



SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA  
FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Ana Beatriz Máximo Fontenele Aragão

CÁLCULO DE ÁREAS DE FIGURAS GEOMÉTRICAS: UM DIAGNÓSTICO  
CONCEITUAL NA ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO  
JUSCELINO KUBITSCHEK EM PORTO VELHO - RO

PORTO VELHO  
2019

Ana Beatriz Máximo Fontenele Aragão

CÁLCULO DE ÁREAS DE FIGURAS GEOMÉTRICAS: UM DIAGNÓSTICO  
CONCEITUAL NA ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO  
JUSCELINO KUBITSCHKEK EM PORTO VELHO - RO

Trabalho de Conclusão apresentado ao  
Mestrado Profissional em Matemática em  
Rede Nacional – PROFMAT no Polo da  
Universidade Federal de Rondônia –  
UNIR, como requisito para obtenção de  
Mestre em Matemática Profissional.

Orientador: Prof. Dr. Tomás Daniel  
Menendez Rodríguez

PORTO VELHO  
2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Fundação Universidade Federal de Rondônia  
Gerada automaticamente mediante informações fornecidas pelo(a) autor(a)

---

A659c Aragão, Ana Beatriz Máximo Fontenele .

Cálculo de áreas de figuras geométricas: um diagnóstico conceitual na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Juscelino Kubitschek em Porto Velho - RO / Ana Beatriz Máximo Fontenele Aragão. -- Porto Velho, RO, 2019.

106 f.

Orientador(a): Prof.<sup>a</sup> Dra. Tomás Daniel Menéndez Rodriguez

Coorientador(a): .

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Fundação Universidade Federal de Rondônia

1. Áreas de Figuras. 2.Diagnóstico. 3.Conceito. I. Rodriguez, Tomás Daniel Menéndez. II. Título.

CDU 517(811.1)

---

Bibliotecário(a) Eliane Gemaque Gomes Barros

CRB 11-549

ANA BEATRIZ MÁXIMO FONTENELE ARAGÃO  
CÁLCULO DE ÁREAS DE FIGURAS GEOMÉTRICAS: UM DIAGNÓSTICO  
CONCEITUAL NA ESCOLA DE ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO  
JUSCELINO KUBITSCHKE EM PORTO VELHO RO

Este trabalho foi julgado e aprovado para obtenção do título de Mestre em Matemática Profissional no Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional da Sociedade Brasileira de Matemática, Polo da Universidade Federal de Rondônia.

Porto Velho, 16 de dezembro 2019

Prof. Dr. Tomas Daniel Menéndez Rodriguez

Coordenador no Polo da Universidade Federal de Rondônia do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UNIR

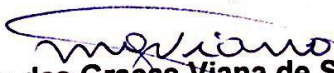
**Comissão Examinadora**



**Prof. Dr. Tomas Daniel Menéndez Rodriguez**  
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UNIR



**Prof. Ms. Carlos Maurício de Sousa**  
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UNIR



**Maria das Graças Viana de Sousa**  
Membro externo - UNIR

*Dedico este trabalho à minha mãe  
Elisabeth por ser minha grande  
incentivadora a trilhar o caminho do  
conhecimento.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus por me permitir alcançar uma vitória tão grande em minha vida.

Agradeço ao meu marido, João Máximo, por ter perdido horas de sono para me incentivar a concluir esta etapa de minha jornada.

Agradeço a minha família, pelo investimento em minha vida acadêmica e profissional e por todo apoio que sempre me foi dado.

Agradeço ao meu orientador, Tomás Daniel, pelas muitas ajudas, conselhos, ensinamentos para realização deste trabalho.

Agradeço meus colegas de turma pelo compartilhamento de saberes, risos e alegrias tornando o mestrado uma experiência única e agradável.

Agradeço a todos os professores da rede PROFMAT-UNIR, por todo o conhecimento que compartilharam durante o todo curso.

A todos, meu muito obrigada!

## RESUMO

A partir da experiência recorrente em escolas e no contato com vários professores, tanto pedagogos como matemáticos, verificam-se numerosas reclamações a respeito da falta de compreensão dos alunos em relação ao que é ensinado. Muitos conceitos são negligenciados, causando prejuízos no ensino dos anos seguintes. O objetivo deste trabalho é diagnosticar deficiências conceituais na aprendizagem de áreas de figuras planas de 4º ao 8º ano na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Juscelino Kubitschek, deficiências estas que deixam lacunas técnicas que prejudicam o ensino nos anos futuros. A metodologia tem características qualitativas e quantitativas. Foram elaborados questionários contendo 19 atividades com conteúdos do 4º ano ao 8º ano e aplicados apenas nos 7º e 9º anos, compreendendo um total de 43 alunos. O resultado revelou a deficiência de aprendizagem em mais de cinco conceitos fundamentais para o aprendizado de cálculo de áreas: conceito de área, base, altura, figuras geométricas, paralelismo, perpendicularismo, unidades de medidas. A partir dos resultados encontrados, foram elaboradas propostas didáticas a fim de auxiliarem docentes no ensino de tais conceitos, levando em consideração a faixa etária de cada ano.

**Palavras-chaves:** Conceito. Áreas de Figuras. Diagnóstico.

## **ABSTRACT**

From the recurring experience in schools and the contact with various teachers, both educators and mathematicians, there are numerous complaints about the students' lack of understanding of what is taught. Many concepts are neglected, causing damage to the teaching of the following years. The aim of this paper is to diagnose conceptual deficiencies in learning of flat picture areas from 4th to 8th grade at the Juscelino Kubitschek State Elementary and High School, deficiencies that leave technical gaps that hinder teaching in future years. The methodology has qualitative and quantitative characteristics. Questionnaires were prepared containing 19 activities with contents from 4th grade to 8th grade and applied only in the 7th and 9th grades, comprising a total of 43 students. The result revealed the learning disability in more than five fundamental concepts for learning calculus: concept of area, base, height, geometric figures, parallelism, perpendicularism, units of measurement. From the results found, didactic proposals were elaborated in order to assist teachers in the teaching of such concepts, taking into consideration the age range of each year.

**Keywords:** Concept. Areas of Figures. Diagnosis.



## LISTA DE FIGURAS, FOTOS E GRÁFICOS

FIGURA 1 – ÁREA DO QUADRADO.....	23
FIGURA 2 – EXEMPLIFICAÇÃO DA DEMONSTRAÇÃO.....	24
FIGURA 3 – PARALELOGRAMO ABCD.....	25
FIGURA 4 – TRIÂNGULO ABC.....	26
FIGURA 5 – LOSANGO.....	27
FIGURA 6 - TRAPÉZIO.....	27
FIGURA 7 - CÍRCULO.....	28
FIGURA 8– QUESTÃO 2 (4º ANO).....	32
FIGURA 9 – QUESTÃO 3 (4º ANO).....	33
FIGURA 10 – QUESTÃO 4 (4º ANO).....	34
FIGURA 11 – QUESTÃO 5 (4º ANO).....	34
FIGURA 12 – QUESTÃO 1 (5º ANO).....	35
FIGURA 13 – QUESTÃO 2 (5º ANO).....	35
FIGURA 14 – QUESTÃO 4 (5º ANO).....	37
FIGURA 15 – QUESTÃO 1 (6º ANO).....	38
FIGURA 16 – QUESTÃO 4 (6º ANO).....	39
FIGURA 17 – QUESTÃO 5 (7º ANO).....	40
FIGURA 18 – FOTOS QUESTÃO 2 (QUARTO ANO).....	46
FIGURA 19 – FOTOS QUESTÃO 3 (QUARTO ANO).....	49
FIGURA 20 – FOTOS QUESTÃO 4 (QUARTO ANO).....	50
FIGURA 21 – FOTOS QUESTÃO 5 (QUARTO ANO).....	51
FIGURA 22 – FOTOS QUESTÃO 1 (QUINTO ANO).....	52
FIGURA 23 – FOTOS QUESTÃO 2 (QUINTO ANO).....	55
FIGURA 24 – FOTOS QUESTÃO 3 “A” (QUINTO ANO).....	58
FIGURA 25 – FOTOS QUESTÃO 3 “B” (QUINTO ANO).....	59
FIGURA 26 – FOTOS QUESTÃO 4 (QUINTO ANO).....	60
FIGURA 27 – FOTOS QUESTÃO 1 (SEXTO ANO).....	63
FIGURA 28 – FOTOS QUESTÃO 2 (SEXTO ANO).....	65
FIGURA 29 – FOTOS QUESTÃO 3 (SEXTO ANO).....	68
FIGURA 30 – FOTOS QUESTÃO 4 (SEXTO ANO).....	70
FIGURA 31 – FOTOS QUESTÃO 1 (SÉTIMO ANO).....	73
FIGURA 32 – FOTOS QUESTÃO 3 (SÉTIMO ANO).....	79

FIGURA 33 – FOTOS QUESTÃO 4 (SÉTIMO ANO).....	82
FIGURA 34 – FOTOS QUESTÃO 4 (SÉTIMO ANO).....	83
FIGURA 35 – FOTOS QUESTÃO 4 (SÉTIMO ANO).....	83
FIGURA 36 – FOTOS QUESTÃO 5 (SÉTIMO ANO).....	85
FIGURA 37 – FOTOS QUESTÃO 6 (OITAVO ANO).....	87
FIGURA 38 – MATERIAL DE APOIO.....	90
FIGURA 39 – MATERIAL DE APOIO.....	90
FIGURA 40 – EXEMPLO MATERIAL.....	91
FIGURA 41 – RECURSO AULA EXPOSITIVA.....	94
FIGURA 42 – MATERIAL DE APOIO.....	94
FIGURA 43 – ATIVIDADE EM SALA.....	96
FIGURA 44 – ATIVIDADE EM SALA.....	97
FIGURA 45– CONJUNTO DE QUADRILÁTEROS.....	98
FIGURA 46 – QUADRILÁTEROS.....	99
FIGURA 47 – ATIVIDADE EM SALA.....	100
FIGURA 48 - PARALELOGRAMOS .....	102
FIGURA 49 – ÁREA DO TRIÂNGULO.....	102

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1- Questão 1 (4ºano) .....	44
Gráfico 2- Questão 2 (4ºano) .....	45
Gráfico 3- Questão 3 (4ºano) .....	47
Gráfico 4- Questão 4 (4ºano) .....	49
Gráfico 5- Questão 5 (4ºano) .....	50
Gráfico 6- Questão 1 (5ºano) .....	52
Gráfico 7- Questão 2 (5ºano) .....	55
Gráfico 8- Questão 3 “a” (5ºano) .....	57
Gráfico 9- Questão 3 “b” (5ºano) .....	59
Gráfico 10 – Questão 4 (5º ano) .....	60
Gráfico 11 – Questão 1 (6º ano) .....	62
Gráfico 12 – Questão 2 (6º ano) .....	65
Gráfico 13 – Questão 3 (6º ano) .....	67
Gráfico 14 – Questão 4 (6º ano) .....	70
Gráfico 15 – Questão 1 (7º ano) .....	73
Gráfico 16 – Questão 2 (7º ano) .....	75
Gráfico 17 – Questão 3 (7º ano) .....	77
Gráfico 18 – Questão 3 (7º ano) .....	78
Gráfico 19 – Questão 3 (7º ano) .....	78
Gráfico 20 – Questão 4 (7º ano) .....	81
Gráfico 21 – Questão 4 letra “c” (7º ano) .....	81
Gráfico 22 – Questão 4 (7º ano) .....	82
Gráfico 23 – Questão 5 (7º ano) .....	84
Gráfico 24 – Questão 6 (7º ano) .....	86

## LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 - CONCEITOS NECESSÁRIOS PARA O APRENDIZADO DE ÁREAS DE FIGURAS PLANAS.....	29
QUADRO 2 – RESPOSTAS DA QUESTÃO 1 (CONTEÚDO 4º ANO).....	43
QUADRO 3 – TABULAÇÃO QUESTÃO 2 (CONTEÚDO 4º ANO).....	45
QUADRO 4 - QUESTÃO 3 (CONTEÚDO 4º ANO).....	46
QUADRO 5 - QUESTÃO 4 (CONTEÚDO 4º ANO).....	48
QUADRO 6 - QUESTÃO 5 (CONTEÚDO 4º ANO).....	50
QUADRO 7 - QUESTÃO 1 (CONTEÚDO 5º ANO).....	52
QUADRO 8 - QUESTÃO 2 (CONTEÚDO 5º ANO).....	55
QUADRO 9 - QUESTÃO 3 (CONTEÚDO 5º ANO).....	57
QUADRO 10 - QUESTÃO 3 (CONTEÚDO 5º ANO).....	58
QUADRO 11 - QUESTÃO 4 (CONTEÚDO 5º ANO).....	60
QUADRO 12 - QUESTÃO 1 (CONTEÚDO 6º ANO).....	62
QUADRO 13 - QUESTÃO 2 (CONTEÚDO 6º ANO).....	64
QUADRO 14 - QUESTÃO 3 (CONTEÚDO 6º ANO).....	67
QUADRO 15 - QUESTÃO 4 (CONTEÚDO 6º ANO).....	69
QUADRO 16 - QUESTÃO 1 (CONTEÚDO 7º ANO).....	73
QUADRO 17 - QUESTÃO 2 (CONTEÚDO 7º ANO).....	75
QUADRO 18 - QUESTÃO 2 (CONTEÚDO 7º ANO).....	76
QUADRO 19 - QUESTÃO 3 “A” (CONTEÚDO 7º ANO).....	77
QUADRO 20 - QUESTÃO 3 “B” (CONTEÚDO 7º ANO).....	77
QUADRO 21 - QUESTÃO 3 “C/D” (CONTEÚDO 7º ANO).....	77
QUADRO 22 - QUESTÃO 4 “A” (CONTEÚDO 7º ANO).....	80
QUADRO 23 - QUESTÃO 4 “C” (CONTEÚDO 7º ANO).....	80
QUADRO 24 - QUESTÃO 4 “D” (CONTEÚDO 7º ANO).....	81
QUADRO 25 - QUESTÃO 5 (CONTEÚDO 7º ANO).....	84
QUADRO 26 – QUESTÃO 6 (CONTEÚDO 8º ANO).....	86

## **LISTA DE SIGLAS**

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

ALA – Ângulo, Lado, Ângulo

IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

PPP – Projeto Político Pedagógico

RO - Rondônia

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>16</b>
<b>1. LEGISLAÇÃO BRASILEIRA DO ESTUDO DE ÁREAS .....</b>	<b>18</b>
<b>2. O ESTUDO DE ÁREAS DE FIGURAS PLANAS NO ENSINO FUNDAMENTAL</b>	<b>22</b>
<b>2.1. Conceitos e definições do estudo de áreas .....</b>	<b>29</b>
<b>3. METODOLOGIA .....</b>	<b>30</b>
<b>3.1 Instrumentos da Pesquisa.....</b>	<b>32</b>
<b>3.2 Critérios para análise de dados .....</b>	<b>41</b>
<b>4. RESULTADOS.....</b>	<b>42</b>
<b>4.1. Questões referentes ao conteúdo do quarto ano (4º ANO) do ensino fundamental .....</b>	<b>42</b>
4.1.1. QUESTÃO 1.....	42
4.1.2. QUESTÃO 2.....	45
4.1.3. QUESTÃO 3.....	46
4.1.4. QUESTÃO 4.....	48
4.1.5. QUESTÃO 5.....	50
<b>4.2. Questões referentes ao conteúdo do quinto ano (5º ANO) do ensino fundamental .....</b>	<b>51</b>
4.2.1. QUESTÃO 1.....	51
4.2.2. QUESTÃO 2.....	54
4.2.3. QUESTÃO 3.....	57
4.2.4. QUESTÃO 4.....	59
<b>4.3. Questões referentes ao conteúdo do sexto ano (6º ANO) do ensino fundamental .....</b>	<b>62</b>
4.3.1. QUESTÃO 1.....	62
4.3.2. QUESTÃO 2.....	64
4.3.3. QUESTÃO 3.....	67
4.3.4. QUESTÃO 4.....	69
4.4.1. QUESTÃO 1.....	72
4.4.2. QUESTÃO 2.....	75
4.4.3. QUESTÃO 3.....	76
4.4.4. QUESTÃO 4.....	80

4.4.5. QUESTÃO 5.....	84
<b>4.5. Questões referentes ao conteúdo do oitavo ano (8º ANO) do ensino fundamental .....</b>	<b>86</b>
4.5.1. QUESTÃO 6.....	86
<b>4.6. Análise Geral dos Resultados .....</b>	<b>87</b>
<b>5. PROPOSTA DE ATIVIDADES.....</b>	<b>88</b>
<b>5.1. Atividade sobre unidades de medidas .....</b>	<b>89</b>
5.1.1. AULA 1 .....	89
5.1.2. AULA 2 .....	91
<b>5.2. Atividade sobre paralelismo e perpendicularismo.....</b>	<b>93</b>
<b>5.3. Atividade sobre figuras geométricas e suas características .....</b>	<b>95</b>
5.3.1. AULA 1 .....	95
5.3.2. AULA 2 .....	98
<b>5.4. Atividade sobre técnicas de cálculo de áreas de polígonos .....</b>	<b>99</b>
5.4.1. AULA 1 .....	99
5.4.2. AULA 2 .....	101
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>104</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>106</b>

## INTRODUÇÃO

A partir da experiência recorrente em escolas e no contato com vários professores, tanto pedagogos como matemáticos, verifica-se numerosas reclamações a respeito da falta de compreensão dos alunos em relação ao que é ensinado. Diversas vezes, a justificativa apresentada é a carência de conhecimento dos conceitos matemáticos por parte dos alunos.

Já os discentes culpam seus professores, alegando não saber ensinar, afirmando que não entendem nada o que eles dizem. Ouve-se com frequência a famosa frase: “Parece que ele está falando grego”. Deste modo, há claramente uma falha de comunicação entre as partes.

Essa circunstância leva a indagar quais conhecimentos são banalizados e farão falta futuramente, quais conceitos não são compreendidos pelos alunos? Para responder essas perguntas é preciso mapear os conteúdos estudados, identificando todos os conceitos envolvidos na temática.

Assim, no imenso arcabouço de assuntos dentro da matemática, o conteúdo de geometria no ensino fundamental é muitas vezes considerado mais simples pela quantidade menor de cálculos, principalmente, de 1º ao 5º ano. Em contrapartida, há vários conceitos inclusos que interferem na resolução de problemas matemáticos e são fundamentais para o entendimento de assuntos posteriores.

Por este motivo, o conteúdo escolhido para ser desenvolvido nessa dissertação foi áreas de figuras planas. Dentro desse contexto, o objetivo deste trabalho é diagnosticar deficiências conceituais na aprendizagem de áreas de figuras planas de 4º ao 8º ano na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Juscelino Kubitschek, deficiências estas que deixam lacunas técnicas que prejudicam o ensino nos anos futuros. De acordo com Ferreira (2010):

As concepções dos alunos são construídas a partir de situações que lhes são apresentadas, tanto na sua vida escolar, quanto nas suas experiências fora da escola. Essas concepções podem estar defasadas de conceitos oficiais, sendo necessário identificar os conhecimentos prévios dos alunos, suas concepções, errôneas ou não, para construir situações que possibilitem uma ampliação e se tornem mais complexas, na abordagem de um conceito. (FERREIRA, 2010, p. 23).



Assim, foi realizada a caracterização e a pormenorização do estudo do conteúdo mencionado para em seguida diagnosticar as deficiências. Deste modo, para alcançar o objetivo geral da pesquisa foi necessário:

1- Conhecer as leis e os ordenamentos jurídicos que normatizam os estudos de áreas no ensino fundamental em cada ano da escola;

2- Conhecer o conteúdo de áreas de figuras planas para o ensino fundamental;

3-Elencar todos os conceitos necessários para a compreensão da temática;

4- Realizar questionários nas turmas de 7º e 9º ano;

5- Analisar os resultados obtidos através dos questionários a luz da pesquisa bibliográfica realizada;

6- Elaborar uma proposta de trabalho para sanar as deficiências encontradas;

Os capítulos estão dispostos da seguinte forma: no primeiro capítulo há a legislação e normativas que determinam o conteúdo matemático que devem ser ensinados a cada ano nas instituições escolares; no capítulo dois encontra-se o conteúdo de áreas do ensino fundamental e a identificação de todos os conceitos sobre o assunto; no capítulo três foi descrita toda a metodologia no trabalho, principalmente da parte diagnóstica; o capítulo quatro trata dos resultados e análise do diagnóstico; e por fim, o capítulo cinco aborda propostas de ensino e atividades.

## 1. LEGISLAÇÃO BRASILEIRA DO ESTUDO DE ÁREAS

O ensino de áreas de figuras planas a ser realizado nas escolas do estado de Rondônia está organizado em documentos e leis das esferas federais e estaduais. A fim de se alcançar o objetivo desta dissertação, é preciso, primeiramente, conhecer o que esses documentos requerem que seja apreendido pelas crianças e adolescentes, tanto em termos de conteúdo como de habilidades, para, em seguida, desenvolver uma metodologia de ensino.

Quando se trata do âmbito federal, a Constituição Brasileira é a viga mestra para guiar a educação pública e privada do país, dispondo das características gerais da mesma. Em seu artigo 205 sistematiza que a educação deve ser propiciada e fomentada por toda sociedade, sendo dever do Estado e da família garanti-la (BRASIL, 2016). Assim, pesquisar, diagnosticar problemas e encontrar soluções sobre assuntos a serem aprendidos na escola é de interesse do país e contribuirá para melhoria da qualidade dos sistemas de ensino.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação (BRASIL, 1996) é também um fundamento a ser analisado, pois é ela que pormenoriza o funcionamento da educação brasileira, não entrando, em contrapartida em detalhes de conteúdos matemáticos. Em relação ao estudo de áreas, a mesma não dispõe especificamente sobre o assunto, todavia afirma no caput do artigo 26 que:

Art. 26. Os currículos da educação infantil, do ensino fundamental e do ensino médio devem ter base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e em cada estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e dos educandos (BRASIL, 1996).

Sendo assim, verifica-se que os conteúdos e habilidades a serem desenvolvidos nas instituições de ensino são determinados pela Base Nacional Comum e, no que se refere a características regionais e locais, será complementado pelos Referenciais Curriculares Estaduais e Projetos Políticos Pedagógicos de cada escola.

Nesse contexto, o conteúdo e habilidades a serem ensinados de áreas de figura planas se encaixam na Base Nacional Curricular Comum (BRASIL, 2019), pelo fato de não se referir a particularidades regionais ou locais. Além disso, o

parágrafo primeiro do mesmo artigo estabelece a obrigatoriedade dos currículos compreenderem o estudo da matemática (BRASIL, 1996).

Sabe-se que a Base Nacional Curricular Comum (BRASIL, 2019) ainda está em processo de implementação no território brasileiro, contudo a mesma será o parâmetro regimental para os próximos anos. Sendo assim, serão utilizados os conteúdos e habilidades por ela descritos.

Este documento divide o ensino da matemática em quatro unidades temáticas: Números; Álgebra; Grandezas e Medidas; e Geometria. Incorporado a elas, encontram-se os objetos de conhecimento e as habilidades. Os conteúdos a respeito de áreas de figuras planas são encontrados nos currículos dos 4º, 5º, 6º, 7º e 8º anos do ensino fundamental, nas unidades temáticas de Grandezas e Medidas e Geometria. Os anos anteriores apresentam apenas noções superficiais sobre o assunto e o estudo das figuras geométricas: quadrado, retângulo, triângulo, paralelogramo e etc.

Nos objetos de conhecimento descrito para o 4º ano, encontra-se o seguinte: “Áreas de figuras construídas em malhas quadriculadas” (BRASIL, 2019, pg. 292). Já a habilidade a ele relacionada se refere a trabalhar com área de figuras planas por meio de contagens, estimativas e comparações de quantidades de quadradinhos em malha quadriculada, enfatizando também o conceito de metade (BRASIL, 2019, pg. 293).

Desse modo, verifica-se que a intuição inicial do conceito de área é ensinada neste ano, não podendo os pedagogos negligenciar a fase primária, pois do contrário, os discentes terão mais dificuldades de compreender o assunto nos próximos anos.

Para os 5º anos tem-se como um dos objetos de conhecimento: “Medidas de comprimento, área, (...): utilização de unidades convencionais e relações entre as unidades de medida mais usuais” (BRASIL, 2019, 296). Já a habilidade ligada a este objeto é:

Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais (BRASIL, 2019, 297).

Isso posto, constata-se que para o 5º ano do ensino fundamental há o estudo das unidades de medidas de áreas e algumas de suas conversões. É necessário

destacá-lo para elaboração da metodologia do ensino de áreas pelo fato de ser imprescindível para o bom entendimento da temática.

Ainda para este mesmo ano, há como objeto de conhecimento: “Áreas e perímetros de figuras poligonais: algumas relações” (BRASIL, 2019, pg. 296) e como habilidade vinculada: “Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes (BRASIL, 2019, pg. 297).

Este objeto de conhecimento não é de fundamental importância para a compreensão do conceito de áreas, porém, é preciso levá-lo em consideração para aumentar a noção dos alunos em relação à matéria e para seguir as determinações regimentais que serão aplicadas em todo território brasileiro.

Para os 6º anos, há como objeto de estudo: “Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, (...), área, capacidade e volume” (BRASIL, 2019, pg. 302). Desse modo, verifica-se apenas uma continuação sobre o estudo das unidades de medidas, colocando-os de forma mais aprofundada. Ainda para os 6º anos há o estudo mais aprofundado das figuras planas, tendo como um dos objetos de conhecimento: “Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados” (BRASIL, 2019, pg. 302).

Ver-se-á mais adiante que a identificação de paralelismo e perpendicularismo nos polígonos será necessária para demonstrações e noções intuitivas a respeito de áreas. Além disso, apesar de não estar claro na BNCC em que ano será ensinado sobre base, altura das figuras, eles podem ser ensinados neste ano ou no próximo.

Para os 7º anos, tem-se “Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros” (BRASIL, 2019, pg. 306).

Assim, constata-se que somente no sétimo ano há uma sistematização do estudo de áreas, tendo os objetos de conhecimento e habilidades dos anos anteriores estabelecido as bases intuitivas, lógicas e instrumentais, para o cálculo de áreas de algumas figuras planas. Isso é melhor visualizado com a descrição das habilidades:

Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros. Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por

quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas (BRASIL, 2019, pg. 309).

No ensino de tais habilidades, o docente necessita estar atento para que não haja apenas uma memorização e aplicação de fórmulas, fato muito comum nas salas de aulas. É preciso zelar para que o estudante do sétimo ano entenda as definições e a lógica envolvida nos cálculos e nas resoluções de problemas, pois, do contrário, o discente encontrará dificuldade para resolver problemas futuros envolvendo áreas e também assuntos de outras disciplinas.

No oitavo ano, há uma complementação, incluindo a áreas de círculos, e um aprofundamento do que já foi dado. O objeto de conhecimento tem a seguinte descrição: “Área de figuras planas. Área do círculo e comprimento de sua circunferência” (BRASIL, 2019, pg. 314). Já a habilidade relacionada é:

Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos (BRASIL, 2019, pg. 315).

De tal modo, no que tange ao ensino fundamental, constata-se que há uma preocupação da Base Nacional Curricular Comum de atrelar o conteúdo programático a problemas reais, dando a ele uma razão de existência que muitas vezes é negligenciado em sala de aula.

Em se tratando da esfera estadual, sabe-se que ela utiliza e continuará utilizando o ordenamento federal para definir seus regimentos educacionais, acrescentando apenas o que for de caráter regional e local. Além disso, os ordenamentos estaduais serão em breve atualizados para estarem em consonância à Base Nacional Comum.

Para se ter uma ideia da semelhança dos documentos, fazendo uma comparação do conteúdo de áreas disposto pelo BNCC e pelo Referencial Curricular de Rondônia (BRASIL, 2013), as únicas diferenças são: o fato do primeiro do estar disposto em objetos de conhecimento e o segundo em conteúdo; e do BNCC ser mais específico em relação ao que será aprendido em cada ano do que o Referencial Curricular.

Portanto a BNCC é suficiente para definir o propósito do Estado brasileiro em relação ao aprendizado de áreas:

(...) espera-se que eles [estudantes] desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações (BRASIL, 2019, pg. 265)

Isto posto, o estudo da matemática não pode ter fim em si mesma, ela precisa ser útil para solucionar problemas nos mais diversos contextos possíveis. Por este motivo, a metodologia para o estudo de áreas de figuras geométricas tem que ter um olhar nos resultados futuros e não somente nas avaliações escolares ou vestibulares. Os alunos precisam ser capazes de contextualizar o que aprenderam e distinguir as variadas funções da matemática.

Por este motivo, realizar o diagnóstico de quais conteúdos estão sendo decorados e não aprendidos pelos alunos e quais bases teóricas são necessárias para o aprendizado da matemática, auxiliará na geração de resultados mais satisfatórios para o aprendizado. No próximo capítulo, descrever-se-ão os conceitos e definições do estudo de áreas de figuras planas no ensino fundamental.

## **2. O ESTUDO DE ÁREAS DE FIGURAS PLANAS NO ENSINO FUNDAMENTAL**

No estudo de áreas de figuras planas, concordamos com Silva e Sales (2010, p. 6) quando afirmam que as demonstrações matemáticas devem estar presentes nas aulas a partir do ensino fundamental. Além disso, não devem se usadas somente demonstrações empíricas, mas também demonstrações formais.

Os alunos poderão estar utilizando axiomas e teoremas tendo em vista que esses conhecimentos e a manipulação desses conceitos matemáticos abrem espaço para elaboração de conjecturas. Mas para tal, é preciso que ele tenha um bom desenvolvimento lógico. É a lógica que permite a compreensão dos processos e assim facilita a argumentação, bem como a demonstração.

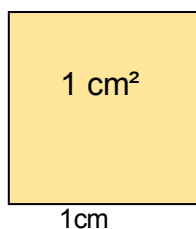
Quando se utiliza a palavra “área” no campo da matemática, intuitivamente, refere-se a uma medida de superfície, ou seja, a quantidade de uma superfície limitada. De acordo com Neto (2013, p. 180), a “área de uma região no plano é um número positivo que associamos a mesma e que serve para quantificar o espaço por ela ocupado”. De acordo com Bellemain e Lima (2002, p. 70,71):

(...) afirma-se que o ensino da Geometria vem tendo pouco destaque nas aulas de matemática e tem sido confundido com o ensino das medidas. Subentende-se, portanto, um esforço de mostrar que o ensino da Geometria não se resume ao estudo das grandezas geométricas. Deve-se ressaltar que as atividades envolvendo composição e decomposição de figuras, uso de ladrilhamentos, do Tangran e de poliminós, propostas no estudo da geometria subsidiam a compreensão das fórmulas de área. (BELLEMAIN e LIMA, 2002, p. 70,71).

Assim, o estudo geométrico e intuitivo precisa ser levado em consideração para subsidiar o entendimento das fórmulas de áreas. Além disso, para medir áreas de forma útil à humanidade, é necessário ter unidades de medidas padrões como o centímetro quadrado, metro quadrado e etc. Do contrário a comunicação seria inviável. Já dizia Ferreira (2010), que dependendo da forma que se ensina unidades de medidas, o aluno pode estabelecer relações errôneas entre medidas de comprimento e de área.

No estudo de área, convencionou-se que um quadrado com lados de medida um centímetro teria a área de um centímetro quadrado e assim sucessivamente e esta seria uma das bases padrão para medida de qualquer área.

FIGURA 1 – ÁREA DO QUADRADO



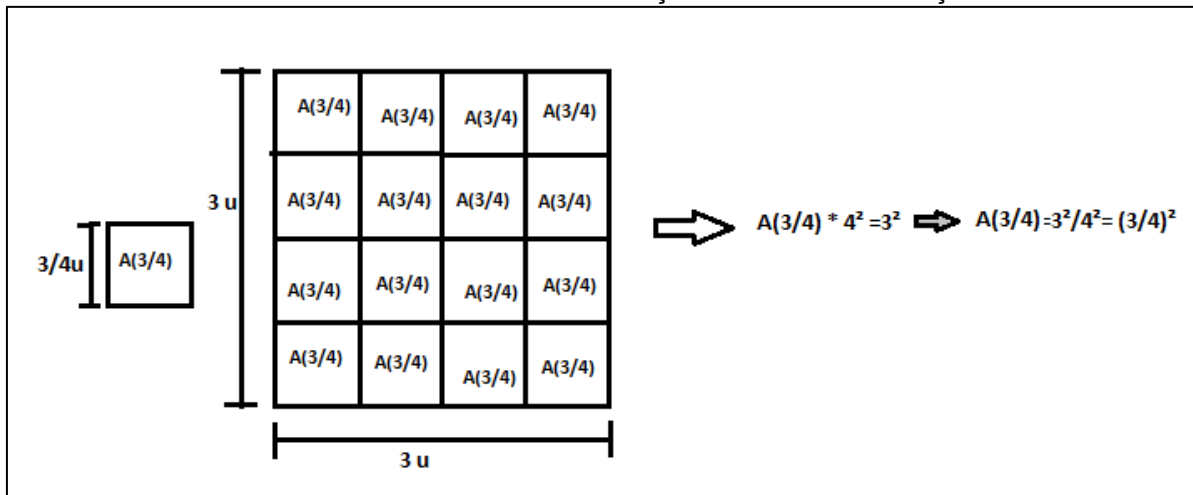
Fonte: O autor

Por este motivo, se houver um quadrado de lado  $n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , a área do quadrado será  $n^2$ , pois é possível particioná-lo nessa quantidade de quadrados de lado um. De outra maneira, se consideramos um quadrado de lado  $\frac{m}{n}$ , com área  $A\left(\frac{m}{n}\right)$ ,  $m, n \in \mathbb{N}$ , podemos empilhar  $n^2$  quadrados de lado  $\frac{m}{n}$ , dispondo-os em  $n$  filas e  $n$  colunas, tendo um quadrado maior de lado  $m$ , por conseguinte, sua área terá medida  $m^2$  (Neto, 2013). Por outro lado, como ele está particionado em  $n^2$  quadrados de lado  $\frac{m}{n}$ , pode-se afirmar que:

$$A\left(\frac{m}{n}\right) \cdot n^2 = m^2 \leftrightarrow A\left(\frac{m}{n}\right) = \left(\frac{m}{n}\right)^2.$$

Para exemplificar tal demonstração usemos  $m = 3$  e  $n = 4$ , empilhando  $3^2$  quadrados de lado  $\frac{m}{n} = \frac{3}{4}$ :

FIGURA 2 – EXEMPLIFICAÇÃO DA DEMONSTRAÇÃO



Fonte: o autor

Quando se trata de demonstrações da fórmula de cálculo da área de quadrados com lado irracional, não há a necessidade de fazê-las para alunos de ensino fundamental, pois envolve conteúdos os quais eles não possuem conhecimento como uma parte de álgebra, por exemplo.

Para o estudo de área de retângulos com lados  $m, n \in \mathbb{N}$ , é possível particioná-lo em  $m \cdot n$  quadrados de lado  $u$ , por este motivo a área de um retângulo é igual a:  $A(\text{ret}) = m \cdot n$ . Caso os lados do retângulo não sejam naturais, utiliza-se a mesma técnica de empilhamento para provar que a área continua sendo dada pela multiplicação dos lados, como é visto a seguir.

Seja um retângulo  $\beta$  de altura  $\frac{m}{n}$  e comprimento  $\frac{p}{q}$ , com  $m, n, p, q \in \mathbb{N}$ . Empilhe  $n$  retângulos com estas medidas, formando uma coluna de altura  $m$  e acrescentando ao lado mais  $q$  colunas iguais a estas. No total têm-se  $n \cdot q$  retângulos iguais empilhados. Desta maneira, será formado um novo retângulo  $\pi$  de altura  $m$  e comprimento  $p$ , e conseqüentemente de área  $m \cdot p$ . Assim,

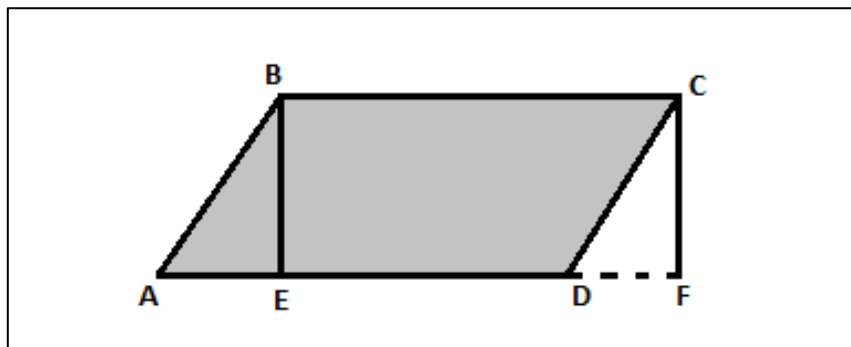


$$A(\beta).n.q = A(\pi) = m.p \leftrightarrow A(\beta) = \frac{m.p}{n.q}$$

Portanto, a área do retângulo  $\beta$  é  $\frac{m.p}{n.q}$ , ou seja, a multiplicação dos seus lados, como queríamos demonstrar. Já a área do paralelogramo também é alcançada pela multiplicação da base pela altura. Isso ocorre pelo fato de ser possível “transformar” o paralelogramo em retângulo apenas deslocando parte da figura para outra posição, não mudando sua área, como será visto a seguir.

Demonstrando de acordo com Neto (2013): seja um paralelogramo ABCD de diagonais AC e BD. Sejam E e F, respectivamente, os pés das perpendiculares baixadas dos vértices B e C à reta AD, conforme a figura a seguir:

FIGURA 3 – PARALELOGRAMO ABCD



Fonte: o autor

Pelas propriedades do paralelogramo verifica-se a congruência dos triângulos  $AEB$  e  $BCF$  pelo caso cateto-hipotenusa. Assim,  $A(AEB) = A(DCF)$ , o que implica:

$$A(ABCD) = A(BCDE) + A(AEB) \leftrightarrow$$

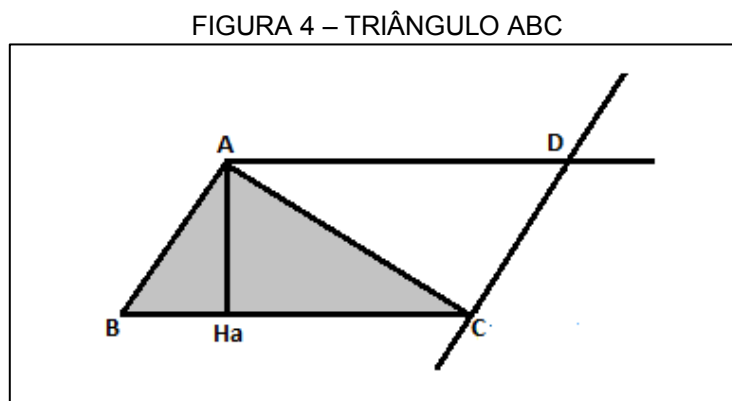
$$A(ABCD) = A(BCDE) + A(DCF) \leftrightarrow$$

$$A(ABCD) = A(DECDF)$$

Como DECF é um retângulo de mesma base e mesma altura que o paralelogramo ABDC, tem-se que  $A(ABCD)$  é dada pela multiplicação da medida da base pela altura.

Já a área do triângulo é dada pela metade da multiplicação da base pela altura. Intuitivamente, constata-se que isso ocorre pelo fato de qualquer triângulo ter a metade da área de um paralelogramo de mesma base e mesma altura.

Para demonstrar, de acordo com Neto (2013), construa um triângulo ABC de altura  $H_a$  relativa ao vértice A e base BC. Seja D a interseção entre a reta paralela à AB passando por C e a reta paralela à BC passando por A, assim como a figura a seguir:



Fonte: o autor

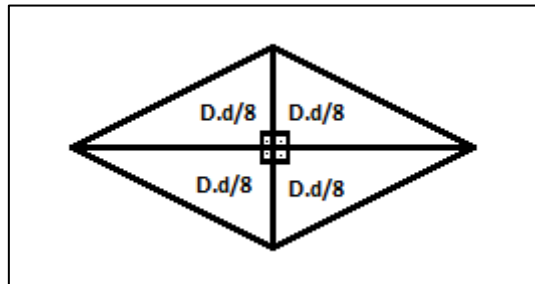
Note que os triângulos ABC e CDA são congruentes pelo caso ALA (ângulo, lado, ângulo), pois os ângulos BAC e ACD são iguais (alternos internos), assim como os ângulos BCA e DAC também são, e por fim, AC é lado comum. Assim, ABCD é um paralelogramo de altura  $H_a$  e base BC, tendo ABC exatamente a metade de sua área, já que ABCD é formado por dois triângulos iguais, provando desta maneira a fórmula da área do triângulo.

No ensino da área do triângulo, é preciso enfatizar o conceito de base e altura e principalmente que qualquer uma das bases com suas respectivas alturas podem ser usadas no cálculo da área. Os alunos podem ter dificuldade de aceitar esta premissa. Por isso, é preciso ter muito cuidado e criatividade para ensiná-los.

Muitas das demonstrações empregadas em áreas, utiliza-se do conceito de paralelismo, perpendicularismo. De acordo com BNCC (2019), esses conceitos são aprendidos do 4º ano do ensino fundamental, porém de uma forma superficial, inclusive pelo nível de conhecimento dos estudantes. Deste modo, é preciso que os professores do ensino fundamental II reforcem esses conceitos aos alunos.

Em se tratando da área de um losango, intuitivamente, pode-se calcular sua área a partir da percepção que esta figura é formada por quatro triângulos retângulos de base  $\frac{D}{2}$  (sendo D a diagonal maior) e altura  $\frac{d}{2}$  (sendo d a diagonal menor). Assim, cada triângulo tem área  $\frac{Dd}{8}$ , de acordo com a figura a seguir:

FIGURA 5 – LOSANGO



Fonte: o autor

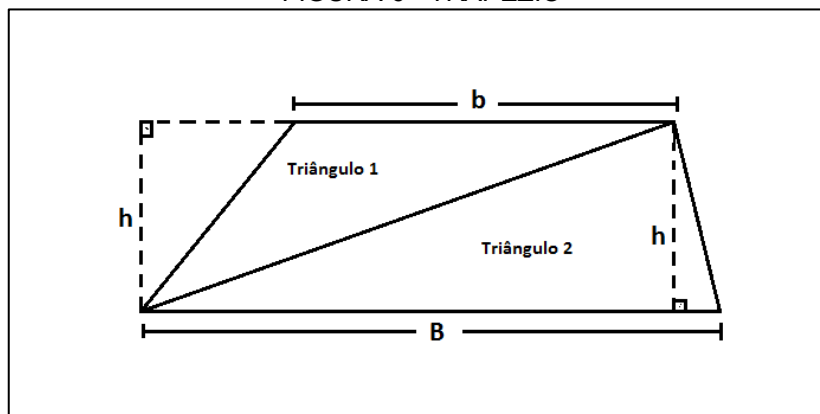
Deste modo, a área do losango é dada por:

$$A(\text{losango}) = 4 \cdot \frac{Dd}{8} \leftrightarrow A(\text{losango}) = \frac{D \cdot d}{2}$$

Já a área do trapézio pode ser calculada dividindo-o em dois triângulos retângulos e um retângulo. Desta forma, os estudantes partirão de um conhecimento já adquirido em tese. Em contrapartida, para se chegar na fórmula mais utilizada da área do trapézio,  $A(\text{trapézio}) = (\text{base maior} + \text{base menor}) \cdot \frac{\text{altura}}{2}$ , a partir desse método, é necessário utilizar de artifícios algébricos que só são aprendidos no 8º ano, enquanto que o conteúdo de cálculo de áreas é aprendido no 7º ano.

Por este motivo, calcular a área desta figura dividindo-a em dois triângulos, seria um melhor caminho para se chegar na fórmula, pois utilizaria um pouco menos de recursos algébricos. Neste caminho teríamos dois triângulos de área:  $A(\text{triângulo1}) = \frac{B \cdot h}{2}$  e  $A(\text{triângulo2}) = \frac{b \cdot h}{2}$ , sendo  $B$  a base maior,  $b$  a base menor e  $h$  a altura do trapézio.

FIGURA 6 - TRAPÉZIO



Fonte: o autor

Portanto a área do trapézio seria dada por:

$$A(\text{trapézio}) = A(\text{triângulo1}) + A(\text{triângulo2})$$

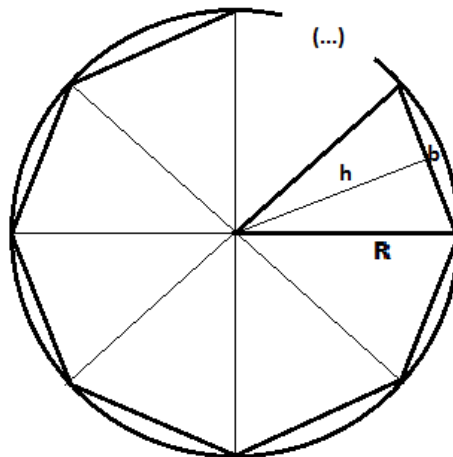
$$A(\text{trapézio}) = \frac{B \cdot h}{2} + \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A(\text{trapézio}) = \frac{(B + b)h}{2}$$

Por fim, a área do círculo para ser demonstrada envolve a noção de limites além de vários recursos algébricos. Esse conteúdo é ensinado no 8º do ensino fundamental juntamente com o conteúdo de expressões e equações com mais de uma variável, propriedade distributiva entre outros. Por isso, a total compreensão da origem da fórmula pode não ocorrer, tendo o conteúdo que ser reforçado no ensino médio.

De qualquer forma, para demonstrar a fórmula da área do círculo, basta usar um polígono regular inscrito de  $n$  lados associado ao círculo de raio  $R$ . Note que esse polígono pode ser dividido em  $n$  triângulos de base  $b$  e altura  $h$ .

FIGURA 7 - CÍRCULO



Fonte: o autor

Assim cada triângulo tem área:  $A(\text{triângulo}) = \frac{b \cdot h}{2}$ , logo, a área do polígono é:  $A(\text{polígono}) = n \cdot \frac{b \cdot h}{2}$ . Além disso, quanto maior o número de lados do polígono, mais a área dele se aproxima à área do círculo. Assim, quando o número de lados do polígono  $n$  tende ao infinito, a altura  $h$  tende para  $R$  e todas as  $n$  bases juntas

(*n. b*) tendem para o comprimento da circunferência que é  $2\pi R$ . Deste modo, a área do círculo é igual a:

$$A_{(\text{círculo})} = \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \frac{b \cdot h}{2} = 2\pi R \cdot \frac{R}{2} = \pi R^2$$

Isto posto, tem-se todas as principais áreas de figuras ensinadas no ensino fundamental, com isso, faz-se necessário minuciar todos os conceitos e definições necessários para se chegar no entendimento do assunto. Dando também a devida importância dos conceitos desenvolvidos desde os anos iniciais.

## 2.1. Conceitos e definições do estudo de áreas

A partir do estudo áreas de figuras planas, foi montado o quadro a seguir com os conceitos necessários para o aprendizado de tal conteúdo, pormenorizados de acordo com as incumbências conceituais determinadas para cada ano, além dos motivos que justificam a sua necessidade. Esses conceitos foram utilizados como parâmetro para o diagnóstico, analisando quais deles são mais negligenciados e onde se encontram as maiores deficiências.

QUADRO 1 - CONCEITOS NECESSÁRIOS PARA O APRENDIZADO DE ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

4º ANO	
CONCEITOS E CONTEÚDOS	JUSTIFICATIVA
Conceito de área	O conceito de área precisa ser levado em consideração para subsidiar o entendimento das fórmulas de áreas.
Quadrado como base padrão de medidas de áreas.	O início do ensino das unidades de medidas de áreas ocorre no 4º ano, pois é trabalhado malhas quadriculadas, estimativas, contagens sendo o professor responsável por demonstrar que o quadrado é a base padrão para medida de área.
5º ANO	
CONCEITOS E CONTEÚDOS	JUSTIFICATIVA
Unidades de medidas	Para calcular áreas, é preciso antes conhecer o significado de centímetro quadrado, metro quadrado,

	quilômetro quadrado e etc.
<b>6º ANO</b>	
<b>CONCEITOS E CONTEÚDOS</b>	<b>JUSTIFICATIVA</b>
Paralelismo e Perpendicularismo	Para demonstração do cálculo de áreas de polígonos, usa-se repetidas vezes as características específicas de cada figura, o que integra o paralelismo e perpendicularismo de retas e segmentos.
Polígonos	Usam-se repetidas vezes as propriedades específicas dos polígonos para cálculo de áreas
<b>7º ANO</b>	
<b>CONCEITOS E CONTEÚDOS</b>	<b>JUSTIFICATIVA</b>
Base e Altura	Apesar de parecer um conceito intuitivo, os conceitos de base e altura se não forem apreendidos matematicamente de forma correta, induz o aluno ao erro.
Cálculos de área de quadriláteros e triângulos	A sistematização e uso no cotidiano da ferramenta matemática serão garantidos após os aprendizados dos cálculos.
Fórmulas de áreas	Auxiliará nos cálculos de áreas, principalmente no requisito celeridade.
<b>8º ANO</b>	
<b>CONCEITOS E CONTEÚDOS</b>	<b>JUSTIFICATIVA</b>
Cálculo da área do círculo.	É a continuação do estudo da área do 7º ano, foi colocada para o 8º ano pela necessidade de conteúdos matemáticos ensinados neste ano.

Fonte: o autor

### 3. METODOLOGIA

A presente dissertação possui uma orientação de pesquisa qualitativa e quantitativa. A primeira pelo fato de conter uma revisão bibliográfica de livros e ordenamentos jurídicos de caráter descritivo que teve como finalidade alicerçar teoricamente o diagnóstico proposto neste trabalho (SOUZA, 2013). Já a segunda por haver sido investigada a quantidade de acertos que os alunos possuem em questões cujo conteúdo refere-se a áreas de figuras planas.

Assim, foi realizada a descrição do objetivo, dos objetos de conhecimentos e das habilidades a respeito de áreas de figuras planas a partir do estudo da Constituição, de Leis Federais, Estaduais, BNCC do Ensino Fundamental, além de ter sido descrito a caracterização do conteúdo por meio da pesquisa em livros e artigos como: Neto (2013), Bellemain e Lima (2002), Silva (2010), Ferreira (2010).

Também foi efetuado, o diagnóstico em uma escola de ensino fundamental através de questionários aplicados nos 7º e 9º anos com o objetivo de diagnosticar deficiências conceituais na aprendizagem de áreas de figuras planas de 4º ao 8º ano na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Juscelino Kubitschek, as quais prejudicam o ensino nos anos futuros e, por consequência, o aprendizado em geral dos estudantes.

Através do diagnóstico pontual, muitos professores, pesquisadores e gestores poderão buscar soluções adequadas específicas com a sua realidade para corrigir erros e melhorar o ensino nas escolas. À vista disso, para a realização do diagnóstico foi escolhida a Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Juscelino Kubitschek localizada na Avenida Raimundo Cantuária, nº 5129 - St. Campinas, Porto Velho - RO, 76820-247.

A escolha se deu a partir do critério localização, tal escola era a instituição pública que dava as maiores facilidades locomotivas para realização da pesquisa. Ela funciona em tempo integral, o que significa que os alunos estudam de sete e meia da manhã até as dezesseis horas.

De acordo com o Projeto Político Pedagógico (PPP, 2019), a escola atende estudantes da zona leste da cidade de Porto Velho. No ensino integral são atendidos 420 alunos na faixa etária de 11 a 16 anos, nos anos de 6º ao 9º ano. A maioria das ações da instituição está voltada para alcançar a média do IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica), a qual não foi atendida em 2017, chegando a 4,6, sendo a meta igual a 6.

Em matemática a média de proficiência do IDEB foi de 252,56. A taxa de reprovação da escola para essa disciplina foi de 15% para os sétimos anos e de 31% para os nonos anos, o que é considerado bem elevado para o ensino fundamental (PPP, 2019).

A escolha dos anos para aplicação dos questionários se deu no 7º ano por ter a maior gama de conteúdo envolvendo áreas, e por já ser um ano de revisão de todo conteúdo de áreas estudado anteriormente. Já no 9º ano, há apenas uma pequena





- a) Em qual das figuras, 1 ou 2, a parte sombreada ocupa maior área? \_\_\_\_\_  
 Eu tenho certeza.  Acho que está certa.  Não sei, chutei.”

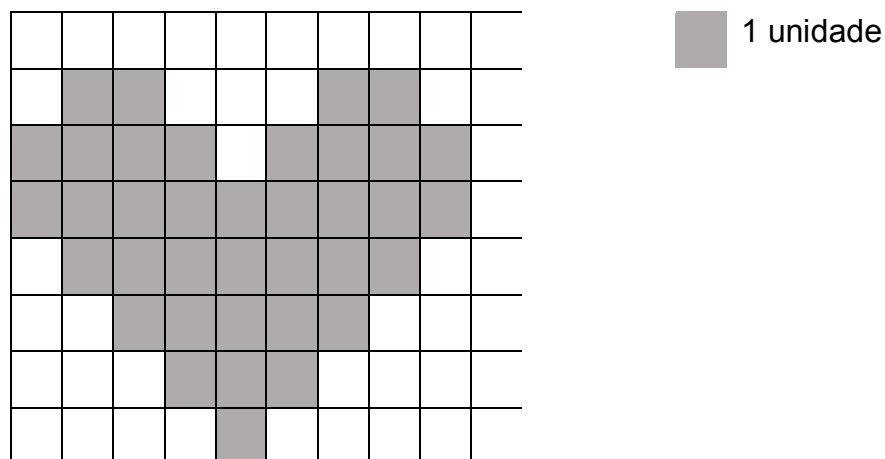
Fonte: o autor

É possível verificar que o objetivo desta questão é muito similar á anterior, verificar a noção intuitiva que os estudantes tinham a respeito de área, porém, agora, ela teria que ser respondida de uma forma prática tendo o quadrado como base de medida. Desta forma, o conteúdo também se refere ao 4º ano, acrescentando apenas o uso da malha quadriculada e a habilidade de comparação de figuras.

Já na terceira questão, ainda com conteúdo do quarto ano, há um aumento na dificuldade, no qual envolve a habilidade de contagem e conhecimento do quadrado como unidade padrão para medir áreas. Por este motivo, ela tem o mesmo objetivo de investigar o conhecimento do quadrado como unidade de medida padrão da área, porém agora utilizando a contagem. Diante do exposto, segue o enunciado:

FIGURA 9 – QUESTÃO 3 (4º ANO)

“3- Se cada quadrado da malha quadriculada ocupa a área de uma unidade, qual a área ocupada pela parte sombreada na figura a seguir?”



Resposta: \_\_\_\_\_

- Eu tenho certeza.  Acho que está certa.  Não sei, chutei.”

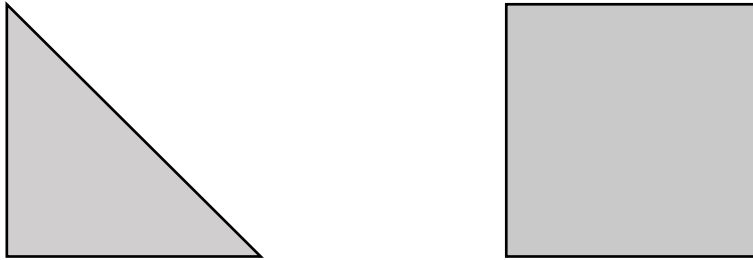
Fonte: O autor

As questões quatro e cinco possuem o mesmo objetivo, elas envolvem comparar áreas, analisando quantidades. São questões básicas para diagnosticar a

intuição de área, sendo conteúdo do quarto ano. Elas têm como enunciado a seguinte pergunta:

FIGURA 10 – QUESTÃO 4 (4º ANO)

“4- É preciso quantos triângulos iguais ao triângulo abaixo para ocupar a mesma área do quadrado ao seu lado?”



Resposta: \_\_\_\_\_

( ) Eu tenho certeza da resposta. ( ) Acho que está certa. ( ) Não sei, chutei.

Fonte: O autor

FIGURA 11 – QUESTÃO 5 (4º ANO)

5- Considerando apenas a área pintada, a Figura 1 ocupa área maior, menor ou igual a Figura 2?

Figura 1

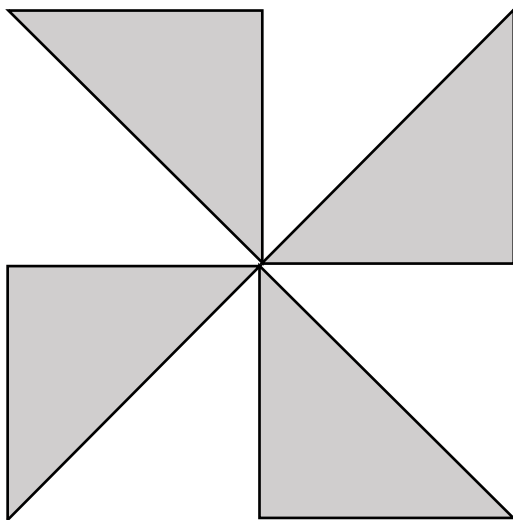


Figura 2



Resposta: \_\_\_\_\_

( ) Eu tenho certeza da resposta. ( ) Acho que está certa. ( ) Não sei, chutei.”

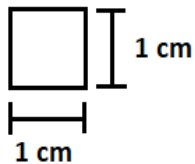
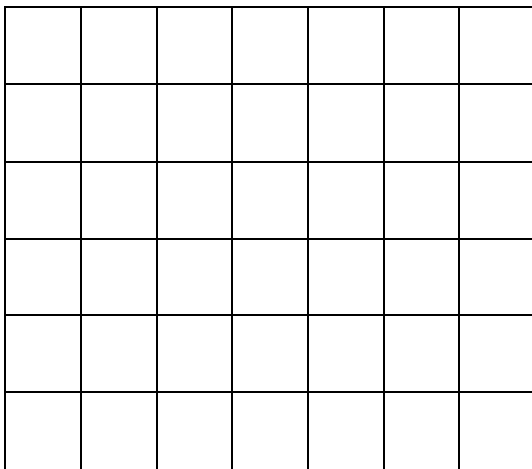
Fonte: O autor

Já as próximas quatro questões são direcionadas ao conteúdo do quinto ano. Nessa etapa, o conceito de unidades de medidas é aprofundado, tendo o docente

que ensinar o significado de escala de unidade de medidas de áreas e suas transformações de uma medida para outra. Elas foram enumeradas de 1 a 4, tendo a primeira e segunda questão os enunciados a seguir:

FIGURA 12 – QUESTÃO 1 (5º ANO)

1-Sabendo que cada quadrado da malha quadriculada em 1 centímetro de lado, pinte um quadrado o qual ocupa uma área de  $1 \text{ cm}^2$  de área. Em seguida pinte um quadrado que ocupe  $4 \text{ cm}^2$ :

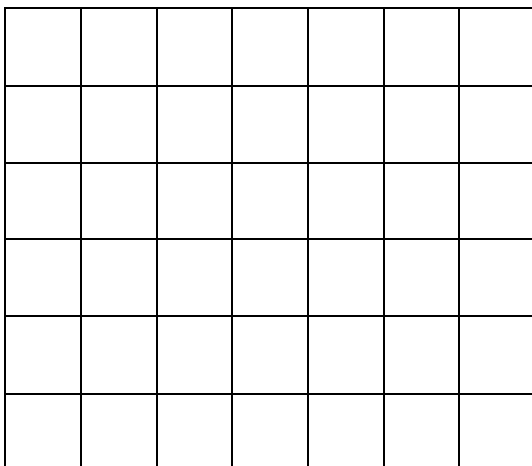


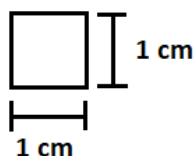
( ) Eu tenho certeza da resposta. ( ) Acho que está certa. ( ) Não sei, chutei.

Fonte: O autor

FIGURA 13 – QUESTÃO 2 (5º ANO)

2- Na malha quadriculada a seguir, pinte uma área equivalente a  $5 \text{ cm}^2$ :





Fonte: O autor

O objetivo dessas questões é verificar o conhecimento do conceito de centímetro quadrado por parte do aluno. Foram feitas duas questões pelo fato da primeira questão dar a possibilidade ao aluno de criar a hipótese de que área em centímetro quadrado necessita ter formato quadrado, o que seria difícil de conseguir para uma área de 5 centímetros quadrados apenas com os recursos e grau de conhecimento dos alunos. Por este motivo, estas duas questões possuem 3 níveis, conhecer o que é um centímetro quadrado, em seguida conseguir contar em centímetro quadrado, e por fim, desvincular o conceito de área e formato da figura.

Já a questão quatro e cinco envolve conhecer transformações de unidades de medidas utilizando a escala padrão de unidades e seus símbolos:  $\text{km}^2$ ,  $\text{hm}^2$ ,  $\text{dam}^2$ ,  $\text{m}^2$ ,  $\text{dm}^2$ ,  $\text{cm}^2$  e  $\text{mm}^2$ . Os enunciados escolhidos são bem comuns em provas do quinto ano, bem como de livros didáticos de todo país, não requerendo outras competências para resolução da atividade, a não ser saber somar e interpretação de texto. Assim, segue os enunciados:

“3- O que é maior?

a)  $11\text{cm}^2$  ou  $1\text{dm}^2$ ? Resposta: \_\_\_\_\_

b)  $80\text{m}^2$  ou  $80\text{hm}^2$ ? Resposta: \_\_\_\_\_

( ) Eu tenho certeza que acertei.

( ) Tenho quase certeza que acertei a maioria.

( ) Fiz sem saber. Chutei.

4- Se eu tenho um sítio com  $3000\text{m}^2$  de área e compro mais uma terra de  $1\text{hm}^2$  de área, quanto de área, em metros quadrados, eu terei no total? Mostre como você chegou na sua resposta.”

Para o diagnóstico relacionado aos conteúdos do sexto ano, foram elaboradas quatro questões envolvendo o conteúdo de figuras geométricas,

paralelismo e perpendicularismo. A primeira requeria apenas que os alunos conhecessem as figuras mais utilizadas na geometria, tendo que desenhá-las:

“1-Desenhe um retângulo, paralelogramo, losango, triângulo e trapézio acima de seus respectivos nomes:

Retângulo                  Paralelogramo                  Losango                  Triângulo                  Trapézio”

Já a questão dois tem como objetivo diagnosticar se os alunos conhecem o conceito de retas paralelas e perpendiculares. Também era necessário ter como competência requerida interpretação de texto e o conhecimento de algumas palavras não tão usuais como segmentos e esboço, porém analisando o sentido geral do enunciado era possível se compreender o que se pedia:

“2-Esboce dois segmentos de retas paralelas e dois segmentos de retas perpendiculares

( ) Eu tenho certeza que acertei. ( ) Tenho quase certeza. ( ) Eu fiz sem saber.”

A questão três é mais específica no que se refere a conceitos e seu objetivo é diagnosticar o conhecimento a respeito de características das figuras geométricas. É notável que os alunos provavelmente não estudaram aprofundadamente com rigor matemático todas as características, entretanto uma prévia sobre elas é necessário saber para o estudo de áreas, além de ser conteúdo requisitado no sexto ano. O enunciado foi feito da seguinte forma:

“3-Quais as características gerais do:

a) Retângulo? \_\_\_\_\_

b) Paralelogramo? \_\_\_\_\_

c) Losango? \_\_\_\_\_

d) Triângulo? \_\_\_\_\_

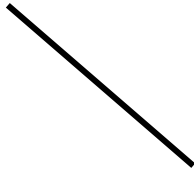
( ) Eu tenho certeza que acertei. ( ) Tenho quase certeza. ( ) Eu fiz sem saber. Chutei.”

A questão quatro tem o mesmo objetivo da questão dois, porém com um nível maior de dificuldade, pois foi necessário conhecer perpendiculares com retas inclinadas e muitos alunos poderiam criar a hipótese que a reta deveria ser perpendicular também ao papel da atividade. Segue o enunciado:

FIGURA 14 – QUESTÃO 4 (5º ANO)

“4-Desenhe um segmento de reta perpendicular a cada um dos segmentos abaixo.

a)



b)



c)



( ) Eu tenho certeza que acertei. ( ) Tenho quase certeza. ( ) Eu fiz sem saber. Chutei.”

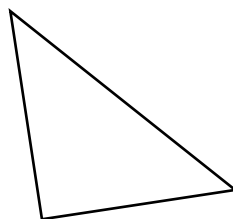
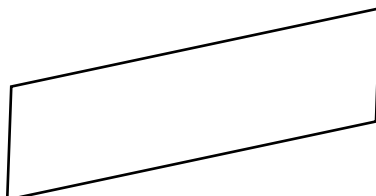
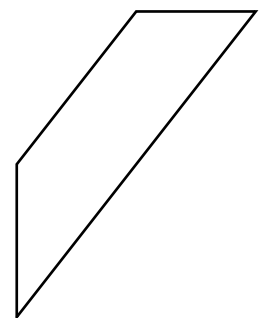
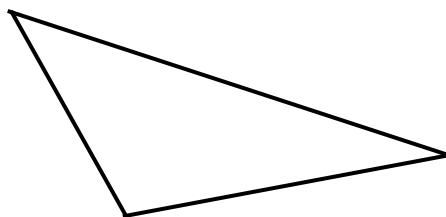
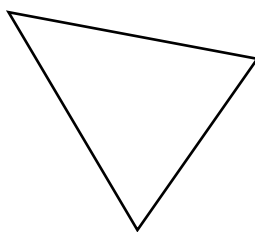
Fonte: O autor

As próximas cinco questões se relacionam com o conteúdo do sétimo ano. Foi dada uma atenção maior para este ano porque havia uma quantidade maior de conteúdo envolvendo áreas; porque o conteúdo foi explicado mais recentemente; e porque é a generalização do conteúdo.

Assim os conteúdos dos anos anteriores são embasamentos teóricos para o bom entendimento do cálculo de áreas explicado no sétimo ano. A primeira e a segunda questão têm como objetivo investigar o conhecimento de termos muito utilizados no cálculo de área: base e altura. A diferença é que uma utiliza do desenho para responder e a outra da linguagem textual. Seguem os enunciados:

FIGURA 15 – QUESTÃO 1 (6º ANO)

“1- Indique com uma seta uma base de cada figura a seguir e desenhe sua altura correspondente:



( ) Eu tenho certeza que acertei. ( ) Tenho quase certeza. ( ) Eu fiz sem saber. Chutei

Fonte: O autor.

2- Quantas bases um triângulo pode ter? E quantas alturas?

( ) Eu tenho certeza que acertei. ( ) Tenho quase certeza. ( ) Eu fiz sem saber. Chutei.”

As questões três e quatro têm como objetivo diagnosticar o desenvolvimento do cálculo de áreas de figuras geométricas. A três requer apenas a explicação de um modo de cálculo dos inúmeros existentes, enquanto a quatro pedia-se que se calculasse a área. Assim, nessa última questão era necessário ter a competência de multiplicar, somar, além de ter o conhecimento de todos os conteúdos anteriores já citados aqui.

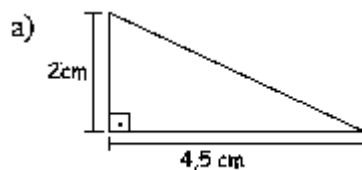
É preciso mencionar que a letra “b” da questão quatro estava presente no questionário, mas que por um problema com a impressão, a altura de 3 centímetros que aparece a seguir, não ficou visível para os alunos, por este motivo, sua avaliação foi cancelada. Seguem os enunciados:

“3-Escreva como você calcula a área do:

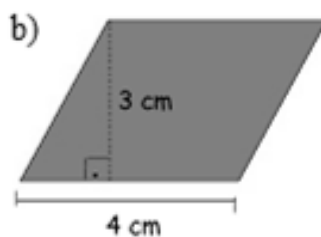
- a) Retângulo?
- b) Paralelogramo
- c) Losango?
- d) Triângulo?

4- Calcule a área das figuras a seguir. Não se esqueça de inserir em sua resposta a unidade de medida:

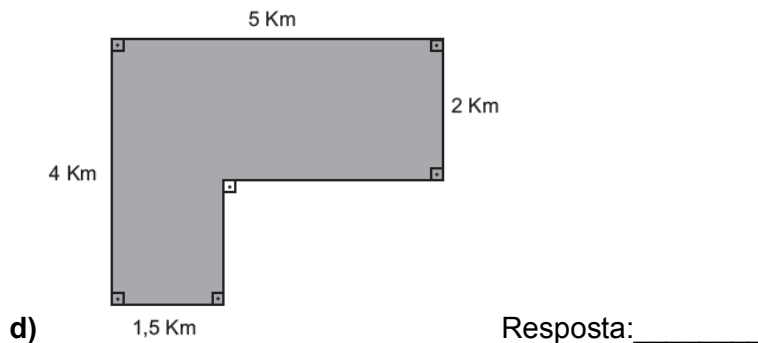
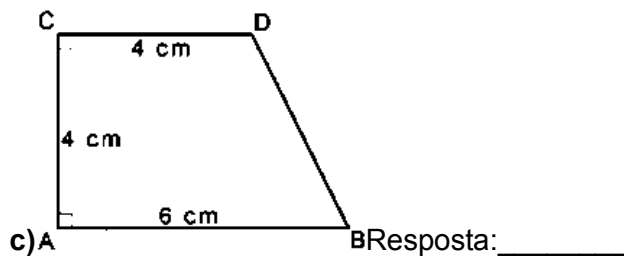
FIGURA 16 – QUESTÃO 4 (6º ANO)



Resposta: \_\_\_\_\_



Resposta: \_\_\_\_\_



Fonte: O autor

- ( ) Eu tenho certeza que acertei.  
 ( ) Tenho quase certeza que acertei a maioria.  
 ( ) Fiz sem saber. Chutei.”

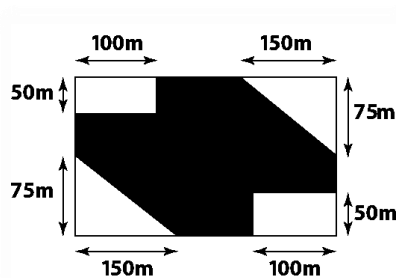
Constata-se que todas as questões até aqui mencionadas exigia um nível irrisório de raciocínio lógico. Isso se deve ao fato deste diagnóstico estar voltado para o conhecimento de conceitos matemáticos necessários para se aprender área e não para o raciocínio lógico indispensável para resoluções de inúmeras questões.

Em contrapartida, a questão cinco foi criada com esse intuito: avaliar o raciocínio lógico matemático em se tratando do conteúdo de áreas. Por estas razões, ela possui um nível muito elevado, porém utilizado apenas os conceitos já previamente estudados até o sétimo ano. Segue o enunciado:

FIGURA 17 – QUESTÃO 5 (7º ANO)

“5- O retângulo abaixo representa uma área de 150000 m<sup>2</sup>. Note que em seu interior há uma área pintada. Descubra qual a medida desta área pintada do retângulo:





Resposta: \_\_\_\_\_

( ) Eu tenho certeza que acertei. ( ) Tenho quase certeza. ( ) Eu fiz sem saber. Chutei.”

Fonte: O autor

A última questão se refere ao conteúdo do oitavo ano e que envolve a área de círculo. Ela teve como objetivo verificar se o aluno conseguia calcular a área de um círculo e possuía um enunciado simplificado. “6- Calcule a área do círculo cujo raio mede 3 cm. Use  $\pi = 3,14$  cm.”

### 3.2 Critérios para análise de dados

A análise dos dados da pesquisa em geral foi feita quantitativamente em que se calculou a porcentagem de acertos de cada questão envolvendo um conteúdo específico a fim de se conhecer aonde se encontravam as maiores dificuldades; e qualitativamente em que foram analisadas quais hipóteses mentais foram criadas pelos alunos em cada questão.

Para cada pergunta foi construída uma tabela e um gráfico descrevendo a quantidade de acertos, erros e repostas em branco e também o grau de confiança que os alunos possuíam em suas respostas. Abaixo dessas tabelas e gráficos foram inseridas e comentadas as hipóteses mentais mais comuns criadas pelos alunos, diagnosticando as falhas principalmente nas afirmações errôneas.

É preciso ressaltar que algumas questões foram classificadas como parcialmente corretas, é o caso da questão um do conteúdo do 5º ano; questões um, dois, três e quatro referente ao conteúdo do 6º ano; questões um, dois do questionário da matéria do 7º ano.

Na atividade um do conteúdo do 5º ano, foram aceitas como parcialmente corretas todas as respostas que tivesse pintado o quadrado de  $1\text{cm}^2$  de área ou

somente o de  $4\text{cm}^2$ . Na questão um do 6º ano, foram aceitas parcialmente aquelas que continham pelo menos três figuras desenhadas corretamente.

Na questão dois do mesmo ano, foram consideradas aquelas que tinham uns dos pares de segmentos traçados corretamente. Na três, aquelas que possuíam de uma a três respostas corretas. Por fim, para questão quatro, foram aceitas parcialmente aquelas que tinham duas respostas corretas.

Já em relação ao conteúdo do 7º ano, na questão um, foram aceitas parcialmente aquelas que indicassem corretamente as bases ou as alturas e na questão dois, foram aceitas parcialmente todas que colocassem pelo menos uma das quantidades corretamente.

A partir dos dados levantados, avaliaram-se as principais dificuldades conceituais dos alunos e em seguida foram elaboradas propostas de atividades em sala de aula com o propósito de auxiliar aos professores a desenvolver um melhor ensino.

## **4. RESULTADOS**

A pesquisa foi realizada com um total 43 alunos sendo destes: 20 do 7º ano; 22 do 9º ano; 1 não informado. O instrumento da pesquisa foi um questionário aplicado na escola pública de ensino fundamental Juscelino Kubstichek e os resultados estão dispostos a seguir.

### **4.1. Questões referentes ao conteúdo do quarto ano (4º ANO) do ensino fundamental**

#### **4.1.1. QUESTÃO 1**

A primeira questão, que tinha como enunciado “Escreva com suas palavras, o que é área?”, obteve 32 repostas, sendo 11 deixadas em branco. Elas foram transcritas exatamente como cada aluno fez, inclusive com os erros gramaticais, conforme tabela abaixo:

QUADRO 2 – RESPOSTAS DA QUESTÃO 1 (CONTEÚDO 4º ANO)

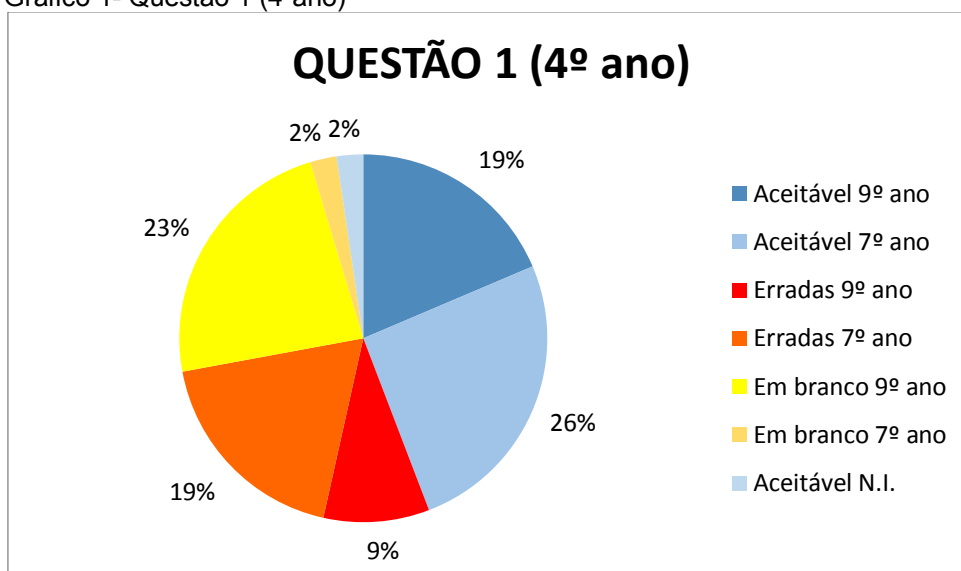
RESPOSTA	ANO	CLASSIFICAÇÃO
“todo o perímetro falado no caso”	7º ano	Errado
“Um lugar grande”	7º ano	Errado
“uma área bem grande”	7º ano	Errado
“área é um quadrado”	7º ano	Errado
“área é um espaço”	7º ano	Aceitável
“Todo perímetro falado no caso (m <sup>2</sup> )”	7º ano	Errado
“Todo perímetro falado no caso (n <sup>2</sup> )”	7º ano	Errado
“É um espaço que mede as coisas”	7º ano	Aceitável
“É um espaço que é só meu ou dos outros”	7º ano	Errado
“Todo perímetro falado no caso (m <sup>2</sup> )”	7º ano	Errado
“A área é o metro quadrado”	7º ano	Aceitável
“A área é o metro quadrado”	7º ano	Aceitável
“Eu acho que área é um lugar que pode ser medido”	7º ano	Aceitável
“Área é um território que é demarcado”	7º ano	Aceitável
“O espaço que algo ocupa”	7º ano	Aceitável
“Espaço ocupado por alguma coisa”	9º ano	Aceitável
“Área é um espaço demarcado por algo ou alguma coisa”	9º ano	Aceitável
“Área é o espaço demarcado por algo ou alguma caixa”	9º ano	Errado
“Área é um conceito de espaço”	9º ano	Aceitável
“Área é um lugar onde é localizada”	9º ano	Errado
“Área é um espaço demarcado por algo ou alguma coisa”	9º ano	Aceitável
“É um determinado espaço”	9º ano	Aceitável
“É o tamanho do espaço interno de um objeto”	9º ano	Aceitável
“Área é um conceito de espaço”	9º ano	Aceitável
“parte interna de uma figura geométrica”	9º ano	Aceitável
“área é uma extensão grande terra”	-	Aceitável
“Area é tudo aquilo com um espaço bidimensional”	9º ano	Aceitável
“área é um conceito de espaço”	9º ano	Aceitável

“Área é a soma total de todos os lados”	9º ano	Errado
“área é a soma total de todos os lados”	9º ano	Errado
“Espaço, território ou superfície”	9º ano	Aceitável
“É um conceito de espaço”	9º ano	Aceitável

Fonte: o autor

Diante do exposto, verificam-se 12 erradas, sendo 8 do 7º ano e 4 do 9º ano, 20 respostas aceitáveis, sendo 11 do 7º ano, 8 do 9º e 1 que não informou a série; 11 foram deixadas em branco.

Gráfico 1- Questão 1 (4ºano)



Fonte: O autor

A partir das respostas elencadas constatou-se que menos da metade dos alunos que participaram da pesquisa demonstraram alguma noção intuitiva de área. Muitas das respostas consideradas aceitáveis continham a palavra “espaço” que, apesar de ser incorreto para definir “área” na linguagem matemática, no senso comum é muito utilizado, em contrapartida, é bem possível que uma parte desses estudantes confunda área e volume.

Das respostas erradas, constatou-se que as principais hipóteses criadas têm relação com o conceito de perímetro ou com a convicção de que para algo ter área, é necessário ser grande. Com isso, verifica-se que poucos possuem uma lacuna no aprendizado no conceito da definição de “área”. Em contrapartida, a partir da análise das questões a seguir viu-se que há uma grande dificuldade de relacionar o

conhecimento de área aprendido no senso comum e o conteúdo escolar, como se tivesse significados diferentes.

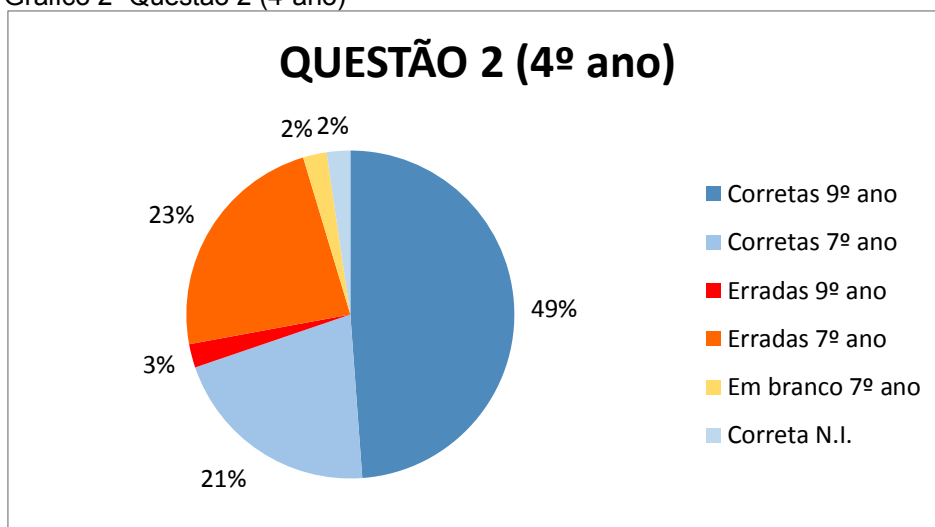
#### 4.1.2. QUESTÃO 2

A segunda questão também pode ser considerada bem simples, levando em consideração a idade e ano dos alunos. Ela requeria também apenas que os alunos conseguissem diferenciar visualmente quais das figuras do diagnóstico tinham maior área. Segue a tabulação dos resultados:

QUADRO 3 – TABULAÇÃO QUESTÃO 2 (CONTEÚDO 4º ANO)

	7º ano	9º ano	N.I.	Nº de chutes	Total
Acertos	9	21	1	1	31
Erros	10	1	0	0	11
Em branco	1	0	0	-	1

Gráfico 2- Questão 2 (4ºano)



Fonte: O autor.

Conforme análise do gráfico acima, visualizaram-se apenas 26% de erros. Abaixo, têm-se as hipóteses surgidas, tendo alguns alunos escolhido aleatoriamente e outros criaram hipóteses errôneas sobre o conceito de área, como por exemplo, confundir com o perímetro ou necessidade da figura ter um maior comprimento. Obtiveram-se respostas de três tipos, figura 1, figura 2 ou “Não sei”:

FIGURA 18 – FOTOS QUESTÃO 2 (QUARTO ANO)

2- Observe as figuras a seguir:

Figura 1

Figura 2

a) Qual das figuras acima ocupa maior área? 1

Eu tenho certeza. ( ) Acho que está certa. ( ) Não sei, chutei.

---

a) Qual das figuras acima ocupa maior área? figura 2

Eu tenho certeza. ( ) Acho que está certa. ( ) Não sei, chutei.

Fonte: O autor

Diante do exposto, constata-se um número de erros e acertos bem próximo com a questão anterior, confirmando a hipótese de que a maioria dos alunos possui uma noção intuitiva correta a respeito do conceito “área”, sendo alguns poucos que confundem área com perímetro ou com comprimento.

#### 4.1.3. QUESTÃO 3

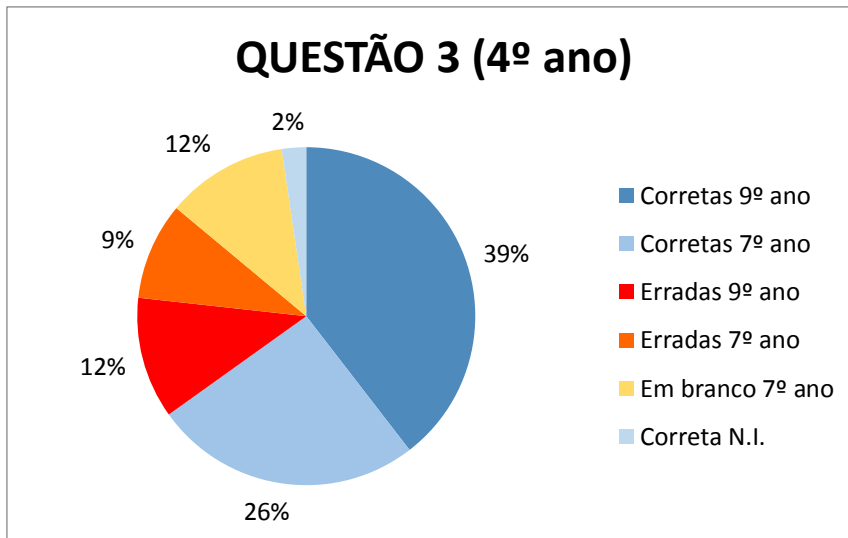
A questão três do conteúdo do quarto ano teve o maior número de acertos do questionário, nela foi solicitada que os estudantes dissessem qual a área da figura desenhada na malha quadrada. Para isso, foi dada a dica do conceito de área quando se colocou que cada quadrado da malha quadrada possuía uma unidade de área. Mesmo assim, 14 alunos (33%) não obtiveram êxito pelo fato de terem criado hipóteses errôneas sobre o assunto. Segue a tabulação dos resultados:

QUADRO 4 - QUESTÃO 3 (CONTEÚDO 4º ANO)

	7º ano	9º ano	N.I.	Nº de chutes	Total
Acertos	11	17	1	3	29
Erros	5	4	0	3	9
Em branco	5	0	0	-	5

Fonte: autor

Gráfico 3- Questão 3 (4ºano)



Fonte: O autor

Em relação aos tipos de respostas, obteve-se o que se observa a seguir, um grande número de alunos que contou as unidades corretamente e outros que tiveram outras hipóteses, conforme figura abaixo:

FIGURA 19 – FOTOS QUESTÃO 3 (QUARTO ANO)

3- Se cada quadrado da malha quadriculada ocupa a área de uma unidade, qual a área ocupada pela figura a seguir?

Resposta: 37 unidades  
 Eu tenho certeza. ( ) Acho que está certa. ( ) Não sei, chutei.

---

Resposta: trinta e oito 38  
 Eu tenho certeza. ( ) Acho que está certa. ( ) Não sei, chutei.

---

Resposta: 34  
 ( ) Eu tenho certeza. ( ) Acho que está certa.  Não sei, chutei.

---

Resposta: não sei, fiquei confuso!!  
 Eu tenho certeza. ( ) Acho que está certa. ( ) Não sei, chutei.

---

Resposta: 44,44  
 ( ) Eu tenho certeza.  Acho que está certa. ( ) Não sei, chutei.

Resposta: <u>36</u> <input type="checkbox"/> Eu tenho certeza. <input checked="" type="checkbox"/> Acho que está certa. <input type="checkbox"/> Não sei, chutei.
--

Fonte: O autor

A resposta correta era 37 unidades. Vale destacar que o perímetro da figura era de 36 unidades de comprimento, contando cada quadrado com comprimento 1 de lado. Note que a resposta 36 também constava no rol de respostas, revelando mais uma vez a confusão entre área e perímetro. Também houve respostas “38”, “34”, “unidade 2” e “não sei, fiquei confuso”. Nesses casos com respostas adversas, percebe-se que estes estudantes, muito provavelmente, por não entenderem o conceito de “unidade”, nem a sua relação com a medida das coisas, algo fundamental na matemática.

#### 4.1.4. QUESTÃO 4

Na questão 4, era solicitado aos alunos que escrevem a quantidade de triângulos necessário para preencher um quadrado, tendo a atividade mostrado de qual triângulo e de qual quadrado se referia o enunciado. Era uma questão bem simples envolvendo o conceito de área e interpretação de texto. Segue a tabulação dos resultados:

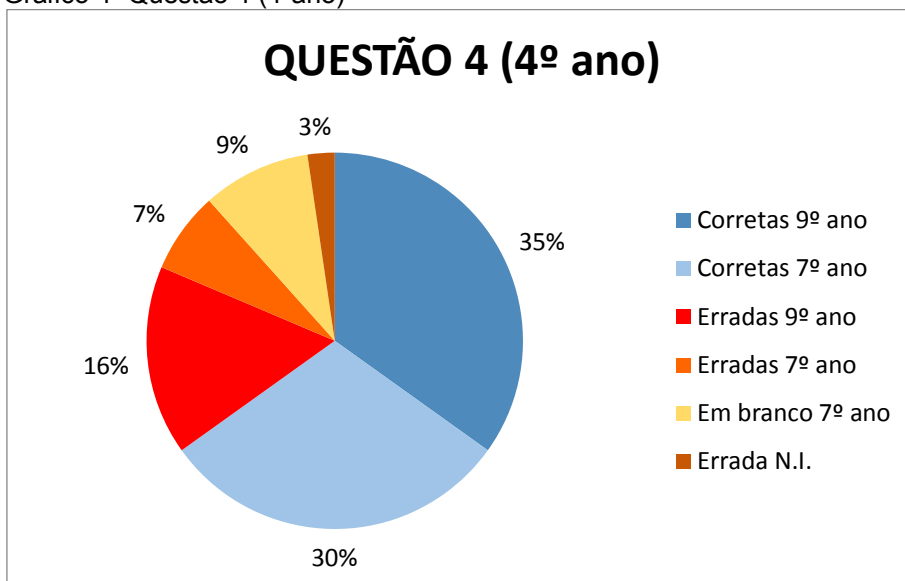
QUADRO 5 - QUESTÃO 4 (CONTEÚDO 4º ANO)

	7º ano	9º ano	N.I.	Nº de chutes	Total
Acertos	13	15	0	2	28
Erros	3	7	1	0	11
Em branco	4	0	0	-	4

Fonte: autor



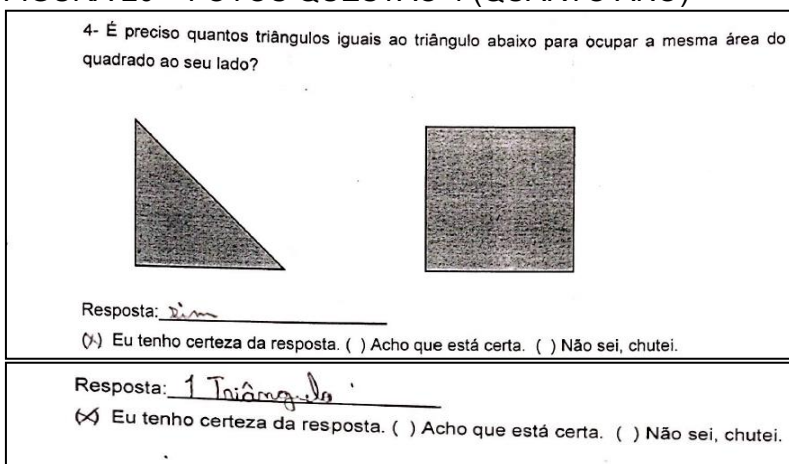
Gráfico 4- Questão 4 (4ºano)



Fonte: O autor

A partir do gráfico constatou-se 65% de acertos, tendo 15 alunos não conseguido entender o enunciado e, conseqüentemente, não resolvendo a atividade. Abaixo, têm-se exemplos de respostas erradas dadas pelos estudantes:

FIGURA 20 – FOTOS QUESTÃO 4 (QUARTO ANO)



Fonte: O autor

Para responder esse tipo de questão, era necessário ter apenas o conhecimento intuitivo de área e a habilidade de interpretação de texto, tornando 65% uma quantidade de acertos baixa, levando em consideração o grau de simplicidade da atividade. Alguns interpretaram erroneamente o enunciado, entendendo que a questão pedia o número de triângulos além do que já estava desenhado, havendo aqui a falta de atenção na leitura, outro respondeu “sim” demonstrando um sério problema de interpretação.

#### 4.1.5. QUESTÃO 5

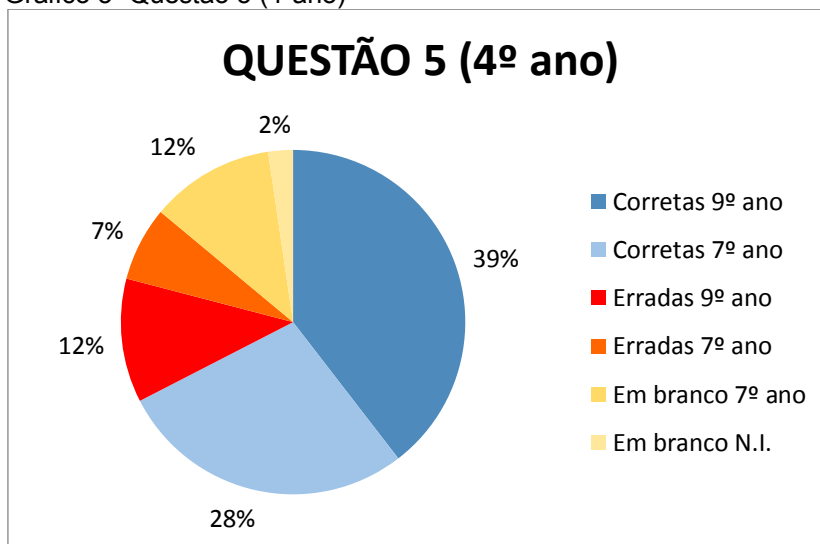
Na questão 5, foi solicitado aos alunos que dissessem quais das figuras possuía maior área, tendo a questão mais uma vez envolvido o conceito intuitivo de área, trabalhando a noção espacial dos alunos e suas habilidades de relação de tamanho, segue abaixo a tabulação dos resultados e as hipóteses criadas pelos alunos:

QUADRO 6 - QUESTÃO 5 (CONTEÚDO 4º ANO)

	7º ano	9º ano	N.I.	Nº de chutes	Total
Acertos	12	17	0	1	29
Erros	3	5	0	2	8
Em branco	5	0	1	-	6

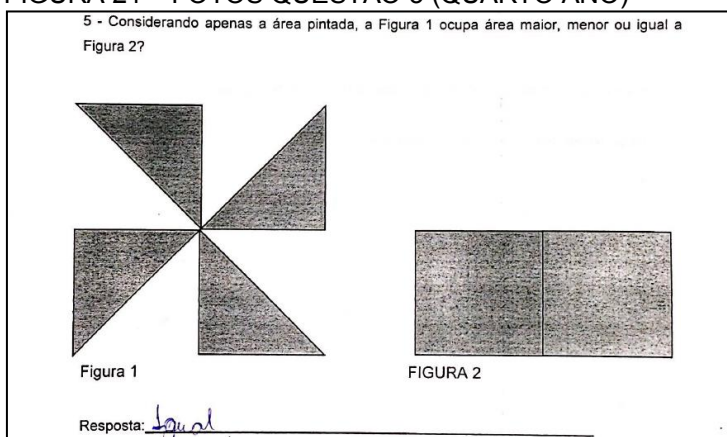
Fonte: autor

Gráfico 5- Questão 5 (4ºano)



Fonte: O autor

FIGURA 21 – FOTOS QUESTÃO 5 (QUARTO ANO)



5 - Considerando apenas a área pintada, a Figura 1 ocupa área maior, menor ou igual a Figura 2?

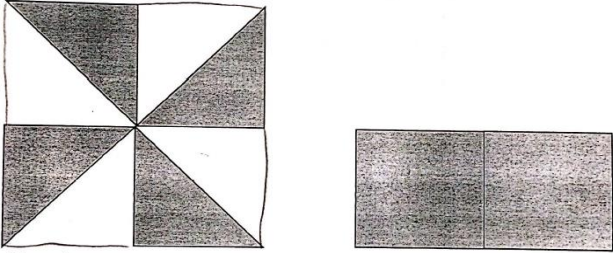


Figura 1

FIGURA 2

Resposta: figura 1

Eu tenho certeza da resposta.  Acho que está certa.  Não sei, chutei.

Resposta: menor

Eu tenho certeza da resposta.  Acho que está certa.  Não sei, chutei.

Resposta: maior

Eu tenho certeza da resposta.  Acho que está certa.  Não sei, chutei.

Fonte: O autor

Esta questão, a qual teve um grande número de acertos, 67%, mostra claramente mais uma vez a mesma proporção de alunos que possuem uma noção intuitiva sobre o assunto. Por outro lado, constatou-se problemas de interpretação como vimos no caso acima em que o estudante respondeu “figura 1”, sendo que o enunciado dizia claramente que era para escolher menor, maior ou igual. Além disso, houve crianças que levaram em consideração o comprimento da figura ou o espaço não pintado tendo hipóteses erradas sobre o assunto.

## 4.2. Questões referentes ao conteúdo do quinto ano (5º ANO) do ensino fundamental

### 4.2.1. QUESTÃO 1

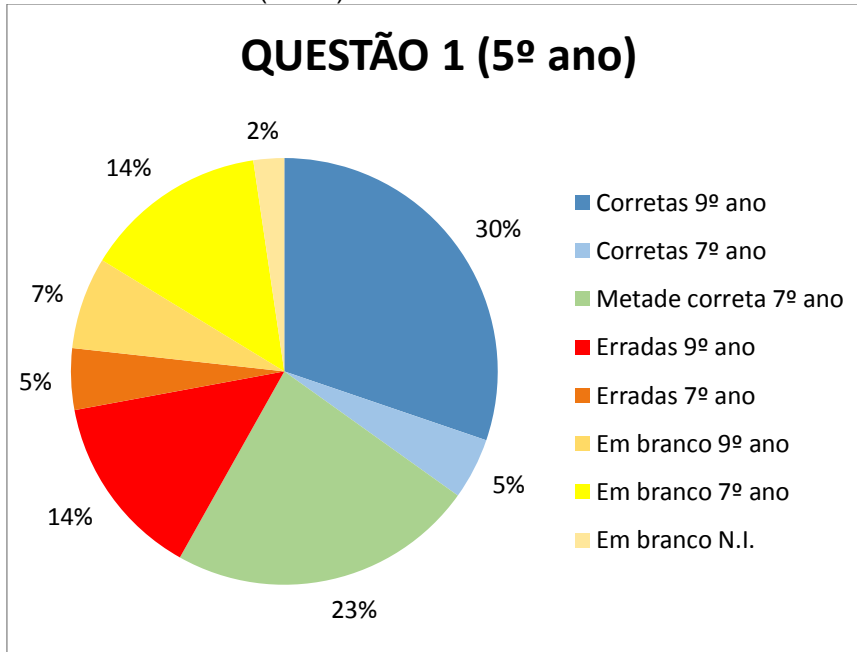
Na primeira questão referente ao conteúdo do 5º ano, foi solicitado aos alunos que pintassem quadrados com um tamanho específico. Nessa atividade havia um grau de dificuldade maior por envolver unidade de medidas, assim notou-se uma leve diminuição no número de acertos, além de uma parte dos alunos que respondeu metade do que se pedia não dando a devida atenção ao enunciado. Segue abaixo a tabulação dos resultados e as hipóteses criadas pelos alunos:

QUADRO 7 - QUESTÃO 1 (CONTEÚDO 5º ANO)

	7º ano	9º ano	N.I.	Nº de chutes	Total
Acertos	2	13	0	3	15
Acertou metade	10	0	0	0	10
Erros	2	6	0	5	8
Em branco	6	3	1	-	10

Fonte: autor

Gráfico 6- Questão 1 (5ºano)



Fonte: O autor

FIGURA 22 – FOTOS QUESTÃO 1 (QUINTO ANO)

1- Sabendo que cada quadrado da malha quadriculada em 1 centímetro de lado, pinte um quadrado o qual ocupa uma área de 1 cm<sup>2</sup> de área. Em seguida pinte um quadrado que ocupe 4 cm<sup>2</sup>:

(X) Eu tenho certeza da resposta. ( ) Acho que está certa. ( ) Não sei, chutei.

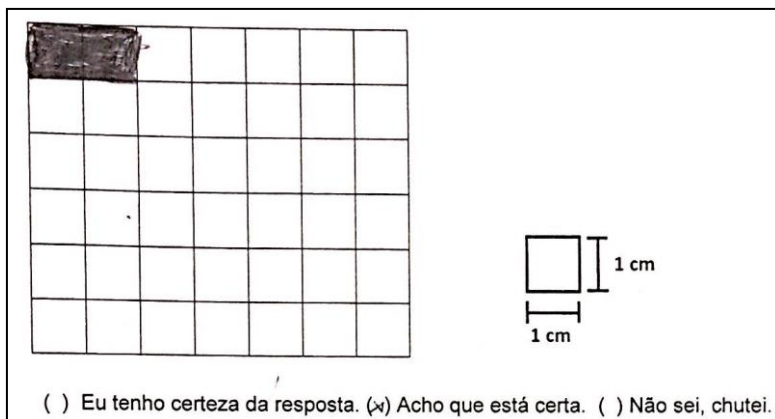
( ) Eu tenho certeza da resposta.  Acho que está certa. ( ) Não sei, chutei.

( ) Eu tenho certeza da resposta. ( ) Acho que está certa.  Não sei, chutei.

OBS: Não entendi a pergunta.

( ) Eu tenho certeza da resposta.  Acho que está certa.  Não sei, chutei.

( ) Eu tenho certeza da resposta. ( ) Acho que está certa.  Não sei, chutei.



Fonte: O autor

Analisando as respostas acima, constatou-se que alguns estudantes criaram a ideia errônea de que uma fila inteira refere-se a um centímetro quadrado; outros entenderam que  $4 \text{ cm}^2$  referia-se a um quadrado cujo lado tem comprimento 4 cm. Outros ainda pensaram que a imagem do quadrado ao lado indicando as medidas da malha quadriculada afirmava que cada quadrado possuía  $2 \text{ cm}^2$  de área, portanto, que era necessário pintar apenas dois quadrados para ter área  $4 \text{ cm}^2$ .

Além dos problemas de hipóteses, houve também problemas com a leitura do enunciado o qual solicitava duas atividades: pintar um quadrado com medida de  $1 \text{ cm}^2$  e outro de  $4 \text{ cm}^2$ . Alguns realizaram somente uma das atividades, outros ainda não pintaram um quadrado e sim uma forma aleatória. Diante do analisado, verificou-se uma falha de aprendizado no conceito de unidade de medida de área, não tendo alguns alunos proximidade com os termos apresentados.

#### 4.2.2. QUESTÃO 2

Na segunda questão referente ao conteúdo do 5º ano, foi solicitado aos alunos que pintassem uma figura com medida de  $5 \text{ cm}^2$ . Ela tinha um enunciado mais simples que a anterior pelo fato de requerer apenas uma tarefa a ser cumprida e por não ter o rigor da figura ser em forma de quadrado.

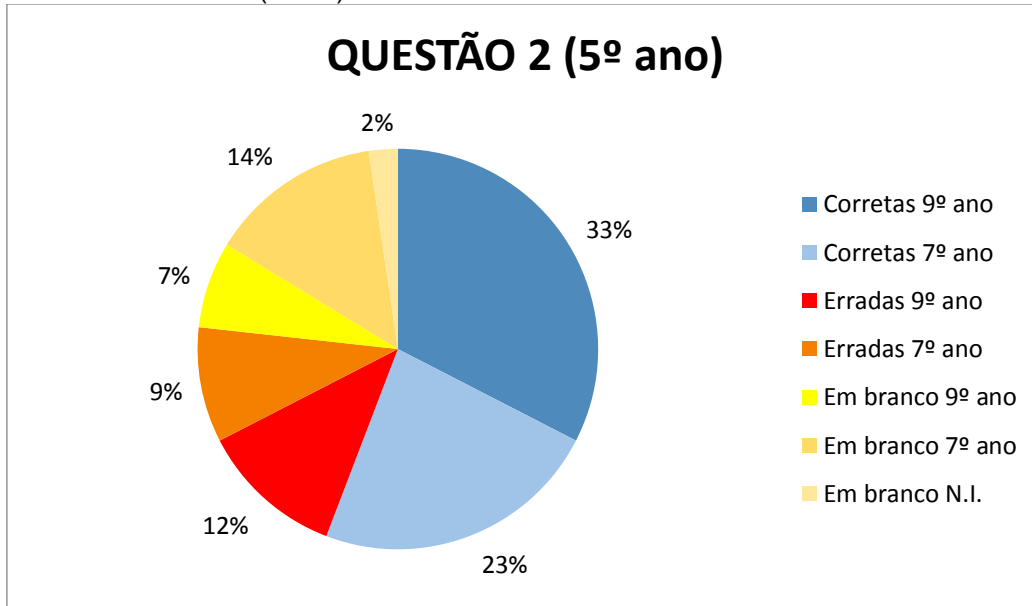
Todavia, ela abria um leque de novas hipóteses a serem criadas pelo fato do número de ímpar. Ela obteve um número de acertos parecidos com o anterior de 56%, mostrando, dessa forma, que quase a metade dos alunos não possui familiaridade com o conceito de  $\text{cm}^2$ ,  $\text{m}^2$ ,  $\text{mm}^2$  e etc. Segue abaixo a tabulação dos acertos os tipos de respostas encontradas:

QUADRO 8 - QUESTÃO 2 (CONTEÚDO 5º ANO)

	7º ano	9º ano	N.I.	Nº de chutes	Total
Acertos	10	14	0	6	24
Erros	4	5	0	4	9
Em branco	6	3	1	-	10

Fonte: autor

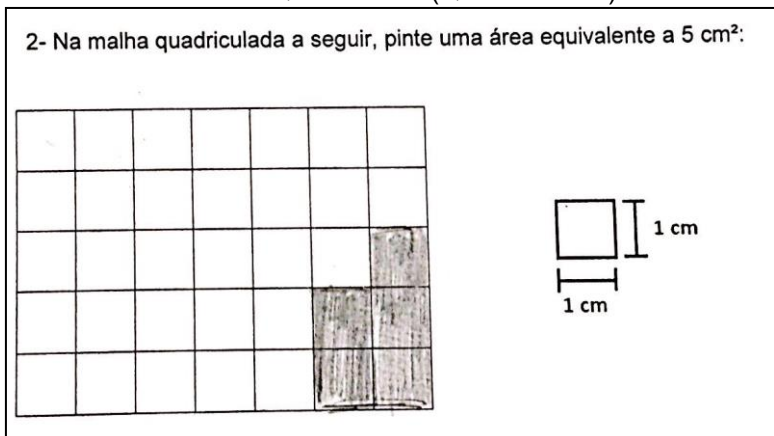
Gráfico 7- Questão 2 (5ºano)

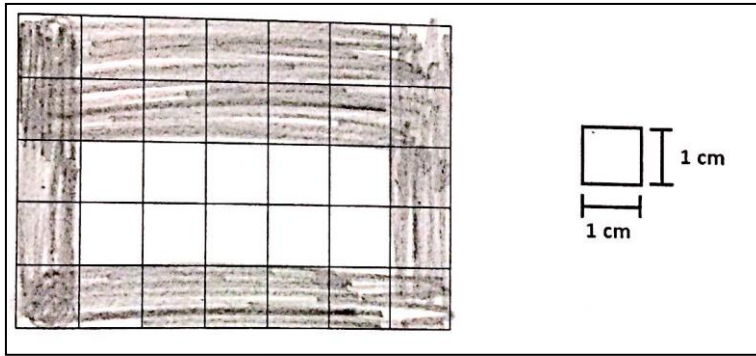


Fonte: O autor

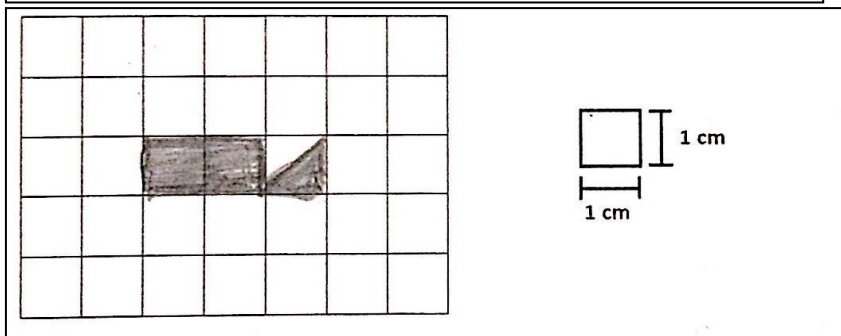
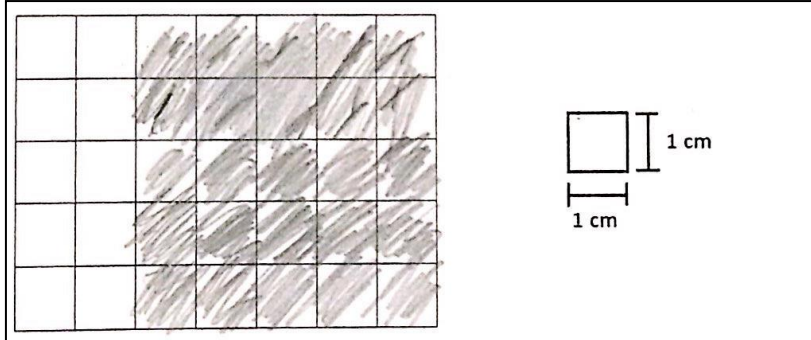
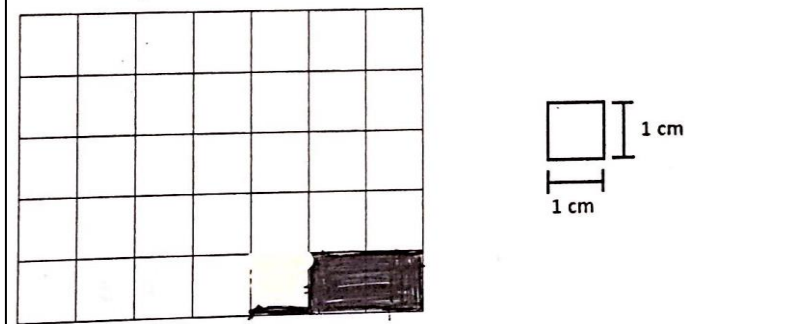
Seguindo os moldes da questão anterior, as hipóteses criadas foram as dos mais variados tipos, desde confusão com o conceito de perímetro até o desconhecimento de  $\text{cm}^2$ . Segue abaixo os tipos de respostas obtidas:

FIGURA 23 – FOTOS QUESTÃO 2 (QUINTO ANO)





2- Na malha quadriculada a seguir, pinte uma área equivalente a  $5 \text{ cm}^2$ :



Fonte: O autor

De acordo com as fotos percebe-se que as hipóteses criadas foram: que  $5 \text{ cm}^2$  refere-se a um quadrado cujo lado mede  $5 \text{ cm}$  de comprimento; que cada quadrado possuía  $2 \text{ cm}^2$  de área pelo fato do quadrado ao lado da malha quadriculada ter a descrição do comprimento e altura de  $1 \text{ cm}$ , que somando encontrava-se  $2 \text{ cm}$ ; ou que cada fila da malha representava  $1 \text{ cm}^2$ , por isso, era necessário pintar 5 filas.



Demonstrando falhas no aprendizado de unidade de medida, não sabendo, quase metade dos alunos, o que é  $\text{cm}^2$  intuitivamente falando.

#### 4.2.3. QUESTÃO 3

Essa etapa do diagnóstico foi um “divisor de águas” na rentabilidade de acertos dos estudantes, pois a partir daqui não houve mais desenhos ilustrativos de auxílio e nem o conhecimento do cotidiano poderia muni-los de ferramentas que facilitassem na resolução. Era necessário ter os conceitos matemáticos devidamente apreendidos, por causa ao grau de dificuldade dos conteúdos solicitados.

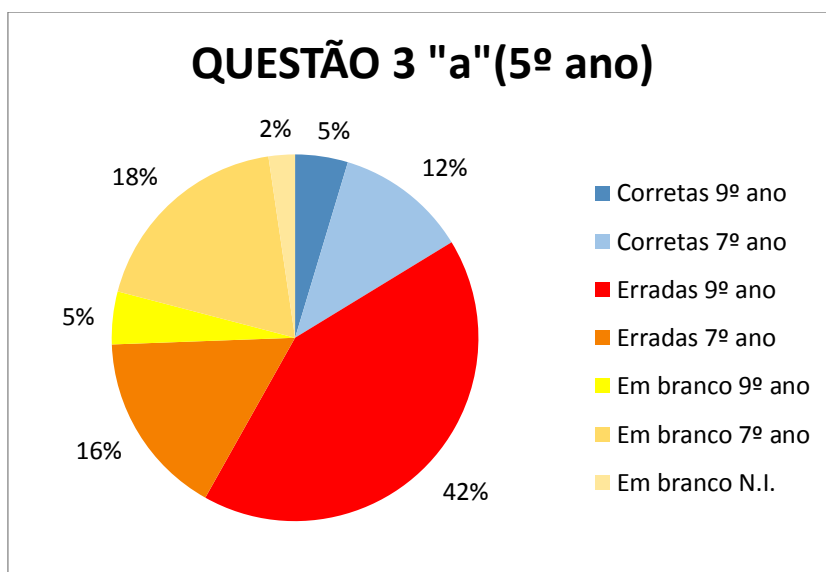
A questão 3 trata da transformação de unidade de medidas, tendo o aluno não só que conhecer as unidades de medidas com também a relação entre elas. Na análise dos resultados, verificou-se uma queda drástica no número de acertos, apenas 17% dos alunos acertaram a letra “a” e 5% acertaram a letra “b”, taxa muito abaixo das probabilidades de chute, inclusive, o qual era de 50%, pois o enunciado pedia apenas que respondessem quais dos números eram maiores. Segue a tabulação dos resultados para a letra a:

QUADRO 9 - QUESTÃO 3 (CONTEÚDO 5º ANO)

	7º ano	9º ano	N.I.	Nº de chutes	Total
Acertos	5	2	0	-	7
Erros	7	18	0	-	25
Em branco	8	2	1	-	11

Fonte: autor

Gráfico 8- Questão 3 “a” (5ºano)



Fonte: O autor

A seguir segue os tipos de respostas apresentadas pelos alunos, revelando algumas características importantes no resultado:

FIGURA 24 – FOTOS QUESTÃO 3 “A” (QUINTO ANO)

a) $11\text{cm}^2$ ou $1\text{dm}^2$ ? Resposta: <u>11CM<sup>2</sup></u>
a) $11\text{cm}^2$ ou $1\text{dm}^2$ ? Resposta: <u>11m<sup>2</sup></u>
a) $11\text{cm}^2$ ou $1\text{dm}^2$ ? Resposta: <u>11CM</u>
a) $11\text{cm}^2$ ou $1\text{dm}^2$ ? Resposta: <u>11c</u>
a) $11\text{cm}^2$ ou $1\text{dm}^2$ ? Resposta: <u>11m</u>
a) $11\text{cm}^2$ ou $1\text{dm}^2$ ? Resposta: <u>1dm<sup>2</sup></u>

Fonte: O autor

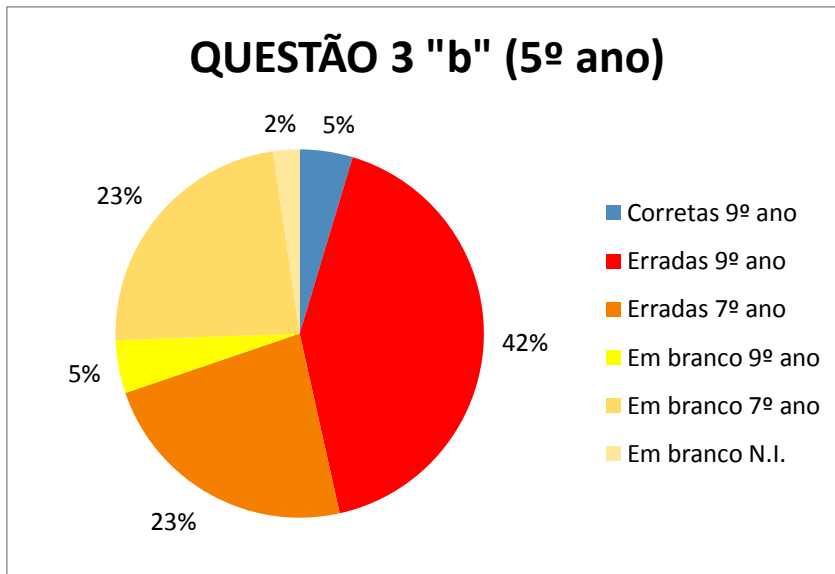
Para a letra A, destaca-se que muitos alunos não sabem diferenciar medidas de comprimento e de área, não se preocupando com a utilização da unidade correta. Além disso, vale destacar que de todo o questionário, foi a única questão em que o 7º ano obteve mais acertos que o 9º ano. Abaixo segue a tabulação da letra B da questão 3 e suas hipóteses:

QUADRO 10 - QUESTÃO 3 (CONTEÚDO 5º ANO)

	7º ano	9º ano	N.I.	Nº de chutes	Total
Acertos	0	2	0	-	2
Erros	10	18	0	-	28
Em branco	10	2	1	-	13

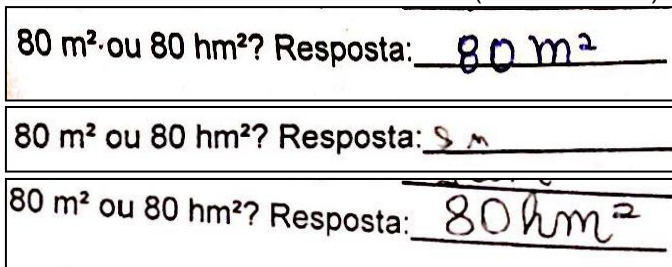
Fonte: autor

Gráfico 9- Questão 3 "b" (5ºano)



Fonte: O autor

FIGURA 25 – FOTOS QUESTÃO 3 "B" (QUINTO ANO)



Fonte: O autor

Assim, a partir das respostas da letra "a" e "b", nota-se o claro desconhecimento de alguns alunos da necessidade da unidade de medida e da diferença entre unidades de comprimento e área, não fazendo distinção entre cm e cm<sup>2</sup>, ou hm e hm<sup>2</sup>. Pela letra "b" também se constatou o não conhecimento da unidade hectômetro quadrado, o que leva a pensar que não conhecem também a escala de transformação de medidas usual.

#### 4.2.4 QUESTÃO 4

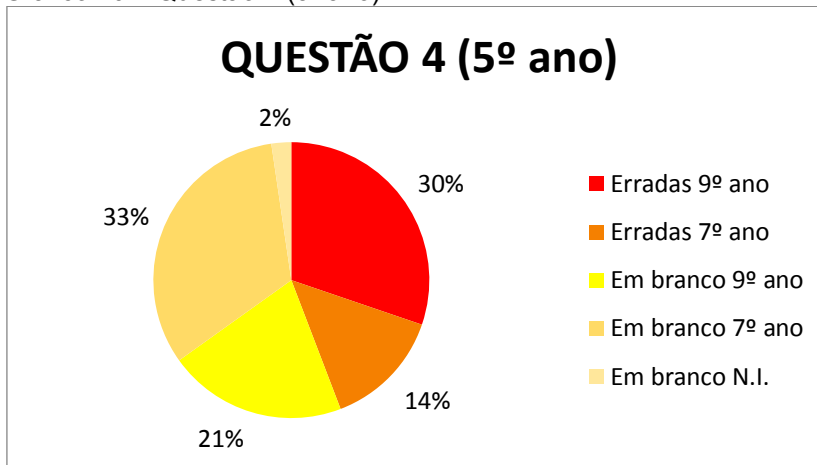
A questão 4 tratou da operação matemática soma utilizando unidade de medidas de área. Para responder essa questão era necessário conhecer a operação solicitada e a transformação de unidades de medidas. Essa questão não possuía alternativas de escolha, não tendo o aluno como chegar a resposta correta sem o devido cálculo. Segue os resultados:

QUADRO 11 - QUESTÃO 4 (CONTEÚDO 5º ANO)

	7º ano	9º ano	N.I.	Nº de chutes	Total
Acertos	0	0	0	0	0
Erros	6	13	0	8	19
Em branco	14	9	1	-	24

Fonte: o autor

Gráfico 10 – Questão 4 (5º ano)



Fonte: autor

A partir da análise dos gráficos, verificou-se que não houve acertos e um alto número de alunos que deixaram em branco, 56%, demonstrando um lapso da instituição no ensino do conteúdo, pois do contrário, pelo menos um estudante conheceria o método de transformação de unidade de medidas. Segue abaixo os tipos de respostas visualizadas:

FIGURA 26 – FOTOS QUESTÃO 4 (QUINTO ANO)

4- Se eu tenho um sítio com 3000 m<sup>2</sup> de área e compro mais uma terra de 1 hm<sup>2</sup> de área, quanto de área, em metros quadrados, eu terei no total? Mostre como você chegou na sua resposta.

Resposta: não tem como chegar no resultado exato

( ) Eu tenho certeza da resposta. (X) Acho que está certa. ( ) Não sei, chutei.

3000 m<sup>2</sup>

Resposta: 3000 m<sup>2</sup> 33,9

Eu tenho certeza da resposta.  Acho que está certa.  Não sei, chutei.

4- Se eu tenho um sítio com 3000 m<sup>2</sup> de área e compro mais uma terra de 1 hm<sup>2</sup> de área, quanto de área, em metros quadrados, eu terei no total? Mostre como você chegou na sua resposta.

$$\begin{array}{r} 3000 \\ + 10 \\ \hline 3010 \end{array}$$

Resposta: 3010

Eu tenho certeza da resposta.  Acho que está certa.  Não sei, chutei.

Resposta: Não sei nem o que é hm<sup>2</sup>

Eu tenho certeza da resposta.  Acho que está certa.  Não sei, chutei.

$$\begin{array}{r} 3000 \\ 0001 \\ \hline 3001 \text{ m}^2 \end{array}$$

Resposta: 3001 m<sup>2</sup>

Eu tenho certeza da resposta.  Acho que está certa.  Não sei, chutei.

Resposta: 3001

Eu tenho certeza da resposta.  Acho que está certa.  Não sei, chutei.

Fonte: autor

Pela análise das hipóteses, verificou-se apenas em alguns casos o conhecimento da operação soma, e o entendimento da medida 3000 m<sup>2</sup>. Porém não

houve resolução que indicasse transformação de unidade de medidas correta, em contrapartida um aluno apenas tentou realizar a transformação de  $\text{hm}^2$  para  $\text{m}^2$ , apresentando  $1\text{hm}^2$  como  $10\text{m}^2$ .

### 4.3. Questões referentes ao conteúdo do sexto ano (6º ANO) do ensino fundamental

#### 4.3.1. QUESTÃO 1

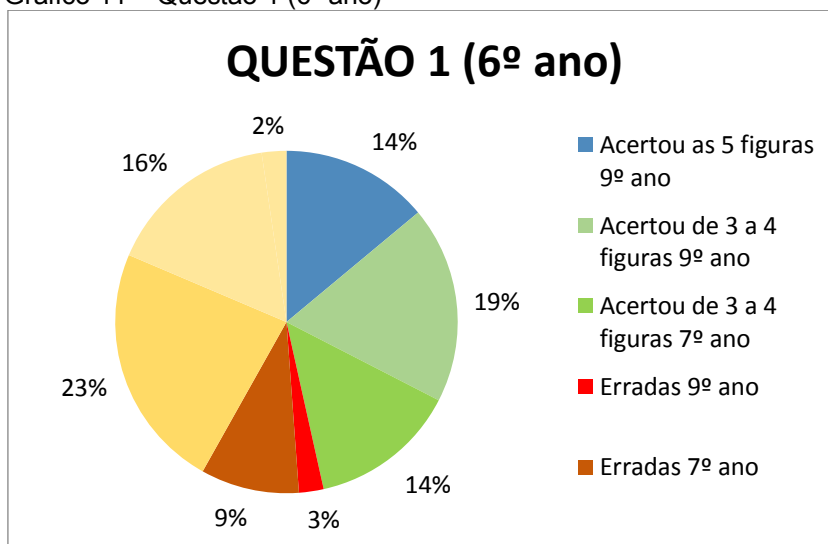
A primeira questão referente ao conteúdo do sexto ano solicitou o básico do conteúdo a ele designado que é conhecer as figuras geométricas mais utilizadas e conhecidas no âmbito escolar: retângulo, paralelogramo, losango, triângulo e trapézio. Segue a tabulação dos resultados:

QUADRO 12 - QUESTÃO 1 (CONTEÚDO 6º ANO)

	7º ano	9º ano	N.I.	Total
Acertou as 5 figuras	0	6	0	6
Acertou de 3 a 4 figuras	6	8	0	14
Erros	4	1	0	5
Em branco	10	7	1	18

Fonte: o autor

Gráfico 11 – Questão 1 (6º ano)

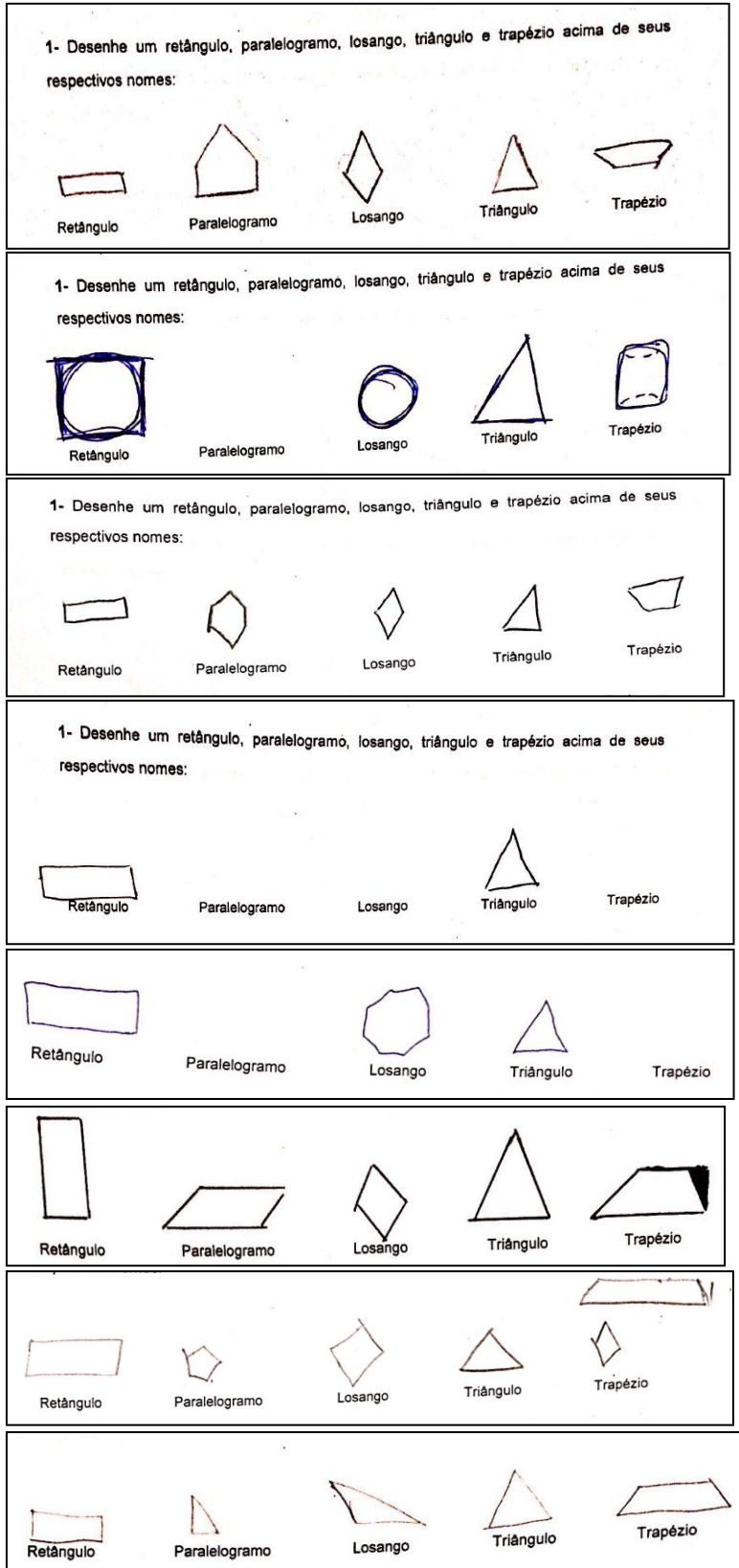


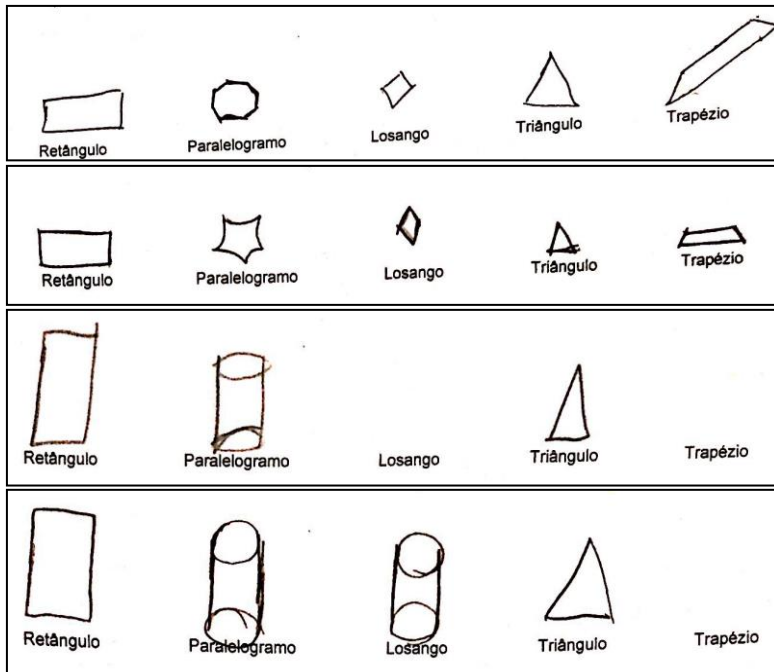
Fonte: autor

A partir da análise dos dados, verificou-se que o número de acertos voltou a subir, demonstrando que o conhecimento de figuras geométricas foi mais apreendido pelos alunos do que o assunto unidades de medidas. Em contrapartida, viu-se que somente 6 alunos, todos do 9º ano, conseguiram desenhar as 5 figuras,

revelando assim, que o conhecimento sobre assunto existe, mas é raso. Segue abaixo as hipóteses criadas pelos alunos:

FIGURA 27 – FOTOS QUESTÃO 1 (SEXTO ANO)





Fonte: autor

A partir da análise das respostas, constatou-se que as figuras mais conhecidas pelos alunos se tratam do retângulo e triângulo. Já o losango e trapézio tiveram um nível intermediário de acertos, enquanto que o paralelogramo foi a figura geométrica mais desconhecida, tendo muito alunos confundindo-a com o pentágono, hexágono e até octógono. Alguns estudantes também confundiram polígonos com poliedros, desenhando cilindros em suas respostas.

#### 4.3.2. QUESTÃO 2

A segunda questão tem o viés de investigar se elementos utilizados no cálculo de área são conhecidos pelos alunos, nesse caso, foi solicitado o conceito de paralelismo e perpendicularismo. Abaixo tem-se a tabulação dos resultados:

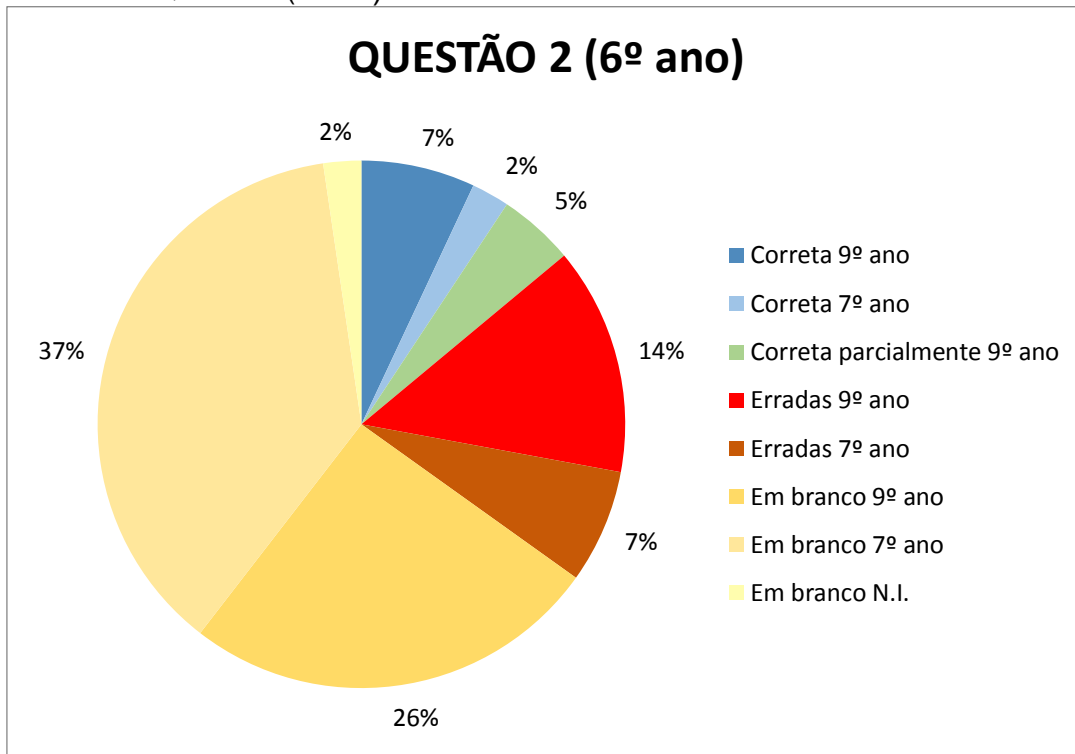
QUADRO 13 - QUESTÃO 2 (CONTEÚDO 6º ANO)

	7º ano	9º ano	N.I.	Total
Acertos	1	3	2	4
Acertou parcialmente	0	2	0	2
Erros	3	6	2	9
Em branco	10	7	-	17

Fonte: o autor



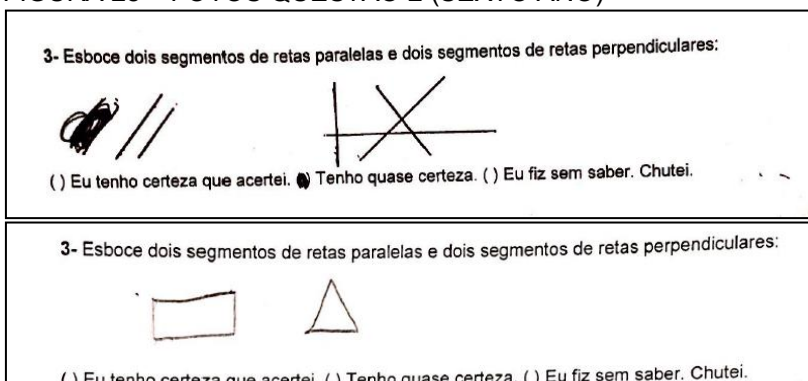
Gráfico 12 – Questão 2 (6º ano)




Fonte: autor

Pela análise do gráfico, constatou-se um baixo grau de acertos, demonstrando que a maioria dos alunos não tem em sua biblioteca mental o conceito de perpendicularismo e paralelismo com exceção de alguns poucos. Esse resultado compromete o entendimento do conceito altura e base, necessário para o conteúdo de cálculo de área. A seguir, têm-se os tipos de respostas dos alunos. Vale destacar que apesar das fotos estarem com a numeração 3, ela se refere à questão 2, foi apenas um erro de digitação.

FIGURA 28 – FOTOS QUESTÃO 2 (SEXTO ANO)

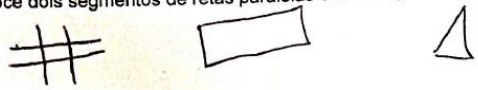


3- Esboce dois segmentos de retas paralelas e dois segmentos de retas perpendiculares:




Eu tenho certeza que acertei.  Tenho quase certeza.  Eu fiz sem saber. Chutei.

3- Esboce dois segmentos de retas paralelas e dois segmentos de retas perpendiculares:



Eu tenho certeza que acertei.  Tenho quase certeza.  Eu fiz sem saber. Chutei.

3- Esboce dois segmentos de retas paralelas e dois segmentos de retas perpendiculares:



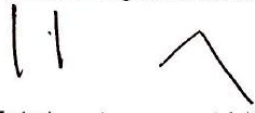
Eu tenho certeza que acertei.  Tenho quase certeza.  Eu fiz sem saber. Chutei.

3- Esboce dois segmentos de retas paralelas e dois segmentos de retas perpendiculares:

retângulo; losango


Eu tenho certeza que acertei.  Tenho quase certeza.  Eu fiz sem saber. Chutei.

3- Esboce dois segmentos de retas paralelas e dois segmentos de retas perpendiculares:




Eu tenho certeza que acertei.  Tenho quase certeza.  Eu fiz sem saber. Chutei.

3- Esboce dois segmentos de retas paralelas e dois segmentos de retas perpendiculares:




Eu tenho certeza que acertei.  Tenho quase certeza.  Eu fiz sem saber. Chutei.

3- Esboce dois segmentos de retas paralelas e dois segmentos de retas perpendiculares:



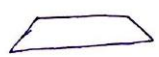
Eu tenho certeza que acertei.  Tenho quase certeza.  Eu fiz sem saber. Chutei.

3- Esboce dois segmentos de retas paralelas e dois segmentos de retas perpendiculares:



Eu tenho certeza que acertei.  Tenho quase certeza.  Eu fiz sem saber. Chutei.

3- Esboce dois segmentos de retas paralelas e dois segmentos de retas perpendiculares:



3- Esboce dois segmentos de retas paralelas e dois segmentos de retas perpendiculares:

retângulo e trapézio

Diante das respostas dos alunos, constatou-se que várias hipóteses muito distantes do solicitado. Também foram observadas as respostas confusas em que mostravam retas perpendiculares, mas não se sabe ao certo se o aluno realmente conhece o conceito da palavra ou estava tentando desenhar outra coisa.

#### 4.3.3. QUESTÃO 3

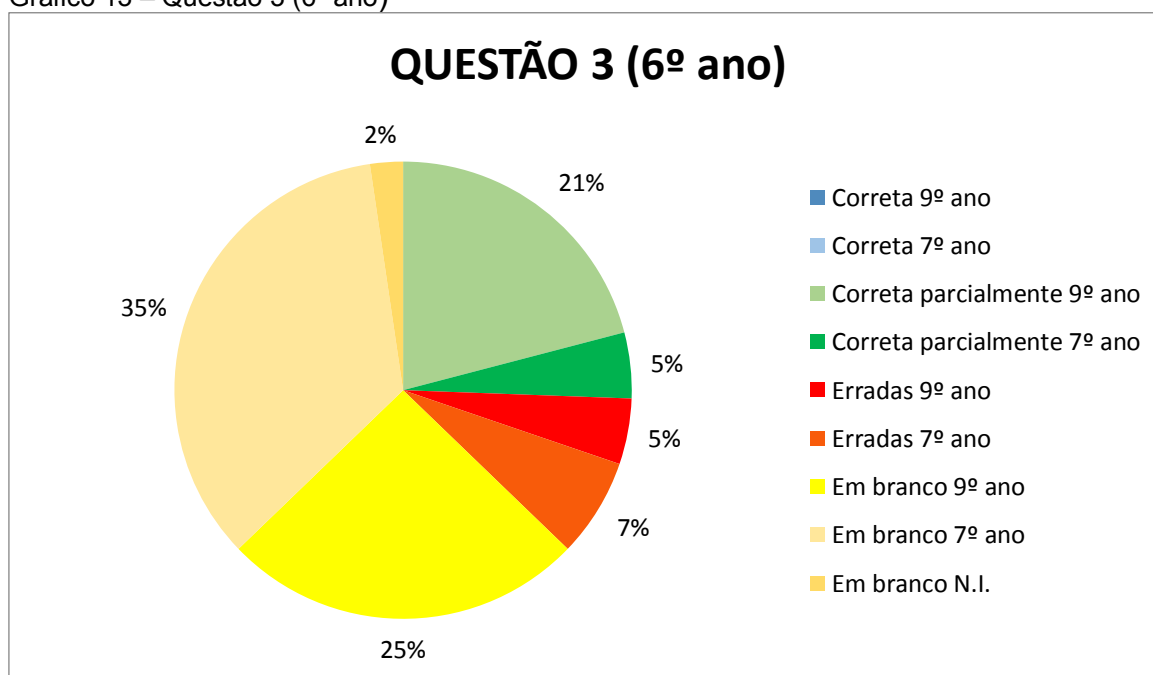
A questão 3 referente ao conteúdo do 6º ano é um aprofundamento da primeira atividade, pois solicita que sejam descritas as características de cada figura geométrica, podendo assim analisar a profundidade de conhecimento sobre o assunto. Abaixo, têm-se os resultados:

QUADRO 14 - QUESTÃO 3 (CONTEÚDO 6º ANO)

	7º ano	9º ano	N.I.	Nº de chutes	Total
Acertos	0	0	0	-	0
Acertou parcialmente	2	9	0	2	11
Erros	3	2	0	3	5
Em branco	10	7	1	-	17

Fonte: o autor

Gráfico 13 – Questão 3 (6º ano)



Fonte: O autor

Como se vê no gráfico, não houve alunos que conheciam as características das cinco figuras geométricas solicitadas. Alguns estudantes, cerca de 26%, responderam de forma aceitável as características de 3 ou 4 figuras, assim, contata-se um baixo conhecimento sobre o assunto. Segue abaixo as hipóteses criadas:

FIGURA 29 – FOTOS QUESTÃO 3 (SEXTO ANO)

4- Quais as características gerais do:

a) Retângulo? 3 lados

b) Paralelogramo? 5 lados

c) Losango? 3/4 de um quadrado

d) Triângulo? 3 lados 33 B VAT

( ) Eu tenho certeza que acertei. (X) Tenho quase certeza. ( ) Eu fiz sem saber. Chutei.

4- Quais as características gerais do:

a) Retângulo? 8 quadrados

b) Paralelogramo? \_\_\_\_\_

c) Losango? \_\_\_\_\_

d) Triângulo? um 3 pontas

( ) Eu tenho certeza que acertei. ( ) Tenho quase certeza. ( ) Eu fiz sem saber. Chutei.

4- Quais as características gerais do:

a) Retângulo? 4 lados

b) Paralelogramo? 4 lados

c) Losango? 4 lados

d) Triângulo? 3 lados

(X) Eu tenho certeza que acertei. ( ) Tenho quase certeza. ( ) Eu fiz sem saber. Chutei.

4- Quais as características gerais do:

a) Retângulo? 4 ângulos congruentes

b) Paralelogramo? 4 ângulos congruente

c) Losango? 4 lados perpendiclar

d) Triângulo? 3 ângulos congruente

( ) Eu tenho certeza que acertei. ( ) Tenho quase certeza. ( ) Eu fiz sem saber. Chutei.

4- Quais as características gerais do:

a) Retângulo? 4 ângulos de noventa grau

b) Paralelogramo? 2 ângulos diferentes

c) Losango? 4 ângulos iguais

d) Triângulo? metade de um losango

( ) Eu tenho certeza que acertei. (X) Tenho quase certeza. ( ) Eu fiz sem saber. Chutei.

4- Quais as características gerais do:

a) Retângulo? 4 ângulos retos

b) Paralelogramo? 4 ângulos diferentes

c) Losango? 4 ângulos iguais

d) Triângulo? Metade do losango

( ) Eu tenho certeza que acertei. (X) Tenho quase certeza. ( ) Eu fiz sem saber. Chutei.

4- Quais as características gerais do:

a) Retângulo? é paralelogramo

b) Paralelogramo? lados opostos são congruentes

c) Losango? Cada lado tem outro lado oposto de forma paralela

d) Triângulo? Formado por 3 lados e 3 ângulos

( ) Eu tenho certeza que acertei. ( ) Tenho quase certeza. ( ) Eu fiz sem saber. Chutei.

4- Quais as características gerais do:

a) Retângulo? é paralelogramo = 360°

b) Paralelogramo? lados opostos são congruentes

c) Losango? Cada lado tem outro lado oposto de forma paralela

d) Triângulo? Formado por 3 lados e 3 ângulos internos

( ) Eu tenho certeza que acertei. (X) Tenho quase certeza. ( ) Eu fiz sem saber. Chutei.

4- Quais as características gerais do:

a) Retângulo? Comprido

b) Paralelogramo? \_\_\_\_\_

c) Losango? \_\_\_\_\_

d) Triângulo? \_\_\_\_\_

( ) Eu tenho certeza que acertei. ( ) Tenho quase certeza. (x) Eu fiz sem saber. Chutei.

4- Quais as características gerais do:

a) Retângulo? é paralelogramo, = 360°

b) Paralelogramo? dois lados opostos, não consecuentes

c) Losango? cada lado tem outro disposto de forma paralela

d) Triângulo? formado por 3 lados e 3 ângulos

( ) Eu tenho certeza que acertei. (x) Tenho quase certeza. ( ) Eu fiz sem saber. Chutei.

4- Quais as características gerais do:

a) Retângulo? dois lados pequenos e dois lados mais extensos.

b) Paralelogramo? 5 lados com a mesma extensão.

c) Losango? 4 lados do mesmo tamanho

d) Triângulo? 3 lados do mesmo tamanho

(x) Eu tenho certeza que acertei. ( ) Tenho quase certeza. ( ) Eu fiz sem saber. Chutei.

Fonte: autor

Diante das respostas constata-se que, igualmente a primeira questão, o retângulo e o triângulo foram as figuras de maior conhecimento pelos estudantes. Por outro lado, não é claro na mente dos alunos as diferenças entre os tipos de quadriláteros, não sabendo suas semelhanças e diferenças. Verificou-se também que o paralelogramo foi confundido com o pentágono e a falta de rigor matemático nas respostas.

#### 4.3.4. QUESTÃO 4

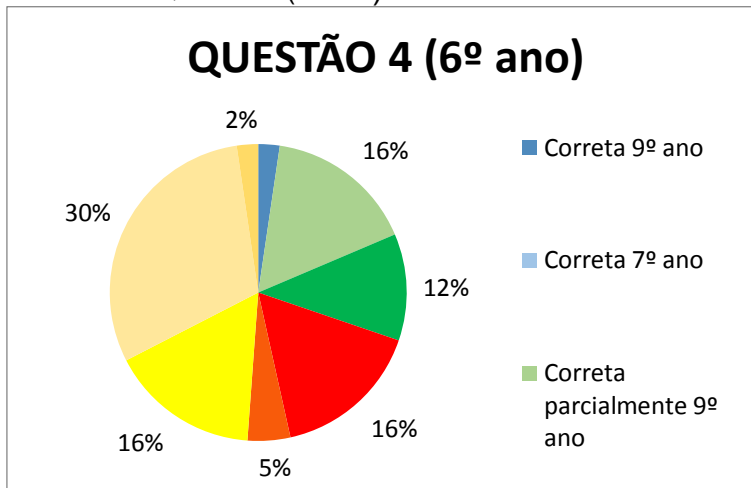
A última questão referente ao conteúdo do 7º ano também se referia a conceito de retas perpendiculares, tendo os alunos que desenhá-las em planos inclinados em relação à folha. A seguir, tem-se a tabulação dos resultados:

QUADRO 15 - QUESTÃO 4 (CONTEÚDO 6º ANO)

	7º ano	9º ano	N.I.	Nº de chutes	Total
Acertos	0	1	0	0	1
Acertou parcialmente	5	7	0	5	12
Erros	2	7	0	0	9
Em branco	13	7	1	-	21

Fonte: o autor

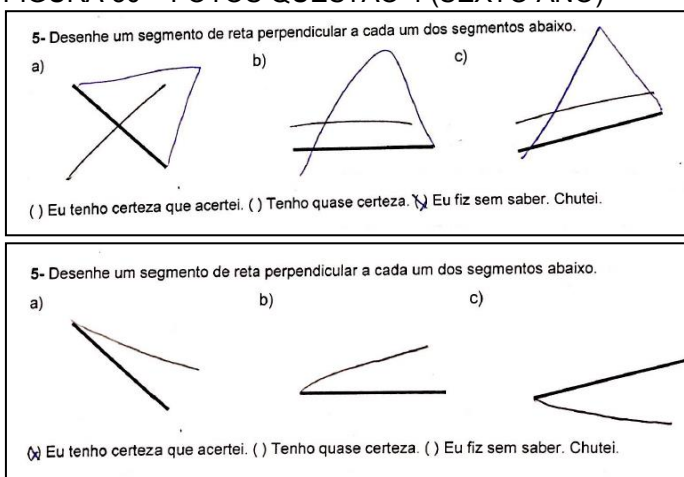
Gráfico 14 – Questão 4 (6º ano)



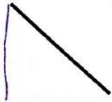


Fonte: O autor

Diante da análise do gráfico, constata-se que uma grande maioria dos alunos não possui familiaridade com o termo, deixando a atividade em branco ou respondendo de forma aleatória. Somente um aluno dos 43 conseguiu desenhar as três perpendiculares corretamente o que prejudica o trabalho dos docentes que são cobrados a ensinar conteúdos cada vez mais específicos que requerem cada vez mais um arcabouço conceitual maior, porém ele não existe. A seguir, têm-se as hipóteses criadas. Vale destacar que as fotos possuem a numeração 5, porém foi um erro de digitação, essa é realmente a questão 4.

FIGURA 30 – FOTOS QUESTÃO 4 (SEXTO ANO)


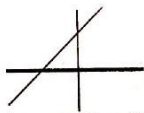
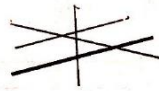


5- Desenhe um segmento de reta perpendicular a cada um dos segmentos abaixo.

a)  b)  c) 




( ) Eu tenho certeza que acertei. ( ) Tenho quase certeza.  Eu fiz sem saber. Chutei.

5- Desenhe um segmento de reta perpendicular a cada um dos segmentos abaixo.

a)  b)  c) 

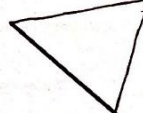
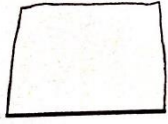

( ) Eu tenho certeza que acertei.  Tenho quase certeza. ( ) Eu fiz sem saber. Chutei.

5- Desenhe um segmento de reta perpendicular a cada um dos segmentos abaixo.

a)  b)  c) 

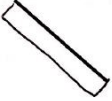


( ) Eu tenho certeza que acertei.  Tenho quase certeza. ( ) Eu fiz sem saber. Chutei.

5- Desenhe um segmento de reta perpendicular a cada um dos segmentos abaixo.

a)  b)  c) 




( ) Eu tenho certeza que acertei.  Tenho quase certeza. ( ) Eu fiz sem saber. Chutei.

5- Desenhe um segmento de reta perpendicular a cada um dos segmentos abaixo.

a)  b)  c) 




( ) Eu tenho certeza que acertei.  Tenho quase certeza. ( ) Eu fiz sem saber. Chutei.

5- Desenhe um segmento de reta perpendicular a cada um dos segmentos abaixo.

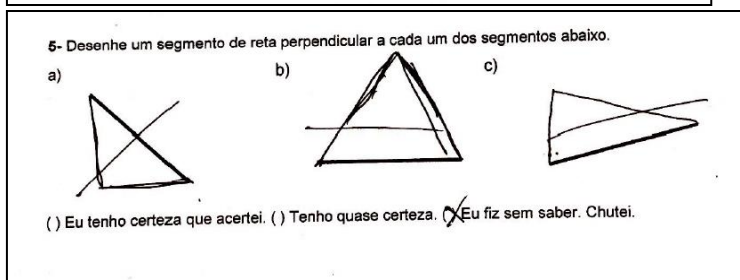
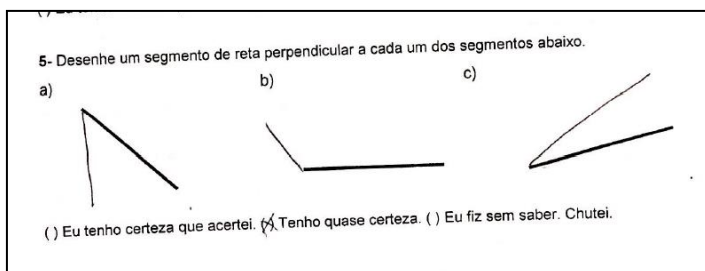
a)  b)  c) 

( ) Eu tenho certeza que acertei.  Tenho quase certeza. ( ) Eu fiz sem saber. Chutei.

5- Desenhe um segmento de reta perpendicular a cada um dos segmentos abaixo.

a)  b)  c) 

( ) Eu tenho certeza que acertei.  Tenho quase certeza. ( ) Eu fiz sem saber. Chutei.



Fonte: autor

A partir das imagens, constatou-se que em alguns casos foram desenhadas retas paralelas ao invés de perpendiculares, outros fizeram retas perpendiculares à folha de papel e não à reta dada, ainda obteve-se desenho de figuras geométricas, retas com um ângulo qualquer e não de  $90^\circ$  e alunos que desenharam mais de uma reta dificultando o entendimento do raciocínio realizado. Com isso, verifica-se que este conhecimento foi ensinado em algum momento, todavia não foi bem apreendido pela maioria dos alunos.

#### 4.4. Questões referentes ao conteúdo do sétimo ano (7º ANO) do ensino fundamental

##### 4.4.1. QUESTÃO 1

Nessa etapa do questionário, iniciaram-se os conteúdos específicos de cálculo de área de figuras geométricas. Como um dos principais conceitos existentes em fórmulas de área para ensino fundamental menciona base e altura, foi necessário investigar se os alunos possuíam esses conceitos bem apreendidos.

Desta maneira, a primeira questão solicitava aos alunos que indicasse com uma seta uma base de cada figura e desenhasse sua altura correspondente, segue abaixo a tabulação dos resultados encontrados:

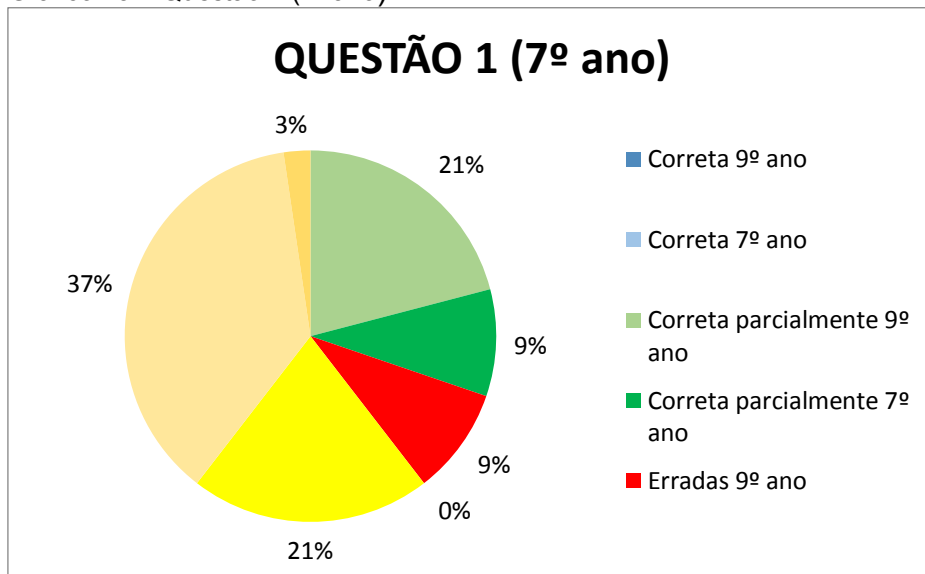


QUADRO 16 - QUESTÃO 1 (CONTEÚDO 7º ANO)

	7º ano	9º ano	N.I.	Nº de chutes	Total
Acertos	0	0	0	0	0
Acertou parcialmente	4	9	0	0	13
Erros	0	4	0	3	4
Em branco	16	9	1	-	26

Fonte: o autor

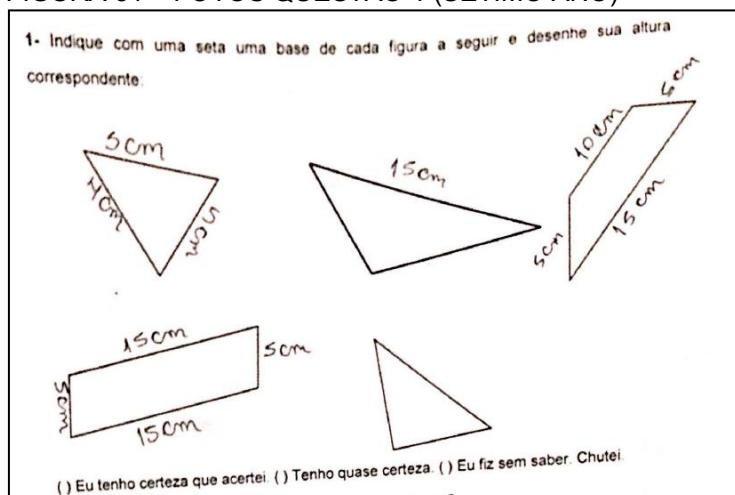
Gráfico 15 – Questão 1 (7º ano)



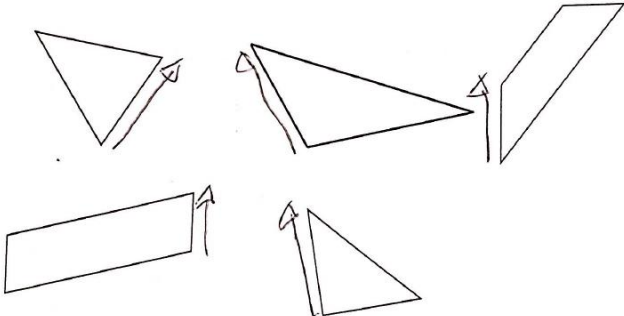
Fonte: O autor

Como pode se observar, nenhum aluno conseguiu indicar a base e desenhar a altura corretamente, demonstrando desta maneira que muitos professores utilizam termos simples em sala de aula pensando que é de conhecimento dos alunos, porém não é a verdade, dificultando o aprendizado. Pode-se notar uma grande quantidade de respostas em branco, revelando o desconhecimento dos termos. Segue abaixo as hipóteses criadas pela minoria que respondeu.

FIGURA 31 – FOTOS QUESTÃO 1 (SÉTIMO ANO)

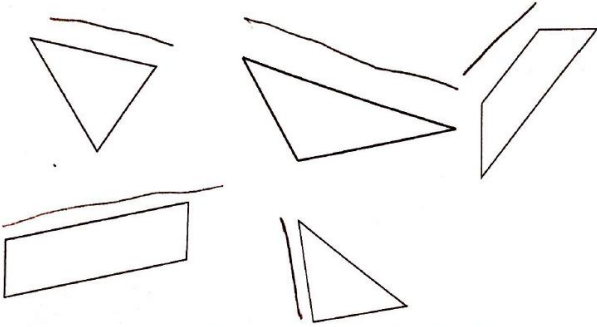


1- Indique com uma seta uma base de cada figura a seguir e desenhe sua altura correspondente:



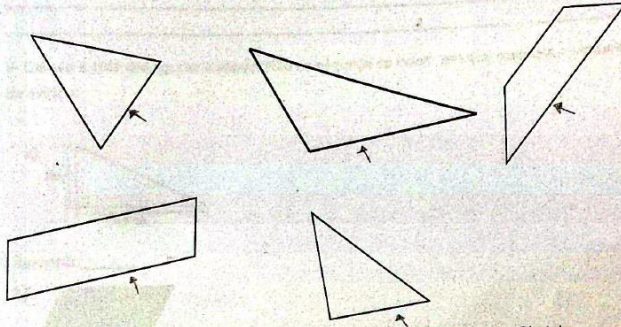
Eu tenho certeza que acertei.  Tenho quase certeza.  Eu fiz sem saber. Chutei.

1- Indique com uma seta uma base de cada figura a seguir e desenhe sua altura correspondente:



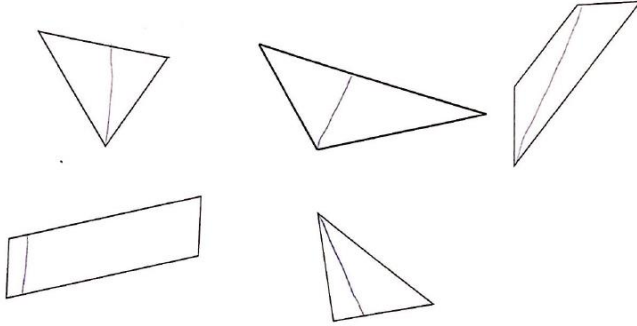
Eu tenho certeza que acertei.  Tenho quase certeza.  Eu fiz sem saber. Chutei.

1- Indique com uma seta uma base de cada figura a seguir e desenhe sua altura correspondente:



Eu tenho certeza que acertei.  Tenho quase certeza.  Eu fiz sem saber. Chutei.

1- Indique com uma seta uma base de cada figura a seguir e desenhe sua altura correspondente:



Eu tenho certeza que acertei.  Tenho quase certeza.  Eu fiz sem saber. Chutei.

Diante das respostas, verificou-se que alguns alunos entenderam como uma base da figura, um comprimento qualquer dado, outros tentaram desenhar a altura, porém erroneamente, mostrando que não sabe que altura se relaciona com uma reta perpendicular que vai do topo à base, alguns estudantes não utilizaram a seta para indicar, fazendo somente um traço para responder o solicitado, demonstrando desatenção na leitura do enunciado.

#### 4.4.2. QUESTÃO 2

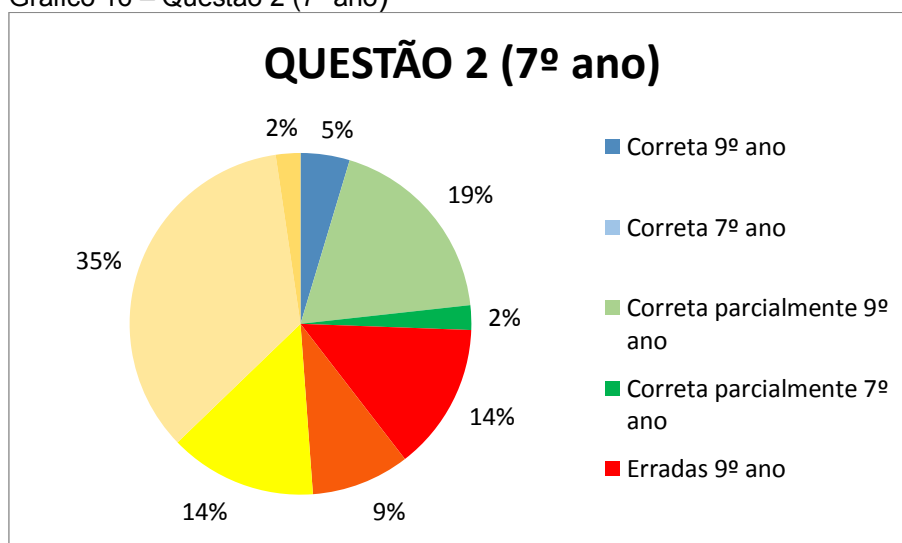
Ainda no assunto referente aos conceitos de base e altura, na questão dois foi solicitado aos alunos que escrevem quantas bases e quantas alturas possui um triângulo. A mesma é uma questão bem simples para aqueles que sabem corretamente o significado de cada palavra. Segue abaixo a tabulação dos resultados encontrados

QUADRO 17 - QUESTÃO 2 (CONTEÚDO 7º ANO)

	7º ano	9º ano	N.I.	Nº de chutes	Total
Acertos	0	2	0	1	2
Acertou parcialmente	1	8	0	3	9
Erros	4	6	0	2	10
Em branco	15	6	1	-	22

Fonte: o autor

Gráfico 16 – Questão 2 (7º ano)



Fonte: O autor

Diante do gráfico, verifica-se que mesmo sendo uma questão simples, somente 2 alunos, 5%, conseguiu responder as duas quantidades corretamente, tendo 21% respondido somente em uma delas. Assim, constata-se que os termos utilizados com mais freqüência no ensino de áreas, provavelmente, que é a base e a altura, são pouco familiares para os alunos, não tendo a completa compreensão do que se trata. A seguir tem-se as hipóteses construídas:

QUADRO 18 - QUESTÃO 2 (CONTEÚDO 7º ANO)

RESPOSTAS
“3 e 3”
“Inúmeras bases. Inúmeros tamanhos”
“3 bases e 2 alturas”
“2 bases e 1 altura”
“2 bases e altura”
“1 base e 2 alturas”
“3 bases”
“Uma base e duas de altura”

Fonte: autor

A partir da análise feita, verifica-se que alguns alunos pensam que o conceito de base está relacionado com a posição da figura em relação ao “chão” ou à parte de baixo da folha de papel, não conhecendo que base independe da orientação do polígono em relação ao local onde se encontra. Por este motivo, pode ter aparecido a resposta 1 ou 2 base(s).

Da mesma forma, alguns criaram a hipótese de que altura está relacionada com a orientação da figura em relação ao local em que se encontra. Teve ainda um aluno que esqueceu de responder a quantidade de altura demonstrando desatenção na realização da atividade.

#### 4.4.3. QUESTÃO 3

A questão 3 referente ao conteúdo do 7º ano solicitava aos alunos que descrevessem como calculavam a área do retângulo (letra a), do paralelogramo (letra b), do losango (letra c) e do triângulo (letra d). Segue abaixo a tabulação dos resultados:

QUADRO 19 - QUESTÃO 3 "A" (CONTEÚDO 7º ANO)

Letra "a" – Retângulo	7º ano	9º ano	N.I.	Total
Acertos	0	1	0	1
Erros	0	9	0	9
Em branco	20	12	1	33

Fonte: o autor

QUADRO 20 - QUESTÃO 3 "B" (CONTEÚDO 7º ANO)

Letra "b" - Paralelogramo	7º ano	9º ano	N.I.	Total
Acertos	0	0	0	0
Erros	0	10	0	10
Em branco	20	12	1	33

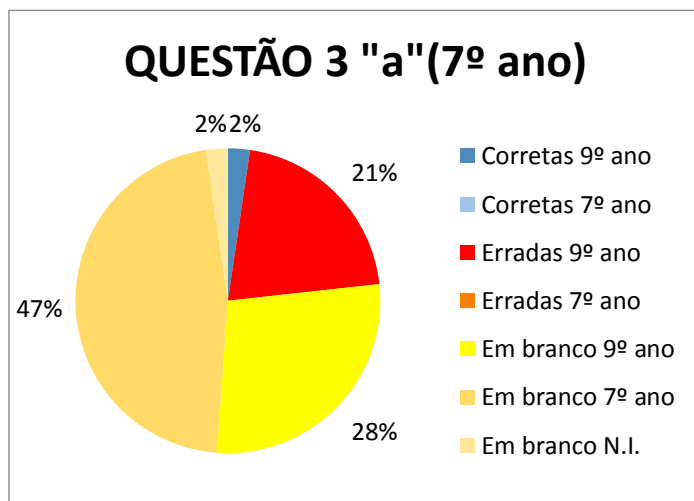
Fonte: o autor

QUADRO 21 - QUESTÃO 3 "C/D" (CONTEÚDO 7º ANO)

Letra "C" "D" Losango e Triângulo	7º ano	9º ano	N.I.	Total
Acertos	0	0	0	0
Erros	0	9	0	9
Em branco	20	13	1	33

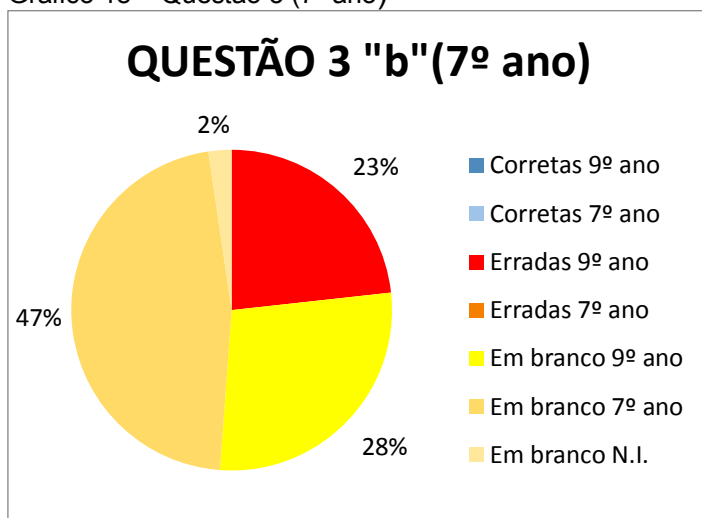
Fonte: o autor

Gráfico 17 – Questão 3 (7º ano)



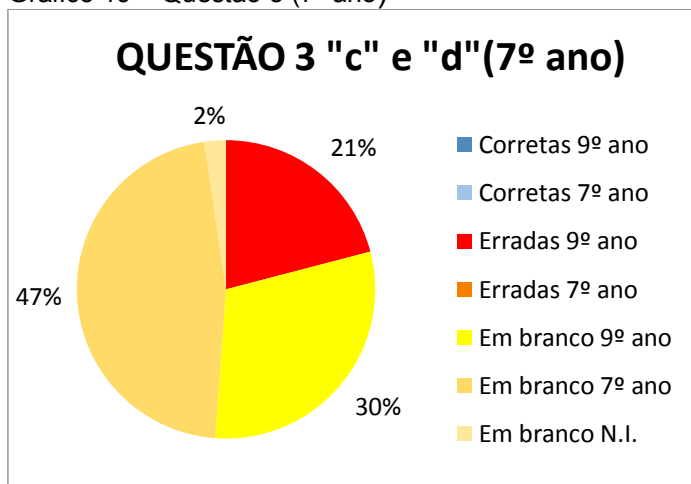
Fonte: O autor

Gráfico 18 – Questão 3 (7º ano)



Fonte: O autor

Gráfico 19 – Questão 3 (7º ano)



Fonte: O autor

Diante do exposto, constatou-se que todos os alunos do 7º ano deixaram a questão em branco. Assim, há duas possibilidades: o colégio não deu o conteúdo aos alunos, contrariando a legislação vigente o qual estabelece que esse conteúdo seja ensinado neste ano. De qualquer forma, há uma falha da instituição nesse caso.

Em contrapartida, em relação aos alunos do 9º ano, verificou-se também um número irrisório de acertos somente para o cálculo do retângulo. A descrição do cálculo de área do paralelogramo, losango e triângulo não foi corretamente respondida. Abaixo, segue as hipóteses criadas:

FIGURA 32 – FOTOS QUESTÃO 3 (SÉTIMO ANO)

4- Escreva como você calcula a área do:

a) Retângulo? fazendo uma cruz

a) Paralelogramo? fazendo um paralelograma

4- Escreva como você calcula a área do:

a) Retângulo? ~~A x B~~  $A \times A = B$

a) Paralelogramo? a soma de 5 lados iguais

4- Escreva como você calcula a área do:

a) Retângulo? altura  $\cdot$  altura = base

a) Paralelogramo? soma dos lados

a) Retângulo? altura  $\times$  base

a) Paralelogramo? a soma de 5 lado iguais

a) Losango? 1 quadrado  $\div$  por 2

d) Triângulo? 12  $\times$  1

a) Losango?  $l^2 : 2$

d) Triângulo?  $l^2 \times 1$

a) Losango? a soma de um quadrado multiplicado pelo por dois

d) Triângulo? 3 bases

a) Losango? quadrado dividido por 2

d) Triângulo?  $l^2 \times 1$

a) Losango? divisão de um quadrado multipolígono  
perímetro

d) Triângulo? 3 lados

Fonte: autor

Diante das respostas, constata-se que alguns alunos confundiram cálculo de área com perímetro; outros inseriam uma fórmula errônea, e ainda alguns criaram a hipótese que o losango possui metade da área do quadrado. Também houve respostas incompreensíveis..

#### 4.4.4. QUESTÃO 4

A questão 4 referente ao conteúdo do 7º ano solicitava aos alunos que aplicassem o cálculo de área de algumas figuras geométricas para verificar se as técnicas estavam sendo corretamente utilizadas. Contudo, a partir da questão anterior o desconhecimento de tais técnicas, remetendo a um baixo grau de acertos desta questão também.

Vale destacar que a letra b, que solicitava a área do paralelogramo foi anulada pelo fato da impressão ter ficado ilegível, tendo somente as tabulações da letra a (cálculo do triângulo), da letra c (trapézio) e letra d (composição de retângulos):

QUADRO 22 - QUESTÃO 4 "A" (CONTEÚDO 7º ANO)

Letra "a" – Triângulo	7º ano	9º ano	N.I.	Total
Acertos	0	0	0	0
Erros	3	10	0	13
Em branco	17	12	1	30

Fonte: o autor

QUADRO 23 - QUESTÃO 4 "C" (CONTEÚDO 7º ANO)

Letra "c" – Trapézio	7º ano	9º ano	N.I.	Total
Acertos	0	0	0	0
Erros	2	9	0	11
Em branco	18	13	1	32

Fonte: o autor

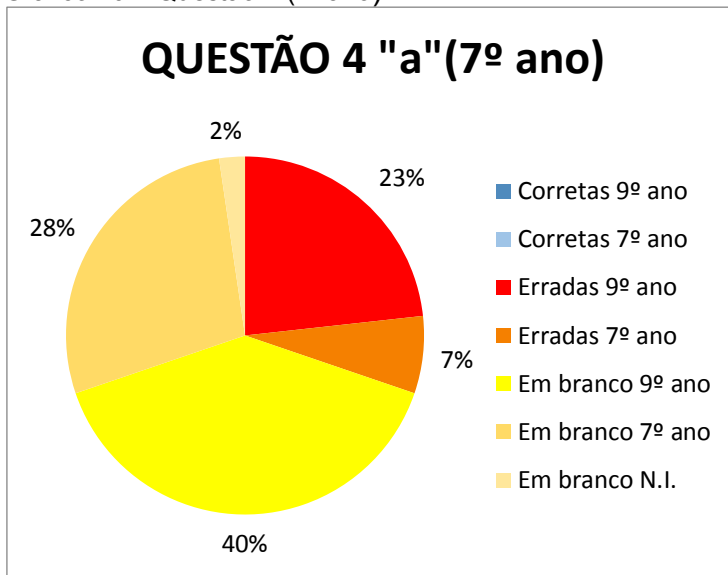


QUADRO 24 - QUESTÃO 4 "D" (CONTEÚDO 7º ANO)

Letra "d" - Composição	7º ano	9º ano	N.I.	Total
Acertos	0	0	0	0
Erros	2	10	0	12
Em branco	18	12	1	31

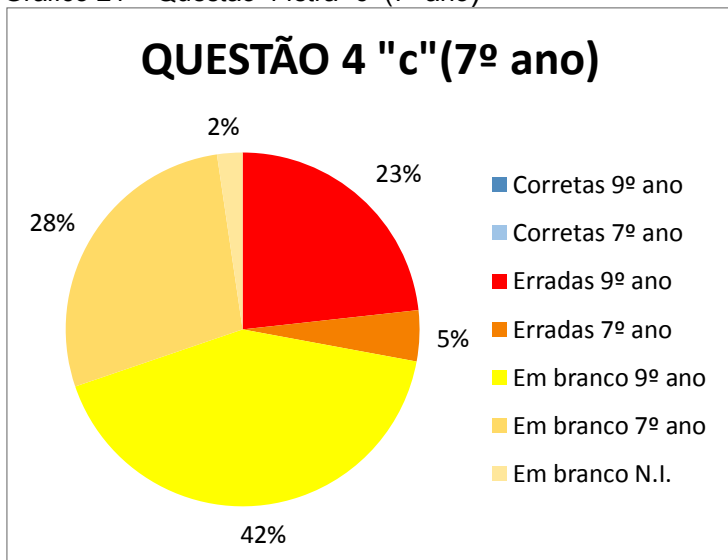
Fonte: o autor

Gráfico 20 – Questão 4 (7º ano)



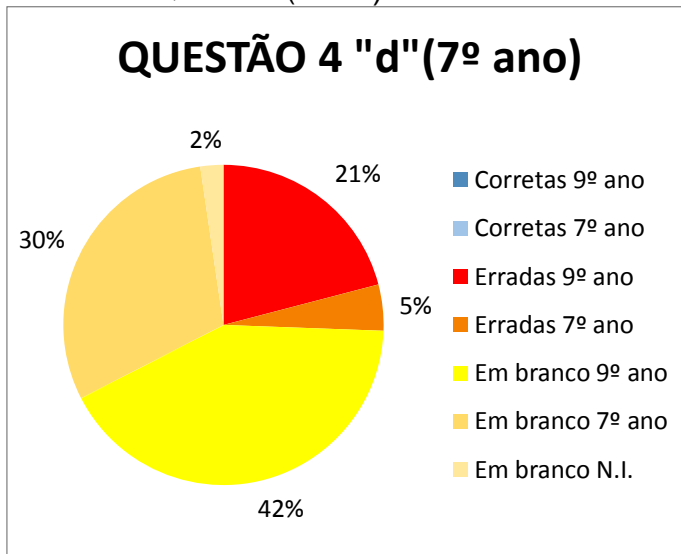
Fonte: O autor

Gráfico 21 – Questão 4 letra "c" (7º ano)



Fonte: O autor

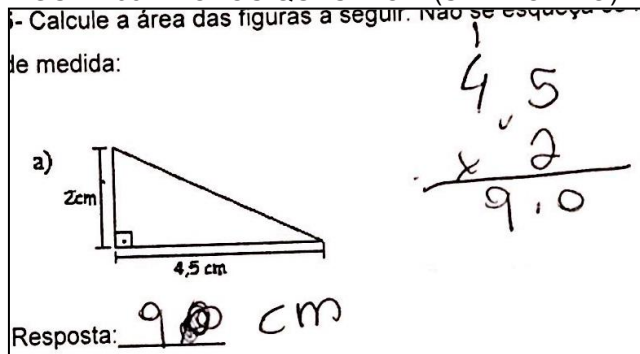
Gráfico 22 – Questão 4 (7º ano)



Fonte: O autor

Como era o esperado devido as respostas da questão dois, não houve respostas corretas para nenhuma tipo de cálculo de área, havendo alguns alunos, a minoria, tentando responder, porém a grande maioria deixou a atividade em branco. Segue as respostas:

FIGURA 33 – FOTOS QUESTÃO 4 (SÉTIMO ANO).....80



Resposta: 4,7

Resposta: 6,5

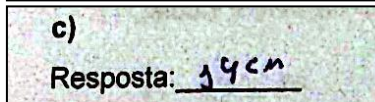
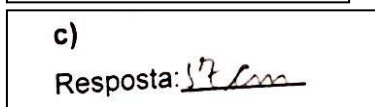
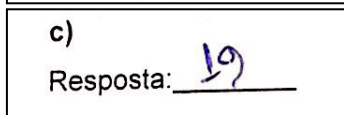
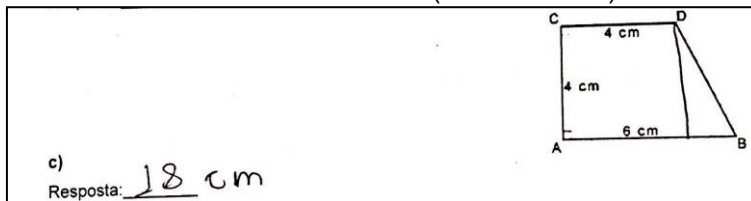
Resposta: 19

Fonte: autor

Para letra a, verificou-se que um aluno quase utilizou a técnica correta para o cálculo da área do triângulo, esquecendo-se apenas de dividir o resultado por dois; outros tentaram somar os lados 2 cm e 4,5 cm, chegando ao resultado errôneo de 4,7 cm e 6,5 cm, e ainda apareceu a resposta 19, o qual não foi possível verificar a

hipótese criada. Mais uma vez constataram-se alunos tentando calcular área com técnicas de cálculo de perímetro. A seguir, têm-se as respostas para letra c:

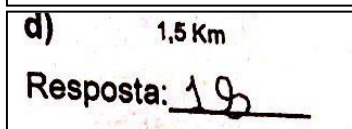
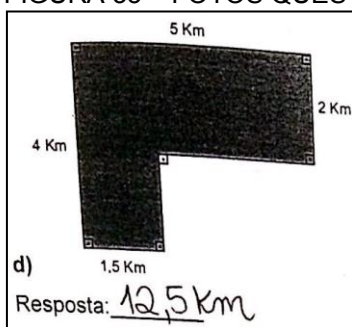
FIGURA 34 – FOTOS QUESTÃO 4 (SÉTIMO ANO)



Fonte: autor

Para a letra c, verificaram-se que alguns estudantes somaram os lados dados no problema (foto 109), outros somaram as medias dos lados dados, porém acrescentando 4 unidades, como se referisse à medida do quarto lado do trapézio (106), ainda tiveram alguns que aproximaram esse valor chegando na resposta 19cm e 17cm. A seguir, tem-se as respostas da letra “d”:

FIGURA 35 – FOTOS QUESTÃO 4 (SÉTIMO ANO)



Fonte: autor

Nas respostas da letra d, constatou-se que apenas dois tipos de respostas, um dos tipos é o cálculo do perímetro e o outro aparenta ser um valor aleatório, não tendo cálculos ou pistas da resolução.

#### 4.4.5. QUESTÃO 5

Como dito anteriormente a questão 5 também envolve o conteúdo de cálculo de área, porém essa atividade, exigia um nível de raciocínio lógico muito superior às demais questões.

Ela requeria que os alunos calculassem a área por meio da subtração de áreas, tendo que conhecer cada conceito solicitado até então (conceito de área, unidade de medida, base, altura, características de figuras geométricas e técnicas de cálculos de área).

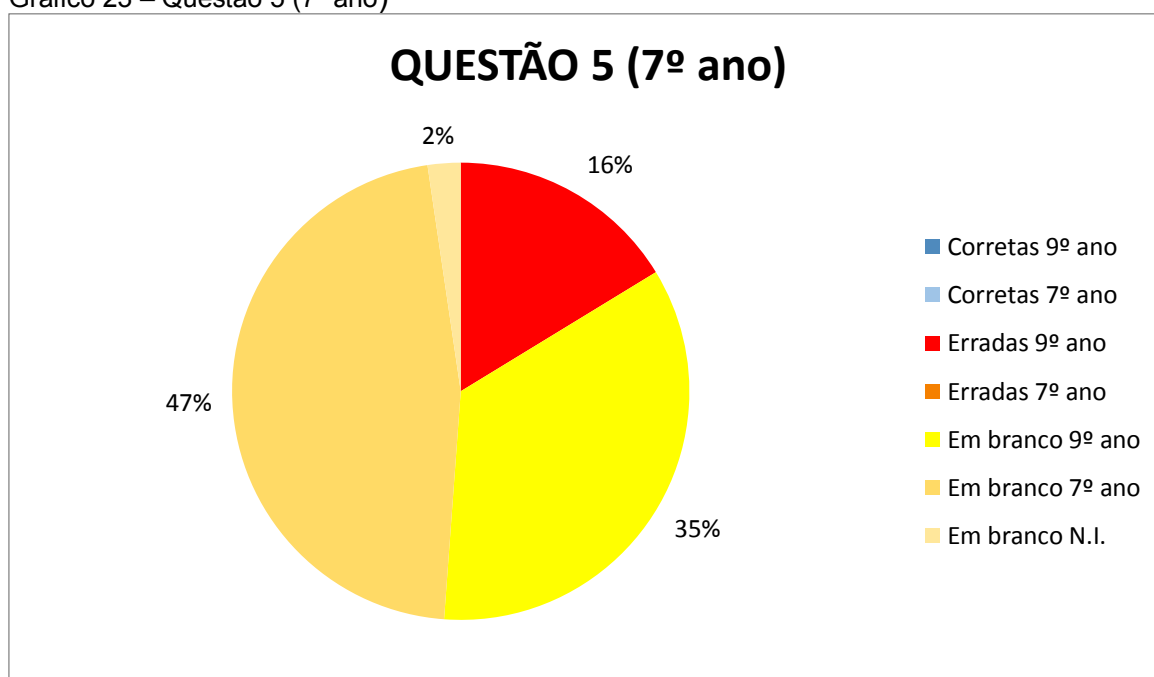
Ela tinha o objetivo de diagnosticar se havia alunos com um refinamento maior do aprendizado de áreas. Segue abaixo a tabulação dos resultados encontrados.

QUADRO 25 - QUESTÃO 5 (CONTEÚDO 7º ANO)

	7º ano	9º ano	N.I.	Nº de chutes	Total
Acertos	0	0	0	-	0
Erros	0	7	0	2	7
Em branco	20	15	1	-	36

Fonte: o autor

Gráfico 23 – Questão 5 (7º ano)

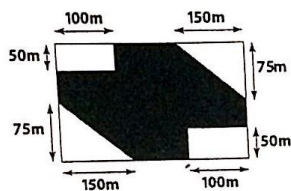


Fonte: O autor

Como se pode observar, não há alunos com grau de conhecimento e raciocínio lógico requerido pela questão, tendo mais de 80% dos alunos deixado em branco. Além disso, as respostas encontradas estavam muito aquém da resolução correta como se vê a seguir:

FIGURA 36 – FOTOS QUESTÃO 5 (SÉTIMO ANO)

6- O retângulo abaixo representa uma área de  $150000 \text{ m}^2$ . Note que em seu interior há uma área pintada. Descubra qual a medida desta área pintada do retângulo:



Resposta: 15000

Eu tenho certeza que acertei.  Tenho quase certeza.  Eu fiz sem saber. Chutei.

Resposta: 1500m

Eu tenho certeza que acertei.  Tenho quase certeza.  Eu fiz sem saber. Chutei.

Resposta: 35m

Eu tenho certeza que acertei.  Tenho quase certeza.  Eu fiz sem saber. Chutei.

Resposta: 12000m

Eu tenho certeza que acertei.  Tenho quase certeza.  Eu fiz sem saber. Chutei.

Resposta: 15000000 m<sup>2</sup>

Eu tenho certeza que acertei.  Tenho quase certeza.  Eu fiz sem saber. Chutei.

Fonte: autor

Assim, constatou-se que a maioria repetiu os dados do enunciado modificando o número de zeros existentes e outros colocaram valores que não foi possível identificar as hipóteses. Note também que a maioria colocou a resposta em metros ao invés de metros quadrados, demonstrando mais uma vez a pouca familiaridade com as unidades de medidas.

#### 4.5. Questões referentes ao conteúdo do oitavo ano (8º ANO) do ensino fundamental

##### 4.5.1. QUESTÃO 6

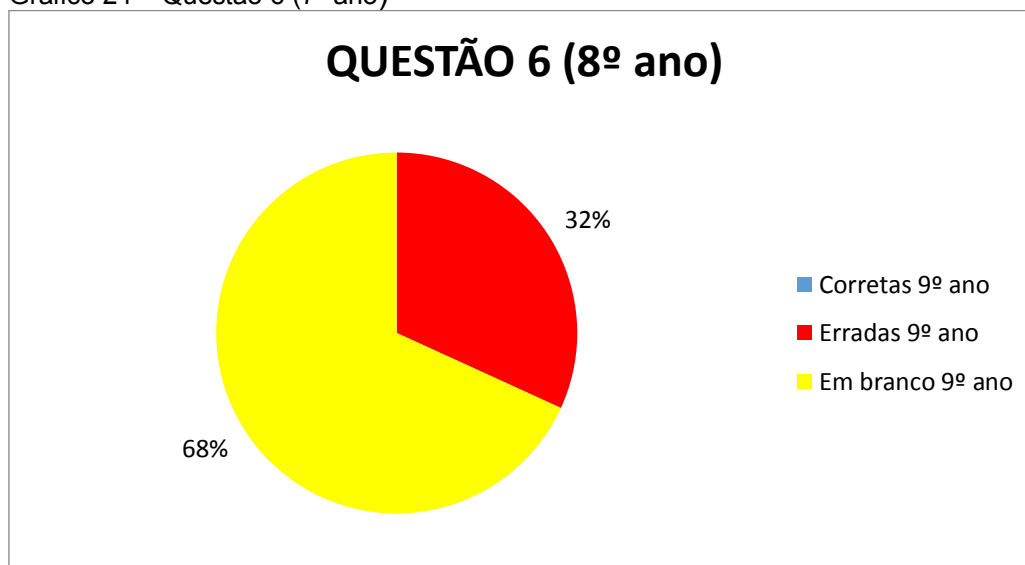
A questão 6 referente ao conteúdo do 8º ano estava anexada ao questionário do sétimo por uma questão de economicidade de papel. A mesma solicitava um cálculo simples de área de círculo tendo os alunos somente que aplicar a fórmula aprendida, não necessitando de raciocínio lógico ou muita interpretação de texto. Vale destacar que esta questão era só para os 9º anos. Segue os resultados:

QUADRO 26 – QUESTÃO 6 (CONTEÚDO 8º ANO)

	9º ano	N.I.	Total
Acertos	0	0	0
Erros	7	0	7
Em branco	15	1	16

Fonte: o autor

Gráfico 24 – Questão 6 (7º ano)



Fonte: O autor

Como visto nas questões anteriores a respeito de cálculos de áreas não houve respostas corretas com um grande número de respostas em branco, 68%, e resoluções muito aquém do esperado. Em relação às hipóteses, tem-se apenas dois tipos de respostas que copiam uma informação do enunciado demonstrando total desconhecimento do assunto.

FIGURA 37 – FOTOS QUESTÃO 6 (OITAVO ANO)

7- Calcule a área do círculo cujo raio mede 3 cm. Use  $\pi = 3,14$  cm.

$$\approx 3,14$$

7- Calcule a área do círculo cujo raio mede 3 cm. Use  $\pi = 3,14$  cm.

$$\approx 3,14$$

7- Calcule a área do círculo cujo raio mede 3 cm. Use  $\pi = 3,14$  cm.

$$6,14 \text{ cm}$$

Fonte: autor

#### 4.6. Análise Geral dos Resultados

A partir da análise do diagnóstico de forma geral, constatou-se que a maior parte dos alunos possuem falhas de aprendizagem em conceitos primários e fundamentais para o cálculo eficiente de áreas, iniciando a lacuna em conteúdos do quinto ano do ensino fundamental e se estendendo até os conteúdos mais complexos, principalmente, aqueles que requisitam conhecimento algébrico.

Em relação ao conteúdo do quarto ano, referente ao conceito de área, constatou-se que a maioria dos participantes tinha familiaridade com o conceito e uma noção intuitiva do assunto, tendo alguns poucos que confundiram o conceito de área com perímetro ou não sabia do que se tratava. Também não foi verificada dificuldade com o uso de malhas quadriculadas ou contagens de medida de áreas utilizando o quadrado.

Já no tocante ao conteúdo de unidades de medidas pertinente ao quinto ano, foi diagnosticado quase um desconhecimento total das principais unidades de medidas e suas respectivas transformações. Inclusive foi verificado que este conteúdo foi menos aprendido que o conteúdo do sexto ano, por exemplo. Causando, assim, um grande prejuízo no aprendizado, pois como se saberá medir, se não há parâmetro de medida?

Além disso, grande parte dos alunos não fez distinção entre unidades de comprimento e de área, demonstrando pouco conhecimento do assunto. Em contrapartida, a maioria identificou a medida de  $1 \text{ cm}^2$  como a área de um quadrado com lados de 1 cm, demonstrando assim, o aprendizado de uma singela parte do conteúdo.

Em relação ao conteúdo do sexto ano, verificou-se que a maior dos alunos tem familiaridade apenas com retângulos e triângulos, tendo alguns poucos o devido conhecimento de outros polígonos notáveis. Além disso, notou-se que o real conteúdo de figuras geométricas do 6º ano, aquele que foge do senso comum e possui maior rigor matemático é pouco sabido, o que também dificulta o aprendizado do cálculo de área dessas respectivas figuras.

Sobre os conceitos de paralelismo e perpendicularismo, foi observado que um pequeno grupo de alunos conhece os respectivos termos, tendo mais familiaridade com o primeiro do que com o segundo. Todavia, a grande maioria não conhece tais conceitos e não sabem utilizá-los.

Do conteúdo do 7º ano, existem os conceitos de base e altura e as técnicas de cálculo de áreas. Antes da aplicação do questionário, foi pensado em analisar se os estudantes apenas haviam decorado como aplicar fórmulas ou se realmente entendiam o procedimento que utilizavam. Todavia, constatou-se que nem as fórmulas decoradas os alunos sabiam, quanto mais entendê-las, inclusive a fórmula do círculo, referente ao conteúdo do 8º ano.

Já os conceitos de base e altura mostraram-se mais familiares para parte dos alunos, principalmente, o conceito de base, pois o conhecimento do significado de altura ficou comprometido pelo desconhecimento de perpendicularismo.

Por fim, conclui-se que de todos os conceitos necessários para o aprendizado de cálculo de figuras planas, somente o conceito de área ficou razoavelmente compreendido, enquanto que os outros foram apreendidos somente por uma parcela muito pequena de alunos ou por ninguém.

## **5. PROPOSTA DE ATIVIDADES**

A partir do diagnóstico, vê-se a necessidade de melhorar o ensino de todos os conteúdos de 5º ao 7º ano envolvendo áreas. Por isso, a seguir foram montados planos de aula a respeito de cada conceito estudado os quais podem auxiliar os docentes no ensino de tais conteúdos.

Vale destacar que cada ano possui uma faixa etária majoritária. Suas características e limitações precisam ser levadas em consideração para elaboração



da atividade, principalmente quando se refere a crianças com uma bagagem limitada de conhecimento.

Além disso, as propostas têm um foco no ensino do colégio público, o qual possui uma variedade de recursos pedagógicos limitados, não podendo requerer do aluno e nem do professor materiais caros ou que demandam um tempo muito grande para confecção.

### **5.1. Atividade sobre unidades de medidas**

Conteúdo: Unidade de medidas de área

Objetivo: Conhecer as unidades padrão mais usuais de área:  $\text{km}^2$ ,  $\text{hm}^2$ ,  $\text{dam}^2$ ,  $\text{m}^2$ ,  $\text{dm}^2$ ,  $\text{cm}^2$  e  $\text{mm}^2$  e suas relações entre si.

Número de aulas: 2 aulas

#### 5.1.1. AULA 1

Objetivo: Visualizar concretamente as unidades de  $\text{cm}^2$ ,  $\text{dm}^2$  e afins.

Material: Quadro branco, pincel de quadro, uma folha de papel cartão branco por aluno, tesoura, régua, lápis e borracha.

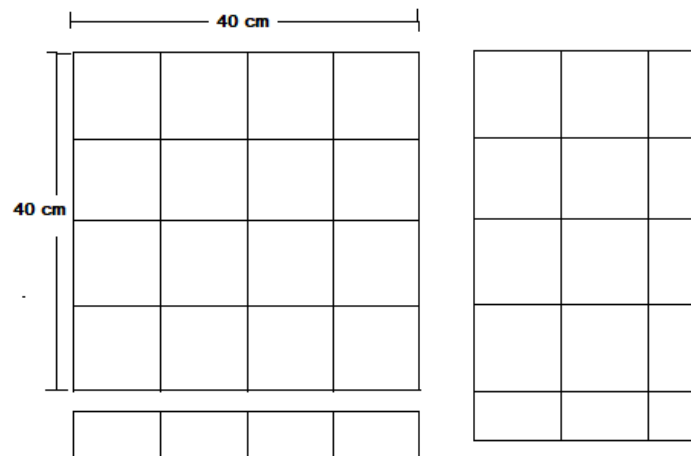
Tempo: 2 horas

Desenvolvimento: A aula se iniciará com uma breve explicação do objetivo da aula e como ela funcionará. Em seguida, será confeccionado um material didático. O professor deve trazer de casa um modelo pronto para servir de exemplo, evitando erros durante o trabalho.

Com um papel cartão, régua e lápis (os alunos trarão de casa), as crianças terão que fazer linhas horizontais e verticais com a distância de 10 cm uma da outra, formando no papel cartão uma malha quadriculada com quadrados de  $1\text{dm}^2$  de área.

Como a papel cartão padrão tem dimensão 48 cm por 66 cm, solicite às crianças que corte o sobressalente, sem desperdiçá-lo, deixando apenas uma malha quadriculada de 40 cm por 40 cm. Assim, sobrarão ainda 8 quadrados de dimensão 10 cm por 10 cm; 4 retângulos de 8 cm por 10 cm; 4 retângulos de 6 cm por 10; e um retângulo de 6 cm por 8 cm, conforme figura a baixo:

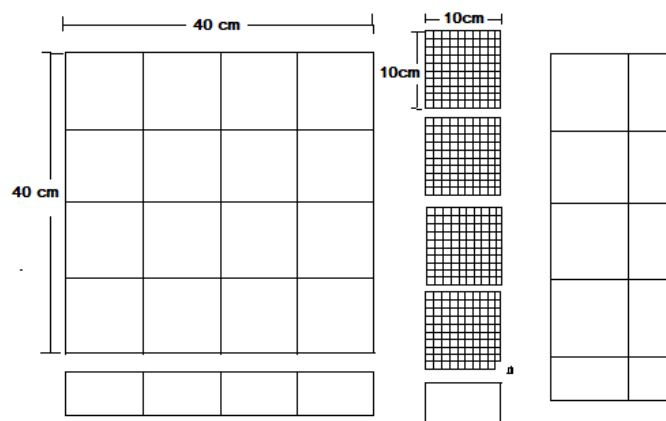
FIGURA 38 – MATERIAL DE APOIO



Fonte: o autor

Em 4 dos quadrados sobressalentes de dimensão 10 cm por 10 cm, os alunos construirão outras malhas desenhando linhas horizontais e verticais com distância de 1 cm. Assim, ter-se-á 4 malhas com 100 quadrados de 1 cm<sup>2</sup>. Peça que reserve três dessas malhas e corte a quarta em pecinhas de 1 cm<sup>2</sup>.

FIGURA 39 – MATERIAL DE APOIO

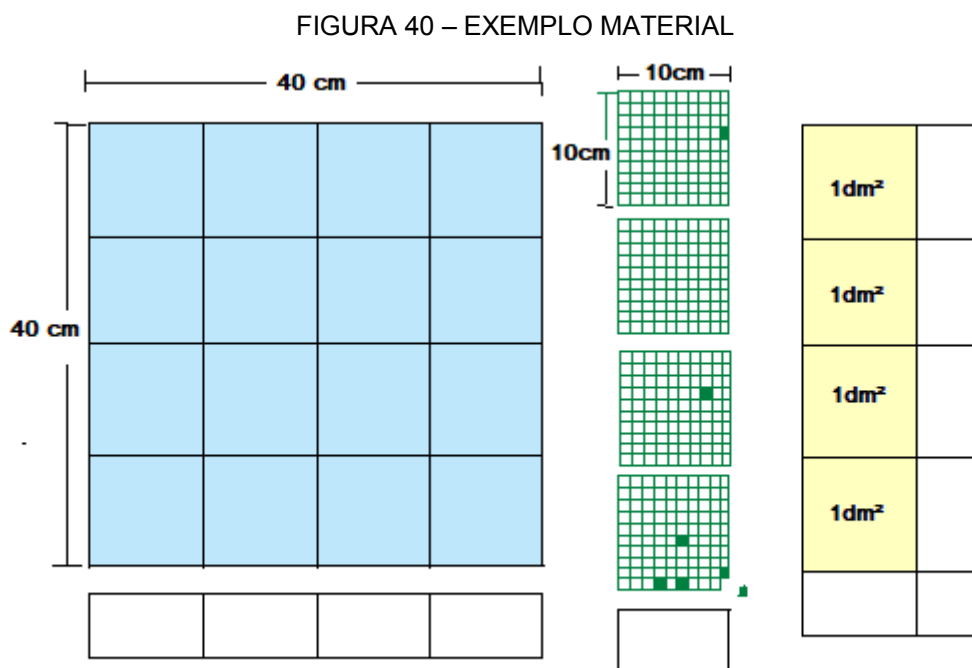


Fonte: o autor

Finalizado, os alunos terão um material com as seguintes peças: 1 malha quadriculada de 4 dm por 4 dm; 3 malhas quadriculada de 10 cm por 10 cm; 100 peças de 1 cm<sup>2</sup>, 4 peças quadradas de 1 dm por 1 dm. Por fim, solicite aos alunos para escrever no meio das peças avulsas a sua medida de área, 1 cm<sup>2</sup> e 1 dm<sup>2</sup>.

Por fim, a malha grande deverá ser pintada de azul fracamente (para não perder tempo), as 3 malhas pequenas de verde bem claro, as peças individuais de 1dm<sup>2</sup> de amarelo, e as pecinhas de 1 cm<sup>2</sup> continua branca. Deste modo, teremos um material parecido com o seguinte, com as únicas diferenças que as malhas menores

serão divididas em 100 partes ao invés de 9 e cada peça de  $1\text{cm}^2$  deverá ter sua medida escrita:



Fonte: autor

Em seguida, o professor terá que fazer uma exposição, explicando o que significa cada elemento elaborado e os conceitos de centímetros quadrados e decímetros quadrados, devendo estender a explicação para o conceito de metros quadrados desenhando no quadro um quadrado com  $1\text{m}^2$  de área e abordando sobre as unidades de medidas afins.

A simples confecção do material e uma exposição do assunto podem ser capazes de fazer com que o aluno internalize os significados dos conceitos desejados tendo eles recursos visuais, sonoros e sinestésicos para isso.

Além disso, para ampliar e potencializar o conhecimento, o docente poderá criar jogos e atividades envolvendo as unidades de medidas desejadas como se verá no plano de aula seguinte.

### 5.1.2. AULA 2

Objetivo: Relacionar as unidades de  $\text{cm}^2$ ,  $\text{dm}^2$  e  $\text{m}^2$ , e afins entre si.

Material: Material didático produzido na aula anterior, quadro branco, pincel de quadro, régua, caderno, lápis e borracha, atividade xerocopiada.

Tempo: 3 horas (podendo ser dividido em duas aulas)

Desenvolvimento: No início da aula, o professor deverá conversar com alunos explicando que eles terão que desenvolver uma série de atividades utilizando de apoio o material didático. A atividade pode ser dividida em duas devido a sua extensão. Fica a critério do professor responder junto a eles ou dar um tempo para responderem sozinhos.

Essa decisão deve ser tomada com base no nível de leitura dos alunos, se eles tiverem maturidade para ler e interpretar o que se pede, é melhor que façam sozinhos e em seguida o docente corrige coletivamente explicando cada tarefa. Do contrário, ele deve responder com o aluno e já ir explicando os conceitos existentes em cada tarefa. A atividade é a seguinte:

- Pegue uma peça verde e com auxílio da régua meça o comprimento e a altura desta peça em centímetros e depois em decímetros. Escreva a resposta abaixo:  
 Comprimento: \_\_\_\_\_ cm                      Altura: \_\_\_\_\_ cm  
 Comprimento: \_\_\_\_\_ dm                      Altura: \_\_\_\_\_ dm
- Com uma régua, meça o comprimento e a altura de cada quadradinho da peça verde em centímetros:  
 Comprimento: \_\_\_\_\_ cm                      Altura: \_\_\_\_\_ cm
- Escreva a medida da área de cada quadradinho da peça verde em centímetros quadrados:  
 Área: \_\_\_\_\_ cm<sup>2</sup>
- Escreva quantas pecinhas brancas cabem dentro da peça verde.  
 Cabem \_\_\_\_\_ pecinhas.
- Escreva quantas peças amarelas cabem dentro da peça verde.  
 Cabe \_\_\_\_\_ peça.
- Escreva a medida da área da peça verde em centímetros quadrados e depois em decímetros quadrados (você pode usar a peça amarela e branca para te ajudar):  
 Área: \_\_\_\_\_ cm<sup>2</sup>                      Área: \_\_\_\_\_ dm<sup>2</sup>
- A área de 1 decímetro quadrados (peça amarela) tem quantos centímetros quadrados (peça branca)?
- A malha amarela tem quantos decímetros quadrados?

- A malha amarela tem quantos centímetros quadrados?
- Sabendo que um quadrado com área de 1 metro quadrado tem 10 decímetros de altura e 10 decímetros de comprimento, responda qual a área desse quadrado em decímetros quadrados? E em centímetros quadrados?

O quadrado tem área de \_\_\_\_  $\text{dm}^2$  ou de \_\_\_\_  $\text{cm}^2$

Provavelmente, as últimas questões do questionário terão um nível muito elevado para as crianças responderem sozinhas, sendo aconselhável o docente responder com elas explicando como se calcula tais áreas. Em seguida, a partir de uma explicação, o professor deve generalizar a relação entre as unidades de medidas incluindo as outras unidades (km, hm, dam, m e mm).

Por fim, é preciso realizar uma aula expositiva sobre a escala de medida de áreas e trazer atividades de fixação, muito comum em livros didáticos. Geralmente, os livros trazem esse conteúdo de uma forma decorativa, dando apenas um método de transformação de unidades, porém com o auxílio das atividades anteriores, a escala terá um sentido mais lógico a elas.

## **5.2. Atividade sobre paralelismo e perpendicularismo**

Conteúdo: Retas paralelas e perpendiculares

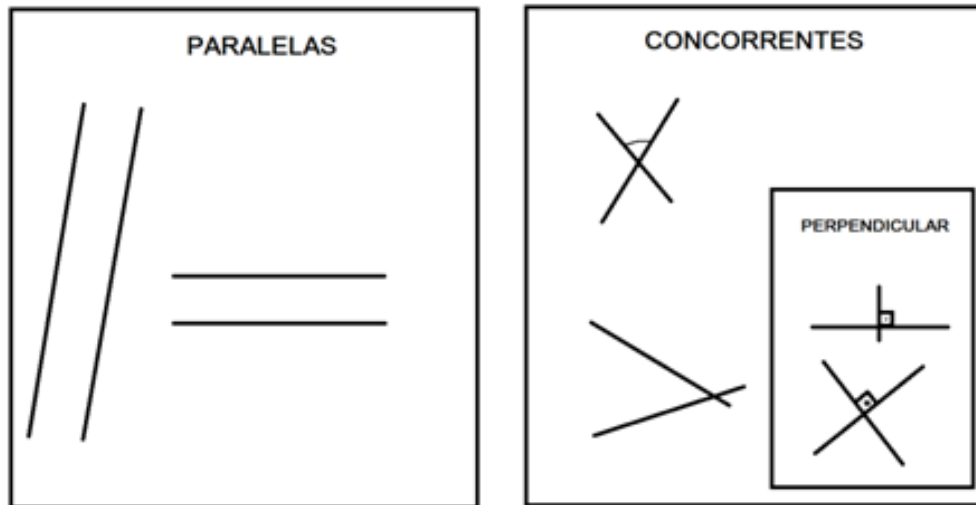
Objetivo: Identificar retas paralelas, concorrentes e perpendiculares.

Material: Quadro branco, pincel de quadro, caderno, lápis, régua e esquadro, desenhos de retas paralelas e perpendiculares.

Tempo: 1 hora

Desenvolvimento: No primeiro momento da aula, o professor deve iniciar abordando o que será aprendido na aula. Em seguida, será necessário dar uma aula expositiva com o auxílio de desenhos no quadro (se possível, utilizando régua, para que o desenho fique o mais fiel ao significado estudado) ensinando os conceitos de retas paralelas, concorrentes e perpendiculares.

FIGURA 41 – RECURSO AULA EXPOSITIVA

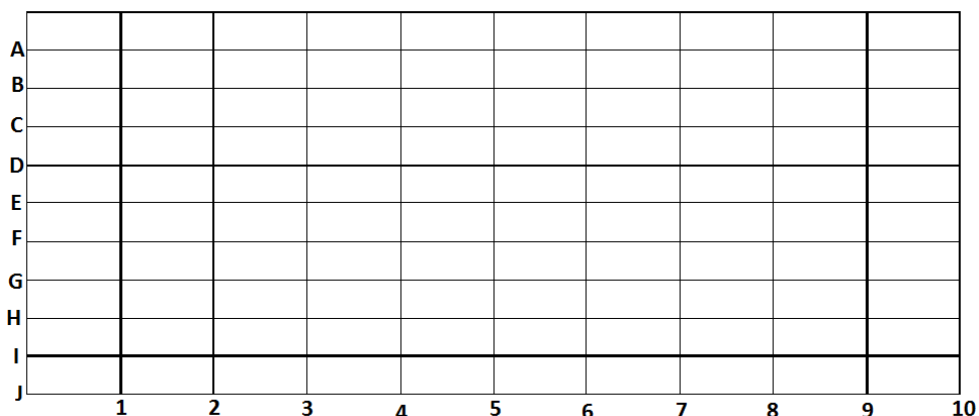


Fonte: o autor

É preciso ressaltar que deverá ser feito uma diferenciação de retas concorrentes e perpendiculares, mostrando a relação entre elas e lembrando o conceito de ângulo reto.

Depois da aula expositiva, terá como atividade de fixação um jogo. Formar-se-ão grupos de quatro pessoas e cada uma delas receberá um desenho parecido com um mapa de uma cidade formado apenas de retas paralelas e perpendiculares enumeradas horizontalmente de 1 a 10 e identificadas por letras verticalmente de A a J.

FIGURA 42 – MATERIAL DE APOIO



Fonte: o autor

Assim, o professor deve construir charadas de endereços utilizando os conceitos desejados e entregar uma charada de cada vez para os grupos. Assim, o grupo que conseguir identificar o endereço primeiro, ganha um ponto. A cada

pergunta, o professor deve explicar como se chega na resposta. Ao final, o grupo que tiver mais pontos vence.

As charadas podem ter o seguinte estilo: “Eu moro na rua 1, entre a rua A e B. Preciso ir ao hospital que fica depois de seis paralelas em relação a rua da minha casa e entre as ruas D e F. Qual o endereço do hospital, identificando a rua e o entre ruas? Resposta: Rua 7, entre D e F”

“Minha mãe está passeando por uma rua concorrente à rua A, a duas quadras na frente da rua 2. Qual rua ela se encontra? Resposta: Rua 4 ”

“Se um carro está na rua 7, é possível chegar na rua 2, somente trafegando em ruas numeradas? Justifique sua resposta utilizando o aprendido na aula. Resposta: Não, pois as ruas numeradas são todas paralelas, ou sejam, nunca se tocam.”

“Eu estou na rua F entre as ruas 7 e 6 e irei para rua 8 entre as ruas B e C fazendo o menor caminho possível e passando pelo cruzamento da rua F com 8. Quantas ruas concorrentes à rua 8 terei que andar? Resposta: 4 concorrentes ”

### **5.3. Atividade sobre figuras geométricas e suas características**

Antes de iniciar a proposta de atividade, é preciso ressaltar que apesar de uma parte grande dos alunos não ter conseguido identificar as figuras geométricas, este conteúdo não pertence ao rol do 6º ano, e sim, do 3º ano do ensino fundamental.

O conteúdo a ser aprendido no sexto ano são as características específicas de polígonos notáveis, aprofundando o que já é conhecido pelos alunos. Além disso, como o objetivo das propostas é criar uma bagagem conceitual para o aprendizado de cálculo de áreas de figuras planas, o plano de aula será voltado para o conhecimento de figuras geométricas. Isto posto, segue a proposta.

Conteúdo: Características de figuras geométricas. Conceito de base e altura.

Objetivo: Conhecer as características específicas dos quadriláteros notáveis e do triângulo.

#### **5.3.1. AULA 1**

Objetivo: Conhecer as características gerais dos triângulos

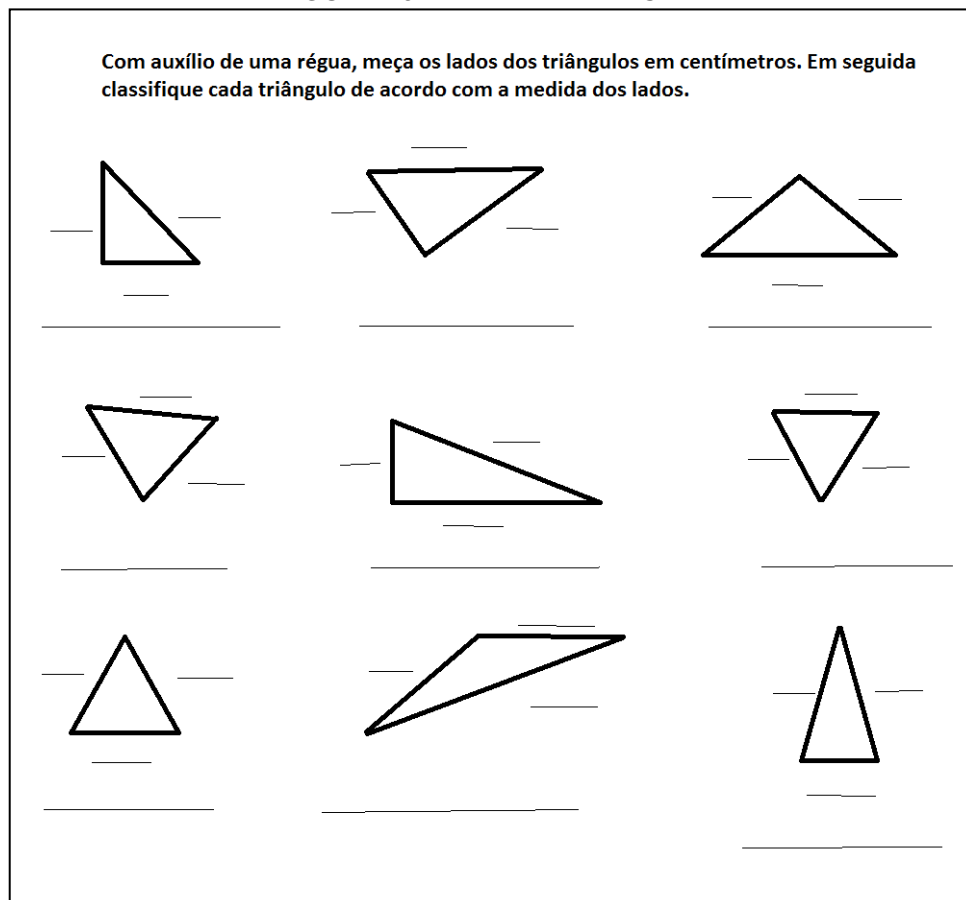
Material: Quadro branco, pincel de quadro, caderno, lápis, borracha, régua, atividade xerocopiada.

Tempo: 2 aulas de 1 hora.

Desenvolvimento: Tendo já o professor em aulas anteriores, iniciado o ensino de polígonos, o docente iniciará a aula abordando especificamente sobre os triângulos, escrevendo no quadro a definição dos tipos de triângulos quanto ao número de lados e quanto ao número de ângulos e fazendo uma breve exposição do assunto.

Em seguida, ele entregará uma folha de papel com diversas imagens de triângulos (pelo menos com 9 triângulos) e pedirá para que os alunos com auxílio da régua meçam os seus lados, classificando quanto ao tipo de lado. É importante que os triângulos não estejam com um dos seus lados paralelo à borda da folha de papel, pois nas futuras atividades, ele pode associar o conceito de base a somente a um lado específico do triângulo.

FIGURA 43 – ATIVIDADE EM SALA



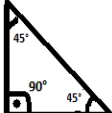
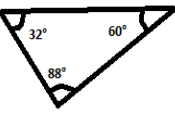
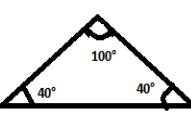
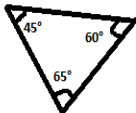
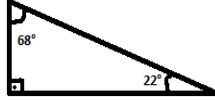
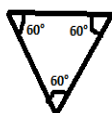
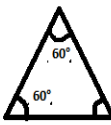
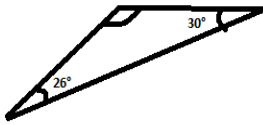

Fonte: o autor



Na próxima atividade, o professor deve entregar a mesma folha de papel com triângulos, porém, agora, as figuras devem conter os ângulos internos, tendo o aluno que classificar o triângulo quanto aos seus ângulos e escrever a soma dos ângulos internos de cada triângulo. Apesar deste último resultado ser igual para todos os triângulos, a ideia é os alunos internalizarem que a soma dos ângulos internos é sempre a mesma.

FIGURA 44 – ATIVIDADE EM SALA

Escreva na 1ª linha abaixo a classificação dos triângulos quanto aos seus ângulos. Na 2ª linha coloque a soma dos ângulos internos do triângulo correspondente.

		
_____	_____	_____
_____	_____	_____
		
_____	_____	_____
_____	_____	_____
		
_____	_____	_____
_____	_____	_____

Fonte: o autor

Ao final destas atividades é importante o professor salientar algumas características específicas como, por exemplo: que equilátero é um caso específico do triângulo isósceles, que todo triângulo equilátero possui ângulos internos iguais a  $60^\circ$ , que o triângulo isósceles, além de possuir pelo menos dois lados iguais, também possui, pelo menos dois ângulos iguais.

### 5.3.2. AULA 2

Objetivo: Conhecer as características gerais dos quadriláteros

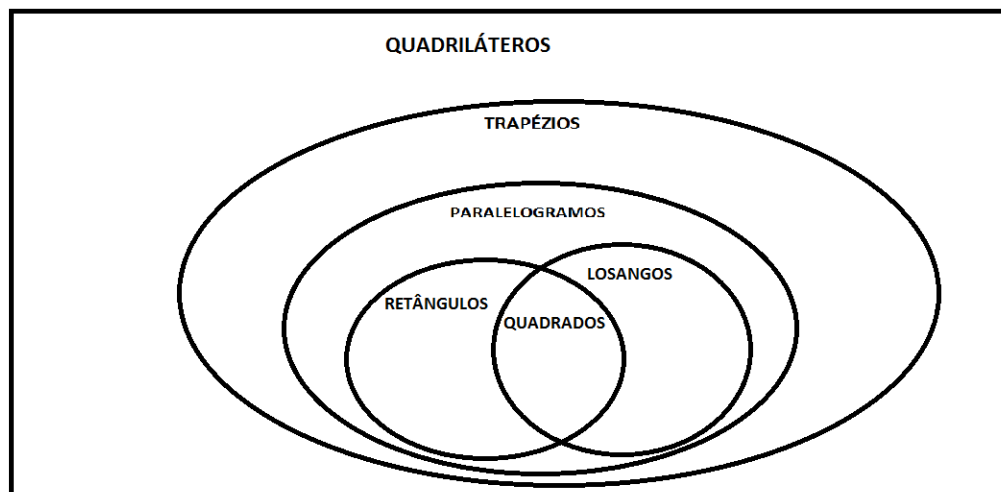
Material: Quadro branco, pincel de quadro, tesoura, cola, régua, atividade xerocopiada.

Tempo: 2 aula de 1 hora.

Desenvolvimento: No início da aula o professor deve iniciar abordando o tema, introduzindo sobre o que será passado naquele dia. Assim, ele deve explicar através de desenhos no quadro o significado e características gerais do paralelogramo, trapézio, retângulo, losango e quadrado.

Em seguida, será dada a seguinte atividade: No quadro, o professor deve desenhar no quadro os conjuntos de quadriláteros, fazendo círculos nomeados, inclusive, colocando um círculo dentro do outro quando um conjunto estiver contido no outro para os alunos copiarem.

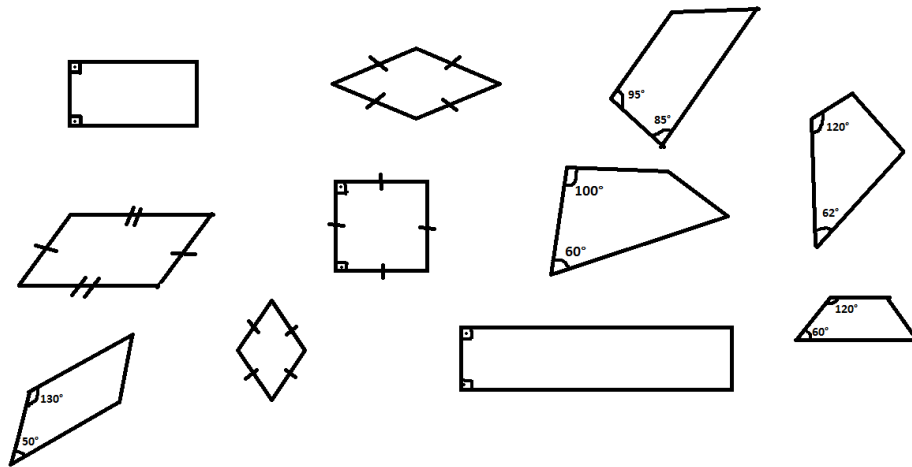
FIGURA 45– CONJUNTO DE QUADRILÁTEROS



Fonte: o autor

Paralelo a isso, será entregue uma folha com diversos quadriláteros informando seus alguns ângulos internos e lados congruentes (pelo menos 12 quadriláteros) para que os alunos recortem e coleem no devido conjunto que eles pertencem, conforme figura a seguir:

FIGURA 46 - QUADRILÁTEROS



Fonte: o autor

Assim, eles terão a possibilidade de entender que um único quadrilátero pode ter mais de uma classificação. Ao final da atividade, o professor pode fazer perguntas orais ou escritas sobre as semelhanças e diferenças de cada conjunto, mostrando os conjuntos mais abrangentes e os mais específicos como, por exemplo, “todo paralelogramo é um quadrado?”, “O que tem de comum nos quadriláteros que possuem lados paralelos?”, “A soma dos ângulos internos de um quadrilátero é constante ou variável?” entre outras.

#### 5.4. Atividade sobre técnicas de cálculo de áreas de polígonos

Antes de iniciar a proposta, é preciso ressaltar que antes de ensinar as técnicas de cálculo recorrentes do conteúdo, será apresentada, no primeiro momento, uma proposta menos algébrica e mais lógica, que ajude aos alunos a relembrar o conceito de área e a relação das suas unidades de medidas com a figura quadrado, que já foram ensinadas a mais de um ano para eles. No final, as fórmulas algébricas serão apresentadas a eles.

Conteúdo: Técnicas de cálculo de área retângulo e triângulo.

Objetivo: Calcular a área do triângulo, retângulo, quadrado, paralelogramo, trapézio e losango.

##### 5.4.1. AULA 1

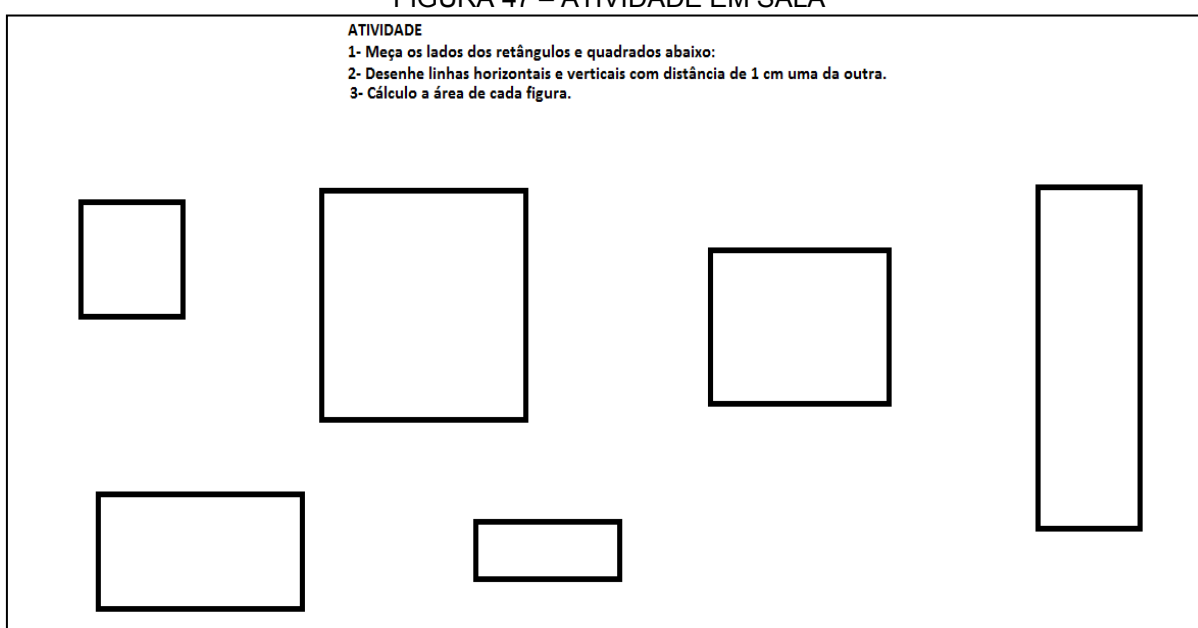
Objetivo: Calcular a área do retângulo e do quadrado.

Material: Quadro branco, pincel de quadro, caderno, lápis, borracha, régua, atividade xerocopiada.

Tempo: 1 aula de 2 horas.

Desenvolvimento: Iniciando a aula com foco no retângulo, o professor deverá introduzir o tema, explicando brevemente o que será estudado no dia. Em seguida, será entregue uma folha com quadrados e retângulos informando a medida em centímetros dos lados (pelo menos 2 quadrados e 3 retângulos) com dimensões em tamanho real e números inteiros em centímetros.

FIGURA 47 – ATIVIDADE EM SALA



Fonte: o autor

Será solicitado que em cada retângulo sejam desenhadas linhas horizontais e verticais com distância de um centímetro, formando em cada retângulo uma espécie de malha quadriculada, com quadrados de um centímetro quadrado de área.

Deste modo, depois de desenhada, o docente retomará a explicação lembrando o conceito de área e a unidade de medida padrão em centímetros quadrados. Para mostrar a área da figura, nesse caso, será apenas necessário contar os quadrados.

Em contrapartida, depois de contado a área de uma figura, o professor precisa mostrar que esta contagem pode ser feita de uma forma mais rápida, multiplicando o número de colunas pelo número de linhas, e em seguida mostrar que o número de colunas e linhas são iguais às dimensões dos lados, chegando à

desejada generalização, de que a área do retângulo ou do quadrado é dado pela multiplicação do comprimento da base com o da altura.

O professor deve fazer esse exercício com os alunos inúmeras vezes, pois provavelmente uma única vez será pouco para que os alunos internalizem a generalização do cálculo de área pela fórmula. Vale destacar que nas últimas atividades, é preciso também ter exemplos com números racionais.

Por isso, em um primeiro momento, o professor deve fazer a atividade junto aos alunos. Em seguida, ele pode passar uma atividade do mesmo modelo para que eles façam sozinhos. A partir desse método, o aluno cria uma linha de raciocínio lógica, não apenas decorando fórmulas sem significado para ele.

#### 5.4.2. AULA 2

Objetivo: Calcular a área do paralelogramo, triângulo, trapézio e losango.

Material: Quadro branco, pincel de quadro, caderno, lápis, borracha, régua, atividade xerocopiada.

Tempo: 3 aulas de 1 hora.

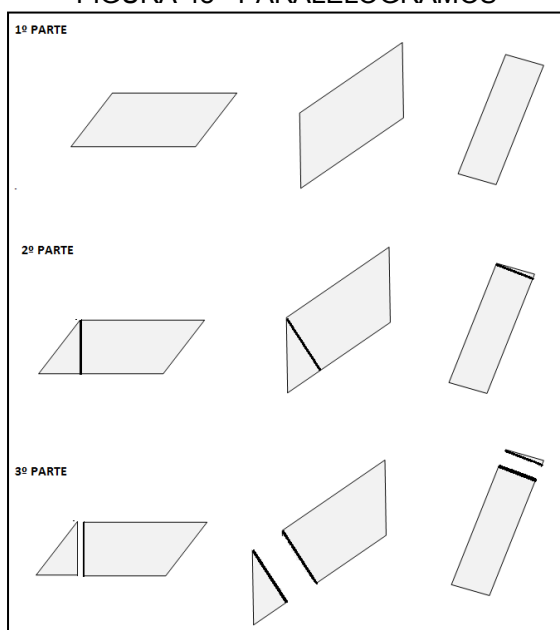
Desenvolvimento: Após a aula sobre cálculo de áreas de retângulos e quadrados, o professor deve iniciar a aula sobre cálculo de área de paralelogramos, sempre utilizando a figura anterior como parâmetro para calcular as áreas.

Para auxiliar a exposição do conteúdo, o docente deve levar alguns paralelogramos impressos (pelo menos 3 por aluno) de dimensões inteiras em centímetros (inclusive a altura), e solicitar que os alunos recortem o paralelogramo em seu contorno e desenhem uma altura partindo de um dos vértices até a base.

Nesse momento, o professor deve diagnosticar, se os estudantes sabem o que realmente é altura, o que é reta perpendicular, ensinar o que significa base nesses casos. Reforçando cada um desses conceitos tentando diminuir ao máximo as hipóteses errôneas sobre o conteúdo.

Assim, depois de desenhada a altura, será solicitada que os alunos façam um corte no paralelogramo na linha da altura e mudem a posição do triângulo sobressalente, tornando o paralelogramo em um retângulo de mesma base e mesma altura, conforme figura a seguir:

FIGURA 48 - PARALELOGRAMOS



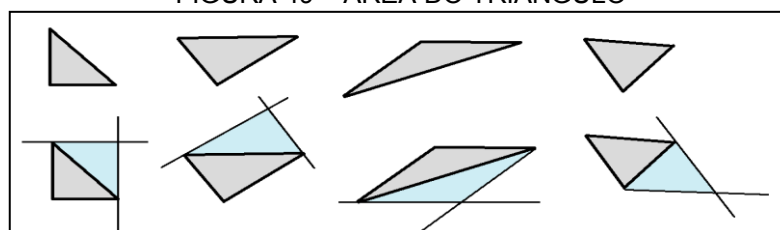
Fonte: o autor

Através da repetição desse método em que os alunos podem visualizar concretamente o porquê todo paralelogramo tem mesma área que um retângulo com mesma base e altura, o professor pode generalizar calculando a área da figura e ensinando a fórmula.

O mesmo método utilizado com o triângulo, o docente pode utilizar com a exposição do cálculo de área do triângulo, porém, nesse caso, em vez de cortar, será necessário desenhar. Deste modo, será levada à sala de aula a figura de vários triângulos desenhados de forma aleatória, ou seja, sem que necessariamente um dos lados esteja paralelo à folha de papel.

Em seguida, o professor dirá para os alunos escolherem uma base do primeiro triângulo, já desvinculando a ideia de que a base é um lado específico do triângulo. Depois, a partir do vértice fora da base, os alunos terão que desenhar uma reta paralela à base e a partir de um dos vértices qualquer da base, eles deverão desenhar outra reta paralela ao lado oposto.

FIGURA 49 – ÁREA DO TRIÂNGULO



Fonte: o autor

Com esse desenho, será possível visualizar que qualquer triângulo é a metade de um paralelogramo com mesma base e mesma altura, portanto a fórmula de cálculo a ser utilizado é a metade da multiplicação do comprimento da base pela altura.

Depois de ter trabalhado o cálculo dessas duas figuras com exaustão, as deduções da fórmula do trapézio e do losango se tornam bem simples, podendo o professor realizar uma aula expositiva utilizando apenas o quadro branco, pincel e atividade de fixação em seguida.

Há várias maneiras de deduzir as fórmulas de áreas. Para a do trapézio é aconselhável dividi-lo em dois triângulos, calcular separadamente e somar ao final, repetindo esse processo várias vezes (pelo menos 4 vezes) para que os alunos vejam a lógica do processo de cálculo e no final haja generalização com a fórmula.

Assim, calcula-se base menor multiplicado pela altura dividida por dois, mais base maior multiplicado por altura dividida por dois, e no fim somar. Vale destacar que para se chegar à fórmula, será preciso ainda trabalhar com recursos algébricos que só serão aprendidos no 8º ano, tendo o professor muito cuidado para mostrar que os dois métodos são idênticos.

A dedução da fórmula do losango segue o mesmo problema do trapézio, ou seja, necessita de recursos algébricos ainda não aprendidos pelos alunos. Assim, para utilizar a menor quantidade de recursos possíveis é aconselhável realizar a prova através da divisão da figura em 4 triângulos idênticos e depois, somar a área dos quatros, e, somente, no final, depois de repetido o método algumas vezes, trazer a fórmula generalizada. Ao final das aulas o professor, pode trazer um exercício de fixação apenas solicitando o cálculo das áreas e depois inserir problemas reais do cotidiano que usem esse conteúdo.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir da pesquisa realizada conclui-se que há uma grande deficiência conceitual em relação aos conteúdos que envolvam área desde o quinto ano até o oitavo ano do ensino fundamental. Apenas conteúdo do quarto ano teve um aproveitamento razoável. Os conceitos os quais os alunos apresentaram maior deficiência foram: unidades de medidas, figuras geométricas, paralelismo, perpendicularismo, base, altura, fórmulas para o cálculo de área.

Assim, dos 43 alunos que participaram da pesquisa, sendo 20 do 7º ano, 22 do 9º ano e 1 não informou o ano, estudantes da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Juscelino Kubitschek, podemos afirmar que:

A grande maioria, mais de 50% possui a noção intuitiva do conceito de área, porém possuem dificuldades de mensurá-las, principalmente por não conhecerem com profundidade as unidades de medidas padrão de área, tendo 50% que conhecem o centímetro quadrado, porém apenas 17% conhecem o decímetro quadrado e 0% sabe transformar de uma unidade para outra.

Cerca de 47% dos estudantes souberam esboçar de 3 a 4 figuras geométricas dentre cinco (paralelogramo, trapézio, triângulo, losango, retângulo), sendo as mais conhecidas triângulo e retângulo e a menos conhecida, o paralelogramo. Em contrapartida, 0% soube descrever as características gerais das 5 figuras apresentadas e somente 26% souberem descrever as características de 1 a 3 figuras.

Apenas 9% dos alunos sabem o que é paralelismo e perpendicularismo e 14% conhecem um ou outro. 0% dos alunos identificou a base e a altura dos triângulos e 30% identificaram corretamente uma ou outra. Em relação ao cálculo de áreas, nenhum aluno conhece as fórmulas de cálculos de área ou calcular áreas a partir das dimensões de figuras geométricas.

A partir dos resultados, é possível visualizar que na medida que os alunos vão passando de ano, menos é apreendido. Desta maneira, constatou-se que os conteúdos com maiores quantidades de acertos pertenciam ao 4º ano e os com menores quantidades ao 7º e 8º ano, com exceção do conteúdo de transformação de unidade de medidas referente ao 5º ano, o qual teve tantos erros quantos os do 7º ano.



É preciso ressaltar que sendo bom ou ruim, os conceitos e conteúdos são distribuídos e uniformizados por anos. A cada ano do aluno na escola, é requerido dele um maior número de competências para continuar aprendendo os conteúdos seguintes no tempo estabelecido por lei. Assim os professores têm metas a cumprir, e a cada atraso conceitual gera um entrave para o ensino dos assuntos futuros, não tendo os docentes tempo hábil para corrigir todas as falhas deixadas em anos anteriores.

Assim, os métodos de ensino precisam ser eficazes e aulas extras diferenciadas devem ser dadas aos estudantes que não conseguem se encaixar na padronização do ensino de uma sala de aula. Cada atividade deve ser preparada levando em consideração o que o aluno já deveria ter aprendido. O docente não deve cobrar, ou deve utilizar o menos possível, recursos matemáticos ainda não disponíveis ao aluno. Desta maneira, as propostas lançadas acima poderão auxiliar professores a melhorar o ensino na escola.

## REFERÊNCIAS

BELLEMAIN, P.; LIMA, P. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental**. Ed. Geral: John A. Fossa. Natal: SBMMat. 2002

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Consulta Pública. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2019. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf). Acessado em 15 de jul. 2019.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. LEI Nº 9.394, DE 20 DE DEZEMBRO DE 1996. Brasília: Senado, 1996.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Brasília, DF: Presidência da República, 2016. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/constituicao/constituicao.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm). Acessado em: 15out. 2019.

FERREIRA, L. F. D. **A Construção do Conceito de área e da Relação entre Área e Perímetro no 3º ciclo do Ensino Fundamental: Estudos sob a Ótica da Teoria dos Campos Conceituais**. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. UFPE: Recife, 2010.

RONDÔNIA (Estado). **Referencial Curricular de Rondônia: Ensino fundamental**. Porto Velho, 2013.

NETO, Antônio Caminha Muniz. **Geometria**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

PROJETO PEDAGÓGICO CURRICULAR. Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Juscelino Kubitschek. Porto Velho – RO. 2019.

SILVA, M. M. dos S.; SALES, A. **O professor do ensino fundamental e a demonstração em matemática**. Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática Escolar. 2010.

SOUZA, M. I. F. **Modelo de produção de microconteúdo educacional para ambientes virtuais de aprendizagem com mobilidade**. Tese Doutorado em Educação. Fac. de Ed. UNICAMP, Campinas, 2013.