



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM  
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL



DUCICLEA AMORIM SOARES

**APRENDIZAGENS CONSTRUÍDAS, APRENDIZAGENS PERCEBIDAS:  
CAMINHOS PERCORRIDOS NO TRABALHO DE MEDIAÇÃO COM OBJETOS DE  
APRENDIZAGEM**

GOIÂNIA-GO

2019

**TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR  
VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES E DISSERTAÇÕES  
NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG**

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

**1. Identificação do material bibliográfico:**      Dissertação      Tese

**2. Identificação da Tese ou Dissertação:**

Nome completo do autor: Duciclea Amorim Soares

Título do trabalho: Aprendizagens construídas, aprendizagens percebidas: caminhos percorridos no trabalho de mediação com objetos de aprendizagem

**3. Informações de acesso ao documento:**

Concorda com a liberação total do documento  SIM      NÃO<sup>1</sup>

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF da tese ou dissertação.

Duciclea Amorim Soares  
Assinatura do(a) autor(a)<sup>2</sup>

Ciente e de acordo:

Elisabeth Cristina de Faria  
Assinatura do(a) orientador(a)<sup>2</sup>

Data: 22 / 11 / 19

<sup>1</sup> Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

<sup>2</sup> A assinatura deve ser escaneada.

DUCICLEA AMORIM SOARES

**APRENDIZAGENS CONSTRUÍDAS, APRENDIZAGENS PERCEBIDAS:  
CAMINHOS PERCORRIDOS NO TRABALHO DE MEDIAÇÃO COM OBJETOS DE  
APRENDIZAGEM**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional - PROFMAT/UFG, do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal de Goiás, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Matemática. Área de Concentração: Matemática do Ensino Básico

Orientadora: Prof. Dra. Elisabeth Cristina de Faria

GOIÂNIA-GO

2019

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Soares, Duciclea Amorim

Aprendizagens construídas, aprendizagens percebidas  
[manuscrito] : caminhos percorridos no trabalho de mediação com  
objetos de aprendizagem / Duciclea Amorim Soares. - 2019.

CCLVIII, 258 f.: il.

Orientador: Profa. Dra. Elisabeth Cristina de Faria.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Instituto  
de Matemática e Estatística (IME), PROFMAT - Programa de Pós  
graduação em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira  
de Matemática (RG), Goiânia, 2019.

Bibliografia. Anexos. Apêndice.

Inclui siglas, gráfico, lista de figuras.

1. Ensino de Funções. 2. Objeto de Aprendizagem. 3. Tecnologia  
Digital. 4. Mediação. I. Faria, Elisabeth Cristina de, orient. II. Título.

CDU 51



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA  
**ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO**

Ata nº 09 da sessão de Defesa de Dissertação de Duciclea Amorim Soares, que confere o título de Mestra em Matemática.

Aos vinte e nove dias do mês de outubro, a partir das 9:00 horas, no Auditório do IME/UFG, realizou-se a sessão pública de Defesa de Dissertação intitulada “**Aprendizagens construídas, aprendizagens percebidas: caminhos percorridos no trabalho de mediação com objetos de aprendizagem**”. Os trabalhos foram instalados pela Orientadora, Professora Doutora Elisabeth Cristina de Faria -IME/UFG com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Professor Doutor Jhone Caldeira Silva - IME/UFG e membro titular externo; Ricardo Antonio Gonçalves Teixeira - IF/UFG. Durante a arguição os membros da banca **não fizeram** sugestão de alteração do título do trabalho. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Dissertação, tendo sido a candidata **aprovada** pelos seus membros. Proclamados os resultados pela Professora Doutora Elisabeth Cristina de Faria, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, aos vinte e nove dias do mês de outubro de dois mil e dezanove.

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA



Documento assinado eletronicamente por **Elisabeth Cristina De Faria, Professora do Magistério Superior**, em 12/11/2019, às 13:35, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Jhone Caldeira Silva, Professor do Magistério Superior**, em 19/11/2019, às 16:46, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Ricardo Antônio Gonçalves Teixeira, Professor do Magistério Superior**, em 20/11/2019, às 16:29, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufg.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0951724** e o código CRC **F7E0313D**.

Referência: Processo nº 23070.038756/2019-11

SEI nº 0951724

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial deste trabalho sem a autorização da universidade, do autor e da orientadora.

Duciclea Amorim Soares graduou-se em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Estadual de Goiás (UEG), especializou-se em Educação Matemática pela Universidade Salgado de Oliveira. É atualmente professora da Secretaria Estadual de Educação, Cultura e Esporte do Estado de Goiás.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ser suporte na superação de diversos obstáculos.

Aos meus pais, Nivaldo José Soares e Aparecida Amorim Soares, pelo apoio e esforço em me proporcionar formação científica e moral. Essenciais para me tornar o ser humano que sou hoje.

À minha filha, Mariana Soares Belchior, que pacientemente me aguardou durante todo esse período e entendeu os meus momentos de ausência. Saiba que sua presença foi um dos motivos para seguir em frente.

À minha querida orientadora, prof. Dra. Elisabeth Cristina de Faria, que me incentivou a superar os medos e me desafiou a ultrapassar meus limites. Suas orientações foram fundamentais para esse trabalho e para algumas transformações pessoais. Tornou-se uma grande amiga que levarei para a vida.

Quero agradecer aos professores: Dr. Ricardo Antônio Gonçalves Teixeira e Dr. Jhone Caldeira Silva, que gentilmente cederam seu tempo e seus conhecimentos para comporem a banca e contribuírem para o aperfeiçoamento deste trabalho.

Aos colegas da turma PROFMAT 2017, pelo companheirismo e incentivo. Principalmente aos parceiros que tornaram essa caminhada mais leve: Daianne Naier, Ilga Chaves Teixeira, Lorena Rosa Duarte, Paulo Henrique Alves Batista e Raison Alves da Silva.

Aos meus alunos que, infelizmente, devo manter o anonimato, mas que contribuíram para a parte mais importante deste trabalho. Sem a cooperação de vocês, nada disso teria ocorrido. Aprendi muito com cada um.

À Irmã Bia, diretora do Colégio Estadual Jalles Machado, que cedeu o laboratório de Ciências e a rede de Internet para a realização desta investigação. Sempre carismática e apoiando qualquer iniciativa que venha proporcionar melhores experiências no processo de aprendizagem dos alunos. Meu muito obrigada.

E às amigas: Eliana Fernandes, Kátia Lopes Moreno e Leydna Karla Gonçalves, que aguentaram meus momentos de estresse e tensão durante todo esse período. Sei que não foi nada fácil.

## RESUMO

Esta pesquisa teve como objetivo investigar as aprendizagens que são identificadas ao se empregarem Objetos de Aprendizagem (OAs) por meio do *smartphone* para o ensino de função polinomial do 1º grau. Como suporte para a pesquisa foi elaborado um livro digital, através do *GeoGebra*, estruturado a partir da combinação de vídeos, jogos, simuladores e aplicativos, visando a exploração de diversos conceitos de função polinomial do 1º grau. Na perspectiva de que a aprendizagem ocorre por meio da interação do aluno com o meio, adotamos como principais referenciais: Oliveira (2001), Moran et al (2017) e Moysés (2012). Os OAs foram aplicados em doze encontros a um grupo de alunos da 1ª série do Ensino Médio de um colégio público do interior de Goiás e para a análise dos dados, observamos as formas como os alunos interagem com os OAs; os tipos de dificuldades que surgiam; as interações: aluno-OAs; aluno-aluno e aluno-professor, observando quando elas ocorriam e como ocorriam; as aprendizagens identificadas e a potencialidade dos OAs como recurso auxiliar para o processo cognitivo. Foi possível identificar que, por meio de OAs, os alunos demonstraram um engajamento maior durante a aula, principalmente ao trabalhar os conceitos de funções através dos jogos e das planilhas eletrônicas. A tela reduzida do *smartphone* não representou um obstáculo para a realização das atividades e o uso de OAs associado ao papel do professor, como um facilitador e motivador nas relações de mediação estabelecidas no cenário de pesquisa, mostrou-se importante para estabelecer uma relação de confiança entre o mediado e o mediador, apresentando resultados positivos na aprendizagem dos alunos.

**Palavras-chave:** Ensino de Funções. Objeto de Aprendizagem. Tecnologia Digital. Mediação.

## ABSTRACT

This research aimed to investigate the learning that is identified by employing Learning Objects (LOs) through the smartphone to teach polynomial function of the 1st degree. As support for the research, a digital book was elaborated through GeoGebra, structured from the combination of videos, games, simulators and applications, aiming to explore several concepts of polynomial function of the 1st degree. From the perspective that learning occurs through student interaction with the environment, we adopted as main references: Oliveira (2001), Moran et al (2017) and Moysés (2012). The LOs were applied in twelve meetings to a group of students from the first grade of a high school of a public school in the interior of Goiás and for data analysis, we observed the ways the students interacted with the LOs; the kinds of difficulties that arose; the interactions: student-OAs; student-student and student-teacher, watching when they occurred and how they occurred; the identified learning and the potentiality of the LOs as an auxiliary resource for the cognitive process. It was possible to identify that, through OAs, the students showed a greater engagement during the class, especially when working on the concepts of functions through games and spreadsheets. The reduced screen of the smartphone did not represent an obstacle to the performance of activities and the use of LOs associated with the teacher's role, as a facilitator and motivator in the mediation relationships established in the research scenario, proved to be important to establish a relationship of trust. between the mediator and the mediator, presenting positive results in the students' learning.

**Keywords:** Function Teaching. Learning Object. Digital Technology. Mediation.

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

|         |  |
|---------|--|
| CAPES   | Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior      |
| EAD     | Educação à distância   |
| eXe     | <i>Exelearning</i>   |
| IFG     | Instituto Federal Goiano   |
| GGB     | <i>GeoGebra Book</i>   |
| LABIM   | Laboratório Interativo de Matemática                             |
| LabTIME | Laboratório de Tecnologia da Informação e Mídias Educacionais    |
| MEC     | Ministério da Educação   |
| OA      | Objeto de Aprendizagem   |
| OAs     | Objetos de Aprendizagem  |
| ROAs    | Repositório de Objetos de Aprendizagem                           |
| SBEM    | Sociedade Brasileira de Educação Matemática                      |
| TIC     | Tecnologia da Informação e Comunicação                           |
| UFG     | Universidade Federal de Goiás                                    |
| UFRGS   | Universidade Federal do Rio Grande do Sul                        |
| UFSCar  | Universidade Federal de São Carlos                               |
| Unicamp | Universidade Estadual de Campinas                                |
| Unijuí  | Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul |
| USP     | Universidade de São Paulo  |

## LISTA DE ILUSTRAÇÃO

|   |    |
|---|----|
| Figura 1 – Objeto de Aprendizagem: Campo de Futebol de Várzea.....                              | 30 |
| Figura 2 – Interface do Ardora 8 na elaboração de um quebra-cabeça numérico .....               | 56 |
| Figura 3 – Quebra-cabeça numérico elaborado no Ardora 8.....                                    | 56 |
| Figura 4 – Forma como o OA, elaborado no Ardora8, é salvo. ....                                 | 57 |
| Figura 5 – Interface do eXelearning com elaboração de material em andamento .....               | 57 |
| Figura 6 – Produto Educacional feito no eXe para acesso <i>off-line</i> em computador.....      | 58 |
| Figura 7 – Alguns formatos para exportar o material elaborado no eXe .....                      | 58 |
| Figura 8 – Tela do <i>GeoGebra5</i> (Janela de álgebra e de propriedades) .....                 | 60 |
| Figura 9 – Interface do <i>GeoGebra</i> sem exibir as janelas de propriedades .....             | 61 |
| Figura 10 – Tela do <i>GeoGebra Tube</i> : Opção para criar livro ( <i>GeoGebra Book</i> )..... | 62 |
| Figura 11 – Opção para adicionar elementos no <i>GeoGebra Book</i> .....                        | 62 |
| Figura 12 – Cenário da pesquisa – grupo do matutino .....                                       | 65 |
| Figura 13 – Aluno do noturno .....  | 65 |
| Figura 14 – Tela do aplicativo Du Recorder (Tela de ferramentas).....                           | 69 |
| Figura 15 – Livro digital: Tela inicial .....   | 71 |
| Figura 16 – Livro digital: menu.....  | 71 |
| Figura 17 – Livro digital: Apresentação.....  | 72 |
| Figura 18 – Livro digital: as autoras.....  | 73 |
| Figura 19 – Livro digital: Objetos de Aprendizagem.....   | 73 |
| Figura 20 – Livro digital: Objetos de Aprendizagem (ícones nos applets).....                    | 73 |
| Figura 21 – Seção 1.1: Jogo Onde está o pintinho? (Tela 1).....                                 | 74 |
| Figura 22 – Seção 1.1: Jogo Onde está o pintinho (Tela 2).....                                  | 74 |
| Figura 23 – Seção 1.2: imagem para orientar a localização .....                                 | 76 |
| Figura 24 – Seção 1.2: jogo Onde está a ração do Fred? (Tela 1).....                            | 76 |
| Figura 25 – Seção 1.2: jogo Onde está a ração do Fred? (Tela 2).....                            | 76 |
| Figura 26 – Seção 1.2: jogo Onde está a ração do Fred? (Tela 2).....                            | 76 |
| Figura 27 – Seção 1.3: jogo Qual é a temperatura?.....  | 77 |
| Figura 28 – Seção 1.3: Orientações .....  | 77 |
| Figura 29 – Seção 1.4: jogo Localização do ponto na reta numérica .....                         | 79 |
| Figura 30 – Seção 1.4: jogo Localização do ponto na reta numérica .....                         | 79 |
| Figura 31 – Seções 1.2, 1.3 e 1.4: Mensagem final do jogo.....                                  | 79 |
| Figura 32 – Seção 2.1: vídeo O plano cartesiano .....   | 80 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 33 – Seção 2.2: Animação do plano cartesiano (Imagem 1).....                      | 81 |
| Figura 34 – Seção 2.2: Animação do plano cartesiano (Imagem 2).....                      | 82 |
| Figura 35 – Seção 2.3: Jogo Identificar a localização de um ponto (Tela inicial) .....   | 83 |
| Figura 36 – Seção 2.3: Jogo Identificar a localização de um ponto (Nível 1 e 2).....     | 83 |
| Figura 37 – Seção 2.3: Jogo Identificar a localização de um ponto (Nível 3).....         | 83 |
| Figura 38 – Seção 2.3: Jogo Identificar a localização de um ponto (Tela final).....      | 83 |
| Figura 39 – Seção 2.4: Jogo (1).....   | 84 |
| Figura 40 – Seção 2.4: Jogo (2).....   | 84 |
| Figura 41 – Seção 2.4: Jogo (3).....   | 85 |
| Figura 42 – Seção 2.5: Imagem.....   | 86 |
| Figura 43 – Seção 2.5: Jogo.....   | 86 |
| Figura 44 – Seção 2.6: Jogo Quadrantes (Imagem 1).....                                   | 87 |
| Figura 45 – Seção 2.6: Jogo Quadrantes (Imagem 2).....                                   | 87 |
| Figura 46 – Seção 2.6: Jogo Quadrantes (Imagem 3 – quando o aluno acerta) .....          | 87 |
| Figura 47 – Seção 2.6: Jogo Quadrantes (Imagem 4 – quando o aluno erra).....             | 87 |
| Figura 48 – Seção 2.1: vídeo A Noção de Função .....                                     | 89 |
| Figura 49 – Seção 2.1: atividade para analisar os conceitos do vídeo.....                | 89 |
| Figura 50 – Seção 3.1: atividade interativa com feedback (imagem 1) .....                | 89 |
| Figura 51 – Seção 3.1: atividade interativa com feedback (imagem 2) .....                | 89 |
| Figura 52 – Seção 3.2: Simulador Construtor de Funções .....                             | 90 |
| Figura 53 – Seção 3.2: Simulador (1).....  | 91 |
| Figura 54 – Seção 3.2: Simulador (2).....  | 91 |
| Figura 55 – Seção 3.3: vídeo Conceito de função .....                                    | 92 |
| Figura 56 – Seção 3.4: Planilhas Google.....   | 93 |
| Figura 57 – Seção 3.4: Planilhas Google (Atividade dirigida 1).....                      | 93 |
| Figura 58 – Seção 3.4: atividade para Planilhas Google (imagem 1).....                   | 94 |
| Figura 59 – Seção 3.4: atividade para Planilhas Google (imagem 2).....                   | 94 |
| Figura 60 – Seção 3.5: vídeo Domínio e imagem de funções .....                           | 95 |
| Figura 61 – Seção 3.5: simulador de conjunto domínio e imagem (Tela 1).....              | 96 |
| Figura 62 – Seção 3.5: simulador de conjunto domínio e imagem (Tela 2).....              | 96 |
| Figura 63 – Seção 3.5: simulador de conjunto domínio e imagem (Tela 3).....              | 97 |
| Figura 64 – Seção 3.5: simulador de conjunto domínio e imagem (Tela 1).....              | 97 |
| Figura 65 – Seção 4.1: simulador Gráfico de uma função polinomial (imagem 1) .....       | 98 |
| Figura 66 – Seção 4.1: simulador <i>Gráfico de uma função polinomial</i> (imagem 2)..... | 99 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 67 – Seção 4.2: definição de função polinomial do 1º grau.....                   | 100 |
| Figura 68 – Seção 4.2: atividade interativa .....                                       | 100 |
| Figura 69 – Seção 4.3: tela inicial do jogo Representação gráfica.....                  | 101 |
| Figura 70 – Seção 4.3: jogo Representação gráfica (nível 1).....                        | 101 |
| Figura 71 – Seção 4.3: jogo Representação gráfica (nível 1) – Resposta correta .....    | 101 |
| Figura 72 – Seção 4.3: jogo Representação gráfica (nível 2).....                        | 101 |
| Figura 73 – Seção 4.4: simulador de MRU .....   | 103 |
| Figura 74 – Seção 4.4: simulador de MRU (Mais informações).....                         | 103 |
| Figura 75 – Seção 4.5: jogo Taxa de variação (tela inicial) .....                       | 104 |
| Figura 76 – Seção 4.5: jogo Taxa de variação (tela do nível 1) .....                    | 104 |
| Figura 77 – Seção 4.5: jogo Taxa de variação (dica do nível 1) .....                    | 105 |
| Figura 78 – Seção 4.6: simulador Função crescente e decrescente.....                    | 106 |
| Figura 79 – Seção 4.6: simulador Função crescente e decrescente (justificativa) .....   | 106 |
| Figura 80 – Seção 4.7: simulador Qual a raiz da função?.....                            | 107 |
| Figura 81 – Seção 4.7: simulador Qual a raiz da função? (justificativa).....            | 107 |
| Figura 82 – Seção 4.7: jogo Qual a raiz da função? .....                                | 107 |
| Figura 83 – Seção 4.7: jogo Qual a raiz da função? (Nível 1) .....                      | 107 |
| Figura 84 – Seção 4.7: jogo Qual a raiz da função? (Nível 1 – Resposta correta).....    | 108 |
| Figura 85 – Seção 4.7: jogo Qual a raiz da função? (Nível 1 – Resposta incorreta).....  | 108 |
| Figura 86 – Seção 4.7: jogo Qual a raiz da função? (Nível 2) .....                      | 108 |
| Figura 87 – Seção 4.8: jogo Determinar a função por meio de pontos (Par ordenado) ..... | 109 |
| Figura 88 – Seção 4.8: jogo Determinar a função por meio de pontos (Gráfico) .....      | 110 |
| Figura 89 – Seção 4.9: Simulador para análise de situação-problema .....                | 111 |
| Figura 90 – Seção 4.9: Simulador para análise de situação-problema .....                | 112 |
| Figura 91 – Seção 4.9: atividade interativa da situação-problema.....                   | 113 |
| Figura 92 – Jogos do Capítulo 2, da primeira versão do GGB.....                         | 116 |
| Figura 93 – Aluno assistindo ao vídeo do Capítulo 2.....                                | 117 |
| Figura 94 – Atividade de localização de pontos no plano cartesiano (1) .....            | 117 |
| Figura 95 – Atividade de localização de pontos no plano cartesiano (2) .....            | 117 |
| Figura 96 – Interação aluno-professor.....  | 117 |
| Figura 97 – Interação aluno-aluno.....  | 117 |
| Figura 98 – Signo externo para localização de ponto.....                                | 118 |
| Figura 99 – Atividade de interseção de reta nos eixos cartesianos .....                 | 120 |
| Figura 100 – Interface do Simulador de funções.....                                     | 125 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 101 – Simulador: resposta do aluno MM2 .....                                   | 125 |
| Figura 102 – Simulador: resposta do aluno MF3 .....                                   | 127 |
| Figura 103 – Atividades na planilha (Tela1) .....                                     | 128 |
| Figura 104 – Atividade na Planilha (Tela2) .....                                      | 129 |
| Figura 105 – Fórmula na planilha (Erro).....  | 130 |
| Figura 106 – Fórmula na planilha (Correta).....                                       | 130 |
| Figura 107 – Atividade de MM1 na planilha eletrônica (Tela 1).....                    | 131 |
| Figura 108 – Atividade de MM1 na planilha eletrônica (Tela 2).....                    | 131 |
| Figura 109 – Atividade do aluno MM1 (Planilha eletrônica – telas 1 e 2) .....         | 133 |
| Figura 110 – Segunda lista de atividade de planilha eletrônica .....                  | 134 |
| Figura 111 – Cálculo para encontrar as coordenadas do ponto.....                      | 138 |
| Figura 112 – Alunas fazendo o cálculo e a construção gráfica .....                    | 139 |
| Figura 113 – Taxa de variação: registro de MM2 .....                                  | 140 |
| Figura 114 – Taxa de variação: registros de MF3 .....                                 | 140 |
| Figura 115 – Cálculo da raiz de uma função (Resolução de MF2) .....                   | 142 |
| Figura 116 – Cálculo da raiz de uma função (Resolução de MF1) .....                   | 142 |
| Figura 117 – Cálculo dos coeficientes da representação algébrica de uma função.....   | 143 |
| Figura 118 – Versão <i>off-line</i> do livro digital .....                            | 164 |
| Figura 119 – Currículo Referência do 9º ano do Ensino Fundamental (3º bimestre) ..... | 178 |
| Figura 120 – Currículo Referência do 9º ano do Ensino Fundamental (4º bimestre) ..... | 178 |
| Figura 121 – Currículo Referência da 1ª série do Ensino Médio/Regular .....           | 179 |
| Figura 122 – Currículo Referência do 1º período do Novo Ensino Médio/Noturno.....     | 179 |
| Figura 123 – Página inicial do site .....   | 190 |
| Figura 124 – Tela do questionário.....  | 190 |
| Figura 125 – Tela do pré-teste do Capítulo 2 .....                                    | 191 |
| Figura 126 – Tela da página de recursos .....   | 191 |
| Figura 127 – Captura de tela do simulador Construtor de funções .....                 | 200 |
| Figura 128 – Captura da tela do aplicativo Planilhas Google .....                     | 203 |
| Figura 129 – Planilhas Google (Passo 1).....  | 205 |
| Figura 130 – Planilhas Google (Passo 2).....  | 205 |
| Figura 131 – Pré-teste do Capítulo 2: Sistema Cartesiano no Plano.....                | 221 |
| Figura 132 – Pós-teste do Capítulo 2: Sistema Cartesiano no Plano.....                | 223 |
| Figura 133 – Pré-teste do Capítulo 3: Introdução à Função .....                       | 226 |
| Figura 134 – Imagens da apresentação em PowerPoint (Tela 1) .....                     | 247 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 135 – Imagens da apresentação em PowerPoint (Pauta)..... | 247 |
| Figura 136 – Oficina (imagem 1) .....                           | 248 |
| Figura 137 – Oficina (imagem 3) .....                           | 248 |
| Figura 138 – Oficina (imagem 1) .....                           | 249 |

## LISTA DE QUADROS

|   |     |
|---|-----|
| Quadro 1 – Resumo das características técnicas e pedagógicas de um OA ..... | 28  |
| Quadro 2 – Principais repositórios nacionais e internacionais .....         | 33  |
| Quadro 3 – Critérios para selecionar OAs em ROAs .....                      | 53  |
| Quadro 4 – Repositórios selecionados.....                                   | 54  |
| Quadro 5 – Cronograma dos encontros .....                                   | 67  |
| Quadro 6 – Questões 1 e 2 do pós-teste do Capítulo 4.....                   | 122 |
| Quadro 7 – Análise da questão 5 do pós-teste.....                           | 135 |
| Quadro 8 – Análise do pós-teste (Função polinomial do 1º grau).....         | 143 |
| Quadro 9 – Análise do pós-teste (Função polinomial do 1º grau).....         | 144 |
| Quadro 10 – Principais operadores das planilhas eletrônicas.....            | 204 |
| Quadro 11 – Avaliação da Oficina e consideração dos OAs.....                | 252 |
| Quadro 12 – Avaliação da Oficina e consideração dos OAs (IV CEMEG).....     | 255 |

## LISTA DE GRÁFICOS

|  |     |
|--|-----|
| Gráfico 1 – Análise dos acertos no pré-teste e pós-teste do Sistema Cartesiano no Plano .... | 121 |
| Gráfico 2 – Análise dos acertos no pré-teste e pós-teste de Introdução à função .....        | 135 |
| Gráfico 3 – Análise dos acertos no pré-teste e pós-teste de Função Polinomial do 1º grau...  | 144 |

## SUMÁRIO

|  |            |
|--|------------|
| <b>INTRODUÇÃO .....</b>  | <b>21</b>  |
| <b>1 OBJETOS DE APRENDIZAGEM.....</b>  | <b>25</b>  |
| 1.1 DEFINIÇÃO DE OBJETOS DE APRENDIZAGEM .....   | 25         |
| 1.2 CARACTERÍSTICAS DE OBJETOS DE APRENDIZAGEM.....  | 27         |
| 1.3 UM EXEMPLO DE OA E O PARADOXO DA REUTILIZAÇÃO.....   | 29         |
| 1.4 REPOSITÓRIOS DE OBJETOS DE APRENDIZAGEM .....  | 32         |
| <b>2 A TECNOLOGIA NO ENSINO .....</b>  | <b>36</b>  |
| 2.1 OS DESAFIOS DA 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO .....  | 36         |
| 2.2 AS CONTRIBUIÇÕES DA TECNOLOGIA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA.....  | 39         |
| 2.3 A INTERAÇÃO SOCIAL NO ENSINO .....   | 44         |
| <b>3 CAMINHOS METODOLÓGICOS.....</b>   | <b>51</b>  |
| 3.1 PRIMEIRAS ETAPAS .....   | 51         |
| 3.2 METODOLOGIA PARA ELABORAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL.....  | 52         |
| 3.2.1 Primeiros passos na elaboração do Produto Educacional.....   | 53         |
| 3.2.2 GeoGebra.....  | 59         |
| 3.2.3 GeoGebra Book .....  | 61         |
| 3.3 METODOLOGIA DE PESQUISA .....  | 63         |
| 3.3.1 A metodologia .....  | 63         |
| 3.3.2 Cenário da pesquisa.....   | 64         |
| 3.3.3 Desenho e redesenho da pesquisa.....   | 65         |
| 3.3.4 A ação do pesquisador na coleta de dados .....   | 67         |
| 3.3.5 Cronograma de atividades .....   | 67         |
| 3.3.6 Coleta e análise dos dados .....   | 67         |
| <b>4 CONFIGURAÇÃO DO LIVRO DIGITAL .....</b>   | <b>71</b>  |
| 4.1 APRESENTAÇÃO.....  | 72         |
| 4.2 CAPÍTULO 1: RETA NUMÉRICA.....   | 73         |
| 4.3 CAPÍTULO 2: SISTEMA CARTESIANO NO PLANO.....   | 80         |
| 4.4 CAPÍTULO 3: INTRODUÇÃO À FUNÇÃO .....  | 88         |
| 4.5 CAPÍTULO 4: FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU .....   | 98         |
| <b>5 DESCRIÇÃO DA APLICAÇÃO E DAS APRENDIZAGENS PERCEBIDAS EM<br/>ALGUNS OBJETOS DE APRENDIZAGEM .....</b> | <b>114</b> |
| 5.1 PRIMEIRAS ETAPAS: OPERACIONALIZAÇÃO DO DISPOSITIVO .....   | 114        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 5.2      | CAPÍTULO 2: SISTEMA CARTESIANO NO PLANO .....  | 115        |
| 5.3      | CAPÍTULO 3: INTRODUÇÃO À FUNÇÃO .....  | 123        |
| 5.4      | CAPÍTULO 4: FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU .....   | 136        |
| <b>6</b> | <b>APRENDIZAGENS IDENTIFICADAS INDIVIDUALMENTE .....</b>                               | <b>145</b> |
| 6.1      | ALUNO NM2 .....  | 145        |
| 6.2      | ALUNO MM1.....   | 146        |
| 6.3      | ALUNO MM2.....   | 149        |
| 6.4      | ALUNO MF1 .....  | 151        |
| 6.5      | ALUNO MF2 .....  | 154        |
| 6.6      | ALUNO MF3 .....  | 157        |
| <b>7</b> | <b>OUTROS PRODUTOS EDUCACIONAIS.....</b>   | <b>162</b> |
| 7.1      | OFICINA - PIBID .....  | 162        |
| 7.2      | APRESENTAÇÃO EM CONGRESSO (PÔSTER) .....   | 162        |
| 7.3      | WORKSHOP – CAMPUS PARTY GOIÁS.....   | 163        |
| 7.4      | OFICINA – IV CEMEG .....   | 163        |
| 7.5      | ARTIGO.....  | 164        |
| 7.5      | LIVRO DIGITAL OFF-LINE .....   | 164        |
| <b>8</b> | <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>   | <b>165</b> |
|          | <b>REFERÊNCIAS.....</b>  | <b>171</b> |
|          | <b>ANEXOS.....</b>   | <b>177</b> |
|          | ANEXO A – Currículo Referência de Matemática do Estado de Goiás .....                  | 178        |
|          | ANEXO B – Termo de Consentimento Livre para maiores de 18 anos.....                    | 180        |
|          | ANEXO C – Termo de Consentimento Livre para menores de 18 anos.....                    | 183        |
|          | ANEXO D – Parecer consubstanciado do Comitê de Ética .....                             | 186        |
|          | <b>APÊNDICES .....</b>   | <b>189</b> |
|          | APÊNDICE A – Site .....  | 190        |
|          | APÊNDICE B – Questionário (Pesquisa social) .....                                      | 192        |
|          | APÊNDICE C – Roteiro 1.....  | 196        |
|          | APÊNDICE D – Roteiro 2.....  | 199        |
|          | APÊNDICE E – Roteiro 3 .....   | 214        |
|          | APÊNDICE F – Pré-teste do Capítulo 2 (Livro digital): Sistema Cartesiano no Plano..... | 221        |
|          | APÊNDICE G – Pós-teste do Capítulo 2 (Livro digital): Sistema Cartesiano no Plano..... | 223        |
|          | APÊNDICE H – Pré-teste do Capítulo 3 (Livro digital): Introdução à Função .....        | 226        |
|          | APÊNDICE I – Pós-teste do Capítulo 3 (Livro digital): Introdução à Função .....        | 228        |

|   |            |
|---|------------|
| APÊNDICE J – Pré-teste do Capítulo 4 (Livro digital): Função Polinomial do 1º grau..... | 232        |
| APÊNDICE K – Pós-teste do Capítulo 4 (Livro digital): Função Polinomial do 1º grau..... | 237        |
| APÊNDICE L – Termo de Anuência .....  | 244        |
| APÊNDICE M – Participação na conferência XIII ENEM .....                                | 245        |
| APÊNDICE N – Participação na conferência XIII ENEM (PÔSTER).....                        | 246        |
| APÊNDICE O – Oficina/PIBID .....  | 247        |
| APÊNDICE P – Campus Party.....  | 254        |
| APÊNDICE Q – Oficina – IV CEMEG .....   | 255        |
| APÊNDICE R – Artigo em processo de avaliação.....                                       | 256        |
| APÊNDICE S – Declaração de pesquisa realizada .....                                     | 257        |
| <b>NOTA.....</b>  | <b>258</b> |

## INTRODUÇÃO

A inquietação com o fracasso escolar na primeira série do Ensino Médio e a falta de infraestrutura na maioria das escolas públicas é potencializada pela sensação de que nada é suficiente para maximizar o desempenho e engajar os jovens.

E se por um lado, no colégio público estadual, no qual a autora deste trabalho é professora de matemática, não conta com laboratório de informática, por outro, o alcance dos *smartphones* vem crescendo a cada ano, atingindo praticamente todas as classes sociais; estão presentes na vida cotidiana, facilitando a realização de negócios, conectando as pessoas a diversas fontes de informação, permitindo a interação com outras pessoas e a diversos tipos de recursos.

Desse modo, com tantas ferramentas disponíveis dentro de um único aparelho, isso pode proporcionar maior dinamismo às aulas de matemática, oferecendo novas formas de ensino e ampliação da aprendizagem? Em um ambiente educacional com poucos recursos, o *smartphone* pode representar uma alternativa?

Apesar “da existência de leis em alguns estados que proíbem o uso de celular no ambiente da escola, é fácil identificar seu uso nas escolas por estudantes, professores e funcionários” (MARTIN; TOSCHI, 2014).

Indiretamente, os *smartphones* foram inseridos nos espaços formais de ensino e representam objeto de estudo de diversos pesquisadores. Entre eles, está Voltolini (2016), que investigou a difusão de *smartphones* e as consequências deste fato em possibilidades para o ensino-aprendizagem, indicando que esses dispositivos representam o ápice da convergência tecnológica; são populares; oferecem possibilidades concretas de uso em educação formal, entretanto, ainda não conquistaram uma posição sólida como suporte para o ensino e aprendizagem. E isso, deve-se às práticas pedagógicas serem dependentes da iniciativa pública ou privada para sua extensão e continuidade; além de que a maioria dos professores não consideram o aparelho dos próprios alunos e, principalmente, da ausência de planejamento que capacite e incentive-os quanto ao uso desses dispositivos no ensino.

Vidal (2017), investigou os impactos das tecnologias digitais nas salas de aula e, também, a contribuição do Setor Nacional de TIC com seus equipamentos e *softwares* desenvolvidos localmente para apoio ao processo de ensino-aprendizagem. Sua pesquisa mostrou que as Empresas e os Institutos têm desenvolvido ferramentas que apoiam o processo de ensino-aprendizagem, estão alinhadas com mercado mundial e reconhecem o professor como agente principal da mudança. Já o Governo Federal, considera a TIC importante para

apoiar o processo de ensino-aprendizagem e preparar o aluno para o mercado de trabalho, mas reconhecem que é necessário melhorar, com urgência, a qualidade e o acesso à Internet nas escolas, entretanto a justificativa para a morosidade, ainda está na falta de recursos financeiros.

Além de Voltolini (2016) e Vidal (2017), outros pesquisadores também manifestaram interesse pelas implicações das tecnologias móveis no ensino, sobretudo, no ensino de matemática. Romanello (2016), pesquisou as potencialidades do uso do celular na sala de aula com atividades investigativas para o ensino de função; Nogueira (2018), investigou o uso da calculadora gráfica *GeoGebra* como ferramenta para o ensino das funções exponencial e logarítmica; Pires (2016), veio com uma proposta de aplicativo para o ensino do conceito de funções usando *smartphones* e *tablets* e Amim Júnior (2018), com uma pesquisa cujo o objetivo era verificar o desenvolvimento dos alunos em relação à tomada de decisões em situações nas quais lhes eram oferecidas a possibilidade de escolha de aplicativos para auxiliar na resolução de problemas.

As pesquisas sinalizam que esse aparelho traz funções que podem representar ganhos para o ensino e a aprendizagem. Além disso, é inegável que os *smartphones* estão dentro das escolas e apesar de algumas pessoas serem contrárias ao uso desses dispositivos em sala de aula devido à capacidade de distração que o aparelho representa, sendo visto como uma tecnologia mais ligada à diversão do que à aprendizagem, inclusive proibido em muitas escolas (VOLTOLINI, 2016), é preciso reconhecer que esses recursos não podem ser ignorados. Principalmente, por causa da influência daqueles que detém o poder desse meio de comunicação sobre as pessoas (FREIRE E GUIMARÃES, 2013).

Desse modo, o *smartphone*, nesta pesquisa, surgiu como uma forma de integrar a tecnologia digital ao ensino de matemática, já que a presença desses aparelhos dentro do ambiente escolar é indiscutível.

Contudo, como inserir o *smartphone* no ensino de matemática? Como essa pesquisa poderia contribuir com o professor menos experiente no uso dessas tecnologias em sala de aula? Quais implicações esses recursos podem oferecer para a aprendizagem? Qual deve ser o papel do professor nesse cenário?

E refletindo sobre esses questionamentos, o *smartphone* configurou-se como uma ferramenta pedagógica para trabalhar os conceitos matemáticos de função polinomial do 1º grau por meio de Objetos de Aprendizagem (OAs), como jogos, simulações, animações, vídeos e atividades interativas com o propósito de tornar a aula mais dinâmica, encorajando os alunos a interagirem entre si, com o OA e com o professor; resultando em um Produto Educacional para auxiliar outros docentes na tarefa de diversificar os recursos adotados no ensino de funções.

A partir dessas reflexões, surgiu a seguinte pergunta de investigação: “*Ao empregar Objetos de Aprendizagem ao ensino de funções, por meio do smartphone, que aprendizagens podem ser identificadas?*”

Assim, a investigação teve como objetivo identificar as aprendizagens que surgiram ao fazer uso de Objetos de Aprendizagem no ensino de funções polinomiais do 1º grau por meio do *smartphone*, para alunos da 1ª série do Ensino Médio.

Dessa forma, estruturamos a pesquisa buscando cumprir os seguintes objetivos específicos: a) identificar o perfil dos alunos dos sujeitos da pesquisa; b) elaborar um livro digital de OAs que tivesse boa portabilidade para aparelhos com telas reduzidas; c) identificar quais os elementos mediadores surgem durante a aplicação dos OAs e qual o papel de cada um no processo de aprendizagem.

Como subsídio teórico-metodológico para a compreensão dos processos de desenvolvimento cognitivo do aluno, por meio do uso de OAs, a pesquisa fundamentou-se no princípio de que o desenvolvimento cognitivo na perspectiva histórico cultural é baseado na assistência mediatizada e interativa de outros indivíduos mais experientes e competentes. Valorizando a função primordial do professor, enfatizando que o processo de aprendizagem não está separado do processo de ensino, evocando entre ambos uma estrutura própria, uma lógica de desenvolvimento que liga as mentes do professor e do aluno por meio da linguagem. E é essa dupla experiência de origem social que são a base da transmissão cultural e da essência da pedagogia e, portanto, do processo de ensino e aprendizagem (FONSECA, 2019).

Desse modo, para compreender e lidar com o processo de mediação pedagógica durante a aplicação dos OAs e a identificação das aprendizagens construídas, os principais referenciais foram Oliveira (2001), Moran et al (2017) e Moysés (2012) e para a construção dos OAs, os principais referenciais foram Braga (2015), Tarouco et al (2014), Polsani (2003) e Carneiro e Silveira (2014).

Assim, este trabalho ficou organizado em 8 capítulos, onde, no Capítulo 1, trouxemos algumas definições de Objetos de Aprendizagem existentes na literatura, as características de Objetos de Aprendizagem e alguns repositórios que foram pesquisados para compor o Produto Educacional. Traz também uma reflexão sobre o paradoxo da reusabilidade, a partir de um exemplo de OA.

No Capítulo 2, apresentamos algumas reflexões sobre ensino de álgebra na Educação Básica, enfatizando a influência da tecnologia no ensino e os elementos mediadores no processo pedagógico.

No Capítulo 3, delineamos os caminhos que conduziram a elaboração do livro digital de OAs e quais etapas foram percorridas durante o processo de estruturação da metodologia de aplicação, coleta de dados e análise de alguns resultados.

No Capítulo 4, descrevemos a versão final do livro digital, destacando algumas características e imagens dos OAs desenvolvidos.

Nos Capítulos 5 e 6, apresentamos os principais resultados encontrados, as dificuldades enfrentadas pelos alunos e as aprendizagens que foram identificadas durante os encontros.

No Capítulo 7, descrevemos outros Produtos Educacionais que foram elaborados no decorrer da pesquisa.

No Capítulo 8, trazemos as considerações finais sobre essa pesquisa, destacando suas contribuições, as aprendizagens da pesquisadora e dos alunos durante todo o processo investigativo, algumas reflexões sobre o papel do aluno, do professor e uma análise geral do potencial do *smartphone* para o ensino de matemática. Por fim, as referências utilizadas na dissertação, anexos e apêndices.

## 1 OBJETOS DE APRENDIZAGEM

A tecnologia é um agente transformador e as principais inovações tecnológicas podem provocar mudanças de paradigmas. Um exemplo disso é a Internet, que transformou a forma como as pessoas se comunicam, fazem negócios e como aprendem. Além de mudar a forma como os materiais educacionais são projetados, desenvolvidos e como são compartilhados entre as pessoas que querem aprender (WILEY, 2000).

Como consequência desse acesso à Internet e a proposta em desenvolver cursos formados por diversos blocos modulares, possibilitando que sejam agrupados de diferentes formas, dando origem a unidades coerentes é que surge a ideia de Objetos de Aprendizagem (MIRANDA, 2004).

### 1.1 Definição de Objetos de Aprendizagem

O termo Objeto de Aprendizagem (OA) foi criado em 1994 por Wayne Hodgins, e apesar de não ser tão recente, definir um Objeto de Aprendizagem não é fácil nem consensual (TORRÃO, 2008) e a diversidade de conceitos existentes pode ser percebida nas seguintes definições:

Os Objetos de Aprendizagem são definidos aqui como qualquer entidade, digital ou não digital, que possa ser utilizada, reutilizada ou referenciada durante a aprendizagem apoiada em tecnologia [...]. Os exemplos de Objetos de Aprendizagem incluem conteúdo multimídia, conteúdos formativos, objetivos de aprendizagem, software para a formação e ferramentas de software, além de pessoas, organizações ou acontecimentos referenciados durante a aprendizagem apoiada em tecnologia (IEEE, 2002, p.5 apud COLL e MORENEO, 2010)

[...] qualquer recurso digital que pode ser reusado para apoiar a aprendizagem (WILEY, 2000).

[...] qualquer recurso, suplementar ao processo de aprendizagem, que pode ser reusado para apoiar a aprendizagem. O termo objeto educacional (learning object) geralmente aplica-se a materiais educacionais projetados e construídos em pequenos conjuntos com vistas a maximizar as situações de aprendizagem onde o recurso pode ser utilizado. (TAROUCO et al., 2003, p. 2)

Um recurso digital interativo, estruturado e normalizado, com um objetivo educativo específico, conteúdos e actividades de aprendizagem e forma de avaliação (TORRÃO, 2008, p.74)

Um Objeto de Aprendizado é uma unidade independente e autônoma de conteúdo de aprendizagem que está predisposto a ser reutilizado em vários contextos instrucionais. (POLSANI, 2003, s.p).

Compreende-se que há consenso de que os OAs têm a finalidade de apoiar o ensino em diversos contextos, ser reutilizável, poder ser combinados com outros recursos a fim de

maximizar a aprendizagem, serem estruturados de forma significativa com um objetivo educativo específico e ser disponibilizado pela Internet. De forma que todos podem acessá-los, usá-los simultaneamente, colaborar e se beneficiarem imediatamente das novas versões (WILEY, 2000).

Entretanto, segundo Polsani (2003), essa falta de consenso sobre o que são OAs possibilita que alguns autores caracterizem qualquer entidade, digital ou não-digital, com o mesmo status conceitual de OA. Nesses casos, para Polsani, é impossível o uso do termo Objeto de Aprendizagem de uma maneira significativa.

Como consequência de tal abrangência, pode-se notar na definição de IEEE (2002 apud COLL e MORENEO (2010)), pessoas, organizações e eventos envolvidos na educação assistida por computador serem caracterizadas como OA, enquanto Wiley (2000) e Torrão (2008) excluem os objetos não-digitais.

Mas o fato de não haver consenso na definição de OAs, não inviabiliza o seu desenvolvimento e tampouco sua aplicação em sala de aula. E como TAROUÇO et al (2014) ressalta, uma das vantagens do uso de OAs é a

[...] possibilidade de o aluno fazer inúmeras tentativas para construir hipóteses ou estratégias sobre determinado tema, podendo obter *feedback* do computador que o auxilia na correção dessas estratégias, tendo o professor como mediador dos conhecimentos embutidos no OA (TAROUÇO, 2014, p. 14-15).

Além disso, os objetos de aprendizagem possibilitam simular fenômenos, animar situações, propor interação entre o sujeito e o objeto, podendo tornar a aprendizagem mais dinâmica. Ainda, é possível fragmentar o conteúdo em partes menores para serem reutilizados em diferentes contextos ou agregar OAs na busca de potencializar o processo de ensinar e aprender.

Desse modo, a definição escolhida para este estudo, é uma escolha baseada em Tarouco et al (2003) que defende que a definição de um OA, deve ser adotada conforme o objetivo a que se pretende alcançar no ensino. Entretanto, esse conceito depende de uma concepção própria dos autores acerca da utilidade e importância do Objeto para o ensino, podendo variar de acordo com a abordagem proposta e aspectos associados ao seu uso educacional.

Diante disso, em vez de elaborar mais um conceito e aumentar ainda mais o rol de definição existente, Carneiro e Silveira (2014) apresenta uma definição de OA, que atende perfeitamente o objetivo desta pesquisa. Portanto, Objetos de Aprendizagem são

[...] quaisquer materiais eletrônicos (como imagens, vídeos, páginas web, animações ou simulações), desde que tragam informações destinadas à construção do conhecimento (conteúdo autocontido), explicitem seus objetivos pedagógicos e

estejam estruturados de tal forma que possam ser reutilizados e recombinaados com outros objetos de aprendizagem (padronização). (CARNEIRO; SILVEIRA, 2014, p.239)

A partir dessa definição, os OAs que foram selecionados e os que foram desenvolvidos para dar suporte à esta pesquisa, consideram os Objetos de Aprendizagem como blocos de conteúdo educacional autocontido, podendo fazer referência a outros blocos, e podendo ser combinados ou sequenciados para formar interações educacionais. Dessa forma, o Objeto de Aprendizagem tem a propriedade de, quando manipulado dentro de um contexto de busca de conhecimento, servir de mediação e facilitação para a formação e consolidação de um saber novo (CARNEIRO; SILVEIRA, 2014).

E para esta pesquisa, a intenção em tornar esses recursos pedagógicos apoio para o processo de ensino e aprendizagem é mais relevante do que caracterizar se um OA deve ser digital, não-digital, uma pessoa, um evento, um bloco grande de conteúdo digital ou uma mídia elementar. Embora na pesquisa, seja dada ênfase aos recursos digitais por meio do *smartphone*, é a forma como são estabelecidas as interações com o OA que o tornarão eficientes como ferramenta de apoio do aprendiz. Ou seja, é a metodologia com a qual o OA é utilizado, que será um dos fatores fundamentais para conduzir o aluno ao desenvolvimento do pensamento algébrico, por exemplo.

Salienta-se que, como em qualquer planejamento de aula, a adequada seleção de um OA para uso em atividade didática fica definida a partir do objetivo que se pretende alcançar na aprendizagem de um determinado conteúdo. Contemplando esse quesito, o Objeto de Aprendizagem pode ser um excelente aliado do professor em sala de aula (TAUROCO et al, 2014).

## **1.2 Características de Objetos de Aprendizagem**

Segundo Polsani (2003), para que um material eletrônico seja desenvolvido ou classificado como um OA, deve seguir os princípios de aprendizado e reusabilidade, isto é, deve apresentar características pedagógicas que estão relacionadas à aquisição do conhecimento e técnica, que se refere às questões de padronização, classificação, armazenamento, transmissão e reutilização dos OAs.

Como as características também são divergentes para os autores, será feito um compilado das características apresentadas por Galafassi et al (2013), Tarouco et al (2014),

Torrão (2008) e Carneiro e Silveira (2014) e apresentadas no quadro 1 ressaltando as características técnicas e pedagógicas de um OA.

Quadro 1 – Resumo das características técnicas e pedagógicas de um OA

| <b>Características técnicas de um OA</b>    |  |
|---|--|
| Reusabilidade                               | O Objeto deverá ser reutilizável diversas vezes em diferentes contextos de aprendizagem, com possibilidades de incorporá-los em múltiplas aplicações.  |
| Interoperabilidade e portabilidade          | O OA deve ser independente da plataforma onde é disponibilizado e dos sistemas de gestão de conteúdo, isto é, um OA apenas necessitará de um player ou leitor específico para poder ser utilizado em diferentes locais ou ambientes, independentemente de ferramentas ou plataformas.                                      |
| Granularidade                               | Se refere ao “tamanho” de um Objeto. Um OA de maior granularidade é considerado pequeno, ou em estado “bruto”, como uma imagem, um texto ou um fragmento de áudio. Um OA de menor granularidade pode ser uma página <i>web</i> inteira, que combina textos, imagens e vídeos, por exemplo.                                 |
| Metadados (dados sobre dados)               | Descrevem as propriedades de um Objeto, como título, autor, data, assunto, etc. Os metadados facilitam a busca de um Objeto em um repositório.<br>Permite a catalogação dos OAs auxiliando na identificação dos mesmos, facilitando o trabalho dos mecanismos de busca.  |
| Adaptabilidade                              | Um OA deve ser adaptável a qualquer ambiente de ensino.  |
| Acessibilidade                              | Se o OA é acessível facilmente via Internet para ser usado em diversos locais, diferentes tipos de usuários e dispositivos. É necessário priorizar o desenvolvimento de objetos de aprendizagem que não necessitem, para sua utilização, de aplicativo ou programa que não esteja disponível gratuitamente na <i>web</i> . |
| Agregação                                   | Indica se os recursos podem ser agrupados em conjuntos maiores de conteúdo, incluindo estruturas tradicionais de cursos.   |
| Autonomia                                   | Se refere ao uso do Objeto individualmente, sem necessitar de outro OA para interagir com ele.   |
| Durabilidade                                | Possibilidade de continuar a ser usado, independente da mudança de tecnologia, sem reprojeção ou recodificação.  |
| Prover auxílio aos usuários                 | Capacidade de oferecer auxílio ao usuário via interface e via instruções facilmente acessíveis.  |
| <b>Características pedagógicas de um OA</b> |  |
| Interatividade                              | Indica se há suporte às concretizações e ações mentais, requerendo que o estudante interaja com o conteúdo de alguma forma, podendo ver, ouvir ou responder algo.<br>Proporcionar que o usuário possa interagir, executando ações com o Objeto.  |
| Autonomia                                   | Indica se os recursos de aprendizagem apoiam a iniciativa e tomada de decisão.   |
| Cooperação                                  | Indica se há suporte para os usuários trocar ideias e trabalhar coletivamente sobre o conceito apresentado.  |
| Cognição                                    | Refere-se às sobrecargas cognitivas colocadas na memória do aprendiz durante o processo de ensino-aprendizagem.  |
| Afetividade                                 | Está relacionado com sentimentos e motivações do aluno com sua aprendizagem e com seus professores e colegas.  |

|  |   |
|--|---|
| Explicitar claramente um objetivo pedagógico | Propicia orientações claras para que o aluno saiba o que se espera que ele aprenda ao usar o objeto de aprendizagem e o professor (distinto de quem produziu o Objeto) saiba como poderia usar o mesmo. |
| Proporcionar interação                       | Permitir ações entre os usuários (alunos, professores, tutores, etc.) a partir do e/ou no objeto.   |
| Fornecer feedback constante                  | Mantém o usuário sempre informado do estado atual de sua interação com o OA.  |
| Ser autocontido                              | Ter foco em um determinado assunto e o explicar sem necessariamente depender de outros objetos e/ou materiais.  |

Fonte: Adaptação de Galafassi et al (2013), Tarouco et al (2014), Torrão (2008) e Carneiro e Silveira (2012) apud Carneiro e Silveira (2014).

Segundo Carneiro e Silveira (2014) e Braga (2015), os Objetos de Aprendizagem podem ser applets, animação, questionário *on-line*, filme, áudios, imagens e simulações, mas também podem ser uma apresentação em PowerPoint, um arquivo em PDF, uma página da Web ou site, um software ou jogo. Precisam atender o máximo de características elencadas acima, entretanto, algumas características podem ser difíceis de serem atendidas conforme a plataforma disponível – como os sistemas operacionais dos *smartphones* – ou o objetivo pedagógico. Um exemplo disso, apresentaremos no paradoxo da reutilização.

### 1.3 Um exemplo de OA e o paradoxo da reutilização

Os OAs devem seguir os princípios fundamentais de sua fundação que são: aprendizagem e reusabilidade, com o objetivo de tornar o ambiente de aprendizado rico, dinâmico e flexível.

Para ampliar a compreensão desses princípios e apresentar o paradoxo da reutilização será analisado um recurso digital publicado na plataforma educacional Aprender + Inovação, explicando os princípios fundamentais que fazem desse recurso digital em OA, a partir do ponto de vista de Polsani (2003).

**Tipo de OA:** imagem

**Título:** Futebol de Várzea

**Descrição:** Objeto de Aprendizagem desenvolvido pela Rede Escola Digital e publicado na plataforma educacional Aprender + Inovação. As imagens, originalmente, foram postadas em 2010, no Blog do Zhé Souza, com o objetivo de apresentar campos de futebol fora dos padrões geométricos para os “boleiros varzeanos que jogam pelo Brasil” (SOUZA, 2010). Apresenta uma sucessão de 22 fotos de campos de futebol de várzea no Brasil. Na plataforma educacional,

estão direcionadas para alunos do Ensino Fundamental II, na disciplina de Educação Física, para a diferenciação entre futebol tradicional e futebol de lazer. Permite a exploração interdisciplinar com geografia na discussão sobre ocupação de espaços urbanos.

Figura 1 – Objeto de Aprendizagem: Campo de Futebol de Várzea



Fonte: Aprender + Inovação.

Como referido anteriormente, os princípios fundamentais para a caracterização de um OA é o aprendizado e a reusabilidade. Por aprendizado, Polsani (2003) refere que o OA deve ser envolvido em uma *Intenção de Aprendizado* e por reusabilidade, indica que uma vez criado, o OA deve funcionar em diferentes contextos instrucionais.

Desse modo, de acordo com a descrição apresentada pela Plataforma Educacional *Aprender + Inovação*, é patente que o critério de reusabilidade é atendido, já que apresenta orientação para uso nas aulas de educação física, na diferenciação entre futebol tradicional e futebol de lazer e geografia, na discussão sobre ocupação de espaços urbanos. Adicionalmente, podem ser reutilizadas em matemática, nas aulas de Geometria, com comparações de áreas dos campos ou estudo das posições relativas dos segmentos de retas que delimitam o campo e a influência dessas posições em relação ao jogo. Semelhantemente, essa influência pode ser

analisada nas aulas de física – em Cinemática –, analisando jogadas, lançamento de bola, velocidade, distância, vantagem e desvantagem das posições dos jogadores, no campo selecionado. Em suma, as mesmas imagens podem ser usadas em pelo menos quatro cenários diferentes.

A partir das concepções de Polsani (2003), essa imagem, para um leitor do Blog de Zhé Souza, pode evocar diferentes reações, como saudosismo, surpresa e alegria. São efeitos baseados na sensibilidade dos espectadores. E é através da sensibilidade que os espectadores interpretam a imagem. Se essa mesma imagem for apresentada nas aulas de matemática, por exemplo, adquire um status diferente, porque nas aulas, a imagem muda de um objeto de intuição para um objeto de compreensão. Os participantes da aula devem, além de simplesmente intuir o objeto, entendê-lo, observar os detalhes, comparar com os campos oficiais, analisar situações de vantagem ou desvantagem para os times, ou seja, transformar em objeto de pensamento. Dessa forma, além de transformar um recurso digital em OA, também transforma o observador em aprendiz.

Além disso, o entendimento de que essa imagem é caracterizada como OA não deve ser arbitrária, mas para que se atinja boa compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos na imagem, os alunos devem ser guiados para esse objetivo por meio de um discurso, isto é, por meio de diálogos mediados ou atividades dirigidas. Portanto, deve haver uma combinação do elemento digital e um constructo textual, visual, auditivo ou interativo.

A partir dessa análise, percebe-se que as imagens do Blog – que não tinham pretensão pedagógica imediata – podem ser utilizadas para o ensino, a partir do potencial pedagógico que elas proporcionam. Entretanto, somente apresentar a imagem é insuficiente para transformar o observador em aprendiz. É necessário que o material seja acompanhado de uma boa estruturação de discurso, do contrário, dificilmente atingirá o objetivo principal de um OA, que é o de apoiar a aprendizagem.

A característica reusabilidade é o que distingue o conceito de OA dos demais recursos digitais utilizados para a educação. A reusabilidade, propicia que um OA possa ser reutilizado em diversos contextos, possibilitando a redução de investimentos mobilizados para o seu desenvolvimento. Mas à medida que os OAs, nesta pesquisa, iam sendo desenvolvidos, surgiam questionamentos sobre seu “tamanho” para ser considerado reutilizável.

O tamanho de um OA é muito importante para sua reutilização, e esse “tamanho” está diretamente ligado a granularidade.

Segundo Tarouco et al (2003),

O tamanho/granularidade dos objetos educacionais deve ser escolhido de modo a maximizar seu reuso. Embora objetos educacionais maiores sejam mais fáceis de administrar são menos fáceis de recontextualizar para outros cenários de aprendizagem diferentes daqueles para os quais foram inicialmente previstos. Objetos educacionais menores podem ser mais precisamente definidos, são mais fáceis de recontextualizar mas demandam esforço para organizar com vistas a facilitar sua localização. (TAROUCO et al, 2003, p.3)

Um exemplo pertinente sobre a granularidade é apresentado por Braga (2015):

[...] um OA com baixa granularidade pode dificultar sua reusabilidade, por conter uma baixa quantidade de conteúdos que são adequados a um número restrito de contextos. A granularidade de um OA deve ser definida de maneira a aumentar a sua reusabilidade. Quanto maior a granularidade, maior é a sua reusabilidade. No entanto, há que se garantir que o tamanho dos grãos seja suficiente para não ocorrer perda de informações necessárias para o entendimento do tema do OA. Por exemplo, um vídeo no Youtube pode ser considerado um OA desde que seja reutilizado para o aprendizado. Mas qual seria a granularidade desse vídeo? Se for um vídeo de 10 minutos, a granularidade é baixa. Pode-se aumentar a granularidade desse OA, editando esse vídeo e o dividindo em 5 vídeos de 2 minutos. Assim, cada vídeo poderia ser apresentado em uma aula diferente e até mesmo em disciplinas diferentes. A divisão do vídeo maior, ou o aumento de sua granularidade, aumenta a sua capacidade de reuso. No entanto, essa divisão não pode ser feita de qualquer maneira, pois há que se garantir que esses 2 minutos do vídeo sejam suficientes para o entendimento de seu conteúdo. O tamanho/granularidade dos objetos educacionais deve ser escolhido de modo a maximizar seu reuso. Embora objetos educacionais maiores sejam mais fáceis de administrar, são menos fáceis de recontextualizar para outros cenários de aprendizagem diferentes daqueles para os quais foram inicialmente previstos. Objetos educacionais menores podem ser mais precisamente definidos, são mais fáceis de recontextualizar, mas demandam esforço para organizar, com vistas a facilitar sua localização. (BRAGA, 2015, 43-44)

Desse modo, é possível perceber, com o exemplo de Braga (2015), o paradoxo da reusabilidade, onde, os OAs maiores são fáceis de administrar, mas são menos fáceis de recontextualizar para outros cenários de aprendizagem. Já os OAs menores são mais fáceis de reutilizar, mas demandam esforço para organizar, com vistas a facilitar sua localização.

#### **1.4 Repositórios de objetos de aprendizagem**

É possível encontrar OAs em diversos locais de armazenamento na Internet, entretanto, como foi explorado anteriormente, uma das características fundamentais do OA é a reusabilidade, isto é, a possibilidade de ser reutilizado em diversos contextos. Para isso, a forma como é disponibilizado o OA é importante para contribuir para seu reuso. Caso contrário, uma forma inadequada de disponibilização acarretará em inacessibilidade por parte dos usuários.

A melhor forma de facilitar o acesso ao OA é através de repositórios especializados no armazenamento de Objetos de Aprendizagem (ROAs). São espaços virtuais que apresentam

informações pedagógicas que auxiliam o professor na utilização desse material em sala, ampliando as possibilidades de reuso do recurso digital. Além disso, os ROAs facilitam o acesso a Objetos de Aprendizagem, reduzindo os custos de produção de materiais e possibilitando que os usuários colaborem para o aperfeiçoamento do OA.

O professor pode encontrar OAs em sites, bibliotecas de mídias (miatecas), como Youtube, Flickr, Pinterest, por exemplo. No entanto, como são locais para publicação de material digital genérico, não apresentam informações para seu uso pedagógico ficando a cargo do professor elaborar ferramentas para ampliar as possibilidades de aprendizagem.

No Quadro 2 serão indicados alguns repositórios onde os OAs podem ser encontrados. Serão apresentados os principais repositórios nacionais e internacionais de Objetos de Aprendizagem.

Quadro 2 – Principais repositórios nacionais e internacionais

| <b>Repositórios Nacionais de Objetos de Aprendizagem</b> |  |
|--|--|
| LOA<br>Laboratório de Objetos de Aprendizagem<br>UFSCar  | Espaço interdisciplinar de estudos e pesquisas de novas tecnologias e métodos para o desenvolvimento de Recursos Educacionais Abertos Interativos.<br><br>Disponível em: <a href="http://www.loa.sead.ufscar.br/">http://www.loa.sead.ufscar.br/</a>   |
| LabVirt<br>Laboratório Didático Virtual<br>USP           | Simulações de Física e Química feitas pela equipe do LabVirt a partir de roteiros de alunos de Ensino Médio das escolas da rede pública; links para simulações e sites na Internet; exemplos de projetos na seção "projetos educacionais" e respostas de especialistas para questões enviadas através do site.<br><br>Disponível em: <a href="http://www.labvirt.fe.usp.br/">http://www.labvirt.fe.usp.br/</a> |
| Lume<br>Repositório Digital<br>UFRGS                     | Documentos digitais como texto, imagem, vídeo e áudio, e são, em sua maioria, de acesso livre.<br><br>Disponível em: <a href="https://lume.ufrgs.br/">https://lume.ufrgs.br/</a>   |
| Portal do Professor<br>MEC                               | Conteúdos multimídia para todos os níveis de ensino e em diversos formatos.<br><br>Disponível em: <a href="http://portaldoprofessor.mec.gov.br/recursos.html">http://portaldoprofessor.mec.gov.br/recursos.html</a>  |
| Laboratório Virtual de Matemática<br>Unijuí              | Diversos tipos de objetos de aprendizagem para o ensino de matemática, para todos os níveis da educação básica.<br><br>Disponível em: <a href="http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/">http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/</a>  |
| Curta na Escola  | Curtas-metragens brasileiros como material de apoio pedagógico em salas de aula.<br><br>Disponível em: <a href="http://www.curtanaescola.org.br/Default.aspx">http://www.curtanaescola.org.br/Default.aspx</a>   |

|   |   |
|---|---|
| E-Unicamp<br>Conteúdo digital   | Imagens, animações e vídeos em diversas áreas.<br>Disponível em: <a href="http://www.ggte.unicamp.br/e-unicamp/public/">http://www.ggte.unicamp.br/e-unicamp/public/</a>  |
| Casa das Ciências   | Mantido pela Fundação Calouste Gulberkian, de Portugal, disponibiliza OAs de Ciências produzidos no país.<br>Disponível em <a href="http://www.casadasciencias.org">http://www.casadasciencias.org</a> .  |
| MDMat (Mídias Digitais para Matemática)   | Mídias digitais para o ensino-aprendizagem de matemática. Há objetos de aprendizagem voltados para auxiliar o professor em sala de aula.<br>Disponível em <a href="http://mdmat.mat.ufrgs.br/">http://mdmat.mat.ufrgs.br/</a>   |
| Projeto Teia da Vida<br>LabTIME<br>UFG  | Materiais didáticos digitais multimídia para o Ensino Médio. As produções são interativas e têm como foco o homem na sua relação com a complexidade da vida e exploram grandes temáticas como: Energia: a vida como fonte geradora; Biodiversidade: a vida como manifestação; Saúde: a vida como processo de desenvolvimento; Biotecnologia: a vida como transformação a partir do humano; Impacto ambiental: a vida como efeito.<br>Disponível em: <a href="http://www.labtime.ufg.br/site/#/projetos/projeto-teia-da-vida">http://www.labtime.ufg.br/site/#/projetos/projeto-teia-da-vida</a>             |
| APRENDER +<br>INOVAÇÃO  | Traz diversos tipos de mídias, de todas as matérias, para todas as séries, de forma gratuita e aberta a novas iniciativas, pois os docentes podem colaborar com as suas ideias, propondo mais inovações educacionais. Requer cadastro, mas é gratuito.<br>Disponível em<br><a href="https://www.aprendermaisinovacao.go.gov.br/busca?q=*&amp;oda_type=oda">https://www.aprendermaisinovacao.go.gov.br/busca?q=*&amp;oda_type=oda</a>  |
| Projeto "Curtas Matemáticas"<br>LABIM<br>IFG/Rio Verde                          | Vídeos de curta duração que abordam vários tópicos importantes da Matemática.<br>Disponível em<br><a href="https://www.youtube.com/channel/UCLFNcRlcqnF0m16Ywj_favQ">https://www.youtube.com/channel/UCLFNcRlcqnF0m16Ywj_favQ</a><br>Não é um local específico para OAs, mas é uma miiateca que traz vídeos de animação em <i>stop motion</i> voltados para o ensino de matemática.   |
| <b>Repositórios Internacionais de Objetos de Aprendizagem:</b>                  |   |
| MERLOT (Multimedia Educational Resource for Learning and <i>On-line</i> Ensino) | Contém apenas os metadados e as referências para os objetos que estão localizados em locais remotos. Fornece pesquisa e outros serviços como personalização, importação e exportação de objetos. Qualquer usuário pode acessar todos os objetos que fazem parte do Merlot e contribuir adicionando objetos. No entanto, para contribuir é necessário realizar um cadastro sem custo algum. A revisão por pares dos objetos do Merlot é uma atividade utilizada para avaliar a qualidade dos objetos agregados (BRAGA, 2015).<br>Disponível em <a href="http://www.merlot.org/">http://www.merlot.org/</a> . |
| Wisc- <i>On-line</i>  | OAs, em inglês, de diversas áreas do conhecimento.<br>Disponível em <a href="https://www.wisc-online.com/">https://www.wisc-online.com/</a>   |

|   |  |
|---|--|
| <p>PhET (Interactive Simulations da Universidade do Colorado Boulder)</p>                     | <p>Simulações interativas em português para ciência e matemática. Requer cadastro para ter acesso a todos os materiais, mas o cadastro é gratuito.</p> <p>Disponível em: <a href="https://phet.colorado.edu/pt/">https://phet.colorado.edu/pt/</a></p>   |
| <p>Isto é Matemática<br/>Sociedade Portuguesa de Matemática e Fundação Vodafone Portugal.</p> | <p>Por meio de vídeos, apresenta de uma forma simples e realista a forma como a Matemática nos rodeia em grande parte da nossa vida.</p> <p>Disponível em <a href="https://www.youtube.com/channel/UCxtw1TG-gFP3_PJZCqs_qHQ">https://www.youtube.com/channel/UCxtw1TG-gFP3_PJZCqs_qHQ</a></p> <p>Não é um local específico para OAs, mas é uma midiateca que traz vídeos apresentando situações em que conceitos matemáticos estão presentes e muitas vezes passa despercebidos. É interessante para trabalhar com modelagem matemática e matemática aplicada.</p> |

Fonte: Adaptação de Braga (2015) com elaboração própria.

## 2 A TECNOLOGIA NO ENSINO

Os recursos computacionais oferecem um cenário em que as representações de um objeto matemático assumem um caráter dinâmico, onde esse dinamismo é obtido através da manipulação direta sobre as representações que se apresentam na tela do computador. Isso possibilita realizar grande variedade de experimentos em pouco tempo, podendo modelar problemas e fazer simulações, além de visualizar uma situação, em que muitas vezes não seria possível sem essa ferramenta. Proporcionando, não somente a superação dos obstáculos inerentes ao próprio processo de construção do conhecimento matemático, mas também podem acelerar o processo de apropriação desse conhecimento (GRAVINA; SANTAROSA, 1999).

As ferramentas digitais podem mediar os processos cognitivos, permitindo que o desenvolvimento do conhecimento algébrico seja facilitado por diversas formas de linguagens: numérica, algébrica e geométrica. Além disso, outras formas de mediação podem ser estabelecidas durante a interação do sujeito com o conteúdo, como a interação aluno-aluno e aluno-professor, levando o sujeito a aprender por meio da interação social e da mediação entre as atividades de ensino e desenvolvimento cognitivo (GOMES, 2016).

Nesse processo, Moran et al (2017) chama a atenção para quatro pontos que serão tratados a seguir: o conceito de aprender, o papel do aluno, o papel do professor e o uso da tecnologia nesse contexto.

### 2.1 Os desafios da 1ª série do Ensino Médio

O Ensino Médio é um nível de ensino emblemático, pois é onde há o aprofundamento dos principais elementos de funções, entes matemáticos centrais da disciplina de Cálculo, no Ensino Superior, e onde as taxas de evasão, reprovação e abandono são elevadas (TODOS PELA EDUCAÇÃO, 2018).

Em um estudo sobre os principais fatores associados à evasão escolar de jovens entre 15 e 17 anos de idade, Salata (2019) identificou que as principais motivações alegadas para a evasão estão na entrada no mercado de trabalho e, principalmente, a falta de motivação dos jovens ou de seus familiares pela continuidade dos estudos, concluindo que a “origem social dos jovens condiciona suas decisões (e/ou de suas famílias) sobre a frequência à escola, indicando que seus efeitos passam mais pelas preferências e motivações do que pelas restrições imediatamente impostas aos jovens” (SALATA, 2019, p.125).

No sentido de compreender os desafios da 1ª série do campo empírico desta pesquisa, antes de aplicar o Produto Educacional e investigar as aprendizagens que são percebidas ao empregar Objetos de Aprendizagens no ensino de funções, foi considerado relevante, pela pesquisadora, aplicar um questionário impresso (APÊNDICE B – Questionário (Pesquisa social) a 55 alunos de 14 a 19 anos de duas turmas da 1ª série do Ensino Médio, do turno matutino e noturno, de um colégio público, do interior de Goiás, no primeiro semestre de 2019 para conhecer o perfil dos alunos. Com ele, foi possível analisar, entre outros pontos, os fatores que motivaram a reprovação e abandono em algum momento da vida escolar do aluno.

Dos 55 alunos pesquisados, 30,9% já reprovaram alguma vez, sendo que, somente entre os alunos do noturno, essa taxa sobe para 61,9%. Em relação a taxa de abandono em algum ano escolar, 12,72% dos alunos pesquisados informaram já ter abandonado os estudos pelo menos uma vez. Essa taxa sobe para 28,57%, entre os alunos do noturno.

Entre os fatores que justificam a reprovação, 47,1% dos alunos que reprovaram, informaram que tiveram dificuldade em compreender o conteúdo e 29,4% revelaram que o excesso de faltas provocado por cansaço; ausência de motivação ou problemas pessoais foram os principais motivos da reprovação. Entre os que abandonaram o estudo em algum momento, a dificuldade em compreender o conteúdo figura novamente entre um dos principais motivos para o abandono: 33,3%. Outra causa que exhibe a mesma taxa está o enfrentamento de problemas familiares: 33,3%.

Nesse questionário também foi analisado o uso de tecnologia digital.

Foi identificado que 92,73% tem alguma tecnologia digital – *smartphone*, *notebook*, computador e/ou *tablet* –, sendo que 50,91% passam mais de 5h diárias na Internet e 36,36% passam entre 1 e 5h diárias, tendo como principal motivo para o acesso, as redes sociais.

Ainda, apenas 41,81% usam a Internet ou aplicativos para estudar e 29% usam a rede para ler notícias. Significando que a maioria desses alunos passa boa parte do tempo na Internet e em atividades não relacionadas à aprendizagem formal. O que não significa que não esteja recebendo informações e aprendendo, mas de que forma essas informações estão chegando e como estão sendo transformadas em conhecimentos importantes para a vida?

Desse modo, o tempo que passam na Internet, em redes sociais, revela que os alunos apresentam pouco hábito em reservar tempo para estudos complementares, o que agrava ainda mais a dificuldade de aprendizagem e revela a falta de motivação em estudar, já destacada por Salata (2019).

Ainda foi perguntado se estavam satisfeitos com a forma como eram ensinados os conteúdos matemáticos e quais procedimentos metodológicos sugeririam para serem adotadas

pelos professores de matemática. Dos 53 respondentes, 26,4% disseram que estavam insatisfeitos e 32,07% disseram que estavam parcialmente satisfeitos.

Dos respondentes, apenas 31 alunos apresentaram sugestões de procedimentos que poderiam ser adotadas pelos professores de matemática para aumentar o interesse e melhorar a aprendizagem. Entre as principais sugestões informadas (poderiam sugerir mais de um procedimento), estão o uso da tecnologia e jogos, correspondendo a 45,61% e 64,51% disseram que se o professor trabalhasse o conteúdo mais lentamente, conseguiriam aprender melhor. Alguns relataram que quando começavam a compreender o conteúdo, o professor mudava para outro tema. Dificultando assim, a compreensão.

Com isso, é possível notar que parte dos alunos tem dificuldade em acompanhar o ritmo do professor, consequência de habilidades não adquiridas ao longo do Ensino Fundamental, falta de motivação e dificuldade em criar hábitos de estudos complementares. Além do mais, não é fácil para um professor do século XXI lidar com tantas demandas curriculares que são exigidas dele. As pressões por cumprir o currículo são intensas, deixando o professor em uma situação delicada em relação a respeitar o ritmo de estudo do aluno. Entretanto, é preciso se atentar que “nem todos aprendem do mesmo modo, no mesmo ritmo e ao mesmo tempo”. (MORAN et al, 2017, s.p.)

Além do mais, para D’Ambrosio (2003),

É preciso substituir os processos de ensino que priorizam a exposição, que levam a um receber passivo do conteúdo, através de processos que não estimulem os alunos à participação. É preciso que eles deixem de ver a Matemática como um produto acabado, cuja transmissão de conteúdo é vista como um conjunto estático de conhecimentos e técnicas (D’AMBRÓSIO, 2003, p.65).

Nesse sentido, é importante transformar as metodologias essencialmente expositivas em abordagens pedagógicas que valorizem a aprendizagem colaborativa, que o professor se aproprie de estratégias que permitem ao aluno ir além da tarefa proposta, que seja estimulado a produzir conhecimento com autonomia, com criatividade, com criticidade e espírito investigativo, provocando a interpretação do conhecimento e não apenas a sua aceitação. Por sua vez, o aluno precisa ultrapassar o papel de passivo, de escutar, ler, decorar e de repetidor fiel dos ensinamentos do professor e tornar-se criativo, crítico, pesquisador e atuante, para produzir conhecimento (Moran et al, 2017).

A partir dessa reflexão sobre as dificuldades que os sujeitos do processo pedagógico enfrentam, outro obstáculo que assume um lugar de destaque é o processo de ensino e aprendizagem de função. Nesse sentido, analisaremos a seguir como o uso da tecnologia poderia auxiliar na aprendizagem de conceitos algébricos.

## 2.2 As contribuições da tecnologia para o ensino de matemática

Diversos ramos da Matemática lidam direta ou indiretamente com funções: na Análise Infinitesimal consideram-se funções de uma, duas, três ou  $n$  variáveis, estudando-se as suas propriedades bem como as das suas derivadas; nas teorias de equações diferenciais e integrais procura-se resolver equações cujas soluções são funções; na Análise Funcional trabalha-se com espaços cujos objectos são funções; na Análise Numérica estudam-se os processos de controlar os erros na avaliação de funções dos mais diversos tipos, etc. Outros ramos da Matemática tratam de perto com conceitos que constituem generalizações desta noção. (PONTE, 1990, p.1)

O conceito de função é considerado um dos mais importantes de toda a Matemática, além de ser um instrumento matemático indispensável para o estudo quantitativo dos fenómenos naturais (PONTE, 1990). Entretanto, apesar de diversas estratégias aplicadas, “o ensino de funções não vem garantindo aos alunos sua efetiva aprendizagem ou a flexibilidade esperada para a resolução de problemas diversos” (MAGARINUS, 2013, p.12). E como consequência, essas dificuldades impactam na aprendizagem de fenómenos naturais e atingem o Ensino Superior nos conceitos de limite, derivadas e integral, em que a função é o eixo central.

Ramos (2009), em uma pesquisa realizada com alunos do curso de Licenciatura em Matemática, com o objetivo de investigar o conhecimento dos alunos em relação às aplicações das derivadas e classificar as dificuldades apresentadas, concluiu que os problemas são tanto de carácter conceitual quanto manipulativas: “[...] pois eles efetuam tratamentos e chegam aos resultados, mas, ora não sabem identificar as relações deles com o comportamento gráfico de uma função, ora não conseguem aplicar o conceito de derivada para efetuar os tratamentos”, mesmo depois de terem passado pela disciplina de Cálculo (RAMOS, 2009, p. 81).

Marin (2009), em um levantamento sobre as principais causas do baixo desempenho dos alunos em curso de Cálculo, no Ensino Superior, destaca entre outros motivos “a alta deficiência pela maioria dos alunos ao entrar na universidade, oriunda da sua formação anterior [...]” e “o aluno vem com uma formação precária do Ensino Médio então o professor tenta sanar algumas dificuldades e acaba condensando os conteúdos que devem ser ministrados na disciplina porque a carga horária é insuficiente e, com isso, compromete esta e outras disciplinas que dependem do Cálculo” (MARIN, 2009, p. 26).

[...] o ensino da Álgebra vem apresentando tantos fracassos que passou a ser também um elemento de exclusão social, uma vez que os que não conseguem aprendê-la veem formar-se, diante de si, barreiras intransponíveis para a ascensão social. Além disso, o ensino da Álgebra pouco mudou nas últimas décadas, diferentemente dos outros ramos da Matemática (CASTRO, 2003, p.2).

O pensamento algébrico é estimulado desde o Ensino Fundamental, quando o aluno precisa lidar com a linguagem matemática em expressões algébricas, equações, inequações,

proporcionalidade, geometria, etc e, ainda assim, chegam ao Ensino Médio com muitas dificuldades em construir tabelas, representar pontos no plano, interpretar situações que envolvam raciocínio abstrato e representações algébricas.

Nas vivências como professora de matemática por 20 anos e professora de Física entre 2007 e 2013, a autora desta pesquisa, nota a dificuldade dos alunos em lidarem com aplicações de processos algébricos.

Nos problemas de Cinemática, em física, apresentam dificuldade em ler e interpretar problemas, não conseguem relacionar as grandezas que estabelecem uma relação de dependência; diferenciar dados variáveis dos constantes; tem dificuldade em manipular as representações algébricas, principalmente quando as informações são apresentadas na forma tabular ou gráfica.

Muitas das dificuldades descritas até aqui, segundo Booth (1995), resultam de problemas em aritmética que não foram corrigidos. A álgebra não é isolada da aritmética; na verdade é, em muitos aspectos, a aritmética generalizada. Um exemplo de que as ideias aritméticas podem influir em seu desempenho é o uso dos parênteses. Alguns alunos acreditam que a ordem das operações é definida pela sequência com que essas operações são apresentadas. Assim,  $20 \times 10 + 5$  e  $20 \times (10 + 5)$ , para alguns, os resultados são iguais. Outro exemplo é de que o valor de uma expressão permanece inalterado mesmo quando se muda a ordem dos cálculos:  $18 \times 27 + 19$  e  $27 + 19 \times 18$ .

Pais (2002), traz dois exemplos de obstáculos didáticos que se manifestam à medida que vai ocorrendo a organização intelectual do novo conhecimento com os anteriores. O primeiro exemplo de obstáculo didático, no estudo da aritmética, está relacionado à operação de multiplicação com números racionais. Quando o aluno realiza o produto de duas frações unitárias (Exemplo 1) e observa que o resultado é um número racional menor que cada parcela, imediatamente essa situação representa um obstáculo à aprendizagem desse novo conhecimento, já que o aluno relaciona esse resultado aos encontrados no produto de números inteiros positivos, em que o resultado é sempre maior ou igual a cada parcela.

$$\text{Exemplo 1: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}, \text{ onde } \frac{1}{6} < \frac{1}{2} \text{ e } \frac{1}{6} < \frac{1}{3}$$

Outro exemplo é a divisão de um número inteiro positivo por um número racional menor do que um (Exemplo 2), cujo resultado é um número maior do que o dividendo.

$$\text{Exemplo 2: } 2 \div 0,5 = 4, \text{ onde } 4 > 2$$

Para Pais (2002), o aspecto inerente à estrutura lógica da matemática entra em conflito direto com o conhecimento que o aluno traz de sua vivência não escolar. No cotidiano, normalmente o resultado da divisão é sempre menor do que o dividendo, contrariando o caso da divisão de frações acima mencionada.

Se esses obstáculos não forem superados, isso refletirá diretamente na aprendizagem de funções. E quando um aluno não consegue resolver problemas matemáticos na escola, é de se pensar no que foi feito do ensino da matemática que o torna em algo tão pouco familiar. (WEISZ; SANCHEZ, 2001). Por que o aluno chega ao Ensino Médio sem competências básicas, como a linguagem matemática escrita? Por que não conseguem compreender operações aritméticas?

Segundo Pais (2002), todas as vezes que ensinamos um certo conteúdo de matemática, é necessário indagar qual foi o contexto de sua origem e quais são os valores que justificam sua presença atual no currículo escolar. Para ele, alguns conteúdos são criações didáticas, motivadas por supostas necessidades do ensino, servindo como recurso para facilitar a aprendizagem. Um exemplo, são os produtos notáveis que quando ensinados sem um contexto significativo, passam a figurar apenas como o objeto de ensino em si mesmo. E a formalização precipitada do saber escolar, por vezes, através de uma linguagem carregada de símbolos e códigos, se constitui em uma possível fonte de dificuldade para a aprendizagem.

Cabe à escola garantir a aproximação máxima entre o uso social do conhecimento e a forma de tratá-lo didaticamente. Pois se o que se pretende é que os alunos estabeleçam relações entre o que aprendem e o que vivem, não se pode, com o intuito de facilitar a aprendizagem, introduzir dificuldades. Nesse sentido, o papel da escola é criar pontes e não abismos. No momento em que compreendemos que não é preciso simplificar tudo o que se oferece aos alunos, que eles podem enfrentar objetos de conhecimento complexos – desde que o professor respeite e apoie a forma como vão penetrando esta complexidade –, também passamos a poder abrir a escola para o mundo e fazer dela um ponto de partida da aventura do conhecimento. Nunca o ponto de chegada. (WEISZ; SANCHEZ, 2001, p. 75)

Segundo Ponte (1990), com relação ao ensino de função, é necessário que sejam articuladas as formas de representação: numérica, gráfica e algébrica.

A interpretação de aspectos complexos dos gráficos deve ter igualmente um lugar bem estabelecido no currículo de Matemática. Ideias relacionadas com a variação (crescimento, decrescimento, constância, máximo e mínimo), e com a variação (variação rápida e lenta, taxa de variação, regularidade, continuidade), são melhor apreendidas a partir de representações gráficas. Os estudantes devem ser capazes de usar estes conceitos para fazer previsões, interpolar e extrapolar. Sobrepondo gráficos, devem ser capazes de relacionar diversas funções (PONTE, 1990, p. 7).

A integração das tecnologias digitais ao ensino de matemática, segundo Marin (2009), pode ampliar as possibilidades de trabalhar atividades por diferentes representações, tais como

tabela, gráficos e expressões algébricas de forma rápida e articulada. Com o uso das TICs, é possível lidar com situações que seriam impossíveis de serem feitas somente com o uso de lápis e de papel. Consequentemente, o aluno pode ganhar tempo com as contas, autonomia e a melhora da relação professor-aluno.

Dessa forma, o professor pode aproveitar para mudar a forma de explorar o conteúdo. Um exemplo disso, são as construções gráficas, onde, em vez do aluno ocupar dezenas de minutos construindo gráficos, para fazer comparações entre funções, com lápis e papel, alguns *softwares* podem favorecer essa análise em poucos minutos, permitindo que o professor possa explorar outras situações mais complexas. Nesse sentido, Ponte (1990) destaca que

A tecnologia pode ser usada para realizar manipulações ou determinar soluções dentro dos modelos matemáticos, simplificando a parte rotineira do trabalho e proporcionando uma maior concentração naquilo que é verdadeiramente importante a compreensão do significado dos conceitos, a elaboração e implementação de estratégias para a resolução de problemas, e a sua análise crítica e discussão (PONTE, 1990, p.9).

Além de ampliar as possibilidades de trabalhar conceitos matemáticos, o uso das tecnologias favorece uma aprendizagem com maior participação e integração dos alunos. Entretanto, é importante ressaltar que

o essencial não é a tecnologia, mas um novo estilo de pedagogia sustentado por uma modalidade comunicacional que supõe interatividade, isto é, participação, cooperação, bidirecionalidade e multiplicidade de conexões entre informações e atores envolvidos. Mais do que nunca, o professor está desafiado a modificar sua comunicação em sala de aula e na educação (SILVA, 2001, p. 15).

A tecnologia é um suporte importante para a aprendizagem, mas sozinha também não garante que o aluno vá aprender mais e de forma mais rápida. Além disso, Ponte (1990) ressalta que com o uso da tecnologia, não significa deixar certos tópicos de lado, mas de analisar o objetivo de cada etapa. Se o aluno passou pela etapa de construção gráfica, por meio de lápis e papel, e avançou para a de comparações e análise mais complexas, dependendo da infraestrutura disponível, é possível fazer uso de aplicativos que agilizem a etapa de construção gráfica – que já foi concluída –, para um aproveitamento melhor do tempo em análise, compreensão e o desenvolvimento de novos saberes.

Para isso ele pode utilizar toda a tecnologia e conteúdos disponíveis incentivando os alunos a buscarem o conhecimento em diferentes fontes. Em seguida, pode partir para um processo de comparação dos diferentes conceitos encontrados. E aí se dá o processo de aprendizagem. Nele o professor deixa de atuar como fonte do conhecimento para se tornar um guia – ou facilitador – para o conhecimento. (LIMA, 2003, s.p)

Segundo House (1995, p.5), no ensino de álgebra, deve-se ultrapassar a pura manipulação de símbolos. Para ele, “a compreensão de conceitos como o de variável e o de função; a representação de fenômenos na forma algébrica e na forma gráfica, a destreza na apresentação e interpretação de dados, avaliação e aproximação, predição e na formulação e resolução de problemas”, são de importância primordial. Dessa forma, é de se esperar que no ensino de álgebra, se inclua a manipulação e interpretação de planilhas eletrônicas.

A disponibilidade de softwares, como programas gráficos (*GeoGebra*) e planilhas eletrônicas, podem fornecer informações dinâmicas que permitem explorar conceitos importantes como o comportamento de funções e seus gráficos de forma rápida, proporcionando ao professor e aluno empreender investigações do tipo “E se você mudasse ...?” ou “O que ocorreria se ...?”. Com o uso desses softwares, as respostas são quase instantâneas, onde a aprendizagem poderá se concentrar no desenvolvimento conceitual, desvincilhando dos cálculos maçantes.

Para complementar,

Com a utilização da informática na educação, surge a indagação sobre quanto o computador pode liberar o aluno do exercício da memorização inexpressiva e incrementar as práticas criativas de resolução de problemas. A ideia de que a aprendizagem pode fundamentar-se apenas no registro de informações não tem mais espaço no novo quadro pedagógico. Se esse tipo de memorização ocupou um espaço durante muito tempo na história da pedagogia, hoje está com seus dias contados. O conhecimento exigido na era tecnológica é muito mais do que apenas colecionar informações. Com essa concepção, o aluno deve ser levado a processar informações. Se o termo processar estava, no passado, mais associado a uma conotação negativa de automatismo, hoje aproxima mais do sentido de tratamento de informações para transformá-las em conhecimento. (Pais, 2002, s.p)

Mas muitos alunos chegam ao Ensino Médio com muitas dificuldades no raciocínio abstrato sem conseguir lidar com expressões algébricas e gráficos. Construir tabelas, calcular valores numéricos, desenvolver um sentido do quantitativo, adquirir sensibilidade para o que são aproximações aceitáveis e inaceitáveis, são aspectos importantes da competência matemática que só podem ser desenvolvidos se se lidar corretamente e com desembaraço com números concretos (se possível, provenientes de contextos da vida real). (Ponte, 1990, p.7)

Desse modo, o uso da tecnologia, pode oferecer novas perspectivas aos atores envolvidos no processo de ensino e aprendizagem valorizando análises mais complexas e deixando para os aplicativos, tarefas menos construtivas e mais maçantes. Assim, o aluno pode ganhar tempo para elaborar estratégias, pesquisar e relacionar conhecimentos anteriores aos novos, enquanto que o professor pode mediar todo o processo, buscando conhecer a forma como os alunos aprendem e quais obstáculos ainda precisam ser transpostos.

Para isso, é necessário que o professor compreenda a importância da interação social no processo de ensino e aprendizagem, para construir um ambiente mediático, colaborativo e que proporcione ao aluno autonomia nesse processo.

### 2.3 A interação social no ensino

Segundo Moran et al (2017),

O conceito de aprender está ligado diretamente a um sujeito (que é o aprendiz) que, por suas ações, envolvendo ele próprio, os outros colegas e o professor, busca e adquire informações, dá significado ao conhecimento, produz reflexões e conhecimentos próprios, pesquisa, dialoga, debate, desenvolve competências pessoais e profissionais, atitudes éticas, políticas, muda comportamentos, transfere aprendizagens, integra conceitos teóricos com realidades práticas, relaciona e contextualiza experiências, dá sentido às diferentes práticas da vida cotidiana, desenvolve sua criticidade, a capacidade de considerar e olhar para os fatos e fenômenos de diversos ângulos, compara posições e teorias, resolve problemas. (MORAN et al, 2017, s.p.)

A aprendizagem é, portanto, “o processo pelo qual o indivíduo adquire informações, habilidades, atitudes, valores, etc a partir do seu contato com a realidade, o meio ambiente e as outras pessoas” (OLIVEIRA, 2001, p. 57).

Nesse sentido, é importante destacar que em seu dia-a-dia, o indivíduo aprende conceitos espontâneos, nascidos do contato com objetos, fatos, fenômenos, sem consciência dos processos cognitivos que estão ocorrendo e, conceitos científicos, que são sistematizados e transmitidos intencionalmente, seguindo uma metodologia específica. Em geral, são conceitos que se aprendem na situação escolar, ocorrendo de forma consciente e consentida entre o sujeito e o objeto do conhecimento. Para a construção desse conceito, a tarefa do professor consiste em transmitir ou ajudar o aluno a estabelecer uma relação com o objeto por meio das abstrações em torno das suas propriedades e da compreensão das relações que ele mantém com um conhecimento mais amplo (MOYSÉS, 2012).

E é nessa construção de conceitos científicos mediante estratégias adequadas, que o professor surge como um mediador entre o aluno e o objeto de conhecimento. Segundo Oliveira (2001), para Vygotsky, essa relação do indivíduo com o objeto de conhecimento não é uma relação direta, mas uma relação mediada por outras pessoas mais experientes – interação social –, instrumentos ou signos dando origem às “funções psicológicas superiores (a lembrança voluntária e o raciocínio dedutivo, por exemplo)” (Vygotsky, 2010, p. XX)

Buscando “compreender as características do homem através do estudo da origem e desenvolvimento da espécie humana, tomando o surgimento do trabalho e a formação da

sociedade humana”, Vygotsky, segundo Oliveira (2001), define o instrumento, como elemento mediador externo, interposto entre o trabalhador e o objeto de seu trabalho, ampliando as possibilidades de transformação da natureza e ampliando o funcionamento cognitivo (OLIVEIRA, 2001, p.28–29).

Já a mediação por signos surge das mesmas necessidades que a mediação por instrumentos, entretanto, os signos constituem ações internas para o controle do próprio sujeito, representando meios auxiliares para solucionar um problema (lembrar, comparar coisas, relatar, escolher, etc.) no campo psicológico (VYGOTSKY, 1984 apud OLIVEIRA, 2001).

No ensino de matemática, o aluno se apropria de signos, “como a linguagem, os vários sistemas de contagem, as técnicas mnemônicas, os sistemas simbólicos algébricos, os esquemas, diagramas, mapas, desenhos, e todo tipo de signos convencionais”, para o desenvolvimento das funções psíquicas superiores (MOYSÉS, 2012, p.23).

Com o uso do *smartphone* – ou computador – os Objetos de Aprendizagem constituem instrumentos mediadores no processo de significação, constituindo recursos que transitam entre o concreto e o abstrato, à medida que o aluno interage com os Objetos de Aprendizagem, através do toque. Entretanto, essa manipulação ocorre por meio de signos, relacionando a linguagem digital, matemática e escrita, ampliando o funcionamento cognitivo.

Através de simuladores e planilhas eletrônicas, abre-se espaço para a relação entre o pensamento e as situações reais. Com esses OAs, o aluno analisa, compara, coleta informações, se apropria da linguagem e das funções psíquicas superiores para a significação e estruturação do pensamento formal.

É na relação da linguagem digital e linguagem matemática, na construção de fórmulas nas planilhas que o aluno percebe os padrões, observa o sentido da ordem das operações, dos parênteses, compreende a importância da linguagem matemática e desenvolve o pensamento algébrico.

Desse modo, ao usar signos, o aluno modifica as suas funções psíquicas superiores, porque ao lançar mão de signos externos, o aluno não está apenas automatizando as ações, mas envolvendo-se em um processo complexo de estabelecimento de ideias. Com o passar do tempo, esse auxiliar externo deixa de ser necessário e o aluno passa a utilizar signos internos, que são representações mentais que substituem os objetos do mundo real (MOYSÉS, 2012).

E como o indivíduo é um ser social, a interação social como essencial para o desenvolvimento cognitivo desse indivíduo. São nas interações do sujeito com o meio e com outras pessoas que há aprendizagem. Ocorrendo inicialmente no coletivo (intersíquica) para depois haver uma construção intrapsíquica. “Dessa forma, para que ocorra a aprendizagem, há

a necessidade de uma interação entre duas ou mais pessoas, cooperando em uma atividade interpessoal e possibilitando uma reelaboração intrapessoal” (TORRES; IRALA, 2014, p. 73).

Portanto, o conhecimento é construído nas interações dos sujeitos com o meio e com outros indivíduos, sendo essas interações as principais promotoras da aprendizagem. (OLIVEIRA, 2001).

Do ponto de vista social, interação é a aglutinação de *inter* e *ação*, que representa a influência recíproca entre uma coisa e outra, entre uma pessoa e outra; diálogo entre pessoas que se relacionam (RIBEIRO, 2018). Dessa forma, a interação é uma relação dinâmica e intencional.

Moore (1989), em *Três tipos de interação*, artigo, publicado no *American Journal of Distance Education* considera três tipos de interação em ambientes virtuais de aprendizagem: interação aluno-conteúdo, interação aluno-professor e interação aluno-aluno. E ainda que tenha definido cada um dos rótulos em um contexto de EAD, é possível transpor essas mesmas categorias para o ensino presencial com o uso de tecnologia digital, contexto desta pesquisa.

Para o autor, a interação aluno-conteúdo consiste na interação entre o aprendiz e o conteúdo ou tema de estudo. A interação com o conteúdo provoca mudanças na compreensão do aprendiz, modificando sua perspectiva ou estruturas cognitivas da mente. Ela pode ocorrer em diversas formas: som, texto, imagens, vídeo, jogos, simulações, isto é, por meio de Objetos de Aprendizagem. E a partir dos Objetos de Aprendizagem, é possível avaliar a interação dos alunos com o conteúdo. Nela, os aprendizes passam por um processo de imersão, em que estabelecem um *diálogo* com as informações encontradas no Objeto de Aprendizagem ou outros recursos.

Na interação aluno-professor, Moore (1989) destaca que o docente tem a função de estimular, manter o interesse do estudante no conteúdo a ser ensinado, articulando estratégias para a aplicação prática do conhecimento, oferecendo orientação, suporte e encorajamento para cada aprendiz. Um fator importante sobre esse tipo de interação que Moore estabelece na EAD é a falta de feedback do aprendiz individual para o educador, tornando esses procedimentos de ensino altamente generalizados, não individuais.

Esse problema pode ser encontrado no ensino presencial, em salas numerosas, onde muitas vezes, o professor sozinho não consegue interagir com todos os alunos com a mesma qualidade como em um grupo menor. Por esse motivo, é comum que a responsabilidade em manter a motivação e diagnosticar a dificuldade seja transferida ao aprendiz, diante dos obstáculos impostos pelas condições oferecidas ao professor, mesmo sendo esta interação

essencial para avaliar a compreensão atual, projetar abordagens (por exemplo, profundidade, estimulação), estimular a reflexão crítica e diagnosticar equívocos (MOORE, 1989).

Ainda, segundo Moore (1989), na interação aluno-aluno, o aprendizado é caracterizado em colaborativo, oportunizado pela forma organizacional das classes, possibilitando o desenvolvimento de habilidades para trabalhar em equipe.

A interação com membros mais maduros da cultura que já dispõem de uma linguagem estruturada, provoca um salto qualitativo para o pensamento verbal. É no grupo cultural que o indivíduo se desenvolve, fornecendo formas de perceber e organizar a realidade, constituindo os instrumentos psicológicos que fazem a mediação entre o indivíduo e o mundo (OLIVEIRA, 2001).

Além disso, os processos de colaboração são importantes, pois influenciam no desenvolvimento de estratégias e habilidades para a resolução de problemas, permitindo que um aluno chegue a um resultado que não poderia ser produzido de maneira individualizada. Esses processos colaborativos influenciam diretamente na zona de desenvolvimento proximal, que é o “caminho que o indivíduo vai percorrer para desenvolver funções que estão em processo de amadurecimento e que se tornarão funções consolidadas, estabelecidas no seu nível de desenvolvimento real” (OLIVEIRA, 2001, p. 60).

Com essa visão, de acordo com Oliveira (2001), Vygotsky estabelece o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal, que é a distância entre o nível de desenvolvimento independente e o nível que requer colaboração. O primeiro nível é intitulado de zona de desenvolvimento real e consiste nas habilidades desenvolvidas com experiências anteriores. Nessa fase, o aluno possui condições de executar tarefas ou solucionar problemas sozinho. O segundo nível é a zona de desenvolvimento proximal que consiste nas habilidades que ainda não sofreram maturação suficiente para que o aluno, de forma independente, consiga resolver problemas. Nesse momento, eles precisam do auxílio de um adulto ou de colegas mais experientes.

Nesse sentido, a ideia de internalização, em que quando o indivíduo não é capaz de fazer algo sozinho, poderá desempenhar essa tarefa com a ajuda de alguém com mais experiência, por meio de perguntas-guia, exemplos e demonstrações. Entretanto, a aprendizagem por demonstrações não se trata de uma aprendizagem por imitação, mas no sentido de observar e reproduzir, envolvendo uma experimentação construtiva, implicando modificações, resultando em nova forma, inspirada no modelo oferecido. Desse processo é que resulta a internalização da compreensão do modelo. E as funções psíquicas que vão sendo internalizadas implicam em uma nova estruturação mental. Representando um alargamento e enriquecimento psico-

intelectual, onde ao começar a ser internalizada, a nova função não se sobreporá às já existentes, mas ocorrerá uma integração da nova com as anteriores. (MOYSÉS, 2012).

Após o aluno interagir com outras pessoas, amadurecem e aprendem técnicas e conceitos e com o esforço colaborativo, o indivíduo passará a estar apto a resolver problemas similares futuramente. A utilização de recursos como trabalhos em grupos, tecnologias de comunicação e outras formas de interação com o grupo, pode levar ao debate e o contato com diferentes ideias desencadeando em novos conflitos cognitivos. Essa influência de outros indivíduos, na promoção do crescimento cognitivo, constituem a espinha dorsal da aprendizagem colaborativa, promovendo um ambiente mais ativo por meio do estímulo ao pensamento crítico; desenvolvendo a capacidade de interação, negociando informações e resolução de problemas entre os alunos, tornando-os mais responsáveis por sua aprendizagem e levando-os a assimilar conceitos na busca de conhecimentos de uma maneira mais autônoma. (TORRES; IRALA, 2014).

Em suma, a interação social é importante para o desenvolvimento do pensamento e da linguagem. É através da necessidade de se comunicar que o homem cria e utiliza os sistemas de linguagem e desenvolve formas de perceber e organizar o real e seja a interação um processo direto com outros membros da cultura, ou com diversos elementos do ambiente culturalmente estruturados é que ocorre o desenvolvimento psicológico (OLIVEIRA, 2001).

Nesse caso, o processo de ensino não está mais centrado na figura do professor e o aluno exerce papel fundamental na sua aprendizagem. De forma que o professor atua na criação de contextos e ambientes adequados para que o aluno possa desenvolver suas habilidades sociais e cognitivas de modo criativo, na interação com o outro.

Segundo Moran et al (2017), no processo de interação social, onde o aluno cresce, desenvolve-se, o professor assume o papel de mediador entre o aluno e sua aprendizagem, de facilitador, incentivador e motivador desse processo.

O professor assume uma nova atitude. Embora, vez por outra, ainda desempenhe o papel do especialista que possui conhecimentos e/ou experiências a comunicar, o mais das vezes ele vai atuar como orientador das atividades do aluno, consultor, facilitador, planejador e dinamizador de situações de aprendizagem, trabalhando em equipe com o aluno e buscando os mesmos objetivos. Em resumo: ele vai desenvolver o papel de mediador pedagógico. (MORAN et al, 2017, s.p.)

A mediação pedagógica coloca em evidência o papel de sujeito do aprendiz e o fortalece como protagonista de atividades que vão lhe permitir aprender e atingir seus objetivos, dando um novo colorido ao papel do professor e aos novos materiais e elementos com que ele deverá trabalhar para crescer e se desenvolver. Não são os recursos que definem a aprendizagem, são

as pessoas, o projeto pedagógico, as interações, a gestão. Na mediação pedagógica, o professor precisa passar por uma grande mudança de mentalidade, de valores e de atitude. É importante confiar no aluno; acreditar que ele é capaz de assumir a responsabilidade pelo seu processo de aprendizagem; desenvolver habilidades para trabalhar com tecnologias que em geral o professor não domina. (MORAN, 2017).

É durante a interação com o aluno que o professor poderá observá-lo, dialogar, identificar como e o que o aluno aprende, buscando técnicas ou selecionando recursos que poderão facilitar a aprendizagem. Nesse sentido, Freire e Guimarães (2013) – em um contexto em que se debatia sobre o uso de meios de comunicação em massa nos espaços escolares – os avanços tecnológicos são irreversíveis e é necessário que a escola se aproprie de todos os recursos tecnológicos disponíveis para que ela esteja à altura das novas exigências sociais e históricas que estamos experimentando. É importante superar os obstáculos, os medos e conviver com esses recursos, e principalmente, aprender com eles.

Na pesquisa de Ortiz e Cristia (2014), para o Banco Interamericano de Desenvolvimento, identificou que os programas de tecnologia em educação tendem a melhorar a aprendizagem dos estudantes, principalmente nos programas de uso guiado. Os resultados foram substancialmente melhores em programas em que se define a matéria à qual se direciona o software que utiliza e o tempo semanal de uso da tecnologia. Em programas de uso não guiado foram fornecidos recursos tecnológicos, mas o seu usuário (professor ou aluno) tinha que definir o objetivo da aprendizagem, o software ou a frequência de utilização. Nesse caso, os resultados foram pouco expressivos, uma vez que um percentual alto de docentes enfrenta sérias dificuldades para encontrar usos eficazes, já que o trabalho de pesquisar, programar e executar o uso da tecnologia em suas classes é uma grande carga extra, principalmente ao professor que possui dupla ou tripla jornada de trabalho.

Pode-se observar que a mediação pedagógica também está presente na interação do aluno com o recurso digital. Quando o professor estrutura a aula, traça os objetivos de aprendizagem, seleciona os recursos, as atividades e o tempo de aplicação, os resultados, de acordo com a pesquisa de Ortiz e Cristia (2014), serão melhores. E, portanto, nesse processo, o professor também está mediando a aprendizagem. Mesmo que o aluno não interaja diretamente com o professor, a mediação pedagógica ocorrerá.

Dessa forma, um recurso digital, pode não ter um potencial educacional de imediato, mas é o professor ou pessoa mais experiente, que o tornará um recurso importante para a aprendizagem. E nesse momento, a mediação pedagógica emerge. Analisar um material,

adaptá-lo ao aluno, é uma ação intencional e provocada pelo professor. Com isso, a mediação pedagógica ocorrerá, mesmo em ambientes em que a interação social esteja restrita.

### 3 CAMINHOS METODOLÓGICOS

Segundo Bogdan e Biklen (1994), em um documento de investigação

[...] é imperativo explicar aos leitores quais as técnicas que foram utilizadas, a duração e extensão do estudo, o número de sujeitos investigados e em que contextos, a natureza dos dados, as relações investigador-sujeitos, a verificação dos dados e outras informações que permitam avaliar a validade dos procedimentos e a natureza do estudo. (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 250)

#### 3.1 Primeiras etapas

Inicialmente, foi feito um levantamento bibliográfico que reuniu as pesquisas mais recentes sobre o uso de tecnologias digitais na Educação, sobretudo, no ensino de funções. Esse levantamento bibliográfico contribuiu para o delineamento do Produto Educacional e na construção do suporte teórico-metodológico da pesquisa. Com isso, foi possível a construção de um arcabouço teórico coadunado às experiências de 20 anos na educação básica, entremeadas de conhecimento empírico de processos de aprendizagem, dificuldades enfrentadas pelos alunos em matemática e física e algumas habilidades mobilizadas na construção dos conceitos de função.

A segunda etapa do estudo tratou de outro fator importante para qualquer pesquisa: as questões éticas. É fundamental considerar os critérios éticos para nortear toda a trajetória da investigação, garantindo a integridade do pesquisado e do local de pesquisa. Desta forma, antes de iniciarmos a observação, preenchemos um formulário de consentimento que incluíram os seguintes pontos (CRESWELL, 2002 apud CRESWELL, 2007, p. 79):

- O direito de participar voluntariamente e o direito de desistir a qualquer momento, de forma que a pessoa não seja coagida à participação.
- O objetivo do estudo, de forma que as pessoas entendam a natureza da pesquisa e seu provável impacto sobre elas.
- Os procedimentos do estudo, de forma que as pessoas tenham uma idéia razoável do que esperar na pesquisa.
- O direito de fazer perguntas, obter uma cópia dos resultados e ter à privacidade respeitada.
- Os benefícios do estudo que vão resultar para a pessoa.
- Assinatura do participante e do pesquisador concordando com esses termos.

Submetemos esse formulário, anexado a outros documentos, ao Comitê de Ética institucional por meio da Plataforma Brasil (Anexo D), a fim de garantir a integridade de cada um dos sujeitos envolvidos na pesquisa, assegurando os padrões éticos das relações que seriam estabelecidas entre pesquisador e pesquisado.

O Comitê de Ética, segundo Flick (2013, p. 214), avalia três aspectos: “a) qualidade científica; o bem-estar dos participantes; e o respeito à dignidade e aos direitos dos participantes”. Desse modo, o Comitê de Ética não só analisa os aspectos relacionados a preservação da integridade dos participantes, como analisa se a pesquisa proporcionará resultados importantes ao conhecimento existente ou simplesmente duplicação de resultados.

Concomitantemente ao período que aguardávamos o parecer do Comitê de Ética – que levou dois meses –, elaboramos a primeira versão do Produto Educacional, suporte para a coleta de dados.

A terceira etapa consistiu na aplicação de um questionário para Pesquisa Social, com a finalidade de conhecer o perfil dos alunos da 1ª série e compreender os desafios da 1ª série do campo empírico desta pesquisa, antes de aplicar o Produto Educacional e investigar as aprendizagens que são percebidas ao empregar Objetos de Aprendizagens no ensino de funções.

O questionário foi impresso (APÊNDICE B – Questionário (Pesquisa social) e aplicado a 55 alunos de 14 a 19 anos de duas turmas da 1ª série do Ensino Médio, do turno matutino e noturno, de um colégio público, do interior de Goiás, no primeiro semestre de 2019.

Alguns dados coletados nesse questionário, ajudaram a compor o Capítulo 2 deste trabalho e foram importantes para construir os instrumentos de pesquisa, e analisar, entre outros pontos, os fatores que motivaram a reprovação e abandono em algum momento da vida escolar do aluno.

Consoante com a importância em detalharmos os métodos adotados para o desenvolvimento dessa pesquisa, decompos a descrição das outras etapas em dois caminhos metodológicos: metodologia de investigação e metodologia de elaboração do Produto Educacional.

### **3.2 Metodologia para elaboração do Produto Educacional**

Antes de apresentarmos os primeiros passos da elaboração do Produto Educacional, é importante retomarmos o objetivo dessa pesquisa que foi *identificar as aprendizagens que surgiram ao fazer uso de Objetos de Aprendizagem no ensino de funções polinomiais do 1º grau por meio do smartphone, para alunos da 1ª série do Ensino Médio.*

E como os OAs foram suportes desta investigação, apresentaremos os critérios adotados para a pesquisa dos OAs de outros pesquisadores e os caminhos percorridos até optarmos por ferramentas de autoria, construção do livro digital, no *GeoGebra Book* e roteiros com atividades dirigidas para nortear os alunos enquanto interagiram com os materiais desenvolvidos.

### 3.2.1 Primeiros passos na elaboração do Produto Educacional

Embora esse estudo tenha como um dos pilares o uso do *smartphone* para a construção do Produto Educacional, levamos em consideração as características: interoperabilidade e portabilidade, exploradas no Capítulo 1. A interoperabilidade caracteriza que um OA, ao ser selecionado ou desenvolvido, deve ser independente da plataforma onde é disponibilizado. Sendo necessário, apenas de um leitor específico para poder ser utilizado em diferentes locais ou ambientes, não podendo ficar restrito a um único sistema operacional.

Assim, procuramos não limitar o produto a apenas *smartphone*, mas que pudesse ser usado em outros contextos, adaptando-se às condições disponíveis, uma vez que a pesquisa se baseou na metodologia BYOD – sigla para Bring Your Own Device – em que os alunos são incentivados a utilizarem equipamentos pessoais na sua rotina escolar para fins pedagógicos. Desse modo, se o aluno tivesse ou quisesse trazer um dispositivo com um sistema operacional diferente do *smartphone*, como o *notebook*, por exemplo, poderia.

A princípio, a proposta era selecionar OAs de repositórios nacionais e internacionais e estruturá-los em forma de um Blog, já que não tínhamos proficiência em linguagem de programação para desenvolver sites interativos e dinâmicos e tampouco condições de manter sua hospedagem na Internet.

Uma busca rápida pela rede, destacou algumas opções para criar Blog gratuitamente e isso mostrou-se uma possibilidade bastante interessante, já que poderíamos organizar todos os materiais voltados para o ensino de função polinomial do 1º grau, que fossem encontrados em diversos repositórios, em um mesmo local. Além disso, poderia integrar materiais autorais.

Para esse primeiro passo, estruturamos alguns critérios (Quadro 3) que balizaram a pesquisa de OAs em repositórios e que posteriormente seriam incorporados ao Blog.

Quadro 3 – Critérios para selecionar OAs em ROAs

| Critérios                          | Descrição   |
|------------------------------------|---|
| Conceito matemático                | O OA deveria abordar conceitos relacionados à função polinomial do 1º grau, baseado nos objetivos do Currículo Referência elaborado pela Secretaria Estadual de Educação de Goiás (Anexo A).  |
| Interoperabilidade e portabilidade | O OA deveria ser independente da plataforma onde fosse disponibilizado e não poderia requerer qualquer instalação no <i>smartphone</i> dos alunos.<br>Dessa forma, o uso de aplicativo educacional já seria descartado imediatamente, uma vez que depende de instalação no dispositivo do aluno e, como muitos têm <i>smartphone</i> com pouca memória (mesmo com cartão de memória), esse tipo de recurso ofereceria um obstáculo. |

|                   |  |
|-------------------|--|
| Acessibilidade    | O OA deveria ser acessível facilmente via Internet para ser usado em diversos locais, diferentes tipos de usuários e dispositivos e que fosse acessível por meio de um navegador e o aluno não precisasse instalar nenhum recurso.   |
| Interatividade    | O OA deveria proporcionar que o estudante interagisse com o conteúdo de alguma forma, podendo ver, ouvir ou responder algo. Proporcionando que o usuário interagisse ou executasse ações com o objeto.<br>Dessa forma, a proposta de trazer um cenário mais dinâmico para o ensino de função seria concretizado, porque não fazia sentido trazer materiais estáticos, já que seria o mesmo que levar o conteúdo do livro, para a tela do celular, e esse não era o objetivo. |
| Perfil dos alunos | O OA deveria trazer uma linguagem acessível para atender a todos os alunos, principalmente um público com dificuldade em compreender conceitos fundamentais.   |
| Dimensões         | O OA deveria oferecer uma visualização boa em telas reduzidas. Dessa forma, as dimensões não poderiam comprometer a interação do aluno com o OA.   |

Fonte: Adaptação do Quadro 1, seção 3.2

Foram avaliados os repositórios apresentados no Capítulo 1 e outros locais de armazenamento na Internet que não configuram repositórios, mas que poderiam oferecer materiais com grande potencial de se tornarem OAs.

Apenas três locais apresentaram OAs que atendiam aos critérios estabelecidos e foram detalhados no Quadro 4.

Quadro 4 – Repositórios selecionados

| Repositório                    | Tipo de OA           | Descrição   |
|--------------------------------|----------------------|---|
| Youtube: Canal LABIM           | Vídeo                | Vídeos de animação em <i>stop motion</i> : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Plano Cartesiano</li> <li>• Noção de função</li> <li>• Conjunto, domínio e imagem.</li> </ul> |
| PhET – Simulations Interactive | Simulador            | Simulador: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Construtor de funções</li> </ul>  |
| Khan Academy                   | Atividade interativa | Atividade interativas: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conjunto, domínio e imagem.</li> </ul>  |

Fonte: Elaboração da própria autora

Entretanto, como o objetivo era desenvolver um repositório em forma de Blog, de modo a apresentar uma proposta metodológica que possibilitasse ao professor ter à sua disponibilidade diversos OAs para o ensino de função polinomial do 1º grau, a quantidade selecionada não atendia nossas expectativas. Optamos, portanto, em projetar o próprio material a ser aplicado, transformando-nos em autores e não, somente, consumidores de materiais prontos (FREIRE e GUIMARÃES, 2013).

Para isso, a segunda etapa da pesquisa concentrou-se na busca por software que proporcionassem a elaboração de OAs e que apresentassem uma interface amigável. Que fosse gratuito e que não precisasse de proficiência em linguagem de programação, já que a experiência com programação era com construção de fórmulas, macros para planilhas eletrônicas e se resumia a um nível básico de VBA (Visual Basic/Excel).

A essa altura sabíamos que as exigências eram grandes e difíceis de serem atendidas, mas continuamos tentando. Encontramos dois softwares livres, gratuitos e com grande potencial para a elaboração de OAs: eXelearning e Ardora8.

Segundo a descrição no site WebArdora,

Ardora é um programa de software para professores, permitindo que eles criem seu próprio conteúdo da Web de uma forma muito simples, sem qualquer conhecimento técnico prévio de web design e programação.

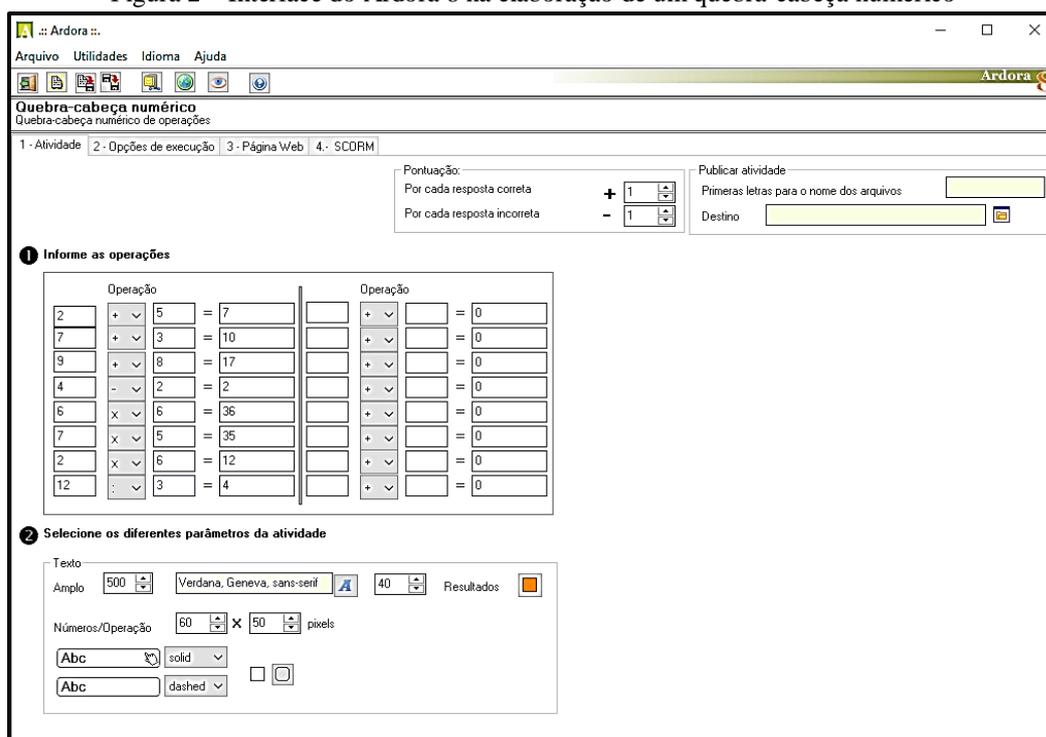
Com o Ardora, você pode criar mais de 35 tipos diferentes de atividades interativas, palavras cruzadas, pesquisas por palavras, atividades de preenchimento, painéis gráficos, simetrias, diagramas, etc., além de mais de 10 tipos diferentes de páginas multimídia: galerias, vistas panorâmicas ou zoom de imagens, mp3 ou mp4 players, etc e as atividades de " páginas dentro de um servidor ": anotações e álbum coletivo, cronogramas, pôster, bate-papo, sistemas de comentários e gerenciadores de arquivos ... projetados principalmente para o trabalho colaborativo entre alunos.

Os professores devem concentrar seus esforços apenas nos elementos a serem incluídos, não no processo do computador.

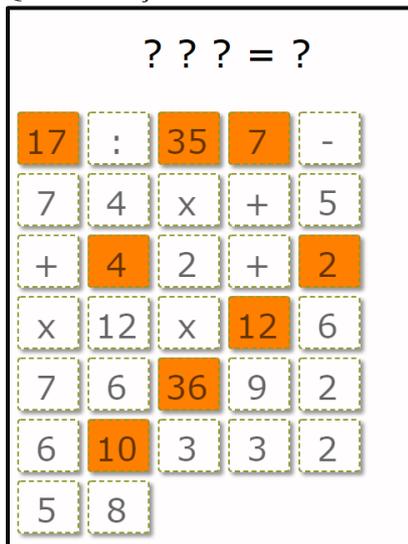
Ardora 8 cria conteúdo sob a mais recente tecnologia web: html5, css3, Java script e PHP, por isso não há necessidade de instalar qualquer plugin, isso significa que você pode acessar o conteúdo independentemente do sistema operacional e / ou dispositivo usado (*tablets, smartphones, ...*) Você só precisará de um navegador que suporte padrões recentes, como Firefox, Chrome ou opera. (WEBARDORA, [20--?], s.p)

Depois que o usuário elabora o OA e salva o material, o conteúdo é disponibilizado em forma de pasta com conteúdo incorporado para Internet. Basta entrar no local onde foi salvo, abrir o arquivo em HTML e a atividade abrirá sem precisar de acesso à Internet, tanto para elaborar OAs, quanto para fazer uso do material elaborado (Figuras 2, 3 e 4).

Figura 2 – Interface do Ardora 8 na elaboração de um quebra-cabeça numérico



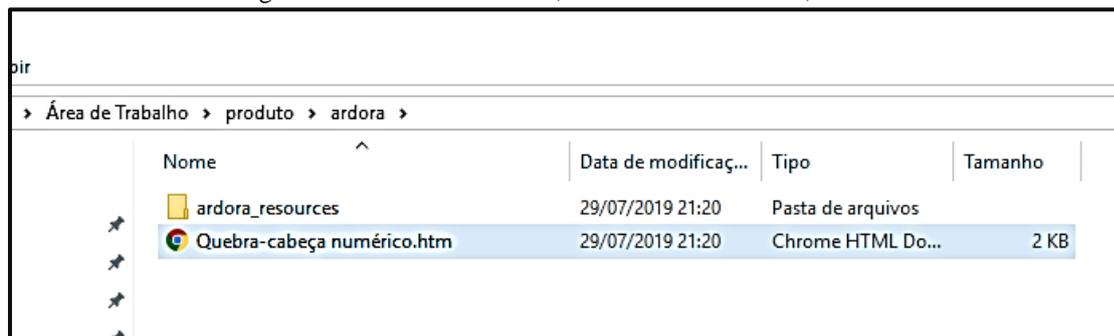
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 3 – Quebra-cabeça numérico elaborado no Ardora 8<sup>1</sup>.

Fonte: Elaboração da própria autora

<sup>1</sup> Nesse jogo, o aluno precisa combinar números e operadores para que a operação fique correta.

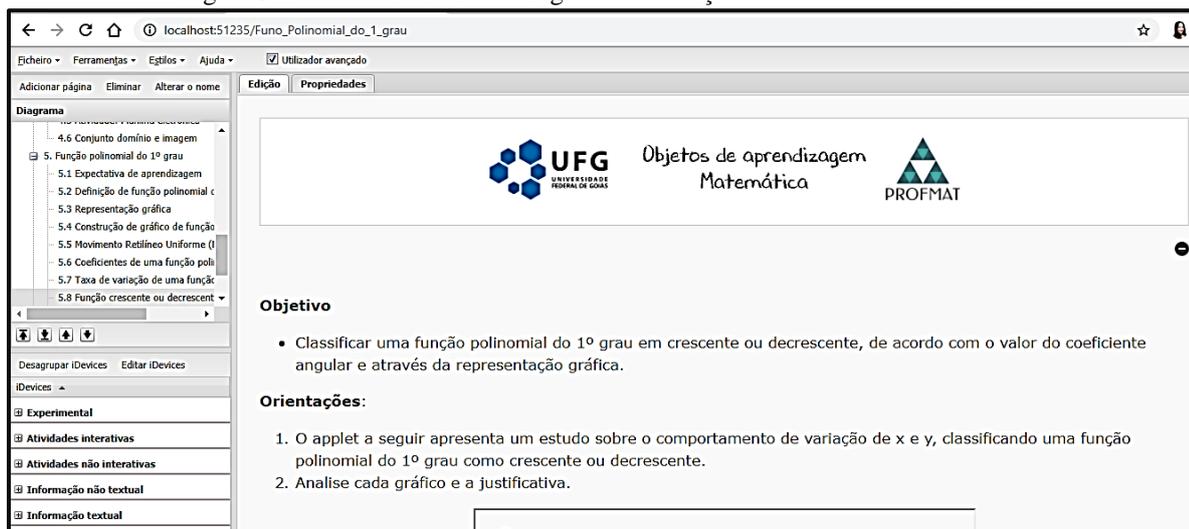
Figura 4 – Forma como o OA, elaborado no Ardora8, é salvo.



Fonte: Elaboração da própria autora

Segundo o site *eXelearnig*, o *software* de mesmo nome, é de código aberto (*Open Source*), disponível gratuitamente para auxiliar professores e acadêmicos na publicação de conteúdo da Web sem a necessidade de se tornar proficientes em programação em HTML ou XML. Os recursos criados no eXe podem ser exportados em diversos formatos, como páginas da Web simples e independentes. (Figura 5 e Figura 6). Apresenta diversas ferramentas para elaborar material em HTML, podendo integrar material em PDF, atividades interativas, hiperlink com páginas de Internet, vídeos do Youtube, entre outros.

Figura 5 – Interface do eXelearning com elaboração de material em andamento



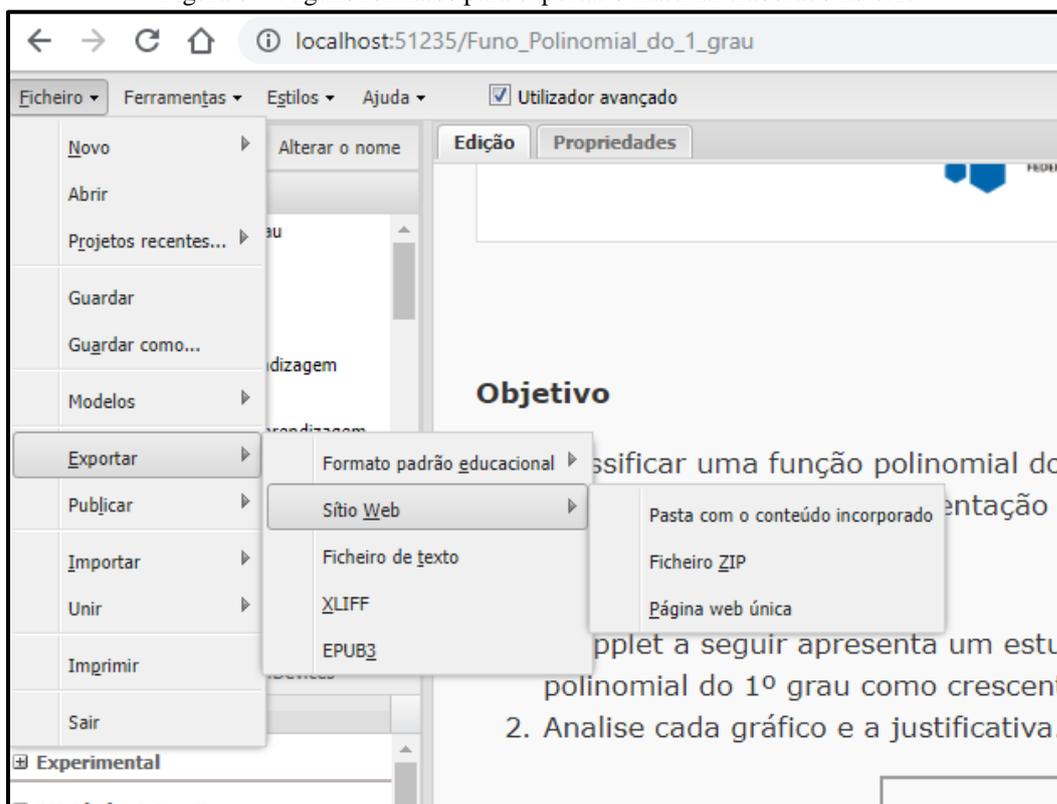
Captura de tela do eXe no computador. Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 6 – Produto Educacional feito no eXe para acesso *off-line* em computador



Captura de tela do eXe no computador. Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 7 – Alguns formatos para exportar o material elaborado no eXe



Fonte: Elaboração da própria autora

Fizemos alguns testes, elaboramos alguns OAs, mas nos esbarramos em dois obstáculos: o material elaborado deveria ser salvo no *smartphone* ou hospedado em algum servidor. Para salvar no *smartphone* já era algo que seria descartado porque muitos dispositivos não possuem

boa capacidade de armazenamento e os testes feitos em cartão de memória não foram bem-sucedidos. Em todas as vezes que testamos, o cartão de memória não era reconhecido pelo sistema operacional do *smartphone*, ao transferir a pasta com o conteúdo incorporado.

E em relação à hospedagem em servidor, os sites que ofereciam esse serviço ou cobravam uma assinatura ou disponibilizavam gratuitamente um pequeno armazenamento de dados – pouco, para o que queríamos –. Descartamos o servidor da Universidade, porque buscávamos algo que um professor que não estivesse vinculado à alguma universidade se encorajasse a elaborar OAs de forma independente, já que o propósito, nessa etapa da pesquisa, era ser autor do próprio material.

Mas a opção pelos softwares não havia sido descartada ainda. As pesquisas continuaram e os testes também. Em um desses testes, percebemos que havia a possibilidade de integrar *applet* do *GeoGebra*, no *eXelearning*, por meio de uma ferramenta de incorporação de material externo. Para isso, elaboramos OAs, no *software* do *GeoGebra* e salvamos no *GeoGebra Tube*, que é uma comunidade online do *GeoGebra*, em que o usuário faz um cadastro gratuitamente e pode acessar materiais de diversos autores ou enviar materiais autorais.

Visitando a comunidade, percebemos que o *GeoGebra* disponibiliza uma ferramenta *on-line*, gratuita, acessível em qualquer dispositivo e não precisa instalar no *smartphone* dos alunos. Essa ferramenta é intitulada *GeoGebra Book* e atendia perfeitamente nossas expectativas, possibilitando a elaboração de um livro digital com o conteúdo que precisávamos.

Desse modo, optamos em não fazer uso do *eXelearning* e *Ardora8*, já que o *GeoGebra Book* atendia todos os requisitos que havíamos traçado.

### 3.2.2 GeoGebra

O *GeoGebra* é um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne geometria, álgebra, folhas de cálculo, gráficos, estatística e cálculo numa aplicação fácil de utilizar (GEOGEBRA,2019). Por ser desenvolvido em linguagem *Java*, permite que o aplicativo esteja disponível em várias plataformas, como computador, *tablet* e *smartphone*. O termo *GeoGebra* vem da combinação de *Geo* (Geometria) com *Gebra* (Álgebra) e é um software de distribuição livre.

Além de apresentar uma interface simples e de fácil utilização para manipular funções, gráficos, entes geométricos, estatística e, dispõe de ferramentas para programações em linguagem própria ou em *Java Script*, de forma a desenvolver animações, simuladores, jogos e atividades interativas, por exemplo.

Como já tínhamos familiaridade com elaboração de fórmulas em planilhas eletrônica, o desafio de aprender as ferramentas de programação do *GeoGebra* foi fácil. Além disso, a Internet dispõe de tutorias em vídeos (Youtube), Fóruns e PDF, possibilitando que o professor possa dedicar uma parte do seu tempo para entender as principais ferramentas para manipular funções, gráficos, figuras geométricas e desenvolver jogos, simuladores ou animações.

Na Figura 8, apresentamos a interface de uma atividade que foi elaborada no *GeoGebra*. Nela, é possível perceber que a interface do software apresenta, entre outros recursos, uma janela de álgebra, a janela de visualização 2D e a janela de propriedades.

Essas janelas podem ser ocultadas para organizar a interface, deixando a tela com menos detalhes, como é possível ser visto na Figura 9.

Figura 8 – Tela do *GeoGebra5* (Janela de álgebra e de propriedades)

The screenshot displays the GeoGebra 5.4 interface with three main windows open:

- Janela de Álgebra:** Contains a list of objects and functions. The function  $f(x) = \frac{2x-1}{2}$  is selected. Other functions include  $g(x) = x$ ,  $h(x) = -0.5$ , and  $p(x) = \frac{2x-1}{2}$ . There are also buttons for 'Corrigir', 'Iniciar', 'Nova Função', 'Reiniciar', and 'Verificar'. A 'Verificar' button is highlighted in the visualization window.
- Janela de Visualização:** Shows a 2D coordinate system with the graph of the function  $f(x) = \frac{2x-1}{2}$ . Two points, A(0,0) and B(1,0), are marked on the x-axis. A 'Verificar' button is overlaid on the graph.
- Propriedades - Botão Verificar:** Shows the 'Programação' tab with a list of JavaScript code snippets for controlling the 'Verificar' button's behavior based on user actions and game state.

The code in the Properties window includes:

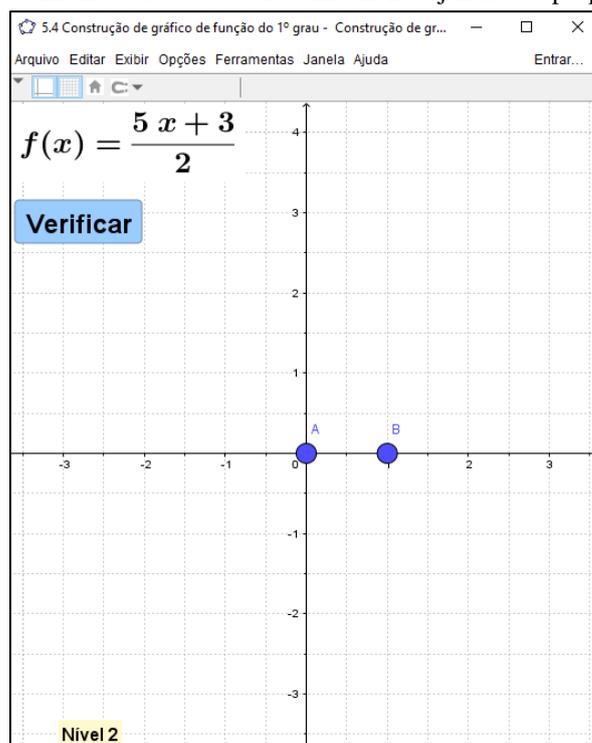
```

1 Se(c≠true,DefinirVisibilidade(texto1,1,true),DefinirVisibilidade(texto3,1,true)
2 Se(c≠true,DefinirVisibilidade(f,1,true))
3 Se(c≠true,DefinirVisibilidade(NovaFunção,1,true),DefinirVisibilidade(Corrigir,1,true)
4 Se(c≠true,DefinirVisibilidade(Verificar,1,false),DefinirVisibilidade(Verificar,1,true)
5 Acertos=Se(Acertos<np,Acertos+Se(c≠true,1,0),np)
6 Erros=Erros+Se(c≠true,0,1)
7 np=np+Se(c≠true,1,0)
8 Se(np>10,ExibirEixos(false))
9 Se(np>10,ExibirMalha(false))

```

Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 9 – Interface do GeoGebra sem exibir as janelas de propriedades

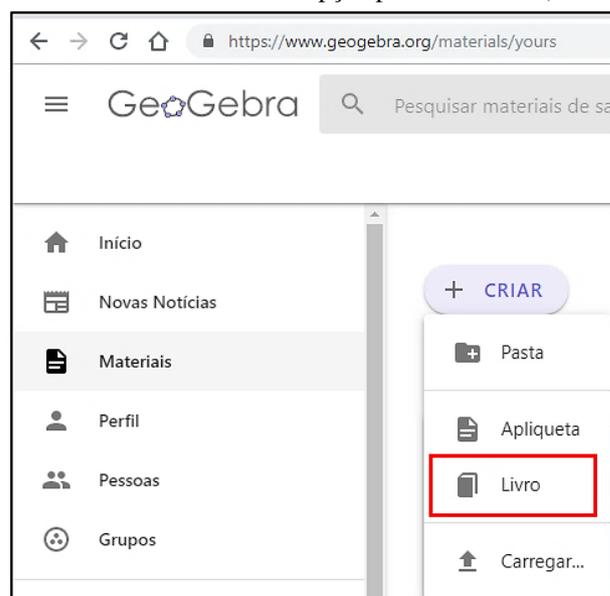


Fonte: Elaboração da própria autora

### 3.2.3 GeoGebra Book

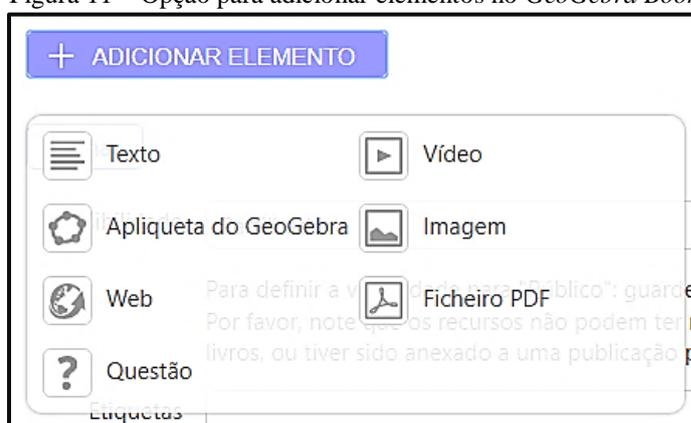
O *GeoGebra Book* é uma ferramenta disponibilizada gratuitamente no site do próprio *GeoGebra* (Figura 10). Consiste em um livro digital que permite adicionar textos em PDF, imagens, questionários, hiperlink com outros repositórios, Youtube, sites, *applets* de outros autores e de autoria própria (Figura 11). O professor pode elaborar *applets* independentes ou integrá-los a um livro digital. Ainda oferece a possibilidade de editar e excluir o material a qualquer momento. Pode deixá-lo privado enquanto edita e publicá-lo após a edição final. Assim, os membros da comunidade terão acesso ao livro, somente quando torná-lo público.

Figura 10 – Tela do *GeoGebra Tube*: Opção para criar livro (*GeoGebra Book*)



Autor: Elaboração da própria autora.

Figura 11 – Opção para adicionar elementos no *GeoGebra Book*



Fonte: Elaboração da própria autora.

Diante disso, tínhamos um *software* livre que atendia aos critérios estabelecidos: 1) oferece ferramenta de autoria para elaborar OAs; 2) não precisa ser proficiente em linguagem de programação; 3) é um livro digital que integra OAs de outros autores aos de autoria própria; 4) *On-line*, não precisando instalar os OAs para acessá-lo; 5) não gera custo de hospedagem, já que a própria comunidade dispõe de um servidor; 6) possibilita o acesso por qualquer tipo de dispositivos, precisando apenas estar conectada à Internet; e 7) os applets são leves e não consomem muitos dados da Internet.

A próxima etapa foi aprender a desenvolver *applets* e elaborar o livro digital. Para isso, nos apropriamos das características especificadas no Quadro 3, adotada para a seleção de OAs em repositórios.

A partir daí, originou-se o livro digital: *Função Polinomial do 1º grau*. Foi organizado com as seguintes unidades de conhecimento: I) Reta numérica; II) Sistema Cartesiano no plano; III) Introdução à função e IV) Função Polinomial do 1º grau. Nele, foram dispostos OAs do tipo: vídeos, simuladores, jogos, animações e atividades interativas.

Contudo, até chegar nessa versão, o livro passou por diversas alterações. O capítulo de Reta numérica, por exemplo, foi inserido após a investigação. A motivação para desenvolvê-lo devem-se às dificuldades que os alunos apresentaram em relação a localização de pontos com coordenadas racionais.

Outras alterações que ocorreram foram em relação ao tipo de OA. A partir das observações coletadas na investigação, notamos que a receptividade e o maior engajamento nas atividades ocorriam principalmente em OAs do tipo jogo. Desse modo, alguns OAs que estavam em forma de simulador ou atividade interativa sofreram adaptação e se transformaram em jogos. Outros tipos foram mantidos, de acordo com o objetivo e a forma de interação pretendida.

Além disso, algumas seções apresentavam dois, três ou até quatro applets separados e classificados por níveis de dificuldade. Nesse caso, adaptamos os OAs para que todos fossem contidos em um único applet, apresentando a opção de escolher o nível de dificuldade dentro do próprio applet.

A descrição da versão atual desse livro está detalhada no Capítulo 4.

### **3.3 Metodologia de pesquisa**

Na metodologia de investigação, delineamos o cenário de pesquisa destacando a escolha do local e dos sujeitos envolvidos, as etapas do estudo, instrumentos de coleta e análise dos dados, bem como a ação do pesquisador.

#### **3.3.1 A metodologia**

Para responder ao problema que conduziu esta pesquisa, utilizamos o método qualitativo, já que segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 47), a investigação qualitativa possui cinco características: 1) A fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; 2) A investigação qualitativa é descritiva; 3) Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos

resultados ou produtos; 4) Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva; 5) O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

Desse modo, esse método permite que o pesquisador esteja diretamente envolvido em todas as etapas da investigação, constituindo-se como principal instrumento de coleta e análise de dados. Nesse tipo de pesquisa, a preocupação está mais voltada para o processo e o seu significado do que com o próprio resultado em si. E de acordo com Flick (2009, p. 24)

O objetivo da pesquisa está, então, menos em testar aquilo que já é bem conhecido (por exemplo, teorias já formuladas antecipadamente) e mais em descobrir o novo e desenvolver teorias empiricamente fundamentadas. Além disso, a validade do estudo é avaliada com referência ao objeto que está sendo estudado, sem guiar-se exclusivamente por critérios científicos teóricos, como no caso da pesquisa quantitativa. Em vez disso, os critérios centrais da pesquisa qualitativa consistem mais em determinar se as descobertas estão embasadas no material empírico, ou se os métodos foram selecionados e aplicados, assim como na relevância das descobertas e na reflexividade dos procedimentos.

Desse modo, apesar dos resultados, os detalhes que são encontrados no decorrer da pesquisa devem ser analisados, uma vez que a aprendizagem, como explorado, ocorre na interação do aluno com o meio e algumas aprendizagens não conseguem ser identificadas apenas por meio de instrumentos, como testes.

Entretanto, essa concepção em torno da descrição do processo, não se trata de caracterizar os resultados como algo inexpressivo para a pesquisa, mas de também dar importância às particularidades observadas durante todo o processo de investigação, descrevendo-as para que componham um corpo de dados essenciais para responder o problema ou trazer elementos que colaborem para responder problemática desta pesquisa.

Para a aplicação dos Objetos de Aprendizagem foi adotada a metodologia sócio interacionista, baseada na interação entre sujeitos – explorada no Capítulo 2. Para isso, foram elaborados roteiros com atividades dirigidas para que os participantes tivessem autonomia para realizar as atividades, respeitando seu ritmo de aprendizagem e a professora-pesquisadora também pudesse assumir o papel de mediadora pedagógica, proporcionando maior mobilidade entre os alunos e postura reflexiva durante a interação dos alunos com o material proposto.

### **3.3.2 Cenário da pesquisa**

A pesquisa foi realizada em um colégio público, no interior de Goiás, a 170 km de distância da capital do Estado, no qual a pesquisadora é professora de matemática há 15 anos. Atende, aproximadamente 1500 alunos distribuídos em Ensino Fundamental anos finais e Ensino Médio.

É um colégio que apresenta excelente infraestrutura contando com auditório, quadra esportiva coberta, laboratório de ciências com Datashow, televisores em todas as salas e biblioteca com grande acervo bibliográfico. Entretanto, em relação à tecnologia digital, a infraestrutura demonstra limitações. Não há laboratório de informática e tampouco rede de Internet Wi-Fi destinada aos alunos.

Para que fosse viabilizada a pesquisa, foi necessário comprar um roteador e instalá-lo no laboratório de ciências do colégio. Desse modo, o local de investigação dispôs de Datashow e rede de Internet Wi-Fi aos sujeitos da investigação.

O grupo de pesquisa foi composto por cinco alunos da 1ª série do Ensino Médio matutino, por doze encontros e um aluno da 1ª série do Ensino Médio noturno, por cinco encontros.

Figura 12 – Cenário da pesquisa – grupo do matutino



Imagem está desfocada para preservar a identidade dos alunos. Fonte: Acervo da autora.

Figura 13 – Aluno do noturno



Imagem está desfocada para preservar a identidade do aluno. Fonte: Acervo da autora.

### 3.3.3 Desenho e redesenho da pesquisa

Inicialmente, a pesquisa foi delineada para alunos da 1ª série do Ensino Médio noturno, A escolha por esse público foi definida pela dificuldade dos alunos em lidar com as várias

representações de funções e com o alto índice de abandono e reprovação – já explorado no capítulo 2.

A turma era composta por 30 alunos, mas no primeiro encontro havia 21 alunos.

Esse encontro foi iniciado com informações sobre o projeto e como seria a aplicação dos Objetos de Aprendizagem por meio do *smartphone*. Ao solicitarmos que os alunos acessassem o livro digital, a maioria não conseguiu carregar a página. Tentaram diversos minutos sem sucesso. Como esse tempo de espera, aguardando que os alunos conectassem e acessassem o material foi alto, tornou-se inviável a pesquisa com todos os alunos da turma sem antes reestruturar a rede de Internet do colégio.

Como essa reestruturação demandaria recursos financeiro e tempo, houve a necessidade de redesenhar a metodologia da pesquisa delimitando o número de alunos participantes.

Atendendo as necessidades dos alunos, que também são jovens trabalhadores, o melhor horário para a realização da pesquisa foi uma hora antes de iniciarem as aulas. Portanto, a pesquisa ocorreria no horário das 18h às 19h, todos os dias da semana.

Para isso, na semana seguinte, os alunos foram convidados a participarem de encontros diários das 18h às 19h. Dentre os 25 alunos presentes, apenas quatro alunos tiveram disponibilidade: dois rapazes e duas moças, uma delas tinha 16 anos e estava grávida de 7 meses.

Depois de diversos problemas pessoais que os participantes enfrentaram, a pesquisa foi iniciada com apenas um aluno. Embora, este estava à procura de emprego e, provavelmente, poderia abandonar a pesquisa a qualquer. Algo que ocorreu, após cinco encontros.

Diante disso, a investigação precisou ser redesenhada mais uma vez, buscando um novo perfil de participantes: alunos do turno matutino.

Em relação ao Produto Educacional não houve necessidade de adaptá-lo, porque como o conteúdo também é abordado no matutino, o material elaborado contemplava os mesmos objetos matemáticos a serem estudados.

A disponibilidade dos alunos do turno matutino permitiu dois dias da semana, com duração de 2h30min, cada encontro. Foram doze encontros com cinco alunos.

Dessa forma, a pesquisa passou a ser desenvolvida com o aluno do noturno, durante cinco encontros e com cinco alunos do matutino, por doze encontros, onde, antes de iniciarmos a investigação, os responsáveis dos participantes assinaram o termo de consentimento (Anexo B e C), garantindo a proteção da identidade. Com isso, doravante, identificaremos os sujeitos da pesquisa como NM1, participante do noturno e sexo masculino; MM1 e MM2, para os

participantes do matutino e sexo masculino; e MF1, MF2 e MF3, para as participantes do matutino e sexo feminino.

### 3.3.4 A ação do pesquisador na coleta de dados

A ação da pesquisadora, além de elemento mediador durante a aplicação do Produto Educacional, se concentrou na elaboração do grupo de pesquisa, na compra e instalação do roteador para a construção da rede Wi-Fi; organizou os dias e horários de encontros para a aplicação dos OAs; elaborou e aplicou os questionários e testes.

Durante a aplicação, acompanhou a realização das atividades, gravou os momentos de mediação, monitorou a interação do participante com o OA e o colega.

### 3.3.5 Cronograma de atividades

Quadro 5 – Cronograma dos encontros

| <b>Cronograma de atividades</b> |                              |                            |                 |
|---------------------------------|------------------------------|----------------------------|-----------------|
| <b>Grupo</b>                    | <b>Assunto</b>               | <b>Número de encontros</b> | <b>Horários</b> |
| Noturno                         | Sistema cartesiano no plano  | 5 encontros                | 18h às 19h      |
| Matutino                        | Sistema cartesiano no plano  | 2 encontros                | 15h às 17h30min |
|                                 | Introdução à função          | 4 encontros                |                 |
|                                 | Função Polinomial do 1º grau | 6 encontros                |                 |

Fonte: Elaboração da própria autora

### 3.3.6 Coleta e análise dos dados

Em cada capítulo do livro digital foram aplicados um pré-teste e um pós-teste. Os testes consistiram em questões objetivas com alternativas ou itens para serem julgados com verdadeiro ou falso.

Esses testes tiveram a finalidade de identificar os conceitos que os alunos não haviam interiorizados e quais relações conceituais ainda realizavam de forma equivocada. Ao aplicar o pré e pós-testes, foi possível comparar as respostas dos alunos antes e depois da interação com os OAs e com isso, perceber as implicações que esses recursos ofereceram ao ensino, embora não tenham sido determinantes na análise do potencial dos OAs para o ensino de matemática.

Os quatro primeiros testes (Apêndice F, G, H e I), foram feitos no Google Forms (Formulário *On-line*). O quinto teste (Apêndice J) não foi desenvolvido pela pesquisadora,

porque na mesma semana foi aplicada uma avaliação externa, elaborada pela Secretária Estadual de Educação, que contemplou diversos conceitos a serem abordados nos OAs trabalhados no período e foi pertinente aproveitar o resultado desta prova, analisando as questões relativas ao que foi abordado nos OAs.

O sexto teste (Apêndice K) foi impresso, abordando conceitos de OAs de todos os encontros anteriores para verificar se os participantes, depois de algum tempo, lembravam dos objetos matemáticos abordados.

Cada aluno recebeu um roteiro impresso (Apêndice C, D e E), com as orientações de como entrar na rede Wi-Fi e no site do *GeoGebra Online*, onde estava o livro digital. Cada roteiro apresentou a etapa e a atividade dirigida necessária para nortear a interação do aluno com o OA.

Na coleta de dados, foram orientados a sempre sentarem em duplas ou trios durante os encontros. Também foram informados da importância de gravarem as telas do *smartphone*, cuidando para gravar as falas e as ações enquanto interagem com o OA. Para isso, os participantes instalaram o aplicativo Du Recorder, que é um aplicativo com diversas funções gratuitas e que permite capturar as imagens das telas dos celulares, convertendo para vídeo (Figura 13).

Dessa forma, as ações que os alunos executaram eram gravadas, registrando os toques nas telas e o áudio externo. No final de cada encontro os vídeos foram copiados para o computador da pesquisadora.

Os dados coletados foram submetidos à uma análise qualitativa, baseada na interpretação de observações diretas da professora-pesquisadora que foram registradas por escrito e/ou por vídeo, pelas capturas de tela dos alunos com imagens e áudios da interação com os OAs, pelos registros formais – em roteiros entregues no início do encontro – e registros informais dos alunos (rascunhos) e pelos resultados dos pré e pós-testes.

Figura 14 – Tela do aplicativo Du Recorder (Tela de ferramentas)



Fonte: Elaboração da própria autora

Com os dados coletados, reestruturamos o livro digital e a versão final foi descrita no Capítulo 4.

Como foram elaborados diversos OAs, os resultados encontrados foram apresentados no Capítulo 5, descrevendo os resultados de alguns OAs que colaboraram expressivamente para o cerne desta pesquisa: Capítulo II) Sistema cartesiano no plano; Capítulo III) Vídeo e atividade: Noção de função, Simulador: Construtor de funções e atividades com a planilha eletrônica e Capítulo IV) Construção do gráfico de função do 1º grau; taxa de variação de uma função; raiz de uma função do 1º grau; e determinar a função por meio de pontos.

A primeira atividade descrita é a única em que serão apresentados os resultados de dois grupos pesquisados: um do noturno e o outro, do matutino. Depois dessa atividade, a pesquisa no noturno precisou ser interrompida porque o aluno não pôde continuar a pesquisa.

No termo de consentimento assinado pelos responsáveis, solicitado pelo Comitê de Ética, foi garantida a preservação da identidade dos alunos. Para isso, o rosto do aluno sofreu efeito artístico de desfoque nas imagens e os nomes foram substituídos por NM1, para o

participante do noturno e para os participantes do matutino, do sexo masculino: MM1, MM2 e do sexo feminino: MF1, MF2 e MF3.

Nas transcrições de alguns diálogos, buscamos nos ater à intenção da fala e não como os alunos se expressavam.

Já o Capítulo 6, foi construído a partir da ideia de que os indivíduos apresentam experiências diferentes (OLIVEIRA, 2015) e com isso, foi considerado relevante construir um quadro, com análise individual, apresentando as seguintes categorias:

- a) informações pessoais/situação escolar: são informações coletadas no Questionário de Pesquisa Social sobre aprovação, interesses escolares, entre outros.
- b) uso da tecnologia: são informações também coletadas no Questionário de Pesquisa Social e trata de acesso à tecnologia e habilidades em linguagem digital.
- c) conhecimento e habilidades identificadas antes dos OAs: dados coletados com os resultados dos pré-testes.
- d) resultado do Pré-teste: percentual de acertos.
- e) resultados obtidos durante o uso dos OAs: são dados apresentados a partir dos registros da pesquisadora, dos participantes e dos vídeos das capturas de tela dos *smartphones*.
- f) resultado do Pós-teste: percentual de acertos para comparar com o pré-teste.
- g) aprendizagens identificadas após o uso dos OAs: são conclusões obtidas a partir das análises dos dados durante a aplicação dos OAs e dos pós-testes.
- h) conhecimentos e habilidades que ainda precisam da mediação pedagógica: também são conclusões obtidas a partir das análises dos dados durante a aplicação dos OAs e dos pós-testes.

Dessa forma, foi possível analisar as implicações do o uso de OAs, a partir da metodologia sócio interacionista, proporcionou para a construção das aprendizagens de cada aluno, de forma particular.

## 4 CONFIGURAÇÃO DO LIVRO DIGITAL

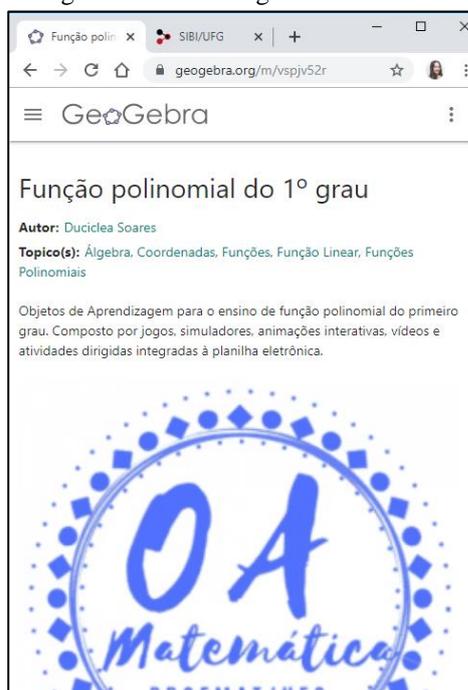
Para dar suporte a esta pesquisa desenvolvemos o livro digital: *Função Polinomial do 1º grau*. A construção desse livro é o resultado da combinação de jogos, simuladores, animação interativa, vídeos e atividades dirigidas integradas às planilhas, a partir da seleção de OAs nacionais e internacionais e de autoria própria.

Sugerimos acessar o livro por meio do link: <https://www.geogebra.org/m/vspjv52r>, para conhecer outros detalhes. Ative o modo de tela cheia, clicando no botão inferior direito do OA, sempre que possível.

São OAs em que as dimensões foram reduzidas para se adaptar às telas do *smartphone* e, priorizamos, na estruturação, uma linguagem simples, dedicada a um público com dificuldade em compreender conceitos matemáticos e que trazem déficits de conteúdos fundamentais para a compreensão de função.

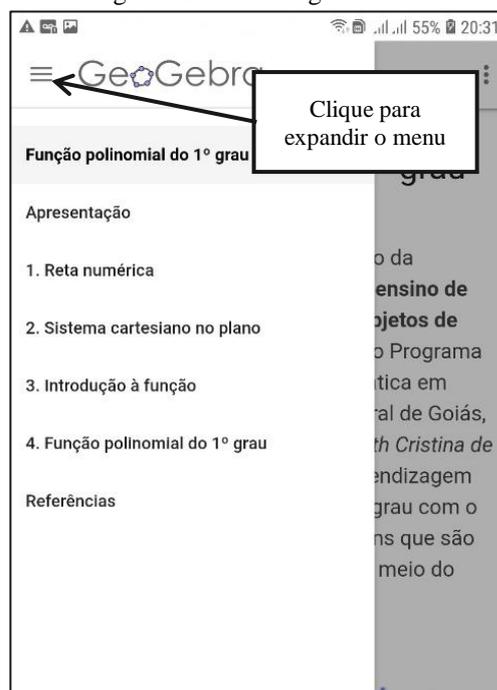
A versão mais recente desse livro está organizada em 4 capítulos de Objetos de Aprendizagem (Figura 15 e Figura 16) que serão descritos a seguir, acompanhados de algumas imagens que são o resultado da captura de tela dos OAs em *smartphone* e quando importante, a partir da tela do computador. E quando necessário, será feita uma composição de duas figuras lado a lado, para melhor apresentação das figuras.

Figura 15 – Livro digital: Tela inicial



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 16 – Livro digital: menu



Fonte: Elaboração da própria autora

## 4.1 Apresentação

A primeira seção exibe a finalidade de sua construção e algumas orientações para melhor aproveitamento dos OAs (Figura 17).

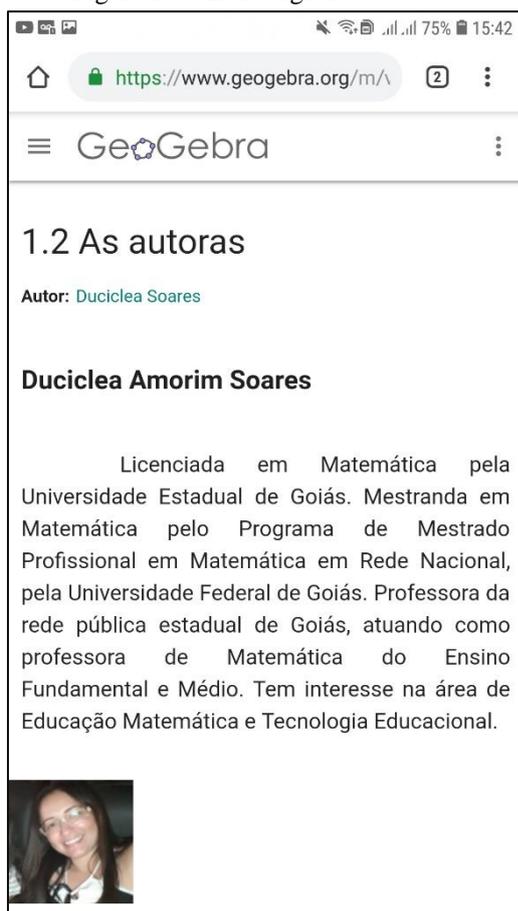
Figura 17 – Livro digital: Apresentação



Fonte: Elaboração da própria autora

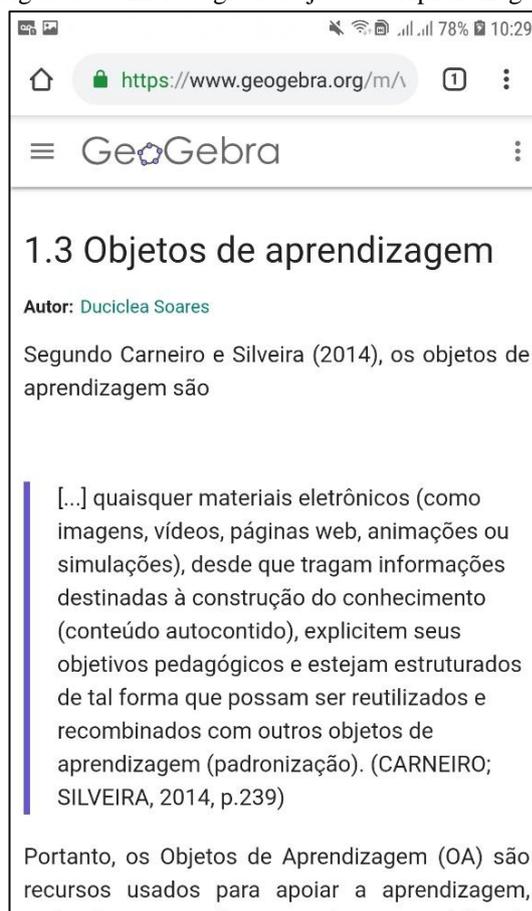
A segunda seção (Figura 18) descreve o currículo das autoras e a terceira (Figura 19) discorre sobre o que são Objetos de Aprendizagem e quais os principais tipos de objetos que compõem o livro.

Figura 18 – Livro digital: as autoras



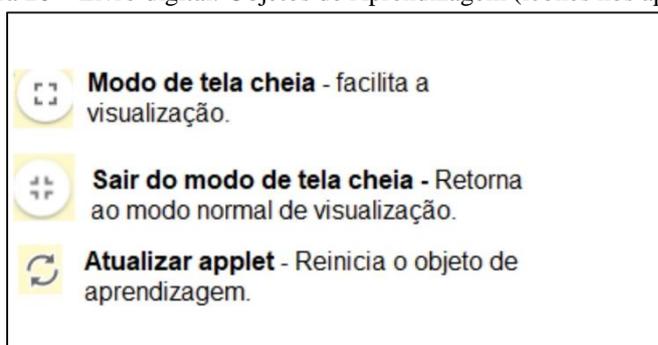
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 19 – Livro digital: Objetos de Aprendizagem



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 20 – Livro digital: Objetos de Aprendizagem (ícones nos applets)



Fonte: Elaboração da própria autora

## 4.2 Capítulo 1: Reta numérica

Este capítulo é composto por quatro seções e foi inserido nesse livro, após a identificação das dificuldades em localizar pontos com coordenadas racionais, principalmente, quando o número está representado na forma fracionária. Com isso, foram desenvolvidos quatro

jogos de localização de pontos na reta numérica variando de localização de números inteiros à números racionais, na forma decimal e fracionária.

### Seção 1.1. Onde está o pintinho?

**I) Título:** Onde está o pintinho?

**II) Tipo de OA:** Jogo

**III) Objetivo:** Identificar a localização de um ponto na reta numérica (Números inteiros).

**IV) Características:** Trata-se de um jogo em que um pintinho ocupará uma posição aleatória em uma reta numérica e o aluno deverá indicar qual a posição ocupada pelo animal. Após digitar, precisa clicar em algum lugar da tela para que o dado seja reconhecido pelo programa. Após isso, o aluno clicará no botão Verificar. Recebe uma mensagem informando se acertou ou se precisa alterar a resposta. O jogo acaba quando completar 10 pontos (Figura 21).

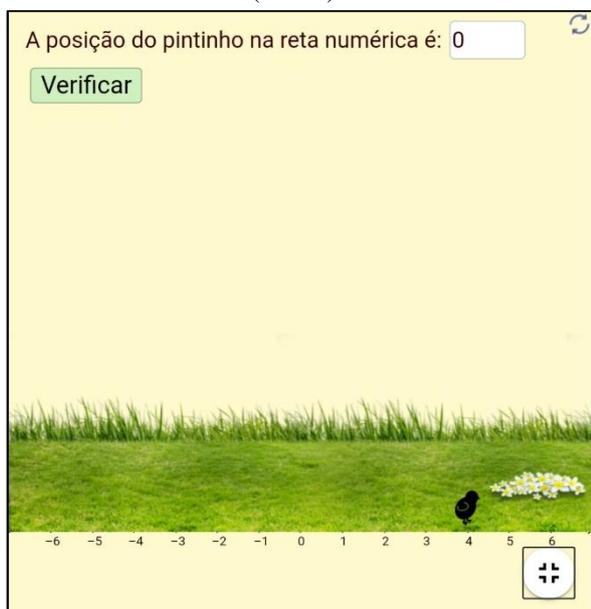
**V) Reusabilidade:** Pode ser reutilizado a partir do 7º ano do Ensino Fundamental.

**VI) Dificuldades técnicas:** No início, o aluno poderá ter dificuldade em adicionar o sinal negativo por meio do teclado do *smartphone*, mas com diversas tentativas, isso deixará de ser um obstáculo.

**VII) Feedback:** Mantém o aluno sempre informado se está acertando a localização (Figura 22).

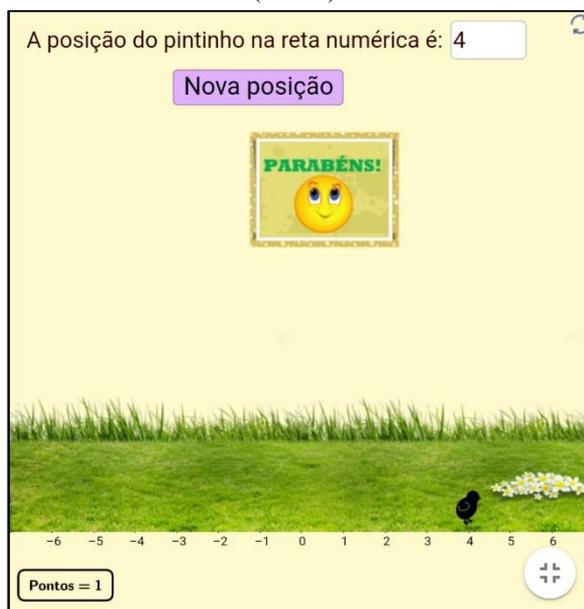
**VIII) Autor:** Autoria própria

Figura 21 – Seção 1.1: Jogo Onde está o pintinho?  
(Tela 1)



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 22 – Seção 1.1: Jogo Onde está o pintinho  
(Tela 2)



Fonte: Elaboração da própria autora

## Seção 1.2. Cadê a ração do Fred?

**I) Título:** Onde está a ração do Fred?

**II) Tipo de OA:** Jogo

**III) Objetivo:** Identificar a coordenada de um ponto na reta numérica (Números racionais).

**IV) Características:** Apresenta estrutura semelhante ao OA da seção 1.1, entretanto, a posição do ponto, na reta numérica, é um número racional. Nesse jogo, o aluno precisa encontrar a posição da ração de um cachorro (Fred), na reta numérica, lidando com pontos pertencentes ao conjunto  $\{\frac{k}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$  (Figura 24, Figura 25 e Figura 26). Ao inserir a resposta, o aluno clicará no botão Verificar e receberá uma mensagem informando se acertou ou se precisa alterar sua resposta. O jogo acaba quando completar 10 pontos. Além disso, a seção traz uma imagem contendo explicações de como encontrar a localização dos pontos (Figura 23).

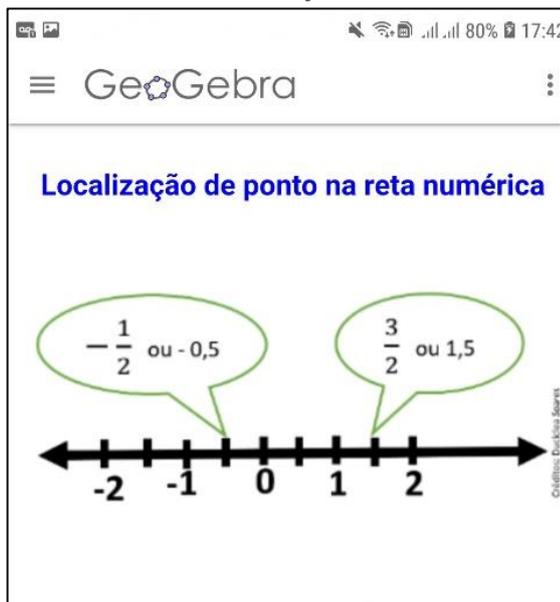
**V) Reusabilidade:** Pode ser usado a partir do 7º ano do Ensino Fundamental.

**VI) Dificuldades técnicas:** Da mesma forma que o OA da seção 1.1, a dificuldade está na inserção do sinal negativo e em lembrar de toda vez que digitar a coordenada, clicar fora do campo de resposta para que o *applet* reconheça o valor inserido. Sobre o número decimal, é indiferente usar ponto ou vírgula para separar a parte inteira da decimal, por exemplo: 1.5 ou 1,5.

**VII) Feedback:** Mantém o aluno sempre informado se a localização de cada posição está correta e todos os erros são computados. Ao finalizar, surge na tela o percentual de acertos e a orientação para que refaça a atividade, se o percentual de acertos for inferior a 90% (Figura 31).

**VIII) Autor:** Elaboração da própria autora.

Figura 23 – Seção 1.2: imagem para orientar a localização



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 24 – Seção 1.2: jogo Onde está a ração do Fred? (Tela 1)



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 25 – Seção 1.2: jogo Onde está a ração do Fred? (Tela 2)



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 26 – Seção 1.2: jogo Onde está a ração do Fred? (Tela 2)



Fonte: Elaboração da própria autora

### Seção 1.3. A temperatura subiu!

I) **Título:** Qual é a temperatura?

II) **Tipo de OA:** Jogo

III) **Objetivo:** Identificar a coordenada de um ponto na reta numérica (Números racionais).

IV) **Características:** Apresenta estrutura semelhante ao OA da seção 1.1, entretanto, a posição do ponto na reta numérica, é um número racional. O aluno precisa identificar a temperatura

registrada em um termômetro. Faz a leitura da temperatura e insere a medida em um local específico, lidando com pontos pertencentes ao conjunto  $\{\frac{k}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$ . (Figura 27). Ao inserir a resposta, o aluno clicará no botão Verificar e receberá uma mensagem informando se acertou ou se precisa alterar sua resposta. O jogo acaba quando completar 10 pontos. Além disso, a seção traz uma imagem contendo explicações de como encontrar a localização dos pontos (Figura 28).

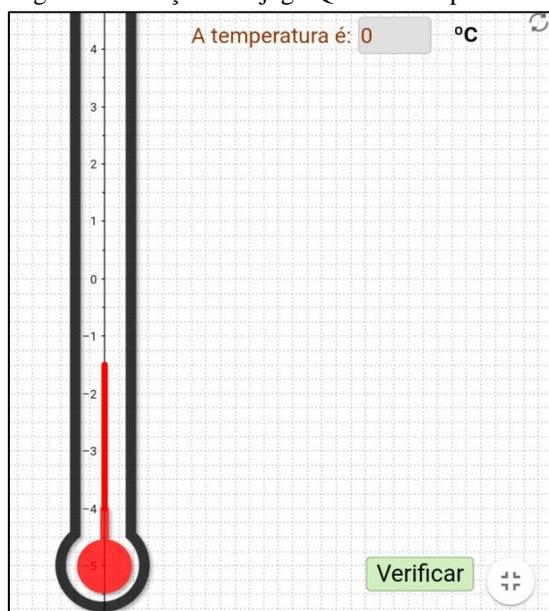
**V) Reusabilidade:** Pode ser usado a partir do 7º ano do Ensino Fundamental e nas aulas de física e ciências.

**VI) Dificuldades técnicas:** Da mesma forma que o OA da seção 1.1, a dificuldade está na inserção do sinal negativo e em lembrar de toda vez que digitar a coordenada, clicar fora do campo de resposta para que o *applet* reconheça o valor inserido. Sobre o número decimal, é indiferente usar ponto ou vírgula para separar a parte inteira da decimal, por exemplo: 1.25 ou 1,25. Outro fator que pode atrapalhar a leitura da temperatura é o tamanho da imagem e para contornar esse problema, o aluno pode ampliar a imagem do termômetro dando *zoom* na tela, usando os dedos indicador e polegar em forma de pinça, distanciando-os.

**VII) Feedback:** Mantém o aluno sempre informado se a localização de cada posição está correta e todos os erros são computados. Ao finalizar, surge na tela o percentual de acertos e a orientação para que refaça a atividade se o percentual de acertos for inferior a 90% (Figura 31).

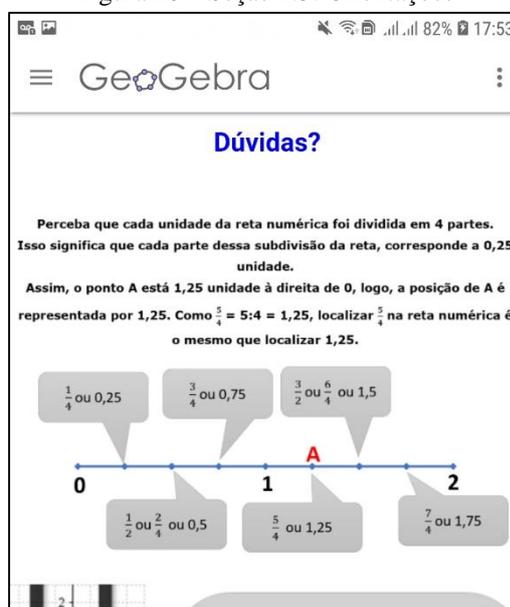
**VII) Autor:** Elaboração da própria autora.

Figura 27 – Seção 1.3: jogo Qual é a temperatura?



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 28 – Seção 1.3: Orientações



Fonte: Elaboração da própria autora

#### **Seção 1.4. Localize o ponto na reta numérica**

**I) Título:** Localização de ponto na reta numérica

**II) Tipo de OA:** Jogo

**III) Objetivo:** Localizar a coordenada de um ponto na reta numérica (Números racionais).

**IV) Características:** A coordenada do ponto é escolhida aleatoriamente, podendo ser expressa na forma fracionária, e o aluno precisa arrastar o ponto até a posição informada (Figura 29).

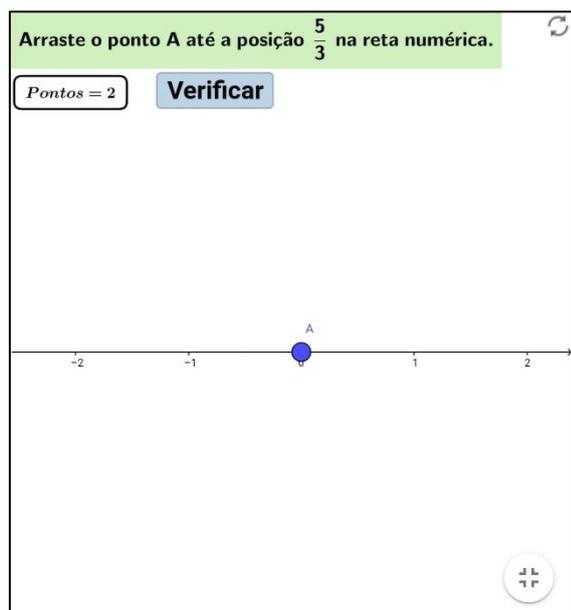
**V) Reusabilidade:** Pode ser usado a partir do 7º ano do Ensino Fundamental e nas aulas de física e ciências.

**VI) Dificuldades técnicas:** O aluno pode ter dificuldade em arrastar o ponto até a posição indicada, porque depende da sensibilidade da tela, do tamanho do dedo do aluno e da coordenação motora, mas os testes apresentaram resultados satisfatórios durante a realização da atividade e de como os alunos conseguiram contornar este problema. A partir dos resultados da aplicação desse OA, a fim de minimizar esse obstáculo, o jogo foi atualizado de forma a proporcionar uma margem de erro de 0,15 unidade de distância da posição exata. Assim, o aluno pode localizar o ponto nessa vizinhança de até 0,15 unidade de raio que ainda será considerada correta a localização. E para facilitar, sugerimos que o aluno dê *zoom* na tela, melhorando a visualização.

**VII) Feedback:** Mantém o aluno sempre informado se a localização de cada posição está correta e todos os erros são computados. Ao finalizar, surge na tela o percentual de acertos e a orientação para que refaça a atividade se o percentual de acertos for inferior a 90% (Figura 31). Esse jogo não solicita que o aluno corrija a localização. Se a posição estiver incorreta, é apresentada a resposta correta e passa para a nova posição (Figura 30).

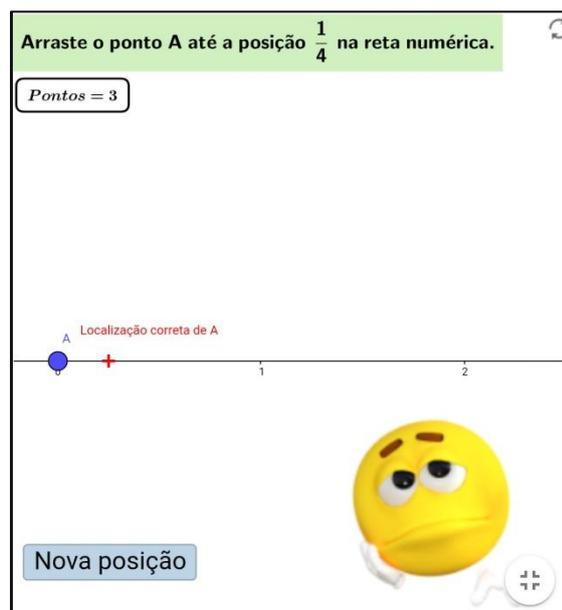
**VIII) Autor:** Elaboração da própria autora.

Figura 29 – Seção 1.4: jogo Localização do ponto na reta numérica



Captura de tela do *smartphone*. Fonte: Elaboração da própria autora

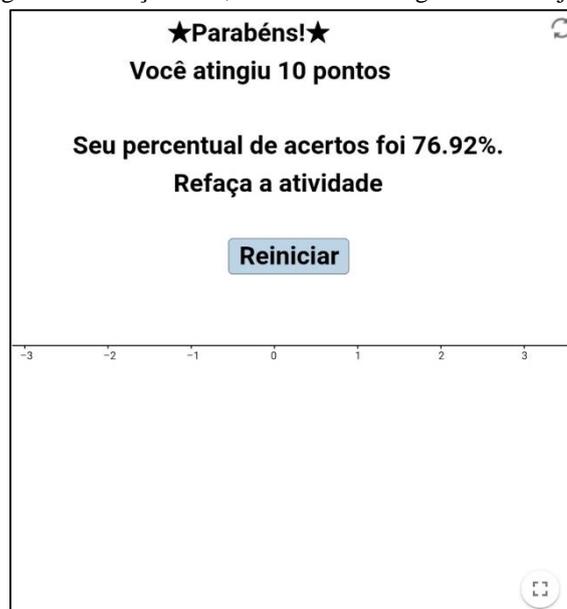
Figura 30 – Seção 1.4: jogo Localização do ponto na reta numérica



Resposta incorreta. Captura de tela do *smartphone*.  
Fonte: Elaboração da própria autora

Nas seções 1.2, 1.3 e 1.4, cada jogo termina quando o aluno completa 10 pontos em cada. No entanto, todos os erros são computados e ao finalizar, surge na tela o percentual de acertos e uma orientação para que o aluno refaça a atividade se seu percentual for inferior a 90% (Figura 31).

Figura 31 – Seções 1.2, 1.3 e 1.4: Mensagem final do jogo



Captura de tela do *smartphone*. Fonte: Elaboração da própria autora

### 4.3 Capítulo 2: Sistema Cartesiano no Plano

Este capítulo é composto por seis seções com um OA em cada e foi inserido nesse livro por ser pré-requisito para compreender a representação gráfica de funções.

#### Seção 2.1 Vídeo: Plano Cartesiano

**I) Título:** Curtas Matemáticos – O plano Cartesiano

**II) Tipo de OA:** Vídeo

**III) Objetivo:** Conhecer os elementos que compõem o plano cartesiano e localizar pontos no plano cartesiano.

**IV) Características:** Trata-se de um vídeo de 5min 19s, com uma animação em *Stop motion*, intitulada *O plano cartesiano*. Os alunos são orientados a assistirem ao vídeo fazendo anotações para em seguida, responderem a atividade proposta na seção. O professor pode estabelecer um diálogo por meio de perguntas norteadoras para verificar se os alunos compreenderam o conceito (Figura 32).

**V) Reusabilidade:** Pode ser reutilizado a partir do 8º ano do Ensino Fundamental.

**VI) Dificuldades técnicas:** Por ser um vídeo, os alunos devem usar fones, preferencialmente, se for assistido individualmente.

**VII) Feedback:** As atividades propostas são interativas e apresentam feedback.

**VIII) Autor:** O vídeo foi elaborado pelo grupo de pesquisa do projeto Curtas Matemáticos - Projeto do Laboratório Interativo de Matemática (LABIM) do Instituto Federal Goiano/Campus Rio Verde e as atividades são de elaboração da própria autora.

Figura 32 – Seção 2.1: vídeo O plano cartesiano



Fonte: LABIM. Disponível em <https://youtu.be/tDbgcB4CwC8>

## Seção 2.2 Animação: Plano Cartesiano

**I) Título:** Plano Cartesiano

**II) Tipo de OA:** Animação

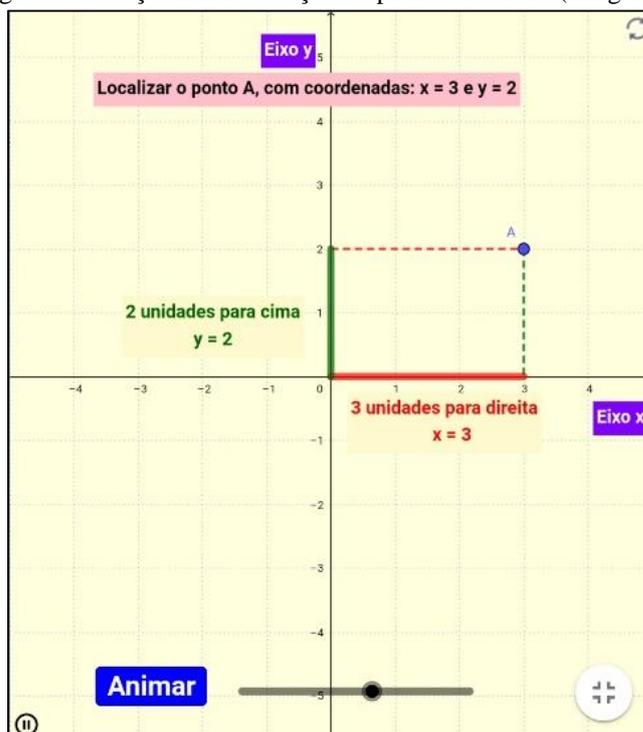
**III) Objetivo:** Conhecer os elementos que compõem o plano cartesiano e localizar pontos no plano cartesiano.

**IV) Características:** É uma animação feita no *GeoGebra* apresentando os elementos do sistema cartesiano no plano (Figura 33). Possibilita que o aluno avance ou retorne as etapas de apresentação dos elementos, conforme o tempo necessário para compreender as informações apresentadas. Traz os elementos que compõem o sistema cartesiano no plano, podendo ser utilizado como complementação ou substituição do vídeo da seção 2.1. No final da animação são apresentados três exemplos de localização de pontos no plano, onde o ponto desloca a partir da origem até a posição indicada pelo par ordenado. O aluno pode visualizar cada ponto separadamente ou clicar nos três botões, para visualizar a animação simultaneamente (Figura 34).

**V) Reusabilidade:** Pode ser reutilizado a partir do 8º ano do Ensino Fundamental.

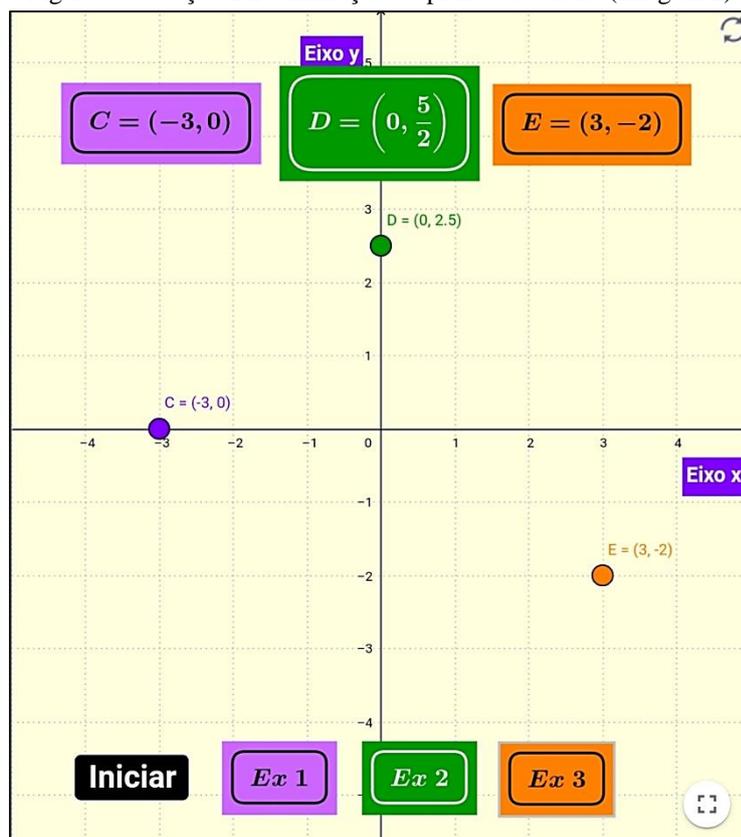
**VI) Autor:** É uma animação de autoria própria, a partir da adaptação do GIF animado de Tânia Michel Pereira, do Laboratório Virtual de Matemática/UNIJUÍ.

Figura 33 – Seção 2.2: Animação do plano cartesiano (Imagem 1)



Fonte: Elaboração da própria autora (Adaptação de Pereira [20--?])

Figura 34 – Seção 2.2: Animação do plano cartesiano (Imagem 2)



Fonte: Elaboração da própria autora

### Seção 2.3 Onde está a mosca?

**I) Título:** Identificação da localização de um ponto

**II) Tipo de OA:** Jogo

**III) Objetivo:** Identificar a localização de um ponto no plano cartesiano.

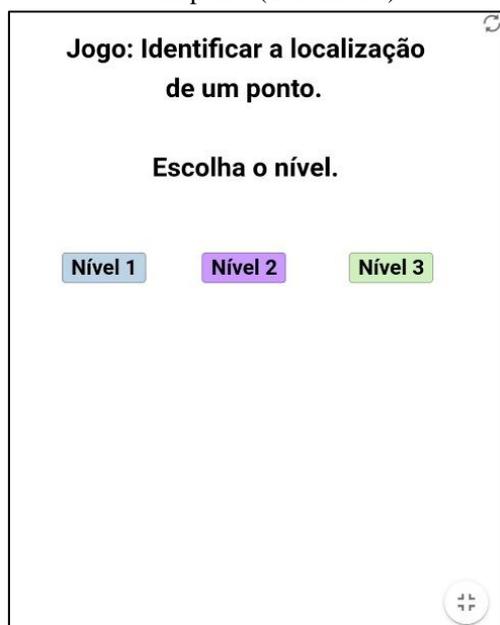
**IV) Características:** É um jogo com três níveis de dificuldade (Figura 35). No nível 1, o aluno precisa identificar a localização de uma mosca, no plano cartesiano, informando as coordenadas de sua posição. Nesse nível, as coordenadas são inteiras. No nível 2, a localização da mosca pode ter coordenadas racionais pertencentes ao conjunto  $\{\frac{k}{2}, k \in Z\}$  (Figura 36). No nível 3, a mosca dá lugar para um ponto e as coordenadas também são racionais pertencentes ao conjunto  $\{\frac{k}{4}, k \in Z\}$  (Figura 37).

**V) Reusabilidade:** Pode ser reutilizado a partir do 8º ano do Ensino Fundamental.

**VI) Feedback:** Após cada identificação, o aluno precisa clicar no botão para verificar a resposta. Finaliza o jogo quando completar 10 pontos. No final de cada nível, o aluno recebe o percentual de acertos (Figura 38).

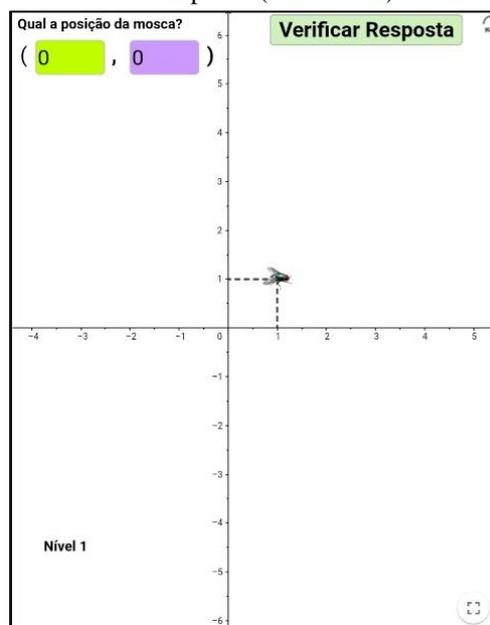
**VII) Autor:** Autoria própria

Figura 35 – Seção 2.3: Jogo Identificar a localização de um ponto (Tela inicial)



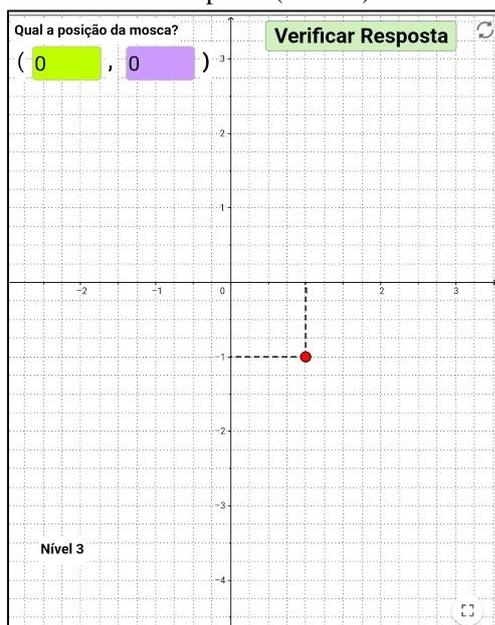
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 36 – Seção 2.3: Jogo Identificar a localização de um ponto (Nível 1 e 2)



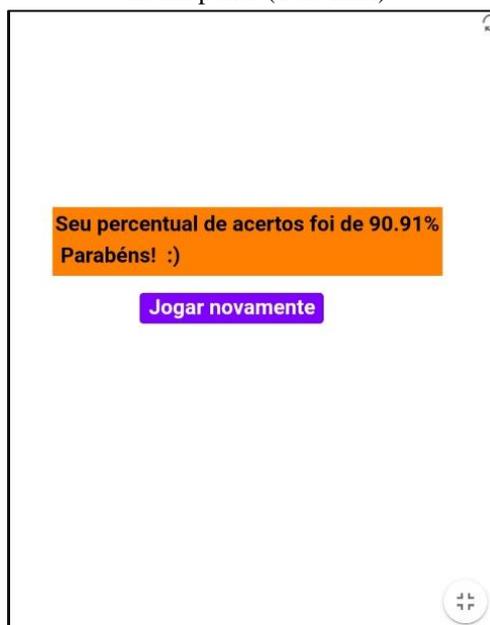
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 37 – Seção 2.3: Jogo Identificar a localização de um ponto (Nível 3)



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 38 – Seção 2.3: Jogo Identificar a localização de um ponto (Tela final)



Fonte: Elaboração da própria autora

## Seção 2.4 Localize o ponto no plano

I) **Título:** Localização de ponto no plano

II) **Tipo de OA:** Jogo

III) **Objetivo:** Localizar um ponto no plano cartesiano.

**IV) Características:** É um jogo com quatro níveis de dificuldade (Figura 39). Parte do mesmo princípio que o jogo da seção 1.4, entretanto, no plano cartesiano é apresentado um par ordenado aleatório e o aluno precisa arrastar o ponto até o respectivo local (Figura 40 e Figura 41). O jogo finaliza ao completar 10 pontos.

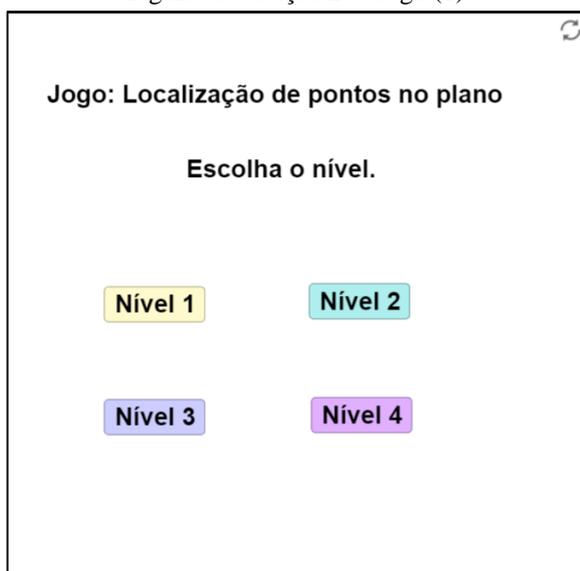
**V) Reusabilidade:** Pode ser reutilizado a partir do 8º ano do Ensino Fundamental.

**VI) Dificuldades técnicas:** Da mesma forma que a seção 1.4, há uma margem de erro de 0,15 unidade de raio. Desse modo, o jogo aceita como correta, a localização numa vizinhança de até 0,15 unidade de raio. Essa margem foi adicionada ao jogo, após a aplicação do OA, em que foi percebida a dificuldade de arrastar o ponto ao local indicado. Muitas vezes o ponto ficava muito próximo do local, o aluno acreditava estar correta, mas o algoritmo considerava erro. Conforme o tamanho do dedo ou a sensibilidade da tela isso representava um obstáculo para a localização do ponto. Essa adaptação do jogo minimizou esse problema.

**VII) Feedback:** Mantém o aluno sempre informado se está acertando a localização.

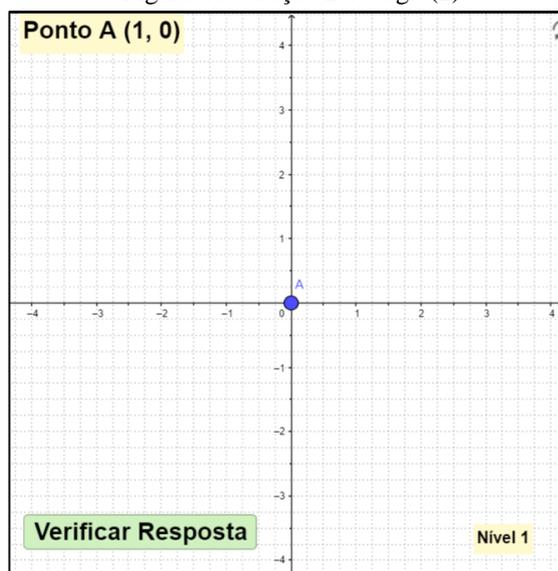
**VIII) Autor:** Autoria própria

Figura 39 – Seção 2.4: Jogo (1)



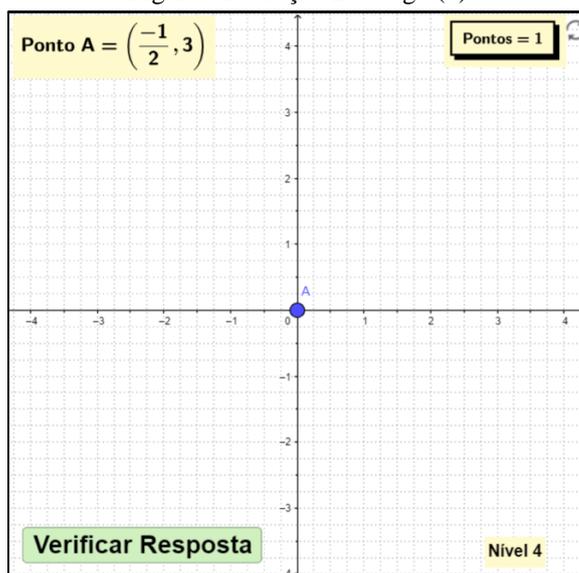
Localizar um ponto no plano (Tela inicial). Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 40 – Seção 2.4: Jogo (2)



Identificar a localização de um ponto (Tela do nível 1, 2 e 3). Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 41 – Seção 2.4: Jogo (3)



Localizar um ponto no plano (Tela do nível 4). Fonte: Elaboração da própria autora

## Seção 2.5 Interseção nos eixos

**I) Título:** Interseção nos eixos

**II) Tipo de OA:** Jogo

**III) Objetivo:** Identificar os pontos de interceptação de uma reta nos eixos cartesianos.

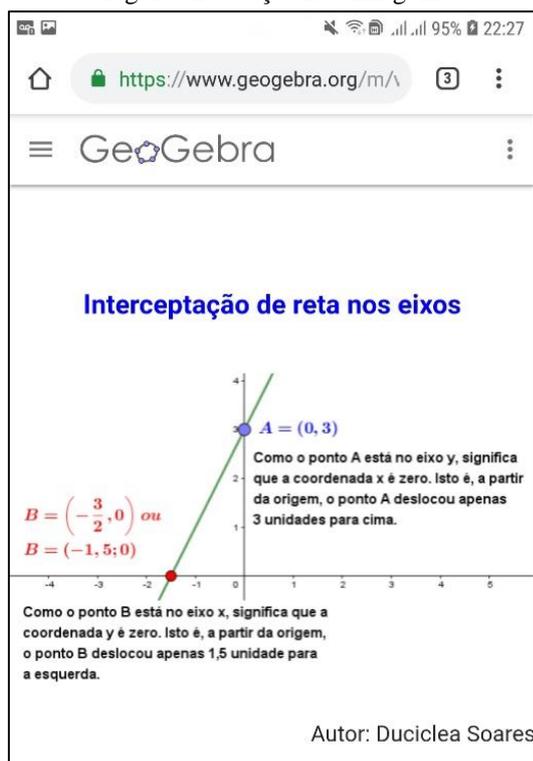
**IV) Características:** Os alunos precisam analisar as coordenadas dos pontos A e B que são as interseções da reta com os eixos coordenados e informá-las no espaço indicado na tela (Figura 43). A posição dos pontos A e B são aleatórios, isto é, a cada momento, o ponto A pode estar no eixo x ou no eixo y. Dessa forma, dificulta que o aluno memorize qual coordenadas é nula. Antes do jogo há uma imagem (Figura 42) que explica como é caracterizada a localização dos pontos de interseção nos eixos cartesianos.

**V) Reusabilidade:** Pode ser reutilizado a partir do 8º ano do Ensino Fundamental.

**VII) Feedback:** Mantém o aluno sempre informado se está acertando a localização.

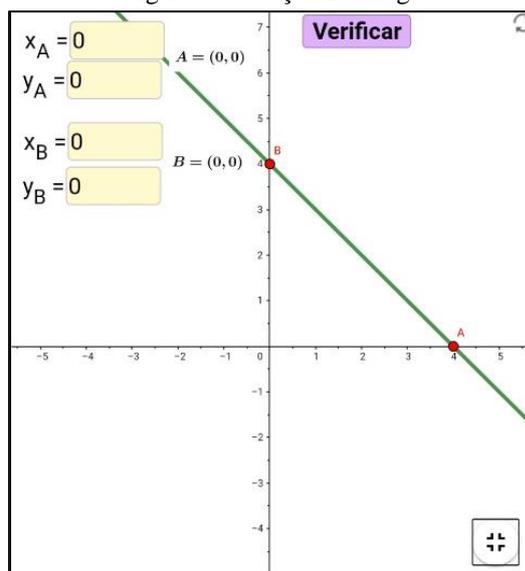
**VIII) Autor:** Autoria própria

Figura 42 – Seção 2.5: Imagem



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 43 – Seção 2.5: Jogo



Identificar a localização de pontos nos eixos cartesianos. Tela inicial. Fonte: Elaboração da própria autora

## Seção 2.6 Quadrantes

**I) Título:** Quadrantes

**II) Tipo de OA:** Jogo

**III) Objetivo:** Identificar a qual quadrante ou eixo o ponto pertence.

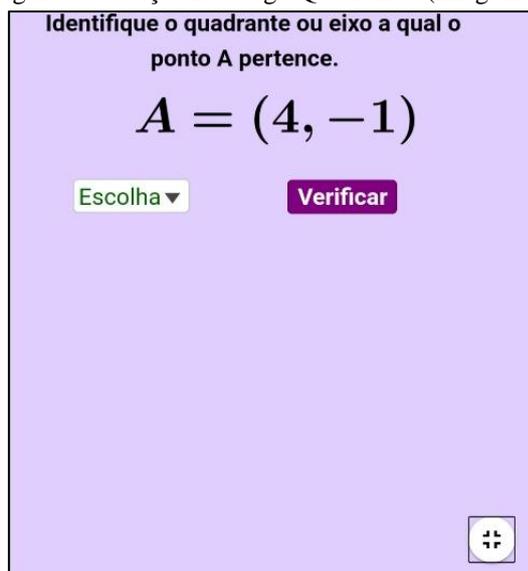
**IV) Características:** É um jogo em que é dado um par ordenado aleatoriamente e o aluno precisa selecionar a qual quadrante ou eixo o ponto pertence. Esse jogo estimula a localização de pontos mentalmente, possibilitando análises mais complexas, durante a representação gráfica (Figura 44, Figura 45, Figura 46 e Figura 47).

**V) Reusabilidade:** Pode ser reutilizado a partir do 7º ano do Ensino Fundamental.

**VI) Feedback:** Mantém o aluno sempre informado se está acertando a localização.

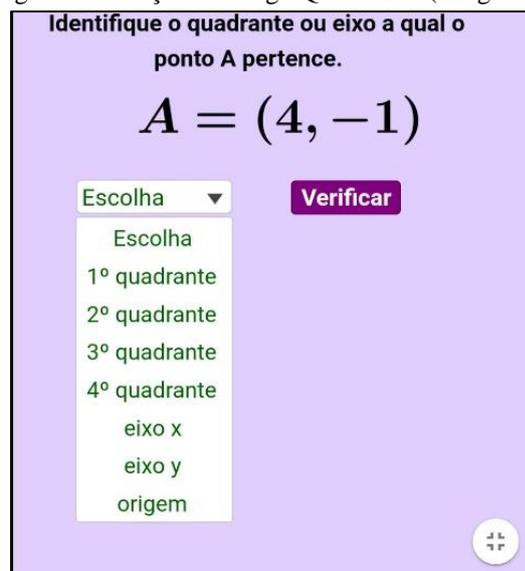
**VII) Autor:** Autoria própria

Figura 44 – Seção 2.6: Jogo Quadrantes (Imagem 1)



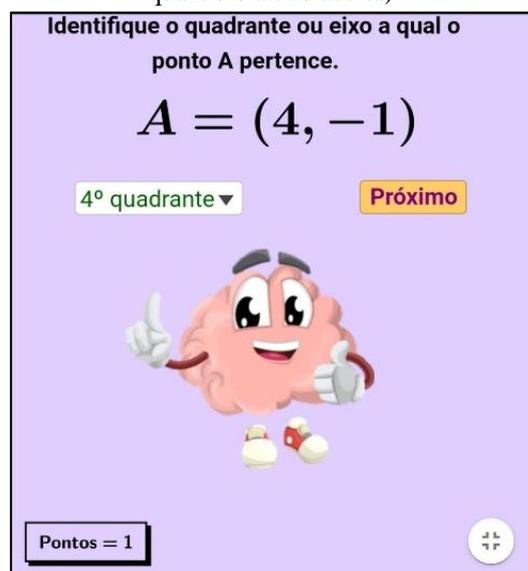
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 45 – Seção 2.6: Jogo Quadrantes (Imagem 2)



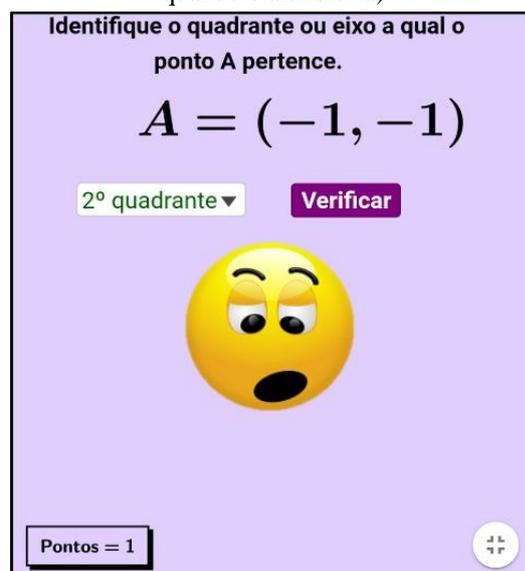
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 46 – Seção 2.6: Jogo Quadrantes (Imagem 3 – quando o aluno acerta)



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 47 – Seção 2.6: Jogo Quadrantes (Imagem 4 – quando o aluno erra)



Fonte: Elaboração da própria autora

#### 4.4 Capítulo 3: Introdução à função

Este capítulo é composto por seis OAs distribuídos em cinco seções.

##### Seção 3.1 Vídeo e atividade: Noção de função

**I) Título:** A noção de função

**II) Tipo de OA:** Vídeo

**III) Objetivo:** Compreender o conceito de função através da dependência entre variável e diferenciar grandezas dependentes e independentes.

**IV) Características:** É um vídeo (Figura 48) de 6min 57s intitulado A noção de função. O vídeo apresenta o conceito de função por meio de situações próximas do cotidiano do aluno, como o preço de um armário em função da área construída, a quantidade de gotas de um remédio em função do peso da pessoa e o comprimento da circunferência em função do seu raio. A seção traz algumas questões que nortearão a interação do aluno com o vídeo (Figura 49), provocando reflexões que podem ser individuais, mas orientamos que sejam em grupos. Em seguida, são propostas algumas atividades interativas para que o aluno verifique quais conceitos compreendeu e quais ainda precisa consolidar por meio de outros elementos mediadores (Figura 50 e Figura 51).

**V) Reusabilidade:** Pode ser reutilizado a partir do 9º ano do Ensino Fundamental.

**VI) Feedback:** Mantém o aluno informado se as respostas da atividade interativa estão corretas.

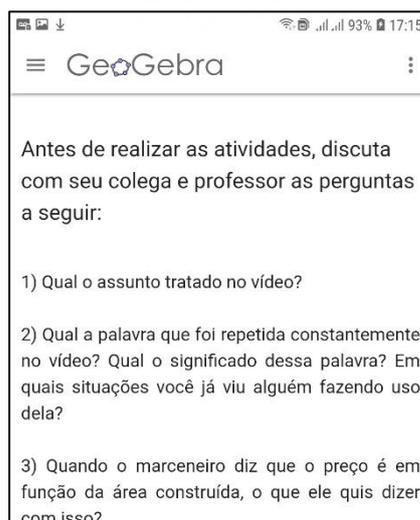
**VII) Autor:** O vídeo, *A noção de função*, é um fragmento da aula 27, de matemática do Ensino Médio. Compõe o programa *Novo Telecurso 2000*, um sistema de educação à distância mantido pela Fundação Roberto Marinho e pelo sistema FIESP. As atividades são de autoria própria.

Figura 48 – Seção 2.1: vídeo A Noção de Função



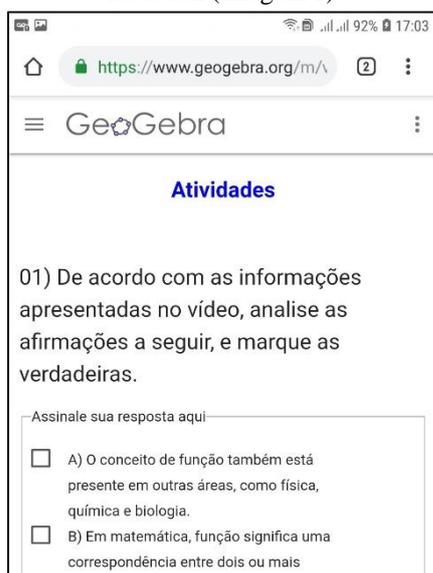
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 49 – Seção 2.1: atividade para analisar os conceitos do vídeo



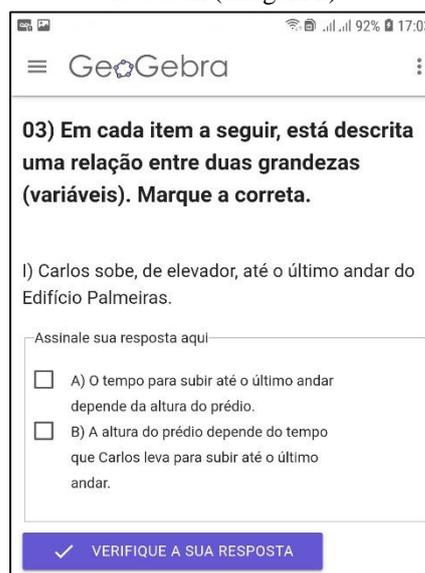
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 50 – Seção 3.1: atividade interativa com feedback (imagem 1)



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 51 – Seção 3.1: atividade interativa com feedback (imagem 2)



Fonte: Elaboração da própria autora

## Seção 3.2 Simulador: Construtor de funções

**I) Título:** Construtor de funções

**II) Tipo de OA:** Simulador

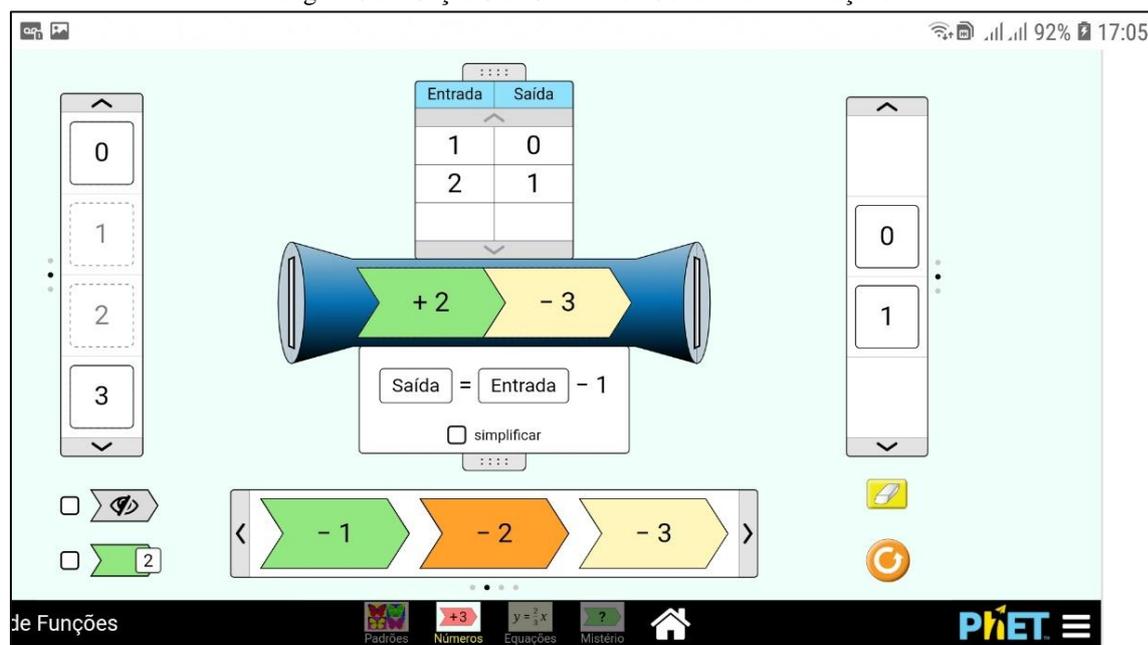
**III) Objetivo:** definir uma função como uma regra relativa a cada entrada para exatamente uma saída; prever saídas de uma função usando entradas dadas; compor funções para criar uma função e interpretar; comparar e traduzir entre múltiplas representações de uma função algébrica.

**IV) Características:** É um simulador (Figura 52) que consiste em uma máquina em que o aluno pode inserir um ou dois cartões contendo operações que representarão a ação que a máquina executará. Quando o aluno inserir um valor de entrada na máquina, ela realizará o cálculo a qual foi programada e um valor de saída será registrado no campo específico. A relação estabelecida entre os valores de entrada e saída poderá ser representada em forma tabular e algébrica. Para que a interação do aluno com o simulador seja mediada e traga melhores resultados, há uma sugestão de atividade dirigida, em PDF, que pode ser impressa (Figura 53 e Figura 54). Desse modo, o aluno poderá interagir com o simulador de acordo com a atividade proposta, fazendo as reflexões necessárias e interagindo com o colega para compreender as relações entre as grandezas relacionadas na atividade.

**V) Reusabilidade:** O simulador pode ser reutilizado a partir do 6º ano do Ensino Fundamental, mas associado à atividade dirigida, pode ser reutilizada a partir do 9º ano do Ensino Fundamental.

**VI) Autor:** O simulador é do repositório de OAs, *PhET – Interactive Simulations* da Universidade de Colorado Boulder, que desenvolve simulações interativas gratuitas de matemática e ciências. A atividade dirigida é de autoria própria.

Figura 52 – Seção 3.2: Simulador Construtor de Funções



Fonte: Elaboração da própria autora/Captura de tela do *smartphone* em posição horizontal

Figura 53 – Seção 3.2: Simulador (1)

OA – CONSTRUTOR DE FUNÇÕES

Atividade

- Na tela do Construtor de Funções, selecione a tela de Números.
- Tela de Números:
  - Mostra os valores de entrada e saída em forma tabular.
  - Máquina onde ocorrerá a ação.
  - Representação algébrica.
  - Cartões de ação que serão inseridos na máquina.
  - Reinicia a simulação.
- Insira a ação, indicada na 1ª coluna, e arraste alguns valores de entrada à máquina e veja os valores de saída. Informe qual o efeito que essa ação provoca no número de entradas.

| AÇÃO            | EFETO |
|-----------------|-------|
| $\times 2$      |       |
| $+2$ $+3$       |       |
| $-3$            |       |
| $\times 2$ $-3$ |       |
| $+3$            |       |
| $+1$ $\times 2$ |       |
| $\times 2$ $+1$ |       |

Introdução às funções – Prof. Dulcinea Soares

Atividade para direcionar a interação com o simulador: Construtor de Funções. Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 54 – Seção 3.2: Simulador (2)

OA – CONSTRUTOR DE FUNÇÕES

- Observe as duas últimas linhas da tabela acima. Os cartões de ação adicionados à máquina, foram iguais, porém com ordem trocada. O efeito foi o mesmo? Por quê?
- Observe essas combinações de ações:
  - $+3$   $\times 2$  e  $\times 2$   $+3$
  - Há diferença, se a ordem dos cartões mudar? O que ocorre?
- Observe essas combinações de ações:
  - $+2$   $-3$  e  $-3$   $+2$
  - Há diferença, se a ordem dos cartões mudar? O que ocorre?
- Observe a seguinte situação:
 

Joana trabalha no caixa do supermercado Menor Preço. O supermercado lançou a promoção de uma barra de chocolate a R\$ 2,00 e da caixa de leite de 1L por R\$ 2,00.

  - Verifique, no Construtor de Funções, o valor a ser pago pelos clientes, se forem comprados 1 L, 2L, 3L, 4L, 5L ou 6L de leite.
  - Nessa situação, quais são as variáveis envolvidas?
  - Qual variável é dependente?
  - Qual variável é independente?
  - Apresente uma representação algébrica para essa situação.
- Verifique, no Construtor de Funções, o valor a ser pago pelos clientes, se forem comprados 1 L de leite e 1 barra de chocolate, 2L de leite e 1 barra de chocolate, 3L de leite e 1 barra de chocolate, 4L de leite e 1 barra de chocolate, 5L de leite e 1 barra de chocolate ou 6L de leite e 1 barra de chocolate.
  - Nessa situação, quais são as variáveis envolvidas?
  - Qual variável é dependente?
  - Qual variável é independente?
  - Apresente uma representação algébrica para essa situação.
- Vinça as tabelas a seguir e descubra a ação que foi executada na máquina.
  - Quais cartões de ação, foram usados em cada tabela? (Use  $x$  para representar o valor de entrada e  $y$ , o valor de saída)

| Entrada | Saída |
|---------|-------|
| 1       | 4     |
| 2       | 5     |
| 3       | 6     |

| Entrada | Saída |
|---------|-------|
| 1       | -1    |
| 2       | 0     |
| 3       | 1     |

| Entrada | Saída |
|---------|-------|
| 4       | 8     |
| 5       | 10    |
| 6       | 12    |

| Entrada | Saída |
|---------|-------|
| 4       | 9     |
| 5       | 11    |
| 6       | 13    |

Introdução às funções – Prof. Dulcinea Soares

Fonte: Elaboração da própria autora

### Seção 3.3 Vídeo: Noção de função

I) **Título:** Noção de função

II) **Tipo de OA:** Vídeo

III) **Objetivo:** Compreender o conceito de função através da dependência entre variável e reconhecer a lei que associa duas grandezas.

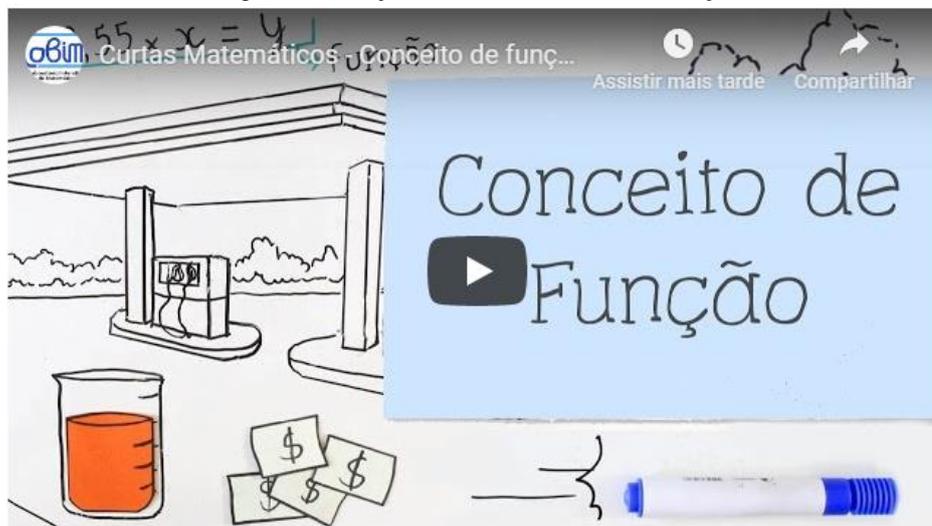
IV) **Características:** um vídeo de 4min 13s, com uma animação em Stop motion, intitulada *Conceito de função*. Os alunos são orientados a assistirem ao vídeo fazendo anotações para depois responderem a atividade interativa proposta na seção.

V) **Reusabilidade:** Pode ser reutilizado a partir do 9º ano do Ensino Fundamental.

VI) **Feedback:** Mantém o aluno informado se as respostas da atividade interativa estão corretas.

**VIII) Autor:** O vídeo foi elaborado pelo grupo de pesquisa do projeto Curtas Matemáticos – Projeto do Laboratório Interativo de Matemática (LABIM) do Instituto Federal Goiano/Campus Rio Verde. As atividades são de elaboração da própria autora.

Figura 55 – Seção 3.3: vídeo Conceito de função



Captura de tela do *smartphone* na posição horizontal. Fonte: Elaboração da própria autora

### Seção 3.4 Atividade: Planilha eletrônica

**I) Título:** Funções na Planilha Eletrônica

**II) Tipo:** Software

**III) Objetivo:** Compreender o conceito de função através da dependência entre variáveis; reconhecer a lei que associa duas grandezas e construir gráficos de funções utilizando tabela.

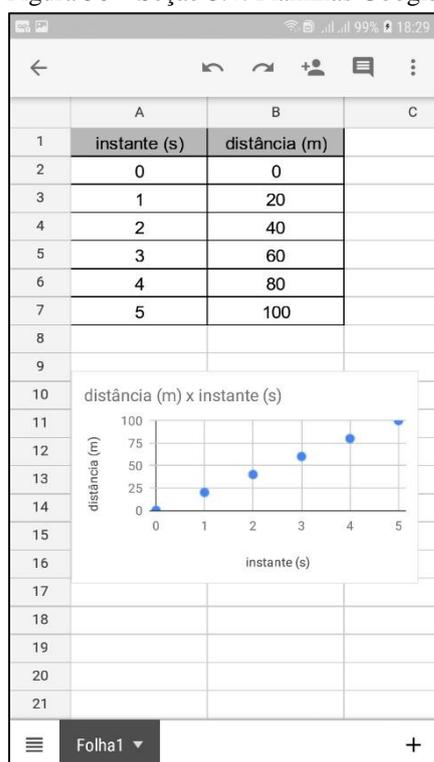
**IV) Características:** O aluno deve instalar o aplicativo: Planilhas Google ou Excel (Planilhas eletrônicas) – única atividade em que é preciso instalar um aplicativo, caso o aluno não tenha em seu *smartphone* – (Figura 56). Abrir o arquivo em PDF e seguir as etapas dispostas. É preferível que o aluno imprima o material para facilitar a manipulação do aplicativo. O roteiro apresenta orientações de funções das planilhas eletrônicas, de como elaborar fórmulas e como inserir gráficos a partir de dados da tabela. Além disso, é apresentado algumas situações-problema para que sejam construídas tabelas, compreendam a relação entre as variáveis envolvidas e a partir da elaboração das fórmulas compreendam as representações algébricas das funções apresentadas (Figura 57, Figura 58 e Figura 59).

**V) Reusabilidade:** Pode ser usada no 8º e 9º do Ensino Fundamental, na 1ª série do Ensino Médio e 2ª e 3ª série, como revisão de conteúdo. Entretanto, o uso de planilhas eletrônicas pode ser incorporado em diversos conceitos matemáticos, como: funções, matrizes, matemática financeira e estatística, por exemplo.

**VI) Dificuldades técnicas:** quando foi proposto o uso de planilhas Excel, na análise do perfil dos sujeitos envolvidos na pesquisa, foi identificado que nenhum aluno havia usado uma planilha eletrônica. Esperávamos que os alunos demonstrariam dificuldade em operar o aplicativo. Para a surpresa, a única orientação técnica necessária foi explicar como usar a referência da célula para construir fórmula, automatizando os cálculos a partir dos valores atribuídos às variáveis independentes. Após essa primeira orientação, todas as outras foram realizadas de forma autônoma. Apenas um caso que envolveu a necessidade de parênteses, os alunos apresentaram erros, mas bastou lembrar de situações vivenciadas no OA da seção 3.2, *Construtor de funções*, para que os alunos identificassem e corrigissem o erro.

**VIII) Autor:** A atividade dirigida é de autoria própria.

Figura 56 – Seção 3.4: Planilhas Google



Um exemplo de representação tabular e geométrica.

Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 57 – Seção 3.4: Planilhas Google (Atividade dirigida 1)

**OBJETOS DE APRENDIZAGEM PLANILHAS ELETRÔNICAS**

Roteiro da aula

Nome: \_\_\_\_\_

Objetivos:

- Compreender o conceito de função através da dependência entre variáveis.
- Reconhecer a lei que associa duas grandezas.
- Construir gráficos de funções utilizando tabela.

**Etapa 1: Instalação de aplicativo**

Faça o download do aplicativo Planilhas Google ou Excel. É importante que todos usem o mesmo aplicativo para facilitar a mediação pedagógica.

Para instalar o aplicativo em seu celular, entre no *Play Store* ou outra loja de aplicativos e busque por Planilhas Google ou Excel. Os aplicativos são gratuitos.

**Etapa 2: Conhecendo o aplicativo**

Cada célula possui o endereço da célula. Para fazer referência de uma célula, use a combinação de coluna e linha. *Exemplo: A célula que contém os 20 metros na 1ª linha será indicada por D10.*

Adicione: figuras, gráficos, comentários, links, ícones.

Formatação de texto e células.

Barras de formatação: texto e números.

Barras de formatação: fonte, letras e cores.

Introdução às planilhas – Prof. Daciane Soares

Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 58 – Seção 3.4: atividade para Planilhas Google (imagem 1)

**Objetos de Aprendizagem PLANILHAS ELETRÔNICAS**

**Etapa 3: Atividades**

**Orientações:**

- Para todos os casos, faça uma tabela com cabeçalho e pelo menos 6 linhas de dados.
- Formate as tabelas com bordas, cabeçalho em negrito e colorido. (As atividades a seguir mostram um modelo)
- Após a elaboração da tabela, gere o gráfico com título e no modo: gráfico de dispersão.
- Em todas as tabelas, é importante automatizar o cálculo, isto é, criar uma fórmula para calcular o que é pedido.
- Após a construção da tabela e gráfico, responda as perguntas.

**Atividade 1: Tempo e espaço**

Um ciclista treina para uma prova de resistência desenvolvendo uma velocidade constante. Enquanto isso, seu técnico anota, de minuto a minuto, a distância já percorrida pelo ciclista. Considerando que a cada minuto, o ciclista percorre 600m, preencha a tabela com a distância total percorrida pelo atleta no final de cada instante registrado.

| instante (s) | distância (m) |
|--------------|---------------|
| 0            | 0             |
| 1            | 600           |
| 2            | 1200          |
| 3            | 1800          |
| 4            | 2400          |
| 5            | 3000          |
| 6            | 3600          |
| 7            | 4200          |

distância x tempo

**Perguntas:**

- Identifique as grandezas envolvidas nessa situação.
- Nessa relação, qual das grandezas depende da outra para ser definido seu valor?
- É possível prever distâncias para qualquer instante?

Introdução às funções – Prof. Dalcides Soares

Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 59 – Seção 3.4: atividade para Planilhas Google (imagem 2)

**Objetos de Aprendizagem PLANILHAS ELETRÔNICAS**

4) A medida que o tempo (instante) aumenta de 1 em 1 min., o que ocorre com as distâncias percorridas? Dica: A distância diminui? A distância não varia? A distância aumenta? A distância aumenta por um tempo e depois diminui?

5) Podemos relacionar essa situação à taxa formal? Qual fórmula podemos usar para calcular a distância percorrida em função do instante? Dica: use letra para representar as grandezas

6) Faça alguma restrição para os valores dos instantes informados? Se sim, qual restrição? Dica: existe algum valor para o tempo em que não é possível calcular a distância percorrida, isto é, existem mínimos na reta numérica, para os quais não é possível calcular as medidas das distâncias?

7) É possível encontrarmos algum instante que esteja relacionado a mais de uma distância percorrida? Dica: é possível que para um mesmo instante, haja duas medidas diferentes de distância?

8) Como você descreveria a disposição dos pontos que representam o instante e a distância percorrida? (Dica: Se você ligasse os pontos, como seria o formato dessa linha?)

**Atividade 2: Mercadoria e preço**

Em uma barraca, em Calatayá, vende-se água de coco ao preço de R\$ 3,50 o copo. Para facilitar seu trabalho, o proprietário que montou a tabela abaixo. Ajude-o montar a tabela.

| nº de copos | preço (R\$) |
|-------------|-------------|
| 1           | 3,50        |
| 2           | 7,00        |
| 3           | 10,50       |
| 4           | 14,00       |
| 5           | 17,50       |
| 6           | 21,00       |
| 7           | 24,50       |
| 8           | 28,00       |
| 9           | 31,50       |
| 10          | 35,00       |

Nº de copos x Preço a pagar

**Perguntas:**

- Identifique as grandezas envolvidas nessa situação.
- Nessa relação, qual das grandezas depende da outra para ser definido seu valor?
- É possível prever distâncias para qualquer instante?

Introdução às funções – Prof. Dalcides Soares

Fonte: Elaboração da própria autora

## Seção 3.5 Conjunto domínio e imagem

**I) Título:** Onde está o pintinho?

**II) Tipo de OA:** Jogo

**III) Objetivo:** identificar o domínio, contradomínio e imagem de funções.

**IV) Características:** Esta seção é uma composição de três OAs: vídeo, simulador e atividade interativa. O vídeo (Figura 60) de 6min29s, intitulado *Domínio e imagem de funções*, é uma animação em *Stop motion* que apresenta os conceitos de conjunto domínio, conjunto imagem e contradomínio de uma função. Após o vídeo, tem-se um simulador em que o aluno move os controles horizontais analisando como se comporta o conjunto domínio e imagem a cada função dada. O aluno pode analisar funções polinomiais do 1º grau e 2º grau. Além de poder analisar os pontos de interseção da função com os eixos x e y (Figura 61, Figura 62, Figura 63 e Figura 64). Em seguida, há duas atividades interativas e remotas. São atividades da plataforma Khan Academy para verificar o quanto o aluno compreendeu sobre os conceitos de conjunto domínio e imagem.

**V) Dificuldades conceituais:** são conceitos bastante complexos para essa etapa de ensino. A representação algébrica de intervalo é um dos conceitos mais difíceis para os alunos compreenderem. O professor pode complementar a mediação, através do uso de Datashow,

promovendo um diálogo com os alunos através de questionamentos relativos aos conceitos abordados no simulador.

**VI) Reutilização:** pode ser reutilizado no estudo de coeficientes e raízes de uma função polinomial do 1º e 2º grau.

**VII) Feedback:** A atividade interativa mantém o aluno sempre informado se a resposta está correta.

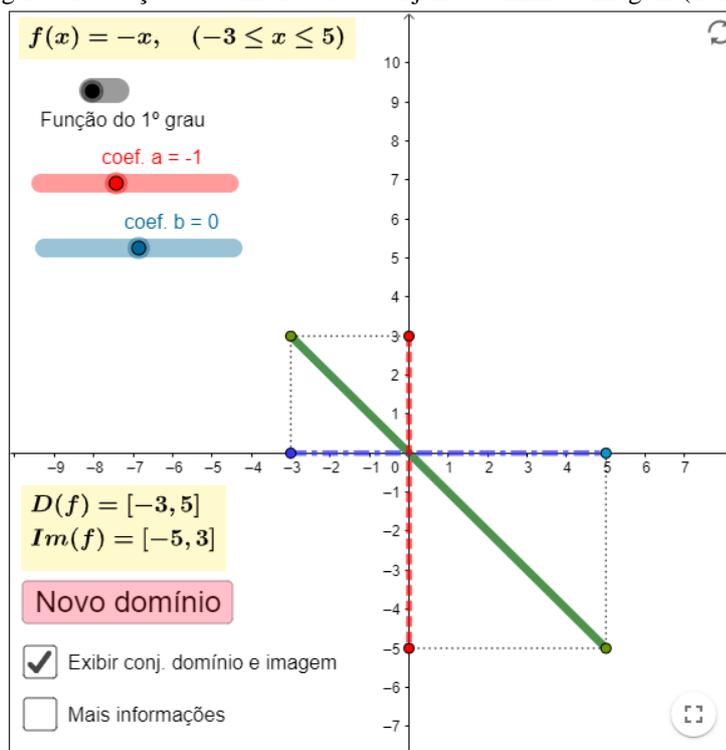
**VIII) Autor:** O vídeo foi elaborado pelo grupo de pesquisa do projeto Curtas Matemáticos – Projeto do Laboratório Interativo de Matemática (LABIM) do Instituto Federal Goiano/Campus Rio Verde. As atividades são de Elaboração da própria autora. A atividade é da plataforma educacional, Khan Academy, que é uma organização educacional sem fins lucrativos que oferece gratuitamente uma coleção vídeos de matemática, medicina e saúde, economia e finanças, física, química, biologia, ciência da computação, entre outras matérias. O simulador é de autoria própria.

Figura 60 – Seção 3.5: vídeo Domínio e imagem de funções



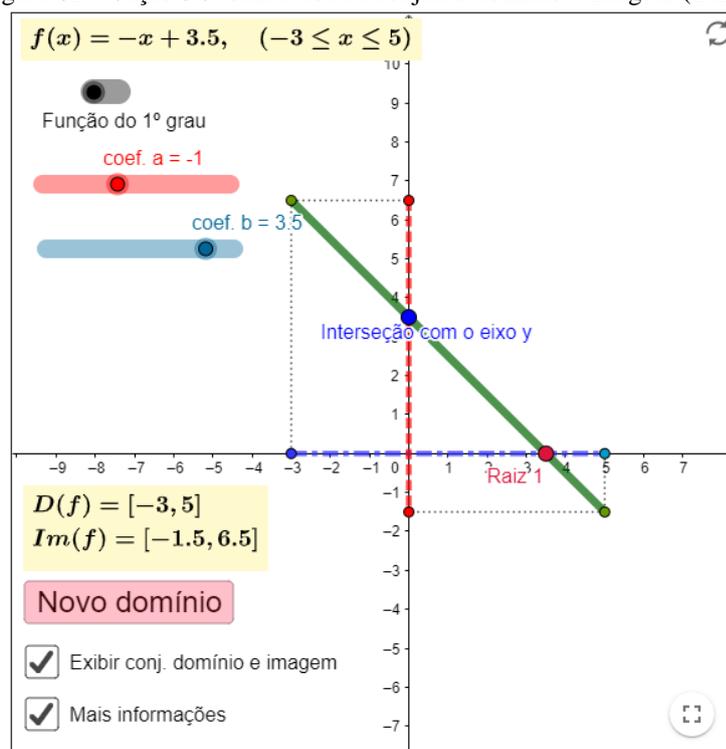
Fonte: Elaboração da própria autora/Captura de tela do *smartphone* na posição horizontal

Figura 61 – Seção 3.5: simulador de conjunto domínio e imagem (Tela 1)



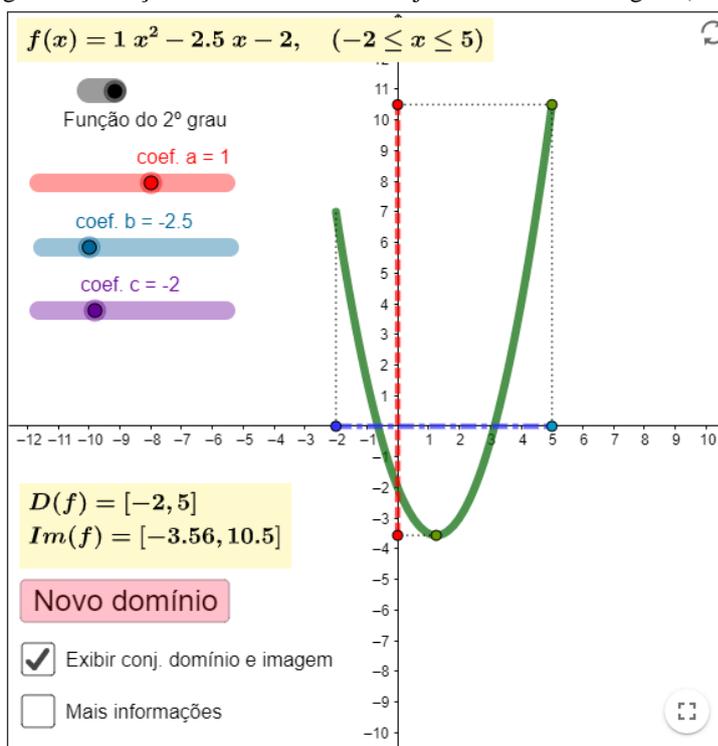
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 62 – Seção 3.5: simulador de conjunto domínio e imagem (Tela 2)



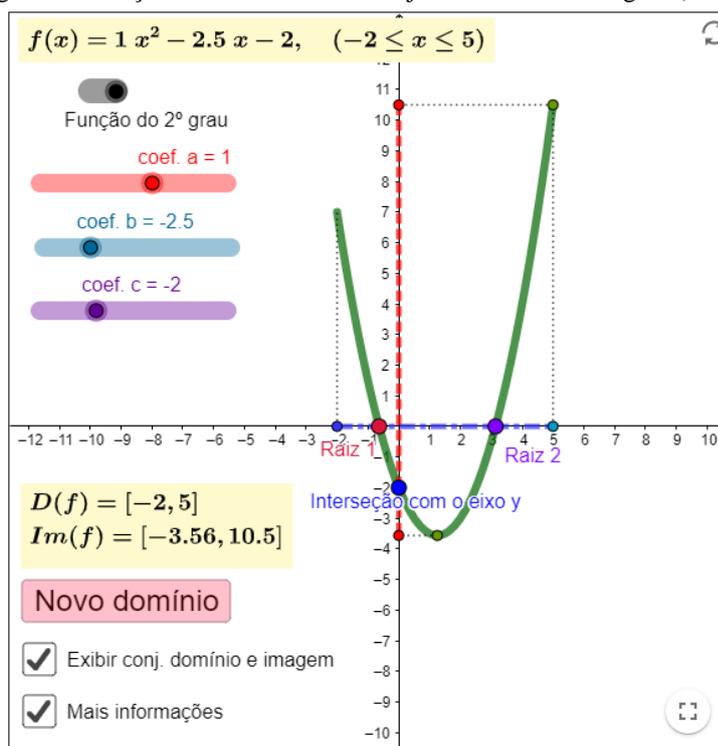
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 63 – Seção 3.5: simulador de conjunto domínio e imagem (Tela 3)



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 64 – Seção 3.5: simulador de conjunto domínio e imagem (Tela 1)



Fonte: Elaboração da própria autora

## 4.5 Capítulo 4: Função polinomial do 1º grau

Este capítulo é composto por doze OAs distribuídos em nove seções.

### Seção 4.1 Representação gráfica de uma função

**I) Título:** Gráfico de uma função polinomial

**II) Tipo de OA:** Simulador

**III) Objetivo:** Definir a representação gráfica de uma função polinomial; diferenciar a representação gráfica de função polinomial do 1º grau, da função polinomial do 2º grau e definir uma função polinomial do 1º grau.

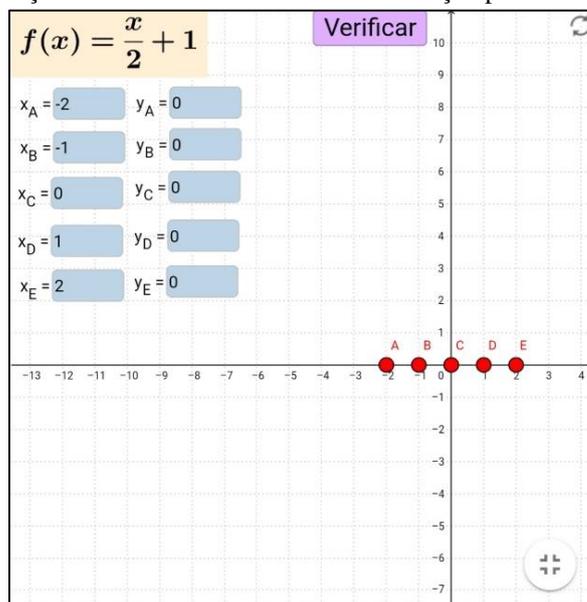
**IV) Características:** É um simulador (Figura 65 e Figura 66), onde o aluno deve analisar a representação algébrica de uma função, que é definida aleatoriamente, escolher 5 valores para  $x$  (variável independente) – ou usar os valores sugeridos pelo simulador –, calcular os respectivos valores de  $y$  (variável dependente) e inserir nos campos correspondentes. Após isso, o simulador verificará a resposta e caso esteja incorreta, o aluno deverá alterar os valores. No final de cada atividade, o simulador constrói o gráfico da função, informa o grau e o tipo de gráfico: reta ou parábola. Durante a realização da atividade, é computado o número de tentativas para concluí-la.

**V) Reusabilidade:** Pode ser reutilizado a partir do 9º ano do Ensino Fundamental.

**VI) Feedback:** Mantém o aluno informado se as respostas da atividade interativa estão corretas.

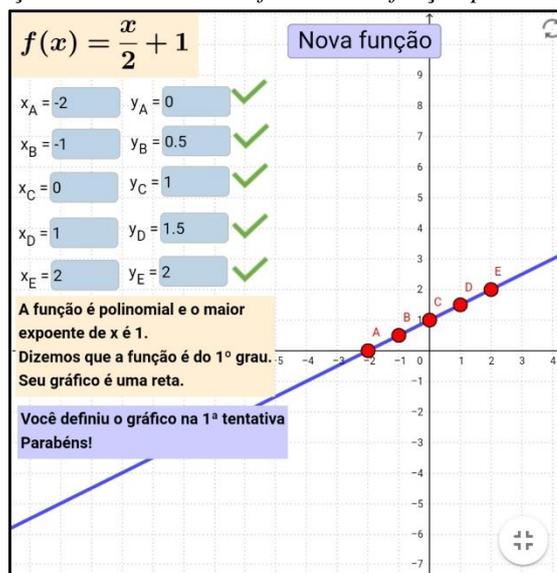
**VII) Autor:** Autoria própria.

Figura 65 – Seção 4.1: simulador Gráfico de uma função polinomial (imagem 1)



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 66 – Seção 4.1: simulador *Gráfico de uma função polinomial* (imagem 2)



Fonte: Elaboração da própria autora

## Seção 4.2 Definição de função polinomial do 1º grau

**I) Título:** Gráfico de uma função polinomial

**II) Tipo de OA:** Imagem

**III) Objetivo:** Identificar uma função polinomial do 1º grau e identificar os coeficientes de uma função polinomial do 1º grau

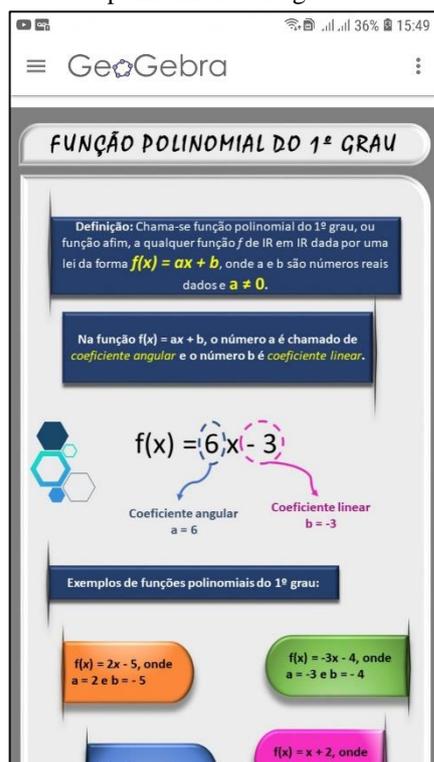
**IV) Características:** Traz a definição de função polinomial do 1º grau, seguida de atividades (Figura 67 e Figura 68). É uma complementação da seção 5.1

**V) Reusabilidade:** Pode ser reutilizado a partir do 9º ano do Ensino Fundamental.

**VI) Feedback:** Mantém o aluno informado se as respostas da atividade interativa estão corretas.

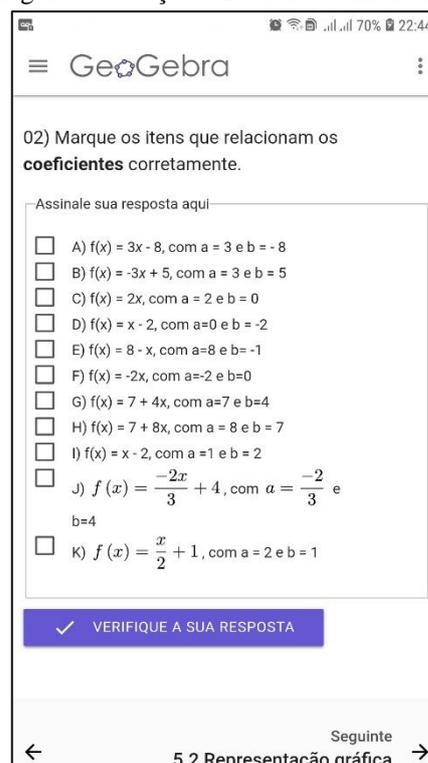
**VII) Autor:** Autoria própria.

Figura 67 – Seção 4.2: definição de função polinomial do 1º grau



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 68 – Seção 4.2: atividade interativa



Fonte: Elaboração da própria autora

### Seção 4.3 Construção do gráfico de função do 1º grau

**I) Título:** Representação gráfica

**II) Tipo de OA:** Jogo

**III) Objetivo:** Representar graficamente uma função polinomial do 1º grau.

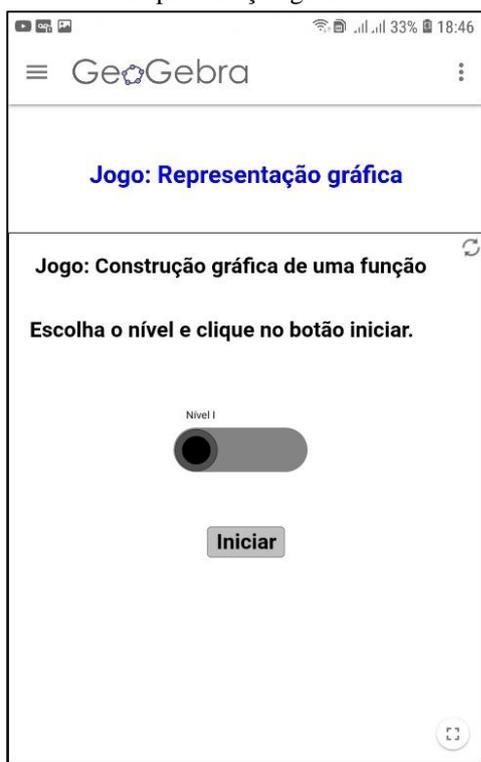
**IV) Características:** É dado, aleatoriamente, a representação algébrica de uma função e o aluno precisa mover dois pontos, de modo que pertençam a reta que define essa função (Figura 69). Ao clicar no botão Verificar o aluno receberá uma mensagem informando se posicionou os pontos corretamente. Cada vez que errar, o número de erros é computado para que no final, o aluno conheça seu percentual de acertos. O jogo tem dois níveis (Figura 70, Figura 71 e Figura 72) e cada nível finaliza quando o aluno completa 10 pontos.

**V) Reusabilidade:** Pode ser reutilizado a partir do 9º ano do Ensino Fundamental.

**VI) Feedback:** Mantém o aluno informado se as respostas da atividade interativa estão corretas.

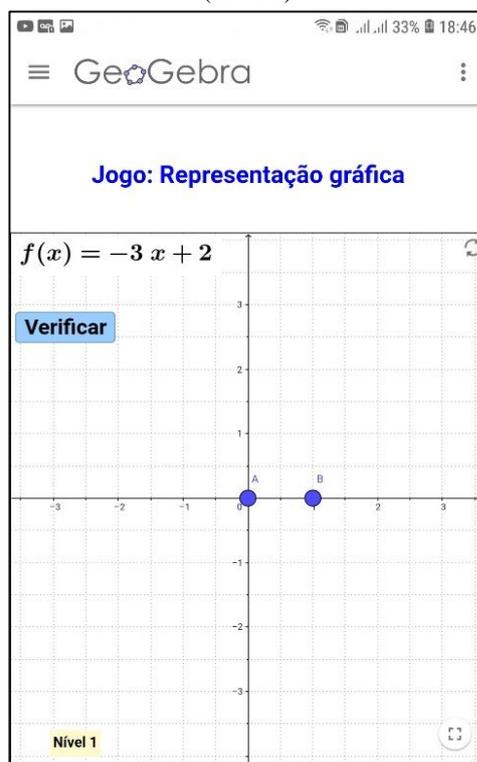
**VII) Autor:** Autoria própria.

Figura 69 – Seção 4.3: tela inicial do jogo  
Representação gráfica



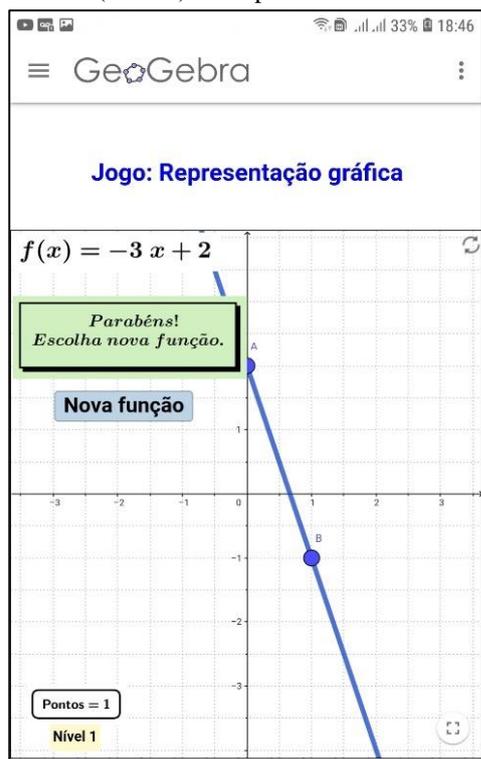
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 70 – Seção 4.3: jogo Representação gráfica  
(nível 1)



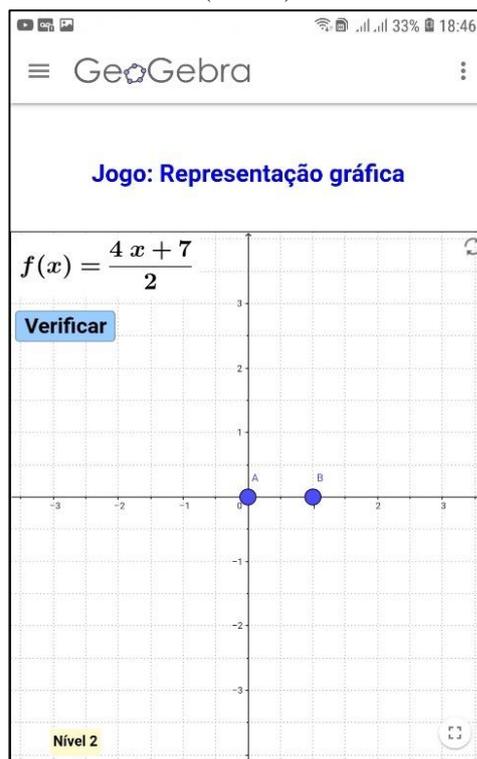
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 71 – Seção 4.3: jogo Representação gráfica  
(nível 1) – Resposta correta



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 72 – Seção 4.3: jogo Representação gráfica  
(nível 2)



Fonte: Elaboração da própria autora

#### Seção 4.4 Movimento Retilíneo Uniforme (MRU)

**I) Título:** Representação gráfica

**II) Tipo de OA:** Simulador

**III) Objetivo:** Compreender a representação algébrica, geométrica e tabular de uma função polinomial do 1º grau através do movimento retilíneo uniforme e resolver situações problemas que envolvam função polinomial do 1º grau.

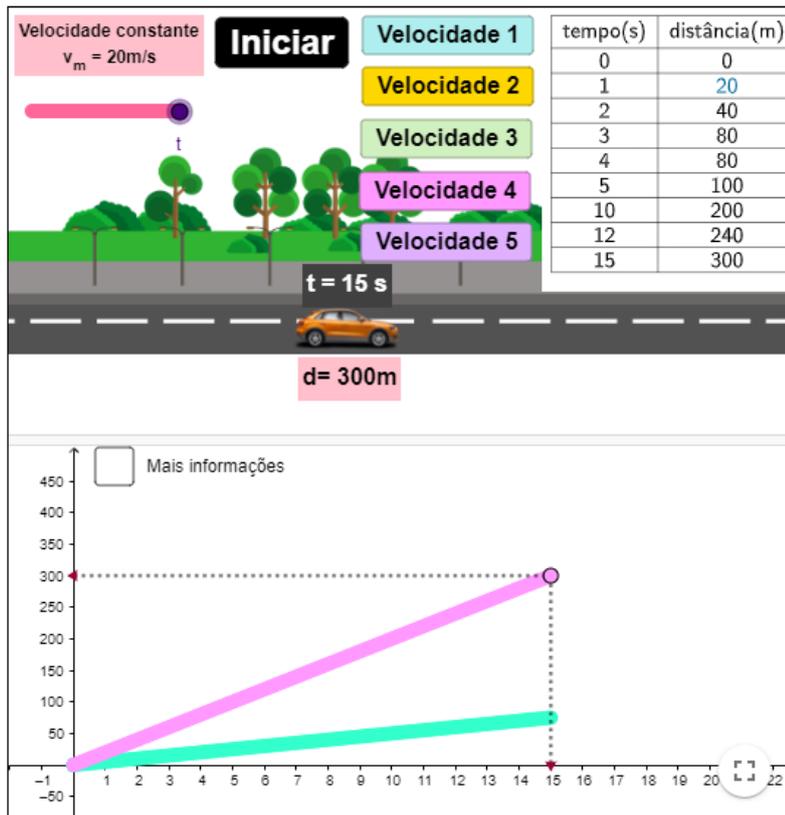
**IV) Características:** O OA consiste em simulador de movimento retilíneo uniforme de um carro em uma rodovia. A velocidade é dada em metros por segundo (m/s), o tempo de movimento é dado em segundo (s) e a distância percorrida durante esse tempo é dada em metros (m). Em todos os casos, o carro parte da origem das posições. O OA simula o movimento do carro em cinco velocidades diferentes: 5 m/s, 10m/s, 15m/s, 20m/s e 25m/s. Cada velocidade é acionada ao clicar os botões coloridos (Figura 73). Ao selecionar a velocidade, o aluno clica no botão Animar para que o carro entre em movimento, com a velocidade escolhida. À medida que o carro move, uma tabela descreve o tempo e a respectiva distância percorrida. Além da representação tabular, há a representação gráfico da relação da distância percorrida em função do tempo de movimento. Quando a velocidade é alterada, o gráfico da velocidade anterior permanece registrado para que o aluno possa comparar os gráficos de cada função estabelecida. Se o aluno marcar o quadro *Mais informações*, surgirá a representação algébrica de todas as situações apresentadas no simulador. Para melhor aproveitamento, há uma atividade em PDF, que deverá ser impressa e respondida, à medida que o aluno interage com o AO (Figura 74).

**V) Reusabilidade:** Pode ser reutilizado no 9º ano do Ensino Fundamental e em física, no estudo de movimento retilíneo uniforme.

**VI) Feedback:** Mantém o aluno informado se as respostas da atividade interativa estão corretas.

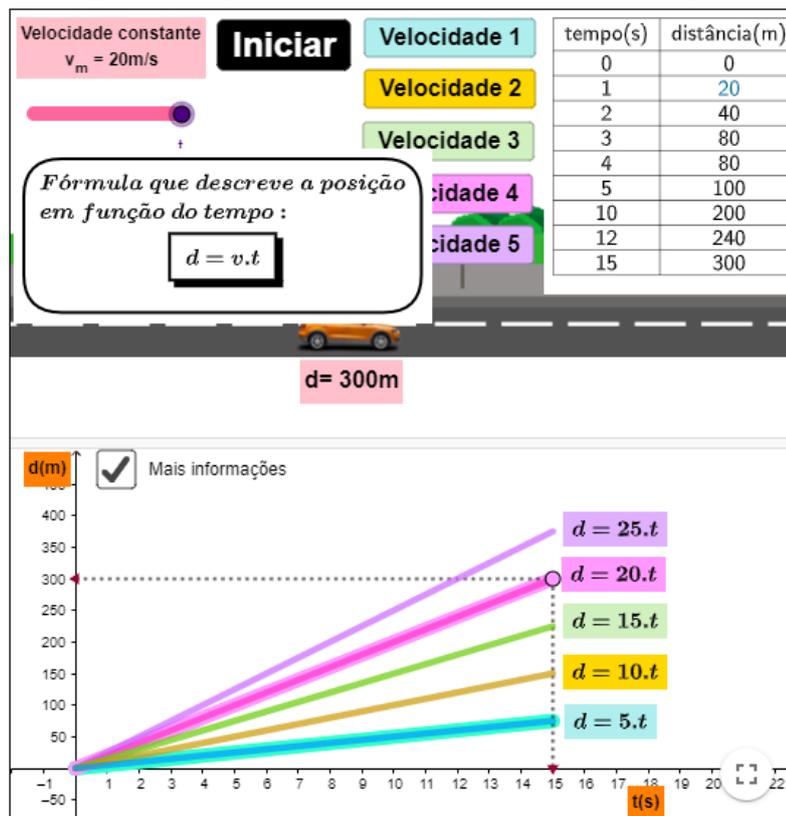
**VII) Autor:** Autoria própria.

Figura 73 – Seção 4.4: simulador de MRU



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 74 – Seção 4.4: simulador de MRU (Mais informações)



Fonte: Elaboração da própria autora

## Seção 4.5 Taxa de variação de uma função

**I) Título:** Taxa de variação da função

**II) Tipo de OA:** Jogo

**III) Objetivo:** calcular a taxa de variação de uma função polinomial do 1º grau.

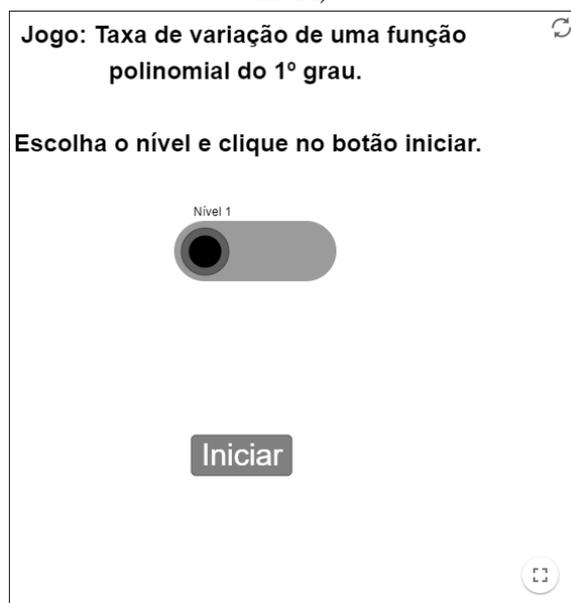
**IV) Características:** É dada a representação gráfica de uma função e evidenciado dois pontos do gráfico. O aluno precisa analisá-lo e calcular a taxa de variação da função por meio das coordenadas dos pontos dados. O jogo tem dois níveis, sendo que o nível 1 apresenta a opção de ajuda. Cada nível é finalizado quando completar 10 pontos. Se o percentual de acertos for inferior a 85%, orientamos a revisar o conteúdo e fazer a atividade novamente.

**V) Reusabilidade:** Pode ser reutilizado a partir do 9º ano do Ensino Fundamental.

**VI) Feedback:** Mantém o aluno informado se as respostas da atividade interativa estão corretas.

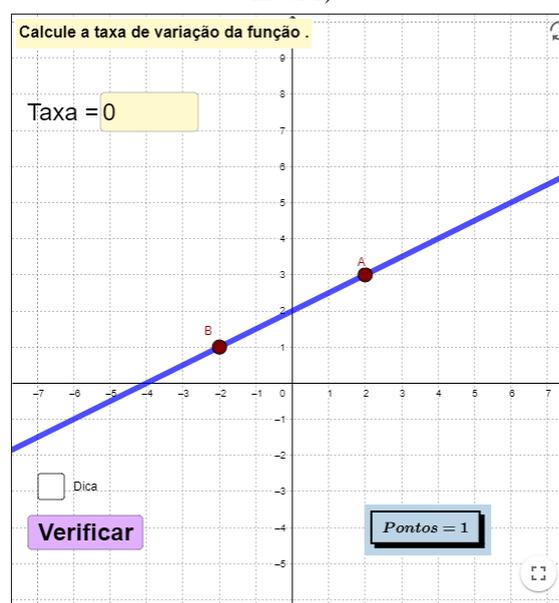
**VII) Autor:** Autoria própria.

Figura 75 – Seção 4.5: jogo Taxa de variação (tela inicial)



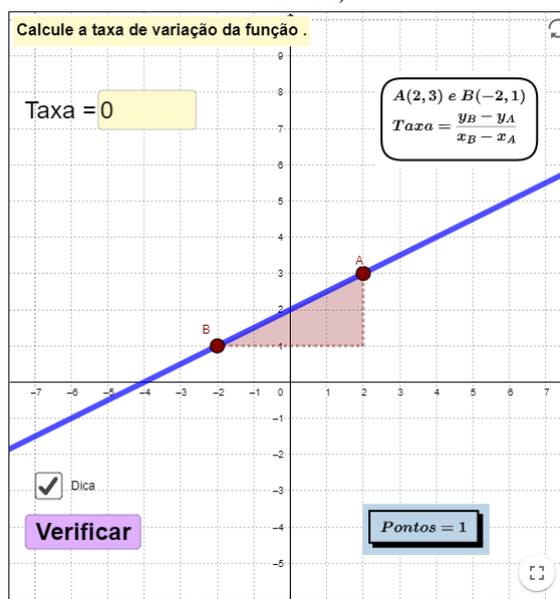
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 76 – Seção 4.5: jogo Taxa de variação (tela do nível 1)



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 77 – Seção 4.5: jogo Taxa de variação (dica do nível 1)



Fonte: Elaboração da própria autora

## Seção 4.6 Função crescente ou decrescente

I) **Título:** Função crescente e decrescente

II) **Tipo de OA:** Simulador

III) **Objetivo:** Classificar uma função polinomial do 1º grau em crescente ou decrescente, de acordo com o valor do coeficiente angular e através da representação gráfica.

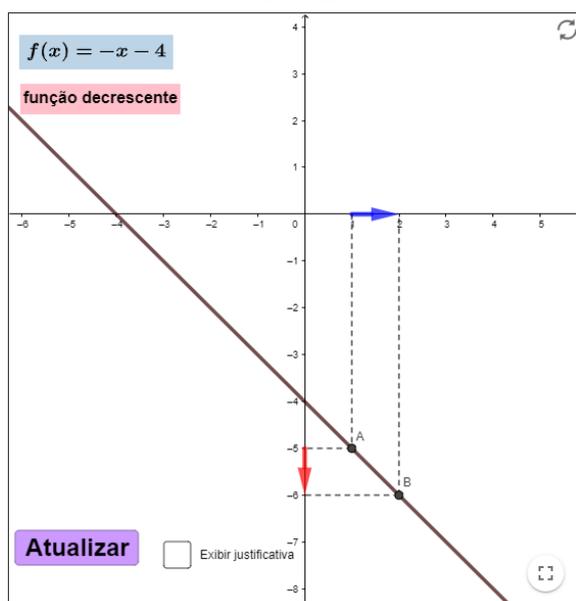
IV) **Características:** O OA é do tipo simulador, em que o aluno clica no botão Atualizar o simulador gera a função e seu respectivo gráfico, apresentando informações relativas ao comportamento da variação de x e y, classificando a função polinomial do 1º grau como crescente ou decrescente. Após a interação com o OA, o aluno fará as atividades interativas propostas (Figura 78 e Figura 79)

V) **Reusabilidade:** Pode ser reutilizado a partir do 9º ano do Ensino Fundamental.

VI) **Feedback:** Mantém o aluno informado se as respostas da atividade interativa estão corretas.

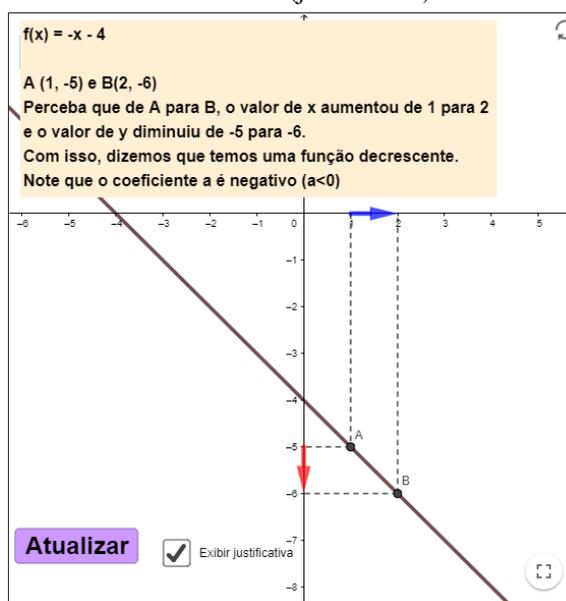
VII) **Autor:** Autoria própria.

Figura 78 – Seção 4.6: simulador Função crescente e decrescente



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 79 – Seção 4.6: simulador Função crescente e decrescente (justificativa)



Fonte: Elaboração da própria autora

## Seção 4.7 Raiz de uma função do 1º grau

**I) Título:** Qual a raiz da função?

**II) Tipo de OA:** Jogo e simulador

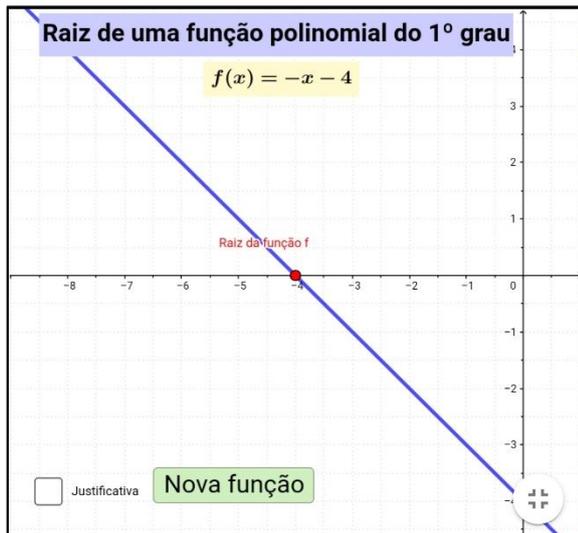
**III) Objetivo:** Calcular a raiz de uma função polinomial do 1º grau.

**IV) Características:** É dada a representação algébrica de uma função, o aluno precisa calcular a raiz dessa função em registrar o resultado no campo específico. O jogo tem dois níveis. Cada nível é concluído, quando completa 10 pontos. É um jogo que incentiva o aluno a desenvolver habilidades de cálculo mental durante a manipulação algébrica, para encontrar o valor da raiz. Além do jogo, essa seção tem um simulador (Figura 80 e Figura 81) que traz exemplos de cálculo da raiz da função escolhida aleatoriamente. Cada vez que o aluno clicar no botão *Nova função*, outro exemplo será apresentado (Figura 82, Figura 83, Figura 84, Figura 85 e Figura 86).

**VI) Feedback:** Mantém o aluno informado se as respostas da atividade interativa estão corretas.

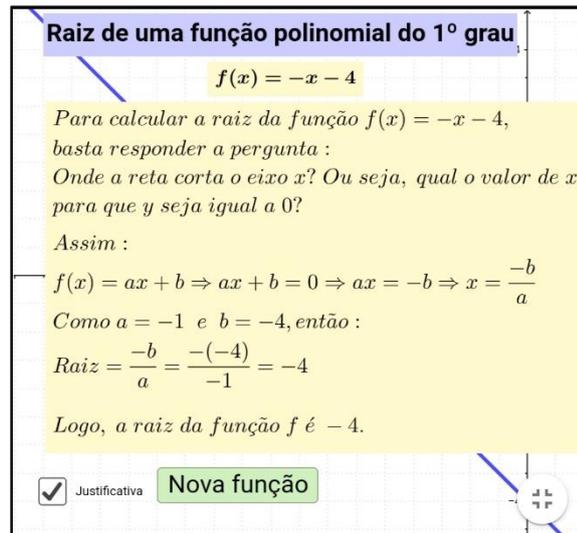
**VII) Autor:** Autoria própria.

Figura 80 – Seção 4.7: simulador Qual a raiz da função?



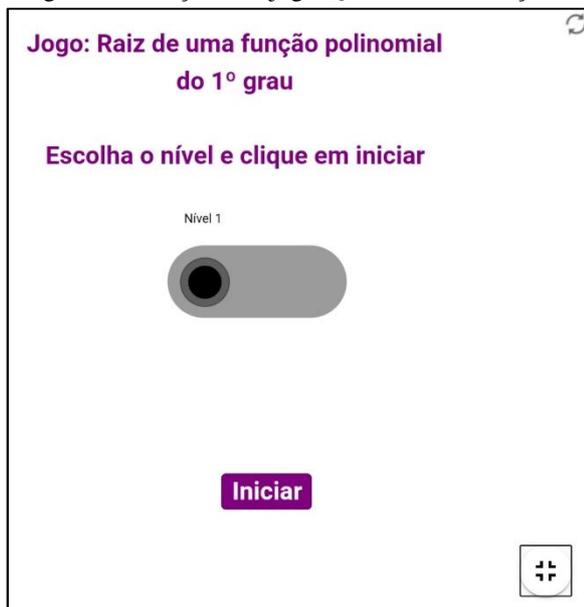
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 81 – Seção 4.7: simulador Qual a raiz da função? (justificativa)



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 82 – Seção 4.7: jogo Qual a raiz da função?



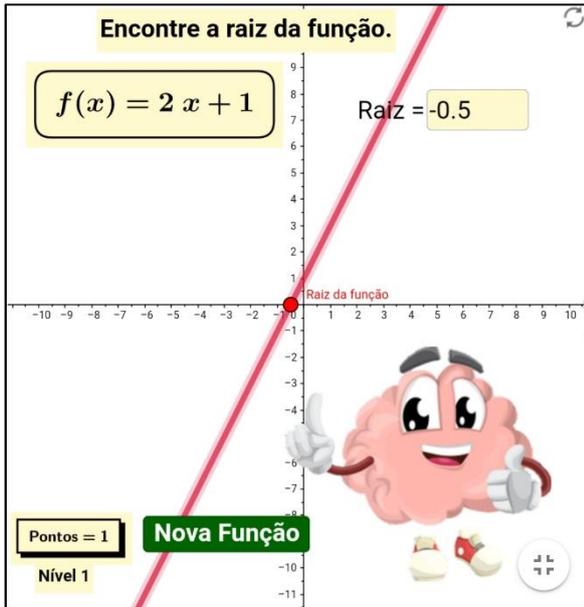
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 83 – Seção 4.7: jogo Qual a raiz da função? (Nível 1)



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 84 – Seção 4.7: jogo Qual a raiz da função?  
(Nível 1 – Resposta correta)



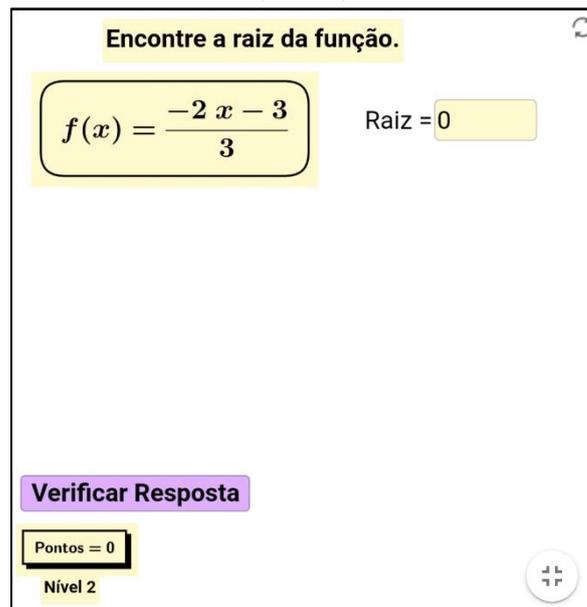
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 85 – Seção 4.7: jogo Qual a raiz da função?  
(Nível 1 – Resposta incorreta)



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 86 – Seção 4.7: jogo Qual a raiz da função?  
(Nível 2)



Fonte: Elaboração da própria autora

### Seção 4.8 Determinar a função por meio de pontos

**I) Título:** Determinar a função por meio de pontos

**II) Tipo de OA:** Jogo

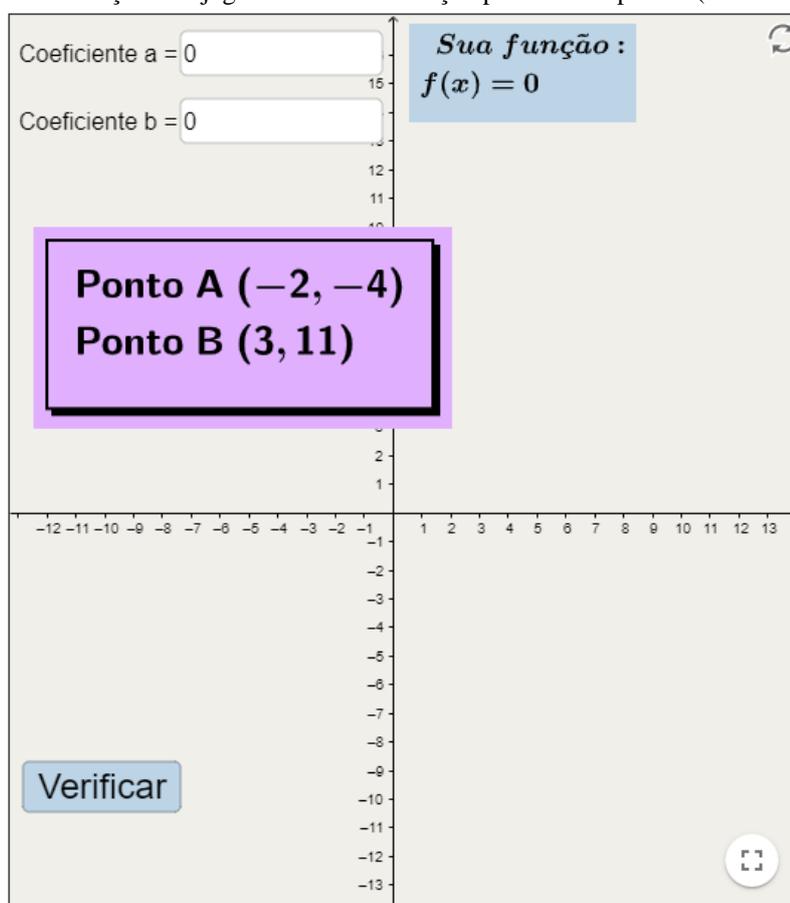
**III) Objetivo:** Identificar os coeficientes de uma função polinomial do 1º grau, por meio de dois pontos.

**IV) Características:** São dados dois pontos em que o aluno deverá encontrar os coeficientes da função polinomial do 1º grau definida por esses pontos. Poderão ser representados numericamente, por meio de par ordenado ou geometricamente, por meio da localização dos pontos no plano. O jogo termina quando atingir 5 pontos.

**VI) Feedback:** Mantém o aluno informado se as respostas da atividade interativa estão corretas.

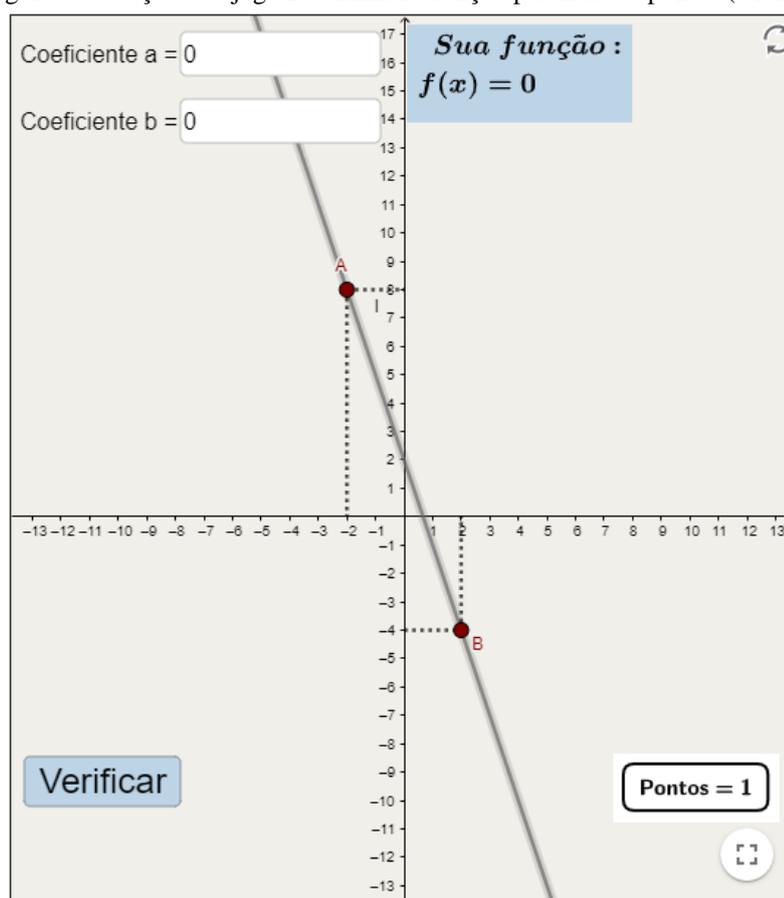
**VII) Autor:** Autoria própria.

Figura 87 – Seção 4.8: jogo Determinar a função por meio de pontos (Par ordenado)



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 88 – Seção 4.8: jogo Determinar a função por meio de pontos (Gráfico)



Fonte: Elaboração da própria autora

### Seção 4.9 Atividade de Função Polinomial do 1º grau

**I) Título:** Situação-problema – Situação mais vantajosa

**II) Tipo:** Simulador

**III) Objetivo:** Resolver situações-problema que envolvam função polinomial do 1º grau.

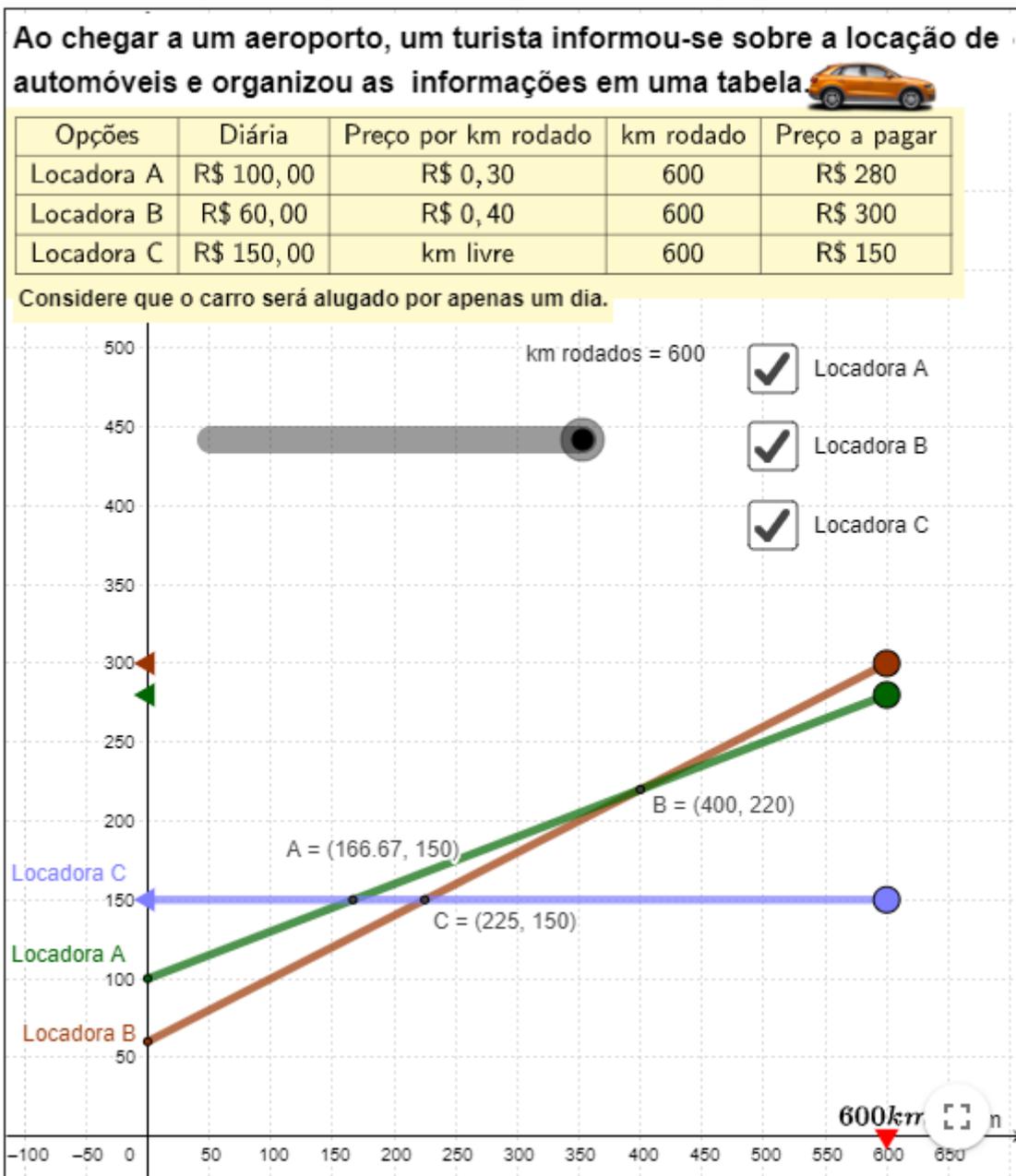
**IV) Características:** O aluno deve analisar a situação-problema em que são apresentadas a relação entre quilômetro rodado e preço a pagar, pela locação de um carro em três locadoras. O simulador representa essa situação nas formas tabular e geométrica. Dessa forma, o aluno deve mover o controle horizontal (cinza) e/ou selecionar as locadoras que precisam analisar. Poderá marcar uma, duas ou três ao mesmo tempo. Também são apresentadas algumas questões norteadoras para que os alunos possam ser direcionados ao interagir com o objeto de aprendizagem. (Figura 89, Figura 90 e Figura 91)

**V) Reusabilidade:** Pode ser usado no 9º ano do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

**VI) Feedback:** Mantém o aluno informado se as respostas da atividade interativa estão corretas.

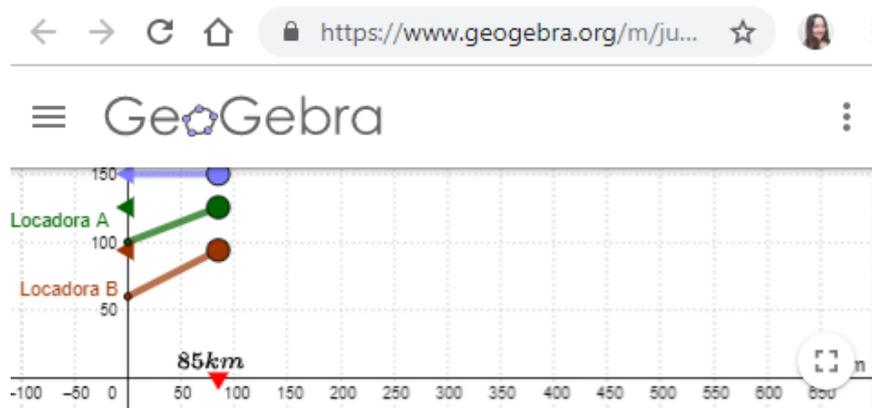
**VII) Autor:** Atividade adaptada do livro de Gelson Iezzi (2016).

Figura 89 – Seção 4.9: Simulador para análise de situação-problema



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 90 – Seção 4.9: Simulador para análise de situação-problema



Algumas perguntas para direcionar sua análise:

- 1) Qual locadora é mais vantajosa no intervalo de 0 a 100 km rodados? Analise outros intervalos.
- 2) O motorista deverá percorrer quantos quilômetros para que o preço a pagar, pela Locadora A, por um dia de locação, seja igual à Locadora B?
- 3) O motorista deverá percorrer quantos quilômetros para que o preço a pagar pela Locadora A, por um dia de locação, seja igual à Locadora C?
- 4) O motorista deverá percorrer quantos quilômetros para que o preço a pagar pela Locadora B, por um dia de locação, seja igual à Locadora C?
- 5) A partir de quantos km rodados a Locadora A passa a ser mais vantajosa que a Locadora B?
- 6) A partir de quantos km rodados a Locadora C passa a ser mais vantajosa que a Locadora A e B?

Questões norteadoras. Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 91 – Seção 4.9: atividade interativa da situação-problema

Ao chegar a um aeroporto, um turista informou-se sobre a locação de automóveis e organizou as informações em uma tabela.

| Opções     | Diária     | Preço adicional por km rodado |
|------------|------------|-------------------------------|
| Locadora A | R\$ 100,00 | R\$ 0,30                      |
| Locadora B | R\$ 60,00  | R\$ 0,40                      |
| Locadora C | R\$ 150,00 | km livre                      |

Considere que o carro será alugado por apenas um dia. 

**Questão 1**  
Se o turista percorrer 50km, qual será o preço cobrado pela Locadora A?

R\$100,00

R\$115,00

R\$120,00

R\$125,00

R\$130,00





Fonte: Elaboração da própria autora

## 5 DESCRIÇÃO DA APLICAÇÃO E DAS APRENDIZAGENS PERCEBIDAS EM ALGUNS OBJETOS DE APRENDIZAGEM

Neste capítulo, descreveremos a forma como os alunos interagiram com alguns OAs, professor, colega, e as aprendizagens e dificuldades comuns que foram identificadas na aplicação.

Para cada capítulo do livro digital, o aluno respondeu um pré-teste, interagiu com os OAs, seguindo as orientações do um roteiro com atividade dirigida e respondeu a um pós-teste.

Todos os pontos apresentados a seguir são resultados de informações coletadas dos testes, registros individuais nos roteiros, vídeos do professor-pesquisador e observações durante o processo de mediação pedagógica.

### 5.1 Primeiras etapas: operacionalização do dispositivo

Inicialmente, explicamos o objetivo da pesquisa e informamos que nos encontros, os erros eram importantes para o desenvolvimento cognitivo de cada aluno; que ninguém nascia pronto, mas que o conhecimento era adquirido através das relações interpessoais. Não precisavam encarar o erro como uma falha, mas como um ponto de partida para entender qual caminho seguir para a aprendizagem. Também esclarecemos que não transmitiríamos nenhum conceito pronto, mas a construção ocorreria em conjunto, por meio da interação aluno-aluno e aluno-professor; por isso, a importância de sentarem em duplas ou trios.

Na primeira etapa, entregamos um roteiro impresso (Apêndice C) e apresentamos o *GeoGebra Book*, destacando as principais ferramentas para a interação aluno-OA.

Os que não possuíam conta no Google, fizeram o cadastro. Assim, além de terem acesso à caixa de e-mail, *Google Drive* e à loja de aplicativos no *Play Store*, também poderiam responder ao questionário de Pesquisa Social (Apêndice B), que correspondeu à segunda etapa do encontro.

Na terceira, realizaram o pré-teste do Capítulo 2, Sistema Cartesiano no Plano (Apêndice F).

Enquanto os alunos seguiam as orientações do roteiro, o professor permanecia acessível, observando-os.

Todos conseguiram executar as etapas e a maioria solicitou ajuda do colega ou professor apenas para responder ao questionário *on-line*, por ser a primeira vez que lidavam com essa

ferramenta. Depois das primeiras orientações, para outros formulários do pré-teste e pós-teste aplicado, não foi necessária a intervenção do professor.

Nessas primeiras observações, percebemos que os alunos

- possuíam autonomia para operar o dispositivo ou aplicativo;
- liam e interpretavam orientações corretamente;

Desse modo, constatamos que operar o *smartphone* não representou um obstáculo à realização das atividades. As orientações sobre a operacionalização do dispositivo foram raras e não comprometeram o andamento da aula.

## 5.2 Capítulo 2: Sistema Cartesiano no plano

O capítulo trata de um conteúdo pré-requisito para o estudo de funções e tem o propósito de revisar a localização de pontos com coordenadas racionais por meio de jogos, animação e vídeos. Os conceitos não eram novos para os alunos. Já haviam sido trabalhados pelo professor regente, nas aulas de matemática.

A partir da análise do pré-teste e das observações, identificamos que a maioria dos alunos apresentavam dificuldade em

- compreender a relação entre par ordenado e localização de ponto no plano cartesiano, invertendo as coordenadas durante a localização;
- localizar pontos com coordenadas racionais;
- localizar pontos nos eixos cartesianos.
- identificar a localização de pontos, resultado da interseção de retas nos eixos cartesianos;
- relacionar as coordenadas de um ponto ao quadrante a qual pertence.
- concentração e desatenção;
- comportamento impulsivo, verificando a resposta sem certificar se a localização estava correta.

Na primeira etapa deste capítulo foi proposto que os alunos assistissem ao vídeo<sup>2</sup> sobre *Sistema Cartesiano no plano*, respondessem a atividade interativa e analisassem os elementos apresentados na animação<sup>3</sup> da seção seguinte, de mesmo tema.

---

<sup>2</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/vspjv52r#material/cmxxnjm>. Acesso em: 30 ago 2019.

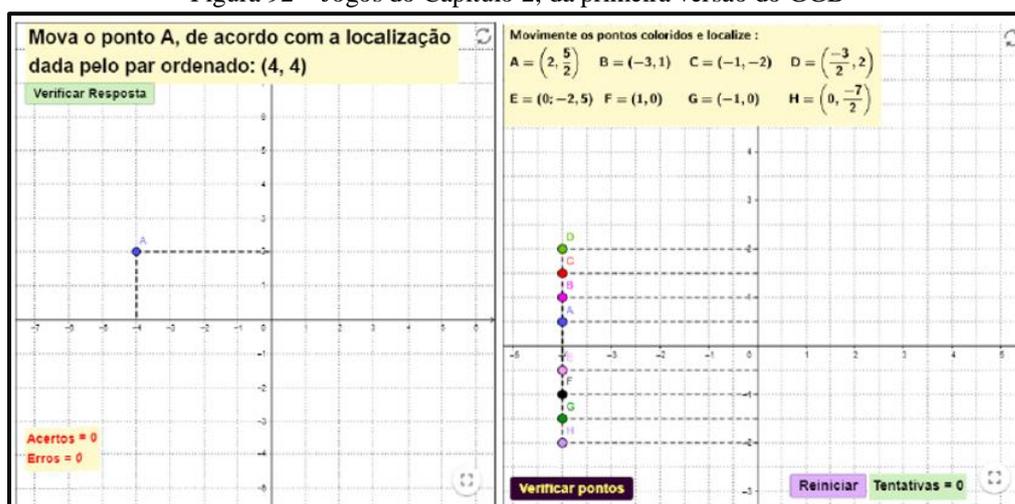
<sup>3</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/vspjv52r#material/berentre>. Acesso em: 30 ago 2019.

Identificamos mais interesse pela animação, porque possibilitou maior interatividade do que o vídeo e não conter áudio.

Na segunda etapa, os alunos realizaram as atividades de *Localização de pontos no plano*<sup>4</sup>, que consistem em jogos para identificar as coordenadas da localização do ponto.

Os jogos eram da primeira versão do *GeoGebra Book* (Figura 92), cuja as coordenadas dos pontos são números racionais pertencentes ao conjunto  $\left\{\frac{k}{2}, k \in Z\right\}$ .

Figura 92 – Jogos do Capítulo 2, da primeira versão do GGB



Montagem da captura da tela dos dois jogos aplicados. Fonte: Elaboração da própria autora.

Os alunos conseguiram localizar os pontos com coordenadas inteiras e apresentaram dificuldade nos de coordenadas racionais.

Foi necessário retomar a representação decimal da coordenada para que os alunos conseguissem localizar corretamente. Depois dessa orientação, as outras localizações ocorreram naturalmente.

Nas primeiras observações, constatamos entusiasmo e engajamento dos participantes. Alguns demonstravam competitividade, persistindo na atividade até atingir o percentual total de acertos. Contudo, a competitividade percebida, era a de superar seus limites e não entre os colegas. Não afetando, portanto, a interação dos alunos. Pelo contrário, notamos um ambiente calmo e colaborativo. Os alunos com dificuldade contavam com a mediação do colega e do professor até sentirem confiança para realizarem os desafios sozinhos.

Nas Figuras 93 a 97, podemos observar os participantes interagindo com o OA, com o colega e com o professor.

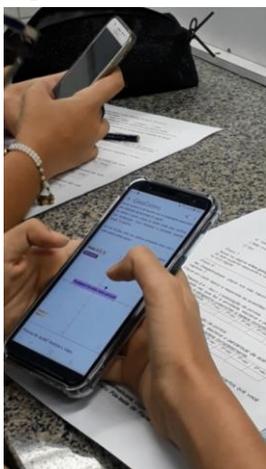
<sup>4</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/vspjv52r#material/mcabxkeg>. Acesso em: 30 ago 2019.

Figura 93 – Aluno assistindo ao vídeo do Capítulo 2



Fonte: Acervo da autora

Figura 94 – Atividade de localização de pontos no plano cartesiano (1)



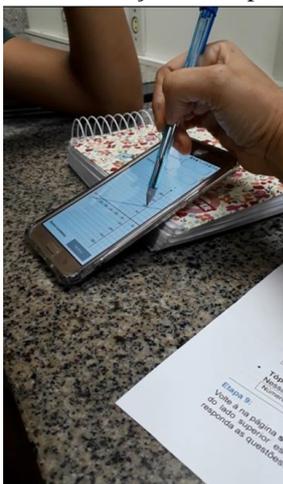
Fonte: Acervo da autora

Figura 95 – Atividade de localização de pontos no plano cartesiano (2)



Fonte: Acervo da autora

Figura 96 – Interação aluno-professor



Fonte: Acervo da autora

Figura 97 – Interação aluno-aluno



Fonte: Acervo da autora

Em um dos encontros com o aluno NM1, do noturno, em uma entrevista não estruturada, comentou sobre sua dificuldade em matemática e como avaliava a aula através de OAs.

**Pesquisadora:** Qual o seu desempenho nas aulas de matemática?

**NM1:** Tenho um raciocínio meio lento...

**Pesquisadora:** Por que você considera que seu raciocínio é *meio lento*?

**NM1:** [...] é só na matéria de matemática que meu raciocínio é *meio lento*. Desde o primeiro ano. [O aluno se referia à dificuldade em compreender conceitos matemáticos desde o primeiro ano do Ensino Fundamental]

**Pesquisador:** Comparando a forma como a professora de matemática trabalhou a localização de pontos no plano com o uso de lápis e papel e aqui, por meio do OA, o que você achou?

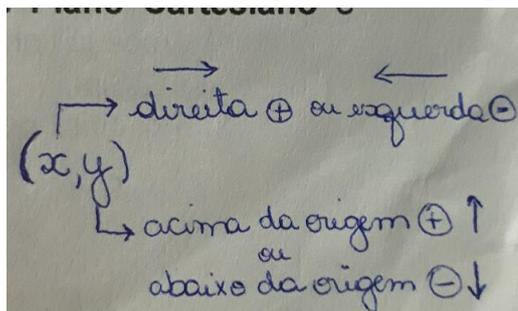
**NM1:** Achei mais fácil! Fazendo desse jeito, no celular, foi mais fácil que fazendo no quadro, copiando do quadro e fazendo no caderno. Senti que meu raciocínio foi mais rápido.

**Pesquisador:** E por que você achou que seu raciocínio foi mais rápido usando esse jogo?

**NM1:** As explicações estão mais fáceis, melhor... [aqui ele se refere ao vídeo e à animação que antecedem o jogo, nas seções 2.1 e 2.2] Ah, aqui é bom, porque quando estamos fazendo o jogo, ele vai dizendo se estamos acertando. Na sala, eu acho que entendi, mas um colega pergunta, a professora explica, e explica de outra forma, eu confundo. Aí fico meio perdido e não sei se estou acertando. Aqui, não! Falou o que você tem que fazer, você já tem a ideia e faz. A gente vê o conteúdo na sala e aqui você consegue ver se teve um avanço ou não.

Na entrevista e nas observações, percebemos que o aluno tem dificuldade em compreender conceitos matemáticos e de memorização, recorrendo aos signos externos constantemente para localizar pontos no plano. NM1 precisou de 4 encontros de 1 hora, cada, para realizar os jogos de *Localização no plano*, enquanto que os alunos do matutino, precisaram de pouco mais de 1h para concluir os dois jogos. Além disso, em todos os desafios, NM1 precisou recorrer ao esquema da Figura 98.

Figura 98 – Signo externo para localização de ponto



Fonte: Elaboração da própria autora

Notando que o NM1 apresentava dificuldade em localizar pontos no plano, usamos a estratégia de posicionar o ponto na origem e deslocá-lo para direita ou esquerda,  $x$  unidades e,

para cima ou para baixo, y unidades. A partir desse esquema, o aluno aumentou o número de acertos e diminuiu o tempo entre um desafio e outro.

Apesar da interação aluno-aluno não ter ocorrido com o participante do noturno (NM1), por estar sozinho, a interação aluno-professor foi importante para aumentar sua confiança e engajamento. Percebemos que mesmo com dificuldade de memorização, buscava ter autonomia durante as atividades, recorrendo ao esquema da Figura 98, sempre que tinha dúvida. Intervínhamos apenas quando o aluno estava confuso e há muito tempo tentando.

Entretanto, em nenhum dos momentos, apresentávamos a localização ao aluno. Buscávamos a interação por meio de perguntas, como: “Você tem certeza?”, “Quais são os valores de x e y? Se x é negativo, o ponto deveria deslocar para que lado?”. Desse modo, o aluno analisava e alterava a resposta, e com isso, apresentou um quadro de evolução no desenvolvimento cognitivo, porém, não foi possível explorar situações mais complexas, porque o participante precisou abandonar a pesquisa, após 5 encontros.

Já com os alunos do matutino, foi diferente, porque os participantes apresentavam funções psíquicas de memorização e não tiveram dificuldade em compreender localização de pontos. Precisaram recorrer ao professor principalmente em desafios mais complexos, como localização de pontos com coordenadas decimais e frações, e pontos nos eixos cartesianos.

Após as primeiras tentativas, os participantes já haviam interiorizado os conceitos de localização de pontos no plano e não precisavam do auxílio do colega, nem consulta à animação e tampouco de signos externos para auxiliar na localização.

Os erros cometidos eram por desatenção ao esquecer o sinal negativo ou troca da ordem das coordenadas. Mas quando isso ocorria, todos os alunos sabiam identificar imediatamente, onde estava o erro, buscando no próximo desafio maior concentração para evitá-los.

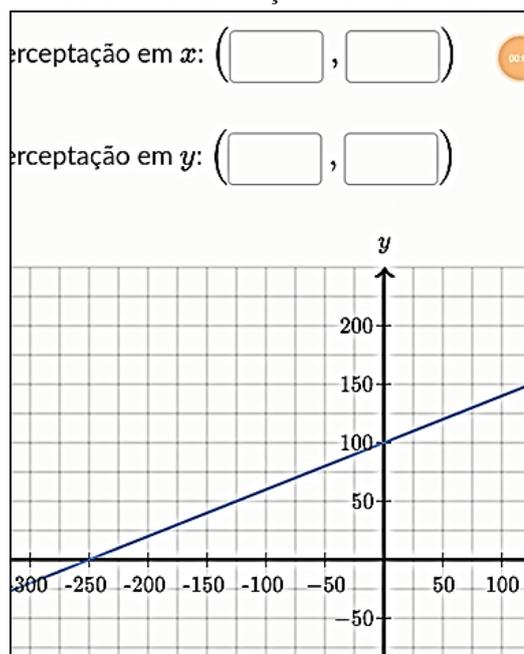
Nessa etapa, percebemos que mesmo com recursos, como vídeo e animação, trazendo elementos importantes para a compreensão de localização de pontos, as interações aluno-professor foram essenciais, principalmente em situações mais complexas, em que a interação com o colega não era suficiente para a construção do conhecimento.

Um exemplo dessa interação aluno-professor em situação mais complexa, está no diálogo a seguir, numa atividade de identificação das coordenadas dos pontos de interseção de uma reta aos eixos cartesianos do site *Khan Academy*, da primeira versão do *GeoGebra Book*<sup>5</sup>.

---

<sup>5</sup> Na primeira versão do *GeoGebra Book*, um dos OAs eram atividades no site do Khan Academy, sobre identificação de pontos, resultados da interseção de uma reta nos eixos cartesianos. Na versão atual, essa atividade foi substituída por um OA de elaboração própria, mas com características semelhantes. Disponível em: <https://pt.khanacademy.org/>. Acesso em: 10 jul 2019.

Figura 99 – Atividade de interseção de reta nos eixos cartesianos



Fonte: Khan Academy.

**MF1:** Não estou conseguindo entender essa atividade [refere-se ao desafio da Figura 99]

**Pesquisadora:** O que essa atividade solicita?

**MF1:** Interceptação em x e em y [notamos que a aluna estava apenas lendo o que o OA apresentava]

**Pesquisadora:** O que isso significa?

**MF1:** Não sei...

**Pesquisadora:** Essa atividade quer que você identifique quais as coordenadas dos pontos que a reta intercepta, isto é, corta o eixo x e o eixo y [aponto para os pontos]. Quais são as coordenadas desse ponto? [indico o ponto no eixo x]

**MF1:** -250? [a aluna esquece de indicar a posição em relação ao eixo y]

**Pesquisadora:** e as coordenadas desse ponto? [indico o ponto de interseção, no eixo y]

**MF1:** 100?

**Pesquisadora:** -250 e 100 são as coordenadas dos dois pontos? São só esses dois valores?

**MF1:** hummm... [demonstra entender que algo está faltando]

**Pesquisadora:** Vamos nos concentrar apenas no ponto do eixo x. Você notou que para a interseção no eixo x há dois espaços? Para que esses dois espaços?

[ficou em silêncio. Demonstrou não entender minha pergunta]

**Pesquisadora:** Você lembra das atividades anteriores de localização de pontos no plano?

**MF1:** Sim

**Pesquisadora:** E para informar a localização de pontos no plano, informávamos quantas coordenadas?

**MF1:** Duas.

**Pesquisadora:** O deslocamento em x e ... [completa, me interrompendo]

**MF1:** em y.

**Pesquisadora:** A partir da origem, esse ponto deslocou quanto em relação ao eixo x?

**MF1:** -250

**Pesquisadora:** E em relação ao eixo y?

**MF1:** Não sei...

**Pesquisadora:** Olhe para a localização do ponto. Ele está acima, sobre ou abaixo do eixo x?

**MF1:** em cima do eixo x

**Pesquisadora:** Então...

**MF1:** é zero. É (-250,0)!

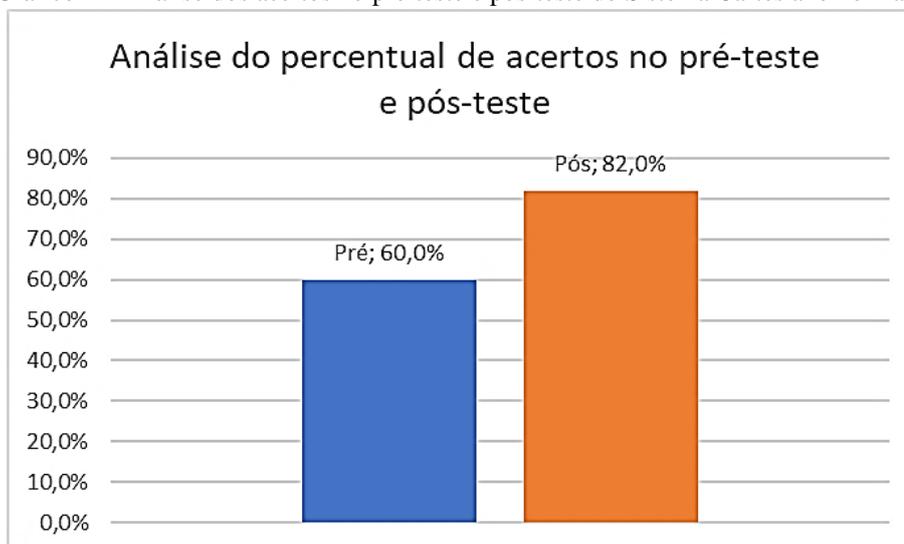
**Pesquisadora:** E o ponto no eixo y?

**MF1:** [pensou um pouco] É... (0,100).

Podemos notar que como o ponto está sobre um dos eixos, a aluna demonstrou dificuldade em identificar que esses pontos têm uma das coordenadas igual a zero, induzindo-a a identificar apenas a coordenada visível como sendo a localização do ponto e esquecendo que como o plano é bidimensional, deveria apresentar duas coordenadas. Depois dessa mediação, a aluna conseguiu fazer os novos desafios com dificuldade, mas com maior autonomia.

De um modo geral, a interação dos alunos com os OAs desse capítulo, com o emprego de vídeos, animação e jogos, percebemos que houve uma melhora significativa na aprendizagem. No gráfico 1, podemos notar que no pré-teste, os alunos apresentaram 60% de acertos e no pós-teste, 82%. Representando um crescimento de 22%<sup>6</sup> no número de acertos em relação ao pré-teste. Destaque para a aluna MF3, que no pré-teste acertou 60% das questões e no pós-teste, acertou todas as questões.

Gráfico 1 – Análise dos acertos no pré-teste e pós-teste do Sistema Cartesiano no Plano



Fonte: Elaboração da própria autora

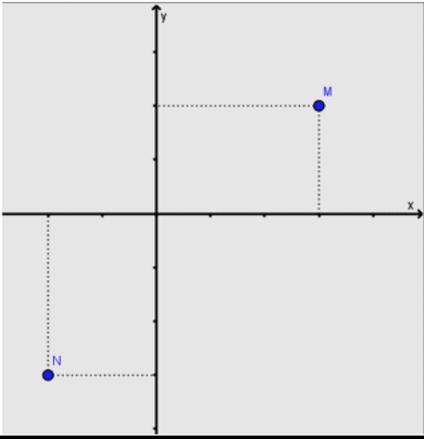
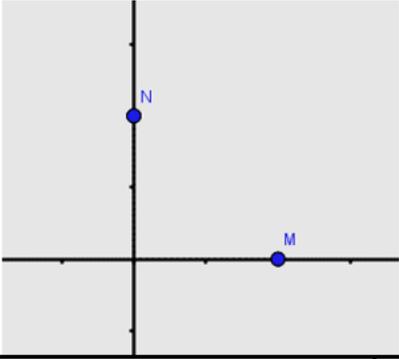
<sup>6</sup> Esse percentual é referente ao desempenho apenas dos alunos do matutino, porque o aluno do noturno fez somente o pré-teste.

E a partir desses resultados, identificamos que após a interação com os OAs, a maioria dos alunos

- relaciona par ordenado à localização de ponto no plano cartesiano, diminuindo consideravelmente a inversão das coordenadas.
- localiza pontos com coordenada racional  $\{\frac{k}{2}, k \in Z\}$ .
- relaciona as coordenadas de um ponto ao quadrante a qual pertence.
- diminuiu a desatenção e o comportamento impulsivo.

Entretanto, ainda apresentam dificuldade em identificar as coordenadas de pontos nos eixos, apesar da melhora significativa (Quadro 6).

Quadro 6 – Questões 1 e 2 do pós-teste do Capítulo 4

| <b>Questões</b>  |   |
|--|---|
| <p>01) Observe os pontos assinalados no plano cartesiano abaixo.</p>                 | <p>As coordenadas dos pontos M e N são, respectivamente,</p> <p><input type="checkbox"/> A) (3, 2) e (-3, -2)</p> <p><input type="checkbox"/> B) (3, 2) e (-2, -3)</p> <p><input type="checkbox"/> C) (2, 3) e (-3, -2)</p> <p><input type="checkbox"/> D) (2, 3) e (-2, -3)</p>            |
| <p>02) No plano cartesiano, abaixo, estão assinalados os pontos M e N.</p>          | <p>Quais são as coordenadas dos pontos M e N nesse plano cartesiano?</p> <p><input type="checkbox"/> A) M(2, 2) e N(2, 2)</p> <p><input type="checkbox"/> B) M(2, 0) e N(0, 2)</p> <p><input type="checkbox"/> C) M(0, 2) e N(0, 2)</p> <p><input type="checkbox"/> D) M(0, 2) e N(2,0)</p> |
| <p><b>Análise:</b> Na questão 01, todos os alunos acertaram, enquanto que na questão 02, dois alunos escolheram a alternativa D, trocando a ordem das coordenadas.</p> |   |

### 5.3 Capítulo 3: Introdução à função

Este capítulo tem o propósito de construir o conceito de função e refletir sobre a importância da linguagem matemática, através de vídeos, simuladores e construção de fórmulas em planilhas eletrônicas.

Descreveremos, de um modo geral, os resultados do vídeo, da seção 3.1, o simulador, da seção 3.2 e a atividade com planilhas eletrônicas, da seção 3.4. E como são OAs de tipos distintos, apresentaremos os resultados separadamente.

Entregamos um roteiro (Apêndice D) e solicitamos que os alunos respondessem ao pré-teste deste capítulo, seguido das etapas descritas no roteiro.

A partir da análise do pré-teste e das observações, identificamos que a maioria dos alunos

- identifica o valor de uma grandeza, a partir de dados apresentados em tabela;
- tem dificuldade em descrever formalmente o raciocínio;
- resolve equações do 1º grau;
- tem dificuldade com operações aritméticas, principalmente com números decimais e frações;
- nunca lidou com planilhas eletrônicas.

#### Seção 3.1: Vídeo e atividade – Noção de função

Começamos pelo vídeo: *Noção de função*, seguido das atividades interativas contidas no *GeoGebra Book*. Os alunos, por meio do *smartphone*, assistiram ao vídeo e depois responderam as atividades interativas<sup>7</sup>.

Nas capturas de tela, da aluna MF1, observamos um diálogo com MF2 ao realizar a atividade interativa. Nessa atividade, a aluna não havia entendido a resposta, mas também não buscou ajuda do professor.

**MF1:** Por que minha resposta está errada?

**MF2:** Não sei, só sei que a resposta indicada era essa.

**MF1:** Eu vi, mas queria saber por quê? Não entendi...

**MF2:** Também não entendi...

**MF1:** Então... eu sei que é essa, mas por quê...? [A aluna avançou na resolução das atividades sem solicitar a mediação do professor. Simplesmente continuou sem compreender.]

<sup>7</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/vspjv52r#material/fptcsrzb>

As atividades interativas propostas no *GeoGebra Book* são importantes, mas oferecem um risco como qualquer atividade que traz a resposta no final: os alunos podem resolver o problema, chegar à resposta, mas fazê-lo mecanicamente sem compreender. Ou, não sabem fazer e buscam na resposta, estratégias para estruturar a resolução. Esta segunda, pode ser importante para a construção do conhecimento, quando o aluno parte do resultado, consegue desenvolver estratégias de resolução de forma que, em situações futuras, não precise recorrer ao resultado. O problema está na conformação em não entender ou na mecanização dos processos e avançar etapas sem compreender a resposta da questão. É nesse sentido que é preciso estar atento para que o aluno não avance sem interiorizar o conceito anterior.

Também constatamos que o participante passava do vídeo para a atividade interativa sem analisá-lo, discuti-lo e por mais intuitivo que o vídeo possa representar, a interação social é importante. Estabelecer um diálogo, analisando cada informação apresentada, representa um momento para o aluno interiorizar os conceitos abordados e refletir sobre elementos que não havia se atentado.

Com isso, resolvemos elaborar algumas perguntas que foram inseridas entre o vídeo e as atividades interativas na nova versão do *GeoGebra Book*, que nortearão o momento de interação e de reflexão, após assistirem ao vídeo. Dessa forma, as perguntas podem ser discutidas com os colegas e em seguida, poderá passar por uma discussão ampla com toda a turma, analisando as respostas encontradas em cada grupo.

Desse modo, os alunos podem iniciar a organização do pensamento algébrico, sendo incentivados a formalizarem os argumentos. Sendo esta, uma das dificuldades identificadas nas seções seguintes. Os alunos se atrapalhavam na estruturação de sua resposta e não conseguiam descrever o que era identificado na análise. Em muitos momentos demonstravam entender o que estava sendo feito, mas não sabiam explicar as etapas.

Observamos que apenas propor o vídeo, seguido de atividade interativa, sem passar por uma discussão ampla, pode fazer com que o aluno não desenvolva habilidades que sejam pré-requisito para estudos de funções polinomiais.

### **Seção 3.2 - Simulador: Construtor de funções**

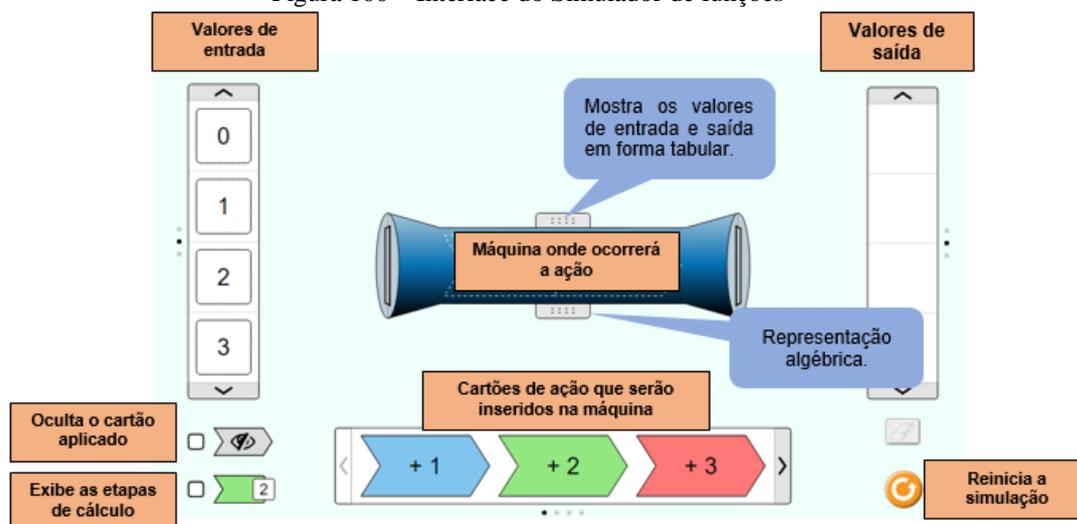
Nesta seção, através de um simulador<sup>8</sup>, pretende-se que os alunos consigam relacionar valor de entrada, ao valor atribuído à variável independente e valor de saída, ao valor da variável

---

<sup>8</sup> Mais detalhes, no capítulo 5 ou <https://www.geogebra.org/m/vspjv52r#material/qsnr9grr>.

dependente. Além de contribuir para a compreensão da lei de formação da função, a partir da generalização dos processos aritméticos apresentados.

Figura 100 – Interface do Simulador de funções



Captura de tela com adaptações. Fonte: PhET Interactive Simulations

Para a interação com o simulador foram propostas algumas atividades (Apêndice D) que o aluno precisou interagir com o simulador, analisar o que encontrava e formular uma resposta para o que era solicitado.

No simulador, o aluno programa para que a máquina executasse as operações, ao inserir um valor de entrada. Essas ações podem ser formadas por um ou dois cartões com operações iguais ou distintas. Quando é inserido um valor de entrada, a máquina executa as operações e o resultado é chamado, valor de saída.

Com o simulador, observamos que os alunos não tiveram dificuldade em interagir com o OA e realizar as ações solicitadas, entretanto, percebemos uma dificuldade em formalizar os argumentos, como podemos notar, na Figura 101.

Figura 101 – Simulador: resposta do aluno MM2

5) Observe essas combinações de ações:

Há diferença, se a ordem dos cartões mudar? O que ocorre?

*sim, vai fazer a conta de acordo com cada um a ordem*

Fonte: Elaboração da própria autora

Quando questionado se trocássemos a ordem das posições dos cartões  $+3$  e  $\times 2$ , se haveria alguma diferença nos resultados, isto é, se o valor de saída seria o mesmo, independentemente do posicionamento dos cartões, o aluno MM2 informou que não faria diferença – baseou na situação dos cartões somente com adição e/ou subtração. Quando isso ocorre, os resultados dos valores de saída serão iguais, independentemente da posição do cartão. Entretanto, quando envolve multiplicação e adição, ou multiplicação e subtração, ou ainda, divisão e adição, a ordem influenciará no resultado.

Nesse momento, solicitamos que analisasse algumas situações. Pedimos que escolhesse um valor de entrada, calculasse mentalmente qual seria o valor de saída e, depois, inserisse o valor escolhida na máquina. À medida que o aluno fazia os testes, percebia que a troca na ordem dos cartões influenciava a resposta final, nesse caso.

Ao analisarem que os resultados eram diferentes, pedimos que o aluno explicasse o que provocava essa diferença. Oralmente, demonstrou que havia compreendido que a troca nas posições dos cartões influenciava, uma vez que, na primeira situação, o número de saída era o dobro da soma de 3 com o número de entrada e, na segunda situação, o número de saída era a soma de 3 com o dobro do número de entrada, entretanto, pela resposta da Figura 101, percebemos que teve dificuldade em estruturar uma resposta. Significando que ainda precisava desenvolver o pensamento algébrico, resultante da generalização de processos aritméticos.

Além disso, observamos que a memorização de algoritmos era predominante entre os alunos. Resolviam expressões algébricas mecanicamente. Um exemplo disso, está na Figura 102, em que, ao representar algebricamente a situação proposta, a aluna MF3 conseguiu descrever a situação, mas foi necessária a mediação do professor para lidar com a linguagem matemática. Quando questionada se  $x \cdot 2 = y$  e  $y = x \cdot 2$  representavam as mesmas equações, a aluna disse que não representava.

Notamos que os participantes tinham dificuldade em descrever algebricamente situações relativamente simples, abordados desde o 7º ano do Ensino Fundamental, quando introduzidos a resolução de problemas com uso de equações.

Figura 102 – Simulador: resposta do aluno MF3

Handwritten notes:  $y \rightarrow$  variável dependente (valor de saída)

Equations:  $2 + 5 = 7$ ,  $7 = 2 + 5$ ,  $2.5 = 10$ ,  $10 = 2.5$

Question: d) Apresente uma representação algébrica (uma fórmula) que represente essa relação de preço com a quantidade de leite comprada.

Handwritten answer: (Quantidade de leite) . 2 = Preço do leite

Final answer:  $x \cdot 2 = y$  ou  $y = x \cdot 2$

Box: Anotações da pesquisadora

Fonte: Elaboração da própria autora

Após as primeiras mediações, todos os participantes conseguiram resolver as atividades propostas, identificando as grandezas envolvidas, a variável dependente e independente e a representação algébrica por meio da generalização das operações aritméticas observadas nos resultados apresentados no simulador.

Essa atividade foi importante para que os alunos compreendessem o significado de variável, variável dependente, variável independente, o significado de usar parênteses nas expressões algébricas, compreender que a ordem das operações pode influenciar no resultado e que foram fundamentais para a atividade da seção 3.4, nas planilhas eletrônicas.

### Seção 3.4 – Atividade: Planilha eletrônica

No roteiro que o aluno recebeu (Apêndice D), é orientado a instalar o aplicativo Planilha Google, ler as orientações no roteiro e responder as atividades enquanto interagia com o aplicativo.

A planilha eletrônica foi o único OA utilizado na pesquisa, que os alunos não tinham proficiência ou facilidade na operacionalização, uma vez que envolvia recursos e uma linguagem própria, que não fazia parte do cotidiano dos participantes.

Nessa primeira etapa, os alunos acessaram um arquivo, disponibilizado no site (Apêndice A), contendo planilhas parcialmente construídas com situações-problema.

Figura 103 – Atividades na planilha (Tela1)

The figure consists of two side-by-side screenshots of a smartphone spreadsheet application. The left screenshot shows a worksheet with the following content:

- Row 1: **Introdução à função**
- Row 2: Preencha a tabela com apenas 10 pares de dados e responda as perguntas abaixo do gráfico
- Row 3: **Passageiros e preço da passagem**
- Row 4: Para fretar um ônibus de excursão com 40 lugares, paga-se ao todo R\$ 1800,00. Essa despesa deverá ser igualmente repartida entre os participantes. Preencha a tabela com alguns valores para essa situação.
- Row 6: Table header: **n° de passageiro** | **preço da passagem**
- Rows 7-16: Empty table rows.
- Row 26: **No data**

The right screenshot shows a similar worksheet with the following content:

- Row 1: **Introdução à função**
- Row 2: Preencha a tabela com apenas 10 pares de dados e responda as perguntas abaixo do gráfico
- Row 3: **Mercadoria e preço**
- Row 4: Em uma barraca, em Goianésia, vende-se água de coco ao preço de R\$ 3,50 o copo. Para facilitar seu trabalho, o proprietário que montar a tabela abaixo. Ajude-o montar a tabela.
- Row 6: Table header: **n° de copos** | **preço (R\$)**
- Row 7: 1 | 3,50
- Row 8: 2 | =3,50\*A8
- Row 9: 3 |
- Row 10: 4 |
- Row 11: 5 |
- Row 12: 6 |
- Row 13: 7 |
- Row 14: Formula bar: **fx** =3,50\*A8
- Row 15: Calculator interface with numbers 1-9, 0, and operators.

Fonte: Captura de tela do *smartphone* de MF1

O objetivo dessa primeira atividade era que os alunos tivessem contato com as primeiras funções da planilha, conhecessem os operadores, construíssem o conceito de função, iniciado nas seções anteriores e analisassem a representação gráfica das funções.

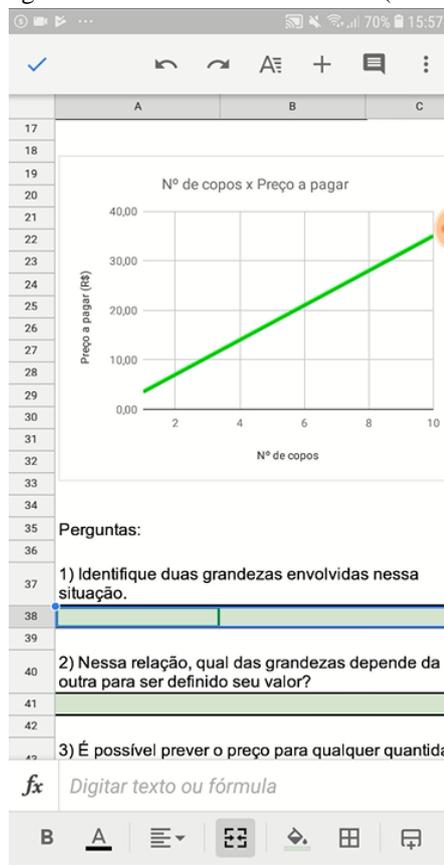
Na primeira situação-problema, apresentamos alguns operadores importantes, na linguagem digital, como: = (introduzir uma fórmula), \* (multiplicação), / (divisão), ^ (potência), sqrt (raiz quadrada).

Apresentados os primeiros operadores, construí a fórmula da primeira situação-problema junto aos alunos. Após a primeira orientação, todas as outras fórmulas foram intuitivas.

Na nova versão do *GeoGebra Book* será possível fazer o download dessas planilhas, mas todas as situações-problema foram inseridas na atividade dirigida para que o professor tenha a opção de trabalhar com o arquivo ou construir com os alunos a partir de uma planilha nova. No arquivo, o gráfico é gerado automaticamente, entretanto, acreditamos que iniciar de um arquivo novo, pode ser difícil no início, mas os elementos a serem explorados no

desenvolvimento de tabelas e gráficos do “zero”, podem desenvolver habilidades importantes, como construção de gráfico nesse tipo de aplicativo.

Figura 104 – Atividade na Planilha (Tela2)



Fonte: Captura de tela do *smartphone* de MF1

Apresentada a primeira situação-problema, os alunos deveriam analisar as outras situações e responder o que era solicitado.

A segunda situação-problema, os alunos fizeram em grupo. Nela, uma barraca vende água de coco ao preço de R\$ 3,50 o copo. É solicitado ao aluno que construa uma tabela com os preços a pagar em função da quantidade de copos vendidos. Na Figura 103, a imagem da direita, apresenta essa situação.

Percebemos que duas alunas não haviam compreendido as primeiras orientações de como construir fórmulas na planilha eletrônica.

**Pesquisadora:** Para 2 copos de água de coco, deverá pagar quanto?

**MF2:** R\$ 7,00

**Pesquisadora:** Por que?

**MF2:** Cada copo custa R\$3,50, então é fazer  $3,50+3,50$ .

**Pesquisadora:** E se fossem 10 copos, teria que somar 10 vezes?

**MF1:** Não! Pode multiplicar por 3,50 pela quantidade de copo.

**Pesquisadora:** Melhor! Agora, vamos pensar nisso que você acabou de falar. Se para obter o valor a pagar, basta multiplicar 3,50 pela quantidade de copos, então, se eu

digitasse na célula = 3,5 \* 2, copiasse a fórmula, selecionasse as outras células e colasse, veja o que ocorre. [Nesse momento, a aluna MF1, segue a orientação]

**MF1:** Ficaram todas com o mesmo valor. (Figura 105)

**Pesquisadora:** Clique na célula de baixo. Qual o número de copos dessa linha?

**MF1:** 3 copos.

**Pesquisadora:** Veja que o número de copos do valor a pagar está...

**MF1:** 2 [Figura 105, destaque]

**Pesquisadora:** Na tabela, perceba que o número de copos é diferente em cada linha. Ao construir a fórmula, em vez de indicar o número de copos, você irá indicar a referência da célula que o número do copo está. Isto é, preciso indicar o endereço em que está digitado o número de copo que quero que a planilha multiplique por 3,50. Por exemplo: na segunda linha da tabela, veja que o número 2 está na coluna A e linha 8 da planilha, então você deverá digitar = 3,5\*A8. Faça isso, copie a fórmula, selecione as células dos outros valores a pagar e cole. Veja o que ocorre. (Figura 106)

**MF2:** hummm...

**Pesquisadora:** Se você trocar 2 copos por 5 copos, veja o que ocorre.

**MF1:** O valor a pagar muda, também.

**Pesquisadora:** Isso acontece, porque estamos lidando com valores que variam. Se queremos automatizar a tabela, facilitando o trabalho, devemos criar uma fórmula em que no lugar dos valores que variam, inserimos a referência da célula, isto é, ensinamos ao aplicativo, em qual lugar ele deverá buscar o valor que foi inserido e efetuar o cálculo. No nosso caso, ele deverá multiplicar 3,5 pelo valor que estiver na célula A8. Se trocarmos o valor da célula A8, ele fará o cálculo novamente.

**MF1:** Muito bom!

**Pesquisadora:** Por isso, na construção da função, ficaria  $y = 3,50 \cdot x$ . O  $x$  representa...

**MF1:** O número de copos e o  $y$  o valor.

**Pesquisadora:** Muito bem! Vocês viram porque usamos letras? Por que se usássemos os números, estaríamos fixando os valores e o que queremos indicar é que para cada número de copos ( $x$ ), deveremos calcular 3,5 vezes esse número ( $x$ ), para encontrar o valor a pagar, ou seja, o  $y$ .

Figura 105 – Fórmula na planilha (Erro)

The screenshot shows a spreadsheet with the following data:

| n° de copos | preço (R\$) |
|-------------|-------------|
| 1           | 3,50        |
| 2           | 7,00        |
| 3           | 7,00        |
| 4           | 7,00        |
| 5           | 7,00        |
| 6           | 7,00        |
| 7           | 7,00        |
| 8           | 7,00        |

The formula bar at the bottom shows the formula  $=3,5*2$  entered in cell B20, which is circled in red. A red arrow points from the formula bar to the value 7,00 in cell B9 of the table.

Fonte: Captura de tela do *smartphone* de MF1

Figura 106 – Fórmula na planilha (Correta)

The screenshot shows the same spreadsheet as Figure 105, but with the following data:

| n° de copos | preço (R\$) |
|-------------|-------------|
| 1           | 3,50        |
| 2           | 7,00        |
| 3           | 10,50       |
| 4           | 14,00       |
| 5           | 17,50       |
| 6           | 21,00       |
| 7           | 24,50       |
| 8           | 28,00       |

The formula bar at the bottom shows the formula  $=3,5*A9$  entered in cell B20. The value 30,00 is visible in cell B21, which is the result of the formula applied to the value 8 in cell A9.

Fonte: Captura de tela do *smartphone* de MF1

Após as primeiras tentativas, a operacionalização do OA ocorreu naturalmente. Os alunos aprenderam a inserir os operadores, selecionar células, identificar a referência da célula, copiar e colar dados, construir gráficos. Contudo, o maior obstáculo não foi a linguagem digital, mas a linguagem matemática.

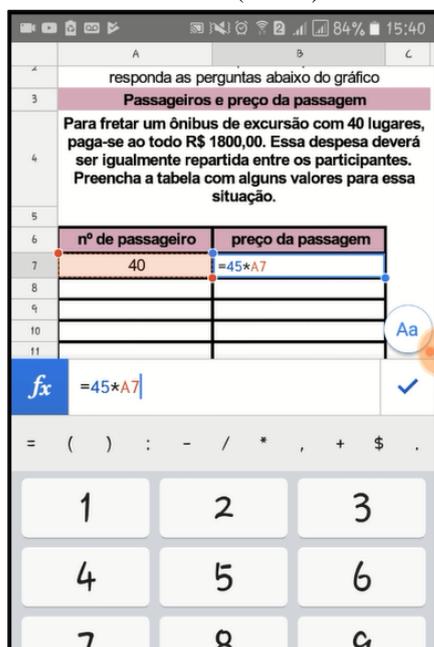
Outra situação é o problema 3, em que “*Para fretar um ônibus de excursão com 40 lugares, paga-se ao todo R\$ 1800,00. Essa despesa deverá ser igualmente repartida entre os participantes. Preencha a tabela com alguns valores para essa situação*”.

O aluno MM1, sabe que para calcular o preço da passagem entre 40 pessoas basta dividir 1800 por 40, que resulta em 45 reais. Entretanto, se atrapalha no momento de construir a fórmula.

Começa digitando 1800, esquece do sinal de igual, volta e digita =1800. Pensa, apaga novamente e digita =45\*A7 (Figura 107). Em seguida, completa a tabela com a quantidade de passageiros superior ao limite máximo que o ônibus comporta, mas não percebe esse detalhe. (Figura 109, coluna da esquerda).

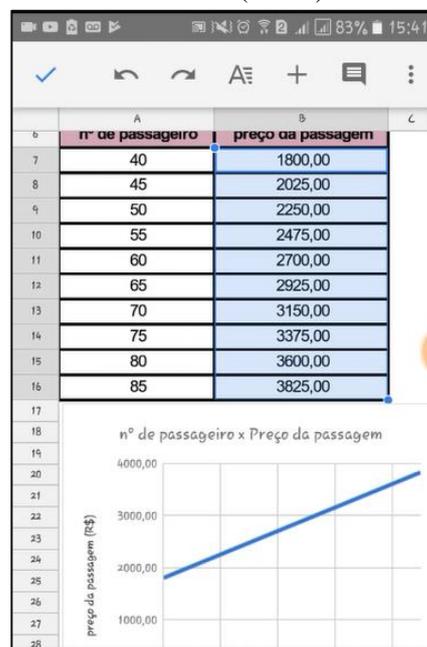
Em seguida, copia a fórmula construída na célula B7, destacada na Figura 107 e cola nas células seguintes. O preço da passagem variou de R\$ 1800,00 a R\$ 3825,00 e a quantidade de passageiros variou de 40 a 85 pessoas (Figura 108). O aluno olha a tabela mais uma vez e desce para responder as questões. Nesse momento, a professora que o observava, intervém.

Figura 107 – Atividade de MM1 na planilha eletrônica (Tela 1)



Captura de tela do *smartphone* de MM1. Fonte: Arquivo pessoal, cedido pelo aluno

Figura 108 – Atividade de MM1 na planilha eletrônica (Tela 2)



Captura de tela do *smartphone* de MM1. Fonte: Arquivo pessoal, cedido pelo aluno

**Pesquisador:** Vamos analisar? [O aluno retorna à tabela] Você consegue explicar o que o problema está solicitando?

[O aluno demonstra estar bastante inseguro e não consegue explicar o que fez. Pedi para não se preocupar em falar certo.]

**MM1:** Eu fico meio perdido na hora de explicar.

**Pesquisador:** Não se preocupe com nada. Do jeito que está na sua cabeça, vai falando. Não importa se estiver errado.

**MM1:** É que no ônibus tem 40 lugares e os passageiros deverão pagar no total R\$ 1800,00. Tem que dividir igualmente esse valor para saber quanto cada pessoa vai pagar.

**Pesquisador:** A capacidade do ônibus é para quantas pessoas?

**MM1:** Ahhhh... é 40. [Nesse momento ele percebe que o número de passageiros que havia inserido era superior à capacidade do ônibus]

**Pesquisador:** As 40 pessoas, cada uma irá pagar R\$ 1800,00? [Essa pergunta surge do valor observado na tabela construída – Figura 108]

**MM1:** Não. Vão pagar R\$ 45,00.

**Pesquisador:** Por que?

**MM1:** Porque eu fiz as contas e deu isso.

**Pesquisador:** Que conta você fez?

**MM1:** Eu dividi 1800 por 40 e deu 45.

**Pesquisador:** Esse é o valor de cada passagem. E se fossem somente 30 pessoas nesse ônibus, elas pagariam mais, menos ou os mesmos 45 reais?

**MM1:** Pagariam os mesmos 45 reais.

**Pesquisador:** Vamos fazer o cálculo, então?

Depois de explicar que para calcular o valor da passagem, bastava fazer  $= 1800 / (n^\circ \text{ de passageiros})$ , deixamos o aluno novamente sozinho. Percebemos que havia compreendido que a capacidade máxima era de 40 passageiros. Na Figura 109, notamos que o conjunto domínio definido pelo aluno varia de 1 a 40 passageiros. O que demonstra que entendeu que não poderia ultrapassar a capacidade máxima do ônibus.

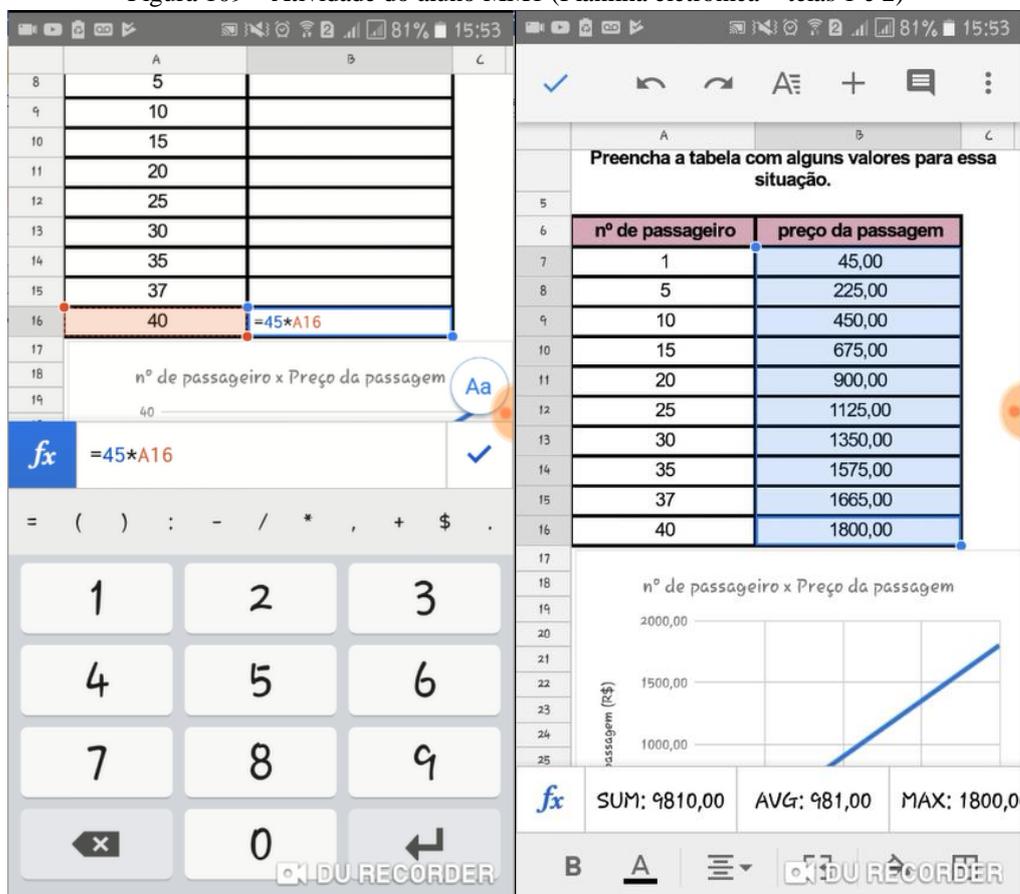
Entretanto, mesmo depois da interação com a professora, o aluno insistiu em digitar a fórmula:  $=45 * (\text{quantidade de passageiros})$ . Na Figura 109, à direita, é possível observar que o aluno calcula o valor que será arrecado se cada passageiro pagar R\$ 45,00, isto é, não calcula o valor da passagem, mas o valor total a ser recebido pela agência de turismo, caso a passagem fosse fixa.

Nesse momento, percebemos o quanto o fator histórico-cultural influencia na compreensão de um problema. O aluno se apropria do fato de que em empresas de ônibus, independentemente do número de passageiros, a passagem é o mesmo valor. O aluno havia vivenciado apenas a situação de que em uma viagem, o valor da passagem não varia com o número de passageiros, isto é, tanto faz a quantidade de passageiros, o valor da passagem será a mesma para cada pessoa que viajar.

O aluno não estava associando a situação-problema à locação de ônibus por um grupo de pessoas para uma excursão, já que isso não fazia parte do seu cotidiano. Foi necessário

explicar mais uma vez como funciona a locação de ônibus de turismo para que compreendesse a atividade.

Figura 109 – Atividade do aluno MM1 (Planilha eletrônica – telas 1 e 2)



Fonte: Captura de tela do *smartphone* de MM1

Após essas primeiras atividades, a operacionalização do aplicativo ocorreu naturalmente e os alunos não tiveram nenhuma dúvida sobre a construção de fórmulas. Identificamos que o uso do simulador, na seção anterior, foi essencial para a compreensão das fórmulas da planilha eletrônica. Compreender que a ordem das operações pode influenciar no resultado, impactou nas outras atividades apresentadas no roteiro.

Um exemplo disso, está na construção de uma tabela, em que são dados dois números e precisa calcular a média aritmética (Figura 110). A aluna fez o cálculo, usando lápis e papel e preencheu a tabela impressa, depois foi solicitada que fizesse esse cálculo na planilha eletrônica, construindo a fórmula. A aluna construiu a fórmula, mas não encontrou os valores que o do papel. Com isso, solicitou a intervenção da pesquisadora.

Figura 110 – Segunda lista de atividade de planilha eletrônica

| a   | b   | Média |
|-----|-----|-------|
| -1  | 3   | 1     |
| -2  | 6   | 2     |
| 1   | 4   | 2,5   |
| 2   | 7   | 4,5   |
| 3,5 | 8,6 | 6,05  |

Anote o que você fez  
Coloquei A + B entre parentese e dividi por dois.

Fonte: Atividade da aluna MF3

**MF3:** Professora, não entendi. Meus cálculos estão certos?

**Pesquisadora:** [analisando a tabela impressa] Sim..

**MF3:** É que minha fórmula está dando outra coisa...

**Pesquisadora:** Diga qual a sequência de operações que você deve realizar para calcular a média aritmética entre esses dois números.

**MF3:** Somo o primeiro com o segundo número e depois eu dividido por 2.

**Pesquisadora:** Clique na célula da primeira média. O que você vê?

**MF3:**  $=A2+B2/2$

**Pesquisadora:** Quem é o A2 e B2?

**MF3:** O A2 é -1 e o B2 é o 3.

**Pesquisadora:** Quem está sendo dividido por 2?

**MF3:** Ahhhhh, esqueci! Preciso dos parênteses. Desse jeito, só o 3 vai dividir por 2.

**Pesquisadora:** Isso mesmo! Lembre-se do simulador: Construtor de funções. É importante se atentar à ordem das operações. Os parênteses têm um propósito numa expressão. Não estão aí para enfeitar.

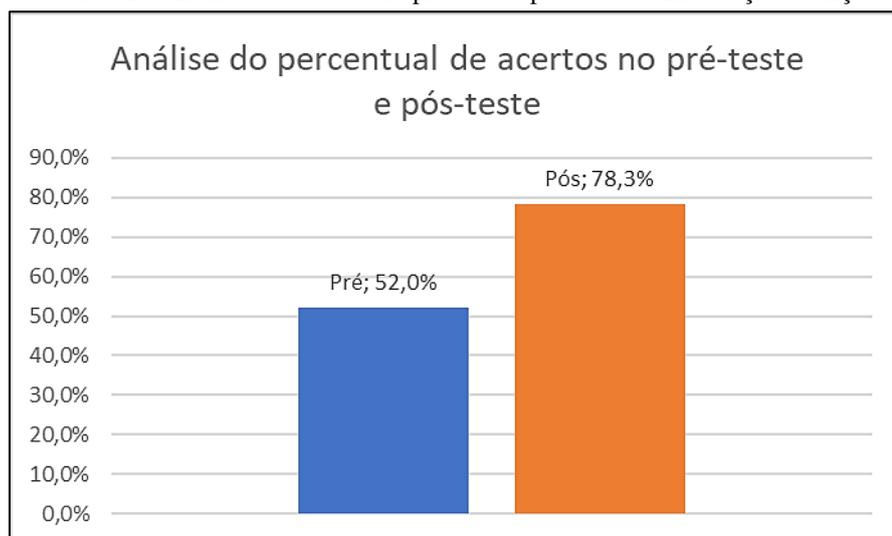
Na resolução dessas atividades, a partir da interação com a planilha, percebemos que as dificuldades foram mais significativas em relação ao conhecimento algébrico e aritmético. Os alunos apresentaram dificuldade em lidar com representação algébrica em situações que envolviam fórmulas de área de quadrado e porcentagem (comissão de venda). Foram situações que solicitaram a mediação do professor a ponto de precisar parar as atividades para retomar os conceitos de área, perímetro e cálculo de porcentagem.

Ao encerrar as atividades desse capítulo, percebemos que 3 encontros de 2h, cada, foram insuficientes para um contornar um contexto de anos de processos mecanizados e pouco construtores de habilidades. Os alunos estão habituados a memorizarem estratégias de resolução e apresentam dificuldade em formalizar o raciocínio. Esse fator chega a atrapalhar a interação aluno-aluno, uma vez que todas as interações analisadas, os alunos apenas diziam qual a resposta. Não explicavam as etapas, não buscavam criar estratégias para construir argumentos que sustentassem os caminhos a seguir. Apenas diziam a resposta, e pronto!

Após as atividades, os alunos foram orientados a responderem o pós-teste.

De um modo geral, a interação dos alunos com os OAs desse capítulo, com o emprego de vídeo, simulador e planilha eletrônica, percebemos que houve uma melhora significativa na aprendizagem, representando um aumento de 26,3% no número de acertos em relação ao pré e pós-teste.

Gráfico 2 – Análise dos acertos no pré-teste e pós-teste de Introdução à função



Fonte: Elaboração da própria autora

Destacamos o aluno MM2, que no pré-teste, acertou 60% das questões e no pós-teste, acertou todas as questões. E os alunos MF3 e MM1 que tiveram um crescimento no percentual de acertos em 43% após fazerem as atividades através da interação com os OAs.

Apesar do crescimento no percentual de acertos, percebemos que em situações mais complexas, os alunos ainda apresentavam dificuldade. Destacaremos a questão 5 do pós-teste (Quadro 7).

Quadro 7 – Análise da questão 5 do pós-teste

| Questão   | Respostas dos alunos    |           |    |    |    |    |    |    |    |    |   |             |                       |   |     |   |    |   |    |    |     |   |     |
|---|-------------------------|-----------|----|----|----|----|----|----|----|----|---|-------------|-----------------------|---|-----|---|----|---|----|----|-----|---|-----|
| <p><b>Questão 5</b></p> <p>Para alugar um carro, uma locadora cobra uma taxa básica fixa acrescida de uma taxa que varia de acordo com o número de quilômetros rodados. A tabela abaixo mostra o custo (C) do aluguel, em reais, em função do número de quilômetros rodados (q). Entre as equações abaixo, a que melhor representa esse custo é: *</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Quilômetros rodados (q)</th> <th>Custo (C)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>10</td> <td>55</td> </tr> <tr> <td>20</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td>30</td> <td>65</td> </tr> <tr> <td>40</td> <td>70</td> </tr> </tbody> </table> <p> <input type="radio"/> C = 5q + 5<br/> <input type="radio"/> C = 4q + 15<br/> <input type="radio"/> C = q + 45<br/> <input type="radio"/> C = q/2 + 50<br/> <input type="radio"/> C = q/10 + 55         </p> | Quilômetros rodados (q) | Custo (C) | 10 | 55 | 20 | 60 | 30 | 65 | 40 | 70 | <p>Porcentagem de alunos por alternativa</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Alternativa</th> <th>Porcentagem de alunos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>40%</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>0%</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>0%</td> </tr> <tr> <td>D*</td> <td>40%</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>20%</td> </tr> </tbody> </table> | Alternativa | Porcentagem de alunos | A | 40% | B | 0% | C | 0% | D* | 40% | E | 20% |
| Quilômetros rodados (q)   | Custo (C)               |           |    |    |    |    |    |    |    |    |   |             |                       |   |     |   |    |   |    |    |     |   |     |
| 10  | 55                      |           |    |    |    |    |    |    |    |    |   |             |                       |   |     |   |    |   |    |    |     |   |     |
| 20  | 60                      |           |    |    |    |    |    |    |    |    |   |             |                       |   |     |   |    |   |    |    |     |   |     |
| 30  | 65                      |           |    |    |    |    |    |    |    |    |   |             |                       |   |     |   |    |   |    |    |     |   |     |
| 40  | 70                      |           |    |    |    |    |    |    |    |    |   |             |                       |   |     |   |    |   |    |    |     |   |     |
| Alternativa   | Porcentagem de alunos   |           |    |    |    |    |    |    |    |    |   |             |                       |   |     |   |    |   |    |    |     |   |     |
| A   | 40%                     |           |    |    |    |    |    |    |    |    |   |             |                       |   |     |   |    |   |    |    |     |   |     |
| B   | 0%                      |           |    |    |    |    |    |    |    |    |   |             |                       |   |     |   |    |   |    |    |     |   |     |
| C   | 0%                      |           |    |    |    |    |    |    |    |    |   |             |                       |   |     |   |    |   |    |    |     |   |     |
| D*  | 40%                     |           |    |    |    |    |    |    |    |    |   |             |                       |   |     |   |    |   |    |    |     |   |     |
| E   | 20%                     |           |    |    |    |    |    |    |    |    |   |             |                       |   |     |   |    |   |    |    |     |   |     |

**Análise:** Nessa questão, dois alunos optaram pela equação A, demonstrando ter analisado apenas o primeiro par de grandezas da tabela e ter considerado a equação correta, sem analisar os outros pares de valores das variáveis. Um aluno optou pela equação E, porque relacionou o custo de 55 ao 55 da equação.

Fonte: Blog do Prof. Warles

Comparando os resultados dos testes e analisando o desempenho dos alunos durante os encontros, identificamos que os alunos

- definem função e formulam exemplos de funções que estejam presentes em seu cotidiano;
- definem quais as grandezas envolvidas em situações com menor complexidade.
- definem valores para as grandezas.
- em situações-problemas com menor complexidade, conseguem definir um modelo algébrico para representá-las.
- compreendem a importância da linguagem matemática;
- Compreendem a importância de definir modelos algébricos em diversas situações;
- Compreendem o significado de variáveis;
- Compreendem que o valor de saída, tanto através do simulador, quanto através da planilha eletrônica depende do valor de entrada, isto é, da variável independente.
- Compreendem que a ordem das operações na representação algébrica é importante e que a troca da ordem podem provocar em resultados incorretos.
- Sabem lidar com fórmulas simples na planilha eletrônicas e lidar com a linguagem digital.

Habilidades e competências não construídas:

- Formalização do raciocínio;
- Capacidade de interagir com o colega, contribuindo para que o aluno compreenda as etapas;
- Definição de um modelo algébrico para representar situações-problemas com maior complexidade.
- Capacidade de lidar com situações abstratas.

#### 5.4 Capítulo 4: Função Polinomial do 1º grau

Este capítulo tem o propósito de consolidar o conceito de função e construir o conceito de função polinomial do 1º grau, apresentando os elementos importantes que a caracterizam,

refletir sobre a importância da linguagem matemática e da representação geométrica de uma função, através de vídeos, simuladores e jogos.

Este capítulo é constituído por dez OAs, mas detalharemos a aplicação dos OAs da seção 4.3: Construção do gráfico de função do 1º grau, seção 4.6 Taxa de variação de uma função, seção 4.7 Raiz de uma função do 1º grau e seção 4.8 Determinar a função por meio de pontos

Inicialmente, identificamos que a maioria dos alunos

- Identificam a representação gráfica de uma função a partir da análise de dados tabulares.
- Resolvem equações do 1º grau;
- Calculam a imagem de uma função, dada a representação algébrica.

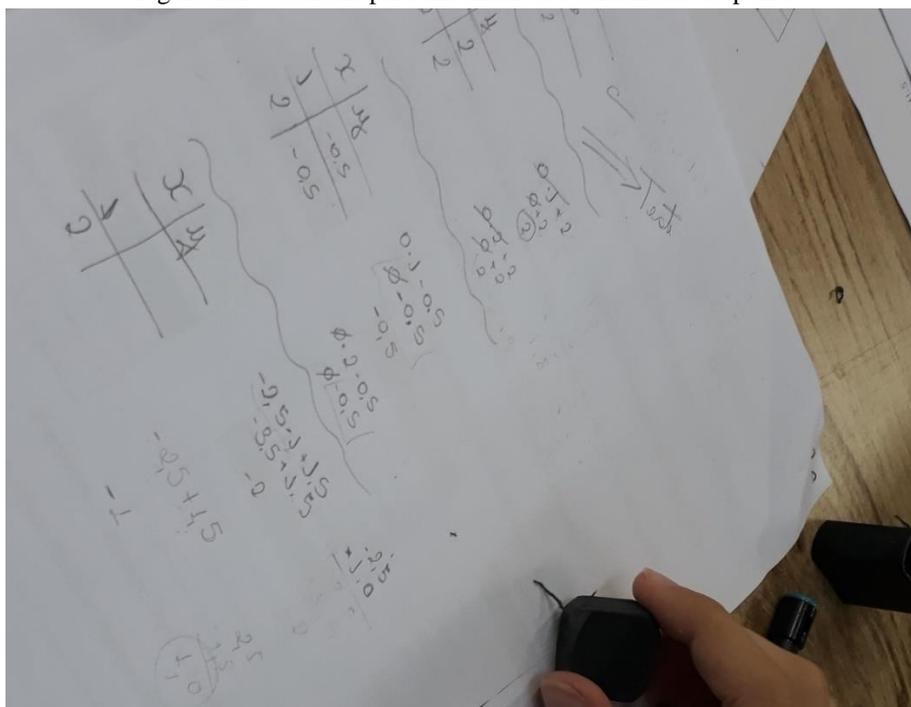
### **Seção 4.3 Construção do gráfico de função do 1º grau**

Esta seção traz um jogo, em que é dada a representação algébrica da função, e o aluno precisa identificar dois pares ordenados que representarão a localização dos dois pontos apresentados na tela. O aluno precisa arrastar os pontos para a localização encontrada e verificar se pertencem à reta definida pela função.

Nos OAs anteriores, os alunos haviam identificado que a representação gráfica de uma função polinomial do 1º grau, é uma reta e que é suficiente localizar dois pontos no plano. Desse modo, esse OA, tem como objetivo identificar as estratégias que o aluno adotará para encontrar os pares ordenados e fazer a localização.

Desse modo, solicitamos que fizessem registros das estratégias adotadas para identificar os pares ordenados. Todos os alunos construíram tabelas, atribuindo dois valores para  $x$  e a partir da representação algébrica da função, descrita no jogo, o aluno calculava o  $y$  e arrastava o ponto até a localização indicada pelo par ordenado  $(x,y)$  encontrado no cálculo.

Figura 111 – Cálculo para encontrar as coordenadas do ponto



Fonte: Acervo do autor

Os alunos sabiam as etapas para calcular a imagem de uma função, mas quando a função apresentava coeficientes negativos ou racionais, a dificuldade em realizar as operações algébricas surgiam. Todos ficavam inseguros quanto os cálculos nesses casos. Ainda apresentavam desatenção quanto a ordem das coordenadas, trocando-as, no momento da localização.

Nesse jogo, os alunos usaram muitos rascunhos e preferiram ser mais cautelosos e não arriscar o cálculo mental, porque cada erro, impactava no percentual final. Percebemos que algumas vezes, quando o número de erros era alto, alguns alunos reiniciaram o jogo, principalmente MM1 e MM2, para que a contagem de erros e acertos iniciasse. Para a aprendizagem, isso não influenciou, porque eles continuariam calculando e localizando os pontos, mas para a pesquisa, mesmo solicitando que não reiniciassem, foi ruim, porque não conseguimos ver a evolução dos alunos ao longo das tentativas, através dos percentuais de acertos, mas conseguimos identificar a evolução, por meio das observações e registros dos alunos.

O fato de reiniciar o jogo, foi importante para que os alunos ficassem mais cuidadosos ao localizar os pontos e analisar várias vezes os cálculos, antes de pedir para verificar a resposta. Mas revelou também que reiniciavam, porque queriam atingir 100% de acertos e ir para outra

etapa das atividades. Não queriam refazer a atividade outras vezes. Já esse comportamento, não foi observado nas meninas. Elas continuavam no jogo, independentemente do número de erros.

Entretanto, em aspectos gerais, conseguimos observar uma evolução na representação algébrica de uma função. No início, os alunos apresentavam significativa dificuldade em calcular as coordenadas dos pontos. No final da aula, todos os alunos conseguiam fazer a construção gráfica facilmente. Persistindo alguns erros, somente em situações com números racionais.

Nesse jogo, identificamos que os alunos

- Aprenderam a construir gráficos através da localização de dois pontos no plano cartesiano;
- Construir gráficos de funções com coeficiente racionais;
- Calcular valor numérico de expressão algébrica envolvendo números inteiros e racionais.
- Compreenderam que para calcular o valor de  $y$  é necessário atribuir valor para  $x$  e substituir na função.

Figura 112 – Alunas fazendo o cálculo e a construção gráfica



Fonte: Acerto da autora

#### Seção 4.6 Taxa de variação de uma função

O OA desta seção é um jogo com dois níveis, em que é dada a representação gráfica de uma função com dois pontos destacados e o aluno precisa calcular a taxa de variação da função

e digitar a resposta encontrada no campo específico. Depois clica no botão *Verificar* para analisar a resposta.

Antes desse jogo, foi apresentado o conceito de taxa de variação, a partir da seção 4.5 em que apresenta um applet para classificar uma função crescente e decrescente. Por meio do Data show, analisamos algumas funções e suas representações algébricas e gráficas e a partir das análises, os alunos conseguiram associar o coeficiente angular à taxa de variação da função.

A partir daí, apresentamos a relação  $taxa = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  e fizemos alguns cálculos a partir de alguns desafios apresentados no jogo. Após verificar que todos os alunos compreenderam, solicitamos que fizessem o jogo, registrando as estratégias adotadas para identificar a taxa de variação, isto é, o coeficiente angular.

A única dificuldade dos alunos era a adição algébrica. Operar números inteiros, em alguns momentos, era o maior desafio. Entretanto, conseguiram resolver os desafios propostos no jogo e todos atingiram 100% de acerto nas primeiras tentativas.

Figura 113 – Taxa de variação: registro de MM2

$$\begin{array}{l} A(1, 5) \\ B(-2, -4) \\ \frac{5 - (-4)}{1 - (-2)} = \frac{5 + 4}{1 + 2} = \frac{9}{3} \end{array}$$

Fonte: Registros do acervo da autora

Figura 114 – Taxa de variação: registros de MF3

$$\begin{array}{l} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - 3}{1 - 1} = \frac{-3}{0} \\ \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} = \frac{14 - 1}{-2 - 2} = \frac{13}{-4} \end{array}$$

Fonte: Registros do acervo da autora

## Seção 4.7 Raiz de uma função do 1º grau

Esta seção traz um *applet* em que é apresentado aleatoriamente a representação algébrica e gráfica de uma função polinomial do 1º grau. No gráfico é possível identificar a raiz da função, além da manipulação algébrica para calcular a raiz.

Esse *applet* foi projetado por meio de Data show e discutido sobre o significado de raiz de uma função e como calculá-la. Após a discussão de vários exemplos, os alunos responderam duas atividades no roteiro (Apêndice E). A primeira atividade era dada a representação gráfica e o aluno, apenas por meio de análise do gráfico, deveria identificar a raiz da função. A segunda atividade, por meio de manipulação algébrica, o aluno deveria calcular a raiz da função. Todos os alunos conseguiram resolver as atividades com facilidade.

O segundo OA desta seção é um jogo com dois níveis, em que é dada a representação algébrica da função e o aluno precisa calcular a raiz e digitar a resposta encontrada no campo específico. Após inserir a resposta, deve clicar no botão *Verificar* e o jogo mostra a representação gráfica, destacando a localização da raiz dessa função<sup>9</sup>. Se errar, deverá corrigir a resposta. Passará para o desafio seguinte, apenas ao acertar a raiz da função dada.

Todos os alunos conseguiram atingir 100% de acerto em até três tentativas, demonstrando dificuldade, apenas no nível 2, onde a representação algébrica apresenta coeficientes racionais. Nesse caso, os alunos precisaram da mediação do professor no início e depois, apenas interagiram entre si.

As alunas MF1, MF2 e MF3, interagiram durante a atividade, discutindo principalmente operações algébricas. Demonstravam insegurança em cálculos envolvendo o sinal negativo e frações.

O aluno MM2 foi o único que sentiu segurança em realizar cálculo mental para identificar a raiz. No início, precisou da intervenção do professor e depois, demonstrou domínio na manipulação algébrica de equações do 1º grau.

---

<sup>9</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/kwevkjsj>

Figura 115 – Cálculo da raiz de uma função (Resolução de MF2)

$-2x+2=0$   
 $-2x=-2$   
 $x=\frac{-2}{-2}$   
 $x=1$

$3x+3=0$   
 $3x=-3$   
 $x=\frac{-3}{3}$   
 $x=-1$

$-3x=0$   
 $x=\frac{0}{-3}$   
 $x=0$

$4x-1=0$   
 $4x=1$   
 $x=\frac{1}{4}$   
 $x=0,25$

$3x+2=0$   
 $3x=-2$   
 $x=\frac{-2}{3}$

$\frac{10x-6}{5} = \frac{0}{5}$   
 $10x-6=0$   
 $10x=6$   
 $x=\frac{6}{10}$   
 $x=\frac{3}{5}$

$\frac{x}{2} = \frac{0}{2}$   
 $x=0$

$\frac{-15x-39}{10} = \frac{0}{10}$   
 $-15x-39=0$   
 $-15x=39$   
 $x=\frac{39}{-15}$   
 $x=-2,6$

$\frac{-37x-12}{10} = \frac{0}{10}$   
 $-37x-12=0$   
 $-37x=12$   
 $x=\frac{12}{-37}$

Fonte: Registros do acervo pessoal

Figura 116 – Cálculo da raiz de uma função (Resolução de MF1)

$1x+(-2)=0$   
 $1x=2$   
 $x=\frac{2}{1}$   
 $x=2$

$1x+2=0$   
 $1x=-2$   
 $x=\frac{-2}{1}$   
 $x=-2$

$-1x+3=0$   
 $-1x=-3$   
 $x=\frac{-3}{-1}$   
 $x=3$

$2x+2=0$   
 $2x=-2$   
 $x=\frac{-2}{2}$   
 $x=-1$

$12x+(-4)=0$   
 $12x=4$   
 $x=\frac{4}{12}$   
 $x=2$

$-2x+3=0$   
 $-2x=-3$   
 $x=\frac{-3}{-2}$   
 $x=1,5$

$-2x+2=0$   
 $-2x=-2$   
 $x=\frac{-2}{-2}$   
 $x=1$

Fonte: Registros do acervo pessoal

## Seção 4.8 Determinar a função por meio de pontos

Nesta seção, o OA também é um jogo para verificar se o aluno aprendeu a determinar a representação algébrica de uma função polinomial do 1º grau a partir das coordenadas de dois pontos.

Antes desse jogo, foram apresentadas as coordenadas de dois pontos. Os alunos já sabiam que a representação algébrica dessa função é escrita na forma  $f(x) = ax + b$  e que o coeficiente angular é dado pela taxa de variação da função, já calculado na seção anterior, desse modo, bastou discutir as estratégias para calcular o coeficiente linear. Devido às dificuldades

dos alunos com o pensamento algébrico, durante a análise dos dados existentes da função, nenhum aluno conseguiu expressar uma estratégia para encontrar o coeficiente linear, sendo necessária a intervenção do professor.

Calculamos o coeficiente angular por meio do cálculo da taxa de variação e em seguida adotamos a estratégia de substituir as coordenadas de um dos pontos dados em  $x$  e  $y$ . Posteriormente calculamos  $b$  através da equação resultante.

Figura 117 – Cálculo dos coeficientes da representação algébrica de uma função

$$A = (-2, 0) \quad \frac{6-0}{3-(-2)} = \frac{6}{5} = 1.2$$

$$B = (3, 6)$$

$$\text{coef. } A = 2 \quad ax + b = y$$

$$\text{coef. } B = 4 \quad 2 \cdot (-2) + b = 0$$

$$-4 + b = 0$$

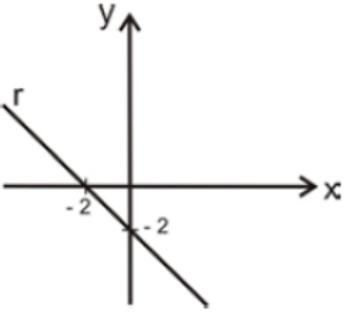
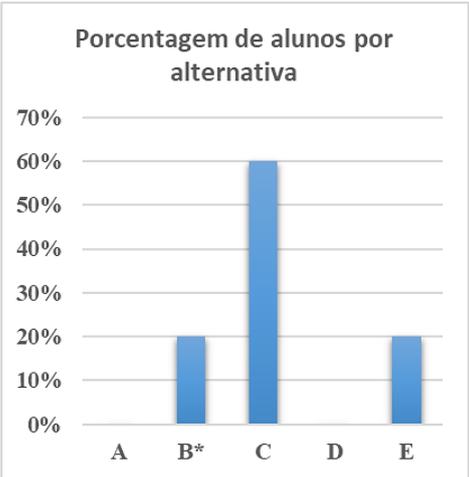
$$b = 4$$

Fonte: Registros da aluna MF3

Apesar dos alunos terem realizado todas as etapas para encontrar os coeficientes, foi um dos jogos que os alunos mais demonstraram dificuldade em concluir.

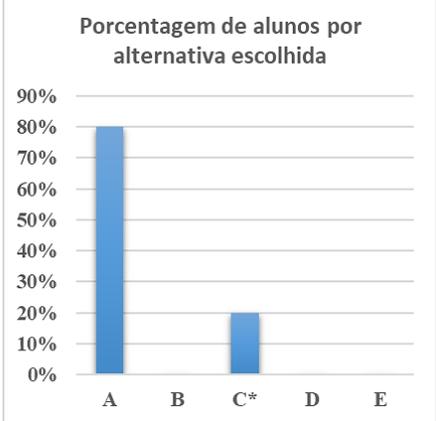
Além disso, apenas o jogo não foi suficiente para o aluno interiorizar as estratégias para identificar os coeficientes da função. É necessário que o professor complemente com outras atividades, uma vez que no pós-teste, a maioria dos alunos apresentaram dificuldade em identificar a função a partir dos pontos dados (Quadro 8 e Quadro 9).

Quadro 8 – Análise do pós-teste (Função polinomial do 1º grau)

| Questão  | Respostas dos alunos   |             |             |   |    |    |     |   |     |   |    |   |     |
|--|--|-------------|-------------|---|----|----|-----|---|-----|---|----|---|-----|
| <p>10) Uma reta <math>r</math> de equação <math>y = ax + b</math> tem seu gráfico ilustrado abaixo.</p>  <p>Os valores dos coeficientes <math>a</math> e <math>b</math> são:</p> <p>A) <math>a = 1</math> e <math>b = 2</math>.<br/>           B) <math>a = -1</math> e <math>b = -2</math>.<br/>           C) <math>a = -2</math> e <math>b = -2</math>.<br/>           D) <math>a = 2</math> e <math>b = -2</math>.<br/>           E) <math>a = -1</math> e <math>b = 2</math>.</p> | <p>Porcentagem de alunos por alternativa</p>  <table border="1"> <thead> <tr> <th>Alternativa</th> <th>Porcentagem</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>0%</td> </tr> <tr> <td>B*</td> <td>20%</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>60%</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td>0%</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>20%</td> </tr> </tbody> </table> | Alternativa | Porcentagem | A | 0% | B* | 20% | C | 60% | D | 0% | E | 20% |
| Alternativa  | Porcentagem  |             |             |   |    |    |     |   |     |   |    |   |     |
| A  | 0%   |             |             |   |    |    |     |   |     |   |    |   |     |
| B*   | 20%  |             |             |   |    |    |     |   |     |   |    |   |     |
| C  | 60%  |             |             |   |    |    |     |   |     |   |    |   |     |
| D  | 0%   |             |             |   |    |    |     |   |     |   |    |   |     |
| E  | 20%  |             |             |   |    |    |     |   |     |   |    |   |     |

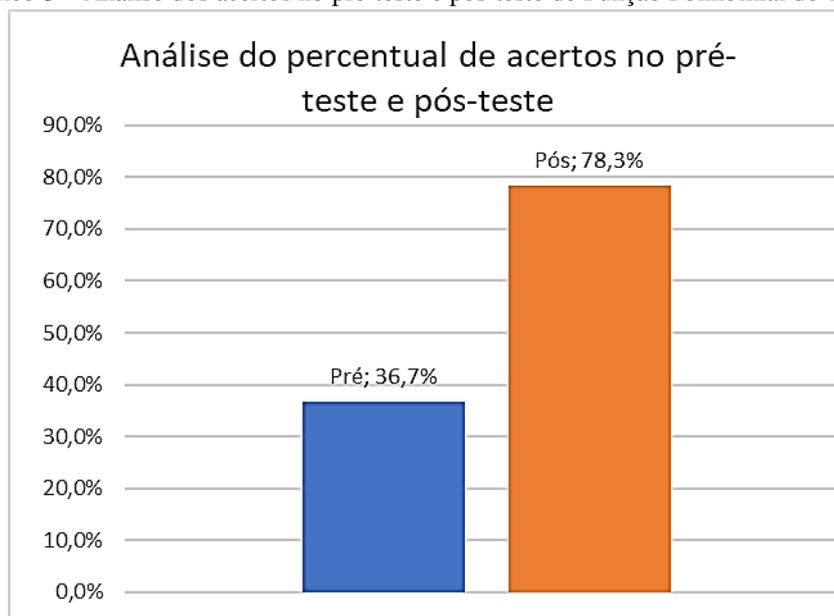
**Análise:** Nessa questão, a resposta correta é a alternativa B, entretanto a maioria marcou a alternativa C, demonstrando que os alunos relacionaram os coeficientes a uma das coordenadas dos pontos resultantes da interseção da reta nos eixos.

Quadro 9 – Análise do pós-teste (Função polinomial do 1º grau)

| Questão  | Respostas dos alunos  |             |             |   |     |   |    |    |     |   |    |   |    |
|--|---|-------------|-------------|---|-----|---|----|----|-----|---|----|---|----|
| <p>11) (Prova Brasil). Um engenheiro quer construir uma estrada de ferro entre os pontos de coordenadas (2,3) e (4,7), devendo a trajetória da estrada ser retilínea. Qual é a equação da reta que representa essa estrada de ferro?</p> <p>(A) <math>y = 2x + 3</math></p> <p>(B) <math>4x = 7y</math></p> <p>(C) <math>y = 2x - 1</math></p> <p>(D) <math>y = \frac{x}{2} + 2</math></p> <p>(E) <math>y = \frac{x}{2} + 5</math></p> |  <p>Porcentagem de alunos por alternativa escolhida</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Alternativa</th> <th>Porcentagem</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>80%</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>0%</td> </tr> <tr> <td>C*</td> <td>20%</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td>0%</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>0%</td> </tr> </tbody> </table> | Alternativa | Porcentagem | A | 80% | B | 0% | C* | 20% | D | 0% | E | 0% |
| Alternativa  | Porcentagem   |             |             |   |     |   |    |    |     |   |    |   |    |
| A  | 80%   |             |             |   |     |   |    |    |     |   |    |   |    |
| B  | 0%  |             |             |   |     |   |    |    |     |   |    |   |    |
| C*   | 20%   |             |             |   |     |   |    |    |     |   |    |   |    |
| D  | 0%  |             |             |   |     |   |    |    |     |   |    |   |    |
| E  | 0%  |             |             |   |     |   |    |    |     |   |    |   |    |
| <p><b>Análise:</b> Nessa questão, a resposta correta é a alternativa C, entretanto a maioria marcou a alternativa A, demonstrando que os alunos relacionaram os coeficientes às coordenadas do ponto (2,3).</p>  |   |             |             |   |     |   |    |    |     |   |    |   |    |

De um modo geral, a interação dos alunos com os OAs desse capítulo, com o emprego de jogos e simuladores, percebemos que houve uma melhora significativa na aprendizagem, representando um aumento de 41,6% no número de acertos em relação ao pré e pós-teste.

Gráfico 3 – Análise dos acertos no pré-teste e pós-teste de Função Polinomial do 1º grau



Fonte: Elaboração da própria autora

Destacamos ao aluno MF2, que no pré-teste não acertou nenhuma questão e no pós-teste acertou todas 65,2% das questões.

## 6 APRENDIZAGENS IDENTIFICADAS INDIVIDUALMENTE

Segundo Oliveira (2015), indivíduos com contexto social semelhantes apresentam experiências diferentes. Fatos na história de cada um definirão a singularidade a cada momento na vida do sujeito.

Nessa perspectiva, após analisar o questionário, os pré-testes, os pós-testes, as anotações e os vídeos de capturas de telas, organizamos os resultados de forma individual para observarmos os impactos que o uso dos OAs podem proporcionar ao processo pedagógico.

### 6.1 Aluno NM2

O aluno NM2 é do turno noturno, masculino e tem 18 anos. Participou de 6 encontros e precisou deixar a pesquisa porque estava enfrentando problemas pessoais. Mora apenas com a mãe e, ambos, estavam buscando oportunidade de emprego.

| Categoria  | Características identificadas   |
|--|---|
| <p><b>Informações pessoais/Situação escolar</b></p>                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Era aluno do colégio há menos de 6 meses.</li> <li>• Reprovou uma vez e abandonou os estudos em outros dois momentos. Em todas às vezes, descreveu problemas familiares e financeiros como motivo por não conseguir concluir o Ensino Médio.</li> <li>• Ninguém da família cursou ou está cursando Ensino Superior e como considera a faculdade muito cara, prefere optar por um curso técnico na área de Informática. Sonha também em ser bombeiro.</li> <li>• Está à procura de emprego.</li> <li>• A interação social ocorreu somente com o professor. Não havia outro participante.</li> </ul> |
| <p><b>Uso da tecnologia</b></p>                                      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tem apenas o <i>smartphone</i> como tecnologia digital.</li> <li>• Já usou apenas a calculadora do <i>smartphone</i> nas aulas de matemática.</li> <li>• Usa o <i>smartphone</i>, principalmente, para conversar com pessoas (Whatsapp, skype) e fazer downloads (séries, filmes, músicas, etc.)</li> <li>• Dos aplicativo na área de matemática, só conhece a calculadora científica.</li> <li>• Tem acesso à internet.</li> <li>• Considera que o uso de tecnologia facilitaria a aprendizagem.</li> </ul>   |
| <p><b>Conhecimento e habilidades identificadas antes dos OAs</b></p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Autonomia para operar o dispositivo/aplicativos.</li> <li>• Proficiência na linguagem digital.</li> <li>• Encontrar os símbolos matemáticos no teclado do <i>smartphone</i>, com facilidade.</li> <li>• Usa atalhos do teclado para operadores matemáticos.</li> <li>• Ouve com atenção;</li> <li>• Faz uso de linguagem para comunicar-se e expressar ideias e opiniões, mas com dificuldade em formalizar os argumentos, por meio de termos específicos do conteúdo trabalhado.</li> </ul>   |

|  |  |  |
|--|--|--|
| <b>Sistema Cartesiano no plano (cap.2)</b>                                   | <b>Resultado do Pré-teste</b>  | Apresentou 20% de acertos.   |
|  | <b>Durante o uso dos OAs</b>   | <p>Durante a interação com o OA, o aluno demonstrou interesse, persistência e motivação em realizar a atividade. Embora tenha identificado significativo déficit cognitivo, dificuldade de memorização e necessitado da mediação constante do professor e de signos externos, conseguiu avançar no percentual de acertos das atividades. Entretanto, em todas as tentativas, nunca conseguiu atingir 100%.</p> <p>Em alguns desafios de localização de pontos, o aluno levou mais de 2min para tomada de decisão em uma única localização de ponto. Entretanto, esse período demonstrou que seu comportamento era mais controlado à medida que avançava no percentual de acertos. Como o erro impactava no índice de acertos, o aluno passou a ficar mais atento e analisava diversas vezes a localização, conferindo o esquema que o professor havia feito no canto do roteiro para certificar que sua localização estava correta.</p> <p>Entretanto, a cada novo encontro, o aluno demonstrava dificuldade em memorizar a relação entre a disposição das coordenadas no par ordenado com a localização no plano. Enquanto a maioria dos alunos conseguiu acertar todas as localizações no primeiro encontro, o aluno NM2 levou 4 encontros. Sendo uma média de quase uma tentativa por encontro. Reduziu o tempo de realização apenas no último dia.</p> |
|  | <b>Resultado do Pós-teste</b>  | Não fez o pós-teste.   |
| <b>Aprendizagens identificadas após o uso dos OAs</b>                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Localizar ponto com coordenadas inteiras.</li> <li>• Identificar as coordenadas dos pontos nos quadrantes.</li> </ul>         |  |
| <b>Conhecimentos e habilidades que ainda precisam da mediação pedagógica</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Localizar ponto com coordenadas racionais e nos eixos.</li> <li>• Identificar as coordenadas dos pontos nos eixos.</li> </ul> |  |

## 6.2 Aluno MM1

O aluno MM1 é do turno matutino e tem 15 anos. Participou de todos os encontros.

| <b>Categoria</b>                             | <b>Características identificadas</b>  |
|--|---|
| <b>Informações pessoais/Situação escolar</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Estuda no colégio há mais de 3 anos.</li> <li>• Nunca reprovou ou abandonou os estudos.</li> <li>• Ninguém da família cursa/cursou Ensino Superior.</li> <li>• Pretende cursar Design Gráfico.</li> <li>• Pretende trabalhar enquanto estuda.</li> <li>• Gosta de estudar e tem a arte, educação física, história e língua estrangeira, as disciplinas preferidas.</li> <li>• Considera que tem facilidade em cálculo mental e nos conteúdos ensinados na escola.</li> <li>• Interagiu principalmente com os alunos MM2 e MF3 (essa última, nos primeiros encontros).</li> </ul> |
| <b>Uso da tecnologia</b>                     | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Possui apenas <i>smartphone</i>.</li> <li>• Não tem acesso à Internet todos os dias.</li> <li>• Tem o hábito de usar a Internet para acessar redes sociais (Facebook, Instagram, etc), conversar com pessoas (Whatsapp, skype), pesquisas em sites de busca.,</li> </ul>   |

|  |   |   |
|--|---|---|
|  |   | <p>pesquisas da escola, fazer downloads (séries, filmes, músicas, etc.), participar de jogos <i>on-line</i>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dos aplicativos voltados ao ensino de matemática, conhece apenas a calculadora científica.</li> <li>• Acredita que o uso de tecnologia no ensino facilitaria a aprendizagem.</li> </ul>   |
|  | <b>Conhecimento e habilidades identificadas antes dos OAs</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tem autonomia para operar dispositivo/aplicativos.</li> <li>• Compreende a linguagem digital.</li> <li>• Encontra os símbolos matemáticos no teclado do <i>smartphone</i> com facilidade.</li> <li>• Usa atalhos no teclado.</li> <li>• Ouve com atenção;</li> <li>• Faz uso de linguagem para comunicar-se e expressar ideias e opiniões, mas sente desconforto quando precisa se expressar para o professor.</li> <li>• Lê e interpreta orientações corretamente;</li> <li>• Resolve expressões numéricas com números inteiros.</li> <li>• Localiza pontos com coordenadas inteiras no plano cartesiano.</li> </ul>  |
| <b>Sistema Cartesiano no plano (cap.2)</b> | <b>Resultado do Pré-teste</b>                                 | Apresentou 60% de acertos.  |
|  | <b>Durante o uso dos OAs</b>                                  | <p>Durante a interação com os OAs, o aluno demonstrou interesse, persistência e motivação em realizar as atividades. Nos jogos de localização de pontos, obteve 100% de acertos, a partir da segunda tentativa. Apresentou dificuldade na localização de pontos com coordenadas racionais.</p> <p>A interação aluno-professor não ocorria por iniciativa do aprendiz. Sempre que percebíamos um desconforto, perguntávamos se precisava de ajuda e o aluno dizia que estava bem. Observávamos e buscávamos meios para aproximar e mediar. À medida que o aluno alcançava um nível alto de confiança, passava a buscar a mediação do professor.</p> <p>Ao contrário desse cenário, o aluno não tinha nenhuma dificuldade em interagir com o colega e até mediar pedagogicamente.</p> <p>A situação em que o aluno apresentou maior dificuldade foi a identificação de ponto nos eixos e a qual quadrante o ponto pertence. Nessa etapa, o aluno interagiu principalmente com a aluna MF3 e muitas vezes era o mediador e em outras o mediado nessa relação de colaboração estabelecida.</p> <p>Após a realização das atividades desse capítulo, os erros cometidos foram mais por desatenção do que pela não interiorização dos conceitos.</p> |
|  | <b>Resultado do Pós-teste</b>                                 | Apresentou 70% de acertos.  |
| <b>Introdução à função (cap. 3)</b>        | <b>Resultado do Pré-teste</b>                                 | Apresentou 60% de acertos.  |
|  | <b>Durante o uso dos OAs</b>                                  | <p>Nessa etapa, a interação com professor passa a ser mais constante e é identificado o motivo pelo qual o aluno preferia interagir mais com o colega e ficava desconfortável com a presença do professor: dificuldade em formalizar o raciocínio e lidar com a linguagem matemática, sobretudo a algébrica. O aluno consegue realizar algumas atividades com autonomia, mas tinha dificuldade em expressar a estrutura aritmética e algébrica com a qual estava lidando. Com isso, o aluno tinha dificuldade em interagir com o professor, já que temia não conseguir se expressar corretamente.</p> <p>Com as atividades dirigidas do simulador e planilhas eletrônicas, o aluno passou a compreender como as grandezas se relacionavam e a forma como eram construídas as representações algébricas.</p> <p>Assim como outros alunos, na planilha eletrônica, não teve dificuldade em lidar com a linguagem digital, entretanto os obstáculos estavam relacionados ao pensamento algébrico. Quando envolveu a representação algébrica de funções relacionadas à geometria ou porcentagem, o aluno precisou da mediação do professor.</p>   |

|  |                               |  |
|--|-------------------------------|--|
|  | <b>Resultado do Pós-teste</b> | Apresentou 83,3% de acertos.   |
| <b>Função polinomial do 1º grau (cap. 4)</b>                                 | <b>Resultado do Pré-teste</b> | Apresentou 33,3% de acertos.   |
|  | <b>Durante o uso dos OAs</b>  | <p>Na construção de gráficos, conseguiu construir tabelas, calcular as coordenadas dos pontos e localizá-los corretamente. Soube atribuir valores a x e calcular o y com facilidade. Demonstrou ter facilidade com operações com números inteiros e decimais.</p> <p>No jogo de raiz de uma função, conseguiu calcular as raízes, recorrendo no início ao uso de lápis e papel e depois, ao cálculo mental. Acertou todos os desafios na terceira tentativa. Entretanto, um fato chamou a atenção: quando o aluno errava algumas vezes, reiniciava o jogo para que começasse a contagem dos pontos sem os erros cometidos. Isso não afeta a aprendizagem, porque quando o aluno reinicia o jogo, ele busca com isso, onde está o erro e evita cometê-lo na próxima tentativa, interiorizando dessa forma, o processo para o cálculo da raiz e quais caminhos são equivocados. O problema é que não conseguimos acompanhar a evolução.</p> <p>No jogo do cálculo da taxa de variação, o aluno conseguiu fazer todos os desafios, entretanto teve dificuldade nas adições algébricas.</p>  |
|  | <b>Resultado do Pós-teste</b> | Apresentou 60,9% de acertos.   |
| <b>Aprendizagens identificadas após o uso dos OAs</b>                        |                               | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreende a relação entre par ordenado e localização de ponto no plano cartesiano, invertendo as coordenadas durante a localização;</li> <li>• Localiza pontos com coordenada racional;</li> <li>• Localiza pontos nos eixos cartesianos;</li> <li>• Relaciona as coordenadas de um ponto, ao quadrante a qual pertence.</li> <li>• Identifica a representação algébrica de situação-problema simples;</li> <li>• Identifica o valor de uma grandeza, a partir da representação algébrica de uma função;</li> <li>• Define função;</li> <li>• Sabe definir valores para as grandezas.</li> <li>• Em situações-problemas com menor complexidade, consegue definir um modelo algébrico para representá-las.</li> <li>• Compreende a importância de definir modelos algébricos em diversas situações;</li> <li>• Compreende a importância da linguagem matemática;</li> <li>• Compreende o significado de variáveis;</li> <li>• Compreende que o valor de saída, tanto através do simulador, quanto através da planilha eletrônica depende do valor de entrada, isto é, da variável independente.</li> <li>• Compreende que a ordem das operações, na representação algébrica, é importante e que a troca da ordem podem provocar em resultados incorretos.</li> <li>• Lida com fórmulas simples na planilha eletrônicas</li> <li>• Interage com o colega, contribuindo para a compreensão das etapas;</li> <li>• Identifica a representação gráfica de uma função a partir da análise de dados tabulares.</li> <li>• Sabe construir gráficos de função do 1º grau, através da localização de dois pontos no plano cartesiano;</li> </ul> |
| <b>Conhecimentos e habilidades que ainda precisam da mediação pedagógica</b> |                               | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ainda apresenta dificuldade de concentração e desatenção;</li> <li>• Não consegue descrever formalmente o raciocínio;</li> <li>• Tem dificuldade em lidar com situações abstratas.</li> <li>• Tem dificuldade de expor suas ideias, sobre os assuntos que foram trabalhados em sala.</li> <li>• Não consegue definir a representação algébrica de uma função a partir de pares ordenados.</li> <li>• Tem dificuldade de calcular taxa de variação a uma situação-problema.</li> </ul>   |

### 6.3 Aluno MM2

O aluno MM3 é do turno matutino e tem 15 anos. Participou de todos os encontros.

| Categoria   |                               | Características identificadas   |
|---|-------------------------------|---|
| <b>Informações pessoais/Situação escolar</b>                  |                               | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Estuda no colégio há mais de 3 anos.</li> <li>• Nunca reprovou ou abandonou os estudos.</li> <li>• Duas pessoas da família cursam/cursaram Ensino Superior.</li> <li>• Pretende cursar Odontologia.</li> <li>• Pretende trabalhar enquanto estuda.</li> <li>• Gosta de estudar e tem a biologia, geografia, história e química, as disciplinas preferidas.</li> <li>• Considera que tem facilidade em cálculo mental e nos conteúdos ensinados na escola.</li> <li>• Interagiu, principalmente, com o aluno MM1.</li> <li>• É um aluno introvertido.</li> </ul>  |
| <b>Uso da tecnologia</b>                                      |                               | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Possui <i>smartphone</i>, <i>notebook</i> e computador.</li> <li>• Tem acesso à Internet.</li> <li>• Tem o hábito de usar a Internet para acessar redes sociais (Facebook, Instagram, etc), conversar com pessoas (Whatsapp, skype), pesquisas em sites de busca., pesquisas da escola, fazer downloads (séries, filmes, músicas, etc.), participar de jogos <i>on-line</i>.</li> <li>• Dos aplicativos voltados ao ensino de matemática, conhece apenas a calculadora científica, conversor de medida e cronômetro.</li> <li>• Acredita que o uso de tecnologia no ensino facilitaria a aprendizagem.</li> </ul>  |
| <b>Conhecimento e habilidades identificadas antes dos OAs</b> |                               | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tem autonomia para operar dispositivo/aplicativos;</li> <li>• Compreende a linguagem digital;</li> <li>• Encontra os símbolos matemáticos no teclado do <i>smartphone</i> com facilidade;</li> <li>• Usa atalhos no teclado;</li> <li>• Lê e interpreta orientações corretamente;</li> <li>• Resolve expressões numéricas com números inteiros;</li> <li>• Comunica-se com clareza fazendo-se entender;</li> <li>• Ouve com atenção;</li> <li>• Faz uso de linguagem para comunicar-se e expressar ideias e opiniões.</li> <li>• Faz leitura de situações-problemas e imagens simples, descrevendo e interpretando as informações existentes;</li> <li>• Consegue interagir com colegas e professores, mas com menor intensidade que outros alunos, por causa da timidez.</li> <li>• Consegue realizar cálculo mental com facilidade.</li> </ul> |
| <b>Sistema Cartesiano no plano (can.2)</b>                    | <b>Resultado do Pré-teste</b> | Apresentou 20% de acertos.  |
|   | <b>Durante o uso dos OAs</b>  | Como faltou o primeiro encontro, conseguiu interagir pouco com os alunos, porque estava uma etapa atrás dos outros participantes. É um aluno que demonstrou maior resistência para interagir com o professor. Se expressou pouco e se mostrava desconfortável ao filmá-lo ou observá-lo. Depois do aluno do noturno, NM1, foi o que precisou de mais tentativas para atingir 100% de acertos nos jogos. Observando-o percebemos que tinha dificuldade em localizar os pontos, trocando a ordem constantemente e não deslocava o ponto corretamente, deixando-o próximo, mas não sendo reconhecido pelo applet.  |

|  |                               |   |
|--|-------------------------------|---|
|  |                               | <p>Através dessas dificuldades, o jogo sofreu alteração. Na adaptação do jogo, foi introduzido uma margem de aceitação para a localização do ponto, isto é, se o aluno deixar o ponto dentro dessa área, o programa considerará correta a localização.</p> <p>Entretanto, mesmo com as dificuldades reveladas, inicialmente, foi o aluno que apresentou o melhor desempenho, comparando o percentual de acertos entre o pré-teste e o pós-teste. Errou apenas uma questão sobre a identificação da localização de pontos nos eixos. Outras questões semelhantes, o aluno acertou. Revelando que o erro ocorreu mais por distração do que por não interiorização do conteúdo.</p>  |
|  | <b>Resultado do Pós-teste</b> | Apresentou 90% de acertos.  |
| <b>Introdução à função (cap. 3)</b>          | <b>Resultado do Pré-teste</b> | Apresentou 80% de acertos.  |
|  | <b>Durante o uso dos OAs</b>  | <p>Nessa etapa, o aluno passou a interagir mais com o professor, solicitar a mediação e se aproximou do aluno MM1.</p> <p>Não apresentou dificuldade em interagir com o simulador e conseguiu fazer todas as atividades com algumas intervenções pedagógicas.</p> <p>Apresentou dificuldade em formalizar o raciocínio e expressar com clareza, formalizando o raciocínio algébrico.</p> <p>Com as planilhas eletrônicas, teve dificuldade em representar algebricamente problemas de geometria, porcentagem e quando envolvia valor fixo.</p> <p>Conseguiu construir fórmulas simples e compreendeu a relação dessa fórmula com a representação algébrica da função, embora ainda tenha dificuldade com situações-problema mais complexas.</p> <p>Com as atividades dirigidas do simulador e planilhas eletrônicas, o aluno passou a compreender como as grandezas se relacionavam e a forma como eram construídas as representações algébricas.</p> <p>Assim como outros alunos, na planilha eletrônica, não teve dificuldade em lidar com a linguagem digital, entretanto os obstáculos estavam relacionados ao pensamento algébrico. Quando envolveu a representação algébrica de funções relacionadas à geometria ou porcentagem, o aluno precisou da mediação do professor.</p> <p>Entretanto, de todos os participantes, foi o único que conseguiu acertar todas as questões do pós-teste.</p> |
|  | <b>Resultado do Pós-teste</b> | Apresentou 100% de acertos.   |
| <b>Função polinomial do 1º grau (cap. 3)</b> | <b>Resultado do Pré-teste</b> | Apresentou 66,7% de acertos.  |
|  | <b>Durante o uso dos OAs</b>  | <p>Não apresentou dificuldade em interagir com nenhum OA. Na construção de gráficos, conseguiu construir tabelas, calcular as coordenadas dos pontos e localizá-los corretamente.</p> <p>Nas atividades de classificação de função em crescente e decrescente, o aluno conseguiu fazer tranquilamente.</p> <p>No jogo de cálculo de raiz, fez todos os cálculos mentalmente, demonstrando capacidade de abstração do algoritmo e de memorização de processos.</p> <p>No jogo de cálculo da taxa de variação, conseguiu fazer todos os desafios, mas demonstrou dificuldade nas adições algébricas. Já na primeira tentativa, errou apenas um cálculo.</p> <p>O OA mais desafiador, foi o jogo de determinação da representação algébrica a partir de dois pontos. Conseguiu calcular, mas demonstrou ter apenas memorizado o processo. No pós-teste, foram os conceitos que não havia interiorizado.</p>  |

|   |  |   |
|---|--|---|
|   | <b>Resultado do Pós-teste</b>  | Apresentou 87% de acertos.  |
| <b>Aprendizagens identificadas após o uso dos OAs</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreende a relação entre par ordenado e localização de ponto no plano cartesiano.</li> <li>• Localiza pontos com coordenada racional.</li> <li>• Relaciona as coordenadas de um ponto, ao quadrante a qual pertence.</li> <li>• Identifica as coordenadas de pontos nos eixos;</li> <li>• Identifica a representação algébrica de situação-problema simples;</li> <li>• Descreve a sequência de operações envolvida numa representação algébrica;</li> <li>• Define função e formula exemplos de funções que estejam presentes em seu cotidiano;</li> <li>• Define quais as grandezas envolvidas em situações com menor complexidade.</li> <li>• Define valores para as grandezas.</li> <li>• Em situações-problemas, define um modelo algébrico para representá-las.</li> <li>• Compreende a importância da linguagem matemática;</li> <li>• Compreende a importância de definir modelos algébricos em diversas situações;</li> <li>• Compreende o significado de variáveis;</li> <li>• Compreende que a ordem das operações na representação algébrica é importante e que a troca da ordem pode provocar em resultados incorretos.</li> <li>• Lida com fórmulas na planilha eletrônicas</li> <li>• Identifica, a partir da representação gráfica de uma função, quais as raízes;</li> <li>• Constrói gráficos através da localização de dois pontos no plano cartesiano;</li> <li>• Constrói gráficos de funções com coeficiente racionais;</li> <li>• Calcula valor numérico de expressão algébrica envolvendo números inteiros e racionais.</li> <li>• Classifica se uma função polinomial do 1º grau é crescente ou decrescente, quando o gráfico representa uma situação-problema.</li> <li>• Calcula a taxa de variação de uma função polinomial do 1º grau.</li> <li>• Desenvolveu capacidade de abstração do algoritmo e de memorização de processos, buscando atalho para resolver os jogos.</li> </ul> |   |
|   | <b>Conhecimentos e habilidades que ainda precisam da mediação pedagógica</b>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tem dificuldade de se expressar com clareza, formalizando o raciocínio algébrico.</li> <li>• Identificar a representação algébrica de uma função, a partir de dois pares ordenados.</li> </ul> |

#### 6.4 Aluno MF1

A aluna MF1 é do turno matutino e tem 15 anos. Participou de todos os encontros.

| <b>Categoria</b>                             | <b>Características identificadas</b>   |
|--|--|
| <b>Informações pessoais/Situação escolar</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Estuda no colégio há mais de 3 anos.</li> <li>• Nunca reprovou ou abandonou os estudos.</li> <li>• Tem apenas uma pessoa na família que cursa/cursou Ensino Superior.</li> <li>• Pretende cursar Engenharia Química.</li> <li>• Não pretende trabalhar antes de completar os estudos.</li> <li>• Gosta de estudar e tem a geografia, matemática e química, as disciplinas preferidas.</li> <li>• Considera que não tem facilidade em cálculo mental e nos conteúdos ensinados na escola, apesar de tirar notas boas.</li> </ul> |

|   |   |   |
|---|---|---|
|   |   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interagiu principalmente com as alunas MF2 e MF3 (essa última, nos últimos encontros).</li> </ul>  |
|   | <b>Uso da tecnologia</b>                                      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Possui <i>smartphone</i>, computador e <i>tablet</i>.</li> <li>• Tem acesso à Internet.</li> <li>• Tem o hábito de usar a Internet para acessar redes sociais (Facebook, Instagram, etc), conversar com pessoas (Whatsapp, skype), pesquisas da escola, assistir a vídeos ou ouvir músicas, fazer downloads (séries, filmes, músicas, etc.) e participar de jogos <i>on-line</i>.</li> <li>• Dos aplicativos voltados ao ensino de matemática, conhece apenas a calculadora científica.</li> <li>• Acredita que o uso de tecnologia no ensino facilitaria a aprendizagem.</li> </ul>   |
|   | <b>Conhecimento e habilidades identificadas antes dos OAs</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Apresenta autonomia para operar o dispositivo/aplicativos.</li> <li>• Tem proficiência na linguagem digital.</li> <li>• Consegue encontrar os símbolos matemáticos no teclado do <i>smartphone</i> com facilidade.</li> <li>• Sabe usar atalhos do teclado para operadores matemáticos.</li> <li>• Lê e interpreta orientações corretamente;</li> <li>• Sabe resolver expressões numéricas com números inteiros.</li> <li>• Sabe localizar pontos com coordenadas inteiras no plano cartesiano.</li> <li>• Sabe identificar coordenadas de pontos nos quadrantes.</li> <li>• Consegue resolver equações do 1º grau, porém de por processos mecanizados.</li> <li>• Consegue desenvolver processos mentais simples.</li> <li>• Facilidade em interagir socialmente e discutir as resoluções.</li> <li>• Consegue identificar o valor de uma grandeza, a partir de dados apresentados em tabela;</li> <li>• Consegue identificar a representação gráfica de uma função a partir da análise de dados tabulares.</li> <li>• Consegue resolver equações do 1º grau;</li> <li>• Consegue calcular a imagem de uma função.</li> </ul> |
| <b>Sistema Cartesiano no plano</b><br>(cap.2) | <b>Resultado do Pré-teste</b>                                 | 80% de acertos.   |
|   | <b>Durante o uso dos OAs</b>                                  | Durante a interação com os OAs, a aluna demonstrou interesse, persistência e motivação em realizar a atividade. Nos jogos de localização de pontos, na segunda tentativa, a aluna havia atingido 100% de acertos. Solicitou a mediação do professor, apenas nos pontos com coordenadas racionais e na localização de pontos nos eixos. Relatou que o motivo dos erros nas atividades, ocorria por falta de atenção.   |
|   | <b>Resultado do Pós-teste</b>                                 | 100% de acertos.  |
| <b>Introdução à função</b> (cap. 3)           | <b>Resultado do Pré-teste</b>                                 | 80% de acertos.   |
|   | <b>Durante o uso dos OAs</b>                                  | Não apresentou dificuldade em interagir com o simulador e conseguiu fazer todas as atividades com poucas intervenções do professor. Demonstrou dificuldade apenas na representação algébrica, mas depois da interação com o professor, conseguiu fazer as atividades com autonomia. Apresentou dificuldade em formalizar o raciocínio e construir argumentos bem fundamentados, demonstrando que o conhecimento algébrico, construído, ocorreu por memorização.   |

|  |   |   |
|--|---|---|
|  |   | Com as planilhas eletrônicas, teve dificuldade em representar algebricamente problemas de geometria, porcentagem e quando envolvia valor fixo. Conseguiu construir fórmulas simples no aplicativo e compreender a relação dessa fórmula, com a representação algébrica da função, embora ainda tenha dificuldade com situações-problema mais complexos.   |
|  | <b>Resultado do Pós-teste</b>                         | 58,3% de acertos.   |
| <b>Função polinomial do 1º grau (cap. 4)</b> | <b>Resultado do Pré-teste</b>                         | 33,3% de acertos.   |
|  | <b>Durante o uso dos OAs</b>                          | <p>Não apresentou dificuldade em interagir com nenhum OA. Na construção de gráficos, conseguiu construir tabelas, calcular as coordenadas dos pontos e localizá-los corretamente, entretanto, quando os coeficientes da função eram decimais, a aluna geralmente errava o cálculo e conseqüentemente, a localização. Nos mesmos cálculos, a aluna demonstrava dificuldade em adição algébrica. Houve caso de <b>0 - 0,5</b>, a aluna apresentar dúvida.</p> <p>Nas atividades de classificação de função em crescente e decrescente, a aluna conseguiu fazer tranquilamente.</p> <p>No jogo de cálculo de raiz, a aluna fez todos os cálculos com lápis e papel e conseguiu ter um bom desempenho. Acertando todos os desafios já na segunda tentativa. A dificuldade se concentrou nos cálculos de raízes com coeficiente racional.</p> <p>No jogo do cálculo da taxa de variação, a aluna conseguiu fazer todos os desafios, mas demonstrou dificuldade nas adições algébricas. Já na primeira tentativa, errou apenas um cálculo.</p>  |
|  | <b>Resultado do Pós-teste</b>                         | 60,9% de acertos.   |
|  | <b>Aprendizagens identificadas após o uso dos OAs</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreendeu a relação entre par ordenado e localização de ponto no plano cartesiano, diminuindo consideravelmente a inversão das coordenadas.</li> <li>• Aprendeu a localizar pontos com coordenada racional <math>\{\frac{k}{2}, k \in \mathbb{Z}\}</math>.</li> <li>• Aprendeu a relacionar as coordenadas de um ponto, ao quadrante a qual pertence.</li> <li>• Diminuiu a desatenção e o comportamento impulsivo.</li> <li>• Sabe identificar as coordenadas de pontos nos eixos;</li> <li>• Consegue identificar a representação algébrica de situação-problema simples;</li> <li>• Descrever a sequência de operações envolvida numa representação algébrica;</li> <li>• Consegue definir função e formular exemplos de funções que estejam presentes em seu cotidiano;</li> <li>• Consegue definir quais as grandezas envolvidas em situações com menor complexidade.</li> <li>• Consegue definir valores para as grandezas.</li> <li>• Em situações-problemas com menor complexidade, consegue definir um modelo algébrico para representá-las.</li> <li>• Compreendeu a importância da linguagem matemática;</li> <li>• Compreendeu a importância de definir modelos algébricos em diversas situações;</li> <li>• Compreendeu o significado de variáveis;</li> <li>• Compreendeu que a ordem das operações na representação algébrica é importante e que a troca da ordem podem provocar em resultados incorretos.</li> <li>• Sabe lidar com fórmulas simples na planilha eletrônicas</li> <li>• Consegue identificar, a partir da representação gráfica de uma função, quais as raízes;</li> </ul> |

|   |  |
|---|--|
|   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendeu a construir gráficos através da localização de dois pontos no plano cartesiano;</li> <li>• Consegue construir gráficos de funções com coeficiente racionais;</li> <li>• Consegue calcular valor numérico de expressão algébrica envolvendo números inteiros e racionais.</li> <li>• Sabe classificar se uma função polinomial do 1º grau é crescente ou decrescente, quando o gráfico representa uma situação-problema.</li> <li>• Sabe calcular a taxa de variação de uma função polinomial do 1º grau.</li> </ul>  |
| <p><b>Conhecimentos e habilidades que ainda precisam da mediação pedagógica</b></p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Formalizar o raciocínio;</li> <li>• Identificar o valor de uma grandeza, a partir da representação algébrica de uma função complexa;</li> <li>• Definir um modelo algébrico para representar situações-problemas com maior complexidade.</li> <li>• Capacidade de lidar com situações abstratas.</li> <li>• Identificar a partir de um gráfico qual função apresentou maior variação em um intervalo.</li> <li>• Identificar os coeficientes de uma função, a partir da representação gráfica.</li> <li>• Identificar a representação gráfica de uma função, a partir de dois pares ordenados.</li> </ul> |

## 6.5 Aluno MF2

A aluna MF2 é do turno matutino e tem 15 anos. Participou de todos os encontros.

| <b>Categoria</b>                                    | <b>Características identificadas</b>  |
|---|---|
| <p><b>Informações pessoais/Situação escolar</b></p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Estuda no colégio há mais de 3 anos.</li> <li>• Nunca reprovou ou abandonou os estudos.</li> <li>• Tem apenas uma pessoa na família que cursa/cursou Ensino Superior.</li> <li>• Pretende cursar Direito e ser advogada.</li> <li>• Não pretende trabalhar antes de completar os estudos.</li> <li>• Gosta de estudar e tem a física, filosofia, português e química, as disciplinas preferidas.</li> <li>• Considera que tem facilidade em cálculo mental e nos conteúdos ensinados na escola, entretanto não tira notas boas em provas. Isso ficou evidente nos resultados dos pós-testes. A aluna apresentou bom desempenho nas observações, mas baixo desempenho nos testes.</li> </ul>  |
| <p><b>Tecnologia</b></p>                            | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Possui somente <i>smartphone</i>.</li> <li>• Tem acesso à Internet.</li> <li>• Tem o hábito de usar a Internet para acessar redes sociais (Facebook, Instagram, etc), conversar com pessoas (Whatsapp, skype), pesquisas em sites de busca., pesquisas da escola, assistir a vídeos ou ouvir músicas, fazer downloads (séries, filmes, músicas, etc.), pesquisar produtos e preços, fazer compras, participar de jogos <i>on-line</i>.</li> <li>• Dos aplicativos voltados ao ensino, conhece apenas o Brainly<sup>10</sup> (Comunidade de perguntas e respostas de vários ramos do conhecimento).</li> <li>• Acredita que o uso de tecnologia no ensino facilitaria a aprendizagem, mas não concorda que aumentaria o interesse nas aulas.</li> </ul> |
| <p><b>Conhecimento e habilidades</b></p>            | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tem autonomia para operar dispositivo/aplicativos;</li> </ul>  |

<sup>10</sup> Disponível em <https://brainly.com.br/>. Acesso em 30 ago 2019.

|   |  |   |
|---|--|---|
| <p><b>identificadas antes dos OAs</b></p>         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreende a linguagem digital;</li> <li>• Consegue encontrar os símbolos matemáticos no teclado do <i>smartphone</i>, com facilidade.</li> <li>• Sabe usar atalhos do teclado para operadores matemáticos.</li> <li>• Tem facilidade em interagir com o colega, mas dificuldade em interagir com o professor.</li> <li>• Não demonstra autonomia na realização das atividades. Sempre precisa da interação aluno-aluno para avançar.</li> <li>• Encontra os símbolos matemáticos no teclado do <i>smartphone</i> com facilidade;</li> <li>• Resolve expressões numéricas com números inteiros;</li> <li>• Comunica-se com clareza fazendo-se entender;</li> <li>• Ouve com atenção;</li> <li>• Faz uso de linguagem para comunicar-se e expressar ideias e opiniões.</li> <li>• Faz leitura de situações-problemas e imagens simples, descrevendo e interpretando as informações existentes;</li> <li>• Consegue interagir mais com colegas do que com o professor. A interação ocorreu, principalmente com a aluna MF1. É uma aluna que interagiu pouco com o professor. Não gostava de ser observada ou filmada. Ficava constantemente incomodada com a proximidade do professor. Questionada sobre esse fato, não apresentava nenhuma justificativa além de dizer que não gostava.</li> </ul> |   |
| <p><b>Sistema Cartesiano no plano (cap.2)</b></p> | <p><b>Resultado do Pré-teste</b></p>   | <p>Apresentou 80% de acertos.</p>   |
|   | <p><b>Durante o uso dos OAs</b></p>  | <p>É uma aluna que demonstrou resistência para interagir com o professor. Se expressou pouco e se mostrava desconfortável ao filmá-la ou observá-la. Sempre que a observava, pedia que não ficasse próxima. Que tinha vergonha. Além MM2, foi a aluna que precisou de mais tentativas para atingir 100% de acertos nos jogos. Observando-a percebemos que tinha dificuldade em localizar os pontos, trocando a ordem constantemente.</p> <p>Teve dificuldade para localizar pontos com coordenadas racionais e nos eixos. De todos os participantes, foi a única que apresentou queda no desempenho, após o uso dos OAs. Demonstra dificuldade em interpretação e abstração, além de confundir os sinais, demonstrando desatenção.</p> <p>Na interação com os OAs, a aluna interagiu com a colega MF1 e demonstrava autonomia, entretanto, durante o pós-teste, demonstrou dificuldade em relacionar os conceitos abordados em situações mais complexas, demonstrando que a interiorização ocorreu de forma mecanizada.</p> |
|   | <p><b>Resultado do Pós-teste</b></p>   | <p>Apresentou 50% de acertos.</p>   |
| <p><b>Introdução à função (cap. 3)</b></p>        | <p><b>Resultado do Pré-teste</b></p>   | <p>Apresentou 80% de acertos.</p>   |
|   | <p><b>Durante o uso dos OAs</b></p>  | <p>Não tem domínio em linguagem matemática. Não sabia relacionar variável dependente com a independente. Demonstra dificuldade em raciocínio algébrico.</p> <p>Em toda a ficha de atividade dirigida, a aluna interagiu com a colega MF1.</p> <p>Percebemos que todas as construções algébricas que havia feito até o momento, eram construções mecânicas partindo de técnicas de memorização. A falta de autonomia da aluna demonstrava isso, já que em todas as atividades dependeu da interação com o colega.</p> <p>Apresentou dificuldade em generalizar as relações de dependência propostos na atividade dirigida. Percebemos que a interação com o colega foi importante para o pensamento algébrico, mas foi insuficiente para que a aluna tivesse autonomia para realizar as atividades sozinha.</p> <p>Na planilha eletrônica, houve engajamento na atividade e demonstrou interesse ao perceber que é possível criar fórmulas para automatizar os cálculos. Não teve</p>  |

|   |                               |  |
|---|-------------------------------|--|
|   |                               | <p>dificuldade em lidar com a linguagem digital. Bastou uma interação com a colega e o professor para que os principais comandos fossem interiorizados. A dificuldade que a aluna apresentou está relacionada ao pensamento algébrico. Com a ajuda da colega, conseguiu construir fórmulas simples no aplicativo e compreender a relação dessa fórmula, com a representação algébrica da função, embora ainda tenha dificuldade em realizar a atividade sozinha.</p> <p>Mais uma vez apresentou queda no desempenho no pós-teste.</p>  |
|   | <b>Resultado do Pós-teste</b> | Apresentou 66,7% de acertos.   |
| <b>Função polinomial do 1º grau (cap. 4)</b>          | <b>Resultado do Pré-teste</b> | Apresentou 0,0% de acertos.  |
|   | <b>Durante o uso dos OAs</b>  | <p>Não apresentou dificuldade em interagir com nenhum OA. Assim, como MF1, na construção de gráficos, conseguiu construir tabelas, calcular as coordenadas dos pontos e localizá-los corretamente, entretanto, quando os coeficientes da função eram decimais, a aluna geralmente demonstrava estar insatisfeita de ter que fazer a atividade, além de errar o cálculo e conseqüentemente, a localização. Nos mesmos cálculos, a aluna demonstrava dificuldade em adição algébrica.</p> <p>Nas atividades de classificação de função em crescente e decrescente, a aluna conseguiu fazer tranquilamente.</p> <p>Percebemos que os conceitos matemáticos que requeriam algoritmos ou pouca abstração e mais memorização de processos, a aluna se saia melhor e conseguia interiorizá-los.</p> <p>No jogo de cálculo de raiz, a aluna fez todos os cálculos com lápis e papel e conseguiu ter um bom desempenho. Acertando todos os desafios já na terceira tentativa.</p> <p>No jogo do cálculo da taxa de variação, a aluna conseguiu fazer todos os desafios, mas demonstrou dificuldade nas adições algébricas.</p> <p>O OA mais desafiador à aluna, foi o jogo de determinação da representação algébrica a partir de dois pontos. Conseguiu calcular, mas demonstrou ter apenas memorizado o processo.</p> <p>Foi o capítulo que a aluna apresentou o melhor desempenho.</p> |
|   | <b>Resultado do Pós-teste</b> | Apresentou 65,2% de acertos.   |
| <b>Aprendizagens identificadas após o uso dos OAs</b> |                               | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreende a relação entre par ordenado e localização de ponto no plano cartesiano.</li> <li>• Relaciona as coordenadas de um ponto, ao quadrante a qual pertence.</li> <li>• Identifica a representação algébrica de situação-problema simples;</li> <li>• Descreve a seqüência de operações envolvida numa representação algébrica;</li> <li>• Define função e formula exemplos de funções que estejam presentes em seu cotidiano;</li> <li>• Define quais as grandezas envolvidas em situações com menor complexidade.</li> <li>• Define valores para as grandezas.</li> <li>• Compreende a importância da linguagem matemática;</li> <li>• Compreende a importância de definir modelos algébricos em diversas situações;</li> <li>• Compreende o significado de variáveis;</li> <li>• Compreende que a ordem das operações na representação algébrica é importante e que a troca da ordem pode provocar em resultados incorretos.</li> <li>• Lida com fórmulas simples na planilha eletrônicas</li> <li>• Identifica, a partir da representação gráfica de uma função, quais as raízes;</li> <li>• Constrói gráficos através da localização de dois pontos no plano cartesiano;</li> <li>• Constrói gráficos de funções com coeficiente racionais;</li> </ul>   |

|  |   |
|--|---|
|  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcula valor numérico de expressão algébrica envolvendo números inteiros e racionais.</li> <li>• Classifica se uma função polinomial do 1º grau é crescente ou decrescente, quando o gráfico representa uma situação-problema.</li> </ul>   |
| <b>Conhecimentos e habilidades que ainda precisam da mediação pedagógica</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Formalizar o raciocínio;</li> <li>• Localiza pontos com coordenada racional.</li> <li>• Identifica as coordenadas de pontos nos eixos;</li> <li>• Definir um modelo algébrico para representar situações-problemas com maior complexidade.</li> <li>• Capacidade de lidar com situações abstratas.</li> <li>• Em situações-problemas tem dificuldade em definir um modelo algébrico para representá-las.</li> <li>• Calcula a taxa de variação de uma função polinomial do 1º grau aplicada a uma situação-problema;</li> <li>• Identificar os coeficientes de uma função, a partir da representação gráfica.</li> <li>• Identificar a representação gráfica de uma função, a partir de dois pares ordenados.</li> </ul> |

## 6.6 Aluno MF3

A aluna MF3 é do turno matutino e tem 15 anos. Participou de todos os encontros.

| <b>Categoria</b>  | <b>Características identificadas</b>   |
|---|--|
| <b>Informações pessoais/Situação escolar</b>                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Estuda no colégio há mais de 3 anos.</li> <li>• Nunca reprovou ou abandonou os estudos.</li> <li>• Apenas uma pessoa da família cursa/cursou Ensino Superior.</li> <li>• Pretende cursar Direito e ser advogada.</li> <li>• Não pretende trabalhar antes de concluir os estudos.</li> <li>• Gosta de estudar e tem a física e língua estrangeira, as disciplinas preferidas.</li> <li>• Considera que tem facilidade em cálculo mental e nos conteúdos ensinados na escola, além de tirar notas boas.</li> <li>• Interagiu com os alunos MM1, MF1 e MF2.</li> </ul>                 |
| <b>Tecnologia</b>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Possui apenas <i>smartphone</i>.</li> <li>• Tem acesso à Internet.</li> <li>• Tem o hábito de usar a Internet para acessar redes sociais (Facebook, Instagram, etc), conversar com pessoas (Whatsapp, skype), pesquisas em sites de busca., pesquisas da escola, fazer downloads (séries, filmes, músicas, etc.), participar de jogos <i>on-line</i>.</li> <li>• Dos aplicativos voltados ao ensino de matemática, conhece apenas a calculadora científica.</li> <li>• Acredita que o uso de tecnologia no ensino facilitaria a aprendizagem.</li> </ul>                            |
| <b>Conhecimento e habilidades identificadas antes dos OAs</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Apresenta autonomia para operar o dispositivo/aplicativos.</li> <li>• Tem proficiência na linguagem digital.</li> <li>• Consegue encontrar os símbolos matemáticos no teclado do <i>smartphone</i> com facilidade.</li> <li>• Sabe usar atalhos do teclado para operadores matemáticos.</li> <li>• Lê e interpreta orientações corretamente;</li> <li>• Sabe resolver expressões numéricas com números inteiros.</li> <li>• Sabe localizar pontos com coordenadas inteiras no plano cartesiano.</li> <li>• Facilidade em interagir socialmente e discutir as resoluções.</li> </ul> |

|                                     |                        |   |
|-------------------------------------|------------------------|---|
|                                     |                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>• consegue identificar o valor de uma grandeza, a partir de dados apresentados em tabela;</li> <li>• consegue identificar a representação gráfica de uma função a partir da análise de dados tabulares.</li> <li>• consegue resolver equações do 1º grau.</li> <li>• consegue calcular a imagem de uma função.</li> </ul>  |
| Sistema Cartesiano no plano (cap.2) | Resultado do Pré-teste | Apresentou 60% de acertos.  |
|                                     | Durante o uso dos OAs  | <p>Durante a interação com os OAs, a aluna demonstrou interesse, persistência e motivação em realizar as atividades. Nos jogos de localização de pontos, na segunda tentativa, a aluna havia atingido 100% de acertos. Solicitou a mediação do professor, apenas nos pontos com coordenadas racionais e na localização de pontos nos eixos. Relatou que o motivo dos erros nas atividades, ocorria por falta de atenção, porque esquecia o sinal negativo ou trocava a ordem das coordenadas constantemente. Nas tentativas seguintes, atingiu 100% de acertos sem hesitar nenhum momento. Quando acertou, demonstrou estar feliz e queria logo mostrar seu resultado aos outros colegas. Na localização de pontos com coordenadas racionais contidas no conjunto <math>A = \{\frac{k}{2}   k \in \mathbb{Z}\}</math> precisou da intervenção do professor no início e depois consegui fazer, apresentando alguns erros, porém, demonstrando que havia compreendido.</p> <p>Na localização de pontos nos eixos, resultado da intercepção de reta nos eixos, demonstrou dificuldade. Na primeira tentativa houve a interação com o colega e depois da segunda tentativa, com o professor, mas depois concluiu a atividade sem dificuldade.</p>   |
|                                     | Resultado do Pós-teste | Apresentou 100% de acertos.   |
| Introdução à função (cap. 3)        | Resultado do Pré-teste | Apresentou 20% de acertos.  |
|                                     | Durante o uso dos OAs  | <p>Não tinha domínio em linguagem matemática. Não sabia relacionar o preço a pagar com a quantidade de litro de leite. Para a aluna, <math>x \cdot 2 = y</math> não representava a mesma relação que <math>y = x \cdot 2</math> ou <math>y = 2x</math>. Demonstrando dificuldade em raciocínio algébrico. Precisamos apresentar alguns exemplos, como:<br/> <math>2 + 5 = 7</math> é o mesmo que <math>7 = 2 + 5</math> e <math>2 \times 5 = 10</math> é o mesmo que <math>10 = 2 \times 5</math>. Depois, consideramos alguns quantidade de leite e preço a pagar, fazendo alterações nas representações para a aluna compreender as relações estabelecidas.</p> <p>Em toda a ficha de atividade dirigida, a aluna interagiu com o colega e com a professora.</p> <p>Percebemos que todas as construções algébricas que havia feito até o momento, eram construções mecânicas partindo de técnicas de memorização. A falta de autonomia da aluna demonstrava isso, já que todas as atividades dependiam da interação do aluno com simulador</p> <p>Apresentou dificuldade em generalizar as relações de dependência propostos na atividade dirigida. Percebi que a interação com o colega foi importante para o pensamento algébrico.</p> <p>Na planilha eletrônica, houve engajamento na atividade e demonstrou interesse ao perceber que é possível criar fórmulas para automatizar os cálculos. Não teve dificuldade em lidar com a linguagem digital. Bastou uma interação com o professor para os principais comandos para a aluna conseguir construir as fórmulas e as tabelas. A dificuldade que a aluna apresentou está relacionada ao pensamento algébrico.</p> |
|                                     | Resultado do Pós-teste | Apresentou 83,3% de acertos.  |
| Função                              | Resultado do Pré-teste | Apresentou 50% de acertos.  |

|  |   |   |
|--|---|---|
|  | <p><b>Durante o uso dos OAs</b></p>   | <p>Não apresentou dificuldade em interagir com nenhum OA. Na construção de gráficos, conseguiu construir tabelas, calcular as coordenadas dos pontos e localizá-los corretamente. Soube atribuir valores a x e calcular o y com facilidade. Demonstrou ter facilidade com operações com números inteiros e decimais.</p> <p>No jogo de raiz de uma função, a aluna conseguiu calcular as raízes, fazendo uso de lápis e papel, resolveu todas as equações, resultantes do processo de determinação da raiz. Acertou todos os desafios na quarta tentativa. A dificuldade se concentrou nos cálculos de raízes com coeficiente racional.</p> <p>No jogo do cálculo da taxa de variação, a aluna conseguiu fazer todos os desafios, mas demonstrou dificuldade nas adições algébricas. Já na primeira tentativa, errou apenas um cálculo.</p> <p>O OA mais desafiador à aluna, foi o jogo de determinação da representação algébrica a partir de dois pontos. A aluna conseguiu calcular, mas demonstrou ter apenas memorizado o processo.</p>  |
|  | <p><b>Resultado do Pós-teste</b></p>  | <p>Apresentou 87% de acertos.</p>   |
|  | <p><b>Aprendizagens identificadas após o uso dos OAs</b></p>                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreende a relação entre par ordenado e localização de ponto no plano cartesiano.</li> <li>• Localiza pontos com coordenada racional <math>\{\frac{k}{2}, k \in \mathbb{Z}\}</math>.</li> <li>• Relaciona as coordenadas de um ponto, ao quadrante a qual pertence.</li> <li>• Identifica as coordenadas de pontos nos eixos;</li> <li>• Identifica a representação algébrica de situação-problema simples;</li> <li>• Descreve a sequência de operações envolvida numa representação algébrica;</li> <li>• Define função e formula exemplos de funções que estejam presentes em seu cotidiano;</li> <li>• Define quais as grandezas envolvidas em situações com menor complexidade.</li> <li>• Define valores para as grandezas.</li> <li>• Em situações-problemas com menor complexidade, define um modelo algébrico para representá-las.</li> <li>• Compreende a importância da linguagem matemática;</li> <li>• Compreende a importância de definir modelos algébricos em diversas situações;</li> <li>• Compreende o significado de variáveis;</li> <li>• Compreende que a ordem das operações na representação algébrica é importante e que a troca da ordem pode provocar em resultados incorretos.</li> <li>• Lida com fórmulas simples na planilha eletrônicas</li> <li>• Identifica, a partir da representação gráfica de uma função, quais as raízes;</li> <li>• Constrói gráficos através da localização de dois pontos no plano cartesiano;</li> <li>• Constrói gráficos de funções com coeficiente racionais;</li> <li>• Calcula valor numérico de expressão algébrica envolvendo números inteiros e racionais.</li> <li>• Classifica se uma função polinomial do 1º grau é crescente ou decrescente, quando o gráfico representa uma situação-problema.</li> <li>• Calcula a taxa de variação de uma função polinomial do 1º grau.</li> </ul> |
|  | <p><b>Conhecimentos e habilidades que ainda precisam da mediação pedagógica</b></p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Formalizar o raciocínio;</li> <li>• Definir um modelo algébrico para representar situações-problemas com maior complexidade.</li> <li>• Capacidade de lidar com situações abstratas.</li> <li>• Identificar os coeficientes de uma função, a partir da representação gráfica.</li> <li>• Identificar a representação gráfica de uma função, a partir de dois pares ordenados.</li> </ul>   |

Ao buscarmos categorizar as análises individuais em: informações pessoais/situação escolar; uso da tecnologia; conhecimento e habilidades identificadas antes dos OAs; resultado do Pré-teste; resultados obtidos durante o uso dos OAs; resultado do Pós-teste; aprendizagens identificadas após o uso dos OAs e conhecimentos e habilidades que ainda precisam da mediação pedagógica, tivemos um panorama do contexto do qual o aluno está inserido e quais conhecimentos e habilidades o aluno já construiu e quais ainda precisam da intervenção pedagógica.

Com essas informações, percebemos que o uso dos OAs, associados à metodologia sócio construtivista, proporcionou aos alunos a interiorização dos conteúdos de forma dinâmica e colaborativa. A mediação do professor foi essencial para a construção de novos saberes e colaborou para que os alunos pudessem relacionar conhecimentos antigos aos novos.

Ademais, ao associarmos jogos, animação e simuladores, aumentou o engajamento dos jovens, levando-os a compreenderem a importância da linguagem matemática e de estruturar o pensamento algébrico. Com isso, definir uma função foi algo que ficou bastante marcado entre os alunos. Todos que fizeram as atividades de Introdução à função, souberam definir o que era função, construir exemplos de funções, compreenderam o que eram variáveis dependentes e independentes, além de aprender a representar algébrica e geometricamente uma função simples.

Entretanto, nem todos os alunos demonstraram evolução após o uso dos OAs. Destaque à aluna MF2. Nos dois primeiros capítulos, apresentou queda no desempenho do pré-teste para o pós-teste. Contudo, foi identificado que a queda no desempenho não está ligada ao uso dos OAs, mas ao contexto histórico-cultural da aluna. Ela se sentia incomodada com a presença do professor e não gostava de ser observada. Em poucas vezes solicitou a mediação pedagógica e quando isso ocorria, após a interação aluno-professor, a participante dispensava a pesquisadora e demonstrava aversão em saber que estava sendo observada.

Apesar de questionada sobre o porquê de não ficar à vontade em ser observada, a aluna não apresentou nenhum fato que justificasse o comportamento. À medida que avançavam os encontros, percebemos que essa dificuldade está mais ligada à insegurança e mecanização do conhecimento matemático do que ao uso dos OAs.

Observando os vídeos, percebemos que MF2 interagiu constantemente com MF1, conseguia fazer todas as atividades com a interação aluno-aluno, mas no momento do teste, os resultados refletiam que a aluna não interiorizou os conceitos. E isso foi notado também em avaliações aplicadas pelo professor regente.

A partir desse fato, é importante observar que a interação aluno-aluno é importante, mas é preciso ficar atento para que todos os envolvidos sejam estimulados a resolver os problemas de forma autônoma para verificar onde os conceitos ainda precisam de mediação (zona de desenvolvimento proximal).

Além disso, os processos mecânicos aos quais os alunos foram submetidos ao longo dos anos escolares, não favoreceram para um comportamento exploratório e questionador. Em nenhum momento os alunos foram além do que estava no roteiro ou fizeram questionamentos que extrapolassem as barreiras no que estava previsto. Com isso, é importante que o professor diversifique as metodologias adotadas para que sejam desenvolvidas habilidades investigativas nos alunos, sobretudo no ensino fundamental, que é onde a curiosidade é algo inerente e não deve ser tolhida, mas incentivada.

De um modo geral, os OAs contribuíram para a aprendizagem de diversos conceitos, mas é preciso compreender que sozinhos eles não foram capazes de desenvolver as habilidades necessárias para a compreensão de funções polinomiais. O uso dos OAs, coadunado à uma metodologia que favoreceu a interação aluno-conteúdo, aluno-aluno e aluno-professor é que trouxe ganhos para aprendizagem.

## 7 OUTROS PRODUTOS EDUCACIONAIS

### 7.1 Oficina - PIBID

**Título:** O smartphone no ensino de matemática

**Data:** 17 de abril de 2019

**Local:** Laboratório de informática do IME/UFG, Campus Samambaia, Goiânia, Goiás.

**Público Alvo:** alunos bolsistas do PIBID de Licenciatura em Matemática da UFG

**Objetivos:** Divulgar o livro digital desenvolvido; coletar contribuições dos graduandos para o aperfeiçoamento dos OAs; e demonstrar como os OAs poderiam ser trabalhados na Educação Básica.

**Recursos usados na oficina:** Data Show, rede de Internet Wi-Fi, smartphone dos próprios acadêmicos, roteiro com atividades dirigidas (Apêndice D).

**Instrumentos de coleta das contribuições:** Registros da pesquisadora e avaliação da Oficina em formulário *on-line* (Apêndice O).

Todas as contribuições feitas durante e no final da Oficina foram analisadas e as considerações foram valiosas para a nova versão do livro digital: *Função polinomial do primeiro grau* (Quadro 11- Apêndice O).

### 7.2 Apresentação em Congresso (Pôster)

De 14 a 17 de julho de 2019, foi realizado o *XIII Encontro Nacional de Educação Matemática*, na Arena Pantanal, Cuiabá, Mato Grosso. O evento é realizado trienalmente pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).

**Título:** Função Polinomial por meio de Objetos de Aprendizagem para smartphone

**Modalidade:** Pôster (Apêndices M e N)

**Evento:** XIII Encontro Nacional de Educação Matemática

**Data:** 14 a 17 de julho de 2019

**Local:** Arena Pantanal, Cuiabá, Mato Grosso.

**Observação:** Aguardando publicação nos Anais da SBEM.

### 7.3 Workshop – Campus Party Goiás

De 04 a 08 de setembro de 2019 ocorreu a 1ª Edição do *Campus Party Goiás*, evento de tecnologia, inovação, empreendedorismo, ciência, criatividade e o universo digital no mundo.

O *workshop* representou uma mostra de trabalhos desenvolvidos por alunos de graduação e pós-graduação na área da Educação Matemática em suas atividades de pesquisa e ensino. Estes trabalhos envolveram uso de tecnologias digitais e assistivas e suas perspectivas, além de conteúdos emergentes nas discussões sobre o ensino da matemática.

**Tema do Workshop:** Perspectivas futuras para o ensino da matemática: Função Polinomial por meio de Objetos de Aprendizagem em *smartphone* (Apêndices P)

**Evento:** Campus Party Goiás

**Data:** 06 de setembro de 2019

**Local:** Shopping Passeio das Águas, Goiânia, Goiás.

**Descrição:** Demonstramos como os OAs poderiam ser trabalhados na Educação Básica a partir do uso do *smartphone* como forma alternativa para situações com pouca infraestrutura tecnológica.

### 7.4 Oficina – IV CEMEG

**Título:** Objetos de Aprendizagem no ensino de função polinomial do primeiro grau: possibilidades pedagógicas com o *smartphone*

**Data:** 07 de novembro de 2019.

**Evento:** IV Colóquio dos Estudantes de Matemática e Estatística de Goiás (CEMEG)

**Local:** Laboratório de informática do Centro de aulas C, UFG, Campus Samambaia, Goiânia, Goiás.

**Público Alvo:** Graduandos de Licenciatura em Matemática da UFG.

**Objetivos:** Divulgar o livro digital; coletar contribuições dos graduandos para o aperfeiçoamento dos OAs; e demonstrar como os OAs poderiam ser trabalhados na Educação Básica.

**Recursos usados na oficina:** Data Show, rede de Internet Wi-Fi, *smartphone* dos próprios acadêmicos, computadores.

**Instrumentos de coleta das contribuições:** Avaliação da Oficina (Apêndice Q).

## 7.5 Artigo

**Título:** Elementos mediadores no ensino de função polinomial: um estudo através de objetos digitais de aprendizagem para *smartphone*

**Periódico:** Revista Polyphonia

**Ano:** 2019

**Qualis/Capes:** B2 em Ensino de Educação Básica

**ISSN:** 2238-8850

**Observação:** Em processo de avaliação (Apêndice R)

## 7.5 Livro digital *off-line*

Como as condições de infraestrutura das escolas são diversas, consideramos relevante a elaboração do livro digital em versão *off-line* para as situações em que há computador, mas os obstáculos com rede de Internet inviabilizam o uso do livro *on-line*.

Esta versão foi desenvolvida no eXelearning, adicionando os Objetos de Aprendizagem externos, como jogos e simuladores. Apenas os vídeos não poderão ser acessados *off-line* (Figura 118).

A versão *off-line* está no endereço: <https://www.geogebra.org/m/vspjv52r#chapter/438078>

Figura 118 – Versão *off-line* do livro digital

The screenshot shows a web browser window displaying the offline version of a digital book. The browser's address bar shows the file path: C:/Users/Duciclea/Google%20Drive%20(mat.coljalles@gmail.com)/EXELEARNING/Função%20Polinomial%20do%201º grau/4\_funo\_polinomial\_do\_1\_grau.html. The page header includes the UFG logo (Universidade Federal de Goiás) and the text 'Objetos de aprendizagem Matemática' and 'PROFMAT'. There are navigation links for 'Imprimir', '< Anterior', and 'Seguinte >'. The main content area is titled '4. Função polinomial do 1º grau' and lists five sub-topics, each with a corresponding icon: 4.1 Representação gráfica de uma função (graph icon), 4.2 Definição de função polinomial do 1º grau (document icon), 4.3 Construção do gráfico de função do 1º grau (graphing tool icon), 4.4 Movimento Retilíneo Uniforme (MRU) (car icon), and 4.5 Taxa de variação de uma função (graphing tool icon). A sidebar on the left contains a 'Menu' section with a list of topics, where '4. Função polinomial do 1º grau' is highlighted.

Fonte: Elaboração da própria autora

## 8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Enquanto investigava as aprendizagens que poderiam ser identificadas ao empregar Objetos de Aprendizagem ao ensino de funções polinomiais por meio do *smartphone*, ficou claro que a maioria dos alunos possui algum tipo de tecnologia digital móvel – principalmente, *smartphone* – e se mostram acessíveis quanto ao fato de dispor seus equipamentos para uso pedagógico. E mais, muitos desses alunos possuem apenas o *smartphone* para acessar alguns recursos digitais e a Internet, deixando de ter acesso à recursos que somente computadores ou *notebooks*, com suas telas maiores e sistemas operacionais mais sofisticados, conseguem oferecer.

E mesmo que os aplicativos: editores de texto, apresentações e planilhas eletrônicas sejam limitados, os resultados da pesquisa demonstraram que os aplicativos de planilhas eletrônicas (Planilhas Google ou Excel), mesmo com poucas ferramentas, proporcionaram boa experiência em construir tabelas, gráficos e fórmulas, por meio do *smartphone*. Claro que se fossem computadores, o tamanho da tela proporcionaria um conforto maior e o uso de mouse e teclado ofereceria menor grau de dificuldade na seleção de dados, entretanto, durante a investigação, foi observado boa desenvoltura dos jovens em deslizar os dedos na tela, demonstrando que é possível integrar ensino de álgebra ao uso das planilhas eletrônicas por meio do *smartphone*.

Os jogos e simuladores trouxeram uma forma mais lúdica e dinâmica de trabalhar os conceitos matemáticos, proporcionando maior engajamento dos jovens nas atividades.

E mesmo com todos os recursos disponibilizados, como orientações, atividades dirigidas e trabalho em grupo, um ator importante nesse cenário não foi dispensado em nenhum momento: o professor. O papel de mediador foi importante durante todo o tempo, buscando motivar os alunos, estabelecer diálogos, observar equívocos e delinear outras metodologias para mediar a relação do aluno com o objeto matemático. E é nesse papel do professor que quero descrever a experiência vivida enquanto pesquisadora.

Como professora há 20 anos, sempre busquei por metodologias diversificadas para que o processo de ensino e aprendizagem fosse mais significativo. Em alguns momentos apresentava bons resultados, em outros, não atingiam níveis satisfatórios. Entretanto, os métodos tradicionais ainda estavam entranhados em minha prática.

Nunca havia parado para compreender o que levava um aluno a aprender com maior facilidade do que outros; ou porque um procedimento metodológico era bom para uns e não tão eficiente para outros. Sempre me apropriei do discurso de que se eu havia ensinado, então o

aluno teria que aprender. E esse trabalho foi fundamental para descortinar algumas dessas percepções sobre o ato de ensinar.

Paulo Freire chama a atenção para a importância de conhecer o aluno, sua história, suas vivências, estabelecer uma relação horizontal entre as pessoas. E é o diálogo, meio de comunicação, a ponte que o indivíduo tem para se apresentar ao outro, para mediatizar a relação entre um e outro (FREIRE; GUIMARÃES, 2013).

Li muita coisa durante o curso de Licenciatura em Matemática e na minha vida profissional, mas as referências de educação que havia construído ao longo da minha história na Educação Básica e Ensino Superior eram a do professor no quadro, passando os conceitos prontos, seguido de atividades. Eu chegava em casa, me debruçava nesses conceitos e os internalizava. Contudo, sempre por meio de processos memorizados e individualizados. Não sabia sequer questionar ou trabalhar em grupo. Aí, de repente, me deparo com interação social e diálogo. Resultado: saio da minha zona de conforto e me questiono: como assim, estabelecer um diálogo? Nunca tive um diálogo com meu professor!

Eis que meu primeiro diálogo surge com minha orientadora, professora Dra. Elisabeth Cristina de Faria, carinhosamente chamada de Beth. A Beth estabeleceu esse diálogo comigo e quando estava com dúvidas, ao invés de me dar as respostas, me enchia de novas perguntas. Mas não era qualquer pergunta. Eram indagações que me faziam refletir, pesquisar e encontrar as respostas. Estava aí, a mediação pedagógica. Ensinar é isso! Ensinar não é simplesmente o aluno manifestar a dificuldade, o professor explicar novamente, perguntar se havia entendido e se o aluno acenasse com a cabeça que sim, sair e se dar por satisfeita. É muito mais.

É estabelecer uma relação de confiança entre o mediador e mediado. É fazê-lo se apropriar de suas funções cognitivas superiores, ferramentas e signos para a construção de novas habilidades. É desenvolver um ambiente colaborativo, que desperte no sujeito autonomia e confiança de que cada conhecimento adquirido é importante para sua formação e acima de tudo, respeitar seu ritmo.

Todos os atores envolvidos no processo precisam entender que cada um tem uma história, uma cultura, um ritmo de aprendizado que precisa ser considerado. E a Beth respeitou meu tempo e me desafiava a cada momento ultrapassar meus limites. Estava aí a maior aprendizagem em todo esse período de pesquisa: a pesquisadora aprendeu o que era mediação pedagógica, na prática.

Ao me deparar com a mediação pedagógica, percebi que não precisava estar o tempo todo no quadro negro ensinando. Aprendi que o trabalho em grupo também é importante para que o aluno possa interagir e aprender, cada um em seu ritmo. Ao posicionar como uma

facilitadora da aprendizagem e motivadora nas relações estabelecidas no cenário de pesquisa, pude perceber que o nível de confiança entre o mediado e o mediador aumentava e os resultados positivos surgiam.

O papel de mediadora ofereceu nova visão sobre a forma como os alunos assumiram sua função no processo de construção do conhecimento e como ele fazia relações e criavam estratégias para interiorizar os conceitos matemáticos. Pude perceber imediatamente onde estavam as dificuldades e assim, orientava cada aluno, individualmente, e este, passava a orientar os colegas.

Nesse processo, através dos OAs, os alunos assumiram um comportamento mais controlado, onde as ações psicológicas tornaram-se mais sofisticadas e menos impulsivas (OLIVEIRA, 2001). De fato, quando os alunos iniciavam os jogos, apresentavam desatenção e pressa em verificar as respostas. Percebendo que os erros impactariam no resultado, os participantes ficavam mais cautelosos na segunda tentativa, levando-os a consumirem mais tempo analisando a situação e revisando as respostas. Apenas quando apresentavam convicção no resultado é que finalizavam a etapa do jogo. Dessa forma, já na segunda ou terceira tentativa, a maioria dos alunos atingiam uma quantidade significativa de acertos.

Mas nem todo cenário educacional oportuniza ao professor assumir o papel de mediador. Excesso de alunos nas salas, falta de recursos financeiros, infraestrutura precária e tempo são os maiores obstáculos enfrentados pelos professores.

Os docentes são pressionados a cumprirem os programas já estabelecidos e quando conseguem se apropriar dos recursos audiovisuais ou das tecnologias digitais, as usam, na maioria das vezes, apenas para auxiliar na execução dos programas, e não no sentido de aproveitar esses instrumentos para desenvolver um novo campo de atuação e expressão (FREIRE; GUIMARÃES, 2013).

Não basta apenas o professor ser criativo e ter iniciativa. Para que tudo isso seja possível, os professores precisam ser fortalecidos.

O professor tem que ser valorizado enquanto elemento que possa articular essas diversas instâncias na produção do conhecimento e das diferenças trazidas pelos seus alunos. Assim, e somente assim, com o professor retomando o seu papel de liderança científica, cultural, ética, a escola pode assumir a condição de se constituir num efetivo espaço coletivo de culturas e conhecimentos [...] (PRETTO, 2011, p. 114)

Para Nóvoa (2009), os professores nunca foram prioridade no processo educacional. Sempre foi uma figura relativamente invisível num cenário educacional que se preocupou em racionalizar o ensino, buscando por pedagogia por objetivos, que planifica, prevê, controla; com atenção especial às organizações escolares, ao seu funcionamento, administração e gestão.

Somente, no final do século XX, importantes estudos internacionais alertaram para o problema das aprendizagens. E quando se fala de aprendizagens, fala-se, inevitavelmente, de professores. Paralelamente, tem-se as questões da diversidade, que abrem caminho para uma redefinição das práticas de inclusão social e de integração escolar. Por outro lado, os desafios colocados pelas novas tecnologias têm vindo a revolucionar o dia-a-dia das sociedades e das escolas. E a aquisição de uma capacidade intelectual de aprendizagem e de desenvolvimento, dá visibilidade aos professores.

Ainda, segundo Nóvoa (2009), nessa era digital, o professor ressurge como elemento insubstituível não só na promoção das aprendizagens, mas também no desenvolvimento de métodos apropriados de utilização dessas novas tecnologias. Para que o professor possa reconstruir sua prática continuamente, inserindo novas metodologias, diversificando os recursos e as técnicas de ensino, se apropriando dos processos de mudança e os transformem em práticas concretas de intervenção, é preciso uma reflexão coletiva, buscando alterar as condições existentes nas escolas. E sem essas condições, é inútil pensar em qualquer mudança e cairemos em discursos redundantes e repetitivos (NÓVOA, 2009).

Com formação adequada, com tempo para planejamento e o mínimo de condições necessárias, é possível fazer um bom uso dessas tecnologias disponíveis. Claro que o ideal seriam os dispositivos com telas e capacidade de armazenamento maiores, mas enquanto essa tecnologia se apresenta em processo lento para chegar à todas as escolas – e talvez nunca chegue –, não podemos fechar os olhos para ela.

Nem mesmo usar o discurso de que o uso do *smartphone* provocará distrações durante as aulas. Essa distração ocorre mesmo sem o uso do *smartphone*, quando o aluno conversa com o colega assuntos diversos, tenta ler um livro, revista ou faz um desenho na última página do caderno. Entretanto, durante a investigação, com um pequeno grupo de alunos, percebi que em nenhum momento, os participantes burlaram as regras e tentaram visualizar as mensagens provenientes das redes sociais. Como em cada atividade, os alunos tinham claro o objetivo e quais caminhos seguir, não houve tempo ocioso e o engajamento dos jovens nas atividades foi crescendo à medida que os alunos percebiam evolução na sua aprendizagem. A partir daí, os próprios participantes demonstravam interesse em silenciar as notificações. Com isso, em nenhum momento foi necessária a intervenção do professor para que os alunos retornassem às atividades, até porque não foi percebido nenhum momento de dispersão relevante.

Claro que em uma turma maior e com diversos tipos de perfis, esses momentos de dispersão poderão surgir, mas isso não pode ser um fator limitador para fazer uso do *smartphone* nas aulas. No entanto, o mais importante nesse processo foi trabalhar com roteiros de atividades

dirigidas. Além de direcionar a forma como os alunos interagiriam com os OAs, proporcionaram que os participantes não ficassem ociosos durante a aula, dificultando o desvio de sua atenção para atividades estranhas à proposta pedagógica do momento. Outro fator importante é que nenhum aluno demonstrava ansiedade por estar em etapa diferente da dos outros.

Isso corrobora com os resultados das pesquisas de Ortiz e Cristia (2014), em que o uso de programas guiados apresentaram melhores resultados do que os não guiados. E muitas vezes, esses programas guiados podem vir prontos, apenas para o professor mediar o processo ou ele precisa elaborar ou adaptar o programa para o conjunto de saberes já construídos por seus alunos. Entretanto, o mais importante é o professor entender que apenas os programas não são suficientes. É preciso levar em consideração que a interação social foi um dos pontos importantes para a construção dos novos saberes.

Outro ponto relevante e que a pesquisa corrobora com Moran et al (2017), é a de que devemos cuidar sobre a supervalorização das tecnologias digitais, já que são empregadas para colaborar no desenvolvimento do processo de aprendizagem. A tecnologia não é capaz de solucionar os problemas educacionais do Brasil, mas se usadas adequadamente, podem colaborar. E colaborou!

Um retrato disso foi a importância do papel do professor mediando as relações entre o aluno e o objeto matemático. Por mais instrutivo que o OA seja, o diálogo, os signos externos apresentados pelo professor e pelo aluno mais experiente foram substanciais.

É importante levar em consideração que ao propor o uso da tecnologia no ensino, todos os atores envolvidos no processo devem ter seus papéis ressignificados e sem um se sobrepor ao outro. O professor precisa assumir o papel de mediador e o aluno, precisa querer aprender, estar disposto a interagir, errar, buscar respostas e ter autonomia. Sem essa ressignificação, todo o processo de ensino e da aprendizagem ficarão comprometidos.

Os elementos mediadores se complementam e são imprescindíveis para a construção de novas aprendizagens, sem perder o rigor, a formalização das estruturas algébricas e favorecem para o desenvolvimento de representações mentais, inclusive.

Apenas o uso de OA não é suficiente para a compreensão e construção dos saberes. É necessário diversificar as metodologias para atender outros saberes que os OAs não conseguem cumprir. Inclusive, técnicas tradicionais não podem ser encaradas como vilãs. Diante do que é novo, não podemos repelir as técnicas clássicas, mas devemos integrá-las na medida em que são válidas (FREIRE; GUIMARÃES, 2013).

E nesse sentido, um argumento comum entre os professores mais conservadores consiste no temor de que ao usar a tecnologia digital, no ensino de matemática, o aluno deixará de usar papel, ou estruturar os cálculos podendo ter dificuldade em provas escritas. Em nenhum momento o aluno deixou de fazer uso do lápis e papel. Quando os OAs apresentavam um nível de complexidade mais elevado, os participantes estruturavam seus cálculos ou faziam esquemas no papel para depois responder a solicitação do OA. E somente depois de algum tempo, é que alguns alunos se encorajavam no cálculo mental. Estágio complexo do conhecimento algébrico.

Em suma, a pesquisa demonstrou que além dos alunos construírem diversas habilidades e competências, o professor, como elemento mediador, assumiu um papel importante e insubstituível nesse cenário. A mediação do professor não esteve somente durante os encontros, mas esteve nos roteiros, nos OAs de autoria própria, nos OAs selecionados e na forma como foi organizada a turma. As atividades escolhidas, a forma como os conceitos foram apresentados, como os diálogos foram sendo estabelecidos, representaram a essência de todo o trabalho. Ademais, o uso da tecnologia representou um ganho enorme na construção dos saberes. Quando o aluno interagia com os OAs, manipulava os simuladores, construía fórmulas, algumas relações algébricas passavam a fazer sentido e a internalização ocorria de uma forma natural.

Com isso, finalizo com uma fala de Freire em Freire e Guimarães (2013, s.p.) em que “se a gente souber utilizar os recursos que temos à mão, ainda que não tenhamos muito dinheiro, muita verba para financiar instrumentos mais sofisticados, poderemos, com recursos mais simples, desenvolver o raciocínio, a criatividade, o rigor. Por que não tentar?”

## REFERÊNCIAS

AMIM JÚNIOR, J. E. **Tomada de decisões e o aprendizado de matemática financeira: uma experiência com aplicativos para *smartphone***. Goiânia: UFG, 2018. 76 p.

Dissertação (Mestrado) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2018.

APRENDER + INOVAÇÃO. **Futebol de várzea**. Disponível em:

<https://www.aprendermaisinovacao.gov.br/odas/futebol-de-varzea>. Acesso em 02 jul 2019.

BLOG DO PROF. WARLES. Disponível em: <https://profwarles.blogspot.com/>. Acesso em: 20 fev 2019.

BOGDAN, R. C. e BIKLEN, S. K. **A Investigação Qualitativa em Educação**. Porto: Porto Editora. 1994.

BOOTH, L. R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual Editora, 1995.

BRAGA, J.; MENEZES, L. Introdução aos Objetos de Aprendizagem. 2015. In: BRAGA, Juliana (Org.). **Objetos de Aprendizagem Volume 1: introdução e fundamentos**. Santo André: UFABC. p. 12-34. Disponível em: <http://pesquisa.ufabc.edu.br/intera/wp-content/uploads/2015/12/objetos-de-aprendizagem-v1.pdf>. Acesso: 06 jul 2019.

CARNEIRO, M. L. F.; SILVEIRA, M. S. **Objetos de Aprendizagem como elementos facilitadores na Educação a Distância**. Educar em Revista, Curitiba, Brasil, Edição Especial n. 4/2014, p. 235-260. Editora UFPR. Disponível em: <http://repositorio.pucrs.br/dspace/handle/10923/13933>. Acesso em 20 jul 2019.

CASTRO, M. R. de. **Educação algébrica e resolução de problemas**. Boletim: Educação algébrica e resolução de problemas. TV Escola: Salto para o futuro, São Paulo, 2003. Disponível em:

<https://cdnbi.tvescola.org.br/contents/document/publicationsSeries/110456EducacaoAlgebricaResolucaoProblemas.pdf>. Acesso em: 22 jul 2019.

COELHO, T. **Du Recorder**. Disponível em: <https://www.techtodo.com.br/tudo-sobre/du-recorder.html>. Acesso em: 16 ago 2019.

COLL, C.; MORENEO, C.. **Psicologia da Educação Virtual: Aprender e ensinar com as tecnologias da informação e da comunicação**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2010.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 2ª ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 2003. EXELEANING. **eXeLearning 2.3.1**. Disponível em: <http://exelearning.net/descargas/>. Acesso: 25 set. 2018.

FLICK, U. **Métodos de Pesquisa: introdução à pesquisa qualitativa: um guia para iniciantes**. Porto Alegre: Penso, 2013.

FLICKR. Disponível em <https://www.flickr.com>. Acesso em 02 jul 2019.

FONSECA, V. da. **Desenvolvimento cognitivo e processo de ensino aprendizagem: uma abordagem psicopedagógica à luz de Vygotsky**. Editora Vozes, 2019. Edição do Kindle.

FREIRE, P.; GUIMARÃES, S. **Educar com a mídia (Versão Kindle)**. São Paulo: Paz e Terra, 2013.

FUNDAÇÃO ROBERTO MARINHO. **Novo Telecurso - Ensino Médio - Matemática - Aula 27 (Parte 1)**. TELECURSO 2000: Gilesos, 2009. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=YI2g129ifU8>. Acesso em: 23 mai. 2019.

GALAFASSI, F. P.; GLUZ, J. C.; GALAFASSI, C. Análise crítica das pesquisas recentes sobre as tecnologias de objetos de aprendizagem e ambientes virtuais de aprendizagem. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, v. 21, n. 3, 2013. Disponível em: <http://www.br-ie.org/pub/index.php/rbie/article/view/2351/2457> . Acesso em: 20 jul 2019.

GEOGEBRA. **Comunidade do GeoGebra**. Disponível em: <https://www.geogebra.org>. Acesso: 15 nov 2018.

GOMES, M. A. N. **Adolescentes em conflito com a lei: o ensinar e o aprender através das Tecnologias da Informação e da Comunicação**. Tese (Doutorado de Informática na Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. C. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. **Informática na educação: teoria e prática**. Porto Alegre. Vol. 1, n. 2 (abr. 1999), p. 73-88, 1999. Disponível em: [http://www.miniweb.com.br/ciencias/artigos/aprendizagem\\_mat.pdf](http://www.miniweb.com.br/ciencias/artigos/aprendizagem_mat.pdf). Acesso em: 08 jul 2019.

HOUSE, P. A. Reformular a álgebra da escola média: por que e como?. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual Editora, 1995.

IEZZI, G. **Matemática: ciência e aplicações: ensino médio**. 9. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2016. v. 1.

KHAN ACADEMY. Disponível em: <https://pt.khanacademy.org/>. Acesso em: 25 ago. 2018.

LABIM. **Curtas Matemáticos - Conceito de função**. Instituto Federal Goiano/Campus Rio Verde, 2017. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=72q6cBnmLvQ>. Acesso em: 23 maio 2019.

\_\_\_\_\_. **Curtas Matemáticos - Domínio e imagem de funções**. Instituto Federal Goiano/Campus Rio Verde: LABIM, 2017. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=Hq2B89Zurig>. Acesso em: 23 maio 2019.

\_\_\_\_\_. **Curtas Matemáticos - O plano cartesiano**. Instituto Federal Goiano/Campus Rio Verde: LABIM, 2017. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=tDbgcB4CwC8>. Acesso em: 23 maio 2019.

LIMA, A. B. **Aprender em 2102**. Disponível em: [http://www.saladeaulainterativa.pro.br/texto\\_0006.htm](http://www.saladeaulainterativa.pro.br/texto_0006.htm). Acesso em: 10 jul 2019.

MAGARINUS, R. **Uma proposta para o ensino de funções Através da utilização de objetos de Aprendizagem**. Santa Maria: UFSM, 2013. 99f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2013.

MARIN, D. **Professores de matemática que usam a tecnologia de informação e comunicação no ensino superior**. 2009. 163 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2009.

MARTIN, L.; TOSCHI, M. CELULAR NA ESCOLA: POLÍTICAS, USOS E DESAFIOS PEDAGÓGICOS. **Revista Inter Ação**, v. 39, n. 3, p. 557-574, 30 dez. 2014. Disponível em: <https://www.revistas.ufg.br/interacao/article/view/28786>. Acesso em: 20 ago 2019.

MIRANDA, R. M. **GROA: um gerenciador de repositórios de objetos de aprendizagem**. Porto Alegre: UFRGS, 2004. 80 p. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Computação, 2004.

MOORE, M. Três tipos de interação (Versão traduzida). **Editorial no American Journal of Distance Education**, v. 3, n. 2, 1989. Disponível em: [https://www.pucsp.br/pos/tidd/teccogs/dossies/2014/edicao\\_9/1-tres\\_tipos\\_interacao\\_american\\_journal\\_distance\\_education-three\\_types\\_of\\_interaction-michael\\_moore.pdf](https://www.pucsp.br/pos/tidd/teccogs/dossies/2014/edicao_9/1-tres_tipos_interacao_american_journal_distance_education-three_types_of_interaction-michael_moore.pdf). Acesso em 12 jul 2019.

MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, Marilda Aparecida. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. (Versão Kindle). Campinas: Papirus, 2017.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática**. São Paulo: Papirus. 11<sup>a</sup> Ed. 2012.

NOGUEIRA, E. L. P. **O uso da calculadora gráfica GeoGebra no smartphone como ferramenta para o ensino das funções exponencial e logarítmica**. Natal: Rio Claro: UFRN, 2018. 80 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2018.

OLIVEIRA, M. K. **Vygotsky. Aprendizado e Desenvolvimento. Um processo sócio histórico**. São Paulo: Scipione. 4<sup>a</sup> Ed. 2001.

ORTIZ A. E.; CRISTIA, J. **O BID e a tecnologia para melhorar a aprendizagem: Como promover programas eficazes?** Banco Interamericano de Desenvolvimento, BID. 2014. Disponível em: <https://publications.iadb.org/pt/node/17450>. Acesso em: 05 ago 2019.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: 2ed. Autêntica, 2002.

PEREIRA, T. M. **Par Ordenado**. [20--?]. GIF. Disponível em: [http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/principal/medio/conj\\_func/encomendas/plano\\_cartesiano/assistir\\_plano\\_cartesiano.htm](http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/principal/medio/conj_func/encomendas/plano_cartesiano/assistir_plano_cartesiano.htm). Acesso em: 23 maio 2019.

PINTEREST. Disponível em <https://www.pinterest.com/>. Acesso em 02 jul 2019.

PIRES, J. D. **Uma proposta de aplicativo para o ensino do conceito de funções usando Smartphones e Tablets**. Vitória da Conquista: UESB, 2016. 94 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, 2016.

PLANILHAS GOOGLE. Disponível em: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.google.android.apps.docs.editors.sheets>. Acesso em 30 ago 2019.

PLAY STORE. Disponível em: <https://play.google.com/store>. Acesso em 30 ago 2019.

POLSANI, P. R. Use and Abuse of Reusable Learning Objects. **Journal of Digital Information**, v. 3, n. 4, p. 1-5, 2003. Disponível em: <https://journals.tdl.org/jodi/index.php/jodi/article/view/89/88>. Acesso em 05 jul 2019.

PONTE, J. P. da. O conceito de função no currículo de Matemática. **Educação e Matemática**, p. 3-9, 1990. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4473/1/90%20Ponte%20EM%2015.pdf>. Acesso em 08 jul 2019.

PRETTO, N. de L. O desafio de educar na era digital: educações. **Revista Portuguesa de Educação**, v. 24, n. 1, p. 95-118, 2011. CIED – Universidade do Minho. Disponível em: <http://www.redalyc.org/pdf/374/37421276005.pdf>. Acesso em: 8 jun 2019.

RAMOS, V. V. **Dificuldades e concepções de alunos de um curso de licenciatura em Matemática sobre derivada e suas aplicações**. 2009. 84f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

RIBEIRO, D. **Dicio, Dicionário Online de Português**. 2018. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/interacao/>. Acesso em 02 ago 2019.

ROMANELLO, L. A. **Potencialidades do uso do celular na sala de aula: atividades investigativas para o ensino de função**. Rio Claro: UNESP, 2016. 135 p. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2016.

SALATA, A. Razões da evasão: abandono escolar entre jovens no Brasil. In: **Interseções: Revista de Estudos Interdisciplinares**. Rio de Janeiro: UERJ, NAPE, Ano 21, n.1, 2019. Disponível em: <https://www.e-publicacoes.uerj.br/index.php/intersecoes/issue/view/2041>. Acesso em 10 ago 2019.

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO. **Currículo Referência da Rede Estadual de Educação**. Goiânia, 2011. Disponível em: <https://site.educacao.go.gov.br/wp-content/uploads/2019/04/CurriculoReferencia.pdf>. Acesso em: 30 out 2018.

SILVA, M. Sala de aula interativa: a educação presencial e à distância em sintonia com a era digital e com a cidadania. INTERCOM–Sociedade Brasileira de Estudos Interdisciplinares da Comunicação. In: **XXIV Congresso Brasileiro da Comunicação. Campo Grande/MS**. 2001. Disponível em: <http://files.rumoaeradigital-com9.webnode.com/200000014-c2b45c3ab6/np8silva3.pdf>. Acesso em: 15 jul 2019.

SOUZA, Z. **Blog Estrelas da Várzea**. Disponível em: <http://estrelasdavarzea.blogspot.com/> Acesso em 09 jul 2019.

TAROUCO, L. M. R.; FABRE M. J. M.; TAMUSIUNAS, F. R. Reusabilidade de objetos educacionais. In: **RENTE – Revista Novas Tecnologias para a Educação**. Porto Alegre: Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação (CINTED- UFRGS), v. 1. nº 1, 2003. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/rente/article/view/13628> . Acesso em: 27 maio 2019.

TAUROCO, L. M. R. **Objetos de Aprendizagem: teoria e prática**. Organizadores: Liane Margarida Rockenbach Tarouco, Bárbara Gorziza Ávila, Edson Felix dos Santos e Marta Rosecler Bez, Valeria Costa. Porto Alegre :Evangraf, 2014. 504 páginas: il. CINTED/UFRGS, Porto Alegre, 2014. Disponível em: <http://penta3.ufrgs.br/ObjetosAprendizagem/LivroOA-total.pdf>. Acesso em: 10 jul 2019.

TODOS PELA EDUCAÇÃO. **Quatro em cada 10 jovens de 19 anos ainda não concluíram o ensino médio**. [S.l.], 2018. Disponível em: <https://www.todospelaeducacao.org.br/conteudo/quatro-em-cada-10-jovens-de-19-anos-ainda-nao-concluiram-o-ensino-medio>. Acesso em: 10 jun 2019.

TORRÃO, S. Produção de objetos de aprendizagem para e-learning. 2008. In: DIAS, Ana Augusta Silva e GOMES, Maria João. **e-Conteúdos para e-Formadores**. Guimarães: TecMinho. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/257579176\\_e-Conteudos\\_para\\_e-Formadores](https://www.researchgate.net/publication/257579176_e-Conteudos_para_e-Formadores). Acesso: 08 jul 2019.

TORRES, P. L.; IRALA, E. A. F. **Aprendizagem Colaborativa: Teoria e Prática**. 2014. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/271136311\\_Aprendizagem\\_colaborativa\\_teorica\\_e\\_pratica](https://www.researchgate.net/publication/271136311_Aprendizagem_colaborativa_teorica_e_pratica). Acesso em: 08 jun. 2018.

UNIVERSITY OF COLORADO BOULDER. **PhET Interactive Simulations**. Disponível em: [https://phet.colorado.edu/pt\\_BR/simulations/category/physics](https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/category/physics). Acesso em: 6 ago. 2018.

VIDAL, K. D. B. **Tecnologia Digital na Escola: Contribuição do setor de TIC para apoio ao processo ensino-aprendizagem**. Porto Alegre, 2017. 98 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde). Programa de Pós-Graduação e Pesquisa *Stricto Sensu* em Educação em Ciências: Química Da Vida e Saúde. Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre, 2017.

VOLTOLINI, A. G. M. F. da F.. **Na palma da mão: a difusão de celulares e *smartphone* e possibilidades para o ensino aprendizagem no Brasil**. São Bernardo do Campo, 2016. 184 p. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Comunicação Social, da Universidade Metodista de São Paulo (UMESP), São Bernardo do Campo, 2016.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. (Versão brasileira). São Paulo: Martins. 7ª Ed. 2010.

WEBARDORA. **Ardora 8**. Disponível em: [http://webardora.net/index\\_cas.htm](http://webardora.net/index_cas.htm). Acesso em: 25 set. 2018.

WEISZ, T.; SANCHEZ, A. **O diálogo entre o ensino e a aprendizagem**. São Paulo: Ática. 2ª Ed. 2001.

WILEY, D. A. Connecting learning objects to instructional design theory: A definition, a metaphor, and a taxonomy. In: **The Agency for Instructional Technology**. Bloomington: AECT, 2000. Disponível em: <http://reusability.org/read/>. Acesso em: 20 jul 2019.

YOUTUBE. Disponível em <https://www.youtube.com/>. Acesso em: 05 set 2018.

**ANEXOS**

## ANEXO A – Currículo Referência de Matemática do Estado de Goiás

Figura 119 – Currículo Referência do 9º ano do Ensino Fundamental (3º bimestre)

| 9º ANO FUNDAMENTAL |   |                          |  |
|--------------------|---|--------------------------|--|
|                    | EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM  | EIXOS TEMÁTICOS          | CONTEÚDOS  |
| 3º BIMESTRE        | <ul style="list-style-type: none"> <li>Representar em um sistema de coordenadas cartesianas a variação de grandezas como o gráfico de funções, por exemplo, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação.</li> <li>Escrever a equação da reta no plano conhecendo dois de seus pontos, por meio de estratégias diversas.</li> <li>Analisar e verificar a validade das resoluções de situações-problema que envolvem equações e sistemas de equações do primeiro e do segundo grau e inequações.</li> <li>Compreender o conceito de função e em particular as funções polinomiais de primeiro e segundo grau.</li> </ul> | Números e Operações      | <ul style="list-style-type: none"> <li>Equações e funções.</li> </ul>  |
|                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>Analisar, interpretar, formular e resolver situações-problema que envolvam semelhança e proporcionalidade.</li> <li>Escrever a fórmula da distância entre dois pontos e a equação da circunferência no plano cartesiano, fazendo uso do teorema de Pitágoras.</li> <li>Resolver problemas que envolvem circunferência e círculo.</li> </ul>  | Espaço e Forma           | <ul style="list-style-type: none"> <li>Triângulos: Teorema de Tales e de Pitágoras.</li> <li>Polígonos, circunferência e círculo.</li> </ul> |
|                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>Calcular as medidas do lado e do apótema de um polígono regular inscrito em uma circunferência.</li> <li>Reconhecer a importância das relações métricas na circunferência e suas aplicações.</li> <li>Compreender e utilizar medidas do círculo e do cilindro em diferentes situações.</li> <li>Compreender e utilizar fórmulas de volume de figuras simples como o cubo, o paralelepípedo e o cilindro.</li> </ul>  | Grandezas e medidas      | <ul style="list-style-type: none"> <li>Áreas e volumes.</li> <li>Sistema internacional de unidades.</li> </ul>                               |
|                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>Identificar e compreender a existência de erros estatísticos de origens diversas, como a manipulação intencional dos dados, a amostra considerada, etc.</li> <li>Calcular a probabilidade de ocorrência de um evento por meio da razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis.</li> <li>Interpretar, criar, e resolver situações-problema que envolvem pesquisas relacionadas a acontecimentos locais e globais, de naturezas diversas.</li> </ul>   | Tratamento da informação | <ul style="list-style-type: none"> <li>Estatística e probabilidade.</li> </ul>   |

Fonte: Secretaria de Estado da Educação (Adaptação)

Figura 120 – Currículo Referência do 9º ano do Ensino Fundamental (4º bimestre)

| 9º ANO FUNDAMENTAL |   |                          |   |
|--------------------|---|--------------------------|---|
|                    | EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM  | EIXOS TEMÁTICOS          | CONTEÚDOS   |
| 4º BIMESTRE        | <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpretar e construir gráficos de funções simples, analisando seus domínios e imagens.</li> <li>Utilizar as funções para descrever e representar diversas situações.</li> <li>Resolver situações-problema que envolvem funções e descrevê-las graficamente.</li> </ul>   | Números e Operações      | <ul style="list-style-type: none"> <li>Equações e funções.</li> </ul>                                       |
|                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>Identificar e aplicar a semelhança de triângulos na resolução de problemas.</li> <li>Determinar relações métricas entre os lados e diagonais de polígonos, como o quadrado e o retângulo.</li> </ul>   | Espaço e Forma           | <ul style="list-style-type: none"> <li>Polígonos, circunferência e círculo.</li> <li>Semelhança.</li> </ul> |
|                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpretar, analisar e resolver situações-problema que envolvem grandezas como velocidade, energia e trabalho.</li> <li>Identificar diferentes unidades de medida de acordo com normas e padronização do Sistema Internacional de Medidas.</li> <li>Realizar conversões entre as diversas unidades de medida do Sistema Internacional de Medidas.</li> </ul>  | Grandezas e medidas      | <ul style="list-style-type: none"> <li>Sistema internacional de unidades.</li> </ul>                        |
|                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>Aplicar conhecimentos de porcentagem e de juros para avaliar, analisar e resolver situações cotidianas.</li> <li>Utilizar a probabilidade para fazer previsões de eventos, estimativas de ordens de grandeza, de quantidades ou intervalos esperados.</li> <li>Utilizar médias para avaliar tendências de ocorrências de determinados eventos ou acontecimentos possíveis.</li> <li>Interpretar e analisar o desvio padrão dos dados obtidos na resolução de uma situação-problema.</li> </ul> | Tratamento da informação | <ul style="list-style-type: none"> <li>Estatística e probabilidade.</li> </ul>                              |

Fonte: Secretaria de Estado da Educação (Adaptação)

Figura 121 – Currículo Referência da 1ª série do Ensino Médio/Regular

| Currículo Referência da Rede Estadual de Educação de Goiás |  | SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO | GOVERNO DE GOIÁS   |
|--|--|----------------------------------|--|
| 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO                                   |  |                                  |  |
| EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM                               |  | EIXOS TEMÁTICOS                  | CONTEÚDOS  |
| 1º BIMESTRE  | <ul style="list-style-type: none"> <li>Compreender a noção de conjunto.</li> <li>Reconhecer e diferenciar os conjuntos numéricos.</li> <li>Compreender e utilizar a simbologia matemática para compreender proposições e enunciados.</li> <li>Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações - naturais, inteiros, racionais ou reais.</li> <li>Resolver problemas significativos envolvendo operações com conjuntos.</li> <li>Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.</li> <li>Identificar a localização de números reais na reta numérica.</li> <li>Utilizar a representação de números reais na reta para resolver problemas e representar subconjuntos dos números reais.</li> </ul>  | Números e Operações              | <ul style="list-style-type: none"> <li>Conjuntos numéricos.</li> <li>Função.</li> <li>Função polinomial do 1º grau.</li> </ul> |
|  | <ul style="list-style-type: none"> <li>Compreender o conceito de função através da dependência entre variáveis.</li> <li>Identificar a localização de pontos no plano cartesiano.</li> <li>Representar pares ordenados no plano cartesiano.</li> <li>Identificar e compreender os diversos tipos de funções.</li> <li>Identificar o domínio, contradomínio e imagem de diferentes funções.</li> <li>Construir gráficos de funções utilizando tabelas de pares ordenados.</li> <li>Identificar uma função polinomial do 1º grau.</li> <li>Calcular a raiz de uma função polinomial do 1º grau.</li> <li>Utilizar a função polinomial do 1º grau para resolver problemas significativos.</li> <li>Compreender o significado dos coeficientes de uma função polinomial do 1º grau.</li> <li>Representar graficamente uma função polinomial do 1º grau.</li> <li>Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de 1º grau por meio de seus coeficientes.</li> <li>Analisar o gráfico da função polinomial do 1º grau (crescimento, decrescimento, zeros, variação do sinal).</li> <li>Reconhecer a representação algébrica de uma função do 1º grau dado o seu gráfico.</li> <li>Identificar uma função polinomial do 1º grau descrita através do seu gráfico cartesiano.</li> <li>Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela</li> <li>Interpretar geometricamente os coeficientes da equação de uma reta.</li> <li>Resolver situações-problema que envolvam função polinomial de 1º grau.</li> <li>Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto.</li> <li>Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.</li> <li>Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa.</li> </ul> |                                  |  |

Fonte: Secretaria de Estado da Educação (Adaptação)

Figura 122 – Currículo Referência do 1º período do Novo Ensino Médio/Noturno

| Currículo Referência do 1º período do Novo Ensino Médio/Noturno   |  |  |
|---|--|--|
| SEDUCE SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO, CULTURA E ESPORTE  |  |  |
| GOVERNO DE GOIÁS Avançando sem parar  |  |  |
| Currículo Componente – Matemática   |  |  |
| Expectativa de Aprendizagem   | Eixo Temático                                | Conteúdos  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Compreender a noção de conjunto.</li> <li>Reconhecer e diferenciar os conjuntos numéricos.</li> <li>Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações - naturais, inteiros, racionais ou reais.</li> <li>Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.</li> <li>Identificar a localização de números reais na reta numérica.</li> <li>Compreender o conceito de função através da dependência entre variável.</li> <li>Identificar a localização de pontos no plano cartesiano.</li> <li>Representar pares ordenados no plano cartesiano.</li> <li>Identificar o domínio, contradomínio e imagem de funções.</li> <li>Construir gráficos de funções utilizando tabelas.</li> <li>Identificar uma função polinomial do 1º grau.</li> <li>Calcular a raiz de uma função polinomial do 1º grau.</li> <li>Compreender o significado dos coeficientes de uma função polinomial do 1º grau.</li> <li>Representar graficamente uma função polinomial do 1º grau.</li> <li>Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de 1º grau por meio de seus coeficientes.</li> <li>Resolver situações-problema que envolvam função polinomial de 1º grau.</li> <li>Identificar uma função polinomial do 2º grau.</li> <li>Calcular as raízes e o vértice (pontos de máximo e de mínimo) de uma função polinomial do 2º grau.</li> <li>Representar graficamente uma função polinomial do 2º grau.</li> <li>Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do 2º grau.</li> </ul> | Números e operações.<br>Grandezas e medidas. | <ul style="list-style-type: none"> <li>Conjuntos</li> <li>Numéricos.</li> <li>Função.</li> <li>Função polinomial 1º grau.</li> <li>Função polinomial 2º grau.</li> </ul> |

Fonte: Secretaria de Estado da Educação (Adaptação)

**ANEXO B – Termo de Consentimento Livre para maiores de 18 anos**[i]

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM  
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL



**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE  
MAIORES DE 18 ANOS**

Você está sendo convidado(a) a participar, como voluntário(a), da pesquisa intitulada “*O smartphone no ensino de matemática: uma análise por objetos de aprendizagem*”. Meu nome é *Duciclea Amorim Soares*, sou a pesquisadora responsável e minha área de atuação é Matemática. Após receber os esclarecimentos e as informações a seguir, se você aceitar fazer parte do estudo, assine ao final deste documento, que está impresso em duas vias, sendo que uma delas é sua e a outra pertence à pesquisadora responsável. Esclareço que em caso de recusa na participação você não será penalizado(a) de forma alguma. Mas se aceitar participar, as dúvidas *sobre a pesquisa* poderão ser esclarecidas pela pesquisadora responsável, via e-mail [duciclea.soares@gmail.com](mailto:duciclea.soares@gmail.com) ou ligar a cobrar para o telefone: (62) 98459-4819. Ao persistirem as dúvidas *sobre os seus direitos* como participante desta pesquisa, você também poderá fazer contato com o **Comitê de Ética em Pesquisa** da Universidade Federal de Goiás, pelo telefone (62)3521-1215.

**1. Informações Importantes sobre a Pesquisa:**

- 1.1 A pesquisa tem o objetivo de coletar informações importantes que colaborarão para o projeto “*O smartphone no ensino de matemática: uma análise mediante objetos de aprendizagem*”. O propósito do projeto é investigar o uso do *smartphone* nas aulas de matemática, analisando os tipos de aprendizagens que decorrem do uso desse aparelho, colaborando para reflexões e verificando os riscos e benefícios de usar o *smartphone* em instituições sem laboratório de informática.
- 1.2 A pesquisa se baseará na metodologia BYOD - sigla para Bring Your Own Device - em que os alunos serão incentivados a utilizarem equipamentos pessoais na sua rotina escolar para fins pedagógicos. O colégio proporcionará uma sala com acesso a rede wifi e o aluno utilizará seu próprio *smartphone*.

Para isso, é necessário que escolha uma das opções: (Obs.: Rubrique dentro dos parênteses. Não marque somente x.)

(\_\_\_\_\_) Estou de acordo em utilizar meu *smartphone* ou *tablet* para fins pedagógicos.

(\_\_\_\_\_) Não estou de acordo em utilizar meu *smartphone* ou *tablet* para fins pedagógicos.

(\_\_\_\_\_) Não tenho esse tipo de aparelho.

- 1.3 Para a coleta de dados, fundamentais para a conclusão da pesquisa, serão usados os seguintes instrumentos: questionários para descrever o perfil do participante da pesquisa, registros de observação, gravações fotográficas, sonoras e audiovisuais da conversa e capturas de telas dos *smartphones* durante a manipulação dos Objetos de Aprendizagem.

Ficará garantido o sigilo de todas as informações e asseguramos a privacidade e o anonimato dos/as participante/s. Caso seja interessante publicar fotos, o rosto do participante ficará protegido. Se houver necessidade de expor diálogos, os nomes serão fictícios.

Para isso, é necessário que escolha uma das opções: (Obs.: Rubrique dentro dos parênteses. Não marque somente x.)

(\_\_\_\_\_) Permito a divulgação da minha imagem/voz/opinião nos resultados publicados da pesquisa e confirmo estar ciente de que os materiais expostos não terão identificação.

(\_\_\_\_\_) Não permito a publicação da minha imagem/voz/opinião nos resultados publicados da pesquisa, mesmo estando ciente de que os materiais expostos não terão identificação.

- 1.4 Durante a pesquisa, possivelmente você terá dificuldade em manipular os aplicativos, entretanto, isso não precisará ser motivo de constrangimento. Para isso, o pesquisador permanecerá na sala para mediar toda interação com o material. Muitos desses materiais serão importantes para auxiliá-lo em momentos futuros de análise de gráficos, preenchimento de planilhas e compreensão de conceitos matemáticos. Além dos resultados obtidos, com sua participação, serem fundamentais para novos projetos nessa instituição e trabalhos acadêmicos.

- 1.5 Você tem liberdade de se recusar a participar ou retirar o seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma;

- 1.6 Você tem liberdade de se recusar a responder questões que lhe causem *desconforto emocional* e/ou *constrangimento* em entrevistas e questionários que forem aplicados na pesquisa;

- 1.7 Os resultados da pesquisa serão tornados públicos, sejam eles favoráveis ou não, porém, resguardando sua identidade.

1.8 Se você achar que a pesquisa não foi legal, que alguém não respeitou o seu direito, o participante tem o direito de pleitear indenização, garantida em lei, decorrentes da sua participação na pesquisa.

## 2. Consentimento da Participação na Pesquisa:

Eu, ....., inscrito(a) sob o RG/ CPF....., abaixo assinado, concordo em participar do estudo intitulado “*O smartphone no ensino de matemática: uma análise por objetos de aprendizagem*”. Informo ter mais de 18 anos de idade e destaco que minha participação nesta pesquisa é de caráter voluntário. Fui devidamente informado(a) e esclarecido(a) pelo pesquisador(a) responsável **Ducilea Amorim Soares** sobre a pesquisa, os procedimentos e métodos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes de minha participação no estudo. Foi-me garantido que posso retirar meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade. Declaro, portanto, que concordo com a minha participação no projeto de pesquisa acima descrito.

Goianésia, ..... de ..... de .....

---

Assinatura por extenso do(a) participante

---

Assinatura por extenso do(a) pesquisador(a)  
responsável

**ANEXO C – Termo de Consentimento Livre para menores de 18 anos[i]**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM  
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO - TCLE  
MENORES DE 18 ANOS**

Você está sendo convidado(a) a participar, como voluntário(a), da pesquisa intitulada “*O smartphone no ensino de matemática: uma análise por objetos de aprendizagem*”. Meu nome é *Duciclea Amorim Soares*, sou a pesquisadora responsável e minha área de atuação é Matemática/Tecnologias Educacionais. Após receber os esclarecimentos e as informações a seguir, se você aceitar fazer parte do estudo, assine ao final deste documento, que está impresso em duas vias, sendo que uma delas é sua e a outra pertence à pesquisadora responsável. Esclareço que em caso de recusa na participação você não será penalizado(a) de forma alguma. Mas se aceitar participar, as dúvidas *sobre a pesquisa* poderão ser esclarecidas pela pesquisadora responsável, via e-mail [duciclea.soares@gmail.com](mailto:duciclea.soares@gmail.com) ou ligar a cobrar para o telefone: (62) 98459-4819. Ao persistirem as dúvidas *sobre os seus direitos* como participante desta pesquisa, você também poderá fazer contato com o **Comitê de Ética em Pesquisa** da Universidade Federal de Goiás, pelo telefone (62)3521-1215.

**1. Informações Importantes sobre a Pesquisa:**

- 1.1 A pesquisa tem o objetivo de coletar informações importantes que colaborarão para o projeto “*O smartphone no ensino de matemática: uma análise mediante objetos de aprendizagem*”. O propósito do projeto é investigar o uso do *smartphone* nas aulas de matemática, analisando os tipos de aprendizagens que decorrem do uso desse aparelho, colaborando para reflexões e verificando os riscos e benefícios de usar o *smartphone* em instituições sem laboratório de informática.
- 1.2 A pesquisa se baseará na metodologia BYOD - sigla para Bring Your Own Device - em que os alunos serão incentivados a utilizarem equipamentos pessoais na sua rotina escolar para fins pedagógicos. O colégio proporcionará uma sala com acesso a rede wifi e o aluno utilizará seu próprio *smartphone*.

Para isso, é necessário que escolha uma das opções: (*Obs.: Rubrique dentro dos parênteses. Não marque somente x.*)

- ( \_\_\_\_\_ ) Estou de acordo em utilizar meu *smartphone* ou *tablet* para fins pedagógicos.
- ( \_\_\_\_\_ ) Não estou de acordo em utilizar meu *smartphone* ou *tablet* para fins pedagógicos.
- ( \_\_\_\_\_ ) Não tenho esse tipo de aparelho.

1.3 Para a coleta de dados, fundamentais para a conclusão da pesquisa, serão usados os seguintes instrumentos: questionários para descrever o perfil do participante da pesquisa, registros de observação, gravações fotográficas, sonoras e audiovisuais da conversa e capturas de telas dos *smartphones* durante a manipulação dos Objetos de Aprendizagem, pré-testes e pós-testes a cada capítulo de OAs aplicados.

Ficará garantido o sigilo de todas as informações e asseguramos a privacidade e o anonimato dos/as participante/s. Caso seja interessante publicar fotos, o rosto do participante ficará protegido. Se houver necessidade de expor diálogos, os nomes serão fictícios.

Para isso, é necessário que escolha uma das opções: (*Obs.: Rubrique dentro dos parênteses. Não marque somente x.*)

( \_\_\_\_\_ ) Permito a divulgação da minha imagem/voz/opinião nos resultados publicados da pesquisa e confirmo estar ciente de que os materiais expostos não terão identificação.

( \_\_\_\_\_ ) Não permito a publicação da minha imagem/voz/opinião nos resultados publicados da pesquisa, mesmo estando ciente de que os materiais expostos não terão identificação.

1.4 Durante a pesquisa, possivelmente você terá dificuldade em manipular os aplicativos, entretanto, isso não precisará ser motivo de constrangimento. Para isso, o pesquisador permanecerá na sala para mediar toda interação com o material. Muitos desses materiais serão importantes para auxiliá-lo em momentos futuros de análise de gráficos, preenchimento de planilhas e compreensão de conceitos matemáticos. Além dos resultados obtidos, com sua participação, serem fundamentais para novos projetos nessa instituição e trabalhos acadêmicos.

1.5 Você tem liberdade de se recusar a participar ou retirar o seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma;

1.6 Você tem liberdade de se recusar a responder questões que lhe causem *desconforto emocional* e/ou *constrangimento* em entrevistas e questionários que forem aplicados na pesquisa;

1.7 Os resultados da pesquisa serão tornados públicos, sejam eles favoráveis ou não, porém, resguardando sua identidade.

1.8 Se você achar que a pesquisa não foi legal, que alguém não respeitou o seu direito, o participante tem o direito de pleitear indenização, garantida em lei, decorrentes da sua participação na pesquisa.

## 2. Consentimento da Participação na Pesquisa:

Eu, .....,  
inscrito(a) sob o RG/ CPF....., abaixo assinado, concordo que  
..... participe do estudo  
intitulado “*O smartphone no ensino de matemática: uma análise por objetos de aprendizagem*”.  
Destaco que sua participação nesta pesquisa é de caráter voluntário. Fui devidamente  
informado(a) e esclarecido(a) pela pesquisadora responsável **Ducilea Amorim Soares** sobre  
a pesquisa, os procedimentos e métodos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e  
benefícios decorrentes de minha participação no estudo. Foi-me garantido que posso retirar meu  
consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade. Declaro, portanto,  
que concordo com a minha participação no projeto de pesquisa acima descrito.

Goianésia, ..... de ..... de .....

---

Assinatura por extenso do(a) participante

---

Assinatura por extenso do(a) pesquisador(a)  
responsável

## ANEXO D – Parecer consubstanciado do Comitê de Ética[i]



### PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

#### DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

**Título da Pesquisa:** O smartphone no ensino de matemática: uma análise por objetos de aprendizagem.

**Pesquisador:** DUCICLEA AMORIM SOARES

**Área Temática:**

**Versão:** 3

**CAAE:** 08815219.1.0000.5083

**Instituição Proponente:** Instituto de Matemática e Estatística

**Patrocinador Principal:** Financiamento Próprio

#### DADOS DO PARECER

**Número do Parecer:** 3.383.517

#### Apresentação do Projeto:

Pesquisa: O smartphone no ensino de matemática: uma análise por objetos de aprendizagem.

Pesquisadora responsável: Duciclea Amorim Soares. Instruído com TCLE e TALE, termos de compromisso, anuência da instituição pesquisada, cronograma, projeto de pesquisa, atendimento de pendência.

#### Objetivo da Pesquisa:

Investigar os tipos de aprendizagens que são percebidas ao empregar objetos de aprendizagem ao ensino de funções por meio do smartphone.

#### Avaliação dos Riscos e Benefícios:

**Riscos:** Como a pesquisa envolve o uso de smartphone no ensino de matemática, os indivíduos envolvidos na pesquisa têm entre 17 e 25 anos, o conteúdo abordado respeitará o cronograma e a organização do currículo escolar e todos os dados e hipóteses levantados durante a análise serão realizados resguardando a identidade dos sujeitos da investigação, não há risco perceptível nessa fase do projeto.

**Benefícios:** Com o desenvolvimento de um livro digital, na plataforma do Geogebra, os objetos de aprendizagem ficarão disponíveis gratuitamente a todos os professores para utilizarem em suas

**Endereço:** Pró-Reitoria de Pesquisa e Inovação - Agência UFG de Inovação, Alameda Flamboyant, Qd. K, Edifício K2  
**Bairro:** Campus Samambaia, UFG **CEP:** 74.690-970  
**UF:** GO **Município:** GOIANIA  
**Telefone:** (62)3521-1215 **Fax:** (62)3521-1163 **E-mail:** cep.prpi.ufg@gmail.com



Continuação do Parecer: 3.383.517

aulas de matemática, seja por meio de um notebook e data-show ou por meio dos smartphones dos alunos, uma vez que a plataforma é responsiva e se adapta a qualquer dimensão de tela.

**Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:**

Trata-se de uma pesquisa qualitativa, em que será priorizada a compreensão de todo o processo de utilização dos OAs (objetos de aprendizagem) por meio do smartphone e não apenas nos resultados obtidos. Para tanto, a coleta de dados será realizada por meio do registro escrito das atividades, gravações de vídeos, áudio, captura de telas dos smartphones e notas de observação dos alunos que trabalharão em pares ou trios.

A coleta de dados será realizada em um grupo de 30 alunos (16 a 25 anos). Previsão de dez alunos do 1º período do ensino médio noturno e 20 do matutino e vespertino. Apresentação do TCLE e TALE e aplicação de questionário antes previstos para maio de 2019, foi atualizado para o mês de junho em novo cronograma apresentado separadamente em 23/05/19.

**Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:**

TCLEs (maiores e responsáveis pelos menores) e TALE (menores) apresentam, em linguagem objetiva e adequada, todas as informações e garantias pertinentes ao documento: objetivos, formas de participação sem ônus ou gratificação financeira, direito a se retirar da pesquisa sem prejuízo, direito a pleitear indenização em caso de danos decorrentes da participação, anonimização dos participantes. Também apresenta opções de autorizar ou não o uso da imagem anonimizada/voz/opinião nos resultados publicados.

**Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:**

O presente protocolo encontra-se em consonância com a Resolução 510/16 do CNS. Por isso, somos de parecer favorável à sua APROVAÇÃO.

**Considerações Finais a critério do CEP:**

Informamos que o Comitê de Ética em Pesquisa/CEP-UFG considera o presente protocolo APROVADO, o mesmo foi considerado em acordo com os princípios éticos vigentes. Reiteramos a importância deste Parecer Consubstanciado, e lembramos que o(a) pesquisador(a) responsável deverá encaminhar ao CEP-UFG o Relatório Final baseado na conclusão do estudo e na incidência de publicações decorrentes deste, de acordo com o disposto na Resolução CNS n. 466/12. O prazo para entrega do Relatório é de até 30 dias após o encerramento da pesquisa, prevista para JULHO DE 2019.

**Endereço:** Pró-Reitoria de Pesquisa e Inovação - Agência UFG de Inovação, Alameda Flamboyant, Qd. K, Edifício K2  
**Bairro:** Campus Samambaia, UFG **CEP:** 74.690-970  
**UF:** GO **Município:** GOIANIA  
**Telefone:** (62)3521-1215 **Fax:** (62)3521-1163 **E-mail:** cep.prpi.ufg@gmail.com



Continuação do Parecer: 3.383.517

**Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:**

| Tipo Documento  | Arquivo                                       | Postagem               | Autor                  | Situação |
|---|---|------------------------|------------------------|----------|
| Informações Básicas do Projeto                            | PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1289770.pdf | 23/05/2019<br>08:44:58 |                        | Aceito   |
| Cronograma  | CRONOGRAMA.docx                               | 23/05/2019<br>08:43:30 | DUCICLEA AMORIM SOARES | Aceito   |
| TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência | TCLE_RESPONSAVEL.doc                          | 23/05/2019<br>08:43:20 | DUCICLEA AMORIM SOARES | Aceito   |
| TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência | TCLE_MAIOR.doc                                | 23/05/2019<br>08:42:30 | DUCICLEA AMORIM SOARES | Aceito   |
| TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência | TALE_MENOR.doc                                | 23/05/2019<br>08:42:11 | DUCICLEA AMORIM SOARES | Aceito   |
| Declaração de Pesquisadores                               | TermoDeCompromisso.pdf                        | 27/02/2019<br>09:29:31 | DUCICLEA AMORIM SOARES | Aceito   |
| Declaração de Instituição e Infraestrutura                | TermoDeAnuencia.pdf                           | 27/02/2019<br>09:29:10 | DUCICLEA AMORIM SOARES | Aceito   |
| Projeto Detalhado / Brochura Investigador                 | Projeto.pdf                                   | 27/02/2019<br>09:24:26 | DUCICLEA AMORIM SOARES | Aceito   |
| Folha de Rosto  | FolhaDeRosto.pdf                              | 27/02/2019<br>09:24:09 | DUCICLEA AMORIM SOARES | Aceito   |

**Situação do Parecer:**

Aprovado

**Necessita Apreciação da CONEP:**

Não

GOIANIA, 11 de Junho de 2019

Assinado por:  
Geisa Mozzer  
(Coordenador(a))

**Endereço:** Pró-Reitoria de Pesquisa e Inovação - Agência UFG de Inovação, Alameda Flamboyant, Qd. K, Edifício K2  
**Bairro:** Campus Samambaia, UFG **CEP:** 74.690-970  
**UF:** GO **Município:** GOIANIA  
**Telefone:** (62)3521-1215 **Fax:** (62)3521-1163 **E-mail:** cep.prpi.ufg@gmail.com

**APÊNDICES**

## APÊNDICE A – Site

O site foi desenvolvido na plataforma *Google Site*, com o propósito de ser suporte para a pesquisa, facilitando o acesso dos alunos ao questionário (Pesquisa social), ao livro digital e aos pré e pós-testes *on-line*. Não será necessário mantê-lo, porque o livro foi publicado e se encontra no endereço: [www.geogebra.org/u/duciclea](http://www.geogebra.org/u/duciclea).

Figura 123 – Página inicial do site<sup>11</sup>



Captura de tela do computador. Fonte: Elaboração da própria autora na plataforma *Google Site*

Figura 124 – Tela do questionário<sup>12</sup>

Captura de tela do computador. Fonte: Elaboração da própria autora na plataforma *Google Formulários*

<sup>11</sup> Site desenvolvido na plataforma *Google Site*. Disponível em: <https://sites.google.com/new>. Acesso em 18 ago 2019.

<sup>12</sup> Questionário desenvolvido na plataforma *Google Formulários*. Disponível em: <https://www.google.com/intl/pt-BR/forms/about/>. Acesso em 18 ago 2019.

Figura 125 – Tela do pré-teste do Capítulo 2

UFG

Matemática - OA

Página inicial

GeogebraBook

Questionário

Pré-teste de Plano Cartesiano

Pós-teste de Plano Cartesiano

Pós-teste de Introdução à função

Pré-teste de Introdução à função

## PRÉ-TESTE DO CAPÍTULO 2: PLANO CARTESIANO

Responda as questões a seguir. Esta seção é importante para verificar o quanto você sabe de localização de pontos no plano cartesiano.

Observe os pontos A, B, C e D destacados no plano cartesiano a seguir. As coordenadas dos pontos A, B, C e D, são respectivamente: \*

1 ponto

y

4

3

2

1

0

-1

-2

-3

-4

-5

-6

-7

-8

-9

-10

x

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

35

36

37

38

39

40

41

42

43

44

45

46

47

48

49

50

51

52

53

54

55

56

57

58

59

60

61

62

63

64

65

66

67

68

69

70

71

72

73

74

75

76

77

78

79

80

81

82

83

84

85

86

87

88

89

90

91

92

93

94

95

96

97

98

99

100

Captura de tela do computador. Fonte: Elaboração da própria autora, na plataforma *Google Formulários*.

Figura 126 – Tela da página de recursos

UFG

Matemática - OA

Página inicial

GeogebraBook

Questionário

Pré-teste de Plano Cartesiano

Pós-teste de Plano Cartesiano

Pós-teste de Introdução à função

Pré-teste de Introdução à função

Clique no botão abaixo, para criar sua conta.

Google

Criar uma conta no Google

## APLICATIVOS

A seguir, relacionamos alguns aplicativos importantes para serem instalados em seu celular.

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

35

36

37

38

39

40

41

42

43

44

45

46

47

48

49

50

51

52

53

54

55

56

57

58

59

60

61

62

63

64

65

66

67

68

69

70

71

72

73

74

75

76

77

78

79

80

81

82

83

84

85

86

87

88

89

90

91

92

93

94

95

96

97

98

99

100

Captura de tela do computador. Fonte: Elaboração da própria autora na plataforma *Google Site*

## APÊNDICE B – Questionário (Pesquisa social) <sup>13</sup> [i]



UFV - UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
 IME – INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA  
 PROFMAT – MESTRADO PROFISSIONAL DE MATEMÁTICA  
 EM REDE NACIONAL



Caro aluno(a),

Estamos realizando uma pesquisa que tem o objetivo de coletar informações importantes que colaborarão para a pesquisa “ENSINO DE FUNÇÃO POLINOMIAL POR MEIO DE OBJETOS DE APRENDIZAGEM NO *SMARTPHONE*”.

Este questionário tem a finalidade de traçar o perfil do participante da pesquisa e auxiliar na análise dos dados e direcionar o material a ser aplicado com o auxílio do *smartphone*.

Para garantirmos uma pesquisa legítima, contamos com sua atenção e seriedade nas respostas fornecidas. Lembramos que serão tratadas com sigilo, confidencialidade e que o questionário será avaliado exclusivamente pelos pesquisadores.

Desde já agradecemos sua colaboração e o tempo despendido.

Atenciosamente,

Duciclea Amorim Soares (mestranda/PROFMAT – UFV e pesquisadora responsável)

Dra. Elisabeth Cristina de Faria (prof. orientadora/IME-UFV)

### Questionário

#### 1) Estuda neste colégio desde

- 6º ano                       7º ano                       8º ano                       9º ano  
 1ª série do E. Médio       1º Período               Novato

#### 2) Já reprovou alguma vez?

- Não.               Sim, uma vez               Sim, duas vezes               Sim, mais de duas vezes

#### 3) Qual o motivo da(s) reprovação(ões)? (Pode marcar mais de um)

- Nunca reprovei.                       Adoecei e perdi muitas aulas.  
 Minha família enfrentou problemas.               Tive dificuldades em compreender os conteúdos.  
 Não tive tempo de estudar o suficiente.               Não tinha motivação em estudar  
 Faltei muitas aulas sem justificativa.               Outro. Qual? \_\_\_\_\_

#### 4) Já abandonou os estudos alguma vez?

- Não.               Sim, uma vez               Sim, duas vezes               Sim, mais de duas vezes

#### 5) Qual o motivo em abandonar os estudos?

- Nunca abandonei os estudos.                       Adoecei e perdi muitas aulas.  
 Minha família enfrentou problemas.               Tive dificuldades em compreender os conteúdos.  
 Não tinha motivação em estudar               Precisei trabalhar  
 Outro. Qual? \_\_\_\_\_

<sup>13</sup> O questionário aplicado aos participantes da pesquisa foi em formulário online (Figura 124), mas deixaremos a versão impressa para facilitar a leitura.

**6) Alguém da família completou ou está cursando o Ensino Superior (faculdade)?** *(Considere apenas parentes que você tenha contato)*

- Não.     Sim, uma pessoa.     Sim, duas pessoas.     Sim, mais de duas pessoas.

**Qual(is) curso(s) essa(s) pessoa(s) fez?** \_\_\_\_\_

**7) Ao concluir o Ensino Médio, você tem interesse em**

- fazer somente curso técnico (Senai, Pronatec, etc.)  
 fazer faculdade ou técnico superior.  
 não dar continuidade em minha formação (parar no Ensino Médio)

**8) Responda esse item, apenas se tiver optado no item 7 em parar os estudos no Ensino Médio.**

**Qual o motivo de não ter interesse em fazer um curso superior ou técnico?**

- Não gosto de estudar. Concluirei o Ensino Médio porque o mercado de trabalho exige.  
 A faculdade é cara e não tenho condições de custear.  
 Não vejo necessidade de ter um curso superior para exercer a profissão que quero seguir.

**9) Qual a profissão que você sonha em seguir? Por quê?**

\_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

**10) Você está trabalhando atualmente? Por quê?**

- Não. Quero dedicar aos meus estudos.  
 Não. Estou procurando emprego.  
 Sim. Gosto de ter meu dinheiro e não quero depender dos meus pais.  
 Sim. Preciso ajudar no orçamento da família. *(Nesse caso, você outra(s) pessoa(s) ajuda(m) nas despesas da casa).*  
 Sim. Preciso sustentar minha família. *(Não está relacionado diretamente em ter filhos. Nesse caso, sustentar a família, significa que você é o único que arca com todas as despesas da casa)*

**11) Marque um X no campo que representa sua opinião em relação a cada afirmação.**

| Afirmação   | Discordo totalmente      | Discordo                 | Concordo                 | Concordo totalmente      |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Gosto de estudar porque percebo que a escola é o caminho para realizar meu sonho. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Tenho dificuldade em compreender os conteúdos.                                    | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Tenho dificuldade em acompanhar o ritmo do professor.                             | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Quando tenho dificuldades, sempre procuro ajuda dos professores.                  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Meus pais me incentivam a estudar.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

| Afirmação   | Discordo totalmente      | Discordo                 | Concordo                 | Concordo totalmente      |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Presto atenção ao que o professor fala.                                     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Faço as atividades que o professor passa.                                   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Quando tenho dificuldade no conteúdo pesquiso em outros livros ou internet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**12) Qual disciplina você mais gosta? Poderá marcar mais de uma.**

- Português       Matemática       Geografia       Sociologia  
 Biologia       Química       História       Física  
 Língua Estrangeira       Filosofia       Ed. Física

**13) Marque um X no campo que representa sua opinião em relação às aulas de Matemática.**

| Afirmação   | Nunca                    | Raramente                | Quase sempre             | Sempre                   |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Tenho facilidade em cálculos mentais.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Tenho facilidade nos conteúdos que o professor ensina.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Posso usar calculadora durante as aulas de matemática.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Posso usar calculadora nas provas de matemática.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Uso pedagogicamente o celular nas aulas de matemática.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Uso instrumentos de medida nas aulas de matemática.<br>(Exemplo: régua, transferidor, compasso) | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Considera a matemática importante para meu cotidiano.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Tiro notas boas em matemática.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Gosto da forma como é ensinada a matemática na escola.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**14) Você possui quais tecnologias digitais? Poderá marcar mais de uma.**

- Smartphone       Notebook       Computador       Tablet

**15) O que você mais acessa na internet? Poderá marcar mais de uma.**

- Acessar redes sociais (Facebook, Instagram, etc)       Trocar e-mails  
 Conversar com pessoas (Whatsapp, skype)       Ler notícias  
 Navegar pelos sites de seu interesse       Pesquisas em sites de busca  
 Pesquisas da escola       Assistir a vídeos ou ouvir músicas  
 Fazer downloads (séries, filmes, músicas, etc.)       Pesquisar produtos e preços  
 Fazer compras       Participar de jogos *on-line*.

Outro(s): \_\_\_\_\_

**16) Marque os aplicativos que já usou no celular.**

- Calculadora Científica       Conversor de medida       Cronômetro  
 Planilhas       *GeoGebra*       Graphmatica  
 Photomath       Outro \_\_\_\_\_

**17) Marque um X no campo que representa sua opinião em relação ao uso das mídias digitais nas aulas de Matemática.**

| Afirmção   | Discordo totalmente      | Discordo                 | Concordo                 | Concordo totalmente      |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Utilizar o celular, o computador e outras mídias digitais despertaria maior interesse nas aulas. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| O uso das tecnologias facilitaria a compreensão dos conteúdos.                                   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| O uso das tecnologias aproximaria os conteúdos com a realidade do mundo moderno.                 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| O uso das mídias digitais proporcionaria aulas mais dinâmicas e envolventes.                     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| As mídias digitais incentivariam a busca de novas fontes de pesquisa.                            | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| As mídias digitais <b>não</b> alterariam em nada o processo de ensino - aprendizagem.            | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

18) Nome completo: \_\_\_\_\_

Idade: \_\_\_\_\_

Sexo:  Feminino       Masculino

Obrigada por responder o questionário.

Lembramos que suas respostas serão tratadas com sigilo, confidencialidade e que o questionário será avaliado exclusivamente pelos pesquisadores.

Duciclea Amorim Soares  
Pesquisadora responsável

## APÊNDICE C – Roteiro 1



UFG - UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
 IME – INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA  
 PROFMAT – MESTRADO PROFISSIONAL DE  
 MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL



Nome: \_\_\_\_\_

### Capítulo 2 – Sistema Cartesiano no Plano

#### Objetivos:

- 1) Criar conta no Google para acessar e-mail, Google Drive, Planilhas Google e *GeoGebra* (*este não é obrigatório conta, mas se quiser criar applets e postar na comunidade, terá que criar uma conta*).
- 2) Traçar o perfil dos alunos participantes
- 3) Diagnosticar os conhecimentos prévios de plano cartesiano.
- 4) Conhecer os elementos que compõem o plano cartesiano.
- 5) Localizar pontos no plano cartesiano.
- 6) Identificar a localização de um ponto no plano cartesiano.
- 7) Identificar os pontos de interseção de uma reta nos eixos cartesianos.
- 8) Identificar a qual quadrante ou eixo, o ponto pertence.
- 9) Avaliar os conhecimentos adquiridos após a interação com os objetos de aprendizagem.

**Etapa 1:** Acesse a rede Wi-Fi.

**Rede:** *Informado o nome da rede do colégio*

**Senha:** *Informada a senha da rede do colégio*

**Etapa 2:** Abra o navegador da internet e acesse a página:

**[sites.google.com/view/matematicaoa](https://sites.google.com/view/matematicaoa)**

*(sem acento em matemática)*

Clique nos três tracinhos ≡ do lado superior esquerdo e vá ao menu **Recursos**.

Clique no link do Google para criar uma conta.

**Etapa 3:** Abra o aplicativo do Google  e cadastre sua conta.

**Etapa 4:** Volte à página **[sites.google.com/view/matematicaoa](https://sites.google.com/view/matematicaoa)**.

Clique nos três tracinhos ≡ do lado superior esquerdo e vá ao menu **Questionário (Pesquisa Social)** e responda as perguntas.

**Etapa 5:** Ainda na página **[sites.google.com/view/matematicaoa](https://sites.google.com/view/matematicaoa)**, clique nos três tracinhos ≡ do lado superior esquerdo, vá ao menu **Pré-teste de Plano Cartesiano** e responda as questões.

**Etapa 6:** Responda.

1. Você já tinha uma conta no Google?  Sim  Não

2. Foi difícil gerar a conta?  Sim  Não

3. Precisou de ajuda? De quem?  colega  professor  pesquisei na Internet

4. Qual é o seu endereço de e-mail cadastrado? (*Não informe a senha*)

---

5. Você teve dificuldade em responder o questionário?  Sim  Não

6. Precisou de ajuda?  colega  professor

---

**Etapa 7:** Ainda na página [sites.google.com/view/matematicaoa](https://sites.google.com/view/matematicaoa), clique nos três tracinhos ≡ do lado superior esquerdo e vá até o menu **GeoGebra Book** e clique no link para entrar no livro digital.

---

**Etapa 8:** No **GeoGebra Book**, clique nos três tracinhos ≡ do lado superior esquerdo. Clique em cada tópico e siga as orientações:

1) **Apresentação:** Explore as seções e conheça os autores, o objetivo do material e o que são Objetos de Aprendizagem.

2) **Capítulo 2 - Seção 2.1 Vídeo: Plano Cartesiano**

Leia as orientações da seção.

3) **Capítulo 2 - Seção 2.2 Animação: Plano Cartesiano**

Leia as orientações da seção.

4) **Capítulo 2 - Seção 2.3 Localização de um ponto no plano 1**

Leia as orientações da seção e cada vez que fizer a atividade, escreva o percentual de acertos que você teve. Não é obrigatório preencher a tabela completamente.

| Atividade realizada | Percentual de acertos |        |        |        |        |
|---------------------|-----------------------|--------|--------|--------|--------|
|                     | 1ª vez                | 2ª vez | 3ª vez | 4ª vez | 5ª vez |
| Nível 1             |                       |        |        |        |        |
| Nível 2             |                       |        |        |        |        |
| Nível 3             |                       |        |        |        |        |

4) **Capítulo 2 - Seção 2.4 Localização de um ponto no plano 2**

Leia as orientações da seção e cada vez que fizer a atividade, escreva o percentual de acertos que você teve. Não é obrigatório preencher a tabela completamente.

| Atividade realizada | Percentual de acertos |        |        |        |        |
|---------------------|-----------------------|--------|--------|--------|--------|
|                     | 1ª vez                | 2ª vez | 3ª vez | 4ª vez | 5ª vez |
| Nível 1             |                       |        |        |        |        |
| Nível 2             |                       |        |        |        |        |
| Nível 3             |                       |        |        |        |        |
| Nível 4             |                       |        |        |        |        |

**5) Capítulo 2 - Seção 2.5 Interceptações nos eixos**

Leia as orientações da seção e cada vez que fizer a atividade, escreva o percentual de acertos que você teve. Não é obrigatório preencher a tabela completamente.

|                         | Percentual de acertos |        |        |        |        |
|-------------------------|-----------------------|--------|--------|--------|--------|
| Atividade realizada     | 1ª vez                | 2ª vez | 3ª vez | 4ª vez | 5ª vez |
| Interceptação nos eixos |                       |        |        |        |        |

**6) Capítulo 2 - Seção 2.6 Quadrantes**

Leia as orientações e cada vez que fizer a atividade, escreva o percentual de acertos que você teve. Não é obrigatório preencher a tabela completamente.

|                     | Percentual de acertos |        |        |        |        |
|---------------------|-----------------------|--------|--------|--------|--------|
| Atividade realizada | 1ª vez                | 2ª vez | 3ª vez | 4ª vez | 5ª vez |
| Quadrantes          |                       |        |        |        |        |

---

**Etapa 9:** Volte à página [sites.google.com/view/matematicaoa](https://sites.google.com/view/matematicaoa), clique nos três tracinhos ≡ do lado superior esquerdo e vá ao menu **Pós-teste de Plano Cartesiano** e responda as questões.

---

**Etapa 10: Responda**

Nesse capítulo, aprendi \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Minhas maiores dificuldades foram:

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Sugestões de melhoria das atividades:

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## APÊNDICE D – Roteiro 2



UFG - UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
 IME – INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA  
 PROFMAT – MESTRADO PROFISSIONAL DE  
 MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL



Nome: \_\_\_\_\_

### Capítulo 3 – Introdução à função

#### Objetivos:

- 1) Compreender o conceito de função através da dependência entre variável.
- 2) Diferenciar grandezas dependentes e independentes.
- 3) Reconhecer a lei que associa duas grandezas
- 4) Construir gráficos de funções a partir da representação tabular.

**Etapa 1:** Abra o navegador da internet e acesse a página:

**[sites.google.com/view/matematicaoa](https://sites.google.com/view/matematicaoa)**

Clique nos três tracinhos ≡ do lado superior esquerdo e vá até o menu *Geogebra Book* e clique no link para entrar no livro digital.

**Etapa 2:** Ainda na página **[sites.google.com/view/matematicaoa](https://sites.google.com/view/matematicaoa)**, clique nos três tracinhos ≡ do lado superior esquerdo e vá até o menu **Pré-teste de Introdução à Função** e responda as questões.

**Etapa 3:** No *Geogebra Book*, clique nos três tracinhos ≡ do lado superior esquerdo e vá ao Capítulo 3. Clique em cada seção e siga as orientações:

#### 1) Seção 3.1 Vídeo e atividade: Noção de função

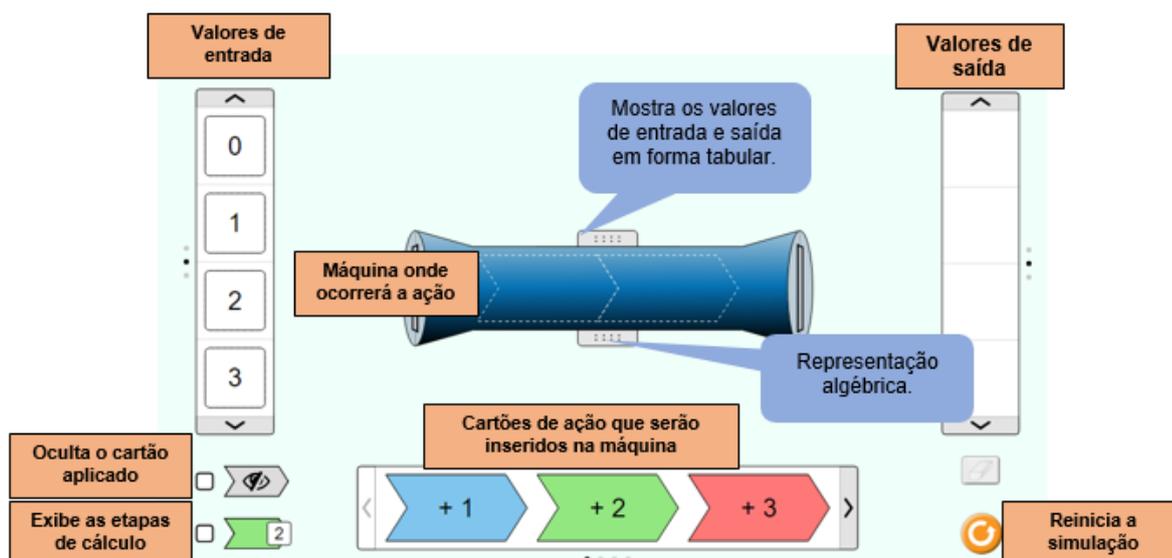
Leia as orientações da seção.

#### 2) Seção 3.2 Simulador: Construtor de funções

Leia as orientações da seção e a seguir responda as questões abaixo enquanto interage com o simulador.

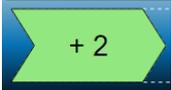
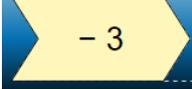
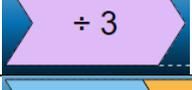
- 1) Na tela do *Construtor de Funções*, selecione a tela de *Números*.
- 2) Tela de *Números*:

Figura 127 – Captura de tela do simulador Construtor de funções



Fonte: Elaboração da própria autora

3) Insira a ação, indicada na 1ª coluna, e arraste alguns valores de entrada à máquina e veja os valores de saída. Informe qual o efeito que essa ação provoca no número de entrada.

| AÇÃO  | EFEITO |
|---|--------|
|  |        |
|  |        |
|  |        |
|  |        |
|  |        |
|  |        |
|  |        |

4) Observe as duas últimas linhas da tabela acima. Os cartões, adicionados à máquina, foram iguais, porém com ordens trocadas. O efeito foi o mesmo? Por quê?

---



---



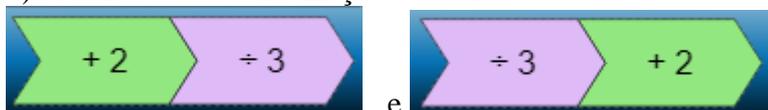
---

5) Observe essas combinações de cartões:



Há diferença, se a ordem dos cartões mudar? O que ocorre?

6) Observe essas combinações de cartões:



Há diferença, se a ordem dos cartões mudar? O que ocorre?

7) Observe a seguinte situação:

Joana trabalha no caixa do supermercado Menor Preço. O supermercado lançou a promoção de uma barra de chocolate a R\$ 3,00 e da caixa de leite de 1L, por R\$ 2,00.

I - Verifique, no Construtor de Funções, o valor a ser pago pelos clientes, se forem comprados 1 L, 2L, 3L, 4L, 5L ou 6L de leite.

a) Nessa situação, quais são as variáveis envolvidas?

\_\_\_\_\_

b) Qual variável é dependente?

\_\_\_\_\_

c) Qual variável é independente?

\_\_\_\_\_

d) Apresente uma representação algébrica para essa situação.

\_\_\_\_\_

II - Verifique, no Construtor de Funções, o valor a ser pago pelos clientes, se forem comprados 1 L de leite e 1 barra de chocolate, 2L de leite e 1 barra de chocolate, 3L de leite e 1 barra de chocolate, 4L de leite e 1 barra de chocolate, 5L de leite e 1 barra de chocolate ou 6L de leite e 1 barra de chocolate.

e) Nessa situação, quais são as variáveis envolvidas?

\_\_\_\_\_

f) Qual variável é dependente?

\_\_\_\_\_

g) Qual variável é independente?

\_\_\_\_\_

h) Apresente uma representação algébrica para essa situação.

\_\_\_\_\_

8) Veja as tabelas a seguir e descubra a ação que foi executada na máquina.

a) Quais cartões de ação, foram usadas em cada tabela?

b) Represente essa ação por meio uma representação algébrica. (Use  $x$  para representar o valor de entrada e  $y$ , o valor de saída)

| Entrada | Saída |
|---------|-------|
| 1       | 4     |
| 2       | 5     |
| 3       | 6     |

| Entrada | Saída |
|---------|-------|
| 1       | -1    |
| 2       | 0     |
| 3       | 1     |

| Entrada | Saída |
|---------|-------|
| 4       | 8     |
| 5       | 10    |
| 6       | 12    |

| Entrada | Saída |
|---------|-------|
| 4       | 9     |
| 5       | 11    |
| 6       | 13    |

a) .....  
b) .....

a) .....  
b) .....

a) .....  
b) .....

a) .....  
b) .....

9) Quais cartões de ação podem ser inseridos na máquina para obter o mesmo efeito que a representação algébrica na primeira coluna?

|    | Representação algébrica                | Cartões de operações | Substitua o valor de entrada por x e o valor de saída por y e reescreva a equação |
|----|--|----------------------|---|
| a) | Saída = Entrada + 6                    |                      |   |
| b) | Saída = 2 Entrada + 3                  |                      |   |
| c) | Saída = $\frac{\text{Entrada}}{3} - 1$ |                      |   |
| d) | Saída = $\frac{\text{Entrada} - 2}{3}$ |                      |   |

10) Quais cartões de operações podem ser inseridos na máquina para obter o mesmo efeito que a representação algébrica na primeira coluna?

|    | Representação algébrica | Cartões de operações | Escreva o que cada equação representa.  |
|----|-------------------------|----------------------|---|
| Ex | $y = 3x - 2$            |                      | Para obter o valor de saída (y), devemos multiplicar o valor de entrada (x) por 3 e do resultado, subtrair 4. |
| a) | $y = x + 3$             |                      |   |
| b) | $y = 2x + 1$            |                      |   |
| c) | $y = 2(x + 1)$          |                      |   |
| d) | $y = \frac{x - 3}{2}$   |                      |   |
| e) | $y = \frac{x}{2} - 3$   |                      |   |

## Etapa 5: Seção 3.3 Vídeo: Noção de função

Leia as orientações da seção.

## Etapa 6: Seção 3.4 Atividade: Planilha eletrônica

Siga as orientações da seção e a seguir.

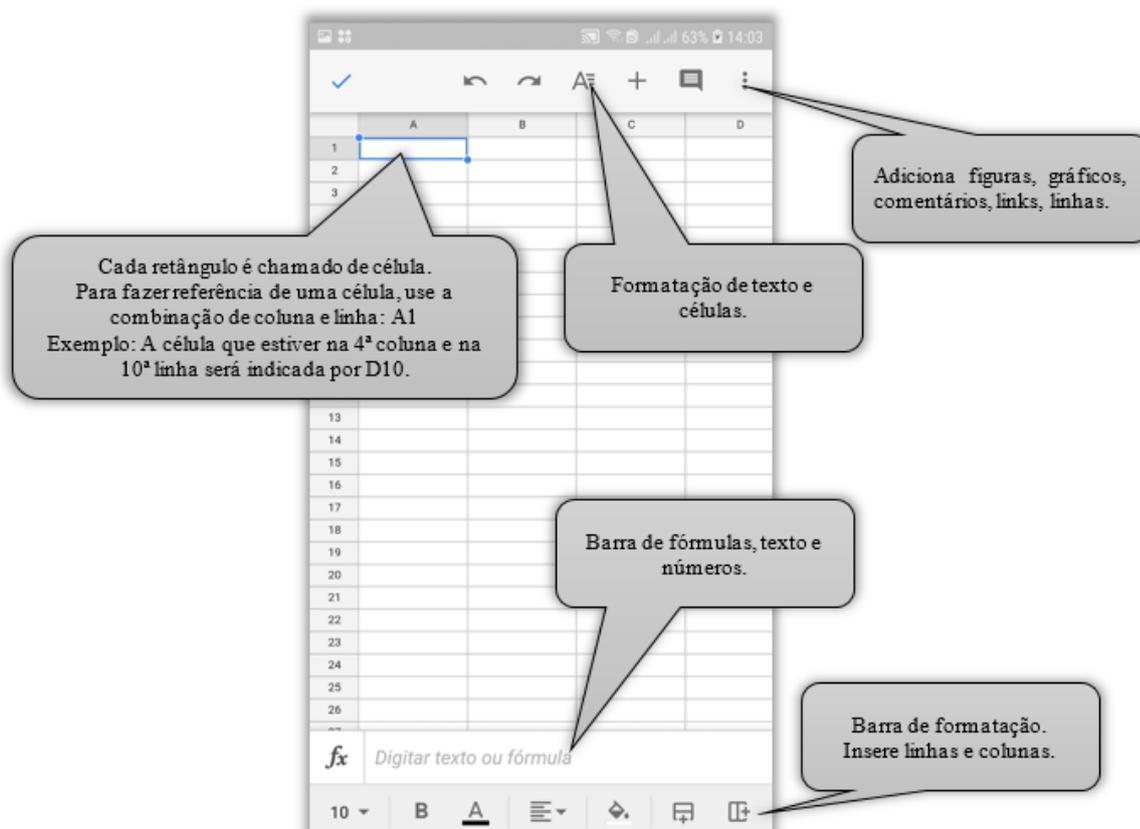
### 1) Instalação do aplicativo

Faça o download do aplicativo *Planilhas Google*. É importante que todos usem o mesmo aplicativo de planilhas eletrônicas para facilitar a mediação pedagógica do professor.

Para instalar o aplicativo em seu celular, entre no *Play Store* ou outra loja de aplicativos e busque por Planilhas Google. O aplicativo é gratuito.

### 2) Conhecendo o aplicativo

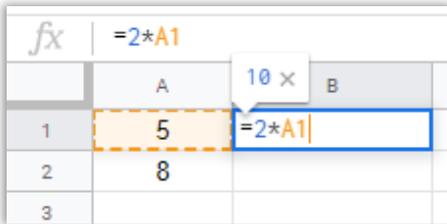
Figura 128 – Captura da tela do aplicativo Planilhas Google



Fonte: Elaboração da própria autora

Principais informações para esta aula:

Quadro 10 – Principais operadores das planilhas eletrônicas

| Símbolo | Função  | Exemplo  |
|---------|---|--|
| +       | Adição  | =3+7   |
| -       | Subtração   | = 5-2  |
| *       | Multiplicação   | = 3*5 (solicita que o software calcule 3.5 = 15)   |
| /       | Divisão ou fração   | = 12/3 (Solicita que o software calcule 12:3 = 4)  |
| Raiz    | Raiz quadrada   | =sqrt(81) Solicita que o software calcule $\sqrt{81} = 9$  |
| ^       | Potenciação   | = 4^2 (Solicita que o software calcule $4^2 = 16$ )<br><br>Para raiz cúbica ou outro índice, adote a conversão para potência com expoente fracionário, exemplo:<br>$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{8^1} = 8^{\frac{1}{3}} \rightarrow$ Fórmula: =8^(1/3)   |
| ()      | Parênteses: importantes para indicar a ordem que o software executará as operações. | = (25+30)/5 (Solicita que o software adicione 25 a 30, que é 55, e depois divida por 5, que dará 11).<br>Se fizer:<br>=25+30/5 (se não colocar os parênteses, o software interpretará que é para dividir 30 por 5, que é igual a 6 e depois somar 25, que resultará em 31).  |
| =       | Usado sempre no início da inserção de uma fórmula.                                  | Quando preciso que seja dobrado os valores de uma coluna. Para encontrar o dobro de um número, multiplicamos esse número por 2, não é mesmo?<br>Para automatizar os cálculos nas planilhas eletrônicas, é necessário indicar a célula a qual será inserido o número que deverá ser dobrado. Assim, qualquer alteração nos dados principais, a fórmula será atualizada automaticamente.<br>No exemplo da fig. 1, para calcular automaticamente o dobro de 5, basta selecionar a célula B1 – local que ficará o resultado – e digitar:<br><br>=2*A1<br><br><br><br>Onde:<br><ul style="list-style-type: none"> <li>O sinal = sinaliza ao software que haverá alguma operação a ser executada;</li> </ul> |

- O 2 indica o fator de proporcionalidade desejado (dobrar);
- O asterisco indicará multiplicação e
- A1 é a localização do número que será usado para multiplicar por 2.

No caso da fig. 1, por que não posso usar o 5, em vez de A1? Porque aí, você está fixando o valor. Caso altere o 5, da primeira coluna por 9, a célula B1 continuará apresentando 10, como dobro de 9, pois não foi usada a referência A1. Essa referência demonstra ao software que é para usar o número que está na coluna A, linha 1 (A1) e calcular o dobro. Independente de que número seja inserido na célula.

Veja que na fig.2 a referência do número mudou para A2, porque é desejado que o software busque o número que foi inserido na célula A2 para executar a operação.

|   | A | B     |
|---|---|-------|
| 1 | 5 | 10    |
| 2 | 8 | =2*A2 |

Assim, usando referência, se variar os dados da primeira coluna, a segunda coluna que tem a fórmula, variará automaticamente.

Fonte: Elaboração da própria autora

Para gerar gráficos, você precisa selecionar os dados da tabela e

### Planilhas Google:

Figura 129 – Planilhas Google (Passo 1)

|   | A           | B             | C | D | E |
|---|-------------|---------------|---|---|---|
| 1 | instante(s) | distância (m) |   |   |   |
| 2 | 1           | 24            |   |   |   |
| 3 | 2           | 48            |   |   |   |
| 4 | 3           | 72            |   |   |   |
| 5 | 4           | 96            |   |   |   |
| 6 | 5           | 120           |   |   |   |
| 7 | 6           | 144           |   |   |   |
| 8 | 7           | 168           |   |   |   |
| 9 | 8           | 192           |   |   |   |

Figura 130 – Planilhas Google (Passo 2)



**Explore:** tipo de gráfico, legenda, títulos do gráfico e eixos e cor.

Para mais fórmulas, formatação e funções, explore o aplicativo, busque comunidades do Excel na internet e canais de vídeos com tutoriais.

### 3) Atividades

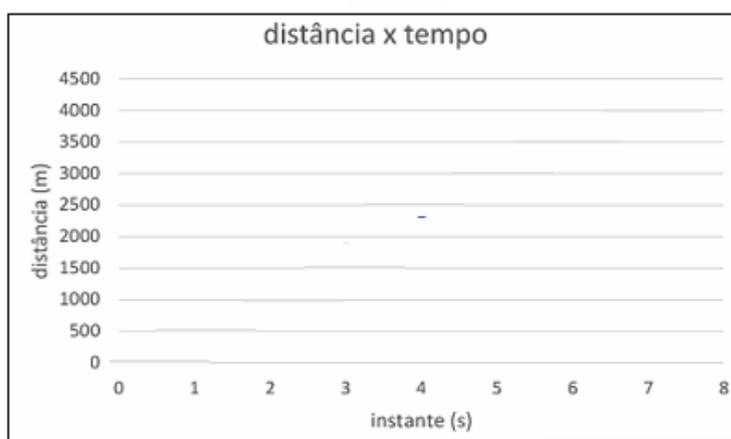
#### Orientações:

- Para todos os casos, faça uma tabela com cabeçalho e pelo menos 6 linhas de dados.
- Formate as tabelas com bordas, cabeçalho em negrito e colorido. (*A atividades a seguir mostram um modelo*)
- Após a elaboração da tabela, gere o gráfico com título e no modo: gráfico de dispersão.
- Em todas as tabelas, é importante automatizar o cálculo, isto é, criar uma fórmula para calcular o que é pedido.
- Após a construção da tabela e gráfico, responda as perguntas.

#### Atividade 1: Tempo e espaço

Um ciclista treina para uma prova de resistência desenvolvendo uma velocidade constante. Enquanto isso, seu técnico anota, de minuto a minuto, a distância já percorrida pelo ciclista. Considerando que a cada minuto, o ciclista percorra 600m, preencha a tabela com a distância total percorrida pelo atleta no final de cada instante registrado. \_\_\_\_\_

| instante (s) | distância (m) |
|--------------|---------------|
| 0            |               |
| 1            |               |
| 2            |               |
| 3            |               |
| 4            |               |
| 5            |               |
| 6            |               |
| 7            |               |



Perguntas:

1) Identifique as grandezas envolvidas nessa situação.

2) Nessa relação, qual das grandezas depende da outra para ser definido seu valor?

3) É possível prever distâncias para qualquer instante?

4) A medida que o tempo (instante) aumenta de 1 em 1 min, o que ocorre com as distâncias percorridas? *Dica:* A distância diminui? A distância não varia? A distância aumenta? A distância aumenta por um tempo e depois diminui?

5) Podemos relacionar essa situação à uma fórmula? Qual fórmula podemos usar para calcular a distância percorrida em função do instante? *Dica:* use letra para representar as grandezas

6) Existe alguma restrição para os valores dos instantes informados? Se sim, qual restrição? *Dica:* existe algum valor para o tempo em que não é possível calcular a distância percorrida, isto é, existem números na reta numérica, para os quais não é possível calcular as medidas das distâncias?

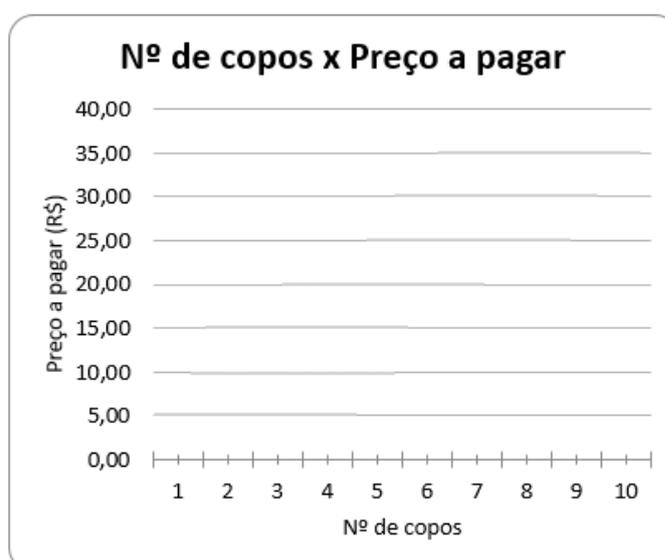
7) É possível encontrarmos algum instante que esteja relacionado a mais de uma distância percorrida? *Dica:* é possível que para um mesmo instante, haja duas medidas diferentes de distância?

8) Como você descreveria a disposição dos pontos que representam o instante e a distância percorrida? (*Dica:* Se você ligasse os pontos, como seria o formato dessa linha?)

## Atividade 2: Mercadoria e preço

Em uma barraca, em Goianésia, vende-se água de coco ao preço de R\$ 3,50 o copo. Para facilitar seu trabalho, o proprietário que montar a tabela abaixo. Ajude-o montar a tabela.

| nº de copos | preço (R\$) |
|-------------|-------------|
| 1           |             |
| 2           |             |
| 3           |             |
| 4           |             |
| 5           |             |
| 6           |             |
| 7           |             |
| 8           |             |
| 9           |             |
| 10          |             |



Perguntas:

1) Identifique as grandezas envolvidas nessa situação.

2) Nessa relação, qual das grandezas depende da outra para ser definido seu valor?

3) É possível prever o preço para qualquer quantidade de copos vendidos?

4) A medida que a quantidade de copos vendidos aumenta de 1 em 1, o que ocorre com o preço total de copos vendidos?

5) Podemos relacionar essa situação à uma fórmula? Qual fórmula podemos usar para calcular o preço por total de copos vendidos?

6) Existe alguma restrição para os valores das quantidades de copos vendidas? Se sim, qual? Dica: existe algum valor para a quantidade de copos que não é possível calcular a preço a pagar, isto é, existem números na reta numérica, para os quais não é possível calcular as medidas das distâncias?

7) É possível encontrarmos alguma quantidade de copo vendido que esteja relacionado a mais de um preço a pagar? Explicando: é possível que uma quantidade de copos vendidos, haja duas medidas diferentes de distância?

8) Como você descreveria a disposição dos pontos que representam o nº de copos e o preço? (Dica: Se você ligasse os pontos, como seria o formato dessa linha?)

### **Atividade 3: Passageiros e preço da passagem**

Para fretar um ônibus de excursão com 40 lugares, paga-se ao todo R\$ 1800,00. Essa despesa deverá ser igualmente repartida entre os participantes. Preencha a tabela com alguns valores para essa situação.

Perguntas:

1) Identifique duas grandezas envolvidas nessa situação.

2) Nessa relação, qual das grandezas, depende da outra para ser definido seu valor?

3) É possível prever o preço da passagem para qualquer quantidade de passageiros?

4) A medida que o número de passageiros aumenta, o que ocorre com o preço da passagem a ser paga por cada um?

5) Podemos relacionar essa situação à uma fórmula? Qual fórmula podemos usar para calcular a passagem a ser paga em função da quantidade de passageiros?

6) Existe alguma restrição para a quantidade de passageiros? Se sim, qual restrição?

7) É possível encontrarmos alguma quantidade de passageiros que esteja relacionado a mais de um preço de passagem?

8) Como você descreveria a disposição dos pontos que representam o n° de passageiros e o preço da passagem? (Dica: Se você ligasse os pontos, como seria o formato dessa linha?)

#### **Atividade 4: Posição x tempo.**

Um engenheiro está estudando o lançamento da bola de um atacante em um lance que resultou em gol. Ele descobriu que o movimento da bola poderia ser descrito por uma fórmula, em que a altura da bola em função de cada instante de movimento, era dado por  $h = -5t^2 + 20t$ . Onde,  $t$  é o tempo (em segundos) e  $h$  é a altura da bola (em metros). Encontre as posições da bola, de acordo com o instante dado.

Perguntas:

1) Identifique duas grandezas envolvidas nessa situação.

2) Nessa relação, qual das grandezas, depende da outra para ser definido seu valor?

3) É possível prever a altura da bola para qualquer intervalo de tempo?

4) A medida que o tempo (instante) vai aumentando de 1 em 1 s, o que ocorre com a medida da altura da bola?

5) Existe alguma restrição para os valores dos instantes informados? Se sim, qual restrição?

6) É possível encontrarmos algum instante que esteja relacionado a mais de uma medida de altura da bola?

8) Como você descreveria a disposição dos pontos que representam a altura da bola e o tempo? (Dica: Se você ligasse os pontos, como seria o formato dessa linha?)

#### 4) Atividades complementares

Abra o aplicativo de Planilhas e construa uma tabela que represente os dados das seguintes situações:

**Situação 1:** Construa uma tabela que represente a medida (em centímetros) de vários lados de quadrado e seu perímetro. Elabore uma tabela com pelo menos 8 medidas de lado. Elabore também, uma fórmula que automatize esse cálculo. Além disso, gere um gráfico para apresentar a relação entre as grandezas envolvidas.

a) Nesse caso, quais são as variáveis envolvidas?

---

---

b) Qual é a variável dependente? \_\_\_\_\_

c) Qual a fórmula criada? Adote uma letra para representar as variáveis envolvidas.

---

**Situação 2:** Construa uma tabela que represente a medida (em centímetros) de vários lados de quadrado e sua respectiva área. Elabore uma tabela com pelo menos 8 medidas de lado. Elabore também, uma fórmula que automatize esse cálculo.

a) Nesse caso, quais são as variáveis envolvidas?

---

---

b) Qual é a variável dependente? \_\_\_\_\_

c) Qual a fórmula criada? Adote uma letra para representar as variáveis envolvidas.

\_\_\_\_\_

**Situação 3:** Numa cidade, um veículo econômico de passeio consome um litro de gasolina a cada 9 quilômetros rodados. Qual a distância percorrida pelo veículo ao serem consumidos 0,25 L; 0,5 L; 2 L; 3L; 10L; 25L; 40L de gasolina. Elabore uma fórmula para automatizar esse cálculo.

a) Nesse caso, quais são as variáveis envolvidas?

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

b) Qual é a variável dependente? \_\_\_\_\_

c) Qual a fórmula criada? Adote uma letra para representar as variáveis envolvidas.

\_\_\_\_\_

**Situação 4:** Ao receber sua conta de R\$ 85,00 referente à TV por assinatura, Nair leu a seguinte instrução: “Pagamentos realizados com atraso, serão acrescentados multa de R\$ 1,70 e juros de R\$ 0,03 por dia de atraso no pagamento”. Elabore uma tabela apresentando o valor que Nair pagará se atrasar a conta de 1 a 30 dias. Elabore uma fórmula para automatizar esse cálculo.

a) Nesse caso, quais são as variáveis envolvidas?

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

b) Qual é a variável dependente? \_\_\_\_\_

c) Qual a fórmula criada? Adote uma letra para representar as variáveis envolvidas.

\_\_\_\_\_

**Situação 5:** Um corretor de imóveis recebe mensalmente da empresa em que trabalha um salário composto de duas partes:

- Uma ajuda de custo de R\$ 700,00;
- Uma parte variável, que corresponde a um adicional de 2% sobre o valor das vendas realizadas no mês. Elabore uma tabela apresentando quanto o corretor receberá se as vendas no mês, somarem: R\$ 150 000,00, R\$ 200 000,00, R\$ 220 000,00 e R\$ 300 000,00.

Elabore uma fórmula para automatizar esse cálculo.

a) Nesse caso, quais são as variáveis envolvidas?

---



---

b) Qual é a variável dependente? \_\_\_\_\_

c) Qual a fórmula criada? Adote uma letra para representar as variáveis envolvidas.

---

**Situação 6:** Elabore a seguinte tabela e pense numa fórmula que seja possível, calcular o que está pedindo na terceira coluna.

| <b>a</b> | <b>b</b> | Soma de <b>a</b><br>com <b>b</b> | Anote o que você fez |
|----------|----------|----------------------------------|----------------------|
| - 1      | 3        |                                  |                      |
| - 2      | 6        |                                  |                      |
| 1        | 4        |                                  |                      |
| 2        | 7        |                                  |                      |
| 3,5      | 8,6      |                                  |                      |

| <b>a</b> | <b>b</b> | Média<br>aritmética<br>de <b>a</b> e <b>b</b> | Anote o que você fez |
|----------|----------|---|----------------------|
| - 1      | 3        |   |                      |
| - 2      | 6        |   |                      |
| 1        | 4        |   |                      |
| 2        | 7        |   |                      |
| 3,5      | 8,6      |   |                      |

| <b>a</b> | <b>b</b> | O dobro da<br>soma de <b>a</b><br>com <b>b</b> | Anote o que você fez |
|----------|----------|--|----------------------|
| - 1      | 3        |  |                      |
| - 2      | 6        |  |                      |
| 1        | 4        |  |                      |
| 2        | 7        |  |                      |
| 3,5      | 8,6      |  |                      |

| <b>a</b> | <b>b</b> | A diferença<br>de <b>a</b> pela<br>metade de <b>b</b> | Anote o que você fez |
|----------|----------|---|----------------------|
| - 1      | 3        |   |                      |
| - 2      | 6        |   |                      |
| 1        | 4        |   |                      |
| 2        | 7        |   |                      |
| 3,5      | 8,6      |   |                      |

**Situação 8:** Elabore uma situação e represente-a por meio de uma tabela, de uma fórmula e de gráfico.

**Etapa 7:** Volte à página [sites.google.com/view/matematicaoa](https://sites.google.com/view/matematicaoa), clique nos três tracinhos ≡ do lado superior esquerdo e vá ao menu **Pós-teste de Introdução à função** e responda as questões.

---

**Etapa 8: Responda**

Neste capítulo, aprendi \_\_\_\_\_

Minhas maiores dificuldades foram:

Sugestões de melhoria das atividades:

## APÊNDICE E – Roteiro 3



UFV - UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
 IME – INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA  
 PROFMAT – MESTRADO PROFISSIONAL DE  
 MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL



### Capítulo 4 – Função Polinomial do 1º grau

Nome: \_\_\_\_\_

#### Objetivos:

- Identificar uma função polinomial do 1º grau
- Representar graficamente uma função polinomial do 1º grau.
- Calcular a raiz de uma função polinomial do 1º grau
- Compreender o significado dos coeficientes de uma função polinomial do 1º grau
- Reconhecer o gráfico de uma função de 1º grau por meio de seus coeficientes.
- Resolver situações-problema que envolvam função polinomial de 1º grau.

**Etapa 1:** Abra o navegador da internet e acesse a página:

**[sites.google.com/view/matematicaoa](https://sites.google.com/view/matematicaoa)**

Clique nos três tracinhos ≡ do lado superior esquerdo e vá até o menu **Geogebra Book** e clique no link para entrar no livro digital.

**Etapa 2:** No *GeoGebra Book*, clique nos três tracinhos ≡ do lado superior esquerdo e vá ao Capítulo 4.

#### I) Capítulo 4 - 4.1 Representação gráfica de uma função

Analise a representação algébrica da função dada.

- 1) Escolha 5 valores para x (variável independente) ou use os valores sugeridos pelo simulador.
- 2) Dados os valores de x, calcule os respectivos valores de y (variável dependente) e insira nos campos.
- 3) Clique no botão para verificar se as coordenadas dos pontos encontrados estão corretas.
- 4) Caso estejam incorretas, altere a resposta e verifique novamente.
- 5) Ao concluir a construção do gráfico de cada função dada, faça a seguinte anotação no caderno.

a) Função:  $f(x) = \dots\dots\dots$

b) É uma função polinomial do .....º grau

c) Seu gráfico é uma ..... (Faça esse registro para pelo menos 5 funções)

6) No final, separe as funções que apresentam características semelhantes e elabore um pequeno texto, a partir das suas observações, definindo o que é uma função polinomial do 1º grau.

7) Pesquise a definição de função polinomial do 1º grau apresentada por outros autores e compare com a elaborada por você.

## II) Capítulo 4 - 4.2 Definição de função polinomial do 1º grau

Veja a imagem que traz a definição de função polinomial do 1º grau. Analise as informações, discuta com seu colega e faça as atividades interativas. A seguir, responda as atividades.

1) De acordo com a definição, qual das funções a seguir, são polinomiais do 1º grau?

- $f(x) = 2x$                         $f(x) = -3x^2 + \frac{1}{2}$                         $f(x) = -\frac{x}{3} + 1$   
  $f(x) = \frac{x}{2} - 3$                         $f(x) = 5x + 2$                         $f(x) = x^3 + 1$

2) Elabore 4 exemplos de funções polinomiais do 1º grau e escreva abaixo.

- 1) ..... 2) .....  
 3) ..... 4) .....

3) Para os exemplos elaborados por você, identifique o coeficiente angular e linear de cada um.

- 1) a = ..... b = ..... 2) a = ..... b = .....  
 3) a = ..... b = ..... 4) a = ..... b = .....

4) Identifique o coeficiente angular e linear de cada função.

| Função                    | Coefficientes       |
|---------------------------|---------------------|
| $f(x) = 3x - 8$           | a = ..... b = ..... |
| $f(x) = -3x + 5$          | a = ..... b = ..... |
| $f(x) = 2x$               | a = ..... b = ..... |
| $f(x) = -3 + 5x$          | a = ..... b = ..... |
| $f(x) = 3x - \frac{1}{8}$ | a = ..... b = ..... |
| $f(x) = \frac{x}{2} + 5$  | a = ..... b = ..... |
| $f(x) = -\frac{x}{3}$     | a = ..... b = ..... |
| $f(x) = 5$                | a = ..... b = ..... |
| $f(x) = 3 - 8x$           | a = ..... b = ..... |
| $f(x) = 4 + \frac{x}{2}$  | a = ..... b = ..... |
| $f(x) = x$                | a = ..... b = ..... |
| $f(x) = -x$               | a = ..... b = ..... |

### III) Capítulo 4 - 4.3 Construção do gráfico de função do 1º grau

Para te ajudar a construir o gráfico, construa uma tabela para cada função.

(Se precisar de mais tabelas, faça no caderno)

| a) $f(x) = \dots\dots\dots$ |   |
|-----------------------------|---|
| x                           | y |
|                             |   |
|                             |   |

| b) $f(x) = \dots\dots\dots$ |   |
|-----------------------------|---|
| x                           | y |
|                             |   |
|                             |   |

| c) $f(x) = \dots\dots\dots$ |   |
|-----------------------------|---|
| x                           | y |
|                             |   |
|                             |   |

| d) $f(x) = \dots\dots\dots$ |   |
|-----------------------------|---|
| x                           | y |
|                             |   |
|                             |   |

| e) $f(x) = \dots\dots\dots$ |   |
|-----------------------------|---|
| x                           | y |
|                             |   |
|                             |   |

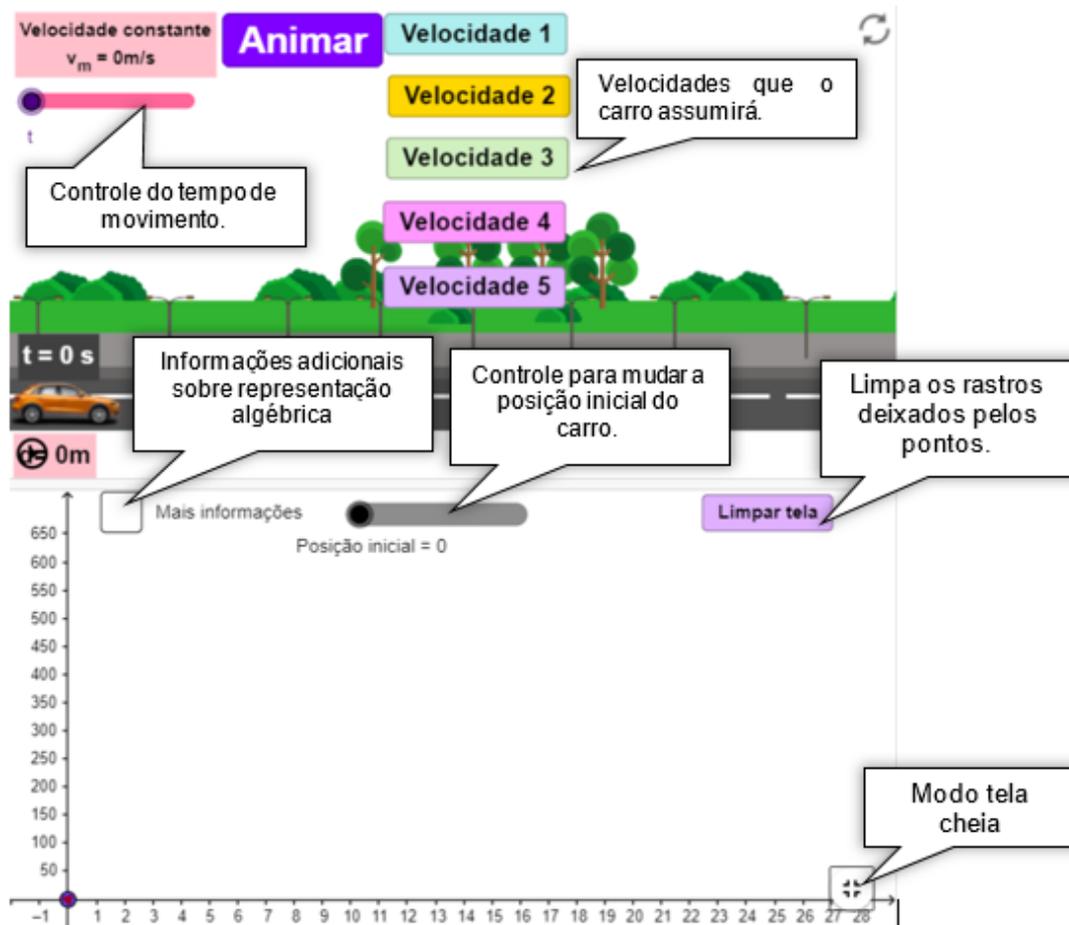
| f) $f(x) = \dots\dots\dots$ |   |
|-----------------------------|---|
| x                           | y |
|                             |   |
|                             |   |

Escreva o percentual de acertos que você teve ao completar 10 pontos. Não é obrigatório preencher a tabela completamente.

| Atividade realizada | Percentual de acertos |        |        |        |        |
|---------------------|-----------------------|--------|--------|--------|--------|
|                     | 1ª vez                | 2ª vez | 3ª vez | 4ª vez | 5ª vez |
| Nível 1             |                       |        |        |        |        |
| Nível 2             |                       |        |        |        |        |

### IV) Capítulo 4 - 4.4 Movimento Retilíneo Uniforme (MRU)

Um carro movimenta-se numa rodovia com velocidade constante. A distância percorrida pelo carro está em função do tempo de movimento. Sua velocidade é dada em metro por segundo (m/s), a posição na rodovia em metros (m) e o tempo em segundos (s).



1) Clique nos botões das velocidades, seguido pelo botão *Animar*, analise os elementos que vão surgindo na tela e complete a tabela.

| Botão        | Velocidade média | As posições do carro em relação ao tempo de movimento seguem algum padrão? Se sim, qual? |
|--------------|------------------|--|
| Velocidade 1 |                  |  |
| Velocidade 2 |                  |  |
| Velocidade 3 |                  |  |
| Velocidade 4 |                  |  |
| Velocidade 5 |                  |  |

2) Clique no botão *Mais informação*, veja o que é apresentado e complete a tabela.

| Botão        | Velocidade média | Fórmula que define a posição em função do tempo |
|--------------|------------------|---|
| Velocidade 1 |                  |   |
| Velocidade 2 |                  |   |
| Velocidade 3 |                  |   |
| Velocidade 4 |                  |   |
| Velocidade 5 |                  |   |

3) A velocidade máxima do simulador é de 28m/s. Observando o padrão de movimento dessa simulação, se pudéssemos ampliar a velocidade desse carro para 32m/s, responda:

a) Como seria a tabela das posições em função do tempo?

b) Qual a fórmula que poderíamos associar a essa situação?

c) Usando essa fórmula, qual seria a distância percorrida, após 20s de movimento?

---

4) Faça o exercício 3 novamente, considerando a velocidade média do carro em 40 m/s.

---

5) Mova o controle da posição inicial até atingir 50m e complete a tabela.

| Botão        | Velocidade média | Fórmula que define a posição em função do tempo |
|--------------|------------------|---|
| Velocidade 1 |                  |   |
| Velocidade 2 |                  |   |
| Velocidade 3 |                  |   |
| Velocidade 4 |                  |   |
| Velocidade 5 |                  |   |

Compare essa tabela com a do item 2. Qual a diferença entre os dados apresentados nas tabelas?

---

6) Agora, mova o controle da posição inicial até atingir 150m e complete a tabela.

| Botão        | Velocidade média | Fórmula que define a posição em função do tempo |
|--------------|------------------|---|
| Velocidade 1 |                  |   |
| Velocidade 2 |                  |   |
| Velocidade 3 |                  |   |
| Velocidade 4 |                  |   |
| Velocidade 5 |                  |   |

Compare essa tabela com a do item 5. Qual a diferença entre os dados apresentados nas tabelas?

---

7) Quando o carro entra em movimento, a cada instante está em uma posição diferente. Nesse caso, quais grandezas estão relacionadas?

---

8) O movimento desse carro constitui uma função? Por quê?

---

9) Qual grandeza é dependente? E qual é independente?

---

10) A medida que o carro movimenta, um ponto vai descrevendo uma trajetória em um plano cartesiano. Qual a relação da trajetória desse ponto, com o movimento do carro?

---

11) O plano cartesiano é definido por dois eixos. O eixo x representa os valores de qual grandeza? E o eixo y?

---

12) Como é a trajetória descrita pelo ponto à medida que o carro movimenta?

---

13) Anime o carro para todas as velocidades e observe os gráficos construídos. Compare o gráfico da velocidade 5 com a da velocidade 1. Qual a diferença em relação a inclinação do gráfico?

---

14) Qual a fórmula que relaciona posição e instante?

---

15) Podemos dizer que a função que relaciona posição e tempo é uma função polinomial do 1º grau? Por quê?

---

16) Qual o significado da posição inicial para o movimento do carro? O que essa informação representa no gráfico?

---

17) Faça o exercício 3 novamente, considerando

a) a velocidade média do carro em 40 m/s e a posição inicial igual a 150m.

b) a velocidade média do carro em 35 m/s e a posição inicial igual a 200m.

---

#### V) Capítulo 4 - 4.5 Taxa de variação de uma função

Leia as orientações da seção e cada vez que fizer a atividade, escreva o percentual de acertos que você teve. Não é obrigatório preencher a tabela completamente. Faça os cálculos no caderno.

| Atividade realizada | Percentual de acertos |        |        |        |        |
|---------------------|-----------------------|--------|--------|--------|--------|
|                     | 1ª vez                | 2ª vez | 3ª vez | 4ª vez | 5ª vez |
| Nível 1             |                       |        |        |        |        |
| Nível 2             |                       |        |        |        |        |

---

#### VI) Capítulo 4 - 4.6 Função crescente ou decrescente

Leia as orientações da seção.

---

#### VII) Capítulo 4 - 4.7 Raiz de uma função do 1º grau

Leia as orientações da seção e cada vez que fizer a atividade, escreva o percentual de acertos que você teve. Não é obrigatório preencher a tabela completamente. Faça os cálculos no caderno.

| Atividade realizada | Percentual de acertos |        |        |        |        |
|---------------------|-----------------------|--------|--------|--------|--------|
|                     | 1ª vez                | 2ª vez | 3ª vez | 4ª vez | 5ª vez |
| Nível 1             |                       |        |        |        |        |
| Nível 2             |                       |        |        |        |        |

---

#### VIII) Capítulo 4 - 4.8 Determinar a função por meio de pontos

Leia as orientações da seção e cada vez que fizer a atividade, escreva o percentual de acertos que você teve. Não é obrigatório preencher a tabela completamente. Faça os cálculos no caderno.

| Atividade realizada | Percentual de acertos |        |        |        |        |
|---------------------|-----------------------|--------|--------|--------|--------|
|                     | 1ª vez                | 2ª vez | 3ª vez | 4ª vez | 5ª vez |
|                     |                       |        |        |        |        |

---

### IX) Capítulo 4 - 4.9 Situação-problema

Leia as orientações da seção e à medida que interage com o OA, responda as questões:

- 1) Qual locadora é mais vantajosa no intervalo de 0 a 100 km rodados? Analise outros intervalos.
- 2) O motorista deverá percorrer quantos quilômetros para que o preço a pagar, pela Locadora A, por um dia de locação, seja igual à Locadora B?
- 3) O motorista deverá percorrer quantos quilômetros para que o preço a pagar pela Locadora A, por um dia de locação, seja igual à Locadora C?
- 4) O motorista deverá percorrer quantos quilômetros para que o preço a pagar pela Locadora B, por um dia de locação, seja igual à Locadora C?
- 5) A partir de quantos km rodados a Locadora A passa a ser mais vantajosa que a Locadora B?
- 6) A partir de quantos km rodados a Locadora C passa a ser mais vantajosa que a Locadora A e B?
- 7) Em relação ao preço a pagar da Locadora C, o que você observou durante todo o intervalo de quilômetros rodados?
- 8) Qual a representação algébrica (fórmula) que relaciona o preço a pagar em função da quantidade de quilômetros rodados para cada locadora?
- 9) Quantos quilômetros, o carro deverá percorrer para pagar R\$ 200,00 pela locadora B?
- 10) Quantos quilômetros, o carro deverá percorrer para pagar R\$ 238,00 pela locadora A?

Registre outras informações que você observou e apresente aos colegas.

Após essa análise, você encontrará um applet com um quiz sobre a situação-problema. Responda.

---

### X) Capítulo 4 - 4.9 Situação-problema

Leia as orientações da seção.

## APÊNDICE F – Pré-teste do Capítulo 2 (Livro digital): Sistema Cartesiano no Plano

Figura 131 – Pré-teste do Capítulo 2: Sistema Cartesiano no Plano

**UFG**  
UNIVERSIDADE  
FEDERAL DE GOIÁS

# Objetos de aprendizagem

**PROFMAT**

### Pré-teste do capítulo 02

Este pré-teste é importante para avaliar o quanto você já sabe sobre localização de pontos no plano cartesiano.

\*Obrigatório

Endereço de e-mail \*

Seu e-mail

#### Questões

Observe os pontos A, B, C e D destacados no plano cartesiano a seguir. As coordenadas dos pontos A, B, C e D, são respectivamente: \*

1 ponto

A(-2, -4), B(0, -3), C(4, 4), D (3,0)

A(-2, 4), B(0, -3), C(4, -4), D (3,0)

A(4, -2), B(-3, 0), C(4, -4), D (3,0)

A(-2, 4), B(0, -3), C(-4, 4), D (0,3)

Qual par ordenado a seguir, não está representado no plano cartesiano. \*

1 ponto

(0, -4)

(4, 4)

(-4, 4)

(-4,0)

O ponto A(-3,-4) encontra-se em qual quadrante? \*

1 ponto

I Quadrante

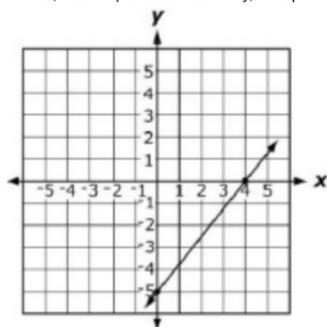
II Quadrante

III Quadrante

IV Quadrante

A reta, intercepta os eixos x e y, nos pontos \*

1 ponto



eixo x: 4 e eixo y: -5

eixo x: (4,0) e eixo y: (-5,0)

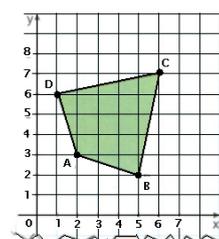
eixo x: (4,0) e eixo y: (0,-5)

eixo x: (0,4) e eixo y: (0,-5)

eixo x: (0,4) e eixo y: (-5,0)

Quatro cidades de grande expressão no setor industrial estão situadas nos pontos do quadrilátero abaixo. As coordenadas que representam as cidades A, B, C e D, respectivamente, são: \*

1 ponto



(1, 6), (6, 7), (5, 2), (4, 3)

(6, 1), (7, 6), (2, 5), (3, 4)

(6, 7), (1, 6), (2, 5), (3, 4)

(2, 3), (5, 2), (6, 7), (1, 6)

(-6, 1), (-7, 6), (-2, -5), (3, 4)

## APÊNDICE G – Pós-teste do Capítulo 2 (Livro digital): Sistema Cartesiano no Plano

Figura 132 – Pós-teste do Capítulo 2: Sistema Cartesiano no Plano



**UFG**  
UNIVERSIDADE  
FEDERAL DE GOIÁS

# Objetos de aprendizagem



**PROFMAT**

### Pós-teste do capítulo 02

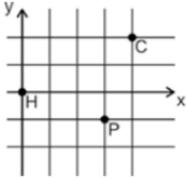
Este pós-teste é importante para avaliar o quanto você já sabe sobre localização de pontos no plano cartesiano.

\*Obrigatório

Endereço de e-mail \*

**Questões**

Observe o quadriculado abaixo. Ele representa o mapa da região de uma cidade. Nesse mapa as linhas são as ruas, que se cortam em ângulo reto, e cada quadrado é um quarteirão. Associando um plano cartesiano a esse quadriculado, considere o Hospital como origem, os eixos coordenados  $x$  e  $y$  como indicado na figura e a medida do lado do quarteirão como unidade de medida. Assim, as coordenadas do Correio e da Prefeitura são, respectivamente, \*



Legenda:

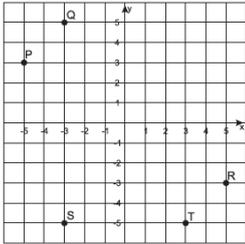
C - Correios

H - Hospital

P - Prefeitura

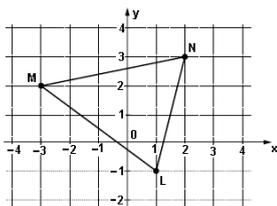
(4, 4) e (3, 1)  
 (2, 1) e (1, -2)  
 (4, 2) e (3, -1)  
 (4, 6) e (3, 4)  
 (6, 4) e (4, 3)

(SEAPE) A figura abaixo, mostra cinco pontos em um plano cartesiano. O ponto  $(-3, 5)$  está indicado pela letra \*



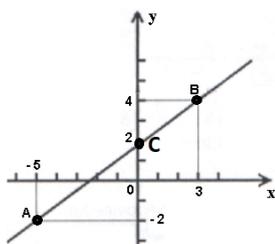
P  
 Q  
 R  
 S  
 T

Veja o triângulo LMN desenhado no plano cartesiano abaixo. Os vértices L, M e N desse triângulo correspondem, respectivamente, aos pontos \*



- (1, -1); (2, -3) e (2, 3).
- (1, -1); (-3, 2) e (3, 2).
- (1, -1); (-3, 2) e (2, 3).
- (-1, 1); (-3, 2) e (2, 3).
- (-1, 1); (2, -3) e (3, 2).

Observe o seguinte gráfico. As coordenadas dos pontos A, B e C, são representadas, respectivamente, por \*



- A(3, 4), B(-5, -2) e C(2, 2)
- A(-2, -5), B(3, 4) e C(2, 0)
- A(-5, -2), B(4, 3) e C(2, 0)
- A(-5, -2), B(3, 4) e C(0, 2)
- A(-2, -5), B(4, 3) e C(0, 2)

Uma cidade tem quatro pontos turísticos que são os mais visitados. Esses pontos são identificados pelas coordenadas A(1, 0), B(2, 1), C(2, 3) e D(3, 1). O gráfico que melhor representa as localizações dos pontos de turismo é \*

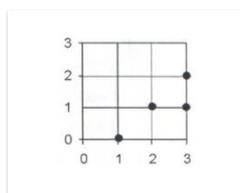
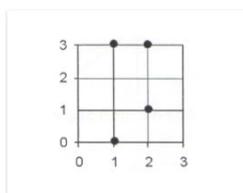
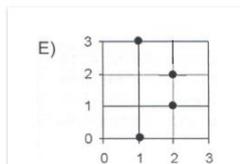
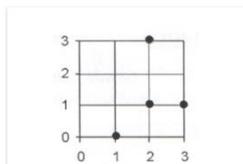


Gráfico 1

Gráfico 2



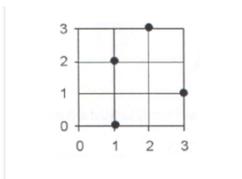


Gráfico 5

Uma cópia das suas respostas será enviada para o endereço de e-mail fornecido

ENVIAR

Teste elaborado no Google Forms. Fonte: Questões extraídas do [Blog do Prof. Warles](#)

## APÊNDICE H – Pré-teste do Capítulo 3 (Livro digital): Introdução à Função

Figura 133 – Pré-teste do Capítulo 3: Introdução à Função


Objetos de aprendizagem


### Pré-teste do capítulo 03

Este pré-teste é importante para avaliar o quanto você já sabe sobre o conceito de função.

\*Obrigatório

Endereço de e-mail \*

Seu e-mail

**Questões 01**

I) A tabela mostra o valor final de alguns pedidos de um certo tipo de piso laminado, solicitados a uma fabricante, de acordo com a área de piso colocado. Qual será o valor de 1 m<sup>2</sup> desse piso? \* 1 ponto

| Área (m <sup>2</sup> ) | Valor (R\$) |
|------------------------|-------------|
| 40                     | 2 800       |
| 25                     | 1 750       |
| 60                     | 4 200       |
| 140                    | 9 800       |
| 180,5                  | 12 635      |

R\$ 2800,00  
 R\$ 1400,00  
 R\$ 700,00  
 R\$ 70,00

II) Qual será o valor de um pedido de 10m<sup>2</sup> e de 250m<sup>2</sup>, respectivamente? \* 1 ponto

R\$ 100,00 e R\$ 250,00  
 R\$ 70,00 e R\$ 1750,00  
 R\$ 700,00 e R\$ 17 500,00  
 R\$ 2800,00 e R\$ 27 500,00

III) Qual é a fórmula (ou lei) que relaciona o valor (y), em reais, de um pedido de acordo com a quantidade (x) de piso, em metros quadrados? \* 1 ponto

$y = 2800x$   
  $y = x + 2800$   
  $y = x + 70$   
  $y = 70 \cdot x$

### Questão 02

Todas as perguntas a seguir se referem aos dados do item 1

I) Uma loja que aluga ferramentas costuma cobrar o aluguel de suas mercadorias de acordo com a tabela abaixo. Entre as expressões algébricas abaixo, a que melhor representa a situação da tabela acima é: \*

1 ponto



| SHOP FERRAMENTAS |                 |              |                 |
|------------------|-----------------|--------------|-----------------|
| Dias (D)         | Taxa fixa (R\$) | Diária (R\$) | Total (R\$) - P |
| 1                | 12              | 6,50         | 18,50           |
| 2                | 12              | 13,00        | 25,00           |
| 3                | 12              | 19,50        | 31,50           |
| 4                | 12              | 26,00        | 38,00           |
| 5                | 12              | 32,50        | 44,50           |

- $P = 18,5 + 6,5.D$   
  $P = 6,5.D$   
  $P = 12 + 6,5.D$   
  $P = 12.D + 6,50$

II) No item acima, quanto uma pessoa pagará pelo aluguel das ferramentas por um mês? \*

1 ponto

- R\$ 30,00  
 R\$ 12,00  
 R\$ 195,00  
 R\$ 207,00

### Questão 3

I) Duas amigas saem de férias no mesmo período e decidem alugar um carro fazer uma viagem. A função  $P(x)=30,00+0,40.x$ , onde P é o preço pago, em reais e x representa o valor da quantidade de quilômetros rodados. Se as amigas andarem 250 km, devem pagar: \*

1 ponto



- (A) R\$ 550,00.  
 (B) R\$ 250,00.  
 (C) R\$ 130,00.  
 (D) R\$ 1.030,00.  
 (E) R\$ 40,00.

Uma cópia das suas respostas será enviada para o endereço de e-mail fornecido

ENVIAR

Página 1 de 1

## APÊNDICE I – Pós-teste do Capítulo 3 (Livro digital): Introdução à Função


Objetos de aprendizagem


### Pós-teste do capítulo 03 (Introdução à função)

Este pós-teste é importante para avaliar o quanto você aprendeu sobre o conceito de função.

\*Obrigatório

**Endereço de e-mail \***

Seu e-mail

**Questões 01**

Em cada item a seguir, está descrita uma relação entre duas grandezas (variáveis). Marque a correta.

**A ) Carlos levou 15 segundos para subir, de elevador, até o último andar do Edifício Palmeiras. \*** 1 ponto

O tempo para subir até o último andar depende da altura do prédio.

A altura do prédio depende do tempo que Carlos leva para subir até o último andar.

**B) Regina comprou 6 pães e pagou R\$ 2,00. \*** 1 ponto

A quantidade de pães que Regina comprar depende do preço que ela pagará.

O preço que Regina pagará depende da quantidade de pães que ela comprar.

**C) Quando saio de Goianésia/GO e vou à Goiânia/GO, geralmente levo 2h 15min. \*** 1 ponto

O tempo de viagem depende da distância entre as cidades.

A distância entre as cidades depende do tempo de viagem.

**D) Meu consumo de água, no mês de dezembro de 2018, foi de 3m<sup>3</sup> e paguei R\$37,91. \*** 1 ponto

A quantidade de água consumida no mês depende do preço da fatura.

O preço da fatura depende da quantidade de água consumida no mês.

**E) É necessário empregar maior força para deslocar um sofá do que deslocar uma cadeira. \*** 1 ponto

A força empregada para deslocar o sofá depende de sua massa.

A massa do sofá depende da força usada para deslocá-lo.

**Questão 2**

Explique o que significa cada fórmula a seguir

**$y = x + 3$  \*** 1 ponto

Sua resposta

**$y = 2x - 4$  \*** 1 ponto

Sua resposta

$$y = 3.(x+4) *$$

1 ponto

Sua resposta

$$y = x/2 *$$

1 ponto

Sua resposta

**Questão 3**

Renato comprou uma impressora a jato de tinta para imprimir panfletos de propaganda. Veja na tabela a seguir o número de panfletos que esse equipamento imprime de acordo com o tempo. Entre as equações, a que melhor representa a situação da tabela é: \*

1 ponto

| Velocidade da impressora       |                         |
|--------------------------------|-------------------------|
| Intervalo de tempo (t) - (min) | Número de panfletos (n) |
| 2                              | 36                      |
| 4                              | 72                      |
| 6                              | 108                     |
| 8                              | 144                     |
| 10                             | 180                     |

- $n = (18.t)/2-72$
- $n = 18.t + 100$
- $n = 36.t$
- $n = 18.t$
- $n = 72.t$

**Questão 4**

A tabela abaixo mostra a distância (d) percorrida por Igor em função do tempo (x). Qual a expressão que relaciona a distância d com o tempo x? \*

1 ponto

| Distância (m) | 400 | 800 | 1200 | 1600 | d |
|---------------|-----|-----|------|------|---|
| Tempo (min)   | 5   | 10  | 15   | 20   | x |

- $d = 40x$
- $d = 80x$
- $d = 400x$
- $d = 80 + 5x$
- $d = 400 + 5x$

**Questão 5**

Para alugar um carro, uma locadora cobra uma taxa básica fixa acrescida de uma taxa que varia de acordo com o número de quilômetros rodados. A tabela abaixo mostra o custo (C) do aluguel, em reais, em função do número de quilômetros rodados (q). Entre as equações abaixo, a que melhor representa esse custo é: \*

1 ponto

| Quilômetros rodados (q) | Custo (C) |
|-------------------------|-----------|
| 10                      | 55        |
| 20                      | 60        |
| 30                      | 65        |
| 40                      | 70        |

- $C = 5q + 5$
- $C = 4q + 15$
- $C = q + 45$
- $C = q/2+50$

$C = a/10 + 55$

### Questão 6

Carlos e Ricardo estão fazendo uma brincadeira, em que Carlos diz um número e Ricardo transforma esse número em outro. O resultado das 5 primeiras rodadas está apresentado no quadro abaixo. Chamando de  $x$  o número dito por Carlos, e de  $y$  o resultado encontrado por Ricardo, qual a expressão que permite encontrar o resultado fornecido por Ricardo? 1 ponto

|         |    |    |   |   |   |
|---------|----|----|---|---|---|
| CARLOS  | 1  | 2  | 3 | 4 | 5 |
| RICARDO | -3 | -1 | 1 | 3 | 5 |

- $y = x$
- $y = 3x$
- $y = x + 2$
- $y = x - 4$
- $y = 2x - 5$

### Questão 7

\*

1 ponto



A fórmula  $T_F = \frac{9}{5} T_C + 32$  serve para converter a temperatura Fahrenheit ( $^{\circ}F$ ) em Celsius ( $^{\circ}C$ ) ou vice-versa.

Se o termômetro indicar  $T_C = 100^{\circ}C$ , o valor da temperatura em Fahrenheit ( $^{\circ}F$ ) é:

- $212^{\circ}F$
- $237^{\circ}F$
- $52^{\circ}F$
- $100^{\circ}F$

### Questão 8

I) A tabela mostra o valor final de alguns pedidos de um certo tipo de piso laminado, solicitados a uma fabricante, de acordo com a área de piso colocado. Qual será o valor de  $1 \text{ m}^2$  desse piso? \* 1 ponto

| Área ( $\text{m}^2$ ) | Valor (R\$) |
|-----------------------|-------------|
| 40                    | 2 800       |
| 25                    | 1 750       |
| 60                    | 4 200       |
| 140                   | 9 800       |
| 180,5                 | 12 635      |

- R\$ 2800,00
- R\$ 1400,00
- R\$ 700,00
- R\$ 70,00

II) Qual será o valor de um pedido de 100m<sup>2</sup> e de 250m<sup>2</sup>, respectivamente? \*

1 ponto

- R\$ 100,00 e R\$ 250,00
- R\$ 70,00 e R\$ 1750,00
- R\$ 7 000,00 e R\$ 17 500,00
- R\$ 2800,00 e R\$ 27 500,00

III) Qual é a fórmula (ou lei) que relaciona o valor (y), em reais, de um pedido de acordo com a quantidade (x) de piso, em metros quadrados? \*

1 ponto

- $y = 2800x$
- $y = x + 2800$
- $y = x + 70$
- $y = 70.x$

### Questão 09

Todas as perguntas a seguir se referem aos dados do Item 1

I) Uma loja que aluga ferramentas costuma cobrar o aluguel de suas mercadorias de acordo com a tabela abaixo. Entre as expressões algébricas abaixo, a que melhor representa a situação da tabela é: \*

1 ponto



| SHOP FERRAMENTAS |                 |              |                 |
|------------------|-----------------|--------------|-----------------|
| Dias (D)         | Taxa fixa (R\$) | Diária (R\$) | Total (R\$) - P |
| 1                | 12              | 6,50         | 18,50           |
| 2                | 12              | 13,00        | 25,00           |
| 3                | 12              | 19,50        | 31,50           |
| 4                | 12              | 26,00        | 38,00           |
| 5                | 12              | 32,50        | 44,50           |

- $P = 18,5 + 6,5.D$
- $P = 6,5.D$
- $P = 12 + 6,5.D$
- $P = 12.D + 6,50$

Uma cópia das suas respostas será enviada para o endereço de e-mail fornecido

ENVIAR

Página 1 de 1

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

Teste elaborado no Google Forms. Fonte: Questões extraídas do [Blog do Prof. Warles](#)

## APÊNDICE J – Pré-teste do Capítulo 4 (Livro digital): Função Polinomial do 1º grau

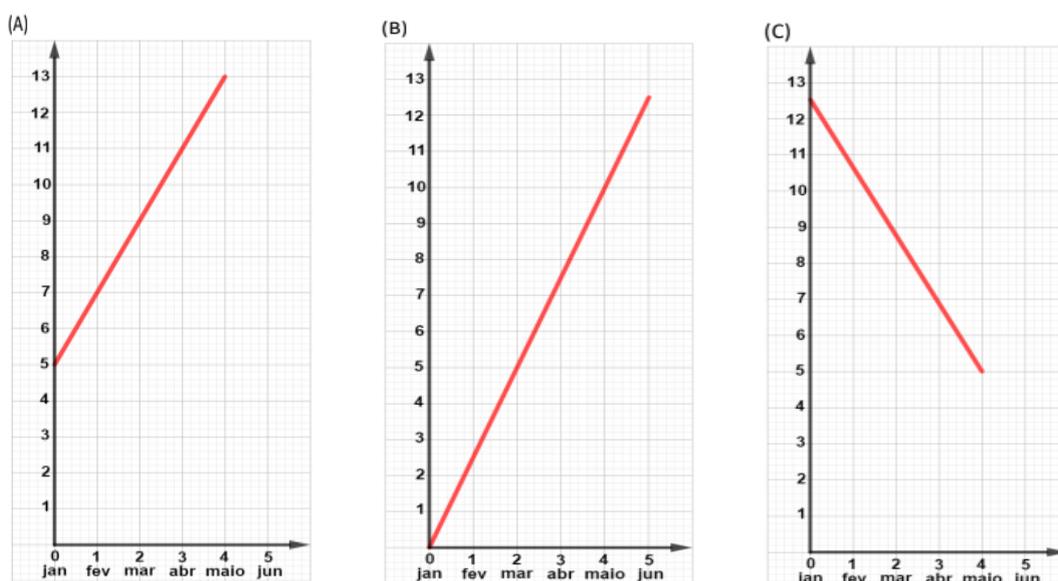
Este pré-teste resultou da análise de 6 questões da Avaliação Diagnóstica da Aprendizagem, aplicada à 1ª série do Ensino Médio, no 1º bimestre de 2019, elaborado pela equipe do Núcleo Pedagógico da Secretaria do Estado da Educação de Goiás.

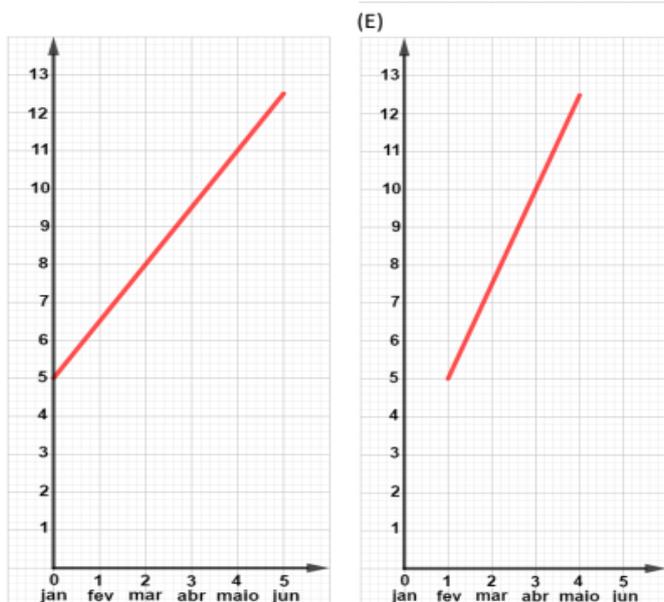


1) No mês de janeiro, após cortar o cabelo, Roberto decidiu deixá-lo crescer até o mês de junho, anotando todo mês a medida de seu comprimento. O quadro a seguir apresenta os registros feitos por ele.

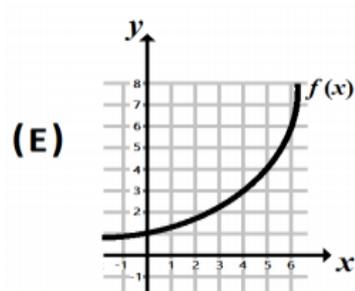
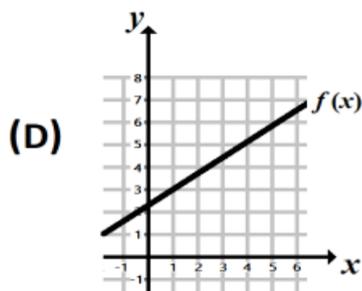
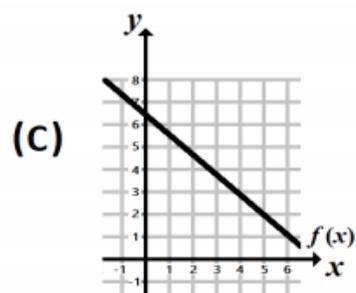
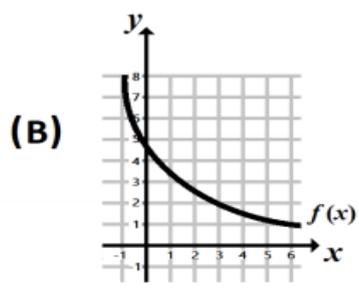
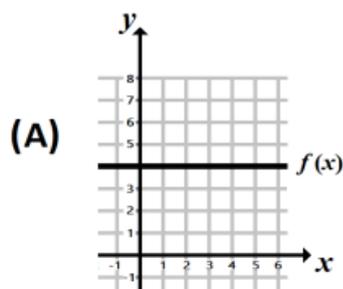
| Meses     | Comprimento do cabelo em centímetros |
|-----------|--------------------------------------|
| janeiro   | 5,0                                  |
| fevereiro | 6,5                                  |
| março     | 8,0                                  |
| abril     | 9,5                                  |
| maio      | 11,0                                 |
| junho     | 12,5                                 |

O gráfico que representa o crescimento do cabelo de Roberto a partir do mês de janeiro (mês 0) até o mês de junho (mês 5) é



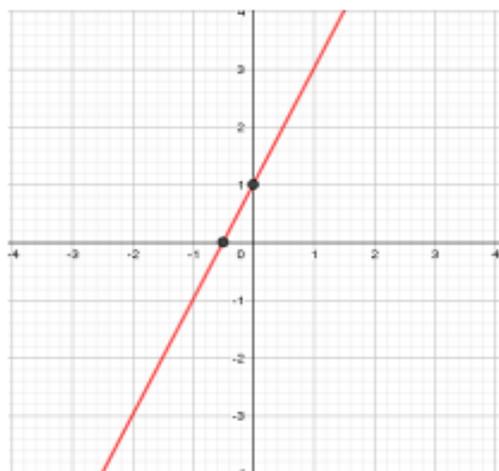


2) Admita uma função polinomial de 1º grau  $f(x): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , crescente. Assinale a opção que apresenta parte desse gráfico no primeiro quadrante do plano cartesiano.

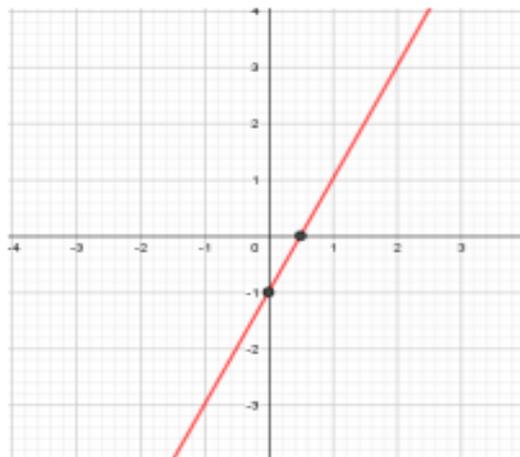


3) Admita uma função polinomial de 1º grau  $f(x): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Sabe-se que o coeficiente angular dessa função é igual a 2 e seu coeficiente linear é igual a -1. Assinale a opção que apresenta parte do gráfico dessa função.

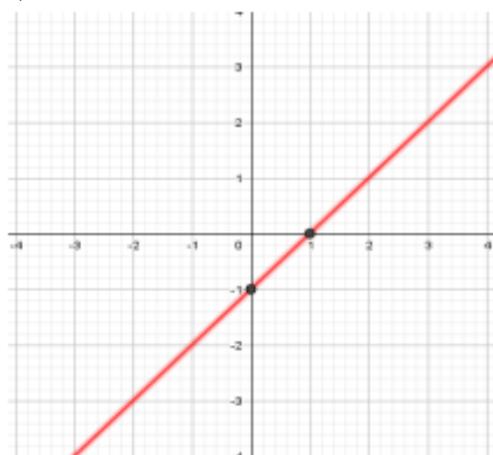
A)



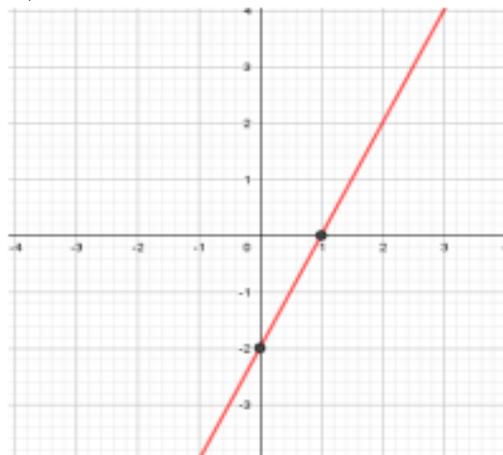
B)



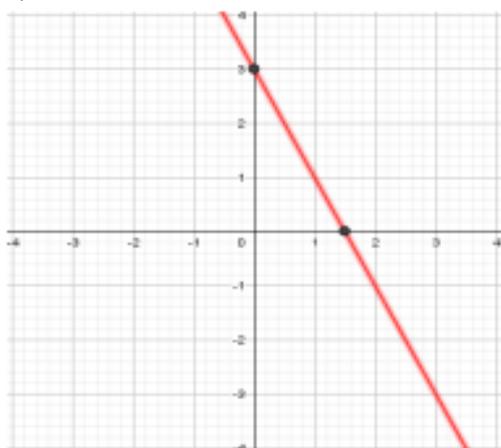
C)



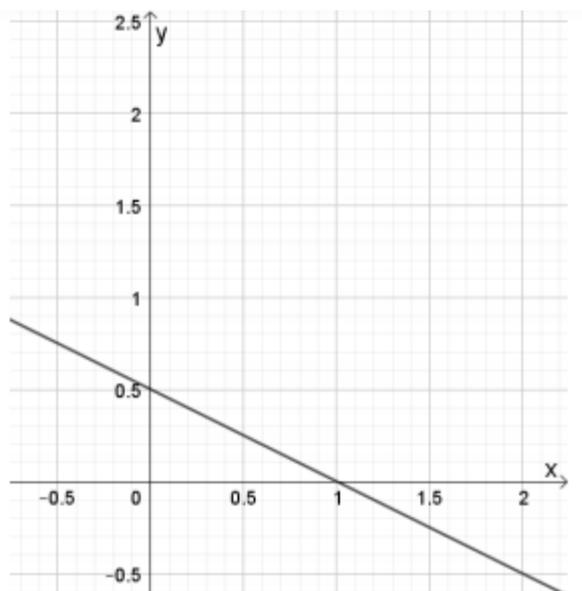
D)



E)



4) Observe o seguinte gráfico:

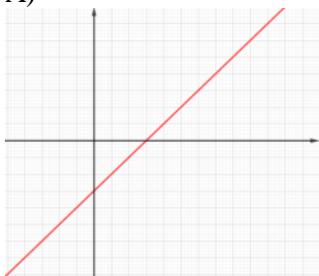


De acordo com esse gráfico, pode-se dizer que a representação algébrica dele corresponde a

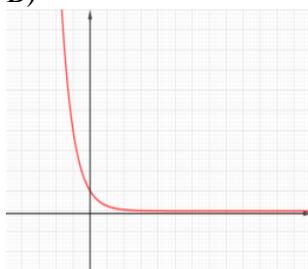
- (A)  $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$   
 (B)  $f(x) = -x + 1$ .  
 (C)  $f(x) = -2x + 0,5$   
 (D)  $f(x) = x + 1$ .  
 (E)  $f(x) = \frac{-x+1}{2}$ .

5) Assinale a opção que corresponde ao gráfico de uma função polinomial do 1º grau decrescente.

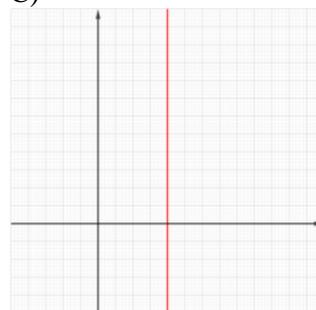
A)



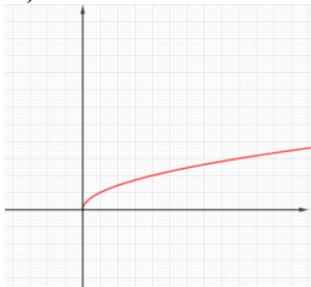
B)



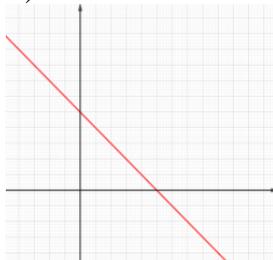
C)



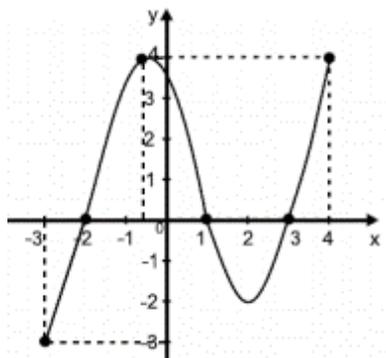
D)



E)



6) O gráfico a seguir representa uma função  $f(x)$  definida de  $[-3, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ .



As raízes dessa função são

- (A)  $-2, -1$  e  $2$ .
- (B)  $-1, 0$  e  $1$ .
- (C)  $0, 1$  e  $2$ .
- (D)  $-2, 1$  e  $3$ .
- (E)  $-1, 2$  e  $3$ .

APÊNDICE K – Pós-teste do Capítulo 4 (Livro digital): Função Polinomial do 1º grau

PÓS-TESTE DE FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU

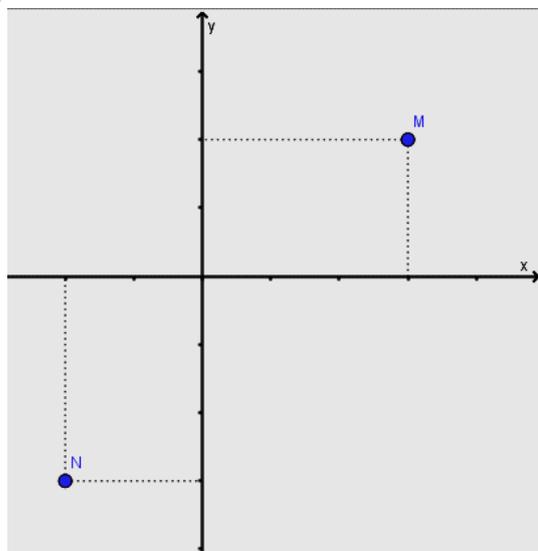
Professora pesquisadora: **Ducilea Amorim Soares**

Nome: \_\_\_\_\_ Data: 09/05/2019

**Orientações:**

Responda as perguntas à caneta. Deixe todos os rascunhos. Eles serão fundamentais para a pesquisa.

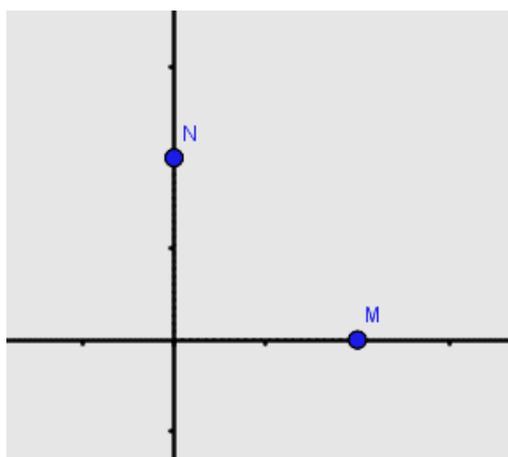
01) Observe os pontos assinalados no plano cartesiano abaixo.



As coordenadas dos pontos M e N são, respectivamente,

- A) (3, 2) e (-3, -2)
- B) (3, 2) e (-2, -3)
- C) (2, 3) e (-3, -2)
- D) (2, 3) e (-2, -3)

02) No plano cartesiano, abaixo, estão assinalados os pontos M e N.



Quais são as coordenadas dos pontos M e N nesse plano cartesiano?

- A) M(2, 2) e N(2, 2)
- B) M(2, 0) e N(0, 2)
- C) M(0, 2) e N(0, 2)
- D) M(0, 2) e N(2,0)

|   |   |
|---|---|
| <p>03) O ponto D (-3, 2) pertence:</p> <p>A) ao primeiro quadrante;</p> <p>B) ao segundo quadrante;</p> <p>C) ao terceiro quadrante;</p> <p>D) ao quarto quadrante.</p> | <p>04) No sistema de eixos cartesianos, é verdade que:</p> <p>A) o ponto (3, -2) pertence ao primeiro quadrante;</p> <p>B) o ponto (2, -1) pertence ao segundo quadrante;</p> <p>C) o ponto (-1, -3) pertence ao terceiro quadrante;</p> <p>D) o ponto (2, 4) pertence ao quarto quadrante;</p> |
|---|---|

05) A figura abaixo representa o boleto de cobrança da mensalidade de uma escola, referente ao mês de junho de 2008. Se  $M(x)$  é o valor, em reais, da mensalidade a ser paga, em que  $x$  é o número de dias em atraso, então

| Banco S.A.  |                                   |
|---|-----------------------------------|
| Pagável em qualquer agência bancária até a data de vencimento   | Vencimento<br>30/06/2008          |
| Cedente<br>Escola de Ensino Médio   | Agência/cód. cedente              |
| Data documento<br>02/06/2008  | Nosso número                      |
| Uso do banco  | (=) Valor documento<br>R\$ 500,00 |
| Instruções<br>Observação: no caso de pagamento em atraso, cobrar multa de R\$ 10,00 mais 40 centavos por dia de atraso. | (-) Descontos                     |
|   | (-) Outras deduções               |
|   | (+) Mora/Multa                    |
|   | (+) Outros acréscimos             |
|   | (=) Valor Cobrado                 |

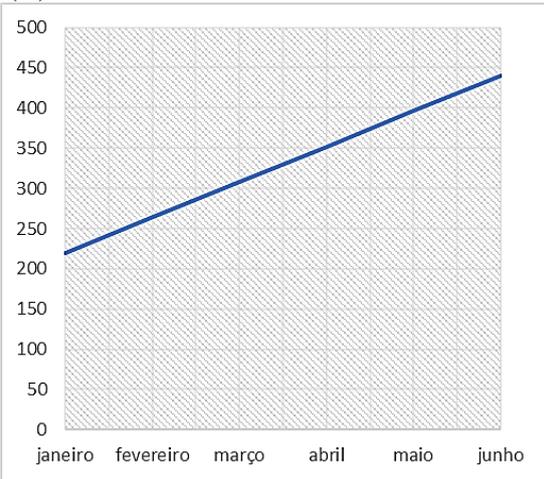
- (A)  $M(x) = 500 + 0,4x$ .
- (B)  $M(x) = 500 + 10x$ .
- (C)  $M(x) = 510 + 0,4x$ .
- (D)  $M(x) = 510 + 40x$ .
- (E)  $M(x) = 500 + 10,4x$ .

06) No mês de janeiro, Joana resolveu fazer brigadeiros para vender. Anotou as vendas de cada mês, até junho. O quadro a seguir apresenta os registros feitos por ela.

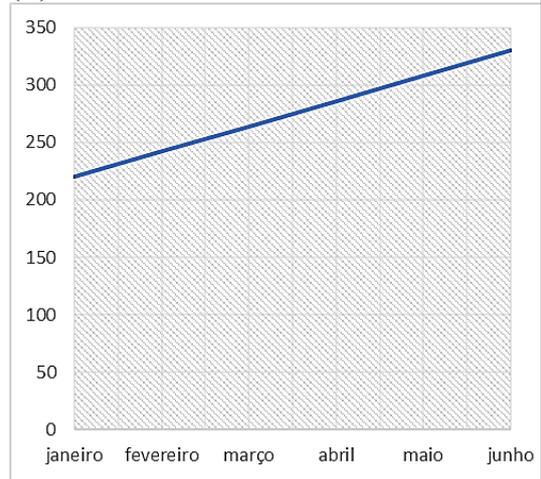
| Meses     | Quantidade de brigadeiros |
|-----------|---------------------------|
|           | vendidos                  |
| janeiro   | 220                       |
| fevereiro | 264                       |
| março     | 308                       |
| abril     | 352                       |
| maio      | 396                       |
| junho     | 440                       |

O gráfico que representa a quantidade de brigadeiros vendidos por Joana a partir do mês de janeiro até o mês de junho é

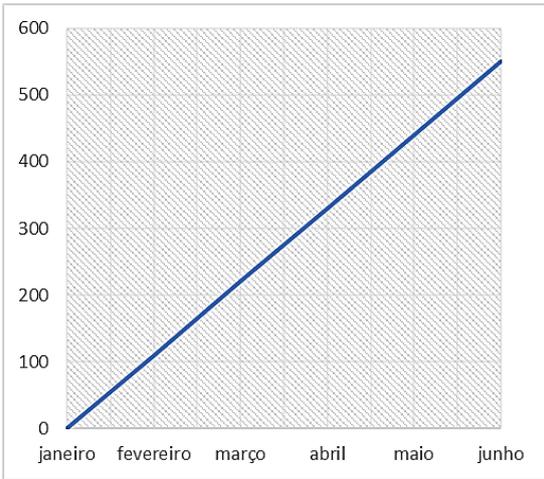
(A)



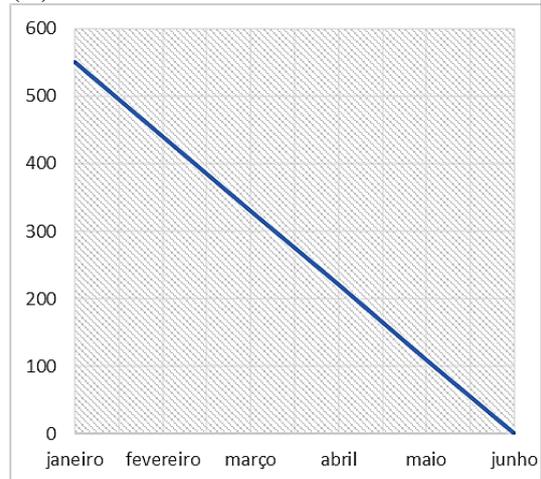
(B)



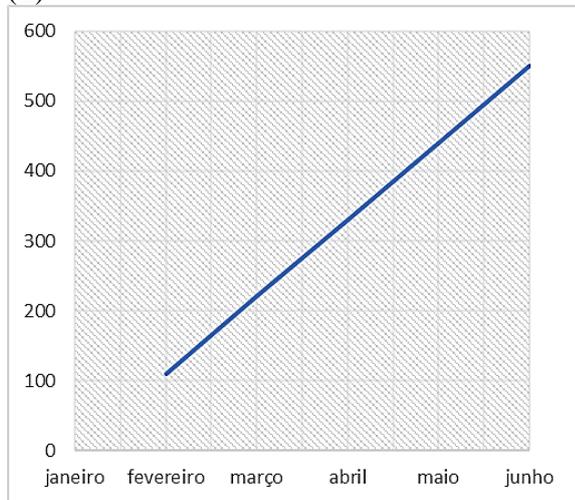
(C)



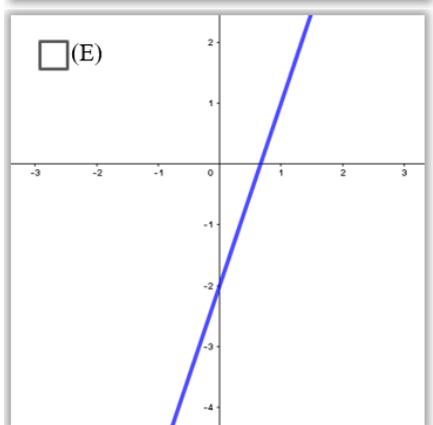
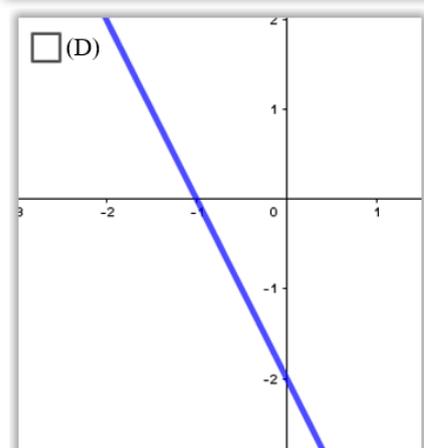
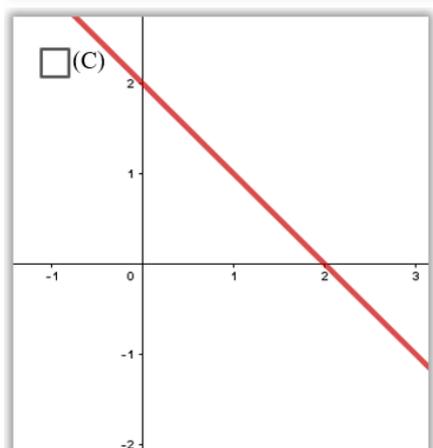
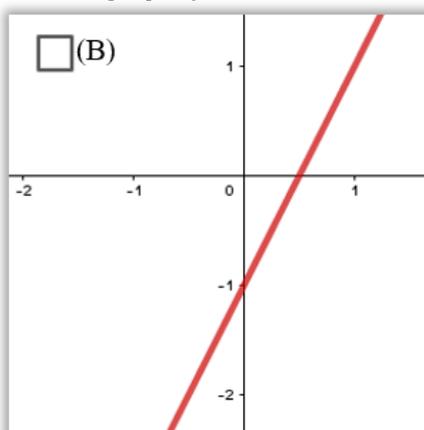
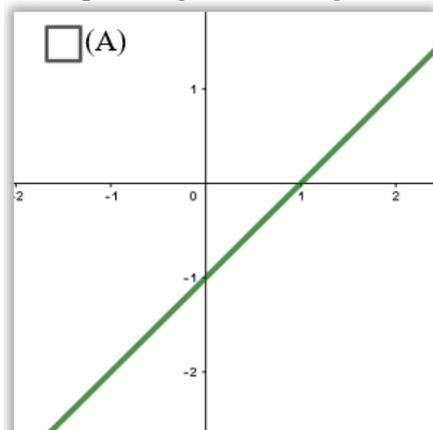
(D)



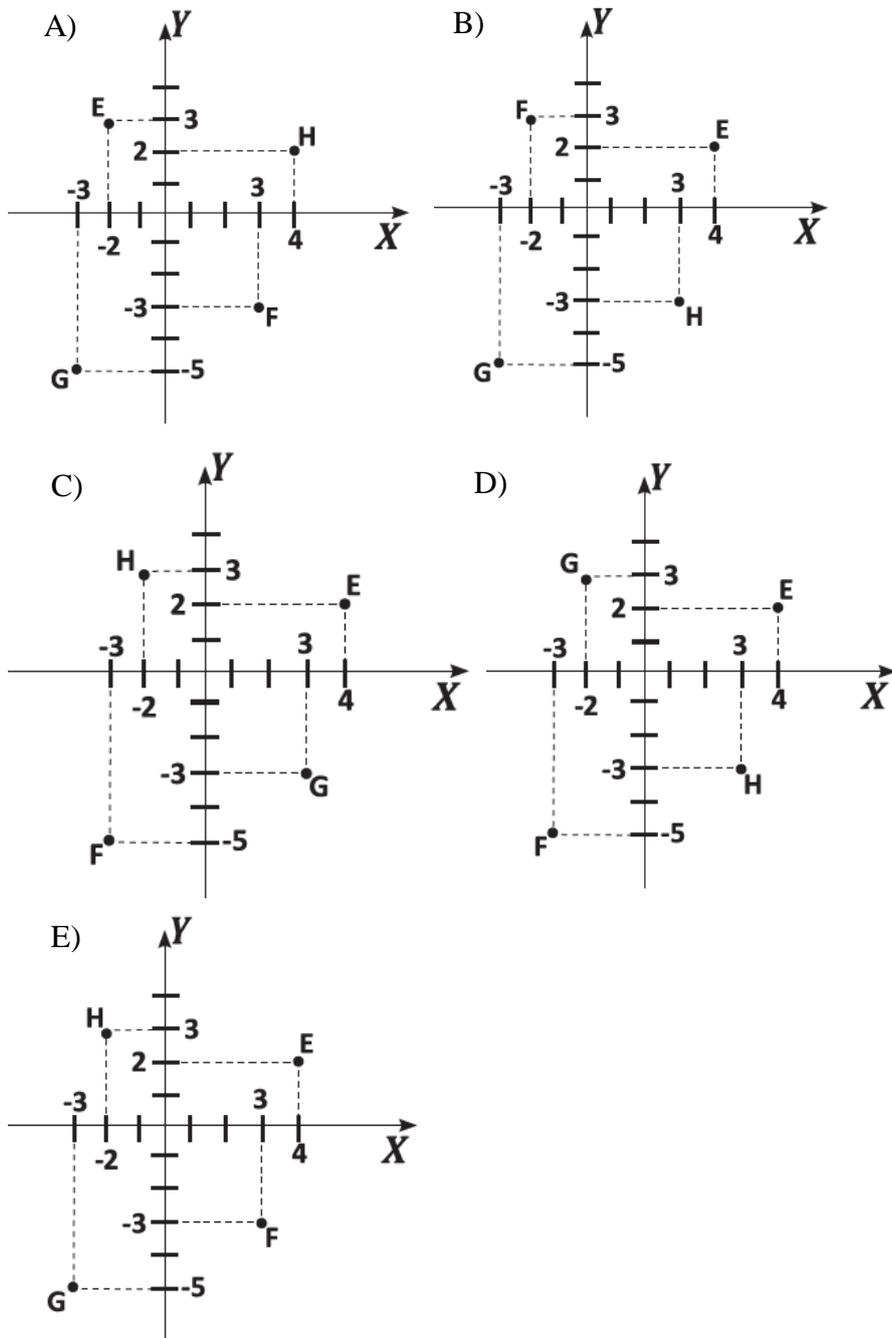
(E)



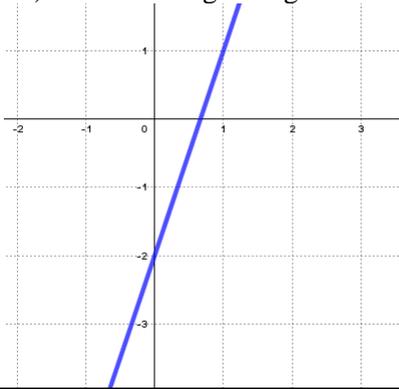
07) O gráfico que melhor representa a reta de equação  $y = 2x - 1$  é



08) Dados os pares ordenados a seguir:  $E(4,2)$ ;  $F(-3,-5)$ ;  $G(-2,3)$  e  $H(3,-3)$ .  
 Identifique a opção que explicita a representação correta dos pares em um plano.



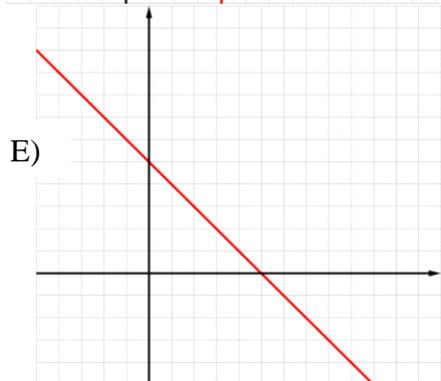
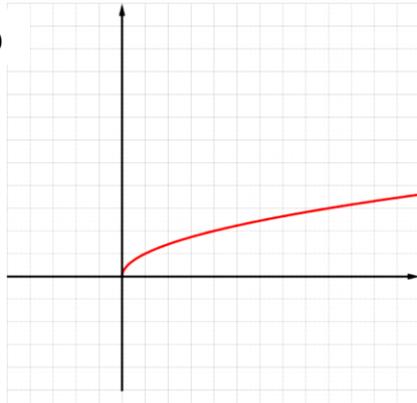
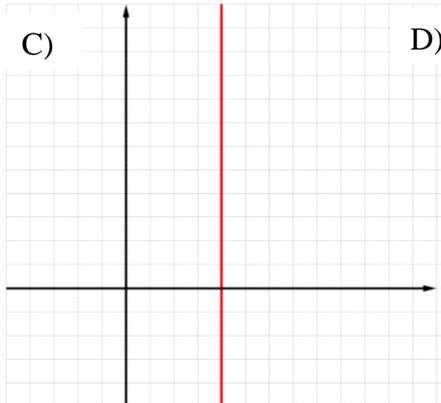
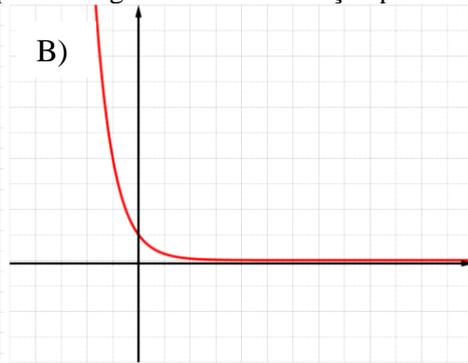
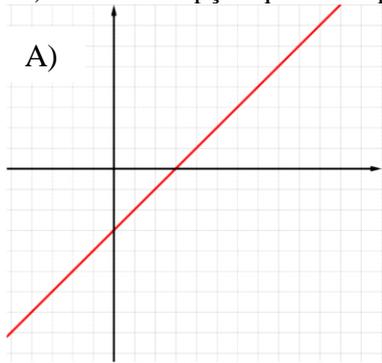
09) Observe o seguinte gráfico:



De acordo com esse gráfico, pode-se dizer que a representação algébrica dele corresponde a

- (A)  $f(x) = 2x - 3$
- (B)  $f(x) = 3x - 2$
- (C)  $f(x) = -2x - 2$
- (D)  $f(x) = x + 1$
- (E)  $f(x) = x - 1$

10) Assinale a opção que corresponde ao gráfico de uma função polinomial do 1º grau decrescente.



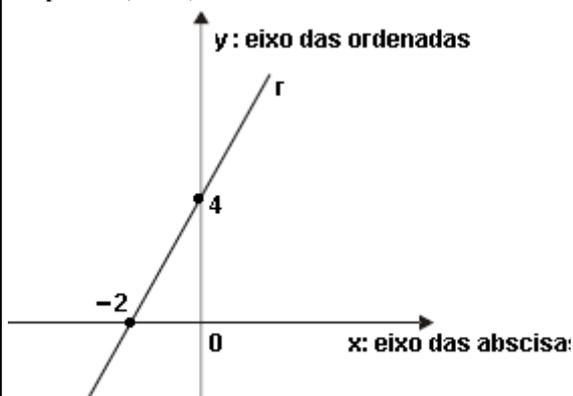
11) Numa cidade a conta de telefone é cobrada da seguinte forma.

|                        |           |
|------------------------|-----------|
| Preço fixo             | R\$ 16,00 |
| Preço do impulso usado | R\$ 0,50  |

Se  $x$  representa o número de impulsos usados e  $y$  o preço correspondente a pagar, a fórmula matemática que relaciona  $x$  com  $y$  é:

- (A)  $y = 16x + 0,50$   
 (B)  $y = 16 + 0,50x$   
 (C)  $y = 0,50x$   
 (D)  $y = 16x$   
 (E)  $y = 16 - 0,50x$

12) A reta  $r$ , representada no plano cartesiano da figura, corta o eixo  $y$  no ponto  $(0, 4)$  e corta o eixo  $x$  no ponto  $(-2, 0)$ .



Qual é a equação dessa reta?

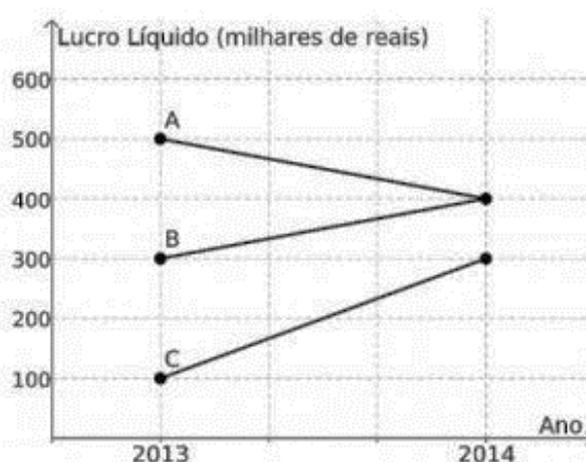
- (A)  $y = x + 4$   
 (B)  $y = 4x + 2$   
 (C)  $y = x - 2$   
 (D)  $y = 2x + 4$   
 (E)  $y = x - 4$

13) Qual a raiz de cada função?

a)  $f(x) = 2x - 6$

b)  $f(x) = -3x - 5$

14) O gráfico abaixo exibe o lucro líquido (em milhares de reais) de três pequenas empresas A, B e C, nos anos de 2013 e 2014.



Com relação ao lucro líquido, podemos afirmar que

- (A) A teve crescimento.  
 (B) C decresceu.  
 (C) B teve um crescimento igual a A.  
 (D) C teve um crescimento menor do que B.  
 (E) C teve o maior crescimento.

## APÊNDICE L – Termo de Anuência [i]



**Colégio Estadual Jalles Machado  
Goianésia/GO**

### **TERMO DE ANUÊNCIA DA INSTITUIÇÃO**

O *Colégio Estadual Jalles Machado*, na pessoa de Irmã Luzinaide Lial Cesar, diretora, está de acordo com a execução do projeto de pesquisa intitulado “*O smartphone no ensino de matemática: uma análise mediante objetos de aprendizagem*”, coordenado pela pesquisadora *Duciclea Amorim Soares*, desenvolvido em conjunto com a pesquisadora *Dra. Elisabeth Cristina de Faria* na **Universidade Federal de Goiás**.

O *Colégio Estadual Jalles Machado* assume o compromisso de apoiar o desenvolvimento da referida pesquisa pela autorização da coleta de dados durante o mês de abril/2019.

Declaramos ciência de que nossa instituição é coparticipante do presente projeto de pesquisa, e requeremos o compromisso da pesquisadora responsável com o resguardo da segurança e bem-estar dos participantes de pesquisa nela recrutados.

Goiânia, 01 de fevereiro de 2019.

---

**Irmã Luzinaide Lial Cesar  
Diretora**

*Luzinaide Lial Cesar*  
Diretora  
Portaria Nº 3065/2018

Rua 14, nº 308, Centro, Goianésia, Goiás.  
Telefone: (62) 3353-1143  
Email: 52015807@seduc.go.gov.br

APÊNDICE M – Participação na conferência XIII ENEM



# XIII ENEM

## Encontro Nacional de Educação Matemática

# CERTIFICADO

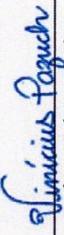
Certificamos que o trabalho Ensino De Função Polinomial Por Meio De Objetos De Aprendizagem Para Smartphone, de autoria de Ducilea Amorim Soares, Elisabeth Cristina De Faria, foi apresentado como Pôster no XIII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, realizado de 14 a 17 de julho de 2019, na Arena Pantanal.



Prof. Dr. Márcio Urel Rodrigues  
Coordenador Local do XIII ENEM  
Diretor da SBEM/MT



Profa. Dra. Regina Célia Grandio  
Coordenadora Geral do XIII ENEM  
Presidente da SBEM/ Nacional



Prof. Dr. Vinícius Pazuch  
Coordenação da Comissão Científica do XIII ENEM  
2º Secretário da SBEM/Nacional

Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas - UNEMAT – Barra do Bugres/MT  
Certificado Nº 04.12.000.A.1685.000.1406 - Folha nº 57 do Livro nº 001, 14 de julho de 2019



UNEMAT  
Universidade do Estado de Mato Grosso





## APÊNDICE N – Participação na conferência XIII ENEM (PÔSTER)



### ENSINO DE FUNÇÃO POLINOMIAL POR MEIO DE OBJETOS DE APRENDIZAGEM PARA SMARTPHONE

Duciclea Amorim Soares<sup>1</sup>, Elisabeth Cristina de Faria

<sup>1</sup> Universidade Federal de Goiás

duciclea.soares@gmail.com

#### INTRODUÇÃO

Jovens de todas as classes sociais estão acessando seus *smartphones* e modificando sua forma de interagir com o mundo (SHARPLES et al., 2006). Com recursos cada vez mais sofisticados, representam em vários casos, único contato com as tecnologias digitais dentro e fora dos ambientes formais de ensino.

A partir desse cenário, esta pesquisa em andamento, trata das implicações que o uso de objetos digitais de aprendizagem (OAs), através do *smartphone*, podem trazer ao ensino de funções polinomiais do 1º grau, no ensino básico.

#### OBJETIVO

Investigar as aprendizagens que são percebidas ao empregar OAs ao ensino de funções polinomiais por meio do *smartphone*.

#### METODOLOGIA

O estudo adota uma abordagem qualitativa, fundamentada nas concepções de Vygotsky, em que a relação do homem com o mundo não ocorre diretamente, mas é uma relação mediada. Desse modo, a investigação será pautada pela compreensão de todo o processo e não apenas dos resultados obtidos. Serão descritas as experiências observadas durante a interação do sujeito com os OAs e do modo como as relações mediáticas são estabelecidas.

Para tanto, foi elaborado um livro digital, através do *GeoGebraBook*, cuja a estrutura é uma combinação de objetos de aprendizagem do tipo: vídeos, animação, simuladores – acompanhados de atividades dirigidas –, aplicativos e jogos.

#### RESULTADOS PRELIMINARES

- Realização das atividades de forma mais controlada e menos impulsiva.
- Redução significativa na troca de ordem das coordenadas ao localizar pontos no plano cartesiano.
- Encorajamento para cálculo mental.
- Compreensão das relações de dependência entre as grandezas e do significado das variáveis  $x$  e  $y$ , na representação algébrica, motivadas pela criação de fórmulas nas planilhas eletrônicas.
- Compreensão da importância do uso de linguagem matemática na representação de uma situação-problema.



#### CONSIDERAÇÕES FINAIS

Um aspecto importante na pesquisa é que a ação do professor – elemento mediador –, na presença da tecnologia, assumiu um papel relevante em análises mais sofisticadas, estabelecendo diálogos e direcionando perguntas para que os alunos relacionem conhecimentos novos a antigos. Além disso, a elaboração de OAs, pensando nas necessidades e níveis de proficiência dos alunos, fez com o professor assumisse o papel de mediador desde a concepção do material até a análise dos erros e dificuldades persistentes.

#### REFERÊNCIAS

- GEOGEBRA. Comunidade do GeoGebra. Disponível em: <<https://www.geogebra.org>> Acesso em: 15 nov 2018.
- SHARPLES, Mike; TAYLOR, Josie; VAVOULA, Giasemi. A Theory of Learning for the Mobile Age. R. Andrews and C. Haythornthwaite. The Sage Handbook of Elearning Research, Sage publications, pp.221-247, 2006. fihal-00190276f. Disponível em: <https://telearn.archives-ouvertes.fr/hal-00190276/document>. Acesso em 15 jun 2019.
- OLIVEIRA, Marta Kohl. Vygotsky. Aprendizagem e Desenvolvimento. Um processo sócio histórico. São Paulo: Scipione. 4ª Ed. 2001.



Universidade Federal de Mato Grosso



Sociedade Brasileira de Educação Matemática Regional Mato Grosso



## APÊNDICE O – Oficina/PIBID

**Tema da oficina:** O smartphone no ensino de matemática

**Data:** 17 de abril de 2019

**Local:** Laboratório de informática do IME/UFG

**Público Alvo:** alunos bolsistas do PIBID de Licenciatura em Matemática da UFG

Figura 134 – Imagens da apresentação em PowerPoint (Tela 1)



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 135 – Imagens da apresentação em PowerPoint (Pauta)

| <b>Pauta:</b>  |              |
|--|--------------|
| <b>1) Apresentação do projeto e entrega de materiais</b>       | <b>15min</b> |
| <b>2) Capítulo 1: Apresentação</b>                             |              |
| <b>3) Capítulo 2: Sistema cartesiano no plano</b>              |              |
| a. Tópico 2.3 – Animação: Plano Cartesiano                     |              |
| b. Tópico 2.4 – Jogo: Identificação da localização de um ponto |              |
| c. Tópico 2.5 – Jogo: Localização de pontos no plano           | <b>20min</b> |
| <b>4) Capítulo 3: Introdução à função</b>                      |              |
| a. Tópico 3.3 – Simulador Construtor de funções                |              |
| b. Tópico 3.5 – Atividade: Planilha eletrônica                 | <b>30min</b> |
| <b>5) Capítulo 4: Função polinomial do 1º grau</b>             |              |
| a. Tópico 4.7 – Jogo: Construção de gráfico                    | <b>20min</b> |
| <b>6) Avaliação da Oficina</b>                                 | <b>5min</b>  |

Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 136 – Oficina (imagem 1)



Fonte: Acervo da própria autora

Figura 137 – Oficina (imagem 3)



Fonte: Acervo da própria autora

Figura 138 – Oficina (imagem 1)



Fonte: Acervo da própria autora

## Questionário de avaliação do Produto Educacional e da Oficina

### Avaliação da oficina

Envie sua avaliação da oficina que você acabou de concluir, incluindo comentários sobre a estrutura, o conteúdo e o pesquisador.

**\*Obrigatório**

#### Avaliação do pesquisador/Instrutor

Neste campo, você fará uma análise do instrutor.

#### Habilidade e receptividade do instrutor \*

|   | Discordo totalmente   | Discordo              | Não sei               | Concordo              | Concordo plenamente   |
|---|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| O pesquisador me instruiu de forma bastante eficiente | <input type="radio"/> |
| As apresentações foram claras e organizadas           | <input type="radio"/> |
| O pesquisador usou bem o tempo durante as aulas       | <input type="radio"/> |

#### Avaliação do projeto

Nesse campo, você fará uma análise do projeto.



**Conteúdo da oficina \***

|  | Discordo totalmente   | Discordo              | Não sei               | Concordo              | Concordo plenamente   |
|--|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| Os objetivos foram claros                            | <input type="radio"/> |
| O conteúdo da oficina foi organizado e bem planejado | <input type="radio"/> |
| O tempo para realizar as atividades foi suficiente.  | <input type="radio"/> |

Quais aspectos dessa oficina foram mais úteis?

Sua resposta

Quais dificuldades encontradas durante a interação com os objetos de aprendizagem?

Sua resposta

Como você melhoraria esse projeto? \*

Sua resposta

ENVIAR

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#)



Google Formulários

Quadro 11 – Avaliação da Oficina e consideração dos OAs

|  |
|--|
| <b>Pergunta:</b> Quais aspectos dessa oficina foram mais úteis?  |
| <b>Respondentes:</b> 11 participantes  |
| <b>Respostas extraídas da avaliação <i>on-line</i>:</b>  |
| As vídeos aulas  |
| O programa   |
| As vídeos aulas e questionários. O jogos e as aplicações.  |
| As ideias compartilhadas, pois poderei aplicar na minha prática  |
| Trazer uma nova visão e um novo método pra ensino  |
| Utilização de tecnologia, o que capta a atenção do aluno   |
| na visualização palpável da matéria, onde o aluno consegue vivenciar o que está aprendendo   |
| As atividades em animações e os objetivos propostos.   |
| A abordagem de conteúdos de modo mais dinâmico.  |
| O construtor de funções é um aspecto interessante, pois dá ao aluno a ideia de "entrada" e "saída", o que auxilia na compreensão da relação entre as variáveis, dependente e independente. |
| A animação do Plano Cartesiano, pois apresenta de forma diferente e atrativa as noções de pontos e suas coordenadas para serem delineadas no mesmo.  |
| Dicas de mediação  |
| <b>Pergunta:</b> Quais dificuldades encontradas durante a interação com os Objetos de Aprendizagem?  |
| <b>Respondentes:</b> 10 participantes  |
| <b>Respostas extraídas da avaliação <i>on-line</i>:</b>  |
| Algumas falhas que ocorreram do próprio aplicativo   |
| Marcar os pontos com os dedos  |
| As falhas que podem ocorrer no sistema e o tempo   |
| Estar perante a um software novo sempre nos causa dúvidas, porém não encontrei grandes dificuldades pois ele é bem auto explicativo e os objetos de aprendizagem ficaram claros            |
| O site dava alguns "bug" na primeira resposta  |
| Não conhecimento prévio de alguns conteúdos, tais como frações, operações com números inteiros, etc.   |
| nenhuma  |
| O tempo.   |
| Como todo processo de construção, no início algumas atividades eram complexas até que se entendia o funcionamento do programa.   |
| Nenhuma dificuldade para relatar. Acredito que alunos do ensino básico teriam, mas não conseguimos de imediato pensar nessas dificuldades.   |
| <b>Pergunta:</b> Como você melhoraria esse projeto?  |
| <b>Respondentes:</b> 11 participantes  |

|   |
|---|
| <p><b>Respostas extraídas da avaliação <i>on-line</i>:</b></p> <p>Otimizar meu objetivo com o tempo.</p> <p>Colocando Mais jogos</p> <p>Otimizaria os jogos com o tempo. E deixaria mais atrativos os jogos.</p> <p>Procurando ampliar as possibilidades de trabalhar mais conteúdos dentro do software.</p> <p>Tentaria resolver o bug e explorar os números decimais</p> <p>Nenhuma sugestão</p> <p>acrescentando mais matérias, a ponto de abranger a maior parte dos conteúdos abordados em sala de aula</p> <p>Colocaria um tempo maior para as atividades e aperfeiçoaria a mesma.</p> <p>Colocaria a primeira animação mais lenta e no mais só acrescentaria outros conteúdos.</p> <p>Abordar cada capítulo por vez seria uma forma menos cansativa para o aprendizado mais eficaz. Acredito que a construção de gráficos pode ser inserida nesse projeto, ao menos de maneira intuitiva, pela ligação de pontos no plano ortogonal. Então a sugestão não seria uma nos conteúdos trabalhados na oficina, mas sim uma extensão.</p> <p>Com o tempo, identificando os possíveis erros de programação, e também a quantidade de questões que poderiam ser reduzidas.</p> |
| <p><b>Contribuições durante a aula:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Algumas seções apresentam muitas atividades;</li> <li>• Alguns OAs apresentavam erros de programação;</li> <li>• O Capítulo 1, de reta numérica, estava inserido no final do GeoGebra Book como um apêndice, mas foi sugerido que viesse no início, para que ficasse mais visível para o aluno e professor que fosse trabalhar com o livro digital.</li> </ul>   |
| <p><b>Resultado das contribuições:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Os erros de programação identificados foram corrigidos;</li> <li>• A quantidade de atividades foram reduzidas;</li> <li>• O tempo da animação (seção 2.2) sofreu alteração, deixando-a mais lenta;</li> <li>• O Capítulo 1 foi criado com mais jogos.</li> </ul>  |

Fonte: Elaboração da própria autora

APÊNDICE P – Campus Party

GOIÁS campus party

instituto campus party

# CERTIFICADO PALESTRANTE

**DUCICLEA AMORIM SOARES**

recebe este reconhecimento do Instituto Campus Party por sua participação como Palestrante durante a **Campus Party Goiás**, realizada em Goiânia, de 04 a 08 de Setembro de 2019.

CO-REALIZAÇÃO:

FAPEG  
SEBRAE  
SENAR  
FAEG

PATROCINADOR:

CAIXA PATRÃO AMADA BRASIL

Francisco Farruggia  
Presidente do Instituto Campus Party

## APÊNDICE Q – Oficina – IV CEMEG

O questionário aplicado aos participantes da Oficina foi o mesmo questionário do Apêndice O. A seguir, apresentamos o Quadro 12, com as principais contribuições.

Quadro 12 – Avaliação da Oficina e consideração dos OAs (IV CEMEG)

|   |
|---|
| <p><b>Pergunta:</b> Quais aspectos dessa oficina foram mais úteis?</p>  |
| <p><b>Respostas extraídas da avaliação <i>on-line</i>:</b></p> <p>todos</p> <p>A utilização da tecnologia como forma de aprendizado. Importante meio para nossa formação como futuros professores.</p> <p>Perceber as possibilidades pedagógicas que temos ao usar recursos digitais para o ensino da matemática. Aprendi muito e já consigo pensar em como usar isso nos projetos os quais estou inserido atualmente.</p> <p>O conhecimento de novos materiais para a melhoria do ensino e aprendizado da matemática</p> |
| <p><b>Pergunta:</b> Quais dificuldades encontradas durante a interação com os Objetos de Aprendizagem?</p>  |
| <p><b>Respostas extraídas da avaliação <i>on-line</i>:</b></p> <p>nenhuma</p> <p>Nenhuma, os objetos são simples e diretos, de fácil entendimento.</p> <p>Eu tenho um pouco de dificuldade em manter o foco na atividade. Mas com esforço esse obstaculo pode ser superado.</p> <p>conseguir manusear o material.</p>   |
| <p><b>Pergunta:</b> Como você melhoraria esse projeto?</p>  |
| <p><b>Respostas extraídas da avaliação <i>on-line</i>:</b></p> <p>nao sei</p> <p>Creio que deve-se ter uma expansão, em formato de minicurso no IME, seria bastante proveitoso.</p> <p>Propondo novos jogos e atividades. Explorando ao máximo as possibilidades.</p> <p>Criando mais objetos de aprendizado para o ensino da matemática</p>  |

Fonte: Elaboração da própria autora

## APÊNDICE R – Artigo em processo de avaliação

Revista Polyphonia Tarefas 0 Português (Brasil) Ver o Site duciclea

**ELEMENTOS MEDIADORES NO ENSINO DE FUNÇÃO POLINOMIAL**  
DUCICLEA AMORIM SOARES, ELISABETH CRISTINA DE FARIA

Submissão Avaliação Edição de Texto Editoração

**Arquivos da Submissão** Q Buscar

|          |  |                    |                 |
|----------|--|--------------------|-----------------|
| 255685-2 | duciclea, Elementos mediadores no ensino de função polinomial.docx (2) | 2 de julho de 2019 | Texto do artigo |
|----------|--|--------------------|-----------------|

[Baixar Todos os Arquivos](#)

Revista Polyphonia Tarefas 0 Português (Brasil) Ver o Site duciclea

**ELEMENTOS MEDIADORES NO ENSINO DE FUNÇÃO POLINOMIAL**  
DUCICLEA AMORIM SOARES, ELISABETH CRISTINA DE FARIA

Submissão Avaliação Edição de Texto Editoração

**Rodada 1**

**Situação da rodada 1**  
Novas avaliações foram enviados e estão sendo considerados pelo editor.

**Discussão da avaliação** [Adicionar comentários](#)

| Nome | De | Última resposta | Respostas | Fechado |
|------|----|-----------------|-----------|---------|
|------|----|-----------------|-----------|---------|

## APÊNDICE S – Declaração de pesquisa realizada [i]



**Colégio Estadual Jalles Machado  
Goianésia/GO**

### DECLARAÇÃO DE PESQUISA REALIZADA

O Colégio Estadual Jalles Machado, na pessoa de Irmã Luzinaide Lial Cesar, diretora, confirma a execução da pesquisa intitulada “FUNÇÃO POLINOMIAL DO PRIMEIRO GRAU: MEDIAÇÕES E APRENDIZAGENS COM OBJETOS DE APRENDIZAGEM NO SMARTPHONE”, coordenada pela pesquisadora **Ducilea Amorim Soares** e desenvolvida em conjunto com a pesquisadora **Dra. Elisabeth Cristina de Faria** da Universidade Federal de Goiás.

Declaramos ciência de que nossa instituição foi coparticipante da presente pesquisa e atestamos o compromisso da pesquisadora responsável com o resguardo da segurança e bem-estar dos participantes de pesquisa nela recrutados.

Goianésia, 07 de outubro de 2019.

*Irmã Luzinaide Lial Cesar*  
Irmã Luzinaide Lial Cesar

Diretora

*Luzinaide Lial Cesar*

DIRETORA

Portaria Nº 2.065/2019

Colégio Estadual Jalles Machado  
Ato autorizativo Res. CEE/CEB nº 676/2016  
CNPJ 09.661.908/0001-46  
Rua 14 Nº 308 - Centro  
Fone (62) 3353-1143  
CEP 76380-019. Goianésia-GO

Rua 14, nº 308, Centro, Goianésia, Goiás.  
Telefone: (62) 3353-1143  
E-mail: 52015807@seduc.go.gov.br

**NOTA**

[i] Após o encerramento da pesquisa, o título da dissertação foi reformulado e não coincide com o título apresentado neste documento.