UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

RENAN LIMA ARAÚJO

2048: UMA ABORDAGEM MATEMÁTICA DO JOGO E SUA APLICAÇÃO EM SALA DE AULA

FORTALEZA
2019

RENAN LIMA ARAÚJO

2048: UMA ABORDAGEM MATEMÁTICA DO JOGO E SUA APLICAÇÃO EM SALA DE AULA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional, da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática. Área de Concentração: Ensino de Matemática

Orientador: Prof. Dr. Esdras Soares de Medeiros Filho

FORTALEZA

2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

A6912 Araújo, Renan Lima.
2048 : uma abordagem matemática do jogo e sua aplicação em sala de aula / Renan Lima Araújo. – 2019.
69 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Departamento de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Fortaleza, 2019.
Orientação: Prof. Dr. Esdras Soares de Medeiros Filho.

1. Jogo 2048. 2. Aprendizagem significativa. 3. Escolas profissionais. 4. Jogos no ensino de matemática. I. Título.

CDD 510

RENAN LIMA ARAÚJO

2048: UMA ABORDAGEM MATEMÁTICA DO JOGO E SUA APLICAÇÃO EM SALA DE AULA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional, da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática. Área de Concentração: Ensino de Matemática

Aprovada em: 29 de Agosto de 2019

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Esdras Soares de Medeiros Filho (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Ângelo Papa Neto
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)

Prof. Dr. Romildo José da Silva
Universidade Federal do Ceará (UFC)

À minha mãe, Marluce, in memoriam. À minha esposa, Renata, por sempre está ao meu lado e seu apoio incondicional. Aos meus filhos, Heitor e Maria Cecília, que me ensinam mais do que eu a eles.

AGRADECIMENTOS

À Deus, pelo dom da vida e por estar à frente de tudo nas nossas vidas.

À minha mãe, Marluce (in memoriam), por tudo que me ensinou, por sua dedicação incansável e por está presente hoje e sempre em minha vida.

Ao meu pai, "Silveira", e ao meu irmão, Antônio Rynaldo, pelo apoio dado em todos esses anos, pelos seus ensinamentos e por estarem sempre presentes.

À minha esposa, Renata, por me apoiar, incentivar e compartilhar cada conquista ao meu lado todos os dias de nossas vidas.

À minha querida família, tios, tias, primos e primas, por estarem presentes em todos os momentos e pelo apoio incondicional dado.

À minha nova família que me acolheu e estão sempre ao meu lado compartilhando cada conquista.

Aos meus amigos, novos e de longas datas, por todos os momentos compartilhados.

Ao Prof. Dr. Esdras por me orientar em meu TCC nesse Mestrado Profissional.

A todos os professores do núcleo PROFMAT-UFC que, por sua dedicação, empenho e por promoveram nosso melhor aprendizado.

Aos meus colegas e amigos do curso PROFMAT-2017.1 pelas inúmeras horas de estudo, compartilhamento de conhecimento e se disponibilizarem a sugerir algumas ideias para a confecção desse trabalho.

À Escola Estadual de Educação Profissional Maria Carmem Vieira Moreira, equipe gestora, discentes e docentes por apoiarem e permitirem a realização deste trabalho.

Ao Doutorando em Engenharia Elétrica, Ednardo Moreira Rodrigues, e seu assistente, Alan Batista de Oliveira, aluno de graduação em Engenharia Elétrica, pela adequação do *template* utilizado neste trabalho para que o mesmo ficasse de acordo com as normas da biblioteca da Universidade Federal do Ceará (UFC).

"Pois, tendo aprendido algo, jamais neguei, fazendo o conhecimento ser como uma descoberta minha; mas louvo como sábio o que me instruiu, tornando públicas as coisas que aprendi com ele."

(PLATÃO)

RESUMO

Este trabalho trata do uso do Jogo 2048 como ferramenta educativa para despertar o interesse em Matemática dos alunos do Ensino Médio da EEEP Maria Carmem Vieira Moreira, situada na cidade de Maracanaú-CE, com o intuito de melhorar a aprendizagem e o desempenho. Propomos abordagens lúdicas de alguns dos conteúdos de Matemática ao associá-los às características do Jogo 2048. Por ser um jogo envolvente, desafiador e que requer muita concentração, estratégia e raciocínio, mostramos por meio de avaliações que um grupo de estudantes com fraco desempenho em matemática melhorou a proficiência média e elevou a percepção do interesse pela disciplina.

Palavras-chave: Jogo 2048. Aprendizagem Significativa. Escolas Profissionais. Jogos no Ensino de Matemática .

ABSTRACT

This work deals with the use of the 2048 Game as an educational tool to stimulate the interest of the students in mathematics of the EEEP Maria Carmem Vieira Moreira high school, located in the city of Maracanaú-CE, in order to improve their learning and performance. We propose playful approaches to some of the Math content by linking them to the characteristics of the 2048 Game. Because it is an engaging, challenging game that requires a lot of concentration, strategy and reasoning, based on assessments we show that a group of under-performers in mathematics has improved the proficiency on average and increased perception of interest for discipline.

Keywords: 2048 Game. Meaningful Learning. Professional Schools. Math Teaching Games.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O atual modelo de educação ainda é baseado em uma visão tradicional dentro da sala de aula, com o professor se utilizando de métodos expositivos e os alunos, passivos, apenas recebendo o conteúdo. Um processo de aprendizagem enfadonho e desmotivador para os jovens estudantes de hoje.

Mesmo diante dos avanços tecnológicos em nossa sociedade, professores continuam com suas aulas ministradas da mesma maneira. Hoje podemos ter acesso cada vez mais rápido a informações em aparelhos que podemos levar na palma de nossas mãos. Dados recentes do **(IBGE, 2017)** (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) mostram que 70,5% dos brasileiros têm acesso à Internet em suas residências; 69% têm um *smartphone* (aparelho celular) com acesso à Internet. As informações e o conhecimento chegam muito mais rápido para todos. Isso traz um impacto enorme na sociedade e, como não poderia deixar de ser, a educação e o ensino são intensamente afetados. Surgem tensões em função do choque de gerações e culturas, entre metodologias tradicionais e novas expectativas.

Atrair a atenção dos alunos durante as aulas, que sempre foi visto como um problema, principalmente na disciplina de Matemática e hoje está cada vez mais difícil prender a atenção dos jovens estudantes.

A Matemática sempre foi uma disciplina crítica de ser trabalhada, grande parte dos alunos sempre apresentou dificuldades, tanto com a aplicação quanto com a assimilação de conceitos. As queixas vão desde a complexidade dos conteúdos até o distanciamento com o seu cotidiano, gerando assim desinteresse e desmotivação. O aluno precisa ser motivado a aprender. Para **(MUELLER, 2013)** o papel do ensino de Matemática é o de formar o pensamento matemático, o qual consiste em uma sistematização contextualizada do conhecimento da Matemática. O pensamento matemático é possibilitado pela elaboração de estratégias de resolução de problemas e desenvolvido no instante em que o ser toma conhecimento da origem e da evolução de conceitos e as ferramentas inerentes ao âmbito matemático. Sabe-se que é nas situações cotidianas, tais como atividades financeiras, medição do tempo e o uso de tecnologias são alguns dos exemplos "que o homem se depara com problemas matemáticos que precisam ser resolvidos, devendo organizar suas ações e tomadas de decisões que podem ou não dar resultados satisfatórios" **(MUELLER, 2013)**.

Os alunos do Ensino Médio têm, na grande maioria, entre 14 e 18 anos de idade. Seus saberes são muito heterogêneos e possuem motivações diferentes. Nessa fase da vida já começam a pensar em suas futuras ocupações e, também, já possuem uma pequena noção de suas predileções intelectuais e onde pretendem concentrar suas atenções. Ao mesmo tempo, o ambiente doméstico, a situação financeira da família e as inclinações pessoais passam a exercer forte influência na opção crucial que deverão fazer entre a preparação para a vida acadêmica ou o treinamento para o ingresso no mercado de trabalho, mas, mesmo assim, as aulas continuam sendo trabalhadas sem diferencial nenhum. O que nos dá um ensino inadequado para todos.

É perceptível que, para a figura do professor, não há como ensinar qualquer conteúdo matemático sem antes fazer um resgate dos saberes e valores trazidos pelos estudantes de suas vivências e experiências anteriores. É indispensável ao professor escutar o que seus alunos têm de conhecimento pré-estabelecido. Outra saída é entender que a Matemática da escola sempre pode ser mais bem assimilada pelos alunos se o professor iniciar por um problema a ser resolvido e for avançando aos poucos, criando argumentações e discussões com os estudantes para ordenar as ideias deles.

Na prática, o modelo de ensino tradicional ainda empregado nas nossas aulas da disciplina de Matemática faz com que os alunos sejam levados a retardarem sua aprendizagem ligada à realidade que os cerca, dessa forma torna a Matemática um instrumento excludente e de caráter disciplinador e às vezes até mesmo usada pelo professor com intuito ameaçador para fazer o estudante dar a atenção exigida pelo professor durante as aulas.

Na vivência cotidiana de cada aluno, esses estão sempre em contato direto com diversos saberes aplicados da Matemática, exemplos disso são a resolução de situações-problema como o cálculo total a ser cobrado por um serviço prestado e a estimativa de troco a ser devolvido. Em todo momento estão comparando, medindo, classificando, quantificando, generalizando e inferindo, ou seja, usando informações e instrumentos intelectuais que diferem muitas vezes dos saberes transmitidos pelos seus professores nas aulas. As aulas não são atraentes e interessantes para os alunos, eles às consideram monótonas, cansativas e desmotivadoras.

De acordo com (**SELBACH *et. al.*, 2010**):

> Professor de Matemática que passa novas informações, sem permitir que seus alunos conquistem uma nova maneira de compreender, na verdade não está ensinando, apenas enchendo a cabeça de seus alunos de coisas que não sabia e que, por certo logo as esquecerá. Ao contrário, o professor que leva aos alunos novas informações e os ajuda a aplicá-las na sua vida ou na maneira de olhar a realidade, está transformando esse aluno e, verdadeiramente, ensinando-o.

O professor de Matemática de fato ensina seus alunos quando os ajuda a descobrir algo novo e os faz entender que esse novo conhecimento pode transformá-los e transformar o ambiente à sua volta.

Hoje nossos alunos se envolvem cada vez mais com tecnologias e, em grande parte vem os jogos, softwares e redes sociais. De onde surgem duas perguntas para o nosso contexto educacional atual : ***1) por que não utilizar recursos tecnológicos em favor da aprendizagem? 2) por que não tornar um recurso tão presente no cotidiano de nossos alunos em um aliado do processo de ensino e aprendizagem da Matemática?***

Diante disso, podemos constatar que os jogos educacionais e, mais precisamente, hoje muito na moda, os jogos eletrônicos, quando bem planejados podem ser utilizados como instrumentos para aplicação de conteúdos teóricos em práticas educativas com o auxílio de recursos multimídia em ambientes lúdicos, a fim de enriquecer as atividades de aprendizagem.

Muitos dos alunos das nossas escolas, em particular da Escola Estadual de Educação Profissional Maria Carmem Vieira Moreira (EEEP MCVM), veem a matemática como uma disciplina complexa, chata, que exige muito raciocínio e de difícil aprendizagem. Mais ainda, no cotidiano escolar a descontextualização torna a disciplina de Matemática desinteressante aos olhos desses alunos.

Sabemos que muitas outras áreas de nosso conhecimento fazem aplicação de conceitos originalmente matemáticos, dentre as quais as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) se destacam com seus *softwares* e, não por menos, com seus algoritmos, fórmulas e representações.

Outra modalidade que merece atenção da aplicação Matemática são os jogos eletrônicos, dos quais destacamos os no formato de aplicativos para *smartphones* que fazem parte de nosso dia a dia, principalmente de nossos jovens estudantes. Além de serem desafiadores também exigem um alto nível de concentração e raciocínio que são requisitos importantes para a aprendizagem da disciplina de Matemática.

Um jogo que se encaixa no discurso de aplicação Matemática é o JOGO 2048, pois além de ser viciante e desafiador ele também apresenta uma oportunidade interessante para explorar a disciplina. Segundo **(NELLER, 2015)** o jogo é um quebra-cabeça criado por Gabrielle Cirulli no ano de 2014 no qual o jogador precisa utilizar estratégias para alinhar blocos numéricos de mesmo valor e uni-los, blocos esses que sempre aparecem com os valores 2 ou 4 aleatoriamente, e, assim, obter através de deslocamentos nas direções cardeais a soma de blocos de iguais valores para criar blocos com maiores valores da potência de 2 até conseguir um bloco de valor 2048 ou superior.

O presente trabalho abordará alguns dos aspectos e conceitos matemáticos do **Jogo 2048** para tratar um problema vivenciado em sala de aula, diversificar aquela velha aula tradicional, obter melhor eficiência na aprendizagem e, em tempo, modificar a visão que alguns dos alunos da **EEEP MARIA CARMEM VIEIRA MOREIRA** têm quando se fala sobre a Matemática. Daí, aliar uma situação que exprima prazer, como uma partida de um jogo eletrônico, a alguns dos conteúdos da Matemática podem estimular a motivação do aprendizado por parte dos alunos e melhorar seu desempenho nessa disciplina.

2 METODOLOGIA

Para a realização deste trabalho, fizemos uma pesquisa bibliográfica sobre as principais dificuldades enfrentadas por professores e alunos no processo de ensino-aprendizagem da disciplina de Matemática no Brasil. Outra pesquisa que realizamos foi sobre o uso de materiais lúdicos, mais especificamente, sobre jogos eletrônicos no ensino da Matemática. Quanto a uma breve pesquisa sobre a abordagem do JOGO 2048 achamos pouquíssimas referências ao uso desse jogo conjuntamente com conteúdos matemáticos na literatura brasileira. A maior parte das bibliografias são referentes à aplicação do jogo no ensino de desenvolvimento de *softwares*. Apenas na literatura estrangeira surge com mais ênfase uma abordagem matemática do *Jogo 2048* mas nada com relação a sua aplicação em sala de aula. A partir de então, surgiu a ideia de verificarmos o uso do Jogo 2048 como ferramenta para melhorar o ensino de matemática na Escola Estadual de Educação Profissional Maria Carmem Vieira Moreira (EEEP MCVM), localizada na cidade de Maracanaú - Ceará, no Bairro Pajuçara. Uma escola profissionalizante de ensino integral e integrado, Ensino Médio e Técnico. Como primeiro passo, elaboramos um **questionário** com o propósito de encontrar as principais reclamações dos alunos sobre o ensino de Matemática, sabermos seus gostos e o que os motivariam a estudar a Matemática. Esse questionário continha as seguintes perguntas:

1) VOCÊ GOSTA DE ESTUDAR A DISCIPLINA DE MATEMÁTICA?

2) JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.

3) COMO VOCÊ ACHA QUE DEVERIA SER UMA BOA AULA DE MATEMÁTICA?

Aplicamos esse QUESTIONÁRIO a 140 alunos, de um total de 180 alunos regularmente matriculados nas quatro turmas de 1º Anos da EEEP MCVM.

Após a aplicação do QUESTIONÁRIO, convidamos os alunos com mais dificuldade na aprendizagem para participar de um Projeto que visava a utilização do Jogo 2048 como ferramenta para melhorar as aulas de Matemática e, assim melhorar os resultados nas avaliações internas e externas. Dos alunos convidados a maioria respondeu ainda que "NÃO GOSTAM DE MATEMÁTICA" e consideram as aulas cansativas, enfadonhas e não prendem sua atenção. Escolhemos alguns conteúdos que apresentavam uma maior afinidade com o Jogo 2048 aplicando os conceitos, fórmulas e exemplos desses conteúdos juntamente às regras do Jogo. Após as aulas ministradas, foi aplicado novo questionário para ver o que os alunos tinham a dizer a respeito das aulas, da disciplina matemática e o que mudou em seus pontos de vista sobre a disciplina.

Além de mensurar a aprendizagem desses alunos quanto aos conteúdos ministrados com uma avaliação antes do projeto e outra logo após a aplicação desse.

3 OS PROBLEMAS QUE O ENSINO DE MATEMÁTICA ENFRENTA NOS ÚLTIMOS ANOS E ALGUMAS FERRAMENTAS QUE AUXILIAM A FACILITAÇÃO DO ENSINO DA MATEMÁTICA

Sempre que vemos notícias veiculadas sobre o desemprenho dos alunos do nosso país em avaliações externas, um fator nos chama a atenção: o péssimo desemprenho na disciplina de Matemática. O Ensino de uma forma geral vai mal, mas o péssimo desempenho da disciplina de Matemática e o ensino dela se destacam mais negativamente que as demais disciplinas.

A Matemática, por sua universalidade de quantificação e expressões, portanto, como linguagem, ocupa uma posição singular no ensino enquanto Ciência. No Ensino Médio, quando se exige de forma essencial uma construção abstrata mais bem estruturada, os instrumentos matemáticos são especialmente importantes.

Ao se estabelecer um primeiro conjunto de parâmetros e diretrizes para a organização do ensino de Matemática no Ensino Médio, pretende-se contemplar a necessidade da sua adequação para o desenvolvimento e promoção do aprendizado dos alunos, levando sempre em consideração diferentes motivações, interesses e capacidades, criando condições para a sua inserção num mundo em mudança contínua e que contribuam para o desenvolvimento das capacidades que serão exigidas dos jovens estudantes em sua vida social e profissional. A respeito disso, **(LIMA *et. al.*, 2007)** diz que:

> Ao contrário das demais matérias que se estudam na escola, que se referem a objetos e situações concretas, a Matemática trata de noções e verdades de natureza abstrata. Aliás, essa é uma das razões da sua força e importância. A sua generalidade com que valem as proposições matemáticas exige precisão, proíbe ambiguidades e por isso requer mais concentração por parte dos estudantes. Por outro lado, o exercício dessas virtudes durante os anos de escola ajuda a formar hábitos que serão úteis no futuro. A perseverança, a dedicação e a ordem no trabalho são qualidades indispensáveis para o estudo de matemática.

De acordo com os resultados do PISA (sigla em inglês de *Programme for International Student Assessment* ou Programa Internacional de Avaliação de Estudantes, em português) o (Brasil não avançou em Ciências e Leitura e caiu em Matemática. Resultados da avaliação de 2015 mostram escolas federais e particulares na frente e país pior que vizinhos da América Latina). O Brasil ficou na 63ª posição em ciências, na 59ª em leitura e na 66ª colocação em matemática.) esses resultados mostram o quanto a Matemática é ainda um grande problema para o Brasil quando falamos em educação. Por décadas desempenhamos os piores índices e não há expectativas de melhora.

A seguir, o gráfico da Figura 1 mostra os resultados do Brasil nos últimos exames do PISA realizados. Embora haja um crescimento ao longo dos anos, esses números ainda estão muito abaixo do esperado. O que deixa o nosso país atrás de países como Argentina, Colômbia, Tailândia e México.

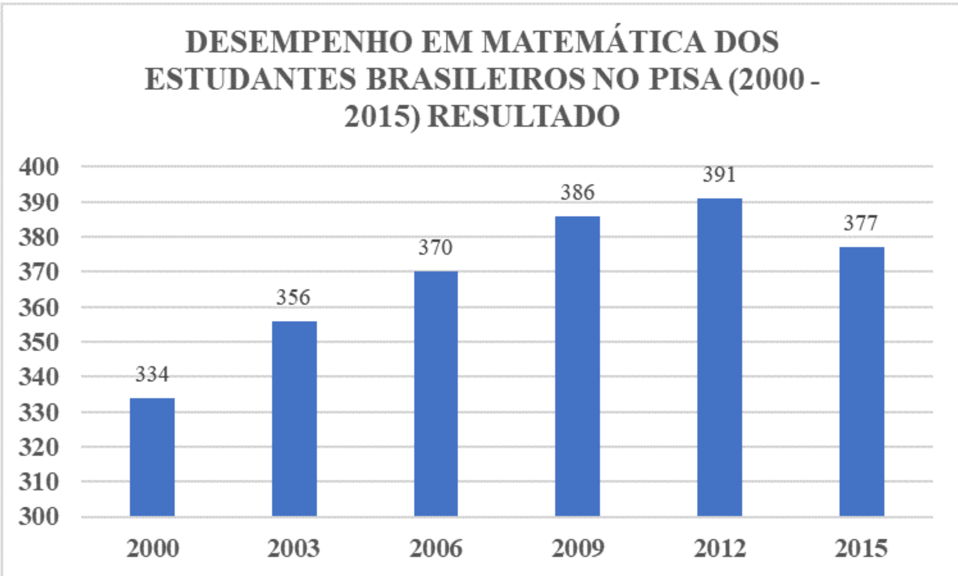


Figura 1 – OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico) e Inep

Há outras avaliações que mensuram o desempenho de Matemática das escolas públicas de nosso país. E alguns Estados utilizam sua própria avaliação de desemprenho como é o caso do Ceará. Em 1992, o Governo do Ceará, através da Secretaria da Educação do Estado (SEDUC), criou seu próprio sistema de monitoramento, denominado Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE) para identificar os processos de aprendizagem na Educação Básica. Avalia anualmente as escolas públicas do estado do Ceará com a finalidade de "fornecer subsídios para formulação e monitoramento das políticas educacionais. Deste modo, possibilita aos professores e gestores um diagnóstico situacional da educação oferecida na rede pública de ensino." (Disponível em *http://www.seduc.ce.gov.br/spaece.asp*).

Já o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) foi criado em 1988, com o propósito principal de avaliar a qualidade, equidade e eficiência do ensino e da aprendizagem dos estudantes do Ensino Básico do país. Mas, somente a partir de 1995 essa avaliação passou a assumir uma maior abrangência, monitorando e avaliando de modo amostral a Educação Básica de cada região, tanto na rede de ensino pública e quanto na rede privada nos Estados e no Distrito Federal.

O SAEB avalia de dois em dois anos alunos do 5º Ano do Ensino Fundamental I, 9º Ano do Ensino Fundamental e da 3º Ano do Ensino Médio. Desenvolvido e aplicado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), do Ministério da Educação (MEC), procura conhecer as condições internas e externas que interferem no processo de ensino-aprendizagem.

Podemos identificar algumas semelhanças entre os dois Sistemas de Avaliação, SPAECE e SAEB, ambos têm seu procedimento centralizado na aplicação de uma prova padronizada nas áreas de Língua Portuguesa e Matemática e a partir dessas avaliações são coletadas informações que indiquem qual o nível de competência e habilidade adquirida pelos estudante e sua evolução do desempenho com a finalidade de promover ações para melhorar os níveis de aprendizado e a qualidade do ensino básico do Brasil.

Podemos citar o exemplo do Estado do Ceará que utiliza o SPAECE para mensurar a qualidade no ensino de Matemática e Língua Portuguesa. O Estado embora apresente um crescimento anual desde 2008, mesmo assim, ainda se encontra num Nível Crítico de Proficiência quanto ao ensino de Matemática. Os anos/séries avaliados são: até o ano de 2014 2º, 5º e 9º anos do Ensino Fundamental, 1º, 2º e 3º anos do Ensino Médio. A partir de 2015 a avaliação deixou de acontecer com os 1º e 2º anos do Ensino Médio. A tabela a seguir apresenta os resultados do desempenho do 3º Ano do Ensino Médio entre os anos de 2012 e 2018 e a proficiência média do Estado:

ETAPA AVALIADA	**ANO**	**PROFICIÊNCIA**
3º ANO ENSINO MÉDIO	2012	260,7
3º ANO ENSINO MÉDIO	2013	267,8
3º ANO ENSINO MÉDIO	2014	266,3
3º ANO ENSINO MÉDIO	2016	265,4
3º ANO ENSINO MÉDIO	2017	269,1
3º ANO ENSINO MÉDIO	2018	272,5

Fonte: http://www.seduc.ce.gov.br/spaece.asp

Há uma preocupação por parte do Governo em cima desses resultados o que acarreta cobranças no que cabe ao trabalho professor, com isso passam a buscar os motivos que levam os alunos a obterem índices tão baixos de desempenho. Podemos enumerar alguns desses motivos para esses péssimos resultados obtidos nessas Avaliações Externas, os mais perceptíveis são: primeiro, falta reconhecimento de toda a sociedade que sem a educação básica não há progresso de uma nação e daí vem o descaso do ensino por todo o sistema educacional; segundo, os alunos não se dedicam aos estudos e falta interesse em estudar (e isso é alimentado no seio familiar e na sociedade que os cerca também); e, terceiro, está o despreparo dos seus professores da escola, dessa forma, raramente, qualquer disciplina é bem ensinada, inclusive a Matemática.

Para **(LIMA *et. al.*, 2007)**, melhorar o ensino da matemática quanto ao primeiro motivo, ele tem muito a ver com o amor-próprio nacional. No que se refere à dedicação aos estudos, os autores dizem que:

> há uma síndrome conhecida como 'ansiedade matemática', é o medo que algumas pessoas têm da Matemática. As pessoas costumam disfarçar sua ansiedade matemática com um aparente orgulho que as leva a vangloriarem-se de que são péssimas nessa matéria, que a detestam, etc.

Quanto ao ensino, esse papel cabe ao professor, o bom professor é aquele que vibra com a matéria que ensina, conhece muito bem o assunto e tem um desejo autêntico de transmitir esse conhecimento, portanto, se interessa pelas dificuldades de seus alunos e procura colocar-se no lugar deles, entender seus problemas e ajudar a resolvê-los. Não há fórmulas mágicas para ensinar matemática. A única saída é o esforço honesto e o trabalho persistente.

Faz-se necessário que o professor se conscientize da importância do seu trabalho e, consequentemente, venha a executá-lo com entusiasmo, antes de tudo é preciso ouvir os anseios de seus alunos. É fundamental que o professor tenha em mente a noção do significado que a matéria a qual está ensinando implicará na vida dos estudantes. Seria conveniente que os professores de Matemática, nas escolas nos níveis tanto Fundamental quanto Médio transmitissem aos seus alunos que o ensino dessa matéria é uma das formas de preparar a nação para o futuro. E, mais importante ainda, o professor deve procurar transmitir a seus alunos conteúdos que estejam associados com o cotidiano deles.

Ainda segundo **(LIMA *et. al.*, 2007)**

> "Os professores do ensino básico, quer por formação quer por hábito, acham-se envolvidos numa rotina de trabalho onde os assuntos abordados são aqueles em que se sentem seguros de tratar e os exercícios propostos são quase sempre aqueles mesmos que eles já sabem resolver, mesmo porque a necessidade de complementar seus salários com trabalho adicional não lhes permite muito tempo para estudar".

Se o mundo mudou e os alunos mudaram, a educação não pode parar no tempo. Ela precisa acompanhar o passo e também acompanhar as mudanças ao redor.

3.1 Algumas Ferramentas que Auxiliem o Ensino de Matemática

O papel do professor é crucial no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Uma aula de matemática só é excelente quando efetivamente ajuda o aluno a aprender. Mas é importante que se saiba que aprender não é o mesmo que decorar regras e procedimentos.

O professor tem que perceber o quanto seu conteúdo está de fato transformando o seu aluno.

Para isso, cabe ao professor disponibilizar meios e ferramentas para que os alunos possam buscar respostas e propor problemas de respostas possíveis, pesquisa de alcance viável, proposições compatíveis com soluções que podem ser encontradas.

De acordo com **(FIGUEIREDO, 2017)**, hoje os jovens aprendem de forma diferente do que há algumas décadas atrás. Desde cedo as crianças se cercam de tecnologia, jogos, vídeos, redes sociais, etc. Sendo cada vez mais fácil o acesso à essas informações, essas crianças são influenciadas pelo meio tecnológico que as cerca.

Vivemos em mundo que sofre constantemente mudanças evolutivas tecnológicas. A cada ano computadores e, principalmente, celulares evoluem em uma velocidade que mal conseguimos acompanhar. E a educação não acompanha essa evolução com a mesma velocidade, mais parece que estamos na contramão evolutiva. “O professor deve se adequar aos novos meios, de forma que possa aplicá-los na sala de aula e assim desenvolver novas metodologias que contribuam no processo de ensino-aprendizagem.

Uma das alternativas para auxiliar professores e alunos é a utilização de jogos eletrônicos matemáticos em sala de aula, jogos que estimulem o raciocínio logico (que tanto é enfatizado que seja trabalhado). Errôneo seria afirmar que a utilização desses jogos irá resolver o problema como um todo, no entanto é uma ferramenta de ensino, e é importante destaca-la como um ponto de reforçar sua relevância no meio educacional.

Cabe salientar que para **(SELBACH *et. al.*, 2010)** a introdução de jogos ou atividades no ensino da matemática não garante por si só uma melhor aprendizagem.

O professor deve refletir sobre o trabalho que irá desenvolver para que o aluno não aprenda mecanicamente, sem saber o que faz e por que faz, muito menos um “aprender” que se esvazia em brincadeiras. O importante na utilização desses meios de aprendizagem é que o professor possa incentivar o aluno a participar, raciocinar, compreender, relembrando o saber e superando sua visão fragmentada e parcial da realidade.

Um jogo matemático será eficaz desde que traga uma variedade de exercícios que apresentem motivação por si só. Importante ainda salientar que o aluno possa jogar e ao fim da atividade consiga perceber a relação entre a atividade desempenhada e as noções básicas do conteúdo que está sendo estudado através do jogo.

A tecnologia invadiu a sala de aula e basta um breve passeio por espaços de formação de professores de matemática para perceber as ofertas dos novos recursos educacionais.

É inegável a importância dos meios eletrônicos no ensino, desde que o enfoque à aprendizagem prevaleça, ou seja, nenhum recurso deve ser esvaziado de uma finalidade clara e complementar à aula e apresentá-lo aos alunos sem essa missão, significa transformá-lo em brincadeiras que podem até diverti-los, mas não os ensina.

Os jogos educacionais têm um papel fundamental no processo ensino-aprendizagem, tendo como objetivo auxiliar o aluno de uma forma divertida, recreativa e criativa, a conseguir a ampliação do conhecimento.

O professor tem que ter um objetivo claro ao elaborar sua aula com o uso de meios e ferramentas que o auxiliem. Segundo, essas ferramentas têm que facilitar a busca de respostas pelos alunos; tem que deixar claro quais os objetivos a serem alcançados durante e após a aula.

Embora não exista uma receita pronta e acabada a ser seguida para enfrentar os desafios do ensino da Matemática, faz-se necessário entender que antes de optar por um material ou um jogo para trabalhar determinados conteúdos, deve-se refletir sobre o paradigma do professor e sobre o papel de cada um, além disso, deve-se questionar sobre o tipo de aluno que se pretende formar e sobre qual matemática é importante para esse aluno.

4 O JOGO 2048

Jogos como aplicativos para *smartphones* fazem parte de nossa rotina. Além de serem desafiadores exigem um nível de concentração e raciocínio que são requisitos importantes para a aprendizagem da Matemática.

Um jogo que se encaixa dentro desse discurso é o Jogo 2048, pois além de ser viciante e desafiador também apresenta uma oportunidade interessante para explorar a Matemática.

A partir deste parágrafo sugerimos a leitura desse Trabalho com o Jogo/Aplicativo instalado no seu celular ou online pelo Computador.

Acesse: *https://play.google.com/store/apps/details?id=com.androbaby.original2048* ou outro aplicativo semelhante.

Online você poderá encontrar o Jogo em *https://rachacuca.com.br/raciocinio/2048/* ou em outros sítios.

O Jogo é um quebra-cabeça criado em 2014 pelo desenvolvedor italiano *Gabriele Cirulli* no qual o jogador precisa utilizar estratégias para alinhar os blocos de mesmo valor, deslizando-os através de deslocamentos nas direções cardeais, a soma de blocos de iguais valores quando esses estão alinhados seja na mesma linha ou mesma coluna resultará em um novo bloco de valor igual à soma dos blocos anteriores. Essa soma resulta sempre em blocos com valores iguais a potências de 2, segundo **(DEDIEU; AMAR, 2017)** o jogo começa sempre com dois blocos distribuídos em algumas das casas de um tabuleiro $n \times n$, na grande maioria 4×4, em que três casos podem acontecer: 1) iniciar com dois blocos de valores iguais a 2; 2) iniciar com um bloco de valor igual a 2 e outro de valor igual a 4; e, 3) iniciar com dois blocos, ambos de valores iguais a 4. Movimentando/arrastando os blocos sempre em uma das quatro direções (cima, baixo, esquerda, direita) você deve unir blocos numéricos iguais. Caso se unam blocos iguais, desde que alinhados, esses ganham um novo valor numérico que é igual ao dobro dos que se uniram. Exemplo: ao juntar dois blocos com o valor 2, esses se transformam em um único bloco de valor 4. Ou, ao juntar dois blocos com o valor 8, esses se transformam em um bloco de valor 16, assim sucessivamente até que se obtenha um bloco de valor igual ou superior a 2048.

Desse modo:

$$2 \oplus 2 = 4$$

$$4 \oplus 4 = 8$$

$$8 \oplus 8 = 16$$

$$16 \oplus 16 = 32$$
$$32 \oplus 32 = 64$$
$$64 \oplus 64 = 128$$
$$128 \oplus 128 = 256$$
$$256 \oplus 256 = 512$$
$$512 \oplus 512 = 1024$$
$$1024 \oplus 1024 = 2048.$$

A seguir em Figura 2 podemos ver um exemplo de como fica o Jogo ao movimentar alguns Blocos.

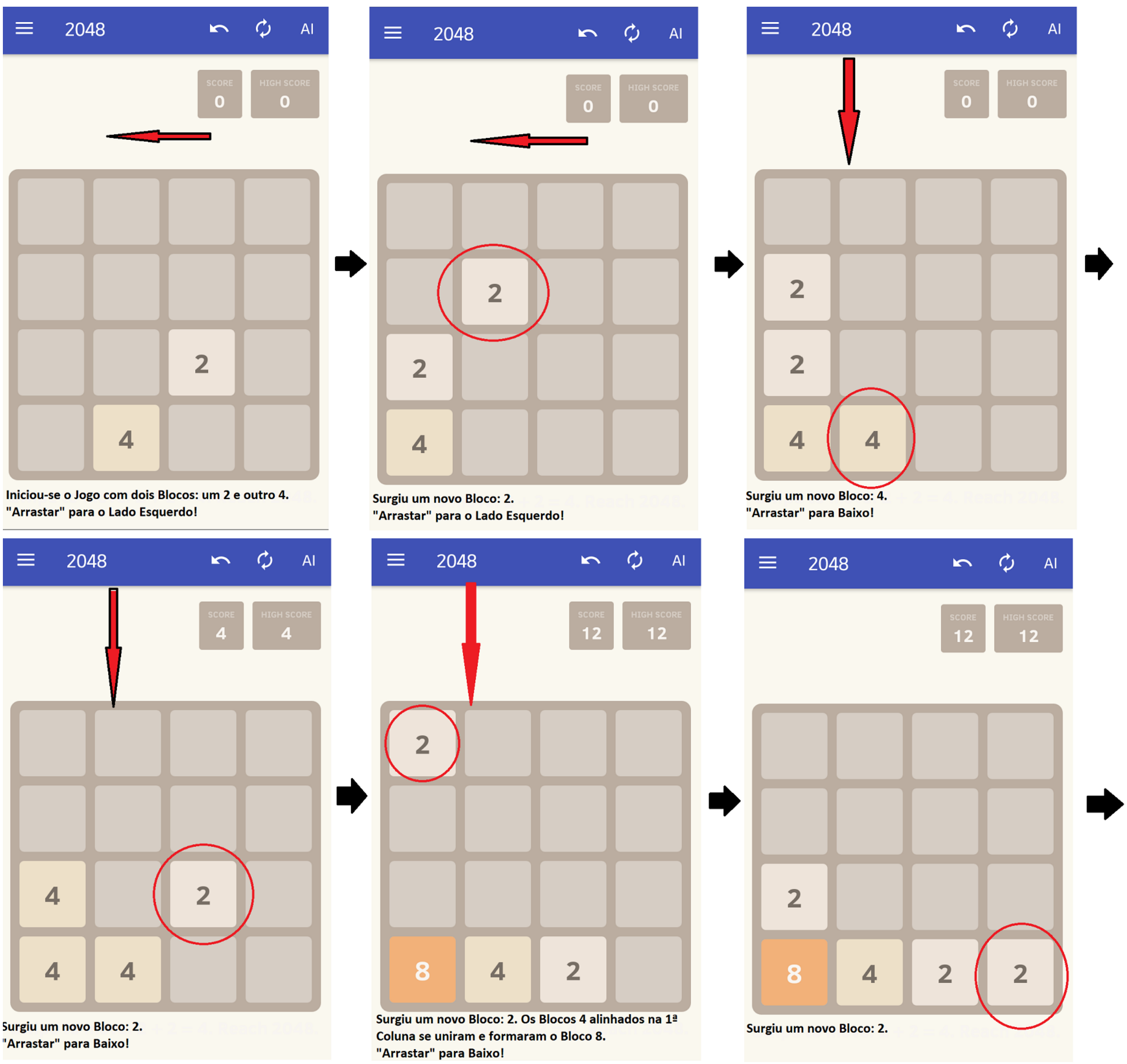


Figura 2 – Sequência inicial como exemplo de possíveis movimentos.

A cada movimento realizado pelo jogador na extensão do tabuleiro, surgirá um novo bloco com valor 2 ou valor 4 de modo aleatório em alguma casa vazia. Se todos os blocos do tabuleiro forem ocupados, o jogo termina. Caso o jogador tenha obtido um bloco de valor 2048 terá conseguido o objetivo e vencido a partida, caso contrário, o objetivo não foi alcançado. E, em ambos os casos, o jogador é convidado à uma nova partida.

Outro objetivo do jogo é tentar aumentar sua pontuação, um ranking. Sendo assim, quanto mais blocos possam ser unidos e formando blocos cada vez mais de valores numéricos maiores, maior será a pontuação, pois essa está associada à junção dos blocos. E a maior dificuldade que o jogo traz é o fato de que a cada novo movimento efetuado pelo jogador surgirá um novo bloco de valor 2 ou 4, de acordo com suas respectivas probabilidades, sempre em um dos espaços vazios de forma aleatória.

O Jogo 2048 é envolvente pelo seu caráter desafiador e se utiliza do raciocínio lógico e estratégias adotadas para conseguir seu objetivo principal. O jogo também prende a atenção do jogador não apenas porque é difícil, mas pelas emoções encontradas durante cada partida, segundo **(NELLER, 2015)**. Criando estratégias a cada nova tentativa o jogador vai aprimorando suas técnicas e até se utilizar de conhecimentos matemáticos para melhorar seu desemprenho durante cada nova partida.

Como o Jogo 2048 engloba o uso de raciocínio lógico, concentração e estratégias de resolução de problemas, é fácil ver que ele pode facilmente ser envolvido nas aulas de Matemática, com abordagens significativas em vários conteúdos vistos no Ensino Médio e com isso temos ferramentas essenciais ao estudo da Matemática que podem auxiliar na aprendizagem e melhorar o desempenho de nossos estudantes, daí, levar uma nova roupagem para as aulas da disciplinas e tirar os pré-conceitos já entranhados que geram jargões tantas vezes ouvidos: *“Matemática é chata!”*; *“Nunca vou aprender Matemática!”*, dentre outros. Além de sair do modelo tradicional de aula e trazer o aluno para interagir e vivenciar o aprendizado.

Daí, aliar uma situação que exprima prazer a alguns conteúdos da Matemática, podem estimular a motivação do aprendizado por parte dos estudantes.

O presente trabalho abordará alguns dos aspectos e conceitos matemáticos do Jogo 2048 para tratar um problema vivenciado em sala de aula, diversificar aquela velha aula tradicional, obter melhor eficiência na aprendizagem e, em tempo, modificar a visão que uma parte significativa dos alunos oriundos do Ensino Fundamental quando ingressam na EEEP MCVM têm quando ao se falar sobre a Matemática.

4.1 Conteúdos Matemáticos que Possam ser Aplicados com o Jogo 2048

O jogo 2048 traz particularidades que podem ser facilmente incorporadas a diversos conteúdos matemáticos abordados durante o Ensino Fundamental e, principalmente, no Ensino Médio. Os quais podemos citar, Potenciação, Equações Exponenciais, Indução Finita, Progressão Geométrica, Introdução às Teorias Probabilísticas, Topologia, dentre outros.

Todos os Planos de Aulas a que se referem os próximos tópicos encontram-se em **APÊNDICE-a**.

4.1.1 O Jogo e o Princípio da Indução Finita

Aplicamos esse conteúdo em uma de nossas aulas (Plano de Aula está em Apêndice-a) para os estudantes a fim de interligar o Jogo e o conteúdo de Indução Matemática, a ideia principal dessa associação era apresentar aos alunos que sempre seria possível chegar ao bloco de valor 2048, haja visto que sempre aparecerá ou será criado um bloco com uma potência de 2.

Para **(LIMA, 1998)** *O princípio da indução é um eficiente instrumento para a demonstração de fatos referentes aos números naturais.*

O Princípio da Indução Finita faz parte de um conjunto de quatro axiomas que regem toda a teoria dos Números Naturais, sendo esse o mais elaborado, diz o seguinte: Seja P uma propriedade referente a números naturais. Se 1 goza de P e se, além disso, o fato de o número natural n gozar de P implica que sucessor n+1 também goza, então todos os números naturais gozam da propriedade P.

No Jogo 2048 podemos demonstrar, pelo Princípio da Indução Finita, que sempre teremos blocos com valor igual 2 ou com valores iguais a potências de 2. No início do jogo, recebemos dois blocos em locais aleatórios numerados com o valor 2 ou o valor 4. Por observação, pode-se ver que a grade pode conter apenas números que são da forma 2^n. A partir daí podemos usar o Princípio da Indução Finita para provar que todos os blocos formados sempre serão numerados com o valor 2 ou potências de 2.

1º passo: Os blocos dados no início são ambos 2, um 2 e um 4 ou ambos 4. Ao todo, existem $2! \times 2! - 1 = 3$ casos. Aqui, os valores numéricos dos blocos já são representados na forma 2^n.

2º passo: Admitamos que com K movimentos, $K \in \mathbb{N}$, todos os blocos estão numerados com valores em potência de 2;

Vamos provar que no próximo movimento aparecerá também valores em potência de 2.

3º passo: No $(k+1)$ movimento, poderemos ter um dos três casos:

I. Nós deslizamos os blocos para um espaço vazio, sem blocos para serem combinados uns com os outros;

II. Nós combinamos dois ou mais blocos existentes uns com os outros, criando outro bloco de valor 2 vezes o anterior;

III. Uma combinação dos casos (I) e (II), alguns blocos se unem e outros blocos apenas ocupam algum espaço vazio.

Em qualquer um dos três casos, um novo bloco será gerado aleatoriamente, o qual será numerado de 2 ou 4 o que é representado como uma potência de 2.

No primeiro caso (I), temos um novo bloco numerado com 2 ou 4, o que é uma potência de 2 além dos que já haviam no *k-ésimo* passo, os quais já admitimos que eram todos expressos em potências de 2. No segundo caso (II), já que os blocos numerados são da forma 2^r, com $r \in \mathbb{N}$ se combinariam para fazer o bloco numerado 2^{r+1}, todos os blocos ainda continuam sendo representados por potências de 2. No terceiro caso (III), por ser uma combinação dos outros dois casos, irá surgir blocos com potências de 2, tanto gerados a partir da junção de blocos do caso (II) quanto blocos aleatórios do caso (I).

Sendo assim, podemos dizer que, em qualquer movimento, a grade terá apenas blocos numéricos que podem ser representados na forma de 2^n.

4.1.2 O Jogo e a Potenciação e as Equações Exponenciais

O objetivo dessa aula era abordar a regra básica do Jogo 2048 com o conteúdo de Potenciação e Equações Exponenciais para tentar uma melhor fixação desses conteúdos. (O plano dessa Aula está em Apêndice-a).

A definição de potenciação para **(LIMA *et. al.*, 2000)** seja a um número real ($\mathbb{R}$) positivo. Para todo $n \in \mathbb{N}$, a potência a^n, de base a e expoente n, é definida como o produto de n fatores iguais a a.

Exemplos: $2^2 = 2 \times 2 = 4$;

$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$.

Propriedades:

1) Produto De Potência De Mesma Base – para todo $a \in \mathbb{R}$ e quaisquer $m, n \in \mathbb{N}$, tem-se: $a^m \times a^n = a^{m+n}$, com $a \neq 0$;

2) Divisão De Potência De Mesma Base – para todo $a \in \mathbb{R}$ e quaisquer $m, n \in \mathbb{N}$, tem-se: $a^m \div a^n = a^{m-n}$, com $a \neq 0$;

3) Potência De Potência – para todo $a \in \mathbb{R}$ e quaisquer $m, n \in \mathbb{N}$, tem-se: $(a^m)^n = a^{m \times n}$, com $a \neq 0$;

4) Potências De Bases Diferentes E Mesmo Expoente – para todo $a, b \in \mathbb{R}$ e quaisquer $n \in \mathbb{N}$, tem-se:$(a \times b)^n = a^n \times b^n$, com $a, b \neq 0$. E, para todo $a, b \in \mathbb{R}$ e quaisquer $n \in \mathbb{N}$, tem-se:$(a \div b)^n = a^n \div b^n$, com $a, b \neq 0$

A propriedade que estudaremos que está presente diretamente no JOGO 2048 é Produto de Potência de Mesma Base, pois, ao unir dois blocos de igual valor numérico, esses criam um novo bloco cujo valor é exatamente o dobro dos valores iniciais, que por sua vez são potências de 2, daí podem ser facilmente fatorados na mesma base, e assim, teremos um produto de potências de mesma base.

Vejamos, por exemplo, ao juntar dois blocos iguais a 4, o resultado obtido é sempre igual ao dobro do bloco que havia antes do movimento, ou seja, um bloco igual a 8. Daí, como antes havia uma potência de 2, o próximo bloco também é uma potência de 2. Assim,

$4 + 4 = 8 \Rightarrow \ 2^1 \times 2^2 = 2^3 = 8.$

$64 + 64 = 128 \Rightarrow 2^1 \times 2^6 = 2^7 = 128$

De forma geral,

$$2^r + 2^r = 2^1 \times 2^r = 2^{r+1}, \text{ com } r \in \mathbb{N}.$$

Pela definição de potenciação e pelas regras do Jogo 2048, como qualquer bloco que seja formado é uma potência de 2, então podemos fatorar o valor de um dos blocos que aparece no visor e determinar qual a potência de 2 que o gerou, ou ainda determinar qual a maior potência de 2 que podemos obter.

Exemplo:

$1024 = 2 \times 512$

$1024 = 2 \times 2 \times 256$

$1024 = 2 \times 2 \times 2 \times 128$

$1024 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 64$

$1024 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 32$

$1024 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 16$

$1024 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 8$

$1024 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 4$

$1024 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$1024 = 2^{10}$

Outro exemplo interessante sobre potenciação é: *"Dado a quantidade total de espaços de acordo com o tamanho do tabuleiro,* 4×4 *ou superior, podemos determinar a maior potência de 2 que pode ser formada em um bloco que pode ser criado de acordo com as regras deste jogo?"*

R - Um tabuleiro 4×4 tem 16 espaços ao todo, então, se por uma jogada de muita sorte (considerando o melhor cenário possível) surgisse o bloco 4 em todos os espaços favoráveis, poderíamos obter no máximo:

$2^{r+1} = 2^{17}$, onde $r = 16$ é a quantidade de espaços do tabuleiro 4×4.

Daí, podemos concluir que, em um tabuleiro 3×3 NUNCA obteremos um bloco de valor 2048, haja visto que, no máximo, o valor numérico de um bloco desse tabuleiro é $2^{9+1} = 2^{10} = 1024$.

4.1.3 O Jogo e as Progressões Geométricas (P. G.)

O objetivo aqui era abordar de uma forma diferente um dos principais conteúdos vistos no 1º Ano do Ensino Médio, por vezes, de modo a apresentar uma simples aplicação do Jogo nas progressões Geométricas e vice-versa (O Plano dessa Aula encontra-se em Apêndice-a).

Definição de Progressão Geométrica: são sequências numéricas nas quais a taxa de crescimento de cada termo para o seguinte é sempre a mesma. Ou seja, é constante o quociente da divisão de cada termo pelo termo anterior. Esse quociente constante é chamado razão da *P.G.* e é representado pela letra q.

Em uma P. G. ($a_1, a_2, ..., a_n$, com $r \in \mathbb{N}$) para avançar um termo basta multiplicar pela razão; para avançar dois termos, basta multiplicar duas vezes pela razão, e assim por diante.

De modo geral, $a_n = a_1 \times q^{n-1}$, pois ao passar de a_1 para a_n, avançamos $(n-1)$ termos.

Fórmula da soma dos n primeiros termos de uma P. G. finita

A soma dos n primeiros termos de uma P. G. de razão Q>< 1 é

$$S_n = a_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Dado que o JOGO 2048 sempre está apresentando blocos com valores iguais a 2 ou potências de 2, podemos criar algumas situações nas quais sejam aplicadas sequências numéricas com os blocos formando uma *P.G.* $(2, 4, 8, 16, 32, 64, etc)$.

Ou ainda como exemplo determinar a soma de alguma sequência numérica que surja durante uma partida e, ou determinar a soma máxima de pontos que se pode obter em cada tipo de tabuleiro: 3×3, 4×4, 5×5, etc.

Exemplo: Qual a soma dos termos apresentados na Figura 3 abaixo?

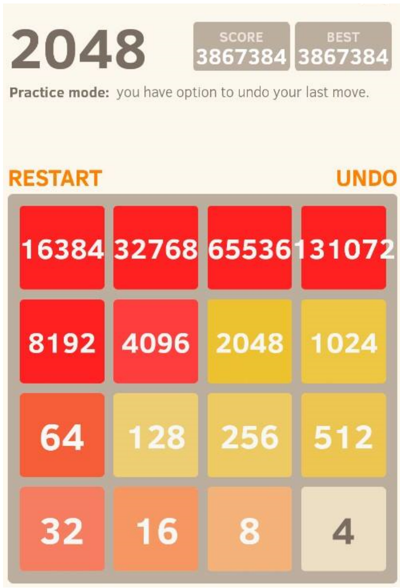


Figura 3 – Quadro Demonstrativo de um Jogo Completo

A soma será dada por:

$a_{16} = a_1 \times q^{16-1}$	$S_{16} = 4 \times \frac{2^{16} - 1}{2 - 1}$
$a_{16} = 4 \times 2^{15}$	$S_{16} = 4 \times \frac{65536 - 1}{1}$
$a_{16} = 4 \times 32768$	$S_{16} = 4 \times 65535$
$a_{16} = 131072$	$S_n = 262140$

Então, em um tabuleiro 4×4 o maior bloco terá o valor numérico 131072 e a soma de todos os blocos que formam uma *P.G.*, caso preenchidos cada um com uma potência de 2 diferente, será igual a 262140.

4.1.4 O Jogo e o Estudo dos Fenômenos Probabilísticos

O objetivo dessa aula era a aplicação do Jogo em mais um conteúdo amplamente estudado durante o Ensino Médio e abordado brevemente no ensino Fundamental.

A **Definição de Probabilidade** para **(LIMA *et. al.*, 2006)** experiências que repetidas vezes sob as mesmas condições produzem geralmente resultados diferentes, são chamados de experimentos aleatórios. Sendo S o *Espaço Amostral* e A o *Evento*, uma probabilidade é uma função que associa a cada evento A um número $P(A)$ de forma que:

i) Para todo evento A, $0 \leq P(A) \leq 1$;

ii) $P(S) = 1$;

iii) Se A e B são eventos do mutuamente excludentes, então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Como no jogo a probabilidade de surgir aleatoriamente um bloco 2 é igual a 90% e a probabilidade de surgir um bloco 4 é igual a 10%, podemos calcular as probabilidades no início do jogo de:

i) Iniciarmos o jogo com dois blocos iguais a 2; quando ambos os blocos forem 2. Isso acontece com uma probabilidade de: $90\% \times 90\% = 81\%$;

ii) Iniciarmos o jogo com dois blocos iguais a 4; quando ambos os blocos forem 4. Isso acontece com uma probabilidade de: $10\% \times 10\% = 1\%$;

iii) Iniciarmos o jogo um bloco 2 e outro bloco 4; quando os novos blocos são 2 e depois 4, sem importar a ordem, então ambos os casos temos o mesmo resultado, com uma probabilidade de: $2 \times 90\% \times 10\% = 18\%$.

Exemplo: Ainda podemos calcular a probabilidade de obtermos qualquer bloco de acordo com um dos três casos: Qual a probabilidade de obtermos um bloco igual a 8?

a) Se o bloco 8 for criado apenas por blocos numerados com valor 2: $90\% \times 90\% \times 90\% \times 90\% = 65,61\%$.

b) Se o bloco 8 for criado por blocos numerados com valor 4, desde que esses blocos 4 não sejam criados por bloco 2: $10\% \times 10\% = 1\%$.

c) Se o bloco 8 for criado por dois blocos, um de valor 2 e um de valor 4, desde que esse bloco 4 não seja criado pela junção de dois blocos de valor 2: $90\% \times 90\% \times 10\% = 8,1\%$.

Ex.: Uma forma de calcular a quantidade mínima de movimentos para ganhar o jogo e a probabilidade para que isso aconteça é: *Desde que os blocos são gerados aleatoriamente; o bloco de valor numérico 2 com probabilidade de* $0,9$ *(*$P_2 = 0,9$*) e o bloco de valor numérico 4 com uma probabilidade de* $0,1$ *(*$P_4 = 0,1$*); podemos gerar um intervalo para a quantidade* *mínima de movimentos de modo que esses blocos sempre surjam na mesma linha ou coluna de seus pares.*

I. Assumindo o melhor cenário que todos os blocos que recebemos são de valor 4 e que cada movimento que fazemos resulta na união de 2 desses blocos em um único. Para criar o bloco 2048, precisamos de pelo menos 512 blocos $512 \times 4 = 2048$. Mas, no início sempre começamos com 2 blocos, isto é, precisaremos de $512 - 2 = 510$ movimentos para obtermos todas os blocos necessários. Desta forma, o O último bloco que recebemos terá que ser combinado para fazer 8, depois os blocos 8 em 16, os 16 em 32 e assim sucessivamente, até combinarmos os blocos 1024 em 2048 Então,

M_{Min} = $512 - 2 + 8 = 518$ movimentos.

A probabilidade de obter todos os blocos numerados com valor 4 é $0,1^{519} = 10^{-518}$

II. Considere o outro caso em que obtemos todos os blocos numerados são 2 em vez de 4. Continuando como acima, precisamos de 1024 blocos para fazer 2048 e, em seguida, combinar o último ladrilho que recebemos com outro bloco numerado de valor 2. Nesse caso:

M_{Min} = $1024 - 2 + 8 = 1030$ movimentos.

A probabilidade de obter todos os blocos numerados com 2 é $0,9^{1030} = 7,5 \times 10^{-48}$

Então, o número mínimo de movimentos necessários para ganhar o jogo, assumindo que jogamos O Jogo Perfeito está num intervalo $[518, 1030]$.

4.1.5 O Jogo e as Funções

Para o conteúdo de ***FUNÇÕES*** fizemos apenas uma breve referência sem muito aprofundamento (O Plano dessa aula encontra-se no Apêndice-a).

"Qual é o número mínimo de movimentos necessários para ganhar o jogo"?

Como já falamos nas subseções anteriores, a cada nova rodada podemos obter um bloco 2 ou 4 como novos números. Se, por uma jogada de sorte, conseguirmos sempre o bloco 4, podemos criar um bloco de valor 8 em 1 ou 2 movimentos, o 16 em 5 movimentos, o 32 em 11 movimentos e assim sucessivamente. Desde que esses blocos não surjam na mesma linha ou coluna. O número de movimentos necessários para criar 2^n, portanto, é dado por:

$$f(3) = 2;\ f(n+1) = 2 \times f(n) + 1 \text{ para } n > 3;$$

Isso resulta na fórmula geral:

$$f(n) = 2^{n-1} - 2^{n-3} - 1 \text{ para } n \geq 3.$$

Para 2048, $n = 11$, então $f(n) = 767$. O que nos diz que precisamos de pelo menos 767 movimentos para ganhar o Jogo. Isso se recebermos apenas blocos de valor 4 como um novo número.

Se considerarmos a variante do jogo onde obtemos apenas o bloco 2 como um novo número, podemos obter uma fórmula semelhante:

$$g(2) = 2$$
$$g(n+1) = 2 \times f(n) + 1 \text{ para } n > 2;$$

Assim sendo:

$$g(n) = 2^n - 2^{n-2} - 1 \text{ para } n \geq 2.$$
$$g(11) = 1535.$$

Nesse modelo, vamos precisar de pelo menos 1535 movimentos para chegar no bloco de valor 2048. Assim, podemos obter um novo intervalo para determinar a quantidade mínima de movimentos que podem resultar em um bloco de valor 2048, que é: $[767, 1535]$.

4.1.6 O Jogo e a Introdução à Topologia

O Objetivo desse conteúdo abordado conjuntamente ao Jogo é apresentar uma estratégia que possa garantir ao jogador uma provável vantagem na obtenção de seu objetivo, criar o bloco 2048, essa estratégia é chamada de *"Estratégia Vencedora"*. (O Plano dessa aula encontra-se no Apêndice-a).

Topologia para Otimalidade do Jogo – Definição: A topologia é um ramo da Matemática que tem como finalidade estudar a estrutura dos objetos sem preocupação com tamanho e forma, assim como a geometria. A geometria descreve matematicamente uma figura, enquanto a topologia analisa as possibilidades das figuras.

A topologia trata os objetos como se fossem de "borracha" e pudessem ser transformados uns nos outros. De fato, as propriedades dos objetos se mantêm invariáveis embora sua forma possa ser alterada. Um dos princípios básicos da topologia é a equivalência entre as figuras. Duas figuras podem ser equivalentes quando uma delas puder converter-se em outra.

Se partirmos da ideia de que as superfícies dos objetos podem ser alteradas, é fácil explicar a infinidade de aplicações da topologia.

Do ponto de vista teórico, a topologia se relaciona com várias áreas da matemática (estatística, equações diferenciais, etc). Entretanto, o que chama atenção na topologia é sua capacidade para resolver problemas práticos: analisar o melhor trajeto para distribuir mercadorias ou como modificar um objeto sem quebrá-lo.

A topologia é baseada em uma série de princípios teóricos e abstratos, podendo ser aplicada em várias áreas do conhecimento, por exemplo, uma criança pode usar os princípios da topologia de modo intuitivo em seus jogos e na manipulação dos objetos.

Para ganhar o jogo, isto é, conseguir formar o bloco de valor 2048, devemos combinar blocos numerados iguais tais que se combinem para formar um bloco numerado maior, por exemplo, dois blocos 2^n podem ser combinados para formar um bloco numerado 2^{n+1}. Como só podemos nos mover nas quatro direções cardeais, os dois blocos têm de estar alinhados horizontalmente ou verticalmente. Isso conecta o jogo com topologia, já podemos ver princípios da Topologia sendo aplicados a partir da intuição e manipulação dos movimentos dos blocos.

Em uma configuração ideal, os blocos não devem apenas está alinhados ao bloco semelhante, mas o maior bloco assim formado 2^{n+1} deve ser vizinho a um bloco de valor 2^n, esse por sua vez deve ser vizinho de outro bloco de valor 2^{n-1}, e assim sucessivamente, com o bloco de valor numérico mais alto sendo deixado no final da linha serpenteada, nos cantos do tabuleiro. De preferência, deve haver uma monotonicidade na grade ao longo de uma linha ou coluna. É interessante também que entre os blocos de valores 2^{n+1} e 2^n não haja nenhum outro bloco para que a união desses não seja interferida e assim, não aumente a quantidade de movimentos.

Dessa forma, a melhor estratégia para vencer é fixar o bloco de mais alto valor em um dos cantos da grade e os demais blocos o precedam de forma decrescente, serpenteando os blocos adjacentes, conforme exemplo da Figura 4 - linha serpenteada através da grade do Jogo.

No entanto, como essa configuração é muito difícil de se alcançar devido á natureza aleatória do jogo, pois os blocos não surgirão exatamente onde precisamos deles e, muito menos, aparecerão com os valores que precisamos, daí, podemos classificar esse caso de otimização como o melhor caso para uma estratégia vencedora. Desde que estejamos realmente combinando duas peças adjacentes para criar um novo bloco numérico de valor maior, que é na verdade a soma desses dois blocos. Essa linha serpenteada parece boa, mas é difícil replicar, uma vez que restringe o movimento a apenas uma única direção. O que nos mostra que precisamos restringir os movimentos a apenas duas direções, podendo até mesmo usar uma terceira direção, embora, com moderação

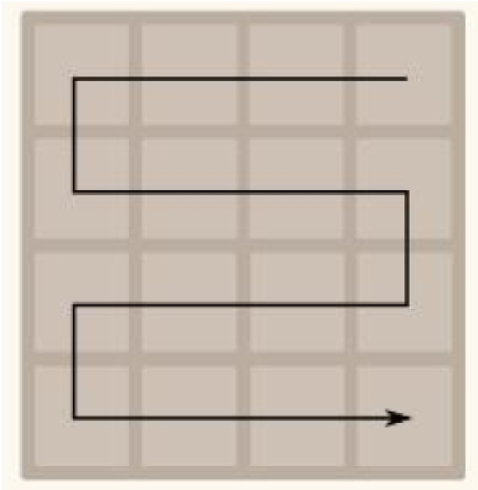


Figura 4 – linha Snake através a grade.

Com a aplicação da topologia nesse experimento, encontramos uma jogabilidade mais suave, além também de criar o bloco 2048, vê Figura 5 com muito mais facilidade e assim, conseguir o objetivo principal do jogo. Essa abordagem é a que mais se aproxima da otimalidade para vencer o jogo.

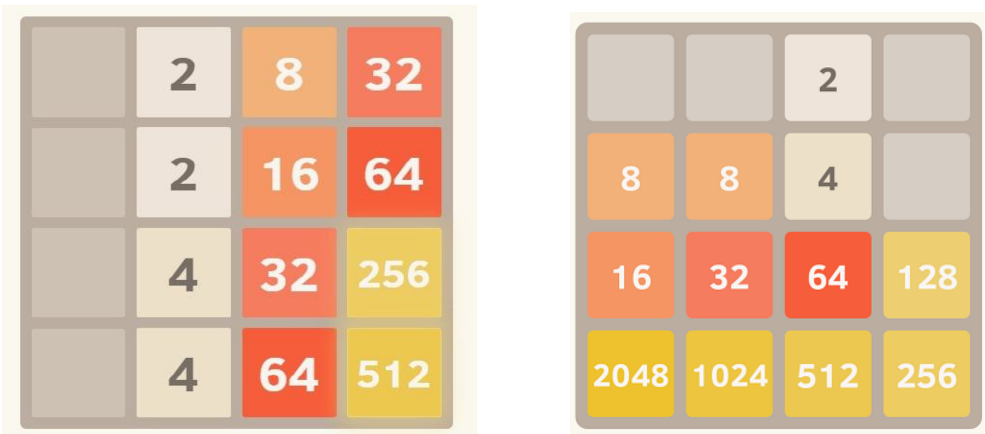


Figura 5 – Linha de blocos serpenteados sobreposto na grade (à esquerda) e jogada vencedora utilizando a Topologia da Otimalidadde Condicional (à direita)

Temos à cima dois modelos de Linha Serpenteadas criadas à partir do movimentos que utilizam a estratégia abordada: deixar o bloco de maior potência de 2 criado em um dos cantos do tabuleiro e vizinho a esse bloco potências menores, assim 2^{n+1}, 2^n e 2^{n-1}, etc.

4.2 Resultados Obtidos com o Jogo 2048 na EEEP MCVM

Para identificar o nível do aprendizado/proficiência em Matemática que os alunos oriundos do Ensino Fundamental ao ingressarem na **EEEP MCVM** realizamos uma Avaliação Diagnóstica com questões baseadas nos *Descritores do Spaece* que contemplam conteúdos inerentes ao Ensino Fundamental contendo 20 questões de múltipla escolha (essa avaliação está em ANEXO). Nessa Avaliação os 180 alunos das quatro turmas de 1º Anos apresentaram os seguintes resultados contemplados na Figura 6, no qual observamos que 67,7% dos alunos que chegam à nossa Escola apresentam um nível muito baixo de aprendizagem em Matemática. Em nível de proficiência seria o equivalente aos níveis MUITO CRÍTICO e CRÍTICO, levando em consideração ao número de acertos e erros obtidos a cada questão. Outros 25,07% apresentaram um nível INTERMEDIÁRIO de aprendizagem. E, apenas 7,23% desses alunos apresentam um nível de proficiência ADEQUADO para o que esperamos de um estudante do 1º Ano do Ensino Médio.

Esse resultado causou uma inquietação à respeito do péssimo desempenho em Matemática e o que poderia ser feito a fim de melhorar esses índices. Vejamos o gráfico da Figura 6 que apresenta o quantitativo de alunos em cada nível de proficiência de acordo com a nossa Avaliação diagnóstica interna:

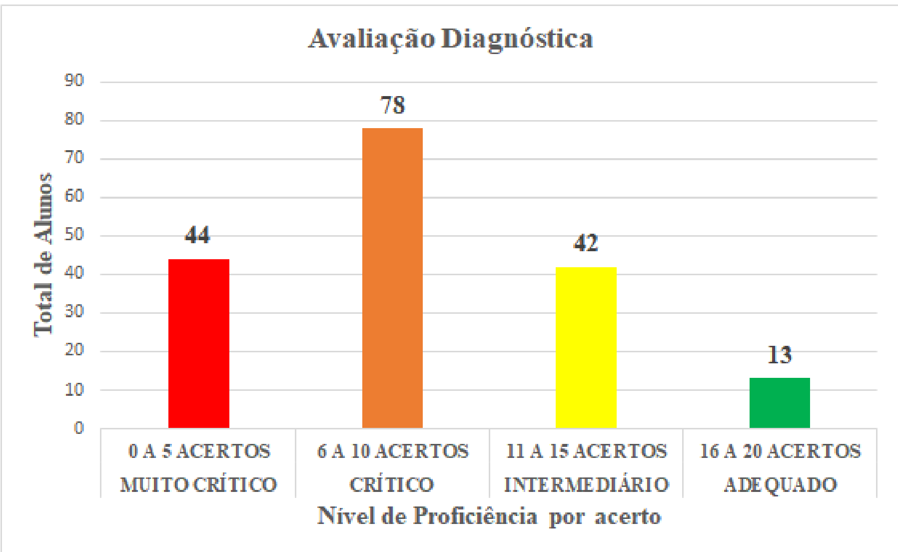


Figura 6 – Resultado da Avaliação Diagnóstica.

A partir daí, começamos um trabalho de "Nivelamento"com os estudantes que apresentam maiores dificuldades. E começamos a procurar algumas ferramentas, técnicas de exercícios, aulas diversificadas que possam auxiliar o aprendizado dos alunos que apresentam maiores dificuldades e ao mesmo tempo não perder os alunos "bons"por causa do marasmo das aulas de revisão.

Com a ideia de aplicar uma nova ferramenta para despertar o interesse dos estudantes na disciplina de Matemática e ao mesmo tempo que os faça melhorar seu aprendizado, analisamos a possibilidade de utilizar o Jogo 2048 como tal ferramenta e observar se de fato auxiliaria no aprendizado de Matemática. Então elaboramos um questionário no qual constava de três perguntas:

1) VOCÊ GOSTA DE ESTUDAR A DISCIPLINA DE MATEMÁTICA?

2) JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.

3) COMO VOCÊ ACHA QUE DEVERIA SER UMA BOA AULA DE MATEMÁTICA?

Dos 180 alunos dos quatro 1º Anos, apenas 140 participaram de um questionário que os perguntava sobre seus gostos pela disciplina de Matemática, pedia para justificar caso não gostasse (ou ficasse indecisos também justificasse) e perguntava ainda, na sua opinião (aluno), como deveria ser uma 'boa' aula de matemática. Obtivemos os seguintes resultados para analisarmos: 88 alunos gostam de matemática, 36 não gostam e 16 ficaram indecisos ou gostam pouco ver Figura 7.

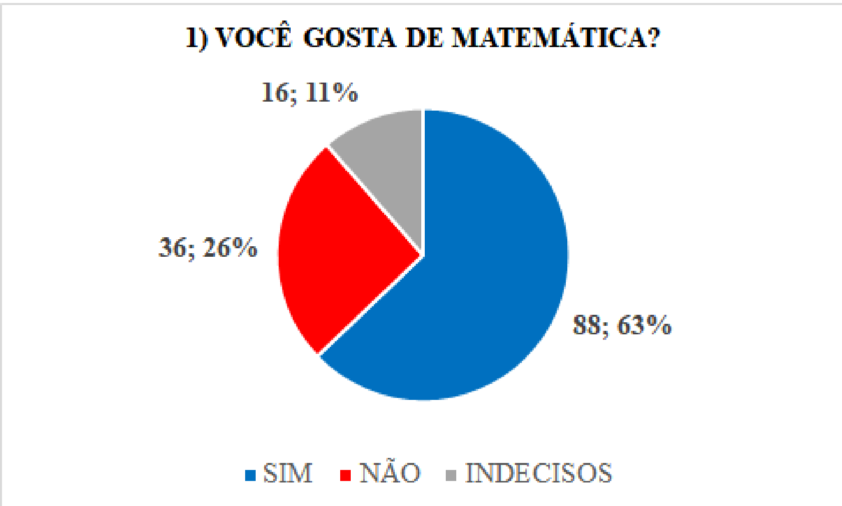


Figura 7 – Resultado da 1ª questão do Questionário Aplicado.

Dentre os que NÃO GOSTAM e, ou GOSTAM POUCO, observamos que 11 alunos consideram a disciplina chata, outros 21 a consideram difícil de ser compreendida, 8 alunos NÃO GOSTAM DE ESTUDAR a Matemática, 6 desses NÃO ENTENDEM AS EXPLICAÇÕES e outros 6 NÃO TÊM SE SENTEM DESPERTADOS À GOSTAR DA DISCIPLINA, ver Figura 8.

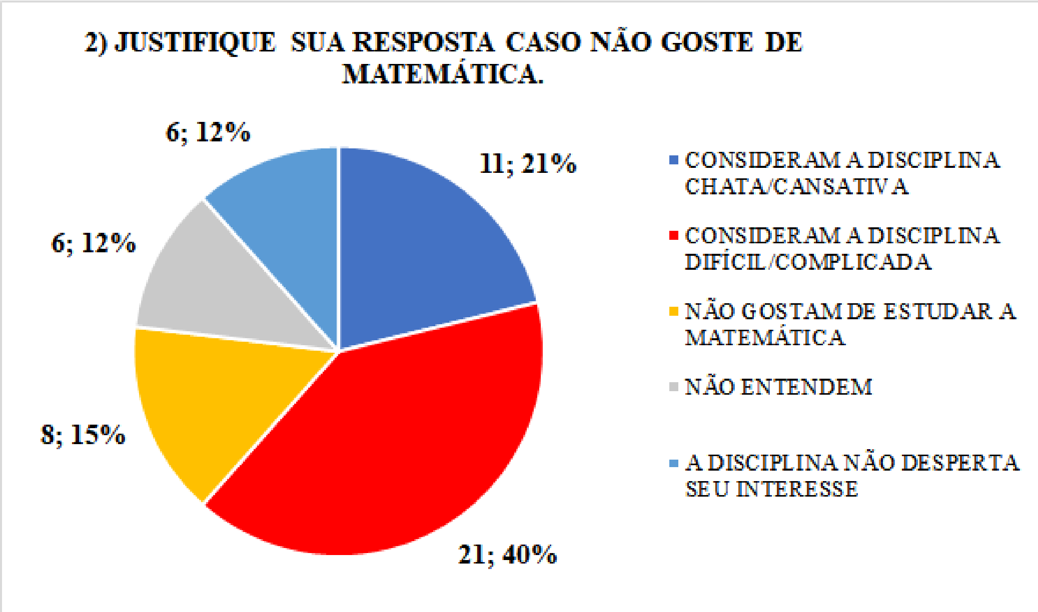


Figura 8 – Resultado da 2ª questão do Questionário Aplicado.

Para a terceira pergunta (Como você (aluno) acha que deveria ser uma boa aula de matemática?) podemos constatar que 53 alunos dos 140 entrevistados desejariam aulas de Matemática com mais PRÁTICAS, JOGOS e que fossem mais DINÂMICAS. Outros 35 alunos querem uma maior INTERAÇÃO PROFESSOR–ALUNO, que os alunos PARTICIPASSEM MAIS das aulas. Trinta alunos querem AULAS MAIS DIVERTIDAS OU DESCONTRAÍDAS e 22 alunos NÃO OPINARAM, ver Figura 9.

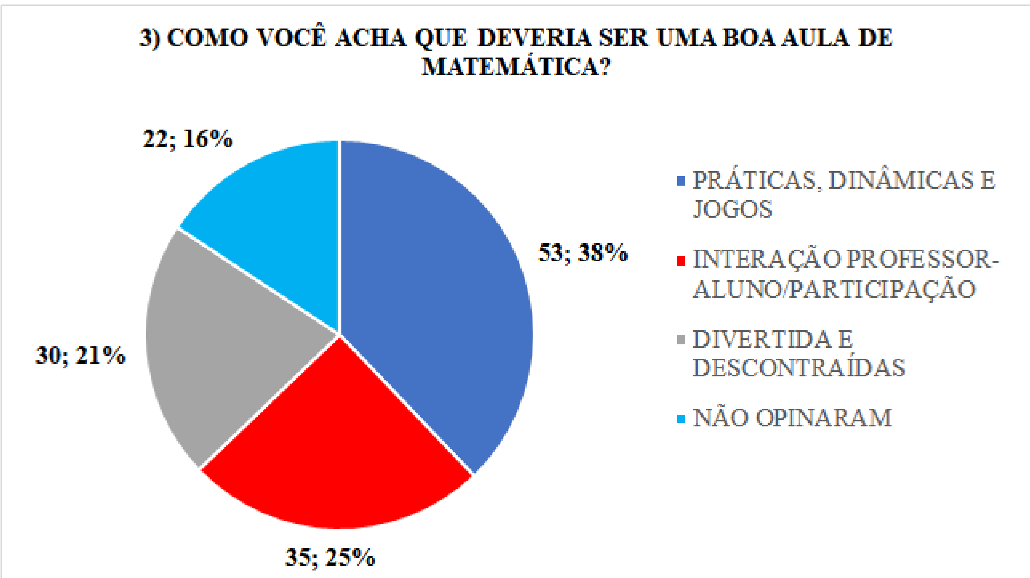


Figura 9 – Resultado da 3ª questão do Questionário Aplicado.

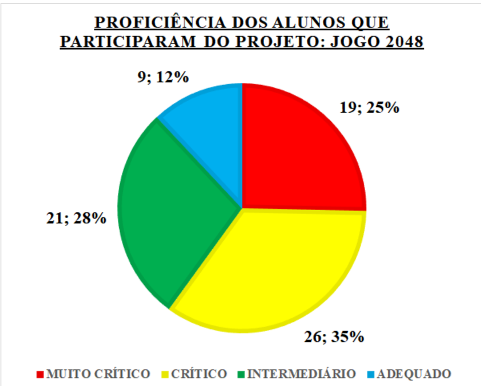
Outros dados interessantes a serem observados são: dos 88 alunos que responderam

SIM para a primeira pergunta, mais de 52% são alunos que se encontram com um nível de proficiência ADEQUADO na **Avaliação Diagnóstica** realizada no início do ano letivo, cerca de 27% são alunos que estão com o nível INTERMEDIÁRIO, 12,5% estão no nível CRÍTICO e 8%, aproximadamente, estão no nível MUITO CRÍTICO. Os que responderam que NÃO gostam de Matemática se dividem em: 58,33% no nível de proficiência MUITO CRÍTICO, 25% no nível CRÍTICO e 16,6% no nível INTERMEDIÁRIO. Já os alunos que se mostram indecisos ou não opinaram, a divisão do nível de proficiência foi: 56,25% estão no MUITO CRÍTICO, 31,25% estão no CRÍTICO, 6,25% estão no INTERMEDIÁRIO e 6,25% estão no ADEQUADO.

A partir das respostas dos alunos a essas perguntas os convidamos a participarem de um Projeto o qual tinha por objetivo a aplicação do Jogo 2048 nas aulas para melhorar a aprendizagem por meio de uma ferramenta significativa e, assim, modificar o sentimento de que a "Matemática é uma disciplina chata e difícil"além de melhorar esses índices de proficiência, aproximando-os do que consideramos ser ADEQUADO para a nossa realidade enquanto escola.

Mas, dos 140 alunos entrevistados, apenas 75 desses quiseram aderir ao projeto, sendo esses alunos de duas turmas: 1º Ano do Curso Técnico em Química e o 1º Ano do Curso Técnico em Têxtil. Os demais alunos das duas outras turmas não participaram, ou por questões individuais ou relativas ao cronograma e logística das aulas.

Dos 75 estudantes que participaram, 19 apresentavam um nível de proficiência MUITO CRÍTICO, 26 CRÍTICO, 21 INTERMEDIÁRIO e 9 ADEQUADO, isso com base na AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA aplicada no início do ano letivo, ver Figura 10 (à esquerda). Podemos citar ainda com relação às respostas ao QUESTIONÁRIO que dos 75 participantes, 48 GOSTAM DE MATEMÁTICA, 17 NÃO GOSTAM e 10 ficaram INDECISOS ou gostam pouco, ver Figura 10 (à direita).



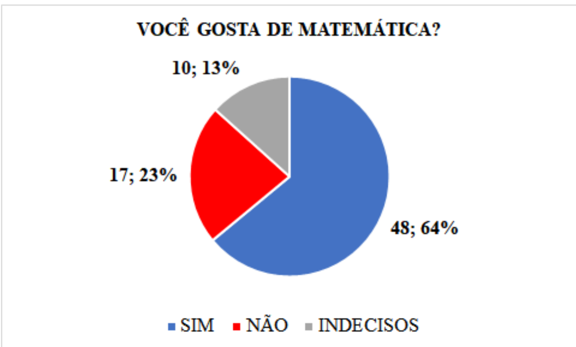


Figura 10 – Proficiência dos 75 Alunos que Participaram do Projeto (à esquerda) e Resultado do Questionário com os 75 alunos que Participaram do Projeto (à direita)

Dos 48 alunos que responderam que GOSTAM de matemática, 9 estão no nível de proficiência ADEQUADO, 19 INTERMEDIÁRIO, 14 CRÍTICO e 6 MUITO CRÍTICO. Nenhum dos alunos que estão no nível ADEQUADO respondeu que NÃO GOSTA ou que está INDECISO. No nível INTERMEDIÁRIO temos 19 alunos que GOSTAM da Matemática, 1 aluno que NÃO GOSTA e 1 diz GOSTAR POUCO da disciplina. Quanto aos alunos CRÍTICOS, 5 NÃO GOSTAM e 7 GOSTAM POUCO ou são INDECISOS. E no grupo de estudantes MUITO CRÍTICOS 11 NÃO GOSTAM e 2 GOSTAM POUCO da Matemática, ver Figura 11. Esses resultados foram obtidos antes da aplicação do Jogo 2048 como ferramenta nas aulas de Matemática.

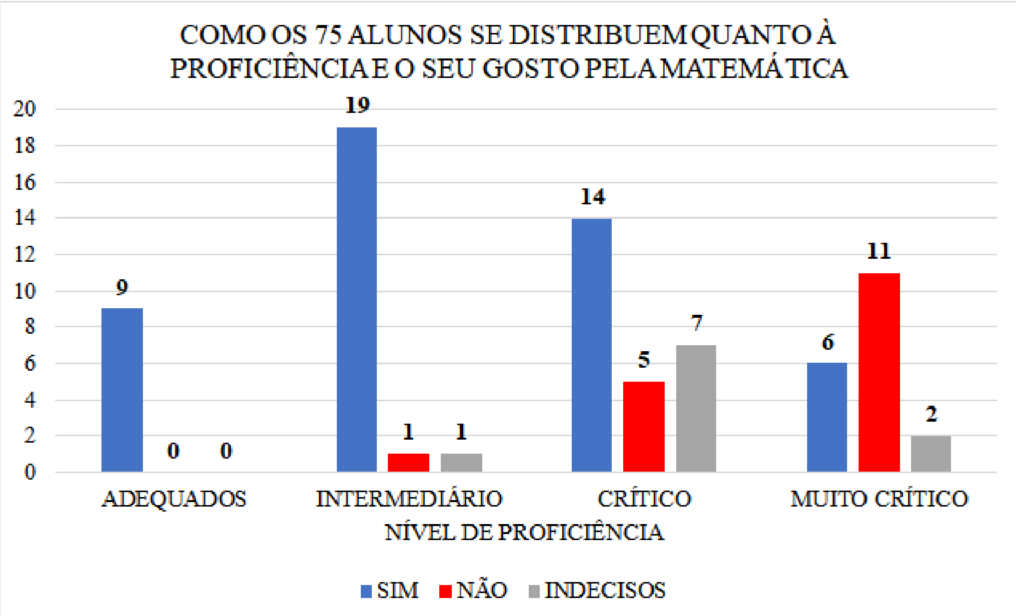


Figura 11 – Resultado do Questionário com os 75 alunos que Participaram do Projeto

Antes de iniciarmos as aulas foi aplicada uma atividade avaliativa (em Anexos) para medir o índice de aprendizagem dos estudantes em cada um desses conteúdos: Potenciação, Probabilidades, Progressões Geométricas e Equações Exponenciais (O resultado de cada aluno individualmente encontra-se em Anexos).

Com base nesses resultados fomos ministrando as aulas de 100 minutos cada de acordo com os Planos de Aula (em APÊNDICES), onde a primeira aula foi uma Oficina sobre o Jogo 2048, utilizando Cartolinas, criamos um tabuleiro e cartões nos moldes do Jogo, o objetivo era familiarizar os estudantes com o Jogo 2048 e suas regras, movimentos possíveis e apresentamos alguns aplicativos do Jogo 2048 que poderiam ser instalados em seus celulares, além de sites que também apresentam o Jogo 2048 online e nessa mesma aula mostramos os conceitos de Indução Finita, para demonstrar aos alunos que sempre seria possível obter o bloco de valor 2048, pois em todos os movimentos sempre haveria um bloco 2 ou blocos com potências de 2.

A aula seguinte, segunda aula, foi referente aos conteúdos de Potenciação e Equações Exponenciais, aulas essas expositivas e com demonstrações das propriedades dos conteúdos sempre com referência ao jogo, o usando como exemplificações para cada propriedade.

Em outra aula, apresentamos o conteúdo Progressões Geométricas, sua definição, demonstrações da Fórmula do Termo Geral e da Fórmula da Soma de n Termos Finitos, sempre utilizando o Jogo 2048 como ferramenta para fixação do conteúdo.

Outra aula foi referente ao conteúdo de Probabilidades, suas definições e algumas de suas propriedades aplicadas ao Jogo 2048.

E, por fim, uma aula sobre Introdução à Topologia, para apresentar uma estratégia que fosse mais fácil chegar ao bloco de valor 2048, ou superiores.

A cada aula era apresentado um conteúdo e sua referência com o Jogo 2048 e no final de cada aula era realizada uma atividade de fixação, sempre com referências ao Jogo. Ao final de todas as aulas aplicamos nova atividade avaliativa (em anexos) a fim de mensurar o aprendizado dos alunos e o que tinha mudado em sua opinião quanto a disciplina.

O resultado comparativo e a evolução das médias de todos os alunos tanto na primeira quanto na segunda avaliação é apresentado no Gráfico da Figura 12 abaixo.

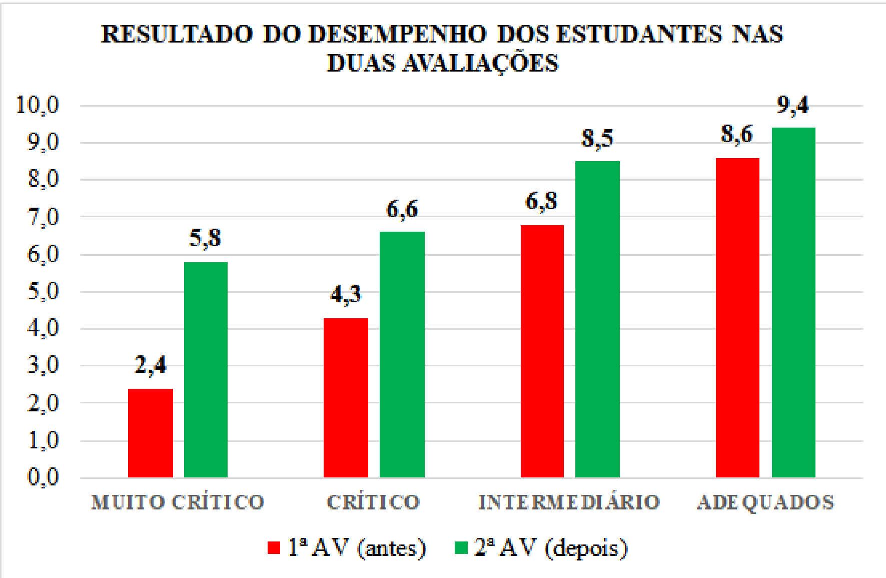


Figura 12 – Resultado das Duas Atividades Avaliativas

Após a aplicação do projeto com o Jogo 2048 vemos uma evolução significativa nas notas da segunda avaliação dos estudantes (em ANEXOS está as notas individuais de cada aluno), o que pode mostrar que o aprendizado foi satisfatório. Em cada um dos grupos separados por níveis de proficiência há avanço das médias, individualmente também pode ser observada essa melhoria das notas/médias dos estudantes. Os alunos demonstraram sentir-se mais desenvoltos nos estudos e a aprender os conteúdos de modo mais eficaz.

Pelos resultados obtidos podemos observar que o Jogo impactou no aprendizado dos alunos de forma significativa, mas os resultados ainda são recentes para mensurar a viabilidade do Jogo 2048 no aprendizado e, se somente o Jogo foi o diferencial nesses resultados.

Com relação à pergunta se os alunos gostam, ou não gostam da disciplina de Matemática, percebemos uma mudança em alguns alunos ao responderem novo questionário sobre suas (alunos) percepções em relação à Matemática. Podemos observar na Figura 13 abaixo:

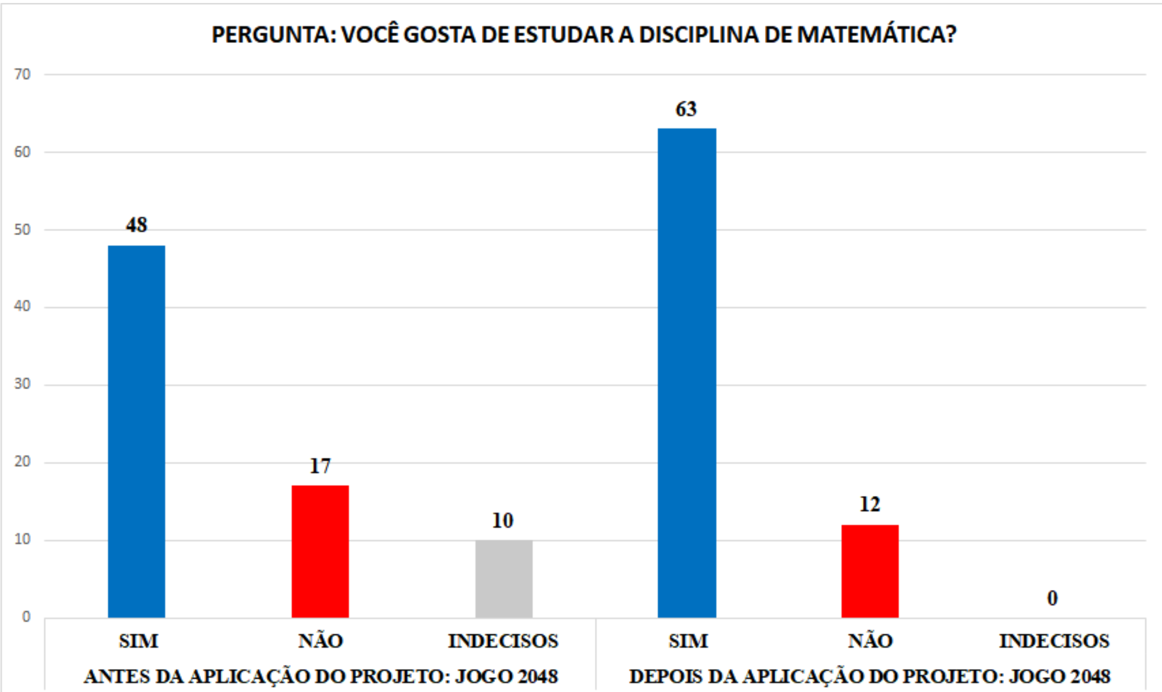


Figura 13 – Comparativo do sentimento antes e depois doProjeto 2048.

De qualquer modo, o Jogo 2048 se apresenta como uma importante ferramenta para o auxílio do aprendizado e também pode transformar a visão de que a Matemática pode ser uma disciplina atrativa para os alunos que demonstram pouco ou nenhum interesse por ela.

4.3 Considerações Finais e Sugestões

Abordamos nesse Trabalho algumas características particulares do Jogo 2048 e como podemos utilizá-lo em sala de aula, sugestões de planejamento de aula com a aplicação do Jogo e Atividades que possam auxiliar numa melhor aprendizagem por parte dos alunos.

Sugerimos ainda o uso do Jogo em conteúdos como Funções, Sequências por Recorrência, Triângulo de Pascal, entre outros para trabalhos futuros.

Sugerimos também procurarem por outros Jogos/Aplicativos semelhantes, tais como: Sequência de Fibonacci, Potências de 3, entre outras tantas variações do Jogo 2048.

Por fim, deixamos claro que este Trabalho poderá ser utilizado como Material de apoio para Formações Continuadas de professores por quem precisar e tiver interesse sobre o tema.

5 CONCLUSÃO

Nesse trabalho foi possível evidenciar como o uso de um Jogo/aplicativo (o Jogo 2048), desde que bem planejado, pode auxiliar o professor em sala de aula a trabalhar conteúdos da Matemática.

O professor deve planejar bem suas aulas e ter sempre claro os principais objetivos a fim de inserir esses recursos em sala de aula, mas também não deve ter como objetivo utilizar a tecnologia apenas pelo uso, sem uma intenção clara e bem estruturada.

Não há uma receita pronta para conseguir resultados e melhorias na aprendizagem e, principalmente, reconquistar o gosto, algumas vezes já transformado em aversão, pela Matemática por parte de alguns alunos. Mas nesse ponto o Jogo também ajuda, pois traz uma outra roupagem para as aulas, o que a torna mais atrativa menos entediante para esses estudantes.

Na aplicação dos exercícios destacamos que a inserção do jogo 2048 foi de grande importância para os alunos, pois a modificação da prática pedagógica despertaram aos poucos o prazer e a motivação dos estudantes para a realização das atividades propostas e a participação nas aulas de uma forma mais desenvolta.

Concluímos assim que a aplicação significativa de um Jogo, em especial o Jogo 2048, pode ser um diferencial no aprendizado dos alunos de modo a contribuir significativamente no processo de ensino-aprendizagem.

Finalizando, queremos ressaltar que as linguagens expostas nas atividades, atuaram em sua totalidade, em busca da construção de um ambiente prazeroso e adequado, para que os alunos tivessem condições estruturais básicas para entender a disciplina de Matemática e melhorassem seus desempenhos. Desejamos que o presente trabalho seja bem compreendido e que possa ser utilizado como mais uma ferramenta na melhoria da prática do professor em sala de aula, possibilitando que seus estudantes tornem-se grandes pesquisadores para melhoria da educação brasileira, desta forma, melhorando o ensino da disciplina de matemática no Brasil.

REFERÊNCIAS

2048. Racha Cuca (site). Disponível em: <https://rachacuca.com.br/raciocinio/2048/>. Acesso em: 02 de Maio de 2019.

2048 (Aplicativo para download). Google Play (site). Disponível em: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.androbaby.original2048>. Acesso em: 02 de Maio de 2019.

ADAMOWICZ, B. E. **Um jogo computacional como proposta para o estudo de funções. 2015.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2015.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática**. 14. ed. Campinas, SP.: Papirus, 2007.

DAS, M.; PAUL, G. Analysis of the game"2048"and its generalization in higher dimensions. 2019. Disponível em: <https://arxiv.org/pdf/1804.07393.pdf>. Acesso em: 02 de Maio de 2019.

DEDIEU, A.; AMAR, J. Deep reinforcement learning for 2048. In: Conference on Neural Information Processing Systems (NIPS), 31st, Long Beach, CA, USA, 2017.

FERNANDES, L. M. D. **Guia de desenvolvimento de jogos para programadores independentes**. 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Informática) – Instituto Superior de Engenharia do Porto, Porto, 2015.

FIGUEIREDO, L. **Jogos educacionais para aprendizagem significativa**. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso. (Matemática) – Universidade Federal de São João Del Rey, São João Del Rey, 2016.

GLOBO G1. Participação do Brasil no PISA. Disponível em: <https://g1.globo.com/educacao/noticia/brasil-cai-em-ranking-mundial-de-educacao-em-ciencias-leitura-e-matematica.ghtml>. Acesso em: 02 de Maio de 2019.

GRANDO, R. **O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da matemática**. 1995. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. 1995.

69% dos brasileiros já têm acesso à internet pelo celular afirma IBGE. Tecnologia & Games (site). Disponível em: <https://tecnologia.ig.com.br/2018-04-27/acesso-a-internet.html>. Acesso em: 02 de Maio de2019.

ENSINO aprendizagem em matemática. INFOESCOLA. Disponível em: <https://www.infoescola.com/pedagogia/possibilidades-e-limitacoes-as-dificuldades-existentes-no-processo-de-ensino-aprendizagem-da-matematica/>. Acesso em: 02 de Maio de 2019.

LIMA, E. L. **O Princípio Da Indução**. Revista Eureka, n.3, p. 26-43, 1998.

LIMA, E. L. et al. **A Matemática Do Ensino Médio**. Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira de Matemática, 2000 v. 1. (Coleção do Professor de Matemática) .

.LIMA, E. L. et. al. **A Matemática Do Ensino Médio**. Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira de Matemática, 2006. v. 2. (Coleção do Professor de Matemática)

LIMA, E. L. **Meu Professor De Matemática E Outras Histórias**. 5. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006. 206 p. (Coleção do professor de matemática).

LIMA, E. L. **Matemática E Ensino**. 3.ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2007. (Coleção do Professor de Matemática)

LUTZ, E. C. R. **Uso Dos Jogos Digitais No Processo De Ensino E Aprendizagem De Matemática**. 2014. 19 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Mídias na Educação) - Centro de Tecnologia, Universidade Federal de Santa Maria, 2014.

MEC; INEP. Programa Internacional de Avaliação de Estudantes - PISA. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/pisa>. Acesso em: 25 de Abril de 2019.

MEC; INEP. Sistema de Avaliação do Ensino Básico - SAEB. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/educacao-basica/saeb>. Acesso em: 25 de Abril de 2019.

MUELLER, L. C. **Uso de recursos computacionais nas aulas de matemática**. 2013. 117 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas)- Centro Universitário Univates,Lajeado, Rio Grande do Sul, 2013.

NELLER, T. W. **Pedagogical possibilities for the 2048 puzzle game**. Journal of Computing Sciences in Colleges, v. 30, n. 3, p. 38-46, 2015.

NETO, J. F. B.; FONSECA, F. d. S. da. **Jogos educativos em dispositivos móveis como auxílio ao ensino da matemática**. RENOTE, v. 11, n. 1, 2013.

Topologia. SCIENCE4ALL (site). Disponível em: <http://www.science4all.org/article/topology/>. Acesso em: 12 de Maio de 2019.

SEDUC. Sistema Permanente de Avaliação Ceará – SPAECE. Disponível em: <http://www.seduc.ce.gov.br/spaece.asp>. Acesso em: 27 de Abril de 2019.

SELBACH, S. **Matemática E Didática**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

SILVA, L. T. da; SILVA, K. N. da; GROENWALD, C. L. O. **A Utilização De Dispositivos Móveis Na Educação Matemática**. Educação Matemática em Revista, v. 23, n. 57, p. 59–76, 2018.

APÊNDICE A – PLANOS DE AULA

Planos de aula para aplicação do Jogo 2048 em sala de aula.

ESCOLA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL MARIA CARMEM VIEIRA MOREIRA
PLANO DE AULA
COMPONENTE CURRICULAR – MATEMÁTICA
PROFESSOR: RENAN LIMA ARAÚJO
CONTEÚDO PROGRAMÁTICO – JOGO 2048
OBJETIVO – Apresentar a estruturação do JOGO 2048 para torná-lo familiar aos alunos, com seus movimentos e objetivos de obter blocos de maior pontuação;
DURAÇÃO – 1 hora-aula (50 minutos)
MATERIAL UTILIZADO – Cartolinas, pincéis, quadro-branco, aparelho celular, folha de papel, lápis.
METODOLOGIA – A aula consistirá na apresentação conceitual do JOGO 2048. Primeiramente em um tabuleiro e cartões contendo as potências de 2 (2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, etc) produzido com cartolinas e pincéis. Será ensinado os movimentos direcionais possíveis (cima, baixo, direita e esquerda) e os casos: Se duas peças do mesmo número unirem-se uma com a outra em um mesmo espaço, elas se fundem em uma peça cujo número é a soma dos números das peças. Depois que os blocos forem deslizados e mesclados, um novo bloco aparecerá em um local livre aleatório da grade. Sempre buscando obter o bloco igual a 2048 ou superiores. Depois da apresentação, os alunos serão convidados a instalarem o aplicativo do jogo e a jogarem.
DESENVOLVIMENTO DA AULA – Definindo o JOGO 2048 É um jogo de quebra-cabeça de blocos deslizantes desenvolvido por Gabriele Cirulli, em 2014. Consiste em um tabuleiro 4x4 (ou maior) onde aparecerá no início sempre de forma aleatória um dos três casos: dois blocos de valor 2, um bloco de valor 2 e um bloco de valor 4 ou dois blocos de valor 4. Com 90% de probabilidade de apraecer um 2 e 10% de aparecer um 4. O jogador pode deslizar os blocos (todos) nas quatro direções cardeais e, após cada movimento, um novo bloco aparece aleatoriamente na grade, em um dos espaços vazios, sempre de valor 2 ou 4, sempre com as mesmas probabilidades. O jogo termina quando o jogador não tem mais nenhum movimento possível e o jogador ganha a partida se houver um bloco de valor 2048 ou superior, em algumas versões do jogo.
ATIVIDADE AVALIATIVA – observação quanto a participação dos alunos e um questionário sobre o jogo.
REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA – GOEL, Bhargavi. Mathematical Analysis of 2048, The Game. *DPS Vasant Kunj, D 6/5, Vasant Vihar, New Delhi- 110057, India.*

ESCOLA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL MARIA CARMEM VIEIRA MOREIRA

PLANO DE AULA 02

COMPONENTE CURRICULAR – MATEMÁTICA

PROFESSOR: RENAN LIMA ARAÚJO

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO – Potenciação: Definição e Propriedades;
Exponenciais: Definição E Propriedades

OBJETIVOS – Compreender a definição e as propriedades de potenciação (produto de potência de mesma base);
Desenvolver a habilidade de operar com potências (BASE 2);
Entender o quanto a potência está presente de forma imperceptível no nosso cotidiano;
Compreender os conceitos de equações exponenciais;
Resolver uma equação exponencial utilizando propriedades.

DURAÇÃO – 1 hora-aula (50 minutos)

MATERIAL UTILIZADO – Cartolinas, pincéis, quadro-branco, aparelho celular, folha de papel A4, lápis, canetas.

METODOLOGIA E DESENVOLVIMENTO DA AULA

– A aula consistirá em apresentar definições e propriedades (produto de potências de mesma base) da potenciação (aqui o exemplo de aplicação será as potências de base 2 inerentes ao JOGO 2048).

– Definição de Potenciação: é uma operação matemática, escrita como $\boldsymbol{a^n}$, **onde a base *a* é um número Real e o expoente *n é um número Inteiro*.** Quando *n* é um número natural maior do que *1*, a potência a^n indica o produto de ***a*** por ele mesmo tantas vezes quanto indicar o expoente ***n***, isto é,

$$a^n = a * a * \dots * a$$

Exemplo: $2^3 = 2*2*2 = 8$; $5^2 = 5*5 = 25$; $4^4 = 4*4*4*4 = 256$

A propriedade tratada em nossa aula será o Produto de Potências de mesma base.

Definição – sejam m e n dois números Naturais e a e b pertencentes aos números Reais, temos $a^m * a^n = a^{m+n}$

Exemplo: $2^2 * 2^3 = 2^{2+3} = 2^5$; $5^3 * 5^4 = 5^{3+4} = 5^7$

Equações exponenciais são aquelas em que a incógnita aparece nos expoentes. Uma das maneiras de resolver equações como essas, é transformando-as em uma **igualdade de potências de mesma base.**

$$a^x = a^y \; x = y$$

Exemplo: $2^x = 32 \Rightarrow 2^x = 2^5 \Rightarrow x = 5$

Onde o jogo entra?

O jogo aborda em seus blocos apenas valores 2 ou potências de 2. Desse modo podemos trabalhar exemplificações de cálculos que envolvam essas potências. A partir de problematizações em cima do jogo.

AVALIAÇÃO

1) Ao unir dois blocos de valor 16, por que apareceu um bloco 32?
2) Por que não se pode unir dois blocos de valores diferentes?
3) crie uma equação exponencial com os blocos apresentados na tela atual de seu jogo?
4) Qual o maior bloco que podemos formar em um tabuleiro 16x16?
5) Quantos blocos de valor 2 são necessários para criar o bloco 2048?

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA –

IEZZI, Gelson. Matemática. Volume único. São Paulo: Atual, 2002
PAIVA, Manoel. Matemática PAIVA. Rio De Janeiro. 2018.
LIMA, E. L. A Matemática do Ensino Médio. 9. ed. Rio de Janeiro - RJ: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006. v. 1. Coleção do Professor de Matemática.

ESCOLA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL MARIA CARMEM VIEIRA MOREIRA
PLANO DE AULA 04
COMPONENTE CURRICULAR – MATEMÁTICA
PROFESSOR: RENAN LIMA ARAÚJO
CONTEÚDO PROGRAMÁTICO – Introdução ao Estudo da Indução Finita
OBJETIVOS – Apresentar por que no Jogo sempre é possível criar o bloco 2048, haja visto que sempre aparecerá somente blocos 2 ou blocos de potências de 2.
DURAÇÃO – 1 hora-aula (50 minutos)
MATERIAL UTILIZADO – Cartolinas, pincéis, quadro-branco, aparelho celular, folha de papel, lápis, canetas.
METODOLOGIA E DESENVOLVIMENTO DA AULA – a aula consistirá em apresentar uma breve definição de Indução Finita. Logo a seguir será apresentado os princípios básicos da Indução Finita. Com o auxílio do JOGO 2048 será feito observações à cerca do que pode ser relacionado entre o jogo e o Princípio. – O Princípio da Indução Finita faz parte de um conjunto de quatro axiomas que regem toda a teoria dos Números Naturais, sendo esse o mais elaborado, diz o seguinte: Seja P uma propriedade referente a números naturais. Se 1 goza de P e se, além disso, o fato de o número natural n gozar de P implica que sucessor n+1 também goza, então todos os números naturais gozam da propriedade P. No JOGO 2048 podemos demonstrar, pelo Princípio da Indução Finita, que sempre teremos blocos com valor igual 2 ou com valores iguais a potências de 2. No início do jogo, recebemos dois blocos em locais aleatórios numerados com o valor 2 ou o valor 4. Por observação, pode-se ver que a grade pode conter apenas números que são da forma 2^n. A partir daí podemos usar o Princípio da Indução Finita para provar que todos os blocos formados sempre serão numerados com o valor 2 ou potências de 2. 1º passo: Os blocos dados no início são ambos 2, um 2 e um 4 ou ambos 4. Ao todo, existem 2! × 2! – 1 = 3 casos. Aqui, os valores numéricos dos blocos já são representados na forma 2^n. 2º passo: Admitamos que com K movimentos, K ∈ N, todos os blocos estão numerados com valores em potência de 2; Vamos provar que no próximo movimento aparecerá também valores em potência de 2. 3º passo: No (k+1) movimento, poderemos ter um dos três casos: I. Nós deslizamos os blocos para um espaço vazio, sem blocos para serem combinados uns com os outros; II. Nós combinamos dois ou mais blocos existentes uns com os outros, criando outro bloco de valor 2 vezes o anterior; III. Uma combinação dos casos (I) e (II), alguns blocos se unem e outros blocos apenas ocupam algum espaço vazio. Em qualquer um dos três casos, um novo bloco será gerado aleatoriamente, o qual será numerado de 2 ou 4 o que é representado como uma potência de 2. No primeiro caso (I), temos um novo bloco numerado com 2 ou 4, o que é uma potência de 2 além dos que já havia no k-ésimo passo, os quais já admitimos que eram todos expressos em potências de 2. No segundo caso (II), já que os blocos numerados são da forma 2^r, com r ∈ N se combinariam para fazer o bloco numerado 2^{r+1}, todos os blocos ainda continuam sendo representados por potências de 2. No terceiro caso (III), por ser uma combinação dos outros dois casos, irá surgir blocos com potências de 2, tanto gerados a partir da junção de blocos do caso (II) quanto blocos aleatórios do caso (I). Sendo assim, podemos dizer que, em qualquer movimento, a grade terá apenas blocos numéricos que podem ser representados na forma de 2^n.
AVALIAÇÃO – Verificar por meio de prova matemática os casos possíveis utilizando o Princípio da Indução Finita.
REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA – LIMA, E. L. O princípio da indução. Revista Eureka, n. 3, 1998.

ESCOLA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL MARIA CARMEM VIEIRA MOREIRA
PLANO DE AULA 04
COMPONENTE CURRICULAR – MATEMÁTICA
PROFESSOR: RENAN LIMA ARAÚJO
CONTEÚDO PROGRAMÁTICO – Introdução ao Estudo da Topologia
OBJETIVOS – Encontrar uma das estratégias vencedoras do Jogo 2048.
DURAÇÃO – 1 hora-aula (50 minutos)
MATERIAL UTILIZADO – Cartolinas, pincéis, quadro-branco, aparelho celular, folha de papel, lápis, canetas.
METODOLOGIA E DESENVOLVIMENTO DA AULA – Definição – A topologia é um ramo da Matemática que tem como finalidade estudar a estrutura dos objetos sem preocupação com tamanho e forma, assim como a geometria. A geometria descreve matematicamente uma figura, enquanto a topologia analisa as possibilidades das figuras. A topologia trata os objetos como se fossem de "borracha" e pudessem ser transformados uns nos outros. De fato, as propriedades dos objetos se mantêm invariáveis embora sua forma possa ser alterada. Um dos princípios básicos da topologia é a equivalência entre as figuras. Duas figuras podem ser equivalentes quando uma delas puder converter-se em outra. Se partirmos da ideia de que as superfícies dos objetos podem ser alteradas, é fácil explicar a infinidade de aplicações da topologia. Do ponto de vista teórico, a topologia se relaciona com várias áreas da matemática (estatística, equações diferenciais, etc). Entretanto, o que chama atenção na topologia é sua capacidade para resolver problemas práticos: analisar o melhor trajeto para distribuir mercadorias ou como modificar um objeto sem quebrá-lo. A topologia é baseada em uma série de princípios teóricos e abstratos, podendo ser aplicada em várias áreas do conhecimento, por exemplo, uma criança pode usar os princípios da topologia de modo intuitivo em seus jogos e na manipulação dos objetos. Para ganhar o jogo, isto é, conseguir formar o bloco de valor 2048, devemos combinar blocos numerados iguais tais que se combinem para formar um bloco numerado maior, por exemplo, dois blocos 2^n podem ser combinadas para formar um bloco numerado 2^{n+1}. Como só podemos nos mover nas quatro direções cardeais, os dois blocos têm de estar alinhados horizontalmente ou verticalmente. Aqui já podemos ver princípios da Topologia sendo aplicados a partir da intuição e manipulação dos movimentos dos blocos. Em uma configuração ideal, os blocos não devem ser apenas alinhados a outros blocos semelhantes, mas faz-se necessário que o maior bloco assim formado 2^{n+1} deve ser vizinho a outro bloco de valor 2^n, esse por sua vez deve ser vizinhos de outro bloco de valor 2^{n-1}, e assim sucessivamente, com o bloco de valor mais alto numerado seja deixado no final da linha serpenteada, nos cantos do tabuleiro. De preferência deve haver uma monotonicidade na grade ao longo de uma linha ou coluna. É interessante também que entre dois blocos de valores 2^{n+1} e 2^n não haja nenhum outro bloco de potência diferente para que a união desses não seja interferida e assim, não aumente a quantidade de movimentos. Dessa forma, a melhor estratégia vencedora é fixar o bloco de mais alto valor em um dos cantos da grade e os demais blocos o precedam de forma decrescente, serpenteando os blocos adjacentes. No entanto, como essa configuração é muito difícil de alcançar devido á natureza aleatória do jogo. Os blocos não pousarão sempre exatamente onde precisamos deles e, muito menos, aparecerão com os valores que precisamos. Daí, podemos classificar esse caso de otimização como o melhor caso para uma estratégia vencedora. Desde que estejamos realmente combinando duas peças adjacentes para criar um novo bloco numérico de valor maior, que é na verdade a soma desses dois blocos, A linha serpenteada na discussão acima, parece boa, mas é difícil replicar, uma vez que restringe o movimento a apenas uma única direção. O que nos mostra que precisamos restringir os movimentos a apenas duas direções, podendo até mesmo usar uma terceira direção, embora, com moderação. Com a aplicação da topologia nesse experimento, encontramos uma jogabilidade mais suave, além também de criar o bloco 2048 com muito mais facilidade e assim, conseguir o objetivo principal do jogo. Essa abordagem é a que mais se aproxima da otimalidade para vencer o jogo.
AVALIAÇÃO – Verificar por meio de testes e erros qual a melhor estratégia vencedora: se a de forma aleatória ou usando a estratégia topológica.
REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA – Disponível em: https://queconceito.com.br/topologia . Acesso em: [11/03/2019]

ESCOLA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL MARIA CARMEM VIEIRA MOREIRA
PLANO DE AULA 03
COMPONENTE CURRICULAR – MATEMÁTICA
PROFESSOR: RENAN LIMA ARAÚJO
CONTEÚDO PROGRAMÁTICO – Progressão Geométrica: definição, termo geral e soma de termos finitos
OBJETIVOS – Dar aos alunos meios para reconhecerem uma P. G.; Aplicar os conceitos de uma P. G. na resolução de problemas que envolvam termo geral e/ou a soma de termos de uma P. G.
DURAÇÃO – 1 hora-aula (50 minutos)
MATERIAL UTILIZADO – Cartolinas, pincéis, quadro-branco, aparelho celular, folha de papel A4, lápis, canetas.
METODOLOGIA – a aula consistirá em apresentar uma breve definição de uma Progressão Geométrica, apresentando a Razão e o Termo Geral de uma P. G. Logo a seguir será definido a fórmula da soma de uma P. G. de termos finitos. Com o auxílio do JOGO 2048 será feito observações a cerca do que pode caracterizar uma P. G., de um termo em específico, dos fatores que serão levados em consideração para a determinação de qualquer termo dentro da P. G.
DESENVOLVIMENTO DA AULA – definição de uma P. G.: é uma sequência numérica onde cada termo a partir do segundo é igual ao termo anterior multiplicado por uma constante, chamada de Razão da P. G. (a_1, a_2, a_3, …, na). Definição dotermo geral da P. G.: na = $a_1 * q^{(n-1)}$ Soma dos termos da P. G. Dada uma PG finita qualquer com n elemento, ou seja, com a quantidade de elementos indefinida. PG finita (a1, a2, a3, ... , na). A soma desses n elementos será feita da seguinte forma: $Sn= \frac{a1\ (q^n - 1)}{(q - 1)}$ O JOGO 2048 pode ser utilizado na exemplificação de problemas que envolvam uma P. G. com seus termos gerais que se correlacionam por serem potências de 2. Ou ainda podemos determinar qual a pontuação máxima que pode ser obtida caso todos os blocos vazios sejam preenchidos por potências de 2 de forma sequencial, e ainda como determinar um termo qualquer a partir de blocos que já estejam fixados em algum dos blocos vazios.
AVALIAÇÃO – resolução de problemas que envolvam o jogo e as definições e conceitos de uma P. G.
REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA – IEZZI, Gelson. Matemática. Volume único. São Paulo: Atual, 2002 PAIVA, Manoel. Matemática PAIVA. 2018. MORGADO, A. C. A Matemática do Ensino Médio. 6. Ed. Rio de Janeiro – RJ: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006. V. 2. Coleção do Professor de Matemática.

ESCOLA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL MARIA CARMEM VIEIRA MOREIRA

PLANO DE AULA 02

COMPONENTE CURRICULAR – MATEMÁTICA

PROFESSOR: RENAN LIMA ARAÚJO

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO – Potenciação: Definição e Propriedades;
Exponenciais: Definição E Propriedades

OBJETIVOS – Compreender a definição e as propriedades de potenciação (produto de potência de mesma base);
Desenvolver a habilidade de operar com potências (BASE 2);
Entender o quanto a potência está presente de forma imperceptível no nosso cotidiano;
Compreender os conceitos de equações exponenciais;
Resolver uma equação exponencial utilizando propriedades.

DURAÇÃO – 1 hora-aula (50 minutos)

MATERIAL UTILIZADO – Cartolinas, pincéis, quadro-branco, aparelho celular, folha de papel A4, lápis, canetas.

METODOLOGIA E DESENVOLVIMENTO DA AULA

– A aula consistirá em apresentar definições e propriedades (produto de potências de mesma base) da potenciação (aqui o exemplo de aplicação será as potências de base 2 inerentes ao JOGO 2048).

– Definição de Potenciação: é uma operação matemática, escrita como ***na***, **onde a base *a* é um número Real e o expoente *n é um número Inteiro***. Quando *n* é um número natural maior do que *1*, a potência *na* indica o produto de ***a*** por ele mesmo tantas vezes quanto indicar o expoente ***n***, isto é,

$$a^n = a * a * ... * a$$

Exemplo: $2^3 = 2*2*2 = 8$; $5^2 = 5*5 = 25$; $4^4 = 4*4*4*4 = 256$

A propriedade tratada em nossa aula será o Produto de Potências de mesma base.

Definição – sejam m e n dois números Naturais e a e b pertencentes aos números Reais, temos a^m * na = a^{m+n}

Exemplo: $2^2 * 2^3 = 2^{2+3} = 2^5$; $5^3 * 5^4 = 5^{3+4} = 5^7$

Equações exponenciais são aquelas em que a incógnita aparece nos expoentes. Uma das maneiras de resolver equações como essas, é transformando-as em uma **igualdade de potências de mesma base.**

$$a^x = a^y \Rightarrow x = y$$

Exemplo: $2^x = 32 \Rightarrow 2^x = 2^5 \Rightarrow x = 5$

Onde o jogo entra?

O jogo aborda em seus blocos apenas valores 2 ou potências de 2. Desse modo podemos trabalhar exemplificações de cálculos que envolvam essas potências. A partir de problematizações em cima do jogo.

Exemplo: **AVALIAÇÃO**

1) Ao unir dois blocos de valor 16, por que apareceu um bloco 32?
2) Por que não se pode unir dois blocos de valores diferentes?
3) crie uma equação exponencial com os blocos apresentados na tela atual de seu jogo?
4) Qual o maior bloco que podemos formar em um tabuleiro 16x16?
5) Quantos blocos de valor 2 são necessários para criar o bloco 2048?

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA –

IEZZI, Gelson. Matemática. Volume único. São Paulo: Atual, 2002

PAIVA, Manoel. Matemática PAIVA. Rio De Janeiro. 2018.

LIMA, E. L. A Matemática do Ensino Médio. 9. Ed. Rio de Janeiro – RJ: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006. V. 1. Coleção do Professor de Matemática.

ESCOLA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL MARIA CARMEM VIEIRA MOREIRA
PLANO DE AULA 04
COMPONENTE CURRICULAR – MATEMÁTICA
PROFESSOR: RENAN LIMA ARAÚJO
CONTEÚDO PROGRAMÁTICO – Introdução ao Estudo das Probabilidades
OBJETIVOS – Compreender o caráter aleatório de experimentos aleatórios e utilizar instrumentos adequados para medidas e cálculos de probabilidade.
DURAÇÃO – 1 hora-aula (50 minutos)
MATERIAL UTILIZADO – Cartolinas, pincéis, quadro-branco, aparelho celular, folha de papel, lápis.
METODOLOGIA E DESENVOLVIMENTO DA AULA – A aula consistirá na apresentaçãodas definições básicas de Probabilidades, seus conceitos e instrumentos que auxiliem na resolução de problemas tal que possamos aplicar no Jogo 2048. – Definição de probabilidade: Se em um fenômeno aleatório as possibilidades são igualmente prováveis, então a probabilidade de ocorrer um evento A é dada pela razão entre o número de elementos do evento (resultados que sejam favoráveis) sobre o espaço amostral (número total de resultados possíveis) $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ Produto de probabilidades no caso de eventos mutuamente excludentes. No jogo, podemos calcular a probabilidade de aparecerem dois blocos iguais a 2, ou dois blocos iguais a 4, ou ainda um bloco 2 e outro bloco 4. Inferir a probabilidade de chegar ao bloco 2048, caso todos os blocos apareçam em condições favoráveis para facilitar.
AVALIAÇÃO – exercício que utilize dados do jogo para aplicação de definições e propriedades da probabilidade. 1) Qual a probabilidade de começarmos uma partida com: a) dois blocos 2? b) dois blocos 4? c) um bloco 2 e um bloco 4? 2) Qual a probabilidade de criarmos um bloco 8 utilizando apenas blocos 2? E se utilizarmos apenas blocos 4? 3) Qual a probabilidade de criarmos um bloco 32 utilizando apenas blocos 2? E se utilizarmos apenas blocos 4? 4) Generalizando: Qual a probabilidade de criarmos um bloco 2^n utilizando apenas blocos 2? E se utilizarmos apenas blocos 4?
REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA – IEZZI, Gelson. Matemática. Volume único. São Paulo: Atual, 2002 PAIVA, Manoel. Matemática PAIVA. 2018. MORGADO, A. C. A Matemática do Ensino Médio. 6. ed. Rio de Janeiro - RJ: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006. v. 2. Coleção do Professor de Matemática.

APÊNDICE B – ATIVIDADES AVALIATIVAS

EEEP MARIA CARMEM VIEIRA MOREIRA
ATIVIDADE AVALIATIVA DIAGNÓSTICA
MATEMÁTICA – PROF.: RENAN LIMA ARAÚJO
JOGO 2048

NOME: ______________________________ TURMA: ________________________

1 – Resolva as potenciações:

a) 2^3 b) 4^2 c) 5^2 d) 7^2 e) 3^3

2 – Decomponha os termos em uma potência de mesma base:

a) 1024 b) 729 c) 125 d) 4096 e) 10000

3 – Qual o próximo termo da sequência?

a) (1, 2, 3, 4, 5, ____)
b) (17, 23, 29, 35, ____)
c) (2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, _____)
d) (5, 15, 45, 135, _____)
e) (1024, 2048, _______)

4 – Resolva as equações abaixo:

a) $2x + 7 = 18$
b) $x^2 + 5x - 3 = -7$
c) $2^x = 256$
d) $3^x + 17 = 98$

5 – No lançamento de um dado não viciado, qual é a probabilidade de que o número sorteado seja menor do que 3?

6 – Qual é a probabilidade de, no lançamento de uma moeda três vezes seguidas, obtermos CARA em todos os resultados?

<u>QUESTIONÁRIO:</u>

1 – Você gosta de estudar Matemática? O que mudou depois de conhecer o Jogo 2048 e participar de aulas que o envolvessem?

ATIVIDADE AVALIATIVA

1. Determine o resultado das operações abaixo:
   (a) $2^5 \times 2^7$
   (b) $2^9 \div 2^6$
   (c) $2^8 \times 4^8$
   (d) $16^2 \div 4^2$
   (e) $2^{10} + 2^{10} + 2^{10} + 2^{10}$
2. Decomponha em potências de base 2:
   (a) 1.024
   (b) 32.768
   (c) 131.072
   (d) 256
   (e) 8.192
3. Dada a sequência numérica $(2, 4, 8, 16, ...)$, determine o 14º termo.
4. Sabendo-se que o 1º termo de uma P. G. é 8 e o último termo é 32.768, quantos termos tem essa P. G. se a sua razão for igual a 2?
5. Qual a soma de todos os termos da P. G. $(8, 16, 32, ..., 1.048.576)$?

ANEXO A – FOTOS DAS AULAS

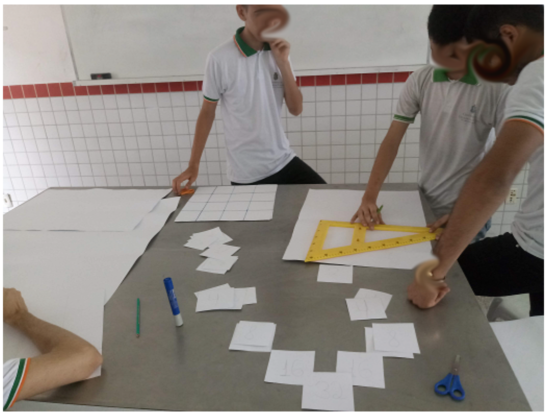



Figura 14 – Criação de tabuleiros em cartolinas para a confecção do Jogo 2048.

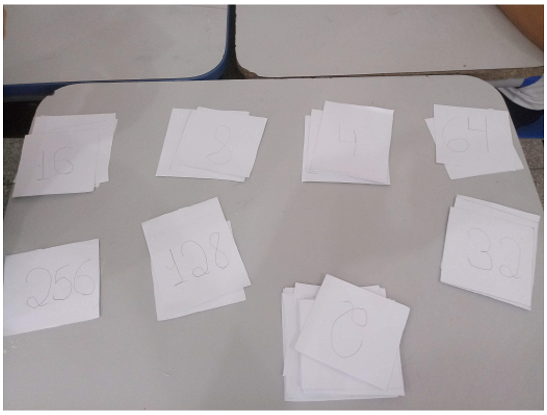


Figura 15 – Criação dos cartões com valores numéricos (à esquerda) e Apresentação do Jogo 2048 a alguns alunos (à direita).

Figura 16 – Aulas expositivas sobre Potenciação e Equações Exponenciais com as regras do Jogo 2048.

Figura 17 – Aulas expositivas sobre Potenciação e Equações Exponenciais com as regras do Jogo 2048.

Figura 18 – Aulas expositivas sobre Progressões Geométricas com a aplicação do Jogo 2048 (à esquerda) e Alunos jogando o 2048 utilizando o tabuleiro de Cartolina (à direita).

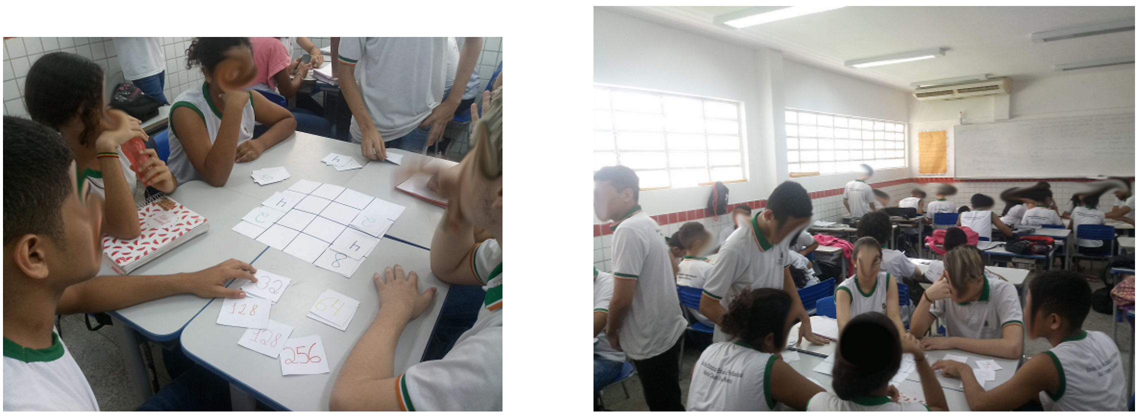


Figura 19 – Grupo de alunos jogando o 2048 e discutindo jogadas para criar Blocos maiores (à esquerda) e Alunos auxiliando a tirar dúvidas nos grupos (à direita).

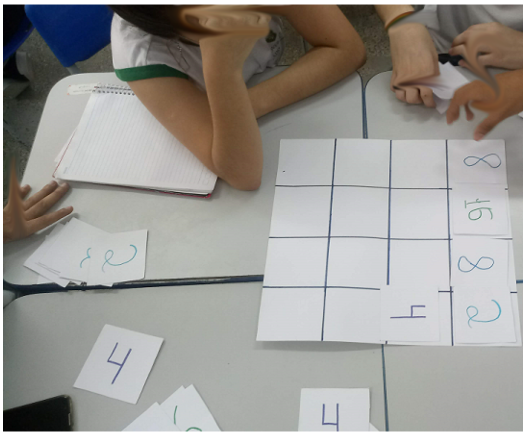
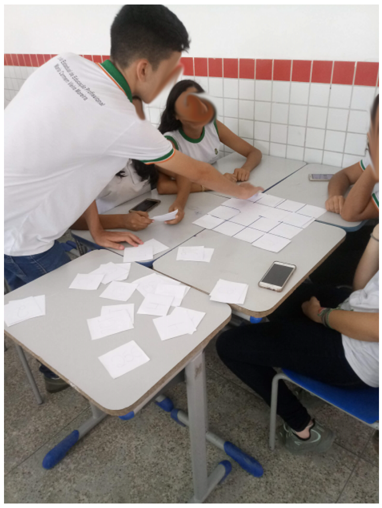



Figura 20 – Exemplo de movimentos no tabuleiro de cartolina (à esquerda) e Alunos explicando regras do Jogo (à direita).


Figura 21 – Aula Expositiva no Turma de 1º Ano Técnico em Química. (à esquerda) e (à direita)


Figura 22 – Estudantes tiram as dúvidas dos colegas durante a aula.

Figura 23 – Estudantes realizando atividades após a aplicação do Jogo 2048.

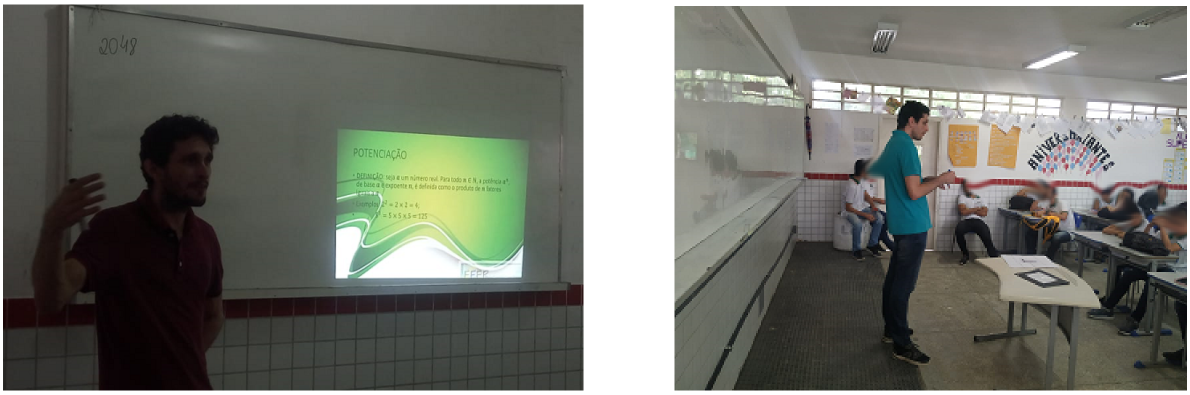


Figura 24 – Professor explicando conceito e propriedades das Potenciações (à esquerda) e Professor explicando conceitos sobre Progressões Geométricas (à direita).

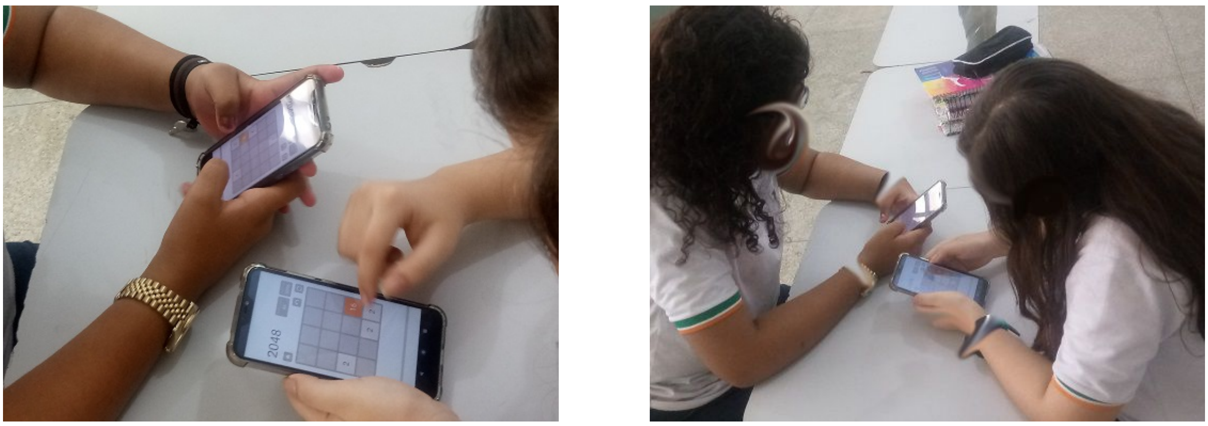


Figura 25 – Alunos disputando partidas para desafiar um ao outro quem consegue o bloco 2048 primeiro.

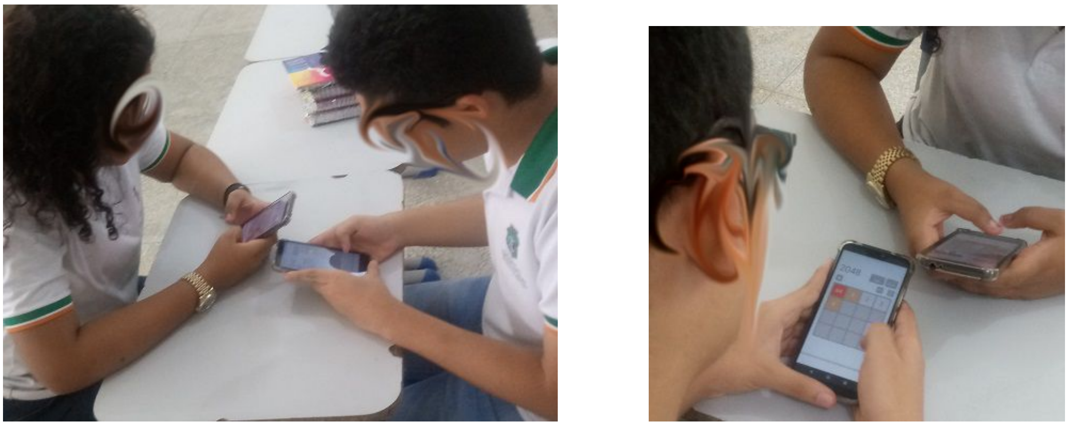


Figura 26 – Alunos disputando partidas para desafiar um ao outro quem consegue o bloco 2048 primeiro

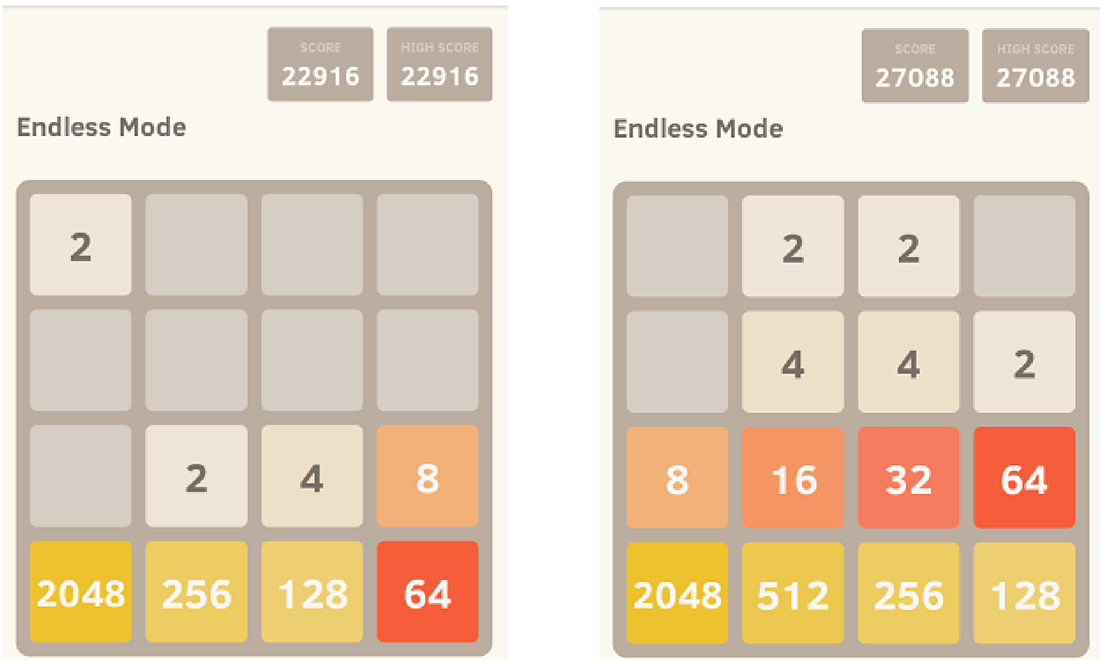


Figura 27 – Exemplos de telas do Jogo 2048.

ANEXO B – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Avaliação Diagnóstica aplicada no início do ano letivo 2019 com os alunos egressos do Ensino Fundamental e o resultado individual de cada estudante na primeira e segunda avaliação além do ponto de vista antes e após o Projeto do Jogo 2048.

*EEEP MARIA CARMEM VIEIRA MOREIRA – **INEP: 23564059***
Endereço: Rua Maria Ferreira, 15, Pajuçara – CEP 61.932-810 - Maracanaú – Ceará. Fone: (85) 3215-2115 – E-mail: eepmariacarmem@gmail.com ou mcarmemvm@escola.ce.gov.br

Avaliação Diagnóstica de Matemática 2019 – 1º ANO

NOME:____ TURMA: ______________

PROFESSORES: RENAN LIMA E FRANCISCO ARISTOFANES

Obs.: Preencha os dados corretamente e com conhecimento válido, pois será utilizado como o seu conhecimento real. É necessário deixar os cálculos. Sem o cálculo a sua questão será desconsiderada.

1) Lucas comprou um terreno quadrado de 625 m² de área, qual a medida do lado desse terreno?

- *D67 - Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.*

a) 21 m b) 22 m c) 23 m d) 24 m e) 25 m

2) Enquanto resolvia sua atividade de Matemática, Carlos comeu 9 biscoitos de um pacote que continham 15 biscoitos. Como sua atividade era sobre frações, ele resolveu representar a quantidade de biscoitos comidos com uma fração. Se ele tivesse feito uma representação decimal desta fração seria:

- *D12 - Estabelecer relações entre representações fracionárias e decimais dos números racionais.*

a) 0,9 b) 0,6 c) 3,5 d) 1,6 e) 2,4

3) Uma corda que mede 12,50 m de comprimento foi cortada em seis pedaços, sendo um deles com 4,50 m e as outras cinco têm medidas iguais. Qual o tamanho de cada uma destas cinco partes?

- *D12 - Estabelecer relações entre representações fracionárias e decimais dos números racionais.*

a) 1,55 m b) 2,77 m c) 1,60 m d) 2,08 m e) 2,50 m

4) Com dados na tabela abaixo.

Produto (1.000kg=1tonelada)	**Consumo de água** (em litros)
Aço	250.000
Papel	1.000.000
Sabão	2.000
Borracha	2.750.000

Qual o consumo total de água necessário para a produção de 4.000kg de aço e 2.000kg de papel?

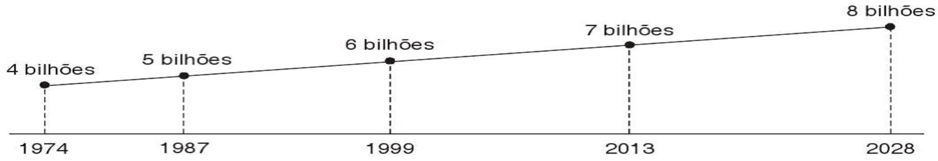
- *D75 - Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas ou gráficos.*

a) 1.250.000 c) 3.750.000 e) 5.250.000
b) 3.000.000 d) 4.000.000

5) O gráfico seguinte mostra a evolução da população humana na Terra de 1974 à 1999 e uma previsão até o ano de 2028, segundo dados fornecidos pela ONU (Organização das Nações Unidas). De acordo com os dados no gráfico, quantos anos serão decorridos a partir de 1974 até que o número de habitantes da Terra dobre de valor?

• *D75 - Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas ou* gráficos.

a) 51 b) 50 c) 54 d) 55 e) 48



6) Quatro amigos, João, Pedro, Ana e Maria saíram juntos para fazer um passeio por um mesmo caminho. Até agora, João andou 6/8 do caminho; Pedro, 9/12; Ana, 3/8 e Maria, 4/6. Os amigos que se encontram no mesmo ponto do caminho são:

• *D12 - Estabelecer relações entre representações fracionárias e decimais dos* números racionais.

a) João e Pedro c) Ana e Maria e) Maria e Pedro
b) Ana e João d) Pedro e Ana

7) Uma torneira desperdiça 125 ml de água durante 1 hora. Quantos litros de água desperdiçarão em 24 horas?

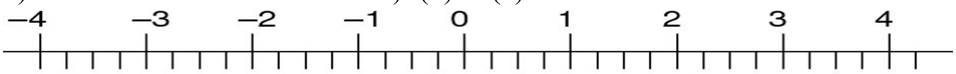
• *D18 - Resolver situação-problema envolvendo a variação proporcional entre* grandezas direta ou inversamente proporcionais.

a) 3,0 L b) 15,0 L c) 35,0 L d) 1,5 L e) 30 L

8) Observe a reta numérica abaixo. O número 11/4, na reta numérica, está localizado entre:

• *D8 - Ordenar ou identificar a localização de números inteiros na reta numérica.*

a) 3 e 4 c) -(4) e -(3) e) -(1) e 0
b) 2 e 3 d) -(2) e -(1)



9) Numa cidade do Ceará, a temperatura era de 12°C. Cinco horas depois, o termômetro registrou 7°C. A variação da temperatura nessa cidade foi de:

• *D10 - Resolver problema com números inteiros envolvendo suas operações.*

a) 5º C b) 7º C c) 12º C d) 19º C e) 23º C

10) Paulo é dono de uma fábrica de móveis. Para calcular o preço V de venda de cada móvel que fabrica, ele usa a seguinte fórmula V = 1,5 · C + R$ 10,00, sendo C o preço de custo desse móvel. Considere que o preço de custo de um móvel que Paulo fabrica é R$ 100,00. Então, ele vende esse móvel por:

• *D25 - Resolver situação-problema que envolvam equações de 1º grau.*

a) R$ 110,00 c) R$ 160,00 e) R$ 150,00
b) R$ 175,00 d) R$ 210,00

11) Um jogador ganha R$ 3000,00 em uma aposta e perde R$ 3500,00 em outra. A soma do resultado final das duas apostas pode ser representada por quanto?

• *D10 - Resolver problema com números inteiros envolvendo suas operações.*

a) R$ 6.500,00 c) R$ - 500,00 e) R$ 500,00
b) R$ -3.000,00 d) R$ 3.000,00

12) O administrador de um campo de futebol precisa comprar grama verde e amarela para cobrir o campo com faixas verdes e amarelas iguais em áreas e quantidades. O campo é um retângulo com 100 m de comprimento e 50 m de largura e, para cada 10 m² de grama plantada, se gasta 1 m² a mais por causa da perda. Quantos m² de grama verde o administrador deverá comprar para cobrir todo o campo?

- *D67 - Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.*

a) 3500 b) 2500 c) 2250 d) 5000 e) 2750

13) Em uma loja de informática, Paulo comprou: um computador no valor de 2 200 reais, uma impressora por 800 reais e três cartuchos que custam 90 reais cada um. Os objetos foram pagos em 5 vezes iguais. O valor de cada parcela, em reais, foi igual a?

- *D10 - Resolver problema com números inteiros envolvendo suas operações.*

a) 414 b) 654 c) 600 d) 545 e) 494

14) O gráfico abaixo representa a produção de feijão dos últimos cinco anos em uma hipotética cidade do semiárido cearense. De acordo com o gráfico é correto afirmar:

- *D75 - Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas ou gráficos.*

I - 2006 foi o ano que teve maior produção de feijão no período.
II - 2003 foi o ano de menor produção no período.
III - O total da produção de feijão foi de 200 toneladas.
IV - O ano de 2005 foi o único ano que teve queda na produção.

Com relação aos itens citados, marque a alternativa correta:
a) Apenas o item I é correto.
b) Os itens I, II e IV são corretos.
c) Todos os itens são verdadeiros.
d) Os itens I, II e III são verdadeiros.
e) O item IV é o único verdadeiro.

15) Se Paulo ganha por mês R$ 480,00 e gasta 5% em energia elétrica. Quanto gasta com energia elétrica?

- *D15 - Resolver problema utilizando a adição ou subtração com números racionais representados na forma fracionária (mesmo denominador ou denominadores diferentes) ou na forma decimal.*

a) R$ 30,00 c) R$ 25,00 e) R$ 20,00
b) R$ 15,00 d) R$ 24,00

16) Quando Simone chegou da escola, foi tomar um copo de suco e verificou que havia apenas 3/5 do suco em uma jarra, com capacidade para 750 ml. Quantos ml de suco há na jarra?

- *D18 - Resolver situação-problema envolvendo a variação proporcional entre* grandezas direta ou inversamente proporcionais.

a) 530 ml b) 340 ml c) 450 ml d) 475 ml e) 420 ml

17) Pensei em um número positivo. Em seguida somei-o com seu quadrado, obtendo 12 como resposta. Em que número pensei?

- *D26 - Resolver situação-problema envolvendo equação do 2º grau.*

a) 2 b) 8 c) 6 d) 4 e) 3

18) Um terreno retangular possui a largura 1 m maior que seu comprimento. Determine as dimensões do terreno.

- *D26 - Resolver situação-problema envolvendo equação do 2º grau.*

a) 10 e 15 metros c) 20 e 10 metros e) 3 e 10 metros
b) 15 e 15 metros d) 5 e 6 metros

19)Um trabalhador de uma fábrica de calçados recebe mensalmente um salário fixo no valor de R$ 415,00 e mais R$ 0,45 por par de calçados produzidos. Quanto ele receberá num determinado mês se conseguir produzir 100 pares de sapatos?

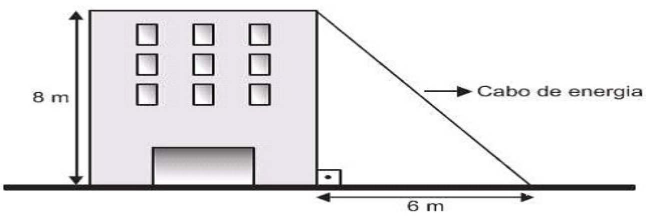
- *D15 - Resolver problema utilizando a adição ou subtração com números racionais representados na forma fracionária (mesmo denominador ou denominadores diferentes) ou na forma decimal.*

a) R$ 865,00 c) R$ 460,00 e) R$ 550,00
b) R$ 560,00 d) R$ 515,45

20) Uma empresa de iluminação necessita esticar um cabo de energia provisório do topo de um edifício, cujo formato é um retângulo, a um determinado ponto do solo distante a 6 metros, como ilustra a figura a seguir. O comprimento desse cabo de energia, em metros, será de?

- *D50 - Resolver situação-problema aplicando o Teorema de Pitágoras ou as demais relações métricas no triângulo retângulo.*

a) 12 b) 10 c) 14 d) 8 e) 28



AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 2019 TURMAS 1º ANO QUÍMICA E 1º ANO TÊXTIL					PERGUNTA: VOCÊ GOSTA DA DISCIPLINA DE MATEMÁTICA	PERGUNTA: VOCÊ GOSTA DA DISCIPLINA DE MATEMÁTICA
NOME	TURMA	PROFIC.	NOTA 1ª AV	NOTA 2ª AV	ANTES DO JOGO 2048	DEPOIS DO JOGO 2048
###	1º QUI	CRIT.	5,0	7,5	SIM	SIM
###	1º QUI	M. CRIT.	1,5	4,0	NÃO	SIM
###	1º QUI	CRIT.	3,5	7,0	SIM	SIM
###	1º QUI	M. CRIT.	1,5	5,0	NÃO	NÃO
###	1º QUI	INTERM.	7,0	7,5	SIM	SIM
###	1º QUI	INTERM.	7,0	9,0	SIM	SIM
###	1º QUI	M. CRIT.	2,0	5,0	NÃO	NÃO
###	1º QUI	INTERM.	7,0	6,5	NÃO	NÃO
###	1º QUI	CRIT.	3,5	7,0	INDECISO	SIM
###	1º QUI	CRIT.	4,5	8,0	NÃO	NÃO
###	1º QUI	INTERM.	7,5	9,0	INDECISO	SIM
###	1º QUI	ADEQ.	8,5	9,0	SIM	SIM
###	1º QUI	ADEQ.	9,0	10,0	SIM	SIM
###	1º QUI	INTERM.	7,5	9,0	SIM	SIM
###	1º QUI	CRIT.	4,5	8,5	NÃO	SIM
###	1º QUI	CRIT.	3,5	3,0	INDECISO	SIM
###	1º QUI	INTERM.	6,5	6,0	SIM	SIM
###	1º QUI	ADEQ.	8,0	8,5	SIM	SIM
###	1º QUI	ADEQ.	9,5	10,0	SIM	SIM
###	1º QUI	INTERM.	6,0	9,0	SIM	SIM
###	1º QUI	INTERM.	6,0	8,0	SIM	SIM
###	1º QUI	CRIT.	5,0	4,0	NÃO	SIM
###	1º QUI	M. CRIT.	2,0	6,5	SIM	SIM
###	1º QUI	ADEQ.	8,0	8,0	SIM	SIM
###	1º QUI	ADEQ.	8,5	10,0	SIM	SIM
###	1º QUI	INTERM.	6,5	9,0	SIM	SIM
###	1º QUI	CRIT.	4,5	8,5	SIM	SIM
###	1º QUI	CRIT.	4,0	6,5	SIM	SIM
###	1º QUI	ADEQ.	9,5	10,0	SIM	SIM
###	1º QUI	INTERM.	6,5	10,0	SIM	SIM
###	1º QUI	INTERM.	7,5	9,5	SIM	SIM
###	1º QUI	CRIT.	5,0	7,0	INDECISO	SIM
###	1º QUI	INTERM.	7,0	9,5	SIM	SIM
###	1º QUI	INTERM.	7,5	7,5	SIM	SIM
###	1º QUI	CRIT.	3,5	3,0	INDECISO	SIM
###	1º QUI	M. CRIT.	7,0	8,0	SIM	SIM
###	1º QUI	INTERM.	5,5	8,0	SIM	SIM
###	1º QUI	CRIT.	7,0	8,0	SIM	SIM
###	1º TEX	M. CRIT.	1,5	6,5	NÃO	NÃO
###	1º TEX	M. CRIT.	2,0	5,0	INDECISO	SIM
###	1º TEX	CRIT.	5,0	7,5	INDECISO	NÃO
###	1º TEX	M. CRIT.	2,5	7,0	SIM	SIM
###	1º TEX	M. CRIT.	2,0	6,0	SIM	SIM
###	1º TEX	M. CRIT.	1,0	6,5	SIM	SIM
###	1º TEX	INTERM.	6,5	9,5	SIM	SIM
###	1º TEX	INTERM.	6,5	10,0	SIM	SIM
###	1º TEX	INTERM.	7,0	10,0	SIM	SIM
###	1º TEX	CRIT.	3,0	5,0	INDECISO	SIM
###	1º TEX	M. CRIT.	4,5	7,0	SIM	SIM
###	1º TEX	M. CRIT.	4,5	7,0	INDECISO	SIM
###	1º TEX	M. CRIT.	2,5	6,5	NÃO	SIM
###	1º TEX	CRIT.	6,0	9,0	SIM	SIM
###	1º TEX	CRIT.	5,0	8,0	NÃO	NÃO
###	1º TEX	M. CRIT.	2,5	6,0	NÃO	NÃO
###	1º TEX	CRIT.	3,5	6,0	SIM	SIM
###	1º TEX	INTERM.	5,5	7,5	SIM	SIM
###	1º TEX	CRIT.	3,0	5,0	SIM	SIM
###	1º TEX	INTERM.	7,0	8,5	SIM	SIM
###	1º TEX	CRIT.	4,5	7,5	SIM	SIM
###	1º TEX	CRIT.	3,0	5,0	SIM	SIM
###	1º TEX	CRIT.	5,0	7,0	SIM	SIM
###	1º TEX	M. CRIT.	2,0	4,0	NÃO	NÃO
###	1º TEX	M. CRIT.	1,5	6,5	NÃO	SIM
###	1º TEX	INTERM.	7,0	7,5	SIM	SIM
###	1º TEX	CRIT.	4,0	8,0	SIM	SIM
###	1º TEX	ADEQ.	8,5	9,5	SIM	SIM
###	1º TEX	M. CRIT.	2,0	1,0	NÃO	NÃO
###	1º TEX	CRIT.	4,5	6,5	SIM	SIM
###	1º TEX	ADEQ.	8,0	9,5	SIM	SIM
###	1º TEX	CRIT.	3,5	4,0	INDECISO	SIM
###	1º TEX	INTERM.	8,0	9,0	SIM	SIM
###	1º TEX	CRIT.	3,5	6,5	NÃO	NÃO
###	1º TEX	CRIT.	6,0	7,5	SIM	SIM
###	1º TEX	M. CRIT.	2,5	7,0	NÃO	SIM
###	1º TEX	M. CRIT.	0,5	5,0	NÃO	NÃO