos dados obtidos no laboratório de informática e principalmente na pesquisa de campo, iniciou-se o processo de matematização dessas informações. Esse processo se deu mediante a determinação da questão norteadora da atividade de modelagem matemática, que buscava predizer qual é o valor a ser pago por uma fatura de energia elétrica após ser efetuada a coleta seletiva de uma determinada quantidade de material.

4.4 OBTENÇÃO DE UM DESCONTO POR DADOS SIMULADOS.

O surgimento da pergunta norteadora da atividade de modelagem que será mostrada mais adiante, foi uma consequência das interações estabelecidas entre alunos, professor, ambiente de coleta e as pessoas que apareceram para entregar material no dia da visita.

Os alunos compreendiam que uma das finalidades do projeto era a de verificar a concessão de desconto na fatura de energia elétrica em troca de resíduos sólidos.

Foi proposto uma mobilização no sentido de reunir resíduos sólidos para promover uma experimentação tendo como base a conta de energia elétrica de uma pessoa. Os alunos propuseram que a pessoa escolhida para participar da experiência de redução do valor de conta de energia fosse a dona de casa que conheceram no posto de troca. Ficou acertado que no dia 5 de dezembro de 2018, faríamos na escola a entrega desses resíduos.

4.4.1 Problemas levantados

Diante da possibilidade de redução do valor da conta de energia elétrica de uma pessoa em função do que foi coletado em um mês, formalizou-se a pergunta norteadora da atividade de modelagem matemática:

Qual é o valor a ser pago em uma fatura de energia elétrica, após um desconto obtido por meio de uma coleta seletiva entregue em um posto de troca do projeto ECOCELPA?

No entanto, para se chegar à solução do problema, delineou-se outros dois problemas necessários para a construção e compreensão da ideia matemática envolvida no problema norteador da atividade de modelagem. O primeiro deles é:

1) Qual é o valor do desconto associado à uma determinada coleta realizada por uma pessoa em um determinado mês?

Uma simplificação adotada para o problema de modelagem foi a de considerar a coleta de um único resíduo a escolha do aluno. Sob esta perspectiva, delineamos o segundo problema:

2) Qual é a relação existente entre a quantidade desse resíduo e o desconto obtido por esse material?

4.4.2 A atividade em sala aula

A atividade, ocorreu no dia 5 de dezembro de 2018 com início por volta das 15:00h. Na ocasião os alunos trouxeram papeis, plásticos e papelão. Outros não puderam trazer pois moravam longe da escola, ou simplesmente não cumpriram a tarefa.

Uma vez recebido os resíduos trazidos pelos alunos, para realizar uma experiência real de obtenção de desconto em uma conta de luz, deu-se início, a atividade matematização do problema proposto. No entanto, diante do final do ano letivo, tornou-se inviável a organização em tempo hábil da mobilização da turma para a efetivar a entrega no posto de troca dos materiais coletados. Por conta disso, a etapa de matematização limitou-se a trabalhar com dados simulados pelos alunos.

Outro fator que reforçou a utilização de dados fictícios, foi o fato de que a solução do problema exige implicitamente a predição do valor da fatura no mês. Este dado é fundamental para predizer um valor final mediante a um determinado desconto.

Na impossibilidade de obter o valor real de uma fatura, avaliou-se que era hora de finalizar a atividade de modelagem. Destaca-se que trabalhar com os dados simulados foi uma saída encontrada para a finalização da atividade e isso em nada diminui o valor pedagógico das ações até aqui desenvolvidas.

A modelagem no ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido mas, caminhar seguindo etapas onde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado. Com a modelagem o processo de ensino aprendizagem não mais se dá no sentido do professor para o aluno, mas como resultado da interação do aluno com o seu ambiente natural. (BASSANEZI, 2009, p. 38)

Nesta atividade os alunos simularam uma possibilidade de coleta seletiva e o peso de cada resíduo escolhidos por eles. Os alunos deveriam propor possibilidades que se aproximasse da realidade escolhida, uma vez que é mais viável conseguir reunir 30 kg de papel do que 30 kg de plástico filme. Os dados simulados foram representados em tabelas, o que favoreceu a organização dos dados trabalhados.

Imagem 12 - Tratamento das informações.



Fonte: Foto tirada pelo autor.

Foi enfatizado que, a eles cabiam a determinação simbólica das grandezas envolvidas, ou seja, o “x” da questão não era mais obrigatório. A intenção desta ação

foi de desenvolver um senso de significado atribuído às variáveis presentes no trabalho realizado por eles e estimular a autonomia dos alunos frente a problemas matemáticos.

Quanto aos problemas 1) e 2) descritos anteriormente, destacamos o trabalho realizado pelo grupo da aluna Talia.

Imagem 13 - Cálculo de uma simulação

Tabela de itens recicláveis e seus respectivos valores e soma descontados

Item	Valor	Kg	total
Plástico	0,30	5 Kg	1,50
Papelão	0,05	8 Kg	0,40
Alumínio	0,10	3 l	0,30
Tinta preta	0,10	2 Kg	0,20
Papel branco	0,15	6 Kg	0,90
			3,30

Valor da fatura → 200,00
 Desconto → 3,30
 Total a pagar → 196,70

$T = f - d$

Fonte: Foto retirada pelo Autor

O grupo da aluna Talia, utilizou a tabela acima para determinar o desconto obtido por meio da coleta fictícia de cinco tipos de resíduos escolhidos pelo grupo. O grupo considerou uma fatura de R\$ 200,00, desconto obtido R\$ 3,30 e encontrou o total a pagar de R\$ 196,70.

Na outra parte da atividade, o grupo escolheu como único resíduo, o papel branco e dispôs na tabela a seguir a resposta à pergunta 2). Ou seja, a expressão

$$V = 0,15 \cdot x$$

representa o desconto obtido por x kg de papel branco.

A relação é uma função linear crescente de coeficiente angular igual a 0,15. Assim, considerando esse único resíduo, o grupo desenvolveu a seguinte tabela

Imagem 14 - Simulação para um material

Papel Branco → Tabela de pesos e valores

X		
1	$0,15 \times 1$	0,15
3	$0,15 \times 3$	0,45
5	$0,15 \times 5$	0,75
8	$0,15 \times 8$	1,20
9	$0,15 \times 9$	1,35
13	$0,15 \times 13$	1,95
x	$0,15 \cdot X$	V

Fonte: Foto retirada pelo autor.

Por meio desta tabela, ressaltamos que foi estabelecida a relação entre a variável peso do resíduo papel branco representado pela x, e o valor do desconto representado aqui pela letra V.

A atividade da equipe é finalizada com a elaboração de uma última tabela, que relaciona o peso do material e o valor já descontado de uma fatura de energia, na qual a representação do desconto se faz presente.

Imagem 15 - Simulação do valor de uma fatura

P	$Y = 150 - 0,15 \cdot P$	Total
1	$150 - 0,15 \cdot 1$	149,85
3	$150 - 0,15 \cdot 3$	149,55
10	$150 - 0,15 \cdot 10$	148,50
12	$150 - 0,15 \cdot 12$	148,20

Fonte: Foto tirada pelo autor.

Neste caso, para um determinado número real positivo b que representa o valor da fatura previsto para um determinado mês, o valor P representa o valor a ser pago por uma pessoa mediante um desconto dado por $d = 0,15 \cdot x$.

$$P = b - 0,15.x$$

De um modo geral, para a e b , números reais positivos. Tem-se

$$P(x) = b - a.x, \text{ com } x \in \mathbb{R}.$$

A função afim obtida, representa um modelo para a obtenção do valor de uma fatura de energia elétrica, mediante um desconto obtido por meio de uma coleta de matérias recicláveis.

A forma de representar as variáveis deste modelo foram definidas pelos integrantes de cada grupo. Na atividade a seguir, VL representa valor da conta de luz, d representa desconto obtido e VF representa o valor final a pagar.

Imagem 16 - Atividade de outro grupo.

$VL = 400$
 $d = 5,15$
 $VF = 394,85$
 $VF = VL - d$

P	$VL = 400 - 0,30 \cdot P$	VF
1	$VF = 400 - 0,30 \cdot 1$	399,70
2	$VF = 400 - 0,30 \cdot 2$	399,40
3	$VF = 400 - 0,30 \cdot 3$	399,10
4	$VF = 400 - 0,30 \cdot 4$	398,80
5	$VF = 400 - 0,30 \cdot 5$	398,50

Fonte: foto tirada pelo autor.

Quanto a forma de representação, destaca-se também a do grupo do aluno Marcos, que mesmo apresentando certa dificuldade em expressar formalmente a relação matemática existente entre as grandezas relacionadas, representou assim os resultados da atividade matemática proposta, mostrando sua compreensão acerca da finalidade da atividade.

Imagem 17 - Resultados do grupo do aluno Marcos.

CONTA DE LUZ

VALOR

DESCONTO

150 Valor 37,25

132,75

Fonte: Foto tirada pelo autor.

O valor final de R\$ 132,75 foi obtido por meio da simulação de uma coleta de materiais variados.

As atividades dos outros grupos encontram-se nos anexos desta pesquisa, como a atividade, assim como alguns registros escritos dos alunos sobre as atividades.

Esta secção versou sobre a efetivação das atividades de modelagem em sala de aula. Por meio dela foi possível perceber parte da matematização presente no processo de Modelagem Matemática, desde a formulação e a resolução dos problemas levantado.

Com a intenção de evidenciar aspectos vividos pelos alunos no processo de modelagem, delineiam-se alguns pontos presentes nos registros dos alunos.

4.5 ANÁLISE DOS REGISTROS DOS ALUNOS

Propõe-se a análise de alguns relatos registrados pelos alunos sobre a atividade de modelagem matemática. Evidenciam-se alguns pontos importantes que se encontram presentes no ato de modelação.

As características, inerentes à modelagem matemática, consideradas foram: a realidade, a relação professor-aluno e a mudança de atitude. A realidade foi considerada pois nela se encontram os dados a serem estudados no processo de modelagem. A relação professor - aluno foi lembrada devido a redefinição dos papéis de ambos no processo. Já a mudança de atitude, foi listada por representar o resultado de um processo de reflexão.

4.5.1. Realidade

A realidade torna-se um ponto essencial para a obtenção de um ambiente de modelagem matemática. A utilização de problemas reais, tende a estimular a reflexão acerca dos problemas que nos cercam. Sobre o tema “realidade” destacam-se alguns relatos:

Aluna Ana: *“No início eu confesso que eu não me interessei por nada, mas quando o professor nos incentivou a ir atrás, a buscar dados, informações saímos para ver a realidade”*

Aluna Nair: *“[...] fica mais fácil o aluno aprender o assunto com situações vividas no dia a dia dele”*

Aluna Raquel: *“foi sim muito importante e de grande interação entre os alunos, pois foi uma forma de introduzir a matemática em problemas relacionados a sociedade”*

Os relatos evidenciam que a busca por dados de situações reais pode proporcionar uma maior motivação por parte do aluno. Corroborando com esta ideia, Almeida, Silva e Vertuan (2016, p.31) destacam que

A questão motivacional e as relações entre matemática e realidade mediadas pela Modelagem Matemática, parece então estar interligadas de modo que, por um lado, atribuir sentido e construir significados em Matemática demandam situações de ensino e aprendizagem que induzam relações entre a Matemática e a vida dos alunos fora da escola, as atividades de Modelagem Matemática podem favorecer a aproximação da matemática escolar com problemas extraescolares vivenciados pelos alunos.

Chamar a atenção do aluno é sem dúvida um dos desafios que se posta diante do professor e nesse sentido a modelagem desempenhou um papel fundamental, que foi o de envolver o aluno nas discussões de sua realidade.

A modelagem também tende a melhorar a relação entre professor e aluno, uma vez que a obtenção do conhecimento não depende única e exclusivamente se o professor vai explicar bem o conteúdo ou se o aluno vai prestar bem atenção a explicação do professor ou ainda se o aluno vai resolver todos os exercícios propostos

pelo professor. Por este viés, existe uma relação de dependência bem acentuada, situação que não deve ocorrer em uma atividade de modelagem matemática.

4.5.2. Relação professor aluno

Com a adoção da Modelagem Matemática, ocorre mudanças em todos os aspectos presentes no processo de ensino e aprendizagem de matemática. Uma dessas mudanças é sem dúvida na relação professor-aluno.

Segundo a Modelagem Matemática, o professor deve adotar uma postura diferenciada, deixando de ser aquele que apenas transmite o conhecimento para ser um agente de intermediação entre os alunos e os diversos momentos da pesquisa.

Ocorre uma ruptura da relação de poder, pela qual o professor é consagrado como o portador do conhecimento. Na contra-mão desta linha de pensamento, a Modelagem Matemática preconiza que professor e o aluno devem construir juntos o conhecimento.

Sobre a relação professor-aluno expõem-se os registros:

Aluna Tayla: *“Eu acho que essa atividade poderia ser no início do ano, ajudaria os professores a conhecer os alunos e os alunos conhecer o seu professor”*

Aluna Nair: *“A atividade foi de grande interação para a construção de uma igualdade social onde o professor precisa do aluno e o aluno precisa do professor para juntos construírem o conhecimento”*

O relato da aluna Tayla, evidencia que a relação professor-aluno por meio da experiência de modelagem matemática sofreu uma sensível melhora. (o texto completo encontra-se no anexo F).

No registro da aluna Nair, percebe-se que a mesma compreendeu o papel dos envolvidos na atividade de modelagem.

Ambos os relatos sinalizam para a diminuição das barreiras existentes entre professor e alunos, em sala de aula.

Esse panorama favorece o surgimento de mudanças de atitudes em relação a ao modo de perceber a realidade.

4.5.3. Mudança de atitude

A mudança de atitude é uma consequência que pode ou não ser observada no decorrer ou no final de uma atividade de modelagem. Tanto professor, quanto alunos podem ser impactados por essa mudança de atitude, que por sua vez poderá apontar para uma nova forma de ver a Matemática e/ou a realidade explorada. Sobre esse importante aspecto destacam-se os relatos a seguir:

Aluna Nair: *“Com essa atividade os alunos puderam tomar a frente na pesquisa com uma postura mais ativa no assunto”*

Aluna Tayla: *“Esta atividade abriu a nossa mente e ver que a disciplina de matemática não é tão chata assim como pensam”*

Aluna Raquel: *“A partir do momento em que iniciamos nossa pesquisa dentro e fora de sala de aula, foi possível analisar que era uma aula muito diferente daquelas que eram ministradas em sala de aula, o que para muitos alunos se tornaria cansativa dando uma visão negativa da matemática”*

Aluna Luna: *“Esse projeto me fez repensar um pouco certas atitudes minhas. Antes eu jogava lixo em qualquer lugar, hoje eu separo para alguém que faz a coleta semanalmente”*

A mudança de atitude aqui evocada e retratada nas falas das alunas, faz referência à

- mudança de postura diante de problemas propostos, saindo de um estado estático de passividade para um mais dinâmico de ação,
- à mudança de concepção frente ao desenrolar da atividade ao se perceber que a matemática pode ser estudada de outra forma,
- à mudança de atitude seguida de ação, oriunda da percepção e da reflexão sobre a realidade.

Neste último caso, representado pela fala da aluna Luna, a mudança também é de hábito.

Em relação ao professor, a mudança de concepção descrita por Caldeira (1998) diz que, conceber o professor como um mediador de temas e caminhos é ter uma outra postura em sala de aula. Assim, a mudança de postura é antes de tudo uma mudança na forma de pensar.

4,6 CONSIDERAÇÕES SOBRE A ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA DESENVOLVIDA

A atividade de modelagem matemática desenvolvida foi uma experiência positiva, pois por meio dela foi possível a mobilização dos alunos para discutir um tema de grande relevância como o da produção de Resíduos Sólidos Urbanos.

As dificuldades apresentadas pelos alunos na atividade de modelagem no laboratório de informática podem ser consideradas normais, haja vista que não estavam familiarizados com a abordagem.

A pesquisa de campo foi satisfatória, no que se refere aos dados obtidos, percepção da realidade e determinação de um problema. Porém, o fato de ter limitado o número alunos na visita ao posto de troca pode ter influenciado na diferença de motivação entre os alunos.

A volta à sala de aula, última etapa da atividade, foi marcada pela realização das atividades matemáticas propostas. No início os alunos tiveram dificuldades, mas depois finalizaram a tarefa com propriedade. Eles tomaram conta da situação, resolvendo e construindo a solução dos problemas.

No entanto destaca-se que, em cada grupo, alguns alunos se mostravam mais participativos do que outros.

No que tange as atividades pontua-se que as diferentes formas de representação das variáveis estabelecidas no problema, sugerem que a situação real foi bem compreendida pelos alunos, uma vez que os mesmos atribuíram significados à essas representações.

Apesar de não discutir a validação do modelo, pois não foi possível efetuar naquele momento a atividade de coleta e entrega de materiais e redução do valor de uma fatura, considera-se que devido à atividade de modelagem houve uma maior participação e interesse dos alunos nas ações desenvolvidas, o que é de grande valia e deve ser valorizado na pesquisa.

Inicialmente o problema era o de reduzir em 10% o valor de uma fatura de energia elétrica. A solução deste problema mobilizaria ferramentas matemáticas de previsão. Normalmente, faz-se um levantamento de todos eletroeletrônicos de uma residência e também o tempo de uso diário desses equipamentos e outros utensílios

(como lâmpadas), determina-se uma média para esse tempo de uso, obtendo assim parâmetros necessários para efetuar o cálculo do consumo.

Uma outra forma de se resolver esse problema, seria por meio do registro dos consumos atualizados diariamente em um mês. Por exemplo, o consumo até o quinto dia é a diferença entre o consumo do quinto dia e o do dia da marcação do mês anterior. Com 5 ou 6 dados seria possível traçar, por meio do software matemático geogebra, a reta de regressão linear associada aos pontos do plano cartesiano, cuja as coordenadas das retas das abscissas e das ordenadas são representadas, respectivamente pelo número de dias de consumo e consumo desses dias. Em posse da representação algébrica da reta da forma $f(x) = a.x$, calcula-se o valor estimado do consumo por $f(30)$, considerando que a data da próxima leitura será feita com 30 dias.

Por fim, acreditamos que a simplicidade dos problemas propostos de maneira nenhuma pode desmerecer o trabalho matemático envolvido, pois na perspectiva da atividade de modelagem matemática, estes são dotados de significado para o aluno que os resolve com conhecimento de experiência vivenciada.

5 CONCLUSÃO

Esta pesquisa procurou verificar se a aplicação de uma atividade de Modelagem Matemática pode contribuir para estimular o interesse do aluno nas aulas de matemática, visando a compreensão das ideias matemáticas desenvolvidas. Uma vez que o cenário que se apresenta ao professor é comumente de desinteresse dos alunos nas aulas.

Nesse sentido a modelagem matemática mostrou-se como uma boa alternativa metodológica para o ensino de matemática, haja vista a significativa participação da maioria dos alunos da turma nos encontros e na finalização e resolução da atividade.

A modelagem, neste caso, foi um convite ao debate, à reflexão, à percepção dos problemas da realidade que nos cercam, o que pode favorecer o desenvolvimento de um cidadão consciente de seus direitos e de suas obrigações.

A atividade evidenciou que a matemática, por meio da modelagem, tem o poder de dialogar com outras áreas do conhecimento como a educação ambiental, mostrando assim seu caráter interdisciplinar.

A busca de informações nos diversos momentos da pesquisa foi um atrativo para os alunos, por meio dessa busca os alunos tomaram parte no processo. Nesse sentido, a modelagem matemática tirou o aluno do estado de passividade e para um estado ativo de busca e investigação.

Os alunos tiveram na modelagem matemática uma diferente forma de ver a matemática, de conhecer o professor e de reconhecer e discutir problemas do seu bairro. Assim, a modelagem matemática possibilitou a discussão e a reflexão do seu lugar enquanto ser social.

O trabalho matemático foi desenvolvido sem a formalização e o rigor habitual das definições, da linguagem e dos símbolos matemáticos. No entanto, os alunos seguiram a linha de raciocínio da compreensão do contexto e resolveram em grupo os problemas. Fazer parte do contexto dos problemas foi um fator fundamental para se chegar à solução dos mesmos.

Em contra partida, devemos mencionar que a modelagem não foi capaz de envolver toda a turma, pois alguns alunos tiveram pouca ou nenhuma participação na atividade como um todo, mesmo tendo na produção de Resíduos Sólidos Urbanos um

tema de grande alcance social, Vale frisar também, que a atividade se estendeu por um tempo maior do que o previsto.

Os registros dos alunos foram considerados com o intuito de evidenciar a mudança de atitude representada pelo interesse e pela busca de informações por parte dos alunos.

A mudança de postura, prevista por Caldeira (1998), acontece inicialmente na forma de pensar. Isto não implica necessariamente no abandono das aulas tradicionais e adoção de novas práticas baseadas nos preceitos da modelagem matemática.

Uma sugestão de pesquisa complementar à esta, seria a de investigar com qual frequência um professor que toma consciência da modelagem matemática, mudando sua forma de pensar em relação à sua prática docente, inclui esta metodologia em suas aulas. Neste sentido, procura-se saber se o perfil do professor sofrerá alguma influência de uma experiência já realizada em modelagem matemática a ponto de fazer dela uma possibilidade de ensino aprendizagem.

As aulas de matemática, ministradas antes da atividade de modelagem, tinham um caráter expositivo de transmissão de conhecimento. No entanto, a todo momento os alunos dispunham de espaço para fazer suas manifestações.

A participação dos alunos era sempre cobrada e estimulada nas aulas, porém o que se via era a apatia e o desinteresse com aquela extensa exposição de conteúdo. E isso se refletia na não execução das atividades propostas em sala de aula, que eram basicamente listas de exercícios sobre o conteúdo ministrado de função afim.

Considero que essa primeira experiência com a aplicação de uma atividade de modelagem matemática reforçou a importância de se discutir e refletir sobre a nossa prática docente, nos levando a um estado constante de inquietação com a continuação das velhas práticas baseadas na repetição de procedimentos que quase sempre não geram conhecimento significativo para o aluno.

Penso que a utilização de toda e qualquer forma alternativa de metodologia é válida quando o objetivo é obter resultados melhores do que os que se apresentam atualmente, no que diz respeito a aprendizagem. E que por mais eficiente que seja tal metodologia, dificilmente ela alcançará a totalidade da turma. Por esse motivo, os resultados representados por uma participação maior do aluno, em termos de

assiduidade, compreensão e conclusão das atividades, validam a modelagem matemática como meio relevante para o ensino e aprendizagem de matemática.

As aulas ganharam um aspecto mais interessante, pois não era só a matemática pela matemática. Por outro lado, a vivência dos alunos, proporcionou a compreensão dos problemas e desta forma mobilização das habilidades necessárias para a resolução dos mesmos.

Tendo em vista os aspectos observados esperamos que este trabalho possa auxiliar outros professores e estudantes na busca de informações acerca da aplicação de uma atividade de modelagem matemática ou ainda que sirva de incentivo para que os mesmos possam seguir por este caminho.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Werle de Lourdes; SILVA, Karina Pessôa; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem matemática na educação básica**. 1. Ed. São Paulo: Contexto, 2016.

ABRELPE, Panorama dos resíduos sólidos no Brasil 2017. 15 Ed. São Paulo: Abrelpe, 2017. Disponível em: abrelpe.org.br. acessado em:

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino aprendizagem com modelagem matemática**. 3. ed., São Paulo: Contexto, 2009.

BELTRÃO, Maria Eli. **Aplicações e Modelagem Matemática Aspectos históricos**. In: **V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, 2012. Petrópolis. **Anais**. Petrópolis: SBEM, 2012. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/v_sipem/PDFs/GT05/CC88044823891_B.pdf > Acessado em 23/06/2019. 18:21.

BESSEN, Gina. Resíduos Sólidos: políticas públicas, educação e gestão. In In: DOURADO, Juscelino; BELIZÁRIO, Fernanda, (Org.). **Reflexões e Práticas em Educação Ambiental: discutindo o consumo e a geração de resíduos**. São Paulo: Oficina de textos, 2012. Cap. 1, pág. 41 e 44.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais**, Blumenau, ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p. 8, jul. 2009. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/> >. Acesso em: 28 nov. 2018. 05:44:24.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2007.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Médio – BNCC**. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/> > Acessado em 30/11/2018.

BRASIL. Lei Federal nº 12.305 de 02 de agosto de 2010. Institui a Política Nacional de Resíduos Sólidos; altera a lei nº 9.605, de 12 de fevereiro de 1998; e dá outras providências. Diário Oficial da União, nº 147, 03 de agosto de 2010. Disponível em: <<http://www2.mma.gov.br/port/conama/legiabre.cfm?codlegi=636>> Acessado em 16/06/2019. 08:04.

BURAK, Dionísio; BRANDT, Célia Finck. **Modelagem Matemática e Representações Semióticas: contribuições para o desenvolvimento do pensamento algébrico**. Campinas. Zetetike (UNICAMP), v. 18, p. 63-102, 2010. Disponível em: <https://www.dionisioburak.com.br/artigosperiodicos>. Acessado em: 03 de dezembro de 2018. 03:14.

CALDEIRA, Ademir. **Educação Matemática e Ambiental: um contexto de mudanças**. Campinas . Tese (Educação Matemática) - Faculdade de Educação da Universidade de Campinas, 1998. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/bitstream/REPOSIP/252564/1/Caldeira_AdemirDonizeti_D.pdf> Acesso em: 14 jun. 2019.

FURTADO, Alfredo; NETO, Manoel. **Tópicos de Modelagem Matemática**. Belém. Editora Eletrônica: José Maria Sales Cordeiro. 2016.

JACOBI, Pedro. Consumo e Sustentabilidade: educação, responsabilização e políticas públicas. In: DOURADO, Juscelino; BELIZÁRIO, Fernanda, (Org.). **Reflexões e Práticas em Educação Ambiental: discutindo o consumo e a geração de resíduos**. São Paulo: Oficina de textos, 2012. Cap. 1, pág. 29 e 31.

KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática: pontos que justificam a sua utilização no ensino**. In: IX ENEM - ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Belo Horizonte – MG. 2007. Disponível em: <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/ix_enem/Html/comunicacaoCientifica.html> Acessado em 18/11/2019.

LOUREIRO, Carlos Frederico. **Trajetória e Fundamentos da Educação Ambiental**. 4. Ed. São Paulo: Cortez, 2012.

MEYER, João Frederico; CALDEIRA, Ademir; MALHEIROS, Ana Paula .

Modelagem em Educação Matemática . 3. ed. Belo Horizonte : Autêntica Editora, 2018. 132 p. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

----- . Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN. Brasília: MEC 2000 Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acessado em: 18 de julho de 2019. 15:58

APÊNDICES

APÊNDICE A – PLANO DE AULA DA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA.

Escola Ministro Alcides Carneiro
Professor: Edivaldo D'Oliveira de Carvalho
Ananindeua, 28 de novembro de 2018.

PLANO DE AULA

TEMA

Produção de lixo urbano.

PUBLICO ALVO

Turma do primeiro ano B do turno da tarde da Escola Min. Alcides Carneiro.

DURAÇÃO

3 horas aula.

OBJETIVO GERAL

Propor o estudo de tópicos básicos de matemática, por meio do tema produção de lixo urbano.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Pesquisar sobre o tema produção de lixo.

Delimitar o tema a ser pesquisado.

Obter e registrar os dados acerca do tema delimitado.

Tratar as informações obtidas ao longo da pesquisa.

METODOLOGIA

O professor terá a função de intermediar as ações desenvolvidas pelos alunos. Nesta ação, o aluno deverá decidir os rumos da pesquisa exploratória, destacando pontos relevantes por meio de relatórios.

RECURSOS

Laboratório de informática

Computador

Internet

Material de registro

AVALIAÇÃO

Serão observados:

- O grau envolvimento dos alunos na atividade (execução das atividades, frequência e motivação)
- O desenvolvimento das ideias matemáticas desenvolvidas.
- A obtenção e validação de um modelo matemático.

APÊNDICE B – SOLICITAÇÃO DE PESQUISA**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL –
PROFMAT**

Prezada diretora da Escola Estadual Min. Alcides carneiro, Ananindeua/Pa.

Solicitamos autorização institucional para realização da pesquisa intitulada “Produção de lixo urbano” a qual envolve uma aplicação da tendência metodológica modelagem matemática acerca do tema mencionado. A pesquisa será realizada inicialmente no laboratório de informática da escola. Esse estudo é essencial para discutir e refletir sobre atual pratica docente, e vislumbrar novas formas de abordagens.

Os participantes serão os alunos da turma do primeiro ano B, do turno da tarde. Somente participarão da pesquisa, os alunos estiverem com o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido assinado pelos mesmos ou por seus responsáveis, para o caso de serem menores de idade. A coleta de dados da pesquisa será iniciada no dia 28 de novembro de 2018, sendo conduzida pelo pesquisador responsável.

Os dados coletados serão publicados de maneira a não identificar os participantes e somente se iniciará a coleta após a aprovação da direção da escola.

Na certeza de contarmos com a colaboração e empenho desta Direção, agradecemos antecipadamente a atenção, ficando à disposição para quaisquer esclarecimentos que se fizerem necessários.

Ananindeua, de novembro de 2018.

Nome do Pesquisador responsável

TERMO DE ANUÊNCIA

Eu,.....matricula,
diretora da E.E. Min. Alcides Carneiro, RG Nº, CPF Nº,
autorizo a realização da pesquisa “Produção de lixo Urbano” a ser realizada por
Edivaldo D’Oliveira de Carvalho, RG Nº, CPF Nº,
e iniciada dia 28 de novembro de 2018.

Autorizo o pesquisador a utilizar o espaço da escola para a realização de
entrevistas, aplicação de questionários ou outro procedimento relacionado à pesquisa
em questão, com os alunos da turma M1TR02. Estou ciente que a pesquisa em
questão tem a finalidade a abordagem de problemas reais para discutir conceitos
matemáticos.

O pesquisador acima qualificado se compromete a:

- 1- Iniciar a coleta de dados somente após a aprovação da Pesquisa.
- 2- Assegurar a privacidade das pessoas citadas.

Ananindeua, de de

Assinatura da Diretora

ANEXOS

ANEXO A - ATIVIDADE DO GRUPO DA ALUNA RAQUEL

matemática tabela de valores

Papel branco

P		V.F
2	$2 \times 0,15$	0,30
4	$4 \times 0,15$	0,60
6	$6 \times 0,15$	0,90
8	$8 \times 0,15$	1,20
10	$10 \times 0,15$	1,50
12	$12 \times 0,15$	1,80
P	$P \times 0,15$	V.F

tabela de itens

itens (I)	valor	KG		V.F	lento
Papelão P	0,05	2 RS	$0,05 \times 2$	0,10	de
seco de luzinha	0,10	3 RS	$0,10 \times 3$	0,30	luz
tela Pak	0,10	2 RS	$0,10 \times 2$	0,20	valor = 400 R\$
portico misturado	0,20	2 RS	$0,20 \times 2$	0,40	desconto = 5,15
papel misto	0,05	3 RS	$0,05 \times 3$	0,15	valor constante
filme papel	0,15	3 RS	$0,15 \times 3$	0,45	a pagar =
portico duro	0,25	3 RS	$0,25 \times 3$	0,75	394,85 R\$
Pet portico	0,30	2 RS	$0,30 \times 2$	0,60	
lata alumínio	1,00	2 RS	$1,00 \times 2$	2,00	
PVC portico	0,10	2 RS	$0,10 \times 2$	0,20	

valor total = 5,15 R\$

ANEXO B – ATIVIDADE DO GRUPO DA ALUNA NAIR

P	$P \times 0,15$	
5	$5 \times 0,15$	0,75
10	$10 \times 0,15$	1,50
15	$15 \times 0,15$	2,25
20	$20 \times 0,15$	3,00
25	$25 \times 0,15$	3,75
30	$30 \times 0,15$	4,50
Peso	$Peso \times 0,15$	

Tabela de Itens

Itens	Valor	Kg		Valor Tot
lata aço mental	0,10	2 Kg	$0,10 \times 2$	0,20
Plásticos misturados	0,20	5 Kg	$0,20 \times 5$	1,00
lata de cozinha	0,10	3 kg	$0,10 \times 3$	0,30
Têxtil Pak	0,10	1 Kg	$0,10 \times 1$	0,10
Papel Branco	0,15	5 Kg	$0,15 \times 5$	0,75
Plástico filme Plástico	0,30	6 Kg	$0,30 \times 6$	1,80
Valor Final = 4,15				

Conta de energia = 95,10

Desconto = 4,15

Valor total a Pagar = 90,95

C = 95,10

D = 4,15 $T = C - D$

T = 90,95

ANEXO C – ATIVIDADE DO GRUPO DA ALUNA AGATHA

Papel Branco

F	$F \times 0,35$	
30	$30 \times 0,35$	1,50
33	$33 \times 0,35$	1,65
34	$34 \times 0,35$	2,10
9	$9 \times 0,35$	3,35
8	$8 \times 0,35$	1,20
35	$35 \times 0,35$	2,25
Peso	$F \times 0,35$	R

Tabela de Itens

Itens	Valor	Kg		Valor Total
Sucata de Ferro	0,10	3 Kg	$0,10 \times 3$	0,30
Papelão	0,05	5 Kg	$0,05 \times 5$	0,25
Papel misto	0,05	8 Kg	$0,05 \times 8$	0,45
Óleo de Cozinha	0,10	2 Lt	$0,10 \times 2$	0,20
Jornal	0,15	4 Kg	$0,15 \times 4$	0,60
Tetra Pak	0,10	3 Kg	$0,10 \times 3$	0,30
Pvc	0,10	2 Kg	$0,10 \times 2$	0,20
Plástico Filme	0,30	3 Kg	$0,30 \times 3$	0,90

O resultado de R é a subtração de L e D.

$R = L - D$

Valor Final = 3,20

Valor da conta de luz = 320.

Valor do Desconto = 3,20

Valor restante a pagar = 336,80

$L = 320 -$

$D = 3,20$

$R = 336,80$

ANEXO D - PRODUÇÃO TEXTUAL DA ALUNA NAIR

A matemática é a ciência dedutiva que se dedica ao estudo das propriedades das entidades abstractas e das suas relações, isto significa que a matemática trabalha com números, símbolos, etc.

Mas a matemática pode sim ser aplicada a diferentes áreas do conhecimento, a citar a iniciativa da atividade vinda do professor, o que foi sim muito importante e de grande interação entre os alunos, pois foi uma forma de introduzir a matemática em problemas relacionados a sociedade.

Abordamos o tema "Produção de lixo" algo em que não davamos muita importância, pois não tínhamos muitas informações, o que ao longo da atividades iam sendo construídas com instruções do professor. A partir do momento em que iniciamos nossa pesquisa dentro e fora de sala, foi possível analisarmos que era uma aula muito diferenciada daquelas que eram ministradas em sala de aula, o que para muitos alunos se tornava cansativa dando uma visão negativa sobre a matemática. Com essa atividade os alunos puderam tomar a frente na pesquisa com uma postura mais ativa no assunto, cabendo a ele buscar informações e não ficando tão dependente do professor, influenciando o aluno a ver a matemática como uma matéria prazerosa e solucionável para problemas sociais.

Por meio deste método de ensino o aluno pode entrar em contato com áreas relacionadas a natureza, política, etc, e resolvendo problemas relacionados a essas áreas.

Contudo esta atividade mudou atitudes e pensamentos negativos de muitos alunos em

ANEXO E – PRODUÇÃO TEXTUAL DA ALUNA LUNA

18♥12♥19

Comentário sobre o Projeto

Esse projeto me fez repensar um pouco sobre certas atitudes minhas. Antes eu jogava lixo em qualquer lugar hoje eu olho para o lixo e deixo pra quem que faz a coleta seletiva corretamente.

No início eu confesso que eu não me interessei por nada mais quando o professor nos incentivou a ir atrás e buscar dados informações várias para ver a realidade.

Depois tenho outra percepção que eu vejo reciclagem uma coisa necessária não só pra mim não só pra minha vida mais para o mundo. Bom e isso.

ANEXO F- PRODUÇÃO TEXTUAL DA ALUNA TAYLA

05/12/18

Relatório do trabalho de Matemática

Foi muito bom, por que "foi uma atividade de bem diferente. foi uma aula surpreendente pelo fato da gente aprender brincando."

Gostei também que o professor foi bem atencioso com os alunos que estava lá.

Foi bom, foi legal, e deu pra nós aprender bastante e ver para onde vai o lixo que nós produzimos.

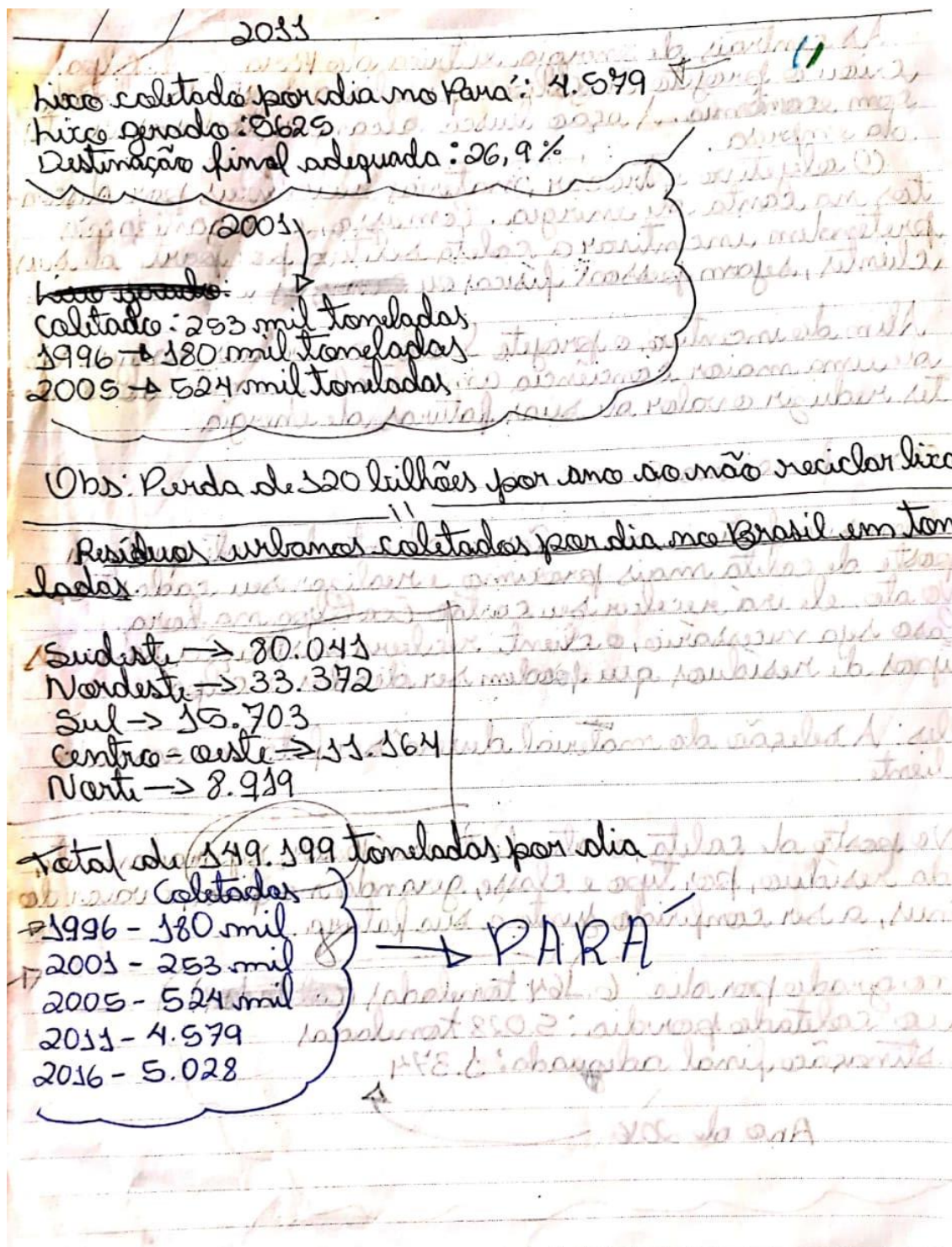
Foi bom que eu tive as dúvidas do meu grupo.

Gostei muito do passeio, mesmo que não tenha sido pra tão longe, mais deu pra aprender e ser divertida. Também foi muito bom da parte que o professor pagou o lanche pra todos alunos e ainda levou cada um em sua casa, e muito legal ter um professor assim que quer mesmo ajudar os alunos, e não só fazer o seu trabalho que é da aula na escola e pronto.

Esta atividade abriu muito nossa mente e ver que a disciplina de Matemática não é tão chata assim como pensam.

Eu acho também que essa atividade poderia ser no início do ano, ajudaria os professores conhecer os alunos e os alunos conhecer o seu professor.

ANEXO G – DADOS PESQUISADOS PELO GRUPO DA ALUNA TALIA



ANEXO H – VALORES SIMULADOS EM UMA ATIVIDADE

Lixos Recicláveis

110 - lata aço mental	→ 0,10
111 - lata alumínio metal	→ 1,00
114 - Sucata de ferro metal	→ 0,10
201 - Plástico filme Plástico	→ 0,30 → 2kg
203 - Pet Plástico	→ 0,30
204 - PVC, Plástico	→ 0,10
213 - Plástico misturados	→ 0,20
218 - Plástico Duro	→ 0,25 → 3 Kg
301 - Jornal Papel Kg	→ 0,15
302 - Papel Branco Kg	→ 0,15 → 30 Kg
303 - Papel misto Kg	→ 0,05 → 4 Kg
304 - Papelão Papel Kg	→ 0,05 → 10 Kg
401 - óleo de cozinha lt	→ 0,10 → 20 lt
501 - Tetra Pak Kg	→ 0,10 → 2 Kg