UFRJ - Universidade Federal do Rio de Janeiro
Instituto de Matemática
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

PROPOSTAS DE APLICAÇÕES DO LÚDICO E MATERIAIS MANIPULATIVOS NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Autor: Saulo Augusto Costa Silva
Orientadora: Nedir do Espírito Santo

Rio de Janeiro - RJ
Agosto de 2019

CIP - Catalogação na Publicação

SS256p
p

Silva, Saulo Augusto Costa
Propostas de Aplicações do Lúdico e Materiais Manipulativos no Processo de Ensino-aprendizagem de Matemática / Saulo Augusto Costa Silva. -- Rio de Janeiro, 2019.
54 f.

Orientador: Nedir do Espirito Santo.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, 2019.

1. Ensino-aprendizagem. 2. Jogos. 3. Materiais Manipulativos. I. Espirito Santo, Nedir do, orient. II. Título.

Elaborado pelo Sistema de Geração Automática da UFRJ com os dados fornecidos pelo(a) autor(a), sob a responsabilidade de Miguel Romeu Amorim Neto - CRB-7/6283.

Propostas de Aplicações do Lúdico e Materiais Manipulativos no Processo de Ensino-Aprendizagem de Matemática

por

Saulo Augusto Costa Silva

Orientadora: Nedir do Espirito Santo

Dissertação de Mestrado submetida, em 27 de Agosto de 2019, ao Programa de Pós-graduação do Instituto de Matemática, da Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

Aprovada por:

Nedir do Espirito Santo

Nedir do Espirito Santo

IM - UFRJ – Orientadora.

Jeanne Denise Bezerra de Barros

Jeanne Denise Bezerra de Barros

IME - UERJ

MLeal

Marisa Beatriz Bezerra Leal

IM – UFRJ

Walcy Santos

Walcy Santos

IM - UFRJ

AGRADECIMENTOS

Gostaria em primeiro lugar agradecer a minha família, que me apoiou em todos os momentos e me ajudou a driblar as dificuldades que surgiram no preparo deste trabalho devido a minha saúde.

Também agradeço aos meus amigos que a todo momento me enviaram mensagens positivas e suas orações, me mantendo cheio de esperanças e motivado.

Não posso deixar de lado os professores e a banca os quais me deram toda a base para chegar até aqui, em especial a professora Nedir do Espírito Santo, que tornou a minha deficiência visual apenas um detalhe durante confecção desta dissertação.

E por último, mas não menos importante agradeço a Deus por me permitir acordar a cada dia cheio de esperança, e com razões para continuar seguindo em frente e não me abalar com as dificuldades que surgissem.

RESUMO

Apresentamos proposta de experiências para o ensino de matemática na Educação Básica tendo como norteadores elementos da psicologia em relação à construção do conhecimento e artigos sobre a utilização do lúdico e de materiais manipulativos no processo de ensino-aprendizagem de matemática. São três propostas das quais destacamos a descrição dos materiais produzidos, as etapas do desenvolvimento de cada experiência e o relato de suas aplicações.

Palavras-Chave: Jogos. Ensino. Aprendizagem.

ABSTRACT

We propose some experiments for the teaching of mathematics in Basic Education, guided by elements of psychology about the construction of knowledge and articles on the use of games and manipulatives in the teaching and learning mathematics process. We present three proposals and we highlight the description of the materials produced, the stages of development of each experiment and the report of their applications.

Keywords: Games. Teaching. Learning.

SUMÁRIO

I. INTRODUÇÃO

A ideia deste trabalho teve origem em experiências vivenciadas, desde quando cursava a licenciatura em matemática até os dias de hoje, do interesse no estudo de recursos alternativos e motivadores para o ensino de matemática para alunos da Educação Básica.

No período citado trabalhamos com produção de materiais e jogos os quais, em maioria, foram aplicados em turmas do Ensino Fundamental e do Ensino Médio por alunos da licenciatura em atividades de estágio ou por bolsistas de Iniciação a Docência do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). Pudemos constatar que os materiais manipulativos podem influenciar, considerável e positivamente, no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Agora, em atividade docente passei a buscar meios de amenizar o quadro da pouca utilização de recursos diferenciados para o ensino de matemática nas escolas em que tive e tenho oportunidade de atuar, o que incomodava-me desde a época em que era aluno da Educação Básica.

Os jogos, por sua vez, quando bem aplicados, estimulam a criatividade da criança, a interação com os demais colegas, o desenvolvimento do pensamento lógico por meio de discussões de regras e suas consequências e, particularmente, quando está direcionado a introdução ou fixação de uma conceito matemático, estimula a discussão de conteúdo e o professor pode observar o nível de aprendizado dos alunos de forma descontraída. "O jogo e a brincadeira permitem ao aluno criar, imaginar, fazer de conta, funciona como laboratório de aprendizagem, permitem ao aluno experimentar, medir, utilizar, equivocar-se e fundamentalmente aprender" (VYGOTSKY e LEONTIEV, 1998, p. 23).

Para a elaboração do trabalho e aplicação de atividades nos baseamos, além da vivência, em artigos que relatam aspectos fundamentais para obtermos resultados positivos. Basicamente, nossa pesquisa envolveu os seguintes temas: estágios do desenvolvimento cognitivo; a utilização de jogos e materiais manipuláveis no processo de ensino-aprendizagem; e metodologia para aplicação de jogos.

Em Cavicchia (2010) são analisados alguns elementos da teoria de Piaget com ênfase na descrição e caracterização dos estágios do desenvolvimento intelectual, com indicação do *exercício* e da *experiênci*a dentre os fatores do desenvolvimento das funções cognitivas do indivíduo. Funções estas contribuidores para a realização do trabalho docente quanto ao planejamento de atividades estimuladoras para o desenvolvimento intelectual. Vemos também a importância que Piaget coloca em relação a construção do conhecimento a partir de vivência de experiências e que o desenvolvimento do raciocínio não se dá em seguir regras e sim em compreender e realizar operações. Destacamos, a seguir, o relato de Civichhia sobre *exercício* e *experiênci*a.

> A experiência comporta dois polos diferentes: a experiência física (que consiste em agir sobre os objetos para abstrair suas propriedades) e a experiência lógico matemática (agir sobre os objetos para conhecer o resultado da coordenação das ações). O exercício implica a presença de objetos sobre os quais a ação é exercida, mas não implica necessariamente que todo conhecimento seja extraído destes objetos. O exercício tem um efeito positivo na consolidação, quer dos reflexos quer das operações intelectuais, que podem ser aplicadas a objetos; ele relaciona-se mais com as estruturas dependentes da atividade do sujeito do que com um aumento do conhecimento do ambiente externo. (CAVICCHIA, 2010, pag. 13=)

Quanto às experiências que propomos, para suas aplicações, nos norteamos nas ideias de Vygotsky referentes às metodologias de aplicação de suas experiências, relatadas em VYGOTSKY (2001), que embora sejam relacionadas ao estudo das relações entre o pensamento e a linguagem, o relato da forma com que são realizadas vêm ao encontro do que buscamos dentre os suportes para nossas proposta.

Nós orientamo-nos também nos trabalhos de MURARI (2011) e TEIXEIRA e APRESENTAÇÃO (2014), que abordam a prática docente. Murari trata de novas experimentações em sala de aula e, quando relata sobre materiais manipulativos para apreensão de conceitos de geometria, apresenta critérios para escolha de bons materiais manipulativos. Já Teixeira e Apresentação abordam, entre outros temas, reflexões da prática em sala de aula e os benefícios da utilização de jogos como recurso didático para o ensino de matemática.

Embora a apresentação de produtos diferenciados desperte, em geral, o interesse dos alunos, devemos tomar cuidado para que não haja perda dos propósitos das atividades. A utilidade de materiais manipuláveis é eficiente somente quando houver, por parte do professor, conhecimento do produto, dos objetivos a serem alcançados e habilidade de, em todo o processo de aplicação, realizar práticas compartilhadas e significativas entre professor e alunos.

Em NACARATO (2005) encontramos um pequeno relato histórico da utilização de materiais manipulativos e são destacados alguns pontos preocupantes em relação à sua utilização. “Um uso inadequado ou pouco exploratório de qualquer material manipulável pouco ou nada contribuirá para a aprendizagem matemática. O problema não está na utilização desses materiais, mas na maneira como utilizá-los.”(NACARATO, 2005, p.4) Outro cuidado que se deve ter em relação a utilização de materiais manipulativos é a transição entre o trabalho com o concreto e a abstração do conceito que se deseja atingir. Como fazê-la mantendo a atenção do aluno?

Nesta dissertação apresentamos algumas propostas de materiais lúdicos, manipulativos e exploramos suas aplicabilidades, de acordo com recomendações e orientações indicadas nos autores estudados sobre o tema.

Também é importante salientar que, visando a facilidade na obtenção das matérias-primas para a construção dos produtos, buscamos utilizar materiais recicláveis. Diversos produtos podem ser desenvolvidos utilizando sobras de papelão, isopor, caixas, embalagens plásticas e diversos outros materiais, como, por exemplo, em ROGES et al (2010). Ressaltamos que materiais recicláveis realmente são uma forma de desenvolver a criatividade dos alunos de novos materiais para serem discutidos e utilizados em sala de aula mediante uma minuciosa avaliação do professor. É bom lembrar que é de extrema importância que o professor analise, teste e experimente bem cada um dos produtos ante de utilizá-los a fim de verificar sua eficiência. Essa é uma boa forma de evitar imprevistos durante a aplicação das atividades. Também é importante que o professor esteja aberto a observações e sugestões dos alunos.

Pretendemos, neste trabalho, atingir os seguintes objetivos.

Objetivo geral:

Apresentar propostas de atividades para a prática da docência em matemática na Educação Básica, para futuros professores ou para aqueles já em atuação.

Objetivos específicos:

Mostrar sugestões de aplicações de jogos como recursos que auxiliam na dinâmica do processo de ensino-aprendizagem de matemática.

Fornecer, por meio de relatos de experiências, sugestões de atividades para serem realizadas em sala de aula.

Motivar o professor na utilização de jogos e materiais diferenciados na prática em sala de aula.

O presente texto está dividido em quatro capítulos, sendo o primeiro esta introdução. No segundo, apresentamos um curto panorama de trabalhos sobre a aplicação de jogos no ensino da Matemática. No terceiro relatamos nossas propostas de experiências, aplicações e apresentamos materiais por nós produzidos.

Finalizamos com nossas considerações finais.

2. BASES PARA A ELABORAÇÃO DAS PROPOSTAS

Neste capítulo apresentamos os elementos norteadores para elaboração de nossas propostas.

2.1 SOBRE A REALIZAÇÃO DE EXPERIÊNCIAS NO PROCESSO DE DESENVOLVIMENTO DO CONHECIMENTO

No estudo de metodologias diferenciadas no processo de ensino-aprendizagem, nos deparamos com trabalhos que relatam a grande influência de Johan Pestalozzi no pensamento pedagógico dos séculos XIX e XX.

Em SÖETARD (2010), por exemplo, encontramos o relato das ideias de Pestalozzi sobre seu método didático, consistindo no desenvolvimento da intuição para a formação do conhecimento unindo os três elementos o coração, a cabeça e a mão, assim elucidados:

> Não se trata de três "partes" do homem, nem sequer de três "faculdades", mas de três pontos de vista sobre uma mesma e única humanidade em ação de autonomia. Para Pestalozzi, a cabeça representa o poder que tem o homem, graças à reflexão, de separar-se do mundo e suas impressões confusas, e de elaborar conceitos e ideias. Mas como indivíduo situado, o homem continua estando completamente submerso em um mundo que, através da experiência, não para de requerer sua sensibilidade e o vincula com seus semelhantes na luta empreendida para dominar a natureza por meio do trabalho: essa é a dimensão do coração. O homem, provocado deste modo pelo que é e requerido pelo que deve ser não tem outra solução nesse conflito sempre aberto e plenamente assumido, que fazer de si mesmo uma obra: essa é a dimensão da mão. (SÖETARD 2010, p.24)

Na análise do significado desses três elementos, destacamos a descrição feita, também em SÖETARD (2010), no capítulo *As ideias de Pestalozzi no Brasil* ,organizado por João Luis Gasparin.

> O método para obter bons resultados no processo educativo deveria partir do conhecido ao desconhecido; caminhar do concreto ao abstrato; acostumar a criança a fazer; não dizer à criança aquilo que ela pode descobrir por si mesma; seguir a ordem da natureza; dirigir a mente e os sentidos do particular ao geral, passando da visão intuitiva à compreensão geral, desenvolvendo nos educandos a capacidade de percepção e observação, mais do que a pura aquisição de conhecimentos. O método didático, para ele, consistia em partir da prática, por meio dos sentidos que deviam entrar em contato direto com os objetos, para chegar depois ao pensamento, às ideias. Por isso a percepção sensorial e a experiência sensorial como processo ativo são o fundamento de todo o conhecimento. (SÖETARD, 2010, p. 35)

Há controvérsias em relação às ideias de Pestalozzi fundamentadas em insucessos de algumas de suas experiências, relatadas em SÖETARD (2010) e também, por exemplo, em ARCE (2002) que questiona, basicamente, a posição do professor e o papel da escola no método. Como o objetivo, neste capítulo, é apresentar algumas fontes em que a utilização de materiais manipulativos e jogos aparecem no processo de ensino-aprendizagem, não colocamos aqui tais discussões.

No século XX, destacamos Jean Piaget, no âmbito de seu trabalho quanto ao desenvolvimento cognitivo das crianças. Em Cavicchia (2010), são descritas as várias etapas do desenvolvimento cognitivo das crianças, definidas pelo psicólogo. Em cada fase, os jogos e brincadeiras de imitação são colocados como elementos fundamentais para os anos iniciais das crianças e que contribuem para a adaptação e integração do indivíduo no meio em que vive. Cavicchia nos relata que o trabalho de Piaget contribui para a orientação de educadores quanto a elaboração de atividades em sala de aula, pois fornece informações sobre os estágios e características de como os conceitos são assimilados pelas crianças em várias fases de seu desenvolvimento. Assim nos relata:

> Um primeiro aspecto geral que merece ser explicitado refere-se à concepção de conhecimento proposta por Piaget. Um dos pontos fundamentais desta concepção diz respeite ao sentido atribuído por Piaget à palavra "conhecer": organizar, estruturar e explicar o mundo em que vivemos — incluindo o meio físico, as ideias, os valores, as relações humanas, a cultura de um modo mais amplo — a partir do vivido ou experienciado. Se, para Piaget, o conhecimento se produz a partir da ação do sujeito sobre o meio em que vive, só se constitui com a estruturação da experiência que lhe permite atribuir significação. A significação é o resultado da possibilidade de assimilação. Conhecer significa, pois, inserir o objeto num sistema de relações, a partir de ações executadas sobre esse objeto.(CAVICCHIA, 2010, p.1)

Além disso, em relação ao desenvolvimento do conhecimento, em PIAGET (2013), o psicólogo faz uso da linguagem matemática e da lógica matemática para descrever operações e agrupamentos do pensamento. Para assimilação do mecanismo do desenvolvimento do pensamento, Piaget distingue quatro períodos principais:

O *pensamento simbólico e pré-conceitual* (de 1,6 a 4 anos)

Período desde o início da linguagem – ou, mais precisamente, da função simbólica que torna possível sua aquisição e se constata o desenvolvimento de um pensamento simbólico e pré-conceitual.

O *pensamento intuitivo* (de 4 a 7 ou 8 anos)

Período de desenvolvimento em que são vivenciadas experiências, por exemplo, de quantidade, de movimento, temporais, que conduzem, progressivamente ao início de operações e agrupamentos.

As *operações concretas* (de 7-8 a 11-12 anos)

Período em que se organizam os agrupamentos operatórios do pensamento que incidem sobre objetos manipuláveis ou passíveis de serem obtidos por intuição.

As *operações formais* (de 11-12 anos e durante a adolescência)

Período em que se elabora, finalmente, o pensamento formal em que há o desenvolvimento dos agrupamentos e operações, que constituem a característica da inteligência reflexiva acabada.

Os períodos descritos por Piaget incluem aqueles da Educação Básica em cujas orientações curriculares encontramos os jogos dentre os recursos no processo de ensino aprendizagem. Os jogos são caracterizados como estimuladores da criatividade e contribuidores para o desenvolvimento do raciocínio uma vez que, frente aos desafios do desenrolar do jogo, os alunos necessitam criar suas próprias estratégias para alcançarem o principal objetivo, que é vencer e aprender. Além disso, com a utilização de jogos, há maior probabilidade de reter a atenção do aluno.

> [...] um aspecto relevante nos jogos é o desafio genuíno que eles provocam no aluno, que gera interesse e prazer. Por isso, é importante que os jogos façam parte da cultura escolar cabendo ao professor analisar e avaliar a potencialidade educativa dos diferentes jogos e o aspecto curricular que se deseja desenvolver (BRASIL, 1997, p. 36).

2.2. SOBRE A METODOLOGIA UTILIZADA NAS PROPOSTAS

As atividades que apresentamos neste trabalho, segundo descrição de Piaget, pertencem ao estágio das operações formais, resumidamente descrita em Cavicchia,

> Estádio das operações Formais (11 a 15-16 anos)

> Tanto as operações como as estruturas que se constroem até aproximadamente os onze anos, são de natureza concreta; permanecem ligadas indissoluvelmente à ação da criança sobre os objetos. Entre os 11 e os 15-16 anos, aproximadamente, as operações se desligam progressivamente do plano da manipulação concreta. Como resultado da experiência lógico-matemática, o adolescente consegue agrupar representações de representações em estruturas equilibradas (ocorrendo, portanto, uma nova mudança na natureza dos esquemas) e tem acesso a um raciocínio hipotético-dedutivo. Agora, poderá chegar a conclusões a partir de hipóteses, sem ter necessidade de observação e manipulação reais. Esta possibilidade de operar com operações caracteriza o período das operações formais, com o aparecimento de novas estruturas intelectuais e, consequentemente, de novos invariantes cognitivos. A mudança de estrutura, a possibilidade de encontrar formas novas e originais de organizar os esquemas não termina nesse período, mas continua se processando em nível superior. As estruturas operatórias formais são o ponto de partida das estruturas lógico-matemáticas da lógica e da matemática, que prolongam, em nível superior, a lógica natural do lógico e do matemático. (CAVICCHIA 2010, p.12)

Apresentamos propostas de atividades com o objetivo de trabalhar operações matemáticas formais utilizando materiais concretos, passando, inicialmente, por um processo de repetição e observação para então chegarmos à abstração.

Trabalhamos cada atividade de forma gradual, para delas também extrair e sanar problemas de deficiências em conceitos anteriores, necessários para seu desenvolvimento.

Em relação aos jogos, Piaget e Vygotsky nos mostram em seus trabalhos, particularmente em PIAGET (2013) e VYGOTSKY (2001), que os jogos se situam entre recursos utilizados para mensurar o desenvolvimento do pensamento lógico de crianças, para o primeiro, e mensurar o desenvolvimento dos conceitos científicos na infância, para o segundo, expondo diferentes problemas às crianças e observando suas reações ao se depararem como estes. Destacamos

> Nas nossas experiências, põe-se o problema ao indivíduo sujeito a observação logo de início; o problema não se altera durante toda a experiência, mas as chaves para a sua resolução são introduzidas pouco a pouco, de cada vez que a criança volta um bloco. Decidimo-nos por esta sequência porque julgamos que, para que o processo se desencadeie, é necessário pôr a criança perante o problema. A introdução gradual dos meios necessários à resolução do problema permite-nos estudar o processo total da formação dos conceitos em todas as suas fases dinâmicas. A formação do conceito é seguida pela sua transferência para outros objetos; o indivíduo observado e induzido a utilizar os novos termos para falar dos objetos diferentes dos blocos experimentais e a definir o seu significado duma forma generalizada. (VYGOTSKY, 2001, p.60)

O método que utilizamos segue, parcialmente, o procedimento de Vygotsky uma vez que expomos aos alunos os problemas, os deixamos atuar de forma livre e, ao longo de sua aplicação, acrescentamos elementos que contribuam para sua resolução. No entanto, como as atividades têm caráter formativo (introduzir e/ou revisar conceitos matemáticos), o professor exerce o papel de condutor, para evitar que a atividade perca seu objetivo, e também exerce o papel de mediador, acrescentando elementos informações ou alterações no problema que facilitem sua compreensão e resolução, atingindo seu entendimento a todos os alunos.

Nesse contexto, vale enfatizar que o uso de jogos com regras é de suma importância, já que auxiliam a desenvolver um pensamento capaz de prever possibilidades e limitações. Esse tipo de pensamento estimula a capacidade de inferir ações e resultados dentro do jogo, trabalhando, portanto, o potencial dedutivo das crianças e adolescentes. Além disso, as regras também atuam na responsabilidade que os jogadores assumem de cumpri-las adequadamente, auxiliando, também, uns aos outros a fazê-lo – e, para realizar tal tarefa, eles devem, naturalmente, manter a mente alerta e tomar iniciativas se perceberem uma ação fora das normas preestabelecidas.

Todos os atributos trabalhados com os jogos são de relevância, visto que o raciocínio desenvolvido em jogos apresenta uma relação direta com o pensamento matemático. Afinal, nos dois, existem instruções, normas, operações, deduções, desenvolvimento e resultado final. Por isso, nas salas de aula, os jogos ajudam a identificar quando um aluno está apresentando determinada dificuldade em um conteúdo específico ou quando, pelo contrário, já o domina de forma considerável.

Além disso, os jogos, por conta do próprio caráter competitivo, fazem com que os alunos procurem superar seus limites na busca pela vitória, sem receio de cometer erros, porque, durante uma atividade lúdica, errar é necessário para que se encontre a resposta correta. Também cabe considerar que o clima de divertimento e desafio proporcionado pelos jogos incentiva os estudantes a adotar uma postura mais ativa, atenta e crítica, expondo pensamentos e questionamentos e realizando deduções por conta própria, o que faz com que eles aprendam sem perceber.

Esses benefícios são válidos, visto que as pessoas, quando aprendem, não apenas são receptáculos de conhecimento – para que elas efetivamente dominem um conteúdo, é necessário que cumpram um papel ativo, e não apenas passivo. Afinal, para que se viva com qualidade, tanto no meio profissional quanto no pessoal, é preciso ter capacidade de resolver problemas por conta própria, de questionar processos que soam errados ou ineficazes e de assumir riscos no caminho por melhorias. Tais habilidades, portanto, devem ser estimuladas pelos educadores a fim de que os alunos as dominem e as usem nos diferentes desafios de suas trajetórias.

Nesse sentido, os jogos, igualmente, surgem como possíveis atores para o desenvolvimento do raciocínio necessário dos alunos para que eles, também, resolvam e aprendam questões matemáticas. As atividades lúdicas, assim, são uma excelente oportunidade de unir a teoria com a prática no que tange ao ensino da matemática.

3. AS PROPOSTAS DE EXPERIÊNCIAS

Dedicamos este capítulo à apresentação de propostas de produtos e atividades para o ensino de matemática no contexto da aplicação de recursos diferenciados no processo de ensino-aprendizagem. Para tal, descrevemos: tipo de produto, se é um jogo ou um produto para trabalhar diretamente um conteúdo; o objetivo do produto no processo de ensino-aprendizagem de matemática; materiais utilizados na confecção do produto; o produto (ou o jogo e forma de jogar); aplicação do produto no ensino, indicando seus objetivos e cada etapa de execução.

3.1 EXPERIÊNCIA 1. DESAFIO DA ÚLTIMA PEÇA

A experiência consiste na realização de um jogo com os alunos e, por meio da análise de estratégias para vencer, explorar os conceitos de múltiplos e regras de divisibilidade.

- Tipo de produto: jogo
- Público: alunos do Ensino Fundamental, a partir do 6º. ano.
- Objetivo do jogo no processo de ensino-aprendizagem de matemática:
  aplicação dos conceitos de múltiplos e algoritmo da divisão; e
  desenvolvimento do pensamento dedutivo
- Materiais utilizados para produção.
  Tampinhas plásticas de garrafa pet (sendo uma com uma característica que a distingue das demais).
- O jogo
  Participantes: dois jogadores.

Estando as peças (tampinhas, dispostas sobre uma mesa, o jogo consiste em retiradas, um jogador por vez, de uma quantidade de peças do total, quantidade esta acordada entre os jogadores no início do jogo. Um dos jogadores escolhe a quantidade de peças que serão utilizadas no jogo e o número máximo de peças que podem ser retiradas, por vez. Outro jogador decide quem começará a partida. O jogador que retirar a última peça será o perdedor.

- Aplicação do jogo no processo de fixação ou revisão do aprendizado.de algoritmo da divisão.

Um dos conceitos matemáticos trabalhado com o jogo é a divisão inteira, relacionada com a quantidade de peças e o número de peças que pode ser retirado. O conhecimento da relação permitirá ao conhecedor do jogo estabelecer estratégia para ganhar.

Vejamos um exemplo de partida.

Suponhamos que o total de peças seja 19 (18 iguais e uma diferente) e que cada jogador pode tirar 1 ou 2 peças por vez. Observemos o Quadro 1 de jogadas, em que o Jogador 1 é o que inicia o jogo:

Quadro 1: Jogadas realizadas com 19 peças com cada jogador retirando 1 ou 2 peças em cada jogada.

Número de peças: 19		
Jogador 1 Quantidade de peças retiradas	Jogador 2 Quantidade de peças retiradas	Peças restantes
1	**2**	**16**
2	**1**	**13**
2	**1**	**10**
1	**2**	**7**
2	**1**	**4**
1	**2**	**1**
1		

Fonte: o autor.

O Jogador 1 perdeu o jogo.

Observações.

Na penúltima linha, em que há o total de 4 peças, observemos que, para qualquer jogada do Jogador 1 (retirando 1 ou 2 peças), o Jogador 2 vence. Vejamos os quadros 2 e 3:

Quadro 2: Jogadas realizadas com 4 peças com cada jogador retirando 1 ou 2 peças em cada jogada.

Número de peças: 4		
Jogador 1 Quantidade de peças retiradas	Jogador 2 Quantidade de peças retiradas	Peças restantes
1	2	**1**
1		

Fonte: o autor.

ou

Quadro 3: Jogadas realizadas com 4 peças com cada jogador retirando 1 ou 2 peças em cada jogada.

Número de peças: 4		
Jogador 1 Quantidade de peças retiradas	Jogador 2 Quantidade de peças retiradas	
2	1	**1**
1		

Fonte: o autor.

Observemos que, nas jogadas mostradas no Quadro 1, o Jogador 1 controlou suas jogadas para chegar à situação final descrita no Quadro 2 ou no Quadro 3.

Como fez isto?

Vejamos. Sabendo que as possibilidades de retiradas são de 1 ou 2 peças e que 19 =18 +1, o Jogador 2, mantem sempre a quantidade de peças restantes igual a um múltiplo de 3 mais 1. Portanto, nesse caso (de retiras de 1 ou 2), o Jogador 2, atento, ganha sempre o jogo.

Partindo destas observações, passamos a trabalhar com os alunos o algoritmo da divisão pondo a seguinte questão: de que forma proceder para ganhar o jogo sabendo o total de peças e as quantidades possíveis de retiradas em cada jogada?

Os alunos devem chegar às seguintes conclusões (no caso de retirada de 1 ou 2 peças em cada jogada):

Retirando a peça diferente, e dividindo o restante por 3, ocorrem duas possibilidades:

a) se a divisão for exata, o jogador que iniciar o jogo pode perder, se o adversário souber controlar cada jogada, mantendo a quantidade no tabuleiro igual a múltiplo de 3, sem contar a peça diferente;
b) se houver resto, o jogador que iniciar o jogo ganha, com a primeira jogada retirando o resto do tabuleiro, fazendo com que a quantidade restante no tabuleiro fique em situação igual à do item anterior.

- Sugestão de como aplicar o jogo no processo de fixação e revisão do aprendizado.de algoritmo da divisão.

Etapa 1. Dividimos a turma em duplas e distribuímos as peças (11 peças para cada). Explicamos o jogo e deixamos eles jogarem um pouco, solicitando que utilizem 10 peças (apenas uma diferenciando das demais), alternando quem inicia o jogo.

Etapa 2. Perguntamos se observaram alguma estratégia para ganhar.

Etapa 3. Solicitamos que joguem com 4 peças (apenas uma diferenciando das demais), alternando quem inicia o jogo.

Nesta etapa, esperamos que alguns alunos percebam que, o segundo jogador sempre ganha.

Etapa 4. Solicitamos aos alunos que observem a estratégia de retirada de peças para o jogador ganhar.

Etapa 5. Solicitamos aos alunos que joguem com 7 peças (uma diferenciando das demais), alternando quem inicia o jogo. Nesta altura os alunos já devem manifestar alguma estratégia para ganhar, mas com dificuldade de coordenar as ideias para expressar o que está observando.

Etapa 6. Jogamos todos juntos fazendo uma tabela no quadro e dividindo a turma em duas equipes (cada equipe representa um jogador), com o professor coordenando. Jogamos com 7 peças e depois com 11 peças.

Solicitamos aos alunos que manifestem o que observaram e os conduzimos à percepção da estratégia, por meio do retorno á observação das jogadas com 4 peças; depois com 7 peças e sua redução ao caso de 4 peças; e assim por diante, aumentando sempre 3 peças.

Após a realização de algumas partidas, esperamos que os alunos observem que o segundo jogador sempre ganha se mantiver a retirada de 3 peças em cada jogada dos dois jogadores.

Com estas etapas explicamos aos alunos a estratégia para vencer o jogo para o caso em que o total de peças é um múltiplo de 3 mais uma unidade.

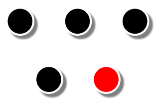
Etapa 7. Mudamos a quantidade de peças para múltiplo de 3 mais duas unidades: 5, 8, 11, 14,17 e perguntamos que jogador terá mais chance de ganhar ou se podemos também estabelecer uma estratégia de forma que um dos jogadores sempre ganhe.

Certamente os alunos tentarão aplicar a estratégia dos casos anteriores e verão que o Jogador 1 será o vencedor.

Esperamos que os alunos concluam que, neste caso, com a estratégia anterior, o primeiro jogador pode ganhar sempre.

Juntos analisamos, nos quadros 4 e 5, as possibilidades de jogadas, mantendo a estratégia anterior, ou seja, soma de retiradas dos jogadores igual a 3.

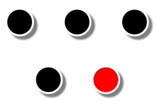
Quadro 4: Jogadas realizadas com 5 peças com cada jogador retirando 1 ou 2 peças em cada jogada – possibilidade 1.

5 peças	Jogador1 Quantidade de peças retiradas	Jogador 2 Quantidade de peças retiradas
	**1**	**2**
	1	**1**

Fonte: o autor.

ou

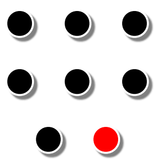
Quadro 5: Jogadas realizadas com 5 peças com cada jogador retirando 1 ou 2 peças em cada jogada – possibilidade 2.

5 peças	Jogador1 Quantidade de peças retiradas	Jogador 2 Quantidade de peças retiradas
	**2**	**1**
	1	**1**

Fonte: o autor.

Jogamos com 8 peças.

Quadro 6: Jogadas realizadas com 8 peças com cada jogador retirando 1 ou 2 peças em cada jogada – possibilidade 1.

8 peças	Jogador1 Quantidade de peças retiradas	Jogador 2 Quantidade de peças retiradas
	**2**	**1**
	1	**2**
	1	**1**

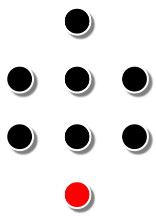
Fonte: o autor.

Indagamos os alunos de que maneira podemos realizar jogadas para retornar aos casos anteriores e garantir que o Jogador 1 obtenha a vitória. Chamamos a atenção para o problema da quantidade de peças em relação a divisão da quantidade por 3, o resto e que comparem com os casos anteriores.

Esperamos que os alunos concluam que o Jogador 1 pode ganhar o jogo tirando apenas uma peça em sua primeira jogada.

Explicamos a estratégia e fazemos alguns exemplos, mostrados nos quadros

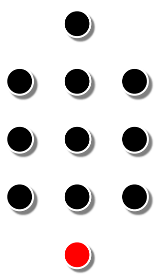
Quadro 7: Jogadas realizadas com 8 peças com cada jogador retirando 1 ou 2 peças em cada jogada, vencendo o Jogador 2.

<table>
<tr><th>8 peças</th><th>Jogador1
Quantidade de peças retiradas</th><th>Jogador 2
Quantidade de peças retiradas</th></tr>
<tr><td rowspan="4"></td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>1 (ou 2)</td><td>2 (ou 1)</td></tr>
<tr><td>2 (ou 1)</td><td>1 (ou 2)</td></tr>
<tr><td></td><td>1</td></tr>
</table>

Fonte: o autor.

Jogamos com 11 peças.

Quadro 8: Jogadas realizadas com 11 peças com cada jogador retirando 1 ou 2 peças em cada jogada, vencendo o Jogador 2.

<table>
<tr><th>11 peças</th><th>Jogador1
Quantidade de peças retiradas</th><th>Jogador 2
Quantidade de peças retiradas</th></tr>
<tr><td rowspan="5"></td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>1 (ou 2)</td><td>2 (ou 1)</td></tr>
<tr><td>2 (ou 1)</td><td>1 (ou 2)</td></tr>
<tr><td>1 (ou 2)</td><td>2 (ou 1)</td></tr>
<tr><td></td><td>1</td></tr>
</table>

Fonte: o autor.

Etapa 8. Exploramos o algoritmo da divisão perguntando:

Como ganhar o jogo sabendo o total de peças e as quantidades possíveis de retiradas em cada jogada?

Nesta etapa trabalhamos, inicialmente, com as quantidades possíveis de retiradas vistas nos exemplos (1 ou 2 peças) e variamos o total de peças. Solicitamos aos alunos que observem o número de peças do jogo retirando a peça desigual e os conduzimos às seguintes conclusões, em que ***N*** denota o número de peças do jogo, Jogador 1, aquele que inicia o jogo:

a) Se N-1 for divisível por 3, a quantidade de jogadas é (N-1)/3 e o Jogador 2 ganha.
b) Se N-1 não for divisível por 3, a quantidade de jogadas é (N-1)/3 +1 e o Jogador 1 ganha ao retirar em sua primeira jogada o resto da divisão de (N-1)/3, o que implica em tornar a situação do jogo igual ao caso i) .

Etapa 9. Prosseguimos abordando casos diferentes, por exemplo, quando as possibilidades de retiradas são 1, 2 ou 3 peças.

Neste caso, os alunos já apresentam mais facilidade para concluir que , sendo N o total de peças,

a) Se N-1 for divisível por 4, a quantidade de jogadas é (N-1)/4 e o Jogador 2 ganha.
b) Se N-1 não for divisível por 4, a quantidade de jogadas é (N-1)/4 +1 e o Jogador 1 ganha ao retirar em sua primeira jogada o resto da divisão de (N-1)/4, o que implica em tornar a situação do jogo igual ao caso i) .

Encerramos a aplicação do jogo com esta abordagem.

3.2 EXPERIÊNCIA 2. JOGO DA CONQUISTA

Nesta experiência, utilizamos um jogo de tabuleiro quadriculado, que consiste na ocupação das casas (cada quadrado é uma casa), para o estudo de porcentagem.

- Tipo de produto: jogo
- Público: alunos do Ensino Fundamental, a partir do 7º. ano.
- Objetivo do jogo no processo de ensino-aprendizagem de matemática:
  análise do conceito de porcentagem; e
  desenvolvimento do raciocínio lógico.
- Materiais utilizados para produção.

Tampinhas plásticas de garrafa pet e dois tabuleiros quadriculados. O total de tampinhas deve ser o dobro de casas do tabuleiro que tiver maior número de casas.

- O jogo

  Participantes: dois ou mais jogadores.

Este jogo foi inspirado no antigo jogo Hexxagon que consiste no domínio de regiões, que pode ser encontrado em https://archive.org/details/msdos_Hexxagon_1993

Modo de jogar:

Consideremos dois 2 jogadores.

O tabuleiro é arrumado com 2 peças para cada jogador, nos cantos do tabuleiro em posição diagonalmente opostas. Na Figura 1 as peças do Jogador 1 são pretas e as do Jogador 2 são azuis.

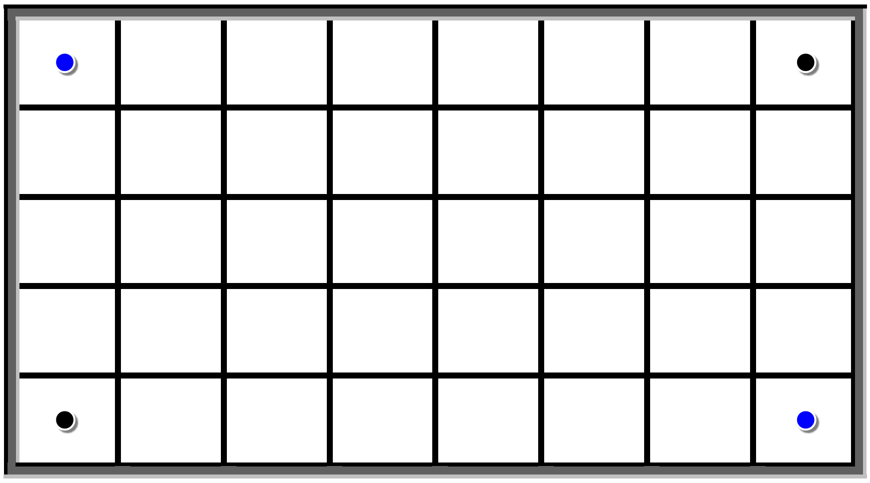


Figura 1. Uma opção de disposição inicial do jogo.

Os jogadores acordam quem inicia o jogo e cada jogador move sua peça das seguintes formas possíveis:

a) Para quadros adjacentes.

Os quadros adjacentes à uma peça são todos os quadros vizinhos ao quadro que contém essa peça, ou seja, a primeira casa à esquerda, à direita, abaixo, acima ou na direção das diagonais. Na Figura 2 ilustramos, em verde, os possíveis movimentos do Jogador 1 para casa adjacente, desde que a casa não esteja ocupada.

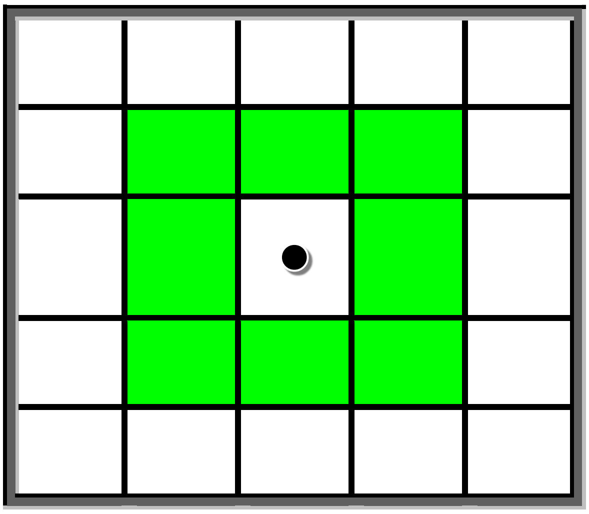


Figura 2. Os quadros adjacentes de uma peça.

Ao escolher uma posição adjacente, a nova casa ocupada e a anterior são propriedades desse jogador. Na Figura 3 ilustramos as casas ocupadas pelo Jogador 1 que escolheu mover-se para a casa vizinha diagonal. Observe que agora suas peças ocupam duas casas.

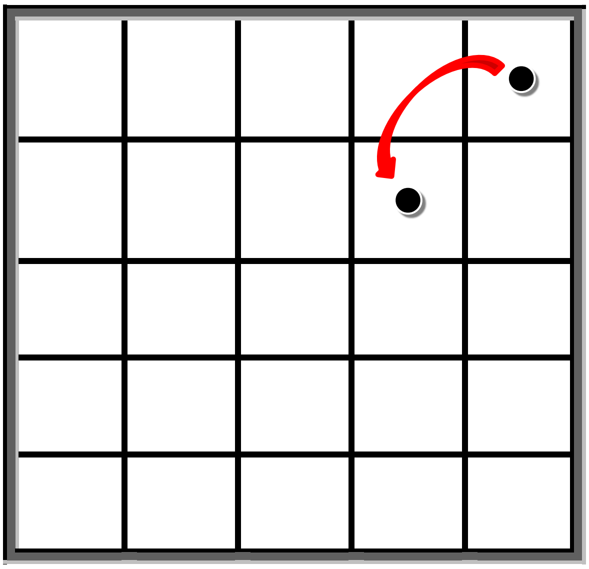


Figura 3. Jogador movendo peça na direção diagonal.

b) Para quadros não vizinhos.

O jogador pode pular apenas uma casa. Na Figura 4 ilustramos posições dos jogadores e, em verde os pulos possíveis, desde que a casa não esteja ocupada. Quando o jogador decide realizar jogada pulando uma casa, ele perde a posição anterior.

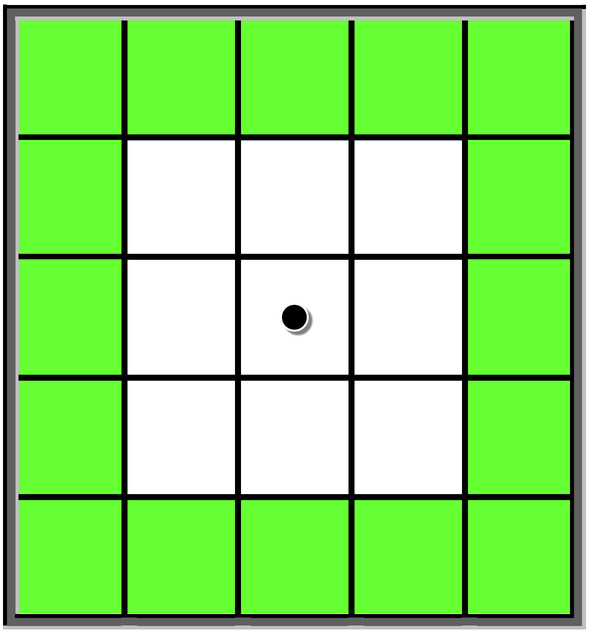


Figura 4. Deslocamentos possíveis pulado uma casa.

Conquista do tabuleiro

Se ao realizar uma jogada a peça do jogador fica em posição adjacente a peças do adversário, ele se apropria dessas posições, trocando as peças do adversário pelas suas. Por exemplo, se no exemplo anterior o Jogador 1 decide pular para a casa à esquerda, na segunda linha, embora tenha perdido o lugar inicial, ele se apropria de 4 peças do adversário. Nas figuras 5, 6 e 7 ilustramos uma conquista.

Na Figura 5 o jogador de peças pretas ocupa o centro e se desloca para a casa adjacente à direita, dobrando a ocupação.

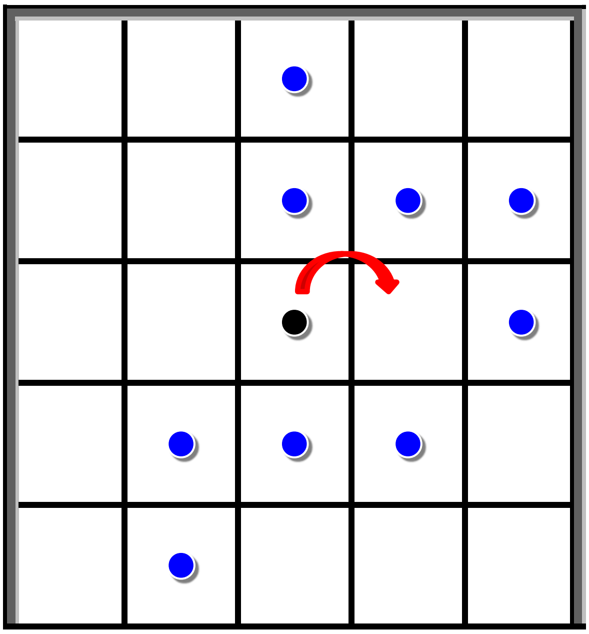


Figura 5. Indicação do deslocamento do jogador para a casa adjacente à direita.

Nas figuras 6, 7 e 8, a seguir, ilustramos a ocupação após a realização da jogada.

Na Figura 6, o jogador ocupa a nova casa e a anterior.

Na Figura 7, indicamos as casas do adversário que o jogador se apropria, adjacentes à nova posição.

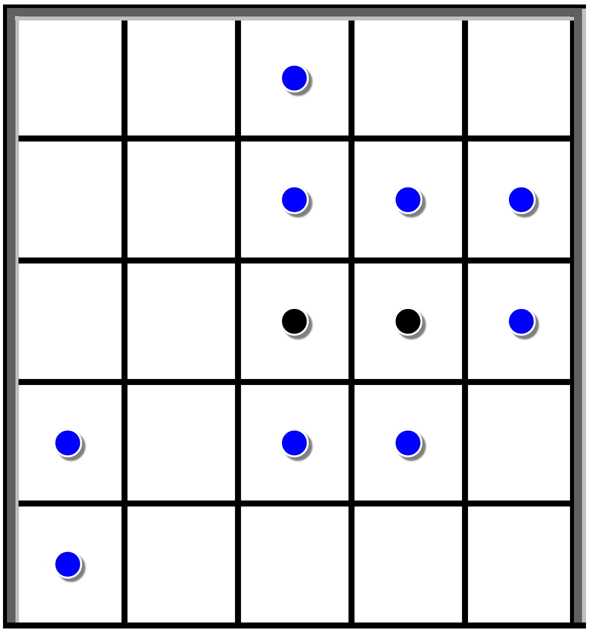


Figura 6. O jogador dobra a ocupação com o deslocamento para casa adjacente.

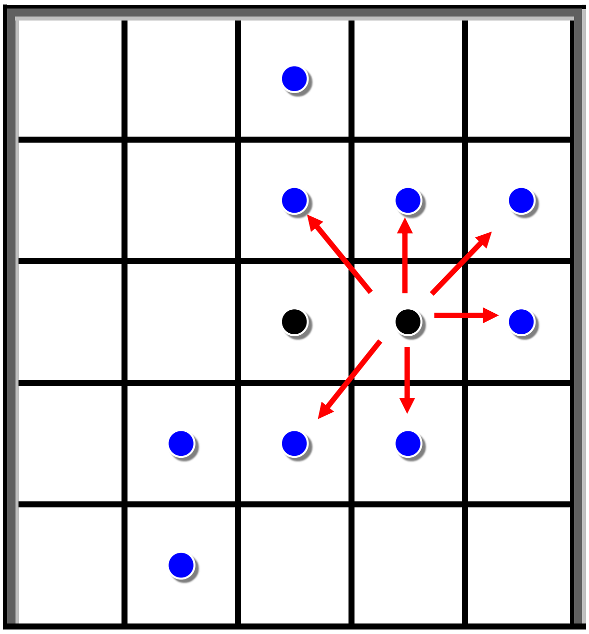


Figura 7. Indicação de casas do adversário que o jogador de peças pretas se apropria.

Na Figura 8, apresentamos as posições das peças e as casas dominadas, após o movimento realizado, ilustrado na Figura 5.

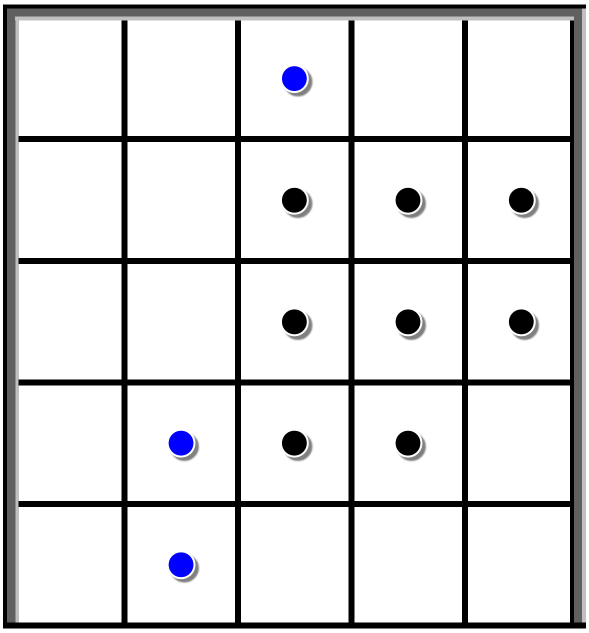


Figura 8. Posições das peças após a apropriação.

Observação: A conquista é realizada somente em relação às casas adjacentes à peça movimentada.

Ganha o jogo quem ocupar o maior número de casas do tabuleiro.

- Aplicação do jogo no processo de ensino-aprendizagem de porcentagem.

Trabalhamos com dois tipos de tabuleiros: A e B. O tabuleiro A com 40 casas (8 x 5) e o tabuleiro B com 50 casas (10 x 5).

Etapa 1. Primeiramente apresentamos o jogo aos alunos. Dividimos a turma em um número par de duplas e distribuímos tabuleiros e peças para duplas, sendo Tabuleiros A para a metade do número de duplas e Tabuleiro B para a outra metade. Cada dupla recebe um tabuleiro e cada membro da dupla 50 peças (tampinhas). Deixamos que joguem livremente para se familiarizarem com o jogo.

Etapa 2. Após algum tempo solicitamos aos alunos que parem o jogo e que contem o número de casas ocupadas por cada jogador e que calculem o percentual d ocupação, em relação ao total de casas do tabuleiro, especificando o tipo de tabuleiro. Solicitamos que anotem o total de peças de cada jogador e respectivos percentuais.

Etapa 3. Trocamos os tabuleiros e repetimos o processo.

Etapa 4. Colocamos no quadro os resultados obtidos pelas duplas verificamos, inicialmente, se os cálculos estão corretos. Indagamos os alunos sobre quais são os vencedores nos jogos, fazendo assim a revisão do conceito e cálculo de porcentagem.

Etapa 5. Dedicamos esta etapa a análise do conceito de porcentagem, na qual solicitamos aos alunos que verifiquem quais foram os melhores jogadores.

O que desejamos explorar é o entendimento do aluno de que não somente o número de peças que indicará o jogador mais eficiente, pois o percentual está relacionado ao número de casas de cada tabuleiro. Vejamos um exemplo

Suponhamos uma dupla tenha obtido os seguintes resultados nos jogos (Quadro 9 e Quadro 10):

Quadro 9: Totais de peças de cada jogador e respectivos percentuais de ocupação em cada tabuleiro – caso 1.

Dupla	Jogador 1 (Total de peças)	Jogador 2 (Total de peças)
Tabuleiro A (\40 casas)	30	10
Tabuleiro B (50 casas)	35	15

Fonte: o autor.

Quadro 10: Totais de peças de cada jogador e respectivos percentuais de ocupação em cada tabuleiro – caso 2.

Dupla	Jogador 1 (Total de peças)	Jogador 2 (Total de peças)
Tabuleiro A (\40 casas)	75%	25%
Tabuleiro B (50 casas)	70%	30%

Fonte: o autor.

Podemos verificar que, embora o Jogador 1 tenha aumentado o número de casas conquistadas no Tabuleiro B, seu desempenho foi inferior, pois o percentual ocupado é menor, em relação ao conquistado no Tabuleiro A.

Caso não surja uma situação análoga a esta, apresentamos aos alunos a situação para análise.

Portanto após a montagem do quadro com os resultados e os conferir, perguntamos aos alunos: qual dos jogadores foi mais eficiente?

Encerramos a aplicação do jogo com esta discussão.

3.3 EXPERIÊNCIA 3. ESCREVENDO NÚMEROS

Nesta experiência trabalhamos o conceito de bases numéricas diferentes da decimal. É apresentada em duas fases. Na primeira fazemos uso de material manipulativo, o qual é detalhado na descrição da experiência, e introduzimos notação. Na segunda, fazemos a transição da atividade com material manipulativo para abstração das operações envolvidas em todo o processo e, enfim, obter o algoritmo para mudar da base decimal para outra base.

- Tipo de produto: material manipulativo para trabalhar diretamente o conteúdo.
- Público
  Ensino Fundamental, 9º. Ano; e Ensino Médio, em todas as séries.
- Objetivos no processo de ensino-aprendizagem de matemática.

Introdução e fixação do conceito de base numérica.
Introdução ao algoritmo de mudança de base.

- Materiais utilizados para construção do produto:

Utilizamos tampinhas plásticas de garrafa pet coloridas (ou capsulas de café para cafeteiras), caixas de papelão

- O produto

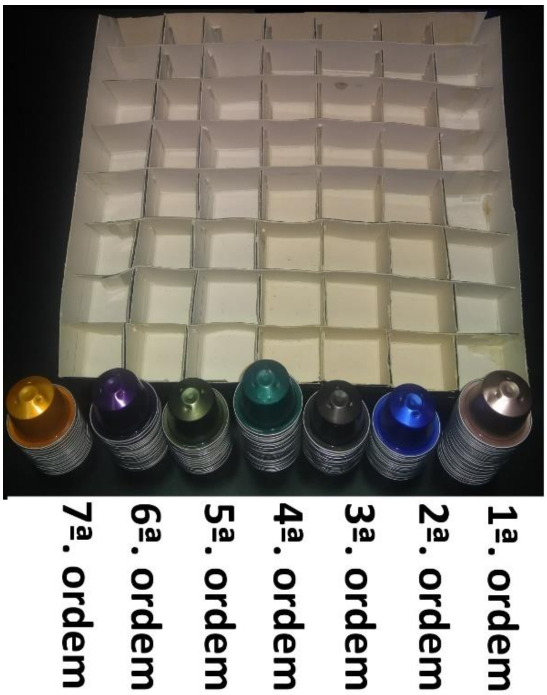


Figura 9. O produto para escrever números

Este produto é uma adaptação do conhecido Quadro Valor de Lugar que utilizamos no ensino do sistema de numeração decimal.

Consiste em uma caixa de papelão com divisões em colunas (na Figura 9 vemos 7 colunas) com nove prateleiras cada. As colunas são denominadas ordens sendo a Primeira Ordem a coluna da extrema direita, de forma análoga ao sistema de numeração decimal. Na Figura 9 há 7 ordens, 8 prateleiras. Os vãos das prateleiras devem ser ocupados de baixo para cima. Em cada vão cabe apenas uma peça.

- A atividade

Antes de aplicar a atividade o professor deve realizar revisão com os alunos do sistema de numeração decimal em que 10 unidades de uma ordem formam uma unidade da ordem imediatamente superior e que este sistema é dito *sistema de numeração de base 10*.

A atividade é iniciada estabelecendo dois elementos: a cor das peças de cada coluna e a base a ser trabalhada. Por exemplo, se a base trabalhada for 4, isto significa que 4 unidades de uma ordem vale uma unidade da ordem imediatamente superior. Portanto, os algarismos usados serão 1, 2, 3 e zero, quando a ordem ficar vazia. Para este exemplo utilizamos apenas três prateleiras.

Para cada aluno (ou gruo de alunos) é dada uma quantidade de peças da primeira ordem e uma quantidade de peças de cores das outras ordens. A primeira quantidade deve ser distribuída nas colunas da caixa com a seguinte regra: iniciar o preenchimento das colunas da direita para a esquerda; mudar de coluna apenas quando a anterior estiver totalmente ocupada (conforme quantidade estabelecida); quando a quantidade máxima de uma coluna for atingida o total valerá uma peça da coluna seguinte, à esquerda, tendo o cuidado de utilizar a cor da coluna correspondente.

- Aplicação da atividade

Etapa 1.

Apresentamos o produto aos alunos com as cores estabelecidas para cada coluna e dizemos que vamos ver outras formas de representação de quantidades usando menos algarismos. Nesse momento ainda não explicamos as funções das prateleiras.

Etapa 2.

Dividimos os alunos em duplas e, para cada dupla, damos dois pacotes de peças: um contendo peças da cor da 1ª. ordem e outro com peças de cores das outras ordens.

Solicitamos que façam a contagem da quantidade de peças do primeiro pacote e anotem.

Escolhemos um número entre 2 e 9, dizemos que o número escolhido será chamado de base e explicamos aos alunos que as peças do primeiro pacote devem ser distribuídas nas colunas e explicamos as regras.

Etapa 3

Antes dos alunos iniciarem a distribuição na caixa, explicamos que deverão observar a quantidade de prateleiras que utilizarão. Neste momento ainda não dizemos que a quantidade de vãos usados, em cada coluna é igual ao número da base menos 1. Esperamos que, no desenvolvimento da atividade, os alunos concluam.

Etapa 4

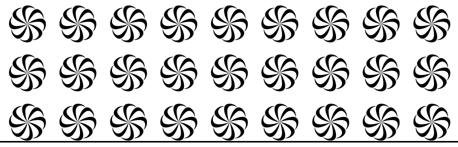
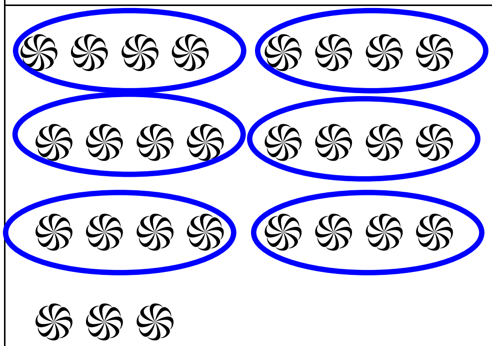
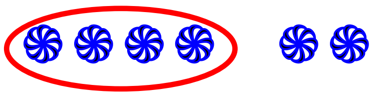
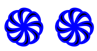
Com todas as experiências realizadas e com os valores anotados, pretendemos que os que os alunos apreendam que:

i) a mesma quantidade de unidades pode ter várias representações, dependendo da base escolhida;
ii) escolhida uma base n (entre 2 e 9), os algarismos utilizados são 0, 1, ..., n-1;
iii) e a quantidade de vãos utilizados é n-1.

Orientamos os alunos na organização das etapas realizadas na passagem da base decimal para outra base por meio de divisões sucessivas.

Vejamos um exemplo, mostrado no Quadro 11, no qual escrevemos o número 27 na base 4.no sendo: 1ª. ordem – branco; 2ª. ordem – azul e 3ª. ordem – vermelho.

Quadro 11. Escrevendo vinte e sete unidades na base 4.

Vinte e sete 	**Base 4**	
Obtendo a quantidade em cada ordem.	Unidades em cada ordem	Algarismo de cada ordem
	1ª. ordem 	1ª. ordem 3
	2ª. ordem 	2ª. ordem 2
	3ª. ordem 	3ª. ordem 1

Fonte: o autor.

Número formado: $(27)_4 = 123$.

Vejamos alguns exemplos com a utilização do produto:

Exemplo1. Obtendo a expressão de 25 na base 3, considerando as seguintes cores para as ordens descrita na Figura 10, mostrada anteriormente.

Com as 25 unidades da 1ª. ordem formamos 8 os grupos de três unidades e o resto ocupa a 1ª. ordem (Figura 10).

Figura 10. Vinte e cinco unidades da 1ª. ordem.

Os 8 grupos formados, anteriormente, são 8 unidades da 2ª. ordem. Portanto são substituídos por 8 peças na cor da 2ª. ordem.

Com as 8 unidades da 2ª. ordem formamos 2 os grupos de três unidades e o resto ocupa a 2ª. ordem. Os dois grupos formados são 2 unidades da 3ª. ordem.

Figura 11. Oito unidades da 2ª. ordem.

Como há apenas duas unidades de 3ª. ordem, encerramos o processo obtendo o número $(25)_3 = 221$.

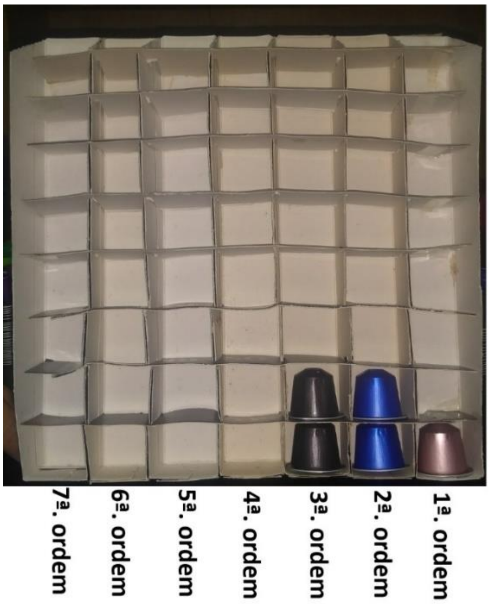


Figura 12. Número $(25)_3 = 221$.

Vejamos outro exemplo.

Obter a expressão de 53 na base 2, considerando as seguintes cores para as ordens descrita na Figura 12.

Neste caso, são consideradas 53 tampinhas de garrafas pet

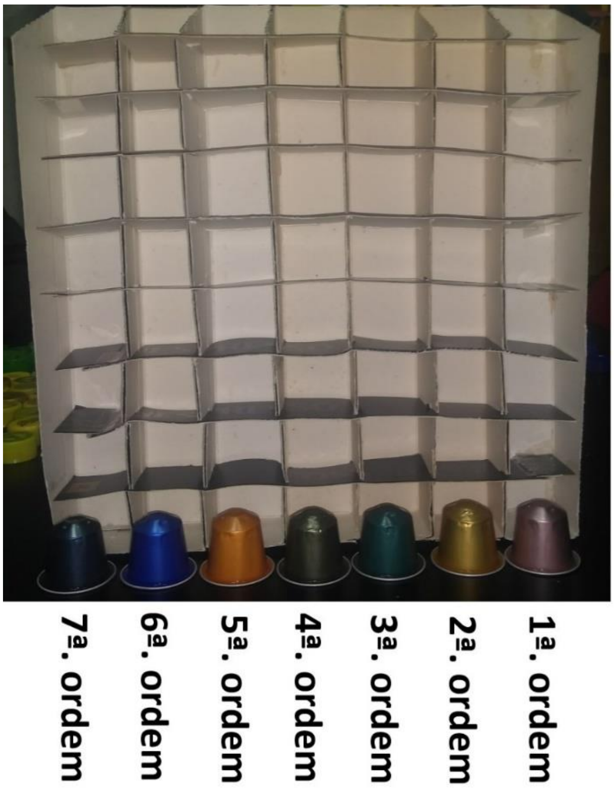


Figura 13. Cores das ordens para escrever $(53)_2$.

As 53 tampinhas são separadas em 26 grupos de 2 unidades sobrando 1 unidade, a qual é substituída pela cor das unidades, ocupando a primeira ordem (Figura 14).

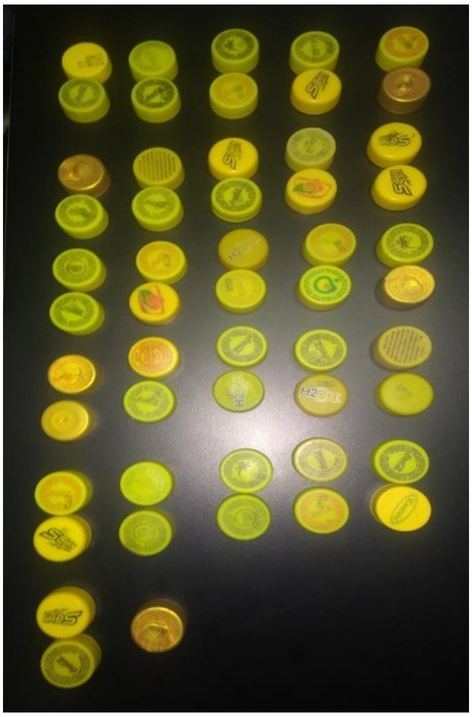


Figura 14. Separação de 53 unidades em grupos de 2 unidades.

Cada grupo é substituído por uma peça da cor da segunda ordem e são separados em 13 grupos de dois, ou seja, treze unidades da terceira ordem. Portanto, a segunda ordem fica vazia (Figura 15).

Figura 15. Separação de 26 unidades da 2ª. ordem em grupos de 2 unidades.

As 13 unidades de terceira ordem são separadas em 6 grupos de 2 unidades e sobra uma unidade a qual ocupa a 4ª. ordem (Figura 16)

Figura 16. Separação de 13 unidades da 3ª. ordem em grupos de 2 unidades.

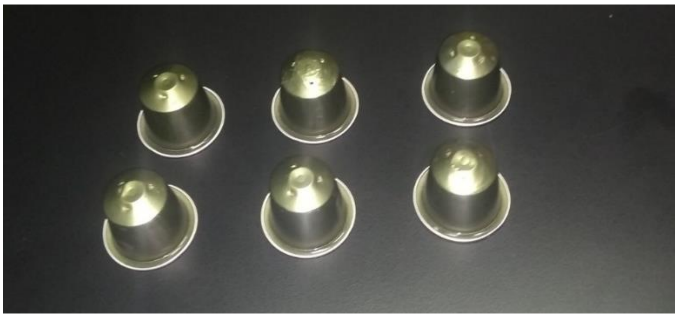


Figura 17. Separação de 6 unidades de 4ª. ordem em grupos de 2 unidades.

As 6 unidades de 4ª. ordem são divididas em 3 grupos de duas unidades, formando 3 unidades de 5ª. ordem. Portanto, a quarta ordem fica vazia (Figura 17).

Figura 18. Separação de 3 unidades de 5ª. ordem em grupos de 2 unidades.

As 3 unidades de 5ª. formam apenas um grupo de duas unidades, ou seja, um elemento da 6ª. ordem, sobrando uma unidade da 5ª. ordem (Figura 18).

Figura 19. Uma unidade de 6ª. ordem

Obtemos o número 53 na base 2: $(53)_2 = 110101$ (Figura 21).

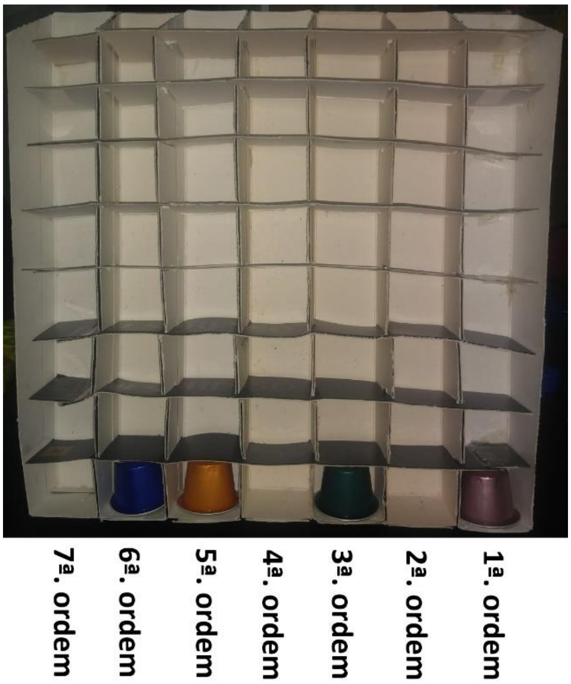


Figura 20. A representação de $(53)_2 = 110101$.

Etapa 5

Nesta fazemos a transição do material manipulativo para a obtenção do algoritmo de mudança de base e sua generalização, por meio da análise e descrição da operação realizada em cada etapa.

Vejamos alguns exemplos, sendo as ordens com as seguintes cores: 1ª. ordem – branca; 2ª. ordem – azul; 3ª. ordem – vermelho; 4ª. ordem -verde; 5ª. ordem – rosa.

i) Escrevendo dezessete na base 3.

Quadro 12. Escrevendo 17 na base 3.

Dezessete	**Base 3**		
Obtendo a quantidade em cada ordem.	Unidades em cada ordem	Algarismo de cada ordem	Operação realizada
	1ª. ordem	1ª. ordem 2	Divisão de 17 por 3; o resto, 2, é o número de unidades da 1ª. ordem; o quociente, 5, é o número de unidades da próxima ordem.
	2ª. ordem	2ª. ordem 2	Divisão de 5 (quociente da divisão anterior) por 3; o resto, 2, é o número de unidades da 2ª. ordem; o quociente, 1, é o número de unidades da próxima ordem.
	3ª. ordem	3ª. ordem 1	Como há apenas uma unidade, o processo está encerrado.

Fonte: o autor.

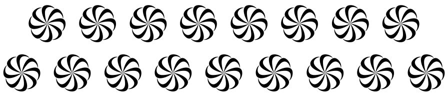
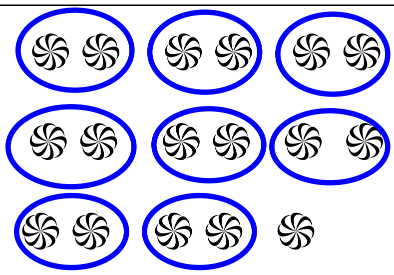
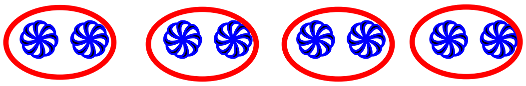
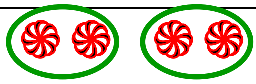
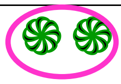
Número formado: $(17)_3 = 122$.

Representando as operações realizadas obtemos

17	3	
2	5	3
	2	1

ii) Escrevendo dezessete na base 2

Quadro13. Escrevendo 17 na base 2.

Dezessete 	**Base 2**	
Obtendo a quantidade em cada ordem.	Unidades em cada ordem	Algarismo de cada ordem
	1ª. ordem	1ª. ordem 1
	2ª. ordem Resta zero.	2ª. ordem 0
	3ª. ordem Resta zero.	3ª. ordem 0
	4ª. ordem Resta zero.	3ª. ordem 0
	5ª. ordem	1

Fonte: o autor.

Número formado: $(17)_2 = 10001$.

Representando as operações realizadas obtemos

17	**2**			
1	**8**	**2**		
	0	**4**	**2**	
		0	**2**	**2**
			0	**1**

Etapa 6. Finalizamos a experiência com exercícios sem a utilização de material manipulativo. Por exemplo. Escrever 37 na base 2.

4. APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES

Neste capítulo apresentamos relatos de aplicações das propostas e de resultados obtidos. As atividades foram aplicadas pelo professor Mario Keniichi Gushima Moura na Escola Municipal Conjunto Praia da Bandeira localizada na Rua Frei Inocêncio, S/N - Praça da Bandeira, Rio de Janeiro – RJ.

As atividades aplicadas foram: Desafio da Última Peça e Escrevendo Números.

Solicitamos ao prof. Mario Keniichi Gushima Moura que nos relatasse sobre as aplicações das propostas de atividades. Para tal, preparamos um pequeno questionário para ele responder.

4.1 APLICAÇÃO DA EXPERIÊNCIA 1 - O DESAFIO DA ÚLTIMA PEÇA

Apresentamos o relato do prof. Mario Keniichi Gushima Moura sobre a aplicação da atividade.

1) Qual o total de alunos da turma do 7º. ano?

   Prof. Mario. 34 alunos.

2) Como foi preparada a turma e 7º. para as atividades?

   Prof. Mario. A turma foi dividida em grupos com quatro elementos, em média.

3) Qual foi a receptividade da turma em relação à atividade Desafio da Última Peça?

   Prof. Mário. Foi abordado somente o caso em que o número de peças retiradas em cada jogada é 1 ou 2. Os alunos conseguiram captar bem o jogo quando o número total de peças iguais era múltiplo de três. Nos outros casos, sentiram dificuldade.

   Devido a dificuldade dos alunos e a pouca disponibilidade de tempos de aula para aplicar as atividades, exploramos a divisibilidade apenas nesse caso.

4) Quantos tempos de aula foram utilizados para a aplicação da atividade?

   Prof. Mario. Dois tempos.

A seguir mostramos algumas imagens da aplicação.

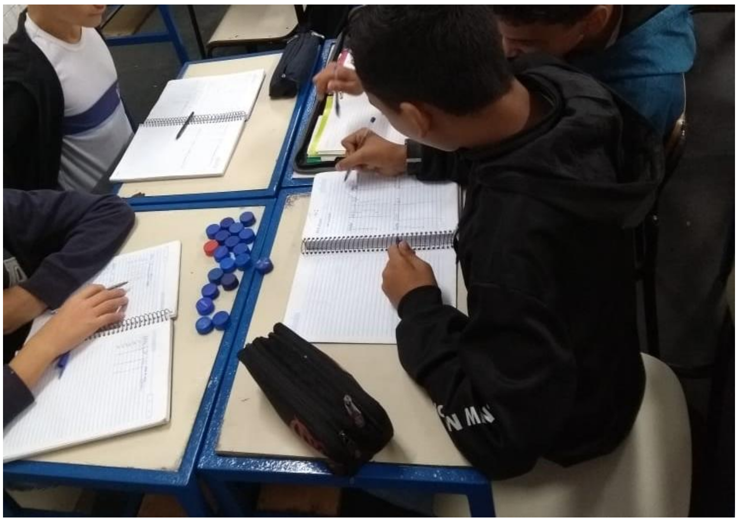


Figura 21. Alunos jogando e anotando as jogadas

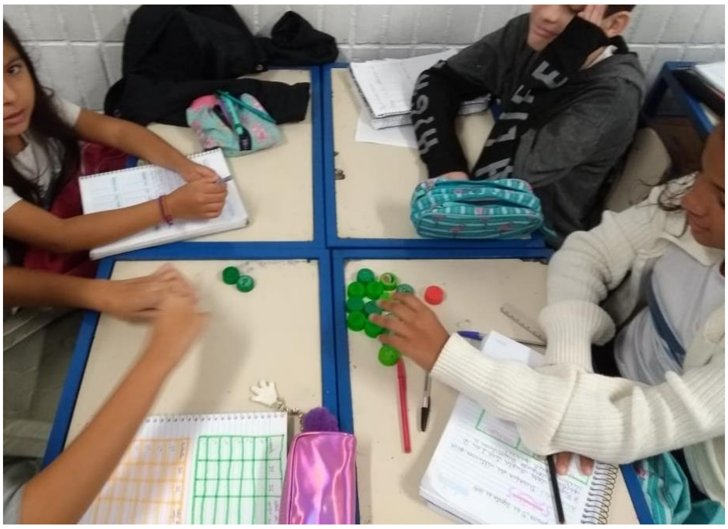


Figura 22. Alunos jogando e anotando as jogadas

Figura 23. Professor discutindo com a turma sobre as estratégias para ganhar o jogo e o cálculo do número de jogadas.

Figura 24. Professor discutindo com a turma sobre as estratégias para ganhar o jogo e o cálculo do número de jogadas.

4.2 APLICAÇÃO DA EXPERIÊNCIA 2. ESCREVENDO NÚMEROS

Apresentamos o relato do prof. Mario Keniichi Gushima Moura sobre a aplicação da atividade.

1) Qual o total de alunos da turma de 9º. Ano?

   Prof. Mario. 27 alunos.

2) Como foi preparada a turma e 7º. para as atividades?

   Prof. Mario. A turma foi dividida em grupos com quatro elementos, em média.

3) Qual foi a receptividade da turma em relação à atividade Escrevendo Números?

Prof. Mário. A atividade fluiu bem. Depois da divisão da turma em grupos foram distribuídas folhas de papel com tabelas com 7 colunas e 5 linhas, cada coluna representando uma ordem. A atividade foi explicada e trabalhamos, inicialmente com a base 3. Estimulamos a discussão nos grupos e percorri as mesas para discutir com os alunos.

No segundo tempo fizemos vários exemplos variando números e bases e, por interrupção de atividades na escola, paramos a aplicação encerrando apenas em outro dia, com explicação do algoritmo para mudança de base.

Os alunos acompanharam com facilidade as explicações do funcionamento do algoritmo que compreenderam bem.

4) Quantos tempos de aula foram utilizados para a aplicação da atividade?
   Prof. Mario. Três tempos.

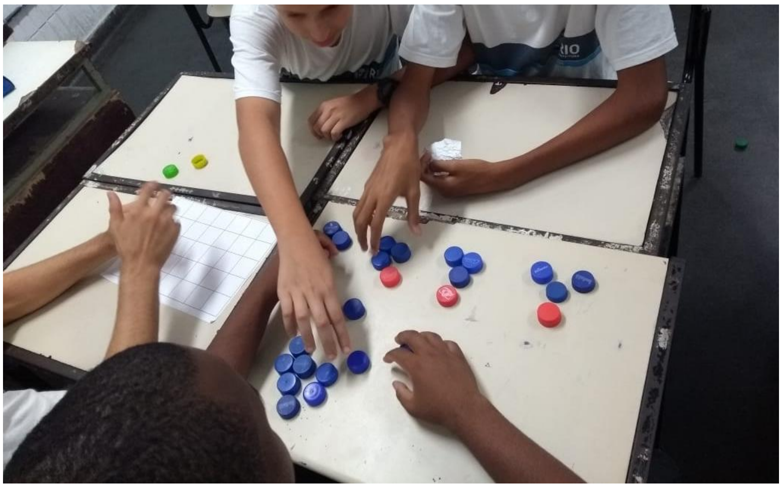


Figura 26. Atividade Escrevendo Números.

No nono ano a atividade fluiu bem e foi aplicada em três tempos, sendo que, no início do primeiro tempo foi realizada a revisão do sistema de numeração decimal. Depois a turma foi dividida em grupos de 4 alunos e foram distribuídas folhas de papel com tabelas com 7 colunas e 5 linhas, cada coluna representando uma ordem. A atividade foi explicada e trabalhamos, inicialmente com a base 3. Estimulamos a discussão nos grupos com o professor percorrendo as mesas.

No segundo tempo fizemos vários exemplos variando números e bases e, por interrupção de atividades na escola, paramos a aplicação encerrando apenas em outro dia, com explicação do algoritmo para mudança de base.

Os alunos acompanharam com facilidade as explicações do funcionamento do algoritmo que exemplificamos com a base 3, compreenderam bem e um fato interessante que ocorreu foi o comentário de uns alunos: “vendo assim, é muito mais simples do que fazer com as peças”. Certamente acharam mais fácil porque a manipulação contribui para que assimilassem o processo. E isto significa que as atividades com os produtos cumpriram seu papel.

A seguir mostramos algumas imagens das aplicações. Na atividade foi estabelecido: 1ª, ordem azul; 2ª. ordem vermelha; 3ª. ordem amarela; 4ª. ordem verde.

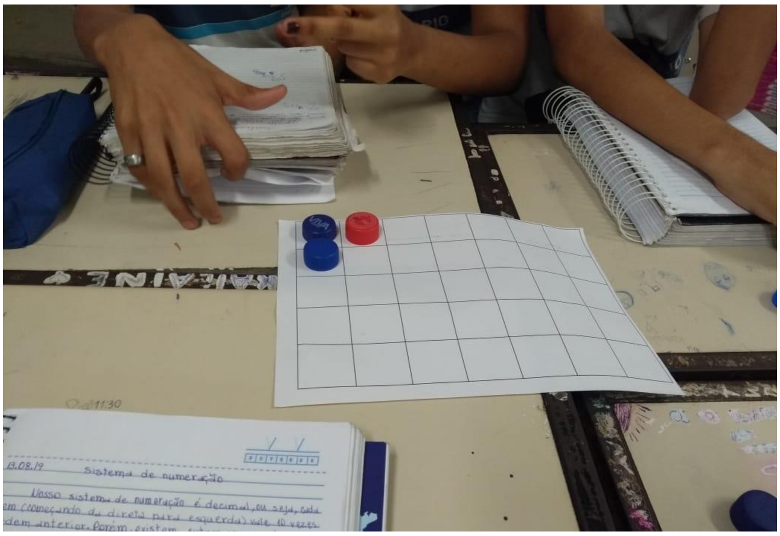


Figura 26. Configuração de $(5)_3 = 12$.

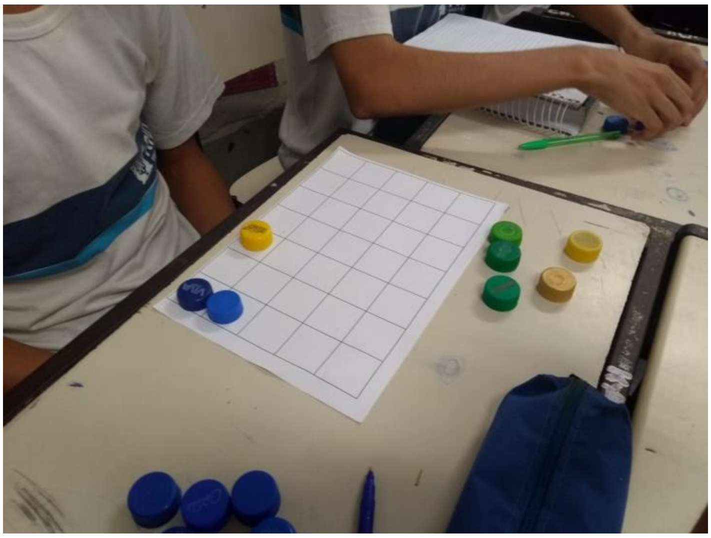


Figura 27. Configuração de $(11)_3 = 102$.

Figura 28. Etapa da configuração de 56 na base 3.

Figura 29. Etapa da configuração de 56 na base 3.

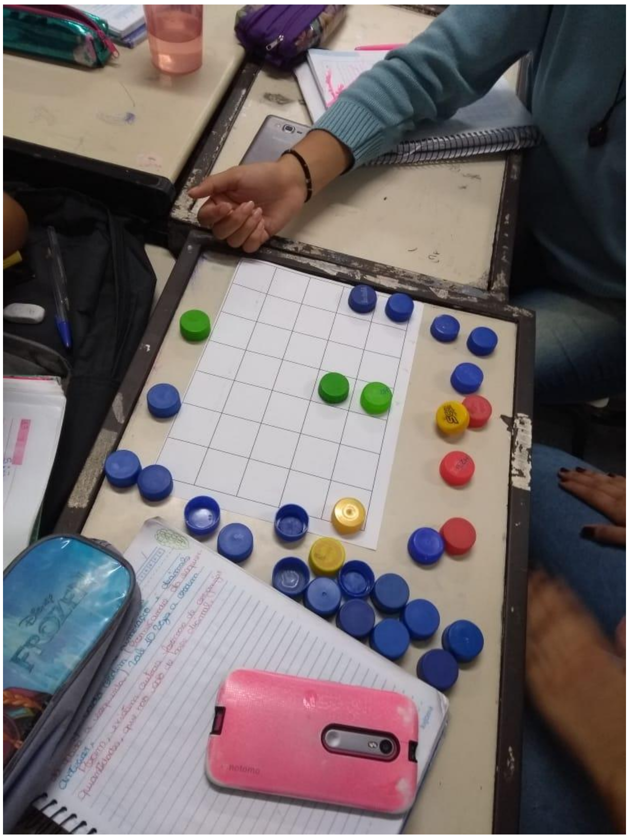


Figura 30. Configuração de 56 na base 3: $(56)_3 = 2002$

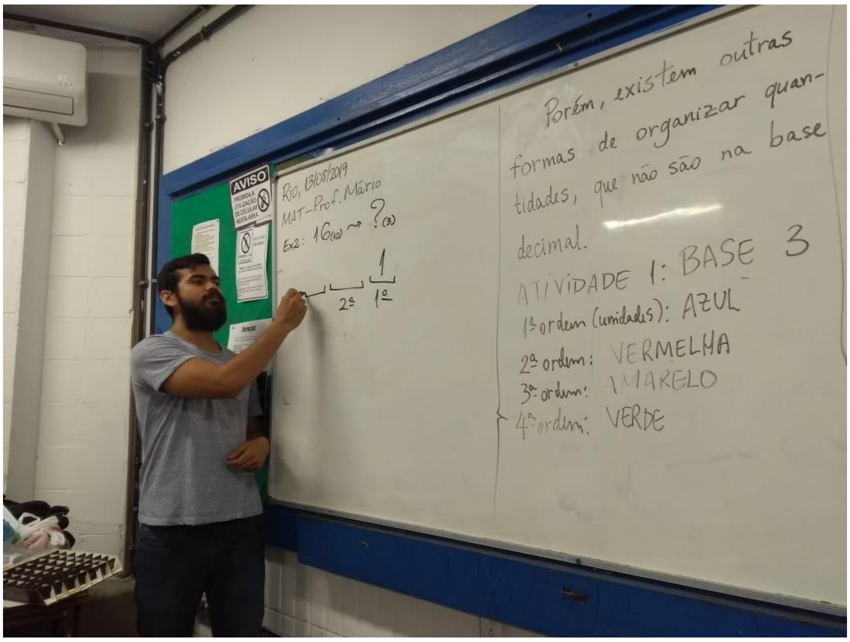


Figura 31. O professor fazendo um exemplo com os alunos.

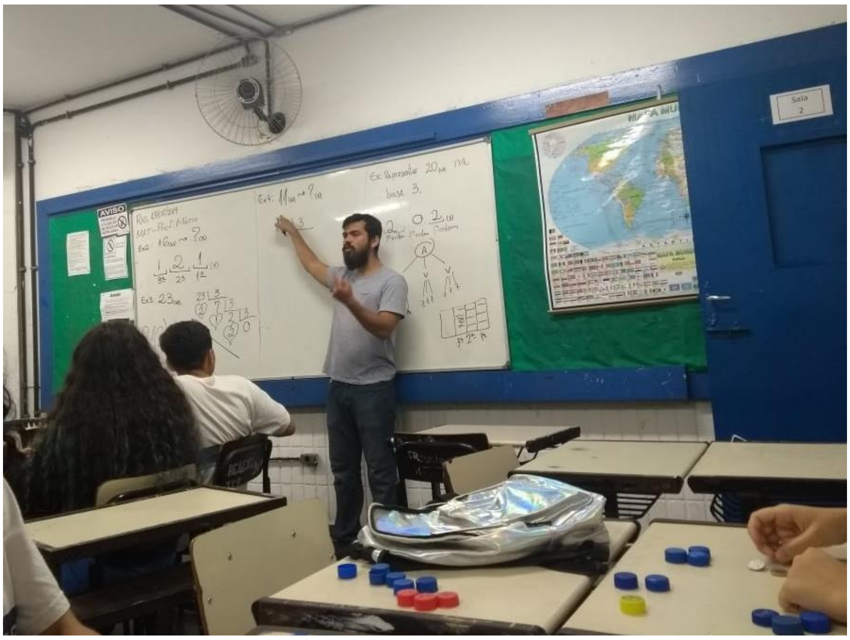


Figura 33. O professor explicando o algoritmo aos alunos.

Figura 24. O autor jogando com alunos das escolas na
SNCT da UFRJ

5.. CONSIDERAÇÕES FINAIS

“Por que utilizar jogos e materiais concretos no ensino da matemática?” O leitor deste trabalho poderia pensar que nos preocupamos apenas em apresentar elementos que contribuam para responder esta questão esta pergunta pode aparecer naturalmente após o acompanhamento deste trabalho, mas a pergunta motivadora para o desenvolvimento deste trabalho foi “Como utilizar jogos e materiais concretos para o ensino da matemática?”

Desenvolvemos o trabalho acreditando na eficiência da utilização de atividades diferenciadas, explorando a boa receptividade das crianças ao novo e ao lúdico. É natural do ser humano aprender brincando, inclusive, isso também vale para outros animais como, por exemplo, os leões. Quando vemos dois filhotes brincando temos a sensação de ser um ato violento, quando na verdade é apenas uma diversão para eles, que futuramente será a prática de sua vida adulta.

Motivado por não ter tido aulas com material concreto e lúdico na minha vida estudantil, decidi pesquisar, desenvolver e criar materiais que possibilitassem esse tipo de aula e incentivar outros professores a fazerem o mesmo. Para isso busquei pesquisar sobre as bases teóricas a respeito deste assunto e encontrei forte amparo em trabalhos de nomes como Pestalozzi, Vygotsky, Piaget, nos PCN, nas BCN e em diversos artigos que abordam a utilização de jogos e materiais manipulativos em sala de aula. a este que descreve, claramente, as fases do aprendizado,

Nas atividades propostas damos ênfase ao processo a evidenciando a de transição entre a utilização de materiais concretos, jogos e o aprendizado do conteúdo abstrato dos assuntos e a abstração do conceito e propriedades que estão sendo ensinados.

Acrescento que os materiais aqui mostrados podem ter outras utilizações conteudistas como: múltiplos e submúltiplos de unidades de medida do quadro valor de lugar, coordenadas cartesianas para o jogo da Conquista e outras. Reforço também a importância de se utilizar materiais recicláveis na confecção dos materiais, pois isso facilita e aproxima a participação do aluno do início ao fim. Este fator contribui bastante no desenvolvimento da criatividade do aluno, e ele próprio é capaz de sugerir novas utilizações a partir da observação do material.

Também dou ênfase ao fato do professor estar bem preparado e se mostrar interessado no desenvolvimento destas atividades, para evitar imprevistos durante suas a aplicações das mesmas e procurar passar aos alunos a tranquilidade e confiança na utilização dos produtos mesmo para o aprendizado.

Considero este trabalho apenas um incentivo para que aqueles que vierem a lê-lo busquem maneiras mais agradáveis e eficazes de alcançar os objetivos de todo professor, tornar o aprendizado mais visível, no sentido de que, através da utilização desses produtos, o professor tem mais condições de verificar o aprendizado do aluno durante todo o processo de ensino-aprendizagem. Não tenho intenção de dizer que a utilização de materiais concretos seja a única forma efetiva de aprendizado, tão pouco que ela seja a solução dos problemas que encontramos no dia a dia, mas sim uma boa alternativa complementar para as atitudes rotineiras que temos em sala de aula.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARCE, Alessandra. **A pedagogia na "era das revoluções": uma análise do pensamento de Pestalozzi e Froebel**. Campinas: Autores Associados,2002.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997b. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>

BRENELLI, Rosely Palermo. **O jogo como espaço para pensar**. Campinas: Papirus, 1996.

CAVICCHIA, Durlei de Carvalho. **O desenvolvimento da criança nos primeiros anos de vida**, Coleção Objetos Educacionais Unesp-ebook, 2010

MURARI, Claudemir. **Experienciando Materiais Manipulativos para o Ensino e a Aprendizagem da Matemática**. Bolema, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 187-211, dez. 2011

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. Revista de Educação Matemática, São Paulo, v. 9, n. 9-10, p. 1-6. 2005.
Disponível em: <http:// www.sbempaulista.org.br/RevEdMatVol9.pdf>

PIAGET, Jean. **A Psicologia da inteligência** (La psycologie de l'intelligence). Petrópolis: Vozes, 2013

ROGES, Danielle Loureiro, Rodrigues, Fábio de Castro e Idalino, Rita de Cássia de Lima. A Utilização de Materiais Recicláveis na Confecção de Recursos Didáticos que Auxiliaram no Processo de Ensino e Aprendizagem de Alguns Conteúdos De Matemática. 62ª. Reunião Anual da SBPC, 2010. Disponível em http://www.sbpcnet.org.br/livro/62ra/resumos/resumos/3110.htm

SOËTARD, Michel. Johann Pestalozzi. **Perspectivas: revista trimestral de educación comparada**; Paris, UNESCO: Oficina Internacional de Educación), vol. XXIV, nos 1-2, 1994, págs. 299-313. ©UNESO: Oficina Internacional de Educación, 1999

SOËTARD, Michel. Johann Pestalozzi; tradução: Martha Aparecida Santana Marcondes, Pedro Marcondes, Ciriello Mazzetto; organização: João Luis Gasparin, Martha Aparecida Santana Marcondes. – Recife: Fundação Joaquim Nabuco, Editora Massangana, 2010. 112 p.: il. – (Coleção Educadores)

TEIXEIRA, Ricardo Roberto Plaza, APRESENTAÇÃO, Katia Regina dos Santos. **Jogos em sala de aula e seus benefícios para a aprendizagem da matemática.** Revista Linhas, Florianópolis, v. 15, n. 28, p. 302-323, jan./jun. 2014.

VYGOTSKI, Lev Semenovich. A formação social da mente. 3ª ed.brasileira. São Paulo: Martins Fontes Editora Ltda. 1989.

VYGOTSKY, L. S. e LEONTIEV. ALEXIS. Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem. São Paulo: Edusp, 1998.

VYGOTSKY, L. S. Pensamento e Linguagem. eBooksBrasil: Ridendo Castigat Mores, 2001.