



PROFMAT

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM REDE NACIONAL
PROFMAT**

PATRICIA PRESOTTO RODRIGUES MARQUES

**MODELAGEM MATEMÁTICA A PARTIR DO DESENVOLVIMENTO DE
EXPERIMENTOS PRÁTICOS PARA O ESTUDO DE FUNÇÕES**

CHAPECÓ

2019

PATRICIA PRESOTTO RODRIGUES MARQUES

**MODELAGEM MATEMÁTICA A PARTIR DO DESENVOLVIMENTO DE
EXPERIMENTOS PRÁTICOS PARA O ESTUDO DE FUNÇÕES**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, da Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática sob a orientação do Prof. Dr. Vitor José Petry.

CHAPECÓ

2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL

Av. Fernando Machado, 108 E
Centro, Chapecó, SC - Brasil
Caixa Postal 181
CEP 89802-112

Bibliotecas da Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS

Marques, Patricia Presotto Rodrigues

Modelagem matemática a partir do desenvolvimento de experimentos práticos para o estudo de funções / Patricia Presotto Rodrigues Marques. -- 2019. 78 f.:il.

Orientador: Doutor Vitor José Petry.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal da Fronteira Sul, Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT, Chapecó, SC , 2019.

1. Modelagem matemática. 2. Aprendizagem. 3. Imaginação pedagógica. 4. Funções. I. Petry, Vitor José, orient. II. Universidade Federal da Fronteira Sul. III. Título.



PATRICIA PRESOTTO RODRIGUES MARQUES

**MODELAGEM MATEMÁTICA A PARTIR DO DESENVOLVIMENTO DE
EXPERIMENTOS PRÁTICOS PARA O ESTUDO DE FUNÇÕES**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal da Fronteira Sul – UFES, para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador (a): Prof. Dr. Vitor José Petry

Aprovado em: 13 / 12 / 2019

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Vitor José Petry - UFES

Prof. Dr. Pedro Elton Weber - UTFPR

Prof. Dr. Rosane Rossato Binotto - UFES

Chapecó/SC, dezembro de 2019

Dedico a todos que estiveram ao meu lado
durante este processo, em especial à minha
Família.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, em primeiro lugar, pelo dom da vida e por todas as oportunidades que ela me trouxe.

Aos meus pais, Lair e Neuza, pelo apoio e motivação durante toda minha trajetória acadêmica.

Ao meu esposo, Neocir, por estar ao meu lado durante toda esta etapa.

Aos colegas e professores do Profmat, em especial ao meu orientador, Vitor, por todo apoio e suporte dedicado durante este processo.

Enfim, agradeço a todos que, de um modo ou de outro, contribuíram para a conclusão desta etapa na minha formação acadêmica.

*A tarefa não é tanto ver aquilo que ninguém viu,
mas pensar o que ninguém ainda pensou sobre
aquilo que todo mundo vê.*

Arthur Schopenhauer

RESUMO

A modelagem matemática, como metodologia de ensino, visa a aproximação da Matemática, ensinada em sala de aula, a situações reais, possibilitando, inclusive, a aprendizagem de conceitos e conteúdos de Matemática a partir de problemas propostos em outras áreas do conhecimento. O trabalho foi desenvolvido a partir do planejamento e aplicação de uma proposta de modelagem matemática para o estudo de funções a partir de dois experimentos relacionados a problemas habitualmente discutidos nas disciplinas de Física e Química, respectivamente. A aplicação se deu em quatro turmas de primeira série do Ensino Médio, em duas escolas públicas no município de Chapecó-SC, com a participação de acadêmicos do Curso de Matemática – Licenciatura, integrantes do Programa de Residência Pedagógica (PRP). Ao longo da aplicação, foram observadas algumas evidências de contribuições da modelagem na aprendizagem de conceitos relacionados às funções, sendo uma das principais contribuições identificadas a motivação dos alunos para desenvolver as atividades propostas. O uso de recursos tecnológicos também indicou contribuições para o processo de aprendizagem, permitindo abordagens além das previstas na organização curricular das escolas para alunos de primeira série. A participação dos acadêmicos na aplicação do projeto e em um exercício de imaginação pedagógica com a finalidade de identificar potencialidades da proposta também foi objeto da análise. A coleta de dados se deu por diversos instrumentos, como: atividades realizadas pelos alunos, depoimentos dos envolvidos, questionários, além das observações e anotações no diário de campo. A análise dos dados se deu de forma textual discursiva, a partir dos dados coletados, de acordo com a categorização estabelecida.

Palavras-chave: Modelagem matemática. Aprendizagem. Imagem pedagógica. Funções.

ABSTRACT

The Mathematical modeling, as a teaching methodology, aims to bring the mathematics taught in the classroom closer, to real situations, even enabling the learning of mathematics concepts and contents from problems proposed in other knowledge areas. The work was developed from the planning and application of a mathematical modeling proposal for the study of functions from two experiments related to problems usually discussed in Physics and Chemistry, respectively. The application took place in four classes of the first year of high school, in two public schools in Chapecó-SC city, with the participation of students of the Mathematics Course - Degree members of the Pedagogical Residency Program (PRP). Throughout the application, some evidence of modeling contributions in the learning of concepts related to functions was observed, being one of the main contributions identified is the student's motivation to develop the proposed activities. The technological resources use also indicated contribution to the learning process, allowing approaches beyond those provided for in the school's curriculum organization for first year students. The academics participation in the project application and in an exercise of pedagogical imagination in order to identify potentialities of the proposal was also the object of the analysis. Data collection took place through various instruments such as activities performed by students, testimonials from those involved, questionnaires, and observations and notes in the field diary. Data analysis took place in a discursive textual form, based on the collected data, according to the established categorization.

Keywords: Mathematical modeling. Learning. Pedagogical imagination. Functions.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Primeiro experimento realizado.....	37
Figura 2: Segundo experimento realizado.....	38
Figura 3: Dados da temperatura da água inicialmente fria (Termômetro 1) nos primeiros 80 minutos do experimento	44
Figura 4: Dados experimentais e retas encontradas pelos alunos passando por dois pontos ..	46
Figura 5: Calculadora on-line para sistemas lineares.....	48
Figura 6: Gráfico de algumas funções quadráticas encontradas pelos alunos	49
Figura 7: Desenho no plano cartesiano de pontos referente a água inicialmente fria durante o experimento	55
Figura 8: Atividade desenvolvida por um aluno do Ensino Médio na montagem do sistema de três equações.....	57

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Tabela referente ao experimento 1 realizado com os alunos	42
Tabela 2: Tabela referente ao experimento 2 realizado com os alunos	43

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
2.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	15
2.1.1 Modelagem matemática	15
2.1.2 Interdisciplinaridade.....	21
2.1.3 Imaginação pedagógica.....	23
2.2 APLICAÇÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA E DA INTERDISCIPLINARIDADE	25
3 METODOLOGIA.....	33
4 DESENVOLVIMENTO E DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES.....	35
4.1 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES REALIZADAS COM OS ACADÊMICOS E COM AS PROFESSORAS PRECEPTORAS	35
4.2 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES REALIZADAS COM OS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO	40
4.2.1 Primeiro encontro	41
4.2.2 Segundo encontro	44
4.2.3 Terceiro encontro	47
5 ANÁLISE DOS DADOS E POTENCIALIDADES.....	51
5.1 ENVOLVIMENTO DOS ACADÊMICOS NA ELABORAÇÃO DOS MODELOS E SUA INTERAÇÃO COM OS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO	51
5.2 ASPECTOS QUE EVIDENCIAM CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA E DA INTERDISCIPLINARIDADE NA APRENDIZAGEM.....	54
5.3 ASPECTOS MOTIVACIONAIS E DIFICULDADES RELACIONADAS AO DESENVOLVIMENTO DO PROJETO	61
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	67
REFERÊNCIAS	70
APÊNDICE A – Questionário 1	74
APÊNDICE B – Questionário 2	75
APÊNDICE C – Questionário 3	76
APÊNDICE D – Questionário 4	77
APÊNDICE E – Possíveis conteúdos/instrumentos a serem trabalhados com relação aos experimentos realizados	78

1 INTRODUÇÃO

A preocupação com o processo de ensino-aprendizagem, em sala de aula, tem sido um recorrente tema de pesquisa e discussão entre professores e pesquisadores da área da Educação Matemática.

A Matemática assume um importante papel no processo de ensino-aprendizagem, pois, a partir desta, os educandos desenvolvem habilidades de interpretação e raciocínio. Cabe aos profissionais que atuam, nesta área, o desenvolvimento de aulas dinâmicas voltadas ao cotidiano dos alunos, buscando planejar atividades que instiguem o interesse do educando pelo ensino da Matemática. A modelagem matemática é um exemplo de metodologia de ensino que visa essa aproximação de conceitos matemáticos com situações reais.

Burak (2004) defende que, no desenvolvimento de um trabalho com modelagem matemática, ocorre uma mudança de postura por parte do professor visando à promoção de maior interação no processo de ensino-aprendizagem, instigando o interesse dos alunos para com a aprendizagem em Matemática. Para o autor, o trabalho com modelagem matemática é desenvolvido em cinco etapas: na primeira etapa, ocorre a escolha do tema; em seguida, desenvolve-se a pesquisa exploratória; seguido do levantamento do problema; na quarta etapa, acontece a resolução dos problemas e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema; e, na última etapa, ocorre a análise crítica das situações. Para Burak (2004, p. 3), “o ensino de Matemática torna-se dinâmico, mais vivo e, em consequência, mais significativo para o aluno e para o grupo”. Desse modo, ao desenvolver um trabalho com modelagem matemática, buscase oportunizar aos alunos um espaço mais dinâmico, interativo, visando relacionar os conteúdos matemáticos ao seu cotidiano.

Uma das ações previstas na Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Médio (BNCC) é a “organização interdisciplinar dos componentes curriculares fortalecendo a competência pedagógica das equipes escolares para adotar estratégias mais dinâmicas, interativas e colaborativas em relação à gestão do ensino e da aprendizagem” (BRASIL, 2017, p. 16). O trabalho interdisciplinar propõe que a aprendizagem ocorra de uma forma mais abrangente, visto que todas as disciplinas possuem um objetivo em comum que as interliga.

A aplicação do projeto de modelagem teve a participação de alguns acadêmicos de um Curso de Matemática – Licenciatura, integrantes do Programa de Residência Pedagógica (PRP), os quais estavam desenvolvendo suas atividades de Estágio Supervisionado, sendo que as atividades foram desenvolvidas com alunos do Ensino Médio, durante o período de regência

desses acadêmicos. Para o projeto, desenvolveram-se dois experimentos interdisciplinares para o ensino de Matemática com a Física e a Química, respectivamente.

No primeiro experimento, trabalhou-se com dois corpos (copos com água) em temperaturas distintas colocados em um sistema termicamente isolado de forma a usar problemas provenientes de conceitos da Física para explorar o conteúdo de funções, em especial a construção de gráficos para a representação da temperatura em função do tempo.

Na segunda proposta, provocou-se uma reação química entre água e comprimidos efervescentes para observar a produção de gás durante o experimento e, a partir dos dados retirados dos experimentos, trabalhar conceitos relacionados ao estudo de funções, estabelecendo o volume de gás gerado em função do tempo.

Os dados de ambos os experimentos foram tabelados e analisados em conjunto com os alunos e, a partir destes, ocorreu o estudo das funções afins e quadráticas, porém com potencialidades para o trabalho com outras formas de funções, em especial a exponencial e a logarítmica. Estas não foram trabalhadas durante o período de coleta de dados em virtude do tempo destinado ao projeto, porém houve orientação aos acadêmicos que participaram das atividades para trabalho posterior em suas atividades de estágio. Na realização das atividades, utilizou-se o *software* GeoGebra e uma planilha eletrônica, com o intuito de analisar, geometricamente, o comportamento das funções encontradas pelos alunos.

Desse modo, o propósito do projeto foi o de estudar as possíveis contribuições da elaboração e da aplicação de modelos matemáticos na aprendizagem de conceitos de Matemática por alunos do Ensino Médio e proporcionar experiências de modelagem aos professores em formação que participaram de sua aplicação.

Este trabalho, está organizado da seguinte forma: no segundo capítulo é apresentado um estudo bibliográfico, visando fazer um levantamento de alguns autores que abordam a modelagem matemática e tópicos relativos à interdisciplinaridade e apresentar pressupostos teóricos referentes aos temas citados incluindo o processo da imaginação pedagógica; no terceiro capítulo, é descrita a metodologia usada no desenvolvimento da pesquisa; na sequência, expõem-se as atividades desenvolvidas no projeto apresentando alguns resultados do trabalho com os acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática e com os alunos do Ensino Médio; por fim, no quarto e no quinto capítulo, é apresentada a análise dos dados coletados na pesquisa e algumas potencialidades do trabalho, seguidas das considerações finais.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, são abordados alguns pressupostos teóricos e experiências de autores referentes à modelagem matemática e à interdisciplinaridade. Para uma melhor compreensão, o capítulo é dividido em duas seções: na primeira, é apresentada a fundamentação teórica dos temas modelagem matemática e interdisciplinaridade; na segunda seção, é realizado o estudo bibliográfico sobre experiências e ideias de alguns autores referentes aos temas citados.

2.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção, são abordadas as percepções de alguns autores sobre a modelagem matemática, como na percepção destes deve-se desenvolver um trabalho com modelagem, bem como as contribuições que esta metodologia pode proporcionar ao processo de ensino-aprendizagem dos alunos. Destacam-se, também, conceitos de interdisciplinaridade, como ela pode ser aplicada e quais os objetivos que devem ser atingidos em um trabalho interdisciplinar.

2.1.1 Modelagem matemática

Pesquisadores defendem que ensinar Matemática por meio da modelagem torna “o ensino motivador e significativo, porque o aluno participa da construção dos conceitos e procura respostas às questões e às conjecturas por ele levantadas” (BISOGNIN; BISOGNIN, p. 36, 2015). Nesse sentido, por meio da modelagem matemática, o educando passa a ter mais interesse pelo processo de ensino, buscando resolver e estudar questões de seu interesse, tornando a aprendizagem mais dinâmica e interativa.

Bassanezi (2002, p. 17) relata que a modelagem matemática “é um processo que alia teoria e prática, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la”.

Para Burak (1992, p. 62), a modelagem matemática é “um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões”. O autor também relata que o início de um trabalho com modelagem matemática está ligado a alguma situação-problema, situação essa sobre a qual deseja-se encontrar alguma solução.

Para Biembengut (1999), a modelagem, “arte de modelar”, destaca-se como sendo um processo que participa, no nosso dia a dia, como forma de construção e de expressão do conhecimento, ou seja, pelo trabalho com modelagem, professor e aluno podem expressar seu conhecimento de forma mais dinâmica e interativa. Segundo a autora, um modelo matemático caracteriza-se por ser um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procuram traduzir um fenômeno em questão ou um problema de situação real. Nesse sentido, um modelo pode ser formulado utilizando-se de expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos, representações geométricas, equações, entre outros.

Para Klüber (2016, p. 53), a modelagem matemática rompe com a linearidade do currículo, “pois não são os conteúdos que determinam os problemas ou as situações, mas os problemas ou situações que determinam os conteúdos”. Para o autor, o processo de modelagem permite a abordagem de conteúdos de outras áreas do conhecimento.

Brandt, Burak e Klüber (2016) destacam que a modelagem matemática traz para a sala de aula problemas do cotidiano dos alunos, das suas culturas, do contexto onde estes estão inseridos, proporcionando, assim, um diálogo entre o conhecimento matemático e situações vivenciadas pelos sujeitos. Também, para os autores,

Se o aprendizado do conhecimento lógico-matemático não depende diretamente do contexto e não alcança seus objetivos por padrões exclusivamente lógicos resta o desafio do diálogo desses dois elementos no seu ensino e trabalhar para que o aluno alcance a coordenação de ações, a lógica das relações. (BRANDT; BURAK; KLÜBER, 2016, p. 3)

Burak (2016) sugere que, dando ênfase ao interesse do aluno como princípio da modelagem matemática, rompe-se com o modelo tradicional, pois propõe que o professor compartilhe o processo de ensino, trabalhando com situações até então desconhecidas para ele, buscando o desenvolvimento da autonomia do educando. Destaca-se, também, que, ao trabalhar com a modelagem matemática, os educandos se deparam com um ensino mais dinâmico, “revestido de significado nas ações desenvolvidas, tornando o estudante mais atento, crítico e independente” (BURAK, 2016, p. 38).

Bassanezi (2002, p. 43) cita que a maior dificuldade encontrada pelos professores quando se trabalha com a modelagem matemática é

[...] a transposição da barreira naturalmente criada pelo ensino tradicional onde o objeto de estudo apresenta-se quase sempre bem delineado, obedecendo uma sequência de pré-requisitos e que vislumbra um horizonte claro de chegada – tal horizonte é muitas vezes o cumprimento do programa da disciplina.

Assim, quando se desenvolve um trabalho com modelagem matemática, rompe-se com o modelo tradicional de ensino, que segue uma sequência, visto que inúmeros conteúdos podem ser explorados com base no modelo que está sendo trabalhado.

Biembengut (1999) destaca que, para se utilizar da modelagem matemática como estratégia de ensino de Matemática, podem ser seguidas algumas etapas, sendo elas a apresentação do processo, a escolha do tema, o planejamento do trabalho a ser desenvolvido pelo grupo, a orientação no processo, o conteúdo matemático, a apresentação de modelos matemáticos e a validação e extensão dos trabalhos desenvolvidos.

Bassanezi (2009, p. 20) define modelo matemático como sendo “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado”. Desse modo, para o autor:

Modelagem matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (BASSANEZI, 2009, p. 24)

Bassanezi (2009) destaca que “[...] a modelagem matemática utilizada como estratégia de ensino-aprendizagem é um dos caminhos a ser seguido para tornar um curso de matemática, em qualquer nível, mais atraente e agradável” (p. 177). Para o autor, uma modelagem eficiente permite fazer previsão, tomar decisões, explicar e entender, enfim, participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças. Quanto ao processo da modelagem, destaca-se que o início do processo se dá pela escolha do tema, quando se levantam as possíveis situações de estudo; o processo de coleta de dados, em que se buscam as informações relacionadas ao assunto; o estudo das informações coletadas; e a apresentação e conclusão do trabalho realizado.

Para Bassanezi (2009, p. 181):

Os objetivos ao se trabalhar com modelagem são: enfatizar aplicações matemáticas, desenvolver o espírito crítico do educando, preparar o educando para utilizar a Matemática como uma ferramenta para resolver problemas, adotando assim um enfoque epistemológico alternativo.

Ao se trabalhar com a modelagem matemática, o educando tem a oportunidade de utilizar a Matemática para resolver problemas voltados ao seu cotidiano, ou seja, resolver problemas do seu interesse aliando-o ao estudo da disciplina, tornando, assim, o trabalho mais dinâmico e interativo para o sujeito.

Bassanezi (2002, p. 16) também destaca que

No setor educacional, a aprendizagem realizada por meio da modelagem facilita a combinação dos aspectos lúdicos da matemática com seu potencial de aplicações. E mais, com este material, o estudante vislumbra alternativas no direcionamento de suas aptidões ou formação acadêmica.

Portanto, ao relacionarmos os conteúdos matemáticos trabalhados com situações práticas, oportunizamos aos alunos a visualização da Matemática como uma disciplina aplicável, não somente uma ciência pura e abstrata trabalhada em sala de aula.

Bassanezi (2002) sugere que o gosto pela disciplina de Matemática se desenvolve com mais facilidade quando possui um estímulo/interesse externo à sala de aula, ou seja, quando se propõe trabalhar com situações reais. Desse modo, quando se leva para a sala de aula situações externas e do interesse dos alunos, os conteúdos matemáticos passam a ter uma importância e uma aplicabilidade, fazendo com que a Matemática deixe de ser tratada apenas como uma disciplina teórica.

Para Barbosa (2004), a modelagem matemática é defendida por proporcionar aos alunos um ambiente em que eles são convidados a indagar e investigar situações e fenômenos de outras áreas por meio das relações matemáticas.

Sousa, Rodrigues e Moreira (2017) destacam que a modelagem matemática tem por objetivo associar a Matemática a conhecimentos de outras áreas. Para os autores, o ensino da Matemática é muito carregado de teorias e fórmulas, que acabam desmotivando os alunos pelo fato de que os conteúdos e os métodos trabalhados em sala de aula não têm relação com a realidade e, nesse sentido, a modelagem se torna uma ferramenta e um meio pelo qual o professor propõe relações entre o conteúdo e o dia a dia dos alunos. Os autores também acreditam que “a modelagem tem como objetivo superar as dificuldades no ensino aprendizagem da Matemática, analisar as diversas maneiras da percepção e uso da Matemática” (SOUZA; RODRIGUES; MOREIRA, 2017, p. 3) para, assim, desenvolver propostas que visem melhorar o ensino da Matemática em sala de aula.

Para Stachelski, Bergamin e Dal Molin (2014, p. 45), por meio do trabalho com a modelagem matemática, o aluno “caminha em direção ao conhecimento”. Isso se deve ao fato de que, por meio da modelagem, parte-se da resolução de problemas e, a partir daí, com o auxílio do professor, o aluno passa a desenvolver atividades com mais autonomia, usando estratégias próprias. Desse modo, a modelagem matemática vem contribuir para fortalecer a relação professor-aluno e o ensino-aprendizagem em Matemática.

Outro fato que Stachelski, Bergamin e Dal Molin (2014, p. 50-51) destacam é o de que a modelagem matemática usa situações reais no trabalho em sala de aula, estimulando, assim, “o interesse do aluno em pensar, analisar, e desenvolver matematicamente o tema proposto”. Após chegar à resolução do problema, o aluno tem a capacidade de visualizar a aplicação da Matemática em um problema do seu interesse.

Menezes e Braga (2013, p. 3) defendem que a modelagem matemática “promove a aliança da parte científica da Matemática com a parte disciplinar da mesma”, ou seja, promove a junção dos algoritmos matemáticos com a aplicação destes, proporcionando ao aluno uma aplicação dos conceitos trabalhados em sala de aula. Os autores destacam que é fundamental conhecer o assunto a ser pesquisado, garantindo ao aluno a autonomia de pesquisar um tema do seu interesse, entretanto, é necessário estabelecer uma relação entre o conhecimento a ser trabalhado e os conteúdos matemáticos.

Silva (2016, p. 63) relata que “A importância da modelagem matemática, assim, segundo nosso entendimento, está em resgatar aquilo que se objetiva essencialmente para o ensino de Matemática e foi reprimido pela tendência tradicional.” Destaca ainda que

Tal como explicitado pelos pesquisadores, a modelagem matemática, pelo menos em parte, é concebida como uma possível solução para os problemas vividos no ensino de Matemática, problemas estes concernentes à desmotivação pelo ato de aprender, reprovações, baixo rendimento, entre outros... (SILVA, 2016, p. 63)

O autor também destaca algumas contribuições da modelagem matemática, como:

- dinamiza o ensino de Matemática, o torna vivo;
- instiga o gosto por aprender Matemática;
- permite maiores relações com o cotidiano das crianças;
- possibilita estudo de vários conteúdos;
- oferta maior liberdade ao aluno para raciocinar, pensar, demonstrar suas conclusões;
- instiga os alunos a fazerem perguntas e não se conformarem com que lhes é dito; considera os erros e as tentativas que os alunos fazem ao solucionar questões problemas, como pontes para construção do conhecimento;
- instiga a construção de saberes e conhecimentos que fundamentam possíveis transformações da realidade. (SILVA, 2016, p. 63-64)

Segundo Silva (2016, p. 72), “para que a modelagem aconteça, é necessário que o professor esteja disposto ao novo e que também tenha domínio sobre os conteúdos específicos da Matemática e o pensar próprio desta área do conhecimento”, ou seja, a modelagem proporciona novas possibilidades de aprender Matemática, desenvolvendo aulas menos cansativas, relacionando os conteúdos a serem trabalhados na escola com a vivência dos alunos.

Quanto à escolha do tema de pesquisa, Klüber (2016, p. 43) destaca que “o professor pode apresentar aos estudantes alguns temas e incentivar os próprios alunos a sugerirem aqueles que lhes sejam do interesse”. Observa-se, também, que o tema escolhido inicialmente pode não ter nenhuma ligação imediata com a Matemática, podendo ser de diferentes áreas. Nesse caso, após a escolha do tema, durante a pesquisa exploratória, os alunos e o professor buscam materiais, teorias, informações do que se pretende pesquisar em referência ao tema. Desse modo, é fundamental que ocorra a pesquisa de campo, na qual o aluno terá contato com o ambiente de pesquisa, desenvolvendo, assim, sua capacidade de investigação.

Klüber (2016, p. 43) relata que, no levantamento dos problemas, após a coleta de dados, “os estudantes são incentivados a levantar questões pertinentes ao tema”, sendo que, nessa fase, o aluno toma suas próprias decisões, formula hipóteses, questionando as diversas possibilidades de resoluções. Na resolução dos problemas, “proporciona-se a abertura para a busca de respostas aos problemas levantados com o auxílio do conteúdo matemático” (KLÜBER, 2016, p. 44). Quanto à análise das soluções, é, nesta etapa, que ocorrem as discussões dos resultados e a reflexão sobre os dados obtidos, contribuindo para a formação de cidadãos críticos e participantes na construção do seu próprio conhecimento. Um dos documentos norteadores da Educação Básica, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), orienta-se

[...] pelo pressuposto de que a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações. Os significados desses objetos resultam das conexões que os alunos estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos. (BRASIL, 2017, p. 276)

Desse modo, cabe aos professores atuantes no Ensino Básico, tanto na disciplina de Matemática como nas demais, desenvolver, na medida do possível, aulas voltadas ao cotidiano do aluno, destacando situações do seu dia a dia, para que, então, ocorra uma melhor compreensão dos conteúdos trabalhados em sala de aula.

Na Matemática escolar, o processo de aprender uma noção em um contexto, abstrair e depois aplicá-la em outro contexto envolve capacidades essenciais, como formular, empregar, interpretar e avaliar – criar, enfim –, e não somente a resolução de enunciados típicos que são, muitas vezes, meros exercícios e apenas simulam alguma aprendizagem. Assim, algumas das habilidades formuladas começam por: “resolver e elaborar problemas envolvendo...”. Nessa enunciação está implícito que se pretende não apenas a resolução do problema, mas também que os alunos reflitam e questionem o que ocorreria se algum dado do problema fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescida ou retirada. Nessa perspectiva, pretende-se que os alunos também formulem problemas em outros contextos. (BRASIL, 2017, p. 277)

Assim, quando se relaciona o conteúdo matemático trabalhado em sala de aula com o contexto externo, desenvolve-se a capacidade de formulação dos alunos, bem como a capacidade de avaliar, criar e interpretar diversas situações. Nesse sentido, os alunos podem refletir sobre a situação, visto que ela está sendo evidenciada na prática.

2.1.2 Interdisciplinaridade

No sistema educacional atual, vê-se, cada vez mais frequente, a necessidade de relacionar os conteúdos matemáticos com situações do dia a dia do educando. Destaca-se, nesse contexto, a importância da interdisciplinaridade, visto que é essencial que a aprendizagem do aluno seja trabalhada de forma coletiva no ambiente escolar.

Para José (2008, p. 87), “eliminar as barreiras entre as disciplinas é um gesto de ousadia, uma tentativa de romper com um ensino transmissivo e morto, distante dos olhos das crianças e dos adolescentes que correm pelos corredores das escolas.”

Para Klüber (2016, p. 50), a “integração com outras áreas do conhecimento é chamada, muitas vezes, de interdisciplinaridade, que é, antes de tudo, uma postura dialógica em relação a outras áreas de conhecimento”. O autor destaca que a interdisciplinaridade não se caracteriza por ser uma simples aplicação de conceitos, mas, sim, propõe-se da apropriação dos conceitos de áreas diversificadas e é nessa troca de conhecimentos de diversas áreas que ocorre uma melhor compreensão dos conceitos trabalhados.

Tomaz e David (2013) possuem uma concepção de que a interdisciplinaridade é uma possibilidade de aprendizagem na qual, a partir da investigação de um objeto, promove-se atividades que relacionem as práticas sociais dos alunos e professores com as práticas disciplinares. Assim, a interdisciplinaridade configura-se “pela participação dos alunos e dos professores nas práticas escolares no momento em que elas são desenvolvidas, e não pelo que foi proposto *a priori*” (TOMAZ; DAVID, 2013, p. 26). Nessa concepção, buscam-se novas informações e combinações que possam ampliar os conhecimentos anteriores de cada disciplina. Desse modo, criam-se novos conceitos, ocorrendo a interação dos sujeitos com o ambiente de estudo. Nesse contexto, a interdisciplinaridade é avaliada na ação e na participação dos sujeitos, seja individualmente ou coletivamente.

Para Fazenda (2008, p. 17):

Se definirmos interdisciplinaridade como junção de disciplinas, cabe pensar currículo apenas na formatação de sua grade. Porém se definirmos interdisciplinaridade como

atitude de ousadia e busca frente ao conhecimento, cabe pensar aspectos que envolvem a cultura do lugar onde se formam professores.

A interdisciplinaridade destaca-se pelo fato de que requer uma atitude de ousadia na busca de novos conhecimentos de modo que o conceito de interdisciplinaridade “encontra-se diretamente ligado ao conceito de disciplina, onde a interpenetração ocorre sem a destruição básica às ciências conferidos. Não se pode de forma alguma negar a evolução do conhecimento ignorando sua história” (FAZENDA, 2008, p. 21). Fazenda também afirma que a interdisciplinaridade pode ser definida como uma interação existente entre duas ou mais disciplinas.

De acordo com Yared (2008), a interdisciplinaridade define-se como sendo uma relação entre as disciplinas, ou seja, quando se fala em interdisciplinaridade,

[...] é necessário ter consciência de que o sujeito é plenamente ativo, é protagonista, mas que não pode vangloriar-se dentro ou atrás de uma vitória. O próprio ser é aberto e deseja uma realidade, uma relação que sempre o transcende e sempre o edifica até a construção do homem perfeito, até a unidade não apenas cósmica, mas também com o transcendente. (YARED, 2008, p. 165)

Desse modo, a autora conclui que a interdisciplinaridade é vista como um movimento entre as disciplinas, sendo que, sem a mesma a disciplinaridade, torna-se vazia. Assim, para se desenvolver uma atividade interdisciplinar, é necessário que ocorra a troca de ideias, a interação dos sujeitos, a conquista dos objetivos, o estudo da relação entre a verdade e o erro e a busca de um conhecimento novo.

Creio que a interdisciplinaridade leva o aluno a ser protagonista da própria história, personalizando-o e humanizando-o, numa relação de interdependência com a sociedade, dando-lhe, sobretudo, a capacidade crítica no confronto da cultura dominante e por que não dizer opressora, por meio de escolhas precisas e responsáveis para a sua libertação e para a transformação da realidade. (YARED, 2008, p. 165)

Tomaz e David (2013) sugerem a existência de dois princípios básicos para o ensino da Matemática. O primeiro princípio defende que a aprendizagem pode ocorrer a partir de inter-relações com outras áreas do conhecimento. Esse processo, portanto, pode ser entendido como uma forma de interdisciplinaridade. O segundo princípio relata que a interdisciplinaridade pode ser trabalhada por diferentes propostas e diferentes concepções. Sendo assim, a interdisciplinaridade “pode ser tomada numa concepção bem ampla, entendida como qualquer forma de combinação entre duas ou mais disciplinas” (TOMAZ; DAVID, 2013, p. 17)

Segundo Tomaz e David (2013, p. 125), para que uma atividade se configure como interdisciplinar é necessário que ocorram algumas “restrições e possibilidades de ações”. Para os autores, as possibilidades de ações se referem a tudo que contribui para a interação no ambiente escolar. Desse modo, “as possibilidades podem ser entendidas como qualidades de sistemas que sustentam interações, isto é, possibilitam interações que permitem ao indivíduo participar nesses sistemas” (TOMAZ; DAVID, 2013, p. 36). Quanto às restrições, estas destacam-se por representarem as relações entre os vários tipos de situações. Desse modo, em uma atividade interdisciplinar, o aluno desenvolve práticas diferenciadas, ocorrendo a transferência de aprendizagem e a recontextualização de alguns conceitos.

Os autores também destacam que a atividade interdisciplinar permite aos alunos uma participação que não se resume a apenas uma recepção de conceitos, mas, sim, propõe a estes uma relação entre os conteúdos matemáticos, gerando a aprendizagem dos sujeitos. Durante a realização de uma atividade interdisciplinar, “os alunos se sentiram mais livres para agir interferindo nos enunciados dos problemas, criando dados, propondo variações nas situações apresentadas e usando a Matemática para explicar ou criar argumentos para fenômenos da sua própria vida.” (TOMAZ; DAVID, 2013, p. 126).

Em um trabalho interdisciplinar, os alunos demonstram ter mais poder de ação, pois participam do desenvolvimento das atividades. Tomaz e David (2013, p. 127) defendem que a interdisciplinaridade rompe com a organização do currículo escolar, pois “as especificidades das disciplinas ficam atenuadas, criando condições para eles perceberem um leque maior de possibilidades e/ou restrições de ações, o que pode resultar numa ampliação de significados ainda maior”.

Para Fazenda (2008), a pesquisa interdisciplinar só se torna possível quando várias disciplinas se reúnem a partir de um mesmo objetivo, sendo necessário criar uma situação-problema na qual o foco principal do projeto seja uma escolha de consciência comum.

Alves (2008, p. 100) sustenta que a interdisciplinaridade é “uma ‘nova’ atitude frente ao conhecimento, na busca do sentido do saber, procurando superar a insatisfação que a fragmentação cria.” Desse modo, a interdisciplinaridade tem por objetivo aproximar o conhecimento adquirido, em sala de aula, com o saber prático do aluno, dando sentido ao conteúdo trabalhado, relacionando-o a outras áreas do conhecimento.

2.1.3 Imaginação pedagógica

No processo de imaginação, criam-se situações diversas que podem servir de base para a obtenção de novas práticas do ser humano. No setor educacional, um processo que pode ser utilizado com o intuito de criar situações diferenciadas de ensino é o processo de imaginação pedagógica, propondo que alternativas diferenciadas de ensino são possíveis.

Segundo Skovsmose (2015), o positivismo sugere que “a pesquisa se baseie em “proposições experimentalmente verificáveis” ou “dados positivos concretos” e observáveis, enquanto a pesquisa de possibilidades

[...] inclui não somente um estudo de “o que é” ou “o que é construído”, mas também um estudo de “o que não é” e “o que poderia ser construído”. Assim, pesquisando possibilidades, transcende os paradigmas tanto das pesquisas positivistas quanto das naturalistas. (SKOVSMOSE, 2015, p. 60-70)

Skovsmose (2015) defende que, na maioria das vezes, a pesquisa é vista como algo que pode ser observado, ou seja, deve ser feita por meio da coleta de dados. Nesse sentido, as suposições e a imaginação do que poderia ser não ocorreria. A imaginação pedagógica sugere que “práticas educativas alternativas são possíveis” (SKOVSMOSE, 2015, p. 76), ou seja, quando trabalhamos com determinados conceitos, podemos introduzir algumas práticas diferenciadas. Para o autor, no processo de imaginação pedagógica, propõe-se estudar “O que não é, mas poderia ser”.

Skovsmose (2015, p. 76) afirma que “a imaginação pedagógica não surge do nada. Ela precisa de combustível; ela precisa de recursos; ela precisa ser conceituada.” Para o autor, um recurso importante para o processo da imaginação pedagógica “se encontra em concepções como justiça social, equidade e democracia” (p. 77). Esses conceitos não têm definições bem determinadas, são abertos, contestados. “No entanto, por serem contestados, tais conceitos proporcionam um terreno fértil para a imaginação pedagógica. E, certamente, também as visões e as aspirações podem ser muito diferentes. A imaginação pode ser contestada.” (SKOVSMOSE, 2015, p. 77)

Para Skovsmose (2015, p. 78), a imaginação pedagógica possui uma variedade de recursos e “é formada dentro de um contexto histórico e cultural, emoldurado por estruturas sociopolíticas; simultaneamente, elas transcendem o dado concreto e podem fornecer uma visão panorâmica de novas possibilidades.”

De acordo com Skovsmose (2015, p. 79), no raciocínio exploratório, são estudadas “situações imaginadas através das janelas que foram abertas por uma situação arranjada, reconhecendo o que é possível, dada a situação atual.” As situações arranjadas possuem muitas

“limitações e restrições, algumas de natureza política, outras de natureza prática, embora algumas possam ser simplesmente acidentais” (p. 79). No raciocínio exploratório, não se propõe analisar as particularidades das limitações, “mas ver ‘através’ da situação arranjada, de modo a qualificar a imaginação” (p. 79). Ainda, segundo o autor, “é importante reconhecer que a imaginação pedagógica não é apenas conceitual. Ela pode ser muito prática também.” (SKOVSMOSE, 2015, p. 77)

2.2 APLICAÇÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA E DA INTERDISCIPLINARIDADE

Neste capítulo, apresentam-se alguns estudos bibliográficos sobre a modelagem matemática, sua aplicação e algumas experiências apresentadas na literatura, utilizando esta metodologia. Destacam-se, também, relatos de trabalhos realizados a partir da modelagem matemática com modelos aplicados em outras áreas do conhecimento no desenvolvimento de trabalhos interdisciplinares.

Diante do cenário atual da Educação, da necessidade de instigar o interesse do educando e de relacionar os conteúdos trabalhados em sala de aula com o cotidiano dos sujeitos, surgem questionamentos e estudos na área da Educação Matemática com o intuito de analisar essas questões. Destacam-se, na sequência, alguns relatos de autores que desenvolveram trabalhos relacionados à modelagem matemática e à interdisciplinaridade.

Pontes e Burak (2016) desenvolveram um trabalho usando modelagem matemática em uma escola de periferia com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. Segundo os autores, os alunos expuseram os temas de interesse de pesquisa e, a partir desses temas, em conjunto com a turma, decidiu-se que o trabalho a ser pesquisado levaria como proposta o “peso (mesmo sabendo que a palavra peso, neste caso, quer dizer massa, os autores utilizaram-se desta palavra, pois, segundo eles, era de conhecimento do dia a dia dos alunos) da mochila dos estudantes”. Durante a pesquisa exploratória, foram analisadas questões como: o peso da mochila, a recomendação do peso a ser carregado, a média de pesos, entre outros. Em seguida, realizou-se a exploração dos conteúdos matemáticos presentes na pesquisa, vislumbrando a aplicabilidade da modelagem matemática em situações do dia a dia dos alunos.

Quanto às discussões e considerações sobre o trabalho, Pontes e Burak (2016, p. 197) relatam que:

O trabalho com a modelagem matemática mostrou que, partir do interesse dos estudantes, institui um clima de expectativa e motivação, ainda que o tema de preferência de alguns não tenha sido eleito. Isto provocou uma situação oportuna para

a formação integral, tendo em vista que em uma comunidade, a decisão da maioria deve ser acatada, para que se efetive um comportamento democrático. A socialização e o respeito às regras são valores importantes que devem ser trabalhados nessa fase de desenvolvimento.

Os autores concluem que a modelagem matemática pode contribuir para a Matemática na Educação Básica desde que “o interesse dos estudantes seja o ponto de partida” (PONTES; BURAK, 2016, p. 198), respeitando a decisão da maioria, desenvolvendo todas as etapas do trabalho e valorizando o conhecimento e a aprendizagem da disciplina.

Burak (2016) desenvolveu uma pesquisa buscando estudar duas questões diferenciadas referentes à modelagem matemática. A primeira questão estudada verificava se

[...] o uso do método da modelagem matemática em que o professor, enquanto participante dessa experiência, tem a oportunidade de escolher seu próprio tema, produz ou não alguma diferença no processo de ensino e aprendizagem da Matemática e na prática pedagógica do professor?” (BURAK, 2016, p. 27)

Quanto à segunda questão analisada, esta “consistiu na aplicação da metodologia da modelagem matemática, em sala de aula, por um grupo de professores participantes do primeiro momento” (BURAK, 2016, p. 27).

Vicentin (2016) relatou uma experiência com a modelagem matemática em uma turma de 3ª série do Ensino Médio. Inicialmente, por meio de conversas informais, constatou que a maioria dos alunos não vislumbrava a aplicabilidade dos conteúdos matemáticos. Desse modo, desenvolveu-se o trabalho com o intuito de suprir as dificuldades e dúvidas dos alunos, bem como apresentar uma aplicabilidade para os conteúdos matemáticos. De acordo com o autor, na primeira conversa com a turma, decidiu-se qual seria o tema de pesquisa, o qual foi escolhido pela maioria dos alunos. Quanto à realização do trabalho com modelagem, Vicentin (2016, p. 100) relatou que por meio do

[...] trabalho com a modelagem matemática foi possível perceber um grande interesse da turma, não apenas pelo tema, mas também pelas aulas, uma vez que, os alunos tiveram um papel mais participativo. Em muitas situações que ocorreram, na condição de professor foi muito difícil permitir que os alunos tivessem uma atitude mais participativa, uma vez que, esse papel, na maioria das vezes, é sempre do professor.

Soistak (2016) realizou uma experiência com modelagem matemática com duas turmas de 1ª série do Ensino Médio em um curso profissionalizante. O intuito de desenvolver este trabalho foi o de oferecer “um maior significado ao processo de ensino-aprendizagem da Matemática” (SOISTAK, 2016, p. 109). Segundo o autor, a primeira turma havia dito que a

Matemática era complicada, difícil, sem graça. Contudo, ao longo do desenvolvimento do trabalho, verificou-se o entusiasmo dos alunos com a possibilidade de aprender Matemática relacionando-a com o cotidiano dos estudantes. Quanto à segunda turma, desde o início, observou-se uma grande expectativa para o ensino por meio da modelagem. Em ambas as turmas, o tema de pesquisa foi uma escolha dos alunos.

Analisando as duas experiências da modelagem matemática, percebemos que ambas trouxeram um enriquecimento muito significativo à atuação profissional, na medida em que contribuíram para mudança de atitude frente ao ensino da Matemática até então ministrada, com exercícios prontos e conteúdos que, muitas vezes, não estavam relacionados com o interesse do aluno. (SOISTAK, 2016, p. 125)

Quanto à interdisciplinaridade na modelagem matemática, Menezes e Braga (2013) ressaltam que um trabalho interdisciplinar aliado à modelagem “proporciona maior perspectiva de ideias por parte do aluno” (p. 8), ou seja, possibilita uma aprendizagem em distintas áreas do conhecimento solucionando um problema escolhido.

Soares (2016) destaca que a modelagem matemática proporciona o trabalho de forma interdisciplinar ao relacionar pesquisas específicas dos temas escolhidos a conceitos de Física e/ou da Matemática. O artigo apresentado relata como desenvolvem-se as atividades de modelagem sobre energia elétrica no Ensino de Física.

No ensino da Física, a modelagem matemática é uma abordagem de ensino e de aprendizagem que envolve um processo dinâmico que propicia investigar, problematizar e transformar as situações, os fenômenos ou os dados da realidade em expressões físicas que fazem uso da Matemática, ou seja, em modelos físicos e/ou matemáticos. (SOARES, 2016, p. 81)

Soares (2016) afirma que o processo de modelagem matemática, no ensino da Matemática, não tem como foco principal obter um modelo que retrate a realidade, mas, sim, um modelo que permita estudar “formulações e as matematizações de problemas reais ou físicos” (SOARES, 2016, p. 81).

Weber e Petry (2015) descreveram uma experiência de modelagem matemática desenvolvida com crianças do quarto e quinto ano do Ensino Fundamental, tendo como tema a “modelagem matemática na construção civil”. Este tema não foi escolha do grupo de alunos, porém, quando apresentado, despertou o interesse dos educandos, visto que o prédio da escola que recentemente havia sido construído apresentou problemas estruturais e acabou sendo demolido e reconstruído. O projeto foi desenvolvido com o auxílio de acadêmicos de um Curso de Matemática – Licenciatura.

Na execução das atividades, inicialmente, os alunos desenharam plantas baixas de casas e, em seguida, construíram maquetes utilizando materiais concretos. Como esses materiais necessitavam ser “comprados”, simulou-se a instalação de um banco no qual poderiam ser retirados empréstimos para a compra dos materiais ou depositadas as sobras de cada encontro. O “dinheiro” para a compra do material era conquistado a partir do cumprimento de metas estabelecidas para cada atividade. O objetivo do projeto era

[...] possibilitar aos alunos, com dificuldade principalmente em operações básicas da Matemática, a aprendizagem através de uma nova estratégia de ensinar; abrir perspectivas de aprendizagem em alunos que não acreditavam em sua capacidade de aprender Matemática; mostrar a presença e a importância da Matemática nas diferentes situações e momentos da vida cotidiana. (WEBER; PETRY, 2015, p. 41-42)

Os autores observaram que a modelagem matemática é uma “metodologia eficaz para desencadear o processo de ensino e aprendizagem de conceitos e conteúdos da Matemática, visto que o desenvolvimento do projeto possibilitou a aprendizagem para a maioria das crianças envolvidas” (WEBER; PETRY, 2005, p. 53-54).

Para Machado (1993), quando se discute sobre interdisciplinaridade, dois fatos estão estreitamente entrelaçados a esse assunto. O primeiro deles é “uma fragmentação crescente dos objetos de conhecimento nas diversas áreas” (MACHADO, 1993, p. 24). O segundo deles é a dificuldade de relacionar conceitos que ocorrem fora do ambiente escolar no âmbito de uma única disciplina. Sendo assim, a interdisciplinaridade tem por objetivo reconstruir uma unidade perdida, por meio da interação e da complementariedade nas ações envolvendo diferentes disciplinas do currículo escolar.

Para Monteiro *et al* (2016), quando se trata de interdisciplinaridade, nota-se que os documentos oficiais sugerem que as disciplinas não sejam trabalhadas de maneira isolada, ou seja, propõe-se que seja adotada uma abordagem de estudos de diferentes fenômenos em diversas disciplinas. Desse modo, espera-se que a interdisciplinaridade proponha “interconexões entre os diferentes saberes na busca de um conhecimento mais completo” (MONTEIRO *et al*, 2016, p. 2). Os autores desenvolveram um trabalho (em seis etapas) com um grupo de professores com o intuito de apresentar uma maneira de como os docentes trabalham com a interdisciplinaridade, bem como a importância de um diálogo entre as disciplinas. Na primeira etapa, escolheram o problema que seria trabalhado com os alunos. A seguir, ocorreu o estudo de referenciais teóricos para que, na próxima etapa, os professores pudessem expor uma conexão de ideias de como poderia ocorrer o diálogo entre as disciplinas.

Na quarta etapa, desenvolveram o planejamento das atividades para, em seguida, ocorrer a aplicação e, na sequência, a avaliação do trabalho realizado. Na análise dos resultados, os autores destacam que “o trabalho em equipe pode se constituir em um caminho promissor no trabalho com os docentes” (MONTEIRO *et al*, 2016, p. 9).

Amorim (2016) desenvolveu uma pesquisa que apresenta uma proposta interdisciplinar para o ensino de Função do 1º grau articulada com a modelagem matemática, as TICs e a escrita, com o intuito de avaliar uma possibilidade de mudança na prática docente, explorando uma proposta curricular que visa a melhoria da qualidade de ensino de Matemática, “inserindo uma metodologia que leve em conta e valorize a construção do conhecimento” (p. 24).

Feroni, Andreão e Galvão (2016, p. 22) relatam que, se tratando de Matemática e Física, a interdisciplinaridade torna-se mais viável, visto que, para os autores, a Física utiliza-se de diversos recursos matemáticos para “qualificar e quantificar fenômenos cotidianos”. Desse modo, os autores realizaram uma pesquisa na qual relataram o processo de interdisciplinaridade entre conceitos da Matemática e da Física para “construir um conhecimento integrado, aplicado a realidade, e conseqüentemente mais sólido e contextualizado”. No desenvolvimento da pesquisa, destacou-se alguns conceitos a serem trabalhados na interdisciplinaridade, como a representação e a construção de funções, a trigonometria, o estudo da parábola, as operações envolvendo vetores, a função logarítmica e a estatística.

Bertol e Florczak (2013) desenvolveram um projeto com turmas do Ensino Médio com o intuito de contribuir com a introdução da Astronomia no currículo escolar daqueles alunos. No desenvolvimento do projeto, também exploraram o potencial interdisciplinar da Física com a Matemática pelas diversas aplicações dos conteúdos básicos da Matemática na Astronomia, visto que o tema está ligado a questões como geometria e trigonometria. Os autores também destacam que, ao usar a interdisciplinaridade nas nossas aulas, estamos afastando-nos do método tradicional, no qual o docente é o “detentor(a) de todo o conhecimento e o discente é uma página em branco, sem vivências e que, passivamente, espera pelas respostas prontas vindas desse(a) professor(a)” e que a “interdisciplinaridade baseia-se no diálogo, na pesquisa, na criatividade, buscando sempre ir além dos limites impostos pelas disciplinas” (BERTOL; FLORCZAK, 2013, p. 8-9).

Barboza (2016) desenvolveu uma pesquisa com o propósito de analisar as falhas recorrentes no processo de aprendizagem nas disciplinas de Química e Matemática. A autora destaca que, para que a aprendizagem ocorra de forma mais significativa, é necessário que professor e aluno trabalhem de forma mais objetiva, ou seja, dando um novo sentido ao processo de ensino-aprendizagem.

Nesse processo, é importante que ocorra a relação do conteúdo a ser trabalhado com algo do interesse dos alunos, ou seja, relacione-se o conteúdo a ser trabalhado com o cotidiano dos educandos. Barboza (2016, p. 14) acredita que a interdisciplinaridade entre a Matemática e a Química é uma forma de desenvolver a aprendizagem e dar sentido ao conteúdo estudado. No primeiro momento da pesquisa, ocorreu um estudo no qual buscou-se, nos conteúdos da Química, a presença de conceitos matemáticos, observando-se a grande aplicabilidade dos conceitos básicos da Matemática nos conteúdos químicos.

A interdisciplinaridade tem objetivo de unir as disciplinas envolvidas nesse processo, sem a intenção de eliminar suas particularidades, mas valorizar seus conceitos que podem ser trabalhados de forma interativa e atrativa despertando o interesse dos alunos. Acreditamos que é válida a tentativa do professor de fazer o uso desse processo para obter a atenção dos alunos para o seu conteúdo e alcançar uma boa aprendizagem. (BARBOZA, 2016, p. 24)

A pesquisa de Barboza (2016) foi aplicada para alunos de duas escolas, com os professores de Química e Matemática de ambas. Nessa pesquisa, alunos e professores foram questionados acerca de suas concepções sobre a Matemática e a Química, de que maneira eles observam a relação entre as disciplinas e em que momento eles observam a presença de conceitos matemáticos na disciplina de Química. Nas respostas dos questionários, os alunos veem a importância da Química e da Matemática no seu cotidiano e notam a presença da Matemática na Química quando necessitam fazer “contas”. Sendo assim, “uma ligação entre os conteúdos e as disciplinas faz-se necessária, como forma de esclarecer para os alunos a utilidade de cada conceito estudado, que servem para prepará-los para novos conhecimentos com níveis maiores de abstração” (BARBOZA, 2016, p. 32).

Segobia, Susin e Cargnelutti (2013) desenvolveram um trabalho interdisciplinar entre a Matemática e a Física utilizando EDOs para trabalhar com a Lei de Resfriamento de Newton, destacando a

[...] importância da compreensão de métodos matemáticos e físicos para que nos torne possível fazer a análise e descrição matemática de fenômenos físicos, analisando seu comportamento num intervalo de tempo e as tendências comportamentais que o mesmo possa aderir durante sua evolução. (SEGOBIA; SUSIN; GARGNELUTTI, 2013, p. 11)

Para Segobia, Susin e Cargnelutti (2013, p. 1), o estudo das EDOs “permite criar modelos que descrevem fenômenos químicos, biológicos, físicos, entre outros.” Para os autores, as EDOs possuem diversas aplicações práticas, “principalmente na área de engenharia, na qual

são utilizadas para projetar automóveis, aviões, pontes, circuitos elétricos e uma infinidade de coisas mais”.

Cardoso, Oliveira e Grassi (2013), desenvolveram uma proposta interdisciplinar com turmas de 3ª série do Ensino Médio, tendo como objetivo possibilitar a interação dos professores de várias disciplinas com o tema Química Orgânica. Na realização do projeto, aplicaram-se aulas expositivas, leituras de artigos, debates e, em especial, nas aulas de Matemática, resolução de alguns problemas referente ao tema. Nas aulas de Química, ocorreu o estudo teórico sobre a relação da química orgânica e os alimentos e, a partir daí, nas aulas de Matemática, os alunos construíram gráficos referentes aos dados coletados sobre os alimentos da cesta básica com o objetivo de estudar o seu custo-benefício. Ao final do trabalho, os autores relatam que “um trabalho interdisciplinar produz uma mudança significativa no ensino” (p. 9), visto que, no desenvolvimento da proposta em questão, os alunos mostraram um grande interesse na realização e produção da pesquisa. Quanto ao trabalho interdisciplinar, nota-se que este contribui para o desenvolvimento do educando, tornando-o um aluno mais crítico e participativo.

Souza *et al* (2010) desenvolveram uma oficina com alunos do 9º ano. Nessa oficina, apresentaram-se situações-problema envolvendo a interdisciplinaridade entre a Matemática e a Química. Nessa atividade, ocorreu o estudo da “dimensão de uma ligação química entre dois átomos de carbono em um composto orgânico” (SOUZA *et al*, 2010, p. 1). Durante a aplicação da oficina, ocorreram leituras sobre o assunto, desenvolveram o experimento estudado e, por fim, realizaram exercícios nos quais os alunos puderam discutir sobre o tema, sendo que, “além das atividades terem sido prazerosas aos alunos, contribuíram com o aprendizado e os colocou em contato com o conhecimento produzido” (SOUZA, *et al*, 2010, p. 1), ou seja, a realização da atividade proporcionou uma aprendizagem mais dinâmica e prazerosa aos alunos.

Santos, Junior e Bejarano (2011) desenvolveram um estudo de artigos publicados em uma revista de Química entre os anos 1995 e 2010, com o intuito de analisar as concepções epistemológicas de interdisciplinaridade nos trabalhos publicados. Os autores afirmam que a maioria dos artigos descreviam métodos de como utilizar-se a interdisciplinaridade. Muitos citaram a palavra por achar conveniente, mas poucos artigos desenvolveram um estudo sobre tal tema. Desse modo, Santos, Junior e Bejarano (2011, p. 11) acreditam

[...] que os professores possam se inspirar nos trabalhos que possuem definições mais adequadas de ações interdisciplinares, considerando que o trabalho coletivo é muito mais promissor do que o trabalho solitário em termos de ações interdisciplinares nas escolas. Por fim, talvez os critérios elaborados por nós possam ser utilizados para classificação de outros artigos como sendo ou não interdisciplinar.

Alves (2008) relata que, na sua pesquisa, buscando compreender as dificuldades encontradas na disciplina de Matemática, observou que a disciplina é tida como científica, ou seja, uma disciplina que se distancia da realidade do educando.

Na tentativa de compreender a origem das dificuldades observadas no ensino de matemática, busquei compreender o desenvolvimento enquanto ciência e seu ensino como disciplina escolar. Deparei-me com a existência de uma "disciplina científica", na qual existem outras finalidades e outra lógica de estruturação interna e uma "disciplina escolar", onde a não-diferenciação entre elas tem conduzido a uma simples transposição do campo científico para o escolar. (ALVES, 2008, p. 100)

Ainda para Alves (2008), a Matemática ensinada nas escolas é relacionada à ciência, afastando-se de questões do dia a dia dos alunos. Logo, quando ocorre a relação entre o conhecimento teórico e questões práticas, a aprendizagem da Matemática passa a ter mais sentido. Portanto, uma estratégia que pode favorecer a relação entre teoria e prática é desenvolver atividades interdisciplinares entre a Matemática e as outras disciplinas.

A aprendizagem e as disciplinas não devem ser trabalhadas de forma isolada. Por isso, o professor deve proporcionar aos alunos atividades interdisciplinares com o objetivo de aliar todas as áreas do conhecimento em um assunto de seu interesse, desenvolvendo, assim, uma aprendizagem mais significativa para o sujeito.

3 METODOLOGIA

Para Gerhardt e Silveira (2009, p. 31), “a pesquisa qualitativa não se preocupa com representatividade numérica, mas, sim, com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, etc.”. Em uma pesquisa qualitativa, busca-se compreender o que está acontecendo, e as respostas são descritivas, de forma que este projeto é classificado como uma pesquisa qualitativa, no qual são analisados alguns aspectos referentes à elaboração e à aplicação dos modelos trabalhados. Como citado anteriormente, o projeto tem por objetivo analisar as possíveis contribuições da elaboração e da aplicação de modelos matemáticos na formação de professores e na aprendizagem de alunos do 1ª série do Ensino Médio.

O desenvolvimento do projeto, deu-se em quatro turmas de 1ª série do Ensino Médio de duas escolas públicas e sua aplicação teve a participação de alunos do Curso de Licenciatura em Matemática, participantes do PRP. Desenvolveram-se dois modelos interdisciplinares: o primeiro envolvendo conceitos de Matemática trabalhados a partir de um problema geralmente abordado na disciplina de Física, em que foram trabalhadas questões relacionadas ao equilíbrio térmico entre dois corpos colocados inicialmente com temperaturas distintas em um sistema termicamente isolado; e, no segundo, foram abordados conceitos da Matemática a partir de situações que surgem em reações químicas.

Na primeira atividade, foram colocados dois copos béquer com água em uma caixa térmica, visando analisar a variação da temperatura das águas; em cada béquer, um com água quente e outro com água fria, e a temperatura no interior da caixa térmica onde ambos os copos estavam. Foram analisados os dados coletados no experimento em que surgiu um modelo matemático. Com este modelo, trabalhou-se com o conteúdo de funções afins e quadráticas.

Uma reação química é um rearranjo atômico em que reagentes se convertem em produtos. Desse modo, uma reação química só ocorre quando as substâncias sofrem transformações em relação ao seu estado inicial, ou seja, quando os produtos (resultado da reação) forem diferentes dos reagentes. Para que este fato aconteça, as ligações entre átomos e moléculas devem ser rompidas, porém, não há criação nem destruição de átomos ou moléculas, mas, sim, uma reorganização. No segundo modelo proposto, foi desenvolvida uma reação química, usando como reagentes água e comprimidos efervescentes a base de bicarbonato e, a partir disso, verificou-se a produção de gás durante o processo de reação. Novamente, os dados relativos ao volume de gás produzido em função do tempo foram usados para trabalhar com o conteúdo de funções afins e quadráticas.

Durante o processo de modelagem, utilizou-se o *software* GeoGebra para que os alunos pudessem visualizar, com clareza, os dados experimentais e, a partir disso, explorar alguns conceitos referente às funções estudadas. Como os alunos ainda não haviam trabalhado com os conteúdos de matrizes e sistemas lineares com mais de duas incógnitas, utilizou-se de uma calculadora on-line para a obtenção das equações que representavam as funções requeridas em cada caso. A elaboração e a aplicação do projeto desenvolveram-se com o auxílio de alguns acadêmicos residentes do PRP.

A análise dos dados, desta pesquisa, ocorreu de forma textual discursiva, a partir da proposição das categorias de análise que serão apresentadas no Capítulo 5. Nesta análise, foi observado o envolvimento e algumas percepções dos licenciados na elaboração dos modelos, bem como a interação dos sujeitos com os alunos do Ensino Médio, os aspectos que evidenciaram as contribuições da modelagem matemática e da interdisciplinaridade na aprendizagem e os aspectos motivacionais e dificuldades relacionadas ao desenvolvimento do projeto.

Os instrumentos de coleta de dados usados, nesta pesquisa, foram um diário de campo, questionários abertos, entrevistas e os materiais produzidos pelos envolvidos (residentes, professoras e alunos do Ensino Médio).

4 DESENVOLVIMENTO E DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES

As atividades foram desenvolvidas com alguns acadêmicos de um Curso de Licenciatura em Matemática e com alunos do Ensino Médio. As seções, deste capítulo, apresentam as atividades realizadas com os grupos e uma descrição de como ocorreu o trabalho nos encontros realizados com os sujeitos desta pesquisa.

4.1 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES REALIZADAS COM OS ACADÊMICOS E COM AS PROFESSORAS PRECEPTORAS

Foram organizados alguns encontros com acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática participantes do Programa de Residência Pedagógica (PRP) e com suas professoras preceptoras (professoras da rede pública que acompanham os acadêmicos nas escolas no desenvolvimento das atividades do PRP) com a finalidade de envolvê-los nas atividades do projeto de modelagem matemática. Foi apresentada a proposta do trabalho expondo a ideia inicial do projeto em que previa-se desenvolver atividades de cunho interdisciplinar usando como metodologia de trabalho a modelagem matemática com alunos do Ensino Médio, a partir de experimentos com tópicos relacionados às disciplinas de Física e Química.

Após o convite feito aos integrantes do PRP, quatro acadêmicos do Curso de Licenciatura e duas professoras das escolas onde ocorre o PRP mostraram interesse em sua participação, sendo que em uma das escolas houve a participação de três acadêmicos e uma professora preceptora e, na outra escola, a participação de um acadêmico e de uma professora preceptora.

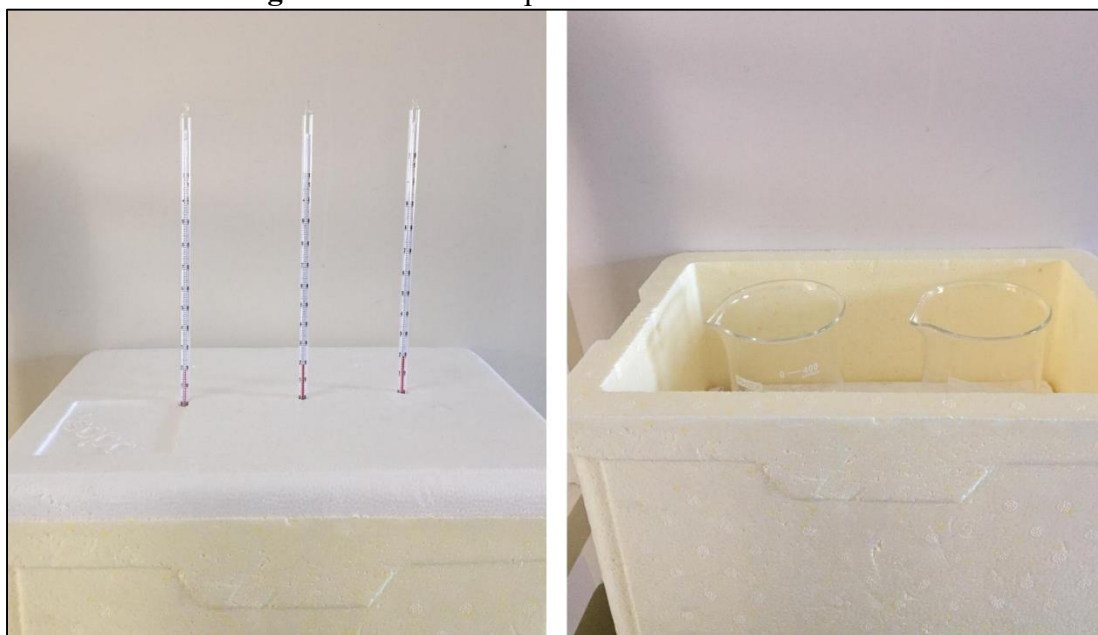
No primeiro encontro, após a apresentação da proposta, passou-se ao planejamento junto com os participantes de alguns detalhes e formas de elaboração das atividades a serem desenvolvidas com os alunos de Ensino Médio. Considerando que os experimentos escolhidos gerariam dados experimentais, estabelecendo relações entre duas grandezas, optou-se em desenvolver o projeto em turmas de primeira série do Ensino Médio, como opção metodológica no trabalho com o conteúdo de funções, visto que tal conteúdo faz parte da grade curricular deste nível de ensino.

No encontro seguinte, foram retomados os objetivos e a proposta do projeto e aplicado o questionário “inicial” aos acadêmicos e às professoras participantes (Apêndice C). Nesse instrumento de coleta de dados, os sujeitos responderam à cinco questões discursivas, versando sobre a perspectiva de se trabalhar com a modelagem matemática, a importância de relacionar

os conteúdos matemáticos trabalhados com situações do dia a dia dos alunos e suas experiências no desenvolvimento de algum projeto utilizando-se dessa metodologia. Foram questionados também sobre situações práticas e/ou aplicáveis em que acreditavam que se pode trabalhar com o conteúdo de funções, se a realização de um trabalho usando modelagem matemática teria potencial para favorecer a aprendizagem e, ao final do questionário, puderam tecer comentários sobre suas expectativas em relação ao desenvolvimento do projeto de modelagem matemática junto aos alunos do Ensino Médio.

Ao proporcionar o desenvolvimento de um projeto de modelagem matemática, pretendia-se propor aos acadêmicos e às professoras uma alternativa para trabalhar com o conteúdo de funções. A expectativa inicial era de que o trabalho instigasse o interesse dos sujeitos, mostrando uma proposta diferenciada para trabalhar com o ensino da Matemática. Após a aplicação do questionário, fez-se um ensaio dos experimentos com o intuito de estabelecer estratégias para o planejamento das atividades a serem desenvolvidas junto com os alunos do Ensino Médio.

Para a realização do primeiro experimento, foram usados alguns materiais: uma caixa de isopor, três termômetros (com escala de medida entre -10° e 100°) e dois copos béquer, sendo um com água fria (próximo de zero grau) e outro com água quente (próximo de cem graus). Os copos, um com água quente e outro com água fria, foram colocados no interior da caixa de isopor, que foi tampada com a intenção de minimizar a troca de calor com o ar externo à caixa. Em seguida, foram adicionados os três termômetros na caixa, sendo que dois deles estavam imersos nas águas, inicialmente fria e quente, e o outro termômetro foi colocado para medir a temperatura do ar no interior da caixa térmica em um ponto situado entre os dois copos, como mostra a Figura 1.

Figura 1: Primeiro experimento realizado

Fonte: Acervo pessoal da autora.

Com o auxílio do cronômetro, foram registradas as temperaturas em pequenos intervalos de tempo, fazendo, dessa forma, a coleta de dados dos experimentos para serem, posteriormente, utilizados para as atividades relacionadas ao estudo de funções.

No segundo experimento, provocou-se uma reação química para a qual foram usados os materiais que seguem: um copo béquer (600 ml), um frasco kitassato (250 ml), uma proveta graduada (500 ml), um suporte universal, uma garra de fixação, uma rolha, uma mangueira, comprimidos efervescentes na base de bicarbonato de sódio, água, elástico e um cronômetro.

Para a realização do experimento, colocou-se 300 ml de água no copo béquer, prendeu-se 10 centímetros de uma das extremidades da mangueira dentro da proveta com o auxílio do elástico, completou-se com água a proveta (com cuidado para não entrar água na mangueira), virou-se a proveta no copo béquer fixando-a na garra de fixação que foi presa no suporte universal. A outra extremidade da mangueira foi colocada no frasco kitassato. Após, adicionou-se 50 ml de água no frasco kitassato e, em seguida, adicionou-se o comprimido efervescente no frasco, fechando-o com a rolha para evitar a saída de gás, como mostra a Figura 2.

Figura 2: Segundo experimento realizado

Fonte: Acervo pessoal da autora.

Considerando que a experiência ocorreu em um espaço de tempo bastante curto, optou-se em filmar o experimento para, a partir disso, coletar os dados e estabelecer a relação do volume em função do tempo, anotando os dados do experimento para posterior análise. Nesse experimento, analisou-se o volume de gás produzido (à pressão de 1atm) em função do tempo de reação.

Após a realização dos experimentos, iniciou-se o processo da imaginação pedagógica com os acadêmicos e as professoras. De acordo com Skovsmose (2015), esse processo sugere que as práticas educativas alternativas sejam possíveis, ou seja, consegue-se pesquisar as diversas possibilidades educacionais que podem ser exploradas.

Esse processo foi desenvolvido com o intuito de instigar os acadêmicos e as professoras sobre a percepção, conhecer a opinião deles sobre quais conteúdos matemáticos poderiam ser trabalhados a partir dos experimentos realizados e descobrir como esse trabalho poderia ser feito em sala de aula. Proporcionamos, dessa forma, aos sujeitos um momento de análise no qual, a partir de dados retirados de um experimento, pudessem visualizar a aplicação de alguns conteúdos matemáticos, algo característico do trabalho com a modelagem matemática. Na modelagem matemática, a partir de situações cotidianas, o professor tem a oportunidade de

explorar vários conceitos matemáticos, alguns não evidenciados inicialmente, como ocorreu com os acadêmicos e com as professoras.

Os conteúdos destacados, nesse exercício inicial, que poderiam ser explorados com base nos experimentos, foram unidades de medida (capacidade), função exponencial, função logarítmica, função quadrática, função afim, função crescente, função decrescente e proporção. Destacaram também que os dados não descreviam uma função específica, que a partir dos dados poderia ser trabalhada a construção de gráficos, bem como encontrar uma função que passa por alguns desses pontos, apontando, dessa forma, para a questão da aproximação.

Para aprofundar a imaginação pedagógica, os participantes receberam uma folha com uma lista de conteúdos para assinalarem quais consideram que poderiam ser trabalhados com base nos experimentos, em uma espécie de pesquisa induzida (Apêndice E). Dentre os conteúdos/conceitos/instrumentos que, segundo os sujeitos, poderiam ser trabalhados relacionando-os aos experimentos, foram marcados com maior frequência as funções exponenciais, funções polinomiais, *software* GeoGebra, sistemas de equações, funções logarítmicas, domínio de funções, imagens de funções, gráficos, tabelas, volume e variação de temperatura.

Os itens destacados, com frequência intermediária, foram funções afins, funções quadráticas, matrizes, método dos mínimos quadrados, característica de funções, lei de formação de uma função, conjuntos numéricos, concavidade de uma parábola, potenciação, propriedades das potências, planilhas eletrônicas e equações. Já os itens destacados com pouca frequência pelos acadêmicos e professoras foram *software* Scilab, coeficiente linear, termo independente de uma função e equações diferenciais ordinárias. O único item que não foi marcado pelos acadêmicos e pelas professoras foi coeficiente angular.

Após esse exercício, fez-se uma discussão com os sujeitos sobre como esses conteúdos poderiam ser explorados no desenvolvimento do projeto, promovendo uma socialização das possibilidades pontuadas por cada participante, elencando também aspectos relacionados a como cada um dos tópicos poderia ser abordado. Para finalizar o encontro, foram apontados, dentre os tópicos citados, quais seriam explorados prioritariamente na aplicação do projeto, delimitando, dessa forma, a abrangência das atividades em função do tempo disponível para a realização da pesquisa e o cronograma estabelecido pelas escolas para o trabalho de conteúdos de Matemática na primeira série do Ensino Médio.

Apesar dessa delimitação, observou-se que alguns conceitos/conteúdos podem e devem ser abordados à medida que se tornem facilitadores para a resolução do problema em questão. Nessa delimitação, ficou definido que a aplicação do projeto se daria para o trabalho com

funções afins e quadráticas (devido ao cronograma da aplicação). Entretanto, com a finalidade de aproveitar os dados gerados nos experimentos para trabalhar com outros tipos de funções e, eventualmente, outros conteúdos pelos acadêmicos em suas atividades de docência no PRP e pelas professoras em suas aulas, a proponente dessa atividade auxiliaria no planejamento das demais atividades, embora a coleta de dados e a análise apresentada, nesta dissertação, restrinja-se praticamente a estes dois tópicos.

Dando sequência ao projeto, os acadêmicos e as professoras participaram dos encontros realizados com os alunos do Ensino Médio, auxiliando na elaboração e execução das atividades propostas. Após cada encontro com os alunos, houve momentos de conversas com os acadêmicos e professoras com o intuito de avaliar as atividades, buscando valorizar e analisar seus pontos de vista em relação ao desenvolvimento do projeto.

Após a realização do projeto de modelagem matemática com os alunos do Ensino Médio, aplicou-se o questionário final aos acadêmicos (Apêndice D) e às professoras preceptoras. Esse instrumento de coleta de dados era composto por 6 questões discursivas em que os pesquisados foram convidados a destacar os pontos positivos e negativos no trabalho com a modelagem matemática, relatar suas percepções sobre como foi a aplicabilidade dos conteúdos trabalhados com os experimentos realizados, ou seja, se os conteúdos trabalhados tinham relação com os experimentos realizados na opinião dos sujeitos, sobre a relevância do trabalho realizado e se a sua realização favoreceu a aprendizagem do conteúdo. Puderam destacar situações práticas e/ou aplicáveis nas quais acreditam ser viável trabalhar com o conteúdo de funções. Também puderam expor sua opinião quanto à importância de relacionar os conteúdos matemáticos trabalhados com o dia a dia dos alunos. Por fim, puderam descrever como foi a sua experiência em relação ao desenvolvimento do projeto de modelagem matemática junto aos alunos do Ensino Médio.

Não é intenção expor, aqui, todas as respostas apresentadas a esses questionamentos, mas, sim, usar os dados coletados, nesse instrumento, na análise textual discursiva de acordo com cada uma das categorias estabelecidas para esta análise.

4.2 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES REALIZADAS COM OS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

As atividades com os alunos do Ensino Médio foram desenvolvidas com a mediação/condução da mestrandia, em três encontros em cada uma das duas escolas, de acordo com as abordagens que são apresentadas nas seções que seguem. Estes encontros tiveram a

participação dos acadêmicos envolvidos no seu planejamento e das professoras preceptoras, e ocorreram em momentos alternados com as aulas desenvolvidas pelos residentes. Dessa forma, estes puderam aproveitar as atividades desenvolvidas no projeto para relacionar com conceitos de funções trabalhados em suas aulas com as respectivas turmas.

4.2.1 Primeiro encontro

O projeto de modelagem matemática com alunos do Ensino Médio desenvolveu-se com turmas de primeira série do Ensino Médio, totalizando aproximadamente cento e vinte estudantes, embora alguns não tenham participado de todas as atividades.

Iniciou-se o primeiro encontro com a apresentação do projeto, como a exposição dos objetivos e do roteiro de desenvolvimento das atividades.

Após a apresentação do projeto, aplicou-se o questionário inicial aos alunos (Apêndice A), com o objetivo de obter um parâmetro para auxiliar na análise das possíveis contribuições na aprendizagem dos sujeitos a partir da realização do projeto de modelagem matemática, visto que, no final do projeto, outro questionário seria aplicado.

Nesse questionário inicial, buscou-se analisar o entendimento dos alunos relativo à Matemática e o interesse deles para com a aprendizagem nessa disciplina. Esse questionário era composto por 3 questões discursivas, versando sobre a aplicabilidade dos conteúdos estudados na disciplina de Matemática no seu dia a dia, sobre o seu entendimento quanto ao conteúdo de funções, destacando situações em que eles acreditavam que esse conteúdo poderia ser aplicado e sobre a importância de relacionar os conteúdos matemáticos trabalhados em sala de aula com o seu cotidiano.

Após a aplicação do questionário inicial, foram desenvolvidos os experimentos citados na seção anterior. Como o primeiro experimento desenvolvido necessitava de um intervalo de tempo maior, reuniram-se, em uma das escolas, as 3 turmas no auditório, iniciando esse experimento com todos os alunos. Destacou-se sua relação interdisciplinar com a Física, ao abordar a questão do resfriamento de corpos (Lei de Resfriamento de Newton) e a tendência ao equilíbrio térmico.

Tabela 1: Tabela referente ao experimento 1 realizado com os alunos

Tempo (minutos)	Temperatura água inicialmente fria (Termômetro 1)	Temperatura da caixa (Termômetro 2)	Temperatura da água inicialmente quente (Termômetro 3)
0	8	31	84
5	12	50	81
10	17	51	78
15	20	49	75
20	22	48	72
25	23	47	70
30	24	45	67
35	25	44	65
40	26	43	63
45	27	43	61
50	28	42	59
55	28	42	58
60	29	41	56
65	29	41	55
70	29	40	53
75	29	39	51
80	29	39	50
85	30	38	49
90	30	38	49
95	30	38	48
100	30	38	47
105	30	37	47
110	30	37	46
115	30	37	46
145	31	35	41
175	31	34	39
205	31	33	37
235	31	32	35
265	30	31	34
295	30	31	33
325	30	30	32
355	29	29	31
385	28	28	30
415	28	28	29
445	28	27,5	29

Fonte: Elaborado pela autora.

Na tabela 1, são apresentados os valores da temperatura aferidos em cada um dos três termômetros usados, em função do tempo, coletados nesse experimento. Como os experimentos foram realizados em condições não totalmente idênticas nas duas escolas, os dados experimentais obtidos não são, necessariamente, os mesmos para todas as turmas. Na descrição, na sequência, são feitas as abordagens com os dados obtidos nos experimentos em uma das escolas, de forma que, mesmo com dados experimentais diferentes, as atividades realizadas nas duas escolas foram análogas.

A partir dos dados coletados, observa-se que as três temperaturas não entraram em equilíbrio absoluto até decorridos 445 minutos após o início do experimento. Considera-se também questões relativas a erros de medida ou de calibração dos termômetros.

Como o segundo experimento era desenvolvido em um curto espaço de tempo, para facilitar a visualização, os alunos foram divididos em grupos e, para cada grupo, realizou-se a reação química. Esse experimento consistia na ocorrência de uma reação provocada ao colocar um comprimido efervescente na água, observando-se a produção de gás durante o processo de reação. Esse experimento pode ser trabalhado de modo interdisciplinar com a disciplina de Química, abordando conceitos tais como: produção de gás e reação química; estabelecer as equações da reação (reagentes e produtos) com o tempo de reação; questões matemáticas, como o estudo de funções por meio dos dados coletados. No entanto, no trabalho desenvolvido, foi dado maior destaque aos conceitos matemáticos.

Como a quantidade de gás produzido foi medida em função da altura do nível de água na proveta, houve a necessidade de estabelecer uma relação entre o nível da água na proveta e o volume do gás produzido, sugerindo o trabalho com funções compostas, além de conceitos relativos a medidas de volume, de capacidade e de transformação entre unidades de medida. Os valores relativos ao volume de gás produzido em função do tempo no experimento desenvolvido com um dos grupos são apresentados na tabela 2.

Tabela 2: Tabela referente ao experimento 2 realizado com os alunos

Tempo (segundos)	Volume de água na proveta (ml)	Volume de gás liberado (ml)
0	192	0
12	182	10
16	168	24
20	154	38
24	136	56
28	122	70
32	108	84
36	82	110
40	72	120
44	54	138
48	32	160
52	20	172
56	8	184
60	0	192

Fonte: Elaborado pela autora.

Ao finalizar os experimentos, foi solicitado aos alunos para que, no encontro seguinte, trouxessem seu celular com o *software* GeoGebra instalado (foram passadas as instruções para esta instalação), visto que ele seria utilizado nesse encontro. De acordo com relatos, os alunos

começaram a usar o aplicativo durante as aulas de Matemática com o devido acompanhamento e instrução do seu respectivo professor (residente).

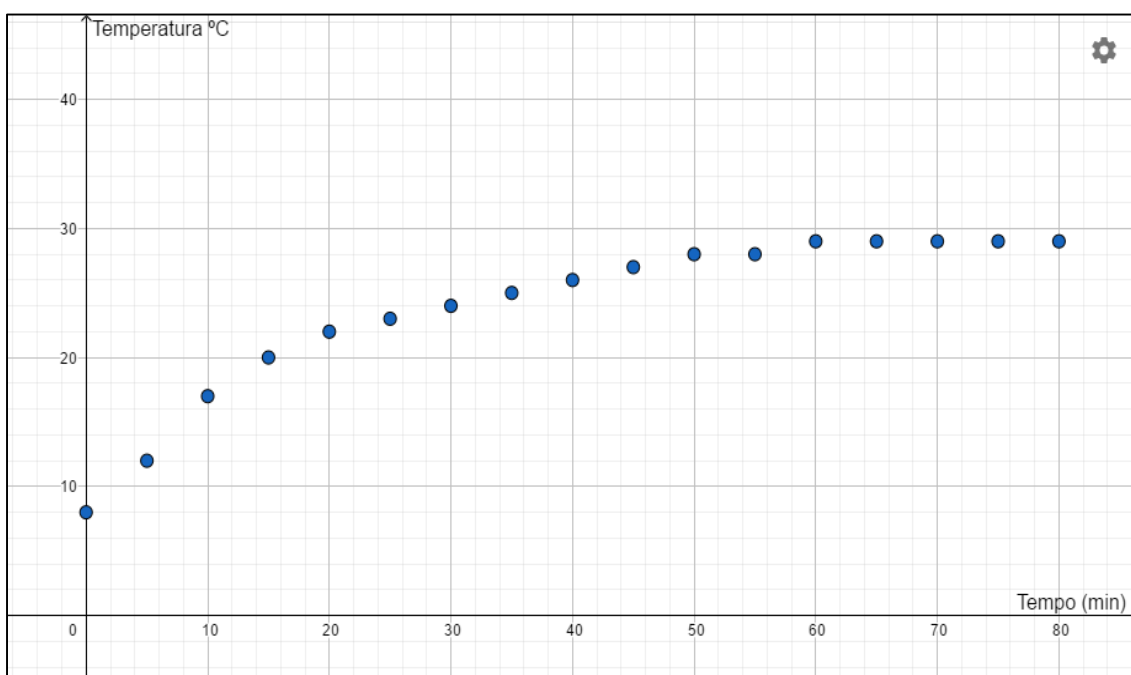
Como o trabalho em uma das escolas, no primeiro dia, foi desenvolvido de forma conjunta em um grande grupo (participaram desse momento inicial 86 alunos), foi de fundamental importância a participação dos acadêmicos auxiliando e orientando os alunos na condução das atividades, prestando auxílio individualizado, sempre quando necessário. Os demais encontros foram desenvolvidos em sala de aula, em cada uma das turmas separadamente.

4.2.2 Segundo encontro

Iniciou-se o encontro com a exposição dos dados coletados nos experimentos apresentados nas tabelas 1 e 2.

Para a primeira atividade, utilizaram-se os dados obtidos no Termômetro 1 do primeiro experimento (Tabela 1), restringindo-se o domínio para 80 minutos iniciais. Estes dados foram representados em um gráfico conforme mostrado na Figura 3.

Figura 3: Dados da temperatura da água inicialmente fria (Termômetro 1) nos primeiros 80 minutos do experimento



Fonte: Elaborado pela autora.

Apesar de os dados não indicarem um comportamento linear, eles foram usados para a realização da atividade em que os alunos foram instigados a encontrar equações de retas a partir da escolha de dois dos pontos obtidos no experimento.

Cada aluno recebeu uma folha de papel quadriculado para facilitar a representação dos dados coletados nos experimentos. Também foram convidados a fazer a representação gráfica dos pontos dados usando o *software* GeoGebra, de forma a verificar, mais detalhadamente, o comportamento do fenômeno observado.

Na sequência, foram abordadas as funções afins, considerando tratar-se de uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = ax + b$ para todo $x \in \mathbb{R}$, com $a, b \in \mathbb{R}$, constantes.

Sabendo que, a partir de dois pontos, podemos traçar uma reta, desenvolveu-se, no quadro, um exemplo de como encontrar a lei de formação de uma função afim a partir de dois pontos dados. Após o desenvolvimento de um exemplo no quadro, cada aluno teve a liberdade de escolher dois pontos, de acordo com os critérios por ele estabelecidos e, a partir deles, encontrar a lei de formação da função (reta) que os define. A situação apresentada no quadro foi feita a partir da escolha dos pontos $A = (10,17)$ e $B = (20,22)$, pontos da Tabela 1. Considerando que uma função afim é dada pela forma $f(x) = ax + b$, para encontrar a lei de formação dessa função é necessário encontrar os valores para a e b .

Substituindo os pontos, nesta função, tem-se que

$$f(10) = 10a + b = 17 \text{ e } f(20) = 20a + b = 22,$$

Resolvendo o sistema segue que

$$a = 1/2 \text{ e } b = 12,$$

Assim, a reta que passa pelos pontos A e B é o gráfico da função

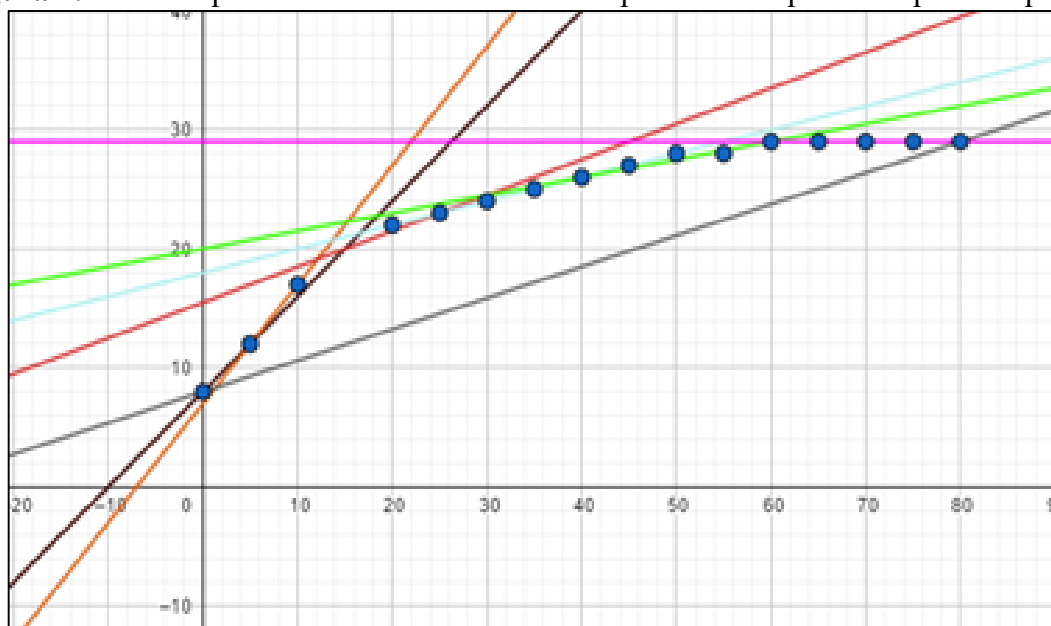
$$f(x) = \frac{1x}{2} + 12.$$

Além da representação na folha quadriculada, os alunos utilizaram o *software* GeoGebra para gerar o gráfico da função encontrada. No *software*, os estudantes puderam verificar se a reta encontrada passou pelos pontos escolhidos inicialmente e para terem uma ideia intuitiva referente a proximidade da reta encontrada com os demais pontos dos dados experimentais.

Após a realização desse exercício, como os pontos já estavam plotados no *software* GeoGebra, cada aluno teve a oportunidade de relatar os pontos escolhidos para a obtenção da

função e apresentar a lei de formação obtida. A partir disso, usando o *software*, com sua projeção no quadro, foram plotadas essas funções em um mesmo plano cartesiano (que também continha os dados experimentais), permitindo, assim, uma discussão sobre as inúmeras possibilidades de escolha em uma situação de modelagem de um problema real e de que a escolha tomada acaba afetando a solução final do problema. Algumas dessas funções são apresentadas na Figura 4.

Figura 4: Dados experimentais e retas encontradas pelos alunos passando por dois pontos



Fonte: Elaborado pela autora.

Notou-se que algumas retas não se aproximaram de muitos pontos. Isso ocorreu em parte da escolha dos pontos, ou seja, como os alunos trabalharam com apenas dois pontos do gráfico, dependendo da escolha, as retas encontradas não tinham uma aproximação considerada razoável do conjunto de pontos. Aproveitando o momento, pôde-se observar que, em se tratando de aproximações, nenhuma das alternativas representa uma solução exata do problema, porém o uso de alguns critérios no momento da escolha do modelo a ser usado para representar algum problema pode levar a soluções mais confiáveis ou mais próximas da situação real.

Além disso, foi exposta a solução obtida a partir da linha de tendência para a sequência de pontos, usando a calculadora de uma planilha eletrônica, que tem como base de cálculo o método de mínimos quadrados. Foi explicado aos alunos que esta linha de tendência também é uma aproximação e que ela é obtida a partir da tentativa de minimizar o erro, considerando todos os pontos da sequência, sem entrar em maiores detalhes sobre os cálculos envolvidos nesse processo.

4.2.3 Terceiro encontro

Nesse encontro, foi abordado o estudo e aplicação de funções quadráticas. Chama-se função quadrática, ou função polinomial do 2º grau, qualquer função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada pela lei de formação $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde a, b e c são números reais com $a \neq 0$.

Do mesmo modo que foi trabalhado com as funções afins no encontro anterior, buscou-se encontrar a função quadrática que pudesse ser uma aproximação ao conjunto de pontos (dados experimentais) do exemplo em questão. Para tanto, como previa-se encontrar uma função quadrática, trabalhou-se com 3 pontos do gráfico. Para essa atividade, foram usados os dados experimentais do segundo experimento (Tabela 2), considerando-se como variável independente o tempo e como variável dependente a quantidade de gás produzido na reação. Como os alunos ainda não haviam trabalhado com o conteúdo de matrizes e com a resolução de sistemas lineares com mais de duas incógnitas, utilizou-se uma calculadora on-line¹ para a solução dos sistemas lineares, visando calcular os valores de a, b e c .

Observando que a função quadrática tem a forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, discutiu-se, com os alunos, sobre a quantidade de pontos a serem usados para se definir a lei de formação dessa função. Por analogia ao caso anterior, os alunos chegaram com certa facilidade à conclusão da necessidade de trabalhar com três pontos, visto que era necessário encontrar os valores para três constantes: a, b e c .

Inicialmente, foi resolvido um exercício em conjunto com toda a turma, buscando a aproximação do problema a partir da escolha dos pontos $A' = (12,10)$, $B' = (28,70)$ e $C' = (40,120)$, substituindo três pontos na função quadrática tem-se que

$$\begin{aligned} f(12) &= 144a + 12b + c = 10, \\ f(28) &= 784a + 28b + c = 70 \text{ e} \\ f(40) &= 1600a + 40b + c = 120. \end{aligned}$$

Assim, segue que $a = \frac{5}{336}$, $b = \frac{265}{84}$ e $c = -30$, como mostra Figura 5, ou seja, a função quadrática que passa pelos A', B' e C' é $f(x) = \frac{5}{336}x^2 + \frac{265}{84}x - 30$.

¹ A calculadora utilizada está disponível em: <http://www.calculadoraonline.com.br/sistemas-lineares>.

Figura 5: Calculadora on-line para sistemas lineares

Equação 1: $144a+12b+c=10$

Equação 2: $784a+28b+c=70$

Equação 3: $1600a+40b+c=120$

+ -

Calcular Limpar

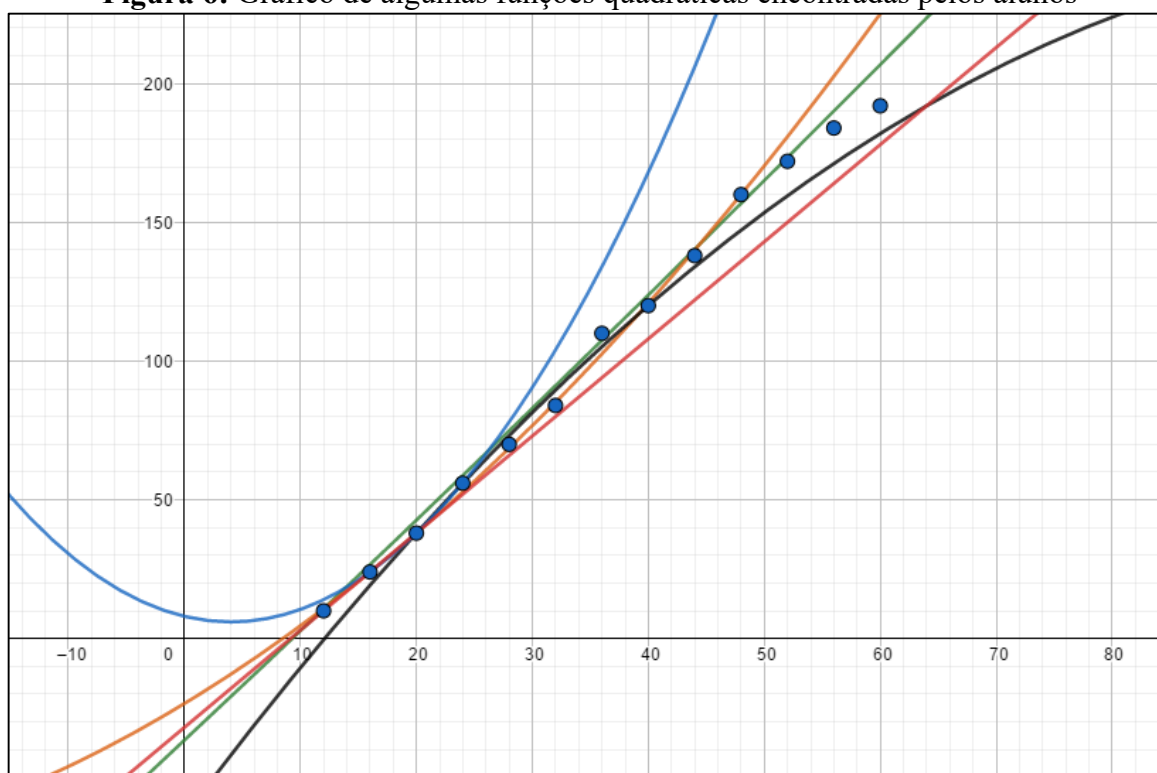
$c = -30, b = \frac{265}{84}, a = \frac{5}{336}$

Fonte: Elaborado pela autora.

Seguindo com a atividade, os alunos foram orientados a escolher três pontos da Tabela 2 para encontrar uma função do segundo grau, na forma $f(x) = y = ax^2 + bx + c$, que passasse por estes, obtendo, assim, um sistema linear com 3 equações e com 3 incógnitas. Utilizando-se da calculadora on-line para sistemas de equações lineares, os alunos encontraram os valores das incógnitas a , b e c . Após encontrarem a lei de formação da função, usando o *software* GeoGebra instalado em seus celulares, plotaram os dados experimentais juntamente com a função encontrada, na tentativa de analisar de forma intuitiva a “qualidade” da aproximação encontrada.

Novamente, foram plotados, no software, os dados experimentais juntamente com os gráficos das funções obtidas pelos alunos, sendo que alguns desses gráficos são apresentados na Figura 6.

Figura 6: Gráfico de algumas funções quadráticas encontradas pelos alunos



Fonte: Elaborado pela autora.

Nessa atividade, foi ressaltado, novamente, a importância de avaliar os pontos escolhidos, visto que alguns alunos encontraram uma reta, não uma parábola. Aproveitou-se o momento para explicar que, pelo método usado, encontra-se uma função de grau menor ou igual a dois e que os casos em que foi encontrada uma reta, referem-se a tomada de três pontos colineares e que, por esse motivo, o coeficiente a da função ficou nulo. Nessa atividade, também foi apresentada a linha de tendência obtida na planilha eletrônica para fins de comparação com as soluções obtidas pelos alunos.

Na realização da atividade relatada, notou-se que alguns alunos apresentaram dificuldade em montar o sistema. Ressalta-se, também, que estes estavam trabalhando com o conteúdo de funções quadráticas durante as aulas com os residentes, sob a supervisão das preceptoras.

Após essas atividades, promoveu-se uma discussão sobre qual tipo de função representaria um modelo matemático mais adequado para descrever cada um dos experimentos. Na visão da maioria, a função quadrática forneceu uma melhor representação dentre as funções estudadas até aquele momento, mesmo que para algumas sequências de dados a aproximação tenha sido considerada insatisfatória. Caracterizou-se, dessa forma, um momento interessante para justificar a importância de se conhecer formas e comportamento gráfico de outros tipos de funções, na tentativa de encontrar formas que possam trazer melhor aproximação para uma dada

sequência de dados experimentais (ou na representação de algum fenômeno físico/químico real). As atividades desenvolvidas contribuíram, assim, como uma motivação para o estudo de funções exponenciais e logarítmicas. Como já frisado anteriormente, essas últimas funções foram trabalhadas com as turmas pelos residentes e/ou professoras, usando os elementos trazidos neste projeto, porém, não fazem parte do escopo da análise dessa dissertação, exceto na análise relativa à imaginação pedagógica.

Vale lembrar que, durante os encontros aqui descritos, foram desenvolvidas atividades com uma curva da temperatura em função do tempo, relativa ao primeiro experimento, e uma curva do volume de gás produzido em função do tempo, relativo ao segundo experimento. Atividades similares com as demais curvas foram deixadas como sugestões aos residentes e preceptores para serem desenvolvidas durante suas aulas.

Ao final do encontro, os alunos responderam ao questionário final (Apêndice B), com o intuito de analisar a aplicabilidade do projeto de modelagem, bem como a relevância do projeto de acordo com suas percepções. Nesse questionário, composto por 6 questões discursivas, os alunos responderam questões em relação à aplicabilidade dos conteúdos matemáticos estudados no seu dia a dia, sobre a relação dos experimentos realizados com o conteúdo de funções, sobre a relevância de atividades desse tipo e se a realização do projeto de modelagem matemática proporcionou aprendizagem para eles. Puderam destacar, também, situações do dia a dia em que podem usar funções, além de descreverem como foi a sua experiência em relação ao desenvolvimento do projeto de modelagem matemática. Os dados coletados, nesse questionário, também serviram de embasamento para a análise apresentada no capítulo que segue.

5 ANÁLISE DOS DADOS E POTENCIALIDADES

A análise dos dados coletados, durante a aplicação desse projeto de modelagem matemática, é feita nas seções que seguem, considerando as categorias estabelecidas: (i) envolvimento dos licenciandos na elaboração dos modelos e sua interação com os alunos do Ensino Médio; (ii) os aspectos que evidenciam contribuições da modelagem matemática e da interdisciplinaridade na aprendizagem; (iii) os aspectos motivacionais e dificuldades relacionadas ao desenvolvimento do projeto.

Para evidenciar algumas das contribuições que o projeto de modelagem matemática proporcionou aos alunos do Ensino Médio e aos acadêmicos, analisaram-se os questionários iniciais e finais aplicados aos acadêmicos e aos alunos, as anotações no diário de bordo, algumas conversas (entrevistas informais) realizadas com os sujeitos participantes do projeto, além dos materiais coletados a partir de produções feitas pelos pesquisados.

5.1 ENVOLVIMENTO DOS ACADÊMICOS NA ELABORAÇÃO DOS MODELOS E SUA INTERAÇÃO COM OS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

Com base nos dados coletados, nesta seção buscou-se analisar o envolvimento dos acadêmicos na execução das atividades e sua interação com os alunos do Ensino Médio.

Quanto a experiências anteriores com modelagem matemática, apenas um acadêmico relatou ter desenvolvido um trabalho em uma disciplina do curso de graduação, quando buscou analisar o ponto ideal de abate de frangos, usando o conteúdo de funções para realizar sua investigação. Para os demais acadêmicos, apesar de não terem experiência com trabalhos relacionados com a modelagem, estavam dispostos a participar da pesquisa, que serviria de suporte e experiência para trabalhos futuros, sendo que a participação no projeto se mostrou uma oportunidade inédita de trabalharem com a modelagem matemática

No primeiro encontro de planejamento com os acadêmicos, após um ensaio dos experimentos, fez-se um exercício de imaginação pedagógica, conforme proposto por Skovsmose (2015), com a finalidade de identificar potencialidades da proposta metodológica, além de contribuir com o delineamento das atividades. Os acadêmicos tiveram a oportunidade de emitir suas opiniões sobre os conteúdos matemáticos que poderiam ser trabalhados com base nos experimentos, conforme descrito no capítulo anterior. Esse exercício contribuiu para a compreensão de que o desenvolvimento de projetos de modelagem permite a exploração de diferentes conteúdos ou conceitos matemáticos em sala de aula a partir de um problema

proposto inicialmente, sendo que, nesse tipo de intervenção metodológica, é possível aproximar a Matemática abordada em sala de aula com situações práticas. Essa percepção fica evidenciada nas argumentações de alguns acadêmicos, conforme segue: *“o grande benefício de um trabalho utilizando-se de modelagem matemática é a grande quantidade de conteúdos que podem ser estudados ao mesmo tempo através de dados experimentais”* e *“a modelagem matemática faz a junção de situações do cotidiano dos alunos e conceitos matemáticos que pretende-se explorar”*, corroborando com Bassanezi (2002) quando afirma que a modelagem torna-se eficiente quando se trabalha com “aproximações da realidade”.

Durante a realização dessa atividade, observou-se que os acadêmicos estavam interessados em participar da aplicação do projeto, visto que esta seria uma nova experiência para trabalhar com estratégias e possibilidades de ensino, criando perspectivas de que futuramente possam utilizar esta metodologia em suas aulas. Observa-se estas expectativas nos depoimentos de alguns acadêmicos, como, *“estou animado, o projeto será um desafio, a realização do projeto será um atrativo a mais durante a minha regência, pois o mesmo deixaria as aulas mais divertidas”*; *“espero que o projeto mostre o caráter prático que a Matemática pode apresentar [...] espero também que a atividade mostra-se uma efetiva alternativa para o ensino de funções com os alunos do Ensino Médio”*; *“acredito que o projeto será bem produtivo, [...] um projeto de modelagem matemática ajuda o aluno a desenvolver melhor o conteúdo apresentado em sala de aula, possibilitando um maior conhecimento para os mesmos.”*

Durante a aplicação do projeto com os alunos do Ensino Médio, observou-se o envolvimento dos acadêmicos, auxiliando de forma significativa na execução das atividades do projeto. No primeiro encontro com os alunos do Ensino Médio, foi imprescindível a contribuição deles na mediação das atividades em pequenos grupos e para atendimentos individualizados aos educandos que estavam com dificuldades. Destaca-se, portanto, um momento importante para a aprendizagem e formação dos futuros professores pela percepção de algumas características do trabalho com projetos, sejam interdisciplinares, de modelagem, ou outras formas, nas quais, em alguns momentos, apesar do planejamento prévio, apareceram algumas dificuldades ou situações que não estavam previstas, necessitando a intervenção do professor de forma a orientar a sequência das atividades. Com o auxílio e monitoramento dos acadêmicos, os alunos conseguiram desenvolver, de forma satisfatória, as atividades propostas. Ressalta-se, também, que, quando os alunos estão motivados e interessados na realização das atividades, estas tornam-se mais eficientes, como destacado por Pontes e Burak (2016) ao afirmarem que a modelagem matemática parte do interesse dos alunos e, desse modo, o

entendimento dos conceitos torna-se mais eficiente. Isso é destacado também por um dos acadêmicos, ao afirmar que *“os pontos positivos de um trabalho aliado a modelagem matemática são o interesse dos alunos e a possibilidade de um trabalho interdisciplinar, aliando conceitos de várias áreas ao mesmo tempo em que é trabalhado a Matemática.”*

Observou-se que a participação dos acadêmicos no projeto de modelagem contribuiu para sua formação profissional, o que fica explícito em algumas de suas argumentações, em que afirmam que *“Foi fascinante, incrível, maravilhoso, foi uma experiência nova para mim, uma experiência muito promissora para o meu futuro. A minha surpresa foi o interesse e a interação entre os alunos no desenvolvimento do projeto”; “[...] bem aproveitada, pois pude rever alguns conteúdos de funções que não me recordava e também compreender um pouco mais sobre a modelagem matemática. Tive a oportunidade de estar mais próximo dos alunos de Ensino Médio e ver como que eles se comportam em aulas de matemática”; “[...] proveitosa, foi a primeira vez que trabalhei com esta metodologia de ensino, pois estou na regência do meu estágio supervisionado pelo curso de Matemática e senti resultado na aprendizagem deles. A interdisciplinaridade abordando vários conteúdos é um ponto muito positivo. A introdução a trabalhos com softwares matemáticos foi muito importante para os estudantes e pode ser uma ferramenta para os próximos anos do Ensino Médio deles”; “considero a experiência como boa e muito rica em aprendizados. Aprendi que é possível realizar modelagem matemática mesmo com turmas que possuem bastante dificuldade de aprendizagem e que cada turma vai dar uma resposta diferente perante a atividade proposta. Além disso, penso que poderia ser ainda mais rica se tivesse sido possível envolver os professores de Química e Física no processo e observar como se desenvolveria a atividade.”*

Pelas descrições dos acadêmicos, observa-se que a participação no projeto foi considerada produtiva, indicando ser uma experiência nova, considerando as potencialidades que essa metodologia de trabalho possa proporcionar para favorecer a aprendizagem dos alunos. Observa-se, também, a intenção de alguns dos acadêmicos desenvolverem atividades de modelagem em sua atuação profissional futura.

Outro aspecto a ser considerado foi o envolvimento dos acadêmicos participantes e das preceptoras, no sentido de dar continuidade à proposta (com diferentes graus de intensidade), desenvolvendo atividades a partir dos dados experimentais em suas aulas de regência com as turmas, nos intervalos dos encontros descritos nesta pesquisa, bem como, na sequência do estudo de funções, aproveitando o projeto para explorar o desenvolvimento de modelos exponenciais e logarítmicos na tentativa de descrever os respectivos experimentos. Houve também um acadêmico que expressou interesse em usar o modelo quando for trabalhar com os

conteúdos de matrizes e sistemas lineares. Essa percepção, envolvimento e sequência foi possível, principalmente, a partir do exercício de imaginação pedagógica que foi desenvolvido com eles antes da aplicação com os alunos do Ensino Médio. Isto corrobora com a importância desse estudo de potencialidades proposto por Skovsmose, segundo o qual, é possível “sugerir que práticas educativas alternativas são possíveis” (p. 76).

5.2 ASPECTOS QUE EVIDENCIAM CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA E DA INTERDISCIPLINARIDADE NA APRENDIZAGEM

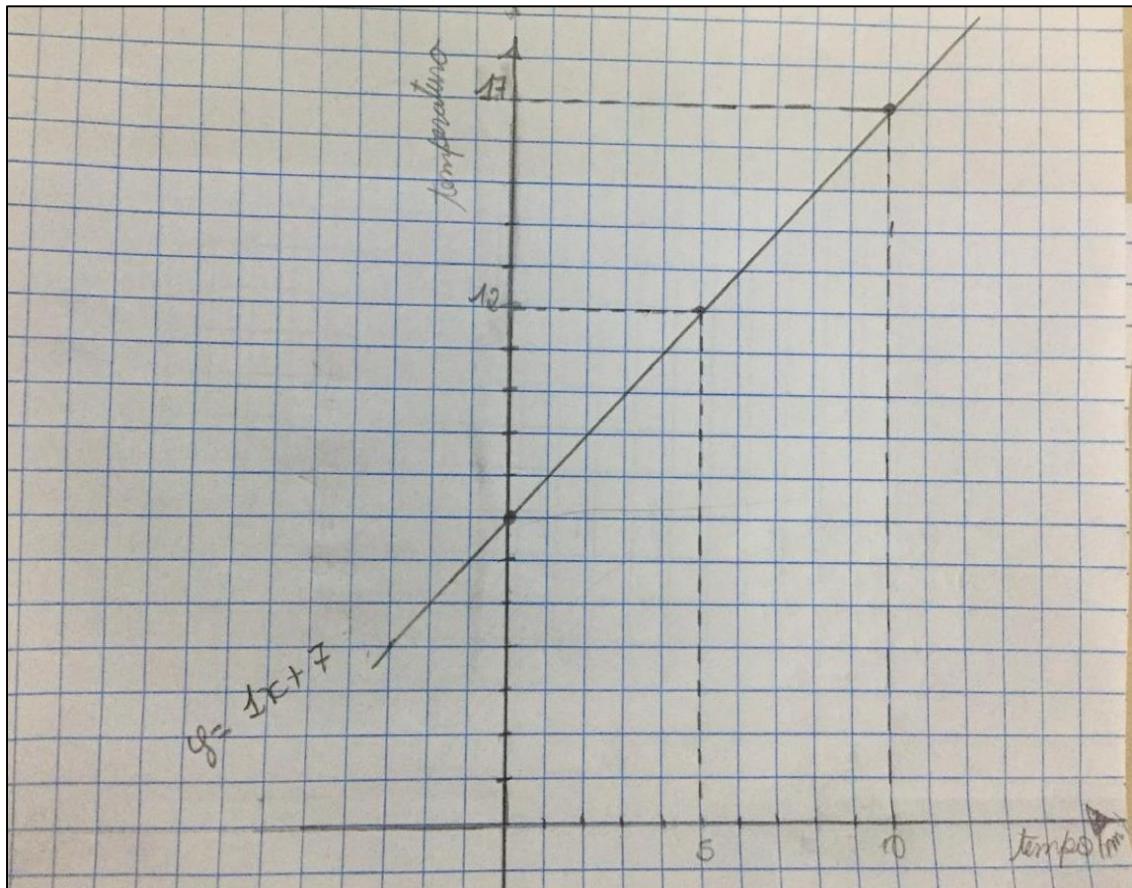
Para Bassanezi (2002, p. 16), “A modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.” Assim, quando se relaciona a Matemática com questões do cotidiano, proporciona-se melhor compreensão da disciplina, já que a aprendizagem passa a ser desenvolvida pela relação entre a teoria e a prática. “A modelagem pressupõe multidisciplinariedade. E, nesse sentido, vai ao encontro das novas tendências que apontam para a remoção de fronteiras entre as diversas áreas de pesquisa” (BASSANEZI, 2002, p. 16).

Inúmeras vezes, os alunos questionam seus professores sobre o porquê de se estudar determinado conteúdo matemático, no que este conteúdo irá ser utilizado e o porquê de estudar tal conceito se não o aplicamos no nosso dia a dia. Quando questionados sobre a importância de relacionar os conteúdos matemáticos trabalhados em sala de aula com o dia a dia, 96,5 % dos alunos do Ensino Médio, que participaram desta pesquisa, destacaram que é importante que ocorra essa relação, pois, segundo eles, quando essa relação ocorre, fica mais fácil entender o conteúdo, estimula-se o raciocínio lógico, e a compreensão da disciplina se torna mais simples. Destaca-se, dessa forma, a importância da realização de projetos como os de modelagem matemática. Segundo Burak (1992), o trabalho com essa metodologia tem por objetivo aliar a Matemática trabalhada, em sala de aula, com situações presentes no cotidiano do educando, de forma que a Matemática passa a ter mais significado para o aluno.

Em conversa inicial com as professoras regentes das turmas envolvidas no projeto, obteve-se relatos de que muitos dos alunos possuíam dificuldades para a compreensão do conteúdo relativo ao estudo de funções, com destaque para a construção e compreensão de gráficos. Em várias atividades realizadas no projeto, os alunos construíram os gráficos representativos das funções obtidas a partir da escolha de pontos dos dados experimentais, como já foi descrito no capítulo anterior. Na figura 7, é ilustrada uma situação em que o aluno

conseguiu representar corretamente o gráfico de uma função afim obtida a partir da escolha de dois pontos experimentais.

Figura 7: Desenho no plano cartesiano de pontos referente a água inicialmente fria durante o experimento



Fonte: Elaborado pela autora.

O objetivo, dessa atividade, foi de promover a compreensão e desenvolver as habilidades necessárias nos alunos para realizarem a representação gráfica das funções afins, além de discutir a relação entre as duas grandezas envolvidas no experimento, abordando também questões referentes ao domínio e a imagem das funções. Cada aluno fez o gráfico da função encontrada de acordo com os pontos escolhidos e, na sequência, foram plotadas na tela, usando o *software* Geogebra, em um mesmo plano cartesiano, os gráficos (retas) de diferentes funções calculadas pelos alunos. Este foi um momento que permitiu discussões e análises sobre vários aspectos relacionados à aplicabilidade da Matemática, com destaque para questões inerentes à compreensão que, na modelação de situações práticas, frequentemente, são necessárias simplificações de forma a obter soluções que nem sempre retratam exatamente a situação real, e sim uma aproximação desta, sendo importante a análise da influência de

escolhas na simplificação do modelo nos resultados obtidos. A representação da função (linha de tendência) obtida por meio do uso de uma planilha eletrônica também contribuiu para a compreensão de que existem outras formas de aproximação. A contribuição dessa atividade, na aprendizagem, foi identificada na percepção de alguns alunos ao afirmarem que *“aprendi a fazer o gráfico”*; *“foi uma experiência boa, pois aprendi e diminuí minhas dúvidas com gráficos”*; *“a atividade foi boa, aprofundou mais o meu conhecimento”*; e *“proporcionou um melhor entendimento do conteúdo”*.

Nas atividades em que foi proposto encontrar a função quadrática passando por três pontos do gráfico, inicialmente observou-se que alguns alunos apresentaram algumas dúvidas na montagem do sistema de três equações, porém, com a mediação da mestrandia e dos acadêmicos, estes conseguiram desenvolver a atividade. O desenvolvimento dessa atividade por um dos alunos é mostrado na figura 8.

Figura 8: Atividade desenvolvida por um aluno do Ensino Médio na montagem do sistema de três equações

$y = ax^2 + bx + c$
 $y = 10$
 $10 = a \cdot 12^2 + b \cdot 12 + c$
 $10 = 144a + 12b + c$

$y = 24$
 $24 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c$
 $24 = 4a + 2b + c$

$y = 10$
 $10 = a \cdot 48^2 + b \cdot 48 + c$
 $10 = 2304a + 48b + c$

$y = ax^2 + bx + c$
 $10 = a \cdot 12^2 + b \cdot 12 + c$
 $10 = 144a + 12b + c$

$y = ax^2 + bx + c$
 $24 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c$
 $24 = 4a + 2b + c$

$y = ax^2 + bx + c$
 $10 = a \cdot 48^2 + b \cdot 48 + c$
 $10 = 2304a + 48b + c$

$y = ax^2 + bx + c$
 $10 = a \cdot 12^2 + b \cdot 12 + c$
 $10 = 144a + 12b + c$

$y = ax^2 + bx + c$
 $24 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c$
 $24 = 4a + 2b + c$

$y = ax^2 + bx + c$
 $38 = a \cdot 20^2 + b \cdot 20 + c$
 $38 = 400a + 20b + c$

$y = 0x^2 + 8x - 32$

Fonte: Elaborado pela autora.

O único contato anterior que os alunos tiveram com sistemas de equações lineares ocorreu no Ensino Fundamental, quando se trabalhou apenas sistemas com duas equações e duas incógnitas. A programação para trabalhar com mais equações e mais incógnitas está prevista para a segunda série, conforme organização curricular das escolas. Isso, porém, não deve ser impedimento para desenvolver atividades de modelagem que, em muitos momentos, necessitam transitar entre diferentes conteúdos da Matemática e até mesmo de outras disciplinas. Conforme sugerido por Klüber (2016, p. 47-48), “na modelagem os problemas levantados durante o processo é que determinam o conteúdo matemático a ser desenvolvido”.

Observa-se, portanto, que, além de trabalhar com o conteúdo proposto na organização da estrutura curricular das escolas, o trabalho com modelagem proporcionou discussões sobre o uso de sistemas lineares com mais de duas equações e duas incógnitas que, mesmo não se

atendo aos detalhes de suas técnicas de resolução, já trouxe uma perspectiva para sua aprendizagem futura, sendo que já terão, também, alguma ideia sobre sua aplicabilidade. Caracterizou-se, assim, um momento para mostrar aos alunos a importância de conhecimentos múltiplos, além do uso de recursos tecnológicos para a resolução de problemas reais, visto que, para a solução dos sistemas lineares, foi sugerido aos alunos o uso da calculadora on-line.

Destaca-se a importância do uso dos recursos tecnológicos, em sala de aula, corroborando com a afirmação de Masetto (2000, p. 152) de que as novas tecnologias têm por objetivo cooperar para o desenvolvimento da educação. Logo, o uso dessas tecnologias propõe que o ambiente da sala de aula seja mais interessante, mais dinâmico, onde os alunos participam mais ativamente das aulas. Assim, após a substituição dos dados experimentais, relativos aos pontos escolhidos e à obtenção das equações, conforme ilustrado na Figura 8, os alunos usaram o celular para acessar a calculadora on-line e obter os coeficientes da respectiva função quadrática.

Para finalizar a atividade, novamente foi fundamental o uso de recursos tecnológicos (*software* GeoGebra) para a visualização do gráfico de várias das funções encontradas pelos alunos e fazer a comparação dos modelos representados por cada uma dessas funções. O uso destes recursos também foi fundamental para descrever os dados experimentais, juntamente com a solução obtida por um ajuste polinomial calculado a partir de uma planilha eletrônica que tem como base o método de mínimos quadrados e que, portanto, leva em consideração todos os pontos obtidos no experimento para a curva que estava sendo representada. Foi possível, dessa forma, retomar a discussão feita anteriormente, quando se desenvolveu atividade semelhante com função afim, no que se refere à importância das escolhas dos pontos, visando a obtenção de um modelo que mais se aproxima da realidade. Observaram, também, que, para os dados obtidos nos experimentos, de uma forma geral, o modelo quadrático apresenta uma melhor representação da realidade do que o modelo com função afim.

Embora não se tenha avançado, neste trabalho de pesquisa, por meio da representação com outros tipos de funções, aproveitou-se o momento para falar da importância de conhecer diferentes tipos de funções para ter mais possibilidades de escolha no momento de elaborar um modelo para representar situações reais. Foi enfatizado, ainda, que o conhecimento do comportamento de diferentes tipos de funções facilita uma escolha mais adequada para descrever cada tipo de fenômeno ou situação real, justificando, dessa forma, a importância de aprenderem diferentes formas de funções e o comportamento de seus gráficos na sequência do ano letivo.

Observou-se, ao longo desse processo, que os alunos desenvolveram melhor compreensão de conceitos relacionados com os conteúdos de funções, em particular das afins e quadráticas, desenvolvendo habilidades para obter a função cujo gráfico contém pontos escolhidos, além da compreensão de que isso representa aproximações da realidade. Os modelos escolhidos devem representar a sequência dos dados experimentais. Em vários casos, observou-se que estabeleceram estratégias para a escolha dos pontos que permitissem encontrar uma função que melhor aproximasse os dados disponíveis, sendo que o resultado dessa estratégia pôde ser observado no momento de comparar a curva obtida com o conjunto de dados. Uma das estratégias observadas em alguns alunos, no caso da função afim, foi a de usar a régua para verificar visualmente a aproximação da reta que passasse pelos dois pontos escolhidos, antes de efetuar os cálculos para obter a lei de formação. Compreenderam, também, a existência de métodos mais robustos para encontrar funções que modelam fenômenos reais e que, embora não tenham sido discutidos detalhes desses métodos, estes foram usados por meio dos recursos computacionais disponíveis.

A percepção apresentada por alguns alunos sobre estas atividades e sobre aspectos relativos à aprendizagem a partir delas são apresentadas na sequência: *“envolveu aplicativos que eu não conhecia, isso foi um ponto de aprendizagem”*; *“eu tinha muita dificuldade com esse conteúdo e depois deste trabalho melhorei muito”*; *“gostei bastante, aprendi de uma forma diferente, com o aplicativo e com a calculadora on-line”*; *“[...] aprendi a calcular funções de outras formas”*; e *“[...] algumas dúvidas que eu tinha foram tiradas, e aprendi melhor como fazer”*.

Observou-se, nas respostas dos alunos, que a utilização dos recursos tecnológicos auxiliou na compreensão das atividades. Em particular, o uso da calculadora on-line permitiu trabalhar com um sistema de três equações, conteúdo que os alunos ainda não haviam trabalhado. Isso corrobora com o disposto na BNCC, em que uma de suas competências frisa o uso de *“[...] processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.”* (BRASIL, 2017, p. 267).

Masetto (2000) também cita que, levando em conta a influência da tecnologia no cotidiano dos alunos, é de extrema importância que os professores adequem suas aulas utilizando-se de tais recursos, e que a escola deve trabalhar em paralelo com a evolução da sociedade tecnológica. Alguns alunos manifestaram não terem tido contato anterior com o *software* GeoGebra e com a calculadora on-line para sistemas de equações lineares. Desse

modo, a aplicação do projeto permitiu que estes tivessem contato com essas ferramentas de ensino.

Ao final do projeto, ao responderem o questionário, 96% dos alunos tiveram a percepção de que o conteúdo de funções teve relação com os experimentos realizados. Essa percepção é observada em alguns depoimentos, como: *“se não tivéssemos as medidas dos experimentos, não teríamos como comparar com o gráfico. Logo, não poderíamos trabalhar com o conteúdo de funções dessa forma”*; e que *“para descobrir que tem, por exemplo, no experimento da água fria e quente, mais força, basta você pegar os valores e montar o gráfico”*. Nesse último relato, observou-se que o aluno estabeleceu uma relação entre os dados do experimento e a construção do gráfico, sendo que o termo “mais força”, possivelmente, está relacionado com a diferença da temperatura registrada por cada um dos termômetros colocados na água e a temperatura de equilíbrio.

Ao comparar os questionários inicial e final, pode-se observar a evolução de suas percepções e seus entendimentos sobre o conteúdo de funções. Inicialmente, apenas 13% dos entrevistados mostraram ter clareza de compreensão da relação de conceitos relacionados às funções com situações reais que possam ocorrer em seu cotidiano, sendo que poucos alunos deram exemplos de situações em que acreditavam que pudessem usar funções, conforme segue: *“quando trabalhamos com gráficos”*; *“quando relacionamos grandezas em função de algo”*; *“em experimentos”*; *“em variações de preço”*; e *“ajuda na avaliação de uma empresa, onde a mesma consegue projetar seus ganhos e perdas”*; *“não vejo a aplicação de funções em algo do dia a dia, pra mim este conteúdo acaba sendo utilizado apenas em sala de aula”*.

Ao final do projeto, 77% dos alunos disseram ter um entendimento melhor quanto ao conteúdo de funções e a necessidade de seu estudo. Quando instigados a exemplificar, destacaram que funções podem ser usadas em situações como *“pagar a fatura de água, colocar gasolina no carro, e comprar comida”*; *“fazer margens de lucro, medir força de algum objeto e comparar temperaturas”*; *“para construir uma casa, jogar futebol e basquete”*; *“podemos usar para medir ou construir algo”*; *“na hora de ir comprar pães, o preço a pagar é uma forma de usar funções”*; *“número de questões que eu acertei num teste com a nota que eu vou tirar”*; *“para a escala de temperatura”*; *“usamos funções quando pagamos a conta do táxi (ou Uber) e de gasolina”*; *“na construção de gráficos”*; *“a temperatura, os segundos e minutos para esquentar algo”*; *“ver os gráficos nos jornais, entendo agora muito bem”*; *“usamos para medir escalas de tempo, temperatura, horas, etc.”*; *“valor do salário, troco do mercado, deslocamento até a escola”*; *“para comparar preços, fazer orçamentos de gastos, ganhos, etc.”*; e *“meu trabalho em edições de som”*.

Analisando as respostas dos questionários, observou-se que, no final do projeto, uma parcela significativa de alunos conseguiu relatar uma situação na qual podem trabalhar com conceitos relacionados às funções, contrapondo ao questionário inicial, no qual poucos conseguiram associar essas situações. Dessa forma, identificam-se, no desenvolvimento do projeto de modelagem matemática, aliado a situações interdisciplinares, aspectos que evidenciam que este propiciou um melhor entendimento e compreensão do conteúdo trabalhado com situações práticas. Isso corrobora com Klüber (2016), quando afirma que a realização de uma atividade interdisciplinar propõe a troca de conhecimento nas diversas áreas do conhecimento e é nessa troca que ocorre uma melhor compreensão dos conceitos trabalhados.

A atividade aplicada foi finalizada com o estudo da função quadrática, porém alguns dos acadêmicos envolvidos no projeto aproveitaram os dados obtidos nos experimentos para desenvolver atividades semelhantes com as mesmas turmas ao trabalharem com funções exponenciais e logarítmicas em suas aulas de regência referente ao Programa de Residência Pedagógica. Nessas atividades, eles tiveram a oportunidade de comparar a aproximação por diferentes tipos de funções para cada uma das curvas experimentais disponíveis.

5.3 ASPECTOS MOTIVACIONAIS E DIFICULDADES RELACIONADAS AO DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

Em conversa com os alunos do Ensino Médio, observou-se que, na concepção deles, a Matemática tinha importância somente na escola, onde precisavam estudar para as provas. Fora do ambiente escolar, sua utilidade era vista, com mais frequência, nas operações básicas, o que fica evidente em alguns depoimentos de alunos: *“quando olhamos o relógio já estamos usando a matemática”*; *“quando vamos ao mercado, utilizamos a matemática para saber o valor da compra bem como para receber o troco”*; *“a matemática está em tudo que envolve cálculos”*; *“na construção de uma casa, onde necessita-se de medidas corretas e precisas para que a construção fique adequada”*; *“quando trabalhamos com datas, preços, medidas e tamanhos”*; *“os números estão presentes no nosso cotidiano o tempo todo, seja quando compramos algo, onde utilizamos dinheiro”*; *“nas placas dos carros”*; *“quando tomamos algum medicamento estamos utilizando números”*.

Também houve relato de que, no dia a dia, utilizam apenas as contas básicas, os outros conteúdos matemáticos só são usados na sala de aula, em momentos que são realizadas as provas da disciplina. Outro fato que chamou a atenção foi a percepção do não uso da fórmula

de Bhaskara em algo concreto, sendo este um conteúdo, na visão de muitos entrevistados, sem aplicabilidade.

Em várias situações, quando se trabalha com alguns conteúdos matemáticos, em sala de aula, não ocorre a relação destes com o cotidiano dos alunos. Esse fato faz com que os alunos não visualizem a importância da matemática para o seu dia a dia, ou seja, a matemática acaba sendo tratada apenas como uma disciplina que faz parte do currículo escolar, mas não como algo que pode contribuir com o conhecimento prático dos alunos. A modelagem matemática tende a romper com essa realidade ao trazer para a sala de aula questões do cotidiano dos sujeitos, proporcionando uma troca de conhecimentos matemáticos com o dia a dia, conforme destacam Brandt, Burak e Klüber (2016).

Durante a aplicação do projeto, percebeu-se que os alunos possuíam algumas dificuldades referentes ao entendimento do conteúdo de funções afins e quadráticas, apesar de já terem tido contato com esses conteúdos anteriormente. Além disso, observou-se que poucos alunos conseguiam relacionar conceitos básicos de funções com algo prático. Assim, quando foram questionados sobre a aplicabilidade do conteúdo de funções, os alunos tiveram muita dificuldade em encontrar exemplos, como já foi descrito na seção anterior. Eles relataram que estudavam o conteúdo porque este iria ser cobrado em provas.

A matemática, muitas vezes, é ensinada ou entendida de modo abstrato, de modo que os educandos não conseguem visualizar suas aplicabilidades e sua importância. Para Bassanezi (2002, p. 10), “os sistemas educacionais têm sido, nos últimos duzentos anos, dominados pelo que se poderia chamar uma fascinação pelo teórico e abstrato.” Nesse sentido, entende-se a importância do trabalho com projetos interdisciplinares e de modelagem, abordando situações que podem ocorrer no cotidiano dos alunos como fator de motivação e de dar significado aos conceitos abordados.

Essa percepção se reforça quando, ao final do projeto, aproximadamente 80% dos alunos entrevistados mencionam identificar aplicabilidade dos conteúdos estudados na disciplina de Matemática no seu dia a dia, identificando que a matemática está presente em tudo, em muitas situações como: “quando vamos ao mercado, precisamos fazer as contas para saber quanto teremos que pagar, por exemplo”; “a matemática também está presente no preço que iremos pagar de tal mercadoria e na locomoção”; e “tudo envolve números, dependemos dos números para organizarmos o nosso dia a dia”. Observou-se que a maioria dos alunos vê aplicabilidade dos conteúdos básicos da Matemática, sendo que, na concepção deles, a matemática está muito relacionada ao dinheiro. É importante que o professor aproveite essa

percepção como fator motivacional para mostrar aos alunos a importância dos conteúdos ensinados em sala de aula, relacionando-os com situações práticas.

Para Bassanezi (2002, p. 33), uma das potencialidades da modelagem matemática e do trabalho com essa metodologia consiste no fato de que “pode servir como recurso para melhor entendimento da realidade;”. No entendimento de mais de 95% dos alunos participantes do projeto, é importante relacionar os conteúdos matemáticos com situações do cotidiano, sendo algumas dessas percepções apresentadas nos depoimentos que seguem: “*com exemplos, o entendimento fica mais fácil*”; “*esclarece ainda mais as nossas dúvidas*”; “*facilita em situações em que achamos difícil*”; “*fica mais fácil de entender*”; “*podemos perceber que várias coisas podem ter relação com a matemática*”; “*tudo é mais fácil se comparado ao nosso cotidiano*”; e “*é sempre bom ver que podemos usar conteúdos da escola em outros lugares*”.

Destaca-se, novamente, nessas percepções, a importância de relacionar os conteúdos trabalhados, em sala de aula, com questões práticas, visto que, quando essa relação ocorre, o entendimento do conteúdo torna-se mais compreensível e a matemática torna-se algo aplicável. O que contribui para estabelecer a motivação dos alunos, sem a qual, fica inviável o processo de aprendizagem.

Para Bassanezi (2002), ao desenvolver um trabalho com modelagem matemática, os conteúdos trabalhados passam a ter sentido para o aluno, questões reais fazem parte da execução e planejamento das aulas, de modo que a matemática deixa de ser tratada como uma ciência teórica e abstrata. O desenvolvimento de um trabalho utilizando-se da modelagem matemática aliada a experimentos relacionados a questões abordadas na Física e na Química teve por objetivo mostrar aos alunos, com situações práticas, a importância e a aplicabilidade do conteúdo de funções.

Avalia-se que a aplicação do projeto contribuiu para a aprendizagem, principalmente a partir do seu aspecto motivacional, além da compreensão da aplicabilidade dos conceitos e da importância do uso de recursos computacionais, em sala de aula, sendo que, na visão dos estudantes, a experiência realizada “*foi boa, aprendi muito*”; “*foi uma experiência diferente, pois aprendemos coisas novas*”; “*foi algo bem interessante, pois me fez perceber que as funções podem ser usadas em várias coisas*”; “*foi interessante, principalmente pela ajuda nos aplicativos*”; “*foi boa, acho que se não tivéssemos usado os recursos que usamos, não teríamos aprendido tão bem*”. Em outros relatos, destaca-se que “*a experiência foi fundamental para o meu aprendizado dentro da Matemática, esse trabalho foi mais um aprendizado*”; “*ótimo, um projeto que acrescentou muito mais sobre funções*”; “*aprendi várias coisas que não sabia*”;

“consegui relacionar os dados do experimento com as funções e ainda consegui entender melhor as funções”; *“me fez entender o conteúdo na prática”*.

Os relatos acima, embora alguns um pouco superficiais, foram destacados com o intuito de revelar a opinião dos alunos referente a relevância do projeto de modelagem matemática. Nota-se, portanto, que o desenvolvimento do projeto foi positivo para os sujeitos, visto que, a partir dele, os alunos puderam esclarecer suas dúvidas, aprofundando seu conhecimento sobre o conteúdo de funções afins e quadráticas.

As contribuições do projeto, no que se refere aos aspectos motivacionais, são perceptíveis também nos depoimentos dos acadêmicos, segundo os quais o desenvolvimento do projeto mostrou *“algo de diferente para os alunos, onde que qualquer assunto pode ser trabalhado em matemática (tomando o cuidado de encaixar no conteúdo propício). Fazer o aluno pensar novas formas de ver a matemática, dando a oportunidade de usar o concreto”*; *“a modelagem matemática incentiva os alunos, cria um interesse maior dos alunos para a matemática e traz conhecimentos novos aos professores e alunos”*; quando trabalhamos com a modelagem ocorre *“a possibilidade real da aprendizagem da matemática e da sua aplicação, a partir da interação com a realidade; o aluno como pesquisador e a interação entre professor e aluno por meio de pesquisa”*. Os acadêmicos também relataram que o trabalho com a modelagem matemática *“foi relevante, teve potencial para favorecer a aprendizagem, e propõe aos alunos desenvolver o pensamento além daquele que é cobrado em sala de aula”*; *“o trabalho realizado foi muito relevante para mim como futuro professor de Matemática e para os alunos que conseguiram ver a aplicabilidade da matemática nas outras áreas. Ele teve potencial para a aprendizagem, visto que na modelagem matemática a matemática abstrata se torna uma matemática mais real que chama mais a atenção”*; *“o trabalho foi relevante, pois tabelou-se dados dos experimentos, experimentos esses que despertaram a atenção dos alunos, onde os dados foram usados para trabalhar com as funções desejadas”*; *“o trabalho foi relevante e favoreceu a aprendizagem, [...] em diversos momentos durante o estágio citei o trabalho e lembrei-o como exemplo para explicar alguns conceitos de funções com os alunos, além disso, foi relevante para o meu conhecimento como futura professora de Matemática no que diz respeito às possibilidades trazidas pela modelagem matemática.”*

Ao analisar as respostas dos acadêmicos, identificam-se evidências de que a participação deles no projeto contribuiu na sua formação como futuros professores, criando a expectativa de que, no futuro, possam utilizar essa metodologia em algumas atividades de sua prática docente, visto que tiveram a percepção de que ocorreu um maior interesse dos alunos do Ensino Médio para com o conteúdo trabalhado. Observa-se, novamente, o caráter

motivacional presente na perspectiva de visualizar a aplicabilidade dos conceitos discutidos na disciplina de Matemática no desenvolvimento de projetos de modelagem.

Além dos aspectos já identificados, vale destacar que o projeto motivou a escolha do tema de alguns alunos para a elaboração de atividades que foram apresentadas por um grupo na Feira do Conhecimento da escola. Esse grupo apresentou os experimentos e ampliou o estudo de funções para permitir a identificação de outros modelos, visando representar, adequadamente, as curvas experimentais, desenvolvendo discussões sobre os modelos mais adequados para cada curva. Além disso, esse projeto foi escolhido para representar a escola em uma feira externa, com a apresentação de apenas um trabalho por escola.

Acredita-se que a realização do projeto de modelagem matemática foi relevante para estes alunos que deram continuidade ao que lhes foi apresentado, e esta percepção pode ser verificada no depoimento de alunos que participaram da feira, quando escrevem sobre a relevância do projeto: *“saímos com um grande aprendizado, pois aprofundamos mais ainda o que já sabíamos sobre funções e modelagem”*; *“os experimentos e as relações com o conteúdo facilitaram a aprendizagem, já que, com a utilização de atividade lúdicas, o interesse sobre o assunto aumenta, levando, assim, à maior compreensão”*; e *“[...] quanto mais você se interessa pelo trabalho prático, você se dedica para fazer o trabalho escrito”*.

Na percepção das professoras preceptoras, o trabalho com a modelagem matemática dá *“[...] significado ao conteúdo. É uma metodologia diferente e atraente”*, observando, porém, que *“o maior problema é o tempo disponível para aprender a trabalhar com a modelagem e a necessidade de planejamento. Demanda tempo e planejamento.”* Para uma das professoras, houve aplicabilidade dos experimentos realizados na sua relação com o conteúdo de funções, destacando que *“Durante boa parte do ano trabalhamos com funções. Então foi uma ótima experiência para mostrar aos alunos a aplicabilidade dos conceitos. Conseguimos afetivamente mostrar a relação entre as grandezas e fazer a construção gráfica.”* A professora ainda afirma que o desenvolvimento do projeto teve *“[...] uma relevância gigantesca. Teve potencial para favorecer a aprendizagem daqueles que se envolveram com todas as etapas do projeto.”* Ela disse que é muito importante relacionar os conteúdos matemáticos com situações do dia a dia: *“Procuro sempre fazer as relações, pois precisamos dar significado ao conteúdo trabalhado. O aluno precisa conhecer em quais situações aquele conteúdo é aplicado. Mesmo fazendo as relações é difícil fazer com que o aluno se motive a aprender. Imagine se eu não relacionasse.”*

Em outro momento, a professora sugere que o acompanhamento da aplicação do projeto e o seu envolvimento na proposta *“foi uma experiência positiva, mas desafiadora. O meu maior*

desafio foi motivar os alunos para trabalhar com algo novo. Tirar eles da zona de conforto, colocar eles como peças centrais no processo. Durante todas as atividades, refleti e me questionei o quanto preciso aprender a evoluir enquanto professora. A matemática nos dá um rol infinito de possibilidades para a sua aplicação. Sinto necessidade de me aprimorar e aprender. Fiquei encantada com o projeto, foi algo relativamente simples, mas muito rico em aplicabilidade de conceitos. [...] Esses momentos são muito importantes para nós enquanto professores nos capacitar e evoluir.” Observou-se que a professora busca, em suas aulas, levar situações práticas envolvendo o cotidiano dos alunos.

Novamente, destaca-se a importância de relacionar os conteúdos matemáticos com o dia a dia dos alunos, proporcionando-lhes a visualização da aplicabilidade da matemática em outras áreas. É o que destaca Soistak (2016, p. 109), ao sugerir que, na modelagem matemática, “há possibilidades de o professor proporcionar um ensino com características construtivistas, pois durante as aulas o aluno é ativo no processo”, dialoga “com o objeto de conhecimento e que, para tanto, usa mais aspectos de reflexão e análises do que somente a memorização” (SOISTAK, 2016, p. 109). Observa-se, também, nos depoimentos da professora, a sua motivação em participar de projetos e seu desejo de ter acesso a metodologias diferentes. Essa visão reforça a necessidade da busca crescente da aproximação entre a universidade formadora de professores com a escola, onde os professores já formados estão inseridos e que, em função das inúmeras dificuldades, seja de tempo ou de falta de formação continuada, falta de contato com novas tecnologias, dentre tantas outras, acabam não tendo acesso ou preparo para trabalhar com metodologias que buscam proporcionar uma aprendizagem mais significativa ou mesmo usar adequadamente o potencial das tecnologias e aplicativos disponíveis para fins educacionais.

Outra questão que chamou a atenção, em um dos depoimentos, foi o fato relacionado a sair da “zona de conforto”, o que se aplica tanto a alunos como a muitos professores. De fato, uma aula baseada em metodologias não tradicionais requer muito trabalho do professor para preparar atividades diferentes, buscar conhecer novas práticas e conseguir interagir com as tecnologias disponíveis, além da possibilidade de se deparar com situações imprevisíveis, causando um certo desconforto pela incerteza de saber solucionar todas as situações que possam surgir. Já para o aluno, esse modelo de aula traz a provocação para pensar em diferentes situações, na discussão de diferentes pontos de vista, sem uma única resposta correta para alguma representação, desmistificando a ideia de que a Matemática sempre tem uma solução exata para a solução de um problema.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento do projeto de modelagem matemática com alunos do Ensino Médio serviu para mostrar um pouco da aplicabilidade de funções afim e quadrática relacionando-as com experimentos práticos realizados.

Atualmente, vivemos em uma sociedade em que o ambiente extraclasse é carregado de recursos tecnológicos diferenciados cujas informações transcorrem em tempo real e a escola muitas vezes não consegue acompanhar toda essa evolução. Torna-se imprescindível, então, buscar estratégias diferenciadas que instiguem o interesse dos alunos para com a aprendizagem, desenvolvendo aulas utilizando as tecnologias disponíveis.

Essa necessidade foi perceptível nos depoimentos de alunos do Ensino Médio, dos acadêmicos e das preceptoras, que apontaram como uma das contribuições do projeto desenvolvido a utilização de ferramentas tecnológicas como o *software* GeoGebra e a calculadora on-line que serviram de suporte para o desenvolvimento das atividades, bem como para uma melhor compreensão das características principais das funções afins e quadráticas.

Assim, destaca-se que o uso desses recursos tecnológicos pode e deve ser incorporado às atividades diárias dos professores de Matemática ou de outras áreas do conhecimento, visto que proporcionam uma melhor compreensão e, principalmente, visualização do conteúdo aos alunos, além de permitir abordagens que envolvam conteúdos em que os alunos, eventualmente, ainda não conhecem muitas técnicas de solução, como foi o caso dos sistemas lineares com mais de duas incógnitas. Situações como essas são muito frequentes no trabalho com modelagem e não devem inviabilizar a solução do problema proposto. Assim, quando não for viável discutir com detalhes o conteúdo que se mostra necessário para esta solução, seja devido a alguma rigidez da estrutura curricular ou por qualquer outro motivo, pode-se buscar, nos recursos tecnológicos, a solução para essa situação, de forma a não abortar a resolução do problema que se propõe. Mesmo que não se tenha discutido os detalhes da resolução desses sistemas, a abordagem feita já permitiu a compreensão da sua importância e aplicabilidade na resolução de problemas reais, servindo inclusive de motivação para estudos futuros.

Durante a análise, foram identificados elementos que sugerem que o uso da metodologia da modelagem matemática contribuiu com a aprendizagem dos alunos, visto que eles conseguiram entender a relação dos experimentos realizados para com o conteúdo de funções afins e quadráticas, permitindo que os alunos visualizassem em algo concreto o conteúdo abordado, mostrando uma Matemática aplicável.

Destaca-se, também, o potencial de trabalhos interdisciplinares em projetos de modelagem matemática, visto que foram realizados dois experimentos usando problemas geralmente abordados em duas outras disciplinas, embora, no seu desenvolvimento e aplicação, não ocorreu a participação de professores dessas áreas. Nesse sentido, não se explorou, com muita profundidade, neste trabalho, as questões interdisciplinares que modelos matemáticos podem proporcionar. Ressaltando-se, porém, o potencial que essa metodologia proporciona para fazê-lo, observando que, quando se desenvolve um trabalho interdisciplinar, as disciplinas deixam de ser tratadas de forma isolada, sendo que os conteúdos das diversas disciplinas do currículo escolar acabam ligando-se um ao outro, fazendo com que todas tenham um objetivo em comum na resolução de um mesmo problema.

Identificou-se, durante a análise, alguns aspectos que evidenciaram a ocorrência de aprendizagem nos alunos, tendo como ponto de partida a motivação dos alunos para a realização das atividades a partir da percepção da aplicabilidade dos tópicos que estavam sendo discutidos em sala de aula e alguns conceitos complementares que foram surgindo. A comparação das percepções apresentadas nos dois questionários, os depoimentos dos residentes e das preceptoras, as discussões em sala, além dos materiais por eles produzidos sinalizam a compreensão do comportamento do gráfico de diferentes formas de funções e da potencialidade do uso das funções para descrever sequências de dados experimentais ou de fenômenos físicos (ou de outras áreas do conhecimento). Diante do exposto, é possível afirmar que, no caso em questão, o trabalho com modelagem apresentou elementos que evidenciam a ocorrência de aprendizagem.

Um fato que evidencia a importância desse tipo de trabalho foi que o desenvolvimento das atividades teve continuidade nas escolas, visto que os residentes participantes do projeto e as preceptoras utilizaram-se dos dados dos experimentos em suas atividades de regência, inclusive para discutir outras funções além das abordadas neste trabalho; e a participação dos alunos em feiras do conhecimento na escola e como consequência do resultado obtido na feira externa.

Como em qualquer metodologia, algumas dificuldades foram identificadas na aplicação do projeto de modelagem. Dentre as principais dificuldades identificadas, uma delas foi observada por uma das preceptoras que identificou uma desconfiança inicial de alguns alunos acompanhada de certa inércia para participar de uma atividade diferente de uma aula tradicional, porém os dados coletados durante a pesquisa sugerem que esta dificuldade foi superada pela maioria dos alunos ao longo do desenvolvimento do projeto. A demanda de tempo maior para a preparação de atividades diferenciadas e a necessidade de preparo para situações

desafiadoras que possam surgir na aplicação de projetos de modelagem, por uma de suas características de ter certa imprevisibilidade em alguns momentos, além da dificuldade de alguns professores com os recursos tecnológicos. Também foram identificados como entraves para um trabalho mais contínuo com essa metodologia nas escolas.

Essa percepção reforça a necessidade de aproximação entre a Universidade formadora de professores e a escola de Ensino Básico, de forma a proporcionar uma formação continuada aos professores que ali atuam, por meio da convivência e do desenvolvimento de projetos conjuntos. Dois aspectos que, frequentemente, aparecem como dificuldades em discussões acerca do uso da modelagem matemática e dos recursos tecnológicos são o engessamento da estrutura curricular e a precariedade dos laboratórios de informática. Esses aspectos foram minimizados, neste trabalho, pelo uso dos aplicativos de celular dos próprios alunos e consequente possibilidade de resolução com a calculadora on-line de métodos cuja solução ainda não havia sido detalhada com os alunos.

No que se refere à formação de professores e de futuros professores, o trabalho também conseguiu trazer algumas contribuições. As professoras preceptoras identificaram aspectos relevantes para serem aproveitados em suas aulas, enquanto que aos residentes proporcionou a vivência de novas experiências com um planejamento conjunto do projeto e participação ativa em sua aplicação, intercalando-se a intervenção da mestranda nos encontros descritos, neste trabalho, com momento de condução das próprias aulas de regência com atividades ligadas aos modelos desenvolvidos.

Ao fim, destaca-se a gama de potencialidades que poderia ser explorada com base nos experimentos realizados e que emergiram no exercício de imaginação pedagógica feito junto como os residentes e as preceptoras, evidenciando algumas das contribuições que a modelagem matemática proporciona.

REFERÊNCIAS

ALVES, A. Interdisciplinaridade e matemática. In: FAZENDA, I. (Org.). **O Que é interdisciplinaridade?**. São Paulo: Cortez, 2008.

AMORIM, L. G. K. M. **Interdisciplinaridade, modelagem matemática, tecnologias e escrita no ensino e aprendizagem de função do 1º grau**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Matemática, Programa de Pós-graduação em ensino de ciências e matemática, Uberlândia, 2016. Disponível em:

<<https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/18303/1/InterdisciplinaridadeModelagemMatematica.pdf>> Acesso em: 26 set. 2018.

BARBOSA, J. C. A “**contextualização**” e a **modelagem na educação matemática de ensino médio**. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004^a. Anais... Recife: SBEM, 2004. 1 CD-ROM.

BARBOZA, A. K. A. **A (inter) relação da Matemática e a Química: uma visão pontual de alunos do 1º ano do Ensino Médio**. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização) – Universidade Federal da Integração Latino – Americana. Foz do Iguaçu, 2016.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2009.

BERTOL, Z. I.; FLORCZAK, M. A. **Uma abordagem interdisciplinar com as disciplinas Física e Matemática, por meio da astronomia**. Cadernos PDE, Curitiba, v. 1. 2013.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática & implicações no ensino-aprendizagem de matemática**. Blumenau: Furb, 1999. p. 19-50.

BISOGNIN, V.; BISOGNIN, E. **Modelagem Matemática em Cursos de Formação de Professores: uma Contribuição para a Construção do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo. Educação Matemática em Revista**, v. 46, p. 35-43, set. 2015.

BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. (Org.). **Modelagem Matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações**. Ponta Grossa: UEPG, 2016.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular – Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2017.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações interações no processo de ensino-aprendizagem**. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

BURAK, D. **Modelagem Matemática e a sala de aula. Encontro Paraense de Modelagem em Educação Matemática**, v. 1, p. 1-10, 2004.

BURAK, D. Uma perspectiva de Modelagem Matemática para o ensino e a aprendizagem da Matemática. In: BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. (Org.). **Modelagem Matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações**. Ponta Grossa: UEPG, 2016, p. 17-40.

CARDOSO, K. K.; OLIVEIRA, E. C. de.; GRASSI, M. H. **Interdisciplinaridade no ensino de Química: uma proposta de ação integrada envolvendo estudos sobre alimentos**. Programa de Pós-Graduação – Mestrado Ensino de Ciências Exatas – Univates: 2013.

FAZENDA, I. Interdisciplinaridade – transdisciplinaridade: Visões culturais e epistemológicas. In: FAZENDA, I. (Org.). **O Que é interdisciplinaridade?**. São Paulo: Cortez, 2008.

FERONI, R. C.; ANDREÃO, W. L.; GALVÃO, E. S. **Proposta de interdisciplinaridade entre matemática e física resultando na aprendizagem contextualizada**. Artigo apresentado no VII Encontro Científico de Física Aplicada. Serra: ES, 2016. Disponível em: <<http://pdf.blucher.com.br.s3-sa-east-1.amazonaws.com/physicsproceedings/vii-efa/005.pdf>>. Acesso em: 27 set. 2018.

GERHARDT, T. E., SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa**. Org: GERHARDT, T. E., SILVEIRA; coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

JOSÉ, M. A. M. Interdisciplinaridade: as disciplinas e a interdisciplinaridade brasileira. In: FAZENDA, I. (Org.). **O Que é interdisciplinaridade?**. São Paulo: Cortez, 2008.

KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática: revisando aspectos que justificam a sua utilização no ensino. In: BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. (Org.). **Modelagem Matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações**. Ponta Grossa: UEPG, 2016, p. 41-58.

MACHADO, N. J. Interdisciplinaridade e Matemática. **Revista Pro-Posições**, Campinas, v. 4, n. 1, p. 24-34, mar. 1993.

MASETTO, M. T. Mediação pedagógica e o uso da tecnologia. In: MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 10. ed. Campinas: Papirus, 2000.

MENEZES, R. O.; BRAGA, R. M. Modelagem matemática na inserção de tecnologias da informação para o ensino de geometria analítica. **Revista de Educação Matemática e Tecnologia Iberoamericana**, Recife, v. 4, n. 1, p. 1-22, 2013.

MONTEIRO, M. A. A. *et al.* **Uma proposta interdisciplinar para o ensino de Física, Química e Matemática a partir do estudo do uso de bebidas alcoólicas**. In: V SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, 2016, Ponta Grossa.

PONTES, H. M. de S.; BURAK, D. Modelagem Matemática na Educação Básica: uma experiência vivida. In: BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. (Org.). **Modelagem Matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações**. Ponta Grossa: UEPG, 2016, p.183-200.

SANTOS, J. A. dos.; JUNIOR, L. P. C.; BAJARANO, N. R. R. **A Interdisciplinaridade no Ensino de Química**: uma análise dos artigos publicados na revista Química Nova na Escola entre 1995 e 2010. Universidade Federal do Rio de Janeiro: 2011.

SEGOBIA, P. B.; SUSIN, R.; CARGNELUTTI, J. **Aplicação da Lei do Resfriamento de Newton em blocos cerâmicos**: modelagem, resolução analítica e comparação prática dos resultados. In: I Semana da Matemática da UTFPR – Toledo, 2013, Toledo.

SILVA, V. da S. Modelagem Matemática como metodologia para o ensino de Matemática nos anos iniciais: alguns apontamentos sobre a abordagem dos conteúdos matemáticos a partir de relatos de experiências. In: BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T, E. (Org.). **Modelagem Matemática**: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações. Ponta Grossa: UEPG, 2016, p. 183-200.

SKOVSMOSE, O. Pesquisando o que não é, mas poderia ser. In: Beatriz Silva D Ambrósio; Celi Espansandin Lopes. (Org.). **Vertentes da subversão na produção científica em Educação Matemática**. Campinas: Mercado de Letras, 2015. v. 1, p. 63-90.

SOARES, M. R. Modelagem matemática na sala de aula: uma abordagem interdisciplinar no ensino de física. **Revista Dynamis**, Blumenau, v. 22, n. 2, p. 79-103, 2016.

SOISTAK, A. V. Uma experiência com a Modelagem Matemática no Ensino Médio Profissionalizante. In: BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T, E. (Org.). **Modelagem Matemática**: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações. Ponta Grossa: UEPG, 2016, p. 107-130.

SOUZA, R. H. de, *et al.* **Uma oficina Interdisciplinar de Química e Matemática**: Aproximando a Universidade dos Alunos Concluintes do Ensino Fundamental. 33ª Reunião Anual da Sociedade Brasileira de Química. Águas de Lindóia – SP: 2010.

SOUZA, Y. F. de.; RODRIGUES, K. F. de O.; MOREIRA, F. M. B. **A interdisciplinaridade no processo de ensino-aprendizagem por meio da modelagem matemática**. Artigo apresentado no IV Congresso Nacional de Educação. João Pessoa: PR, 2017. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/revistas/conedu/trabalhos/TRABALHO_EV073_MD1_SA13_ID_5298_16102017205432.pdf>. Acesso em: 27 set. 2018.

STACHELSKI, C. L. C.; BERGAMIN, M.; DAL MOLIN, D. C. Modelagem matemática no ensino da matemática. **Revista Educação Matemática em Revista**, Ampére-PR, v. 1, n. 1, p. 45-51, 2014.

TOMAZ, V. S.; DAVID, M. M. M. S. **Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

VICENTIN, F. R. Modelagem Matemática: o relato e implicações de uma experiência no Ensino Médio. In: BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T, E. (Org.). **Modelagem Matemática**: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações. Ponta Grossa: UEPG, 2016, p. 89-105.

WEBER, P. E.; PETRY, V. J. Modelagem Matemática na educação básica: uma experiência aplicada a construção civil. **Revista Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias**. Bogotá: Colombia, p. 40-54, 2015.

YARED, I. O que é interdisciplinaridade? In: FAZENDA, I. (Org.). **O Que é interdisciplinaridade?**. São Paulo: Cortez, 2008.

APÊNDICE A – Questionário 1**Questionário inicial aplicado aos alunos**

- 1) Você vê aplicabilidade dos conteúdos estudados na disciplina de Matemática no seu dia a dia? Comente.

- 2) Qual é o seu entendimento quanto ao conteúdo de funções? Destaque situações em que você acredita que podemos trabalhar com funções.

- 3) Você acredita que é importante relacionar os conteúdos matemáticos trabalhados com situações do nosso dia a dia? Justifique.

APÊNDICE B – Questionário 2**Questionário final aplicado aos alunos**

- 1) Você vê aplicabilidade dos conteúdos estudados na disciplina de Matemática no seu dia a dia? Comente.
- 2) Você acredita que o conteúdo de funções teve relação com os experimentos realizados? Argumente.
- 3) O trabalho realizado foi relevante? A realização do mesmo proporcionou aprendizagem? Justifique sua resposta.
- 4) Dê exemplos de situações do nosso dia a dia em que podemos usar funções.
- 5) Você acredita que é importante relacionar os conteúdos matemáticos com situações do nosso dia a dia? Justifique.
- 6) Descreva como foi a sua experiência em relação ao desenvolvimento do projeto de modelagem matemática.

APÊNDICE C – Questionário 3**Questionário inicial aplicado aos acadêmicos**

- 1) Você já desenvolveu algum trabalho usando a modelagem matemática? Em caso afirmativo, descreva, em poucas palavras, o trabalho desenvolvido.

- 2) Você acredita que é importante relacionar os conteúdos matemáticos trabalhados com o dia a dia dos alunos? Justifique.

- 3) Destaque situações práticas e/ou aplicáveis nas quais você acredita que podemos trabalhar com funções.

- 4) Você acredita que um trabalho usando modelagem matemática tem potencial para favorecer a aprendizagem? Argumente.

- 5) Comente sobre suas expectativas em relação ao desenvolvimento do projeto de modelagem matemática junto com alunos do Ensino Médio.

APÊNDICE D – Questionário 4**Questionário final aplicado aos acadêmicos**

- 1) Destaque pontos positivos e negativos quando trabalhamos com a modelagem matemática.
- 2) Na sua opinião, houve aplicabilidade dos conteúdos trabalhados com os experimentos realizados? Argumente.
- 3) O trabalho realizado foi relevante? Você acredita que o trabalho realizado teve potencial para favorecer a aprendizagem? Comente.
- 4) Destaque situações práticas e/ou aplicáveis nas quais você acredita que podemos usar funções.
- 5) Você acredita que é importante relacionar os conteúdos matemáticos trabalhados com o dia a dia dos alunos? Justifique.
- 6) Descreva como foi a sua experiência em relação ao desenvolvimento do projeto de modelagem matemática junto com alunos do Ensino Médio.

APÊNDICE E – Possíveis conteúdos/instrumentos a serem trabalhados com relação aos experimentos realizados

- Funções afins;
- Funções exponenciais;
- Funções polinomiais;
- Funções quadráticas;
- Funções logarítmicas;
- Matrizes;
- Método dos mínimos quadrados;
- Software Scilab;
- Software Geogebra;
- Domínio de funções;
- Imagens de funções;
- Características de funções;
- Lei de formação de uma função;
- Coeficiente angular;
- Coeficiente linear;
- Termo independente de uma função;
- Conjunto numéricos;
- Gráficos;
- Tabelas;
- Concavidade de uma parábola;
- Potenciação;
- Propriedade das potências;
- Volume;
- Variação de temperatura;
- Planilhas eletrônicas;
- Equações diferenciais ordinárias;
- Equações;
- Sistemas de equações.