



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM REDE NACIONAL – PROFMAT**

HUMBERTO VIEIRA DE MELO JÚNIOR

**A MATEMÁTICA POR MEIO DA ESTATÍSTICA AJUDANDO A ENTENDER O
PROCESSO ELEITORAL**

Maceió - AL
Outubro de 2019

HUMBERTO VIEIRA DE MELO JÚNIOR

**A MATEMÁTICA POR MEIO DA ESTATÍSTICA AJUDANDO A ENTENDER O
PROCESSO ELEITORAL**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Isnaldo Isaac Barbosa

Maceió - AL
Outubro de 2019

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecária: Taciana Sousa dos Santos – CRB-4 – 2062

- M528m Melo Júnior, Humberto Vieira de.
 A matemática por meio da estatística ajudando a entender o processo eleitoral / Humberto Vieira de Melo Júnior. - 2019.
 49 f. : il., grafs., tabs. color.
- Orientador: Isnaldo Isaac Barbosa.
 Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Matemática. Programa de Pós-Graduação em Matemática. Maceió, 2019.
- Bibliografia: f. 49.
1. Estatística matemática. 2. Processo eleitoral. 3. Educação básica. I. Título.

CDU: 519.22

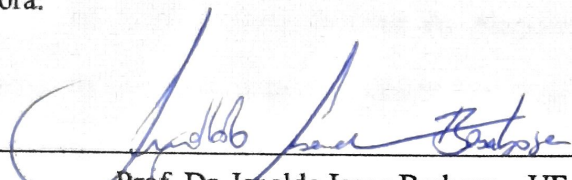
Folha de Aprovação

HUMBERTO VIEIRA DE MELO JÚNIOR


**A MATEMÁTICA POR MEIO DA ESTATÍSTICA AJUDANDO A ENTENDER O PROCESSO
ELEITORAL**

Dissertação submetida ao corpo docente do Programa de
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
(PROFMAT) do Instituto de Matemática da Universidade
Federal de Alagoas e aprovada em 10 de outubro de 2019.

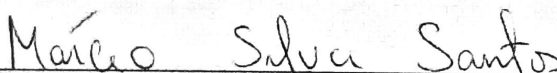
Banca Examinadora:



Prof. Dr. Isnaldo Isaac Barbosa – UFAL (Presidente)



Prof. Dr. Gregório Manoel da Silva Neto - UFAL



Prof. Dr. Márcio Silva Santos – UFPB

Dedico este trabalho a minha falecida Mãe.

AGRADECIMENTOS

Ao concluir esse trabalho, agradeço primeiramente a Deus, pois sem Ele minha conquista não seria possível e a Virgens dos Pobres que sempre me iluminou.

A minha esposa, Jacqueline Melo, que me dando muita força, mostrou bastante confiança nas horas mais necessárias.

Aos meus filhos, Maykon Humberto, Gabriel Humberto e Grace Kelly, pois foi neles que encontrei inspiração para retornar aos estudos.

Aos meus irmãos e sobrinhos que sempre incentivaram para dar prosseguimento aos estudos e, assim, alcançar um futuro melhor.

Ao meu orientador e amigo, Prof. Dr. Isnaldo Isaac Barbosa, sempre com sua paciência, presteza, incentivo e presença em todos os momentos desse processo.

Aos meus colegas e amigos do PROFMAT que sempre estiveram juntos, nas horas de estudos, e na torcida pelo sucesso. Destaco os amigos Herivelton, Claudio, Genivaldo, Maciel e Jefferson.

Aos professores do PROFMAT e funcionários do Instituto de Matemática, pois contribuíram para meu crescimento profissional e deram forças nos momentos mais tensos.

A Profa. Ma. Rosangela Santos da Silva.

Por fim, a você, que dedicou seu tempo para poder neste momento está lendo meu trabalho.

A Matemática não mente. Mente quem faz mau uso dela.

Albert Einstein

RESUMO

No presente trabalho, objetivou-se fazer um estudo sobre a matemática através do uso de estatística para melhor esclarecer o complexo processo eleitoral nos sistemas atuais. Inicialmente, buscou-se uma revisão sobre os assuntos de estatística e gráficos a fim de uma melhor compreensão da temática desta pesquisa. Posteriormente, foram apresentadas as fórmulas estatísticas que são utilizadas nas eleições brasileiras atuais. Além disso, foram realizadas ações pedagógicas embasadas na proposta deste trabalho, a exemplo: simulação de eleições na Escola Estadual Tarcísio de Jesus. Por fim, fez-se a realização de exercícios com a proposta de alternativas para o ensino da matemática na Educação Básica de Ensino.

Palavras-chave: Estatística - Eleições Brasileiras - Educação Básica

ABSTRACT

This paper aimed to study mathematics through the use of statistics to better clarify the complex electoral process in current systems. Initially, we sought a review on the statistical and graphical subjects related to the topics to be addressed, due to the need for knowledge in order to better understand the subject studied. Subsequently, the statistical formulas that are used in the current Brazilian elections were presented. In addition, work was carried out with election simulations at the Tarcísio de Jesus State School, with the purpose of studying the theme addressed in this research and reaching the target audience that is the school community of the mentioned School. Finally, exercises were performed with the proposal of alternatives for the teaching of mathematics in Basic Education.

Keywords: Statistics - Brazilian elections - Basic Education

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Gráfico de Coluna	20
Figura 2 - Gráfico de Linha	21
Figura 3 - Gráfico de Setor.....	21
Figura 4 - Número de votos válidos para Prefeito em uma cidade com menos de 200 mil eleitores.....	26
Figura 5 - Número de votos válidos para Prefeito em uma cidade com mais de 200 mil eleitores.....	27
Figura 6 - Gráfico Gaussiano.....	36
Figura 7 - Modelo de Cédula de Votação	42
Figura 8 - Ficha de Apuração dos Votos	43
Figura 9 - Gráfico de Colunas feito pela aluna Gabriela dos Santos da segunda série do Ensino Médio.....	43
Figura 10 - Resultado Final para Eleição de Diretor - Gráfico de Colunas.....	44
Figura 11 - Resultado Final para Eleição de Diretor - Gráficos de Setores.....	44

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Distribuição de Votos	22
Tabela 2- Distribuição de Votos Válidos - Sistema Majoritário - com menos de 200 mil eleitores	26
Tabela 3 - Distribuição de votos válidos - Sistema Majoritário - com mais de 200 mil eleitores.....	27
Tabela 4 - Distribuição de Votos - Sistema Proporcional	28
Tabela 5 - Calculando o Quociente Eleitoral	28
Tabela 6 - Calculando o Quociente Partidário.....	29
Tabela 7- Distribuição de Sobras - 1ª Vaga	29
Tabela 8 - Distribuição de Sobras - 2ª Vaga	29
Tabela 9 - Valores críticos para determinado nível de confiança.....	35
Tabela 10 - Proporção Populacional	37
Tabela 11 - Distribuição de Votos para eleição de diretor da escola.....	42

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

TSE – Tribunal Superior Eleitoral

QE – Quociente Eleitoral

QP - Quociente Partidário

BNCC - Base Nacional Comum Curricular

CONRE-3 – Conselho Regional de Estatística da 3ª Região

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	13
1 CONCEITOS BÁSICOS DE ESTATÍSTICA	14
1.1 Medidas de Tendência Central	15
1.1.1 Média Aritmética Simples	15
1.1.2 Média Aritmética Ponderada.....	15
1.1.3 Moda.....	16
1.1.4 Mediana.....	16
1.1.5 Variância.....	18
1.1.6 Desvio Padrão	19
1.2 Tipos de Gráficos.....	20
1.2.1 Gráficos de Colunas	20
1.2.3 Gráficos de Linhas.....	21
1.2.4 Gráficos de Setores	21
1.2.5 Tabelas	22
2 A ESTATÍSTICA NAS ELEIÇÕES.....	23
2.1 Como são Contabilizados os Votos nas Eleições Brasileiras.....	23
2.2 Tamanho da Amostra e Margem de Erro	30
3 PROPOSTAS DE TRABALHO E EXERCÍCIOS	39
3.1 Pesquisa Eleitoral e Margem de Erro.....	39
3.1.1 Etapas e Resultados.....	39
3.2 Eleições na Escola.....	40
3.2.1 Etapas e Resultados.....	40
3.3 Exercícios.....	45
CONSIDERAÇÕES FINAIS	48
REFERÊNCIAS.....	49

INTRODUÇÃO

Nesta pesquisa, buscou-se um tema com relevância para a Educação Básica e que minimizasse o déficit de trabalhos científicos que envolvem os números relacionados às eleições brasileiras, especificamente, nas dissertações do PROFMAT. Para isso, inicialmente, surgiram as seguintes indagações: O que tem a ver esse tema com a Matemática? Não é apenas ir às urnas e votar? Por que determinado candidato mais votado não se elegeu, enquanto outro com menos votos assumiu a cadeira? Como os resultados estatísticos das pesquisas são tão fidedignos aos resultados das eleições? A partir de questionamentos como estes, a pesquisa começou a ser delineada.

A dissertação está organizada em três capítulos: no primeiro, veremos conceitos básicos de Estatística que possibilitará a compreensão de todo o estudo proposto. No segundo capítulo, conheceremos os tipos de sistemas de eleição, adotados em nosso país, atrelados à forma como são realizados os cálculos para um candidato ser eleito nos moldes atuais do sistema eleitoral. Neste capítulo serão observados o tamanho da amostra e a margem de erro em uma pesquisa eleitoral. No capítulo terceiro, serão socializadas duas propostas de trabalho em sala de aula, aplicadas para alunos da educação básica da rede pública de ensino, através de exercícios concernentes à temática desta investigação.

Por fim, foi na observância da relação da Matemática com as eleições, que recorreremos às contribuições da Estatística e de conceitos matemáticos básicos para uma melhor compreensão do funcionamento desse complexo processo.

1 CONCEITOS BÁSICOS DE ESTATÍSTICA

A Estatística diz respeito à coleta, organização e apresentação de dados em gráficos e tabelas, é utilizada para tirar conclusões válidas e tomar decisões através da análise de dados.

Para Epstein (1988), a informação ou redução da incerteza vai ser exatamente a redução das alternativas que efetivamente não aconteceram. Já o conhecimento é a informação carregada de aspectos subjetivos, onde a interpretação, o contexto, o significado e a própria sabedoria do indivíduo passam a formar um todo. Davenport (1998) assume que o conhecimento é a síntese de múltiplas fontes de informação, ou seja, o conhecimento é obtido através de meios estruturados tais como livros, documentos e nas relações interpessoais.

A Estatística surgiu com a necessidade do Estado na formulação de políticas públicas, fornecendo dados demográficos e políticos. Seus fundamentos matemáticos foram postos no século XVII como desenvolvimento das teorias das probabilidades de Pascal e Fermat.

A aplicabilidade do tema proposto neste trabalho, deu-se em duas turmas da Escola Estadual Tarcísio de Jesus, tendo como público alvo o 9º ano do Ensino Fundamental e o 2º ano do Ensino Médio. Percebeu-se que os alunos não detinham conhecimentos prévios sobre os conceitos básicos de Estatística e, por isso, a importância deste estudo para o preenchimento dessa lacuna e, também, para análises dos números que cercam o processo eleitoral.

Por conseguinte, iremos conhecer de maneira sucinta, conceitos de médias, mediana, moda, variância, desvio padrão e gráficos que servirão como base para uma melhor compreensão do capítulo seguinte, que é o foco dessa Dissertação.

1.1 Medidas de Tendência Central

Apresentaremos nesta seção as principais medidas de tendência que são abordadas no ensino de Estatística na educação básica.

1.1.1 Média Aritmética Simples

Sendo x_1, x_2, \dots, x_n variáveis aleatórias para uma determinada amostra de tamanho n . A média X da amostra será dada por:

$$X = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Exemplo: Se uma amostra tiver os valores 2, 5, 4, 9 e 8, a média para esses valores será:

$$X = \frac{2 + 5 + 4 + 9 + 8}{5} = 5,6$$

1.1.2 Média Aritmética Ponderada

A Média Aritmética Ponderada é muito útil para dados apresentados em tabelas de frequência. É calculada somando os produtos de dois ou mais números racionais pelos seus respectivos pesos e dividindo esse resultado pela soma dos pesos. De um modo geral, tem-se:

$$Mp = \frac{p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 + \dots + p_n \cdot x_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n}$$

Onde,

Mp corresponde a média aritmética ponderada, p_1, p_2, \dots, p_n definem os pesos e x_1, x_2, \dots, x_n são os valores dos dados.

Exemplo: Uma escola adota a média aritmética ponderada para calcular a média final, onde o primeiro bimestre tem peso 1, o segundo peso 2, o terceiro peso 3 e o quarto peso 4. Sendo assim, um aluno que tirou notas 9, 6, 7 e 2. Se nesta escola, para passar direto, sem fazer a prova de recuperação, a média final deve ser 6,0, então este aluno passou sem precisar fazer a prova de recuperação?

$$Mp = \frac{9 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 3 + 2 \cdot 4}{1 + 2 + 3 + 4}$$

$$Mp = \frac{9 + 12 + 21 + 8}{10}$$

$$Mp = \frac{50}{10}$$

$$Mp = 5,0$$

O Aluno terá que fazer a prova de recuperação, pois não atingiu a nota mínima de 6,0.

1.1.3 Moda

O dado que aparece com mais frequência numa amostra chama-se Moda.

Exemplo: Se uma amostra tiver os valores 2, 5, 3, 2 e 1, a moda desta amostra é o número 2.

Uma amostra pode ter mais de uma moda, basta que outro(os) valor(es) apareça(m) quantidade igual de vezes.

1.1.4 Mediana

Considere um conjunto de dados organizados em ordem crescente ou decrescente. Mediana é o valor que separa esse conjunto de dados em dois subconjuntos de modo que o número de elementos que antecedem a mediana seja igual ao número de elementos que a sucedem.

(i) para n ímpar

Exemplo: Vamos considerar que num grupo de 9 amigos, suas idades sejam:

10, 17, 15, 12, 10, 13, 16, 18 e 15

Para encontrar a mediana das idades deste grupo de amigos, devemos organizar essas idades em ordem crescente:

10, 10, 12, 13, **15**, 15, 16, 17, 18

Observe que o número 15 ocupa a posição central, logo será a mediana.

Podemos determinar a posição da Mediana da seguinte forma:

$$\text{Posição da Mediana} = \frac{n + 1}{2}$$

ou seja,

$$\text{Posição da Mediana} = \frac{9 + 1}{2} = 5, \text{ logo a } 5^{\text{o}} \text{ posição}$$

(ii) para n par,

O conjunto terá dois elementos ocupando a posição central, assim faremos a média aritmética X entre esses dois elementos e definimos a partir daí o valor da mediana.

Exemplo: Vamos definir a mediana entre os elementos 20, 28, 16, 18, 28 e 30.

Primeiro colocar estes elementos em ordem crescente:

16, 18, **20, 28**, 28, 30

Faremos a média X entre esses dois elementos

$$X = \frac{20 + 28}{2} = 24$$

No exemplo anterior, usamos uma quantidade n par de valores, então podemos determinar a posição fazendo:

$$\text{Posição da mediana} = \frac{6 + 1}{2} = 3,5$$

Assim a posição da mediana ficou entre o 3º e o 4º elemento

Logo, faremos a média aritmética entre esses dois elementos para descobrir o valor da mediana.

1.1.5 Variância

A Variância (S^2), é a média do quadrado dos desvios relativos de cada termo a sua média aritmética, isto é:

$$S^2 = \frac{\sum_i^N (x_i - X)^2}{N}, \text{ em que } i = \{1, 2, 3, \dots, n\}$$

E para uma estimativa não tendenciosa:

$$S^2 = \frac{\sum_i^N (x_i - X)^2}{N-1}, \text{ para } n \geq 30$$

Sendo:

S^2 = variância

\sum = soma

i = posição do primeiro valor da série

N = posição do último valor da série

x_i = cada um dos valores

X = média dos valores

Exemplo: Uma pessoa realizou 4 provas, calcular a variância dessas notas, sabendo que ele tirou 8, 6, 8 e 4.

Primeiro devemos calcular a média X entres essas notas,

$$X = \frac{8 + 6 + 8 + 4}{4} = 6,5$$

Agora faremos,

$$S^2 = \frac{(8 - 6,5)^2 + (6 - 6,5)^2 + (8 - 6,5)^2 + (4 - 6,5)^2}{4}$$

$$S^2 = \frac{(1,5)^2 + (-0,5)^2 + (1,5)^2 + (-2,5)^2}{4}$$

$$S^2 = \frac{2,25 + 0,25 + 2,25 + 6,25}{4}$$

$$S^2 = \frac{11}{4} = 2,75$$

E para uma estimativa não tendenciosa:

$$S^2 = \frac{(8 - 6,5)^2 + (6 - 6,5)^2 + (8 - 6,5)^2 + (4 - 6,5)^2}{4 - 1}$$

$$S^2 = \frac{11}{3} \approx 3,67$$

1.1.6 Desvio Padrão

O desvio padrão, entre tantas aplicações, pode ser utilizado para medir desempenho.

Vamos imaginar a seguinte situação: os professores do nono ano de uma determinada escola desejam premiar os alunos de acordo com suas notas. Para isso, o professor de Matemática sugeriu que a melhor maneira seria por meio do desvio padrão de suas notas, ou seja, o aluno que obtiver menor desvio padrão é o que tem o melhor desempenho, visto que, quanto menor o desvio padrão menor será a dispersão de dados.

Para o cálculo do desvio padrão, basta calcular a raiz quadrada da variância, que foi mostrada anteriormente, como segue abaixo:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_i^N (x_i - X)^2}{N}}$$

ou para uma estimativa não tendenciosa, quando $n \geq 30$, temos:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_i^N (x_i - X)^2}{N - 1}}$$

Então o desvio padrão para o exemplo anterior, onde o resultado da variância foi:

$$S^2 = \frac{11}{4} = 2,75$$

Teremos o desvio padrão:

$$S = \sqrt{2,75} \approx 1,658 \quad \text{ou para } S^2 = \frac{11}{3} \approx 3,67$$

Teremos o desvio padrão $S = \sqrt{3,67} \approx 1,914$

1.2 Tipos de Gráficos

Os gráficos, em geral, é uma forma de organizar e visualizar dados de uma forma mais simples, clara e objetiva. Quando os dados de uma pesquisa são coletados, eles são analisados e organizados em um tipo de gráfico, porém para cada situação exige um tipo de gráfico. É comum abrirmos uma revista ou um jornal, ou até mesmo acessar um site, e notarmos a presença de gráficos, porém as formas como eles são dispostos nem sempre são de fácil assimilação, pois o autor pode ter utilizado as informações coletadas de maneira incorreta.

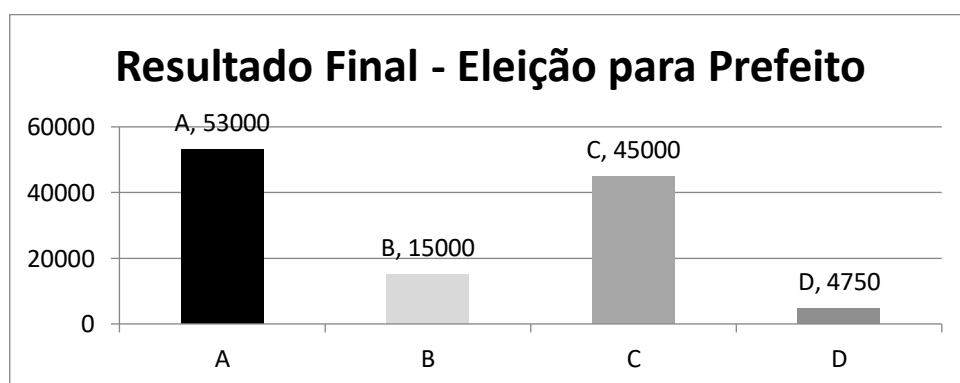
Ao realizar uma pesquisa eleitoral e expor os resultados encontrados aos eleitores, por meio de um gráfico, fica mais fácil o entendimento e até a comparação desses dados coletados, facilitando sua interpretação e não distorcendo a realidade.

Há várias formas de gráficos, como poderemos constatar a seguir.

1.2.1 Gráficos de Colunas

Neste tipo de gráfico, as frequências são colocadas no eixo vertical. A altura de cada coluna é proporcional à frequência absoluta ou relativa.

FIGURA 1 - GRÁFICO DE COLUNA

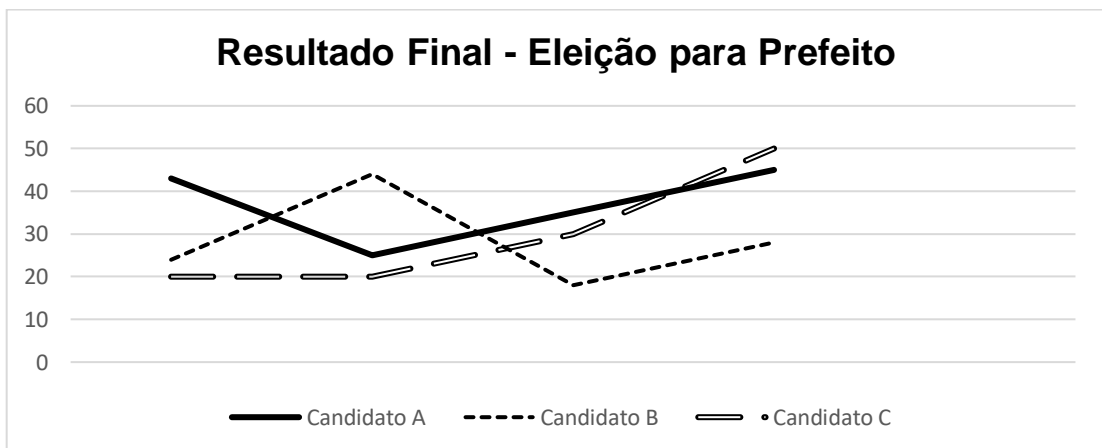


Fonte: Autoria Própria

1.2.3 Gráficos de Linhas

Neste tipo de gráfico, usa-se o plano cartesiano, no qual são locados os pontos associados às variáveis envolvidas. Mesmo quando a variável de interesse não for contínua, esses pontos podem ser unidos por meio de segmentos com o objetivo de ajudar na visualização.

FIGURA 2 - GRÁFICO DE LINHA

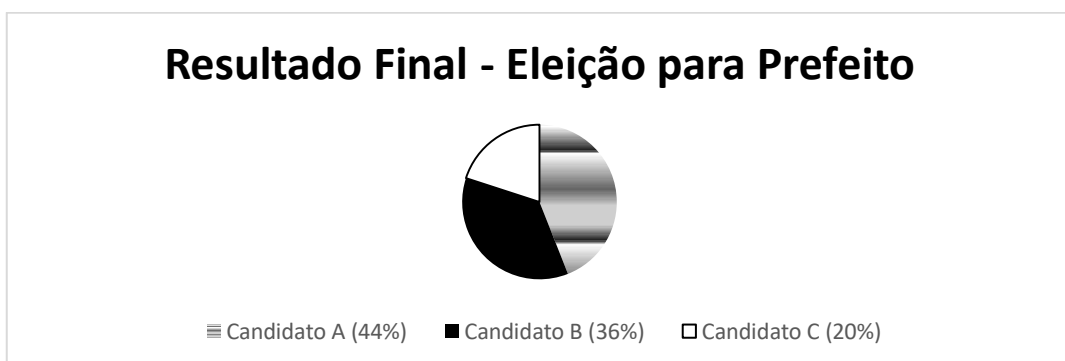


Fonte: Autoria Própria

1.2.4 Gráficos de Setores

Popularmente conhecida como gráfico de pizza. O ângulo de cada setor é proporcional à frequência de variável considerada. Assim, o ângulo associado ao setor, por exemplo, que representa a variável "Candidato C" é determinado através do cálculo: $\frac{20}{100} \times 360 = 72^\circ$.

FIGURA 3 - GRÁFICO DE SETOR



Fonte: Autoria Própria

1.2.5 Tabelas

As tabelas são uma forma de representar os dados coletados numa pesquisa, tornando mais fácil a visualização desses dados.

TABELA 1 - DISTRIBUIÇÃO DE VOTOS

Candidatos	Votos Válidos	Vencedor em Turno Único	Número de Votos Válidos	Porcentagem de Votos Válidos
A	53000	A	53000	45,01%
B	15000			
C	45000			
D	4750			
Total	117750			

Fonte: Autoria Própria

2 A ESTATÍSTICA NAS ELEIÇÕES

2.1 Como são Contabilizados os Votos nas Eleições Brasileiras

Em época eleitoral, ouvimos termos que não fazem parte do nosso vocabulário diário, tais como: coligação, voto de legenda, voto nominal, voto válido, eleição majoritária e proporcional, quociente eleitoral, etc.

A partir de pesquisa realizada nos documentos do Tribunal Superior Eleitoral - TSE é visto que no Processo eleitoral brasileiro há dois tipos de sistemas eleitorais: o Majoritário, que é escolha de presidente da República, Governador, Prefeito e respectivos vices, que são os chefes do Poder Executivo, além de Senador e seus suplentes, os que compõem o Poder Legislativo e o Proporcional que é indicado para a escolha de Deputados federais, estaduais e distritais e Vereadores que são membros do Poder Legislativo.

O Sistema Majoritário adota uma forma mais fácil, isto porque o mais votado, em locais que não ultrapasse os 200 mil eleitores, assume o cargo a que concorre. Já em locais com mais de 200 mil eleitores poderá haver a necessidade de um segundo turno, pois para se eleger de forma direta neste sistema o candidato mais votado assumirá o cargo se obter a maioria dos votos, ou seja, 50% dos votos mais um voto.

No Sistema Proporcional, o processo é conduzido de uma forma um pouco mais complexa, pois se devem calcular alguns fatores que apontaram os vencedores do pleito. Primeiro deve ser calculado o Quociente Eleitoral que é a razão entre o total de votos válidos pelo número de cadeiras a serem disputadas.

Não são computados como válidos os votos nulos ou em branco. É o que dispõe o art. 5º da Lei nº 9.504/1997, segundo o qual, “nas eleições proporcionais, contam-se como válidos apenas os votos dados a candidatos regularmente inscritos e às legendas partidárias”. (TSE, 2019)

Dando continuidade, deve ser calculado o Quociente Partidário, através da razão entre os votos válidos obtidos pelo partido ou coligação pelo Quociente

Eleitoral; a partir deste cálculo teremos a quantidade de cadeiras que esse partido ou coligação terá adquirido. A parte inteira dessa razão indica o número de vagas obtidas por cada partido ou coligação. Entre os candidatos que fazem parte de cada partido ou coligação, a distribuição das vagas será feita pelos candidatos mais votados. É quando surgem as polêmicas aos olhos dos eleitores, pois, alguns dos mais votados deste partido e que teve direito a vaga pode ter menos votos dos que não conseguiram se eleger por outro partido ou coligação; todavia, dentro de seu partido, ele não conseguiu ficar entre os mais votados.

Como a distribuição de vagas é determinada pela parte inteira do Quociente Partidário, podem surgir as sobras eleitorais, havendo assim a necessidade de se calcular os restos eleitorais, sendo a razão entre o número de votos obtidos pelos partidos ou coligações pelo número de vagas obtidas acrescido de uma unidade. Esse cálculo será realizado tantas vezes forem a quantidade de sobras eleitorais.

Portanto para o Sistema Proporcional teremos as seguintes fórmulas:

- **$Q_E = (\text{votos válidos}) \div (\text{n}^\circ \text{ de cadeiras em disputa})$**

$$Q_E = \frac{\text{Votos válidos}}{\text{N}^\circ \text{ de cadeiras disputadas}}$$

- **$Q_p = (\text{votos válidos, partido ou coligação}) \div (\text{quociente eleitoral})$**

$$Q_p = \frac{\text{Votos válidos do partido}}{\text{quociente eleitoral}}$$

- **$R = (\text{n}^\circ \text{ de votos obtidos, partido ou coligação}) \div (\text{n}^\circ \text{ de vagas obtidas} + 1)$**

$$R = \frac{\text{N}^\circ \text{ de votos obtidos}}{\text{N}^\circ \text{ de vagas obtidas} + 1}$$

Também se faz necessário entender como se calcula a porcentagem dos votos válidos, também chamada de frequência relativa.

A porcentagem de votos válidos é a razão entre o número de votos de um determinado partido (N_x) e os números totais de votos válidos (N_t), ao resultado multiplicamos por 100:

$$\% \text{votos válidos} = \frac{Nx}{NT} \cdot 100$$

Por exemplo: Em uma eleição com 100 mil votos válidos, um partido A obteve 30 mil votos, logo a porcentagem dos votos válidos para este partido será de:

$$\% \text{votos válidos} = \frac{30000}{100000} \cdot 100 = 30\%$$

Assim, o partido em questão obteve 30% do total de votos válidos.

Outro exemplo: Em certa cidade brasileira, o número de eleitores aptos a votar era 152 mil, porém apenas 134 mil compareceram as urnas, e destes 24 mil são de votos brancos ou nulos. Certo partido obteve 17 mil votos. Qual é a porcentagem de votos válidos para este partido?

Solução:

Primeiramente observem que nem todos aptos a votar compareceram as urnas, e também que nem todos que compareceram são computados como votos válidos. Vimos na página 23 que: “*Não são computados como válidos os votos nulos ou em branco*”, assim para calcular a porcentagem de votos válidos devemos subtrair do total dos votos que compareceram os votos brancos ou nulos:

$$134000 - 24000 = 110000 \text{ (110 mil)}$$

Assim os votos válidos para este partido é:

$$\% \text{ votos válidos} = \frac{17000}{110000} \cdot 100 = 15,45\%$$

Dando continuidade veremos algumas situações hipotéticas para esses dois tipos de sistemas eleitorais.

Vejamos uma situação hipotética, para o resultado de um processo eleitoral para Prefeito em uma cidade com menos de 200 mil eleitores.

SISTEMA MAJORITÁRIO

Cidade Sorriso Feliz - 187.150 eleitores

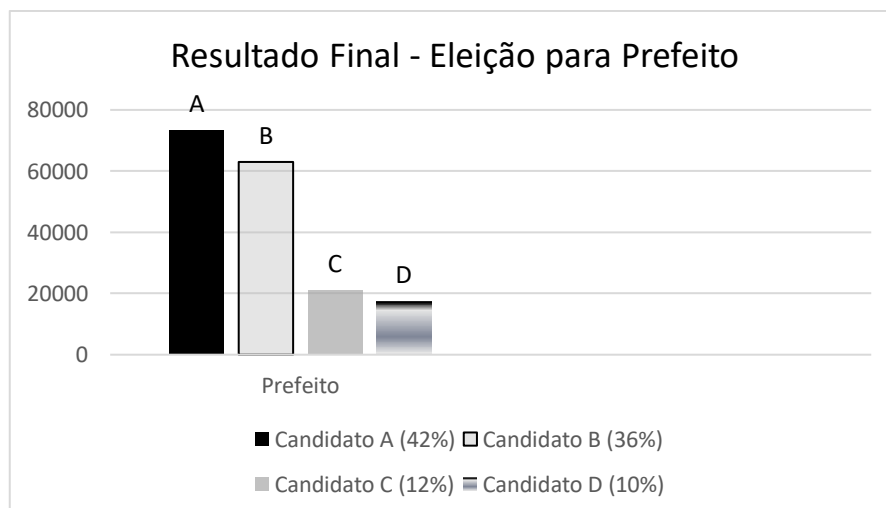
- ✓ Número de eleitores: **184.000**
- ✓ Votos em Branco: **3.680 (2%)**
- ✓ Votos Nulos: **5.520 (3%)**
- ✓ Votos Válidos: **174.800 (95%)**
- ✓ Candidatos a Prefeito: **A, B, C e D.**

TABELA 2- DISTRIBUIÇÃO DE VOTOS VÁLIDOS - SISTEMA MAJORITÁRIO - COM MENOS DE 200 MIL ELEITORES

Candidato	Quantidade de Votos	% dos votos válidos
A	73.416	42
B	62.928	36
C	20.976	12
D	17.480	10
Total	174.800	100

Veja o resultado no gráfico abaixo:

FIGURA 4 - NÚMERO DE VOTOS VÁLIDOS PARA PREFEITO EM UMA CIDADE COM MENOS DE 200 MIL ELEITORES



Fonte: Autoria Própria

Portanto o vencedor foi o **candidato A**, pois em eleições pelo sistema Majoritário, cidades com menos de 200.000 eleitores não necessita de segundo turno.

Agora veremos uma situação hipotética, para o resultado de um processo eleitoral para uma cidade com mais de 200 mil eleitores.

Cidade Esperança - 234.700 eleitores

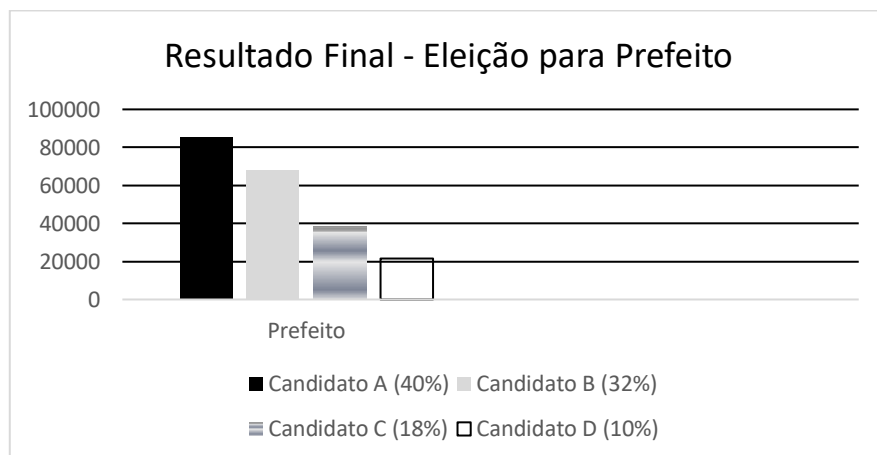
- ✓ Número de eleitores: **230.000**
- ✓ Votos em Branco: **5.750 (2,5%)**
- ✓ Votos Nulos: **10.350 (4,5%)**
- ✓ Votos Válidos: **213.900 (93%)**
- ✓ Candidatos a Prefeito: **A, B, C e D.**

TABELA 3 - DISTRIBUIÇÃO DE VOTOS VÁLIDOS - SISTEMA MAJORITÁRIO - COM MAIS DE 200 MIL ELEITORES

Candidato	Quantidade de Votos	% dos votos válidos
A	85.560	40
B	68.448	32
C	38.502	18
D	21.390	10
Total	213.900	100

Veja o resultado no gráfico abaixo:

FIGURA 5 - NÚMERO DE VOTOS VÁLIDOS PARA PREFEITO EM UMA CIDADE COM MAIS DE 200 MIL ELEITORES



Fonte: Autoria Própria

Portanto será necessário realizar segundo turno entre os **candidatos A e B**, pois em eleições pelo sistema Majoritário, cidades com mais de 200.000 eleitores há necessidade de segundo turno, pois nenhum dos candidatos obteve mais de 50% + 1 voto do total de votos válidos.

Agora veremos uma situação hipotética para o sistema Proporcional, em uma eleição para vereador.

SISTEMA PROPORCIONAL

Neste exemplo temos 11 vagas para serem preenchidas e 7152 votos válidos.

TABELA 4 - DISTRIBUIÇÃO DE VOTOS - SISTEMA PROPORCIONAL

Partido ou Coligação	Votos Obtidos
A	2354
B	1750
C	872
D	2176
Total	7152

Calculando o "Quociente Eleitoral - Q_E "

- Para encontrar o Quociente Eleitoral, dividimos o número total de votos válidos (7152) pelo número de cadeiras disponíveis (11), obtendo assim um $Q_E = 650$ (valor arredondado). Observe o quadro abaixo:

TABELA 5 - CALCULANDO O QUOCIENTE ELEITORAL

Total dos Votos Válidos	Nº de Vagas	$Q_E =$ (Total dos votos válidos) ÷ (Nº de vagas)	Q_E
7152	11	650,1818182	650

Calculando o número de vagas que cada partido terá direito:

- Agora vamos dividir o número dos votos obtidos por cada partido ou coligação pelo valor do Q_E , assim encontramos o Quociente Partidário - Q_P , sua parte inteira define o número de vagas que cada partido tem direito, e dentro desse partido será verificado os candidatos mais votados.

Portanto, unindo as informações das duas tabelas acima obteremos a tabela a seguir:

TABELA 6 - CALCULANDO O QUOCIENTE PARTIDÁRIO

Partido ou Coligação	Votos Obtidos	Quociente Partidário = (Votos obtidos) ÷ (Q _E)	Vagas Obtidas
A	2354	3,621538462	3
B	1750	2,692307692	2
C	872	1,341538462	1
D	2176	3,347692308	3
Total	7152	Total	9
		Sobras	2

Observe que sobraram 2 vagas das 11 vagas disponíveis.

- **Distribuindo as sobras**

Para descobrir quem fica com as sobras, o cálculo é simples: divide-se o Quociente Partidário pelo número de vagas, acrescido de uma unidade. Quem obteve maior valor fica com a primeira sobra. Veja o quadro abaixo para a primeira vaga:

TABELA 7- DISTRIBUIÇÃO DE SOBRAS - 1ª VAGA

Partido ou Coligação	Quociente Partidário	Vagas	Resto Eleitoral	Partido que ficou com a vaga (Sobra)
A	3,6215	3	$3,6215 \div (3+1) = 0,90$	x
B	2,6923	2	$2,6923 \div (2+1) = 0,89$	
C	1,3415	1	$1,3415 \div (1+1) = 0,67$	
D	3,3477	3	$3,3477 \div (3+1) = 0,84$	

Para a segunda vaga é análogo, porém quem ficou com a primeira sobra teve seu número de vaga aumentado em um. Observe o quadro abaixo para a segunda vaga.

TABELA 8 - DISTRIBUIÇÃO DE SOBRAS - 2ª VAGA

Partido ou Coligação	Quociente Partidário	Vagas	Resto Eleitoral	Partido que ficou com a vaga (Sobra)
A	3,6215	4	$3,6215 \div (4+1) = 0,72$	
B	2,6923	2	$2,6923 \div (2+1) = 0,89$	x
C	1,3415	1	$1,3415 \div (1+1) = 0,67$	
D	3,3477	3	$3,3477 \div (3+1) = 0,84$	

Então, depois das sobras distribuídas, o partido A ficou com 4 vagas, o B com 3 vagas, o C com 1 vaga e o D com 3 vagas.

É devido o sistema Proporcional que as pessoas não compreendem como um candidato (vereador ou deputado) pode se eleger com menos votos que outros candidatos que conseguiram mais votos que os demais.

Um exemplo disso foi aqui mesmo na cidade de Maceió-AL, nas eleições de 2008 para vereador. Uma candidata a vereadora obteve 29.516 votos, conseguindo com essa votação expressiva "puxar" o segundo do seu partido que obteve apenas 453 votos, enquanto outros com votação bem superior não tiveram direito à vaga.

2.2 Tamanho da Amostra e Margem de Erro

Imaginemos uma pesquisa eleitoral em uma cidade com milhares de habitantes ou até mesmo milhões de habitantes, na qual fosse pesquisada uma quantidade muito grande de eleitores, o tempo e custo financeiro que isso traria. O **tamanho da amostra** é necessário para minimizar esses fatores.

Segundo o livro Probabilidade e Estatística, traduzido por Alfredo Alves de Faria de Murray R. Spiegel, nos capítulos 5 e 6, que tratam da Teoria da Amostragem e dos Intervalos de Confiança para Proporções, deduz a fórmula abaixo, que é utilizada para o caso de amostragem de uma população infinita ou amostragem com reposição de uma população finita.¹

$$E = Z \cdot \sqrt{\frac{p q (N-n)}{n (N-1)}} \quad (1)$$

ou conhecendo o desvio padrão podemos utilizar

$$E = Z \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

Onde:

n = número de elementos da amostra a ser definido

N = População da pesquisa

Z = Valor crítico resultante do grau de confiança da pesquisa

¹ Recomendamos ao leitor que consulte o livro citado para se familiarizar com os conceitos envolvidos no desenvolvimento deste tópico.

E = Margem de erro

p = percentagem amostral ou proporção (favorável)

$q = 1-p$ = percentagem amostral ou proporção (desfavorável)

S = Desvio padrão

Então para determinar o tamanho da amostra partiremos da fórmula (1):

$$E = Z \cdot \sqrt{\frac{pq(N-n)}{n(N-1)}}$$

Dividindo por Z e elevando ambos os membros ao quadrado teremos:

$$\frac{E^2}{Z^2} = \frac{pq(N-n)}{n(N-1)}$$

Multiplicando ambos os membros por $\frac{n}{pq}$

$$\frac{nE^2}{pqZ^2} = \frac{N-n}{N-1}$$

Multiplicando ambos os membros por $N-1$

$$N-n = \frac{nE^2(N-1)}{pqZ^2}$$

Multiplicando ambos os membros por pqZ^2

$$pqZ^2(N-n) = nE^2(N-1)$$

Aplicando a distributiva teremos

$$NpqZ^2 - npqZ^2 = nE^2N - nE^2$$

Isolando n

$$nE^2N - nE^2 + npqZ^2 = NpqZ^2$$

Como n é fator comum em todos os termos do primeiro membro, colocamos em n em evidência:

$$n(E^2N - E^2 + pqZ^2) = NpqZ^2$$

Daí:

$$n = \frac{NpqZ^2}{E^2N - E^2 + pqZ^2}$$

Podemos também escrever a fórmula de outra maneira, colocando o E em evidência, como podemos ver a seguir.

$$n = \frac{NpqZ^2}{pqZ^2 + (N - 1)E^2}$$

Porém, para uma população $N > 100\,000$, já é considerada uma população infinita, pois se verificou que a partir deste valor o tamanho da amostra não sofria alteração significativa. Então teremos para $N \rightarrow \infty$

$$n = \frac{pqZ^2}{E^2}$$

Pois o termo que não possui N se torna tão pequeno que tende a zero

Observe:

$$n = \frac{NpqZ^2}{E^2N - E^2 + pqZ^2}$$

Colocando N em evidência no denominador

$$n = \frac{NpqZ^2}{N(E^2 - E^2/N + pqZ^2/N)}$$

e simplificando por N, com $N \neq 0$, teremos:

$$n = \frac{pqZ^2}{E^2 - E^2/N + pqZ^2/N}$$

Quando $N \rightarrow \infty$ teremos:

$$\frac{E^2}{N} \rightarrow \text{zero}$$

$$\frac{pqZ^2}{N} \rightarrow \text{zero}$$

Surgindo a fórmula:

$$n = \frac{pqZ^2}{E^2}$$

Veja que para se calcular o tamanho da amostra a ser pesquisada temos alguns parâmetros, e é sobre esses parâmetros que iremos a partir de agora explicar como encontrá-los e para que servem.

Como encontrar o Valor Crítico (z)

Para entender este procedimento, primeiramente iremos relembrar a Série de Taylor de uma função f em torno de a .

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \left((z-a)^n \frac{f^{(n)}(a)}{n!} \right)$$

$$f(z) = Az^2 + Bz + C$$

$$f^{(0)}(a) = Aa^2 + Ba + C$$

$$f^{(1)}(a) = 2Aa + B$$

$$f^{(2)}(a) = 2A$$

$$f^{(3)}(a) = 0$$

Agora faremos:

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} \left((z-a)^n \frac{f^{(n)}(a)}{n!} \right) &= (z-a)^0 \frac{f^{(0)}(a)}{0!} + (z-a)^1 \frac{f^{(1)}(a)}{1!} + (z-a)^2 \frac{f^{(2)}(a)}{2!} \\ &= Aa^2 + Ba + C + (z-a) \cdot (2Aa + B) + (z^2 - 2az + a^2) \cdot \frac{2A}{2} \\ &= Aa^2 + Ba + C + 2Aaz - 2Aa^2 + Bz - Ba + Az^2 - 2Aaz + Aa^2 \\ &= Az^2 + Bz + C \end{aligned}$$

Vamos agora usar a seguinte afirmação e logo em seguida iremos manipulá-la

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

Usando como artifício:

$$x = \frac{-u^2}{2}$$

Teremos:

$$e^{\frac{-u^2}{2}} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{-u^2}{2}\right)^n}{n!}$$

Vamos agora considerar para uma soma finita que é uma parte da série:

$$\begin{aligned}
 e^x &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2)^n n!} u^{2n} \\
 &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2)^n n!} \int u^{2n} du \\
 \int_0^z e^{-\frac{u^2}{2}} du &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n \cdot n!} \cdot \frac{1}{(2n+1)} \cdot z^{2n+1}
 \end{aligned}$$

Parte III (utilizada para encontrar o valor de z para o intervalo de confiança)

$$f(z) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

$$\begin{aligned}
 f(z) \approx \frac{2}{\sqrt{2\pi}} &\left(\frac{(-1)^0}{2^0 \cdot 0!} \cdot \frac{1}{(2 \cdot 0 + 1)} \cdot z^{(2 \cdot 0 + 1)} + \frac{(-1)^1}{2^1 \cdot 1!} \cdot \frac{1}{(2 \cdot 1 + 1)} \cdot z^{(2 \cdot 1 + 1)} + \frac{(-1)^2}{2^2 \cdot 2!} \cdot \frac{1}{(2 \cdot 2 + 1)} \cdot z^{(2 \cdot 2 + 1)} \right. \\
 &+ \frac{(-1)^3}{2^3 \cdot 3!} \cdot \frac{1}{(2 \cdot 3 + 1)} \cdot z^{(2 \cdot 3 + 1)} + \frac{(-1)^4}{2^4 \cdot 4!} \cdot \frac{1}{(2 \cdot 4 + 1)} \cdot z^{(2 \cdot 4 + 1)} \\
 &\left. + \frac{(-1)^5}{2^5 \cdot 5!} \cdot \frac{1}{(2 \cdot 5 + 1)} \cdot z^{(2 \cdot 5 + 1)} + \frac{(-1)^6}{2^6 \cdot 6!} \cdot \frac{1}{(2 \cdot 6 + 1)} \cdot z^{(2 \cdot 6 + 1)} \right)
 \end{aligned}$$

$$f(z) \approx \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \cdot \left(z - \frac{z^3}{6} + \frac{z^5}{40} - \frac{z^7}{336} + \frac{z^9}{3456} - \frac{z^{11}}{42240} + \frac{z^{13}}{599040} \right) (2)$$

$$f(z) \approx 0,7978 \cdot \left(z - \frac{z^3}{6} + \frac{z^5}{40} - \frac{z^7}{336} + \frac{z^9}{3456} - \frac{z^{11}}{42240} + \frac{z^{13}}{599040} \right)$$

Por exemplo:

$$f(1,96) \approx 0,9532$$

Isso significa que para $Z = 1,96$ teremos um nível de confiança de 95%.

Recomendamos que a demonstração para $F(z)$ seja desnecessária e que somente em (2) já satisfaça o entendimento do aluno. Agora utilizaremos uma tabela no Excel que irá fazer o cálculo desses valores, conforme a planilha abaixo. Convém ressaltar que o Excel não reconhece potência e com isso temos que programá-lo para tal feito e podemos utilizar para $\frac{2}{\sqrt{2\pi}} = 0,7978845608$.

A fórmula, na linguagem do Excel, está exposta dentro da própria coluna da tabela. Por exemplo, se precisamos utilizar Z^3 basta fazer " Z^3 ".

Ver exemplo de tabela feita no Excel, a partir da fórmula (2)

TABELA 9 - VALORES CRÍTICOS PARA DETERMINADO NÍVEL DE CONFIANÇA

A	B	C	D
1.	z	Exemplo para a primeira linha. Confiança $f(z)=$ $=0,7978845608 * \text{SOMA}(B3-(B3)^3/6+(B3)^5/40-$ $(B3)^7/336+(B3)^9/3456-(B3)^11/42240+(B3)^13/599040)$	%
2.	1,01	0,687504800556670	68,750%
3.	1,02	0,692271644170833	69,227%
4.	1,03	0,696990115742960	69,699%
5.	1,04	0,701660239426021	70,166%
6.	1,05	0,706282048782231	70,628%
7.	1,06	0,710855586680327	71,086%
8.	1,07	0,715380905190630	71,538%
9.	1,08	0,719858065478003	71,986%
10.	1,09	0,724287137692815	72,429%
11.	1,1	0,728668200860041	72,867%
12.	1,2	0,769861835810001	76,986%
13.	1,3	0,806402888617557	80,640%
14.	1,4	0,838498246187455	83,850%
15.	1,5	0,866417677674016	86,642%
16.	1,6	0,890484587415817	89,048%
17.	1,7	0,911072249104415	91,107%
18.	1,8	0,928610192063085	92,861%
19.	1,9	0,943607792947057	94,361%
20.	1,91	0,944990945753988	94,499%
21.	1,92	0,946355656548087	94,636%
22.	1,93	0,947702682546330	94,770%
23.	1,94	0,949032805058674	94,903%
24.	1,95	0,950346830853928	95,035%
25.	1,96	0,951645593598806	95,165%
26.	1,97	0,952929955373291	95,293%
27.	1,98	0,954200808265480	95,420%
28.	1,99	0,955459076049261	95,546%
29.	2	0,956705715948253	95,671%

Fonte: Autoria Própria

O valor destacado acima refere-se ao estipulado para uma margem de erro de uma pesquisa eleitoral, que é de 5%.

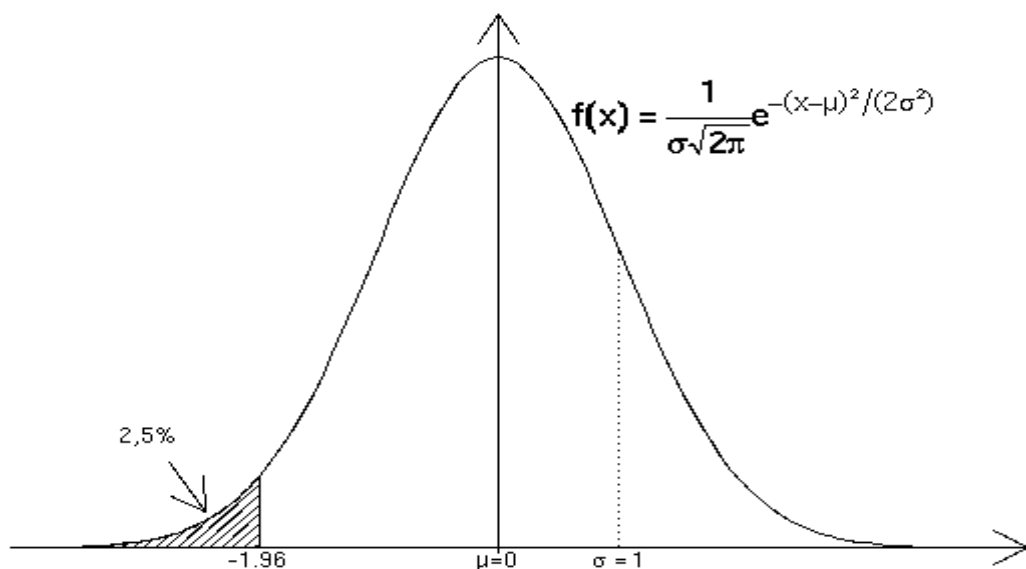
Se for necessário utilizar um nível de confiança maior, como por exemplo, 2%, pode-se utilizar uma planilha que elaborei com o uso da ferramenta Excel, que se encontra localizado no endereço:

<https://drive.google.com/file/d/1zJtfvQV7UjuZuU83ghk9AFgzmCzaSdGK/view?usp=sharing>,

que tem como base os cálculos já provados nesta pesquisa para qualquer nível de confiança. Vale salientar que os valores encontrados são aproximações, pois verifique que na equação (2) da página 39, utilizei até a potência 13, ficando a critério de o autor utilizar uma potência maior para se ter uma melhor precisão do resultado.

Interpretação gráfica

FIGURA 6 - GRÁFICO GAUSSIANO



(imagem capturada do link
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/5c/Grafico_v.c.Gaussiana.png)

Considerando o eixo x como o valor crítico, trocaremos x por z, assim teremos

$$F(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(z-\mu)^2/(2\sigma^2)}$$

$F(z)$ é igual a área abaixo da Gaussiana de $-z$ até $+z$.

$F(z)$ é a confiança

z está associado ao $[-z,+z]$, é o intervalo de confiança

E para Proporção Populacional:

TABELA 10 - PROPORÇÃO POPULACIONAL

p	$q = 1 - p$	$p \cdot q$
0,1	0,9	0,09
0,2	0,8	0,16
0,3	0,7	0,21
0,4	0,6	0,24
0,5	0,5	0,25
0,6	0,4	0,24
0,7	0,3	0,21
0,8	0,2	0,16
0,9	0,1	0,09

Por exemplo:

Se o nível de aceitação de um candidato é de $p = 0,8$ (80%) o de não aceitação é $q = 0,2$ (20%).

Exemplo:

Vamos determinar o tamanho de uma amostra de uma pesquisa que será feita em uma cidade com 10000 eleitores, cuja margem de erro estabelecido ficou em torno de 5%, e cujo nível de confiança é de 95% e utilizando uma expectativa favorável de 70%, pois nessa cidade já houve outras eleições e com isso já conhece sua expectativa (Quando esse tipo de pesquisa nunca foi feito nesse local, utilizamos expectativa favorável de 50%).

Solução:

Para resolver a questão, utilizaremos para uma população finita, visto que são 10000

$$\text{eleitores, } n = \frac{N \cdot p \cdot q \cdot Z^2}{p \cdot q \cdot Z^2 + (N-1) \cdot E^2}$$

O problema em questão dá os dados descritos abaixo:

$$N = 10.000$$

$$E = 5\% = 0,05$$

$$p = 70\% = 0,7$$

$$q=1-0,7=0,3$$

$Z=1,96$ (consultando a tabela do nível de confiança)

Vamos as devidas substituições:

$$n = \frac{10000 \cdot 0,7 \cdot 0,3 \cdot 1,96^2}{0,7 \cdot 0,3 \cdot 1,96^2 + (10000 - 1) \cdot 0,05^2}$$

$$n = \frac{8067,36}{25,804236}$$

$$n = 312,63$$

Aproximadamente 313 eleitores devem ser entrevistados.

Para uma população **infinita**, consideramos uma população acima de 100000 habitantes, pois a medida que aumenta o número de habitantes a partir desse valor o número da amostra aumenta em valores insignificantes, então pode ser utilizada a fórmula $n = \frac{p \cdot q \cdot Z^2}{E^2}$ como já descrita na página 33.

Vamos agora dar um exemplo de como calcular a margem de erro em uma pesquisa:

Numa cidade com 10000 eleitores, onde nunca houve pesquisa eleitoral, vamos determinar a margem de erro dessa pesquisa, considerando um nível de confiança de 95%.

Solução:

Como nunca houve pesquisa, a expectativa favorável é igual a não favorável, portanto $p=0,5$ e $q=0,5$, sendo $N=10000$ e $Z=1,96$ (consultando a tabela do nível de confiança), assim utilizando a fórmula $E = Z \cdot \sqrt{\frac{p \cdot q \cdot (N-n)}{n \cdot (N-1)}}$, substituindo os valores correspondentes teremos:

$$E = 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,5 \cdot 0,5 \cdot (10000 - 500)}{500 \cdot (10000 - 1)}}$$

$$E = 1,96 \cdot \sqrt{\frac{2375}{4999500}}$$

$$E = 0,043 = 4,3\%$$

Portanto a margem de erro nessa pesquisa é de 4,3%.

3 PROPOSTAS DE TRABALHO E EXERCÍCIOS

3.1 Pesquisa Eleitoral e Margem de Erro

Foi realizada uma simulação de uma pesquisa eleitoral na Escola Tarcísio de Jesus com os alunos da educação básica. Na ocasião, foi discutido e analisado o processo das eleições brasileiras, evidenciando a margem de erro necessária para a confiabilidade das pesquisas.

3.1.1 Etapas e Resultados

1ª Etapa: Total de eleitores

Elaboração de uma pesquisa junto a secretaria da escola sobre o número total de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental ao 3º do Ensino Médio.

2º Etapa: Definição de como seria a seleção dos entrevistados, por exemplo, se a escola tiver mais meninas do que meninos, a seleção deveria ser proporcional.

3º Etapa: Realizar a pesquisa de intenção de votos

Nesta etapa, primeiro seria estipulada a quantidade de alunos a serem consultados, definindo assim **o tamanho da amostra** e também **a margem de erro** (já definidos na página 30), com base no que se diz nos temas já citados nesta dissertação.

4ª Etapa: Resultado da pesquisa

Registro da pesquisa com o professor e divulgar, no mural interno da escola, o resultado da pesquisa indicando a margem de erro.

5ª Etapa: Utilização dos dados da proposta de trabalho: A Matemática por meio da Estatística ajudando a entender o Processo Eleitoral.

Resultados Obtidos

Quanto aos resultados alcançados com a nossa proposta, vamos comparar o resultado dessa pesquisa com o resultado obtido na proposta de trabalho 2 (Eleições na Escola) e ver se realmente deu certo, incluindo a margem de erro e se os números obtidos estão dentro do resultado.

Na Escola Estadual Tarcísio de Jesus, situado no município de Maceió, no bairro Trapiche da Barra, foram contabilizados um total de 193 eleitores, entre alunos, professores e funcionários do turno matutino, com 4 candidatos para a direção da escola.

Foram consultados, no período de 5 a 6 de agosto de 2019, 81 alunos, utilizando uma margem de erro de 5% e o resultado apontava a candidata: Mônica Cristina vencedora com 41% dos votos, seguida por Willyane Karen, com 28% das intenções de voto.

Foi solicitado aos alunos que organizassem os dados coletados em forma de tabela e gráfico.

O resultado das eleições será socializado na proposta de trabalho, abaixo descrita, bem como sua funcionalidade e êxito.

3.2 Eleições na Escola

Nesta etapa, continuaremos os procedimentos utilizados do passo anterior, consolidando com a pesquisa realizada através dos conteúdos abordados e abaixo mencionados:

- Tratamento da informação: tabelas e gráficos.
- Eleições.

3.2.1 Etapas e Resultados

Vamos propor uma eleição para Diretor da escola, os candidatos serão os alunos. Seguiremos as seguintes etapas para a elaboração desta eleição:

- Inicialmente faremos uma pré inscrição com o objetivo de averiguar se os alunos inscritos se encaixam no perfil de candidato;
- Verificar junto aos professores quais alunos inscritos tem ficha limpa: disciplina, frequência, participação em sala de aula e notas;
- Será feita uma "peneira" para ver quem se encaixou nas descrições acima citadas;
- Estipular um prazo para propaganda desses eleitores para escutar as suas propostas;
- Colocaremos duas urnas na entrada da escola e ao lado uma frequência com os nomes dos alunos e funcionários que votam, uma para os alunos e outra para os funcionários da escola; deixando pelo menos 4 pessoas responsáveis pelas urnas. A votação terá a duração nos turnos que a escola funciona.
- Ao término da eleição, convidar alguns alunos para serem testemunhas para abrirem as urnas e começarem a contabilizar os votos.
- Organização os dados coletados em tabelas e gráficos, para uma melhor compreensão.

Resultados Obtidos

No mês de julho, ao retornar das férias, foi feito um trabalho com eles sobre Estatística, para o qual dediquei algumas aulas para falar sobre o tema proposto. E o resultado dessas aulas e das atividades realizadas em sala de aula está exibido ao final do item 3.3. (exercícios propostos) nas páginas que seguem.

Sobre o resultado das eleições: o trabalho proposto foi realizado na Escola Estadual Tarcísio de Jesus, localizada no bairro do Trapiche da Barra, no dia 09 de agosto de 2019, e contou com a participação de 4 candidatos.

- Total de Eleitores: Turno participante: Matutino
 - Alunos: 170.
 - Professores e demais funcionários: 23
 - Total de votos: Alunos + Professores e demais funcionários: 193.

TABELA 11 - DISTRIBUIÇÃO DE VOTOS PARA ELEIÇÃO DE DIRETOR DA ESCOLA

Nome do candidato	Ano / Série	Total de votos	% dos votos válidos
Paulo Vitor	2º série	34	19,76
Mônica Cristina	1º ano	68	39,53
Willyane Karen	9º ano	52	30,24
Emilly Karolayne	6º ano	18	10,47
Total de votos válidos	-	172	100%
Branco	-	2	1,03
Nulos	-	5	2,59
Ausentes	-	14	7,25

Fonte: Autoria Própria

Participaram como testemunhas da contabilização dos votos:

- Humberto Vieira (Professor de Matemática)
- Viviane Bezerra (Articuladora)
- Wellington Bezerra (aluno do segundo ano)
- Kelves Junior (aluno do primeiro ano)

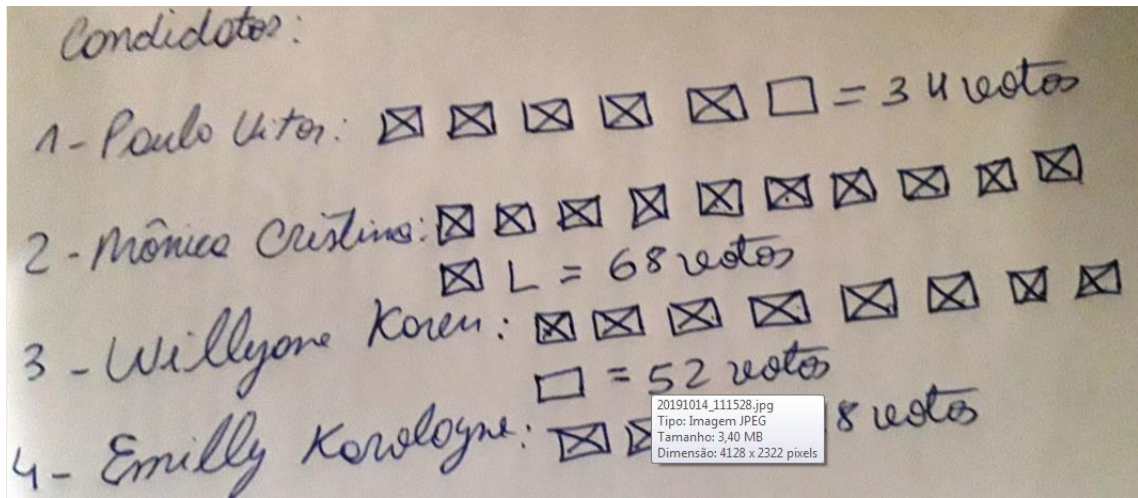
Foi solicitado aos alunos um trabalho sobre o resultado final. Também foi pedido a eles que construíssem um gráfico com o resultado das eleições e com a permissão da coordenação para exposição na entrada da escola.

Sobre o material utilizado no momento da votação e apuração dos votos, temos:

FIGURA 7 - MODELO DE CÉDULA DE VOTAÇÃO

Eleição para Diretor - 09 de Agosto de 2019 Escola Estadual Tarcísio de Jesus Candidatos:	
Paulo Vitor ()	Mônica Cristina ()
Willyane Karen ()	Emilly Karolayne ()
Emilly Karolayne ()	

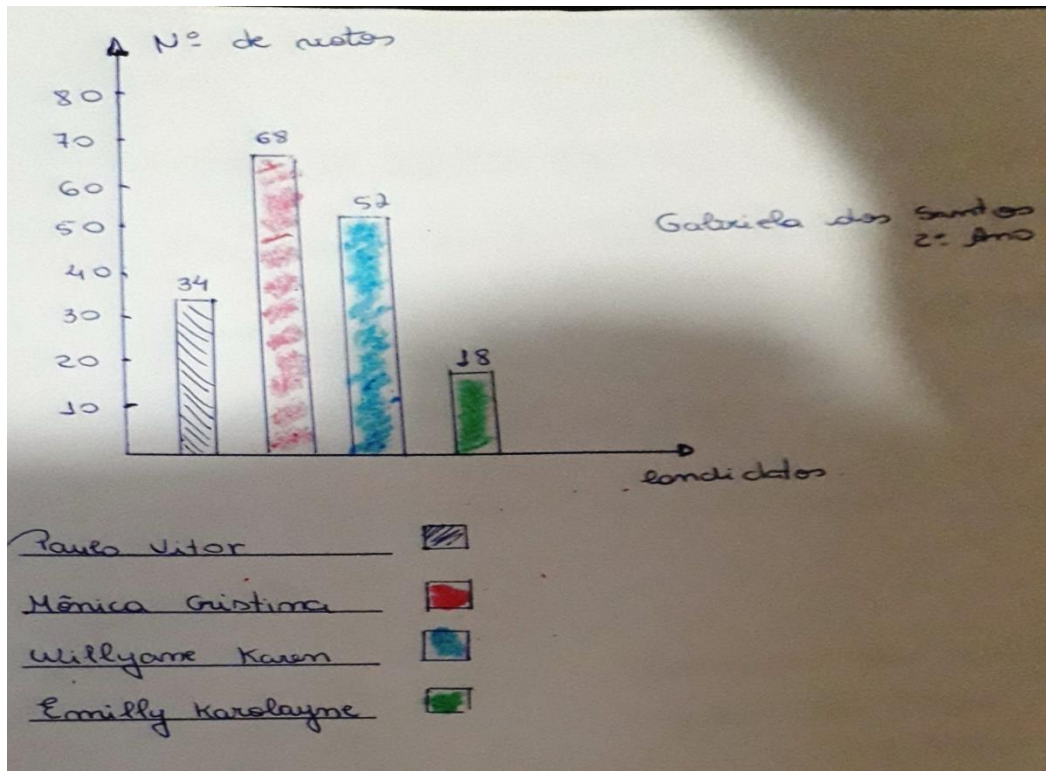
FIGURA 8 - FICHA DE APURAÇÃO DOS VOTOS



Apuração realizada no mesmo dia da eleição - 09 de agosto de 2019.

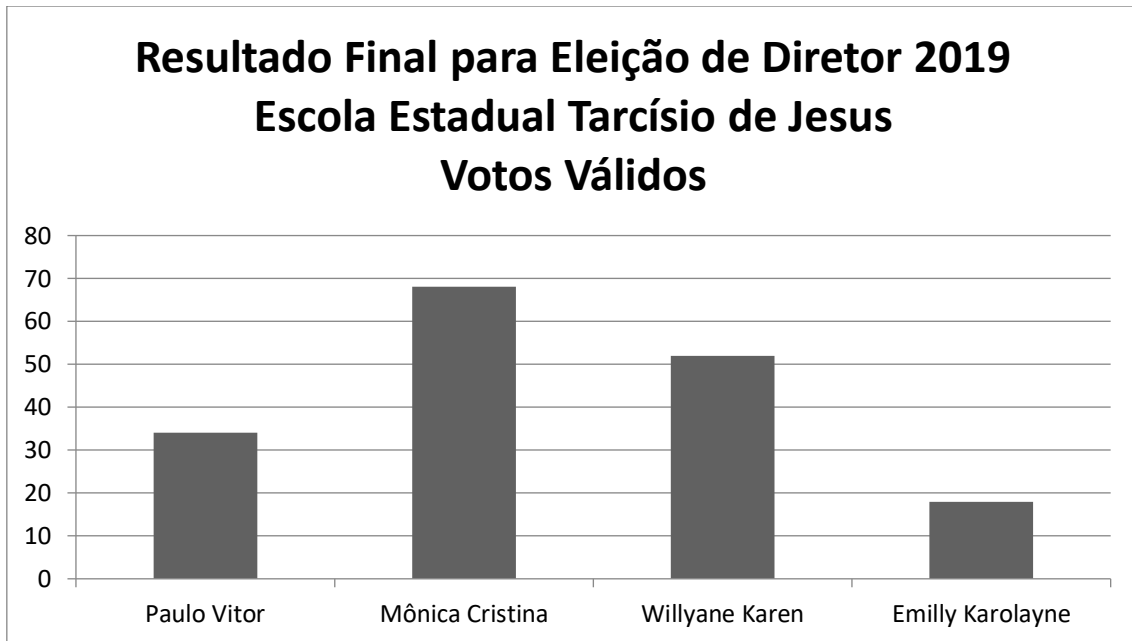
Abaixo, segue o gráfico que mais se destacou na opinião dos professores envolvidos, bem como os rascunhos das eleições:

FIGURA 9 - GRÁFICO DE COLUNAS FEITO PELA ALUNA GABRIELA DOS SANTOS DA SEGUNDA SÉRIE DO ENSINO MÉDIO



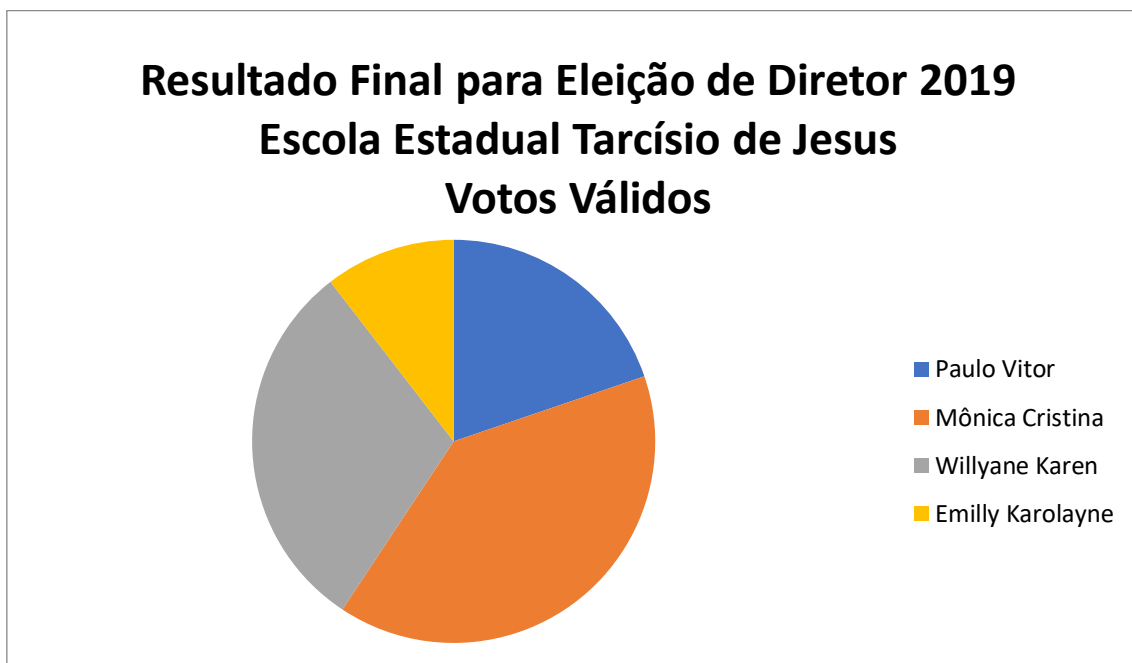
Se a escola tiver laboratório de informática, pode ser ensinado aos alunos, como pode ser feita a construção desse gráfico, por meio de uma ferramenta que não precise de acesso a internet, a exemplo: o Word. Ressalte-se que na Escola Estadual Tarcísio de Jesus não há laboratório de Informática.

FIGURA 10 - RESULTADO FINAL PARA ELEIÇÃO DE DIRETOR - GRÁFICO DE COLUNAS



Fonte: Autoria Própria

FIGURA 11 - RESULTADO FINAL PARA ELEIÇÃO DE DIRETOR - GRÁFICOS DE SETORES



Fonte: Autoria Própria

3.3 Exercícios

1. A distribuição salarial de uma empresa é dada na tabela abaixo:

Salário	Frequência
\$1.000,00	10
\$1.500,00	2
\$2.000,00	2
\$5.000,00	1

Com base na tabela, determine o salário médio, mediano e o modal.

2. Ao prestar prova para um concurso público, que era composta pelas disciplinas: Informática, Conhecimentos Gerais, conhecimentos Específicos, Raciocínio Lógico e Língua Portuguesa, todas com mesmo peso e com quantidade iguais de questões, um candidato obteve as seguintes notas: 6, 7, 6, 9 e 8. A nota média, mediana e a modal desse candidato, são respectivamente:

- a) 7,2; 7,0; 7,0
- b) 7,2; 7,8; 9,0
- c) 7,8; 7,8; 6,0
- d) 7,2; 7,0; 6,0
- e) 7,8; 7,9; 6,0

3. De um grupo, que participava de uma excursão, a média da idade dos homens era de 50 anos e das mulheres 60 anos. Sabe-se que 60% das pessoas presentes era composta de homens. Qual a média de idade desse grupo?

- a) 54 anos
- b) 57 anos
- c) 52 anos
- d) 55 anos
- e) 59 anos

4. Com o objetivo de premiar o melhor aluno de uma escola, um dos critérios utilizados foi o desvio padrão das notas. Abaixo seguem as notas de três alunos, determine qual deles será premiado como melhor aluno, utilizando o critério citado.

Nota do Aluno	Língua Portuguesa	Matemática	Ciências	Geografia	História	Artes
André Silva	8,0	7,5	9,0	8,5	9,0	10,0

José Carlos	6,0	6,0	10,0	9,5	9,0	10,0
Amanda Souza	8,0	8,5	8,0	9,0	8,0	8,5

5. Considere a tabela abaixo, que se refere à distribuição de votos em uma determinada eleição para deputado estadual, onde são ofertadas 20 vagas. Calcule o quociente eleitoral e em seguida preencha a tabela, se necessário distribua as sobras, construindo uma nova tabela.

Partido ou coligação	Votos válidos	Quociente Partidário	Número de vagas obtidas
X	68320		
Y	75498		
Z	62350		
W	94500		
Total			

6. Uma empresa foi contratada para realizar uma pesquisa eleitoral em um cidade com 20000 eleitores. Calcule o número mínimo de eleitores que deve ser entrevistado para a pesquisa ter resultado satisfatório, utilizando as seguintes informações:

- Margem de erro estabelecido ficou em torno de 5%;
- Nível de confiança é de 95% (Valor Crítico 1,96);
- Expectativa favorável de 70%.

Resultados obtidos na aplicação dos exercícios propostos:

A turma do 9º ano do Ensino Fundamental, com 26 alunos, de uma escola estadual situado na periferia da cidade de Maceió-AL, mostrou muita dificuldade em resolver as questões propostas, mesmo depois de serem dedicadas 6 horas de aulas, apenas 11 alunos conseguiram um resultado satisfatório, demonstrando a relevância do tema para nossa sociedade, e o quanto é desvalorizado dentro da escola.

A localização da escola é um dos fatores que contribuíram para tal fato. Segundo relato da própria diretora, a escola funcionava com poucos professores e todos temporários (monitores) e os alunos passavam meses sem professor para algumas disciplinas.

A turma da 2ª série do Ensino Médio, com 24 alunos, mostrou um melhor aproveitamento, pois 16 alunos tiveram um bom desempenho. O fator que contribuiu para tal feito foi que essa turma vem sendo acompanhada, desde 2016, por um professor monitor que é Mestre pelo PROFMAT, professor dedicado e inovador, professor Me. José Janailson Mota.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo desta pesquisa não foi restrito à aprendizagem dos conceitos básicos de Estatística, tampouco ao funcionamento do processo eleitoral, mas o foco desta proposta de trabalho foi o interesse em mostrar os números das eleições com seus devidos processamentos. Demonstrar para o aluno, a necessidade de aprender sobre a importância do voto atrelado ao conhecimento dos candidatos que compõem o partido ou coligação; haja vista que no sistema eleitoral Proporcional, um candidato com uma quantidade de votos inferior aos demais de outros partidos, pode ser eleito.

A motivação para esta pesquisa surgiu ao se observar as dúvidas e a falta de compreensão dos jovens eleitores em sala de aula. Para isso recorremos aos estudos do uso da Estatística como ferramenta ideal para obtenção dos resultados almejados.

Segundo Dóris Fontes, Presidente do CONRE-3 (matéria publicada em 07 de abril de 2019, à que se refere a nova versão da BNCC: Estatística Será Ensinada Desde o 1º Ano do Ensino Fundamental na Nova Base Curricular) - aprender estatística desde cedo é muito importante porque desenvolve a habilidade e o hábito de organizar dados, analisá-los e tomar uma decisão consciente dos riscos envolvidos. O raciocínio, ou pensamento estatístico, permeia nossa vida inteira.

Nesta pesquisa, mostramos a importância da Estatística para o sistema eleitoral, porém ela não será apenas direcionada ao trabalho realizado no estudo apresentado, mas compreendemos que a pesquisa realizada é uma pequeníssima fatia de um vasto campo a ser explorado. O trabalho referente à Estatística demonstrou caminhos a serem percorridos como proposta para a melhoria do ensino e aprendizagem em sala de aula.

REFERÊNCIAS

BRASIL. (1998). **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ensino Fundamental. Brasília. MEC.

DAVENPORT, Thomas. **Ecologia da Informação**. São Paulo: Ed. Futura, 1998.

EPSTEIN, Isaac. **Teoria da Informação**. São Paulo: Ed. Ática, 1988.

Friolani, L. C. (2007). **O pensamento estocástico nos livros didáticos do Ensino Fundamental**. Dissertação de Mestrado Profissional. São Paulo. PUC-SP.

MURRAY R. SPIEGEL - "**PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA**" - traduzido por Alfredo Alves de Faria - Coleção SCHAUM de 1977, da Editora McGraw-Hill do Brasil, Capítulos 5 e 6.

PANAINO, R. (1998). **Estatística no Ensino Fundamental**: uma proposta de inclusão de conteúdos matemáticos. Dissertação de Mestrado, UNESP, Rio Claro-SP.

Portal do Tribunal Superior Eleitoral. *Como São Contabilizados os Votos nas Eleições Brasileiras*. Disponível em <http://www.tse.jus.br/o-tse/escola-judiciaria-eleitoral/publicacoes/revistas-da-eje/artigos/revista-eletronica-eje-n.-3-ano-/aumento-de-remuneracao-no-funcionalismo-publico-em-ano-eleitoral>. Acesso em: 06 fev. 2019.

Portal da CONRE-3. *Estatística será ensinada desde o 1º ano do ensino fundamental na nova Base Curricular*. Disponível em: <http://www.conre3.org.br/portal/estatistica-aparece-desde-o-1o-ano-do-ensino-fundamental-na-nova-base-curricular/>. Acesso em: 10 jun. 2019.

Portal Educação (2013). *Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional*. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L9394.htm. Acesso em: 10 fev. 2019.