



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA – PROFMAT

CLÁUDIA RAQUEL ALVES

**UMA ESTRATÉGIA EXPERIMENTAL DE ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL
PARA O ENSINO MÉDIO**

MOSSORÓ – RN

2019

CLÁUDIA RAQUEL ALVES

**UMA ESTRATÉGIA EXPERIMENTAL DE ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL
PARA O ENSINO MÉDIO**

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do programa de Pós-Graduação em Matemática, Departamento de Ciências Exatas e Naturais, da Universidade Federal Rural do Semi-Árido, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Ivan Mezzomo

MOSSORÓ – RN

2019

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

A474e Alves, Cláudia Raquel.
UMA ESTRATÉGIA EXPERIMENTAL DE ENSINO DE
GEOMETRIA ESPACIAL PARA O ENSINO MÉDIO / Cláudia
Raquel Alves. - 2019.
92 f. : il.

Orientador: Ivan Mezzomo.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Programa de Pós-graduação em
Matemática, 2019.

1. Geometria Espacial. 2. Proposta Didática.
3. Ensino médio. I. Mezzomo, Ivan, orient. II.
Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

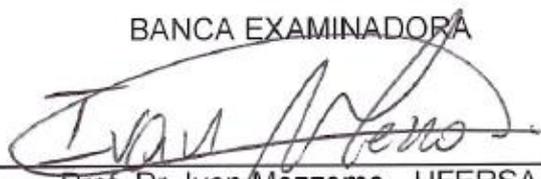
CLÁUDIA RAQUEL ALVES

**UMA ESTRATÉGIA EXPERIMENTAL DE ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL
PARA O ENSINO MÉDIO**

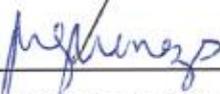
Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do programa de Pós-Graduação em Matemática, Departamento de Ciências Exatas e Naturais, da Universidade Federal Rural do Semi-Árido, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 27, 09, 2019.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Ivan Mezzomo - UFERSA
Presidente



Prof. Dr. Matheus da Silva Menezes - UFERSA
Membro Interno



Prof. Dr. Stefeson Bezerra de Melo - UFERSA
Membro Interno

DEDICATÓRIA

A Eudes e Gabriel, meu esposo e filho, que sempre estiveram ao meu lado torcendo pelo êxito desse trabalho

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por me guiar e me levantar todas as vezes que imaginei que não iria conseguir;

Agradeço aos meus pais e aos meus irmãos, que sempre estiveram ao meu lado torcendo pelo meu sucesso;

Agradeço a todos os meus colegas do curso, pela parceria e amizade que desenvolvemos ao longo desses dois anos de convivência;

Agradeço a todos os professores do PROFMAT – UFERSA, com os quais aprendi muito;

Agradeço aos amigos, Maria José, Maciel e Ricardo, que sempre estiveram dispostos a ajudar em momentos difíceis durante a escrita desse trabalho e em outros momentos que precisei de suas ajudas;

Agradeço ao professor Ivan, meu orientador, pelo empenho, paciência, compreensão, força e pela grande ajuda na realização desse trabalho;

Agradeço à Banca Examinadora, pelas contribuições e sugestões para a conclusão desse trabalho.

“Conheça todas as teorias, domine todas as técnicas, mas ao tocar uma alma humana, seja apenas outra alma humana”.

Carl Jung

RESUMO

O fato de a Geometria Espacial sempre ser um conteúdo presente nos documentos que orientam o ensino de matemática e também ser cobrado nas provas do ENEM, que é hoje a principal forma de acesso ao ensino superior, fomentou a busca por uma forma de ensino que priorize os conhecimentos do cotidiano do aluno. Nesse sentido, o presente trabalho traz uma proposta didática como estratégia para o estudo de Geometria Espacial no Ensino Médio. Como sugestão traremos uma proposta com aulas elaboradas para aplicação em sala de aula com a utilização de materiais alternativos e pautados em algumas das teorias de aprendizagem encontrados na literatura. O experimento foi feito em duas turmas do ensino médio. Em uma turma utilizamos o método tradicional, com o uso do livro didático, pincel e quadro branco. Na outra turma, aplicamos a proposta de aula diferenciada com utilização de aulas práticas e materiais alternativos encontrados no cotidiano do aluno. A verificação dos resultados da proposta didática se dará a partir de um questionário aplicado nas duas turmas.

Palavras-chave: Geometria Espacial. Proposta didática. Ensino Médio.

ABSTRACT

The fact that Spatial Geometry has always been a content present in the documents that guide the teaching of mathematics and is also charged in the tests of ENEM, which is today the main form of access to higher education, fostered the search for a way of teaching that prioritizes the knowledge of the student's daily life. In this sense, the present work brings a didactical proposal as a strategy for the study of Spatial Geometry in High School. As a suggestion we will bring a proposal with classes designed for classroom application using alternative materials and based on some of the learning theories found in the literature. The experiment was done in two high school classes. In one class we use the traditional method, used the textbook, brush and whiteboard. In the other class, we applied the differentiated class proposal using practical classes and alternative materials found in the student's daily life. The verification of the results of the didactical proposal will be based on a questionnaire applied to both classes.

Keywords: Spatial geometry. Didactical proposal. High school.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	– Competências Gerais da Educação Básica: Ensino Médio	31
Figura 2	– Poliedro	39
Figura 3	– Diagonais do poliedro e da face.....	40
Figura 4	– Poliedro convexo (a) e não convexo (b)	40
Figura 5	– Prisma oblíquo.....	41
Figura 6	– Cubo.....	41
Figura 7	– Diagonal do paralelepípedo reto - retângulo.....	42
Figura 8	– Pirâmide	43
Figura 9	– Componentes da pirâmide	44
Figura 10	– Cilindro	45
Figura 11	– Cone circular.....	46
Figura 12	– Objetos que representam poliedros ou corpos redondos trazidos de casa pelos alunos.....	52
Figura 13	– Material em acrílico.....	53
Figura 14	– Poliedros confeccionados pelo grupo 1.....	55
Figura 15	– Poliedros confeccionados pelo grupo 2.....	55
Figura 16	– Poliedros confeccionados pelo grupo 3.....	56
Figura 17	– Poliedros confeccionados pelo grupo 4.....	56
Figura 18	– Poliedros confeccionados em casa pelo grupo 1.....	57
Figura 19	– Poliedros confeccionados em casa pelo grupo 2.....	58
Figura 20	– Poliedros confeccionados em casa pelo grupo 3.....	58
Figura 21	– Poliedros confeccionados em casa pelo grupo 4.....	59
Figura 22	– Poliedros confeccionados em casa pelo grupo 5.....	59
Figura 23	– Poliedros confeccionados em casa pelo grupo 6.....	60
Figura 24	– Chapéus de bruxa confeccionados pelos grupos.....	61

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Competências gerais da área “Ciências da Natureza, Matemática e Suas Tecnologias”	26
Quadro 2 – Competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática segundo os PCNEM	27
Quadro 3 – Conteúdos e habilidades da unidade temática Tema 2- “Geometria e medidas”	29
Quadro 4 – Matemática e suas Tecnologias no Ensino Médio: Competências específicas	32
Quadro 5 – Habilidades referentes a Geometria e Medidas relacionadas ao conhecimento de Geometria Espacial	33
Quadro 6 – Eixos cognitivos do ENEM (comuns a todas as áreas)	35
Quadro 7 – Áreas de conhecimento do ENEM.....	36
Quadro 8 – Competências que compõem a Matriz de Referência “Matemática e suas Tecnologias”	37
Quadro 9 – Habilidades compreendidas na Competência 2 da Matriz de Referência “Matemática e suas Tecnologias”	38

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1	– Reconhecimento de poliedros	62
Gráfico 2	– Análise do cubo	63
Gráfico 3	– Análise da pirâmide de base quadrada.....	64
Gráfico 4	– Análise da pirâmide de base triangular	65
Gráfico 5	– Análise do prisma hexagonal	66
Gráfico 6	– Análise do prisma de base triangular	67
Gráfico 7	– Análise da pirâmide de base hexagonal	67
Gráfico 8	– Identificação de figuras espaciais no cotidiano	68
Gráfico 9	– Análise de acerto dos itens	69
Gráfico10	– Cálculo da área e do volume do cubo	70
Gráfico11	– Cálculo da área e do volume do prisma hexagonal.....	71
Gráfico12	– Cálculo da área e do volume da pirâmide hexagonal.....	72

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ENEM	– Exame Nacional do Ensino Médio
MEC	– Ministério da Educação
INEP	– Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
ProUni	– Programa Universidade para todos
SISU	– Sistema de Seleção Unificada
FIES	– Fundo de Financiamento ao Estudante do Ensino Superior
PCNEM	– Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
BNCC	– Base Nacional Comum Curricular
GC	– Grupo Controle
GE	– Grupo Experimental

LISTA DE SÍMBOLOS

\in – Pertence

\neq – Diferente

$=$ – Igual

α – Alfa

β – Beta

π – Pi

$\%$ – Por cento

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	17
1.1 Objetivo Geral.....	19
1.2 Objetivos Específicos	19
2 CONTEXTO HISTÓRICO.....	21
2.1 A geometria e sua origem.....	21
2.2 O ensino de Geometria	22
2.3 Histórico do ENEM	23
3 ANÁLISE DE DOCUMENTOS.....	26
3.1 O Ensino de geometria espacial segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais	26
3.2 O Ensino de Geometria espacial segundo a nova Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Médio	31
3.3 A geometria espacial e a Matriz de Referência para o ENEM – Matemática e suas Tecnologias	35
4 REFERENCIAL TEÓRICO.....	39
4.1 Geometria Espacial	39
4.1.1 Poliedros	39
4.1.1.1 Prismas	41
4.1.1.2 Pirâmide	42
4.1.2 Corpos redondos.....	45
4.1.2.1 Cilindro	45
4.1.2.2 Cone Circular	46
4.2 Teorias da Aprendizagem.....	47
5 METODOLOGIA	49
5.1 Tipologia, caracterização das turmas e etapas da pesquisa.....	50
6 DESENVOLVIMENTO DA ESTRATÉGIA EXPERIMENTAL DE ENSINO.....	51

6.1 Estudo dos prismas	53
6.2 Estudo das pirâmides	54
6.3 Estudo do cilindro	60
6.4 Estudo do cone circular.....	60
7 RESULTADOS OBTIDOS NA PESQUISA.....	62
8 CONSIDERAÇÕES FINAIS	74
REFERÊNCIAS.....	76
APÊNDICES	78

1 INTRODUÇÃO

A matemática, no contexto do ensino médio, é vista pelos alunos como algo difícil e temido. Tal visão é reforçada diante dos baixos índices de aprovação tanto em avaliação interna como externa a escola.

A matemática muitas vezes é mostrada sem associação com situações concretas ou mesmo de forma isolada das outras disciplinas, o que contribui para que tenhamos dificuldade em desenvolver nos alunos a aprendizagem significativa, criativa e contextualizada. Esse fato também se deve ao excesso de manipulações algébricas por parte dos professores e o pouco conhecimento de assuntos básicos, porém necessários, que são vistos no ensino fundamental.

É importante que o professor seja o condutor desse processo, em que o educando vivencie dinamicamente a apreensão dos conteúdos matemáticos, e não sendo apenas receptores do conhecimento para que assim se sintam responsáveis e participantes ativos da sua aprendizagem, observando, refletindo e tirando conclusões.

Os processos de ensino/aprendizagem se desenvolvem desde civilizações primitivas onde os conhecimentos eram transmitidos das gerações mais velhas as gerações mais novas. Nesse contexto, as crianças aprendiam todos os conhecimentos, crenças e práticas através da convivência com os adultos. Hoje, temos também esses conhecimentos sendo repassados geração após geração, acrescidos de conhecimentos formais adquiridos nas instituições de ensino, que também tem um papel fundamental na formação dos jovens. Reforçando essa ideia, Libâneo (1994) enfatiza que:

Podemos distinguir a aprendizagem casual e a aprendizagem organizada. A aprendizagem casual é quase sempre espontânea, surge naturalmente da interação entre pessoas e com o ambiente em que vivem. Ou seja, pela convivência social, pela observação de objetos e acontecimentos, pelo contato com os meios de comunicação, leituras, conversas etc., as pessoas vão acumulando experiências, adquirindo conhecimentos, formando atitudes e convicções. A aprendizagem organizada é aquela que tem por finalidade específica aprender determinados conhecimentos, habilidades, normas de convivência social. Embora isso possa ocorrer em vários lugares, é na escola que são organizadas as condições específicas para a transmissão e assimilação de conhecimentos e habilidades. (LIBÂNIO, 1994, p.82)

Percebemos assim, que apesar da aprendizagem ocorrer em vários lugares, é na escola que o aluno tem contato com a construção do conhecimento sistemático, onde todas as atividades são planejadas de forma intencional a fim de atingir objetivos

específicos. Pensando assim, pretendemos planejar e desenvolver aulas do conteúdo de geometria espacial de tal forma que os alunos possam ver sentido nos conteúdos que estão sendo estudados, podendo relacioná-los com situações do cotidiano e de forma gradual adquirir habilidades para lidar com cálculos e manipulações, sendo capazes de aplicar tais conhecimentos em situações reais e resolução de questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

A partir da atuação como professores do ensino médio, podemos perceber que os alunos apresentam dificuldade em compreender o conteúdo de geometria espacial, apesar de alguns desses conteúdos estarem presentes em situações do seu dia a dia. No papel de professores, precisamos perceber a necessidade de se desenvolver práticas pedagógicas diversificadas e incentivar a curiosidade e o interesse pela experimentação e participação dos alunos, esperando assim, que a aprendizagem realmente aconteça.

O trabalho com a matemática em sala de aula representa um desafio para o professor na medida em que exige que ele o conduza de forma significativa e estimulante para o aluno. Cabe então descobrir formas alternativas de trabalhar com a matemática de modo que os estudantes percebam que pensamos matematicamente o tempo todo. A esse respeito, D' Ambrósio nos diz que:

Sabe-se que a típica aula de matemática a nível de primeiro, segundo ou terceiro grau ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julgar importante. O aluno, por sua vez, copiada a lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. Essa prática revela a concepção de que é possível aprender matemática através de um processo de transmissão de conhecimento. Mais ainda, de que a resolução de problemas reduz-se a procedimentos determinados pelo professor. (D' AMBRÓSIO, 1989, p. 15).

Apesar de a aprendizagem do educando ser o foco principal de todo educador, como professor do ensino médio temos a preocupação também de que nossos alunos possam continuar sua vida acadêmica, surgindo assim a preocupação de que eles sejam também preparados para fazer provas de acesso ao ensino superior. Hoje, temos o ENEM como uma das principais portas de entrada nas universidades públicas ou particulares. Sendo assim, é preocupação também das escolas de ensino médio que os alunos estejam preparados para fazer essa prova para que assim possam ingressar na universidade.

Nesse trabalho, vamos propor uma estratégia do ensino de geometria espacial no ensino médio. O estudo será desenvolvido em uma turma do segundo ano do ensino médio de uma escola da rede pública estadual, situada na cidade de Pereiro/CE.

1.1 Objetivo Geral

Desenvolver e apresentar uma proposta didática alternativa ao método de ensino tradicional de geometria espacial para o ensino médio, utilizando materiais alternativos para o desenvolvimento das aulas, pensando também em sua abordagem no ENEM.

1.2 Objetivos Específicos

- Subsidiar a prática docente no ensino de geometria espacial com utilização de recursos didáticos.
- Apresentar uma sequência didática com propostas de aulas para aplicar em sala de aula.
- Apresentar um estudo de como o conteúdo de geometria espacial consta nos principais documentos que norteiam o ensino de matemática no ensino médio

Para atingir tais objetivos, esse trabalho está organizado da seguinte forma: no segundo capítulo trataremos do contexto histórico no que se refere a origem da geometria, como se deu o seu surgimento, destacando alguns dos principais estudiosos e suas descobertas e mostrando como se desenvolveu o ensino da matemática e, principalmente, da geometria. Mostraremos também o histórico do ENEM, desde a sua criação em 1998 até os dias atuais, enfatizando as mudanças ocorridas e os principais programas de ingresso ao ensino superior através do resultado obtido no exame.

No terceiro capítulo, faremos uma análise da abordagem do conteúdo de geometria espacial nos principais documentos que tratam do ensino de matemática no Ensino Médio (Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio; Matriz de Referência para o ENEM-Matemática e suas Tecnologias).

No quarto capítulo trataremos do referencial teórico, onde mostraremos um resumo dos principais conceitos e fórmulas do conteúdo de geometria espacial abordados nesse trabalho. Trataremos também de algumas teorias de aprendizagem que foram utilizadas durante a aplicação das aulas.

No quinto capítulo, apresentaremos os procedimentos metodológicos onde faremos a caracterização das turmas e as etapas da proposta.

No sexto capítulo mostraremos o desenvolvimento da estratégia experimental de ensino.

No sétimo capítulo, discutiremos sobre os resultados obtidos na pesquisa com a análise dos dados oriundos da turma em que houve a intervenção pedagógica, confrontando com os resultados da turma em que não foi feita essa intervenção.

No oitavo capítulo, abordaremos as considerações finais, nossas reflexões acerca da pesquisa e do desenvolvimento das atividades ao longo do trabalho.

2 CONTEXTO HISTÓRICO

2.1 A geometria e sua origem

A geometria como ramo matemático surgiu nas antigas civilizações para atender suas necessidades de constante organização do espaço de terra onde cultivavam cereais. O estudo da Geometria Espacial é datado desde, aproximadamente, dois mil anos antes de Cristo pelos povos da Mesopotâmia. No Egito, as anuais enchentes do rio Nilo inundavam as áreas férteis derrubando as marcações fixadas no ano anterior, sendo necessário refazê-las todos os anos. Com essa necessidade constante de refazer as demarcações, os egípcios se tornaram habilidosos delimitadores de áreas, descobrindo assim inúmeros princípios relativos a medidas geométricas como linhas, ângulos, etc., que os habilitavam a resolver problemas de limites de terras, projetos de arquitetura e engenharia ente outros.

De acordo com Lyudmil (2007), a geometria se iniciou no Egito:

A Geometria foi descoberta pelos egípcios como resultado das medidas de suas terras, e estas medidas eram necessárias devido às inundações do Nilo, que constantemente apagavam as fronteiras. Não existe nada notável no fato de que esta ciência, da mesma forma que as outras, tenha surgido das necessidades práticas do homem. Todo o conhecimento que surge de circunstâncias imperfeitas tende por si mesmo aperfeiçoar-se. Surge das impressões dos sentidos, porém, gradativamente converte em objeto de nossa contemplação e finalmente entra no campo do intelecto. (LYUDMIL,2007, p. 39).

Alguns documentos como o “papiro de Rhind” e o “papiro de Moscou” nos mostram que a Matemática babilônica já se preocupava com o estudo geométrico e com essas exposições de problemas e suas resoluções encontradas nos papiros. Para os egípcios e os babilônios, a geometria era organizada para atender as suas necessidades práticas, já os gregos encaravam a matemática de uma forma diferente, como uma ciência propriamente dita assimilando seus princípios empíricos, procurando demonstrar de forma rigorosa as leis acerca do espaço. Através de alguns matemáticos como Tales de Mileto, os gregos estabeleceram a Geometria como uma teoria dedutiva.

Para Greenberg (1980), foi com Tales e Pitágoras no século VI a.C., que o pensamento matemático sofre uma brusca transformação em profundidade na aquisição de um espírito crítico e de uma nova liberdade de imaginação criadora, assumindo características familiares ao matemático de hoje como a necessidade de definições precisas, a preocupação em explicitar pressuposições, desenvolvimento do

pensamento dedutivo e a noção da pesquisa matemática com uma formulação clara dos problemas e distinção nítida entre uma conjectura e um teorema.

De acordo com Eves (2002), por volta de 300 a. C., o matemático grego Euclides escreve seu livro “Os Elementos”, que nos traz os conhecimentos de geometria disponíveis até o momento. Ele apresenta este conhecimento dentro do formalismo matemático que temos atualmente, apresentando os axiomas e demonstrando seus enunciados. Nesse livro, Euclides sistematizou todos os conhecimentos acumulados até então pelo seu povo, fornecendo assim, uma linguagem científica de forma ordenada. Outro movimento importante para a geometria foi a escola pitagórica onde Pitágoras, discípulo de Thales de Mileto, associava tudo existente na natureza com números. Pitágoras foi responsável pelo estudo da Geometria associada a Aritmética.

Foi a partir do Renascimento Italiano que novas descobertas matemáticas importantes aconteceram. Diversos matemáticos como Leonardo Fibonacci (1170-1240) retomam os estudos sobre Geometria Espacial. Várias outras descobertas foram também importantes para o estudo de geometria, como o cálculo de volumes por Joannes Kepler (1571-1630), o surgimento da Geometria Analítica com René Descartes (1596-1650), o desenvolvimento do cálculo diferencial e integral de Isaac Newton (1642-1727), entre outras descobertas importantes.

É importante ressaltar que posteriormente os matemáticos Nicolai Ivanovich Lobachevsky (1792-1856) e Janos Boulay (1802-1860), trabalhando separadamente, construíram uma geometria na qual o postulado da paralela não vale mais, criando a geometria não euclidiana. Vários outros estudos foram desenvolvidos por matemáticos e físicos como a teoria da relatividade de Albert Einstein.

2.2 O ensino de Geometria

A geometria e seu estudo, desde a antiguidade, foi alvo de interesse e estudo de grandes pensadores. O ensino e suas aplicações se desenvolveram em diversos lugares, sendo sempre considerada uma ferramenta para a compreensão e descobertas do espaço onde vivemos.

Historicamente, a educação é privilégio das pessoas com recursos financeiros, em geral nobres e clérigos. O acesso à educação por parte das classes menos favorecidas teve início no Renascimento, quando os burgueses tiveram acesso aos conhecimentos antigos guardados em mosteiros e antes reservados para poucos.

Com o Renascimento que provocou na Europa uma revolução cultural e social, houve a criação de duas escolas, a dos filhos dos empresários, que os preparava para assumir a função de mandante que toma decisões e a dos filhos dos trabalhadores, que seriam preparados para continuarem atuando nas fábricas, submissos aos patrões. Nesse novo cenário, o ensino de matemática se diferencia conforme a classe social como afirma Pavanello:

A importância da matemática é, por exemplo, reconhecida na Inglaterra, em 1868, pela comissão Taunton, que especifica a língua (inglesa), a matemática e as ciências naturais como as três principais disciplinas da escola secundária, embora sua proposta de criação de um sistema de escolas divididas em três categorias, cada qual com um currículo próprio, reflita ainda a mentalidade de que a classes diferentes devem ser dadas escolas diferentes, não só com relação aos currículos, mas também aos enfoques dados às disciplinas. (PAVANELLO, 1989, p. 88).

Com o Movimento da Matemática Moderna em 1950, a Educação Matemática no Brasil e no mundo passou por intensas reformulações. Segundo Pavanello (1989), a Matemática Moderna consistia em trabalhar a matemática do ponto de vista de estruturas algébricas com a utilização da linguagem simbólica da teoria dos conjuntos, isso não só enfatizava o ensino da álgebra, como inviabilizava o ensino da Geometria da forma como era feita tradicionalmente.

2.3 Histórico do ENEM

A matriz de referência foi criada por uma equipe coordenada pela professora Maria Inês Fini, elaborada e organizada pelo grupo de autores, pelas instituições Ministério da Educação (MEC) e Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), nos primeiros meses do ano de 1998. A matriz foi estruturada, inicialmente, para que se verificasse o domínio de competências e habilidades, incentivando o uso do raciocínio, bem como a capacidade de aprender de forma contextualizada e interdisciplinar.

Inicialmente o ENEM avaliou os alunos através de uma prova objetiva com 63 questões, a partir de cinco competências e 21 habilidades que eram comuns a todas as áreas do conhecimento. Além das 63 questões, a prova continha uma redação que busca verificar a capacidade de argumentação e solução de problemas do cotidiano dos estudantes. A prova era aplicada em apenas um dia e o aluno dispunha de quatro horas para fazer o exame, o que mudou em 2000 passando para cinco horas de duração.

Segundo dados do portal do INEP, o ENEM foi criado em 1998 tendo como principal objetivo avaliar a qualidade do ensino médio no Brasil ao final do Ensino Médio. Apesar de não ser obrigatório e ser válido, inicialmente, para apenas duas instituições de Ensino Superior, foram registradas 157.221 inscrições e 115.575 participantes. Ao longo dos anos o ENEM foi ganhando credibilidade, sendo usado por várias instituições de Ensino Superior e aprimorando sua prova e métodos de aplicação.

Em 2000, foi garantido o atendimento especializado para 376 pessoas com necessidades especiais, marcando o início da oferta de recursos de acessibilidade. Em 2001, além do início das inscrições poderem ser feitas pela internet, os concluintes do ensino médio passaram a ter direito a inscrição gratuita. A isenção do pagamento de inscrição para alunos da escola pública e a criação do Programa Universidade para todos (ProUni), fizeram com que o número de inscritos passasse de 390.180 na edição de 2000 para 1.552.316 na edição de 2004.

O ProUni foi criado em 2004 para conceder bolsas de estudos, parciais ou integrais em instituições privadas, com base nas notas do ENEM. Com a criação do ProUni aumentou também o número de participantes que realizaram o exame com o objetivo de ingressar em uma universidade, chegando a 67% do total de inscritos. No ano de 2008, o número de universidades que usavam o exame como forma de ingresso chegou a cerca de 700 e o número de inscritos foi de 4.018.050 candidatos.

Com a participação cada vez mais ativa dos estudantes, foram necessárias algumas mudanças curriculares e na organização do ENEM para que ele pudesse ser unificado aos vestibulares uma vez que havia se tornado uma forma de ingresso ao Ensino Superior.

No ano de 2009 nasceu o novo Enem, com formato bem diferente do que foi aplicado em 1998. O exame passou a ter 180 questões objetivas, sendo 45 para cada área do conhecimento e a redação, sendo aplicadas em dois dias consecutivos (sábado e domingo), quatro horas e meia para a realização da prova no primeiro dia e cinco horas e meia no segundo dia devido a redação. Nesse ano também se deu início a certificação para a conclusão do Ensino Médio através do resultado do ENEM. Quanto as suas características, antes priorizava as ligações interdisciplinares e o raciocínio lógico, avaliando a capacidade do aluno de resolver situação-problema e interpretar textos e imagens. O novo Enem passou a priorizar a interdisciplinaridade e a contextualização, porém com ênfase nos conteúdos das áreas do conhecimento.

A mudança no ENEM se deve, principalmente, por conta da criação, em 2009, do Sistema de Seleção Unificada (SISU) que foi desenvolvido pelo MEC durante o governo do ex-presidente Lula e começou a ser utilizado em 2010 por estudantes em instituições de Ensino Superior públicas. Em 2010, também ocorreram algumas alterações no Fundo de Financiamento ao Estudante do Ensino Superior (FIES). A taxa de juros de financiamento passou de 6,5% para 3,4% e o prazo de carência para início do pagamento passou a ser 18 meses após a conclusão do curso além da mudança no prazo para quitação das mensalidades ter sido estendida para até três vezes o tempo de duração da graduação. Todas as mudanças e incentivos fizeram com que o número de inscritos chegasse a 3.420.999, em 2010. No ano de 2017, após uma consulta pública, o ENEM passou a ser aplicado em dois domingos consecutivos.

O ENEM tornou-se uma das principais portas de entrada no ensino superior no Brasil, sua nota pode ser utilizada no SISU como forma de ingresso em várias instituições públicas de ensino, como os institutos federais e as universidades federais e estaduais. O fato de o exame ser uma prova nacional e as inscrições para concorrer a uma vaga nas universidades serem feitas pela internet, possibilitou que estudantes de qualquer Estado da União pudessem concorrer a vagas em qualquer instituição de ensino em todo o território nacional. A nota também pode ser utilizada para concorrer a vagas parciais ou integrais pelo ProUni em universidades particulares, além de poder financiar seu curso pelo FIES. Outra utilização possível da prova é para o intercâmbio internacional através do Programa Ciências sem Fronteiras que visava proporcionar a estudantes de graduação e pós-graduação a experiência de estudar em faculdades em diversos países. Diante de tantas oportunidades ofertadas pelo ENEM para que os jovens possam ingressar em uma universidade é que percebemos como é importante conhecer esse exame e preparar nossos educandos para que possam obter êxito nele.

3 ANÁLISE DE DOCUMENTOS

Neste capítulo faremos uma análise da abordagem do conteúdo de geometria espacial nos principais documentos que tratam do ensino de matemática no Ensino Médio, tais como Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio e Matriz de Referência para o ENEM-Matemática e suas Tecnologias.

3.1 O ensino de geometria espacial segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio (PCNEM) explicitam as habilidades básicas e competências específicas a serem desenvolvidas pelos alunos do ensino médio em Matemática e implementa suas diretrizes. Essas competências e habilidades são essenciais na formação do jovem, uma vez que trabalham com a organização e estruturação do pensamento, preparando-os para compreender e interpretar situações em que possa vir a passar e propiciando a eles uma melhor forma de argumentar, tirar suas próprias conclusões, bem como tomar suas decisões no momento que lhe for exigido.

De acordo com os PCNEM, o conhecimento escolar é dividido em três grandes áreas: Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias; e Ciências Humanas e suas Tecnologias. Para o nosso estudo, explicitaremos a área Ciências da Natureza, Matemática e Suas Tecnologias, que abrange as disciplinas de Biologia, Física, Química e Matemática, que é detalhada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN + Ensino Médio).

Quadro 1: Competências gerais da área “Ciências da Natureza, Matemática e Suas Tecnologias”

Competência 1 Representação e comunicação	Envolve a leitura, a interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais características dessa área do conhecimento.
Competência 2 Investigação e compreensão	Competência marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações problema, utilização dos conceitos e

	procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências.
Competência 3 Contextualização das ciências no âmbito sociocultural	Forma de análise crítica das ideias e dos recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas por meio do pensar e do conhecimento científico.

Fonte: BRASIL, 2002b, p. 113. Adaptado.

Nos PCNEM são estabelecidas também as finalidades do ensino da matemática, apresentadas nas competências e habilidades esperadas dos alunos, conforme Quadro 2 abaixo.

Quadro 2: Competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática segundo os PCNEM

Competências	Habilidades
Representação e comunicação	<ul style="list-style-type: none"> • Ler e interpretar textos de matemática. • Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões, etc.) • Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa. • Expressar-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta. • Produzir textos matemáticos adequados. • Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação. • Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho.
Investigação e compreensão	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões, etc.).

	<ul style="list-style-type: none"> • Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema. • Formular hipóteses e prever resultados. • Selecionar estratégias de resolução de problemas. • Interpretar e criticar resultados numa situação concreta. • Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos. • Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades. • Discutir ideias e produzir argumentos convincentes.
Contextualização das ciências no âmbito sociocultural	<ul style="list-style-type: none"> • Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real. • Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento. • Relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade. • Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades.

Fonte: BRASIL, 2000, p. 46. Adaptado.

Segundo os PCN + Ensino Médio, a Matemática no ensino médio deve ser compreendida como uma parcela do conhecimento imprescindível na formação dos jovens, pois contribui na construção da visão de mundo dos jovens e os ajuda a ler e interpretar a realidade e a desenvolver capacidades necessárias ao longo de suas vidas social e profissional. Os jovens precisam aprender matemática de uma forma contextualizada e integrada a outros conhecimentos para saber utilizar esse conhecimento no âmbito escolar, no exercício da cidadania, bem como no mercado de trabalho. Para tanto, é importante conhecer como se dá a abordagem dos conteúdos de geometria na disciplina de matemática no referido documento.

Quadro 3: Conteúdos e habilidades da unidade temática Tema 2- “Geometria e medidas”

<p>1. Geometria plana: Semelhança e congruência; representações de figuras.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar dados e relações geométricas relevantes na resolução de situação problema. • Analisar e interpretar diferentes representações de figuras planas, como desenhos, mapas plantas de edifícios etc. • Usar formas geométricas planas para representar ou visualizar partes do mundo real. • Utilizar as propriedades geométricas relativas aos conceitos de congruência e semelhança de figuras. • Fazer uso de escalas em representações planas.
<p>1. Geometria espacial: Elementos dos poliedros, sua classificação e representação; sólidos redondos; propriedades relativas à posição; intersecção, paralelismo e perpendicularismo; inscrição e circunscrição de sólidos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Usar formas geométricas espaciais para representar ou visualizar partes do mundo real, como peças mecânicas, embalagens e construções. • Interpretar e associar objetos sólidos a suas diferentes representações bidimensionais, como projeções, planificações, cortes e desenhos. • Utilizar o conhecimento geométrico para leitura, compreensão e ação sobre a realidade. • Compreender o significado de postulados ou axiomas e teoremas e reconhecer o valor de demonstrações para perceber a Matemática como ciência com forma específica para validar resultados.
<p>1. Métrica: Áreas e volumes; estimativa, valor exato e aproximado.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar e fazer uso de diferentes formas para realizar medidas e cálculos. • Utilizar propriedades geométricas para medir, quantificar e fazer estimativas de comprimentos, áreas e volumes em situações reais relativos, por exemplo, de recipientes, refrigeradores,

	<p>veículos de carga, móveis, cômodos, espaços públicos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Efetuar medições, reconhecendo, em cada situação, a necessária precisão de dados ou de resultados e estimando margens de erro.
<p>1. Geometria analítica: Representação no plano cartesiano e equações; intersecção e posições relativas de figuras</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Interpretar e fazer uso de modelos para a resolução de problemas geométricos. • Reconhecer que uma mesma situação pode ser tratada com diferentes instrumentais matemáticos, de acordo com suas características. • Associar situações e problemas geométricos e suas correspondentes formas algébricas e representações gráficas e vice-versa. • Construir uma visão sistemática das diferentes linguagens e campos de estudo da Matemática, estabelecendo conexões entre eles.

Fonte: Fonte: BRASIL, 2002b, p. 125. Adaptado.

O conteúdo de geometria, de acordo com os PCN + Ensino Médio, é um dos conteúdos de matemática que mais tem potencial explicativo, permitindo que o aluno desenvolva sentido a questões do mundo em que vive. Sua abordagem não deve se restringir à métrica do cálculo de área e volumes de alguns sólidos, mas sim deve possibilitar que essas questões aflorem e possam ser discutidas e analisadas pelos próprios alunos. Ainda de acordo com o referido documento temos:

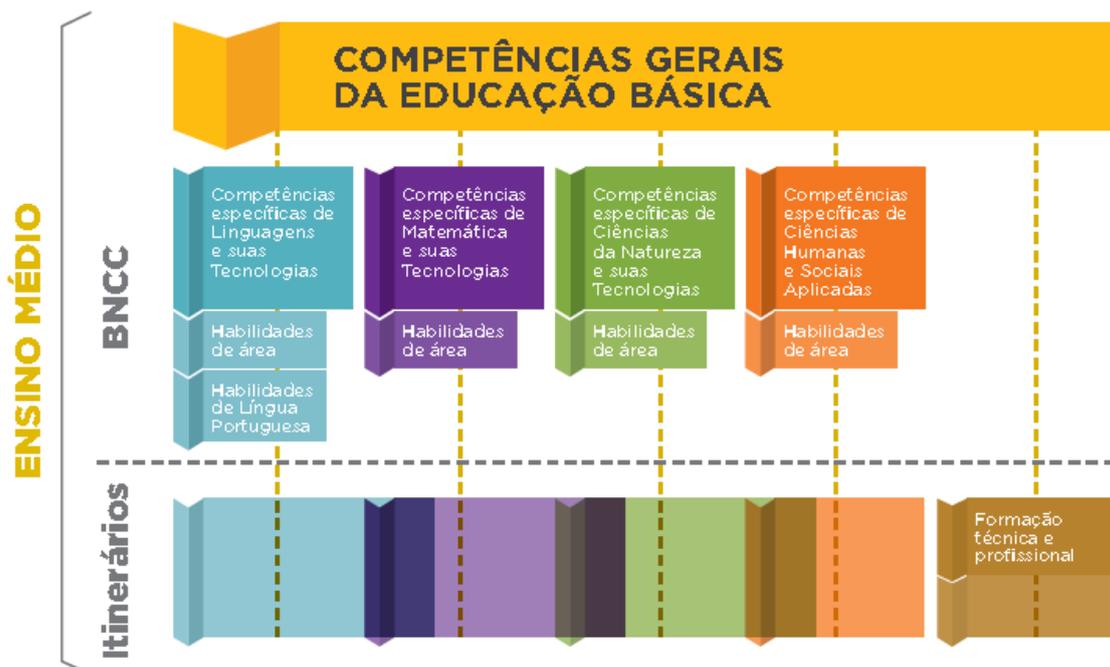
A geometria, ostensivamente presente nas formas naturais e construídas, é essencial à descrição, a representação, à média e ao dimensionamento de uma infinidade de objetos e espaços na vida diária e nos sistemas produtivos e de serviços. No ensino médio, trata das formas planas e tridimensionais e suas representações em desenhos, planificações, modelos e objetos do mundo concreto. (Brasil, 2002b, p. 123).

Buscamos trabalhar com a geometria espacial no ensino médio, visando o alcance das competências e habilidades, mas principalmente, que o conteúdo estudado tenha sentido para o aluno, que a forma de abordagem desperte o interesse do aluno para torná-lo assim sujeito ativo do processo.

3.2 O ensino de geometria espacial segundo a nova Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Médio

Em 14 de dezembro de 2018 foi homologado o documento da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para a etapa do ensino médio. A BNCC estabelece as aprendizagens essenciais que estudantes do Brasil têm direito a aprender e estão organizadas por áreas por áreas do conhecimento (Linguagens e suas Tecnologias, Matemática e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias, Ciências Humanas e Sociais Aplicadas). A BNCC está alinhada a alteração da Lei de Diretrizes e Bases (LDB), a lei nº13.415/2017, onde diz que o currículo do ensino médio será composto pelas competências gerais da educação básica e por itinerários formativos como ilustrado no esquema a seguir:

Figura 1: Competências Gerais da Educação Básica: Ensino Médio.



Fonte: BRASIL, 2018, p. 469.

A formação geral básica é baseada nas aprendizagens previstas na BNCC e em outros conteúdos locais ou nacionais, sendo obrigatória para todos os estudantes e organizadas suas competências específicas e habilidades nas redes de ensino, sempre com o formato das quatro áreas de conhecimento da BNCC.

A formação específica ou itinerários formativos tem como objetivo aprofundar os conhecimentos dos alunos e devem ser construídos a partir das quatro áreas do conhecimento e uma quinta chamada de Formação Técnica e Profissional. A ideia é

que as redes de ensino observem vários aspectos para determinar sua grade curricular, como o local, a infraestrutura da escola e qual itinerário formativo é mais adequado para o perfil dos alunos da escola. A organização da grade curricular fica a critério de cada escola, sendo que é importante que se utilize a formação básica e alguns itinerários.

A estrutura do componente Matemática procura dialogar com os documentos curriculares recentes no cenário brasileiro, sendo organizada em três unidades de conhecimento de área: Números e Álgebra, Geometria e Medidas e Probabilidade e estatística. Sobre a etapa do Ensino Médio, a BNCC aponta algumas considerações.

A área de Matemática e suas Tecnologias tem a responsabilidade de aproveitar todo o potencial já construído por esses estudantes no Ensino Fundamental, para promover ações que ampliem o letramento matemático iniciado na etapa anterior. Isso significa que novos conhecimentos específicos devem estimular processos mais elaborados de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar que permitam aos estudantes formular e resolver problemas em diversos contextos com mais autonomia e recursos matemáticos. (Brasil, 2018, p. 529).

Com a reformulação a BNCC buscou-se mudar a visão dos alunos a respeito da matemática, que não conseguem aprender ou que é uma disciplina muito difícil. O ensino passa a ter um letramento mais reflexivo e uma maior variedade de contexto, a intensão é que o ensino trará os conceitos teóricos para a vida real, que os alunos vejam que a matemática está em tudo.

A área de Matemática e suas Tecnologias foi organizada em cinco competências que estão dispostas no Quadro 4 abaixo.

Quadro 4: Matemática e suas Tecnologias no Ensino Médio: Competências Específicas

Competência específica 1	Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
Competência específica 2	Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de

	problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
Competência específica 3	Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
Competência específica 4	Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
Competência específica 5	Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Fonte: BRASIL, 2018, p. 532-540. Adaptado.

A geometria espacial está presente em habilidades das competências 1, 2, 3 e 5, na unidade de conhecimento de área Geometria e Medidas, conforme Quadro 5 a seguir.

Quadro 5: Habilidades referentes a Geometria e Medidas relacionadas ao conhecimento de Geometria Espacial.

(EM13MAT201)	Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.
(EM13MAT307)	Empregar diferentes métodos para obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por

	cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplica-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT105)	Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composição destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).
(EM13MAT309)	Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições de sólidos estudados), com ou sem o apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT504)	Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.
(EM13MAT505)	Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.
(EM13MAT509)	Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital.

Fonte: BRASIL, 2018, p. 545. Adaptado.

Em relação aos conhecimentos de geometria no ensino médio a BNCC nos diz:

Assim a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes

de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras. (Brasil, 2018, p. 272).

A proposta traz em relação ao pensamento geométrico, que os estudantes desenvolvam habilidades relacionadas ao uso prático, no qual fórmulas e teoremas aplicados em situações reais tenham significado para eles, que o aluno desenvolva a capacidade de investigação e de formulação de explicações e argumentos que podem surgir de experiências empíricas.

3.3 A geometria espacial e a Matriz de Referência para o ENEM- Matemática e suas Tecnologias

Como já exposto anteriormente, o ENEM se tornou ao longo dos anos um importante instrumento de avaliação do ensino médio, bem como uma das mais importantes portas de entrada na universidade para estudantes brasileiros. O exame objetiva verificar se o participante, ao final do Ensino Médio, demonstra domínio das competências e habilidades a serem desenvolvidas nessa etapa de ensino, bem como se o aluno adquiriu os conhecimentos das formas de linguagens e conhecimentos de ciências humanas necessários para o exercício da cidadania.

O ENEM é estruturado a partir de uma Matriz de Referência, que traz a associação entre conteúdos, competências e habilidades que o participante deve desenvolver ao término do ensino médio. A Matriz é dividida em eixos cognitivos comuns a todas as áreas do conhecimento (Quadro 6).

Quadro 6: Eixos cognitivos do ENEM (comuns a todas as áreas)

Dominar linguagens (DL)	Dominar a norma culta da Língua Portuguesa e fazer uso das linguagens matemática, artística e científica e das línguas espanhola e inglesa.
Compreender fenômenos (CF)	Construir e aplicar conceitos das várias áreas do conhecimento para a compreensão de fenômenos naturais, de processos histórico-geográficos, da produção tecnológica e das manifestações artísticas.

Enfrentar situações-problema (SP)	Selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representados de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema.
Construir argumentações (CA)	Relacionar informações, representadas em diferentes formas, e conhecimentos disponíveis em situações concretas, para construir argumentação consistente.
Elaborar propostas (EP)	Recorrer aos conhecimentos desenvolvidos na escola para elaboração de propostas de intervenção solidária na realidade, respeitando os valores humanos e considerando a diversidade sociocultural

Fonte: Fonte: BRASIL, 2009, p.1. Adaptado.

Em seguida temos as quatro áreas em que os conhecimentos são divididos, com suas competências curriculares (Quadro 7).

Quadro 7: Áreas de conhecimento do ENEM

Área do conhecimento	Componente curriculares
Linguagens, Códigos e suas Tecnologias	Língua Portuguesa, Literatura, língua estrangeira (Inglês ou Espanhol), Artes, Educação Física e Tecnologias da Informação e Comunicação
Matemática e suas Tecnologias	Matemática
Ciências da Natureza e suas Tecnologias	Química, Física e Biologia
Ciências Humanas e suas Tecnologias	História, Geografia, Sociologia e Filosofia

Fonte: BRASIL, 2009, p. 2-11. Adaptado.

A elaboração das questões do ENEM é baseada nas competências e habilidades de cada uma das quatro áreas do conhecimento do ENEM. Nosso estudo é baseado na utilização dos conhecimentos matemáticos utilizados nessa avaliação e em outras situações e, por este motivo, analisaremos a área do conhecimento Matemática e suas Tecnologias (Quadro 8).

Quadro 8: Competências que compõem a Matriz de Referência “Matemática e suas Tecnologias”

Competência de área 1	Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.
Competência de área 2	Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e representação da realidade e agir sobre ela.
Competência de área 3	Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.
Competência de área 4	Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.
Competência de área 5	Modelar e resolver problemas que envolvam variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.
Competência de área 6	Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.
Competência de área 7	Compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar

	instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.
--	---

Fonte: BRASIL, 2009, p. 5-7. Adaptado.

Nosso interesse maior nesse estudo está direcionado a competência 2 que é formada por quatro habilidades, que se referem ao uso da geometria na leitura e representação da realidade, e se trata de um recurso na resolução de diversas atividades do cotidiano por permitir a descrição e a representação do mundo (Quadro 9).

Quadro 9: Habilidades compreendidas na Competência 2 da Matriz de Referência “Matemática e suas Tecnologias”

H6	Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.
H7	Identificar características de figuras planas ou espaciais
H8	Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma
H9	Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Fonte: BRASIL, 2009, p. 5. Adaptado.

Diante da análise das habilidades a serem desenvolvidas na competência 2, verificamos a importância e a necessidade do trabalho constante de atividades que desenvolvam a capacidade de interpretação, sendo necessário para isso o contato do aluno com experiências envolvendo situações-problema diversas, tendo a oportunidade de refletir sobre elas, de modo a permitir a inserção dos conteúdos abordados em um ambiente contextualizado, significativo e interdisciplinar. Podemos assim, desenvolver uma visão diferente entre os alunos e professores a respeito do estudo de geometria, para que seu estudo se desenvolva de tal modo que tenha significado para a vida, não somente a fim de fazer cálculos desvinculados de sentido.

4 REFERENCIAL TEÓRICO

4.1 Geometria Espacial

Nesta seção será apresentado, de maneira breve, alguns conceitos fundamentais relacionados a geometria espacial, cujo conhecimento se torna essencial para o entendimento deste trabalho.

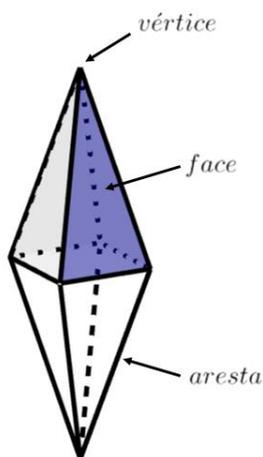
As provas de alguns resultados não serão apresentadas, no entanto, em todo o texto ficará evidente a referência para a obtenção das justificativas aqui apresentadas. Serão utilizadas como referências principais nesta seção, Lima et al. (2006) e Paiva (2015).

4.1.1 Poliedros

Segundo Lima et al. (2006), poliedro é a reunião de um número finito de polígonos planos, onde cada lado de um desses polígonos é também lado de um, e apenas um, outro polígono. Cada um desses polígonos é chamado de face do poliedro.

As arestas do poliedro são as intersecções das faces, ou seja, cada lado comum a duas faces e cada vértice de uma face, é um vértice do poliedro (Figura 2).

Figura 2: Poliedro

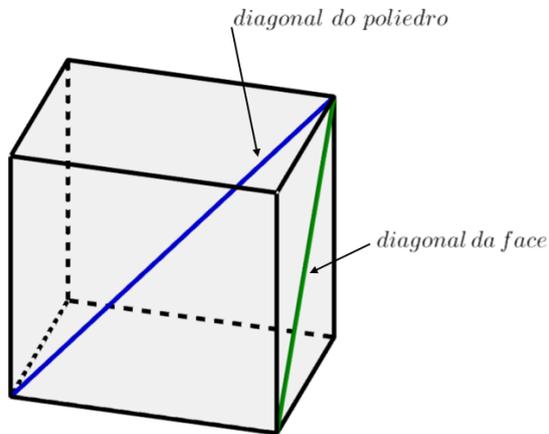


Fonte: Autoria própria.

É importante também para o nosso estudo destacar as definições de diagonais. De acordo com Paiva (2015), diagonal de uma face é qualquer diagonal do polígono que constitui uma face e diagonal do poliedro é qualquer segmento de reta cujos

extremos são dois vértices que não pertencem a uma mesma face (Figura 3). Todo poliedro limita uma região do espaço chamada de interior desse poliedro.

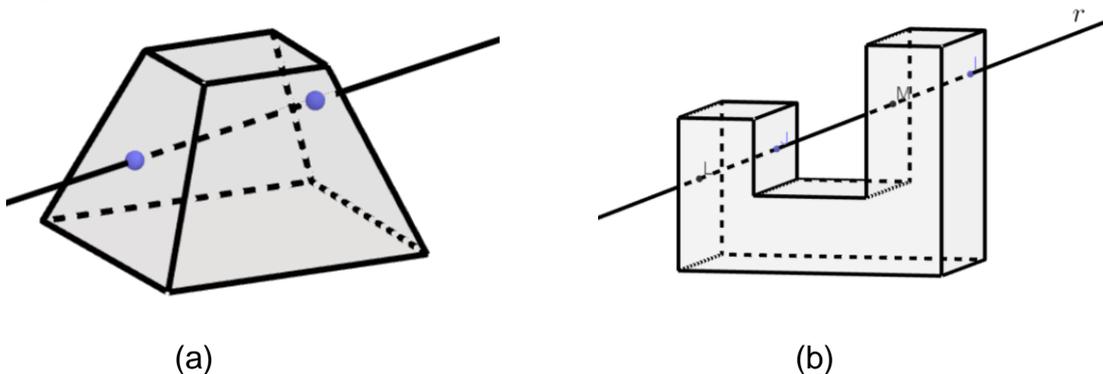
Figura 3: Diagonais do poliedro e da face



Fonte: Autoria própria.

Ainda segundo Paiva (2015), um poliedro é dito convexo se qualquer reta (não paralela a nenhuma de suas faces) o corta em, no máximo, dois pontos e dito não convexo quando o seguimento de reta que liga dois de seus pontos não está inteiramente contido nele (Figura 4). Um poliedro convexo é dito regular, se e somente se, todas as suas faces são polígonos regulares e congruentes entre si e em todos os vértices concorrem o mesmo número de arestas.

Figura 4: Poliedros convexo (a) e não convexo (b)



Fonte: Autoria própria.

O Teorema de Euler é um importante teorema desenvolvido em 1758 e nos diz que em todo poliedro convexo com A arestas, V vértices e F faces, vale a relação

$$V - A + F = 2.$$

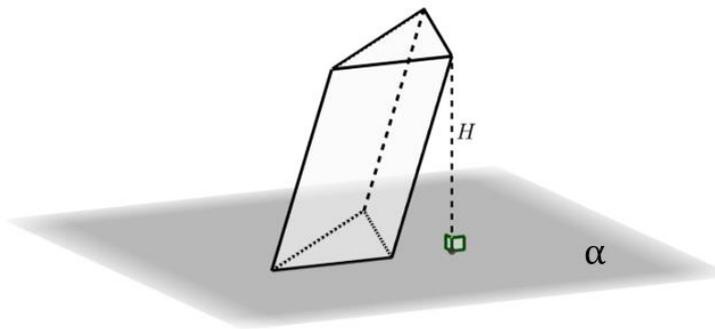
Neste trabalho iremos nos concentrar em dois tipos de poliedros, que são os prismas e as pirâmides.

4.1.1.1 Prismas

Segundo Paiva (2015), um prisma é um poliedro com duas bases paralelas e congruentes de tal modo que as arestas que as unem são paralelas entre si. A classificação de um prisma se dá de acordo com o número de arestas de sua base. Por exemplo, o prisma triangular possui três lados, o prisma quadrangular possui quatro lados, etc.

De acordo com Paiva (2015), um prisma é dito reto se suas arestas são perpendiculares aos planos de sua base e, teremos nesse caso, suas faces laterais formadas por retângulos. Um prisma oblíquo é aquele em que suas faces laterais não são perpendiculares as suas bases (Figura 5).

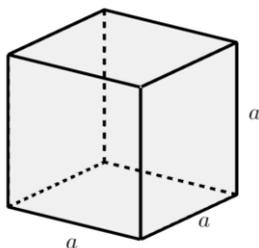
Figura 5: Prisma oblíquo



Fonte: Autoria própria.

Ainda segundo Paiva (2015), um prisma é denominado paralelepípedo se suas bases são formadas por paralelogramos. O paralelepípedo reto-retângulo é o paralelepípedo em que as arestas laterais são perpendiculares as suas bases. Quando o paralelepípedo possuir todas as arestas com a mesmas medidas, é chamado de cubo (Figura 6).

Figura 6: Cubo



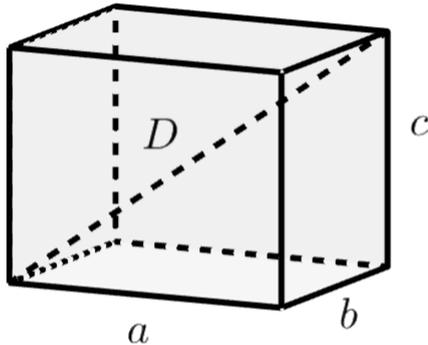
Fonte: Autoria própria.

Podemos calcular a medida da diagonal (D) do paralelepípedo (Figura 7) reto-retângulo por

$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

onde a, b e c , são as medidas do comprimento, largura e altura, respectivamente.

Figura 7: Diagonal do paralelepípedo reto-retângulo



Fonte: Autoria própria.

A superfície lateral de um prisma é composta pelas faces laterais, que são paralelogramos, e as bases que são figuras planas congruentes. A área total de um prisma é a soma das áreas das bases com a área lateral. A forma de calcular essa área depende da sua base.

O volume de um sólido é a quantidade de espaço por ele ocupado e o determinamos comparando-o com uma unidade. A unidade de volume padrão é o cubo de aresta 1.

Segundo Lima et al. (2006), a fórmula para calcular o volume de um prisma qualquer é baseada no axioma do Princípio de Cavalieri que diz: são dados dois sólidos e um plano. Se todo plano paralelo ao plano dado secciona os dois sólidos segundo figuras de mesma área, então esses sólidos têm mesmo volume. Assim, o volume do prisma (V_p) é o produto da área de sua base (B) por sua altura (H), ou seja,

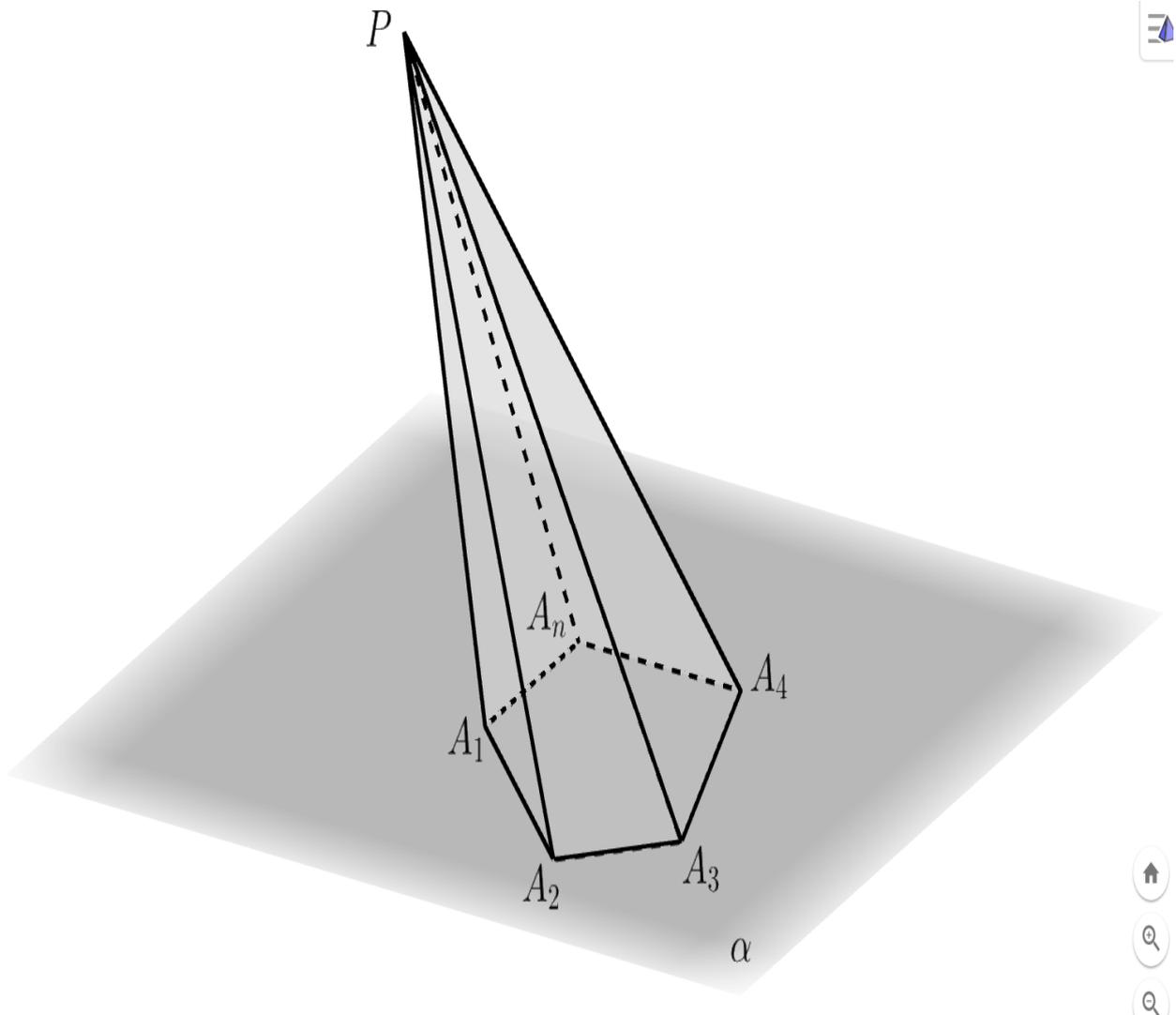
$$V_p = B \cdot H$$

4.1.1.2 Pirâmide

Em Paiva (2015), temos a seguinte definição para conceituar pirâmides: sejam um polígono convexo $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ contido em um plano α e um ponto P não pertencente a α . Consideremos todos os seguimentos de uma reta que possuem um

extremo pertencente ao polígono e o outro no extremo em P . A reunião de todos esses segmentos de reta é um poliedro chamado pirâmide (Figura 8).

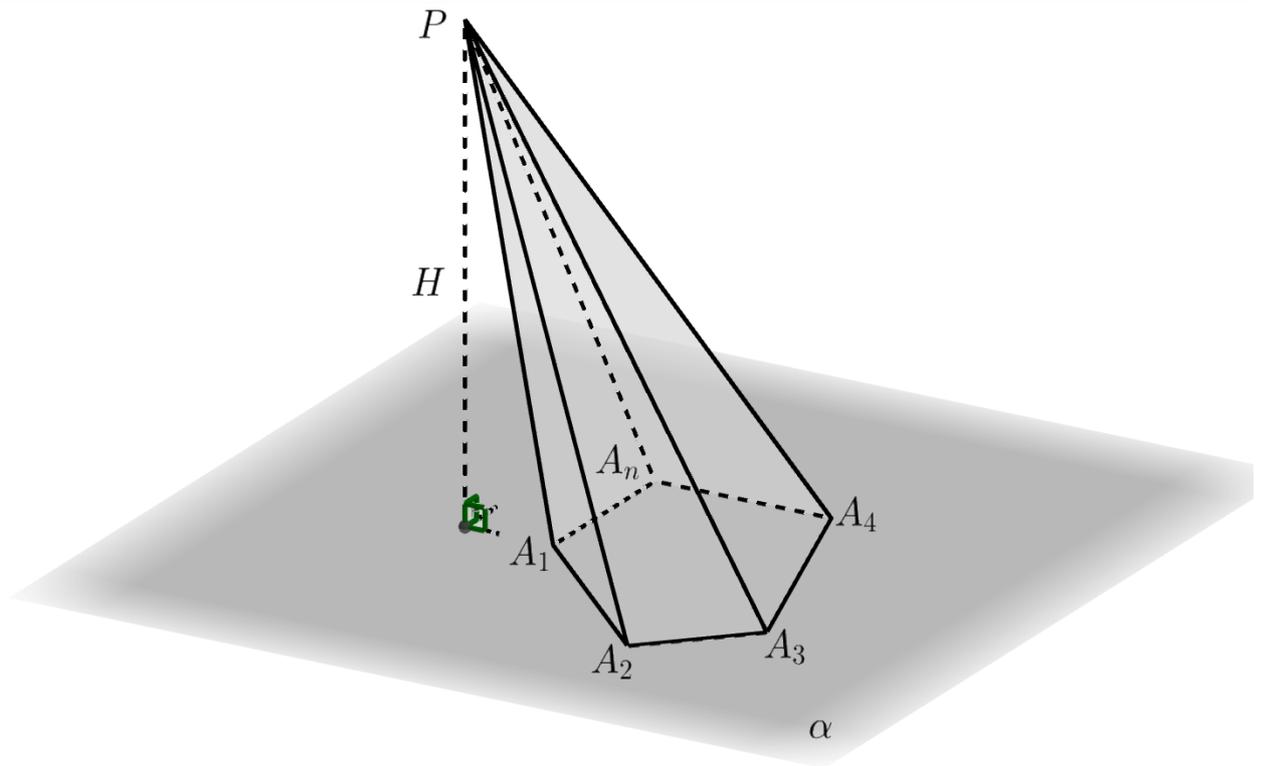
Figura 8: Pirâmide



Fonte: Autoria própria.

Na pirâmide temos os seguintes elementos: o ponto P é o vértice da pirâmide; o polígono $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ é chamado de base da pirâmide, onde $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ são os vértices das bases e as demais faces são chamadas de faces laterais. Os lados das bases são chamados de arestas da base e as demais arestas são chamadas de arestas laterais. A distância entre o vértice P e o plano da base é chamada de altura da pirâmide (Figura 9).

Figura 9: Componentes da pirâmide



Fonte: Autoria própria.

De acordo com Paiva (2015), uma pirâmide é dita regular se, e somente se, sua base é um polígono regular e a projeção ortogonal de seu vértice sobre o plano da base é o centro dessa base. Na pirâmide regular, o segmento de reta que tem um extremo no ponto médio de um dos lados de sua base (M) e o outro no vértice da pirâmide é chamado de apótema da pirâmide e o segmento de reta que tem um extremo em M e o outro no centro da base é chamado de apótema da base.

A área total da superfície de uma pirâmide é a soma da sua área lateral com a área de sua base. Sua área lateral é formada por triângulos e sua base por um polígono com n lados.

O volume de qualquer pirâmide (V_{PI}) é igual a um terço do produto da área de sua base (B) pela altura (H), ou seja,

$$V_{PI} = \frac{1}{3} \cdot B \cdot H$$

4.1.2 Corpos redondos

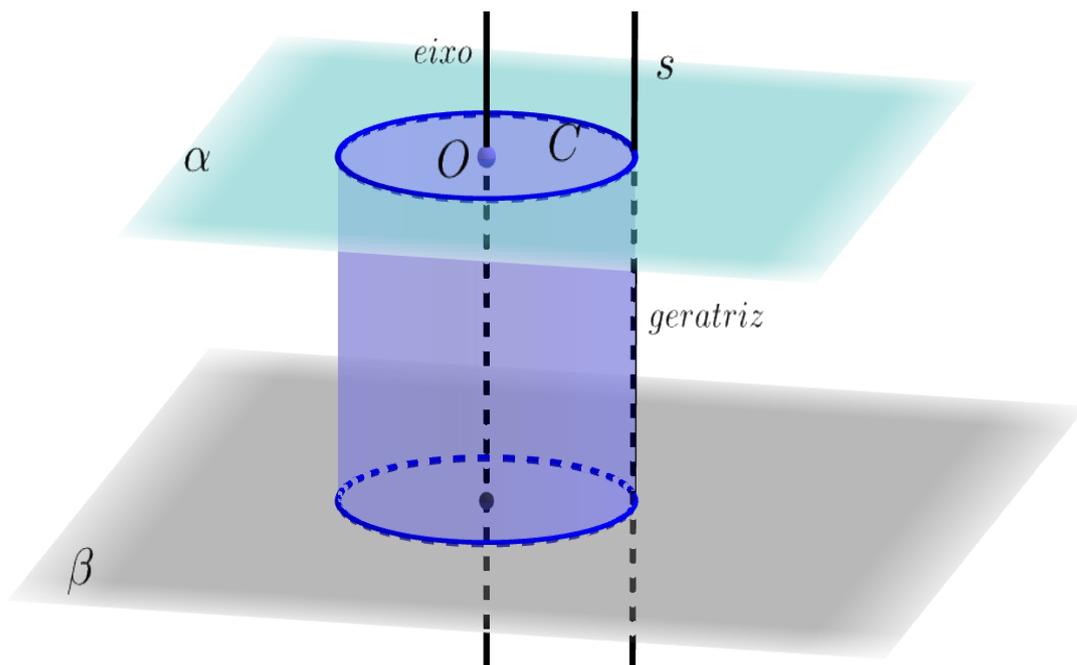
Segundo Paiva (2015), os corpos redondos são sólidos com formas arredondadas, ou seja, são figuras geométricas espaciais que possuem superfícies curvas. Elas também podem ser chamadas de sólidos de revolução, já que são formados pela rotação de uma figura plana ao redor do seu eixo.

O cilindro, o cone e a esfera são exemplos de corpos redondos. Neste trabalho iremos nos concentrar em dois tipos de corpos redondos, que são o cilindro e o cone circular.

4.1.2.1 Cilindro

Segundo Paiva (2015), definimos um cilindro por: sejam α e β dois planos paralelos distintos, uma reta s secante a esses planos e um círculo C de centro O contido em α . Consideremos todos os segmentos de reta, paralelos a s , de modo que cada um deles tenha um extremo pertencente ao círculo C e o outro extremo pertencente a β . A reunião de todos esses segmentos de reta é um sólido chamado cilindro. Temos que geratriz do cilindro é todo segmento de reta com extremidades nas circunferências das bases e que é paralelo ao seu eixo (segmento de reta que tem como extremos os centros das bases do cilindro) (Figura 10).

Figura 10: Cilindro



Fonte: Autoria própria.

O cilindro circular reto é todo cilindro cujas retas geratrizes são perpendiculares às bases. Para calcular a área da superfície total do cilindro devemos somar a área lateral com a área das suas duas bases.

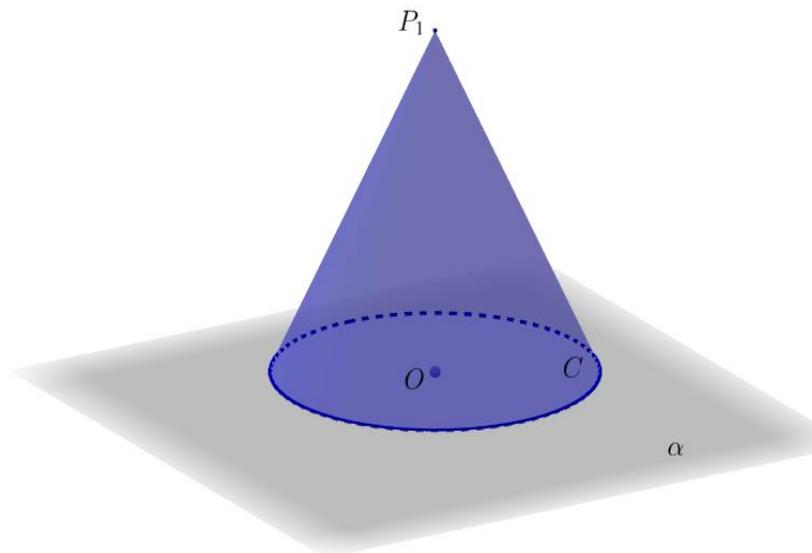
De acordo com Lima et al. (2006), no cilindro, toda seção paralela à base, é congruente com essa base. Podemos então concluir, pelo Princípio de Cavalieri, que o volume do cilindro (V_{CI}) é o produto da área de sua base (B) pela sua altura (H), ou seja,

$$V_{CI} = B.H$$

4.1.2.2 Cone circular

Em Paiva (2015), temos a seguinte definição para conceituar cone circular: sejam um círculo C de centro O , contido em um plano α , e um ponto P_1 não pertencente a α . Se consideramos todos os segmentos de reta que possuem um extremo pertencente ao círculo C e o outro no ponto P_1 , a reunião de todos esses segmentos de reta é um sólido chamado cone circular (Figura 11).

Figura 11: Cone circular



Fonte: Autoria própria.

Para calcularmos a área do cone circular reto devemos somar a área da superfície lateral, que é um setor circular, com a área de sua base.

Segundo Lima et al. (2006), a pirâmide é um caso particular do cone, logo, o volume V_C é calculado através da mesma fórmula, dada por

$$V_C = \frac{1}{3} B.H$$

4.2 Teorias da aprendizagem

Quando pensamos no processo de ensino e aprendizagem, devemos considerar uma série de aspectos que se correlacionam. Os aspectos cognitivos de ensinar e aprender são alguns dos mais importantes e estão relacionados a forma como se ensina e como se aprende.

Se fazem necessárias reflexões em torno dos princípios de aprendizagem, analisando os fatores sociais e psicológicos para se ter uma compreensão do que fazer do dia a dia da sala de aula e desenvolvermos métodos e práticas pedagógicas que facilite o processo de ensino-aprendizagem.

Citaremos aqui alguns teóricos da aprendizagem e suas teorias que contribuem no desenvolver de atividades que a compreensão dos saberes matemáticos e na forma como eles acontecem.

Segundo Santos, Junqueira e Oliveira (2015), Burrhus Frederic Skinner (1904-1990), foi um cientista preocupado com a educação. A teoria Behaviorista de Skinner foi bastante difundida no Brasil, também conhecida como tendência tecnicista, onde se utiliza o método de ensino programado.

Nessa teoria, a prática escolar está fundamentada no planejamento escolar rígido, onde a organização e execução pedagógica das atividades é de responsabilidade do professor que julga o que deve ser mostrado em sala de aula e como se deve fazer. O professor assegura que sejam dadas oportunidades aos alunos, para que eles tenham condições de atingir seus objetivos. Nessa concepção, ensinar significa explicar repetidas vezes até a exaustão e aprender consiste em repetir e memorizar todos os conteúdos até conseguir reproduzi-los.

De acordo com Santos, Junqueira e Oliveira (2015), para Skinner a aprendizagem se concentra na aquisição de novos comportamentos e que se dá através de estímulos e respostas, acontecendo de forma mecanizada. Os alunos são sujeitos passivos ao processo de ensino aprendizagem, recebendo o que é transmitido pelo professor.

Outras teorias importantes a se considerar no nosso estudo são as teorias construtivistas, que consideram que o conhecimento também é construído em ambientes naturais de interação social, onde o papel ativo do sujeito e sua interação com o meio são primordiais para o processo de aprendizagem. Nessa concepção a

aprendizagem é centrada no aluno e o professor é o mediador do processo ensino-aprendizagem.

Segundo a teoria de Piaget, o conhecimento se constrói pouco a pouco, à medida que as estruturas mentais e cognitivas se organizam. A inteligência é antes de tudo adaptação e resulta de uma interação entre a assimilação e acomodação. O indivíduo constrói esquemas de assimilações mentais para abordar a realidade. Quando a mente assimila, ela incorpora a realidade e seus esquemas de ação.

De acordo com Ausubel (1982), um conhecimento que o aluno já possui interage com um novo conhecimento, aprendendo cada vez mais e de maneira mais organizada tendo assim, mais significado para ele que compreende dessa forma as informações e analisa criteriosamente.

O educador e escritor Paulo Freire é uma referência na Educação brasileira. Ele trata do processo de formação do educador enquanto sujeito democrático, viabilizando a sua própria autonomia, como também a do educando. O espaço escolar sempre deve contribuir para a curiosidade, a criatividade, o raciocínio lógico, o estímulo e a descoberta. Para Paulo Freire,

Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção. Quando entro em uma sala de aula devo estar sendo um ser aberto a indagações, a curiosidade, às perguntas dos alunos, a suas inibições, um ser crítico e inquiridor, inquieto em face da tarefa que tenho - a ele ensinar e não a transferir conhecimento. (FREIRE, 1996, p. 27).

O autor considera que a verdadeira aprendizagem é aquela que transforma o sujeito, tornando-os autônomos, questionadores. O educando passa a ser visto como um agente e não mais como objeto, o educador e o educando fazem parte do processo ensino-aprendizagem numa concepção progressiva.

5 METODOLOGIA

Com o intuito de atingir os objetivos deste trabalho, utilizamos como metodologia para esta pesquisa levantamento bibliográfico, análise documental, aplicação de uma proposta de metodologia didática e questionário. Utilizamos dois tipos de metodologias diferentes em duas turmas do segundo ano do ensino médio. O primeiro grupo, chamado de Grupo Controle (GC), foi trabalhado o conteúdo de geometria espacial de forma tradicional, com a utilização do livro didático, pincel e quadro branco. O segundo grupo, chamado de Grupo Experimental (GE), no qual foi aplicada uma proposta de sequência didática.

No desenvolvimento desta proposta didática com o GE, começamos com a prática tradicional, pautados na teoria de Skinner, onde a aprendizagem da criança concentra-se na aquisição de novos conhecimentos, através de estímulos e respostas de modo que se torna mecanizada. Em seguida, com o objetivo de melhor visualização e entendimento prático, trabalhamos a construção de sólidos, de forma a complementar qualquer lacuna que tenha ficado na primeira fase. Nos baseamos na teoria de Piaget, pautado na teoria em que a inteligência é antes de tudo, adaptação que resulta de uma interação entre assimilação e acomodação.

Para consolidar o conhecimento, embasados em Ausubel e Paulo Freire, tivemos por objetivo dar significado em nível local e nas experiências de vida aos conceitos estudados. Segundo Ausubel (1982), a aprendizagem é muito mais significativa à medida que o novo conhecimento é incorporado às estruturas de conhecimentos do aluno e adquire significado para ele a partir da relação com seu conhecimento prévio.

A elaboração do questionário foi baseada nos conteúdos de Geometria Espacial trabalhados nas duas turmas do segundo ano do ensino médio. Nas questões enfatizamos alguns aspectos importantes para a aprendizagem do conteúdo de Geometria Espacial, como: a identificação dos poliedros e dos corpos redondos, assim como suas nomenclaturas; identificação do número de arestas, vértices e faces de alguns poliedros; se os alunos identificam esses poliedros em objetos que eles conhecem e a utilização das fórmulas para calcular área e volume de alguns poliedros. Sua aplicação foi feita de forma individual e sem consulta aos materiais didáticos.

5.1 Tipologia, caracterização das turmas e etapas da pesquisa

Para classificar o tipo de pesquisa é importante, primeiramente, saber qual o melhor critério que se deve adotar, pois tratando-se de pesquisas, essa classificação é baseada nos objetivos gerais. A respeito de pesquisa descritiva, Gil (2002) nos diz:

As pesquisas descritivas têm como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou, então, o estabelecimento de relações entre variáveis. São inúmeros os estudos que podem ser classificados sob este título e uma de suas características mais significativas está na utilização de técnicas padronizadas de coleta de dados, tais como o questionário e a observação.

O tipo de pesquisa utilizado nesse trabalho é a descritiva, uma vez que trabalhamos com uma sequência didática e ao final aplicamos um questionário e estudamos os resultados. Como forma de conhecer melhor as competências e habilidades esperadas dos alunos no Ensino Médio, para uma melhor preparação do planejamento e execução de suas atividades, fizemos um estudo dos PCNEM, dos PCN + Ensino Médio, a nova BNCC e a Matriz de Referência do ENEM, na qual explicitamos as competências e habilidades esperadas, principalmente, no que diz respeito ao conteúdo de Geometria Espacial.

O estabelecimento de ensino em que foi realizada a intervenção é a Escola de Ensino Médio Virgílio Correia Lima, uma escola de Ensino Regular localizada na cidade de Pereiro, no interior do Ceará, contendo um total de 465 alunos, sendo 206 alunos de primeira série, 116 alunos de segunda série, 104 alunos de terceira série e 39 alunos da turma de jovens e adultos. Segundo o censo de 2010 do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), a cidade de Pereiro possui 15757 habitantes. A cidade possui duas escolas de Ensino Médio, uma regular e a outra de Educação Profissional. Na escola de Educação Profissional acontece uma seleção através das médias da nota do histórico escolar do Ensino Fundamental. O acesso à escola de Ensino Regular se dá pela efetivação da matrícula, que em sua maioria se dá após o estudante não ser aprovado na seleção da escola de Educação Profissional.

No ano letivo de 2019, temos três turmas de segundo ano, duas no turno Matutino e uma no turno Vespertino com um total de 116 alunos. A implantação da sequência didática ocorreu na turma do turno vespertino. Após sua implementação no GE, foi aplicado o questionário para 31 alunos. O questionário foi aplicado após a exposição do conteúdo de forma tradicional para o GC e no dia da aplicação estavam presentes 32 alunos.

6 DESENVOLVIMENTO DA ESTRATÉGIA EXPERIMENTAL DE ENSINO

Nesse capítulo, trataremos do desenvolvimento da sequência de atividades aplicadas no GE com a finalidade de melhorar a aprendizagem destes alunos no que diz respeito ao conteúdo de Geometria Espacial e, conseqüentemente, melhorar o seu aprendizado e também seu desempenho em provas externas como a do ENEM.

Sua implementação se deu através da execução de uma sequência didática em que trabalhamos os conteúdos de diversas formas: apresentação do conteúdo através de slides; aulas práticas utilizando materiais alternativos; aulas práticas utilizando objetos trazidos pelos alunos; figuras que representam poliedros e corpos redondos; utilização do material em acrílico existente no laboratório da escola; aulas práticas com construção de sólidos geométricos.

As atividades desenvolvidas foram organizadas de modo que o conteúdo de Geometria Espacial fosse explorado de várias formas. A sequência a seguir, foi utilizada tanto na definição geral de poliedros e corpos redondos, bem como em todos os tipos de sólidos geométricos abordados neste trabalho. Para melhor compreensão, dividiremos a sequência de atividades em três fases, que são:

Na primeira fase, o conteúdo foi apresentado em Slides, onde foi apresentado o conteúdo por tópicos com exemplos e fotos de objetos do cotidiano do aluno.

Na segunda fase, os alunos foram convidados a trazer para escola objetos do seu cotidiano que tenham as características dos sólidos estudados, diferenciando-os quanto as suas características.

Na terceira fase, trabalhamos com a construção de sólidos para complementar a explicação do conteúdo estudado e com o objetivo de despertar o interesse dos alunos, a fim de esclarecer algumas dúvidas que tenham ficado nas fases anteriores.

Inicialmente, introduzimos o conceito de poliedros de um modo geral para depois nos concentrar nos seus tipos. Durante a exposição dos conceitos sobre poliedros, foram apresentadas algumas figuras de objetos que representam os poliedros, com a finalidade de que os alunos identificassem que esses poliedros podem ser vistos por eles na cidade, na escola ou em suas casas.

Nas aulas seguintes, foi requisitado aos alunos que trouxessem objetos que lembrassem poliedros. Os alunos fizeram a exposição dos objetos que trouxeram de casa e após a exposição desses objetos, foi feita a separação daqueles objetos que

representavam poliedros e os que representavam corpos redondos, como podemos observar na figura abaixo.

Figura 12: Objetos que representam poliedros ou corpos redondos trazidos de casa pelos alunos



Fonte: Autoria própria.

Em seguida foi utilizado o material que os alunos trouxeram para explicar as principais diferenças entre poliedros e corpos redondos e também foi identificar alguns tipos de poliedros como regulares e convexos. Os alunos participaram bastante da aula, esclarecendo suas principais dúvidas sobre a identificação desses objetos como poliedros ou corpos redondos.

No estudo sobre a relação de Euler, foi utilizado o material em acrílico fornecido pela escola para que os alunos visualizassem e identificassem os elementos dos poliedros e também a quantidade de arestas, vértices e faces dos poliedros, principalmente dos poliedros convexos. Os alunos comprovaram a relação de Euler através os sólidos disponíveis. O material utilizado está demonstrado na figura abaixo.

Figura 13: Material em acrílico



Fonte: Autoria própria.

6.1 Estudo dos prismas

Foram utilizadas dez horas aulas para o estudo dos prismas. Para iniciarmos o estudo dos prismas foram utilizados alguns slides referentes ao conteúdo abordado e apresentado no Datashow em sala de aula.

Em um segundo momento, utilizamos o material que eles trouxeram anteriormente, destacando os que representavam prismas e analisando suas características.

Num terceiro momento, utilizamos o material disponível no livro didático, que traz a planificação de alguns prismas para que os alunos montassem as figuras e identificassem as que representavam prismas. Esse material foi utilizado para reforçar a compreensão dos alunos em relação ao número de faces, arestas e vértices dos prismas. Nas planificações foram utilizados os prismas de base triangular, de base quadrada (cubo), de base retangular (paralelepípedo reto retângulo) e de base hexagonal. Esse material também foi utilizado para o cálculo da área e do volume de prismas.

6.2 Estudo das pirâmides

Foram utilizadas doze horas aulas para o estudo das pirâmides. A organização da exposição do conteúdo se deu de forma similar ao estudo dos prismas. Inicialmente, foram utilizados alguns slides referentes ao conteúdo abordado e apresentado no Datashow em sala de aula.

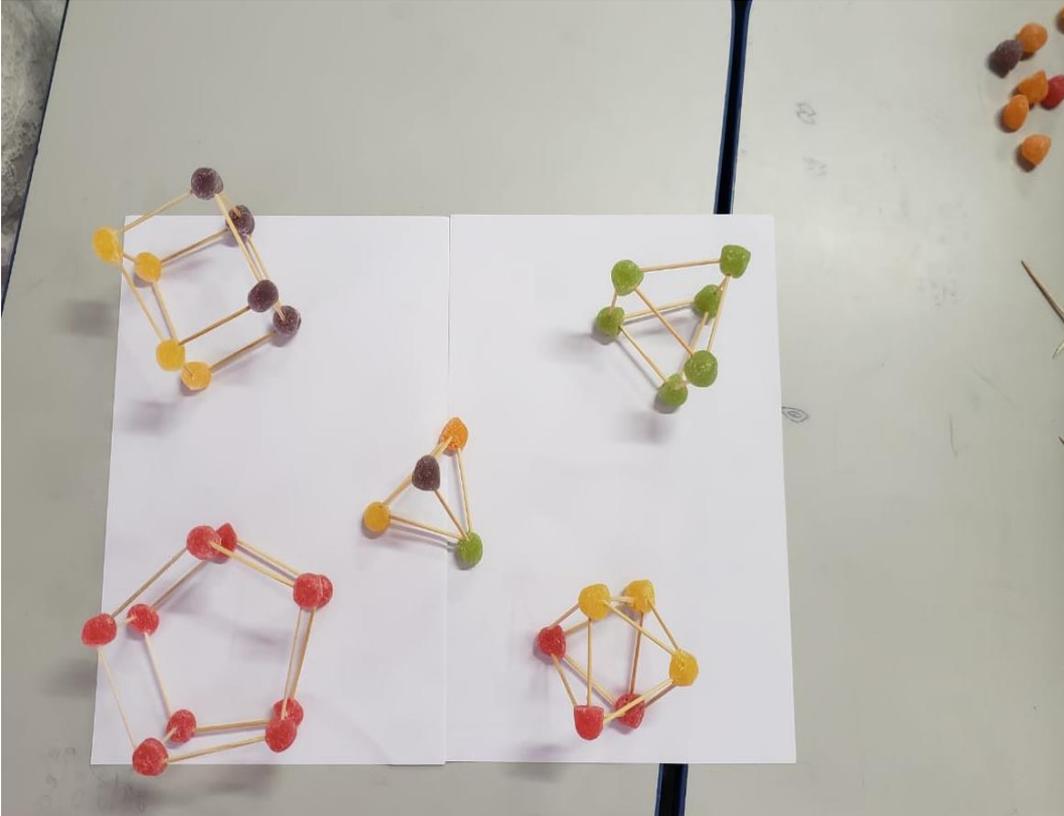
Em um segundo momento utilizamos também o material disponível no livro didático, que traz a planificação das pirâmides de base triangular, de base quadrada e de base hexagonal, para reforçar os conceitos sobre pirâmides.

Em seguida foi executada uma aula prática, com o objetivo de fixar o conteúdo dos poliedros, em especial, os prismas e as pirâmides. Nessas aulas foram utilizados para a confecção desses poliedros materiais como jujubas e palitos (Figuras 14, 15, 16 e 17). Organizamos antecipadamente o material necessário para a realização da aula prática.

A execução da aula prática se deu da seguinte maneira: dividimos a sala em quatro grupos, distribuindo em cada um deles um pacote de jujubas, uma caixa de palitos de dentes e uma folha com os poliedros que os alunos iriam confeccionar (prisma hexagonal, prisma de base triangular, prisma de base hexagonal, pirâmide de base triangular, octaedro, dodecaedro e icosaedro).

Durante a atividade os alunos participaram e se envolveram bastante na confecção dos poliedros. Verificamos também que a dificuldade maior foi na confecção do dodecaedro e do icosaedro. Abaixo apresentamos as fotos de algumas das produções dos grupos durante essa atividade desenvolvidas pelos grupos de alunos.

Figura 14: Poliedros confeccionados pelo grupo1



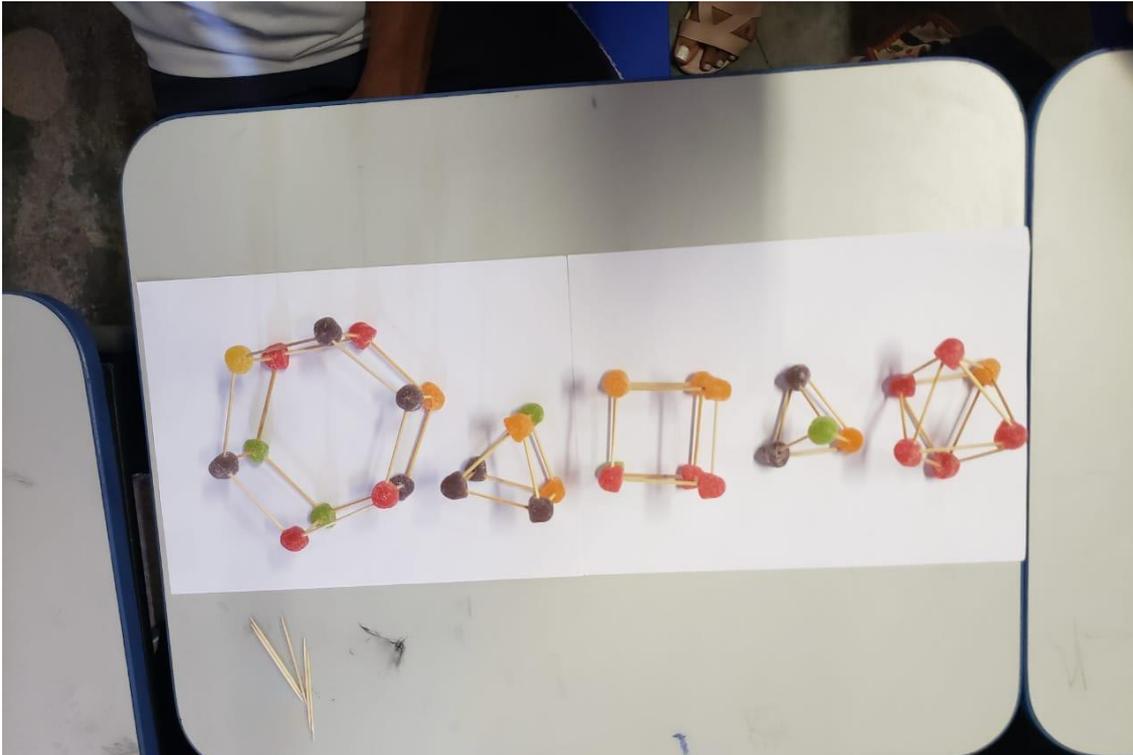
Fonte: Autoria própria.

Figura 15: Poliedros confeccionados pelo grupo 2



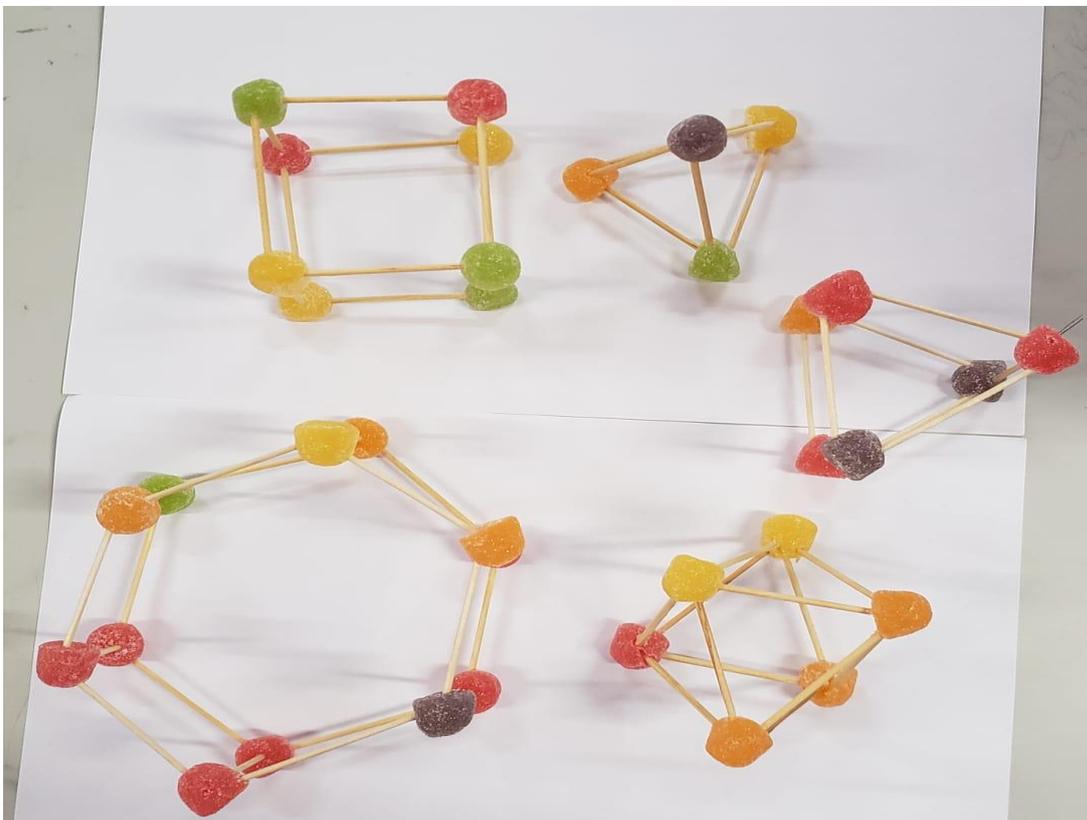
Fonte: Autoria própria.

Figura 16: Poliedros confeccionados pelo grupo 3



Fonte: Autoria própria.

Figura 17: Poliedros confeccionados pelo grupo 4



Fonte: Autoria própria.

Após a confecção em sala, foi proposta outra atividade prática para que os alunos fizessem em casa e em grupo. Foi proposto para que os alunos confeccionassem alguns poliedros, que foram escolhidos e sorteados previamente entre os grupos. Os materiais utilizados para a confecção deveriam ser escolhidos pelo próprio grupo e ao final, eles teriam que calcular a área e o volume desses sólidos e fazer a apresentação para a turma, explicar como se deu a confecção, quais os materiais utilizados e também apresentar o cálculo de um dos sólidos em sala de aula. Para esta tarefa a turma foi dividida em seis grupos.

Na aula seguinte, os alunos fizeram a apresentação dos poliedros confeccionados, conforme orientação feita em sala, apresentando quais foram os materiais utilizados na confecção e como se deu a montagem dos poliedros.

Pelas apresentações, percebemos que houve o envolvimento e dedicação da maioria dos componentes de cada grupo, pois fizeram as apresentações dentro do que se esperava, inclusive calculando a área e o volume do poliedro que lhes foi solicitado. Segue abaixo as produções dos sólidos confeccionada por cada grupo.

Figura 18: Poliedros confeccionados em casa pelo grupo 1



Fonte: Autoria própria.

Figura 19: Poliedros confeccionados em casa pelo grupo 2



Fonte: Autoria própria.

Figura 20: Poliedros confeccionados em casa pelo grupo 3



Fonte: Autoria própria.

Figura 21: Poliedros confeccionados em casa pelo grupo 4



Fonte: Autoria própria.

Figura 22: Poliedros confeccionados em casa pelo grupo 5



Fonte: Autoria própria.

Figura 23: Poliedros confeccionados em casa pelo grupo 6



Fonte: Autoria própria.

6.3 Estudo do cilindro

Foram utilizadas seis horas aulas para o estudo de cilindros. Inicialmente, foram utilizados alguns slides referentes ao conteúdo abordado e apresentado no Datashow em sala de aula.

Em um segundo momento, para ajudar na compreensão do conteúdo sobre cilindro, foi pedido que os alunos procurassem objetos que tinham em suas casas que representassem cilindros. Em sala esses materiais foram utilizados para fixar o estudo de área e de volume do cilindro. Em seguida, utilizamos o material em acrílico fornecido pelo laboratório da escola e algumas das embalagens que os alunos trouxeram para medir o volume de água desses recipientes.

6.4 Estudo do cone circular

Foram utilizadas seis horas aulas para o estudo de cone circular. Inicialmente foram utilizados alguns slides referentes ao conteúdo abordado e apresentado no Datashow em sala de aula.

Em um segundo momento, os alunos fizeram relatos de objetos que conheciam e que tinham as características do cilindro circular. Fizemos algumas intervenções a fim de que não ficassem dúvidas a respeito dos conceitos e características do cone circular.

Em seguida, para ajudar a fixar o conteúdo sobre cone, propomos que os alunos confeccionassem alguns cones a partir de setores circulares, com ângulos de 45° , 60° , 90° e 120° , separados em quatro grupos. O material necessário foi providenciado e distribuído pelo professor. Logo após, foi sugerido que cada grupo fizesse um chapéu de bruxa, cada um com um ângulo diferente. Nessa etapa os alunos perceberam que seria necessário relacionar a geratriz do cone com o comprimento do setor para que o chapéu pudesse ser colocado na cabeça do colega.

Alguns grupos tiveram dificuldade de construir o chapéu, pois com o ângulo que iriam utilizar para fazer o chapéu, seria necessária uma folha de papel maior do que a que foi entregue. A confecção completa do chapéu foi concluída com êxito por apenas um dos quatro grupos.

Durante a atividade observamos que as indagações e conclusões feitas por alguns membros dos grupos, nos levou a concluir que de fato a proposta da atividade foi alcançada. A figura abaixo mostra a produção dos quatro grupos.

Figura 24: Chapéus de bruxa confeccionados pelos grupos



Fonte: Autoria própria.

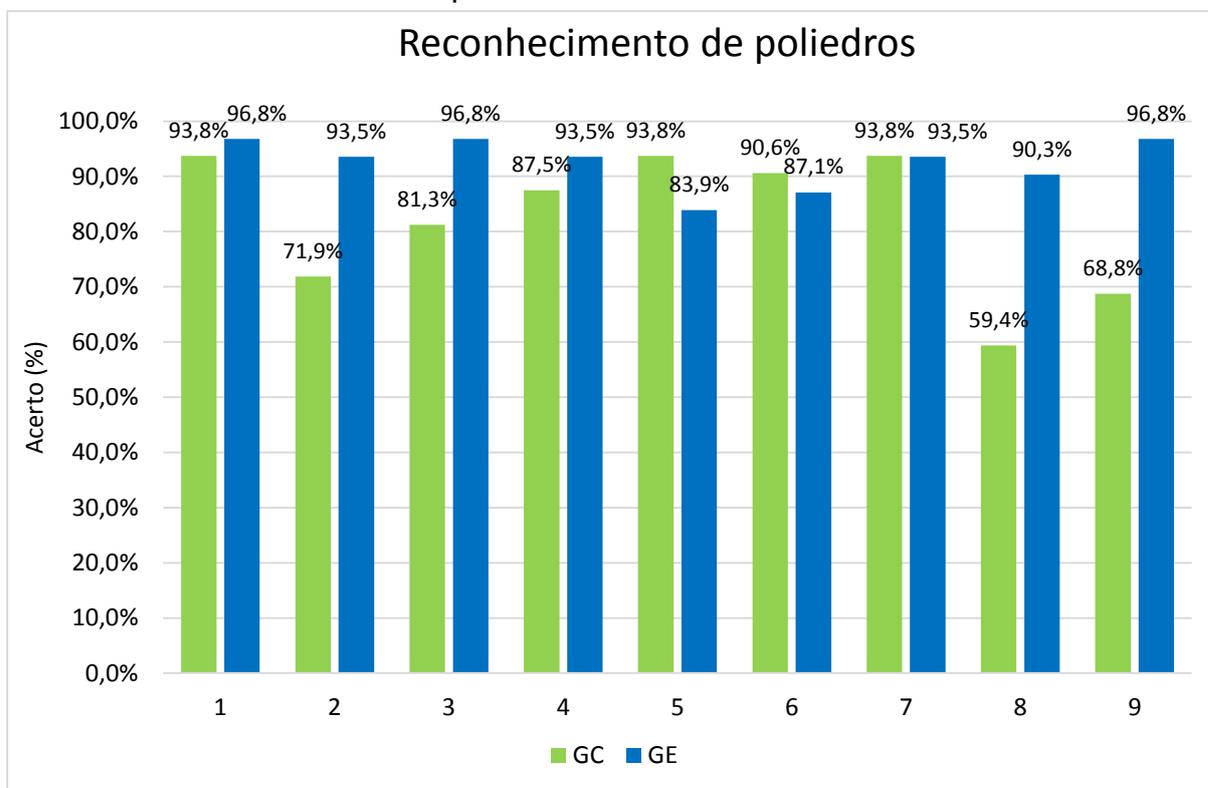
Ao final da execução da sequência didática, um momento para o debate foi aberto para saber quais foram as impressões dos alunos a respeito de como tinha se dado a exposição a respeito do conteúdo de geometria espacial. Alguns alunos colocaram que o envolvimento nas atividades facilitou a aprendizagem do conteúdo estudado.

7. RESULTADOS OBTIDOS NA PESQUISA

Nesse capítulo faremos a análise dos resultados obtidos, após a implementação da sequência didática (Apêndice A), a partir do questionário (Apêndice B) aplicado no GE e no GC.

Na primeira questão, pedimos que os alunos identificassem as figuras que representam poliedros. O objetivo desta questão é saber se aluno saberia diferenciar as figuras que representam poliedros das que representam corpos redondos. O resultado está representado no gráfico abaixo.

Gráfico 1: Reconhecimento de poliedros.



Fonte: Autoria própria.

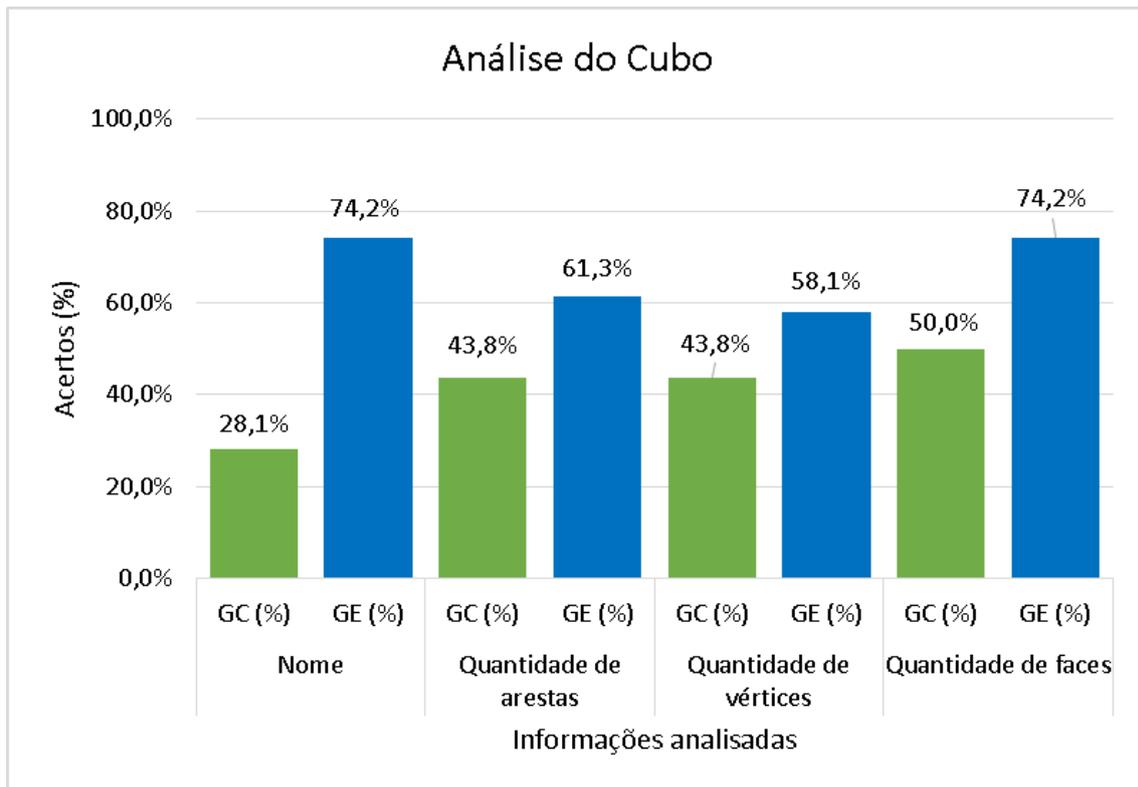
Fazendo a análise do gráfico acima, percebemos que o índice de acertos considerando todas as figuras, foi superior a 59% no GC e superior a 83% no GE. O GE teve uma porcentagem de acertos melhor do que o GC em seis das nove figuras geométricas. Vale ressaltar que durante as aulas no GE, os alunos sempre estavam sendo convidados a citar exemplos que representassem cada sólido ou trazer de casa tais objetos.

Na segunda questão, foi requisitado dos alunos identificassem corretamente o nome dos poliedros e logo após identificassem a quantidade de arestas, vértices e faces, respectivamente. O objetivo desta questão era saber se os alunos, diante das

figuras, tiveram dificuldade em responder aos questionamentos e quais figuras eles tiveram mais facilidade. Apresentamos a seguir o resultado e a análise dos dois grupos para cada uma das figuras.

O gráfico abaixo demonstra os resultados da pesquisa relativa ao cubo.

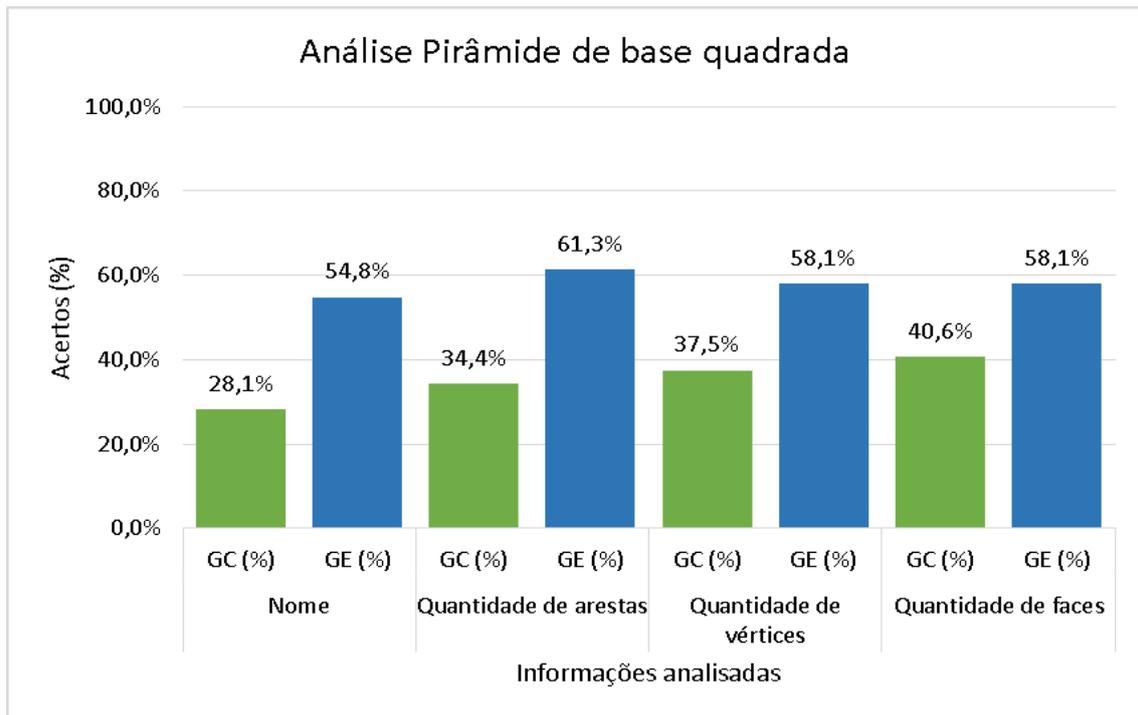
Gráfico 2: Análise do cubo



Fonte: Autoria própria.

Em relação ao cubo, temos que 93,8% dos alunos do GC souberam identificar o cubo como um poliedro, mas apenas 28,1% souberam nomear a figura. No GE, 96,8% que o classificaram como poliedro e 74,2% souberam nomear a figura. Já em relação a quantidade de aresta, apenas 43,8% do GC quantificaram de forma correta e 61,3% do GE acertaram. Em relação a quantidade de vértices, os acertos foram 43,8% do GC e 61,3% do GE. Quanto a quantidade de faces 50% do GC acertou e 74,2% do GE acertou. O questionário mostrou que em todos os quesitos o GE superou o GC. O gráfico abaixo demonstra os resultados da pesquisa relativa à pirâmide de base quadrada.

Gráfico 3: Análise da pirâmide de base quadrada

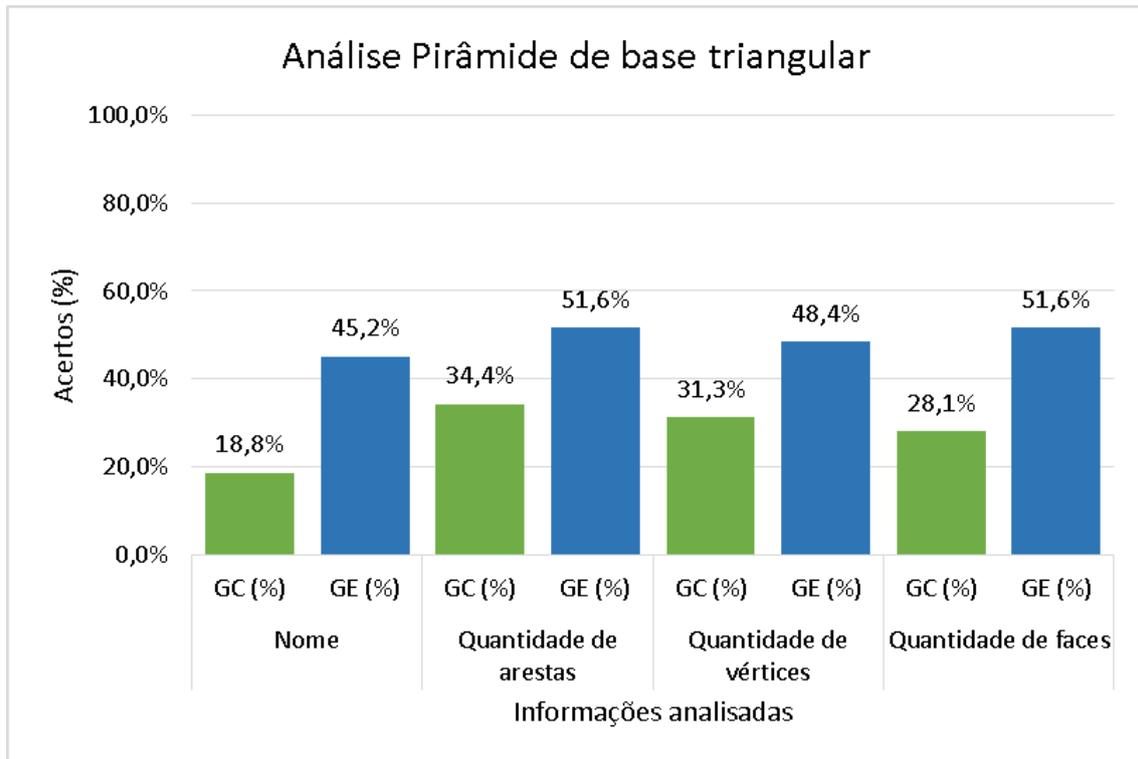


Fonte: Autoria própria.

Em relação a pirâmide de base quadrada, temos que 81,3% dos alunos do GC souberam identificar a figura como um poliedro, mas apenas 28,1% souberam nomear a figura. No GE, dos 96,8% que a classificaram corretamente como poliedro, 54,8% souberam nomear. Já em relação a quantidade de aresta, apenas 34,4% do GC quantificaram de forma correta e 61,3% do GE acertaram. Em relação a quantidade de vértices, os acertos foram 37,5% do GC e 58,1% do GE. Quanto a quantidade de faces, o percentual de acertos do GC foi de 40% e do GE 58,1%. O questionário mostrou que em todos os quesitos o GE superou o GC.

O gráfico abaixo demonstra os resultados da pesquisa relativa à pirâmide de base triangular.

Gráfico 4: Análise da pirâmide de base triangular

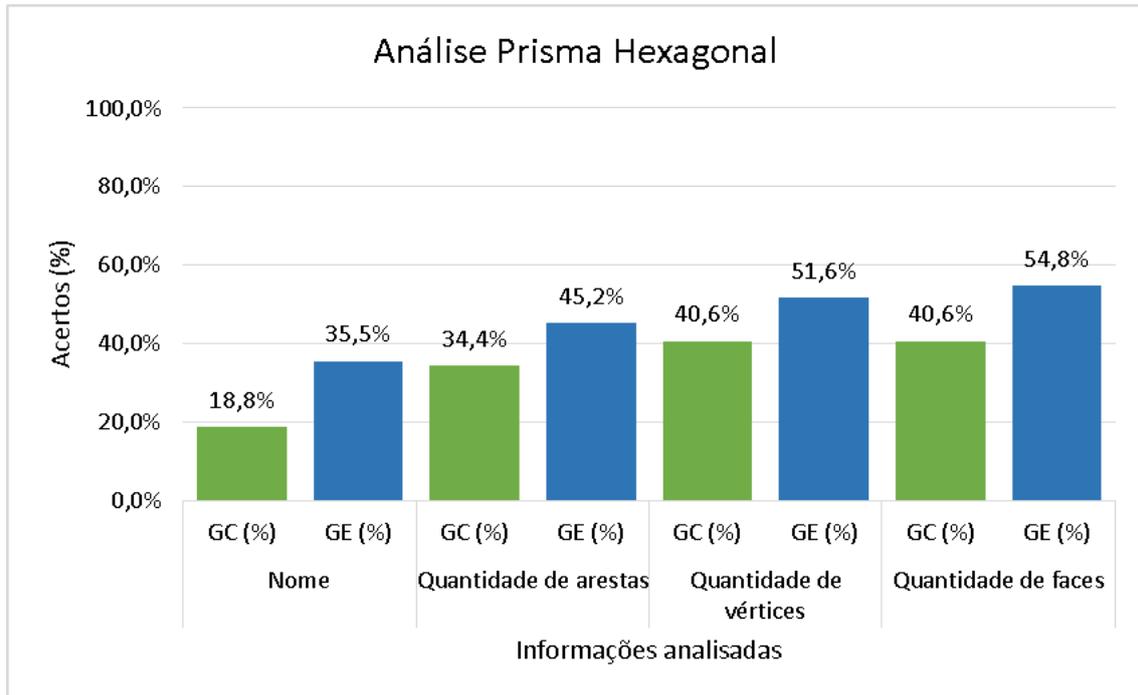


Fonte: Autoria própria.

Em relação a pirâmide de base triangular, temos que 90,6% dos alunos do GC souberam identificar a figura como um poliedro, mas apenas 18,8% souberam identificar corretamente o poliedro. No GE, 87,1% classificaram corretamente como poliedro e 45,2% souberam nomear. Já em relação a quantidade de aresta, apenas 34,4% do GC quantificaram de forma correta e 51,6% do GE acertaram. Em relação a quantidade de vértices, os acertos foram 31,3% do GC e 48,4% do GE. Quanto a quantidade de faces, 28,1% do GC acertou e 51,6% do GE acertou. Os resultados sugerem que, apesar de um número maior de pessoas no GC terem acertado que a pirâmide de base triangular é um poliedro, quando se trata de nomear e dizer a quantidade de arestas, vértices e faces o número de acertos no GE é superior.

O gráfico abaixo demonstra os resultados da pesquisa relativa ao prisma hexagonal.

Gráfico 5: Análise do prisma hexagonal

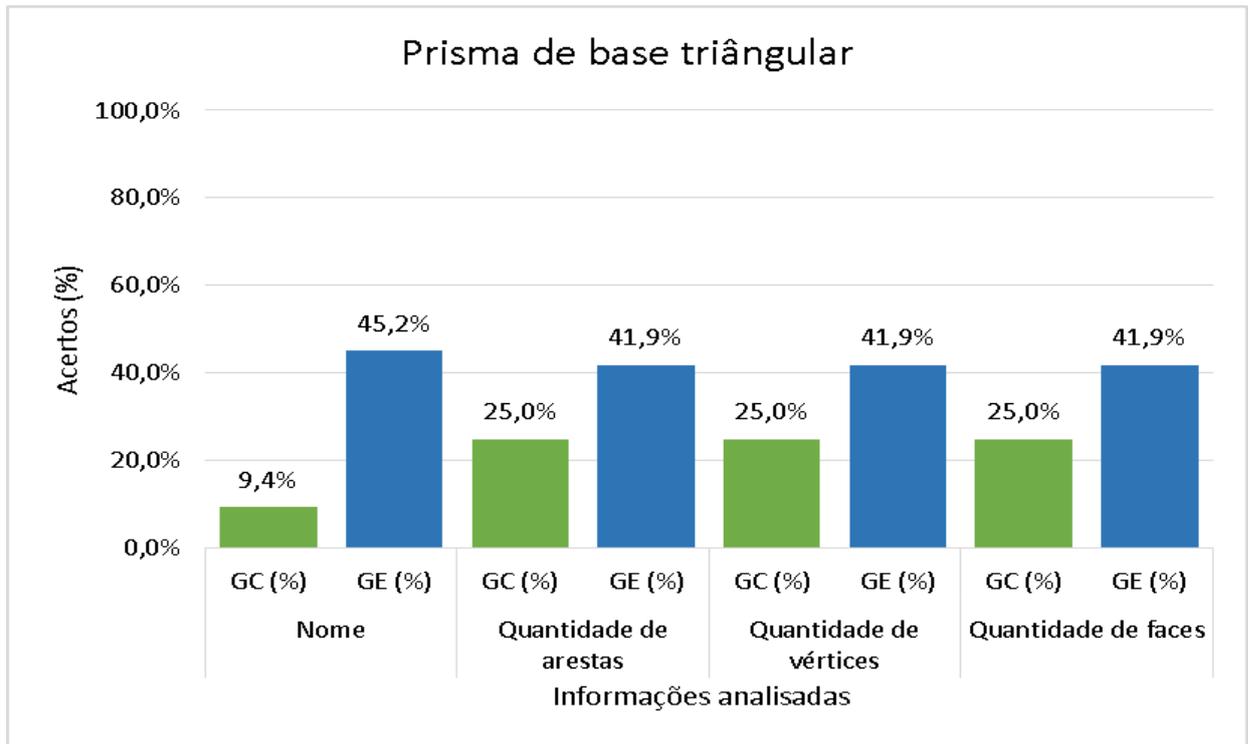


Fonte: Autoria própria.

Em relação ao prisma hexagonal, temos que 93,8% dos alunos do GC souberam identificar a figura corretamente como um poliedro, mas apenas 18,8% souberam nomear. No GE, 93,5% que a classificaram corretamente como poliedro e 35,5% souberam nomear a figura. Já em relação a quantidade de aresta, apenas 34,4% do GC quantificaram de forma correta e 45,2% do GE acertaram. Em relação a quantidade de vértices, os acertos foram 40,6% do GC e 51,6% do GE. Quanto a quantidade de faces, 40,6% do GC acertou e 54,8% do GE acertou. Os resultados nos mostram que em todos os quesitos o GE superou o GC, mas os resultados foram menores nos dois grupos se comparado aos poliedros anteriores, vale salientar que o hexaedro não é tão comum em objetos do dia a dia.

O gráfico abaixo demonstra os resultados da pesquisa relativa prisma de base triangular.

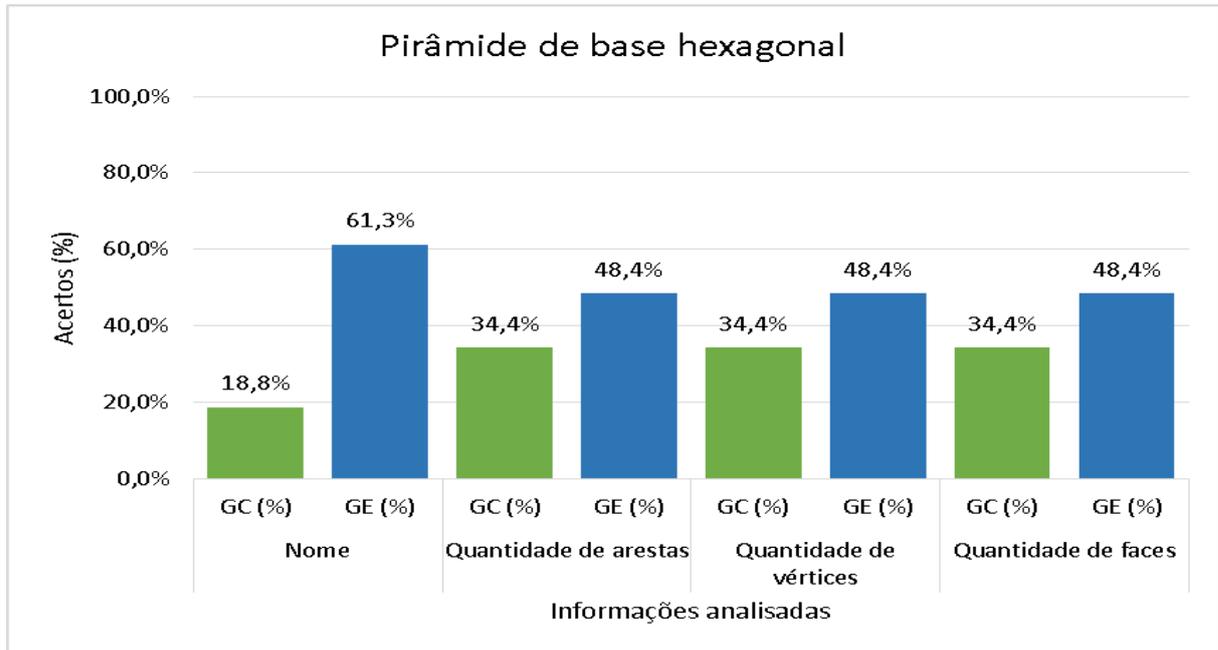
Gráfico 6: Análise do prisma de base triangular



Fonte: Autoria própria.

Em relação ao prisma de base triangular, temos que 59,4% dos alunos do GC souberam identificar corretamente a figura como um poliedro, mas apenas 9,4% souberam nomear. No GE, 90,3% classificaram corretamente como poliedro e 45,2% souberam nomear. Já em relação a quantidade de aresta, vértices e faces, 25% do GC quantificaram de forma correta e 41,9% do GE acertaram. Os resultados sugerem que, a quantidade de acertos desse poliedro também não foi expressiva. O gráfico abaixo demonstra os resultados da pesquisa relativa à pirâmide de base hexagonal.

Gráfico 7: Análise da pirâmide de base hexagonal



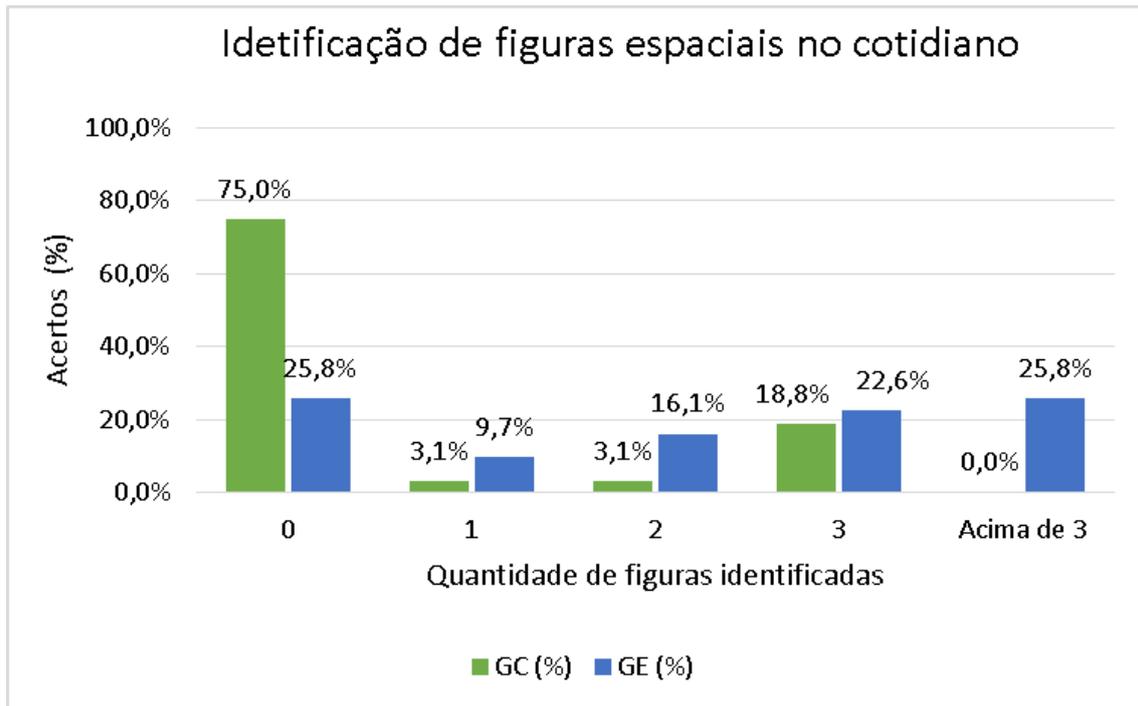
Fonte: Autoria própria.

Em relação a pirâmide de base hexagonal, temos que 68,8% dos alunos do GC souberam identificar corretamente a figura como um poliedro, mas apenas 18,8% souberam nomear a figura. No GE, 96,8% classificaram corretamente como poliedro e 61,3% souberam nomear. Já em relação a quantidade de aresta, apenas 34,4% do GC quantificaram de forma correta e 48,4% do GE acertaram. Em relação a quantidade de Vértices, os acertos foram 34,4% do GC e 48,4% do GE. Quanto a quantidade de faces, 34,4% do GC acertou e 48,4% do GE acertou. Os resultados sugerem que, na pirâmide de base hexagonal o GE também soube identificar melhor os quesitos pedidos do que o GC.

A partir da análise desse segundo questionamento, percebemos que ainda existem nos dois grupos um número expressivo de alunos que não conseguem identificar alguns dados a respeito dos poliedros. Na turma GE, o número de acertos variou em torno de 50%, já na turma GC esses dados são ainda piores, as porcentagens de acertos foram iguais ou inferiores aos 43,8% dos alunos.

Na terceira questão pedimos, se possível, para os alunos identificarem objetos que, no seu cotidiano lembrem figuras espaciais, escrevendo o nome do objeto e a figura espacial que ele representa. Os resultados foram os seguintes:

Gráfico 8: Identificação de figuras espaciais no cotidiano

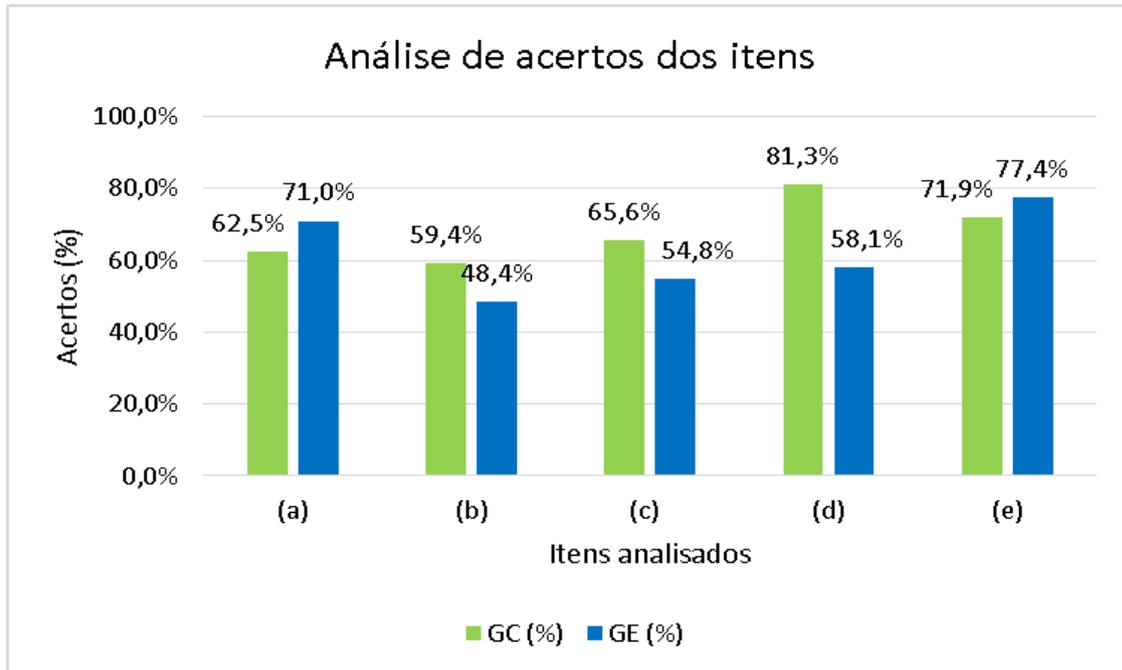


Fonte: Autoria própria.

Analisando os resultados obtidos nesse questionamento, percebemos que 75% dos alunos do GC não conseguiram identificar corretamente nenhuma das figuras e que no GE foi de 25,8% dos alunos. Além disso, 3,1 % do GC conseguiram identificar corretamente uma figura espacial, enquanto no GE 9,7% identificaram corretamente uma figura. Percebemos que, 3,1 % do GC conseguiram identificar corretamente duas figuras espaciais, no GE 16,1% identificaram corretamente duas figuras. Temos ainda que, 18,8 % do GC conseguiram identificar corretamente três figuras espaciais, no GE 22,6% identificaram corretamente três figuras. Nenhum aluno do GC conseguiu identificar corretamente mais de três figuras, no GE esse valor foi de 25,8%. Os resultados sugerem que, os alunos que tiveram um contato maior com objetos que representam poliedros, tiveram mais facilidade em identificá-los que o grupo que não teve. Nesse sentido, percebemos que o estudo com a proposta didática que utiliza aulas que favorecem o contato do aluno com objetos do seu cotidiano, possibilitou um melhor resultado no que se refere a identificação de poliedros e de seus elementos.

Na questão quatro, questionamos aos alunos quanto aos conhecimentos acerca de conceitos relativos a conhecimentos teóricos dos poliedros respondendo V (Verdadeiro) ou F (Falso) e temos os seguintes resultados:

Gráfico 9: Análise de acertos dos itens

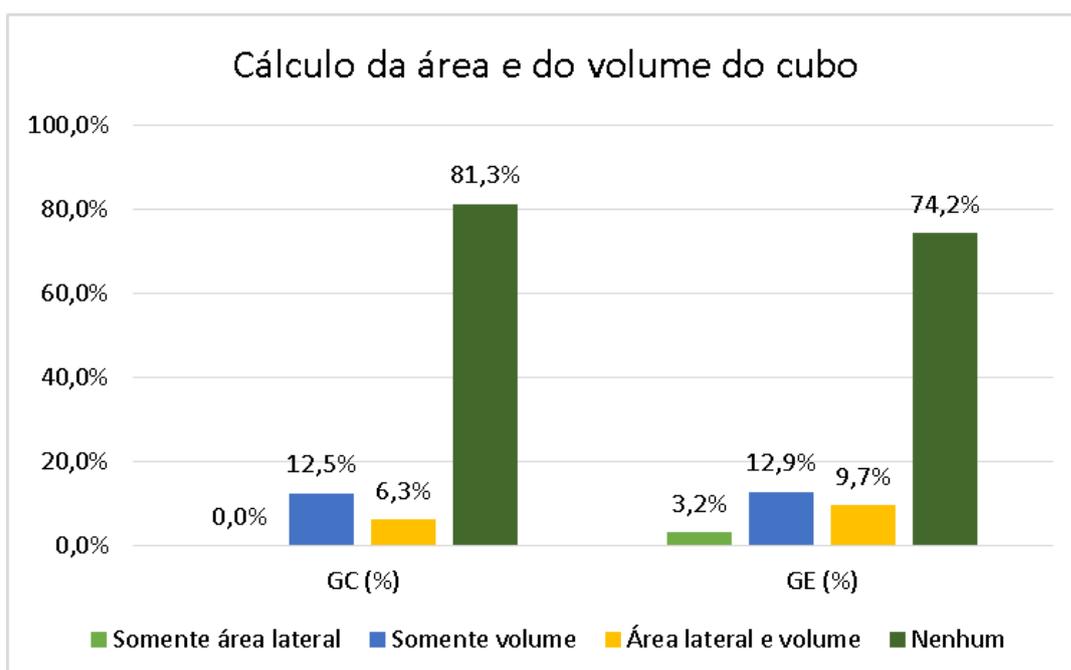


Fonte: Autoria própria.

Esses questionamentos foram feitos para identificar se os alunos sabiam alguns conceitos importantes de Geometria Espacial, e o resultado mostrou que cerca de 68% do GC e 62% do GE acertaram aos questionamentos.

Na quinta e última questão pedimos que os alunos calculassem a área lateral e o volume de alguns poliedros e o resultado foi o seguinte:

Gráfico 10: Cálculo da área e do volume do cubo

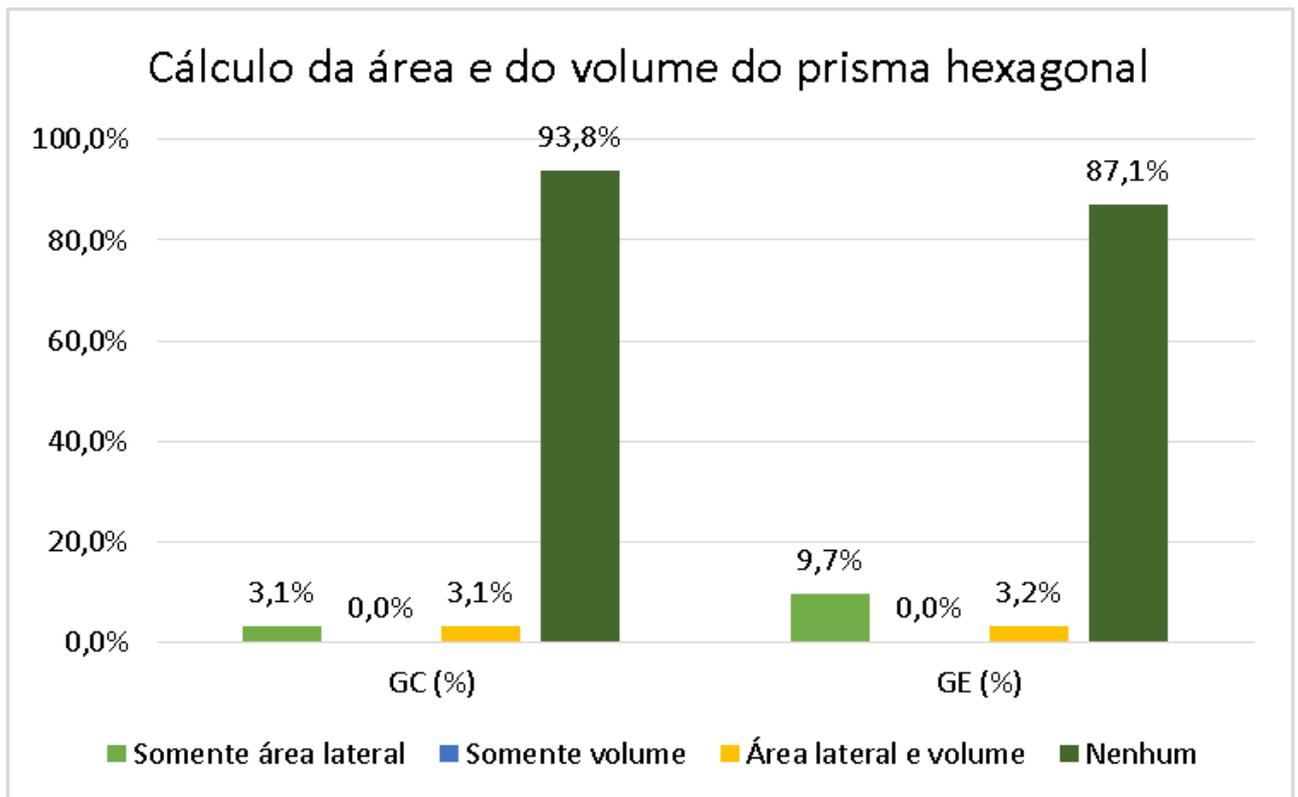


Fonte: Autoria própria.

Percebemos que quando se exige do aluno cálculos algébricos sua dificuldade é ainda maior. No GC 81,3% dos alunos não souberam resolver nem a área, nem o volume do cubo e no GE esse percentual foi de 74,2%. Apenas 12,5% no GC e 12,9% no GE, responderam corretamente somente o volume. Por outro lado, 3,2% no GE responderam corretamente somente a área e no GC nenhum aluno. Quanto ao percentual de alunos que responderam corretamente a área e o volume foram 6,3% no GC e 9,7% no GE. Apesar de a maioria dos alunos dos dois grupos analisados terem conhecimento a respeito dos elementos do cubo, em se tratando de utilizar a manipulação algébrica, eles apresentaram muita dificuldade.

O gráfico abaixo demonstra o resultado em relação ao cálculo da área e do volume do prisma hexagonal.

Gráfico 11: Cálculo da área e do volume do prisma hexagonal



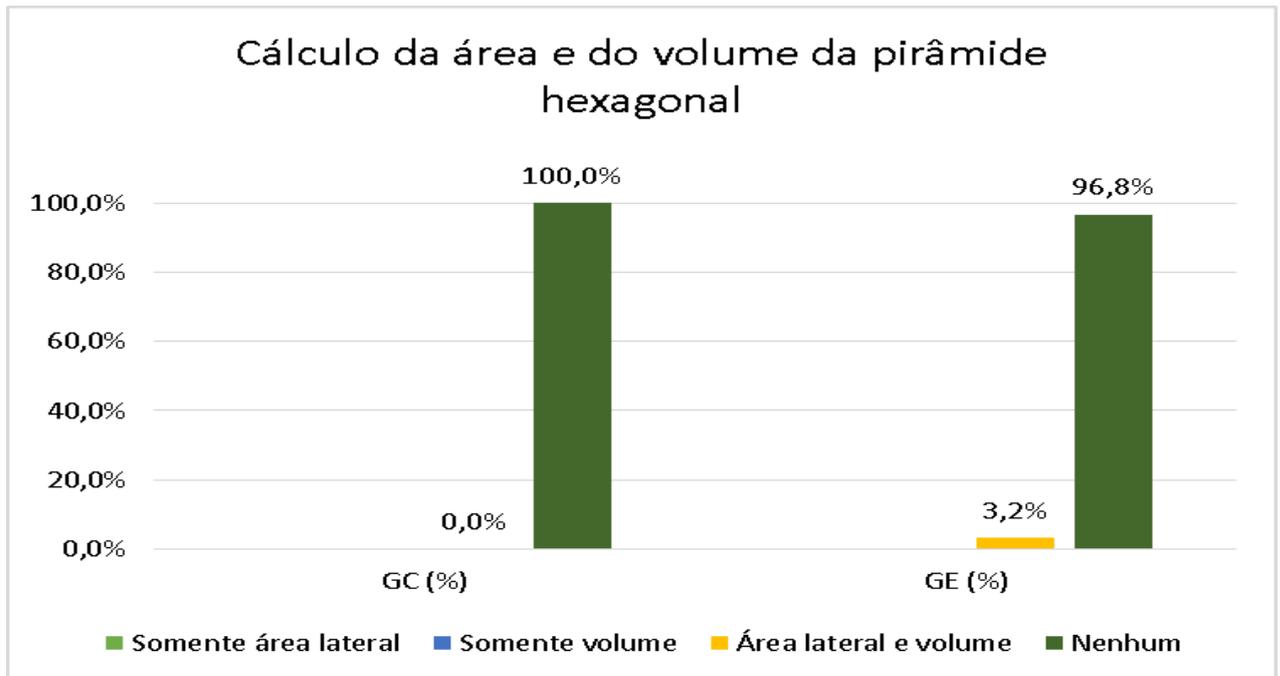
Fonte: Autoria própria.

Fazendo agora a análise dos resultados do prisma hexagonal o resultado é ainda mais difícil. No GC, 93,8% dos alunos não souberam resolver nem a área, nem o volume do prisma hexagonal, já no GE esse percentual foi de 87,1%. Apenas 3,1% no GC e 9,7% no GE, responderam corretamente somente a área da figura. Nenhum

aluno dos dois grupos acertou somente o volume. Quanto a responder corretamente a área e o volume o resultado foi parecido, 3,1% no GC e 3,2% no GE.

O gráfico abaixo demonstra o resultado em relação ao cálculo da área e do volume da pirâmide hexagonal.

Gráfico 12: Cálculo da área e do volume da pirâmide hexagonal



Fonte: Autoria própria.

Com relação a pirâmide hexagonal apenas 3,2% do GE, acertou a área e o volume, no GC nenhum aluno acertou.

Muitos foram os desafios enfrentados durante a aplicação das atividades aqui aplicadas. Apesar do envolvimento da maioria dos alunos durante as atividades, principalmente, as aulas práticas, tiveram alguns alunos que não se envolvem e não participam. Quanto as atividades a serem desenvolvidas, enfrentamos o mesmo desafio, o envolvimento foi da maioria, mas não de todos.

A partir das análises aqui feitas e do questionário, percebemos que o GE apresentou um melhor resultado em quase todos os questionamentos, o que nos mostra que a aprendizagem ocorreu de uma forma mais satisfatória na turma em que as aulas foram diferenciadas, onde se utilizou várias estratégias de ensino.

Sabemos também que vários outros fatores influenciam nesse processo, como a condição social, estrutura física da escola e programas de governo em relação a educação. Cabe a nós professores utilizarmos várias estratégias na tentativa da

melhora do ensino e aprendizagem dos jovens. Acreditamos que o estudo aqui feito pode ajudar na elaboração de propostas que venham a facilitar o entendimento e o interesse do aluno no que se refere ao conteúdo de Geometria Espacial, mas que esse é apenas o passo inicial para a estudos posteriores e discussões que vêm sendo realizadas no mundo acadêmico.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo principal propor uma nova proposta para o ensino de Geometria Espacial, já que entendemos que um dos maiores deveres do professor é auxiliar os alunos na compreensão do mundo que os rodeia através da construção do conhecimento. Para que isso ocorra, é necessária uma mudança na postura de alguns professores quanto aos métodos de ensino, passando assim a ser um mediador no processo de ensino-aprendizagem.

Ao longo deste trabalho, observamos o quanto é importante o uso de materiais físicos no ensino de Geometria Espacial para ajudar na compreensão dos conceitos e na motivação dos alunos em estudar esse conteúdo. A partir dessa motivação, estamos convictos que esse envolvimento dos alunos nas atividades propostas em cada aula prática permitiu desenvolver a capacidade de resolver alguns exercícios matemáticos do conteúdo de Geometria Espacial.

Ao analisarmos as questões do ENEM, percebemos que o exame sempre apresenta questões do conteúdo de Geometria Espacial e que a resolução dessas questões em sua maioria não exige conhecimento de todo o conteúdo. Nesse sentido, acreditamos que na medida que o aluno se sente capaz de compreender o conteúdo, seu desenvolvimento acontece de forma natural e é essa a percepção que buscamos desenvolver nos nossos alunos.

No decorrer da execução da proposta didática desenvolvida em sala de aula, podemos perceber que os alunos demonstraram um grande interesse nas atividades, pois a medida que as atividades estavam sendo desenvolvidas, os alunos identificaram com maior índice de acertos os objetos apresentados que se assemelham com sólidos e figuras geométricas. Por fim, os alunos construíram alguns sólidos utilizando vários tipos de materiais. Naturalmente, não é suficiente que o professor apresente uma aula motivadora e interessante para que seus alunos aprendam, mas cabe a nós professores apresentarmos o conteúdo de várias formas, a fim de que se busque dentre as opções, a que se adeque a cada situação. Percebemos que as atividades incentivaram a participação coletiva, as discussões e debates, promovendo assim o compartilhamento de ideias.

Esperamos com esse trabalho, oferecer uma alternativa ao ensino de Geometria Espacial, no qual o professor aplique atividades que estimulem os alunos a aprender a partir de sua vivência e conhecimentos prévios e, dessa forma, estimular

o aluno a buscar novas formas de aprendizagem. Percebemos, no decorrer das atividades muitas dificuldades apresentadas pelos alunos e, certamente, não foram todas sanadas, mas podemos mostrar caminhos para que os alunos possam diminuir tais dificuldades.

De um modo geral, consideramos que o resultado na aplicação da proposta didática foi satisfatório, pois percebemos bastante interesse por parte dos alunos durante a aplicação das aulas. A análise dos resultados obtidos ao comparamos uma turma em que se utilizou a proposta didática e outra o modo de ensino tradicional, sugerem que a aprendizagem ocorreu de uma forma mais satisfatória no Grupo Experimental do que no Grupo Controle. Essa análise, também nos permitiu inferir que ainda estamos longe de atingirmos uma aprendizagem satisfatória no que se refere aos cálculos exigidos na resolução de questões desse conteúdo, mas o primeiro passo foi dado, os alunos perceberam que podem sim aprender matemática e que isso depende, principalmente, do seu esforço.

REFERÊNCIAS

- AUSUBEL, D. P. **A aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel.** São Paulo: Moraes, 1982.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo.** Lisboa: Edições 70, 1977.
- BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **PCN + Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.** Ministério da Educação. Brasília, 2002. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acesso em 22 Jul 2019.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum.** Secretaria de Educação Básica: Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit e.pdf>. Acesso em 22 Jul 2019.
- BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Matriz de Referência para o ENEM 2009.** Brasília: INEP/MEC. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf>. Acesso em 22 Jul 2019
- BOYER, C. B. **História da Matemática.** Tradução de Elza Gomide. São Paulo: Edgar Blucher, 1974.
- D'AMBRÓSIO, B. S. **Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates.** SBEM. Ano II. N2. p. 15-19. Brasília, 1989.
- EVES, H. **Introdução a história da matemática.** Campinas: Unicam, 2002.
- FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: Saberes necessários à prática educativa.** São Paulo: Paz e Terra, 1996. Coleção Leitura.
- GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.
- GREENBERG, M. J. **Geometris Euclidianas e não Euclidianas,** San Francisco: W. H. Freeman Company, 1980.
- LIBÂNEO, José Carlos. **Didática.** São Paulo: Cortez, 1994.
- LIMA, E. L. et al. **A Matemática do Ensino Médio.** 6ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. Vol. 2.

LYUDMIL, A. **O mundo das formas.** Disponível <http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/cursos/ep155_2002/ep155/g1/site/resenhas.html>acesso em 10 junho 2019.

PAIVA, M. **Matemática Paiva.** 3ª ed. São Paulo: Moderna, 2015. Vol. 2.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de geometria:** uma visão histórica. 1989.196 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. São Paulo, 1989.

PIAGET, J. **O nascimento da inteligência na criança.** 4. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1982.

SANTOS, A. O.; JUNQUEIRA, A. M. R.; OLIVEIRA, G. S. **Teorias da aprendizagem e conhecimento matemático:** aportes teóricos a prática docente. *Perspectivas em Psicologia*, Uberlândia, V. 19, n.1, p. 179-195, Jan. /Jun. 2015.

SKINNER, B. F. **Ciência e comportamento humano.** Tradução de João Carlos Todorov e Rodolfo Azzi. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

APÊNDICES

APÊNDICE A – SEQUÊNCIA DIDÁTICA

SEQUÊNCIA DIDÁTICA 01

TEMA: Estudo dos poliedros

IDENTIFICAÇÃO

- Público Alvo: Alunos do 2º ano do ensino médio.
- Duração: 06 h/a de 50 minutos cada uma.

OBJETIVO GERAL

Conhecer as características dos poliedros, sabendo diferencia-los identificando seus elementos.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar os poliedros e seus elementos;
- Reconhecer os poliedros em objetos diversos do cotidiano;
- Identificar os poliedros regulares;
- Diferenciar poliedros convexos e não-convexos;
- Aplicar e relação de Euler.
- Diferenciar poliedros de corpos redondos.

CONTEÚDOS

- Poliedros;
- Poliedros convexos;
- Poliedros regulares;
- Deduzir e compreender relação de Euler;

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

1ª etapa (duração: 2 aulas)

A atividade foi preparada em forma de slides e apresentada no Data show, em sala de aula (material em anexo). Durante a exposição dos conceitos sobre poliedros foram apresentadas algumas figuras de objetos que representam os poliedros, com a finalidade de que os alunos vejam que esses poliedros podem ser vistos por eles na cidade, na escola ou em suas casas. Posteriormente foi proposta a atividade do livro didático a respeito do conteúdo.

2ª etapa (duração: 2 aulas)

Para o desenvolvimento da aula foi requisitado dos alunos que tragam objetos que lembrem poliedros. Após a exposição dos objetos que os alunos trouxeram foi feita a separação daqueles que representavam poliedros e dos que representavam corpos redondos. Em seguida o professor utilizou o material em acrílico disponível no laboratório da escola para explicar as principais diferenças entre poliedros e corpos redondos, identificando alguns poliedros regulares e convexos. Em seguida foi realizada a correção da atividade do livro didático, tirando dúvidas dos alunos.

3ª etapa (duração: 2 aulas)

Nessa aula foi discutido sobre a relação de Euler e utilizado o material em acrílico para que os alunos visualizassem e identificassem a quantidade de arestas, vértices e faces dos poliedros, principalmente os convexos. Os alunos comprovaram a relação de Euler utilizando os sólidos disponíveis. Em seguida foi aplicado o exercício proposto no livro didático.

RECURSOS

- Slides com resumo do conteúdo, fotos e figuras de poliedros;
- Data show;
- Computador;
- Materiais que lembrem poliedros;
- Material em acrílico;

- Livro didático;
- Caderno;
- Caneta;
- Lápis;
- Pincel;
- Quadro branco.

AVALIAÇÃO

- Envolvimento dos alunos durante o desenvolvimento das atividades;
- Participação nas aulas;

SEQUÊNCIA DIDÁTICA 02

TEMA: Estudando os Prismas

IDENTIFICAÇÃO

- Público Alvo: Alunos do 2º ano do ensino médio.
- Duração: 10 h/a de 50 minutos cada uma.

OBJETIVO GERAL

Levar os alunos a identificar os prismas e reconhecê-los em objetos do cotidiano e na arquitetura.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar os poliedros que representam prismas;
- Reconhecer a planificação dos prismas e seus elementos;
- Calcular área e volumes dos prismas, em especial do paralelepípedo reto-retângulo e do cubo. -

CONTEÚDOS

- Elementos de um prisma;
- Nomenclatura dos prismas;
- Prisma reto e prisma oblíquo;
- Área e volume dos prismas;
- Paralelepípedo reto-retângulo;
- Cubo.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

1ª etapa (duração: 2 aulas)

Apresentação em forma de slides dos conceitos e elementos dos prismas, diferenças entre prismas retos e oblíquos. Foram expostas também as características específicas do paralelepípedo reto-retângulo e do cubo.

2ª etapa (duração: 2 aulas)

Foi pedido aos alunos que durante sua volta para casa, observassem objetos, prédios e construções que lembrassem prismas para que fosse discutido em sala sobre as observações. Durante a aula os alunos relataram os objetos que tinham em casa e que viram na volta para casa e surgiram muitas perguntas sobre as características do que relataram. Em seguida responderam as atividades propostas do livro didático em sala de aula.

3ª etapa (duração: 2 aulas)

O professor utilizou o material disponível no livro didático, que traz a planificação de alguns poliedros para que os alunos montassem as figuras e identificassem as que representavam prismas, utilizando o material para reforçar a compreensão do número de faces, arestas e vértices dos poliedros.

4ª etapa (duração: 2 aulas)

Foi feita a explicação do conteúdo sobre como calcular área e volume dos prismas, utilizando slides para exposição e quadro branco e pincel para demonstração das fórmulas. Posteriormente a sala foi dividida em grupos para que calculassem a área dos prismas na forma planificada que utilizaram nas aulas anteriores. Após a atividade em grupo foi requisitado que fizessem a atividade proposta no livro didático.

5ª etapa (duração: 2 aulas)

As aulas foram de correção e tira dúvidas com comprovação utilizando o material que os alunos utilizaram para calcular as áreas e volumes.

RECURSOS

- Slides com resumo do conteúdo;
- Data show;
- Computador;
- Planificação de alguns prismas impressos;
- Livro didático;
- Caderno;
- Caneta;
- Lápis;
- Pincel;
- Quadro branco.

AValiação

- Envolvimento dos alunos durante o estudo presencial;
- Participação nas discussões;

SEQUÊNCIA DIDÁTICA 03

TEMA: Estudando as pirâmides

IDENTIFICAÇÃO

- Público Alvo: Alunos do 2º ano do ensino médio.
- Duração: 12 h/a de 50 minutos cada uma.

OBJETIVO GERAL

Levar os alunos a identificar pirâmides e suas principais características.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar os poliedros que representam pirâmides;
- Construir poliedros através de material lúdico
-
- Reconhecer a planificação das pirâmides e seus elementos;
- Calcular área e volumes das pirâmides. .

CONTEÚDOS

- Elementos de uma pirâmide;
- Nomenclatura das pirâmides;
- Pirâmide regular;
- Área e volume das pirâmides;

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

1ª etapa (duração: 2 aulas)

Exposição dos elementos, conceitos e fórmulas das pirâmides através de slides e demonstração das fórmulas feitas no quadro. A atividade feita, foi a proposta no livro didático e como sugestão foi dito que eles poderiam utilizar a planificação da pirâmide para obter uma melhor compreensão.

2ª etapa (duração: 2 aulas)

A fim de fixar o conteúdo estudado e buscar uma maior participação dos alunos nas aulas, foi organizada uma aula prática, onde os alunos foram divididos em quatro grupos para que confeccionassem alguns poliedros com jujubas e palitos de dentes, para posteriormente identificar suas características. Durante a confecção o envolvimento dos alunos na atividade foi grande. Construíram e identificaram arestas, vértices e faces.

3ª etapa (duração: 2 aulas)

Após a confecção em sala foi proposto como atividade para casa e em grupo que os alunos confeccionassem alguns poliedros, com materiais escolhidos por eles para finalizar o estudo de poliedros. Ao final da confecção eles teriam que calcular a área e o volume desses sólidos e fazer a apresentação para a turma de como se deu a confecção, o material utilizado e apresentar o cálculo de um dos sólidos para a turma.

4ª etapa (duração: 6 aulas)

Nessa etapa os alunos fizeram a apresentação dos poliedros confeccionados. Vale observar que pelas apresentações percebemos que houve o envolvimento e dedicação pela maioria dos grupos, pois apesar do nervosismo as apresentações mostram o que se esperava.

RECURSOS

- Slides com resumo do conteúdo;
- Data show;
- Computador;
- Planificação de algumas pirâmides impressas;
- Jujubas;
- Palitos de dente;
- Palitos de picolé;
- Canudos;
- Tesoura;
- Linha para crochê;

- Palitos para churrasco;
- Cola quente;
- Arame reciclado;
- Livro didático;
- Caderno;
- Caneta;
- Lápis;
- Pincel;
- Quadro branco.

AVALIAÇÃO

- Envolvimento dos alunos durante o estudo presencial e em casa;
- Participação nas discussões;
- Apresentação dos sólidos.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA 04

TEMA: Corpos redondos

IDENTIFICAÇÃO

- Público Alvo: Alunos do 2º ano do ensino médio.
- Duração: 12 h/a de 50 minutos cada uma.

OBJETIVO GERAL

Levar os alunos a compreender os corpos redondos e suas principais características, diferenciando-os dos poliedros.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Reconhecer um cilindro e seus elementos, um cilindro de revolução ou cilindro circular reto e um cilindro equilátero;
- Calcular a área e o volume de cilindros circulares;
- Reconhecer e diferenciar os cilindros utilizados nos produtos industrializados;
- Reconhecer a planificação do cilindro;
- Reconhecer um cone e seus elementos, um cone de revolução ou cone circular reto e um cone equilátero;
- Através da planificação do cone calcular a área do setor circular, através do ângulo formado;
- Calcular o volume do cone circular reto;
- Reconhecer esfera e superfície esférica;
- Calcular a área e o volume da superfície esférica. .

CONTEÚDOS

- Elementos do cilindro circular;
- Cilindro circular reto e cilindro oblíquo;
- Cilindro equilátero;
- Área e volume do cilindro circular reto;

- Elementos de um cone circular;
- Cone circular reto e cone oblíquo;
- Cone equilátero;
- Área e volume do cone circular reto;
- Esfera;
- Posições relativas entre plano e esfera;
- Área e volume da esfera.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

1ª etapa (duração: 2 aulas)

A aula foi iniciada com questionamentos sobre objetos que os alunos conheciam que lembravam o cilindro e intervenções do professor sobre suas características, e explicação sobre os que seriam cilindros e os que não representavam cilindro. Em seguida foi feita a exposição dos elementos, conceitos e fórmulas do cilindro através de slides e demonstração das fórmulas feitas no quadro. Como atividade para casa foi requisitado pelo professor objetos que os alunos tivessem em suas residências que lembrariam cilindros para análise nas aulas seguinte.

2ª etapa (duração: 2 aulas)

A fim de fixar o conteúdo e utilizando o material que os alunos trouxeram de casa, foram feitas análises sobre as características dos objetos que representavam cilindro e verificando o porquê dos objetos industrializados utilizarem tal embalagens. Por exemplo, se o industrial tiver interesse de comercializar o seu produto em embalagens que gastem o mínimo de material em sua fabricação ele irá utilizar a cilindro equilátero. Em seguida fizemos a planificação de algumas para verificar sua área e utilizamos algumas fechadas para conferir seu volume utilizando água. A atividade do livro didático ficou como atividade para casa

3ª etapa (duração: 2 aulas)

As aulas foram utilizadas para correção e tirar algumas dúvidas.

4ª etapa (duração: 2 aulas)

A aula iniciou com a exposição dos elementos, conceitos e fórmulas do cone através de slides e demonstração das fórmulas feitas no quadro. Em seguida os alunos relataram sobre os objetos que conheciam que tinham as características do cone circular. Em seguida os alunos fizeram as atividades propostas no livro didático.

5ª etapa (duração: 2 aulas)

Em seguida a fim de fixar o conteúdo, utilizamos o material em acrílico do laboratório da escola e algumas das embalagens que os alunos trouxeram para medir o volume de água desses recipientes. Essa aula foi realizada no laboratório da escola.

6ª etapa (duração: 2 aulas)

Para ajudar a fixar o conteúdo o professor propôs que os alunos confeccionassem alguns cones a partir de setores circulares com ângulos de 45° , 60° , 90° e 120° , separados em quatro grupos. Em seguida foi sugerido que cada grupo fizesse um chapéu de bruxa, cada um com um ângulo diferente. Nessa etapa os alunos perceberam que seria necessário relacionar a geratriz do cone com o comprimento do setor para que o chapéu pudesse ser colocado na cabeça do colega.

RECURSOS

- Slides com resumo do conteúdo;
- Data show;
- Computador;
- Papel madeira;
- Linha para crochê;
- Cartolina colorida;
- Cola para isopor;
- Tesoura;
- Conjunto de réguas;
- Livro didático;
- Caderno;

- Caneta;
- Lápis;
- Pincel;
- Quadro branco.
- Água

AVALIAÇÃO

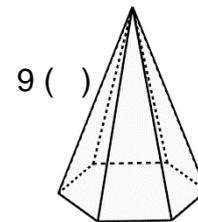
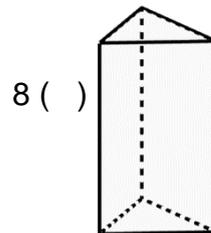
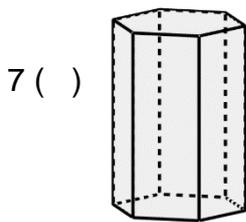
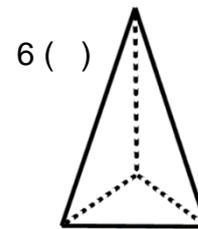
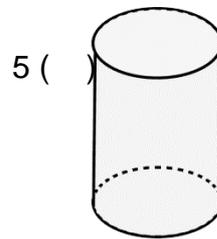
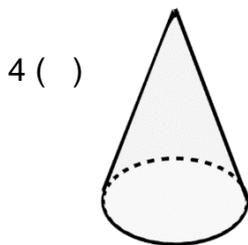
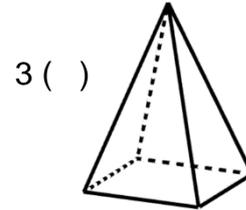
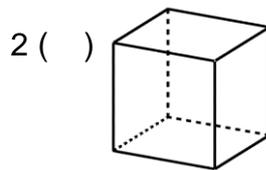
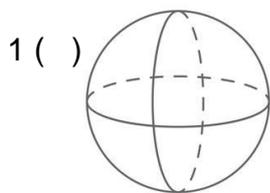
- Envolvimento dos alunos durante o estudo presencial e em casa;
- Participação nas discussões;
- Apresentação dos sólidos.

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO

Questionário sobre geometria espacial

Aluno (a): _____ Turma: _____

1-Dentre as figuras abaixo, marque com um X as que são poliedros.



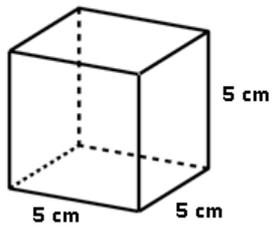
2- Das figuras acima que representam poliedros, dê o nome e identifique quantas arestas, quantos vértices e quantas faces possui cada uma.

3- Se possível, identifique objetos que, no seu cotidiano lembrem figuras espaciais, identificando o objeto e o nome da figura espacial.

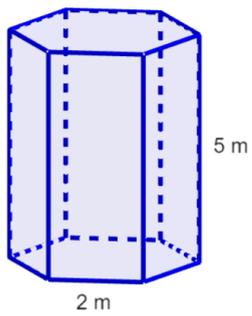
4- Marque V (Verdadeiro) e F (Falso) para as afirmações referentes a geometria espacial.

- a) () Um poliedro convexo é regular quando todas as suas faces são regiões poligonais regulares e congruentes e em todos os vértices concorre o mesmo número de arestas.
- b) () Um poliedro convexo é regular quando todas as suas arestas são iguais.
- c) () A superfície lateral de um prisma é a soma da área de suas faces laterais e suas bases.
- d) () O prisma reto é aquele cujas arestas laterais são perpendiculares às bases.
- e) () A área da superfície de um prisma é a soma da área de suas faces laterais e a área de suas bases.

5- Calcule a área lateral e o volume das seguintes figuras:



A figura seguinte é regular



A figura seguinte é regular

