

***MATHEMATICAL MINDSETS* (MENTALIDADES MATEMÁTICAS):
UMA NOVA ABORDAGEM PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DAS
MATEMÁTICAS**

Laissa Figueiredo do Valle

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional *Stricto Sensu* em Matemática em Rede Nacional, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, orientada pelo Prof. Dr. Henrique Marins de Carvalho.

Catálogo na fonte
Biblioteca Francisco Montojos - IFSP Campus São Paulo
Dados fornecidos pelo(a) autor(a)

V181m Valle, Laissa Figueiredo do
Mathematical mindsets (mentalidades matemáticas): uma nova abordagem para o ensino e aprendizagem das matemáticas / Laissa Figueiredo do Valle. São Paulo: [s.n.], 2019.
128 f.

Orientador: Prof. Dr. Henrique Marins de Carvalho

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, 2019.

1. Mentalidades Matemáticas. 2. Mindset de Crescimento. 3. Matemática Multidimensional. 4. Ensino Para Equidade. 5. Avaliação Para Aprendizagem. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo II. Título.

CDD 510

LAISSA FIGUEIREDO DO VALLE

MATHEMATICAL MINDSETS (MENTALIDADES MATEMÁTICAS):

Uma nova abordagem para o ensino e aprendizagem das matemáticas

Dissertação apresentada e aprovada
em 23 de outubro de 2019 como requisito
parcial para obtenção do título de
Mestre em Matemática.

A banca examinadora foi composta pelos seguintes membros:

Prof. Dr. Henrique Marins de Carvalho
IFSP – Câmpus São Paulo
Orientador e Presidente da Banca

Prof. Me. Lucas Casanova Silva
IFSP – Câmpus São Paulo
Membro da Banca

Prof. Dr. Jack Dieckmann
Universidade de Stanford - Youcubed
Membro da Banca

Profa. Me. Elizabete Leopoldina da Silva
FMU - Faculdades Metropolitanas Unidas
Membro da Banca

Profa. Me. Ya Jen Chang
Instituto Sidarta
Membro da Banca



ATA DE EXAME DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Nome do Programa **Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional**

Nome do(a) Aluno(a) Laissa Figueiredo do Valle

Nome do(a) Orientador(a) Prof. Dr. Henrique Marins de Carvalho

Nome do(a) Coorientador(a):

Título do Trabalho "Mathematical Mindsets (Mentalidades Matemáticas): uma nova abordagem para o ensino e aprendizagem das matemáticas"

Abaixo o resultado de cada participante da Banca Examinadora

Nome completo dos Participantes Titulares da Banca	Sigla da Instituição	Aprovado / Não Aprovado
Prof. Dr. Henrique Marins de Carvalho - Orientador	IFSP- SPO	Aprovado
Prof. Me. Lucas Casanova Silva - Membro Interno	IFSP-SPO	Aprovado
Prof. PhD Jack Dieckmann - Membro Externo	Stanford University	Aprovado
Profª Mª Elizabete Leopoldina da Silva - Membro Externo	FMU	Aprovado
Nome completo do Participante Suplente da Banca	Sigla da Instituição	Aprovado / Não Aprovado
Prof. Dr. Rogério Ferreira da Fonseca - Membro Interno	IFSP-SPO	
Profª Mª Ya Jen Chang - Membro Externo	Instituto Sidarta	Aprovado

Considerando-o APROVADO
 APROVADO COM RESTRIÇÕES
 NÃO APROVADO

Assinaturas

São Paulo, 23 de outubro de 2019



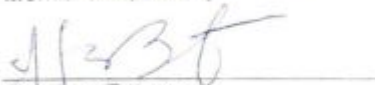
Presidente da Banca



Membro Interno



Membro Externo



Membro Externo

Observações:

*As Que Acreditam nas
Transformações da Educação*

*“It is important to remember that not helping students
is often the best help we can give them.”*

Jo Boaler

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, que, mesmo de longe, me deram suporte e conforto quando mais precisei.

Agradeço aos amigos, em especial à Júlia, à Ligia e ao Gian, foi muito importante poder contar com vocês.

Ao Guilherme pelo apoio, cuidado e companhia nos vários dias dedicados a este trabalho.

Ao meu orientador Henrique, que acreditou no meu tema, ainda pouco pesquisado no Brasil, se engajou e pesquisou muito comigo, me faltam palavras para descrever como foi a orientação: obrigada.

A todos os integrantes da banca, pela disposição em participar dessa importante etapa acadêmica e pelas contribuições que fizeram a este trabalho.

A todos os integrantes do Grupo de Pesquisa em Matemática e Educação para a Equidade, é um prazer estudar essas novas abordagens acompanhada de pessoas tão engajadas e entusiasmadas com as possibilidades de transformações na educação.

A todo o time da Roda de Matemática, por colocarem em prática tantos aspectos estudados nesta pesquisa, proporcionando momentos incríveis de aprendizado matemático para tantas crianças. É inspirador fazer parte desse time e contar com todos vocês.

Aos professores e colegas das disciplinas do mestrado, foi muito bom viver esse momento com vocês.

Aos pesquisadores e instituições brasileiras que de alguma forma contribuíram com oportunidades para que essa pesquisa se aprofundasse ainda mais e que seguem determinados a promover transformações no nosso país.

À Jo Boaler, por ser inspiração para tantos professores, inclusive para mim.

À Laissa, por ter dado o seu melhor. Fica a certeza de que essa pesquisa não pára por aqui, porque ainda tem muita coisa interessante para ser estudada, vamos em frente!

RESUMO

A abordagem de ensino e aprendizagem *Mathematical Mindsets* (Mentalidades Matemáticas) vem sendo desenvolvida nos últimos anos pela educadora matemática britânica Jo Boaler, pesquisadora da Universidade de Stanford, dos Estados Unidos, a partir de resultados de estudos de diversos outros pesquisadores de áreas como neurociência, psicologia e educação. Boaler propõe uma aprendizagem de matemática conceitual, profunda, aberta, visual e multidimensional. Em um ambiente de sala de aula sem estereótipos com relação à quem pode aprender matemática, em que os alunos compreendem que todos são capazes de aprender e têm acesso à uma matemática de alto nível. Essa proposta baseia-se em resultados da neurociência que apontam para a capacidade do cérebro de se modificar e entendem a inteligência e as habilidades matemáticas como algo que pode ser desenvolvido, contrariando mitos presentes na sociedade de que matemática é um dom ou que só algumas pessoas são capazes de aprender. O objetivo deste trabalho foi identificar e apresentar a contextualização do desenvolvimento da abordagem *Mathematical Mindsets* e os aspectos que fundamentam e se relacionam com ela, sendo: 1. o conceito de *mindset* de crescimento; que se relaciona à crença pessoal de que suas habilidades podem ser desenvolvidas por meio de esforço e dedicação adequados, 2. a resignificação do erro, esforço e desafio com perspectivas da neurociência; o entendimento de que momentos desafiadores são importantes para uma aprendizagem significativa, 3. a matemática multidimensional; mudança na forma em que a matemática é apresentada nas salas de aula, tanto em seus conceitos, quanto nas atividades, 4. educação para equidade e trabalho colaborativo; um ensino de matemática para todos, com valorização das diversidades nas formas de pensar e 5. avaliação para aprendizagem; uma avaliação que seja instrumento de aprendizagem e menos de verificação de conhecimento. As evidências apresentadas nesta dissertação indicam que alunos e professores envolvidos com a abordagem de *Mathematical Mindsets* têm suas experiências de ensino e aprendizagem modificadas positivamente, ocorrendo uma mudança na forma com que os estudantes se relacionam com a matemática. Esses resultados apontam para a importância de ampliação dos estudos e práticas em sala de aula relacionados à essa abordagem no contexto da educação brasileira.

Palavras-chaves: *mathematical mindsets*; mentalidades matemáticas; *mindset* de crescimento; matemática multidimensional; ensino para equidade; avaliação para aprendizagem.

MATHEMATICAL MINDSETS: A NEW APPROACH TO MATHEMATICS TEACHING AND LEARNING

ABSTRACT

The *Mathematical Mindsets* teaching and learning approach has been developed in the past few years by the British mathematician educator Jo Boaler, a researcher at Stanford University, in the United States of America. This approach is based on results of many other researchers, from areas such as neuroscience, psychology and education. Boaler proposes a conceptual, deep, open, visual and multidimensional learning of Mathematics. This approach should take place in a non-judgemental classroom environment, where students are not stereotyped about who can learn and understand that everyone is capable of learning Mathematics. Moreover, students should be given access to high level Mathematics, focused primarily on learning and not on performing. This approach is based on recent results from neuroscience studies, that indicate the capacity of the brain to change itself. In that way intelligence and mathematical skills can be developed and learned by everyone, opposing to the myths currently held in society that mathematics is a gift and that only some people can learn it. As a result of a bibliographic research, this work presents the core aspects of the *Mathematical Mindsets* approach: 1. the concept of growth mindset; related to the belief that one's skills can be developed through effort and dedication, 2. the resignification of mistake, effort and challenges under the perspective of neuroscience; understanding that challenging moments are important to a meaningful learning, 3. the multidimensionality of mathematics; changing the way mathematics is taught in the classrooms and its activities, 4. education for equity and collaborative work; a mathematics teaching for everyone, where the diversities and different ways of thinking are valued and 5. the aspect of assessment for learning; assessment used as a learning tool and not as performance measure. This dissertation presents evidence that the use of Mathematical Mindsets approach have positive impacts on learning and teaching experiences for students and teachers and modifies the relationship students have with Mathematics. It also highlights the need to extend the Mathematical Mindsets research in the Brazilian classrooms context.

Keywords: mathematical mindsets; growth mindset; multidimensional mathematics; equity; assessment for learning.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
Figura 1 - Aspectos envolvidos na abordagem de ensino e aprendizagem <i>Mathematical Mindsets</i>	51
Figura 2 - Relação entre a crença em habilidades inatas e a porcentagem de mulheres doutoras em diferentes áreas do conhecimento	58
Figura 3 - Como incentivar os estudantes	63
Figura 4 - Ideias Fundamentais 4º ano norte-americano	73
Figura 5 - Soluções Visuais para a multiplicação 18 x 5	76
Figura 6 - Padrão de Crescimento	78
Figura 7 - Diferentes formas de visualizar o crescimento do padrão	78
Figura 8 - Alunos representando visualmente uma solução para “1 dividido por $\frac{2}{3}$ ”.	79
Figura 9 - Atividade “Números Visuais”	82
Figura 10 - Apresentação das observações dos alunos sobre a atividade “Números Visuais”	83
Figura 11 - Atividade “Dobrando Papéis”	86
Figura 12 - Diagrama que representa a prática “Cultura da Mentalidade de Crescimento”	107

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

A4L	<i>Assessment for Learning</i>
EpE	Ensino para Equidade
GCSE	<i>General Certificate of Secondary Education</i>
IFSP	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado de São Paulo
OCDE	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico
PISA	<i>Programme for International Student Assessment</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	23
2	CONTEXTO DE DESENVOLVIMENTO DAS PESQUISAS DE JO BOALER	29
2.1	Trajatória de pesquisa de Jo Boaler	29
2.2	Estudo longitudinal com as escolas Phoenix Park e Amber Hill - Comparando diferentes formas de ensinar matemática	31
2.3	A pesquisa da escola Railside	35
2.4	“Math Wars”	39
2.5	Youcubed	40
2.6	Youcubed Summer Camp	43
3	MATHEMATICAL MINDSETS	49
3.1	Crenças sobre a inteligência, mindset de crescimento e mindset fixo: diferentes posturas que influenciam a aprendizagem	52
3.2	Uma aprendizagem matemática para todos e todas e a ressignificação do erro, esforço e desafio - Uma perspectiva da neurociência	64
3.3	Matemática multidimensional: diversa, criativa, exploratória e flexível	69
3.3.1	O ensino de matemática a partir de ideias fundamentais	70
3.3.2	Senso numérico e flexibilidade numérica	73
3.3.3	Matemática visual	77
3.3.4	Atividades matemáticas abertas	79
3.4	Educação para equidade e trabalho colaborativo	87
3.5	Avaliação para a aprendizagem	94
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	103
	REFERÊNCIAS	111
	APÊNDICE A - Livros e Artigos de Jo Boaler	119
	ANEXO A - Oficina Práticas de Mentalidades Matemáticas	124
	ANEXO B - Cartão de Atividade Oficina Práticas de Mentalidades Matemáticas	125
	ANEXO C - Práticas de Mentalidades Matemáticas	126

1 INTRODUÇÃO

O conhecimento matemático é importante na formação humana, faz parte da construção do pensamento crítico, da argumentação, da capacidade de resolver problemas e é relevante para que o indivíduo participe da vida em sociedade e consiga tirar proveito de oportunidades de aprendizagem diversas. A situação da aprendizagem matemática no Brasil é alarmante; dados do PISA - avaliação que acessa o conhecimento matemático de jovens aplicado a problemas reais - apontam que 70,3% dos estudantes brasileiros estão abaixo do patamar estabelecido como necessário para que exerçam plenamente a sua cidadania (INEP; MEC, 2016). Esse patamar, proposto pela OCDE, é um nível básico de proficiência, no qual:

os estudantes são capazes de interpretar e reconhecer situações em contextos que não exigem mais do que uma inferência direta. Conseguem extrair informações relevantes de uma única fonte e utilizar um modo simples de representação. Os estudantes situados nesse nível conseguem empregar algoritmos, fórmulas, procedimentos ou convenções básicos para resolver problemas que envolvem números inteiros. São capazes de fazer interpretações literais dos resultados. (INEP; MEC, 2016, p.153).

Diante deste cenário, torna-se extremamente importante repensar o ensino de matemática brasileiro, e pesquisas que se propõem a estudar formas de modificar essa situação se fazem necessárias.

Diversos fatores influenciam a situação da aprendizagem matemática, dentre eles a elitização da disciplina, que faz muitos pensarem que o conhecimento matemático não é para todos. Há uma crença fortemente difundida em nossa sociedade de que existe um gene para a matemática, que algumas pessoas nascem com a capacidade de aprender matemática e outras não. Pesquisas recentes da neurociência contradizem esse mito de que o sucesso na aprendizagem de matemática está disponível apenas para algumas pessoas e mostram que esse saber pode ser desenvolvido no cérebro por meio de aprendizado e prática (ANDERSON, BOALER, DIECKMANN, 2018).

Resultados de pesquisas feitas por Jo Boaler e Carol Dweck evidenciam que essa ideia, de que saber matemática é um dom, tem um impacto negativo no processo de

aprendizagem da disciplina, pois leva os estudantes a desenvolverem crenças fixas acerca de seu potencial de aprendizagem e inteligência, ou seja, os leva a acreditar que suas habilidades são inatas e não podem ser modificadas (BOALER, 2015; DWECK, 2007).

Na cultura ocidental, a matemática é vista, muitas vezes, como um conjunto de métodos e procedimentos para realizar contas, como uma disciplina de respostas certas ou erradas, com pouca flexibilidade. No entanto, a matemática é uma área do conhecimento muito ampla, que envolve criatividade, estabelecimento de conexões, raciocínio, interpretações, na qual seus conceitos podem ser compreendidos em profundidade (BOALER, 2015).

Por querer que a matemática seja encarada com esse outro olhar, dentro da sua diversidade, o título deste trabalho refere-se propositalmente à matemática como “as matemáticas”, seguindo Jo Boaler (2018?), que opta por referir-se à matemática no plural pois, segundo a pesquisadora, “as matemáticas” retrata melhor sua variedade e profundidade e, além disso, no inglês britânico o diminutivo de matemática é no plural: “*maths*”.

Historicamente, no contexto brasileiro, o que hoje é chamado de “a matemática” no português já foi chamado de “as matemáticas”. Até o final da década de 30 não havia uma disciplina chamada matemática, e sim várias matemáticas ensinadas em disciplinas separadas. Até que o matemático brasileiro Euclides Roxo, influenciado pelo matemático alemão Felix Klein, propôs em 1929 uma unificação das matemáticas: aritmética, álgebra, geometria e trigonometria em uma única disciplina: a matemática na qual os conteúdos seriam ensinados de forma interligada (MORALES et al, 2003).

A unificação das “matemáticas” no contexto brasileiro não teve a intenção de restringir a matemática, mas de considerar essas várias matemáticas como parte de uma mesma linguagem. Boaler (2018?) considera que matemática no singular soa restrito, limitado (normalmente a frase “fazer matemática” está associada a fazer

contas), e isso não representa o que a matemática verdadeiramente é. Portanto, ela prefere “as matemáticas” para manter o ponto de vista de que a matemática é multidimensional e composta de uma ampla variedade de formas e ideias. Ao colocar “as matemáticas” no título, tivemos a intenção de chamar a atenção para a diversidade do fazer matemático e ao longo do texto da dissertação optamos por manter a matemática no singular, como é adotado atualmente no nosso contexto brasileiro.

Jo Boaler é educadora matemática, pesquisadora da Universidade de Stanford, nos Estados Unidos, e tem desenvolvido nos últimos anos a abordagem de ensino e aprendizagem de matemática *Mathematical Mindsets*, objeto de estudo deste mestrado. *Mathematical Mindsets* foi traduzido para o português como Mentalidades Matemáticas, mas neste trabalho optamos por manter alguns termos em inglês¹, pois, por tratar-se de uma teoria recente, há poucas publicações científicas na língua portuguesa e caso o leitor queira aprofundar-se no tema, encontrará mais referências se buscar pelos termos em inglês nas bases de pesquisa científica.

Essa abordagem ainda está pouco difundida no Brasil; praticamente não há publicações científicas em português relacionadas ao estudo e aplicação de *Mathematical Mindsets* no ensino de matemática. A maioria das publicações relacionadas a este tema são na língua inglesa, mas, recentemente, alguns livros e artigos de Boaler foram traduzidos para o português. Esses livros traduzidos estão listados no Apêndice A.

Mathematical Mindsets é o resultado da junção de evidências importantes de diversos estudos recentes, de pesquisadores de diferentes áreas do conhecimento.

¹ *Mathematical Mindsets* e *mindset* (termo proposto pela psicóloga Carol Dweck, que não foi traduzido para o português em seu livro publicado no Brasil: *Mindset: A nova psicologia do sucesso.*)

² Até a data de conclusão deste trabalho, no catálogo de Teses e Dissertações da CAPES (<https://catalogodeteses.capes.gov.br/>), na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (www.bdt.d.ibict.br) e na Biblioteca Eletrônica SciELO (scielo.org) não há ocorrências de publicações sobre o tema (foram feitas buscas pelas palavras-chave “mathematical mindsets” e “mentalidades matemáticas”). Uma busca pelo nome da autora “Jo Boaler” resulta em um único trabalho, defendido, em 2014, no programa de Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá, que, apesar da referência, tem como tema central Modelagem Matemática e comunidades de prática locais.

Jo Boaler estimula fortemente que os recentes resultados de estudos sobre o funcionamento do cérebro e sobre a influência que crenças sobre a inteligência têm na aprendizagem de matemática sejam aplicados nas salas de aula (BOALER, 2015). Além disso, ela propõe que a matemática seja ensinada como uma disciplina para todos - sem estereótipos de quem é capaz de aprender matemática - abordada de uma forma mais diversa, criativa, visual e exploratória.

A abordagem *Mathematical Mindsets* envolve o conceito de *mindset*³, criado pela psicóloga Carol Dweck (2006), que diz respeito às crenças que uma pessoa tem acerca de suas próprias habilidades e inteligência. Essas crenças podem ser fixas; caso a pessoa acredite que suas habilidades são pré-determinadas (*mindset* fixo), ou de crescimento, se a pessoa entende que suas habilidades podem ser aprimoradas (*mindset* de crescimento). Dweck identificou que esse pensamento influencia diretamente na postura da pessoa em seus processos de aprendizagem e em situações de dificuldade e esforço (DWECK, 2006). Além disso, essa percepção individual tem influência na aprendizagem de matemática (BOALER, 2015). Boaler propõe estratégias pedagógicas para que os alunos tenham posturas de *mindset* de crescimento nas salas de aula de matemática. Esse assunto será apresentado mais detalhadamente na seção 3.1 deste trabalho.

Uma parte importante da pesquisa de Jo Boaler está na sua preocupação com um ensino de matemática para todos. Boaler discorre sobre estratégias equitativas em seu livro “Mentalidades Matemáticas” e demonstra sua preocupação com questões sociais envolvidas no ensino de matemática:

Sou apaixonada por equidade. Quero viver em um mundo em que todos possam aprender e apreciar a matemática, e no qual todos recebam encorajamento independentemente da cor de sua pele, de seu gênero, de sua renda, sexualidade ou qualquer outra característica. Eu gostaria de entrar nas salas de aula de matemática e ver todos os alunos felizes e estimulados a aprender, sem se preocuparem em parecer tão “inteligentes” quanto os outros ou se possuem ou não o “gene da matemática” (BOALER, 2018b, p.79).

³ O termo *mindset* tem sido utilizado em diversos contextos recentemente; sendo assim, é importante esclarecer que o *mindset* a que estamos nos referindo neste trabalho é o associado às pesquisas da psicóloga Carol Dweck.

Mathematical Mindsets é uma abordagem que tem transformado o ensino de matemática em diversos lugares onde tem sido aplicada e mudado a postura de muitos professores e alunos. Há evidências de que simplesmente tomar conhecimento dessas ideias já traz impactos positivos e faz o aluno refletir sobre como encara seu processo de aprendizagem e pode estimular mudanças de postura (BOALER, 2018). Além disso, um resultado importante obtido nas pesquisas de aplicação dessa abordagem tem sido a positiva transformação da relação dos estudantes com a matemática (BOALER, 2019b).

A pergunta de pesquisa que este trabalho procurou responder foi: quais são os aspectos que fundamentam a abordagem de ensino e aprendizagem *Mathematical Mindsets*? Sendo assim, o objetivo geral da pesquisa foi identificar os aspectos relevantes que fazem parte e se relacionam com essa abordagem de ensino e aprendizagem de matemática. Como objetivos específicos procuramos compreender em qual contexto essa abordagem vem sendo desenvolvida; qual a trajetória de pesquisa que levou ao seu desenvolvimento e identificar quais aspectos a fundamentam. A intenção foi desenvolver um trabalho que analisasse de maneira global e científica a abordagem *Mathematical Mindsets* e que pudesse ser uma porta de entrada para compreensão e divulgação dessa abordagem no Brasil tanto no meio científico e acadêmico quanto no meio profissional.

A pesquisa desta dissertação foi teórica e a metodologia utilizada foi de pesquisa bibliográfica. A pesquisa foi realizada a partir da leitura e estudo de livros, artigos e publicações científicas relacionadas ao tema *Mathematical Mindsets*, em sua maioria de língua inglesa. Foram mapeadas as publicações de Boaler, a fim de contextualizar sua pesquisa. Os aspectos fundamentais da abordagem foram estudados dentro de um recorte das pesquisas em que Boaler se baseia e referencia; não foi objetivo deste trabalho pesquisar em profundidade outras linhas de educação matemática e outras referências sobre cada tema e como elas se relacionam com o que Boaler propõe.

O próximo capítulo desta dissertação traz informações sobre a pesquisadora Jo Boaler, apresenta algumas pesquisas marcantes de sua carreira, e outras ações que têm sido desenvolvidas com o intuito de aplicar e divulgar a abordagem de ensino proposta por ela. O terceiro capítulo apresenta os aspectos fundamentais da abordagem *Mathematical Mindsets* identificados como resultado dessa pesquisa, organizados em seções. No quarto e último capítulo apresentamos as considerações finais desta dissertação.

2 CONTEXTO DE DESENVOLVIMENTO DAS PESQUISAS DE JO BOALER

Este capítulo tem o intuito de apresentar e contextualizar a autora Jo Boaler e o seu trabalho. Optou-se por fazer isso principalmente por Boaler ser uma pesquisadora ainda pouco conhecida e referenciada nas pesquisas em educação matemática do Brasil. Ela tem uma extensa trajetória de estudo no campo da educação matemática. Suas pesquisas mais recentes deram base aos estudos desta dissertação e algumas delas serão apresentadas nas próximas seções. Essas pesquisas apresentam aspectos relevantes da abordagem de ensino *Mathematical Mindsets* e o contexto em que ela vem sendo desenvolvida. Esses aspectos serão tratados com mais profundidade no próximo capítulo desta dissertação.

2.1 Trajetória de pesquisa de Jo Boaler

Jo Boaler é uma pesquisadora britânica, atualmente diretora acadêmica do Youcubed, Centro de Estudos que será descrito na seção 2.5, e professora de Educação Matemática na Faculdade de Educação da Universidade de Stanford, nos Estados Unidos. Começou a fazer parte do corpo docente da Universidade de Stanford em 1998. Em 2000 recebeu prêmio da National Science Foundation que financiou um estudo sobre a eficácia de diferentes abordagens de ensino de matemática nos Estados Unidos. Ela também atuou como professora universitária e pesquisadora na Universidade King's College, em Londres, onde fez o seu mestrado (1991) e doutorado (1996) em Educação Matemática. Sua tese de doutorado ganhou o prêmio nacional de pesquisa educacional no Reino Unido. É graduada em Psicologia (1985) pela Universidade de Liverpool, Inglaterra (YOUCUBED, 2019?).

Boaler é a autora do primeiro Curso Online Aberto e Massivo em Ensino e Aprendizagem de Matemática. Foi nomeada Professora Marie Curie de Educação Matemática na Inglaterra. É integrante eleita da Royal Society of Arts (Reino Unido), e ex-presidente da International Organization of Women and Mathematics Education (IOWME) – Organização Internacional de Mulheres e Educação Matemática (YOUCUBED, 2019?). Atuou como professora de matemática nos níveis de ensino fundamental, médio e graduação em escolas londrinas e americanas. Já observou

centenas de aulas de matemática de todos os anos do ensino básico, nesses dois países, estudando a aprendizagem de matemática e as condições em que ela se dá na sala de aula (BOALER, 2015).

Jo Boaler tem uma trajetória de pesquisa de aproximadamente 25 anos na Educação Matemática. Antes de lançar seus estudos sobre *Mathematical Mindsets*, ela já vinha sendo reconhecida por pesquisadores da área como uma figura relevante em educação matemática (SRIRAMAN; ENGLISH, 2010). Boaler é citada em trabalhos de educação matemática que envolvem, por exemplo, educação para equidade e justiça social (WRIGHT, 2016); autonomia dos alunos e trabalho colaborativo (SENGUPTA-IRVING, 2016); ensino de matemática que estimula *mindsets* de crescimento (SUN, 2015); questões de gênero na aprendizagem de matemática (DEGOL *et al*, 2018); mitos sobre inteligência e alunos superdotados (DUNLEAVY, 2018; SHEFFIELD, 2017 e CHESTNUT, 2018); dentre outros assuntos.

Em seu perfil de membra do corpo docente da Universidade de Stanford⁴ as seguintes áreas de pesquisa são listadas como de seu interesse:

Cérebro e Ciências da Aprendizagem; Aprendizagem Colaborativa; Diversidade e Identidade; Políticas Educacionais; Equidade na Educação; Questões de Gênero; Educação Matemática; Motivação; Pais e questões de família; Desenvolvimento Profissional; Reforma Escolar; Professores e Ensino; Tecnologia e Educação (STANFORD, 2019?).

Suas pesquisas se relacionam com ensino e aprendizagem de matemática, em particular: como abordagens diferentes impactam na aprendizagem dos alunos; como ensinar matemática para um *mindset* de crescimento; como a equidade pode ser promovida nas salas de aula de matemática; porque mulheres evitam a ciência e a matemática; o papel do trabalho em grupo e das discussões matemáticas no desenvolvimento da compreensão e aprendizagem (STANFORD; 2019?).

No Apêndice A - “Livros e Artigos de Jo Boaler” disponibilizamos uma relação de livros e publicações científicas de Jo Boaler, com o objetivo de apresentar parte de suas produções acadêmicas e localizar temporalmente seus temas de pesquisa mais

⁴ Professor Jo Boaler - Stanford Faculty Member: <https://ed.stanford.edu/faculty/joboaaler>

frequentes. Praticamente todos os artigos estão disponíveis online gratuitamente, sendo vários deles no site Youcubed⁵. Alguns artigos científicos foram traduzidos para o português e disponibilizados na versão traduzida do site citado, que será melhor descrito na seção 2.5. Os livros e artigos mais citados⁶ de Jo Boaler até o momento em que esta dissertação foi escrita foram destacados, sublinhando-se seus títulos, no Apêndice A.

Identifica-se, nessa relação de publicações, um percurso de pesquisas acadêmicas tratando de tópicos relevantes para o ensino de matemática, tendo o tema da equidade como um aspecto constante e sendo, aos poucos, influenciado pelos resultados de estudos de psicologia e neurociência.

2.2 Estudo longitudinal com as escolas Phoenix Park e Amber Hill - Comparando diferentes formas de ensinar matemática

Um estudo longitudinal é uma pesquisa que analisa a variação de características de indivíduos de uma mesma amostra por um longo período de tempo. O Estudo das escolas Phoenix Park e Amber Hill foi o primeiro estudo longitudinal realizado por Boaler, no qual ela acompanhou, por três anos, aproximadamente 300 alunos, com idades entre 13 e 16 anos, de duas escolas da Inglaterra que apresentavam diferentes abordagens de ensino de matemática. Esse estudo é relatado no livro “*Experiencing School Mathematics*” publicado pela primeira vez em 1997, na Inglaterra e editado em 2002 para o público dos Estados Unidos, onde Boaler estava trabalhando (BOALER, 2002a).

Para realizar essa pesquisa e acompanhar esses alunos, Boaler assistiu a aproximadamente 100 horas de aulas em cada escola, entrevistou e aplicou questionários e avaliações aos estudantes e analisou resultados de um exame nacional. Uma das escolas, Phoenix Park, utilizava uma abordagem de ensino baseada em projetos, e a outra, Amber Hill, usava uma abordagem tipicamente

⁵ <https://www.youcubed.org/>

⁶ Tomando-se como critério o resultado obtido no mecanismo de busca online Google Scholar, acessado em set. 2019, por meio da consulta do nome da autora.

tradicional. Essas duas escolas foram escolhidas por ensinarem de formas diferentes, mas também por apresentarem uma demografia similar de estudantes e professores bem qualificados (BOALER, 2009).

A abordagem de ensino de matemática da escola Phoenix Park era mais progressista, baseada em tarefas e projetos abertos que duravam cerca de três semanas cada e eram feitos, em sua maioria, em duplas ou grupos heterogêneos em relação ao desempenho matemático. Os alunos eram apresentados aos métodos quando a necessidade surgia a partir da exploração do problema proposto pelo projeto (BOALER, 2009).

Na escola Amber Hill a proposta de ensino era bastante diferente: os professores iniciavam as aulas com exposição oral dos novos conteúdos na lousa, introduzindo métodos que deveriam ser memorizados pelos estudantes, que os praticavam realizando vários exercícios. Para ser bem sucedido nas salas de aula dessa escola, os estudantes deveriam encontrar as respostas corretas dos exercícios, seguindo as orientações dos professores, sem que houvesse uma valorização da compreensão dos conceitos matemáticos (BOALER, 2009). Os alunos eram agrupados segundo sua classificação por notas, sendo que os alunos com melhores notas ficavam em uma mesma turma, e o ensino era focado na preparação para avaliações externas. Os professores acreditavam que a forma mais efetiva e eficiente de ensinar matemática era explicar os métodos claramente e que, assim, os estudantes iriam adquirir a compreensão necessária (2002a).

Foram identificadas muitas diferenças marcantes entre essas duas formas de abordagem de ensino. Uma delas está relacionada às diferenças de gênero. Na escola Amber Hill, as diferenças no desempenho eram significativas, as notas dos meninos superavam as das meninas. Mais do que os meninos, meninas tinham a tendência de não gostar de matemática e achar que eram ruins nessa matéria. Enquanto que na Phoenix Park não haviam diferenças significativas nas notas dos meninos e meninas, e muito mais meninas diziam que gostavam de matemática e

eram boas na matéria do que na escola Amber Hill (SHOENFELD apud BOALER 2002a).

Ao final do 3º ano, os estudantes iriam fazer a avaliação nacional GCSE (*General Certificate of Secondary Education* - Certificado Geral do Ensino Médio). Essa é uma avaliação com questões abertas e dissertativas (BOALER, 2002a). Muitas pessoas esperavam que os alunos da Escola Amber Hill desempenhassem melhor nas avaliações externas, pois a abordagem desta escola era direcionada para a resolução dessas provas. Porém, os alunos de Phoenix Park, que não eram treinados diretamente para realizar provas, obtiveram resultados melhores nesses exames (BOALER, 2009). Os estudantes de Phoenix Park trabalharam com projetos ao longo dos 3 anos do estudo e apenas ao final do último ano interromperam os projetos e começaram a praticar estratégias de resolução de provas, enquanto na Amber Hill essas estratégias foram praticadas ao longo dos 3 anos e por um curto período de tempo os alunos trabalharam em projetos abertos (BOALER, 2002a).

Os alunos da Phoenix Park obtiveram um melhor desempenho na avaliação de matemática do exame GCSE. Apesar dos alunos da Amber Hill terem ido melhor nos aspectos puramente procedimentais do exame, os alunos de Phoenix Park foram melhores nas partes conceituais e nas partes que apresentavam até mesmo mínimas variações das formas de resolução que os alunos da Amber Hill haviam aprendido (BOALER, 2002a).

Como parte da análise dessa pesquisa, Boaler teve acesso a essas avaliações nacionais GCSE e pôde observar que os alunos que aprenderam através de projetos tentaram resolver muito mais questões do exame, mesmo se não reconheciam o tipo de problema. Eles também se saíram bem nas questões que envolviam procedimentos que eles não haviam aprendido, pois tentavam resolver de outra maneira. Os estudantes de Phoenix Park tinham desenvolvido a habilidade de modificar e adaptar os métodos para aplicar em novas situações. Nas questões conceituais, que exigiam mais reflexão, os resultados foram significativamente mais altos do que os dos alunos de Amber Hill (BOALER, 2015).

Os estudantes da escola Amber Hill encontraram dificuldades no exame GCSE pois as questões não exigiam apenas a aplicação de uma regra ou procedimento, era necessário compreender o que estava sendo perguntado e qual procedimento era mais apropriado. As questões exigiam que os estudantes aplicassem os métodos estudados em novas situações e contextos (BOALER, 1998).

Os alunos que seguiram a abordagem tradicional desenvolveram um conhecimento procedimental e encontravam limitações quando tentavam aplicá-lo em situações que não eram tão familiares. Os estudantes que aprenderam matemática por meio de projetos abertos construíram um conhecimento conceitual e um pensamento matemático que os proporcionou vantagens em uma série de avaliações e situações dentro e fora da escola (BOALER, 1998).

Os resultados deste estudo longitudinal mostraram que os estudantes das duas escolas desenvolveram tipos diferentes de conhecimento matemático. Os alunos da Phoenix Park não adquiriram um amplo conhecimento de procedimentos e regras matemáticas, mas conseguiam aplicar o conhecimento que construíram em diferentes situações, conseguindo adaptar e usar com flexibilidade a matemática que aprenderam, pois eles haviam compreendido bem os métodos para serem capazes de aplicá-los em diferentes situações. Os alunos da Amber Hill acumularam um amplo conhecimento de procedimentos, mas achavam difícil lembrar esses métodos com o passar do tempo e tinham dificuldade de diferenciar os métodos aprendidos para adaptá-los e decidir qual utilizar em diferentes situações (BOALER, 2002a).

Resultados das análises dessa pesquisa propõem que a abordagem tradicional que enfatiza a realização de cálculos, procedimentos e regras ao custo de não aprofundar a compreensão é desvantajosa para os estudantes, principalmente porque encoraja uma aprendizagem que é inflexível e de uso limitado (BOALER, 1998).

2.3 A pesquisa da escola Railside

Em 2008, Boaler publicou, em co-autoria com Megan Staples, o artigo “*Creating Mathematical Futures through an Equitable Teaching Approach: The Case of Railside School*”⁷, a respeito de uma pesquisa que foi marcante em sua trajetória. O estudo de caso da escola Railside explora uma abordagem de ensino equitativa que apresentou resultados relevantes para apoiar o desenvolvimento de mudanças nas propostas de ensino de matemática. A pesquisa consistiu em um estudo longitudinal, com duração de 5 anos, realizado com aproximadamente 700 estudantes do ensino médio de 3 escolas da Califórnia, chamadas pelos pseudônimos de Railside, Greendale e Hilltop. Railside era uma escola urbana, que tinha o corpo discente com a maior diversidade étnica, linguística e econômica da pesquisa. Greendale tinha um corpo discente mais homogêneo, formado em sua maioria por estudantes brancos, e Hilltop era uma escola rural com estudantes brancos e latinos.

A coleta de dados qualitativos e quantitativos permitiu a obtenção de informações a respeito das abordagens de ensino; interações em sala de aula; percepções dos estudantes a respeito da matemática e performance dos estudantes das diferentes escolas. Esses dados foram obtidos através de observações em sala de aula, entrevistas, filmagens, questionários e avaliações internas e externas (BOALER; STAPLES, 2008)

O foco maior deste estudo foi apresentar a abordagem de ensino diferenciada que teve iniciativa no departamento de matemática da escola Railside. Nessa escola, o programa de matemática foi reformulado pelos professores de forma colaborativa. As aulas e atividades eram planejadas com cuidado e os professores compartilhavam e revisavam juntos as suas práticas. Eles tinham o objetivo de abordar a matemática de forma mais conceitual e menos procedimental, desenvolvendo atividades mais abertas e desafiadoras, com uma preocupação especial com o tipo de perguntas que seriam feitas durante as aulas. Nos momentos

⁷ Desenvolvendo o Futuro da Matemática através de uma Abordagem Equitativa de Ensino: O Caso da Escola Railside (tradução nossa).

de discussão e planejamento, eles pensavam juntos em boas perguntas que podiam ser feitas para cada atividade (BOALER; STAPLES, 2008).

Nas escolas Hilltop e Greendale a abordagem de ensino e o currículo possuíam as seguintes características: os alunos sentavam individualmente nas salas, os professores apresentavam os novos conteúdos através de aula expositiva, com aulas mais focadas em demonstração, prática e resolução de exercícios. Os estudantes trabalhavam mais individualmente em exercícios e problemas curtos e fechados (problemas fechados são aqueles que não há muito espaço para diferentes interpretações e soluções; problemas abertos serão apresentados de forma mais detalhada na seção 3.3.4 deste trabalho). Em contrapartida, na escola Railside, os professores apresentavam problemas mais longos e conceituais, combinados com apresentação de alunos e questionamentos dos professores. Aula expositivas eram raras e os estudantes aprendiam em grupos heterogêneos, ou seja, não eram separados com relação às suas notas.

Os resultados dessa pesquisa de Boaler e Staples (2008) indicaram que, em aproximadamente 21% do tempo das aulas das escolas tradicionais, os professores expunham e demonstravam métodos, em 15% do tempo professores faziam perguntas para toda a classe, em 48% do tempo os estudantes estavam praticando métodos individualmente e em 0,2% do tempo os estudantes apresentavam seus trabalhos. A média de tempo gasta em um problema era de 2,5 minutos, com uma média de 24 exercícios ou problemas resolvidos por hora. Nas aulas da escola Railside, em aproximadamente 4% do tempo das aulas os professores palestravam, em 9% do tempo professores faziam perguntas para toda a classe, em 72% do tempo os estudantes trabalhavam em grupos enquanto o professor circulava pela sala fazendo perguntas, apresentando métodos e ajudando os alunos, e em aproximadamente 9% do tempo os estudantes apresentavam seus trabalhos. A média de tempo gasta em um problema era de 5,7 minutos, com aproximadamente 16 problemas resolvidos por 1 hora e meia de aula, menos que a metade das escolas tradicionais.

Parte relevante da proposta de ensino utilizada pelos professores da escola Railside foi a abordagem de trabalho em grupo (*Complex Instruction*) desenvolvida pelas pesquisadoras Cohen e Lotan (2014) com o objetivo de promover um ensino para equidade. Essa abordagem será detalhada na seção 3.4 deste trabalho. Como os alunos da Railside trabalhavam em grupos, havia uma preocupação dos professores em desenvolver atividades adequadas a este formato. Atividades matemáticas coerentes com essa proposta deveriam ser aquelas que ilustrassem conceitos matemáticos fundamentais (abordados na seção 3.3.1); possibilitassem múltiplas representações; incluíssem tarefas que demandassem efetivamente os recursos coletivos do grupo; tivessem vários caminhos de solução e fossem desafiadoras (BOALER; STAPLES, 2008).

Os professores de matemática da escola Railside se preocupavam em manter as atividades desafiadoras para os alunos e suas intervenções eram cuidadosas e efetivas de forma a manter o engajamento profundo dos estudantes com as questões matemáticas centrais das atividades. Isso era feito com o intuito de não entregar a solução para os alunos e manter alta a demanda cognitiva das atividades. Em uma pergunta do questionário respondido pelos estudantes que participaram da pesquisa, eles deveriam marcar: discordo fortemente; discordo; concordo ou concordo fortemente para as continuações da seguinte frase: “Quando eu travo em um problema matemático, é mais útil quando meu professor...” “me diz a resposta”; “me guia pelo problema passo a passo” e “me ajuda sem dar a resposta”. Praticamente metade dos estudantes da Railside (47%) assinalaram “concordo fortemente” para a opção “me ajuda sem dar a resposta”, comparado a 27% dos estudantes das escolas tradicionais (BOALER; STAPLES, 2008, p. 636-637).

Entrevistas com os estudantes das três escolas apontaram diferenças em como eles enxergavam a matemática e se relacionavam com ela. Em resposta à pergunta “O que é necessário para obter sucesso nas aulas de matemática?”, por exemplo, alunos da Railside citaram diferentes práticas como: “fazer boas perguntas; reformular problemas; dar boas explicações; utilizar a lógica; justificar seu trabalho; refletir sobre as respostas e usar materiais concretos” (BOALER; STAPLES, 2008,

p.22). Em contrapartida, estudantes das outras escolas responderam a essa pergunta de forma menos ampla, dizendo que era preciso ter concentração e prestar bastante atenção nas aulas. Essa é uma evidência de como os estudantes desenvolveram uma relação bem distinta sobre o fazer matemático nas escolas do estudo.

Um dos resultados mais relevantes deste estudo foi qualitativo. A abordagem de ensino de matemática usada pelos professores da Railside mudou a relação desses alunos de ensino médio com a matemática. Eles passaram a se engajar mais nos estudos, gostar da matemática e se matricular em cursos de matemática em níveis mais avançados. No último ano do ensino médio, 41% dos estudantes da Railside escolheram⁸ fazer cursos de pré-cálculo e cálculo, comparado a aproximadamente 27% dos estudantes das outras duas escolas (BOALER; STAPLES, 2008).

Além disso, as lacunas de desempenho que existiam entre vários grupos étnicos distintos no início da pesquisa, foram praticamente eliminadas após a mudança na abordagem de ensino em Railside. Houve uma mudança no comportamento dos estudantes perante a aprendizagem de matemática e a relação com o grupo. Em entrevistas estudantes apontaram que por causa da proposta que eles tinham nas aulas de matemática, eles aprenderam a respeitar mais os estudantes de culturas e circunstâncias distintas. Também foi observada uma melhora após a vivência com essa proposta de aprendizagem matemática nas notas dos alunos em testes realizados ao final do ensino médio em relação aos testes realizados no início deste (BOALER e STAPLES, 2008).

Este foi um estudo relevante na carreira de Jo Boaler, que gerou, inclusive, polêmicas e repercussões negativas por parte de pesquisadores contrários à abordagens de ensino de matemática não tradicionais (BOALER, 2012), dentro de um contexto enfrentado na educação matemática americana chamado de “*Math Wars*” (Guerras Matemáticas), que será esclarecido na próxima seção.

⁸ No sistema de ensino norte-americano os estudantes podem escolher disciplinas optativas nos últimos anos da escola.

2.4 “Math Wars”

Por volta dos anos 90, nos Estados Unidos, começaram a surgir impasses entre vertentes bastante contrárias nas pesquisas em educação matemática, em defesa de seus métodos de ensino preferidos, que deram origem ao que foi chamado de “Math Wars” (Guerras Matemáticas) (SCHOENFELD, 2004). Os trabalhos de Boaler começaram a receber forte apoio de alguns círculos, mas também a envolveram nesta “guerra”.

Pesquisadores norte-americanos contrários às reformas no ensino de matemática e às abordagens que as pesquisas de Boaler propõem, publicaram em um site⁹ questionamentos em relação à análise dos dados da pesquisa de Railside e fizeram uma acusação formal em Stanford, questionando a validade da sua coleta de dados. Stanford formou um comitê para avaliar essas alegações e, após analisar os dados das pesquisas de Boaler, declararam que não havia indícios de manipulação de resultados e que as alegações de má conduta acadêmica não tinham fundamento, encerrando a investigação (BOALER, 2012). A reação que a pesquisa de Boaler recebeu de tradicionalistas das Guerras Matemáticas é um exemplo de como ideologias contrastantes na educação levaram a conflitos e desacordos entre profissionais envolvidos nas políticas educacionais americanas (WRIGHT, 2012).

Em determinado momento, Boaler sentiu a necessidade de falar publicamente dessa situação e publicou um texto no site de Stanford apresentando o seu lado da história. Nele, Boaler (2012) conta que desde que foi trabalhar em Stanford, após publicar estudos realizados no Reino Unido que apontavam que estudantes aprendiam melhor ao trabalharem a matemática de forma ativa, ela recebeu bastante oposição e perseguição intelectual de professores que defendiam o contrário. Essa situação fez com que Boaler voltasse para a Inglaterra e ficasse lá por 3 anos, quando resolveu retornar, em 2010, a pedido da Faculdade de Educação de Stanford (BOALER, 2012).

⁹ <https://nonpartisaneducation.org/Review/Articles/v8n1.pdf>

Essa situação é uma evidência do quanto as novas propostas que ela defende se diferem da abordagem usualmente chamada de tradicional e chamam a atenção de professores e pesquisadores.

2.5 Youcubed

Em 2013, Jo Boaler estava trabalhando com Cathy Williams - que tem uma vasta experiência em educação matemática - e aplicando alguns dos resultados de suas pesquisas em sala de aula quando decidiram criar um *website*, o Youcubed, para disponibilizar e divulgar gratuitamente esses resultados para mais professores. Em seguida elas foram convidadas a transformar o Youcubed em um Centro de Estudos da Universidade de Stanford, dirigido por Boaler e co-dirigido por Williams (BOALER; MUNSON, WILLIAMS, 2017a).

O Centro de Estudos de Matemática Youcubed tem o objetivo de divulgar os resultados mais recentes das pesquisas em educação matemática e disponibilizar conteúdo prático para ser utilizado por professores em sala de aula. Como parte desse objetivo, o Youcubed promove cursos de formação de professores, tanto presencial quanto online, um curso online para alunos e vem lançando desde 2017 livros didáticos com atividades para o ensino fundamental. O site disponibiliza conteúdos gratuitamente para quem quer se aprofundar no assunto. Há recursos para professores, pais, alunos e qualquer outra pessoa envolvida no processo de educação matemática. Dentre os recursos é possível encontrar diversas atividades que possibilitam o ensino de matemática nessa nova abordagem, artigos científicos, notícias e matérias de divulgação, vídeos, pôsteres e referências para livros e cursos online.

Desde o lançamento oficial do *website* Youcubed, em 2015, e até o momento em que essa dissertação foi escrita, o site contava com mais de 36 milhões de acessos de pessoas de mais de 140 países¹⁰. O Brasil vem desenvolvendo parcerias com o Youcubed, algumas das quais são mencionadas no último capítulo desta

¹⁰ Informação obtida no site do Youcubed: <https://www.youcubed.org/> - acessado em set 2019.

dissertação, e dentre elas está a tradução do website do Youcubed para o português, sendo essa a primeira língua para a qual o site foi traduzido. Na versão em português é possível encontrar alguns artigos científicos da Boaler traduzidos para o português.

O professor Jack Dieckmann, diretor de pesquisa do Youcubed, em entrevista para o Instituto Sidarta (Instituto de pesquisa brasileiro que vem desenvolvendo uma série de ações de pesquisa e divulgação dessa nova abordagem de ensino de matemática), afirmou que a missão do Youcubed é levar a abordagem de ensino desenvolvida por Jo Boaler para o maior número de escolas no mundo, em parceria com os professores, que são considerados como parceiros do Youcubed. Dieckmann ressalta que eles vêm descobrindo em suas pesquisas que para fazer mudanças poderosas é preciso dar aos professores mais ferramentas e instrumentos que possam inspirá-los e empoderá-los para que apliquem em suas turmas os resultados das pesquisas recentes em educação matemática (DIECKMANN, 2018).

Em apresentação no Seminário de Estudos em Epistemologia e Didática (SEED), na Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, Jack Dieckmann ressaltou que a abordagem do Youcubed se distingue por aplicar o trabalho mais recente em neurociência no ensino de matemática, enfatizando, por exemplo, a natureza altamente visual do pensamento matemático (DIECKMANN, 2019a). Dieckmann (2019a) destacou cinco pontos cruciais sobre a forma com que o Youcubed se relaciona com a Matemática:

1. Natureza da matemática: há um foco maior na profundidade de aprendizagem matemática, entendendo sua natureza como aberta, criativa e visual, e não meramente procedimental;
2. Passividade versus atividade: os estudantes são tidos como agentes ativos do aprendizado, que refletem e sabem quando aplicar determinados conteúdos, ao invés de seguirem procedimentos de forma passiva;
3. Natureza social: a aprendizagem de matemática é encarada como um processo de natureza social, coletiva, e não individual;

4. *Mindset* (crenças sobre a inteligência): desconstrução de mitos sobre a matemática ser apenas para algumas pessoas, já que todos podem aprender matemática, e a abordagem de ensino proposta é focada em desenvolver nos alunos *mindsets* de crescimento.
5. Experiência emocional: há uma preocupação com a experiência emocional dos estudantes no processo de aprendizagem matemática, buscando evitar o estabelecimento de medos e ansiedade e desenvolver a confiança dos alunos.

Todos esses aspectos serão tratados com mais profundidade no próximo capítulo da dissertação.

Com o objetivo de divulgar os resultados das novas pesquisas em neurociência e aprendizagem de matemática, Jo Boaler desenvolveu o primeiro MOOC: *Massive, Open, Online Course* (Curso Online Aberto e Massivo) em ensino e aprendizagem de matemática. Até o momento, existem três cursos online disponibilizados no site do Youcubed, sendo um deles gratuito e direcionado para alunos, enquanto os outros dois são indicados para professores de matemática de ensino fundamental e médio:

- “*How to Learn Math for Students*” (Como aprender matemática para alunos) - Disponível em inglês com opção de legendas em espanhol;
- “*How to Learn Math for Teachers*” (Como aprender matemática para professores);
- “*Mathematical Mindsets*” (Mentalidades Matemáticas).

Por serem disponibilizados online, possibilitam um alcance em grande escala. O curso “Como aprender matemática para professores” já foi realizado por aproximadamente 65.000 pessoas (YOUNCUBED, 2018?a) e o “Como aprender matemática para alunos” por cerca de 160.000 pessoas (BOALER et al, 2018a).

Os cursos destinados aos professores apresentam uma série de vídeos com a teoria e a aplicação do *Mathematical Mindsets* em sala de aula. Os conteúdos abordados envolvem: neurociência e estudos sobre *mindset*; matemática multidimensional; desenvolvimento do senso numérico; a importância do esforço, desafios e erros para o cérebro; trabalho em grupo produtivo e discussões em sala de aula; boas práticas

para avaliação dos estudantes baseadas em pesquisas; estratégias de ensino para aumentar a motivação e desempenho dos alunos em matemática, dentre outros (YOUCUBED, 2018?a) .

No artigo *“Changing students minds and achievement in mathematics: the impact of a free online student course.”* Boaler et al (2018a) relatam o estudo dos impactos do curso *“How to Learn Math for Students”*. Esse curso foi desenvolvido com o intuito de modificar as convicções dos alunos sobre a matemática e o seu potencial de aprendê-la e melhorar o desempenho dos alunos da disciplina. Nele, Jo Boaler fala diretamente com as crianças e adolescentes, por meio de vídeos, explica como o cérebro se desenvolve, o que é inteligência e como tirar proveito disso para a aprendizagem de matemática (DIECKMANN, 2018).

As principais ideias que são apresentadas no curso dos alunos são (BOALER et al, 2018a, p.2, tradução nossa):

- Todos podem aprender matemática em altos níveis;
- Erros, desafios e esforço proporcionam os melhores momentos para desenvolvimento cerebral;
- Profundidade de pensamento é mais importante do que velocidade;
- Matemática é uma disciplina criativa e bela;
- Boas estratégias para aprender matemática incluindo conversação e representação visual;
- Matemática está em toda a parte.

Questionado sobre quais ações do Youcubed tiveram impacto social mais relevante, Jack Dieckmann (2018) apontou o curso online para alunos. E conta que foi realizada uma pesquisa reconhecida pelo Ministério da Educação dos Estados Unidos, acompanhando, de um lado, alunos que realizaram o curso e, de outro, um grupo de controle que não o realizou. Foram observadas melhorias no grupo que realizou o curso: no desempenho nas avaliações; nas interações em sala de aula; no engajamento com a aprendizagem; no tempo de dedicação à resolução de um mesmo problema; e na relação dos estudantes com a matemática.

2.6 Youcubed Summer Camp

O “*Summer Camp*” foi uma iniciativa realizada por Boaler e outros pesquisadores do Youcubed, no verão de 2015, na Universidade de Stanford, localizada no estado da Califórnia, nos Estados Unidos. Consistiu em uma intervenção de ensino de matemática feita com cerca de 80 alunos do ensino fundamental de duas escolas públicas da região. A proposta tinha o objetivo de ensinar matemática de forma alinhada às novas evidências da neurociência e de *mindset* aplicadas à aprendizagem. Houve um destaque para resolução de problemas e raciocínio lógico, com estudantes trabalhando de forma ativa, solucionando problemas ricos e criativos. Essa intervenção, que durou 18 dias, teve impactos positivos no desenvolvimento matemático de estudantes que apresentavam diferentes níveis de desempenho na disciplina (BOALER, 2019b).

Para seleccionar os alunos que participaram desse *Summer Camp*, Boaler entrou em contato com coordenadores das escolas públicas para encontrar estudantes que demonstravam ter uma relação negativa com a matemática. Todos os estudantes disseram, em entrevista realizada antes do início da proposta, que “matemática não era para eles”. Além de abordar a matemática por uma outra perspectiva, um objetivo marcante do *Summer Camp* era trabalhar com os alunos as crenças a respeito da aprendizagem de matemática que vêm sendo desconstruídas pelas pesquisas recentes em neurociência e educação (BOALER, 2019b). Os estudantes do *Summer Camp* foram apresentados às ideias de que os cérebros podem se modificar; que qualquer um pode aprender a matemática da escola; que momentos de esforço e erro são importantes para o fortalecimento do cérebro; que não é preciso ser rápido para ser bom em matemática; e que pensar de forma visual e conectar diferentes formas de representação de um problema é importante para criar conexões cerebrais e desenvolver uma aprendizagem mais profunda (BOALER, 2015).

O conteúdo matemático das aulas do *Summer Camp* envolveu a resolução de problemas algébricos, abordagem visual da matemática e o estabelecimento de

conexões entre diferentes representações e ideias. As atividades foram planejadas com o intuito de abordar algumas grandes ideias consideradas pelo time do Youcubed como críticas para a aprendizagem matemática dos estudantes: senso numérico, busca e estudo de padrões, generalização e pensamento algébrico (YOUUCUBED, 2018?b; BOALER et al, 2016). Em relação ao pensamento algébrico, eles queriam que os alunos aprendessem a generalizar e usar a álgebra como uma ferramenta na resolução de problemas. Essas ideias foram apresentadas, por exemplo, por meio de tarefas que envolviam o crescimento de padrões abordados de forma visual. Exemplos dessas atividades são apresentados na seção 3.3 desta dissertação.

Para melhor desenvolver suas conexões neurais, constantemente os alunos eram lembrados da importância de abordar a matemática de formas diferentes: visualmente, numericamente, algebricamente, verbalmente, em forma de algoritmos, tabelas, gráficos etc. Quando os alunos achavam o trabalho muito difícil e desafiador, eles eram encorajados com mensagens que estão alinhadas às descobertas da neurociência, que momentos de grande esforço eram importantes para o cérebro (BOALER 2019b).

Durante as aulas os estudantes receberam mensagens que os empoderavam e os incentivavam a desenvolver um *mindset* de crescimento em relação à matemática. Os professores compartilhavam com os estudantes mensagens sobre a importância dos erros, do esforço e da persistência. E apresentavam a matemática de maneira aberta, expondo que a comunicação das ideias, o raciocinar e o justificar são partes centrais do pensamento matemático. Houve a construção de uma cultura de sala de aula de trabalho em grupo, que valorizava todas as ideias compartilhadas. Os professores evidenciavam as diferentes abordagens, estratégias, métodos e visualizações para que os estudantes aprendessem a valorizar as diferentes formas que seus colegas do grupo resolviam os problemas (YOUUCUBED, 2018?b; BOALER, 2019b).

Essa cultura da sala de aula foi desenvolvida para encorajar os estudantes a expor suas ideias sem medo de cometer erros. Isso dinamizava a discussão nos grupos, pois os alunos continuavam debatendo mesmo quando encontravam algum obstáculo ou cometiam erros na resolução dos desafios. Os alunos foram incentivados a respeitar o pensamento dos colegas por meio da valorização, por parte dos professores, da diversidade de ideias que surgiam no processo de investigação de cada desafio. Os estudantes usavam suas próprias ideias para resolver os problemas, ao invés de seguirem métodos extraídos de livros didáticos (BOALER, 2015). Dessa forma os alunos do *Summer Camp* disseram sentirem-se matematicamente livres. Eles eram estimulados a discutir de forma profunda a respeito das tarefas, assumindo o papel de céticos, que questionavam o colega e não se convenciam com facilidade, estimulando que o colega provasse matematicamente as suas ideias (BOALER, 2019b).

As atividades do *Summer Camp* foram planejadas com o intuito de serem desafiadoras, porém abertas e acessíveis. Eram problemas matemáticos investigativos. Esse tipo de atividade será apresentada com mais profundidade na seção 3.3.4 “Atividades matemáticas abertas” do próximo capítulo. Nessa experiência Boaler (2019b) afirmou que a natureza dessas atividades aumentou a oportunidade para um trabalho em grupo equitativo. Em um depoimento após a experiência com o time do Youcubed um dos alunos disse:

Eu gostei porque os problemas são mais difíceis aqui, não mais difíceis, mas mais desafiadores. E se você não sabe a resposta, você pode levantar a mão e nós vamos pensar sobre o problema juntos, e tentar encontrar a solução, discutir em grupo, e tentar explicar um para o outro (YOUNCUBED, 2018?b, tradução nossa).

Os estudantes disseram que a experiência transformou suas visões sobre a matemática e, mais importante ainda, sobre as suas próprias capacidades. Ao realizar um teste padronizado externo, antes e depois do *Summer Camp*, os alunos melhoraram seu desempenho em média em aproximadamente 50%, o equivalente a 2,8 anos escolares (BOALER, 2019b). É importante destacar que ao longo desses 18 dias os alunos não foram preparados para realizar essa prova, o *Summer Camp* não teve como objetivo ensinar os conteúdos que a prova avalia, e mesmo assim os

alunos tiveram um ótimo desempenho após esse período em Stanford. Quando os alunos realizaram a prova, eles enfrentaram as questões tentando dar sentido a elas, raciocinando, acreditando e confiando que poderiam ter sucesso (BOALER, 2019b).

No próximo capítulo serão apresentados, em mais profundidade, quais aspectos fazem parte da abordagem de ensino e aprendizagem *Mathematical Mindsets*.

3 MATHEMATICAL MINDSETS

“Abordar a matemática de forma conceitual é a essência do que eu descrevo como *Mathematical Mindset*” (BOALER, 2019a, p.3). Boaler (2019a) defende que a matemática é do domínio conceitual, é flexível, envolve raciocínio, reflexão, pensamento crítico e produção de sentido, e não uma série de listas de fatos, regras e métodos para serem memorizados.

A matemática é uma disciplina permeada de mitos que estão presentes nas salas de aula e na própria sociedade ocidental: de que ela é um dom (DWECK, 2007); que algumas pessoas são naturalmente boas em matemática e outras não (BOALER, 2015); que ser bom em matemática é saber fazer contas rapidamente (BOALER, 2019a). Diversas crianças e jovens acreditam que a matemática não é para todos ou que nunca vão conseguir aprender matemática, e essas percepções têm impactos negativos muito fortes no processo de aprendizagem dos mesmos. Matemática é uma disciplina que frequentemente afeta negativamente a confiança dos alunos (BOALER, 2009).

Novas pesquisas da neurociência mostram que não existe algo como um cérebro matemático, ou seja, as pessoas que se desenvolvem bem nessa área não nasceram com características cerebrais que determinam seu bom desempenho em matemática ao longo da vida. Isso não significa que todos nascem com cérebros iguais, e sim que ninguém nasce sabendo matemática e nem com a falta de habilidade para aprendê-la (BOALER, 2015). Evidências dessas pesquisas mostram que o cérebro é altamente modificável (MAGUIRE; WOOLLETT, 2011) e que mediante oportunidades significativas de aprendizagem todos podem aprender matemática em qualquer nível (IUCULANO et al, 2015). No entanto, a crença presente na sociedade de que apenas algumas pessoas podem ser boas em matemática é responsável por grande parte do subdesempenho mundial nessa disciplina. Essas mensagens influenciam o *mindset* dos alunos e interferem na forma com que eles aprendem matemática (BOALER, 2015).

Pesquisas da neurociência indicam que indivíduos que acreditam que a inteligência e as habilidades se desenvolvem a partir de esforço, apresentam maior atenção aos erros e maior atividade cerebral quando o erro acontece (MOSER et al, 2011) Associando as crenças do indivíduo sobre a natureza da inteligência a como ele lida com os erros em seu processo de aprendizagem.

Boaler (2019d) destaca três resultados importantes da neurociência que podem ser utilizados para repensar as práticas de ensino em sala de aula que serão aprofundados neste capítulo, são eles: a capacidade que os cérebros têm de se transformar; os impactos positivos do esforço para o aprendizado e a evidência de que áreas do cérebro relacionadas a aspectos visuais são acionadas quando trabalhamos em um problema matemático.

Foram identificados, como resultado desta pesquisa de mestrado, aspectos que se mostram parte importante da proposta de ensino e aprendizagem *Mathematical Mindsets*, conforme ilustrado na Figura 1. Ao longo da pesquisa, esse diagrama foi sendo alterado, à medida em que novos aspectos eram identificados e considerados parte fundamental da abordagem *Mathematical Mindset*. Esse processo de levantamento foi feito com base no livro da Boaler: “*Mathematical Mindsets*” e em seus artigos mais recentes. Em alguns momentos, aspectos foram separados, em outros, agrupados - quando julgávamos que eles se relacionavam bastante ou mereciam um destaque único. Por essa razão há um círculo com reticências no diagrama, com o entendimento de que é possível que outros pesquisadores identifiquem algum outro aspecto importante do *Mathematical Mindsets* e/ou apresentem outra interpretação, então optamos por não apresentar um diagrama fechado.

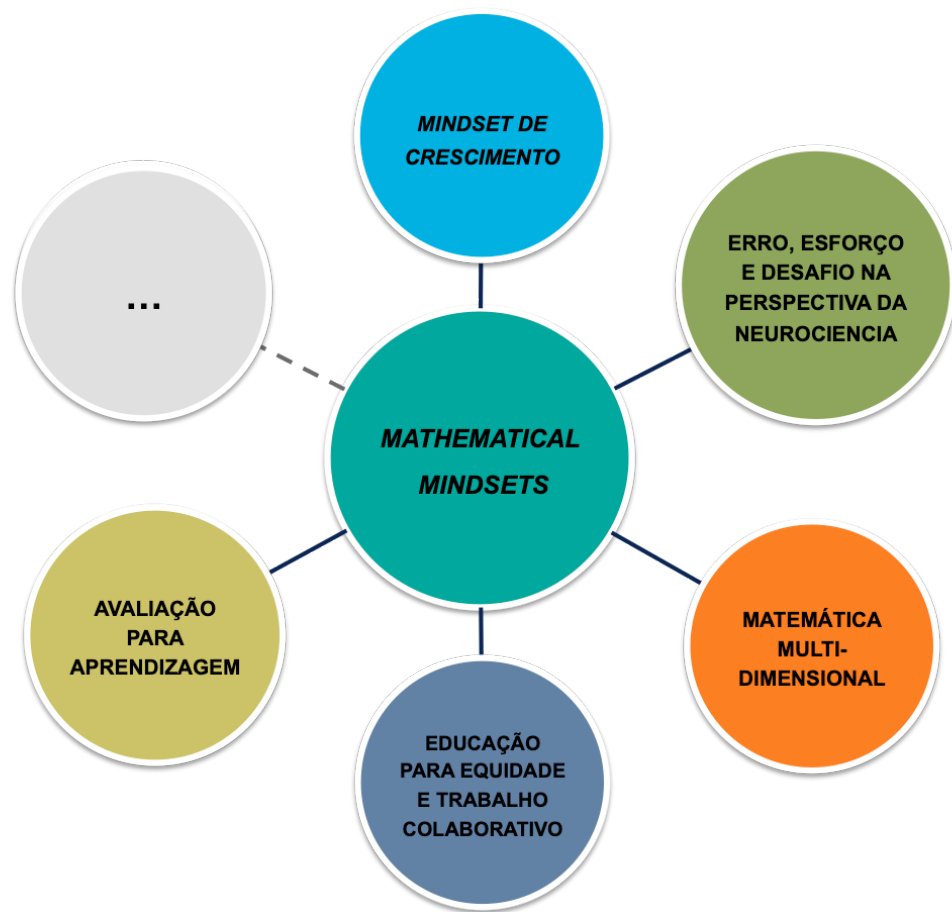


Figura 1 - Aspectos envolvidos na abordagem de ensino e aprendizagem *Mathematical Mindsets*
 Fonte: elaboração própria.

Os cinco aspectos apresentados neste diagrama: *mindset* de crescimento; erro, esforço e desafio na perspectiva da neurociência; matemática multidimensional; educação para equidade e trabalho colaborativo; e avaliação para aprendizagem, serão abordados separadamente nas próximas seções deste capítulo. No desenvolvimento da proposta de ensino e aprendizagem Boaler integrou resultados de pesquisas recentes de diversas áreas distintas, muitas delas apoiadas em resultados da neurociência sobre como o cérebro “aprende”. Todos esses aspectos juntos embasam todas as mudanças que Boaler propõe que sejam feitas nas salas de aula de matemática, para que a matemática seja, cada vez mais, uma disciplina acessível a todos os alunos, sem esteriótipos de aprendizagem e que a equidade seja alcançada nas escolas.

3.1 Crenças sobre a inteligência, *mindset* de crescimento e *mindset* fixo: diferentes posturas que influenciam a aprendizagem

Em 2006, a psicóloga americana Carol Dweck, da Universidade de Stanford, lançou o livro “*Mindset: The new psychology of success*”, traduzido para o português¹¹, em 2017, com o título de “*Mindset: A nova psicologia do sucesso*”. Esse livro apresenta descobertas a respeito de como as crenças pessoais sobre o potencial de aprendizagem de cada indivíduo influenciam seus processos de aprendizagem. As pesquisas de Dweck e seus colegas, realizadas ao longo de décadas, os levaram a concluir que o sucesso profissional e acadêmico não depende exclusivamente de características cognitivas, mas também do que se crê acerca de inteligência e aprendizagem (DWECK, 2006). Há pessoas que acreditam que a inteligência é algo fixo, imutável, e outros que ela é maleável e pode ser modificada, e isso está associado a diferentes reações às situações de dificuldades (DWECK, 1999). Aqueles que acreditam que suas inteligências são fixas, tendem a enfatizar objetivos de performance e se preocupar em provar habilidades para os outros, deixando-os vulneráveis a críticas negativas e com maior propensão a evitar situações de aprendizagem desafiadoras. Já os que acreditam que sua inteligência pode ser modificada, tendem a ter objetivos de aprendizagem e não de performance e lidam melhor com seus insucessos (MANGELS et al, 2006).

Algumas conclusões das pesquisas de Dweck se apoiam em resultados da neurociência, como mostrou, por exemplo, o estudo de Mangels et al (2006). Resultados dessa pesquisa, baseada em um modelo da neurociência cognitiva, sugerem que as convicções das pessoas acerca da inteligência podem influenciar o sucesso na aprendizagem. Em relação à natureza da inteligência, Dweck (2008) afirma que uma quantidade considerável de pesquisas da psicologia cognitiva e de laboratórios de neurociência cognitiva tem demonstrado que a inteligência pode ser alterada através de treinamentos educativos.

¹¹ DWECK, C. **Mindset**: A nova psicologia do sucesso. Tradução S. Duarte. São Paulo: Objetiva, 2017

Em suas pesquisas, Dweck (1999, p.1) apresenta evidências que questionam e contrapõem uma série de mitos que permeiam o senso comum da nossa sociedade, dentre eles:

1. A ideia de que estudantes com altas habilidades são os que apreciam desafios e perseveram quando encontram dificuldades - no entanto, esses são, em geral, os mais preocupados com suas falhas e situações de fracasso e tendem a evitar situações desafiadoras.
2. A ideia de que o sucesso escolar incentiva a vontade do aluno desenvolver cada vez mais suas habilidades - muitos pensam que ao alcançar determinado êxito acadêmico os estudantes estarão motivados, energizados e com vontade de encarar desafios ainda mais difíceis, mas na verdade o efeito pode ser exatamente o contrário.
3. A ideia de que os elogios, em particular os que se relacionam à inteligência, encorajam os estudantes a quererem se aprimorar - é uma das crenças mais presentes e comuns, as pessoas tendem a achar que esse tipo de elogio incentiva a confiança, no entanto, esse tipo de elogio pode levar os estudantes a evitar assumir riscos e lidar mal com obstáculos de aprendizagem.
4. A ideia de que a confiança dos estudantes em sua inteligência é a chave para quererem sempre melhorar suas habilidades - parece contra-intuitivo pensar que se o aluno acredita claramente que é inteligente ele vai evitar situações desafiadoras, no entanto, a maioria dos estudantes mais confiantes não querem que sua inteligência seja testada e essa confiança é abalada quando são confrontados com dificuldades.

Todas essas ideias listadas acima, e as atitudes que as pessoas apresentam em situações de dificuldades, se relacionam fortemente com as crenças pessoais sobre a própria inteligência. Os resultados das pesquisas de Dweck levaram-na a identificar que toda pessoa tem um conjunto de crenças acerca do seu potencial - o que ela chamou de *mindset* - que influenciam a forma com que cada pessoa encara desafios e se desenvolve (DWECK, 2006).

Através de suas pesquisas, Dweck (2006) percebeu que era possível agrupar atitudes e posturas semelhantes em dois tipos de *mindsets*, que ela chamou de *mindset* de crescimento e *mindset* fixo. Pessoas que têm um *mindset* de crescimento acreditam que sua inteligência e suas habilidades podem ser desenvolvidas e ampliadas a partir de esforço e persistência, tendem a enfrentar desafios de aprendizagem de forma mais empenhada e encarando uma falha como uma oportunidade de aperfeiçoamento. Elas processam o erro, aprendem com ele, corrigem e compreendem que suas habilidades podem ser desenvolvidas diante de um desafio. Já aqueles que têm um *mindset* fixo, acreditam que suas inteligências são limitadas, pensam que suas habilidades são fixas, inatas, pré-estabelecidas e que não há muito o que se possa fazer em relação a isso. Essas pessoas tendem a criar barreiras psicológicas que prejudicam o seu aprendizado e costumam pensar que ter dificuldades e precisar se esforçar diante de uma situação é um sinal de falta de inteligência. Elas sentem-se incapazes e tendem a recuar ao se depararem com desafios. Além disso, o *mindset* fixo faz com que as pessoas assimilem seus erros de uma forma frustrada, criando a ideia de que são incompetentes e evitando situações que possam expô-las ao erro (DWECK, 2006).

Dweck (2006) explica que uma pessoa pode apresentar *mindsets* diferentes para áreas distintas. Uma pessoa pode, por exemplo, estar muito aberta e ter uma postura de *mindset* de crescimento para praticar um novo esporte, mas pode ter um *mindset* fixo para habilidades artísticas e achar que nunca conseguirá se desenvolver nesse aspecto.

Para compreender como são formadas essas crenças pessoais, Dweck (2014) ressalta que as mensagens que as crianças recebem acerca de suas habilidades e a forma com que elas são elogiadas influenciam fortemente em como elas constroem os seus *mindsets*. Quando as crianças são demasiadamente elogiadas por suas habilidades e inteligência, elas tendem a achar que, se são elogiadas como sendo talentosas, devem sempre acertar para corresponder àquele status. Essas crianças costumam evitar situações de desafio, por terem medo de errar e não condizer com o rótulo concedido pelos elogios que elas receberam. Por outro lado, quando elas são

elogiadas pelo seu esforço, empenho, perseverança, foco, estratégias e aperfeiçoamento do aprendizado, elas tendem a se motivar diante de desafios, não temer o erro, e desenvolver uma postura de *mindset* de crescimento. Crianças que são rotuladas como excelentes, medianas ou ruins em uma disciplina, a partir de suas notas, costumam desenvolver um *mindset* fixo, pois tendem a achar que aquela avaliação as define e que elas ou são boas ou não o são em determinada área (DWECK, 2006).

Assim, até a crença de que se é inteligente é prejudicial para a aprendizagem e desenvolvimento do indivíduo. Acreditar que se é inteligente é uma crença de *mindset* fixo, e estudantes com um *mindset* fixo estão menos dispostos a se engajar em atividades mais desafiadoras, pois têm receio de falhar e não serem mais vistos como espertos (BOALER, 2015). É importante esclarecer que a crença de que as habilidades intelectuais podem e são desenvolvidas ao longo da vida não nega que as pessoas podem apresentar diferentes níveis de aprendizagem em determinado momento, mas se acredita que todos podem aprimorar suas habilidades independentemente do nível em que se encontram (DWECK, 2008).

Motivada a compreender porque pessoas reagem de formas diferentes em situações de dificuldade, frustração e fracasso, Dweck resolveu observar como alunos lidam com problemas difíceis e a influência que diferentes tipos de elogio têm no encorajamento dos estudantes. No livro "*Mindset: The new psychology of success*¹²", Dweck (2006) descreve uma pesquisa que ela fez com centenas de alunos, que aconteceu da seguinte maneira: primeiro ela aplicou 10 questões levemente difíceis para os estudantes que, em sua maioria, obtiveram um bom desempenho, e em seguida eles foram elogiados por isso. No entanto, uma parte dos estudantes foi elogiada por sua habilidade e inteligência e outra parte por seu esforço e dedicação. Os elogios direcionados para habilidades incentivaram *mindsets* fixos nos estudantes, que começaram a apresentar sinais desta postura; quando foi oferecido, em seguida, a oportunidade realizar uma próxima tarefa desafiadora eles rejeitaram e escolheram uma mais fácil, enquanto 90% dos estudantes elogiados por seu

¹² Título em português: "*Mindset: a nova psicologia do sucesso.*"

esforço escolheram fazer a difícil. Em seguida, todos resolveram novos problemas mais difíceis, nos quais eles não obtiveram bons resultados. O efeito disso foi que os estudantes que receberam elogios que se relacionam ao *mindset* fixo questionaram suas próprias inteligências, pois a referência de inteligência era obter sucesso com bons resultados, já os alunos que receberam elogios que estimulam *mindsets* de crescimento não consideraram esse resultado como uma deficiência pessoal e disseram que era preciso se esforçarem mais. Após esse resultado ruim, os alunos elogiados por seus talentos falaram que a atividade não era mais divertida, enquanto os alunos do outro grupo manifestaram-se dizendo que as difíceis eram ainda mais legais. É difícil gostar de algo que põe em risco um talento especial, para um *mindset* fixo imperfeições são motivos de vergonha, que os alunos dessa pesquisa queriam esconder.

Conforme apresentado por Dweck e Haimovitz (2017) diversas pesquisas já foram realizadas com o objetivo de identificar como os *mindsets* das crianças são formados e qual o impacto em seus processos de aprendizagem. Essas pesquisadoras dizem que a maior parte dos estudos existentes sobre a origem dos *mindsets* focou em como os adultos elogiam as crianças, principalmente porque esses estudos aconteceram em um momento em que pais e professores acreditavam que o segredo para motivar a aprendizagem era encorajar os alunos aumentando sua autoestima e confiança ao dizer que eles eram muito espertos, inteligentes e corajosos. No entanto, essa prática teve implicações negativas em como as crianças lidam com o fracasso.

Segundo Dweck e Haimovitz (2017) há pesquisas que sugerem que os elogios a talento e habilidades considerando-os inatos têm forte influência no desenvolvimento de *mindsets* fixos. Em contrapartida, elogios relacionados ao processo que leva a determinado sucesso de aprendizagem, como esforço e estratégias, fazem os alunos pensarem que sua inteligência e habilidades podem ser desenvolvidas. No entanto, as pesquisadoras afirmam que a prática de elogiar o processo ao invés do resultado pode ser problemática caso o esforço do processo não tenha sido eficaz na produção de aprendizagem, pois dá à criança a sensação de que esse elogio é um consolo e

de que o adulto está aceitando que ela não foi capaz de alcançar o objetivo de aprendizagem.

A prática de confortar os estudantes quando eles não se saem bem em alguma situação de aprendizagem foi identificada como um fator desmotivador (RATTAN; GOOD; DWECK, 2012). Esse estudo de Rattan, Good e Dweck (2012) também identificou que professores que acreditam que a inteligência na matemática é algo fixo, têm mais propensão a confortar estudantes que recebem notas baixas e julgam e rotulam mais rapidamente estudantes com baixas habilidades matemáticas do que aqueles professores que têm uma crença de que a inteligência pode ser desenvolvida. Crianças que receberam um *feedback* de conforto neste estudo adotavam a crença de inteligência do professor, além de relatarem diminuição na motivação e nas expectativas acerca de sua performance.

Leslie e seus colaboradores (2015) relacionaram a crença que acadêmicos (professores universitários, pós doutorandos e alunos de graduação) de diferentes áreas do conhecimento têm com relação à natureza da inteligência e das habilidades necessárias para seguir uma carreira naquele ramo com a porcentagem de mulheres naquela área. Os resultados indicaram uma correlação entre essa crença e o número de mulheres que seguem carreira naquela área; quanto mais os acadêmicos acreditavam que era preciso ter talento e inteligência inatos para trabalhar no ramo, menos mulheres estavam ali.

A Figura 2 apresenta a correlação dos resultados dessa pesquisa (gráfico A - Campos Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática; gráfico B - Campos de Ciências Sociais e Humanas), o eixo vertical apresenta a porcentagem de norte-americanas com doutorado e o eixo horizontal o quanto cada campo do conhecimento considera suas habilidades como pré-determinadas, números maiores indicando maior crença no brilhantismo. A matemática foi uma das áreas do conhecimento em que a correlação apareceu fortemente, foi a disciplina de exatas com acadêmicos apresentando a maior crença no talento inato e com baixa participação feminina. Em contrapartida, os neurocientistas foram uma das classes

de profissionais que apresentaram a mesma representatividade masculina e feminina e uma crença muito menor nas habilidades inatas (provavelmente pelos próprios resultados das pesquisas sobre o cérebro que indicam que todos podem aprender).

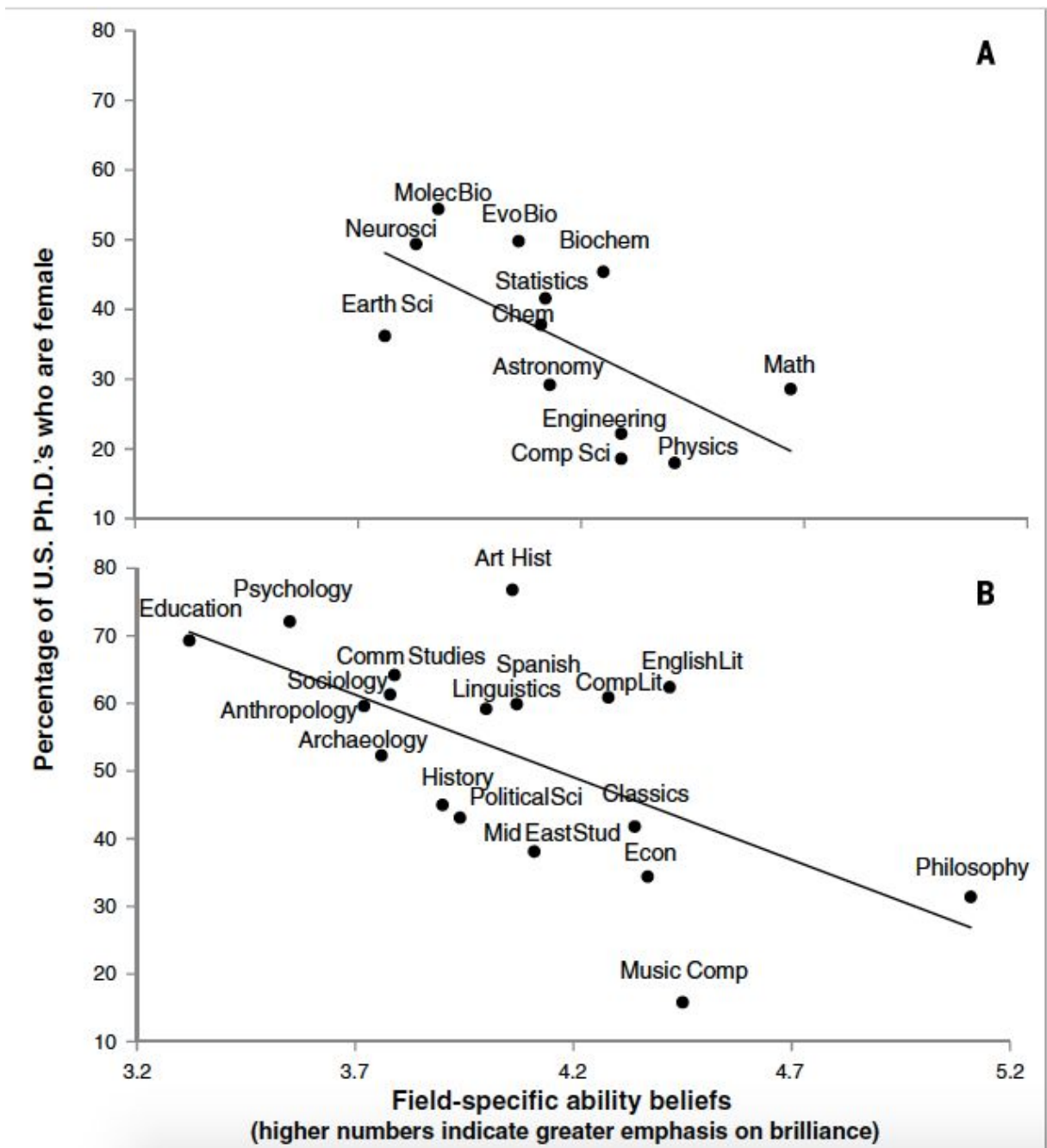


Figura 2 - Relação entre a crença em habilidades inatas e a porcentagem de mulheres doutoras em diferentes áreas do conhecimento
 Fonte: LESLIE et al, 2015, p.263.

A conclusão dessa pesquisa (LESLIE et al, 2015) foi que dentro do espectro acadêmico, mulheres estão menos representadas nos campos cujos praticantes acreditam que é preciso ter dom para trabalhar na área, e mulheres normalmente são estereotipadas como não tendo esses talentos inatos. Os resultados de baixa representatividade nos campos que acreditam que o sucesso depende de puro brilhantismo se estenderam igualmente para americanos negros, que costumam sofrer o mesmo tipo de estereótipo. Esse estudo sugere que a diversidade de gênero e etnia nos campos acadêmicos pode ser aumentada através de uma mudança nas crenças sobre a natureza da inteligência.

Um estudo de Dweck (2007) também mostra que a crença de que a matemática é um dom está associada à menor proporção de mulheres trabalhando nessa área. Este estudo realizado com alunos do 9º ano (*8th grade*) apontou uma lacuna entre as notas de meninos e meninas, mas apenas dentro do grupo que acreditava que a matemática era um dom. No grupo de estudantes que acreditava que a habilidade matemática pode ser desenvolvida, a lacuna era quase inexistente. Este mesmo estudo também identificou que alunas que encaravam a matemática como algo apenas para alguns estavam mais susceptíveis a experimentar estereótipos de gênero e não se sentiram aceitas, respeitadas e confortáveis no ambiente matemático. Assim, este estudo também concluiu que considerar a inteligência e as habilidades matemáticas como um dom traz vulnerabilidade para as mulheres nesse campo, mas também apontou que transmitir mensagens sobre a possibilidade de desenvolver sua inteligência ameniza essa vulnerabilidade e reduz as lacunas de gênero.

Sun (2015) identificou, em sua pesquisa, realizada com professores do ensino fundamental e seus alunos, que o foco que o professor dava na aprendizagem, ao invés de nas habilidades e resultados, foi determinante no desenvolvimento de uma cultura de *mindset* de crescimento nas salas de aula no período estudado. Entre os objetivos de sua pesquisa estavam: identificar a relação entre as crenças dos professores e o *mindset* dos estudantes; examinar como mensagens de *mindset*

estavam sendo comunicadas nas salas de aula de matemática; e verificar como o ensino se modifica entre professores com diferentes crenças acerca da inteligência.

Os resultados da pesquisa de Sun (2015) indicaram que o *mindset* dos professores no início do ano escolar não eram indicador do *mindset* dos estudantes ao final do ano, mas a crença dos professores na natureza da matemática sim. Professores que enxergavam a matemática como uma disciplina aberta, de múltiplas conexões e defendiam o acesso à uma matemática profunda para todos estudantes tenderam a ter mais alunos com *mindset* de crescimento ao final do ano.

Sun (2015) concluiu que os professores que promoviam o desenvolvimento de *mindsets* de crescimento estavam engajados em práticas de ensino focadas na compreensão dos alunos, como por exemplo: fazendo perguntas mais direcionadas para o raciocínio dos estudantes do que para a resposta correta; elogiando a explicação que eles davam para seus pensamentos e os avanços no processo de aprendizagem. Em contrapartida, professores que indiretamente incentivavam *mindsets* fixos, elogiavam os alunos de alta performance por seus resultados em avaliações e velocidade de resposta. Eles também tendiam a comunicar baixas expectativas para estudantes de desempenho inferior.

Outro fator que influencia a construção dos *mindsets* é a resposta que os adultos dão para uma situação em que a criança falhou ou cometeu algum erro, como, por exemplo, receber uma nota baixa em uma avaliação. Demonstrar para as crianças que a dificuldade faz parte da trajetória de aprendizagem e conversar sobre o que elas podem aprender com aquela experiência, direcionando a atenção para o potencial de aperfeiçoamento, é mais encorajador do que consolá-las por não terem alcançado aquela habilidade (DWECK; HAIMOVITZ, 2017).

Um estudo realizado no Chile descobriu que quanto mais um estudante apresentava um *mindset* de crescimento, melhor era a sua performance acadêmica em exames nacionais padronizados (DWECK; HAIMOVITZ, 2017). É importante destacar que os *mindsets* podem ser modificados através de intervenções, e que ensinar o

desenvolvimento de *mindsets* de crescimento pode melhorar o desempenho dos alunos ao longo do tempo (BLACKWEL; TRZESNIEWSKI; DWECK, 2007). Dweck (2008) também destaca que as intervenções para mudança de *mindset* contribuem para minimizar as discrepâncias de desempenho por gênero.

Dweck (2008) afirma ainda que há um número crescente de evidências mostrando que o tipo de *mindset* dos estudantes tem papel fundamental no aprendizado de matemática. Alunos que acreditam que suas inteligências ou habilidades matemáticas não podem ser modificadas estão em desvantagem comparados a alunos que compreendem que podem desenvolver suas habilidades. A postura de *mindset* de crescimento encoraja as pessoas a desenvolver sua mente profundamente e a evitar pensamentos limitantes que possam impedir o seu progresso. (DWECK, 2006). Quando desenvolvida na área de matemática, observa-se que os alunos arriscam-se mais, expõem-se a situações mais desafiadoras sem terem medo de errar e, por isso, acabam encontrando mais oportunidades de aprendizagem (BOALER, 2015)..

Quando Boaler entrou em contato com as pesquisas de Dweck, elas chegaram à conclusão de que a matemática é uma das disciplinas que mais precisa de uma transformação no *mindset* dos alunos. Em seu livro, Boaler diz que:

O trabalho com *mindsets* e matemática dos últimos anos me ajudou a desenvolver uma profunda apreciação pela necessidade de ensinar aos estudantes sobre *mindsets* dentro da matemática, mais do que no geral. Os estudantes têm ideias tão fortes, e muitas vezes negativas, sobre a matemática que eles podem desenvolver um *mindset* de crescimento sobre quase tudo em suas vidas, mas ainda acreditar que eles ou são capazes de ter bom desempenho em matemática ou não (BOALER, 2015, p. xii, tradução nossa).

É importante destacar que o *mindset* fixo tem implicações negativas na aprendizagem tanto de pessoas que têm dificuldades em matemática e passam a acreditar que não são capazes de aprender, quanto de alunos que acham que são muito inteligentes em matemática e acabam se afastando de possibilidades de se desenvolverem ainda mais, por receio de pôr à prova as suas habilidades (DWECK, 2006).

Muitos alunos tidos como excelentes em matemática na escola só vão ter contato com atividades matemáticas realmente desafiadoras na universidade, e esse acaba sendo um grande motivo de evasão nos cursos de matemática universitários. Quando se veem em uma situação em que precisam se esforçar para compreender os novos conceitos, algo que não acontecia tanto na escola, esses alunos acham que isso significa que matemática na verdade não é para eles e desistem (SOLOMON, 2007 apud BOALER, 2015). Esse é um exemplo de como o *mindset* fixo dos alunos tidos como “brilhantes” pode impactar negativamente suas trajetórias de aprendizagem (BOALER, 2015).

Desde que essa teoria dos *Mindsets* foi proposta por Dweck, começaram a surgir também evidências de sua má interpretação e má aplicação. Dweck (2015) compartilhou o receio da teoria estar sendo mal interpretada e aplicada como uma ferramenta para aumentar a autoestima, usada para que os alunos se sintam bem com relação a qualquer esforço que eles colocam nas tarefas, aprendendo ou não. Dweck esclarece que incentivar *mindsets* de crescimento está menos relacionado com motivação e mais com a forma que os indivíduos enxergam sua própria inteligência, sendo uma ferramenta para aperfeiçoamento da aprendizagem. A Figura 3 apresenta sugestões de Dweck sobre o que dizer e o que não dizer quando o intuito é incentivar o desenvolvimento de *mindsets* de crescimento.

COMO INCENTIVAR OS ESTUDANTES

Mindset de Crescimento

O que dizer

"Quando você aprende como fazer um novo tipo de problema, isso faz com que o seu cérebro matemático se desenvolva."

"Se você se pegar dizendo: 'eu não sou uma pessoa da matemática', apenas adicione a palavra 'ainda' ao final da frase."

"O sentimento que você tem quando a matemática está difícil é o sentimento do seu cérebro se desenvolvendo."

"O objetivo não é fazer tudo sempre certo de primeira. O objetivo é compreender o processo a cada passo. O que você pode experimentar em seguida?"

Mindset Fixo

O que não dizer

"Nem todos são bons em matemática. Apenas dê o seu melhor."

"Tudo bem, talvez matemática não seja o seu forte."

"Não se preocupe, você vai conseguir se você continuar tentando."*

* Se os estudantes estão usando a estratégia errada, seus esforços podem não funcionar. Sem contar que podem se sentirem inaptos se seus esforços não forem frutíferos.

"Bom trabalho!
Você deu o seu melhor."

*Não aceite menos do que o ótimo desempenho que seus alunos podem alcançar.

Figura 3 - Como incentivar os estudantes

Fonte: DWECK, 2015, tradução nossa.

O desenvolvimento de *mindsets* de crescimento é um caminho para melhorar o desempenho na matemática, mas além disso, é preciso que esse processo esteja

acompanhado de ideias abertas sobre a natureza da matemática, como uma disciplina conceitual, acessível a todos. Quando a matemática é apresentada como uma série de métodos, estudantes desenvolvem *mindsets* fixos, relacionados à uma matemática procedimental (BOALER, 2019a).

Boaler (2015) chama a atenção para o fato de que apenas mudar as falas que os alunos recebem sobre a matemática, apesar de importante, não é suficiente se os alunos continuarem recebendo mensagens indiretas de *mindset* fixo através de diversos aspectos do ensino de matemática, como: o tipo de exercícios propostos, que normalmente são procedimentais e só focam na resposta final; o tipo de *feedback* que recebem; a forma que são agrupados em sala. O clima escolar focado em avaliações, ranqueamento, notas e valorização da performance dificulta a coerência entre comunicações efetivas de *mindset* de crescimento. Esses outros aspectos que também influenciam o *mindset* que os alunos vão desenvolver serão considerados mais adiante nas próximas seções.

3.2 Uma aprendizagem matemática para todos e todas e a ressignificação do erro, esforço e desafio - Uma perspectiva da neurociência

Boaler acredita que uma das razões para o engajamento das pessoas em seus cursos online “*How to Learn Math*”, para professores e alunos, foi o fato de que as novas descobertas acerca do funcionamento do cérebro e da aprendizagem de matemática são relevantes e impactantes. Com o avanço da tecnologia, pesquisadores têm tido a oportunidade de estudar o cérebro com mais detalhamento, possibilitando, inclusive, que seja observada a atividade cerebral das pessoas enquanto elas estudam matemática (BOALER, 2015).

Pesquisas científicas recentes na área de psicologia cognitiva e neurociência (AU *et al.*, 2014; MAGUIRE; WOOLLETT, 2011) sugerem que o cérebro é capaz de modificar-se e reprogramar-se de maneira significativa. Além disso, essas pesquisas têm concluído que a quantidade de inteligência de uma pessoa não é fixa, limitada, nem inata; ela pode ser modificada a partir de experiências e de treinamento

adequado. A plasticidade cerebral faz com que o cérebro se comporte mais como um músculo, que se modifica a partir de situações de esforço e que quanto mais desafiado, mais se desenvolve (BOALER, 2015).

Essa capacidade que o cérebro tem de se modificar foi identificada, por exemplo, por uma pesquisa que estudou o cérebro dos taxistas londrinos (MAGUIRE; WOOLLETT; SPIERS, 2006, MAGUIRE; WOOLLETT, 2011), que passam por um treinamento intensivo para se preparar para a prova que os qualifica para exercerem essa profissão. É uma prova extremamente difícil que envolve memorização e estabelecimento de muitas conexões, para que eles saibam a localização de todas as ruas da cidade e inúmeros pontos de referência. Os pesquisadores analisaram o cérebro desses taxistas antes e após o treinamento e observaram que uma área do cérebro - hipocampo - era significativamente modificada, com aumento de massa cinzenta durante o período de intenso treinamento, sendo que a situação era revertida quando os taxistas se aposentavam. Esta pesquisa concluiu que mudanças específicas e duradouras na estrutura cerebral podem ser obtidas através de estímulo das funções cognitivas. Esses resultados são importantes no contexto dos debates que questionam se as habilidades das pessoas são ditadas pelas experiências ao longo da vida ou pela genética.

As evidências sobre a capacidade que o cérebro tem de modificar-se contribuem para transformar as crenças presentes na sociedade de que “matemática não é para todos”. As pessoas não nascem sabendo matemática, nem com a falta de habilidade para aprendê-la (BOALER, 2019b). Há, de fato, uma parcela pequena de pessoas que apresentam necessidades particulares na aprendizagem de matemática (cerca de 5%) (SHALEV, 2007 apud BOALER; LAMAR, 2019), por diferenças cognitivas, que tornam o processo mais difícil, mas mesmo essas pessoas são capazes de aprender matemática por meio de outros tipos de abordagem (IUCULANO et al, 2015). Um artigo publicado recentemente sobre a trajetória de uma aluna diagnosticada com discalculia, que se graduou em Estatística pela Universidade da Califórnia, em Berkeley, desafia os mitos a respeito da aprendizagem de matemática. Seu percurso e experiências são um exemplo de como até mesmo estudantes com

discalculia podem alcançar sucesso na matemática e ter uma carreira nessa área (LEWIS; LYNN, 2018).

O cérebro é capaz de desenvolver-se em um ambiente que proporcione experiências significativas com a matemática. Dizer que todos são capazes de alcançar a matemática da escola não significa dizer que todos têm as mesmas aptidões e nascem com o mesmo cérebro. Os sistemas neurais relacionados às habilidades cognitivas não estão formados quando a pessoa nasce e não são determinados geneticamente (WEXLER apud THOMPSON, 2014). As diferenças que os cérebros apresentam no nascimento não são significativas o bastante para determinar as habilidades que a pessoa pode alcançar ao longo da vida. Crescimento cerebral e mudanças expressivas podem ocorrer a partir das vivências e experiências de que essa pessoa participa (WEXLER apud THOMPSON, 2014).

Alguns professores mostram-se relutantes com a ideia de que todos os alunos podem alcançar a compreensão matemática, especialmente aqueles que já trabalham por muitos anos e tiveram vários alunos com dificuldades. É evidente que em suas turmas o professor se depara com alunos que tiveram experiências diversas em suas vidas até chegarem ali e que alguns chegam com menos conhecimento matemático do que outros, mas isso não significa que eles não possam se desenvolver e também atingir níveis mais altos a partir daquele momento (BOALER, 2015).

Um resultado relevante obtido das pesquisas da neurociência é que situações de esforço e erro são muito importantes para o desenvolvimento cerebral. Sinapses são formadas e ocorre fortalecimento do cérebro em momentos de desconforto provocado pelo aprendizado de algo desafiador. Quando cometemos um erro e enfrentamos uma dificuldade, o cérebro está sendo desafiado e o esforço faz com que ele se desenvolva (BOALER, 2015). Moser e outros pesquisadores (2011) analisaram a atividade cerebral em momentos de erro e esforço associada com o *mindset* dos indivíduos e observaram diferentes reações aos erros comparando indivíduos com *mindset* de crescimento e com *mindset* fixo. Os resultados sugerem

que indivíduos com *mindset* de crescimento têm uma maior percepção e alocação de atenção para os erros, o que pode justificar porque essas pessoas têm maior tendência a aprender com os erros.

A pesquisa de Moser (2011) apontou um aumento na atividade cerebral quando pessoas estão em situações de esforço e cometem erros. No entanto, muitos estudantes pensam que se eles não acertam sempre e precisam se esforçar, isso significa que eles não são tão bons nessa área do conhecimento (BOALER, 2019d).

As pesquisas que apontam para a importância do erro no desenvolvimento e fortalecimento das conexões cerebrais trazem uma informação relevante a ser considerada no planejamento escolar dos professores. A maioria dos professores planeja suas aulas de forma a tentar garantir que todos acertem e consigam resolver todos os exercícios. Muitos livros didáticos são elaborados com questões triviais, pouco desafiadoras, para que os alunos acertem; no entanto, evitar que os alunos encarem dificuldades não é a melhor prática de aprendizagem para o cérebro (BOALER, 2019c).

Para que os estudantes se desenvolvam, eles precisam trabalhar em questões que os desafiem, questões que estão no limite de seu entendimento. E eles precisam trabalhar nesse tipo de atividade em um ambiente que encoraje os erros e no qual os estudantes tenham consciência dos benefícios dos erros. Esse é um ponto crítico. Além da atividade ser desafiadora para possibilitar que eles cometam erros, o ambiente também precisa ser encorajador, para que os alunos não enxerguem o desafio ou esforço como um impedimento. Ambos os componentes precisam trabalhar juntos para criar uma experiência de aprendizagem ideal (BOALER, 2019c, p.49, tradução nossa).

O estudo de Stigler e Hiebert (1999 apud BOALER, 2019c) analisou a natureza do ensino de matemática em países diferentes que se submeteram a um exame internacional de matemática e indicou alguns aspectos do ensino de matemática desses países. Um dos países estudado foi o Japão, que atinge alto nível de desempenho nesse exame. O estudo indicou que estudantes japoneses dedicam cerca de 44% do seu tempo criando, raciocinando e se esforçando para compreender conceitos. Há uma tendência dos professores japoneses incentivarem os alunos a enfrentar as dificuldades. Isso difere do que é observado em outros

países que têm a cultura de que o professor guie demasiadamente o aluno na direção da resolução de um problema quando surge uma dificuldade; muitas vezes, quando o aluno pede ajuda, o professor estrutura a resolução, fragmenta-a em pequenos passos simples e esvazia o problema de suas dificuldades e oportunidades de aprendizagem mais profunda. Isso faz com que os alunos se sintam bem, mas aprendam menos, ou de forma mais superficial (BOALER, 2019c).

Propor situações desafiadoras adequadas à aprendizagem pode conduzir um aprendizado mais flexível e duradouro (BJORK; BJORK, 2009). Introduzir dificuldades desejáveis ao aprendizado está relacionado a variar as condições em que ele se dá, ao invés de mantê-lo constante e previsível. Essa proposta leva em consideração o conhecimento que os estudantes já têm, para que a dificuldade seja adequada ao nível de aprendizagem. Esses pesquisadores também apontam para a importância de colocar o cérebro em situações desafiadoras.

Para Boaler (2014a), todos esses resultados sugerem que os estudantes devem ser estimulados a não considerar um erro ou uma dificuldade como um fracasso frustrante e sim como uma oportunidade de aprendizado e desenvolvimento de sua capacidade. Há professores que acreditam que lidar com muitos erros e dificuldades torna a aula improdutiva e tentam evitar que os alunos passem por situações de frustração, mas essa atitude influencia negativamente o aprendizado dos alunos. Para que a matemática seja uma disciplina com espaço para reflexão e aprendizado, os professores precisam criar um ambiente que deixe os alunos confortáveis com erros, dificuldades e situações de incerteza.

Ninguém é capaz de prever o potencial de aprendizagem de uma criança; portanto é necessário repensar as práticas escolares que colocam limites no desenvolvimento dos estudantes (BOALER, 2019d). Incentivar os alunos a enfrentar situações difíceis e perseverar frente a um desafio transmite uma mensagem de confiança no potencial deles (BOALER, 2019c).

3.3 Matemática multidimensional: diversa, criativa, exploratória e flexível

No ensino tradicional de matemática, é possível identificar frequentemente o que é chamado de sala de aula unidimensional. Normalmente, neste tipo de abordagem uma única prática é valorizada: a de executar procedimentos corretamente para encontrar a resposta de um exercício. Já em uma aula de matemática multidimensional, o professor valoriza e estimula diversas formas de se pensar matematicamente, como: fazer boas perguntas, usar o raciocínio lógico, conectar métodos diferentes, usar diferentes representações, raciocinar por meio de caminhos distintos, reformular problemas, justificar métodos e compartilhar ideias em grupo (BOALER e STAPLES, 2008). Segundo Boaler:

A matemática é uma disciplina muito ampla e multidimensional, e requer raciocínio, criatividade, estabelecimento de conexões e interpretação de métodos; ela é um conjunto de ideias que ajudam a iluminar o mundo e está em constante mudança. Problemas matemáticos devem encorajar as pessoas a reconhecer as diversas formas de ver essa disciplina e os variados caminhos que podem ser seguidos para resolver problemas. Quando essas mudanças acontecem, os estudantes interagem com a matemática de uma maneira melhor e mais profunda (BOALER, 2018, p. xv).

Na escola Railside, em que um vasto estudo com duração de 5 anos foi conduzido por Boaler e Staples (2008), como já mencionado na seção 2.3, os professores criaram salas de aula multidimensionais através da proposição de tarefas ricas, que ilustravam importantes conceitos matemáticos, permitiam múltiplas representações, aproveitavam efetivamente os recursos coletivos de um grupo e possuíam diversas rotas de solução. Essas tarefas, que eram difíceis de serem resolvidas individualmente e exigiam a contribuição do grupo, trouxeram oportunidades mais desafiadoras e possibilitaram uma aprendizagem mais profunda. Nessa experiência os estudantes se envolveram mais ativamente com a matemática, e começaram a enxergá-la como uma disciplina flexível, criativa e de múltiplas possibilidades.

Com o objetivo de transformar o ambiente de sala de aula para estimular *mindsets* de crescimento, os estudantes precisam ser confrontados com questionamentos matemáticos mais amplos, que permitam momentos de aprendizado mais profundos, ao invés de resolverem diversos exercícios isolados que normalmente estão apenas certos ou errados, sem espaço para discussão (BOALER, 2015).

Para que os estudantes tenham acesso a um conteúdo matemático de alto nível, é importante que as questões propostas sejam amplas, exploratórias, com espaço para aprendizagem e não apenas para teste de conhecimento. Esse tipo de questões é chamado de “ piso baixo e teto alto ”. Isso significa que são questões compreensíveis e acessíveis a todos os alunos, mas que possam se tornar realmente desafiadoras ao longo da resolução, mesmo para os alunos que apresentam mais facilidade. Ao se propor questões desse tipo, os alunos mostram-se mais engajados, interessados e desafiados. Diversas questões e atividades desse tipo podem ser acessadas em português em livros já traduzidos¹³ de Jo Boaler e na versão traduzida do site Youcubed¹⁴.

O processo de aprendizagem da matemática precisa proporcionar momentos de discussão, reflexão e assimilação de seus aspectos fundamentais. Quando os alunos trocam ideias entre si, expõem seus raciocínios, resolvem problemas de maneiras diferentes e compartilham diferentes abordagens, a aprendizagem torna-se mais enriquecedora. O ensino da matemática procedimental transmite aos alunos mensagens de *mindset* fixo, que reduzem o desempenho dos estudantes em sala de aula. Mas, quando bem orientadas, as crianças compreendem a matemática de forma mais ampla, questionam, conectam métodos, desenham representações e raciocinam de maneiras variadas. O ensino deve, portanto, estimular o pensamento analítico, crítico e flexível dos estudantes, para que desenvolvam posturas de *mindset* de crescimento.

3.3.1 O ensino de matemática a partir de ideias fundamentais

Os componentes que constituem a proficiência em matemática estão descritos em um relatório do Conselho Nacional de Pesquisa norte-americano, que propõe 5 pilares para a proficiência em matemática:

¹³ BOALER, J; MUNSON, J; WILLIAMS, C. Mentalidades Matemáticas na Sala de Aula: Ensino Fundamental. Porto Alegre: Penso Editora, 2018.

BOALER, J; MUNSON, J; WILLIAMS, C. Mentalidades Matemáticas na Sala de Aula: Ensino Fundamental - Volume II. Porto Alegre: Penso Editora, 2019.

¹⁴ Atividades Youcubed: www.youcubed.org/pt-br/tasks/

- Compreensão conceitual - que se refere a compreensão dos conceitos matemáticos, operações e relações;
- Fluência procedimental - que se refere à habilidade de executar procedimentos matemáticos de forma flexível, precisa, eficiente e apropriada;
- Competência estratégica - que se refere à habilidade de formular, representar e solucionar problemas matemáticos;
- Raciocínio adaptativo - capacidade de pensamento lógico e de reflexão, explicação e justificação de argumentos matemáticos;
- Disposição produtiva - que inclui a inclinação para ver a matemática como um assunto sensível, útil e que vale a pena ser aprendido, juntamente com uma crença no valor do trabalho e na sua própria eficácia como praticante da matemática (NATIONAL RESEARCH COUNCIL, 2001, p. 116, tradução nossa).

Estes cinco pilares estão interrelacionados no desenvolvimento da proficiência em matemática. O ensino tradicional de matemática normalmente se concentra na fluência procedimental; no entanto, para alcançar a proficiência matemática, é preciso dedicar tempo significativo do ensino ao desenvolvimento de compreensão conceitual, estabelecimento de estratégias, engajamento em discussões, práticas e *feedback* de aprendizado. Discussões em sala de aula precisam construir o pensamento matemático dos estudantes e atentar para as relações entre problemas, resoluções e a natureza da argumentação e da justificação matemática (NATIONAL RESEARCH COUNCIL, 2001).

A Base Nacional Curricular Comum brasileira propõe as seguintes competências específicas de matemática para o ensino fundamental:

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles (BRASIL, 2017, p. 267).

O novo currículo americano para o ensino de matemática destaca a importância da fluência matemática. Essa fluência relaciona-se com o desenvolvimento do senso numérico, da compreensão dos números, da habilidade de trabalhar com eles de forma flexível. Alunos que têm altas habilidades e desempenho em matemática são aqueles que interagem com os conceitos atribuindo sentido a eles, relacionando ideias e fazendo conexões entre fundamentos matemáticos (BOALER, 2014c).

Os currículos de ensino de matemática tendem a fragmentar o aprendizado da disciplina em listas com inúmeros conceitos e métodos que os professores precisam ensinar. Isso faz com que muitos estudantes e professores tenham dificuldade de enxergar as relações entre os conceitos matemáticos. Pensando nisso, Boaler propõe que o ensino de matemática se dê através da identificação das ideias matemáticas fundamentais que serão trabalhadas com os alunos a cada ano escolar e do estabelecimento de conexões entre elas. Para ilustrar essas conexões, Boaler (2017b) propôs um diagrama com esses conceitos e ideias fundamentais para cada ano do ensino fundamental. Boaler, Munson e Williams deixam claro que essa é uma sugestão e incentiva que os professores construam e modifiquem seus diagramas. A Figura 4 apresenta o diagrama correspondente para o 4º ano do ensino americano. No artigo “What is Mathematical Beauty? Teaching through Big Ideas and

Connections”¹⁵, que foi traduzido para o português, podem ser consultados os diagramas propostos para cada ano do ensino fundamental.

No contexto brasileiro atual, a Base Nacional Curricular Comum também se refere à aprendizagem matemática por meio de ideias fundamentais:

os diferentes campos que compõem a Matemática reúnem um conjunto de ideias fundamentais que produzem articulações entre eles: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação. Essas ideias fundamentais são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e devem se converter, na escola, em objetos de conhecimento (BRASIL, 2017, p.268).

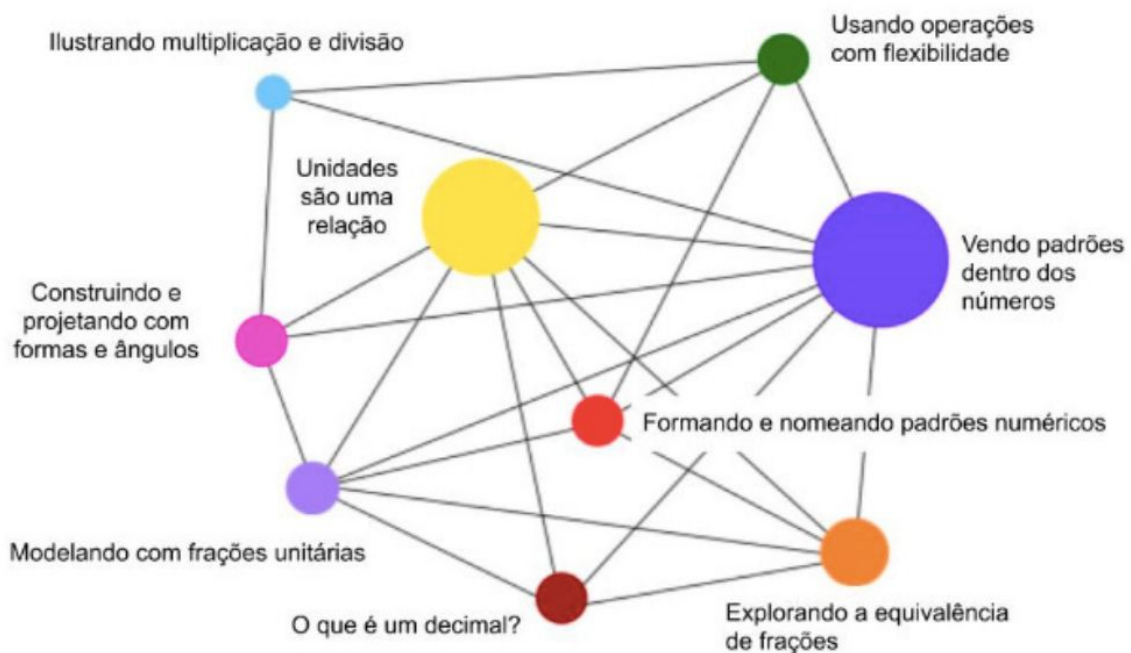


Figura 4 - Ideias Fundamentais 4º ano norte-americano

Fonte: Disponível em:

<https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2019/09/O-que-%C3%A9-a-Beleza-Matem%C3%A1tica.pdf>

3.3.2 Senso numérico e flexibilidade numérica

No ensino tradicional de matemática há uma supervalorização dos procedimentos e das contas e um apelo para a memorização de fatos matemáticos e da tabuada, por meio de repetição, testes cronometrados e prática extensiva. Os alunos são

¹⁵ BOALER, J.; MUNSON, J.; WILLIAMS, C. O que é a Beleza Matemática? Ensinando Por Meio de Grandes Ideias e Conexões. Disponível em: <https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2019/09/O-que-%C3%A9-a-Beleza-Matem%C3%A1tica.pdf>. Acesso em set. 2019.

incentivados a decorar e dizer essas respostas com velocidade. Esse foco na memorização isolada de fatos matemáticos dá aos alunos a impressão de que essa é a essência da matemática e que ser bom em matemática é saber de cor esses cálculos e apresentá-los rapidamente quando solicitado. No entanto, pesquisas do PISA de 2012 (apud BOALER; MUNSON, WILLIAMS, 2017a) apontaram que os alunos que encaram a matemática com uma abordagem de memorização são os que têm menores desempenhos na disciplina. Além disso, a memorização desses cálculos é um fator que está associado ao desenvolvimento de ansiedade com relação à matemática. Boaler sugere que mesmo a tabuada seja explorada de outras maneiras, para além da pura memorização. Há oportunidades ricas para o desenvolvimento da flexibilidade numérica e do senso numérico quando os estudantes têm a chance de refletir sobre o significado dos fatos e da tabuada e representá-los de diferentes formas (BOALER, 2019a).

O senso numérico pode ser entendido como uma forma de se relacionar com a matemática na qual há interação com os números de forma flexível e conceitual. Estudos indicaram que estudantes com melhor desempenho interagem com a disciplina de maneira flexível (GRAY; TALL, 1994). Um estudante utiliza o senso numérico para resolver uma operação matemática quando modifica, por exemplo, a operação “21-6” para “20-5”. Essa interação flexível com as operações indica uma compreensão mais aprofundada dos números do que quando o estudante aplica um algoritmo para resolver essa mesma operação ou conta de trás para frente para chegar ao resultado (BOALER, 2014c).

Quando o aluno utiliza o senso numérico para encontrar o resultado de fatos matemáticos, ele não precisa se apoiar na memória, que está propensa a erros, ele pode interagir com os números de diferentes maneiras. Para resolver “ 8×7 ”, por exemplo, o aluno poderia calcular 10 vezes o 7 (“ $10 \times 7 = 70$ ”) e subtrair dois 7’s (“ $2 \times 7 = 14$ ”). Este é outro exemplo de utilização flexível dos números. Os alunos podem desenvolver o conhecimento dos resultados desses fatos ao utilizá-los em

diferentes situações matemáticas e não necessariamente treinando e memorizando seus resultados (BOALER, 2014c).

No artigo de Boaler (2014c) “Fluency without fear: Research evidence on the best ways to learn math facts”, traduzido para o português¹⁶, há sugestões de atividades para se trabalhar esses fatos de forma flexível. Além disso, uma maneira de se desenvolver o senso numérico e, ao mesmo tempo, estudar fatos matemáticos, é a estratégia chamada “Conversa Numérica”, desenvolvida por Ruth Parker e Kathy Richardson. Recentemente o livro delas “Conversas Numéricas”¹⁷ foi traduzido para o português pelo Instituto Canoa (que tem desenvolvido ações para dar acesso a conteúdos de ensino de qualidade aos professores brasileiros). Este livro apresenta detalhadamente como trabalhar essa estratégia em sala de aula. Parker e Richardson (2019, p. 29-34) propõem os seguintes princípios norteadores de uma Conversa Numérica:

1. Todos os alunos têm ideias matemáticas que valem a pena ser ouvidas, e o trabalho como professor é contribuir para que aprendam a desenvolver e a expressar essas ideias com clareza.
2. Por meio de nossas perguntas, procuramos entender o pensamento dos alunos.
3. Encorajamos os alunos a explicar seu pensamento de modo conceitual, em vez de procedimental.
4. Os erros proporcionam oportunidades de examinar ideias que, de outra forma, não seriam consideradas.
5. Embora a eficiência seja um objetivo, reconhecemos que a eficiência de uma estratégia reside no pensamento e no entendimento de cada aprendiz individualmente.
6. Procuramos criar um ambiente de aprendizagem onde todos os alunos se sentem seguros em compartilhar suas ideias matemáticas.
7. Um dos nossos objetivos mais importantes é ajudar os alunos a desenvolver agência social e matemática.
8. A compreensão matemática se desenvolve com o tempo.
9. Confusão e dificuldades são partes naturais, necessárias e até mesmo desejáveis da aprendizagem matemática.
10. Valorizamos e encorajamos uma diversidade de ideias.

Em um exemplo de possível Conversa Numérica o professor apresenta uma operação matemática abstrata, como por exemplo “ 18×5 ”, e pede aos alunos que resolvam o cálculo mentalmente, compartilhando em seguida como pensaram. Essa

¹⁶ “Fluência sem Medo: Pesquisas Mostram as Melhores Formas de Aprender Fatos Matemáticos. Disponível em português em:

<https://www.youcubed.org/pt-br/evidence/fluencia-sem-medo/>. Acesso em set. 2019.

¹⁷HUMPHREYS, C.; PARKER, R. Conversas Numéricas: Estratégias de Cálculo Mental para uma Compreensão Profunda da Matemática. Porto Alegre: Penso, 2019.

estratégia é rica em diversos aspectos; ela estimula o pensamento flexível, dá a oportunidade para que os alunos compartilhem suas ideias e vejam diferentes métodos de resolução de uma mesma operação; representem visualmente suas estratégias etc.

Resolver o cálculo “ 18×5 ” é uma atividade aparentemente simples, mas que causa bastante engajamento, pois quando os alunos começam a compartilhar suas estratégias, costumam ficar impressionados com a quantidade de formas diferentes que existem para resolver essa operação. A representação das diferentes soluções também é muito interessante, pois possibilita que as diferentes soluções sejam visualizadas, como nos diagramas da Figura 5, que ilustra algumas formas de se pensar essa operação. Boaler (2015) conta que quando realiza essa conversa numérica as pessoas costumam ficar fascinadas com a flexibilidade dos números e com a possibilidade de utilizar a criatividade na matemática. A matemática é uma disciplina que possibilita um pensamento preciso, mas quando esse pensamento exato é combinado com criatividade, flexibilidade e diversidade de ideias, a matemática se torna mais atrativa. Os professores podem proporcionar esse tipo de sentimento incentivando que os alunos compartilhem diferentes formas de abordar os problemas (BOALER, 2015).

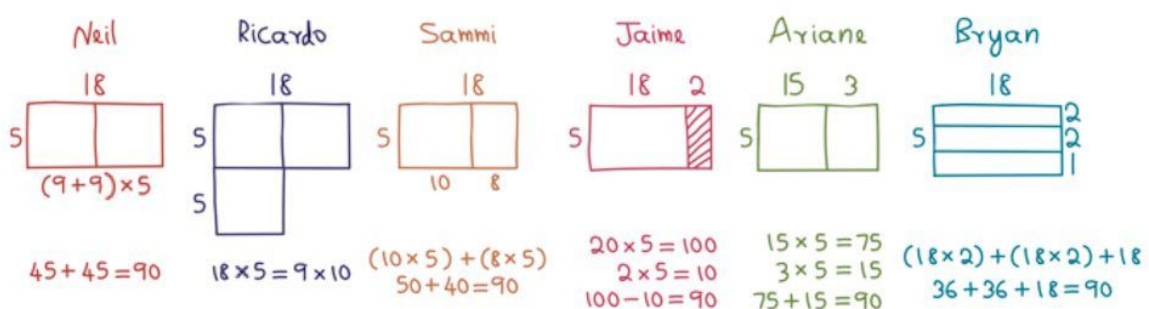


Figura 5 - Soluções Visuais para a multiplicação 18×5
Fonte: BOALER, 2015, p. 59.

3.3.3 Matemática visual

Jo Boaler chama a atenção para outro aspecto importante de ser incorporado no ensino de matemática: o aspecto visual da matemática. Evidências recentes de estudos da neurociência indicaram que quando trabalhamos em um problema matemático, cinco diferentes áreas do cérebro são ativadas, das quais duas são visuais. Quando o estudo de matemática envolve diferentes representações, mais áreas do cérebro se conectam e redes neurais mais fortes são formadas (BOALER, 2019d).

Trabalhar a matemática de forma visual pode ser bastante potente para desenvolver o pensamento matemático e transformar a experiência dos estudantes. Para incorporar o aspecto visual nas atividades de matemática e engajar os alunos em um pensamento visual produtivo, podemos, por exemplo, perguntar-lhes como eles visualizam as ideias matemáticas e pedir para que eles desenhem e representem essa visualização. Podemos proporcionar atividades que tenham aspectos visuais ou solicitar que eles construam soluções visuais para atividades que não possuem imagens (BOALER et al, 2015).

Um exemplo de atividade que é transformada quando o aspecto visual é incorporado é a apresentada na Figura 6, que envolve um padrão de crescimento. Essa poderia ser uma atividade fechada se questionasse apenas qual expressão algébrica poderia representar a figura de posição “n”. No entanto, as perguntas que precedem a atividade como “o que você observa?” e “como você enxerga o padrão crescer?” acrescentam o aspecto visual e possibilitam que sejam abordadas diferentes maneiras de enxergar o crescimento do padrão (Figura 7), enriquecendo as discussões em sala de aula e as trocas entre os alunos.

Como você vê as formas crescendo?

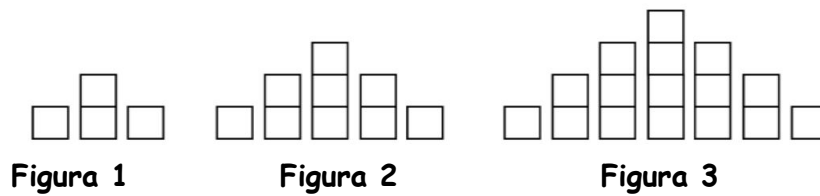


Figura 6 - Padrão de Crescimento
Fonte: Youcubed¹⁸.

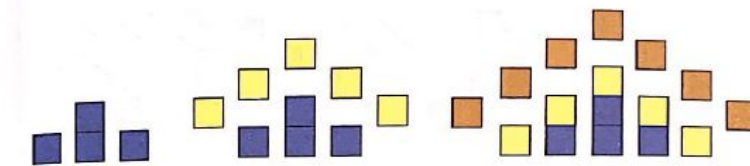


Figura 5.3 O Método da Gota de Chuva: os cubos caem do céu como gotas de chuva.

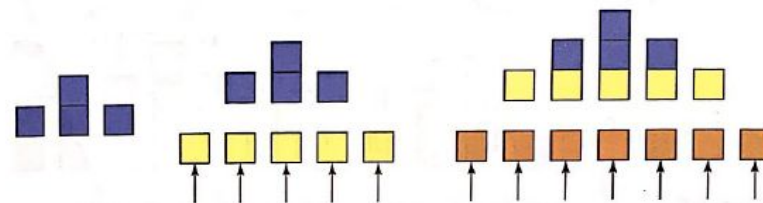


Figura 5.4 O Método da Pista de Boliche: os cubos são adicionados como pinos de uma pista de boliche.

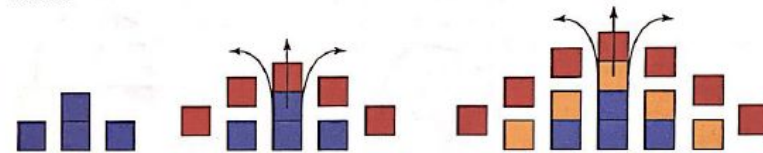


Figura 5.5 O Método do Vulcão: a coluna de cubos do meio cresce, e o resto segue como a lava expelida por um vulcão.

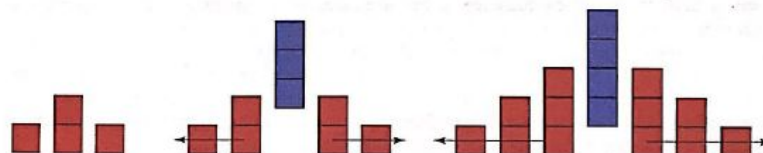


Figura 5.6 O Método da Divisão do Mar Vermelho: as colunas se dividem, e a coluna do meio chega.

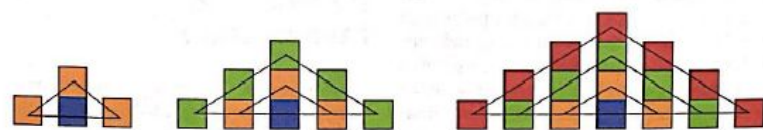


Figura 5.7 O Método dos Triângulos Semelhantes: as camadas podem ser vistas como triângulos.

Figura 7 - Diferentes formas de visualizar o crescimento do padrão
Fonte: BOALER, 2018, p.57

¹⁸ Disponível em:

<https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2017/03/COD144_QUADRADOS-SOBRE-QUADRADOS.pdf> Acesso em Set. 2019

O exemplo das figuras 6 e 7 apresenta claramente como o aspecto visual pode ser incorporado no ensino de matemática, mas o aspecto visual também pode ser explorado em uma operação aritmética, por exemplo. Boaler (2015) apresenta uma atividade proposta pela professora Cathy Humphreys, que pedia aos alunos para representarem visualmente a solução de “1 dividido por $\frac{2}{3}$ ”. A Figura 8 mostra alunos realizando essa atividade (BOALER, 2019b). Outros exemplos de atividades que também abordam o aspecto visual serão apresentadas na próxima seção.

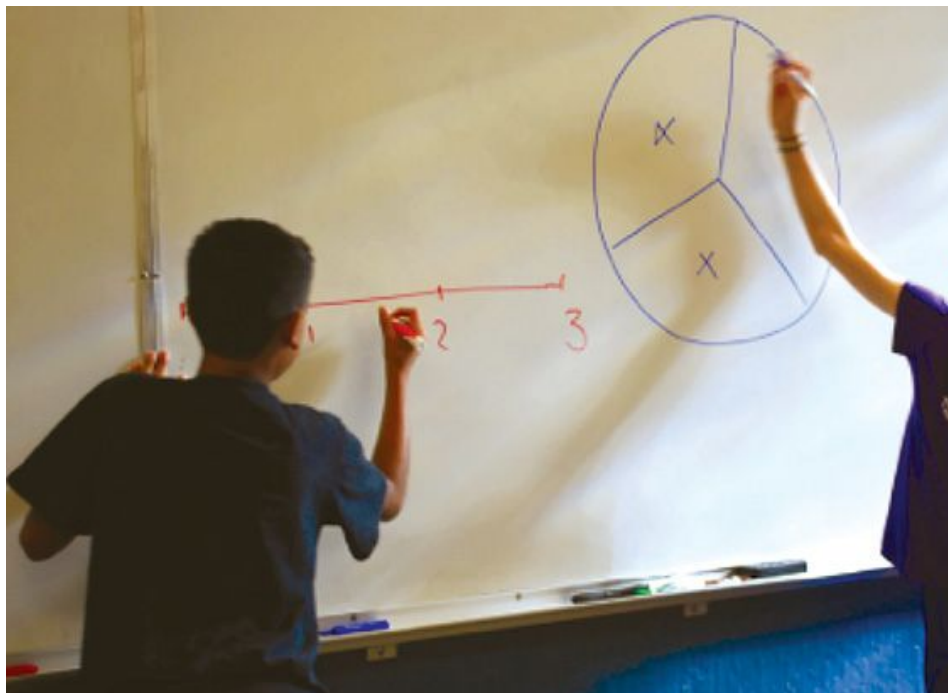


Figura 8 - Alunos representando visualmente uma solução para “1 dividido por $\frac{2}{3}$ ”.
Fonte: BOALER, 2019b, p.425

3.3.4 Atividades matemáticas abertas

Para estimular o desenvolvimento de *mindsets* de crescimento para a matemática não basta modificar as mensagens que os estudantes recebem e estimular a confiança em seus potenciais, é necessária uma combinação de outros fatores e, entre eles, é preciso que as atividades estejam alinhadas a esse propósito. O tipo de tarefa proposto nas aulas de matemática tem papel determinante no engajamento dos estudantes e cria condições para o desenvolvimento de aprendizagem profunda

de importantes conceitos matemáticos que surgem a partir de suas resoluções (BOALER, 2015 e BOALER; MUNSON, WILLIAMS, 2017a).

Boaler (2015) considera que o entusiasmo pela matemática acontece quando os alunos resolvem atividades nas quais há a combinação de curiosidade, estabelecimento de conexões, desafio, criatividade e colaboração entre os alunos. Ela considera que esses aspectos são chave para engajamento na disciplina. Atividades desafiadoras resolvidas em colaboração estimulam conversas matemáticas de alto nível. Os alunos se envolvem bastante quando têm a oportunidade de explorar métodos, e usar suas próprias ideias e pensamentos.

O tipo de atividade matemática que normalmente é proposto no ensino tradicional pode ser chamado de exercícios fechados - são aqueles que para resolver os alunos precisam seguir um procedimento claro e preciso, passo a passo, para encontrar uma solução que é única. Para serem bem-sucedidos nesse tipo de tarefa os alunos precisam seguir cuidadosamente as instruções e aplicarem algoritmos e fórmulas previamente conhecidas. Em contrapartida, tarefas podem se tornar intelectual e academicamente mais desafiadoras se forem abertas e exigirem resolução de problemas complexos, além de fornecerem a oportunidade para os alunos utilizarem múltiplas habilidades intelectuais para compreender e realizar a tarefa (COHEN; LOTAN, 2014).

Boaler recomenda que as atividades propostas em sala de aula sejam mais ricas e contenham mais espaço e oportunidade para uma aprendizagem matemática profunda. Para alcançar isso, a sugestão é que as atividades sejam mais abertas (BOALER, 2015). As principais características de atividades matemáticas abertas são:

- Permitem diferentes maneiras de abordar o problema;
- Favorecem conexões entre diferentes ideias matemáticas;
- São sempre desafiadoras;
- Estimulam a investigação;
- Favorecem o esforço produtivo como parte natural e esperada do processo de resolução;
- Possibilitam troca de ideias quando trabalhadas em grupos (DIECKMANN, 2019b).

Atividades matemáticas abertas chamadas de “piso baixo e teto alto” são consideradas por Boaler como as melhores atividades para proporcionar uma aprendizagem em que todos os alunos consigam acessá-la, ao mesmo tempo que garantem a oportunidade de ser feita uma exploração em um nível matemático mais profundo. São tarefas desafiadoras, porém acessíveis. Esse tipo de atividade é ótimo para ser trabalhado em salas de aulas heterogêneas, pois funcionam para alunos que tenham facilidades e dificuldades distintas - não somente por garantir diferentes níveis de aproveitamento, mas também por possibilitar, de acordo com relatos de professores, que a cada aula alunos de diferentes níveis se destaquem. Esse tipo de atividade costuma ter um alto índice de engajamento e despertar interesse pela matemática, pois estimula a criatividade (BOALER, 2015).

Boaler (2014a) sugere que o professor apresente questionamentos menos simplistas e que necessitem de mais investigação. Por exemplo, quando um professor pergunta qual é a área de um retângulo de largura 2 cm e comprimento 12 cm, o aluno precisa realizar apenas uma operação que terá como resultado 24 cm^2 . Caso o professor pergunte quais retângulos têm área igual a 24 cm^2 , ele estimulará o aluno a compreender a relação entre as dimensões, o conceito de área, a imaginar diferentes retângulos e a discutir a equivalência de áreas entre eles, flexibilizando seu raciocínio. Boaler afirma que esse processo é muito mais enriquecedor em termos de aprendizagem.

Uma forma de aprofundar no raciocínio matemático das tarefas é propor, por exemplo, que o aluno aborde um problema sem aplicar um método de resolução já conhecido por ele. Proporcionar momentos de investigação que tenham como objetivo encontrar uma forma de justificar porque um método funciona, e apresentar sua solução explicando porque ela faz sentido, ao invés de meramente aplicar um método de resolução são bastante proveitosos em termos de aprendizagem (BOALER, 2015).

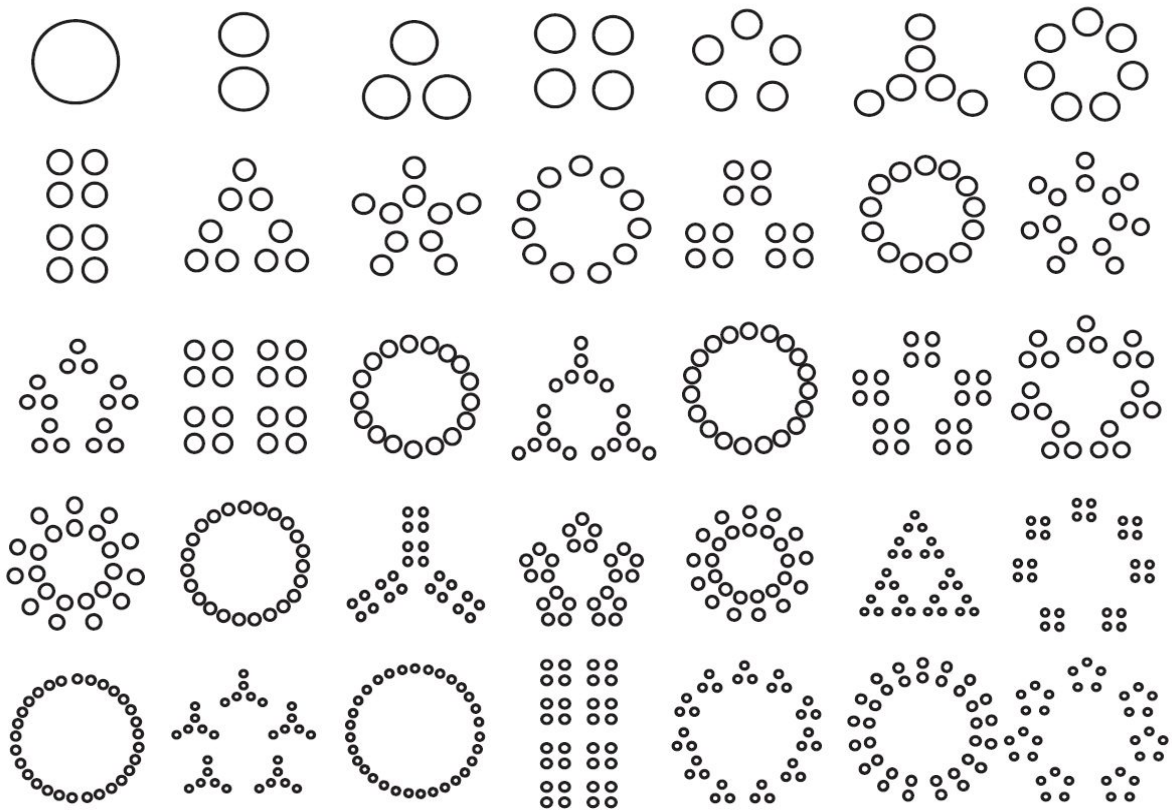


Figura 9 - Atividade “Números Visuais”

Fonte: BOALER; MUNSON; WILLIAMS, 2018, p.21

A atividade “Números Visuais”¹⁹ apresentada no livro “Mentalidades Matemáticas em Sala de Aula” (BOALER, MUNSON; WILLIAMS, 2018, p.21) é um exemplo de atividade aberta. A proposta consiste em investigar os padrões numéricos na Figura 9 que representa, de forma criativa e visual, alguns números em sequência. A atividade possibilita que sejam abordados conteúdos matemáticos como múltiplos, divisores, números primos, fatoração etc. Após um momento de exploração individual, os alunos são convidados a compartilhar suas observações, que podem ter sido representadas por cores, como mostra a Figura 10. Nela os alunos destacaram observações como: os números primos são representados por círculos, encontraram múltiplos de 4, 5, 7, 8 e os agruparam com a mesma cor, representada por uma legenda.

¹⁹ Esta atividade também pode ser acessada no website Youcubed pelo link: <https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2019/08/WIM-Number-Visuals-Grades-6-12.pdf>. Acesso em 15 Set. 2019.

Para aumentar o desafio, após a exploração individual dos padrões encontrados na imagem e o compartilhamento em grupo, os alunos são convidados a desenhar a próxima imagem da sequência e justificar o seu formato. Essa é uma proposta interessante, que aumenta o “teto” da atividade, uma vez que diversas imagens diferentes podem ser propostas para representar a figura de número 36 a partir dos padrões identificados nas figuras anteriores, o que gera momentos ricos de discussão.

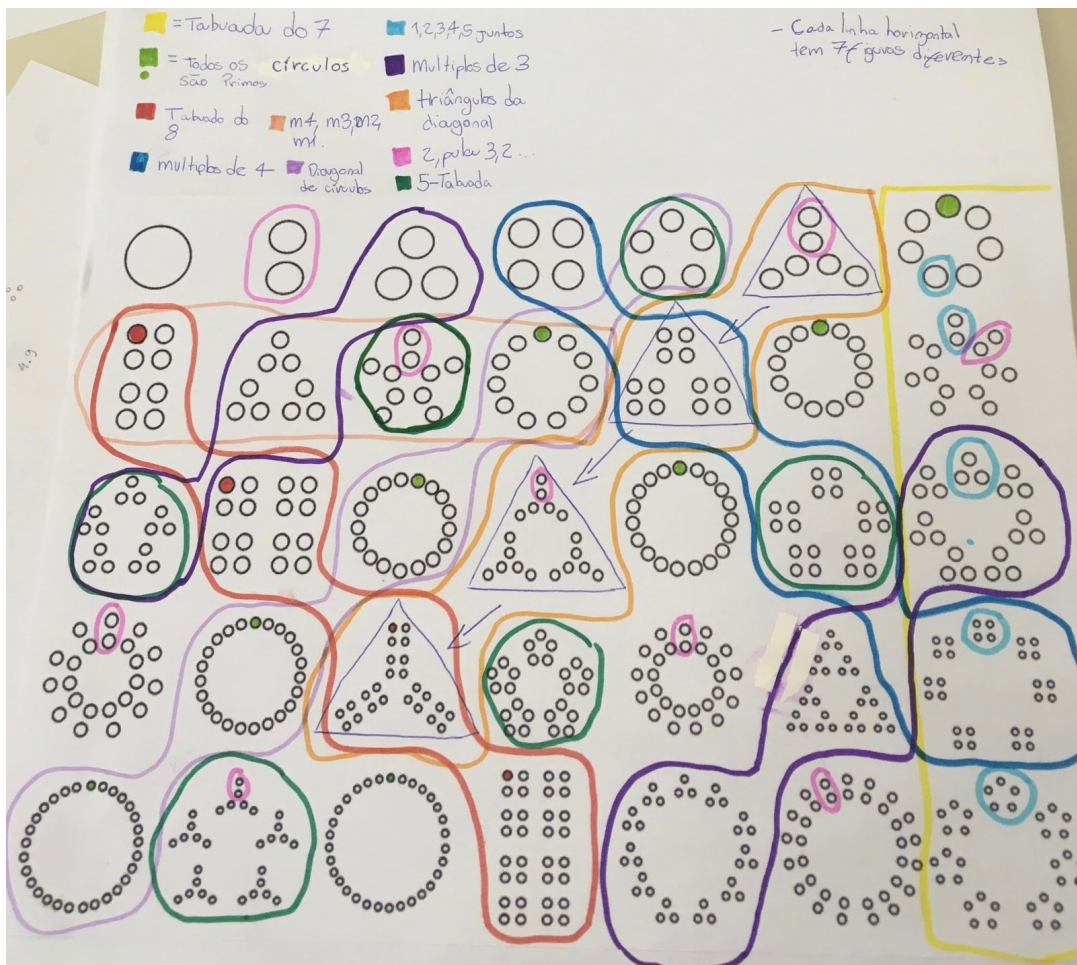


Figura 10 - Apresentação das observações dos alunos sobre a atividade “Números Visuais”
 Fonte: Atividade apresentada por professores do Colégio Sidarta no Seminário de Estudos em Epistemologia e Didática (SEED), na Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (FEUSP) em 23 Ago. 2019

Outro exemplo de atividade aberta foi a proposta por Jack Dieckmann, do Youcubed, no Workshop de professores “Oficina Práticas de Mentalidades Matemáticas: desenvolvendo atividades abertas, criativas e visuais” (DIECKMANN, 2019c),

apresentada no Anexo B. A proposta previa que os participantes planejassem, em grupos, uma maneira de se distanciarem o máximo possível do local do Workshop no intervalo de uma hora e em seguida apresentassem seu plano para o grupo todo. Nesta atividade aparentemente simples e bastante aberta, algumas variáveis propositalmente não foram definidas para que gerasse discussão dentro do grupo, como por exemplo: que tipos de recursos poderiam ser utilizados, qual era a definição de distância. Os participantes desta atividade são surpreendidos pela quantidade de matemáticas que puderam ser exploradas e abordadas em uma única atividade. Também chamou a atenção a liberdade de escolha que se tinha para enfrentar o problema e como isso deixou o grupo extremamente envolvido na exploração.

Algumas características observadas no desenvolvimento dessa atividade foram listadas, dentre elas: modelagem matemática, simulação, levantamento de hipóteses, estimativas, relação entre grandezas, ordem de grandeza, dimensionamento, argumentação, engajamento, liberdade e tomada de decisões. Diversas soluções foram propostas pelos grupos de professores, característica importante de uma atividade aberta, assim como dizem Cohen e Lotan (2017, p.80): “dependendo da estruturação do problema aberto, os alunos desenvolvem diferentes planos, exploram múltiplos caminhos e com frequência chegam a soluções legitimamente diferentes e às vezes a nenhuma solução”.

Atividades abertas também podem ter apenas uma resposta correta, porém várias maneiras diferentes de encontrá-la ou mesmo representá-la. Ao propor esse tipo de tarefa, o professor faz com que as experiências de vida do aluno, opiniões e pontos de vista se tornem componentes legítimos do conteúdo a ser aprendido (COHEN e LOTAN, 2014).

O processo de argumentação e raciocínio está no âmago do fazer matemático. Quando os estudantes discutem, apresentam seus argumentos e tentam convencer seus colegas de suas conclusões, eles têm a oportunidade de se aprofundarem na compreensão dos conceitos. Uma maneira de encorajar esse processo argumentativo é uma estratégia utilizada pela professora Cathy Humphreys

(BOALER, 2019b, p. 425), que pede aos seus alunos para fazerem o papel de céticos em uma discussão. Ela explica aos alunos que o nível de convencimento mais fácil é convencer você mesmo de alguma coisa, o próximo nível é convencer um amigo e o nível mais elevado e mais difícil é convencer um cético. Para convencer um cético é preciso altos níveis de argumentação. Os alunos que estão fazendo o papel de céticos em uma discussão fazem perguntas de aprofundamento como: “Como você utilizou esse método?”; “Por que isso funciona?”; “Você pode provar isso?”, estimulando que os outros alunos apresentem razões completas e convincentes. Esse processo estimula eles a aprenderem sobre argumentação e prova matemática.

Um exemplo de atividade em que os alunos são estimulados a criar conjecturas e convencerem uns aos outros é: “Qual é a relação entre os volumes de um cone e de um cilindro de mesma altura e raio da base? Crie uma conjectura e tente convencer outros alunos.” (BOALER, 2015, p.90, tradução nossa). Outro exemplo de atividade em que os alunos são estimulados a assumirem papéis de céticos nas discussões é a atividade desenvolvida por Mark Driscoll (2007 apud BOALER, 2018), que se chama “Dobrando papéis”. Nesta atividade, estudantes trabalham em duplas dobrando um papel quadrado para formar figuras diferentes. A Figura 11 apresenta as perguntas progressivamente mais difíceis desta atividade.

Dobradura de papel

Trabalhe com um colega. Revezem-se nos papéis de cético e convencedor. Quando você é o convencedor, sua tarefa é ser convincente! Justifique todas as suas afirmativas. Céticos devem ser céticos! Não se deixe convencer facilmente. Exija razões e justificativas que façam sentido para você.

Para cada um dos problemas a seguir, uma pessoa deve fazer a forma e ser convincente. Seu colega é o cético. Ao passar para a questão seguinte, invertam os papéis. Inicie com um pedaço de papel quadrado e faça dobras para construir uma nova forma. Depois, explique como você sabe que a forma que construiu tem a área especificada.

1. Construa um quadrado que tenha exatamente $\frac{1}{4}$ da área do quadrado original. Convença seu parceiro de que é um quadrado e que ele tem $\frac{1}{4}$ da área.
2. Construa um triângulo que tenha exatamente $\frac{1}{4}$ da área do quadrado original. Convença seu parceiro de que é um triângulo e que ele tem $\frac{1}{4}$ da área.
3. Construa outro triângulo, também com $\frac{1}{4}$ da área, que não seja congruente com o primeiro que você construiu. Convença seu parceiro de que é um triângulo e que ele tem $\frac{1}{4}$ da área.
4. Construa um quadrado que tenha exatamente $\frac{1}{2}$ da área do quadrado original. Convença seu parceiro de que é um quadrado e que ele tem $\frac{1}{2}$ da área.
5. Construa outro quadrado, também com $\frac{1}{2}$ da área, com orientação diferente daquele que você construiu na questão 4. Convença seu parceiro de que ele tem $\frac{1}{2}$ da área.

Fonte: adaptado de Driscoll (2007).

Figura 11 - Atividade “Dobrando Papéis”

Fonte: (BOALER, 2018, p. 75)

Durante as aulas do *Summer Camp*, diversas atividades de piso baixo e teto alto foram propostas para os alunos, essas e diversas outras atividades estão disponibilizadas gratuitamente no site do Youcubed. Há uma seção chamada de “*Week of Inspirational Math*” que disponibiliza novas atividades e vídeos semestralmente.

Em resumo, para tornar as atividades matemáticas mais produtivas e abertas, Boaler (2018, p. 68-74) dá sugestões de como criar ou adaptar tarefas para alcançar este

objetivo. Ela sugere que o professor se faça as seguintes perguntas, para enriquecer as atividades:

1. É possível abrir a tarefa para que possibilite uma diversidade de métodos, caminhos e representações?
2. Você pode tornar a tarefa mais investigativa?
3. Você pode propor um problema relacionado antes de ensinar o método de resolução?
4. Você pode acrescentar um componente visual e questionar os alunos como eles vêem a matemática daquele problema?
5. É possível ampliar a tarefa para torná-la de “piso baixo e teto alto”?
6. Você pode acrescentar a exigência de que eles tenham que argumentar e convencer seus colegas (que assumirão o papel de céticos)?

Um questionamento frequente que Jo Boaler recebe de professores é como ensinar métodos e fórmulas específicas, que os alunos não descobririam por si só, apenas explorando uma atividade aberta. Sua sugestão é que problemas que necessitam de métodos específicos para sua resolução sejam apresentados antes que o método seja ensinado. No livro “Mentalidades Matemáticas”, Boaler (2018) dá exemplos de atividades em que os alunos se depararam com problemas que levantaram a necessidade de utilizar um novo método para resolvê-los. Um deles podia ser resolvido utilizando o conceito de integral e outro de trigonometria. No entanto, nas duas situações, os alunos não conheciam estes conceitos antes de começarem a tentar resolvê-los. Após surgir a necessidade, os alunos foram então apresentados aos conceitos e se sentiram mais motivados em aprendê-los. Portanto, a proposta é de que problemas antecedam a explicação de novos conteúdo e métodos, para que a necessidade possa ser uma motivadora para a aprendizagem.

3.4 Educação para equidade e trabalho colaborativo

Uma das maiores preocupações de Jo Boaler, que motivam o desenvolvimento dessa abordagem de ensino e aprendizagem de matemática, que reúne propostas de diversas pesquisas de áreas diferentes, é a equidade. A matemática é uma das

disciplinas ensinadas nos Estados Unidos que tem a maior diferença no desempenho e participação entre os grupos de diferentes etnias, gênero e níveis socioeconômicos (LEE, 2002 apud BOALER, 2015). Boaler defende um ensino de matemática que encoraje todos os alunos a aprender, independentemente da etnia, do gênero, da renda ou de qualquer outra característica. E para alcançar um ensino equitativo, os alunos não devem ser tratados igualmente, pois alguns estudantes enfrentam barreiras e desvantagens diferentes (BOALER, 2015).

É importante destacar aqui a diferença entre equidade e igualdade²⁰. A igualdade propõe que todos os estudantes serão tratados da mesma forma, independente de suas habilidades e contextos; pressupõe-se que todos irão se beneficiar dos mesmos suportes. A equidade tem um foco em justiça social e para alcançar isso os estudantes precisam de diferentes recursos para ter acesso ao aprendizado (MMA, 2018).

Na visão de Boaler (2015), o caminho para proporcionar a todos os estudantes um ensino de matemática mais equitativo passa pelas seguintes estratégias:

- 1. Oferecer conteúdos de alto nível a todos os estudantes:** aumentar o número de estudantes que têm a oportunidade de ter contato com uma matemática mais desafiadora e estimulante.
- 2. Modificar as crenças sobre quem pode ter um bom desempenho em matemática:** combater os estereótipos a respeito da aprendizagem de matemática e estimular *mindsets* de crescimento, pois alunos com essa postura são capazes de evitar que mensagens estereotipadas afetem seu desenvolvimento.
- 3. Incentivar os estudantes a pensarem profundamente sobre matemática:** quando a matemática é ensinada como uma disciplina de conexões e investigação, as desigualdades tendem a diminuir e o desempenho dos estudantes aumenta (BOALER; STAPLES, 2008).

²⁰ Uma análise mais aprofundada do tema equidade no contexto da educação matemática pode ser encontrada em Gutierrez, 2002.

4. **Ensinar os alunos a trabalharem juntos:** trabalhar matemática de forma colaborativa, compartilhando estratégias, dúvidas e dificuldades, traz benefícios para a compreensão de conceitos matemáticos, reduz as desigualdades, melhora o desempenho dos alunos, e é um caminho na direção da equidade (COHEN; LOTAN, 2014, BOALER; STAPLES, 2008).
5. **Dar para todos, independentemente do gênero ou etnia, encorajamento adicional para que aprendam Matemática e Ciências:** estereótipos de que a matemática é uma disciplina mais para homens brancos e asiáticos do que para mulheres e negros estão por toda parte na sociedade e afetam o desempenho desses grupos. Meninas e estudantes negros precisam receber mensagens que salientem sua capacidade de aprender.
6. **Eliminar ou, ao menos, modificar a natureza das lições de casa:** relatórios do PISA (OCDE, 2014) indicaram que lição de casa é um fator que perpetua desigualdades na educação e não aumenta o desempenho dos alunos. Alunos com condições familiares e de lar menos propícias para o estudo ficam prejudicados; além disso, a qualidade das tarefas costuma ser baixa, com exercícios procedimentais e repetitivos (BOALER, 2015). Se os professores precisam passar lição de casa, a sugestão é que as questões sejam mais reflexivas e que encorajem os estudantes a refletir sobre a matemática aprendida em aula, focando nas ideias fundamentais ao invés de em exercícios de repetição.

Fatores que já foram destacados nesta dissertação, como os estereótipos relacionados a quem pode aprender matemática, contribuem para que a matemática pareça uma disciplina elitizada, só para algumas pessoas. Com o intuito de modificar esse cenário e promover uma matemática equitativa, é preciso transformar a cultura da sala de aula combatendo esses mitos. A ideia de que pessoas da matemática nasceram com algo diferente, que só um pequeno grupo de pessoas nasce com essa capacidade, e que essas pessoas não precisam se esforçar para obter sucesso na disciplina é muito prejudicial para todos os estudantes. Isso tem aspectos negativos tanto para os alunos que recebem o rótulo de “superdotados” ou “pessoas da matemática” quanto para os que não recebem.

Os alunos que recebem esses rótulos podem acabar desenvolvendo um *mindset* fixo e ficando menos propensos a se arriscarem para resolver problemas mais difíceis e desenvolver ainda mais o seu potencial. Os alunos que não recebem tendem a não acreditar na sua capacidade para aprender a disciplina e tendem a não querer enfrentar suas dificuldades nela. Dessa forma, quando a matemática é ensinada como uma disciplina elitizada, apenas uma pequena parcela daqueles que poderiam se desenvolver na matemática efetivamente o fazem (BOALER, 2015).

As questões de gênero e o estereótipo de que matemática não é para mulheres é um tópico relevante ao se tratar de equidade na matemática. Alguns estudos (BOALER, 2002b e ZOHAR; SELA, 2003) indicaram que as meninas tendem a querer entender as coisas de forma mais profunda - compreender porque os métodos funcionam, de onde vêm, e como se conectam com conceitos mais amplos. Esse objetivo é muito válido e deve ser proporcionado a todos os estudantes. Infelizmente, muitas salas de aula de matemática prezam pela velocidade das respostas e não proporcionam esse tipo de compreensão aprofundada - e quando as meninas não compreendem em profundidade costumam não desempenhar tão bem, desistir da matemática e desenvolvem ansiedade. Meninas apresentam níveis de ansiedade matemática muito maiores que os meninos (OECD, 2015) e a falta de oportunidade para aprofundamento é uma das razões para isso.

A pesquisa de Eccles e Jacob (1986) mostrou que mensagens de conforto do tipo “tudo bem você não ir bem em matemática, você vai bem em outras matérias” ou “não se preocupe, matemática não é pra você” são extremamente prejudiciais para as meninas. Essa pesquisa identificou que, quando as mães diziam às filhas que elas não eram boas em matemática na época da escola, o desempenho das filhas diminuía.

Segundo Anderson, Boaler e Dieckmann (2018), com a aplicação da abordagem *Mathematical Mindset*, os resultados de mudança no *mindset* e desempenho são notáveis entre os estudantes que mais necessitam de encorajamento adicional: meninas, alunos em desvantagem econômica e alunos que estão aprendendo a

língua na qual estão estudando (realidade presente no contexto norte-americano devido aos alunos imigrantes).

A prática de separar os alunos em turmas diferentes, baseada em suas classificações por notas, transmite mensagens prejudiciais aos alunos, que incentivam *mindsets* fixos. Alunos que tenham alcançado uma aprendizagem matemática mais avançada não precisam ser colocados em turmas separadas, para aprenderem conteúdos diferenciados; eles podem ser estimulados a explorar os conceitos já aprendidos com mais profundidade. Além disso, há estratégias baseadas em sólidas pesquisas que sugerem que trabalhar a matemática em grupos heterogêneos (LOTAN; COHEN, 2014) seja um caminho para alcançar a equidade.

A dicotomia entre equidade e excelência tem permeado o debate sobre política educacional e trabalho docente por anos. O senso comum afirma que um currículo desafiador resultará no aprofundamento das desigualdades. Ao mesmo tempo, ao nivelar por baixo, alguns não serão desafiados. Portanto, o professor se vê diante da tarefa de ajudar aqueles com mais dificuldades ou apostar nos que sentam nas cadeiras da frente. Para Cohen e Lotan, essa dicotomia não precisa e não deve existir. E o trabalho em grupo é a arma mais eficaz para a obtenção de resultados ao mesmo tempo equitativos e rigorosos (LOUZANO apud prefácio COHEN; LOTAN, 2014, p. xi).

Boaler (2015) defende que a estratégia de trabalho em grupo é essencial para uma boa aprendizagem matemática. No entanto, trabalho em grupo a que se faz referência aqui não é o trabalho em grupo normalmente observado nas salas de aula do ensino tradicional em que, quando acontece, muitas vezes a distribuição das tarefas se dá de forma desigual; os alunos fragmentam o trabalho, cada um faz uma parte ou só alguns realizam a tarefa enquanto outros não participam. Se os alunos não são instruídos e incentivados a estabelecer normas de trabalho dentro do grupo, é provável que ele aconteça de forma desigual. Elizabeth Cohen (1994) estudou as relações desiguais em grupos de trabalho e identificou que isso se dá em razão das diferenças de status dentro do grupo. Cohen e Lotan (2014) então desenvolveram uma estratégia pedagógica consistente (*Complex Instruction* - traduzida para o português como Ensino para Equidade - EpE), um trabalho em grupo estruturado, baseado em muita pesquisa, concebido a partir do trabalho teórico da socióloga

Elizabeth Cohen e ampliado e aprimorado com os conhecimentos pedagógicos de Rachel Lotan, com o objetivo de que o trabalho seja de fato equitativo em grupos heterogêneos.

O Ensino para Equidade é uma proposta de trabalho em grupo equitativo e intelectualmente rigoroso para salas de aula heterogêneas, no qual os alunos trabalham juntos de maneira produtiva e igualitária. Os grupos precisam ser pequenos (3-5 alunos), para que todos tenham espaço para participar. Nessa proposta, espera-se que os alunos façam a tarefa sem depender do professor, ocorrendo uma delegação de autoridade, para que os alunos trabalhem com autonomia. Há também uma atribuição de papéis: os alunos recebem papéis específicos dentro do grupo, essa é uma parte importante do EpE, pois encoraja responsabilidade em cada estudante. Dentro dessa proposta, os alunos são responsáveis pelo aprendizado de cada membro do grupo. A atribuição de competências é algo que também faz parte dessa metodologia e é fundamental para que o professor possa interferir no status dos alunos dentro dos grupos. Isso normalmente é feito valorizando, perante toda a classe, um feito intelectual do estudante (COHEN; LOTAN, 2014).

O aprendizado sobre como trabalhar em grupos se faz necessário visto que nem crianças, nem adultos, sabem necessariamente como trabalhar em grupo. Segundo Cohen e Lotan (2014), é um erro assumir que um agrupamento de pessoas vai trabalhar de maneira construtiva naturalmente. Os alunos precisam ser preparados para a cooperação, é necessário estabelecer normas claras de trabalho. O livro “Planejando o Trabalho em Grupo: Estratégias para Salas de Aula Heterogêneas” de Cohen e Lotan (2014) traz fundamentação e direcionamento detalhado sobre como construir esse ambiente de trabalho em grupo equitativo.

Uma característica importante no EpE para que os alunos sejam motivados a trabalhar de forma autônoma e produtiva, é a natureza das tarefas, chamadas de “*groupworthy tasks*” (tarefas adequadas ao trabalho em grupo). São atividades desafiadoras o bastante para que os alunos precisem discutir ativamente e exijam a

atenção e esforço de todos - não é uma atividade que um aluno resolveria sozinho, envolve problemas complexos, dilemas e diferentes soluções. No trabalho em grupo efetivo os alunos interagem, “fazem perguntas, explicam, fazem sugestões, criticam, ouvem, concordam, discordam e tomam decisões coletivas.” (COHEN; LOTAN, 2014, p.2).

Quando os professores da escola Railside desenvolveram o currículo de matemática da escola, houve uma ênfase em criar atividades que ilustrassem importantes conceitos matemáticos e fossem adequadas ao trabalho em grupo (BOALER e STAPLES, 2008):

Tarefas adequadas ao trabalho em grupo exigem que os alunos descrevam e compartilhem suas experiências, expressem e justifiquem suas crenças, valores e opiniões pessoais. Em tais atividades, os estudantes analisam, sintetizam e avaliam; discutem causa e efeito, exploram temas controversos, planejam experimentos e constroem modelos, se esforçam para obter consenso e chegar a conclusões. Em geral, ao buscarem soluções para problemas abertos, os membros do grupo precisam articular as condições sob as quais uma solução se torna ideal e, dessa forma, é a correta para o grupo (COHEN e LOTAN, 2017, p.80).

A proposta de ensino de matemática adotada na escola Railside teve um foco marcante no desenvolvimento da equidade. O livro “*Mathematics for equity: A framework for successful practice*”²¹ (CABANA et al, 2014) apresenta muitas das estratégias equitativas utilizadas nesta escola; dentre elas há cinco aspectos fundamentais da prática e instrução para uma matemática equitativa :

1. Estruturar as aulas para que produzam engajamento em atividades adequadas ao trabalho em grupo;
2. Abordar conceitos matemáticos através de múltiplas representações;
3. Organizar o currículo em torno de ideias fundamentais;
4. Utilizar estratégias de argumentação e justificativa para incentivar os alunos a articular seu pensamento matemático;
5. Tornar público e valorizado o pensamento dos alunos por meio de apresentações (CABANA et al, 2014, p. 234, tradução nossa).

A estratégia pedagógica de trabalho em grupo *Complex Instruction* (Ensino para Equidade) foi a utilizada na escola Railside (abordada na seção 2.3). No Youcubed *Summer Camp* (seção 2.6), uma outra estratégia de trabalho em grupo semelhante

²¹ “Matemática para equidade: estruturação de uma prática bem sucedida (tradução nossa).”

foi utilizada (YOUUCUBED, 2018?a), na qual o foco principal foi envolver todos os estudantes com o processo do pensamento matemático. Nessa proposta, a atividade sempre iniciava com cada aluno explorando e em seguida compartilhando com o grupo suas impressões sobre a atividade. Neste contexto os professores destacavam para os alunos a importância da diversidade de maneiras de enxergar a matemática e resolver problemas; a importância de ouvir uns aos outros; respeitar todos os colegas e construir soluções com a contribuição de todos. As diferentes ideias eram valorizadas pelos professores e aos poucos os alunos também estavam valorizando as ideias dos colegas e trabalhando colaborativamente.

Nem sempre o papel do professor é considerado quando o assunto é desigualdade, mas os professores podem exercer um papel crucial e fazer a diferença através da forma com que apresentam a matemática e das oportunidades que eles têm para encorajar estudantes em situações de vulnerabilidade. Matemática é uma disciplina essencial, muito importante para o futuro dos estudantes, e os professores podem, aos poucos, contribuir para modificar esse cenário de desigualdade (BOALER, 2019).

3.5 Avaliação para a aprendizagem

A matemática é uma disciplina de conceitos, ideias e conexões, que poderia inspirar todos os estudantes; no entanto, existe uma cultura de ensiná-la com um foco na performance. Ou seja, com uma preocupação excessiva em identificar constantemente se o aluno é bom ou não em matemática, se sabe ou não sabe o que está sendo ensinado. Quando o assunto matemática aparece nas rodas de conversa mais diversas, as pessoas costumam falar imediatamente se eram boas ou não em matemática na escola. O mesmo não acontece quando os assuntos que surgem são relacionados a literatura, geografia e ciências, por exemplo. Para as pessoas que cresceram nessa cultura da performance, a matemática teve um importante papel de medir e julgar a capacidade intelectual delas (BOALER, 2015).

Muitas vezes os estudantes descrevem-se dizendo: “eu sou um estudante nota A” ou “um estudante nota D”, o que mostra como as notas influenciam os estudantes a se definirem a partir dessa métrica. O constante teste de erro ou acerto ao qual os alunos são expostos nas aulas de matemática causa uma certa negatividade em relação ao erro, frequentemente associado ao fracasso e à desmotivação de se comprometer com a disciplina (BOALER, 2013).

Segundo Black e Wiliam (1998) a aplicação de testes rasos para medir conhecimento encoraja uma aprendizagem mecânica e superficial, que vai na direção contrária ao desenvolvimento da aprendizagem e compreensão de fato. A supervalorização das notas torna o ambiente de aprendizagem competitivo e os alunos se comparam muito uns com os outros a partir desses parâmetros, ao invés de focarem em seu desenvolvimento individual.

Muitos alunos mostram-se satisfeitos em alcançar a nota suficiente para serem aprovados. Além disso, um aspecto negativo da valorização das notas pelos estudantes é que muitas vezes eles se preocupam mais em como conseguir uma boa nota do que em como aprimorar a sua aprendizagem. Nesse contexto de valorização das notas e resultados corretos, alunos que encontram dificuldades são levados a acreditar que eles não têm capacidade para aprender, e atribuem as dificuldades às condições e defeitos pessoais nos quais eles pensam que não podem interferir. Assim, acabam evitando investir tempo e esforço nessa esfera de aprendizagem na qual encontraram dificuldades (BLACK; WILIAM, 1998).

A discussão sobre dar notas ou não para as atividades escolares é polêmica. Por um lado, há estudos que mostram que proporcionar comentários relevantes acerca do desenvolvimento do aluno é muito mais significativo em termos de aprendizagem do que dar notas (BUTLER, 1988). No entanto, alguns professores dizem que precisam dar notas para garantir que os alunos levem o trabalho a sério. E muitos pais criam a expectativa de que seus filhos receberão uma nota em um trabalho que se dedicaram a fazer (HEITIN, 2015).

No entanto, o que alguns professores e pesquisadores alegam é que ter o receio de que os alunos não levem o trabalho a sério se eles não receberem notas é um problema de envolvimento e motivação. Por exemplo, estudantes que querem passar no exame de direção para obter uma carteira de motorista geralmente não necessitam de notas para se motivar a estudarem o que é necessário. Uma avaliação que os ajuda a melhorar suas chances de obter a carteira de motorista é suficiente e notas não são necessárias (HEITIN, 2015).

Outra questão levantada nessa discussão é que receber uma nota 7 em uma avaliação que vale 10 não indica como melhorar o desempenho e no que é preciso investir mais estudo. Por outro lado, oferecer um *feedback* narrativo em forma de comentário pode ser muito mais útil para a melhoria da aprendizagem do que receber uma pontuação (HEITIN, 2015). Como a nota numérica não transmite nenhum tipo de informação sobre como os alunos podem melhorar, uma oportunidade de se aprimorar o aprendizado é perdida. Por outro lado, comentários só são úteis se são utilizados para guiar o aluno na continuação do processo de aprendizagem e identificam o que foi feito corretamente e o que ainda precisa ser aprimorado (BLACK et al, 2004).

Muitos professores acreditam que a avaliação por notas motiva os alunos a estudar, mas essa motivação costuma ter um viés competitivo, e neste contexto as notas tendem a motivar apenas os alunos que alcançam bons resultados. Motivar os estudantes é necessário, de fato, mas há evidências de que notas não são a melhor forma de incentivar o aprendizado. Estudantes que recebem notas sobre o seu trabalho tendem a interpretar essa informação como uma forma de se comparar com os outros colegas, enquanto os que recebem comentários encaram essa avaliação como algo que os ajuda a melhorar (BLACK et al, 2004; BOALER, 2015). A mudança na forma de avaliar faz com que esse processo seja visto menos como um julgamento e comparação e mais como uma etapa importante no processo de aprendizagem (BLACK; WILIAM, 1998).

Pesquisas sugerem que testes cronometrados causam ansiedade matemática. Quando estudantes não conseguem bom desempenho nesses testes, eles começam a desenvolver ansiedade e estresse, tendo redução em sua confiança (ASHCRAFT, 2002). Há evidências de que a avaliação cronometrada da tabuada é o início da ansiedade matemática de muitos estudantes (BOALER, 2014b). Pesquisadoras estudaram o cérebro de alunos e identificaram que fatos matemáticos (como a tabuada) são armazenados na área de memória do cérebro, mas quando os alunos estão estressados, por exemplo quando precisam responder questões matemáticas sob pressão de tempo, ocorre um bloqueio dessa memória e os alunos não conseguem acessar os fatos que eles sabem (SIAN, BEILLOCK, 2011 apud BOALER, 2014b).

É importante repensar aspectos da avaliação como: para quem ela serve; que tipo de informação ela produz; como essa informação é tratada; por que estimular a velocidade e exigir que sejam realizadas em tempos curtos? Por que dar notas? Essas são algumas questões que as pesquisas da área de avaliação colocam em questionamento e que são importantes de serem consideradas pelos educadores matemáticos.

Assessment for Learning (A4L), em português Avaliação para a Aprendizagem, é uma estratégia de avaliação proposta por Paul Black, Dylan Wiliam e outros pesquisadores, na qual o foco está em usar um instrumento avaliativo para promover a aprendizagem e não para a medir; por isso é chamada de avaliação “para aprendizagem” e não “da aprendizagem”. Um princípio importante da A4L é que ela ensina os alunos a terem responsabilidade sobre sua aprendizagem e os empodera para que se tornem alunos autônomos que conseguem identificar o que estão precisando aprimorar. Esses pesquisadores definem A4L da seguinte forma:

Avaliação para a Aprendizagem é caracterizado por qualquer avaliação que tem como prioridade, ao ser elaborada e aplicada, servir ao propósito de promover o aprendizado do aluno. Se difere de avaliações que são elaboradas principalmente para classificar ou ranquear estudantes e verificar ou certificar competências. Uma atividade avaliativa pode favorecer a aprendizagem se fornece informações para o aluno e para o professor que podem ser utilizadas como *feedback* para avaliar como o aluno está e poder modificar as atividades futuras envolvidas nesse processo de aprendizagem. Essas avaliações são consideradas avaliações formativas se seus

resultados são de fato utilizados para adaptar o trabalho do professor adequando-o às necessidades de aprendizagem identificadas (BLACK et al, 2004, p.10, tradução nossa).

A avaliação formativa acontece ao longo dos ciclos e é utilizada para: identificar onde os alunos estão no processo de aprendizagem, possibilitando aos professores e aos alunos determinarem os próximos passos; e monitorar a aprendizagem. Nesse tipo de avaliação a ênfase está no aperfeiçoamento do ensino e aprendizagem. A avaliação formativa é a essência da Avaliação para Aprendizagem (A4L). Em contrapartida, uma avaliação somativa é utilizada para verificar e medir o aprendizado do estudante, é aplicada ao final de um ciclo de aprendizagem para determinar a performance do aluno, gerando uma nota (BOALER, 2015).

Mais de 20 estudos examinados por Black e Wiliam (1998) indicaram que inovações educacionais que incluíam o fortalecimento da prática de avaliação formativa produziam ganhos educacionais significativos e relevantes. Esses estudos envolviam níveis de ensino desde a pré-escola à universidade, em uma variedade de disciplinas e em diversos países. Muitos desses estudos chegaram à conclusão de que avaliações formativas contribuem para reduzir as desigualdades de aprendizagem.

Os estudantes precisam ter clareza de quais são os objetivos de aprendizagem e as avaliações formativas têm o papel de identificar se esses objetivos estão sendo cumpridos. Os alunos também precisam ter clareza dos critérios utilizados para avaliá-los. Na Avaliação para Aprendizagem (A4L), a avaliação e *feedback* sobre esse processo têm três componentes importantes: reconhecimento do objetivo a ser alcançado; evidência de sua posição atual; e um certo entendimento de como encurtar a lacuna entre esses dois componentes (BLACK; WILIAM, 1998). Black e Wiliam (1998) defendem que *feedbacks* para os alunos deveriam se concentrar em qualidades particulares de seus trabalhos e sugestões de como melhorar determinados aspectos, evitando a comparação com outros estudantes.

Um resultado importante e relevante relacionado ao tipo de devolutiva constante nas avaliações foi obtido pela pesquisa de Ruth Butler (1988), que examinou três tipos de

feedback: apenas notas, apenas comentários, e notas com comentários. Seu estudo apontou que alunos que receberam apenas notas ficaram satisfeitos ou desmotivados, dependendo da nota que obtiveram. Notas com comentários apresentaram resultados similares aos alunos que receberam apenas notas, pois os alunos focaram apenas nas notas e ignoraram os comentários. Os alunos que receberam apenas comentários foram os que demonstraram maior progresso.

Black et al (2004) sugerem que uma forma de acessar a compreensão dos alunos e identificar as lacunas de aprendizagem é melhorar a qualidade das perguntas feitas em sala de aula. Comumente os professores fazem perguntas cujo tempo de resposta é curto, ou seja, eles esperam poucos segundos para que os alunos respondam. Esse tipo de pergunta só funciona se o professor estiver acessando fatos memorizados, pois para uma reflexão mais aprofundada os alunos precisariam de mais tempo para pensar.

Para modificar isso o professor deve evitar perguntas rasas, que induzem a resposta ou que tenham respostas muito diretas, para que a discussão passe de um nível superficial para um nível mais aprofundado (BLACK; WILIAM, 1998). Ao modificar o tipo de perguntas, o questionamento passa a ser um componente significativo do processo de ensino, servindo para identificar melhor onde estão as dúvidas dos alunos, para que elas possam ser endereçadas para as necessidades reais dos estudantes (BLACK et al, 2004).

Perguntas simples como “O que você acha disso?” ou “Como você poderia representar isso?” com tempo maior de espera, para dar aos alunos tempo de pensar, podem mudar a dinâmica das aulas (BLACK et al, 2004). Os alunos precisam ter clareza de que o objetivo dessas perguntas é o aprofundamento, ao invés de encontrar a resposta certa de primeira. Esse tipo de mudança faz com o que os alunos ressignifiquem o processo de aprendizado, percebendo que aprender está mais relacionado a expressar e discutir sua compreensão, do que a sua capacidade de encontrar a resposta certa rapidamente (BLACK et al, 2004).

A auto-avaliação é uma parte importante da avaliação formativa, que envolve discussão e reflexão a respeito do seu próprio processo de aprendizagem. Para que a avaliação formativa seja produtiva, alunos precisam ser treinados, para que possam compreender os objetivos maiores de suas aprendizagens e então entender o que precisam fazer para alcançá-las (BLACK; WILIAM, 1998). Boaler (2018, p. 132-134) apresenta em seu livro “*Mathematical Mindsets*” estratégias que podem ser utilizadas para a auto-avaliação pelos alunos.

Ao investir em avaliação formativa, diversos elementos essenciais devem ser levados em consideração: a qualidade das interações entre alunos e professores; o estímulo e incentivo para que os alunos sejam ativos e assumam responsabilidade sobre seu próprio aprendizado; a preocupação em remover os alunos da crença de que não são capazes; e ajudá-los a desenvolver habilidades que os tornem aprendizes para toda a vida (BLACK; WILIAM, 1998).

Apesar das evidências dos benefícios que a remoção das notas das avaliações trazem para a aprendizagem dos estudantes, muitos professores trabalham em escolas que exigem que notas sejam atribuídas e isso faz parte dos processos que o professor precisa seguir. Pensando nisso, Boaler (2015, p. 145-146) dá sugestões do que os professores podem fazer para continuar comunicando mensagens que influenciam *mindsets* de crescimento mesmo precisando atribuir notas. Seguem algumas delas:

1. O professor pode permitir que os estudantes refaçam as avaliações para obter notas melhores, pois isso comunica a mensagem de que o professor está preocupado com a aprendizagem e valoriza o esforço dos estudantes, ao invés de se preocupar com a performance.
2. O professor pode apresentar as notas apenas para os profissionais da escola, e não aos estudantes. Em contrapartida, disponibiliza aos estudantes um retorno escrito ou verbal sobre o seu desenvolvimento.
3. O professor pode avaliar os alunos de forma multidimensional. Ou seja, avaliando o fazer matemático em sua amplitude, dando notas para as

diversas formas de se fazer matemática, por exemplo: o raciocínio, a argumentação, a habilidade de fazer perguntas que levam ao aprofundamento da compreensão e a representação de situações matemáticas de maneiras diferentes.

4. Não dar notas para lições de casa. Boaler explica que lição de casa é uma prática de desigualdade na educação (conforme apresentado na seção anterior). Portanto, se o professor precisa passar lições de casa, a sugestão é que elas não façam parte das notas dos alunos.

Propor mudanças na metodologia de avaliação não significa facilitar o processo para os estudantes e, sim, transformá-lo para que seja mais significativo em termos de aprendizagem. É necessária uma mudança de cultura de avaliação e é muito relevante que os alunos desenvolvam autonomia e responsabilidade em seu processo de aprendizagem.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As evidências científicas apresentadas pelas pesquisas estudadas neste trabalho dão um direcionamento para as transformações que as salas de aula de matemática podem receber para alcançar um ensino de matemática que atinja todos os estudantes. As possibilidades aqui propostas podem ser chave para repensar e modificar a abordagem de ensino de matemática e proporcionar um futuro menos traumático com o aprendizado dessa disciplina para tantos alunos.

O ato de compartilhar com os alunos as informações sobre o funcionamento do cérebro, o quanto as crenças a respeito das próprias habilidades e inteligência afetam como aprendemos e a importância dos erros e do esforço produtivo, já provocam mudanças de postura frente ao aprendizado. É importante que os alunos reflitam sobre a forma com que estão encarando os problemas e desafios matemáticos para que desenvolvam o seu potencial. Mas, para que resultados mais efetivos sejam alcançados, outras mudanças no ensino também precisam acontecer em paralelo. Aliando mudanças de postura à oportunidade de experienciar uma matemática multidimensional em um ambiente colaborativo, desafiador, sem estereótipos de aprendizagem, e que incentive mais a compreensão dos conceitos do que o desempenho, mais e mais alunos terão a oportunidade de alcançar uma aprendizagem matemática de alto nível.

Jo Boaler defende que para alcançar modificações positivas no ensino de matemática é necessário uma revolução, e não apenas intervenções pontuais. Essa revolução envolve mudanças nas crenças culturais sobre a matemática e sobre o potencial de aprendizagem dos estudantes; combate ao elitismo da disciplina; mudança na valorização da performance para um foco na aprendizagem; abordagem da matemática como uma disciplina multidimensional disponível para todos (BOALER, 2015).

Trabalhos futuros poderiam se dedicar a investigar a aplicação dessa proposta no Brasil. Levantando, por exemplo, quais dos aspectos do *Mathematical Mindset* se

aplicam ao nosso contexto; quais alterações estruturais e práticas precisariam acontecer para transformar positivamente a relação dos estudantes com a aprendizagem matemática; como o currículo brasileiro pode ser abordado dentro desta proposta; além de identificar quais linhas de pesquisa na área de educação matemática brasileira se relacionam com o que está sendo proposto pela abordagem *Mathematical Mindsets*.

O objetivo desta pesquisa de mestrado foi identificar os aspectos que fundamentam e estão envolvidos nesta nova proposta de ensino e aprendizagem de matemática. Essa identificação foi feita por meio do estudo dos artigos e livros mais recentes publicados pela educadora matemática Jo Boaler e também de artigos e livros de outros pesquisadores que foram referenciados por ela em suas publicações.

Como resultado desta pesquisa de mestrado, foram identificados os aspectos (apresentados no Quadro 1) considerados mais importantes, que fundamentam e fazem parte da abordagem de ensino *Mathematical Mindsets*. No momento em que se finalizava a redação deste trabalho, quando esses aspectos já haviam sido elencados e organizados como disposto nas seções anteriores do capítulo 3, uma publicação de Boaler (2019e) foi acessada, na qual ela apresenta práticas consideradas importantes para que o professor aplique o *Mathematical Mindsets*. Encontramos relação entre essas práticas e os aspectos levantados por esta pesquisa e ilustramos no quadro seguinte as conexões identificadas.

Quadro 1 - Relação entre aspectos do *Mathematical Mindset* identificados por essa pesquisa e práticas propostas por Boaler

Aspectos do <i>Mathematical Mindset</i> (conforme classificação e análise próprias)	Práticas relacionadas ao <i>Mathematical Mindset</i> (propostas por Boaler)
<i>Mindset</i> de crescimento	Cultura da Mentalidade de Crescimento
Erros, esforço e desafio na perspectiva da neurociência	Desafio e Esforço
Matemática multidimensional	Natureza da Matemática
Educação para equidade e trabalho em grupo	Conexões e Colaborações
Avaliação para aprendizagem	Avaliação

Fonte: Elaboração própria

Essas práticas, listadas no Quadro 1, foram apresentadas no guia: *Mathematical Mindsets Guide* (BOALER, 2019e), que foi elaborado com o intuito de auxiliar e direcionar os professores que estão aplicando a abordagem em sala de aula. Boaler (2019e) propõe que sejam consideradas as seguintes práticas:

- Desenvolvimento da cultura do *mindset* de crescimento - que envolve transmitir mensagens aos alunos que incentivam confiança em seus potenciais de aprendizagem, a valorização do processo de aprendizagem ao invés das respostas corretas.
- Ressignificar o desafio e o esforço - valorizando o esforço e os erros como parte do processo de aprendizagem, encorajando a persistência nos desafios difíceis e valorizando diferentes métodos de solução.
- Abordar a natureza multidimensional da matemática - que envolve apresentar atividades abertas; incentivar a argumentação e múltiplas perspectivas e valorizar a aprendizagem em profundidade versus a velocidade de resposta dos alunos.
- Incentivar o estabelecimento de conexões entre as ideias matemáticas e a colaboração entre os alunos - os alunos trabalham juntos, trocando ideias

entre si diretamente e estabelecendo conexões entre diferentes representações de situações matemáticas.

- Avaliação formativa - desenvolver a cultura da aprendizagem através de feedback contínuo e valorização da aprendizagem matemática de forma ampla.

Com o intuito de guiar o professor na jornada de implementação de mudanças na sala de aula, para cada uma dessas práticas é proposto um diagrama que apresenta as fases: iniciando, desenvolvendo e expandindo. A intenção é a de que o professor utilize esses diagramas para refletir sobre o processo, identificar em que fase ele está na implementação de cada prática e ajudá-lo a avançar para a fase de expansão. Além disso, há, no site do Youcubed, vídeos em sala de aula ilustrando a aplicação de cada uma dessas práticas. Boaler e o time do Youcubed (BOALER, 2019e) propõem que administradores, coordenadores e formadores de professores trabalhem junto com os professores e trabalhem cada prática por vez. A Figura 12 apresenta o diagrama correspondente à prática “Cultura da Mentalidade de Crescimento”, os demais diagramas foram colocados no Anexo C.



Figura 12 - Diagrama que representa a prática “Cultura da Mentalidade de Crescimento”

Fonte: YOUCUBED, 2018, tradução: Instituto Sidarta.

Um propósito deste trabalho foi divulgar cientificamente, em português, essas pesquisas recentes em educação matemática que ainda estão pouco difundidas no contexto acadêmico brasileiro. Felizmente, ao longo desta pesquisa, foi possível identificar diversas ações e iniciativas que têm acontecido com o intuito de trazer essas mudanças para a educação matemática brasileira. O mapeamento dessas ações não fez parte do escopo desta pesquisa, portanto, é provável que outras iniciativas que estejam acontecendo não sejam mencionadas aqui, porém citaremos as que foram identificadas com o intuito de divulgar e ampliar essa rede de pesquisa e aplicação das Mentalidades Matemáticas no Brasil.

- O Instituto Sidarta²², criado em 1998 com o objetivo de “contribuir para alterar políticas públicas em educação voltadas para a promoção de uma educação para a equidade”, tem desenvolvido projetos relacionados com a temática de

²² Instituto Sidarta: <http://www.sidarta.org.br/instituto/>

Mathematical Mindset. Em parceria com o Itaú Social, criaram o Programa Mentalidades Matemáticas Brasil²³, com a proposta de disseminar essa nova abordagem de ensino de matemática.

Como parte de ações que já foram, e estão sendo realizadas pelo programa, estão a tradução para o português de uma biblioteca de livros importantes para a divulgação e pesquisa relacionadas; a tradução do site Youcubed; os Seminários de Mentalidades Matemáticas com a presença de Jo Boaler, Jack Dieckmann e Cathy Williams do Youcubed, bem como o planejamento para a realização do primeiro Youcubed *Summer Camp* no Brasil, em janeiro de 2020, que será fonte de pesquisa da aplicação dessa metodologia para alunos da rede pública brasileira.

- Há, no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo o Grupo de Pesquisa em Matemática e Educação para a Equidade²⁴, criado com o objetivo de aprofundar os estudos dessas novas abordagens de ensino, o que contribui para que esse campo de pesquisa esteja sendo ampliado dentro da academia brasileira.
- O Instituto Canoa²⁵ desenvolve formação de professores e tem um Programa de Formação Docente (PED) em ensino de matemática que é alinhado à proposta de ensino e aprendizagem desenvolvida por Boaler, além de traduzir para o português livros relacionados à essa proposta.
- A Roda de Matemática²⁶ é uma escola extracurricular de matemática para crianças de 5 a 12 anos, em São Paulo, que aplica desde 2016 a proposta *Mathematical Mindsets* em suas aulas.

²³ Mentalidades Matemáticas Brasil: <https://mentalidadesmatematicas.org.br/>

²⁴ Grupo de Pesquisa em Matemática e Educação para a Equidade: hmarins@ifsp.edu.br.

²⁵ Instituto Canoa: <http://institutocanoa.com.br/>

²⁶ Roda de Matemática: <http://www.rodadematematica.com.br/>

Por fim, vale ressaltar que a abordagem de ensino e aprendizagem de matemática, que foi objeto de estudo deste trabalho, propõe diversas mudanças de paradigmas presentes atualmente no ensino tradicional dessa disciplina. Foram apresentados nesta dissertação indicativos do potencial que a aplicação de *Mathematical Mindsets* tem de transformar positivamente a experiência dos estudantes com a aprendizagem de matemática. Fica o convite para repensarmos os caminhos da educação matemática brasileira e refletirmos sobre a cultura que vem sendo formada em nossa sociedade em torno do aprendizado da matemática. Que novos campos de pesquisa sejam abertos e mudanças sejam implementadas no nosso contexto.

REFERÊNCIAS

ANDERSON, R.; BOALER, J.; DIECKMANN, J. **Achieving elusive teacher change through challenging myths about learning**: A blended approach. *Education Sciences*, v. 8, n. 3, p. 98, 2018.

ASHCRAFT, Mark H. **Math anxiety**: Personal, educational, and cognitive consequences. *Current directions in psychological science*, v. 11, n. 5, p. 181-185, 2002.

AU, J.; SHEEHAN, E.; TSAI, N.; DUNCAN, G.; BUSCHKUEHL, M.; JAEGGI, S. **Improving fluid intelligence with training on working memory**: a metaanalysis. *Psychonomic bulletin & review*, 22(2), 366-377, 2014.

BLACK, P.; WILIAM, D. **Inside the black box**: Raising standards through classroom assessment. Phi Delta Kappan, 1998.

BLACK, P.; HARRISON, C.L LEE, C.; MARSHALL, B.; WILIAM, D. **Working inside the black box**: Assessment for learning in the classroom. *Phi delta kappan*, 86(1), p. 8-21, 2004.

BLACKWELL, L.; TRZESNIEWSKI, K.; DWECK, C. **Implicit theories of intelligence predict achievement across an adolescent transition**: A longitudinal study and an intervention. *Child development*, v. 78, n. 1, p. 246-263, 2007.

BJORK, E.; BJORK, R. **Making things hard on yourself, but in a good way**: Creating desirable difficulties to enhance learning. *Psychology and the real world*, 55-64, 2009.

BOALER, J. **Open and Closed Mathematics Approaches**: Student Experiences and Understandings. *Journal for Research in Mathematics Education*. 29 (1) 41-62, 1998.

_____. **Experiencing school mathematics**: Traditional and reform approaches to teaching and their impact on student learning. Routledge, 2002a.

_____. **Paying the price for "sugar and spice"**: Shifting the analytical lens in equity research. *Mathematical Thinking and Learning*, v. 4, n. 2-3, p. 127-144, 2002b.

_____. **What's Math Got To Do With It?** How Parents and Teachers Can Help Children Learn to Love Their Least Favorite Subject. New York: Penguin, 2009.

_____. **When Academic Disagreement Becomes Harassment and Persecution**. Stanford University website, 2012. Disponível em: <<https://web.stanford.edu/~jboaler/>>. Acesso em 21. Set 2019.

_____. **Ability and mathematics**: The mindset revolution that is reshaping education. In *Forum* Vol. 55, No. 1, pp. 143-152, 2013.

_____. **The mathematics of hope**: Moving from performance to learning in mathematics classrooms. Youcubed, Universidade de Stanford, 2014a. Disponível em: <www.youcubed.org/resource/growth-mindset/> Acesso em 30 Set. 2018.

_____. **Research suggests that timed tests cause math anxiety.** Teaching children mathematics, v. 20, n. 8, p. 469-474, 2014b.

_____. **Fluency without fear:** Research evidence on the best ways to learn math facts. Youcubed, 2014c. Disponível em: <<https://www.youcubed.org/evidence/fluency-without-fear/>>. Acesso em: 30 Set. 2019.

_____. **Mathematical Mindsets:** Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching. San Francisco: John Wiley & Sons, 2015.

_____. **Advice for Parents, from Professor Jo Boaler.** 2018? Disponível em: <www.youcubed.org/resources/handout-for-parents/> Acesso em: 29 Set. 2018.

_____. **Mentalidades Matemáticas:** Estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso, 2018.

_____. **Developing Mathematical Mindsets:** The Need to Interact with Numbers Flexibly and Conceptually. American Educator, v. 42, n. 4, p. 28, 2019a.

_____. **Prove it to me.** Mathematics Teaching in the Middle School, Vol. 24, No. 7, 2019b.

_____. **Limitless Mind:** Learn, Lead, and Live Without Barriers. London: HarperOne, 2019c.

_____. **Everyone Can Learn Mathematics to High Levels:** The Evidence from Neuroscience that Should Change our Teaching. American Mathematical Society Blog, 2019d. Disponível em <<https://blogs.ams.org/matheducation/2019/02/01/everyone-can-learn-mathematics-to-high-levels-the-evidence-from-neuroscience-that-should-change-our-teaching/#more-2392>> Acesso em 6 Fev. 2019.

_____. **Mathematical Mindset Online Course:** Discussion Guide. Youcubed, 2019e. Disponível em: <<https://www.youcubed.org/mathematical-mindset-teaching-guide-teaching-video-and-additional-resources/>>. Acesso em 15 Ago 2019.

BOALER, J.; CHEN, L.; WILLIAMS, C.; CORDERO, M. **Seeing as understanding:** The importance of visual mathematics for our brain and learning. Journal of Applied & Computational Mathematics, v. 5, n. 5, p. 1-6, 2016.

BOALER, J., DIECKMANN, J. A., PEREZ-NUNES, G., SUN, K. L.; WILLIAMS, C. **Changing students minds and achievement in mathematics:** the impact of a free online student course. Frontiers in Education, Vol. 3, p. 26, 2018a.

BOALER, J.; LAMAR, T. **Valuing Difference and Growth: A Youcubed Perspective on Special Education.** 2019. Disponível em: <<https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2019/02/SPED-paper-2.2019-Final.pdf>> Acesso em 28 Set. 2019.

BOALER, J.; MUNSON, J.; WILLIAMS, C. **Mindset Mathematics: Visualizing and Investigating Big Ideas, Grade 4.** São Francisco: John Wiley & Sons, 2017a.

BOALER, J.; MUNSON, J.; WILLIAMS, C. **What is Mathematical Beauty?** Teaching through Big Ideas and Connections. Youcubed, 2017b.

BOALER, J.; MUNSON, J.; WILLIAMS, C. **Mentalidades Matemáticas na Sala de Aula: Ensino Fundamental.** Tradução: Sandra Maria Mallmann da Rosa - Revisão técnica: Bárbara Barbosa Born, Maitê Nanni Fracassi, Ilza Carla Morgueto Souza Porto Alegre: Penso Editora, 2018b.

BOALER, J.; STAPLES, M. **Creating Mathematical Futures through an Equitable Teaching Approach: The case of Railside School.** Teachers College Record, 110(3), 608–645, 2008.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC).** 2017.

CABANA, C.; NASIR, N.; SHREVE, B.; WOODBURY, E.; LOUIE, N. **Mathematics for equity: A framework for successful practice.** New York: Teachers College Press, 2014.

CHESTNUT, E.; LEI R.; LESLIE, S.; CIMPIAN, A. **The Myth That Only Brilliant People Are Good at Math and Its Implications for Diversity.** Education Sciences, v. 8, n. 2, p. 65, 2018.

COHEN, E. **Designing groupwork.** New York: Teachers College Press, 1994.

COHEN, E.; LOTAN, R. **Designing Groupwork: Strategies for the Heterogeneous Classroom.** 3 ed. Nova York: Teachers College Press, 2014.

COHEN, E.; LOTAN, R. **Planejando o Trabalho em Grupo: Estratégias para Salas de Aula Heterogêneas.** Porto Alegre: Penso Editora, 2017.

DEGOL, J., WANG, M., ZHANG, Y. e ALLERTON, J. **Do growth mindsets in math benefit females?** Identifying pathways between gender, mindset, and motivation. Journal of youth and adolescence, 47(5), pp.976-990, 2018.

DIECKMANN, J. **Sim, todos podem aprender Matemática!** Estadão: 30 ago. 2018. Entrevista concedida a Mayra Stachuk. Disponível em: <<https://educacao.estadao.com.br/blogs/colégio-sidarta/sim-todos-podem-aprender-matematica/>> Acesso em 8 Set. 2019.

_____. **Apresentação Mentalidades Matemáticas no Seminário de Estudos em Epistemologia e Didática (SEED),** Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (FEUSP), São Paulo, 23 Ago. 2019a.

_____. **Oficina Práticas de Mentalidades Matemáticas:** desenvolvendo atividades abertas, criativas e visuais. Instituto Sidarta, Cotia, São Paulo, 17 Ago. 2019b. Disponível no Anexo A.

_____. **Cartão de Atividade - Oficina Práticas de Mentalidades Matemáticas:** desenvolvendo atividades abertas, criativas e visuais. Instituto Sidarta, Cotia, São Paulo, 17 Ago. 2019c. Disponível no Anexo B.

DUNLEAVY, T. **High School Algebra Students Busting the Myth about Mathematical Smartness:** Counterstories to the Dominant Narrative "Get It Quick and Get It Right". *Education Sciences*, 8(2), p.58, 2018.

DWECK, C. **Self-Theories:** Their role in motivation, personality and development. Philadelphia: Taylor and Francis/Psychology Press, 1999.

_____. **Mindset:** The new psychology of success. Nova York: Random House Digital, 2006.

_____. **Is Math a Gift?** Beliefs That Put Females at Risk. American Psychological Association, 2007.

_____. **Mindsets and math/science achievement.** Carnegie-IAS Commission on Mathematics and Science Education, 2008.

_____. **The power of believing that you can improve.** Disponível em <www.ted.com/talks/carol_dweck_the_power_of_believing_that_you_can_improve>. Acesso em: 20 Set 2018. TED Talk, Nov. 2014.

_____. **Carol Dweck revisits the growth mindset.** *Education Week*, v. 35, n. 5, p. 20-24, 2015.

DWECK, C. HAIMOVITZ, K. **The origins of children's growth and fixed mindsets:** New research and a new proposal. *Child Development*, v. 88, n. 6, p. 1849-1859, 2017.

ECCLES, J., JACOBS, J. **Social forces shape math attitudes and performance.** *Signs*, 11(2), 367-380, 1986.

GOOGLE SCHOLAR. Perfil de Jo Boaler. Relação do número de citações por publicação. 2019. Disponível em: <https://scholar.google.com/citations?hl=en&user=k7VNoNUAAAAJ&view_op=list_works&sortby=pubdate>. Acesso em 21 Set 2019.

GRAY, E.; TALL, D. **Duality, ambiguity, and flexibility:** A "proceptual" view of simple arithmetic. *Journal for research in Mathematics Education*, p. 116-140, 1994.

GUTIERREZ, R. **Enabling the practice of mathematics teachers in context:** Towards a new equity research agenda. *Mathematical Thinking and Learning*, 4(2 and 3), 145-187, 2002.

HEITIN, L. **Should Formative Assessments Be Graded?** Education Week, Vol. 35, 12, P. s6, 2015. Disponível em: <<https://www.edweek.org/ew/articles/2015/11/11/should-formative-assessments-be-graded.html>>. Acesso em 14 Ago 2019.

INEP; MEC. **Brasil no PISA 2015 Análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes brasileiros São Paulo:** Fundação Santillana, 2016. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2015/pisa2015_completo_final_baixa.pdf> Acesso em 18 Set. 2018.

IUCULANO, T.; ROSENBERG-LEE, M.; RICHARDSON, J.; TENISON, C.; FUCHS, L.; SUPEKAR, K.; MENON, V. **Cognitive tutoring induces widespread neuroplasticity and remediates brain function in children with mathematical learning disabilities.** Nature communications, v. 6, p. 8453, 2015.

LESLIE, S.; CIMPIAN, A.; MEYER, M. FREELAND, E. **Expectations of brilliance underlie gender distributions across academic disciplines.** Science, v. 347(6219), p. 262-265, 2015.

LEWIS, K.; LYNN, D. **Against the Odds:** Insights from a Statistician with Dyscalculia. Education Sciences, v. 8, n. 2, p. 63, 2018.

MAGUIRE, E.; WOOLLETT, K.; SPIERS, H. **London taxi drivers and bus drivers: a structural MRI and neuropsychological analysis.** Hippocampus, v. 16, n. 12, p. 1091-1101, 2006.

MAGUIRE, E.; WOOLLETT, K. **Acquiring “the Knowledge” of London's layout drives structural brain changes.** Current biology, v. 21, n. 24, p. 2109-2114, 2011.

MANGELS, J.; BUTTERFIELD, B.; LAMB, J. GOOD, C.; DWECK, C. **Why do beliefs about intelligence influence learning success?** A social cognitive neuroscience model. Social cognitive and affective neuroscience, 1(2), 75-86, 2006.

MMA: The Mathematical Association of America. **Instructional Practices Guide.** Guide to Evidence-Based Instructional Practices in Undergraduate Mathematics. 2018. Disponível em: <<https://www.maa.org/programs-and-communities/curriculum%20resources/instructional-practices-guide>> . Acesso em 19 Fev. 2019.

MORALES, C.; AMBRÓSIO, M.; MAGALHÃES, O.; PEDRASSOLI, R. **Uma história da Educação Matemática no Brasil através dos livros didáticos de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental.** Jaboticabal: Faculdade de Educação São Luís. Monografia (Pós-Graduação Lato Sensu em Metodologia do Ensino-Aprendizagem da Matemática no Processo Educativo), 2003.

MOSER, J.; SCHRODER, Hans S.; HEETER C., MORAN, T.; LEE, Y. **Mind Your Errors:** Evidence for a Neural Mechanism Linking Growth Mind-Set to Adaptive Posterror Adjustments. Psychological Science, 22 p.1484-9, 2011.

NATIONAL RESEARCH COUNCIL. **Adding It Up:** Helping Children Learn Mathematics. Washington, DC: The National Academies Press, 2001.

OECD **Does Homework Perpetuate Inequities in Education?** PISA in Focus, No. 46, OECD Publishing, Paris, 2014. <https://doi.org/10.1787/5jxrhqhtx2xt-en>.

OECD. Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). **The ABC of gender equality in education: Aptitude, behaviour, confidence.** A Program for International Student Assessment (PISA) Report. Paris: OECD Publishing, 2015.

RATTAN, A.; GOOD, C.; DWECK, C. **“It’s ok—Not everyone can be good at math”**: Instructors with an entity theory comfort (and demotivate) students. *Journal of Experimental Social Psychology*, v. 48, n. 3, p. 731-737, 2012.

SCHOENFELD, A. H. **The math wars.** *Educational policy*, v. 18, n. 1, p. 253-286, 2004.

SENGUPTA-IRVING, T. **Doing things:** Organizing for agency in mathematical learning. *The Journal of Mathematical Behavior*, 41, pp.210-218, 2016.

SHEFFIELD, L. **Dangerous myths about “gifted” mathematics students.** *ZDM Mathematics Education*, 49(1), pp.13-23, 2017.

SRIRAMAN, B; ENGLISH, L. **Theories of mathematics education:** Seeking new frontiers. Springer Science & Business Media, 2010.

STANFORD. **Professor Jo Boaler - Stanford Faculty Member.** 2019?. Disponível em: <<https://ed.stanford.edu/faculty/joboaler>>. Acesso em: 03 Set 2019.

SUN, K. **There's no limit:** Mathematics teaching for a growth mindset. Tese de Doutorado. Stanford University. 2015.

TAYLOR, P. **Teach the Mathematics of Mathematicians.** *Education Sciences*, 8(2), p.56, 2018.

THOMPSON, G. **Teaching the brain to learn.** *THE Journal*, 2014. Disponível em: <<http://thejournal.com/articles/2014/06/02/teaching-the-brain-to-learn.aspx>> Acesso em 30 Set. 2018.

WRIGHT, P. **The Math Wars:** Tensions in the development of school mathematics curricula. *For the Learning of Mathematics*, v. 32, n. 2, p. 7-13, 2012.

WRIGHT, P. **Social justice in the mathematics classroom.** *London Review of Education*, 14(2), pp.104-118, 2016.

YOUNCUBED. **How to Learn Math for Teachers - Online Teacher Courses.** 2018?a Disponível em: <www.youcubed.org/online-teacher-courses/> Acesso em: 29 Set. 2018.

_____. **Our Teaching Approach.** 2018?b Disponível em: <<https://www.youcubed.org/evidence/our-teaching-approach/>> Acesso em: 07 Set. 2019.

_____. **Our Team.** 2019? Disponível em: <<https://www.youcubed.org/our-team/>>. Acesso em 14 Ago. 2019.

ZOHAR, A.; SELA, D. **Her physics, his physics**: Gender issues in Israeli advanced placement physics classes. *International Journal of Science Education*, v. 25, n. 2, p. 245-268, 2003.

APÊNDICE A - Livros e Artigos de Jo Boaler

Esse Apêndice apresenta uma relação de livros e publicações científicas de Jo Boaler, com o objetivo de apresentar parte de suas produções acadêmicas e localizar temporalmente seus temas de pesquisa mais frequentes. Os livros e artigos mais citados até o momento em que esta dissertação foi escrita foram destacados, sublinhando-se os seus títulos.

Livros:

- *Boaler, J. (2019) Limitless Mind: Learn, Lead, and Live Without Barriers. London: HarperOne.*
 - Tradução para o português: BOALER, J. *Mente sem barreiras: as chaves para destravar seu potencial ilimitado de aprendizagem*. Tradução: Daniel Bueno - Revisão técnica: Eliane Reame e Walter Spinelli. Porto Alegre: Penso Editora, 2019.

- *Boaler, J.; Munson, J. and Williams, C. (2017-2019) The Mindset Mathematics Curriculum Series: Visualizing and Investigating Big Ideas (K-3, K-4, K-5, K-6, K-7, K-8). San Francisco: John Wiley & Sons.* (Esses livros fazem parte de uma série de livros; até então já foram lançados do 4º ao 9º anos em inglês, sendo que o do 5º e do 6º anos foram traduzidos para o português como:
 - BOALER, J; MUNSON, J; WILLIAMS, C. *Mentalidades Matemáticas na Sala de Aula: Ensino Fundamental*. Tradução: Sandra Maria Mallmann da Rosa - Revisão técnica: Bárbara Barbosa Born, Maitê Nanni Fracassi, Ilza Carla Morgueto Souza Porto Alegre: Penso Editora, 2018.
 - BOALER, J; MUNSON, J; WILLIAMS, C. *Mentalidades Matemáticas na Sala de Aula: Ensino Fundamental - Volume II*. Porto Alegre: Penso Editora, 2019.

- *Boaler, J. (2015) Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching. San Francisco: John Wiley & Sons.*
 - Tradução para o português: BOALER, J. *Mentalidades Matemáticas: Estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador*. Tradução: Daniel Bueno - Revisão técnica: Fernando Amaral Carnaúba, Isabele Veronese, Patrícia Cândido. Porto Alegre: Penso, 2018

- *Boaler, J. (2009) What's Math Got To Do With It? How Parents and Teachers Can Help Children Learn to Love Their Least Favorite Subject. New York: Penguin.*
 - Tradução para o português: BOALER, J. *O Que a Matemática Tem a Ver com Isso?: Como Professores e Pais Podem Transformar a Aprendizagem da Matemática e Inspirar Sucesso*. Tradução: Daniel Bueno - Revisão técnica: Fernando Amaral Carnaúba. Porto Alegre: Penso Editora, 2019.

- Boaler, J. (2010). *The Elephant in the Classroom. Helping Children Learn & Love Maths*. London: Souvenir Press. - Edição britânica do livro "What's Math Got To Do With It".
- Boaler, J & Humphreys, C (2005) *Connecting Mathematical Ideas: Middle School Cases of Teaching & Learning*. Portsmouth: Heineman. (9th reprinting).
- Boaler, J (2002) *Experiencing School Mathematics: Traditional and Reform Approaches to Teaching and their Impact on Student Learning*. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates. - Edição americana do livro "Experiencing School Mathematics: Teaching Styles, Sex and Setting."
- Boaler, J. (ed) (2000) *Multiple Perspectives on Mathematics Teaching & Learning*. Westport, CT: Ablex Publishing.
- Boaler, J. (1997) *Experiencing School Mathematics: Teaching Styles, Sex and Setting*. Buckingham, England: Open University Press.

Artigos científicos:

- Boaler, J. (2019). *Prove it to me. Mathematics Teaching in the Middle School*, Vol. 24, No. 7.
- Boaler, J., & LaMar, T. (2019). *Valuing Difference and Growth: A Youcubed Perspective on Special Education*.
- Boaler, J. (2019). *Developing Mathematical Mindsets: The Need to Interact with Numbers Flexibly and Conceptually*. *American Educator*, 42(4), 28.
- Boaler, J., Anderson, R., & Dieckmann, J. (2018). *Achieving elusive teacher change through challenging myths about learning: A blended approach*. *Education Sciences*, 8(3), 98.
- Boaler, J., Dieckmann, J. A., Pérez-Núñez, G., Sun, K. L., & Williams, C. (2018). *Changing students minds and achievement in mathematics: the impact of a free online student course*. In *Frontiers in Education* (Vol. 3, p. 26). *Frontiers*.
- Boaler, J., & Anderson, R. (2018). *Considering the Rights of Learners in Classrooms: The Importance of Mistakes and Growth Assessment Practices*. *Democracy and Education*, 26(2), 7.
- Boaler, J., & Selling, S. K. (2017). *Psychological imprisonment or intellectual freedom? A longitudinal study of contrasting school mathematics approaches and their impact on adults' lives*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 48(1), 78-105.

- Boaler, J., Chen, L., Williams, C., & Cordero, M. (2016). *Seeing as understanding: The importance of visual mathematics for our brain and learning*. *Journal of Applied & Computational Mathematics*, 5(5), 1-6.
- Boaler, J., & Sengupta-Irving, T. (2016). *The many colors of algebra: The impact of equity focused teaching upon student learning and engagement*. *The Journal of Mathematical Behavior*, 41, 179-190.
- Boaler, J. (2016). *Designing mathematics classes to promote equity and engagement*. *The Journal of Mathematical Behavior*, 100(41), 172-178.
- Boaler, J. (2014). *Fluency without fear: Research evidence on the best ways to learn math facts*. Youcubed.
- Boaler, J. (2014). *Research suggests that timed tests cause math anxiety*. *Teaching children mathematics*, 20(8), 469-474.
- Boaler, J. (2014). *The mathematics of hope: Moving from performance to learning in mathematics classrooms*. Youcubed.
- Boaler, J. (2014). *Ability grouping in mathematics classrooms*. *Encyclopedia of mathematics education*, 1-5.
- Boaler, J. (2013). *Ability and mathematics: The mindset revolution that is reshaping education*. In *Forum* (Vol. 55, No. 1, pp. 143-152).
- Boaler, J., Selling, S. K., & Sun, K. (2013). *Where Are the Foxes in Mathematics Education?*. In *Vital directions for mathematics education research* (pp. 189-199). Springer, New York, NY.
- Boaler, J. (2012). *From psychological imprisonment to intellectual freedom-the different roles that school mathematics can take in students' lives*. In *12th international congress on mathematical education, Seoul, Korea* (pp. 8-15).
- Boaler, J.; Altendorff, L. & Kent, G. (2011). *Mathematics and Science in the United Kingdom: Inequities in Participation and Performance*. *Oxford Review of Education*. 37 (4), 457-484.
- Boaler, J (2011) *Changing Students' Lives Through the De-tracking of Urban Mathematics Classrooms*. *Journal of Urban Mathematics Education* (Vol. 4, No. 1).
- Boaler, J. (2008). *When Politics Took the Place of Inquiry: A Response to the National Mathematics Advisory Panel's Review of Instructional Practices*. *Educational Researcher*. December 2008, 37: 588-594.
- Boaler, J. (2008). *Promoting 'Relational Equity' and High Mathematics Achievement Through an Innovative Mixed Ability Approach*. *British Educational Research Journal*. 34 (2), 167-194.

- Boaler, J & Staples, M. (2008). Creating Mathematical Futures through an Equitable Teaching Approach: The Case of Railside School. *Teachers' College Record*. 110 (3), 608-645. Cited in the "Supreme Court of the United States" in the case of parents vs the Seattle Court District, (Nos 05-908 & 05-915).
- Boaler, J., & Sengupta-Irving, T. (2006). Nature, neglect and nuance: Changing accounts of sex, gender and mathematics. Christine Skelton, Becky Francis y Lisa Smulyan (edits.), *The Sage Handbook of Gender and Education*, Londres, Sage Publications, 207-219.
- Boaler, J. (2006). How a detracked mathematics approach promoted respect, responsibility, and high achievement. *Theory into Practice*, 45(1), 40-46.
- Boaler (2005). The 'Psychological Prison' from which they never escaped: The role of ability grouping in reproducing social class inequalities. *FORUM*, 47, 2&3, 135-144.
- Boaler, J., & Brodie, K. (2004, October). The importance, nature, and impact of teacher questions. In *Proceedings of the twenty-sixth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 774-782).
- Brodie, K., Shahan, E., & Boaler, J. (2004). Teaching mathematics and social justice: multidimensionality and responsibility. In *International Congress of Mathematics Education* (10), Denmark.
- Boaler, J. (2003) *When Learning no Longer Matters – standardized testing and the creation of inequality*. *Phi Delta Kappan*, 84, 7, 502-506.
- Boaler, J. (2002). *Exploring the Nature of Mathematical Activity: Using theory, research and 'working hypotheses' to broaden conceptions of mathematics knowing*. Invited Paper. *Educational Studies in Mathematics*, 51(1-2), 3-21.
- Boaler, J. (2002). Learning from Teaching: Exploring the Relationship Between Reform Curriculum and Equity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(4), 239-258.
- Boaler, J. (2002). *Paying the Price for "Sugar and Spice": Shifting the Analytical Lens in Equity Research*. *Mathematical Thinking and Learning*. 4(2&3), 127-144.
- Boaler, J. (2002). The Development of Disciplinary Relationships: Knowledge, Practice and Identity in Mathematics Classrooms. *For the Learning of Mathematics*, 22(1), 42-47
- Boaler, J (2002). *Mathematical Modeling and New Theories of Learning*. *Teaching Mathematics and its Applications*. 20 (3), 121-127.

- Boaler, J., Wiliam, D., & Brown, M. (2000). Students' experiences of ability grouping - disaffection, polarization and the construction of failure. *British Educational Research Journal*, 26, 5, 631-648.
- Boaler, J. (2000). *Exploring Situated Insights into Research and Learning.* *Journal for Research in Mathematics Education*, 39 (1), 113-119.
- Boaler, J. (2000). *Mathematics from another World: Traditional Communities and the Alienation of Learners.* *Journal of Mathematical Behavior*, 18 (4), 1-19.
- Boaler, J. (1999). Participation, Knowledge and Beliefs: A Community Perspective on Mathematics Learning. *Educational Studies in Mathematics*, 40, 259-281.
- Boaler, J. (1998) Open and Closed Mathematics Approaches: Student Experiences and Understandings. *Journal for Research in Mathematics Education*. 29 (1) 41-62.
- Boaler, J. (1998) *Mathematical Equity: Under Achieving Boys or Sacrificial Girls?* *Journal of Inclusive Education*, 2 (2).
- Boaler, J. (1998). *Alternative Approaches to Teaching, Learning and Assessing Mathematics.* *Evaluation and Program Planning*, 21, 129-141.
- Boaler, J. (1997). *Equity, Empowerment and Different Ways of Knowing.* *Mathematics Education Research Journal.*, 9(3), 325-342.
- Boaler, J. (1997) *Setting, Social Class and Survival of the Quickest.* *British Educational Research Journal*. 23 (5) 575-595.
- Boaler, J. (1997) *Reclaiming School Mathematics: The Girls Fight Back.* *Gender and Education*. 9 (3) 285-306.
- Boaler, J. (1997) *When Even the Winners are Losers: Evaluating the Experience of 'top set' students.* *Journal of Curriculum Studies*, 29 (2) 165-182.
- Boaler, J. (1996) *Learning to Lose in the Mathematics Classroom: a critique of traditional schooling practices.* *Qualitative Studies in Education*, 9 (1) 17-34.
- Boaler, J. (1994) *When do girls prefer football to fashion? An analysis of female under achievement in relation to realistic mathematics contexts.* *British Educational Research Journal*, 20 (5), 551- 564.
- Boaler, J. (1993) *Encouraging the Transfer of 'School' Mathematics to the 'Real World' through the Integration of Process and Content, Context and Culture.* *Educational Studies in Mathematics*, 25, 341 - 373.
- Boaler, J. (1993) The Role of Contexts in the Mathematics Classroom: do they make mathematics more real? *For the learning of Mathematics*, 13 (2) 12 - 17.

ANEXO A - Oficina Práticas de Mentalidades Matemáticas



Práticas de Mentalidades Matemáticas: desenvolvendo atividades abertas, criativas e visuais

Prof. Jack Dieckmann

Diretor do Youcubed - Universidade de Stanford - EUA
17 de agosto de 2019

UMA EXPERIÊNCIA MATEMÁTICA

Antes de começarmos, convém destacar as principais características de **atividades matemáticas abertas**:

- Permitem diferentes maneiras de abordar o problema;
- Favorecem conexões entre diferentes ideias matemáticas;
- São sempre desafiadoras;
- Estimulam a investigação;
- Favorecem o esforço produtivo como parte natural e esperada do processo de resolução;
- Possibilitam troca de ideias quando trabalhadas em grupos.

➡ Professor como um aprendiz de matemática:

Em relação à Matemática:

- Tente resolver a atividade por conta própria ou em grupo.
- Como você sabe que está no caminho certo?
- Representações/visuais/organizadores - Observe as representações que está usando. Quais são úteis? Quais são os percursos que podem começar bem, mas que tendem a não se manter desta maneira?

Mentalidade/esforço produtivo:

- Enquanto você está trabalhando, faça anotações sobre como você está se sentindo, suas frustrações, excitação, recursos de que necessita, perguntas que venha à mente, elementos que poderão construir empatia entre você, o trabalho, seus alunos etc.
- Como você gerencia seu desconforto com eventuais ambiguidades?
- Quais mensagens você está dando a si mesmo durante o trabalho (sou inteligente? etc.).

Reflexão:

- O que você aprendeu sobre si mesmo ou sobre a matemática ao realizar esta atividade?

DIECKMANN, J.. **Oficina Práticas de Mentalidades Matemáticas:** desenvolvendo atividades abertas, criativas e visuais. Instituto Sidarta, Cotia, São Paulo, 17 Ago. 2019b.

ANEXO B - Cartão de Atividade Oficina Práticas de Mentalidades Matemáticas



Práticas de Mentalidades Matemáticas: desenvolvendo atividades abertas, criativas e visuais

Prof. Jack Dieckmann

Diretor do Youcubed - Universidade de Stanford - EUA

17 de agosto de 2019

Cartão de Atividade

CADA SEGUNDO CONTA!

Estamos patrocinando uma competição imaginária, em equipes, que começará às 11h do dia 17 de agosto de 2019. O objetivo da competição é afastar-se o mais possível deste lugar durante o intervalo de 1 hora, a contar do início.

Trata-se de uma corrida contra o tempo. A premiação para a equipe que estiver mais distante desta sala ao final dessa 1 hora será de US\$1.000.000.

Explique sua rota a partir de nossa localização. Dê razões para suas escolhas. Crie também explicações visuais!

Até onde você conseguiria se afastar em uma hora?

Observação: você poderá não ter todas as informações necessárias para resolver esse problema agora. Faça uma lista de todos os recursos adicionais mais importantes que você gostaria de consultar, bem como de outros que julgue necessário para alguma eventualidade.

Produto: Trabalhem em equipes (ou pares) e preparem uma apresentação, um pôster, para partilhar seus pensamentos com todo o grupo.

DIECKMANN, J. **Cartão de Atividade - Oficina Práticas de Mentalidades Matemáticas:** desenvolvendo atividades abertas, criativas e visuais. Instituto Sidarta, Cotia, São Paulo, 17 Ago. 2019c. Disponível no Anexo B.

ANEXO C - Práticas de Mentalidades Matemáticas

Fonte: BOALER, J. **Mathematical Mindset Teaching Guide, Teaching Video and Additional Resources**: Discussion Guide. Youcubed, 2019e. Disponível em: <<https://www.youcubed.org/mathematical-mindset-teaching-guide-teaching-video-and-additional-resources/>>. Acesso em 15 Ago 2019. Tradução: Instituto Sidarta

Prática de Mentalidade Matemática 1: Cultura da Mentalidade de Crescimento



Prática de Mentalidade Matemática 2: Natureza da Matemática



Prática de Mentalidade Matemática 3: Desafio e Esforço



Prática de Mentalidade Matemática 4: Conexões e Colaborações



Prática de Mentalidade Matemática 5: Avaliação

