

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

**ENSINO DE ESTATÍSTICA POR MEIO DA METODOLOGIA
DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS - UMA PROPOSTA
APLICADA AO ENSINO MÉDIO**

Charlote Binotto
Orientadora: Prof.^a Dra. Cleonis Viater Figueira
Coorientadora: Prof.^a Dra. Janecler Aparecida Amorin Colombo

**PATO BRANCO
2019**

CHARLOTE BINOTTO

**ENSINO DE ESTATÍSTICA POR MEIO DA METODOLOGIA
DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS - UMA PROPOSTA
APLICADA AO ENSINO MÉDIO**

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do grau de Mestre em Matemática em Rede Nacional do Programa de Pós-Graduação da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Pato Branco.

Orientadora: Prof.^a Dra. Cleonis Viater Figueira
Co-orientadora: Prof.^a Dra. Janecler Aparecida Amorin Colombo

PATO BRANCO

2019

Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Título da Dissertação Nº 38

“ENSINO DE ESTATÍSTICA ATRAVÉS DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS – UMA PROPOSTA APLICADA AO ENSINO MÉDIO”

por

CHARLOTE DE OLIVEIRA BINOTTO

Esta dissertação foi apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Matemática, sob a orientação da Prof^a Dr^a Cleonis Viater Figueira, pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT - da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR - Câmpus Pato Branco, às 13:30hs do dia 14 de outubro de 2019. O trabalho foi aprovado pela Banca Examinadora, composta pelos doutores:

Prof^a. Cleonis Viater Figueira, Dr^a.
(Presidente – UTFPR/Pato Branco)

Prof. Marcio Bennemann, Dr.
(UTFPR/Pato Branco)

Prof. André Pereira Pedroso, Dr.
(UNIOESTE/FB)

Prof. Adilson da Silveira, Dr.
(Coordenador do PROFMAT/UTFPR)

“A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do PROFMAT/UTFPR”

B614e Binotto, Charlotte.
Ensino de estatística por meio da metodologia de resolução de problemas: uma proposta aplicada ao ensino médio / Charlotte Binotto -- 2019.
101 f. : il. ; 30 cm.

Orientadora: Profa. Dra. Cleonis Viater Figueira
Coorientadora: Profa. Dra. Janecler Aparecida Amorin Colombo
Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná.
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.
Pato Branco, PR, 2019.
Inclui bibliografia

1. Estatística. 2. Ensino - Metodologia. 3. Soluções de problemas. I. Figueira, Cleonis Viater, orient. II. Colombo, Janecler Aparecida Amorin, coorient. III. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. IV. Título.

CDD (22. ed.) 510

Ficha Catalográfica elaborada por
Suélem Belmudes Cardoso CRB9/1630
Biblioteca da UTFPR Campus Pato Branco

Dedico este trabalho à minha família, que sempre esteve ao meu lado nos momentos mais difíceis.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus pelo dom da vida e por ter me permitido chegar até aqui.

À minha família que esteve sempre me apoiando e incentivando para que chegasse ao final dessa trajetória.

Ao meu companheiro Roni pelo apoio e compreensão durante o mestrado.

À minha amiga, Rosimery Sardá Almeida pelas orações e ajuda espiritual.

À professora Marina Bigarella pelas correções gramaticais e ortográficas da dissertação.

Ao Colégio Estadual Presidente Castelo Branco, por permitir que o trabalho fosse aplicado.

Aos alunos que participaram da pesquisa.

Às minhas orientadoras, que com muita paciência, esperaram eu ser aprovada na qualificação, na proficiência em inglês, e em outras dificuldades que a vida nos apresenta.

Àqueles que, de alguma forma contribuíram para a conclusão do mestrado.

A todos, meu muito obrigada.

“Que todos os nossos esforços estejam sempre focados no desafio à impossibilidade. Todas as grandes conquistas humanas vieram daquilo que parecia impossível”.

(Charles Chaplin)

RESUMO

BINOTTO, Charlyte de Oliveira. **Ensino de Estatística Por Meio da Resolução de Problemas – uma proposta aplicada ao ensino médio**. 2018. p. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, PR, 2019.

Este trabalho teve como objetivo principal identificar que contribuições a metodologia de Resolução de Problemas pode trazer para o ensino de conceitos estatísticos no terceiro ano do ensino médio, bem como elaborar, implementar e analisar um encaminhamento metodológico para o ensino de tais conceitos. Nesta pesquisa, utilizou-se a adaptação proposta por Mello (2018) que agrupa esses nove passos em cinco etapas. Nesta investigação, e como na maioria das pesquisas em Educação Matemática, será utilizada a pesquisa qualitativa. Será aplicado um questionário aos estudantes do terceiro ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Presidente Castelo Branco para traçar o perfil dos mesmos, colaborando para um estudo a priori sobre alguns temas de interesse. Os dados coletados foram analisados através da triangulação de métodos: anotações dos alunos, referencial teórico e anotações da professora pesquisadora. Serão relatadas dissertações que já abordaram o ensino de Estatística vinculado à metodologia de Resolução de Problemas, as quais serão abordadas no decorrer do texto. A metodologia mostrou-se eficaz no que se refere ao Ensino-Aprendizagem-Avaliação, bem como a aceitação pelos alunos foi satisfatória. Nessa metodologia, a professor deixa de ser o personagem principal – aquele que ensina – para se tornar mediador, questionador, ou seja, aquele que instiga e desperta para a investigação, para o raciocínio.

Palavras-chave: Estatística. Resolução de Problemas. Metodologia. Ensino Médio.

ABSTRACT

BINOTTO, Charolote de Oliveira. **Statistics Teaching Through Problem Solving - a proposal applied to secondary education**. 2018. p Dissertation (Master in Mathematics in National Network) – Federal Technological University of Paraná, Pato Branco, PR, 2019.

The main objective of this work was to identify what contributions the Problem Solving methodology can bring to the teaching of statistical concepts in the third year of high school, as well as to elaborate, implement and analyze a methodological referral for the teaching of such concepts. In this research, we used the adaptation proposed by Mello (2018) that groups these nine steps into five steps. In this research, as in most research in mathematics education, qualitative research will be used. A questionnaire will be applied to the students of the third year of high school of the State School Presidente Castelo Branco to profile them, contributing to an a priori study on some topics of interest. The data collected were analyzed through the triangulation of methods: student annotations, theoretical framework and researcher teacher annotations. Dissertations that have already addressed the teaching of Statistics linked to the Problem Solving methodology will be reported, which will be addressed throughout the text. The methodology proved to be effective with regard to Teaching-Learning-Assessment, and the acceptance by students was satisfactory. In this methodology, the teacher ceases to be the main character - the one who teaches - to become a mediator, a questioner, that is, one who instigates and awakens to investigation, to reasoning.

Keywords: Statistics. Troubleshooting. Methodology. High school.

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

BNCC	Base Nacional Comum
DCE's	Diretrizes Curriculares do Paraná
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
GTERP	Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas
IME	Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo
NCTM	Conselho Nacional de Professores de Matemática
PCN's	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio
PROEJA	Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos
UNESP	Universidade Estadual Paulista

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Altura x Número de pessoas	51
Figura 2	Apresentação do Grupo 1 - primeiro momento	58
Figura 3	Apresentação do Grupo 3 - primeiro momento	58
Figura 4	Apresentação do Grupo 5 - primeiro momento	58
Figura 5	Apresentação do Grupo 4 - primeiro momento	59
Figura 6	Apresentação do Grupo 2 - primeiro momento	59
Figura 7	Apresentação do aluno RJ - primeiro momento	59
Figura 8	Apresentação de todos os Grupos - quarto momento	64
Figura 9	Apresentação do Grupo 1 - quarto momento	65
Figura 10	Apresentação do Grupo 5 - quarto momento	65
Figura 11	Apresentação do Grupo 2 - quarto momento	65
Figura 12	Apresentação do Grupo 4 - quarto momento	65
Figura 13	Apresentação dos Grupos 1 e 5 - quarto momento	67
Figura 14	Apresentação dos Grupos 2 e 3 - quarto momento	68
Figura 15	Apresentação do Grupo 4 - quarto momento	68
Figura 16	Apresentação dos alunos do Grupo 1 - quinto momento	70
Figura 17	Opinião do aluno ER	97
Figura 18	Opinião do aluno G1	97
Figura 19	Opinião do aluno FC	97
Figura 20	Opinião do aluno T3	97
Figura 21	Opinião do aluno KE	98
Figura 22	Opinião do aluno T	98
Figura 23	Opinião do aluno L	98
Figura 24	Opinião do aluno ES	98
Figura 25	Opinião do aluno K	98

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Frequências e porcentagem dos 466 pais do colégio X	25
Tabela 2	Agrupamento do roteiro da metodologia de Resolução de Problemas proposto por Onuchic e Allevato em etapas	48
Tabela 3	Proposta de Resolução de Problemas para o ensino da Estatística	48
Tabela 4	Qual sua idade? (em anos)	50
Tabela 5	Frequências das idades	51
Tabela 6	Frequências das idades	51
Tabela 7	Frequências das alturas	51
Tabela 8	Notas dos alunos da terceira série	53

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	15
1.1 ASPECTOS METODOLÓGICOS	18
2 ESTATÍSTICA NO CONTEXTO DESTA PESQUISA	21
2.1 ASPECTOS HISTÓRICOS	21
2.2 A ESTATÍSTICA NOS DOCUMENTOS OFICIAIS ESCOLARES	22
2.3 A CIÊNCIA ESTATÍSTICA NO ENSINO ESCOLAR	24
2.3.1 Tipos de Variáveis	24
2.3.2 Distribuição de Frequências	25
2.3.3 Medidas de Tendência Central	26
2.3.3.1 Média	26
2.3.3.2 Mediana	27
2.3.3.3 Moda	28
2.3.4 Medidas de Dispersão	29
2.3.4.1 Amplitude	29
2.3.4.2 Variância	29
2.3.4.3 Desvio Médio e Desvio Padrão	30
3 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	32
3.1 OS MOVIMENTOS DA REFORMA DO ENSINO DA MATEMÁTICA	33
3.2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA DE ENSINO.....	37
3.3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E ESTATÍSTICA	42
4 A PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA O ENSINO DA ESTATÍSTICA	47
4.1 PRIMEIRO MOMENTO	49
4.2 SEGUNDO MOMENTO	49
4.3 TERCEIRO MOMENTO	50
4.4 QUARTO MOMENTO	50
4.5 QUINTO MOMENTO	52
4.6 SEXTO MOMENTO	52
5 APLICAÇÃO E ANÁLISE	54
5.1 PROBLEMAS GERADORES	56
5.1.1 Problema Gerador do Primeiro Momento	57
5.1.2 Problema Gerador do Segundo Momento	60

5.1.3 Problema Gerador do Terceiro Momento	62
5.1.4 Problemas Geradores do Quarto Momento	63
5.1.5 Problemas Geradores do Quinto Momento	69
5.2 PROBLEMA AVALIATIVO	72
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	76
7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	79
APÊNDICES	82
APÊNDICE A – Questionário Perfil dos Alunos	83
APÊNDICE B – Problemas Geradores do Primeiro Momento	84
APÊNDICE C – Problemas Geradores do Segundo Momento	85
APÊNDICE D – Problemas Geradores do Terceiro Momento	86
APÊNDICE E – Problemas Geradores do Quarto Momento	87
APÊNDICE F – Problemas Geradores do Quinto Momento	88
APÊNDICE G – Problemas Avaliativos	89
APÊNDICE H – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para Pais ou Responsáveis	90
APÊNDICE I – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para Maiores de 18 anos	92
APÊNDICE J – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido	94
APÊNDICE K – Declaração de assentimento do participante da pesquisa	95
APÊNDICE L – Autorização para Aplicação do Projeto	96
APÊNDICE M – Opinião dos alunos em relação à metodologia de Resolução de Problemas	97
ANEXOS	99
ANEXO A – Material Medidas de Dispersão Entregue para os Alunos	100
ANEXO B – Material Medidas de Dispersão Entregue para os Alunos	101

1 INTRODUÇÃO

A motivação em escolher estudar sobre a metodologia de Resolução de problemas relacionando-a com o ensino da Estatística, se deu pela busca de uma forma diferenciada de ensinar tal conteúdo, visto que a Estatística está presente em várias situações do cotidiano tais como: pesquisas eleitorais, tomadas de decisões, no setor financeiro, estudos climáticos, na medicina, analisar fenômenos passados bem como, prevermos probabilidade de eventos futuros.

No intuito de buscar melhorias nas práticas pedagógicas dos professores de Matemática, a metodologia da Resolução de Problemas apresenta-se promissora como alternativa para suprir as defasagens existentes nesta disciplina escolar. A Resolução de Problemas aparece como uma possibilidade metodológica tanto nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN's quanto nas Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná - DCE's. Mais recentemente, na Base Nacional Curricular Comum - BNCC, também é citada como uma ferramenta necessária no desenvolvimento dos estudantes, já que para despertar o raciocínio, é importante que os estudantes possam, em interação com seus colegas e professores, investigar, explicar e justificar os problemas resolvidos, com ênfase nos processos de argumentação Matemática. Dessa forma, os estudantes devem fazer uso da Resolução de Problemas para desenvolver habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos. Para tanto, eles devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, argumentar, comunicar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados. No entanto, muitos profissionais ainda confundem essa tendência da educação Matemática com a ideia simplista de resolver problemas ou exercícios/questões pré-elaborados.

A questão norteadora da pesquisa é: *“Que contribuições a Metodologia de Resolução de Problemas pode trazer para a compreensão de conceitos estatísticos por alunos do terceiro ano do Ensino Médio?”*

O objetivo de tal investigação é elaborar e implementar uma proposta metodológica para o ensino dos conceitos de média, mediana, moda, desvio padrão e variância no Ensino Médio e analisar as contribuições que essa metodologia pode propiciar para o aprendizado de tais conhecimentos pelos alunos.

Além disso, espera-se, verificar como a metodologia de Resolução de Problemas pode auxiliar na mudança de postura do professor de Matemática contribuindo para a aprendizagem dos alunos e como, estes, reagem a tal proposta metodológica, sendo esta, ao mesmo tempo um objetivo de ensino e um objeto de trabalho.

Tal pesquisa é importante pelo fato de os problemas instigarem a investigação e estimularem o aprendizado, e por existirem poucos trabalhos nessa linha da Educação Matemática para o Ensino Médio. Também, por agregar conhecimento teórico a respeito do tema e apresentar uma sequência de tarefas que poderão ser replicadas por professores da área.

A metodologia de Resolução de Problemas procura desenvolver várias habilidades necessárias a qualquer cidadão, como leitura, interpretação dos fatos, investigação, busca de caminhos para solução, análise e verificação dos resultados obtidos. A Resolução de Problemas faz a relação entre teoria e prática para que sejam resolvidas situações de realidade cultural e social, proporcionando ao estudante desenvolver habilidades de resolver problemas fora dos muros da escola. Sendo assim, faz-se necessário que os professores de Matemática a conheçam, a utilizem no planejamento e na aplicação de suas aulas.

Depois de pesquisas em torno desse tema, percebeu-se a importância de utilizar essa metodologia, em uma dessas dissertações pesquisadas, uma semelhante ao tema escolhido para esta pesquisa, foram elaboradas questões para trabalhar média, moda, mediana e gráficos baseado no censo de 2010. Noutra dissertação que também buscou contribuições da metodologia de Resolução de Problemas no ensino de variáveis qualitativas e quantitativas, coleta e organização de dados em tabelas e gráficos, medidas de tendência central, mostraram que os alunos interagiram e construíram argumentos que contribuíram para o desenvolvimento da autonomia e da criatividade dos estudantes, e também os resultados mostraram que a formalização dos conceitos pelo professor é de extrema relevância. Isso mostra que as situações-problema despertam a curiosidade e o interesse dos alunos, e provocam a vontade de elaborar estratégias para tentar chegar à resposta do problema.

Neste contexto, esta investigação vem ao encontro de utilizar tal metodologia no ensino da Estatística no Ensino Médio, englobando conteúdos específicos de medidas de Estatística Descritiva, bem como construção e análise de diferentes tipos de gráficos.

Há necessidade de que haja uma mudança na forma de se trabalhar a Matemática em sala de aula, uma vez que ela vem sendo avaliada pelos alunos como ruim, difícil, desagradável. Entende-se que os professores poderiam utilizar-se de formas novas e atrativas para conseguir a atenção e o interesse do aluno.

Sob esta perspectiva, a metodologia de Resolução de Problemas propõe-se aliada para tal mudança, tomando-se o cuidado para que ela seja utilizada com responsabilidade e com propriedade de conteúdo, caso contrário, pode tornar-se uma ferramenta valiosa, mais uma vez deixada de lado, se usada de forma indevida.

Antes da pesquisa ser aplicada aos estudantes, o projeto foi encaminhado ao Comitê de Ética em Pesquisa – CEP:

...é um colegiado interdisciplinar e independente, com “munus público”, que deve existir nas instituições que realizam pesquisas envolvendo seres humanos no Brasil, criado para defender os interesses dos sujeitos da pesquisa em sua integridade e dignidade e para contribuir no desenvolvimento da pesquisa dentro de padrões éticos (Normas e Diretrizes Regulamentadoras da Pesquisa Envolvendo Seres Humanos - Res. CNS 196/96, II.4). De acordo com a Res. CNS 196/96. “toda pesquisa envolvendo seres humanos deverá ser submetida à apreciação de um Comitê de Ética em Pesquisa” e cabe à instituição onde se realizam pesquisas a constituição do CEP. (BRASIL, p. 11, 2002)

Visto que, a pesquisa foi realizada com seres humanos, fez-se necessário a autorização do CEP, e felizmente, o projeto foi aprovado para aplicação junto aos estudantes, no projeto constatava toda a fundamentação teórica, o questionário aplicado aos alunos, bem como os termos de consentimento e de assentimento que deveriam ser assinados pelos pais ou responsáveis.

Dessa forma, a pesquisa é importante pelo fato de que essa prática pedagógica pode contribuir para o ensino-aprendizagem dos conteúdos de Estatística no terceiro ano do Ensino Médio, bem como, contribuir com o meio acadêmico no que diz respeito ao enriquecimento do tema em estudo com sugestão de material e com relatos da observação do comportamento da turma diante dessa metodologia.

Esta investigação foi estruturada primeiramente pela introdução seguida de quatro seções finalizando com as considerações finais, conforme descrito brevemente, a seguir.

No Capítulo 2, tem-se a Estatística tratada num contexto histórico, sua importância como ciência e nos documentos oficiais escolares, tais como PCN's, DCE's e BNCC, bem como os conteúdos que serão abordados durante as aulas.

No Capítulo 3, a Resolução de Problemas é apresentada em seu contexto histórico, nos documentos oficiais e em uma abordagem específica em seu referencial teórico, proposta por Onuchic e Allevato (2011).

O Capítulo 4, trata sobre a proposta de Resolução de Problemas desenvolvida para o ensino da Estatística no terceiro ano do Ensino Médio.

No Capítulo 5 é apresentada a aplicação e análise da proposta.

No Capítulo 6 são apontadas as considerações finais que trazem de volta o problema da pesquisa e as respostas encontradas: *“Que contribuições podem ser obtidas com a Metodologia da Resolução de Problemas na aprendizagem dos conceitos de Estatística pelos alunos do terceiro ano do Ensino Médio?”*

1.1 ASPECTOS METODOLÓGICOS

A investigação foi realizada em uma turma de terceiro ano do Ensino Médio de uma escola pública de um município do interior do Paraná. Os conteúdos abordados na proposta metodológica foram: média, mediana, moda, distribuição de frequências, amplitude, desvio médio, variância e desvio padrão, que são os conteúdos específicos apresentados na DCE para tal série.

Como essa investigação não deixa de ser uma pesquisa em torno da aprendizagem em sala de aula, pode-se definir tal ação como o procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos (GIL, 2002).

Para que possamos conceber uma pesquisa em torno do objetivo estabelecido, é necessária uma metodologia adequada. Nesta investigação, será utilizada a pesquisa qualitativa. Tal abordagem foi escolhida, uma vez que a pesquisa envolverá o desenvolvimento e aperfeiçoamento de novas ideias através de discussões em torno de um problema. De acordo com Gerhardt e Silveira (2009):

Os pesquisadores que utilizam os métodos qualitativos buscam explicar o porquê das coisas, exprimindo o que convém ser feito, mas não quantificam os valores e as trocas simbólicas nem se submetem à prova de fatos, pois os dados analisados são não-métricos (suscitados e de interação) e se valem de diferentes abordagens. (GERHARDT; SILVEIRA, 2009, p. 32)

Para Minayo (2001), a pesquisa qualitativa trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não

podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis. Assim, a pesquisa qualitativa é útil também para o desenvolvimento e aperfeiçoamento de novas ideias.

Quanto aos objetivos, a pesquisa caracteriza-se como exploratória, a qual tem como foco o aprimoramento de ideias, familiarização com o problema com vistas a torná-lo mais explícito. Lakatos e Marconi (2003) dizem que as pesquisas exploratórias:

... são investigações de pesquisa empírica cujo objetivo é a formulação de questões ou de um problema, com tripla finalidade: desenvolver hipóteses, aumentar a familiaridade do pesquisador com um ambiente, fato ou fenômeno, para a realização de uma pesquisa futura mais precisa ou modificar e clarificar conceitos. Empregam-se geralmente procedimentos sistemáticos ou para a obtenção de observações empíricas ou para as análises de dados (ou ambas, simultaneamente). Obtém-se frequentemente descrições tanto quantitativas quanto qualitativas do objeto de estudo, e o investigador deve conceituar as interrelações entre as propriedades do fenômeno, fato ou ambiente observado. Uma variedade de procedimentos de coleta de dados pode ser utilizada, como entrevista, observação participante, análise de conteúdo etc., para o estudo relativamente intensivo de um pequeno número de unidades, mas geralmente sem o emprego de técnicas probabilísticas de amostragem. (MARCONI; LAKATOS, 2003, p. 188)

De acordo com os procedimentos de coleta de dado, este estudo pode ser classificado como uma pesquisa de campo do tipo “Pesquisa-ação”. Sendo assim, “Pesquisa de campo é aquela utilizada com o objetivo de conseguir informações e/ou conhecimentos acerca de um problema, para o qual se procura uma resposta, ou de uma hipótese, que se queira comprovar, ou, ainda, descobrir novos fenômenos ou as relações entre eles” (MARCONI e LAKATOS, 2003). Especificamente, Pesquisa-ação, uma vez que esta envolve um processo investigativo de intervenção em que caminham juntas prática investigativa, prática reflexiva e prática educativa.

Estamos no contexto de uma investigação escolar, o professor será o pesquisador de sua prática e o relatório será a descrição e análise do trabalho desenvolvido, destacando os avanços obtidos no âmbito da prática como no das ideias do Grupo.

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2009), “a pesquisa-ação é um tipo especial de pesquisa participante, em que o pesquisador se introduz no ambiente a ser estudado não só para observá-lo e compreendê-lo, mas sobretudo para mudá-lo em direções que permitam a melhoria das práticas e maior liberdade de ação

e de aprendizagem dos participantes”.

Para análise da proposta metodológica, utilizamos a Triangulação de Métodos, a qual consiste em cruzar os dados obtidos: fundamentação teórica, diário de campo e as respostas dos problemas produzidas pelos alunos. De acordo com Marcondes e Brisola (2014),

... na Análise por Triangulação de Métodos, está presente um *modus operandi* pautado na preparação do material coletado e na articulação de três aspectos para proceder à análise de fato, sendo que o primeiro aspecto se refere às informações concretas levantadas com a pesquisa, quais sejam, os dados empíricos, as narrativas dos entrevistados; o segundo aspecto compreende o diálogo com os autores que estudam a temática em questão; e o terceiro aspecto se refere à análise de conjuntura, entendendo conjuntura como o contexto mais amplo e mais abstrato da realidade. (MARCONDES; BRISOLA, 2014, p. 204)

Dessa forma, a Triangulação de Métodos, “configura-se como uma possibilidade, dentre várias outras, para os que se propõem minimizar o distanciamento entre a fundamentação teórica e a prática da pesquisa”. (GOMES, 2004).

Sendo assim, através da Triangulação de Métodos, os dados coletados foram organizados e analisados para a conclusão desta investigação.

Os instrumentos de coleta de dados serão: questionário inicial para descrever o perfil dos alunos, observação participante, diário de campo, folhas de atividades dos alunos e fotografias.

Esta turma foi escolhida porque o conteúdo programático de Estatística corresponde a esta série e pelo fato de a Estatística muitas vezes ser abordada de forma rápidas e sem situações práticas ou até mesmo não estudada, além disso os conteúdos da Estatística são de extrema relevância social e estão presentes no Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM.

2 ESTATÍSTICA NO CONTEXTO DESTA PESQUISA

Neste Capítulo apresentamos alguns aspectos históricos da Estatística, bem como a sua importância nos documentos oficiais escolares, e os conteúdos que foram abordados durante a pesquisa.

2.1 ASPECTOS HISTÓRICOS

“A Estatística é uma ciência que se dedica ao desenvolvimento e ao uso de métodos para a coleta, resumo, organização, apresentação e análise de dados”. (FARIAS, SOARES & CÉSAR, 2003)

Desde os primórdios, a Estatística aparece na história, acompanhando o homem, com o intuito de fazer levantamentos populacionais, saber dados de produção agrícola para taxar impostos, como também determinar o contingente militar.

Primeiramente, aparece o Censo (do latim “Censere”) que significa: taxar. Um dos primeiros registros de censo sobre população e lavouras cultivadas, data do ano de 2.238 a.C., a pedido do Imperador da China Yao.

Outros censos registrados de igual importância histórica: 1.700 a.C., no tempo de Moisés, os recenseamentos anuais dos egípcios, e, dos romanos citando, em especial quando do nascimento de Jesus Cristo.

De certa forma, a Estatística antiga, tinha a intenção de registrar as necessidades numéricas momentâneas, e, isto aconteceu até o século XVII, quando na Inglaterra, a Estatística iniciou sua fase analítica com John Graunt e William Petty.

Devido a esse novo momento estatístico em crescimento, com expressão para área de conhecimento, o século XVIII, fixa a palavra Estatística, de forma consistente na Universidade de Göttingem, atribuído pelo professor Gudofredo Achenvall, “statistik”, do grego: “statizein” e significa verificar. Há também a hipótese de que sua origem derive da palavra “estado” do latim “status”, pois era o Estado e ou os políticos que faziam uso dela.

Todavia não foi somente o uso da palavra Estatística que se fez importante no século XVIII, mas em junção com o século XIX e o seu desenvolvimento no cálculo de probabilidades e o método dedutivo, acrescentou importantes derivações e conexões com os outros campos da Ciência.

O século XX não pode deixar de ser citado, pois o aperfeiçoamento de

técnicas matemáticas fez com que ampliasse o campo de abrangência como também um forte auxiliar na pesquisa científica.

Esse breve histórico sobre a origem da Estatística, quer humildemente mostrar, a importância atual desse instrumento, para tomada de decisões baseado em dados amostrais.

2.2 A ESTATÍSTICA NOS DOCUMENTOS OFICIAIS ESCOLARES

De acordo com os PCN's do ensino fundamental, a Matemática é dividida em blocos de conteúdos que são Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação.

A Estatística pertence ao bloco Tratamento da Informação, pois “a demanda social é que leva a destacar este tema como um bloco de conteúdo. A finalidade do destaque é evidenciar sua importância, em função de seu uso atual na sociedade”. (PCN, 1997)

Um objetivo do ensino da Estatística, é que os alunos possam construir procedimentos para coleta, organização e análise de dados, por meio de tabelas e gráficos que estão presentes no dia-a-dia.

Nos PCN's do Ensino Médio, PCNEM (2018), “uma das grandes competências diz respeito à contextualização sociocultural como forma de aproximar o aluno da realidade e fazê-lo vivenciar situações próximas que lhe permitam reconhecer a diversidade que o cerca e reconhecer-se como indivíduo capaz de ler e atuar nesta realidade.”

Sendo assim, espera-se que o aluno do Ensino Médio possa fortalecer os conhecimentos de Estatística estudados durante o Ensino Fundamental, ultrapassando somente a leitura e interpretação de tabelas e gráficos e possa analisar de maneira crítica sobre o significado de cada conteúdo abordado. “Assim o tema proposto deve ir além da simples descrição e representação de dados, atingindo a investigação sobre esses dados e a tomada de decisões”. (PCNEM, 2018)

Ainda em relação aos PCNEM, os conteúdos a serem abordados no ensino da Estatística são:

Estatística: descrição de dados; representações gráficas; análise de dados: médias, moda e mediana, variância e desvio padrão.

- Identificar formas adequadas para descrever e representar dados numéricos e informações de natureza social, econômica, política, científico-tecnológica ou abstrata.
- Ler e interpretar dados e informações de caráter estatístico apresentados em diferentes linguagens e representações, na mídia ou em outros textos e meios de comunicação.
- Obter médias e avaliar desvios de conjuntos de dados ou informações de diferentes naturezas.
- Compreender e emitir juízos sobre informações Estatísticas de natureza social, econômica, política ou científica apresentadas em textos, notícias, propagandas, censos, pesquisas e outros meios. (PCNEM, p. 127, 2018)

A importância da Estatística também está contemplada nas DCE's para o Ensino da Matemática, "a Estatística, então, tornou-se um conteúdo matemático importante ao ter seus conceitos aplicados em vários campos do conhecimento. Entre eles destacam-se: as Ciências Sociais, a Genética e a Psicologia.

Pela necessidade de quantificar os dados coletados nas pesquisas, a aplicabilidade de métodos estatísticos se tornou essencial". (DCE, 2008). Baseado nos PCN's, as DCE's, dividem a Matemática em Conteúdos Estruturantes: Números e Álgebra, Geometrias, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação e a Estatística faz parte do Tratamento da Informação.

De acordo com as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, o estudo da Estatística viabiliza a aprendizagem da formulação de perguntas que podem ser respondidas com uma coleta de dados, organização e representação. (OCEM, 2006)

Além disso, a BNCC, propõe que os estudantes sejam capazes de não apenas interpretar Estatísticas divulgadas pela mídia, mas, sobretudo, de planejar e executar pesquisa amostral, interpretando as medidas de tendência central, e de comunicar os resultados obtidos por meio de relatórios, incluindo representações gráficas adequadas.

As medidas Estatísticas também são inter-relações que, por um lado, promovem a ampliação de significado aos tópicos matemáticos e, por outro, propiciam acesso à matemática estrutural, como as relações de equivalência, ordem e semelhança. (BNCC, p. 521, 2018)

Durante o Ensino Médio os alunos precisam aprimorar os conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental, intensificar o ensino das medidas de posição: média, moda e mediana, e acrescentar conceitos de medidas de dispersão: desvio médio, desvio padrão e variância.

2.3 A CIÊNCIA ESTATÍSTICA NO ENSINO ESCOLAR

Podemos considerar a Estatística como a ciência que se preocupa com a organização, descrição, análise e interpretação dos dados experimentais. (NETO, 1984)

Dessa forma, nota-se que a Estatística possui interface aplicável a qualquer ramo do conhecimento em que haja a necessidade de explorar experimentos, logo, a Física, Química, Engenharias, Economia, Biologia, Medicina, Ciências sociais e administrativas, etc., fazem uso dessa ferramenta para que, a partir dela, sejam tomadas decisões.

A Estatística é dividida em duas partes: Estatística Descritiva, que se preocupa com a coleta, organização e descrição dos dados experimentais, e a Inferência Estatística, que cuida da análise e formulação de hipóteses.

Nessa investigação será abordada a Estatística Descritiva, a qual é objeto de estudo do terceiro ano do Ensino Médio, sendo elas: tipos de variáveis, distribuição de frequências, medidas de tendência central e medidas de dispersão.

2.3.1 Tipos de Variáveis

Variáveis Estatísticas são divididas em qualitativas e quantitativas, a variável qualitativa está relacionada a qualidade ou característica de uma amostra ou população. A variável quantitativa está relacionada com contagem ou quantidades, algo que se pode medir.

De acordo com Balestri (2016), no livro didático usado no terceiro ano do Ensino Médio no Colégio Estadual Presidente Castelo Branco – Clevelândia PR:

As variáveis quantitativas podem ser classificadas em:

- **Variável quantitativa discreta:** quando as possíveis ocorrências são números inteiros que resultam, em geral, de uma contagem. Por exemplo, número de filhos, número de funcionários, etc.
- **Variável quantitativa contínua:** quando as possíveis ocorrências são valores de escala contínua de números reais. Por exemplo, a massa de um indivíduo, pois ela pode assumir valores reais como 80kg, 80,5kg e 80,54kg.

Já as variáveis qualitativas podem ser classificadas em:

- **Variável qualitativa ordinal:** quando há uma ordenação para as possíveis ocorrências. Por exemplo, o “nível de escolaridade” de alguns trabalhadores é uma variável qualitativa que pode ser disposta na seguinte ordem: Ensino Fundamental, Ensino Médio, Ensino Superior, etc.
- **Variável qualitativa nominal:** quando não há uma ordenação para as possíveis ocorrências. Por exemplo, sexo, estado civil e cor dos olhos. (BALESTRI, p. 173, 2016)

2.3.2 Distribuição de Frequências

Quando se estuda uma variável, um dos interesses do pesquisador é conhecer o *comportamento* dessa variável, analisando a ocorrência de suas possíveis realizações. (BUSSAB e MORETTIN, 2004)

Portanto, a *distribuição de frequência* nada mais é do que a organização dos dados em uma tabela ou gráfico, sendo essa distribuição um número (frequência absoluta) ou uma proporção (frequência relativa), essa proporção pode ser obtida em percentual.

Suponhamos que se queira comparar o grau de instrução dos pais dos estudantes do colégio X, apresentados na tabela abaixo:

Tabela 1: Frequências e porcentagem dos 466 pais do colégio X.

Grau de Instrução	Frequência absoluta (fa)	Frequência relativa (fr)	Frequência relativa percentual
Fundamental	150	0,3219	32,19%
Médio	236	0,5064	50,64%
Superior	80	0,1717	17,17%
Total	466	1	100%

FONTE: Dados hipotéticos.

A tabela acima mostra a distribuição de frequência de uma **variável qualitativa ordinal**, onde é possível comparar o grau de instrução dos pais do colégio X. Quando é efetuada a soma da frequência absoluta o valor é o total de pais, na soma da frequência relativa (fr) o valor é sempre 1, e na soma da frequência percentual é sempre 100%.

2.3.3 Medidas de Tendência Central

As mais importantes medidas de tendência central são a média, moda e mediana, nessa sessão aprenderemos como utilizar cada uma delas.

2.3.3.1 Média

A *média aritmética*, nada mais é do que “a soma das observações dividida pelo número delas”. (BUSSAB e MORETTIN, 2004).

Se x_1, \dots, x_n são os n valores (distintos ou não) da variável X , a média aritmética, ou simplesmente média, de X pode ser escrita

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

Se tivermos n observações da variável X , das quais n_1 são iguais a x_1 , n_2 são iguais a x_2 etc., n_k iguais a x_k , então a média de X pode ser escrita

$$\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_k x_k}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i \quad (2)$$

De acordo com Neto (1977), a média caracteriza o centro da distribuição de frequências, sendo, por isso, uma medida de posição.

A média é mais utilizada quando o conjunto de dados apresenta distribuição normal, ou seja, quando a quantidade de valores discrepantes é baixa, pois valores discrepantes influenciam a média o que pode fazer que o resultado seja distorcido.

A média é uma medida muito sensível aos dados, logo, deve-se ter muito cuidado ao usá-la, pois dependendo da situação ela não é a melhor maneira de expressar uma medida de tendência central.

Segue um exemplo de cálculo de média aritmética (dados fictícios):

Considere o conjunto de dados: $A = \{2, 4, 12, 54, 3\}$, assim, média será:

$$\bar{x} = \frac{2 + 4 + 12 + 54 + 3}{5} = 15$$

2.3.3.2 Mediana

A mediana representa um valor semelhante à média, pois procura caracterizar o centro da distribuição de frequências, quando organizado em ordem crescente, ela é um número que divide um conjunto de dados na metade, ou seja, a partir dela, metade dos dados ficam acima dela e metade abaixo.

Bussab e Morettin (2004), descrevem que: “*mediana* é a realização que ocupa a posição central da série de observações, quando estão ordenadas em ordem crescente. E, ... “quando o número de observações for par, usa-se como mediana a média aritmética das duas observações centrais”.

Considerando as observações ordenadas em ordem crescente, denotamos a menor observação por $x_{(1)}$, a segunda por $x_{(2)}$, e assim por diante, obtendo-se

$$x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n-1)} \leq x_{(n)}$$

Com essa notação, a mediana da variável X pode ser definida como

$$md(X) = \begin{cases} x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}, & \text{se } n \text{ ímpar;} \\ \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2}, & \text{se } n \text{ par;} \end{cases} \quad (3)$$

A mediana pode ser usada nos casos em que há discrepância de dados, como por exemplo, na distribuição de renda de funcionários de uma empresa, onde alguns funcionários podem ganhar 1 salário mínimo e outros podem ganhar 10 salários, em tal situação, a média não é uma boa alternativa para interpretar o ganho dos funcionários.

Sejam os conjuntos de dados a seguir:

- **A = {3, 1, 8}**
- **B = {6, 4, 7, 2}**
- **C = {6, 7, 2, 1, 8}**

Vamos seguir os passos para calcular a mediana para o conjunto **A**:

- Ordenar o conjunto: **A = {1, 3, 8}**

- O número de elementos é ímpar, então a mediana é o valor central:

$$md = 3$$

Vamos, agora, calcular a mediana para o conjunto **B**:

- Ordenar o conjunto: **B = {2, 4, 6, 7}**
- O número de elementos é par, então a mediana são os dois valores centrais dividido por 2:

$$md = \frac{4 + 6}{2} = 5$$

Por fim, vamos calcular a mediana do conjunto **C**:

- Ordenar o conjunto: **C = {1, 2, 6, 7, 8}**
- O número de elementos é ímpar, então:

$$md = 6$$

2.3.3.3 Moda

Segundo Neto (1977), “definimos *moda* (ou modas) de um conjunto de valores como o valor (ou valores) de máxima frequência”.

Dessa forma, a moda é o valor mais observado em um conjunto de dados. É aplicada quando queremos obter uma medida rápida e aproximada de posição.

Considere o conjunto de dados abaixo:

$$\mathbf{A = \{2, 23, 4, 2, 5\}}$$

A moda para esse conjunto é:

$$mo = 2$$

2.3.4 Medidas de Dispersão

“A informação fornecida pelas medidas de posição necessita em geral, ser complementada pelas medidas de dispersão. Estas servem para indicar o quanto os dados se apresentam dispersos em torno da região central”. (NETO, 1977)

As medidas de dispersão utilizadas na presente pesquisa são: amplitude, variância, desvio médio e desvio padrão.

2.3.4.1 Amplitude

“É definida como a diferença entre o maior e o menor valores do conjunto de dados”. (NETO, 1977)

Considere o conjunto de dados abaixo:

$$\mathbf{A} = \{2, 23, 4, 2, 5\}$$

A amplitude para esse conjunto é: $23 - 2 = 21$

2.3.4.2 Variância

A variância mostra em um conjunto de dados, o quanto esses dados estão distantes do valor central, nesse caso, da média.

A variância pode ser populacional ou amostral.

Segundo Neto (1977), a variância populacional “é, por definição, a média dos quadrados das diferenças dos valores em relação à sua média, isto é,

$$s^2(x) = s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad (4)$$

Onde,

s^2 , é a variância;

x_i , cada dado observado;

\bar{x} , média

n , número de observações do conjunto

Na variância amostral, deve-se trocar o denominador por $n - 1$. Essa diferença está relacionada com os problemas de Estatística Indutiva, a qual não é objeto desta pesquisa.

Considere as notas 2 – 8 – 5 – 6 obtidas por 4 alunos, numa avaliação de Matemática. Calcule a variância considerando-se uma população.

Calculando a média, tem-se $\bar{x} = 5,25$

Assim, a variância populacional será:

$$s^2 = \frac{(2 - 5,25)^2 + (8 - 5,25)^2 + (5 - 5,25)^2 + (6 - 5,25)^2}{4} = 4,6875$$

2.3.4.3 Desvio Médio e Desvio Padrão

Outra medida usada para analisar a dispersão dos dados em torno da média é o *desvio médio*.

De acordo com Bussab e Morettin (2004) “para qualquer conjunto de dados, a soma dos desvios ($x_i - \bar{x}$) é igual a zero. ...Duas opções são: (a) considerar o valor total dos desvios em valor absoluto; (b) considerar o total dos quadrados dos desvios”.

Assim, o desvio médio é dado por,

$$d_m = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n} \quad (5)$$

Ele mede o “afastamento” dos dados em relação à média.

Desvio padrão, é definido como a raiz quadrada positiva da variância.

$$d_p = s = \sqrt{s^2} \quad (6)$$

“Ambas as medidas de dispersão (d_m e d_p) indicam em média qual será o

“erro” (desvio) cometido ao tentar substituir cada observação pela medida resumo do conjunto de dados (no caso a média)”. (BUSSAB & MORETTIN, 2004)

Em relação ao exemplo do cálculo da variância, o desvio padrão será:

$$d_p = \sqrt{4,6875} = 2,17$$

E o desvio médio:

$$d_m = \frac{|2 - 5,25| + |8 - 5,25| + |5 - 5,25| + |6 - 5,25|}{4} = 1,75$$

Para o leitor interessado em aprofundar os conceitos de Estatística, recomenda-se a leitura de: BUSSAB, W. O. & MORETTIN, P. A.; NETO; P. L. d. O. C, bem como MONTGOMERY, D. C & RUNGER, G. C, os quais estão descritos nas referências bibliográficas.

3 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O interesse pelo tema Resolução de Problemas surgiu pela vontade de trabalhar Matemática através de uma metodologia diferenciada, não apenas de forma tradicional como é trabalhada. Trazer uma nova abordagem às aulas fazendo com que o aluno deixe de ser um mero ouvinte e se torne agente de seu próprio conhecimento. Também pelo fato de durante a minha graduação não ter estudado sobre Resolução de Problemas, sendo uma abordagem nova para minha prática pedagógica.

Independente do ano/série em que o aluno se encontre, sempre há questões inerentes às dificuldades no aprendizado da Matemática e isso nos motivou a busca por metodologias alternativas e aceitar o desafio da Resolução de Problemas.

Dessa forma, iniciou-se a busca por materiais que tratassem de tal metodologia: livros, dissertações, teses e artigos, para entender e saber como trabalhar com essa metodologia em sala de aula.

Este Capítulo trata sobre a Resolução de Problemas, sua história, sua importância e seu uso como metodologia de ensino da Matemática. Nesse contexto especificamente, como metodologia de ensino da Estatística, baseada em vários autores, principalmente nos escritos de Lourdes De La Rosa Onuchic, seguindo os passos sugeridos por ela para aplicação da metodologia.

O presente Capítulo está organizado em três seções distintas: na primeira, movimentos de reforma do ensino da Matemática: como era o ensino e por quais mudanças passou até chegar na Resolução de Problemas.

Na segunda seção, a Resolução de Problemas como uma forma de ensino, e uma aplicação de conhecimentos já existentes para a construção de novos conceitos e novos conteúdos.

Por fim, na terceira seção, procuramos relacionar a Resolução de Problemas com o ensino da Estatística, ao uso dela em sala de aula através de experiências em dissertações, teses e artigos que tratam da mesma temática.

3.1 OS MOVIMENTOS DA REFORMA DO ENSINO DA MATEMÁTICA

Muitos foram os movimentos para reforma do Ensino da Matemática, Onuchic (1999) destaca quatro: ensino da Matemática por repetição, ensino da Matemática com compreensão, Matemática moderna e Resolução de Problemas.

O Ensino da Matemática por Repetição ocorreu no início do século XX, onde o ensino da Matemática se dava por memorização e treinamento. “Nessa época, o currículo ainda não estava bem definido, embora houvesse um caminho de trabalho: aritmética, álgebra e geometria” (ONUCHIC, 1999). Aos estudantes, neste período, eram postos vários exercícios, chamados de exercícios de fixação do conteúdo trabalhado. São exercícios que seguem os passos da resolução, mas que ainda são necessários para a aprendizagem, afinal, quanto mais exercícios forem feitos, mais se aprenderá.

Muitas vezes a mecanização ainda é necessária, o problema se dá quando esses exercícios são feitos sem uma contextualização, apenas repetição de uma técnica sem aplicabilidade nenhuma.

Sendo a Matemática abstrata, nem todos os conteúdos são contextualizados, devido a isso, os alunos reclamam que não gostam de Matemática, que é muito difícil e que tal conteúdo nunca será usado. Essa forma de ensino através da repetição ainda é grandemente utilizada nas aulas de Matemática.

O Ensino da Matemática com Compreensão ocorreu em meados do século XX, esta reforma descartava a anterior pois os alunos deveriam entender o que estavam fazendo. A partir daí começou a se falar em Resolução de Problemas com influências de Polya, no livro *How to solve it*, (cuja primeira edição data de 1945), de Dewey, entre 1896 e 1904 com suas ideias a respeito do ensino através de projetos e também de Bloom e Broder na década de 1950, que defendiam a leitura dos processos em voz alta realizados pelos alunos que mais se destacavam na classe.

“Em 1948, o trabalho desenvolvido por Herbert F. Spitzer, em aritmética básica, nos Estados Unidos, se apoiava numa aprendizagem com compreensão, sempre a partir de situações-problema e, em 1964, no Brasil, o Professor Luis Alberto S. Brasil defendia um ensino da matemática a partir de um problema gerador de novos conceitos e novos conteúdos” (ONUCHIC, 1999, p.202).

Contudo, neste período, os professores possuíam pouca fundamentação e postura para aplicação de novas ideias, pois estavam habituados a treinar técnicas

operatórias que serviriam para a resolução de problemas-padrão, e davam ênfase nos produtos e não nos processos de resolução.

É necessário que os alunos compreendam o motivo de estarem fazendo este ou aquele cálculo, para que ou porquê resolver o problema de uma maneira ou outra. A dificuldade era usar problemas em todos os conteúdos que deveriam ser trabalhados durante o ano letivo.

O período marcado como “Matemática Moderna” se deu nos anos de 1960 a 1970, esta reforma também deixava de lado as anteriores. Essa Matemática moderna se baseava no rigor e formalidade da álgebra, teoria dos conjuntos para o ensino da Matemática. Segundo Onuchic (1999),

(...) Apresentava uma matemática estruturada, apoiada em estruturas lógica, algébrica, topológica e de ordem e enfatizava a teoria dos conjuntos. Realçava muitas propriedades, tinha preocupações excessivas com abstrações matemáticas e apresentava uma linguagem matemática universal, concisa e precisa. Entretanto, acentuava o ensino de símbolos e uma terminologia complexa que comprometia o aprendizado (ONUChic, 1999, p.202).

Assim, pode-se observar que o ensino da Matemática deveria apresentar uma Matemática estruturada, apoiada em estruturas lógica, algébrica, topológica e de ordem. A conceituação, manipulação de fórmulas e a aplicação, eram os três pilares que a Matemática se apoiava. Saber os conceitos, manipular fórmulas era de grande valia para posteriormente os aplicar na Resolução de Problemas. Tal forma de se ensinar Matemática, exigia que os professores fossem bem preparados com um bom embasamento teórico, já que dessa forma a compreensão dos alunos era dificultada devido ao rigor e formalidade da apresentação das resoluções.

A Resolução de Problemas é de certa forma, recente, somente há algumas décadas que educadores matemáticos deram a real importância para tal metodologia, inserindo-a nos currículos como metodologia, e reconhecendo esta, como campo de pesquisa.

(...) A caracterização de Educação Matemática em termos de Resolução de Problemas, reflete uma tendência de reação e caracterizações passadas como um conjunto de fatos, domínio de procedimentos algorítmicos ou um conhecimento a ser obtido por rotina ou por exercício mental. Hoje, a tendência é caracterizar esse trabalho considerando os estudantes como participantes ativos, os problemas como instrumentos precisos e bem definidos e a atividade na resolução de problemas como uma coordenação complexa simultânea de vários níveis de atividade (ONUChic, 1999, p.203)

Certamente devemos considerar os alunos como participantes ativos do seu próprio conhecimento, usar problemas como instrumento de aprendizagem é de grande valia, porém, nos dias atuais, são poucos professores que fazem uso de Resolução de Problemas como metodologia, sendo diferente de escrever na lousa: “resolva os problemas”, geralmente nesse caso busca-se pela repetição e mecanização de conceitos que serão aplicados nos exercícios.

O precursor da Resolução de Problemas foi George Polya, nos anos 60 muito embora seus estudos começaram em 1945. O intuito era centrar-se no processo e encontrar estratégias para resolver problemas. Polya (1995), apostou em uma sequência de passos para resolver problemas:

- 1- COMPREENSÃO DO PROBLEMA: primeiro, é preciso compreender o problema.
- 2- ESTABELECIMENTO DE UM PLANO: segundo, encontre a conexão entre os dados e a incógnita. É possível que seja obrigado considerar problemas auxiliares se não puder encontrar uma conexão imediata. É preciso chegar afinal a um plano para a resolução.
- 3- EXECUÇÃO DO PLANO: terceiro, execute seu plano.
- 4- RETROSPECTO: quarto, examine a solução obtida. (POLYA, 1995, p.XII)

Na realidade, é isso que se faz até mesmo na resolução de exercícios, retirar os dados, interpretar, saber o que fazer com os dados retirados e resolver o exercício, o que não se faz com frequência é verificar se aquela solução de fato faz sentido no contexto do exercício. Seguindo esses passos, o problema vai se “desmanchando”, chamando a atenção para cada fase de resolução do problema.

A evolução da Resolução de Problemas se deu de forma lenta. Foi a partir de 1980 com a publicação da *Agenda para Ação* do NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), que o movimento se tornou mais forte, recomendando que a Resolução de Problemas fosse utilizada no ensino da Matemática. A relevância de aspectos sociais, antropológicos, linguísticos e cognitivos, na aprendizagem da Matemática, trouxe novos rumos às discussões curriculares. Conforme Onuchic (1999):

Em 1980 é editada nos Estados Unidos, uma publicação do NCTM - Nacional Council of Teachers of Mathematics - *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980's*, que chamava todos os interessados, pessoas e Grupos, para juntos, num esforço cooperativo maciço, buscar uma melhor educação matemática para todos. A primeira dessas recomendações dizia que “resolver problemas deve ser o foco da matemática escolar para os anos 80” e destacava que “o desenvolvimento da habilidade em resolução de problemas deveria dirigir os esforços dos educadores matemáticos por toda essa década e que o desempenho em saber resolver problemas mediria a eficiência de um

domínio, pessoal e nacional, da competência matemática. (ONUCHIC, 1999, p.204)

Note que, o saber resolver problemas mediria a eficiência pessoal da competência Matemática, e nos dias atuais, sabemos de fato resolver um problema ou apenas continuamos a ser meros repetidores de conceitos? A exigência para que professores e alunos dominem ou tenham a habilidade da arte de resolver problemas é um tanto quanto “pesada” no que se refere a dominar conceitos para construção de novos conhecimentos.

Os estudos mais aprimorados sobre Resolução de Problemas também se deram a partir dos anos 80 em nosso país, por meio da elaboração e publicação de dissertações e teses.

Mais tarde surge o Grupo de Psicologia do Recife que orientou estudos relacionados com a Resolução de Problemas matemáticos com pessoas escolarizadas ou não. (FIORENTINI, 1994)

O professor Antônio Luiz Pereira no Seminário sobre Resolução de Problemas no Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME) em 08 de novembro de 2001, mostra que a Resolução de Problemas tem sua vertente histórica em pesquisadores e pensadores, destacando os filósofos gregos, onde Sócrates afirmava que o indivíduo já nasce com a capacidade de resolver problemas, portanto a atividade de resolver problemas é uma mera recordação. Platão também teve algumas contribuições nesse campo, porém não é descrita tal contribuição.

Inicialmente, a atividade de resolver problemas recai na questão filosófica de “pensar sobre o pensamento”; neste sentido, os filósofos gregos como Sócrates e Platão trazem algumas contribuições. Para Sócrates, o indivíduo já detém o conhecimento a ser usado para resolver o problema e, portanto, a atividade de resolver problemas não passa de mera ‘recordação’; para exemplificar seu método, certa vez Sócrates fez um escravo demonstrar o Teorema de Pitágoras ‘apenas’ lhe fazendo algumas perguntas. (PEREIRA, 2001, p. 8)

Descartes, filósofo e matemático francês (1596-1650), acreditava no “pensamento-produtivo” e criação de um método geral para a Resolução de Problemas. De acordo com Pereira (2001), “Descartes vê o processo de resolução de problemas em três fases: reduzir todo problema algébrico a um problema contendo apenas equação; reduzir todo o problema matemático a um problema algébrico e reduzir qualquer problema a um problema matemático”.

No mesmo seminário, Pereira (2001), traz as contribuições do psicólogo e cientista político inglês Graham Wallas (1858-1932) na escola Gestaltista de psicologia, em que destaca as quatro fases de Resolução de Problemas:

- 1- Saturação: você trabalha no problema até ter feito tudo o que podia com ele.
 - 2- Incubação: você tira o problema do seu consciente e deixa o subconsciente tomar conta dele, ou seja, você “dorme” sobre ele. Esta é a parte fácil.
 - 3- Inspiração: a resposta chega subitamente, sem que você esteja pensando no problema.
 - 4- Verificação: você checa a solução apenas para ter certeza de sua correção.
- A ideia desse psicólogo fornece contribuições para o pensar sobre resolução de problemas, mas será que deixando por conta do poder da mente de fato a resposta é encontrada? (PEREIRA, 2001, p.10)

Pereira (2001) ainda aborda a escola behaviorista com Skinner (1904-1990), onde surge uma reviravolta em relação às ideias anteriores, ele afirma que a Resolução de Problemas consiste em: determinar as ações produtivas e reforçá-las, porém, essa ideia também não parece ser muito adequada para definir a Resolução de Problemas.

Este breve relato sobre os movimentos do ensino da Matemática, aponta os acontecimentos importantes do século XX no que se refere à evolução nas formas de concepção do ensino da Matemática, bem como a necessidade de se compreender que a Resolução de Problemas deve ser o foco da Matemática escolar, considerando os estudantes como participantes ativos, e os problemas como instrumentos precisos no desenvolvimento do raciocínio e aprendizagem dos estudantes, fazendo com que a Resolução de Problemas seja tratada como metodologia do ensino da Matemática.

3.2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA DE ENSINO

Mas afinal, o que é um problema? De acordo com o dicionário da língua portuguesa Aurélio, problema é: “1- Questão Matemática proposta para que se lhe dê solução. 2- Questão não resolvida, ou de solução difícil”. (FERREIRA, 2011)

Dado o reconhecimento da importância da inserção da Resolução de Problemas no currículo escolar, dessa forma os PCN'S (1998),

explicitam o papel da Matemática no ensino fundamental pela proposição de objetivos que evidenciam a importância de o aluno valorizá-la como instrumental para compreender o mundo à sua volta e de vê-la como área do conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas, indicam a Resolução de Problemas como ponto de partida da atividade

Matemática e discutem caminhos para fazer Matemática na sala de aula, destacando a importância da História da Matemática e das Tecnologias da Comunicação”. (BRASIL, 1998, p.15)

No Paraná, a DCE (2008), baseada nos estudos de Dante (2003), Schoenfeld (1997), Smole e Diniz (2001) e Polya (2006), mostra que um dos desafios para se ensinar Matemática é a metodologia de Resolução de Problemas, onde os estudantes tem a oportunidade de usar tal metodologia para aplicar os conhecimentos adquiridos ao longo de sua caminhada estudantil para resolver situações novas e interessantes. Propicia ao aluno resolver problemas clássicos de outra forma, com exposição oral e escrita, tornando a aula de Matemática (já intitulada como chata e maçante) mais atrativa e dinâmica favorecendo a formação do pensamento matemático sem ficar preso às regras, criando suas próprias estratégias até chegar a uma resposta adequada. Na qual o estudante possa aprimorar seu conhecimento a partir de um conhecimento prévio, com isso sendo capaz de tomar posse de novos conteúdos e conceitos sendo agente do seu próprio crescimento em sua vida escolar.

Segundo Pereira (2001), em educação Matemática, um problema pode suscitar o gosto pelo trabalho mental se desafiar a curiosidade e proporcionar ao aluno o gosto pela descoberta da resolução. Nesse sentido os problemas matemáticos podem desenvolver a curiosidade dos alunos estimulando-os a raciocinar e encontrar a solução.

A aprendizagem torna-se significativa quando é encontrada uma situação de resolução do problema, onde o aluno é colocado como o ser central na busca de seu próprio conhecimento através da solução do problema. O aluno tem de buscar a solução entendendo a finalidade e a utilidade do problema e quais objetivos da aprendizagem, todas as etapas são importantes, não apenas o resultado final.

Echeverria e Pozo (1998) dizem que: “O verdadeiro objetivo final da aprendizagem da solução de problemas é fazer com que o aluno adquira o hábito de propor-se problemas e de resolve-los como forma de aprender”. Mas qual é a diferença entre resolver exercícios e resolver problemas? De acordo com Echeverria e Pozo:

(...) uma situação somente pode ser concebida como um problema na medida em que exista um reconhecimento dela como tal, e na medida em

que não disponhamos de procedimentos automáticos que nos permitam solucioná-los de forma mais ou menos imediata, sem exigir, de alguma forma, um processo de reflexão ou uma tomada de decisões sobre a sequência de passos a serem seguidos. (...) um problema é, de certa forma, uma situação nova ou diferente do que já foi aprendido, que requer a utilização estratégica de técnicas já conhecidas.” (ECHEVERRIA; POZO, 1998, p.16)

Os exercícios não são uma forma nova de pensamento, mas uma fixação de conceitos aprendidos anteriormente, são mecânicos, fazem uso de técnicas de resolução, o que é diferente da Resolução de Problemas que traz uma situação nova a ser analisada e instiga a curiosidade e o raciocínio favorecendo a aprendizagem.

A Matemática, para os alunos, é uma ciência abstrata, os problemas ajudam no elo de ligação entre a abstração e a realidade oferecendo condições para que posteriormente exista a abstração de forma natural, onde não precisem estar relacionadas situações do cotidiano para que possam resolver exercícios. A dificuldade está em atrelar essas duas coisas: a abstração e a realidade, muitas vezes de maneira muito simples, mas onde os alunos tem dificuldades para fazer tal associação.

Lester (1983), faz uma definição clássica de problema: *“uma situação que um indivíduo ou um Grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução”*. Isso quer dizer que um problema existe quando não temos uma solução direta para resolvê-lo, que precisamos buscar estratégias, formular ideias, e até seguir alguns passos para solucioná-lo.

Diante das dificuldades dos alunos, podemos apontar trabalhos em Grupos, atividades em equipe e uso da tecnologia para que o aluno se sinta mais motivado e entusiasmado para aprender. Dessa forma a Resolução de Problemas pode ser utilizada para dar conta dessas maneiras de ensino, muitas vezes em sala de aula torna-se evidente que o procedimento matemático e mecânico os alunos dominam, a questão é a interpretação do que fazer num dado contexto, na interpretação do problema propriamente dita.

Na Universidade Estadual de São Paulo, UNESP, há um Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP) desde 1990, coordenado pela Professora Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic, a qual relata que:

Nós, no Grupo GTERP, desde os anos 1990, temos trabalhado em

resolução de problemas com a “Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas”, onde o ensino e a aprendizagem devem ocorrer, simultaneamente, durante a construção do conhecimento, tendo o professor como guia e os alunos como coconstrutores desse conhecimento. Além disso, essa metodologia integra uma concepção mais atual de avaliação, sendo esta construída em meio à resolução do problema, integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando sua aprendizagem e reorientando as práticas em salas de aula quando for necessário. (ONUHCIC, 2013, p.101)

Se a metodologia de Resolução de Problemas se tornar uma prática frequente no dia a dia escolar, os alunos se habituarão com essa maneira de pensar e de construir o conhecimento. Parece que quando eles “enxergam” as coisas acontecerem fica mais fácil o entendimento, por mais que seja um conteúdo difícil. O detalhe é que nem em todos os conteúdos consegue-se atrelar uma situação problema, e o tempo disponível para pesquisa e preparação do problema é curto, por esse fato é que a metodologia não é utilizada com frequência.

O GTERP orienta professores que queiram trabalhar com a Resolução de Problemas e apresenta um roteiro para a condução das aulas:

- 1) Preparação do problema: selecionar um problema visando `a construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É recomendável que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema proposto não tenha ainda sido trabalhado em sala de aula.
- 2) Leitura individual: entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
- 3) Leitura em conjunto: formar Grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos Grupos: • se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo e levando-os a interpretar o problema; • se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.
- 4) Resolução do problema: de posse do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus Grupos, num trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como coconstrutores da “matemática nova” que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, os conduzirá na construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.
- 5) Observar e incentivar: nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto buscam resolver o problema, os alunos, em Grupos, têm seu comportamento observado, analisado pelo professor, que estimula o trabalho colaborativo, pois, como mediador, leva-os a pensar, dando-lhes tempo para isso, e incentiva a troca de ideias: • o professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) com base nos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda aos alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. De igual modo, a ele cabe acompanhar suas explorações e ajuda-los, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação, passagem

da linguagem vernácula para a linguagem matemática, conceitos relacionados e técnicas operatórias, a fim de possibilitar a continuação do trabalho.

6) Registro das resoluções na lousa: representantes dos Grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam sobre elas.

7) Plenária: para esta etapa, todos os alunos são convidados a discutir as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defender seus pontos de vista e esclarecer suas dúvidas. O professor coloca-se como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Esse é um momento bastante rico para a aprendizagem.

8) Busca de consenso: após serem sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor incentiva toda a classe a chegar a um consenso sobre o resultado correto.

9) Formalização do conteúdo: neste momento, denominado “formalização”, o professor registra na lousa uma apresentação “formal” – organizada e estruturada em linguagem matemática -, padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos por meio da resolução do problema, de modo a destacar as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto. (ONUChic, 2013, p. 103)

Onuchic (2013), no mesmo artigo, ressalta que trabalhar dessa forma não é tarefa fácil e que o professor deve estar bem preparado:

Tal metodologia demanda professores bem preparados para o seu uso, pois precisam selecionar cuidadosamente os problemas; observar os alunos na busca de soluções para esses problemas, incentivá-los e ouvi-los, mantendo-os confiantes na própria capacidade para resolvê-los. Nas salas de aula onde essa metodologia foi adotada, os alunos se sentiram aptos a dar sentido à matemática que constroem. Professor e alunos, depois dessa experiência, não querem voltar a trabalhar com o método de ensino tradicional. (ONUChic, 2013, p. 103)

De fato, o uso de tal metodologia é encantador, a beleza da Matemática sendo descoberta e sendo aplicada em situações reais causa um contentamento e elevação da autoestima dos alunos, pois a cada descoberta ficam encantados e orgulhosos de si mesmos em conseguir resolver e construir seu próprio conhecimento.

O professor como orientador do conhecimento, deverá estar preparado, pois haverá questionamentos e ele mesmo deve estar ciente onde quer chegar. Fazendo indagações que levem o aluno a refletir e buscar na sua memória meios que o levem à solução do problema. Com o passar do tempo e da prática, os problemas serão resolvidos de maneira natural, tornando-os mais palpáveis para os alunos.

A construção dos problemas deve ser de forma criteriosa e cautelosa, a qual induza o aluno a alcançar o objeto do conhecimento que é o conteúdo matemático que se quer ensinar. Devem ser escritos de forma explícita para que os alunos se envolvam na atividade e consigam contextualizar os dados, pois o aluno é parte

integrante de suas soluções.

Na atualidade, é de suma importância que as pessoas em geral saibam tomar decisões plausíveis, saber se devem comprar um artigo a vista ou a prazo, ler uma informação em um jornal, na internet e saber interpretar corretamente as informações. Nesse sentido a Resolução de Problemas vem contribuir para o crescimento do indivíduo, tornando-o mais crítico e criterioso como cidadão mesmo fora dos portões da escola.

3.3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E ESTATÍSTICA

Escolhemos a Resolução de Problemas para trabalhar a Estatística do Ensino Médio, pensando ser a metodologia mais adequada, já que ela leva a inferências sobre temas que podem estar incutidos no dia-a-dia do aluno. A Estatística, da mesma forma que a Matemática, é abstrata e requer muito conhecimento e sensibilidade para interpretá-la.

Durante as nossas práticas pedagógicas percebemos que a abstração não está tão distante, desde que comparada com fatos que estejam inseridos no meio em que os alunos estão. Desta maneira, há uma compreensão mais adequada quanto a interpretação dos dados, para então chegarem à solução. Sendo assim, foram construídas as DCE'S, a qual contempla a importância do estudo estatístico no meio escolar para que se forme um conhecimento amplo e não apenas fazer que o ensino aprendizagem da Matemática seja algo mecânico e repetitivo.

As DCE'S, trazem o Tratamento da Informação como um conteúdo estruturante e a Estatística como conteúdo específico.

Pode-se dizer que a Estatística se iniciou no século XVII, em estudos sobre as taxas de mortalidade, os quais serviram aos governos para coletar informações relativas a número de nascimentos, casamentos e dados sobre migração, entre outras. A Estatística, então, tornou-se um conteúdo matemático importante ao ter seus conceitos aplicados em vários campos do conhecimento. Entre eles destacam-se: as Ciências Sociais, a Genética e a Psicologia. Pela necessidade de quantificar os dados coletados nas pesquisas, a aplicabilidade de métodos estatísticos se tornou essencial. Como resultado, novos conceitos como os de correlação e regressão foram introduzidos na Matemática. (PARANÁ, 2008, p.60)

Dessa forma, nota-se que a Estatística hoje é de grande importância, é

responsável pela tomada de decisões em várias situações tais como: pesquisas políticas, índices na economia, atestar através de dados quantitativos se determinado evento é confiável ou não, entre outras aplicações.

Utilizando o banco de dissertações e teses da CAPES, buscamos encontrar pesquisas referentes ao tema deste estudo e encontramos trabalhos sobre Resolução de Problemas, artigos e dissertações, porém não há um grande número que trate de Resolução de Problemas para o Ensino da Estatística do Ensino Médio.

Esse foi mais um dos motivos que nos levaram a estudar a Estatística através da Resolução de Problemas e sugerir um encaminhamento metodológico para que futuramente outros professores usem e adaptem à realidade das escolas onde trabalham.

Com o intuito de embasar e buscar subsídios para a elaboração da proposta, elencamos algumas dissertações nesta mesma linha de raciocínio, envolvendo a Resolução de Problemas aplicada à Estatística.

Na dissertação “A Metodologia da Resolução de Problemas e o Ensino da Estatística no Nono Ano do Ensino Fundamental” escrita por Glaucia Garcia Bandeira de Vargas, a autora escolheu tal tema porque a Estatística é recomendada nos PCN’s, porém algumas vezes acaba sendo deixada de lado em sala de aula. A autora seguiu os passos propostos por Onuchic e Allevalo (2009), em seis encontros de duas horas cada, onde foram trabalhados os conceitos de gráficos, tabelas e medidas de tendência central. Ela utilizou dados do Censo de 2010 do Instituto Brasileiro de Pesquisas Estatísticas para elaborar os problemas, procurando relacionar com o dia-a-dia dos alunos. Houveram dificuldades no início, porém, após a aplicação das situações-problema, pôde constatar que os alunos evoluíram nos conceitos estatísticos e puderam perceber quão valiosos são tais conceitos para situações de suas vidas e de seus familiares. (VARGAS, 2013)

A dissertação “Uma sequência didática para o ensino de Estatística a alunos do Ensino Médio na modalidade PROEJA”, escrita por Maurício Ramos Lutz em 2012, teve como foco principal elaborar, implementar e analisar uma sequência didática envolvendo atividade de Estatística. Também visou acompanhar as habilidades dos alunos ao ter que coletar dados e fazer inferências das informações retiradas de situações cotidianas. O que motivou o autor a pesquisar o tema foi a necessidade de

inserir a Estatística na disciplina de Matemática e a carência de material destinado ao público em estudo. Foram usados os pressupostos da Engenharia Didática e a Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Duval em 2003. O resultado da pesquisa aponta que o material produzido favoreceu a aprendizagem dos conteúdos de Estatística e é um material que contribui para a instrumentalização dos professores do Ensino Médio.

A dissertação “O Ensino da Estatística Descritiva a partir da Proposta de Resolução de Problemas”, escrita por Alessandro Moretti e apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul em 2013, teve como objetivo apresentar uma proposta baseada nos estudos de Pólya para a resolução de problema envolvendo conteúdos no Ensino Médio da Educação Básica. E como objetivos específicos: Descrever os principais benefícios para o Ensino de Matemática advindos da Resolução de Problemas; Apresentar as etapas sugeridas por Pólya para a resolução eficiente de uma situação-problema; Elaborar um plano de aula com situações problema contemplando o conteúdo de Estatística cuja resolução aconteça seguindo os passos sugeridos por Pólya; Analisar a resolução de algumas situações-problemas concernente ao conteúdo de Estatística desenvolvido pelos alunos, após seguirem os passos sugeridos por Pólya. Especificamente, o estudo trata do ramo da Estatística voltado para medidas de tendência central. As atividades foram apresentadas aos alunos do segundo ano do Ensino Médio. A partir das reflexões e dos argumentos apresentados fica evidenciado que resolver problemas matemáticos é um exercício altamente benéfico na formação acadêmica de qualquer educando, e em qual estágio da formação, e essa premissa se aplica inclusive no ensino da Estatística. Entretanto, trata-se de práticas que nem sempre são apreciadas pelos alunos, por outro lado, nem sempre é adotada pelos professores. Nesse sentido, uma possível justificativa para a não adoção dessa prática pelos docentes, bem como, da rejeição vivenciada pelos educandos, se deve ao fato de se tratar de atividades que requerem um grau de desenvolvimento e raciocínio mental elevado, o que nem sempre está latente tanto nos professores como nos alunos.

Durante os anos de experiência em ministrar aulas, nós observamos que a resistência em trabalhar com a metodologia de Resolução de Problemas se dá pelo fato da comodidade, é mais fácil para professor e aluno se manterem na zona de

conforto do que se aventurarem em caminhos pouco conhecidos, novamente vem à tona a preparação do professor para atuar como mediador do conhecimento.

A dissertação “O ensino de Estatística na educação de jovens e adultos: contribuições da metodologia da Resolução de Problemas para o Ensino Médio”, escrita por Giane Correia Silva, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus de Ponta Grossa 2018, teve como objetivo analisar as possíveis contribuições da metodologia da Resolução de Problemas para o ensino de Estatística, na Educação de Jovens e Adultos - EJA, voltadas ao ensino de Matemática no Ensino Médio. Ele foi desenvolvido a partir da seguinte questão norteadora: em que medida a metodologia da Resolução de Problemas pode contribuir para o ensino de Estatística, no Ensino Médio, na modalidade da EJA? A pesquisa qualitativa foi desenvolvida em 2017 em duas turmas da EJA, de Ensino Médio, em um colégio público estadual do município de Ponta Grossa, Paraná. Primeiramente foi aplicado um questionário para levantar o perfil socioeducacional dos alunos da EJA. Uma Sequência de Ensino – SE foi elaborada com base no referencial teórico contendo os seguintes conteúdos: a) dado estatístico; b) variáveis qualitativas e quantitativas; c) coleta e organização de dados estatísticos secundários; d) representação tabular: tabelas simples, de dupla entrada; e) análise de gráficos; f) medidas de tendência central: média aritmética, moda e mediana, e a metodologia da Resolução de Problemas proposta por Onuchic (1999) fundamentou a sua elaboração. Durante a realização das atividades das SE foi possível perceber o interesse e motivação dos alunos para realização das atividades contribuindo para a aprendizagem dos conteúdos propostos. A metodologia da Resolução de Problemas, utilizada nas SE, proporcionou liberdade aos alunos para construir os argumentos e as respostas das atividades propostas, o que pode contribuir para o desenvolvimento da autonomia e criticidade dos estudantes. Os resultados da pesquisa indicam que a formalização dos conceitos pelo professor é de extrema relevância, porque juntos, professor e alunos, discutem as tentativas de resolução do problema proposto. Conclui-se que a metodologia da Resolução de Problemas é uma das possibilidades que o professor de Matemática tem para o desenvolvimento dos processos de ensino e de aprendizagem dos conteúdos curriculares, envolvendo os alunos na construção do conhecimento matemático e estatístico. Devido à especificidade da EJA, cabe ao professor fazer as escolhas mais adequadas ao

contexto em que atua. Por isso, acredita-se que a pesquisa desenvolvida pode ser relevante para os professores e gestores da EJA, assim como os pesquisadores em Educação Matemática, em especial sobre o ensino de Estatística.

Em mais uma dissertação que trata Resolução de Problemas e Estatística no Ensino Médio, “Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Estatística através da Resolução de Problemas: uma experiência com alunos do 3º ano do Ensino Médio, escrita por Regiane Braz da Silva Cantanhêde, apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional na cidade de Açailândia 2015, objetivou-se investigar a viabilidade do uso da Metodologia de Resolução de Problemas no ensino de Estatística com alunos do Ensino Médio, bem como verificar, via professores da rede pública, como se processa o ensino-aprendizagem em Estatística nas escolas de Ensino Médio da cidade de Açailândia – MA. Para isso, foram aplicados questionários a professores de Matemática das redes de ensino estadual e federal e a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas foi adotada no ensino de Estatística a um Grupo de alunos do Instituto Federal do Maranhão, Campus de Açailândia. Esta última etapa da pesquisa foi realizada em seis aulas de 50 minutos cada, durante o mês de junho do ano de 2015, onde os conceitos e propriedades das medidas de tendência central – média aritmética, moda e mediana – foram trabalhados a partir da Resolução de Problemas, seguindo os dez passos sugeridos por Allevato e Onuchic (2014). A pesquisa revelou que os alunos tiveram bom desempenho na resolução dos problemas propostos. Dessa forma, acredita-se que essa metodologia de ensino adotada pode contribuir para a melhoria do ensino e da aprendizagem em Estatística. Também constatou-se que a Metodologia de Resolução de Problemas ainda não é uma prática comum entre os professores pesquisados da rede pública.

Estes estudos mostraram que a Resolução de Problemas unida com a Estatística pode contribuir efetivamente com a prática de sala de aula. No entanto, ainda são poucos os trabalhos nesta linha, o que nos leva a investir nesta pesquisa também para verificar que contribuições a metodologia pode trazer para o aprendizado dos estudantes.

4 PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA O ENSINO DA ESTATÍSTICA

Muito se debate hoje sobre como ensinar Matemática, que metodologias são eficazes para que o estudante se aproprie do conteúdo escolar formal.

Neste Capítulo, será apresentada uma proposta metodológica para o ensino da Estatística por meio da metodologia de Resolução de Problemas.

A presente investigação foi realizada em três etapas:

1. Etapa 1: Questionário para elaborar os problemas geradores, onde as questões continham variáveis discretas e contínuas;
2. Etapa 2: Organização da sequência dos problemas de acordo com o conteúdo que será desenvolvido;
3. Etapa 3: Aplicação da proposta e análise dos dados.

A proposta metodológica foi organizada em seis momentos. Cada momento corresponde a um grupo de conteúdos que serão desencadeados pela resolução do problema gerador daquele momento. Na verdade, para o desenvolvimento dos conteúdos foram cinco momentos, sendo que o sexto representou um problema avaliativo para confirmar a compreensão dos conteúdos após a implementação da proposta.

O tempo destinado para a aplicação do questionário foi de 01 aula e da aplicação dessa proposta metodológica, 12 aulas. A investigação ocorreu no período normal das aulas, pois os conteúdos trabalhados se encontram no planejamento da disciplina de Matemática para o terceiro ano do Ensino Médio.

A aplicação da proposta dar-se-á segundo a metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas. Nas situações-problema e demais intervenções de ensino em sala de aula, assim como para a análise dos dados serão adotadas as nove etapas de abordagem propostas por Onuchic e Allevatto (2011). Estas nove etapas serão reagrupadas, seguindo a metodologia já foi utilizada de maneira adaptada, por Mello (2018), visando otimizar o tempo escolar. Também optamos por adaptar as fases propostas por Onuchic e Allevatto (2011), mas em cinco etapas por questão de agilidade durante a aplicação da metodologia.

Tabela 2 – Agrupamento do roteiro da metodologia de Resolução de Problemas proposto por Onuchic e Allevato em etapas:

Etapas	Roteiro proposto por Allevato e Onuchic
1ª Etapa	Preparação do problema;
2ª Etapa	Leitura Individual; Leitura em Grupo; Resolução do Problema; Professor deve incentivar e observar;
3ª Etapa	Registro das resoluções na lousa; Plenária; Busca do consenso;
4ª Etapa	Formalização do conteúdo pelo professor;
5ª Etapa	Proposição e resolução de novos problemas.

FONTE: Dados elaborados pela pesquisadora.

Sendo assim, apresentamos a síntese da proposta metodológica baseada na Resolução de Problemas para o ensino dos conteúdos de Estatística:

Tabela 3 – Proposta de Resolução de Problemas para o Ensino da Estatística

Momento	Conteúdo	Número de aulas
Aplicação do Questionário	Elaborar os problemas geradores	01
1º Momento	Distribuição de frequências	03
2º Momento	Média, moda, mediana	02
3º Momento	Média	01
4º Momento	Intervalo de Classes, amplitude	02
5º Momento	Desvio médio, desvio padrão e variância	03
6º Momento	Avaliação da proposta metodológica	01

FONTE: Dados elaborados pela pesquisadora.

Essa proposta metodológica poderá ser reproduzida por professores que sintam o desejo de fazer uma aula diferenciada, pois os problemas e o encaminhamento já estão organizados para serem utilizados.

4.1 PRIMEIRO MOMENTO

O objetivo do primeiro momento, foi a organização dos dados em uma tabela para que o conteúdo de distribuição de frequências fosse abordado

Segue o Problema Gerador 1:

Os alunos do terceiro ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Presidente Castelo Branco de Clevelândia PR, foram convidados para um evento onde será apresentado o perfil da turma.

Com relação ao gênero, são os seguintes: feminino, masculino, feminino, masculino, feminino, feminino, feminino, feminino, feminino, feminino, feminino, masculino, feminino, masculino, feminino, masculino, feminino.

Se tratando da idade, em anos, dos alunos dessa turma tem-se: 16, 18, 16, 18, 16, 16, 18, 16, 18, 17, 17, 17, 18, 16, 17, 17, 16, 17, 17, 16.

Sobre o filme preferido foram citados: terror, ação, comédia, terror, comédia, romântico, terror, comédia, terror, ação, ação, comédia, ficção científica, romântico, ação, comédia, romântico, terror, comédia, terror, ação, suspense, romântico, ação, comédia, terror, romântico, terror, comédia, comédia, romântico, terror, comédia, terror, comédia, terror, comédia, drama, terror, ação, comédia, terror, ação, comédia, terror, ação, comédia, romântico, terror, drama, terror, comédia.

Como você organizaria esses dados para que fossem apresentados em um slide?

A apresentação do Problema Gerador do primeiro momento, para os estudantes está no apêndice B.

4.2 SEGUNDO MOMENTO

Os Problemas Geradores do segundo momento, provocavam os alunos para a existência das medidas de posição: média, moda e mediana.

- 1-Em se tratando da idade da turma, que idade poderia representar a turma?
- 2-Existe outra forma de representar essa idade? Qual?
- 3-O valor encontrado na primeira questão continua caracterizando a turma?
- 4-E para o gênero, qual representa a turma?

5-Existe alguma palavra ou algum termo que caracteriza a idade da turma e o gênero?

A apresentação do Problema Gerador do segundo momento, para os estudantes está no apêndice C.

4.3 TERCEIRO MOMENTO

O Problema Gerador do terceiro momento, estimulava os alunos para o cálculo da média.

1- Recordando o problema sobre as idades do primeiro momento, temos a seguinte tabela com as idades:

Tabela 4- Qual sua idade? (em anos)

Idades	Frequência
16	8
17	7
18	5
Total	20

FONTE: Dados coletados pelo pesquisador.

Calcule a média das idades da turma.

A apresentação do Problema Gerador do terceiro momento para os estudantes está no apêndice D.

4.4 QUARTO MOMENTO

Neste momento, o objetivo dos Problemas Geradores é a distribuição dos dados em intervalos de classes, bem como elaborar o conceito de amplitude.

1- Suponha que você está trabalhando em uma empresa no setor de cadastramento de pessoas e chega um formulário para preencher com as idades: 16, 15, 16, 18, 16, 16, 18, 16, 15, 16, 16, 16, 15, 16, 17, 17, 16, 15, 15, 16. Preencha o formulário.

Tabela 5 – Frequências das idades

Idade	Número de pessoas

FONTE: Dados elaborados pela pesquisadora.

Agora você deve preencher um novo formulário com os mesmos dados acima, porém, o formulário veio com número reduzido de linhas e não pode ser alterado. Preencha o formulário.

Tabela 6 – Frequências das idades

Idade	Número de pessoas

FONTE: Dados elaborados pela pesquisadora.

2- As alturas de algumas pessoas estão na tabela abaixo. Preencha o quadro ao lado, porém, o número de linhas do novo quadro não pode ser alterado.

Tabela 7 – Frequências das alturas

Altura (cm)	Número de pessoas
150,00	1
151,00	1
156,00	2
157,00	1
160,00	2
162,00	1
165,00	1
166,00	1
168,00	3
169,00	2
170,00	1
174,00	2
177,00	1
178,00	1

FONTE: Dados elaborados pela pesquisadora.

Altura (cm)	Número de pessoas

Figura 1. Altura x Número de pessoas

A apresentação do Problema Gerador do quarto momento, para os estudantes está no apêndice E.

4.5 QUINTO MOMENTO

No quinto momento, os problemas geradores conduziam os alunos ao conhecimento das medidas de dispersão: desvio médio, variância e desvio padrão. Para que tais conteúdos pudessem ser abordados, fez o uso de dados fictícios.

1- Temos três turmas para analisarmos as idades:

a) Uma turma de terceiro ano do turno da manhã da escola X, com o seguinte conjunto de dados sobre as idades em anos: 16, 17, 18, 16, 17, 18, 16, 17, 16, 16, 17.

b) Uma turma de EJA, noturno, da escola Y, com as idades: 20, 18, 19, 32, 60, 40, 21, 21, 25, 21, 19.

c) Uma turma de terceiro ano da escola W, matutino: 17, 17, 16, 16, 17, 17, 18, 16, 16, 17.

- Em cada escola, qual a maior e a menor idade?
- As escolas X e W, possuem os terceiros anos com idades iguais?
- Essas três turmas, em relação aos valores das idades, são homogêneas?
- Existe algum critério para definir essa variabilidade entre as três turmas?

2- No segundo semestre, na escola W, foi matriculado a mãe de um dos alunos, a qual têm 43 anos. O que aconteceu com a idade da turma?

A apresentação do Problema Gerador do quinto momento, para os estudantes está no apêndice F.

4.6 SEXTO MOMENTO

Para que a proposta metodológica pudesse ser avaliada, foi elaborado um Problema Gerador que contemplou as medidas de posição e dispersão. Segue o problema:

1- De acordo com o questionário respondido pelos alunos do terceiro ano do Ensino Médio em relação ao tipo de acesso à internet que possui, tem-se que 15

peças usam provedor local, 1 pessoa usa via telefone e 3 pessoas usam dados móveis. Qual a medida de tendência central que melhor representa o tipo de acesso? Por quê?

2- Em relação às médias e às faltas da disciplina de Matemática de sua série, os valores são:

Tabela 8 – Notas dos alunos da terceira série

1º Trimestre		1º Trimestre		2º Trimestre		2º Trimestre	
Nota	Faltas	Nota	Faltas	Nota	Faltas	Nota	Faltas
85	1	61	7	87	2	73	6
00	40	00	25	00	36	00	33
45	8	78	18	44	2	57	15
55	2	56	6	83	5	57	4
48	2	76	1	41	4	77	3
50	4	60	0	64	0	49	1
80	2	00	40	78	4	00	36
75	1	52	6	86	0	65	3
00	39	55	1	00	36	59	5
47	1	40	18	50	0	48	1
48	4	40	0	47	2	00	35
68	6	40	0	59	2	52	3
71	1	60	0	91	0	00	3
00	40			00	36		

FONTE: Registro de Classe On-line

a) Qual a média das notas do primeiro trimestre?

b) Qual a média das notas do segundo trimestre?

c) Nesse caso, a média é a melhor forma de representar as notas da turma nos dois trimestres?

d) Comparando as notas dos dois trimestres, essas notas sofreram variação ou são homogêneas?

A apresentação do Problema Avaliativo, para os estudantes está no apêndice G.

5 APLICAÇÃO E ANÁLISE

Este Capítulo apresenta a descrição da aplicação dos problemas geradores, as avaliações dos registros dos alunos e do diário de campo da professora, bem como as análises das respostas às situações-problema propostas em sala de aula.

A elaboração dos problemas para uma proposta de ensino pautada na metodologia do ensino-aprendizagem através da Resolução de Problemas não é algo fácil de ser feito já que não é uma fixação de exercícios mecânicos, e sim problemas que atraem o raciocínio do aluno para uma busca de solução. É um processo trabalhoso que exige uma mudança de postura tanto do professor quanto do aluno, que conduzirá à aprendizagem de conceitos, onde o aluno deixará de ser um mero ouvinte e passará a ser agente de seu conhecimento.

[...] implementar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, exige do professor e dos alunos novas posturas e atitudes com relação ao trabalho em sala de aula. O professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir. Os alunos, por sua vez, devem entender e assumir essa responsabilidade. Esse ato exige de ambos, portanto, mudanças de atitude e postura, o que, nem sempre, é fácil conseguir (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 82).

Certamente que a mudança de postura se deu durante a aplicação das aulas pautadas na proposta de Resolução de Problemas, não foi tarefa fácil, pois muitas vezes o professor não tem paciência de ficar esperando que os alunos desenvolvam a atividade, se demoram um pouco mais, já vai resolvendo na lousa, e muitas vezes acaba interrompendo e até mesmo podando o raciocínio dos alunos, mas felizmente não foi o que ocorreu durante a aplicação dessa metodologia.

A turma investigada era composta por 20 alunos, a participação não era obrigatória, porém todos participaram com a autorização dos pais/responsáveis e dos próprios alunos que já haviam completado 18 anos através do termo de consentimento previamente analisado e assinado, conforme Apêndices B e C.

Conforme a tabela 3, no primeiro momento foi aplicado o questionário para que a partir desse, fossem elaborados os problemas geradores, de acordo com o interesse dos alunos, mostrando que baseado em dados reais é possível formular problemas dentro do conteúdo a ser estudado.

Após o término do questionário, solicitou-se que se organizassem em Grupos,

em virtude de afinidade foram formados 5 Grupos: houve 1 Grupo com 6 alunos, 2 Grupos com 3 alunos e 2 Grupos com 4 alunos. Solicitou-se que nomeassem o Grupo e codificassem os componentes. Segue a organização de cada Grupo:

- Grupo 1 – Tales de Mileto: T1, T2, T3, T4, T5, T6.
- Grupo 2 – A: G1, V2, M3.
- Grupo 3 – KLT: K, L, T.
- Grupo 4 – Os Baguais: ES, FC, RJ, ER.
- Grupo 5 – Prismas: ED, KE, LR, ME.

A pesquisa foi aplicada durante as aulas de Matemática, por ser a Estatística conteúdo do terceiro ano do Ensino Médio e a pesquisadora ser a professora regente da disciplina. Além disso, a metodologia de Resolução de Problemas está contemplada nas DCE's (2008):

Um dos desafios do ensino da Matemática é a abordagem de conteúdos para a resolução de problemas. Trata-se de uma metodologia pela qual o estudante tem oportunidade de aplicar conhecimentos matemáticos adquiridos em novas situações, de modo a resolver a questão proposta (DANTE, 2003, in DCE, 2008).

Em princípio, a aplicação da metodologia deixou os alunos apreensivos, pois estão acostumados a resolver exercícios aplicando o conteúdo previamente apresentado e explicado pelo professor, a preocupação em estarem “resolvendo certo” era intensa. De acordo com Allevato e Onuchic (2011), “o aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu pensar matemático, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz”.

Nesse tipo de atividade, a professora-pesquisadora pôde perceber a insegurança dos alunos diante de problemas em que eles têm que elaborar estratégias para resolução, ficam perdidos sem saber por onde começar, muitas vezes percebia-se que o raciocínio deles estava correto, mas tinham “medo” de estar fazendo algo errado.

Foram elaborados 5 problemas geradores organizados em 5 momentos, os quais abordavam os conteúdos: médias, mediana, moda, distribuição de frequências, amplitude, desvio médio, variância e desvio padrão, conteúdos que ainda não haviam sido trabalhados em sala de aula. Em cada momento eram distribuídos os problemas geradores para os alunos que já estavam organizados em Grupos, eles faziam a leitura individual e em Grupo do problema, faziam a discussão e resolviam o problema,

essa sequência de acontecimentos foi chamada de 2ª etapa. Posteriormente, eles faziam o registro da resolução na lousa, era realizada a plenária para busca de um consenso em relação às diferentes formas de resolução, isso foi chamado de 3ª etapa. Por fim, a formalização do conteúdo implícito no problema, era realizada pela professora-pesquisadora, o que foi chamado de 4ª etapa. Portanto, em cada um dos 5 momentos organizados em torno de um problema gerador, foram desenvolvidas estas 4 etapas da Resolução de Problemas.

Após a aplicação dos 5 momentos, a 5ª etapa, resultou na aplicação de alguns problemas para avaliar a metodologia proposta.

5. 1 PROBLEMAS GERADORES

Para atender aos conceitos de média, moda, mediana, distribuição de frequências, tipos de variáveis, desvio médio, variância e desvio padrão, foram propostos 5 Problemas Geradores e aplicados segundo a metodologia de Resolução de Problemas proposta por Allevato e Onuchic (2011). Esta metodologia propõe que seja elaborado um roteiro para a condução das aulas, como já descrito no Capítulo 3 desse estudo. O roteiro é composto pelas etapas abaixo:

- 1- Preparação do Problema;
- 2- Leitura Individual;
- 3- Leitura em Grupo;
- 4- Resolução do Problema;
- 5- Professor deve incentivar e observar;
- 6- Registro das resoluções na lousa;
- 7- Plenária;
- 8- Busca do consenso;
- 9- Formalização do conteúdo pelo professor;
- 10-Proposição e resolução de novos problemas.

Por questão de agilidade no processo, o roteiro proposto pelas autoras foi agrupado por nós, nas 5 etapas já descritas no Capítulo 4, tabela 2.

5.1.1 Problema Gerador do Primeiro Momento

O objetivo desse problema era fazer com que os alunos agrupassem os dados do problema através de uma tabela ou gráfico, para que o conteúdo a ser trabalhado fosse a distribuição de frequências.

Com os alunos organizados em Grupos, foi entregue o problema gerador do primeiro momento (1ª etapa).

1- Os alunos do terceiro ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Presidente Castelo Branco de Clevelândia PR, foram convidados para um evento onde será apresentado o perfil da turma. Com relação ao gênero, são os seguintes: feminino, masculino, feminino, masculino, feminino, feminino, feminino, feminino, feminino, feminino, feminino, feminino, masculino, feminino, feminino, masculino, feminino, masculino, feminino.

Se tratando da idade, em anos, dos alunos dessa turma tem-se: 16, 18, 16, 18, 16, 16, 18, 16, 18, 17, 17, 17, 18, 16, 17, 17, 16, 17, 17, 16.

Sobre o filme preferido foram citados: terror, ação, comédia, terror, comédia, romântico, terror, comédia, terror, ação, ação, comédia, ficção científica, romântico, ação, comédia, romântico, terror, comédia, terror, ação, suspense, romântico, ação, comédia, terror, romântico, terror, comédia, comédia, romântico, terror, comédia, terror, comédia, terror, comédia, drama, terror, ação, comédia, terror, ação, comédia, terror, ação, comédia, romântico, terror, drama, terror, comédia.

Como você organizaria esses dados para que fossem apresentados em um slide?

Primeiramente os estudantes fizeram a leitura individual e depois em Grupo.

Todos os Grupos discutiram e envolveram-se com a atividade, perguntavam como deveriam apresentar os dados em relação ao gênero, qual a melhor opção: tabela, gráfico ou descrito em forma de texto? O desenvolvimento da atividade corresponde a segunda etapa do roteiro de Resolução de Problemas (ver tabela 2).

Chegada a 3ª etapa, o Grupo 1 já começou organizar gráficos para a apresentação. Apresentaram o gênero e a idade em um gráfico de pontos, percebia-se o que queriam fazer, mas tinham certa dificuldade em saber que tipo de gráfico usar: gráfico de pontos ou em colunas.

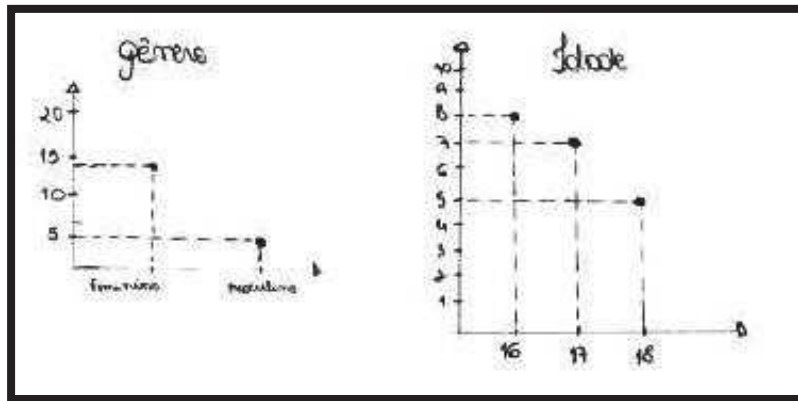


Figura 2. Apresentação do Grupo 1

O Grupo 1 apresentou em gráfico de pontos, por considerar que fosse a maneira adequada, conforme a figura 1.

Os Grupos 3 e 5 apresentaram um gráfico de colunas, representado nas figuras 2 e 3.

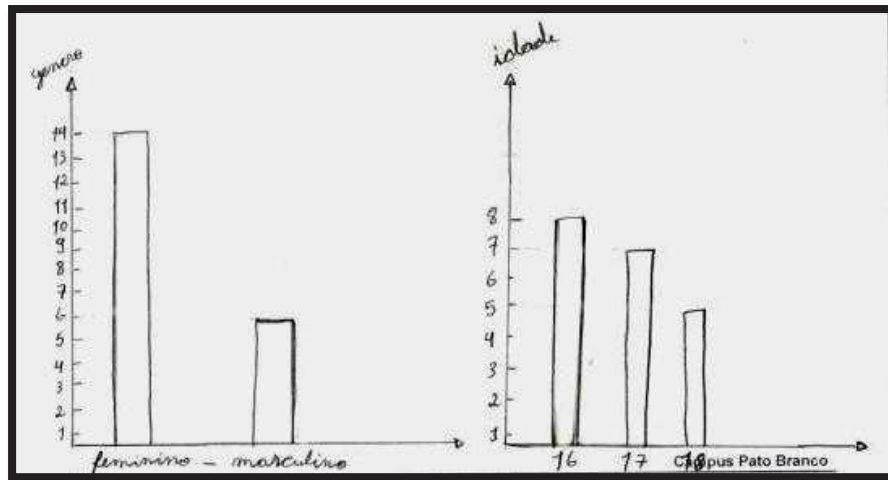


Figura 3. Apresentação do Grupo 3

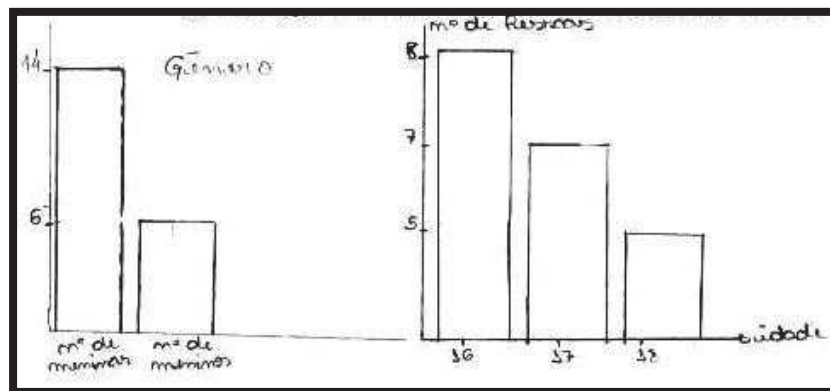


Figura 4. Apresentação do Grupo 5

Os Grupos 2 e 4, preferiram apresentar os dados em forma descritiva, em um único texto.

14 : F Terror: 16
 6 : M ação: 8
 16 anos: 8 comédia: 16
 17 : 7 suspense: 1
 18 : 5 ficção: 1
 romântica: 7
 Drama: 7

Figura 5. Apresentação do Grupo 4

34 F, 6 M / 8 alunos de 16 anos, 7 alunos de 17 anos e 5 com 18. Desses alunos gostam de filmes de ação, 16 de filme de terror, 16 de comédia, 1 de ficção científica, 2 de drama, 3 de suspense e 7 de romance.

Figura 6. Apresentação do Grupo 2

Apenas o aluno RJ do Grupo 4, apresentou em forma de tabela e gráfico.

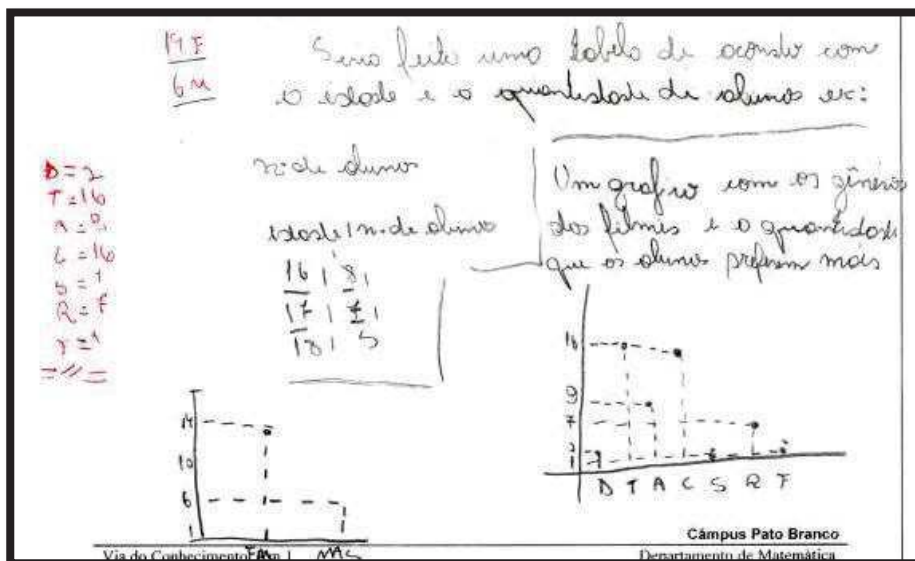


Figura 7. Apresentação do aluno RJ.

Após cada Grupo apresentar na lousa sua resolução, foi feita a plenária e eles concordaram que a tabela e o gráfico apresentam os dados de forma mais clara e compreensiva do que fazer um texto para apresentação com os números no corpo do texto.

Existem boas razões para fazer uso da metodologia de Resolução de Problemas, Onuchic e Allevato (2011) destacam que, a “Resolução de Problemas desenvolve *poder matemático* nos alunos, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos”. É papel do professor despertar no aluno a confiança, fazer o aluno acreditar que é capaz de fazer Matemática.

De modo geral, os alunos consideraram o primeiro problema de fácil resolução, pois de alguma forma já conheciam procedimentos para organizar uma tabela ou gráfico.

Mesmo diante da facilidade na resolução, os estudantes necessitavam que houvesse a intervenção da professora para sanar dúvidas pontuais: se era melhor apresentar os dados em tabela ou gráfico, e sendo na forma de gráfico, qual o tipo mais indicado para tal situação.

Dessa forma, a professora formalizou o conteúdo - 4ª etapa (ver tabela 2), explicando que o que eles fizeram foi uma distribuição de frequências e essa distribuição recebe o nome de frequência absoluta, e no momento em que calcularam os percentuais de cada idade e gênero, estarão fazendo uma distribuição de frequência relativa, tal conteúdo já foi descrito no Capítulo 2.

Foram utilizadas 03 aulas de 50 minutos para total execução do 1º momento.

5.1.2 Problema Gerador do 2º momento

Para iniciar esse segundo momento, foi utilizado o problema gerador do 1º momento, mas as Perguntas induziam os alunos a calcularem a média e moda, porém, nem todos compreenderam qual cálculo e/ou interpretação deveriam ter sido feitos.

Reitera-se que nesta metodologia, os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado, formalmente o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 85).

Seguem as Perguntas e respostas de cada Grupo:

- 1- *Em se tratando da idade da turma, que idade poderia representar a turma?*
- 2- *Existe outra forma de representar essa idade? Qual?*
- 3- *O valor encontrado na primeira questão continua caracterizando a turma?*
- 4- *E para o gênero, qual representa a turma?*
- 5- *Existe alguma palavra ou algum termo que caracteriza a idade da turma e o gênero?*

Em relação à Pergunta 1: *Em se tratando da idade da turma, que idade poderia representar a turma?* as respostas foram:

O Grupo 1, relatou que qualquer idade poderia representar a turma.

O Grupo 2, disse que não tinha só uma idade que representasse a turma, poderia ser qualquer uma.

Nota-se que esses 2 Grupos não compreenderam o que era para fazer.

O Grupo 3, chegou à conclusão que a idade que representava a turma era 16 anos, pois haviam mais alunos com 16 anos.

O Grupo 4, fez a média das idades e concluíram que a idade média era 17 anos.

O Grupo 5, apenas escreveu 16 anos sem justificar o valor.

Observa-se que apenas um Grupo calculou a média aritmética para determinar a idade que representava a turma e também, apenas um Grupo concluiu que a idade representativa poderia ser a que “aparece mais”.

Em relação à Pergunta 2, *existe outra forma de representar essa idade? Qual?* como não houve compreensão da Pergunta anterior, somente o Grupo 3 respondeu que poderia representar através de porcentagem, onde 40% dos alunos tem 16 anos. Essa resposta ainda apresenta o sentido de moda, cujo valor aparece mais.

Os Grupos 1, 2 e 4 responderam que não existe outra forma de representar a idade, e o Grupo 5 escreveu 16 anos em número romanos (XVI), como se fosse outra maneira de representar o número 16.

A intenção das Perguntas 1 e 2, era que na primeira calculassem a média e na outra a moda, para que na Pergunta 3, fizessem a comparação das Perguntas e

chegassem a conclusão que nem sempre a média é a melhor maneira de representar um conjunto de dados, tem que analisar o contexto e decidir qual medida é melhor.

Na Pergunta 3, *o valor encontrado na primeira questão continua caracterizando a turma?* as respostas foram:

Grupos 1 e 2: “não, pois a idade não influencia em nada”.

Grupo 3: “sim, pois não teve alteração, só foi representado de forma diferente”.

Grupo 4: “não, pois pode variar de 16 a 18 anos”.

Grupo 5: “sim”.

Na quarta Pergunta: *E para o gênero, qual representa a turma?*

Todos os Grupos responderam *feminino*.

Na quinta e última Pergunta do segundo momento, *existe alguma palavra ou algum termo que caracteriza a idade da turma e o gênero?* esperava-se que não soubessem o termo matemático – média e moda, e as respostas foram:

Grupos 1, 2 e 3: o termo que melhor caracteriza a idade da turma e o gênero é jovens e adolescentes.

Grupo 4: não existe.

Grupo 5: não, pois 16 é diferente de 14.

Durante a plenária, os alunos conseguiram melhorar os conceitos no que se referiu à forma diferentes de apresentação dos dados.

No momento da formalização do conteúdo, houve a explicação sobre o que é média, mediana e moda bem como o procedimento para o cálculo das mesmas em um conjunto de dados. Foram necessárias 2 aulas de 50 minutos cada uma, para serem realizadas as 4 etapas da metodologia de Resolução de Problemas, ao final, eles compreenderam o que é média, moda e também a mediana.

5.1.3 Problema Gerador do 3º momento

Esse problema foi apresentado em forma de tabela:

Recordando o problema sobre as idades do primeiro momento, temos a seguinte tabela com as idades:

Tabela 4- Qual sua idade? (em anos)

Idades	Frequência
16	8
17	7
18	5
Total	20

FONTE: Dados coletados pelo pesquisador.

Calcule a média das idades da turma.

Os dados apresentados na tabela, são as idades do problema gerador 1.

Durante a resolução do problema, o aluno ER questionou sobre qual tipo de média poderia ser usada: simples ou ponderada.

O objetivo desse quadro, era que eles usassem a média ponderada.

Todos os Grupos resolveram de maneira satisfatória esse problema. Em Onuchic e Allevalo (2011), “Resolução de Problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer Matemática e de que a Matemática faz sentido; a confiança e a auto-estima dos estudantes aumentam”.

Na plenária chegaram à conclusão de como calcular a média, sendo esta um pouco diferente da média aritmética simples.

Não foi necessária uma aula inteira de 50 minutos para cumprirem as 4 etapas da Resolução de Problemas, então, iniciou-se o próximo problema.

5.1.4 Problemas Geradores do 4º momento

Esses problemas do 4º momento, geraram bastante discussão e divergência dentro dos Grupos.

O objetivo era agrupamento de dados em tabelas usando a amplitude em um intervalo de classes para variáveis quantitativas discretas e contínuas. Seguem as questões:

3- *Suponha que você está trabalhando em uma empresa no setor de cadastramento de pessoas e chega um formulário para preencher com as idades: 16, 15, 16, 18, 16, 16, 18, 16, 15, 16, 16, 16, 15, 16, 17, 17, 16, 15, 15, 16. Preencha o formulário.*

Tabela 5 – Frequências das idades

Idade	Número de pessoas

FONTE: Dados elaborados pela pesquisadora.

Esse problema não gerou muitas dúvidas, colocaram na coluna da idade as quatro idades que aparecem e sua respectiva frequência. O problema foi resolvido com facilidade pois havia quatro idades e quatro linhas, o que levou os alunos a preencherem corretamente o formulário. Os 5 Grupos fizeram da mesma maneira, e apenas um Grupo apresentou a resolução na lousa e os demais concordaram com a resolução.

Havendo 4 idades distintas e 4 linhas na tabela, não houve dificuldade na distribuição de frequências.



Idade	Número de pessoas
15	5
16	11
17	2
18	2

Figura 8. Apresentação de todos os Grupos.

4- *Agora você deve preencher um novo formulário com os mesmos dados acima, porém, o formulário veio com número reduzido de linhas e não pode ser alterado. Preencha o formulário.*

Tabela 6 – Frequências das idades

Idade	Número de pessoas

FONTE: Dados elaborados pela pesquisadora.

Na tarefa de agrupar 4 idades em duas linhas da tabela, houve muita discussão entre os Grupos, alguns queriam fazer a média das duas idades mais

próximas: 15 e 16, 17 e 18. Mas e o que fazer com a frequência de cada idade, a média também? Seguem as respostas apresentadas na lousa:

Os Grupos 1 e 5, fizeram a média entre 15 e 16 anos e a média da frequência dessas duas idades, o mesmo para as idades de 17 e 18 anos, colocando na tabela a idade 16 com frequência 8 e a idade 18 com frequência 2, o que não condiz com o esperado.

Idade	Número de pessoas
16	8
18	2

Figura 9. Apresentação do Grupo 1.

Idade	Número de pessoas
16	11
18	2

Figura 10. Apresentação do Grupo 5.

Os Grupos 2 e 3, na idade escreveram 15,16 com frequência 16 e 17,18 com frequência 4, o raciocínio estaria correto no agrupamento das classes, mas o registro não ficou correto.

Idade	Número de pessoas
15, 16	16
17, 18	4

Figura 11. Apresentação do grupo 2.

O Grupo 4, na idade escreveu 15 com frequência 16 e idade 17 com frequência 4.

Idade	Número de pessoas
15	16
17	4

Figura 12. Apresentação do Grupo 4.

A dificuldade deu-se em função do número de idades ser diferente do número

de linhas da tabela, de que maneira iriam condensar os dados em apenas duas linhas?

Nenhum Grupo conseguiu apresentar satisfatoriamente a distribuição das frequências em intervalo de classes. Como vimos nas figuras 8, 9 e 10, os valores de nenhum dos Grupos é igual no que diz respeito ao número de pessoas de cada idade.

Após a apresentação de cada Grupo na lousa e realizada a plenária, houve a formalização do conteúdo de intervalo de classes para variável discreta e a forma correta de apresentá-los em uma tabela. Eles disseram que não sabiam que havia a possibilidade de colocar duas idades na mesma linha: 15 |—| 16, tal representação indica que as idades iniciam em 15 e terminam em 16 anos, incluindo esses dois valores no intervalo.

A terceira e última questão do 4º momento (ver quadro 01), trouxe uma tabela com as alturas de algumas pessoas, onde o objetivo era calcular a amplitude do intervalo de classes para variáveis quantitativas contínuas.

Segue o terceiro problema:

1- *As alturas de algumas pessoas estão na tabela abaixo. Preencha a tabela ao lado, porém, o número de linhas da nova tabela não pode ser alterado.*

Tabela 7 – Frequências das alturas

Altura (cm)	Número de pessoas
150,00	1
151,00	1
156,00	2
157,00	1
160,00	2
162,00	1
165,00	1
166,00	1
168,00	3
169,00	2
170,00	1
174,00	2
177,00	1
178,00	1

FONTE: Dados elaborados pela pesquisadora.

Altura (cm)	Número de pessoas

Figura 1. Altura x Número de pessoas

Se no segundo problema houveram dificuldades de representação em duas classes, no terceiro problema essa dificuldade aumentou. Os estudantes estavam perdidos, mas mesmo assim se esforçaram para conseguir fazer, discutiram entre

eles, tentaram sair pelo cálculo da média, questionavam a professora, queriam saber como resolver o problema. Perceberam que era necessário o conhecimento de tal conteúdo específico, e queriam logo que a professora formalizasse o conteúdo para saírem da curiosidade de como organizar os dados.

E agora, como eles deveriam escolher qual altura colocar na tabela? São 14 alturas diferentes para serem agrupadas em apenas quatro linhas.

Os Grupos 1 e 5, fizeram a média das alturas.

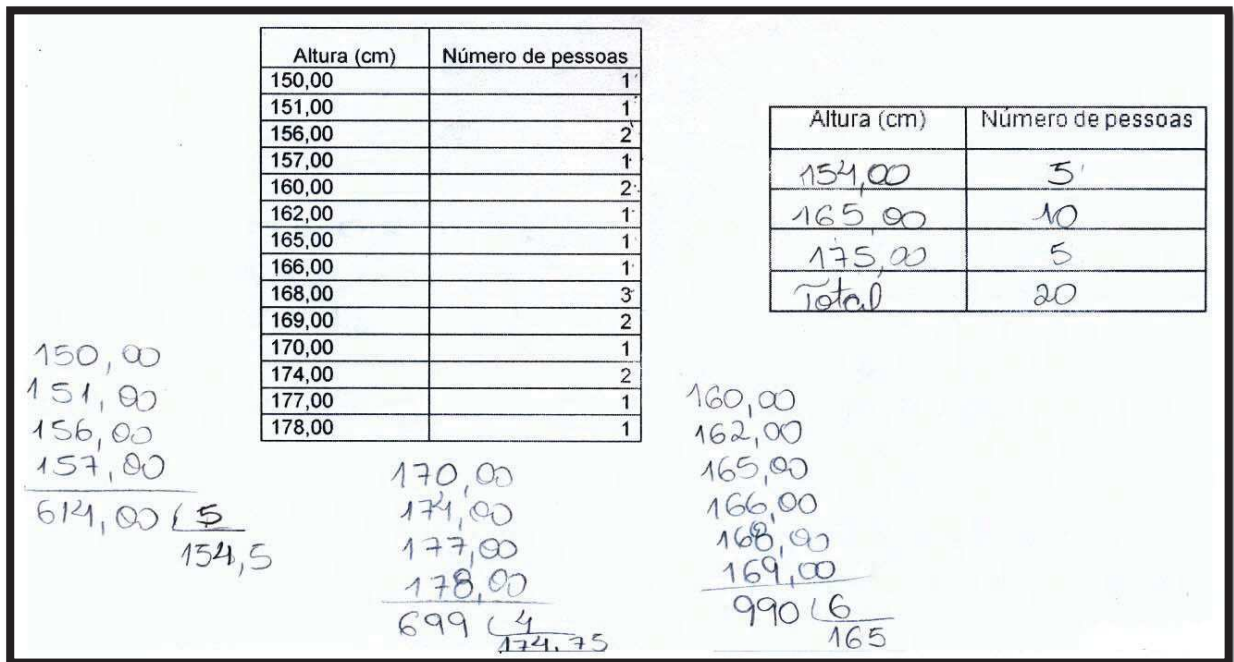


Figura 13. Apresentação dos Grupos 1 e 5.

Note que na tentativa de agrupamento, fizeram a média entre as alturas de 150 a 157 centímetros, e contaram o número total de pessoas nessa variação de intervalo.

Na apresentação aos demais Grupos, justificaram que fizeram dessa forma para agrupar as alturas de 150 a 157 cm; de 160 a 169 cm e de 170 a 178 cm.

Já os Grupos 2 e 3, agruparam de maneira semelhante, mas escrevendo os intervalos: 150 – 157; 160 – 166; 168 – 170 e 174 – 178, conforme a figura:

Altura (cm)	Número de pessoas
150-157	5
160-166	5
168-170	6
174-178	4

Figura 14. Apresentação dos Grupos 2 e 3.

Por mais que os Grupos 2 e 3 tentassem expressar as alturas em intervalos, estes não possuem a mesma amplitude, portanto, não é correto agrupar os dados dessa forma.

O Grupo 4 também fez média, porém diferente dos Grupos 1 e 2, e completaram a tabela de acordo com a figura:

Altura (cm)	Número de pessoas
153	5
163	5
170	8
177	2

Figura 15. Apresentação do Grupo 4.

Não ficou clara a maneira que calcularam a média das alturas, fizeram muita confusão no momento de agrupar dados contínuos.

Após a plenária, houve a formalização do conteúdo de intervalo de classes e amplitude para variável contínua pela professora.

Nenhum Grupo conseguiu fazer o agrupamento dos dados em intervalos de classe corretamente, a discussão entre eles foi de grande valia, os alunos concluíram que nesse caso, a média não foi a melhor expressão de agrupamento, e também é importante que haja uma padronização dos intervalos, sendo assim, refizeram a atividade corretamente.

Os estudantes perceberam a importância de agregar esse conteúdo ao seu conhecimento, pois se em algum momento, fora da escola, se depararem com situações que envolva intervalo de classe, saberão como agir diante da situação.

5.1.5 Problemas Geradores do 5º momento

Para finalizar os conteúdos de Estatística propostos para o terceiro ano do Ensino Médio, os problemas do quinto momento tiveram o objetivo de introduzir a variabilidade em um conjunto de dados, ou seja, as medidas de dispersão: desvio médio, variância e desvio padrão.

De fato, são medidas desconhecidas e a hipótese é de que os participantes da pesquisa não conseguirão identificá-las e tão pouco interpretá-las. Tais problemas servirão para analisarem o que acontece quando os dados não são homogêneos.

Seguem os problemas:

1- *Temos três turmas para analisarmos as idades:*

a) *uma turma de terceiro ano do turno da manhã da escola X, com o seguinte conjunto de dados sobre as idades em anos: 16, 17, 18, 16, 17, 18, 16, 17, 16, 16, 17.*

b) *Uma turma de EJA, noturno, da escola Y, com as idades: 20, 18, 19, 32, 60, 40, 21, 21, 25, 21, 19.*

c) *Uma turma de terceiro ano da escola W, matutino: 17, 17, 16, 16, 17, 17, 18, 16, 16, 17.*

- *Em cada escola, qual a maior e a menor idade?*
- *As escolas X e W, possuem os terceiros anos com idades iguais?*
- *Essas três turmas, em relação aos valores das idades, são homogêneas?*
- *Existe algum critério para definir essa variabilidade entre as três turmas?*

2- *No segundo semestre, na escola W, foi matriculado a mãe de um dos alunos, a qual têm 43 anos. O que aconteceu com a idade da turma?*

Nesse problema, a primeira indagação retrata a discrepância entre as idades da escola Y, todos os Grupos desenvolveram sem dificuldades, alguns fizeram em tabela e outros em texto, conforme a figura:

Escola	maior	menor
X	18	16
Y	60	18
W	18	16

Figura 16. Apresentação dos alunos do Grupo 1.

Quando foi perguntado se as escolas X e W tem idades iguais, o Grupo 1 respondeu que pela média são iguais.

Os Grupos 2 e 3, escreveram sim: 16, 17, 18 anos; o Grupo 4 apenas respondeu sim sem justificativa.

O Grupo 5 não conseguiu resolver.

Em relação à homogeneidade das 3 turmas, o Grupo 1 respondeu que as idades não são homogêneas porque as médias das 3 turmas são diferentes. Os demais Grupos também responderam que não, porém não justificaram.

No que se refere ao critério para definir a variabilidade entre as 3 turmas, os Grupos 1 e 5 não responderam.

O Grupo 3 disse que sim: para representar as escolas X e W pode ser o mesmo critério, mas para a escola Y não.

O Grupo 4 escreveu que sim, a escola Y tem a idade média maior que a das outras turmas.

Após a apresentação e plenária, formalizou-se o conteúdo de medidas de dispersão, através da entrega de uma cópia do conteúdo retirado do livro Matemática Interação e Tecnologia, o qual é o livro didático do segundo ano do Ensino Médio do Colégio que foi realizada a investigação. As páginas do conteúdo medidas de dispersão estão nos anexos A e B.

Depois que os alunos já possuíam conhecimento formal sobre as medidas de dispersão, foi solicitado que fizessem os cálculos do desvio médio, variância e desvio padrão para confirmarem as estimativas que haviam feito de forma intuitiva.

Dessa forma, calcularam a média através da fórmula (1), e os valores encontrados são:

$$\text{Escola X: } \bar{x} = 16,7 \text{ anos}$$

$$\text{Escola Y: } \bar{y} = 26,9 \text{ anos}$$

Escola W: $\bar{w} = 16,7$ anos

Os alunos fizeram o cálculo do desvio médio das idades das 3 escolas, usando a fórmula (5):

$$d_{mx} = 0,66 \text{ anos}$$

$$d_{my} = 9,3 \text{ anos}$$

$$d_{mw} = 0,56 \text{ anos}$$

Assim, considerando as 3 escolas, a idade média da escola X foi 0,66 anos acima ou abaixo das idades de tal escola; a idade média da escola Y foi 9,3 anos acima ou abaixo da média aritmética das idades da escola Y e a idade média da escola W foi 0,56 anos acima ou abaixo da média das idades da escola W.

A variância também foi calculada em cada escola, através da fórmula (4):

$$s_x^2 = 0,56$$

$$s_y^2 = 105,25$$

$$s_w^2 = 0,37$$

Quanto menor a variância, mais próximo da média estão os valores, como $s_w^2 < s_x^2 < s_y^2$, podemos afirmar que na escola W a idade dos alunos é mais homogênea que nas outras duas escolas. O que alguns Grupos haviam constatado intuitivamente.

Para o cálculo da variância, os desvios foram elevados ao quadrado, conforme a definição de variância no Capítulo 2, com isso não se pode expressar a variância na mesma unidade que a variável, nesse caso, em anos, como no desvio médio.

A última medida de dispersão ensinada foi o desvio padrão, que é a raiz quadrada da variância, onde obtemos um valor que pode ser expresso na mesma unidade da variável, isto é, em ano. Assim, utilizaram a fórmula (6) e os desvios padrão são:

$$d_{px} = \sqrt{0,56} = 0,75 \text{ anos}$$

$$d_{py} = \sqrt{105,25} = 10,26 \text{ anos}$$

$$d_{pw} = \sqrt{0,37} = 0,61 \text{ anos}$$

Portanto, na escola X houve um desvio padrão de aproximadamente 0,75 anos (9 meses), na escola Y um desvio padrão de aproximadamente 10,26 anos (10 anos e 3 meses) e na escola W um desvio padrão de aproximadamente 0,61 anos (7 meses). Portanto, a escola W é a mais homogênea que nas outras 2 escolas.

Com esses problemas geradores, trabalhou-se de forma satisfatória todo o

conteúdo de Estatística do terceiro ano do Ensino Médio, através da metodologia de Resolução de Problemas.

5.2 PROBLEMA AVALIATIVO

Para que os alunos e a metodologia fossem avaliados, foi elaborado um problema gerador que envolveu tudo o que foi trabalhado. Lembrando que a avaliação também se deu de forma contínua ao longo das aulas, por meio da observação da professora-pesquisadora. A Resolução de Problemas fornece dados de avaliação contínua, que podem ser usados para a tomada de decisões instrucionais e para ajudar os alunos a obter sucesso com a Matemática. (ONUCHICC & ALLEVATO, 2001)

Segue o problema:

1- De acordo com o questionário respondido pelos alunos do terceiro ano do Ensino Médio em relação ao tipo de acesso à internet que possui, tem-se que 15 pessoas usam provedor local, 1 pessoa usa via telefone e 3 pessoas usam dados móveis. Qual a medida de tendência central que melhor representa o tipo de acesso? Por quê?

Tabela 8 – Notas dos alunos da terceira série

1° Trimestre		1° Trimestre		2° Trimestre		2° Trimestre	
Nota	Faltas	Nota	Faltas	Nota	Faltas	Nota	Faltas
85	1	61	7	87	2	73	6
00	40	00	25	00	36	00	33
45	8	78	18	44	2	57	15
55	2	56	6	83	5	57	4
48	2	76	1	41	4	77	3
50	4	60	0	64	0	49	1
80	2	00	40	78	4	00	36
75	1	52	6	86	0	65	3
00	39	55	1	00	36	59	5
47	1	40	18	50	0	48	1
48	4	40	0	47	2	00	35
68	6	40	0	59	2	52	3
71	1	60	0	91	0	00	3
00	40			00	36		

FONTE: Registro de Classe On-line

2- Em relação às médias e às faltas da disciplina de Matemática de sua série, os valores são:

a) Qual a média das notas do primeiro trimestre?

b) Qual a média das notas do segundo trimestre?

c) Nesse caso, a média é a melhor forma de representar as notas da turma nos dois trimestres?

d) Comparando as notas dos dois trimestres, essas notas sofreram variação ou são homogêneas? Calcule a variância para provar.

Na primeira Pergunta, todos responderam moda e a resposta está correta.

Na segunda Pergunta, itens a e b, todos calcularam corretamente as médias.

No item c, a maioria respondeu que a média é a melhor forma de representar as notas do trimestre. Se observarmos, existem algumas notas igual a zero, o que influenciará negativamente na média, sendo assim, a melhor representação das notas dos trimestres seria a mediana.

Em relação ao item d, com ajuda da fórmula para o cálculo das medidas de dispersão, a maioria conseguiu calcular a variância.

Desse modo, a metodologia aplicada durante os cinco encontros foi de grande valia para o aprendizado dos alunos no que diz respeito aos conteúdos estatísticos trabalhados, sendo assim,

A resolução de problemas representa, da forma como trabalhamos, um contexto bastante propício à construção de conhecimento matemático a partir da observação e percepção de padrões, especialmente se considerada como metodologia de ensino, ou seja, se o problema for proposto como gerador de novos conceitos e conteúdos matemáticos. Encontramos, a este respeito, consenso com Van de Walle (2001, p.16), que trata deste tema afirmando: “A Matemática é uma ciência de coisas que têm um padrão de regularidade e uma ordem lógica. Descobrir e explorar essa regularidade ou essa ordem e, então, dar sentido a ela é o que significa ‘fazer matemática’”. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 90)

Servindo-se da Triangulação de Métodos através das respostas apresentadas pelos alunos, referencial bibliográfico tanto de Resolução de Problemas quanto de Estatística, e as anotações da professora-pesquisadora, constata-se de fato, que o conhecimento prévio dos alunos girava apenas em torno do cálculo de média aritmética.

Neste contexto, a metodologia de Resolução de Problemas veio contribuir de

forma significativa na relação aluno-aluno, onde cada um amparou o outro, compartilhando o conhecimento, quando um ensina o outro estabelecem uma relação de confiança e companheirismo deixando de lado as competições favorecendo o crescimento como ser humano.

A metodologia também auxiliou no crescimento matemático, pois os problemas geradores propostos trouxeram novos conceitos e conteúdos matemáticos, fazendo com que percebessem regularidades e padrões dando sentido ao fazer matemático.

Ao findar da aplicação da metodologia, solicitei que escrevessem a opinião sobre a metodologia, todas as respostas estão nos Apêndice M, seguem alguns relatos:

ES: “Gostei muito pela interação que tivemos com os outros colegas e também de dividirmos o nosso conhecimento”.

KE: “Eu gostei, no começo não entendia muito, mas agora acho que “tô” mais atenta e entendi, e posso dizer que desenvolve bastante”.

FC: “Nesse modo, melhora nosso aprendizado pois a gente erra e após isso podemos corrigir e fazer o certo, apresentando e fazendo as contas e mostrando várias formas desse trabalho através de Grupos”.

ER: “É uma metodologia que influencia e muito no aprendizado, porque se a gente acaba errando algo, logo em seguida temos a explicação de como fazer, para mim isso ajuda para que nós alunos aprendam coisas novas”.

T3: “Foi uma forma diferente, mas na minha opinião uma maneira mais fácil, nos colocando para pensar mais e fazendo pensar em várias possibilidades para a resolução de uma conta. O trabalho, por ser em Grupo nos ajudou a ter uma percepção de como era lidar com várias opiniões diferentes da sua e no fim ter que entrar em um consenso”.

L: “Achei bem interessante, pois assim pensamos mais e acabamos descobrindo jeitos de resolver os problemas sem a professora precisar explicar, e depois nas aulas que ela explica vemos o que erramos e temos a chance de expor o porquê fizemos tal resposta e como chegamos a tal resultado. Então achei bastante interessante essa nova metodologia de ensinar”.

No que se refere ao engajamento entre professora e alunos, a metodologia também fez os estudantes reconhecerem que o papel do professor é fundamental no aprendizado, já que perguntavam o tempo todo como era pra fazer as atividades, se

estava certo a maneira que eles tinham feito.

Por fim, a postura da professora também mudou com a aplicação da metodologia, pois estando em um novo papel que era responder perguntas com perguntas, foi necessário um estudo maior na busca de exemplos que pudessem sempre instigar o raciocínio e a curiosidade dos estudantes.

6 CONCLUSÃO

Esta pesquisa teve como objetivo elaborar e implementar uma proposta metodológica para o ensino dos conceitos de distribuição de frequências, média, mediana, moda, intervalo de classes, amplitude, desvio médio, desvio padrão e variância no terceiro ano do Ensino Médio, bem como analisar as contribuições que a metodologia de Resolução de Problemas propicia para aprendizado de tais conhecimentos pelos alunos.

Propôs-se unir Estatística e Resolução de Problemas, levando para a sala de aula uma maneira diferente de ensinar os conteúdos propostos tornando o conhecimento matemático mais interessante e desafiador.

A investigação aplicou um questionário que reuniu informações sobre os próprios alunos para posteriormente ser utilizado na proposta metodológica, o que também contribuiu para o interesse dos alunos, já que os dados se referiam a eles mesmos.

Dada a importância da Estatística, é necessário que os alunos aprendam a interpretar um conjunto de dados de forma significativa e fazer bom uso do conhecimento Estatístico, o qual é um importante instrumento de tomada de decisões, e que, muitas vezes fica restrito apenas à apresentação superficial durante as aulas e sem relação com a vida real.

A análise foi desenvolvida com uso da Triangulação de Métodos: através das respostas apresentadas pelos alunos, referencial bibliográfico tanto de Resolução de Problemas quanto de Estatística, e as anotações da professora pesquisadora. Dessa forma, algumas contribuições que a Resolução de Problemas trouxe para a compreensão dos conceitos de Estatística pelos alunos do terceiro ano do Ensino Médio foram:

- Construção do conhecimento a partir de conceitos pré-existentes nos alunos;
- Satisfação dos alunos ao chegarem a um consenso aprendendo uns com os outros.

Durante todas as aulas, os alunos foram colaborativos e participativos sempre procurando contribuir no aprendizado do colega, auxiliando aquele que tinha maior dificuldade para conseguir acompanhar o desenvolvimento de cada problema.

A utilização da metodologia de Resolução de Problemas proposta por Onuchic

e Allevatto (2011), revelou-se adequada no que se refere à mudança de postura do professor e ao trabalho em Grupo: leitura e interpretação do problema, discutirem o melhor método para atingir a resposta, fazendo que o aluno passe a ser o agente de seu próprio conhecimento, sendo através dos erros que os acertos ganham força.

Recordando o estudo feito por Glaucia Garcia no Capítulo 3.3, onde ela concluiu que após a aplicação das situações-problema, os alunos evoluíram nos conceitos estatísticos, concluindo que a metodologia de Resolução de Problemas para o ensino de conceitos estatísticos é valiosa.

Nessa metodologia, o professor deixa de ser o personagem principal – aquele que ensina – para se tornar mediador, questionador, aquele que instiga e desperta para a dúvida, para o raciocínio.

O professor deve ter domínio de conteúdo, e estar preparado para questionamentos que possam surgir durante a aula. Pode-se ilustrar tal situação com o exemplo a seguir: uma aluna perguntou qual a diferença entre construir um gráfico de colunas e um gráfico de linhas para representar os dados do primeiro problema gerador, outro aluno indagou o motivo de usar média aritmética simples ou ponderada. São perguntas pertinentes ao assunto e que o professor deve saber responder, pois sendo uma dúvida do estudante, certamente não irá esquecer e recordará quando for exposto à uma situação que requeira uma resposta similar.

Tal forma de trabalho tira o professor da zona de conforto causando receio em usar tal metodologia, deixando de lado uma ferramenta valiosa que contribui para o ensino aprendizagem dos estudantes. Muitas vezes a falta de tempo é um empecilho para mudança das aulas, já que demanda estudo em torno do tema que será abordado, para que a elaboração dos problemas conduza os alunos a chegarem ao objetivo esperado que é apropriação do conhecimento.

Como já era esperado, o conteúdo que apresentou maior dificuldade para alcançarem o consenso na plenária, foram as medidas de dispersão, pois ainda não conheciam os termos desvio médio, variância, desvio padrão, tão pouco o significado de variabilidade de dados, mas no decorrer das atividades e após a formalização do conteúdo pela professora, conseguiram compreender como essas medidas são empregadas, o que significam e como são calculadas.

Após a experiência com a aplicação da metodologia de Resolução de Problemas, em geral, foi bem aceita pelos alunos, apesar de durante as aulas eles

reclamarem que era muito difícil, mas mesmo assim conseguiram pensar, raciocinar e envolverem-se com os problemas propostos. Primeira vez que utilizei a metodologia, e senti que é possível trabalhar de modo diferenciado e envolvente, é prazeroso e satisfatório para o professor quando os alunos se envolvem e mostram gosto e interesse pela Matemática.

O material elaborado: os problemas geradores, estarão à disposição de outros professores que queiram experimentar a Resolução de Problemas durante as aulas de Estatística.

Diante de todas as circunstâncias, é possível constatar a eficácia de tal metodologia proposta por Onuchic e Allevatto (2011), para o Ensino-Aprendizagem-Avaliação quando se trata da apropriação dos conteúdos estatísticos, bem como a aceitação da metodologia pelos alunos como agentes de seu próprio conhecimento e o professor assumindo o papel de interlocutor e mediador das ideias e pensamentos, construindo assim, o saber almejado pelos estudantes.

7 REFERÊNCIAS

- BALESTRI, R. **Matemática: integração e tecnologia**. Volume 2. 2 ed. São Paulo: Leya, 2016.
- BRASIL, S. d. E. F. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília: MEC/SEF, 1997.
- _____. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) – Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2018.
- _____. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. M. d. S. C. N. d. S. **Manual operacional para comitês de ética em pesquisa**. Brasília: Ministério da Saúde, 2002.
- BUSSAB, W. O. MORETTIN, P. A. **Estatística Básica**. 5 ed. São Paulo: Saraiva, 2004.
- CANTANHÊDE, R. B. S. **Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Estatística através da Resolução de Problemas: uma experiência com alunos do 3º ano do Ensino Médio**. Dissertação (Matemática) – Universidade Federal do Maranhão, Programa de Pós-Graduação em Rede – Matemática em Rede Nacional, São Luis, 2015.
- ECHEVERRIA, M. D. P. P.; POZO, J. I. **Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.
- FARIAS A., SOARES, J. & CÉSAR, C. **Introdução à Estatística**. Rio de Janeiro: Ed. LTC, 2003.
- FERREIRA, A. B. d. H. **Dicionário escolar da língua portuguesa**. Curitiba: Positivo, 2011.
- FIORENTINI, D. **Rumos da Pesquisa Brasileira em Educação Matemática: o caso da produção científica em cursos de pós-graduação**. São Paulo: UNICAMP, 1994.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação Matemática**. Campinas, SP: Autores Associados, 2009.
- GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de Pesquisa**. Rio Grande do Sul: URGs, 2009.
- GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas S.A., 2002.
- GOMES, R. **A Análise de Dados em Pesquisa Qualitativa**. In: MINAYO, M. C. S. (Org.) et al. *Pesquisa Social: Teoria, Método, e Criatividade*. Petrópolis: Vozes, 2004. pp. 67-80.

LUTZ, M. R. **Uma sequência didática para o ensino de Estatística a alunos do ensino médio na modalidade PROEJA**. Porto Alegre: UFRGS, 2012.

MARCONI, M. d. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de Metodologia Científica**. São Paulo: Atlas, S.A., 2003.

MARCONDES, N. A. V.; BRISOLA, E. M. A. Análise por Triangulação de Métodos: Um Referencial para Pesquisas Qualitativas. **Revista Univap**, São José dos Campos, v. 20, n. 35, p. 201-208, jul. 2014. Disponível em: <<http://revista.univap.br/index.php/revistaunivap/article/view/228/210>> Acesso em: 20 ago. 2019.

MEC. S. d. E. B. **Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias/ Secretaria de Educação Básica**. Brasília: 2006. 135 p. (Orientações curriculares para o ensino médio; volume 2)

_____. **Base Nacional Comum**. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/04/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site.pdf>. Acesso em 11/03/2019.

MELLO, A. L. de. **Resolução de Problemas e Avaliação Conceitual: uma experiência no ensino de função afim**. Dissertação (Matemática) – Universidade Tecnológica do Paraná. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Pato Branco, 2018.

MINAYO, M. C. d. S. **Pesquisa Social. Teoria, método e criatividade**. Petrópolis: Vozes, 2001.

MONTGOMERY, D. C & RUNGER, G. C. **Estatística aplicada e Probabilidade para Engenheiros**. Traduzido para a língua portuguesa. Rio de Janeiro: LTC, 2003.

MORETTI, A. **O Ensino da Estatística Descritiva a partir da proposta de resolução de problemas**. Mato Grosso do Sul: UEMS, 2013

NERES, R. L.; CANTANHEDE, R. B. d. S. **Ensinar e aprender Estatística por meio de resolução de problemas**. Maranhão: Revista de Educação, Ciências e Matemática, 2016.

NETO, P. L. d. O. C. **Estatística**. São Paulo: Edgard Blücher, 1977.

ONUCHIC, L. d. I. R. **Ensino-Aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas**. São Paulo: UNESP, 1999.

ONUCHIC, L. d. I. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas**. Boletim de Educação Matemática, vol. 25, núm. 41, pp. 73-98. São Paulo: UNESP, 2011.

ONUCHIC, L. d. I. R. **A resolução de problemas na educação Matemática: onde estamos? E para onde iremos?** Passo Fundo: Espaço Pedagógico, 2013.

PARANÁ, S. da Educação do Estado do. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**. Paraná: Governo do Estado do Paraná, 2008.

PEREIRA, A. L. **Problemas matemáticos: caracterização, importância e estratégias de resolução**. São Paulo: IME-USP, 2001.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Rio de Janeiro: Intercendência Ltda, 1995.

SILVA, G. C. **O ensino de Estatística na educação de jovens e adultos: contribuições da metodologia da resolução de problemas para o ensino médio**. Ponta Grossa: UTFPR, 2018.

VARGAS, G. G. B. d. **A metodologia da resolução de problemas e o ensino de Estatística no nono ano do ensino fundamental**. Santa Maria: UNIFRA, 2013.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Questionário perfil dos alunos



Ministério da Educação
 Universidade Tecnológica Federal do Paraná
 Faculdade de Graduação e Educação Profissional
 Faculdade de Pesquisa e Pós-Graduação
 Mestrado Profissional em Matemática
 Câmpus Pato Branco



O presente questionário é uma atividade de investigação vinculada ao Projeto de Dissertação de Mestrado. O objetivo do referido projeto consiste em investigar e analisar as contribuições da Metodologia de Resolução de Problemas para a compreensão de conceitos estatísticos por alunos do terceiro ano do Ensino Médio. Os dados deste questionário serão usados para formulação das situações-problema que abordarão os conceitos de Estatística.

Sua colaboração na pesquisa será de suma importância para o desenvolvimento da mesma.

Questionário – Perfil dos alunos

1- Gênero:

[1] Feminino [2] Masculino

2- Qual sua idade (em anos)?

[1] 15 [2] 16 [3] 17 [4] 18 [5] 19 [6] Outra _____

3- Qual a cor dos seus olhos?

[1] Castanho [2] Verde [4] Azul

4- Quantos irmãos você tem?

[1] 1 irmão [2] 2 irmãos [3] 3 irmãos [4] 4 irmãos [5] 5 ou mais irmãos [6] Nenhum

5- Qual seu estado civil?

[1] Solteiro [2] Casado ou mora com companheiro (a) [3] Divorciado, desquitado, separado (a)

6- Quantas pessoas moram em sua casa? (Contando com seus pais, irmãos ou outros parentes que moram em uma mesma casa).

[1] Moro sozinho(a). [2] Duas pessoas. [3] Três pessoas. [4] Quatro pessoas. [5] Cinco pessoas.

[6] Seis pessoas. [7] Mais de seis pessoas.

7- Que profissão você pretende seguir?

[1] Ainda não escolhi.

[2] Profissão ligada às Engenharias / Ciências Tecnológicas.

[3] Profissão ligada às Ciências Humanas.

[4] Profissão ligada às Artes.

[5] Profissão ligada às Ciências Biológicas e da Saúde.

[6] Professor(a) de Ensino Fundamental e Médio (1º e 2º graus).

[7] Não vou seguir nenhuma profissão.

[8] Outra _____

8- Qual tipo de acesso à internet possui:

[1] Dados móveis [2] Provedor local [3] Via telefone fixo (OI) [4] Somente no colégio [5] Não possui acesso

9- Qual o número de horas que usa a internet por dia?

[1] 1 a 3 [2] 3 a 5 [3] 5 a 7 [4] Mais que 7 [5] Não uso

10- Qual o principal objetivo no uso da internet?

[1] Redes Sociais [2] Pesquisa escolar [3] Músicas/Vídeos [4] Informação sobre assuntos diversos

11- De que tipo de música você gosta? Assinale até 3 alternativas

[1] Sertanejo universitário [2] Funk [3] Rock [4] MPB [5] Samba [6] Reggae [7] Outro _____

12- Qual seu esporte preferido?

[1] Futebol [2] Volei [3] Basquete [4] Handebol [5] Outro _____

13- Qual seu tipo de filme preferido? Assinale até 3 alternativas

[1] Romântico [2] Terror [3] Ação [4] Comédia [5] Drama [6] Suspense [7] Outro _____

14- Qual sua altura em centímetros?

APÊNDICE B – Problemas geradores do primeiro momento



Ministério de Educação
 Universidade Tecnológica Federal do Paraná
 Pró-Reitoria de Graduação e Educação Profissional
 Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
 Instituto Profissional em Matemática
 Câmpus Pato Branco



PROFESSOR PESQUISADOR: CHARLOTE BINOTTO

DISCIPLINA: MATEMÁTICA

ALUNO(A): _____ **CÓD.:**

PROBLEMAS GERADORES DO PRIMEIRO MOMENTO

1- Os alunos do terceiro ano do ensino médio do Colégio Estadual Presidente Castelo Branco de Clevelândia PR, foram convidados para um evento onde será apresentado o perfil da turma.

Com relação ao gênero, são os seguintes: feminino, masculino, feminino, masculino, feminino, feminino, feminino, feminino, feminino, feminino, feminino, masculino, feminino, feminino, masculino, feminino, masculino, feminino, masculino, feminino.

Se tratando da idade, em anos, dos alunos dessa turma tem-se: 16, 18, 16, 18, 16, 16, 18, 16, 18, 17, 17, 17, 18, 16, 17, 17, 16, 17, 17, 16.

Sobre o filme preferido foram citados: terror, ação, comédia, terror, comédia, romântico, terror, comédia, terror, ação, ação, comédia, ficção científica, romântico, ação, comédia, romântico, terror, comédia, terror, ação, suspense, romântico, ação, comédia, terror, romântico, terror, comédia, comédia, romântico, terror, comédia, terror, comédia, terror, comédia, drama, terror, ação, comédia, terror, ação, comédia, terror, ação, comédia, romântico, terror, drama, terror, comédia.

Como você organizaria esses dados para que fossem apresentados em um slide?

APÊNDICE C – Problemas geradores do segundo momento



Ministério de Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Pró-Reitoria de Graduação e Educação Profissional
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Mestrado Profissional em Matemática
Câmpus Pato Branco



PROFESSOR PESQUISADOR: CHARLOTE BINOTTO

DISCIPLINA: MATEMÁTICA

ALUNO(A): _____ **CÓD.:**

PROBLEMAS GERADORES DO SEGUNDO MOMENTO

- 1- Em se tratando da idade da turma, que idade poderia representar a turma?
- 2- Existe outra forma de representar essa idade? Qual?
- 3- O valor encontrado na primeira questão continua caracterizando a turma?
- 4- E para o gênero, qual representa a turma?
- 5- Existe alguma palavra ou algum termo que caracteriza a idade da turma e o gênero?

APÊNDICE D – Problemas geradores do terceiro momento



Ministério da Educação
 Universidade Tecnológica Federal do Paraná
 Pró-Reitoria de Graduação e Educação Profissional
 Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
 Mestrado Profissional em Matemática
 Câmpus Peto Branco



PROFESSOR PESQUISADOR: CHARLOTE BINOTTO

DISCIPLINA: MATEMÁTICA

ALUNO(A): _____ **CÓD.:**

PROBLEMAS GERADORES DO TERCEIRO MOMENTO

- 1- Recordando o problema sobre as Idades do primeiro momento, temos a seguinte tabela com as Idades:

Qual sua Idade? (em anos)

Idades	Frequência
16	8
17	7
18	5
Total	20

FONTE: Dados coletados pelo pesquisador.

Calcule a média das Idades da turma.

APÊNDICE E – Problemas geradores do quarto momento



Ministério da Educação
 Universidade Tecnológica Federal do Paraná
 Pró-Reitoria de Graduação e Educação Profissional
 Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
 Mestrado Profissional em Matemática
 Câmpus Fato Branco



PROFESSOR PESQUISADOR: CHARLOTE BINOTTO

DISCIPLINA: MATEMÁTICA

ALUNO(A): _____ **CÓD.:**

PROBLEMAS GERADORES DO QUARTO MOMENTO

- 1- Suponha que você está trabalhando em uma empresa no setor de cadastramento de pessoas e chega um formulário para preencher com as idades: 16, 15, 16, 18, 16, 16, 18, 16, 15, 16, 16, 16, 15, 16, 17, 17, 16, 15, 15, 16. Preencha o formulário.

Idade	Número de pessoas

- 2- Agora você deve preencher um novo formulário com os mesmos dados acima, porém, o formulário veio com número reduzido de linhas e não pode ser alterado. Preencha o formulário.

Idade	Número de pessoas

- 3- As alturas de algumas pessoas estão na tabela abaixo. Preencha a tabela ao lado, porém, o número de linhas da nova tabela não pode ser alterado.

Altura (cm)	Número de pessoas
150,00	1
151,00	1
155,00	2
157,00	1
160,00	2
162,00	1
165,00	1
166,00	1
168,00	3
169,00	2
170,00	1
174,00	2
177,00	1
178,00	1

Altura (cm)	Número de pessoas

APÊNDICE F – Problemas geradores do quinto momento



Ministério da Educação
 Universidade Tecnológica Federal do Paraná
 Pró-Reitoria de Graduação e Educação Profissional
 Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
 Mestrado Profissional em Matemática
 Câmpus Pato Branco



PROFESSOR PESQUISADOR: CHARLOTE BINOTTO

DISCIPLINA: MATEMÁTICA

ALUNO(A): _____ **CÓD.:**

PROBLEMAS GERADORES DO QUINTO MOMENTO

- 1- Temos três turmas para analisarmos as idades:
 - a) uma turma de terceiro ano do turno da manhã da escola X, com o seguinte conjunto de dados sobre as idades em anos: 16, 17, 18, 16, 17, 18, 16, 17, 16, 16, 17.
 - b) Uma turma de EJA, noturno, da escola Y, com as idades: 20, 18, 19, 32, 60, 40, 21, 21, 25, 21, 19.
 - c) Uma turma de terceiro ano da escola W, matutino: 17, 17, 16, 16, 17, 17, 18, 16, 16, 17.
 - Em cada escola, qual a maior e a menor idade?
 - As escolas X e W, possuem os terceiros anos com idades iguais?
 - Essas três turmas, em relação aos valores das idades, são homogêneas?
 - Existe algum critério para definir essa variabilidade entre as três turmas?

- 2- No segundo semestre, na escola W, foi matriculado a mãe de um dos alunos, a qual têm 43 anos. O que aconteceu com a idade da turma?

APÊNDICE G – Problemas avaliativos



Ministério da Educação
 Universidade Tecnológica Federal do Paraná
 Pró-Reitoria de Graduação e Educação Profissional
 Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
 Mestrado Profissional em Matemática
 Câmpus Fato Branco



PROFESSOR PESQUISADOR: CHARLOTE BINOTTO

DISCIPLINA: MATEMÁTICA

ALUNO(A): _____ **CÓD.:**

PROBLEMAS AVALIATIVOS

1- De acordo com o questionário respondido pelos alunos do terceiro ano do ensino médio em relação ao tipo de acesso à internet que possui, tem-se que 15 pessoas usam provedor local, 1 pessoa usa via telefone e 3 pessoas usam dados móveis. Qual a medida de tendência central que melhor representa o tipo de acesso? Por quê?

2- Em relação às médias e às faltas da disciplina de matemática de sua série, os valores são:

1º Trimestre ²		2º Trimestre ²	
Nota	Faltas	Nota	Faltas
8,5	1	8,7	2
0,0	40	0,0	36
4,5	8	4,4	2
5,5	2	8,3	5
4,8	2	4,1	4
5,0	4	6,4	0
8,0	2	7,8	4
7,5	1	8,6	0
0,0	39	0,0	36
4,7	1	5,0	0
4,8	4	4,7	2
6,8	6	5,9	2
7,1	1	8,1	0
0,0	40	0,0	36
6,1	7	7,3	6
0,0	25	0,0	33
7,8	18	5,7	15
5,6	6	5,7	4
7,6	1	7,7	3
6,0	0	4,9	1
0,0	40	0,0	36
5,2	6	6,5	3
5,2	6	5,9	5
5,5	1	4,8	1
4,0	18	0,0	35
4,0	0	5,2	3
6,0	0	0,0	3

a) Qual a média das notas do primeiro trimestre?

b) Qual a média das notas do segundo trimestre?

c) Nesse caso, a média é a melhor forma de representar as notas da turma nos dois trimestres?

d) Comparando as notas dos dois trimestres, essas notas sofreram variação ou são homogêneas?

FONTE: Dados coletados no Registro de Classe On-line.

APÊNDICE H – Termos de consentimento livre e esclarecido para pais ou responsáveis

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE) E TERMO DE CONSENTIMENTO PARA USO DE IMAGEM, SOM E VOZ (Para Pais ou Responsáveis)

Título da pesquisa: Ensino de Estatística através da metodologia de Resolução de Problemas – Uma proposta aplicada ao Ensino Médio.

Pesquisadora: Charlotte de Oliveira Binotto. Endereço: Rua Oscar Loureiro Cardoso, 438. Bairro Bela Vista. Clevelândia Pr. Telefone: (46) 3252-1296

Local de realização da pesquisa: Colégio Estadual Presidente Castelo Branco.

Endereço, telefone do local: Av. Nossa Senhora da Luz. Bairro Bela Vista. Clevelândia Pr. Telefone: (46) 3252-2266

A) INFORMAÇÕES AO PARTICIPANTE

1. Apresentação da pesquisa.

Prezado pai, mãe ou responsável, seu filho está sendo convidado a participar de uma pesquisa que será desenvolvida pela UTFPR câmpus Pato Branco.

O estudo será sobre uma prática pedagógica em sala de aula, que se chama Resolução de Problemas.

2. Objetivos da pesquisa.

Investigar e analisar que contribuições a Metodologia de Resolução de Problemas traz para a compreensão de conceitos estatísticos por alunos do terceiro ano do Ensino Médio.

3. Participação na pesquisa.

Seu filho (a) responderá a um questionário para traçar o perfil dos estudantes. Após a aplicação desse questionário, será formulada uma prática pedagógica, com os dados do questionário, com resolução de exercícios em sala de aula durante as aulas de matemática. A prática pedagógica ocorrerá no período normal das aulas, pois o conteúdo trabalhado se encontra no planejamento da disciplina de matemática para o terceiro ano do ensino médio. Caso seu filho (a) não queira participar da pesquisa, permanecerá em sala de aula fazendo as mesmas atividades que os demais alunos, não tendo prejuízo de conteúdo, porém, seus dados não serão utilizados na pesquisa. O tempo de duração dessa pesquisa será de 13 aulas, sendo 01 aula para aplicação do questionário e 12 aulas de aplicação da pesquisa. As intervenções entre professor e alunos serão gravadas em áudio. As sessões também poderão ser fotografadas.

4. Confidencialidade:

A identidade do seu filho (a) será preservada em todas as fases da investigação e os mesmos terão pleno direito de censura sobre os conteúdos que forneceram individualmente.

5. Riscos e Benefícios..

5a) Riscos: A participação na pesquisa não envolve risco físico, mas pode ocorrer algum desconforto ao responder o questionário e revelar dados pessoais, bem como ter sua voz gravada e sua imagem fotografada.

5b) Benefícios: O benefício de tal pesquisa se dá pelo fato de que a nova prática pedagógica pode contribuir para o ensino aprendizagem dos conteúdos de Estatística no terceiro ano do ensino médio.

6. Critérios de inclusão e exclusão.

6a) Inclusão: Estudantes do terceiro ano do Ensino Médio.

6b) Exclusão: Estudantes de séries diferentes do terceiro ano do ensino médio do Colégio Estadual Presidente Castelo Branco.

7. Direito de sair da pesquisa e a esclarecimentos durante o processo.

Seu filho (a) tem o direito de: a) deixar o estudo a qualquer momento e b) de receber esclarecimentos em qualquer etapa da pesquisa. Bem como, evidenciar a liberdade de recusar ou retirar o seu consentimento a qualquer momento sem penalização. Você pode assinalar o campo a seguir, para receber o resultado desta pesquisa, caso seja de seu interesse:

() quero receber os resultados da pesquisa (email: _____)

() não quero receber os resultados da pesquisa. Você pode assinalar o campo a seguir, para receber o resultado desta pesquisa, caso seja de seu interesse :

8. Ressarcimento e indenização.

A participação de seu filho (a) não envolve nenhum dispêndio financeiro de sua parte. No entanto você tem o direito de ser ressarcido caso comprove despesas exclusivas para a pesquisa. Seu filho (a) tem o direito de ser indenizado por qualquer dano comprovado decorrente da pesquisa de acordo com a Resolução 466/2012 do CNS.

ESCLARECIMENTOS SOBRE O COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA:

O Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos (CEP) é constituído por uma equipe de profissionais com formação multidisciplinar que está trabalhando para assegurar o respeito aos seus direitos como participante de pesquisa. Ele tem por objetivo avaliar se a pesquisa foi planejada e se será executada de forma ética. Se você considerar que a pesquisa não está sendo realizada da forma como você foi informado ou que você está sendo prejudicado de alguma forma, entre em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (CEP/UTFPR). **Endereço:** Av. Sete de Setembro, 3165, Bloco N, Térreo, Bairro Rebouças, CEP 80230-901, Curitiba-PR, **Telefone:** (41) 3310-4494, **e-mail:** coep@utfpr.edu.br.

B) CONSENTIMENTO (Deverá ser anexado documento que comprove parentesco/tutela/curatela)

Eu declaro ter conhecimento das informações contidas neste documento e ter recebido respostas claras às minhas questões a propósito da participação de meu filho (a) na pesquisa e, adicionalmente, declaro ter compreendido o objetivo, a natureza, os riscos, benefícios, ressarcimento e indenização relacionados a este estudo. Após reflexão e um tempo razoável, eu decidi, livre e voluntariamente, que meu filho participe deste estudo permitindo que a pesquisadora relacionada neste documento obtenha áudio e fotografia de meu filho (a) durante a realização da pesquisa exclusivamente para fins de pesquisa científica. As fotografias e gravações ficarão sob a propriedade da pesquisadora pertinente ao estudo e sob sua guarda. Concordo que o material e as informações obtidas relacionadas a meu filho (a) possam ser publicados em aulas, congressos, eventos científicos, palestras ou periódicos científicos. Porém, não deverá ser identificado por nome ou qualquer outra forma. Estou consciente que meu filho (a) possa deixar o projeto a qualquer momento, sem nenhum prejuízo.

Nome Completo: _____
 RG: _____ Data de Nascimento: ____/____/____ Telefone: _____
 Endereço: _____
 CEP: _____ Cidade: _____ Estado: _____
 Assinatura: _____ Data: ____/____/____

Eu declaro ter apresentado o estudo, explicado seus objetivos, natureza, riscos e benefícios e ter respondido da melhor forma possível às questões formuladas.

Nome completo: _____
 Assinatura pesquisador (a): _____ Data: ____/____/____

Para todas as questões relativas ao estudo ou para se retirar do mesmo, poderão se comunicar com Charlotte Binotto, via e-mail: charlotebinotto@yahoo.com.br ou telefone: (46) 3252-2266.

Contato do Comitê de Ética em Pesquisa que envolve seres humanos para denúncia, recurso ou reclamações do participante pesquisado:

Comitê de Ética em Pesquisa que envolve seres humanos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (CEP/UTFPR)
Endereço: Av. Sete de Setembro, 3165, Bloco N, Térreo, Rebouças, CEP 80230-901, Curitiba-PR, **Telefone:** 3310-4494. **E-mail:** coep@utfpr.edu.br

OBS: Este documento deve conter duas vias iguais, sendo uma pertencente ao pesquisador e outra ao participante da pesquisa.

APÊNDICE I – Termo de consentimento livre e esclarecido para maiores de 18 anos

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE) E TERMO DE CONSENTIMENTO PARA USO DE IMAGEM, SOM E VOZ (Para Maiores de 18 anos)

Título da pesquisa: Ensino de Estatística através da metodologia de Resolução de Problemas – Uma proposta aplicada ao Ensino Médio.

Pesquisadora: Charlotte de Oliveira Binotto. Endereço: Rua Oscar Loureiro Cardoso, 438. Bairro Bela Vista. Clevelândia Pr. Telefone: (46) 3252-1296

Local de realização da pesquisa: Colégio Estadual Presidente Castelo Branco.

Endereço, telefone do local: Av. Nossa Senhora da Luz. Bairro Bela Vista. Clevelândia Pr. Telefone: (46) 3252-2266

A) INFORMAÇÕES AO PARTICIPANTE

9. Apresentação da pesquisa.

Você está sendo convidado a participar de uma pesquisa que será desenvolvida pela UTFPR câmpus Pato Branco.

O estudo será sobre uma prática pedagógica em sala de aula, que se chama Resolução de Problemas.

10. Objetivos da pesquisa.

Investigar e analisar que contribuições a Metodologia de Resolução de Problemas traz para a compreensão de conceitos estatísticos por alunos do terceiro ano do Ensino Médio.

11. Participação na pesquisa.

Você responderá a um questionário para traçar o perfil dos estudantes. Após a aplicação desse questionário, será formulada uma prática pedagógica, com os dados do questionário, com resolução de exercícios em sala de aula durante as aulas de matemática. A prática pedagógica ocorrerá no período normal das aulas, pois o conteúdo trabalhado se encontra no planejamento da disciplina de matemática para o terceiro ano do ensino médio. Caso você não queira participar da pesquisa, permanecerá em sala de aula fazendo as mesmas atividades que os demais alunos, não tendo prejuízo de conteúdo, porém, seus dados não serão utilizados na pesquisa. O tempo de duração dessa pesquisa será de 13 aulas, sendo 01 aula para aplicação do questionário e 12 aulas de aplicação da pesquisa. As intervenções entre professor e alunos serão gravadas em áudio. As sessões também poderão ser fotografadas.

12. Confidencialidade:

Sua identidade será preservada em todas as fases da investigação e os mesmos terão pleno direito de censura sobre os conteúdos que forneceram individualmente.

13. Riscos e Benefícios..

5a) Riscos: A participação na pesquisa não envolve risco físico, mas pode ocorrer algum desconforto ao responder o questionário e revelar dados pessoais, bem como ter sua voz gravada e sua imagem fotografada.

5b) Benefícios: O benefício de tal pesquisa se dá pelo fato de que a nova prática pedagógica pode contribuir para o ensino aprendizagem dos conteúdos de Estatística no terceiro ano do ensino médio.

14. Critérios de inclusão e exclusão.

6a) Inclusão: Estudantes do terceiro ano do Ensino Médio.

6b) Exclusão: Estudantes de séries diferentes do terceiro ano do ensino médio do Colégio Estadual Presidente Castelo Branco.

15. Direito de sair da pesquisa e a esclarecimentos durante o processo.

Você tem o direito de: a) deixar o estudo a qualquer momento e b) de receber esclarecimentos em qualquer etapa da pesquisa. Bem como, evidenciar a liberdade de recusar ou retirar o seu consentimento a qualquer momento sem penalização. Você pode assinalar o campo a seguir, para receber o resultado desta pesquisa, caso seja de seu interesse:

() quero receber os resultados da pesquisa (email: _____)

() não quero receber os resultados da pesquisa. Você pode assinalar o campo a seguir, para receber o resultado desta pesquisa, caso seja de seu interesse :

16. Ressarcimento e indenização.

Sua participação não envolve nenhum dispêndio financeiro de sua parte. No entanto você tem o direito de ser ressarcido caso comprove despesas exclusivas para a pesquisa. Você tem o direito de ser indenizado por qualquer dano comprovado decorrente da pesquisa de acordo com a Resolução 466/2012 do CNS.

ESCLARECIMENTOS SOBRE O COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA:

O Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos (CEP) é constituído por uma equipe de profissionais com formação multidisciplinar que está trabalhando para assegurar o respeito aos seus direitos como participante de pesquisa. Ele tem por objetivo avaliar se a pesquisa foi planejada e se será executada de forma ética. Se você considerar que a pesquisa não está sendo realizada da forma como você foi informado ou que você está sendo prejudicado de alguma forma, entre em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (CEP/UTFPR). **Endereço:** Av. Sete de Setembro, 3165, Bloco N, Térreo, Bairro Rebouças, CEP 80230-901, Curitiba-PR, **Telefone:** (41) 3310-4494, **e-mail:** coep@utfpr.edu.br.

B) CONSENTIMENTO

Eu declaro ter conhecimento das informações contidas neste documento e ter recebido respostas claras às minhas questões a propósito da minha participação na pesquisa e, adicionalmente, declaro ter compreendido o objetivo, a natureza, os riscos, benefícios, ressarcimento e indenização relacionados a este estudo. Após reflexão e um tempo razoável, eu decidi, livre e voluntariamente, que meu filho participe deste estudo permitindo que a pesquisadora relacionada neste documento obtenha áudio e fotografia de minha pessoa durante a realização da pesquisa exclusivamente para fins de pesquisa científica. As fotografias e gravações ficarão sob a propriedade da pesquisadora pertinente ao estudo e sob sua guarda. Concordo que o material e as informações obtidas relacionadas a mim possam ser publicados em aulas, congressos, eventos científicos, palestras ou periódicos científicos. Porém, não deverei ser identificado(a) por nome ou qualquer outra forma. Estou consciente que posso deixar o projeto a qualquer momento, sem nenhum prejuízo.

Nome Completo: _____
 RG: _____ Data de Nascimento: ____/____/____ Telefone: _____
 Endereço: _____
 CEP: _____ Cidade: _____ Estado: _____
 Assinatura: _____ Data: ____/____/____

Eu declaro ter apresentado o estudo, explicado seus objetivos, natureza, riscos e benefícios e ter respondido da melhor forma possível às questões formuladas.

Nome completo: _____
 Assinatura pesquisador (a): _____ Data: ____/____/____

Para todas as questões relativas ao estudo ou para se retirar do mesmo, poderão se comunicar com Charlotte Binotto, via e-mail: charlottebinotto@yahoo.com.br ou telefone: (46) 3252-2266.

Contato do Comitê de Ética em Pesquisa que envolve seres humanos para denúncia, recurso ou reclamações do participante pesquisado:

Comitê de Ética em Pesquisa que envolve seres humanos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (CEP/UTFPR)
Endereço: Av. Sete de Setembro, 3165, Bloco N, Térreo, Rebouças, CEP 80230-901, Curitiba-PR, **Telefone:** 3310-4494. **E-mail:** coep@utfpr.edu.br

OBS: Este documento deve conter duas vias iguais, sendo uma pertencente ao pesquisador e outra ao participante da pesquisa.

APÊNDICE J – Termo de assentimento livre e esclarecido

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE)

Informação geral

Título da pesquisa: Ensino de Estatística através da metodologia de Resolução de Problemas – Uma proposta aplicada ao Ensino Médio.

Pesquisadora: Charlotte de Oliveira Binotto. Endereço: Rua Oscar Loureiro Cardoso, 438. Bairro Bela Vista. Clevelândia Pr. Telefone: (46) 3252-1296

Local de realização da pesquisa: Colégio Estadual Presidente Castelo Branco.

Endereço, telefone do local: Av. Nossa Senhora da Luz. Bairro Bela Vista. Clevelândia Pr. Telefone: (46) 3252-2266

O que significa assentimento?

O assentimento significa que você concorda em fazer parte de um Grupo de adolescentes, da sua faixa de idade, para participar de uma pesquisa. Serão respeitados seus direitos e você receberá todas as informações por mais simples que possam parecer.

Pode ser que este documento denominado TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO contenha palavras que você não entenda. Por favor, peça ao responsável pela pesquisa ou à equipe do estudo para explicar qualquer palavra ou informação que você não entenda claramente.

Informação ao participante da pesquisa:

Você está sendo convidado(a) a participar de uma pesquisa, com o objetivo de identificar e analisar contribuições dessa nova maneira de ensinar Estatística, que é a Metodologia de Resolução de Problemas. Caso você aceite participar da pesquisa, você responderá a um questionário para traçar o perfil dos estudantes. Após a aplicação desse questionário, será formulada uma prática pedagógica, com os dados do questionário, com resolução de exercícios em sala de aula durante as aulas de matemática. A prática pedagógica ocorrerá no período normal das aulas, pois o conteúdo trabalhado se encontra no planejamento da disciplina de matemática para o terceiro ano do ensino médio. Caso você não queira participar da pesquisa, permanecerá em sala de aula fazendo as mesmas atividades que os demais alunos, não tendo prejuízo de conteúdo, porém, seus dados não serão utilizados na pesquisa. O tempo de duração dessa pesquisa será de 13 aulas, sendo 01 aula para aplicação do questionário e 12 aulas de aplicação da pesquisa. As intervenções entre professor e alunos serão gravadas em áudio. As sessões também poderão ser fotografadas.

Sua participação na pesquisa não envolve risco físico, mas pode ocorrer algum desconforto ao responder o questionário e revelar dados pessoais, bem como ter sua voz gravada e sua imagem fotografada. Sua identidade será preservada em todas as fases da investigação e os mesmos terão pleno direito de censura sobre os conteúdos que forneceram individualmente.

Após o término da pesquisa suas fotografias ou vídeos serão descartados, garantindo o sigilo de sua imagem.

Sua participação é voluntária e caso você opte por não participar, não terá nenhum prejuízo ou represálias.

Direito de sair da pesquisa e a esclarecimentos durante o processo.

Você tem o direito de: a) deixar o estudo a qualquer momento e b) de receber esclarecimentos em qualquer etapa da pesquisa. Bem como, evidenciar a liberdade de recusar ou retirar o seu consentimento a qualquer momento sem penalização. Você pode assinalar o campo a seguir, para receber o resultado desta pesquisa, caso seja de seu interesse:

quero receber os resultados da pesquisa (email: _____)

não quero receber os resultados da pesquisa.

APÊNDICE K – Declaração de assentimento do participante da pesquisa**DECLARAÇÃO DE ASSENTIMENTO DO PARTICIPANTE DA PESQUISA:**

Eu li e discuti com o investigador responsável pelo presente estudo os detalhes descritos neste documento. Entendo que eu sou livre para aceitar ou recusar, e que posso interromper a minha participação a qualquer momento sem dar uma razão. Eu concordo que os dados coletados para o estudo sejam usados para o propósito acima descrito.

Eu entendi a informação apresentada neste TERMO DE ASSENTIMENTO. Eu tive a oportunidade para fazer perguntas e todas as minhas perguntas foram respondidas.

Eu receberei uma cópia assinada e datada deste Documento DE ASSENTIMENTO INFORMADO.

Nome do participante: _____
Assinatura: _____ Data: ___/___/___

Eu declaro ter apresentado o estudo, explicado seus objetivos, natureza, riscos e benefícios e ter respondido da melhor forma possível às questões formuladas.

Nome do (a) investigador (a): _____
Assinatura: _____ Data: ___/___/___


Se você ou os responsáveis por você (s) tiver(em) dúvidas com relação ao estudo, direitos do participante, ou no caso de riscos relacionados ao estudo, você deve contatar a investigadora do estudo, telefone fixo número: 3252-2266. Se você tiver dúvidas sobre direitos como um participante de pesquisa, você pode contatar o Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos (CEP) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

ESCLARECIMENTOS SOBRE O COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA:

O Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos (CEP) é constituído por uma equipe de profissionais com formação multidisciplinar que está trabalhando para assegurar o respeito aos seus direitos como participante de pesquisa. Ele tem por objetivo avaliar se a pesquisa foi planejada e se será executada de forma ética. Se você considerar que a pesquisa não está sendo realizada da forma como você foi informado ou que você está sendo prejudicado de alguma forma, entre em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (CEP/UTFPR). **Endereço:** Av. Sete de Setembro, 3165, Bloco N, Térreo, Bairro Rebouças, CEP 80230-901, Curitiba-PR, **Telefone:** (41) 3310-4494, **e-mail:** coep@utfpr.edu.br.

OBS: Este documento deve conter duas vias iguais, sendo uma pertencente ao pesquisador e outra ao participante da pesquisa.

APÊNDICE L – Autorização para aplicação do projeto

	<p align="center"> COLÉGIO ESTADUAL PRESIDENTE CASTELO BRANCO – E.F.M. Decreto 3020 – Resolução 736/02 – CGC 78.672.441/0001-27 Av. Nossa Senhora da Luz 1439 – Fone/Fax (046) 252-2266 E-mail: castelobrancoefm@yahoo.com.br CEP. 85.530-000 CLEVELÂNDIA – PARANÁ </p>
---	--

AUTORIZAÇÃO

O Colégio Estadual Presidente Castelo Branco, autoriza a professora CHARLOTE OLIVEIRA BINOTTO, RG 6.809.513-1, a aplicar o PROJETO DE MESTRADO, na 3ª série do Curso do Ensino Médio, turno matutino.

Outrossim, nos colocamos a disposição de Vossa Senhoria para qualquer esclarecimento a respeito do disposto.

Clevelândia, 12 de abril de 2017.


 Keilla Aparecida Pontes Ribas
 Port. 1910/2008 - D.O.E 12/05/2009
 Secretária

**Colégio Estadual Presidente
 Castelo Branco**
 Ensino Fundamental e Médio
CNPJ: 78.672.441/0001-27
 Av. Nossa Senhora da Luz, 1439
 Fone/Fax: (46) 3252-2266
 Cep: 85.530-000 Clevelândia PR

APÊNDICE M – Opinião dos alunos em relação à metodologia de Resolução de Problemas

Qual sua opinião da metodologia usada?

É uma metodologia que influencia e muito no aprendizado, porque se a gente acaba usando algo logo em seguida temos a explicação de como fazer, para mim isso ajuda para que nós alunos aprendamos coisas novas.

Figura 17 – Opinião do aluno ER

Qual sua opinião sobre a metodologia usada?

É muito eficaz, pois faz uso de vários métodos além do mais conhecido aritmético.

Figura 18 – Opinião do aluno G1

Qual sua opinião sobre a metodologia usada?

Nesse modo, melhora o nosso aprendizado pois a gente erra e após isso podemos corrigir e fazer o certo, apresentando e fazendo os contos e mostrando várias formas de trabalhar através de grupos.

Figura 19 – Opinião do aluno FC

Qual sua opinião sobre a metodologia usada?

Foi uma forma diferente mas na minha opinião uma maneira mais fácil, mas colocando para pensar mais e fazendo pensar em várias possibilidades para a resolução de uma conta. O trabalho, por ser em grupo nos ajudou a ter uma percepção de como era lidar com várias opiniões diferentes de si e nos fazer ter que entrar em um consenso.

Figura 20 – Opinião do aluno T3

Qual sua opinião sobre o metodológico usado?

Eu gostei no começo não entendi muito mas agora achei que foi mais atento e entendi e posso dizer que desmarchei bastante.

Figura 21 – Opinião do aluno KE

Qual sua opinião sobre a metodologia usada?

Achei bem interessante, pois pedimos dar um upworkamento e um idearmento melhor, e uma boa maneira de todos se exporem com suas opiniões.

Figura 22 – Opinião do aluno T

Qual sua opinião sobre a metodologia usada?

Achei bem interessante, pois assim pensamos mais e acabamos descobrindo jeitos de resolver os problemas sem a professora precisar explicar, e depois nas aulas que ela explica vemos o que eramos e temos a chance de expor o porquê fizemos tal resposta e como chegamos a tal resultado. Então achei bastante interessante essa nova metodologia de ensinar.

Figura 23 – Opinião do aluno L

Qual sua opinião sobre a metodologia usada?

Gostei muito pela interação que tivemos com os outros colegas e também de dividirmos o mesmo conhecimento.

Figura 24 – Opinião do aluno ES

Qual sua opinião sobre a metodologia usada?

Eu achei bom pois é uma atividade de raciocínio e de desenvolvimento. É uma atividade que foi desenvolvida em grupo com cada um se ajudando.

Figura 25 – Opinião do aluno K

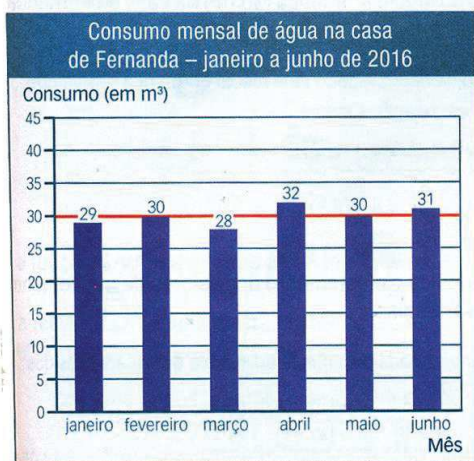
ANEXOS

ANEXO A – Material medidas de dispersão entregue para os alunos

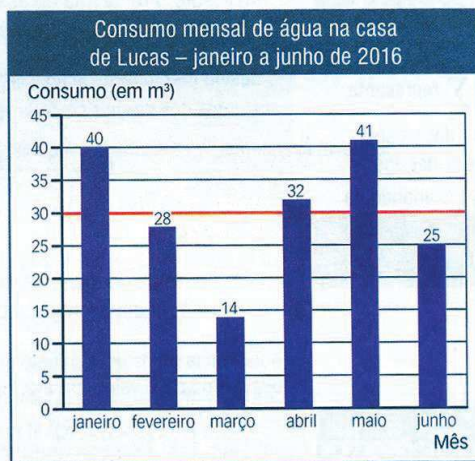
► MEDIDAS DE DISPERSÃO

Estudamos anteriormente as medidas de tendência central, que indicam um valor ao redor do qual os dados de um conjunto tendem a se concentrar. No entanto, em algumas situações é necessário utilizar, também, medidas que indicam o quão próximos ou afastados os valores do conjunto de dados estão em relação à média aritmética. Essas medidas são chamadas **medidas de dispersão**.

Observe os gráficos com o consumo de água na casa de Fernanda e na casa de Lucas, no primeiro semestre de 2016.



Fonte: Fatura de água da casa de Fernanda.



Fonte: Fatura de água da casa de Lucas.

Média:

$$\bar{x} = \frac{29 + 30 + 28 + 32 + 30 + 31}{6} = 30 \rightarrow 30 \text{ m}^3$$

Média:

$$\bar{x} = \frac{40 + 28 + 14 + 32 + 41 + 25}{6} = 30 \rightarrow 30 \text{ m}^3$$

► Observando os gráficos, podemos perceber que o consumo mensal na casa de Lucas apresentou grande discrepância de um mês para outro quando comparado ao consumo na casa de Fernanda.

Note que, apesar de as médias serem iguais, o consumo mensal na casa de Fernanda está mais próximo da média, e o na casa de Lucas, mais distante. Nesse caso, dizemos que na casa de Lucas os valores estão mais **dispersos** em relação à média do que na casa de Fernanda.

Para verificar isso, podemos utilizar medidas que expressam o grau de dispersão do conjunto de dados. Dentre elas, temos: **desvio médio (Dm)**, **variância (V)** e **desvio padrão (Dp)**.

Desvio médio

Vamos calcular o desvio de cada valor em relação à média aritmética:

▪ Na casa de Fernanda:

$$x_1 - \bar{x} = 29 - 30 = -1$$

$$x_2 - \bar{x} = 30 - 30 = 0$$

$$x_3 - \bar{x} = 28 - 30 = -2$$

$$x_4 - \bar{x} = 32 - 30 = 2$$

$$x_5 - \bar{x} = 30 - 30 = 0$$

$$x_6 - \bar{x} = 31 - 30 = 1$$

▪ Na casa de Lucas:

$$x_1 - \bar{x} = 40 - 30 = 10$$

$$x_2 - \bar{x} = 28 - 30 = -2$$

$$x_3 - \bar{x} = 14 - 30 = -16$$

$$x_4 - \bar{x} = 32 - 30 = 2$$

$$x_5 - \bar{x} = 41 - 30 = 11$$

$$x_6 - \bar{x} = 25 - 30 = -5$$

Note que, em cada caso, a soma dos desvios é igual a zero:

$$-1 + 0 - 2 + 2 + 0 + 1 = 0$$

$$10 - 2 - 16 + 2 + 11 - 5 = 0$$

► O desvio é dado pela diferença entre o valor e a média aritmética, nessa ordem.

ANEXO B – Material medidas de dispersão entregue para os alunos

Para calcular o **desvio médio**, isto é, a média aritmética desses desvios, devemos considerar seus valores absolutos:

- Na casa de Fernanda:

$$Dm_F = \frac{|-1| + |0| + |-2| + |2| + |0| + |1|}{6} = \frac{6}{6} = 1 \rightarrow 1 \text{ m}^3$$

- Na casa de Lucas:

$$Dm_L = \frac{|10| + |-2| + |-16| + |2| + |11| + |-5|}{6} = \frac{46}{6} = 7,6 \rightarrow 7,6 \text{ m}^3$$

Assim, considerando o primeiro semestre de 2016, o consumo de água mensal foi, em média, 1 m^3 acima ou abaixo da média aritmética (30 m^3) na casa de Fernanda, e $7,6 \text{ m}^3$ acima ou abaixo da média aritmética (30 m^3) na casa de Lucas.

▶ O símbolo $\sum_{i=1}^n$ representa o somatório dos valores absolutos dos desvios $|x_i - \bar{x}|$, com i variando de 1 a n , isto é, do primeiro $|x_1 - \bar{x}|$ ao n -ésimo $|x_n - \bar{x}|$.

O **desvio médio** (Dm) de um conjunto de dados é dado pela média aritmética dos valores absolutos dos desvios de cada valor em relação à média \bar{x} .

$$Dm = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + |x_3 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$$

Variância

Outra medida de dispersão que indica o afastamento dos valores de um conjunto em relação à média aritmética é a **variância**.

A **variância** (V) de um conjunto de dados é dada pela média aritmética dos quadrados dos desvios de cada valor em relação à média \bar{x} .

$$V = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

Ainda em relação aos dados dos gráficos, temos:

- Na casa de Fernanda:

$$V_F = \frac{(-1)^2 + 0^2 + (-2)^2 + 2^2 + 0^2 + 1^2}{6} = 1,6$$

- Na casa de Lucas:

$$V_L = \frac{10^2 + (-2)^2 + (-16)^2 + 2^2 + 11^2 + (-5)^2}{6} = 85$$

Quanto menor a variância, mais próximos da média estão os valores do conjunto. Como $V_F < V_L$, podemos afirmar que na casa de Fernanda o consumo médio de água mensal no primeiro semestre de 2016 foi mais regular que na casa de Lucas.

Note que, para o cálculo da variância, os desvios foram elevados ao quadrado. Com isso, não podemos expressar a variância na mesma unidade que os valores da variável (nesse caso: m^3), como fizemos com o desvio médio.

Desvio padrão

Definimos a medida de dispersão **desvio padrão** como a raiz quadrada da variância. Com isso, obtemos um valor que pode ser expresso na mesma unidade que os valores da variável, como no desvio médio.

O **desvio padrão** (Dp) de um conjunto de dados é dado pela raiz quadrada da variância V .

$$Dp = \sqrt{V}$$

Considerando os valores da variância obtidos anteriormente, temos:

- Na casa de Fernanda:

$$Dp_F = \sqrt{1,6} = 1,29$$

- Na casa de Lucas:

$$Dp_L = \sqrt{85} = 9,22$$

Portanto, na casa de Fernanda o consumo médio mensal de água no primeiro semestre de 2016 teve um desvio padrão de aproximadamente $1,29 \text{ m}^3$, e, na casa de Lucas, teve um desvio padrão de aproximadamente $9,22 \text{ m}^3$. Isso indica que na casa de Fernanda o consumo mensal foi mais regular que na casa de Lucas, onde houve altos e baixos no consumo.

▶ A variância não pode ser expressa na mesma unidade que os dados analisados.

▶ Em geral, quanto mais próximo de zero é o valor do desvio padrão, menos dispersos estão os valores do conjunto em relação à média, ou seja, o conjunto de valores é mais homogêneo.

▶ Note que as medidas de dispersão não assumem valores negativos.