



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

ALEKSANDRE SARAIVA DANTAS

O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA: UMA EXPERIÊNCIA  
COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO DO INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO,  
CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO NORTE

MOSSORÓ/RN  
2013

ALEKSANDRE SARAIVA DANTAS

**O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA: UMA EXPERIÊNCIA  
COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO DO INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO,  
CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO NORTE**

Dissertação apresentada à Universidade  
Federal Rural do Semiárido – UFERSA,  
Campus Mossoró, para obtenção do título  
de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Antonio Ronaldo  
Gomes Garcia – UFERSA

**Ficha catalográfica preparada pelo setor de classificação e  
catalogação da Biblioteca “Orlando Teixeira” da UFRSA**

D192u Dantas, Aleksandre Saraiva

O uso de geogebra no ensino de trigonometria: uma experiência com alunos do ensino médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte / Aleksandre Saraiva Dantas. – Mossoró-RN, 2013.

76f. : il.

Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal Rural do Semi-Árido. Pró-Reitoria de Ensino e Pesquisa.

Orientador: Prof<sup>o</sup>. Dr. Antonio Ronaldo Gomes Garcia

1. Percepções. 2. Geogebra. 3. Ensino. 4. Trigonometria.  
I.Título.

CDD: 372

Bibliotecária: Marilene Santos de Araújo

CRB5 1013

ALEKSANDRE SARAIVA DANTAS

**O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA: UMA EXPERIÊNCIA  
COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO DO INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO,  
CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO NORTE**

Dissertação apresentada à Universidade Federal Rural do Semiárido – UFRSA, Campus Mossoró, para obtenção do título para obtenção do título de Mestre em Matemática.

APROVADO EM \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Antonio Ronaldo Gomes Garcia – UFRSA  
Presidente

---

Prof. Dr. Walter Martins Rodrigues – UFRSA  
Primeiro Membro

---

Prof. Dr. Carlos Alberto Raposo da Cunha – UFSJ  
Segundo Membro

## **AGRADECIMENTOS**

À minha esposa, Socorro Feitosa, que, com companheirismo, incentivo, carinho e muita paciência, esteve sempre ao meu lado ao longo de toda essa jornada.

Ao Professor Antonio Ronaldo Gomes Garcia, pela sua generosidade e confiança em me receber como orientando e pelo interesse em tornar esse Mestrado em Matemática uma realidade.

À minha mãe, Geiza, e à minha irmã, Elizângela, pelo incentivo ao longo de toda a minha vida.

Aos amigos, Adriano Jorge, Adriano Regis, Alberton Fagno, Antônio Carlos, Antônio Josimário, Antônio Marcos, Emanuel Gomes, Ênio Virgílio, Fellipe Neri, Francisco Derilson, Francisco Heber, Franco Cleidson, Jessé Carvalho, João Dehon, João Paulo, José Rildo, José Vilani, Jozildes Vieira, Kleber Araújo, Otoniel Soares e Valderi Dantas, e a amiga, Francileide Martins, companheiros de empreitada que, sempre com uma palavra de incentivo, compartilharam todos os momentos de alegria, apreensão e desgaste que permearam esta jornada na busca do aprimoramento dos nossos saberes nesta maravilhosa área do conhecimento que é a Matemática.

DANTAS, Aleksandre Saraiva. **O uso do GeoGebra no ensino de trigonometria:** uma experiência com alunos do ensino médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio grande do Norte. Mossoró, Dissertação de Mestrado: Programa de Pós-Graduação em Matemática/UFERSA, 2013.

## RESUMO

Essa pesquisa busca analisar se o trabalho com o GeoGebra facilita a aprendizagem de conceitos da trigonometria e conhecer quais as percepções dos alunos acerca do uso do GeoGebra no ensino de trigonometria. Para isso, faz uso da observação participante e da aplicação de avaliações e entrevistas com os alunos dos cursos de informática, eletrotécnica e mecânica do IFRN. A análise dos dados mostra que, com o uso do GeoGebra, os alunos apresentaram uma aprendizagem mais significativa de diversos aspectos do comportamento das funções *seno* e *coosseno*, quando comparado com o ensino através de aulas expositivas com o uso de recursos didáticos mais comuns, como o livro e o quadro branco. Os próprios alunos reconheceram que o uso desse software é capaz de ajudar a compreender melhor os aspectos inerentes ao comportamento dessas funções, ressaltando a facilidade na utilização do GeoGebra, as vantagens da interatividade direta com esse software e a importância da sua utilização no ensino de Matemática. Porém, para que os atuais e futuros professores se sintam capazes de trabalhar com o GeoGebra ou com qualquer outro software, é fundamental que os cursos de formação de professores desenvolvam estratégias que garantam, efetivamente, a capacidade de utilização dessas ferramentas, de forma crítica e criativa, e não apenas como mais um modismo que em nada irá ajudar a melhorar o trabalho do professor e a aprendizagem dos alunos.

Palavras-chave: percepções, GeoGebra, ensino, trigonometria

The use of GeoGebra in teaching trigonometry: an experience with school students  
at the Federal Institute of Education, Science and Technology of Rio Grande do  
Norte

**ABSTRACT**

This research analyzes if the work with GeoGebra facilitates learning concepts of trigonometry and knowing the perceptions of students about the use of GeoGebra in teaching trigonometry. For this, it makes use of participant observation and application of assessments and interviews with the students of courses in information technology, electrical engineering and mechanical of IFRN. Data analysis shows that, with the use of GeoGebra, students showed more significant learning of several aspects of the behavior of the sine and cosine functions when compared with teaching through lectures with the use of teaching resources more common as book and whiteboard. The students themselves recognized that the use of this software is able to help you better understand the aspects of the behavior of these functions, highlighting the ease of use of GeoGebra, the advantages of direct interactivity with this software and the importance of its use in teaching mathematics. However, for the current and future teachers feel able to work with GeoGebra or any other software, it is essential that the vocational training courses for teachers to develop strategies that ensure effectively the ability to use these tools, the critically and creatively way, and not just another fad that will in no way help improve the teacher's work and the student's learning.

Key-words: perceptions, GeoGebra, teaching, trigonometry.

## **LISTA DE SIGLAS**

ENADE – Exame Nacional de Desempenho de Estudantes

IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

IFRN – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais

MEC – Ministério da Educação

PISA – Programa Internacional de Avaliação de Estudantes

RN – Rio Grande do Norte

SAEB – Sistema de Avaliação da Educação Básica

TIC – Tecnologias da Informação e da Comunicação



## LISTA DE TABELAS

Tabela 01: Percentual de estudantes nos estágios de construção de competências Matemática – 4ª Série EF – Brasil – SAEB 2001 e 2003.....	18
Tabela 02 – Percentual de estudantes nos estágios de construção de competências Matemática – 8ª Série EF – Brasil – SAEB 2001 e 2003.....	19
Tabela 03 – Percentual de estudantes nos estágios de construção de competências Matemática – 3ª Série EM – Brasil – SAEB 2001 e 2003.....	20
Tabela 04 – Notas da Prova Brasil em Matemática – 1997 – 2011.....	21
Tabela 05 – Desempenho dos alunos nas avaliações realizadas antes e após o uso do GeoGebra.....	48
Tabela 06 – Desempenho de cada curso nas avaliações realizadas antes e após o uso do GeoGebra.....	49
Tabela 07 – Percentual de acertos, por curso, nas avaliações realizadas antes e após o uso do GeoGebra.....	50
Tabela 08 – Desempenho dos alunos que obtiveram a nota mínima na primeira avaliação e dos alunos que fizeram a segunda avaliação.....	51
Tabela 09 – Número de acertos, por curso, nas questões envolvendo os sinais das funções <i>seno</i> e <i>coseno</i> no ciclo, antes e após o uso do GeoGebra.....	52
Tabela 10 – Número de acertos, por curso, nas questões envolvendo o crescimento e o decréscimo das funções <i>seno</i> e <i>coseno</i> no ciclo, antes e após o uso do GeoGebra.....	53
Tabela 11 – Número de acertos, por curso, nas questões envolvendo modificações na imagem das funções <i>seno</i> e <i>coseno</i> , antes e após o uso do GeoGebra.....	54
Tabela 12 – Número de acertos, por curso, nas questões envolvendo modificações no período das funções <i>seno</i> e <i>coseno</i> , antes e após o uso do GeoGebra.....	55
Tabela 13 – Número de acertos, por curso, nas questões envolvendo o comportamento dos gráficos das funções <i>seno</i> e <i>coseno</i> , antes e após o uso do GeoGebra.....	56
Tabela 14 – Número de alunos, por curso, que afirmam que o GeoGebra contribuiu para a aprendizagem de determinados aspectos do comportamento das funções <i>seno</i> e <i>coseno</i> .....	58
Tabela 15 – Percepções dos alunos acerca do nível de dificuldade na utilização do GeoGebra.....	60

Tabela 16 – Percepções dos alunos acerca da importância de utilizar softwares no ensino de Matemática.....	61
Tabela 17 – Justificativas dos alunos acerca da importância de utilizar softwares como o GeoGebra no ensino de Matemática.....	61

## LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Representação da função <i>seno</i> no ciclo trigonométrico.....	28
Figura 02 – Valores do <i>sen x</i> no primeiro e no segundo quadrantes.....	29
Figura 03 – Valores do <i>sen x</i> no terceiro e no quarto quadrantes.....	29
Figura 04 – Crescimento de <i>sen x</i> no primeiro quadrante.....	30
Figura 05 – Crescimento de <i>sen x</i> no quarto quadrante.....	30
Figura 06 – Decrescimento de <i>sen x</i> no segundo quadrante.....	30
Figura 07 – Decrescimento de <i>sen x</i> no terceiro quadrante.....	30
Figura 08 – Representação da função <i>coseno</i> no ciclo trigonométrico.....	31
Figura 09 – Valores do <i>cos x</i> no primeiro e no quarto quadrantes.....	31
Figura 10 – Valores do <i>cos x</i> no segundo e no terceiro quadrantes.....	32
Figura 11 – Decrescimento de <i>cos x</i> no primeiro quadrante.....	32
Figura 12 – Decrescimento de <i>cos x</i> no segundo quadrante.....	32
Figura 13 – Crescimento de <i>cos x</i> no terceiro quadrante.....	33
Figura 14 – Crescimento de <i>cos x</i> no quarto quadrante.....	33
Figura 15 – Gráfico da função $f(x) = \text{sen } x$ .....	34
Figura 16 – Gráfico da função $f(x) = \text{cos } x$ .....	34
Figura 17 – Amplitude das funções <i>seno</i> e <i>coseno</i> .....	35
Figura 18 – Gráficos simétricos em relação ao eixo <i>x</i> .....	36
Figura 19 – Translação vertical.....	36
Figura 20 – Translação horizontal.....	37
Figura 21 – Dilatação vertical.....	38
Figura 22 – A função <i>seno</i> no ciclo trigonométrico.....	39
Figura 23 – A função <i>coseno</i> no ciclo trigonométrico.....	40
Figura 24 – As funções <i>seno</i> e <i>coseno</i> no ciclo trigonométrico.....	40
Figura 25 – Modificações no gráfico da função $f(x) = a.\text{sen}(bx) + c$ ocasionadas por mudanças no parâmetro <i>a</i> (dilatação vertical).....	41
Figura 26 – Modificações no gráfico da função $f(x) = a.\text{cos}(bx) + c$ ocasionadas por mudanças no parâmetro <i>a</i> (compressão vertical).....	42
Figura 27 – Modificações no gráfico da função $f(x) = a.\text{sen}(bx) + c$ ocasionadas por mudanças no parâmetro <i>a</i> (simetria).....	42
Figura 28 – Modificações no gráfico da função $f(x) = a.\text{sen}(bx) + c$ ocasionadas por mudanças no parâmetro <i>b</i> (compressão horizontal).....	43

Figura 29 – Modificações no gráfico da função $f(x) = a.\cos (bx) + c$ ocasionadas por mudanças no parâmetro $b$ (dilatação horizontal).....	44
Figura 30 – Modificações no gráfico da função $f(x) = a.\text{sen} (bx) + c$ ocasionadas por mudanças no parâmetro $c$ (translação vertical).....	45
Figura 31 – Modificações no gráfico da função $f(x) = a.\cos (bx) + c$ ocasionadas por mudanças no parâmetro $c$ (translação vertical).....	45

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	12
1 PROBLEMAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA NO BRASIL, AS DIFICULDADES NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA E AS POSSIBILIDADES OFERECIDAS PELO GEOGEBRA.....	17
1.1 Dificuldades no ensino de Matemática no Brasil: o que dizem as avaliações.....	17
1.2 Dificuldades no ensino de trigonometria.....	22
1.3 O uso de Tecnologias da Informação e da Comunicação (TIC) no ensino de Matemática.....	23
1.4 O Geogebra.....	26
2 O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA: UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO.....	28
2.1 A função <i>seno</i> .....	28
2.2 A função <i>coosseno</i> .....	31
2.3 Gráficos das funções <i>seno</i> e <i>coosseno</i> .....	33
2.4 transformações nas funções trigonométricas.....	35
2.4.1 Simetria.....	36
2.4.2 Translação.....	36
2.4.3 Dilatação (ou compressão).....	38
2.5 A atividade com o Geogebra.....	38
2.6 Análise do desempenho dos alunos antes e após o uso do Geogebra.....	47
2.7 Percepções dos alunos acerca do uso do Geogebra.....	57
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	66
REFERÊNCIAS.....	69
ANEXOS.....	72

## INTRODUÇÃO

Ao longo das últimas duas décadas os diversos mecanismos de avaliação da educação brasileira estão evidenciando os sérios problemas apresentados pelos alunos da educação básica no que se refere aos índices de aprendizagem de Matemática.

O péssimo desempenho apresentado pelos alunos brasileiros também é constatado pelas avaliações internacionais como, por exemplo, o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA).

No ano de 2009, ao avaliar a qualidade do ensino de Matemática em 65 países, o PISA coloca o Brasil na 57<sup>a</sup> posição, apresentando índices de aprendizagem inferiores a países como: Kazaquistão, Uruguai, Tailândia e Trinidad e Tobago.

De acordo com a Graciani (2011), mesmo tendo melhorado nas três disciplinas (Matemática, Ciências e leitura), o Brasil ainda apresenta problemas básicos e o mais grave deles está na disciplina de Matemática, onde mais de 60% dos alunos brasileiros estão abaixo do “nível 1” da escala PISA.

Nessa escala, o mínimo esperado seria atingir a média do “nível 2”. O significado de um desempenho tão baixo é que nossos alunos de 15 anos estão chegando ao final do ensino fundamental sem dominar as competências e habilidades que deveriam ter aprendido até a 5<sup>a</sup> série.

Nesse contexto, diversos autores argumentam que a inserção do computador no ambiente escolar oferece possibilidades de melhoria do trabalho dos professores e da aprendizagem dos alunos, já que as práticas educativas supõem processos comunicativos intencionais e os vínculos entre estes dois elementos (educação e comunicação) se estreitaram sensivelmente, na contemporaneidade.

As novas tecnologias podem reforçar a contribuição dos trabalhos pedagógicos e didáticos contemporâneos, pois permitem que sejam criadas situações de aprendizagem ricas, complexas, diversificadas, por meio de uma divisão de trabalho que não faz mais com que todo o investimento repouse sobre o professor, uma vez que tanto a informação quanto a dimensão interativa são assumidas pelos produtores dos instrumentos. (PERRENOUD, 2000, p. 139)

Assim, a escola e os professores se veem diante da possibilidade de utilizar os recursos disponibilizados pela informática para construir e difundir

conhecimentos, centrando seus esforços nos processos de criação, gestão e regulação das situações de aprendizagem.

Dentre as inúmeras possibilidades de uso da informática na educação e, mais especificamente, no ensino de Matemática, a utilização de softwares desenvolvidos com foco nos conhecimentos abordados por essa disciplina se apresenta como um meio importante para que os alunos brasileiros superem as imensas dificuldades na aprendizagem evidenciadas nas avaliações oficiais.

Os softwares de simulação envolvem a criação de modelos dinâmicos e simplificados do mundo real permitindo a exploração de progressos reais ou fictícios e os conduzindo a uma situação real de aprendizagem. A grande vantagem das simulações é a possibilidade de mudar e acrescentar dados e variáveis, manipulando assim os elementos que irão intervir na experiência. A simulação motiva respostas, a análise dos resultados e refina conceitos. (MERLO, ASSIS, 2010, p. 10)

Entre os diversos softwares voltados para o ensino de Matemática, gostaríamos de ressaltar o GeoGebra, software que se destaca por oferecer diversas possibilidades de uso em variados temas tratados por essa área do conhecimento.

Diante do imenso potencial pedagógico e da facilidade de aquisição do GeoGebra, já que se trata de um software gratuito, é impossível não cogitarmos as possibilidades de ampliação da aprendizagem oferecidas por esse software, em conteúdos de Matemática onde os alunos apresentam sensíveis dificuldades de aprendizado, tais como a trigonometria.

Desse modo, diante de todas as possibilidades oferecidas pelo uso GeoGebra e das dificuldades apresentadas por alunos e professores no trabalho com a trigonometria, apresentamos os seguintes questionamentos:

- a) O trabalho com o GeoGebra facilita a aprendizagem de conceitos da trigonometria?
- b) Quais as percepções dos alunos acerca do uso do GeoGebra no ensino de trigonometria?

Sem termos a pretensão de esgotar essa discussão, desenvolvemos uma pesquisa sobre o uso do GeoGebra no ensino de trigonometria junto aos alunos do segundo ano do ensino médio integrado ao ensino técnico do campus de Mossoró do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN), onde buscamos atingir os seguintes objetivos:

- a) Analisar se o trabalho com o GeoGebra facilita a aprendizagem de conceitos da trigonometria, tais como: crescimento e decréscimo das funções *seno* e *co seno* no ciclo, determinação dos quadrantes onde os valores das imagens dessas funções são positivos ou negativos, variações na imagem e no período dessas funções, comportamento dos seus gráficos e a influência dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  no comportamento do período e da imagem das funções  $f(x) = a.\text{sen}(bx) + c$  e  $g(x) = a.\text{cos}(bx) + c$ ;
- b) Analisar como os alunos avaliam a importância da utilização de softwares como o GeoGebra no ensino de Matemática.

Para que pudéssemos compreender adequadamente a realidade analisada, desenvolvemos uma pesquisa que combina aspectos da pesquisa qualitativa com aspectos quantitativos, fazendo uso de estratégias de coleta de dados variadas, tais como:

- a) Atividades avaliativas antes e após a utilização do GeoGebra no ensino de trigonometria;

As atividades avaliativas buscaram analisar se o GeoGebra facilitava a apreensão de características relativas as funções *seno* e *co seno*, tais como: crescimento e decréscimo das funções no ciclo; quadrantes onde essas funções apresentam valores positivos ou negativos; comportamento dos gráficos dessas funções; variações no período e na imagem das funções *seno* e *co seno* etc.

- b) Observação participante da realidade;

A necessidade de conhecer, de forma minuciosa, os alunos, as atividades que eles desenvolvem e o contexto em que essas atividades são desenvolvidas, deve-se ao fato de que

[...] se é correto supor que pessoas, na sua vida cotidiana, ordenam seu meio, atribuem significados e relevância a objetos, fundamentam suas ações sociais em racionalidades de senso-comum, não se pode fazer pesquisa de campo ou usar qualquer outro método de pesquisa nas ciências antropológicas sem levar em consideração o princípio da interpretação contextualizada. (MACEDO, 2000, p. 148)

Por atuar como professor nas turmas em que realizamos a análise foi possível observar os alunos no momento em que desenvolveram suas atividades, permanecendo com eles por um longo período de tempo, o que nos permitiu conhecer intimamente aspectos do seu comportamento relevantes para o desenvolvimento da pesquisa, bem como o contexto em que se deram essas ações.



Considerando especificamente a observação participante, poderíamos entendê-la como o processo no qual um investigador estabelece um relacionamento multilateral e de prazo relativamente longo com uma associação humana na sua situação natural com o propósito de desenvolver um entendimento científico daquela associação.

Entre as vantagens desse método, podemos citar:

Primeiro, é menos provável que ele leve os pesquisadores a impor a sua própria realidade sobre o mundo social que eles buscam entender. Segundo, o processo de entendimento da ação é omitido em outras formas de pesquisa, e como e por que as pessoas mudam não é entendido. Terceiro, durante as entrevistas, podem se expressar diferenças culturais ou de linguagem. Nesse caso, os observadores podem registrar as suas próprias experiências para entenderem o universo cultural que as pessoas ocupam (experiências subjetivas) e transmitir essas observações para um público maior (a partir das anotações de campo) ao explicar os seus dados (estrutura teórica). (MAY, 2004, p. 180)

c) Aplicação de entrevistas semiestruturadas com os alunos.

Através das entrevistas procuramos conhecer as percepções dos alunos acerca do uso do GeoGebra no ensino de trigonometria, da facilidade na sua manipulação e da importância da utilização desse software no ensino de Matemática.

A busca de um conhecimento denso, íntimo, que valoriza a qualidade dos dados, não diminuiu nossa preocupação com a representatividade e a significância estatística da análise, o que nos levou, em alguns momentos, à adoção de uma abordagem quantitativa dos dados coletados, especialmente na análise dos resultados das avaliações e em alguns aspectos das próprias entrevistas, onde procuramos apresentar percentuais de respostas que aparecem com maior ou menor frequência e que se mostraram relevantes para uma compreensão mais adequada da realidade analisada.

Desse modo, adotamos um modelo de pesquisa preocupado com a relação entre dados qualitativos, sistematização dos dados, quantificação e análise, em uma perspectiva que contemple as minúcias e sutilezas dos dados, sem negligenciar sua possibilidade de generalização.

Para que pudéssemos promover um entendimento adequado das ideias apresentadas, buscamos organizar este texto, produto da pesquisa, a partir da seguinte estrutura:

No primeiro capítulo, iremos apresentar uma breve análise dos resultados das avaliações nacionais e internacionais que evidenciam os problemas enfrentados pelo Brasil na oferta de ensino de Matemática na educação básica, com ênfase no ensino de trigonometria para alunos do ensino médio. Em seguida, discutiremos as possibilidades oferecidas pelo uso de recursos computacionais no ensino de Matemática, com destaque para o uso do GeoGebra no ensino de trigonometria.

Com base nas ideias apresentadas no primeiro capítulo, utilizamos o segundo capítulo para apresentar uma análise da experiência do ensino de trigonometria com o uso do GeoGebra, destacando a evolução na aprendizagem de conceitos relativos ao comportamento das funções *seno* e *cosseno*, bem como as percepções dos alunos acerca da experiência de aprendizagem com o uso do GeoGebra.

Por último, apresentaremos as considerações finais, onde procuraremos sintetizar as principais ideias apresentadas durante a pesquisa, identificando os principais aspectos positivos, as dificuldades e as percepções dos alunos acerca do uso do GeoGebra no ensino de trigonometria.

## **1 PROBLEMAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA NO BRASIL, AS DIFICULDADES NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA E AS POSSIBILIDADES OFERECIDAS PELO GEOGEBRA**

Ao longo deste capítulo, buscaremos apresentar alguns dados, obtidos a partir de avaliações nacionais e internacionais, que evidenciam as sérias dificuldades apresentadas pelos alunos brasileiros para trabalhar com os conteúdos de Matemática discutidos na educação básica.

Após apresentarmos os resultados apresentados pelos alunos que estão concluindo o ensino médio procuraremos enfatizar as dificuldades enfrentadas por esses alunos para lidar com a aprendizagem de trigonometria. Diante de todas essas dificuldades, discutiremos as possibilidades oferecidas pelo uso de recursos computacionais no ensino de Matemática, com destaque para o uso do software GeoGebra no ensino de trigonometria.

### **1.1 Dificuldades no ensino de Matemática no Brasil: o que dizem as avaliações**

Há quase duas décadas o Ministério da Educação (MEC) vem fazendo uso de diversos instrumentos de avaliação (IDEB<sup>1</sup>, SAEB<sup>2</sup>, ENADE<sup>3</sup> etc.) que procuram analisar a qualidade da educação no Brasil, desde o ensino fundamental até o ensino superior.

Através desses instrumentos de avaliação o MEC vem constatando que o desempenho dos alunos que estão concluindo as três etapas da educação básica está abaixo do desejável para esses níveis de escolaridade, especialmente entre os alunos que estão concluindo as séries finais do ensino fundamental e o ensino médio.

Analisando especificamente a questão do ensino de Matemática, há bastante tempo os dados relativos à avaliação da educação básica evidenciam os péssimos resultados apresentados pelos alunos nas avaliações que procuram analisar o aprendizado nessa área do saber, conforme podemos constatar nas tabelas abaixo,

---

<sup>1</sup> Índice de Desenvolvimento da Educação Básica.

<sup>2</sup> Sistema de Avaliação da Educação Básica.

<sup>3</sup> Exame Nacional de Desempenho de Estudantes.

que apresentam os resultados das avaliações realizadas nas diversas etapas da educação básica, ainda nos anos de 2001 e 2003.

Quando analisamos detalhadamente a realidade da educação oferecida nas séries iniciais do ensino fundamental nesse período, com base os Resultados do SAEB 2003 (BRASIL, 2004, p. 34), é possível constatar as sérias dificuldades de aprendizagem enfrentadas pelos alunos que estão concluindo essa etapa da sua formação.

**TABELA 01 – PERCENTUAL DE ESTUDANTES NOS ESTÁGIOS DE CONSTRUÇÃO DE COMPETÊNCIAS MATEMÁTICA – 4ª SÉRIE EF – BRASIL – SAEB 2001 E 2003<sup>4</sup>**

Estágio	2001	2003
Muito Crítico	12,5	11,5
Crítico	39,8	40,1
Intermediário	40,9	41,9
Adequado	6,8	6,4
Total	100,0	100,0

Fonte: INEP/MEC

Ao observar esses dados o próprio MEC chegou a conclusão de que com este nível de rendimento “[...] os alunos demonstram habilidades ainda bem elementares para quem está concluindo a primeira etapa do ensino fundamental”. (BRASIL, 2004, p. 08).

Além disso,

As crianças e jovens que, ao final de quatro anos de escolarização, se encontram nos dois mais baixos estágios de medição do desempenho estão

<sup>4</sup> Muito crítico: Não conseguem transpor para uma linguagem Matemática específica, comandos operacionais elementares compatíveis com a série. (Não identificam uma operação de soma ou subtração envolvida no problema ou não sabem o significado de figuras geométricas simples). Crítico: Desenvolvem algumas habilidades elementares de interpretação de problemas aquém das exigidas para o ciclo. São capazes de reconhecer partes de um todo em representações geográficas e calcular áreas de figuras desenhadas em malhas quadriculadas contando o número de lados; resolvem problemas do cotidiano envolvendo pequenas quantias em dinheiro. Intermediário: Desenvolvem algumas habilidades de interpretação de problemas, aproximando-se do esperado para a 4a série. Entre outras habilidades, resolvem problemas do cotidiano envolvendo adição de números racionais com o mesmo número de casas decimais, calculam o resultado de uma adição e subtração envolvendo números de até 3 algarismos, inclusive com recurso e reserva, de uma multiplicação com um algarismo. Adequado: Interpretam e sabem resolver problemas de forma competente. Apresentam as habilidades compatíveis com a série. Reconhecem e resolvem operações com números racionais, de soma, subtração, multiplicação e divisão. Além das habilidades descritas para os estágios anteriores, resolvem problemas que utilizam a multiplicação envolvendo a noção de proporcionalidade, envolvendo mais de uma operação, incluindo o sistema monetário e calculam o resultado de uma divisão por número de 2 algarismos, inclusive com resto. (BRASIL, 2004, p. 35)

em situação de risco educacional. São fortes candidatos a constantes abandonos, à reprovação ou à evasão definitiva dos bancos escolares. Mesmo que parte deles consiga completar oito anos de escolaridade, isso pouco irá representar em termos de oportunidades sociais, seja de ingresso no mercado de trabalho, seja de participação consciente na política e na cultura nacionais, pois lhes foi ofertada uma inclusão sem qualidade de aprendizado. (Araújo e Luzio, 2005, p. 38)

Se os resultados apresentados pelos alunos que estavam concluindo as séries iniciais do ensino fundamental inspiravam cuidados, os resultados apresentados pelos alunos que estavam concluindo as séries finais do ensino fundamental não eram nada animadores, conforme fica evidente na tabela abaixo.

**TABELA 02 – PERCENTUAL DE ESTUDANTES NOS ESTÁGIOS DE CONSTRUÇÃO DE COMPETÊNCIAS MATEMÁTICA – 8ª SÉRIE EF – BRASIL – SAEB 2001 E 2003<sup>5</sup>**

Estágio	2001	2003
Muito Crítico	6,7	7,3
Crítico	51,7	49,8
Intermediário	38,8	39,7
Adequado	2,8	3,3
Total	100,0	100,0

Fonte: INEP/MEC

Se a situação dos alunos que estavam concluindo as duas etapas do ensino fundamental já era preocupante, quando observamos os resultados obtidos nas avaliações aplicadas com estudantes que estavam concluindo o ensino médio

<sup>5</sup> Muito crítico: Não conseguem responder a comandos operacionais elementares compatíveis com a 8ª série (resolução de expressões algébricas com uma incógnita, características e elementos das figuras geométricas planas mais conhecidas).

Crítico: Desenvolveram algumas habilidades elementares de interpretação de problemas, mas não conseguem transpor o que está sendo pedido no enunciado para uma linguagem Matemática específica, estando, portanto, muito aquém do exigido para a 8ª série. Resolvem expressões com uma incógnita, mas não interpretam os dados de um problema fazendo uso de símbolos matemáticos específicos. Desconhecem as funções trigonométricas para resolução de problemas.

Intermediário: Adquiriram habilidades Matemáticas mais compatíveis com os oito anos de escolarização. Além das habilidades dos estágios anteriores, consolidaram habilidades que cabe destacar: identificam lados e ângulos de um quadrilátero (retângulo, losango, quadrado e trapézio); identificam o sistema de equações de primeiro grau, expressas em uma situação dada; leem tabelas com números positivos e negativos; e identificam o gráfico de colunas correspondentes.

Adequado: Interpretam e sabem resolver problemas de forma competente; fazem uso correto da linguagem Matemática específica. Apresentam habilidades compatíveis com a série em questão: interpretam e constroem gráficos, resolvem problema com duas incógnitas utilizando símbolos matemáticos específicos, e reconhecem as funções trigonométricas elementares. Além disso, resolvem problemas simples envolvendo frações e porcentagens, equação de segundo grau, e o conceito de proporcionalidade; resolvem expressão envolvendo as quatro operações, potências e raízes. (BRASIL, 2006, p. 49)

constatamos que a realidade é ainda mais problemática que aquela apresentada pelos alunos do ensino fundamental.

**TABELA 03 – PERCENTUAL DE ESTUDANTES NOS ESTÁGIOS DE CONSTRUÇÃO DE COMPETÊNCIAS MATEMÁTICA – 3ª SÉRIE EM – BRASIL – SAEB 2001 E 2003<sup>6</sup>**

Estágio	2001	2003
Muito Crítico	4,8	6,5
Crítico	62,6	62,3
Intermediário	26,6	24,3
Adequado	6,0	6,9
Total	100,0	100,0

Fonte: INEP/MEC

O percentual de alunos situados no estágio crítico ou muito crítico nas três etapas da educação básica evidenciava o tamanho do desafio a ser enfrentado pelo MEC para tornar o ensino de Matemática no Brasil adequado aos padrões de países desenvolvidos.

De acordo com os Resultados do SAEB 2003 (2004), a escala utilizada para avaliar os alunos da quarta série/quinto ano do Ensino Fundamental em Matemática é mensurada de 0 a 425 pontos, onde “Uma média satisfatória para esse nível de escolarização deve estar, pelo menos, em 200 pontos”. (BRASIL, 2004, p. 08).

Para a oitava série/nono ano do ensino fundamental, o Relatório Nacional Saeb 2003 (2006) destaca que essa média seria de 300 pontos de proficiência na

<sup>6</sup> Muito crítico: Não conseguem responder a comandos operacionais elementares compatíveis com a 3ª série do ensino médio (construção, leitura e interpretação gráfica; uso de propriedades de figuras geométricas planas; e compreensão de outras funções).

Crítico: Desenvolvem algumas habilidades elementares de interpretação de problemas, mas não conseguem transpor o que está sendo pedido no enunciado para uma linguagem Matemática específica, estando, portanto, muito aquém do exigido para a 3ª série do ensino médio (construção, leitura e interpretação gráfica; uso de algumas propriedades e características de figuras geométricas planas; e resolução de funções logarítmicas e exponenciais). Os alunos, neste estágio, alcançaram os níveis 4 ou 5 da escala do Saeb.

Intermediário: Apresentam algumas habilidades de interpretação de problemas. Fazem uso de linguagem Matemática específica, porém a resolução é insuficiente ao que é exigido para a 3ª série. Reconhecem e utilizam alguns elementos de geometria analítica, equações polinomiais e reconhecem algumas operações dos números complexos. Utilizam o conceito de Progressão Geométrica para identificar o termo seguinte de uma sequência dada; calculam a probabilidade de um evento em problema simples; e identificam em um gráfico de função o comportamento de crescimento/decrescimento.

Adequado: Interpretam e sabem resolver problemas de forma competente; fazem uso correto da linguagem Matemática específica. Apresentam habilidades compatíveis com a série em questão – reconhecem e utilizam elementos de geometria analítica, equações polinomiais e desenvolvem operações com os números complexos. Além disso, são capazes de resolver problemas distinguindo funções exponenciais crescentes e decrescentes, dentre outras habilidades. (BRASIL, 2006, p. 51)

escala SAEB, enquanto que, para os alunos que estão concluindo o ensino médio, uma média considerada satisfatória seria de 375 pontos.

Apesar dos avanços obtidos nos últimos anos, o desempenho apresentado pelos alunos da educação básica em Matemática ainda é preocupante, conforme podemos constatar na tabela abaixo, que apresenta os resultados da prova Brasil no período de 1997 até 2011.

**TABELA 04 – NOTAS DA PROVA BRASIL EM MATEMÁTICA – 1997 – 2011**

Ano	Anos iniciais do Ensino Fundamental	Anos iniciais do Ensino Fundamental	Ensino Médio
1997	190,8	250,0	288,7
1999	181,0	246,4	280,3
2001	176,3	243,4	276,7
2003	177,1	245,0	278,7
2005	182,4	239,5	271,3
2007	193,5	247,4	272,9
2009	204,3	248,7	274,7
2011	209,6	250,6	273,9

Fonte: INEP/MEC

Felizmente, pelo menos para os alunos que estão concluindo o quinto ano do ensino fundamental, a média nacional ultrapassou a marca dos 200 pontos, ainda em 2009, o que não significa que o Brasil não precisa mais se preocupar com o ensino de Matemática nessa etapa da formação, pois ainda existem muitas dificuldades a serem superadas, especialmente nas escolas públicas.

A preocupação com a realidade das escolas públicas se deve, entre outros motivos, ao fato de que, segundo Takahashi (2013), um levantamento inédito da ONG Todos pela Educação, que detalha a evolução do rendimento dos alunos de escolas públicas do país na Prova Brasil entre 2007 e 2011 constatou que o percentual de estudantes com rendimento adequado em Matemática na rede pública do país cai ao longo dos anos do ensino fundamental.

Esse estudo mostra que o percentual de estudantes com rendimento adequado na disciplina de uma turma caiu de 22% no quinto ano, em 2007, para 12%, quando ela chegou ao último, em 2011. Ou seja, 88% deles não sabiam calcular porcentagens, a área de uma figura plana ou mesmo ler informações em um gráfico de colunas. O pior de tudo é que esses alunos levam essa defasagem para os ensinos médio e superior.

Além disso, os alunos que estão concluindo o ensino médio continuam apresentando sérias dificuldades de aprendizagem, apresentando resultados inferiores aos que foram obtidos pelos alunos que participaram da prova Brasil na década de 1990.

Se uma média satisfatória para os alunos que estão concluindo o ensino médio seria de 375 pontos, os alunos que fizeram a prova Brasil no ano 2009 obtiveram uma média de apenas 273,9 pontos, o que ainda está muito distante do mínimo desejável.

É importante ressaltar que, quando falamos sobre dificuldades enfrentadas pelos alunos no aprendizado de Matemática, a trigonometria surge como uma das principais fontes de reclamação por parte dos alunos, desde o ensino médio até a graduação.

## 1.2 Dificuldades no ensino de trigonometria

O trabalho com alunos do ensino médio nos mostra que muitos desses alunos apresentam dificuldades na compreensão de conceitos referentes à trigonometria. Compreender as características de funções como o *seno* e o *coosseno* ainda é um desafio para muitos alunos. O trabalho na licenciatura em Matemática confirma essa tendência, além de mostrar que muitos alunos concluem o ensino médio sem ao menos estudarem trigonometria.

Lopes (2011), a partir da prática em sala de aula da rede pública de ensino do Rio Grande do Norte (RN) e das vivências em estudos, planejamentos, cursos de formação de professores, entre outros, mostra-nos que

Nessas vivências, em contato direto com colegas da área, evidenciamos que parte dos professores de Matemática do Ensino Médio das escolas públicas estaduais substituíam conteúdos como trigonometria, logaritmos e números complexos, por considerá-los de difícil entendimento para os alunos, por uma revisão de temas já abordados anteriormente. Desse modo, o conteúdo de trigonometria fica relegado a um segundo plano. (LOPES, 2011, p. 1-2)

Apesar da importância da trigonometria para o estudo das funções, da geometria e para a compreensão de conceitos da física clássica<sup>7</sup>, Oliveira (2006)

---

<sup>7</sup> Como no caso do estudo de vetores e na decomposição de forças aplicadas a um corpo, onde são necessárias noções de *seno* e *coosseno*.



ressalta que, nos seus 18 anos de trabalho com alunos do ensino fundamental e do ensino médio, comumente se deparava com alunos apresentando dificuldades nas aulas de trigonometria, ou mesmo na resolução de problemas da física envolvendo algum conceito trigonométrico.

As dificuldades apresentadas pelos alunos na compreensão dos conceitos abordados no ensino de trigonometria evidenciam a necessidade de novas abordagens no ensino desses saberes.

Nesse sentido, o uso de recursos computacionais se apresenta como uma alternativa capaz de contribuir para que os alunos superem suas limitações na aprendizagem dos diversos temas abordados na Matemática e, conseqüentemente, na aprendizagem da trigonometria.

### **1.3 O uso de Tecnologias da Informação e da Comunicação (TIC) no ensino de Matemática**

Os últimos 40 anos da história são caracterizados por uma rápida transformação no campo tecnológico, com verdadeiras revoluções na microeletrônica, na microbiologia e na produção energética. Esta verdadeira revolução informacional tem conseqüências diretas nas formas de produção de bens e serviços, no mundo do trabalho, nas formas de organização dos trabalhadores, provocando diversas modificações no processo educativo devido às novas necessidades de formação de mão de obra qualificada.

Dentre as tecnologias que têm contribuído para a promoção de mudanças sociais e econômicas nesse período, podemos destacar as novas Tecnologias da Informação e da Comunicação (TIC), que se caracterizam por um desenvolvimento exponencial, tanto na velocidade de processamento das informações quanto na criação de programas que possibilitam os usos mais variados dessa tecnologia.

Entre essas tecnologias, podemos perceber que o computador vem adquirindo uma importância cada vez maior para o desenvolvimento das mais diversas atividades (saúde, lazer, trabalho, educação etc.), proporcionando rapidez e comodidade para seus usuários.

Lopes (2011) considera que as TIC exercem um papel cada vez mais importante na educação, notadamente na Educação Matemática. De acordo com o autor, pesquisas sobre o uso das TIC em sala de aula ressaltam a sua relevância no

ensino de Matemática, assinalando que é de fundamental importância a sua presença na formação inicial dos professores.

As afirmações de Abramovich (1990), feitas há mais de duas décadas, refletem as exigências que estão sendo feitas aos professores atualmente. Para este autor “a tecnologia está aí, conhecida e dominada pelas novas gerações [...], não é mais hora de pedir exercícios de caligrafia [...]. Exigem-se posturas contemporâneas dos ensinantes, pedindo que se sintonizem com o que já chegou e está se renovando velozmente.” (p. 95)

Ainda é muito comum encontrarmos autores que afirmam que o ensino de Matemática possui duas características essenciais:

De um lado, “[...] o professor é o único responsável por todo o processo de ensino.” (SANTOS, PENA, 2011, p. 02). Por outro lado, o aluno é considerado um mero receptor, passivo, de informações.

Concordamos com a afirmação de que, na maioria das situações, o ensino de Matemática tem sido caracterizado pela centralidade do professor, fato que, infelizmente, contraria os argumentos daqueles que defendem uma maior participação dos alunos no processo ensino-aprendizagem.

Porém, consideramos que essa centralidade do professor não significa que os alunos são apenas receptores passivos de informação, pois

De fato, seria trivial mostrar que um receptor de informação, a menos que esteja morto, nunca é passivo. Mesmo sentado na frente de uma televisão sem controle remoto, o destinatário decodifica, interpreta, participa, mobiliza seu sistema nervoso de muitas maneiras, e sempre de forma diferente de seu vizinho. (LÉVY, 1999, p. 79)

Concordando com o autor, consideramos que o uso da informática no ensino de Matemática não irá tirar o aluno da passividade, pois mesmo nas formas mais tradicionais de ensino, o aluno exerce alguma participação. Na verdade, o uso da informática poderá ampliar suas possibilidades de participação, modificando também o papel do professor no processo ensino-aprendizagem, desde que o professor seja capaz de utilizá-la adequadamente e disponha de tempo para preparar essas atividades.

Nesse sentido, a necessidade de se pensar a formação de professores para o uso da TIC se deve, entre outros motivos, ao fato de que

[...] o uso de recursos computacionais em educação será tão prejudicial quanto for o desconhecimento do professor e da escola sobre estas novas

tecnologias e a falta de um planejamento de ensino voltado para a construção do conhecimento. (BARROS, CAVALCANTE, 1999, p. 282)

Apesar disso, a formação do professor para o uso das TIC ainda encontra dificuldades como: falta de investimento para a aquisição de equipamentos; falta de professores capazes de superar preconceitos e práticas tradicionais, insistindo na rejeição à tecnologia, na reprodução de modelos que não se adequam a realidade educacional; e a incapacidade de formar o professor do modo que se espera que ele atue.

A inserção de uma disciplina voltada para a formação do professor para o uso das TIC tem sido uma alternativa comum em muitos cursos de licenciatura. Porém, acreditamos que

A introdução de uma disciplina tem seu valor enquanto garantia de que o tema será tratado na formação inicial, mas uma proposta de formação adequada à realidade deve fazer com que a preparação do professor para o uso das TIC perpassa toda a formação, devendo se desenvolver pautada na interdisciplinaridade, na relação teoria-prática, na interação universidade-escola e conteúdo específico – conteúdo pedagógico etc. (DANTAS, 2005, p. 22)

Ao destacar a necessidade de construção de uma cultura audiovisual no interior da universidade, ainda na década de 1990, Pretto (1996) apresenta algumas ideias que podem ter maiores dificuldades de implantação, mas, se desenvolvidas, certamente trarão, a médio e longo prazo, maiores benefícios no que se refere, não só ao uso das TIC por parte do professor, como também para a transição para um novo paradigma educacional onde textos, imagens e sons, característicos da dinamicidade do nosso mundo, sejam valorizados e não somente a oralidade e a palavra escrita.

Para este autor, é necessário o desenvolvimento de uma cultura audiovisual no interior das universidades, onde a tecnologia seja usada para a transformação do processo de produção do conhecimento e do processo educacional e que,

O caminhar para a construção definitiva dessa cultura audiovisual não pode, no entanto, ser confundido com o movimento de criação de novas disciplinas ou 'matérias' nos cursos universitários – e isto pode ser estendido aos demais níveis – para ensinar vídeo, televisão ou técnicas audiovisuais. Trata-se, diferentemente disso, de desenvolver um trabalho que considere o conjunto de professores, pesquisadores, alunos, como imersos nesse mundo audiovisual e que essas questões, portanto, passem a fazer parte do cotidiano universitário como parte dessa cultura e não como mais uma técnica – ou tecnologia – que precisa ser apreendida. (PRETTO, 1996, p. 233)

Acreditamos que, para que isso ocorra, é necessário que as licenciaturas formem os futuros professores dentro da perspectiva que se espera que eles atuem, pois não se pode esperar que ocorram mudanças na atuação do professor sem que estas mudanças ocorram também na sua formação.

Essa formação seria útil já no momento em que o professor escolhe os recursos tecnológicos que irá utilizar, pois, diante de tantas possibilidades de diversificação das atividades oferecidas pelas TIC, particularmente no uso de softwares no ensino de Matemática, cabe ao professor escolher adequadamente o software que irá utilizar, levando em consideração aspectos como: os objetivos traçados, o conteúdo a ser abordado, as possibilidades de uso de recursos multimídia (som, imagens, vídeos etc), facilidade de instalação e utilização, custos de aquisição etc.

Entre os diversos softwares desenvolvidos para auxiliar o ensino de Matemática (Cabri-Géomètre, Winplot, Wingeom etc.), gostaríamos de destacar o GeoGebra, tanto pelo fato de se tratar de um software cuja distribuição pública é livre, quanto pelas inúmeras possibilidades de utilização que esse software proporciona.

Vejamos sucintamente, algumas das principais características do GeoGebra, para que possamos compreender melhor porque esse software tem se tornado tão popular entre os professores de Matemática.

#### **1.4 O GeoGebra**

Criado por Markus Hohenwarter, o GeoGebra é um software livre<sup>8</sup> de Matemática dinâmica desenvolvido para o ensino e aprendizagem da Matemática desde o ensino básico até o ensino universitário. Este software reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente, com a vantagem didática de representar, ao mesmo tempo e em um único ambiente visual, as características geométricas e algébricas de um mesmo objeto.

---

<sup>8</sup> De acordo com a Free Software Foundation (GNU, 2013), "software livre" é aquele software que respeita a liberdade e senso de comunidade dos usuários. Grosso modo, os usuários possuem a liberdade de executar, copiar, distribuir, estudar, mudar e melhorar o software. Com essas liberdades, os usuários (tanto individualmente quanto coletivamente) controlam o programa e o que ele faz por eles.

De acordo com Hohenwarter e Hohenwarter (2009, p. 06),

O GeoGebra fornece três diferentes vistas dos objectos matemáticos: a Zona Gráfica, a Zona Algébrica, ou numérica, e a Folha de Cálculo. Elas permitem mostrar os objectos matemáticos em três diferentes representações: graficamente (e.g., pontos, gráficos de funções), algebricamente (e.g., coordenadas de pontos, equações) e nas células da folha de cálculo. Assim, todas as representações do mesmo objecto estão ligadas dinamicamente e adaptam-se automaticamente às mudanças realizadas em qualquer delas, independentemente da forma como esses objectos foram inicialmente criados.

O professor de Matemática que se interesse em utilizar o GeoGebra pode adquiri-lo gratuitamente no site: [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)

Nesse site, além de poder adquirir o GeoGebra, o professor pode encontrar informações importantes sobre sua utilização através da participação em um fórum de discussão, podendo ainda fazer o download de materiais produzidos por outros usuários do GeoGebra, no GeoGebra Tube.

No GeoGebra Tube o professor também pode compartilhar suas construções, feitas com o uso GeoGebra, com outros usuários, seus alunos ou apenas acessá-las de qualquer lugar.

## 2 O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA: UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

Neste capítulo apresentaremos uma análise dos dados obtidos nas avaliações feitas com os alunos, antes e após a utilização do GeoGebra, evidenciando a evolução no desempenho apresentado pela maioria desses alunos após a realização da atividade com esse software. Além disso, analisaremos as percepções dos alunos acerca das contribuições do GeoGebra para a compreensão de alguns aspectos do comportamento das funções *seno* e *cosseno*; a importância de interagir diretamente com esse software; a facilidade na sua utilização e a importância desse uso para a aprendizagem da Matemática.

Com o objetivo de facilitar a compreensão da experiência desenvolvida, bem como a sua reprodução por pessoas interessadas em utilizar o GeoGebra no ensino de trigonometria, descreveremos sucintamente as atividades realizadas e apresentaremos uma síntese dos conteúdos abordados.

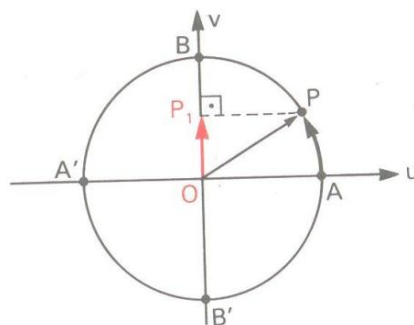
Nesse sentido, vejamos agora as principais características das funções *seno* e *cosseno* no ciclo trigonométrico e o comportamento dos seus respectivos gráficos.

### 2.1 A função *seno*

Iezzi (2004) apresenta a seguinte definição para a função *seno*:

Dado um número real  $x \in [0, 2\pi]$ , seja  $P$  sua imagem no ciclo. Denominamos *seno de  $x$*  (e indicamos  $\text{sen } x$ ) a ordenada  $OP_1$  do ponto  $P$  em relação ao sistema  $uOv$ .

**Figura 01 – Representação da função *seno* no ciclo trigonométrico**

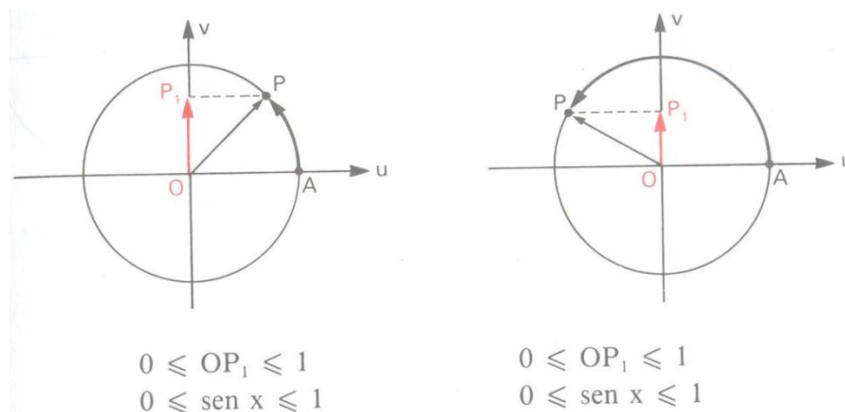


Fonte: Iezzi (2004)

Esse autor apresenta ainda as seguintes propriedades acerca da função *seno*:

1ª Propriedade: Se  $x$  pertence ao primeiro ou ao segundo quadrante, então  $\text{sen } x$  é positivo.

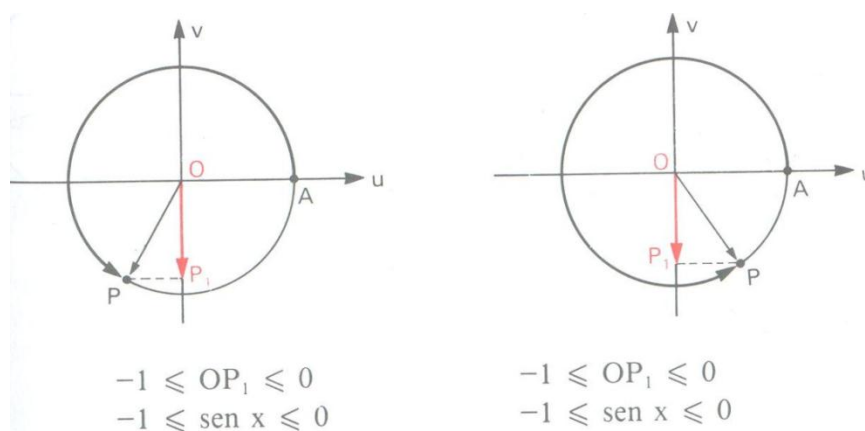
**Figura 02 – Valores do  $\text{sen } x$  no primeiro e no segundo quadrantes**



Fonte: lezzi (2004)

2ª Propriedade: Se  $x$  pertence ao terceiro ou ao quarto quadrante, então  $\text{sen } x$  é negativo.

**Figura 03 – Valores do  $\text{sen } x$  no terceiro e no quarto quadrantes**

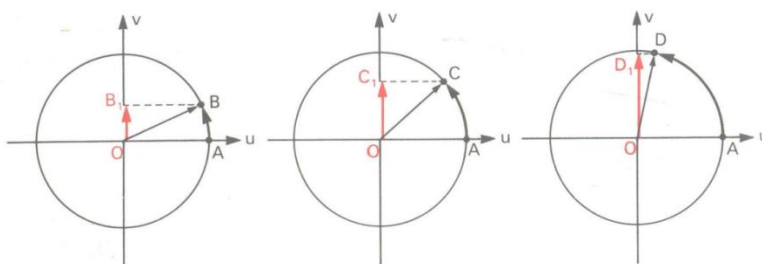


Fonte: lezzi (2004)

Portanto, para todo  $x \in [0, 2\pi]$ , temos  $-1 \leq \text{sen } x \leq 1$ . Então  $-1$  é o valor mínimo e  $1$  é o valor máximo de  $\text{sen } x$ . Além disso, podemos concluir que a função *seno* apresenta valores positivos no primeiro e no segundo quadrantes e apresenta valores negativos no terceiro e no quarto quadrantes.

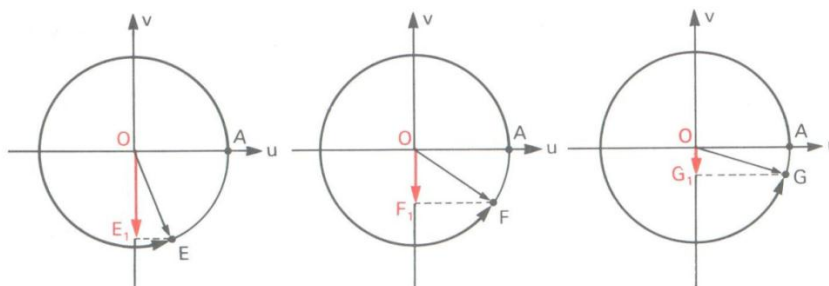
3ª Propriedade: Se  $x$  percorre o primeiro e o quarto quadrante, então  $\text{sen } x$  é crescente.

**Figura 04 – Crescimento de  $\sin x$  no primeiro quadrante**



Fonte: lezzi (2004)

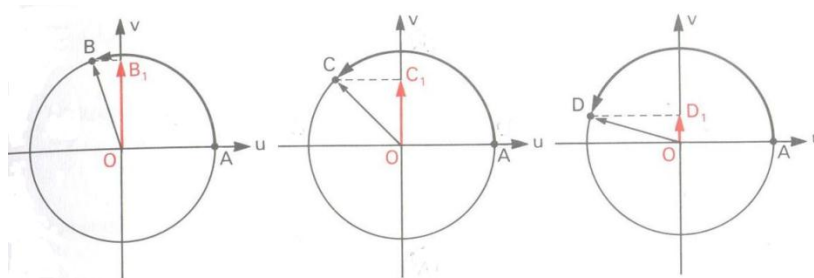
**Figura 05 – Crescimento de  $\sin x$  no quarto quadrante**



Fonte: lezzi (2004)

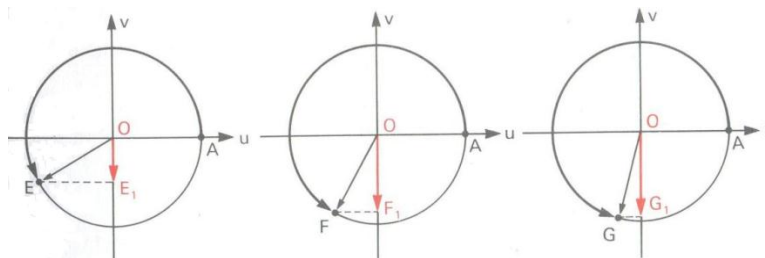
4ª Propriedade: Se  $x$  percorre o segundo e o terceiro quadrante, então  $\sin x$  é decrescente.

**Figura 06 – Decrescimento de  $\sin x$  no segundo quadrante**



Fonte: lezzi (2004)

**Figura 07 – Decrescimento de  $\sin x$  no terceiro quadrante**



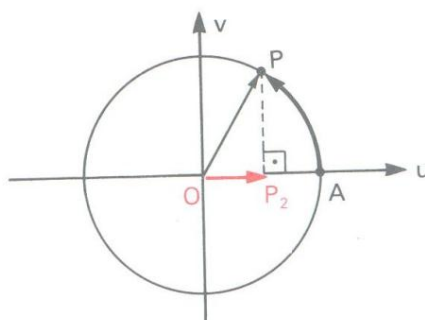
Fonte: lezzi (2004)



## 2.2 A função cosseno

De acordo com lezzi (2004), dado um número real  $x \in [0, 2\pi]$ , seja P sua imagem no ciclo. Denominamos *cosseno de x* (e indicamos  $\cos x$ ) a abscissa  $OP_2$  do ponto P em relação ao sistema uOv.

**Figura 08 – Representação da função cosseno no ciclo trigonométrico**

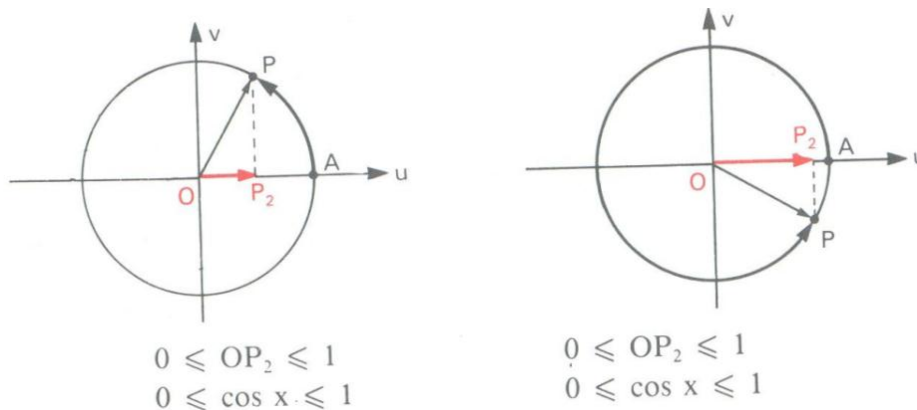


Fonte: lezzi (2004)

Esse autor apresenta ainda as seguintes propriedades acerca da função cosseno:

1ª Propriedade: Se  $x$  pertence ao primeiro ou ao quarto quadrante, então  $\cos x$  é positivo.

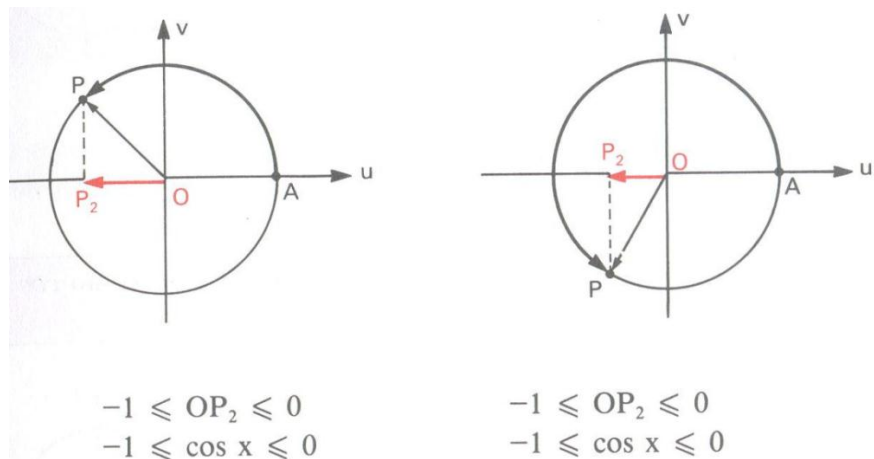
**Figura 09 – Valores do  $\cos x$  no primeiro e no quarto quadrantes**



Fonte: lezzi (2004)

2ª Propriedade: Se  $x$  pertence ao segundo ou ao terceiro quadrante, então  $\cos x$  é negativo.

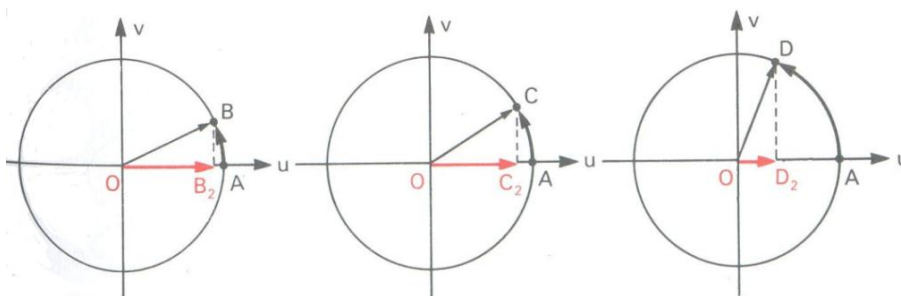
**Figura 10 – Valores do  $\cos x$  no segundo e no terceiro quadrantes**



Fonte: lezzi (2004)

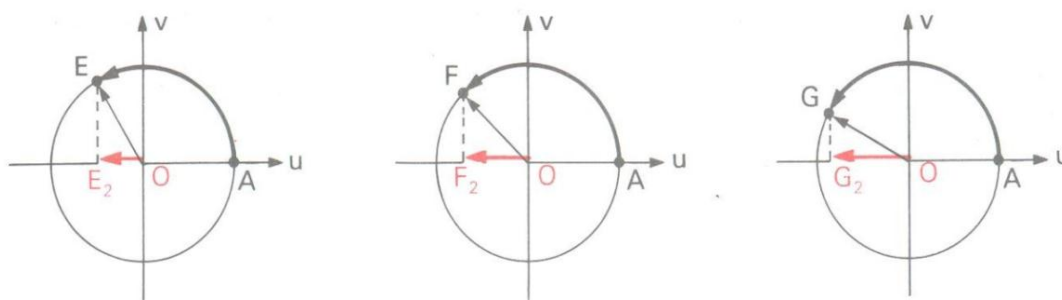
3ª Propriedade: Se  $x$  percorre o primeiro e o segundo quadrante, então  $\cos x$  é decrescente.

**Figura 11 – Decrescimento de  $\cos x$  no primeiro quadrante**



Fonte: lezzi (2004)

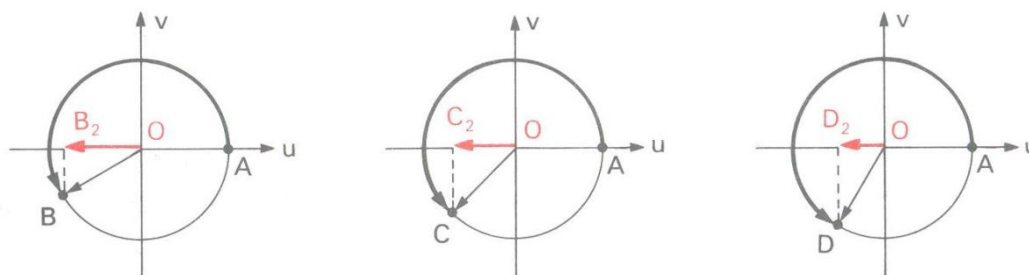
**Figura 12 – Decrescimento de  $\cos x$  no segundo quadrante**



Fonte: lezzi (2004)

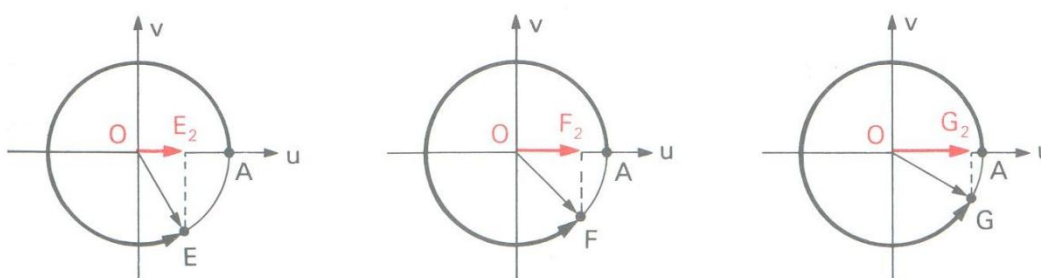
4ª Propriedade: Se  $x$  percorre o terceiro ou o quarto quadrante, então  $\cos x$  é crescente.

**Figura 13 – Crescimento de  $\cos x$  no terceiro quadrante**



Fonte: lezzi (2004)

**Figura 14 – Crescimento de  $\cos x$  no quarto quadrante**



Fonte: lezzi (2004)

O sinal de  $\cos x$  também pode ser assim sintetizado:

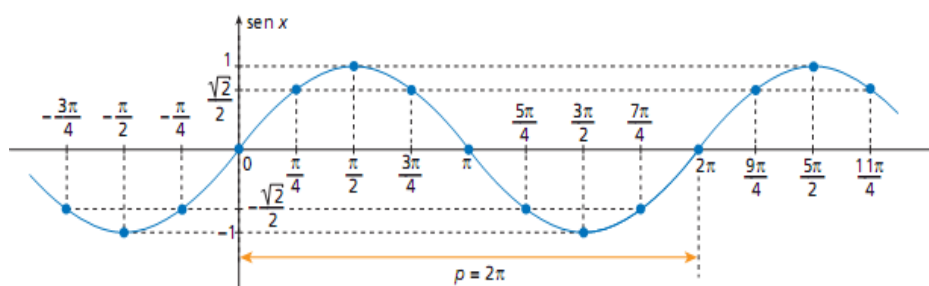
A função cosseno apresenta valores positivos no primeiro e no quarto quadrantes e apresenta valores negativos no segundo e no terceiro quadrantes.

Carmo, Morgado e Wagner (2005) afirmam que, para que possamos ter uma ideia do comportamento global de uma função trigonométrica, é conveniente que tracemos o seu gráfico. Desse modo, Vejamos agora o comportamento dos gráficos das funções *seno* e *cosseno*.

### 2.3 Gráficos das funções *seno* e *cosseno*

De acordo com os autores supracitados, para construirmos o gráfico da função *seno* seria necessário, a princípio, conhecer todos os pontos  $(x, \text{sen } x)$ . Porém, com um conjunto limitado de pontos é possível traçar uma figura bastante aproximada do gráfico, conforme podemos observar na figura abaixo.

**Figura 15 – Gráfico da função  $f(x) = \text{sen } x$**



Fonte: Barroso (2010)

Ao analisar o gráfico da função *seno*, Machado (1991) destaca as seguintes propriedades:

1ª Propriedade: O domínio da função  $y = \text{sen } x$  é o conjunto dos números reais  $\mathfrak{R}$ ;

2ª Propriedade: O valor máximo de  $\text{sen } x$  é igual a 1, enquanto que o valor mínimo é -1. Então, a imagem da função  $y = \text{sen } x$  é  $\text{Im} = \{y \in \mathfrak{R} \mid -1 \leq y \leq 1\}$ .

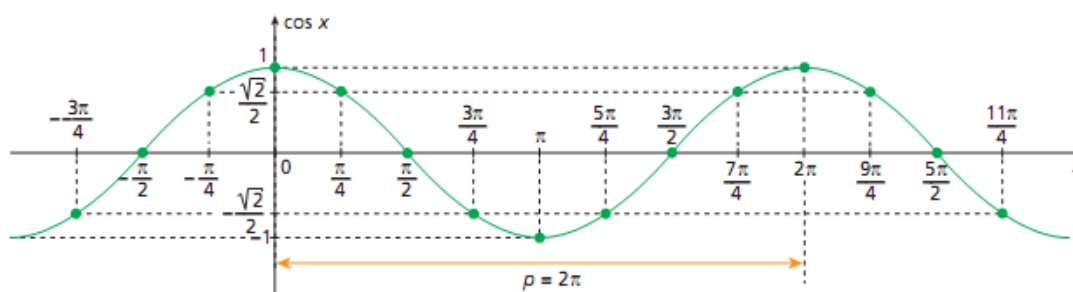
Ao definir o que é uma função periódica, esse autor afirma que:

Uma função  $y = f(x)$ , definida no domínio  $D$ , é chamada função periódica se existe um número inteiro positivo  $p$  que satisfaz à igualdade  $f(x + p) = f(x)$  para todo  $x \in D$ . O menor valor de  $p$  que verifica essa condição é chamado período da função.

Desse modo, a função *seno* é uma função periódica de período  $p = 2\pi$ , pois, para todo número real  $x$  temos que  $\text{sen}(x + 2\pi) = \text{sen } x$ .

Carmo, Morgado e Wagner (2005) nos mostram que, da mesma maneira que obtivemos o gráfico da função *seno*, é possível obter o gráfico da função *coseno*, ou seja, o conjunto dos pontos do plano de coordenadas  $(x, \cos x)$ , conforme podemos observar na figura abaixo.

**Figura 16 – Gráfico da função  $f(x) = \cos x$**



Fonte: Barroso (2010)

De acordo com esses autores, as curvas que representam os gráficos das funções *seno* e *cosseno* são idênticas. Assim, o gráfico da função *cosseno* é apenas o resultado da translação de  $\pi/2$  para a esquerda no gráfico da função *seno*.

Ao analisar o gráfico da função *cosseno*, Machado (1991) destaca as seguintes propriedades:

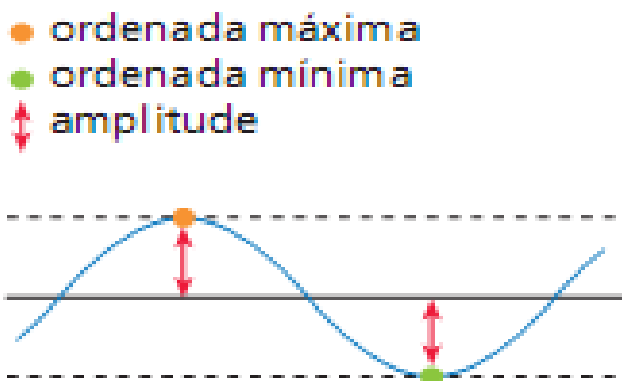
1ª Propriedade: O domínio da função  $y = \cos x$  é o conjunto dos números reais  $\mathfrak{R}$ ;

2ª Propriedade: O valor máximo de  $\cos x$  é igual a 1, enquanto que o valor mínimo é -1. Então, a imagem da função  $y = \cos x$  é  $\text{Im} = \{y \in \mathfrak{R} \mid -1 \leq y \leq 1\}$ ;

3ª Propriedade: A função *cosseno* é uma função periódica de período  $p = 2\pi$ , pois, para todo número real  $x$  temos que  $\cos(x + 2\pi) = \cos x$ .

Outro aspecto importante acerca dos gráficos das funções *seno* e *cosseno* é a ideia de amplitude que, de acordo com Barroso (2010), corresponde à metade da diferença entre os valores das ordenadas máxima e mínima dos pontos do gráfico.

**Figura 17 – Amplitude das funções *seno* e *cosseno***



Fonte: Barroso (2010)

No caso das funções  $f(x) = \text{sen } x$  e  $g(x) = \text{cos } x$ , essa amplitude é igual a 1.

Vejamos agora as transformações sofridas pelos gráficos das funções trigonométricas à medida que são feitas modificações nas funções.

## 2.4 transformações nas funções trigonométricas

Carmo, Morgado e Wagner (2005) afirmam que as modificações que ocorrem nos gráficos das funções *seno* e *cosseno* são: simetria, translação e dilatação (ou compressão), conforme veremos a partir de agora.

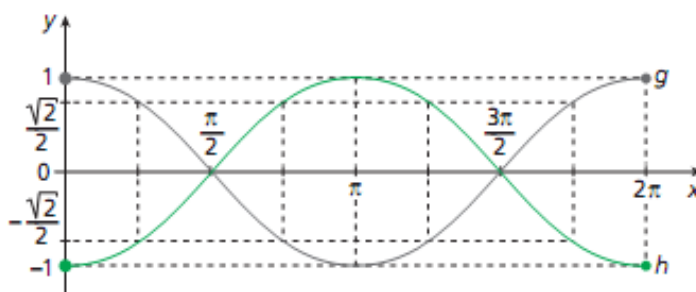
### 2.4.1 Simetria

De acordo com os autores acima, a simetria entre os gráficos das funções pode se dar com relação ao *eixo x*, ou ainda, com relação ao *eixo y*.

No caso das funções *seno* e *coosseno*, iremos mostrar apenas a simetria em relação ao *eixo x*.

Apenas a título de exemplo, observe que os gráficos das funções  $g(x)$  e  $h(x)$ , traçados no mesmo sistema cartesiano, representam funções trigonométricas no intervalo  $[0, 2\pi]$  e são simétricos em relação ao eixo  $x$ .

**Figura 18 – Gráficos simétricos em relação ao eixo  $x$**



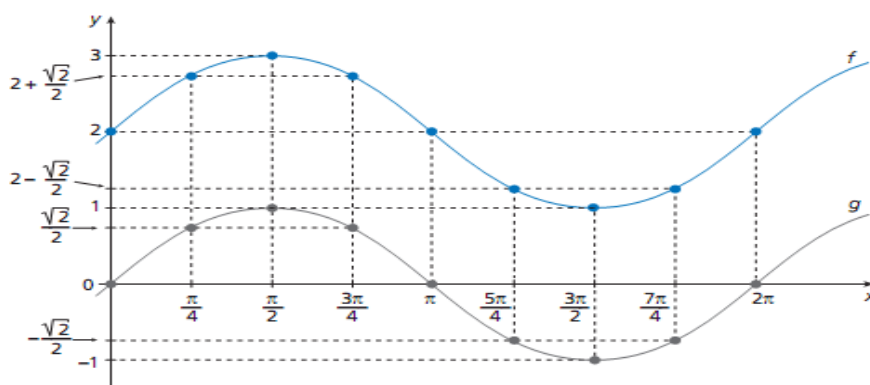
Fonte: Barroso (2010)

### 2.4.2 Translação

A translação pode ser vertical ou horizontal.

A título de exemplo, vejamos os gráficos das funções  $g(x) = \text{sen } x$  e  $f(x) = 2 + \text{sen } x$ .

**Figura 19 – Translação vertical**



Fonte: Barroso (2010)

Ao analisarmos a figura, é possível perceber que  $f(x) = 2 + \text{sen } x$  apresenta o mesmo domínio, período e amplitude que  $g(x) = \text{sen } x$ , porém o gráfico de  $f$  foi transladado, ponto a ponto, duas unidades para cima (vertical).

Caso tivéssemos adicionado  $-2$  à função  $\text{sen } x$ , observaríamos a mesma translação, porém para baixo.

De acordo com Barroso (2010), o gráfico de funções trigonométricas da forma  $y = c + \text{sen } x$  sofre translação de  $|c|$  unidades em relação ao gráfico original, da seguinte forma:

Se  $c > 0$ , a translação é para cima;

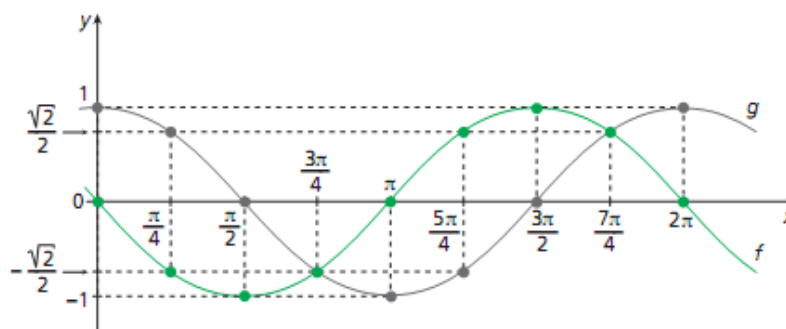
Se  $c < 0$ , a translação é para baixo.

A mesma situação pode ser verificada para funções do tipo  $y = c + \cos x$ .

Como afirmamos anteriormente, a translação também pode se dar em relação à horizontal.

Observe os gráficos das funções  $g(x) = \cos x$  e  $f(x) = \cos(x + \pi/2)$ .

**Figura 20 – Translação horizontal**



Fonte: Barroso (2010)

A função  $f(x) = \cos(x + \pi/2)$  apresenta o mesmo domínio, imagem, período e amplitude que  $g(x) = \cos x$ , mas o gráfico sofre translação de  $\pi/2$  para a esquerda.

De acordo com Barroso (2010), o gráfico de funções trigonométricas da forma  $y = \cos(x + b)$  sofre translação de  $|b|$  unidades em relação ao gráfico original, da seguinte forma:

Se  $b > 0$ , a translação é para a esquerda;

Se  $b < 0$ , a translação é para a direita.

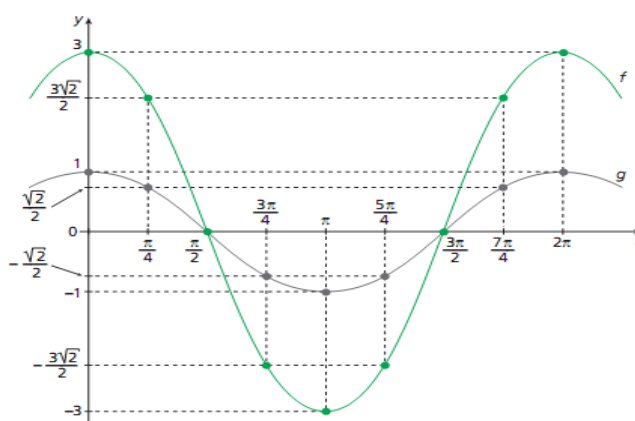
A mesma situação pode ser verificada para funções do tipo  $y = \text{sen}(x + b)$ .

### 2.4.3 Dilatação (ou compressão)

A dilatação (ou compressão) pode ser vertical ou horizontal.

Para ilustrar a dilatação vertical, vejamos, apenas a título de exemplo, os gráficos das funções  $g(x) = \cos x$  e  $f(x) = 3 \cdot \cos x$ .

**Figura 21 – Dilatação vertical**



Fonte: Barroso (2010)

Carmo, Morgado e Wagner (2005) ressaltam ainda que as funções trigonométricas são periódicas, de modo que simetrias, translações e a dilatação vertical não modificam seus períodos, fato que só ocorre na dilatação horizontal.

Depois de conhecermos as principais características das funções *seno* e *coseno*, vejamos agora uma breve descrição das atividades desenvolvidas com o objetivo de analisar a importância do uso do GeoGebra para o trabalho com essas funções.

## 2.5 A atividade com o GeoGebra

Como professor da disciplina nas três turmas em que realizamos as atividades, ministramos aulas expositivas sobre as funções *seno* e *coseno* fazendo uso do livro didático e do quadro branco.

Depois de desenvolvidas essas atividades, realizamos uma atividade avaliativa composta por 17 itens e que deveria ser respondida pelos alunos das três turmas que participaram da pesquisa.

Nessa avaliação procuramos analisar os níveis de compreensão de alguns conceitos explorados no ensino das funções *seno* e *coseno*, tais como: o



crescimento e decréscimo dessas funções; o comportamento dos seus gráficos; os quadrantes onde os valores da imagem dessas funções são positivos ou negativos; a determinação do período e da imagem dessas funções e a influência dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  no comportamento do gráfico, da imagem e do período das funções  $f(x) = a \cdot \text{sen}(bx) + c$  e  $g(x) = a \cdot \text{cos}(bx) + c$ .

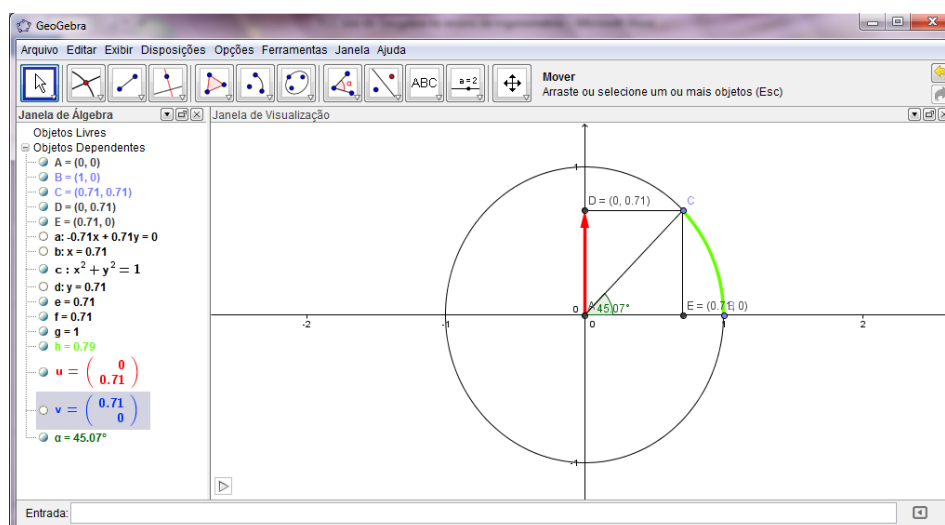
De posse dos resultados dessa avaliação, estabelecemos o limite de 12 acertos (aproximadamente 70%) como sendo o mínimo necessário para que o aluno não precisasse fazer uma nova avaliação, de modo que todos os alunos que obtiveram menos de 12 acertos foram convidados a participar da segunda etapa da atividade, no laboratório de informática, já com o uso do GeoGebra.

Ao decidirmos que apenas os alunos que não obtiveram um desempenho satisfatório na primeira avaliação iriam participar das atividades com o GeoGebra, objetivamos mostrar que o trabalho com o GeoGebra pode contribuir para a elevação dos níveis de aprendizagem daqueles alunos que apresentam maiores dificuldades no aprendizado da trigonometria.

Assim, após a correção das avaliações, demos início à segunda etapa da atividade, já no laboratório de informática, onde os alunos puderam, em um primeiro momento, fazer uso do GeoGebra para construir o ciclo trigonométrico, identificando arcos, ângulos e os vetores que representariam os valores do *seno* e do *coseno*.

A imagem abaixo representa a apresentação onde se destaca o comportamento da função *seno* no ciclo trigonométrico.

**Figura 22 – A função seno no ciclo trigonométrico**

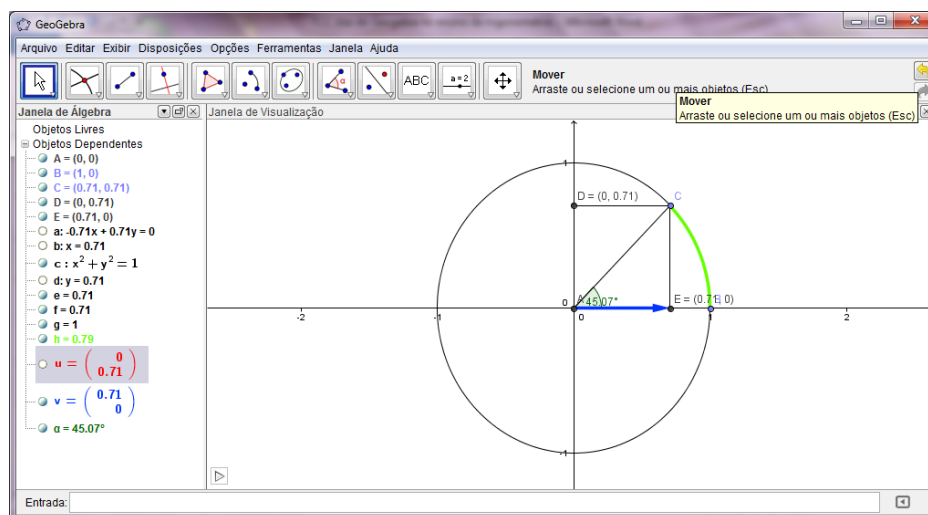


Fonte: GeoGebra

Depois de apresentarmos as modificações no comportamento da função *seno*, utilizamos o recurso “exibir/esconder objeto” para ocultarmos o vetor referente ao valor do *seno* e exibirmos o vetor referente ao valor do *cosse*no.

A imagem abaixo representa a apresentação onde se destaca o comportamento da função *cosse*no no ciclo trigonométrico.

**Figura 23 – A função *cosse*no no ciclo trigonométrico**

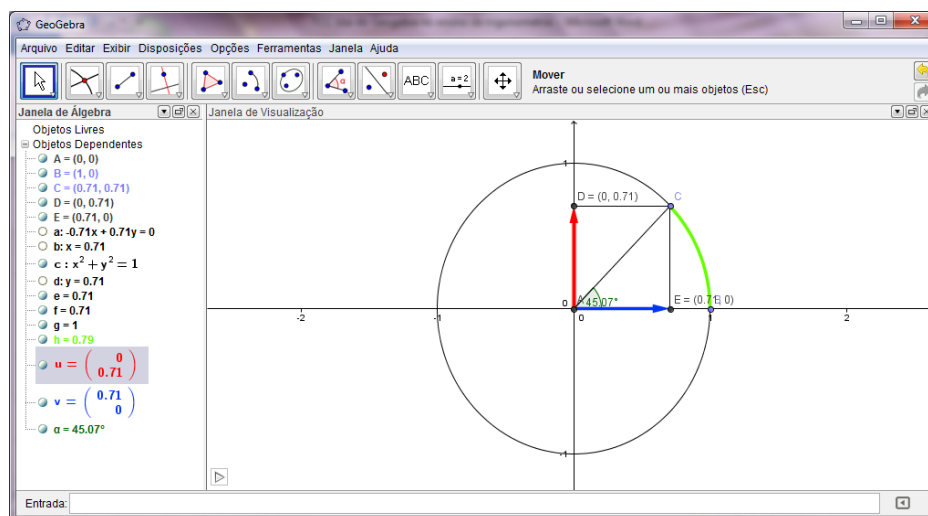


Fonte: GeoGebra

Um aspecto importante a ser destacado acerca do uso do GeoGebra diz respeito à possibilidade de visualizar, simultaneamente ou separadamente, as modificações no comportamento das funções *seno* e *cosse*no.

A imagem abaixo representa a apresentação onde se destaca, ao mesmo tempo, o comportamento das funções *seno* e *cosse*no no ciclo trigonométrico.

**Figura 24 – As funções *seno* e *cosse*no no ciclo trigonométrico**

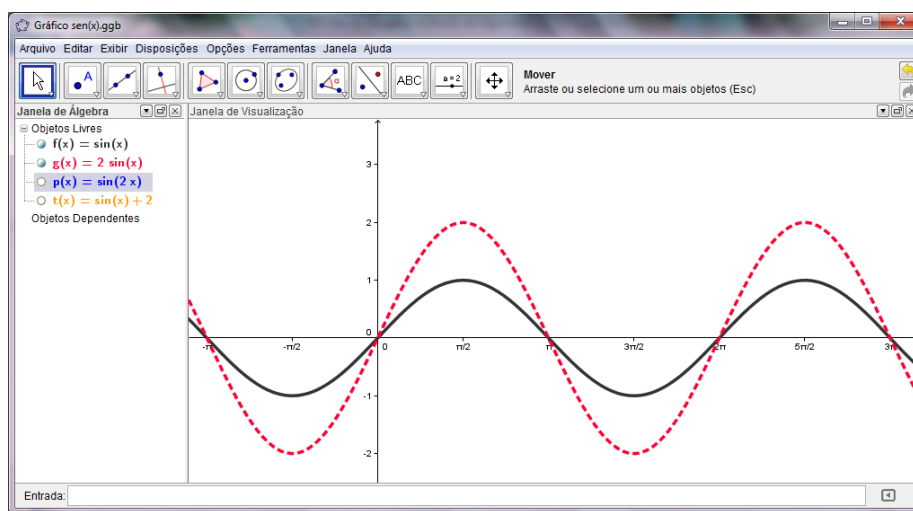


Fonte: GeoGebra

Após apresentarmos as características das funções *seno* e *coosseno* no ciclo trigonométrico, utilizamos o GeoGebra para apresentar diversos gráficos envolvendo as funções  $f(x) = a \cdot \text{sen}(bx) + c$  e  $g(x) = a \cdot \text{cos}(bx) + c$ , com o objetivo de destacar as mudanças que ocorrem nos gráficos dessas funções à medida que os valores de  $a$ ,  $b$  e  $c$  variam.

A imagem abaixo nos mostra uma das possíveis modificações que ocorrem no gráfico da função  $f(x) = a \cdot \text{sen}(bx) + c$ , bem como o comportamento da amplitude, do período e da imagem da função, à medida que modificamos os valores de  $a$ .

**Figura 25 – Modificações no gráfico da função  $f(x) = a \cdot \text{sen}(bx) + c$  ocasionadas por mudanças no parâmetro  $a$  (dilatação vertical)**



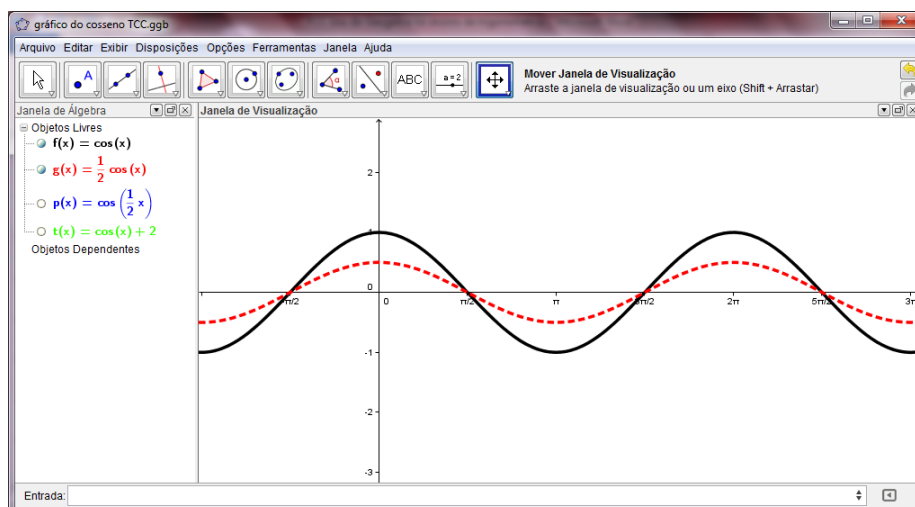
Fonte: GeoGebra

A função  $f(x) = \text{sen}(x)$  gera o gráfico da função  $f(x) = a \cdot \text{sen}(bx) + c$ , onde  $a$  vale 1,  $b$  vale 1 e  $c$  vale 0, determinando uma amplitude igual a 1, um período igual a  $2\pi$  e uma imagem variando no intervalo  $[-1, 1]$ . Já a função  $g(x) = 2 \cdot \text{sen}(x)$  origina o gráfico da função  $f(x) = a \cdot \text{sen}(bx) + c$ , onde  $a$  vale 2,  $b$  vale 1 e  $c$  vale 0, com amplitude igual a 2, período igual a  $2\pi$  e imagem igual ao intervalo de  $[-2, 2]$ .

Neste caso, a análise dos dois gráficos nos permite mostrar aos alunos que as modificações no parâmetro  $a$  geram mudanças na amplitude e na imagem da função, enquanto que o período da função permanece o mesmo.

Através do GeoGebra também foi possível mostrar aos alunos que as modificações na imagem e na amplitude da função *seno*, provocadas pelas modificações do parâmetro  $a$ , ocorrem de modo análogo com a função *coosseno*.

**Figura 26 – Modificações no gráfico da função  $f(x) = a \cdot \cos (bx) + c$  ocasionadas por mudanças no parâmetro  $a$  (compressão vertical)**

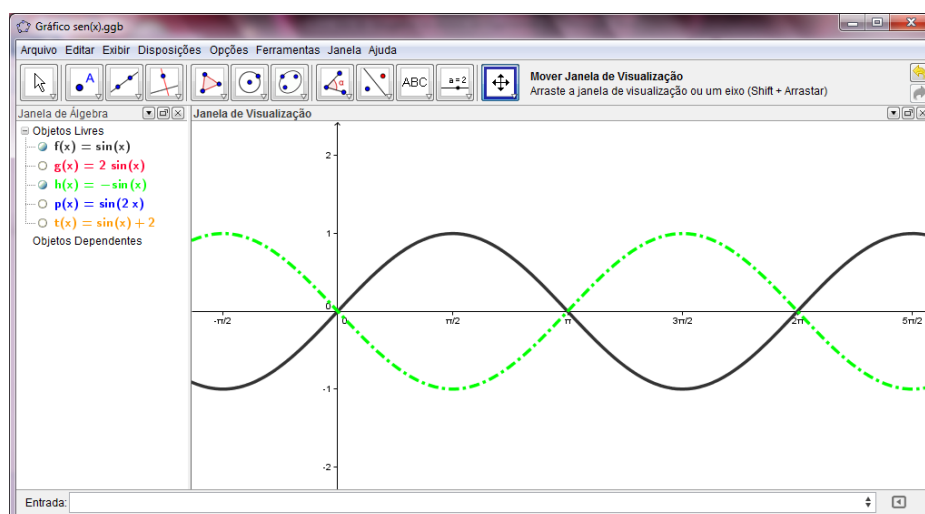


Fonte: GeoGebra

De modo análogo ao que ocorreu com a função *seno*, a análise dos gráficos das funções  $f(x) = \cos(x)$  e  $g(x) = \frac{1}{2} \cdot \cos(x)$  nos permitiu mostrar aos alunos que as modificações no parâmetro  $a$  geraram mudanças na amplitude e na imagem da função *cosseno*, enquanto que o período da função permaneceu o mesmo.

Outro exemplo importante é apresentado na imagem abaixo, onde apresentamos os gráficos das funções  $f(x) = \sin x$  e  $h(x) = -\sin x$ .

**Figura 27 – Modificações no gráfico da função  $f(x) = a \cdot \sin (bx) + c$  ocasionadas por mudanças no parâmetro  $a$  (simetria)**



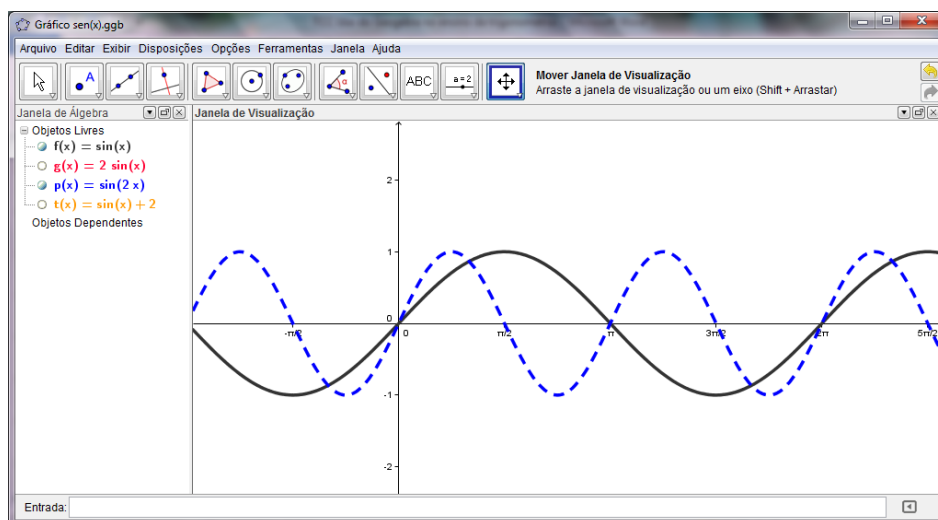
Fonte: GeoGebra

Na figura acima, os gráficos das funções  $f(x) = \text{sen } x$  e  $h(x) = -\text{sen } x$  evidenciam um exemplo de simetria, provocado pela mudança no sinal de  $a$ , onde, na função  $f(x)$ , o parâmetro  $a$  vale 1, enquanto que, na função  $h(x)$ ,  $a$  vale -1.

Da mesma forma que utilizamos o GeoGebra para demonstrar as modificações nos gráficos das funções  $y = a.\text{sen}(bx) + c$  e  $y = a.\text{cos}(bx) + c$ , provocadas pela variação do parâmetro  $a$ , fizemos uso desse software para mostrar as modificações nos gráficos dessas funções ocasionadas pela variação nos parâmetros  $b$  e  $c$ .

A imagem abaixo nos mostra uma das possíveis modificações que ocorrem no gráfico, no período e na imagem da função  $f(x) = a.\text{sen}(bx) + c$ , à medida que modificamos os valores de  $b$ .

**Figura 28 – Modificações no gráfico da função  $f(x) = a.\text{sen}(bx) + c$  ocasionadas por mudanças no parâmetro  $b$  (compressão horizontal)**



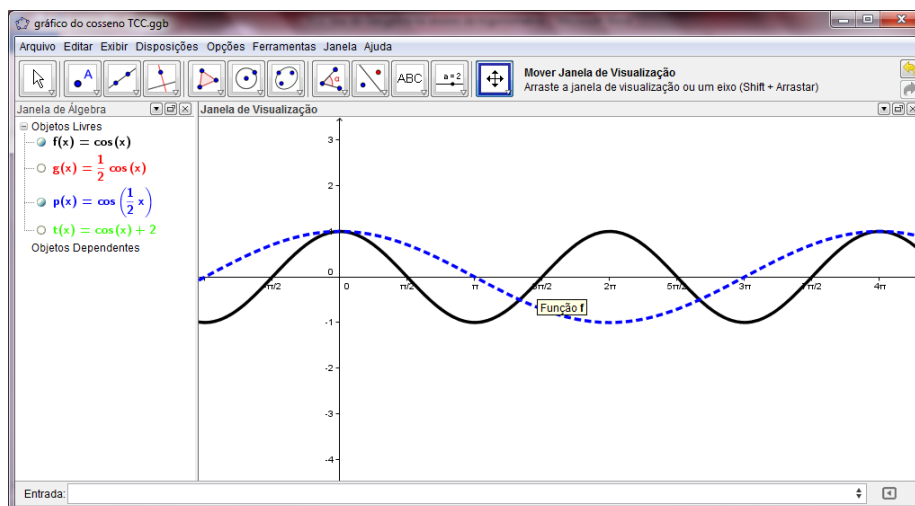
Fonte: GeoGebra

Na figura acima, é possível constatar que a função  $f(x) = \text{sen}(x)$  gera o gráfico da função  $f(x) = a.\text{sen}(bx) + c$ , onde  $a$  vale 1,  $b$  vale 1 e  $c$  vale 0, apresentando um período igual a  $2\pi$ , uma imagem variando no intervalo  $[-1, 1]$  e uma amplitude igual a 1. Já a função  $p(x) = \text{sen}(2x)$  determina o gráfico da função  $f(x) = a.\text{sen}(bx) + c$ , onde  $a$  vale 1,  $b$  vale 2 e  $c$  vale 0, gerando um período igual a  $\pi$ , uma amplitude igual a 1 e uma imagem variando no intervalo  $[-1, 1]$ .

Neste caso, a análise dos dois gráficos nos permite mostrar aos alunos que as modificações no parâmetro  $b$  geram mudanças no período da função, enquanto que a amplitude e a imagem da função permanecem as mesmas.

Também mostramos que as modificações que ocorreram no gráfico da função  $y = a.\text{sen}(bx) + c$ , à medida que modificamos os valores de  $b$ , ocorrem, de modo análogo, com a função  $y = a.\text{cos}(bx) + c$ .

**Figura 29 – Modificações no gráfico da função  $f(x) = a.\text{cos}(bx) + c$  ocasionadas por mudanças no parâmetro  $b$  (dilatação horizontal)**



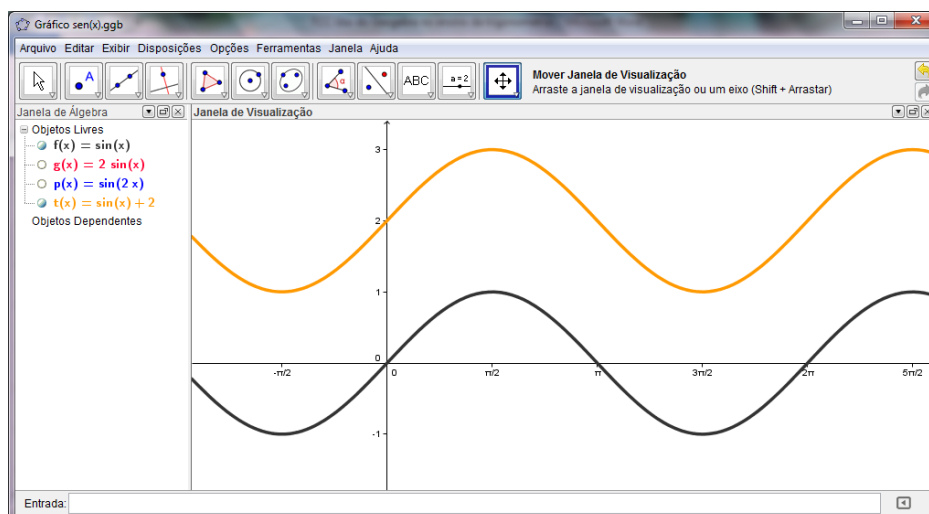
Fonte: GeoGebra

Da mesma forma que ocorreu com as funções  $y = \text{sen}(x)$  e  $y = \text{sen}(2x)$ , a análise dos gráficos das funções  $f(x) = \text{cos}(x)$  e  $p(x) = \text{cos}\left(\frac{1}{2}x\right)$  nos permitiu mostrar aos alunos que as modificações no parâmetro  $b$  geraram mudanças no período da função, enquanto que a amplitude e a imagem da função permaneceram as mesmas.

Em seguida, usamos o GeoGebra para ilustrar algumas das possíveis modificações que ocorrem no gráfico da função  $f(x) = a.\text{sen}(bx) + c$ , à medida que modificamos os valores de  $c$ .

Na figura abaixo, a função  $f(x) = \text{sen}(x)$  gera o gráfico da função  $f(x) = a.\text{sen}(bx) + c$ , onde  $a$  vale 1,  $b$  vale 1 e  $c$  vale 0, gerando um período igual a  $2\pi$  e uma imagem variando no intervalo  $[-1, 1]$ . Por outro lado, a função  $t(x) = \text{sen}(x) + 2$  gera o gráfico da função  $f(x) = a.\text{sen}(bx) + c$ , onde  $a$  vale 1,  $b$  vale 1 e  $c$  vale 2, gerando um período igual a  $2\pi$  e uma imagem variando no intervalo  $[1, 3]$ .

**Figura 30 – Modificações no gráfico da função  $f(x) = a \cdot \text{sen}(bx) + c$  ocasionadas por mudanças no parâmetro  $c$  (translação vertical)**

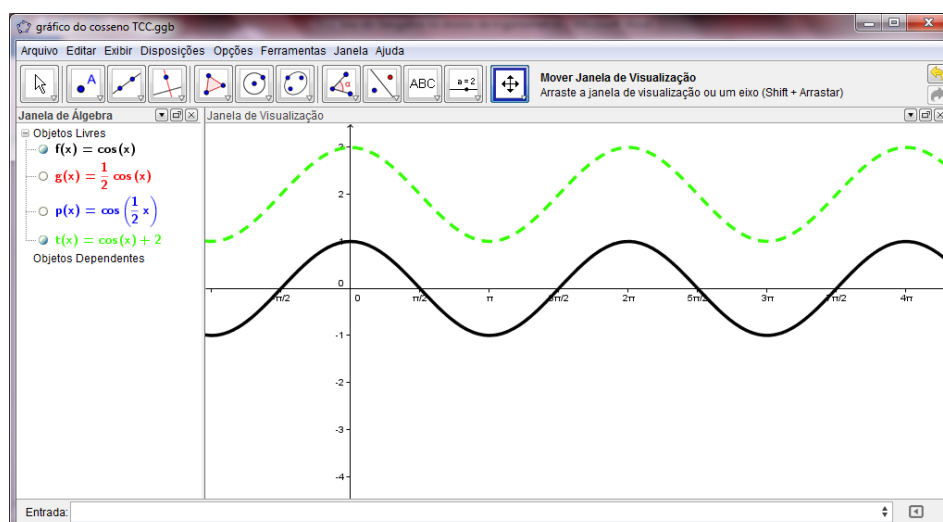


Fonte: GeoGebra

Neste caso, a análise dos dois gráficos nos permite mostrar aos alunos que as modificações no parâmetro  $c$  geram mudanças na imagem da função, de modo que os extremos da imagem se deslocam duas unidades para cima, enquanto que o período da função (igual a  $2\pi$ ) permanece o mesmo, bem como a sua amplitude (igual a 1).

Utilizamos a imagem abaixo para mostrar que as modificações que ocorreram no gráfico da função *seno*, à medida que modificamos os valores de  $c$ , são semelhantes às mudanças que ocorrem no gráfico da função  $f(x) = a \cdot \text{cos}(bx) + c$ .

**Figura 31 – Modificações no gráfico da função  $f(x) = a \cdot \text{cos}(bx) + c$  ocasionadas por mudanças no parâmetro  $c$  (translação vertical)**



Fonte: GeoGebra

Na figura acima, a função  $f(x) = \cos(x)$  gera o gráfico da função, onde  $a$  vale 1,  $b$  vale 1 e  $c$  vale 0, gerando um período igual a  $2\pi$  e uma imagem variando no intervalo  $[-1, 1]$ . Por outro lado, a função  $t(x) = \cos(x) + 2$  gera o gráfico da função  $f(x) = a \cdot \cos(bx) + c$ , onde  $a$  vale 1,  $b$  vale 1 e  $c$  vale 2, gerando um período igual a  $2\pi$  e uma imagem variando no intervalo  $[1, 3]$ .

De modo análogo ao que ocorreu com a função *seno*, a análise dos dois gráficos apresentados na figura acima nos permite mostrar que as modificações no parâmetro  $c$  geram mudanças na imagem da função  $f(x) = a \cdot \cos(bx) + c$ , de modo que os extremos da imagem se deslocam duas unidades para cima, enquanto que a amplitude (igual a 1) e o período (igual a  $2\pi$ ) da função permanecem os mesmos.

Ao discutir as possibilidades oferecidas pelo uso da informática no ensino de Matemática, Loesch (2001) ressalta que a interatividade<sup>9</sup> oportunizada por essa tecnologia desempenha um papel essencial no processo de ensino-aprendizagem, fazendo com que o aluno deixe de ser um mero expectador, aproveitando o potencial das possibilidades enriquecedoras oferecidas pelo uso dos múltiplos sentidos.

Por concordarmos com o autor supracitado e considerarmos que a possibilidade de interatividade direta com o software pode contribuir positivamente para a aprendizagem, optamos por realizar uma atividade em que os alunos iriam interagir diretamente com o software, fazendo uso do GeoGebra, ao mesmo tempo em que montávamos as animações e as apresentávamos com o auxílio de um projetor multimídia.

Desse modo, todos os comandos que utilizamos na construção gradual da animação, foram apresentados em uma projeção para que os alunos pudessem efetuar os mesmos comandos e visualizar as modificações na animação na tela do seu computador. Para facilitar a construção das animações, elaboramos um tutorial com todos os passos a serem executados pelos alunos durante a atividade a ser desenvolvida no laboratório de informática<sup>10</sup>.

---

<sup>9</sup> Belloni (2003) define interatividade como uma característica técnica que significa a possibilidade de um usuário interagir com a máquina, diferente de interação, que é a ação recíproca entre dois ou mais atores onde ocorre intersubjetividade, isto é, encontro de dois ou mais sujeitos, podendo ser direta ou indireta (mediada por algum veículo de comunicação).

<sup>10</sup> O tutorial pode ser visualizado, na íntegra, nos anexos.



No tutorial, apresentamos todas as etapas necessárias à construção do ciclo trigonométrico, com todos os elementos necessários à compreensão do comportamento das funções *seno* e *co seno* (arcos, ângulos, projeções da extremidade do arco sobre os eixos etc.).

Depois de construída a animação, aproveitamos a possibilidade de visualizar os objetos em movimento para discutir o comportamento dessas funções no ciclo trigonométrico.

É importante ressaltar a surpresa dos alunos diante da possibilidade de visualizar todos os objetos que compõem a apresentação em movimento, bem como a possibilidade de ocultar partes da apresentação, dando maior ênfase ao comportamento de outros objetos.

Em seguida, apresentamos as etapas necessárias à construção de diversos gráficos das funções  $f(x) = a.\text{sen}(bx) + c$  e  $g(x) = a.\text{cos}(bx) + c$ , onde procuramos realizar modificações nos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ , para que os alunos pudessem compreender as implicações dessas variações no comportamento dos gráficos dessas funções e as modificações que aconteciam, na amplitude, no período e na imagem dessas funções, à medida que esses valores eram modificados.

Após a atividade no laboratório, entregamos uma nova avaliação para que os alunos pudessem refazê-la, com a garantia de que a nota da primeira avaliação seria substituída pela nota desta nova avaliação, caso o aluno apresentasse alguma evolução no seu desempenho.

Vejamos agora uma análise do desempenho dos alunos a partir das respostas apresentadas nas duas avaliações, onde será possível perceber que, após o uso do GeoGebra, houve um número de acertos mais elevado quando comparado com o desempenho obtido na avaliação anterior, fato que é muito relevante, haja vista que apenas aqueles alunos com maiores dificuldades na compreensão dos temas abordados realizaram essa segunda avaliação.

## **2.6 Análise do desempenho dos alunos antes e após o uso do GeoGebra**

A análise das avaliações realizadas antes e após a utilização do GeoGebra nos mostra que, em todas as turmas que participaram da atividade com esse software, ocorreu uma evolução significativa no desempenho dos alunos, conforme podemos observar na tabela abaixo.

**TABELA 05 – DESEMPENHO DOS ALUNOS NAS AVALIAÇÕES  
REALIZADAS ANTES E APÓS O USO DO GEOGEBRA**

Desempenho	Eletrotécnica	Informática	Mecânica	Total	%
Fizeram a primeira avaliação	37	39	34	110	100
Acima da nota de corte	20	18	22	60	54,55
Abaixo da nota de corte	17	21	12	50	45,45
Fizeram a segunda avaliação	17	21	12	50	100
Melhoraram a nota	11	18	12	41	82
Mantiveram a nota	04	01	00	05	10
Pioraram a nota	02	02	00	04	08

Se considerarmos que, antes da primeira avaliação, foram realizadas apenas atividades consideradas tradicionais, como: a exposição oral do conteúdo com o auxílio do quadro e do livro didático, a apresentação de exemplos e a resolução de exercícios propostos pelo livro, a constatação de que 60 alunos (54,55%) conseguiram atingir ou superar a nota mínima de 12 acertos (aproximadamente 70%) evidencia o bom nível de compreensão do comportamento das funções *seno* e *coosseno* por um número significativo de alunos, mesmo sem o uso de recursos considerados inovadores.

Apesar do bom desempenho apresentado por esses alunos, a constatação de que 50 alunos (45,45%) obtiveram um rendimento abaixo da nota de corte nos mostrou as dificuldades apresentadas por vários desses alunos na compreensão do tema abordado, confirmando os resultados já apresentados em outras atividades avaliativas, especialmente entre os alunos do curso de informática, onde apenas seis alunos conseguiram atingir a média 6,0 (média mínima exigida pelo IFRN para a aprovação) no bimestre em que trabalhamos com a trigonometria.

Nesse contexto, tornam-se significativos os resultados apresentados pelos alunos na segunda avaliação, realizada após a utilização do GeoGebra, pois, entre os 50 alunos que participaram das atividades no laboratório e que fizeram essa avaliação, apenas 4 alunos (8,0%) apresentaram uma redução nas suas notas com relação à avaliação anterior. Cinco alunos (10,0%) mantiveram o mesmo desempenho e 41 alunos (82,0%) melhoraram suas notas, o que evidencia a importância do uso do GeoGebra como um elemento que pode contribuir para a compreensão dos temas abordados.

Devido ao tamanho do laboratório, bem como para facilitar o desenvolvimento da atividade com o GeoGebra, optamos por trabalhar com cada uma das turmas em

momentos distintos. Nesse sentido, é importante ressaltar a evolução na qualidade da aula, à medida que essas atividades se sucediam, pois nos tornávamos mais hábeis na utilização do GeoGebra e, conseqüentemente, mais confiantes de que tudo o que foi planejado daria certo.

A análise das atividades realizadas no laboratório nos mostrou que, o desenvolvimento da atividade sucessivas vezes, possibilitou uma maior qualidade, bem como uma maior segurança, fato que parece ter contribuído positivamente no desempenho dos alunos.

Essa constatação ganha mais significado quando observamos que, à medida que as turmas participavam das atividades no laboratório, cada nova turma apresentava um desempenho superior a aquele apresentado pelas turmas anteriores, conforme pode ser visto na tabela abaixo.

**TABELA 06 – DESEMPENHO DE CADA CURSO NAS AVALIAÇÕES REALIZADAS ANTES E APÓS O USO DO GEOGEBRA**

Curso	Número de alunos	Primeira avaliação	Segunda avaliação	Diferença	Diferença percentual
Eletrotécnica	17	172	203	31	18,02%
Informática	21	183	263	80	43,72%
Mecânica	12	93	178	85	91,4%
Total	50	448	644	196	43,75%

Gomes (1997), ao refletir sobre o pensamento prático do professor, apresenta-nos a reflexão sobre a ação como um componente essencial da atividade profissional.

De acordo com esse autor, a reflexão sobre a ação pode ser considerada

[...] como a análise que o indivíduo realiza *a posteriori* sobre as características e processos da sua própria ação. É a utilização do conhecimento para descrever, analisar e avaliar os vestígios deixados na memória por intervenções anteriores. (GOMES, 1997, p. 105)

Nesse sentido, temos a clareza de que a reflexão sobre cada uma das atividades desenvolvidas no laboratório de informática nos proporcionou um amadurecimento que se refletiu nas atividades posteriores.

Se, em um primeiro momento, estávamos mais preocupados com a construção da apresentação no GeoGebra e com as dificuldades apresentadas por alguns alunos durante as diversas etapas dessa construção, a constatação de que os alunos eram capazes de manipular o software e de que a apresentação

funcionava perfeitamente em todos os computadores do laboratório nos deu a tranquilidade para, nas atividades posteriores, explorar com maior riqueza de detalhes as características das funções que estavam sendo estudadas.

A evolução na qualidade da condução das atividades trouxe benefícios para a aprendizagem dos alunos, e isso ficou evidente no desempenho dos alunos de cada turma, haja vista que, a turma de eletrotécnica (primeira turma a participar das atividades no laboratório) apresentou o rendimento mais baixo (18,02%), enquanto que a turma de mecânica (última turma a participar das atividades no laboratório) apresentou um índice de acertos (91,4%) muito mais elevado que as outras turmas.

Nem mesmo a constatação de que os alunos de Eletrotécnica apresentaram o melhor desempenho na primeira avaliação<sup>11</sup> justifica a menor evolução no percentual de acertos apresentada pelos alunos desse curso, quando comparada com a evolução apresentada pelos alunos dos outros cursos, conforme podemos observar na tabela abaixo.

**TABELA 07 – PERCENTUAL DE ACERTOS, POR CURSO, NAS AVALIAÇÕES REALIZADAS ANTES E APÓS O USO DO GEOGEBRA**

Curso	Número de Alunos	Acertos possíveis	Acertos na avaliação 01 (%)	Acertos na avaliação 02 (%)
Eletrotécnica	17	289	59,52	70,24
Informática	21	357	51,26	73,67
Mecânica	12	204	45,59	87,25

Quando analisamos o desempenho dos alunos na segunda avaliação constatamos que os alunos do curso de Eletrotécnica conseguiram obter apenas 203 acertos, apresentando o menor índice de acertos nessa avaliação (70,24%), enquanto que os alunos de Informática obtiveram 263 acertos (73,67%) e os alunos do curso de Mecânica apresentaram o maior índice de acertos, com 178 acertos na segunda avaliação (87,25%).

Esses números evidenciam que a baixa evolução na quantidade de acertos apresentada pelos alunos do curso de Eletrotécnica e o elevado percentual de evolução apresentado pelos alunos do curso de Mecânica não se devem apenas aos seus resultados na primeira avaliação, entrando em cena aspectos mais

<sup>11</sup>Na primeira avaliação, dos 289 acertos possíveis, os alunos de Eletrotécnica acertaram 172 itens (59,52%), enquanto que, entre os 21 alunos do curso de Informática, dos 357 acertos possíveis, foram obtidos 183 acertos (51,26%) e, entre os 12 alunos do curso de Mecânica, dos 204 acertos possíveis, os alunos conseguiram obter 93 acertos (45,59%), o que evidencia o melhor desempenho dos alunos do curso de Eletrotécnica.

subjetivos, entre os quais consideramos que a efetiva evolução na qualidade da execução da atividade seja um fator essencial.

Outro elemento importante a ser considerado é o fato de que, após o uso do GeoGebra, os alunos que apresentaram um desempenho insatisfatório na primeira avaliação obtiveram índices de acertos muito próximos aos índices de acertos apresentados pelos alunos que atingiram a nota de corte na primeira avaliação e, no caso dos alunos do curso de Mecânica, o índice de acertos foi superior ao índice apresentado pelos alunos que haviam obtido um desempenho satisfatório na primeira avaliação, conforme podemos constatar a partir dos dados apresentados na tabela abaixo.

**TABELA 08 – DESEMPENHO DOS ALUNOS QUE OBTIVERAM A NOTA MÍNIMA NA PRIMEIRA AVALIAÇÃO E DOS ALUNOS QUE FIZERAM A SEGUNDA AVALIAÇÃO**

Curso	Acertos na primeira avaliação	(%)	Acertos na segunda avaliação	(%)
Eletrotécnica	262 (20 alunos)	77,06	203 (17 alunos)	70,24
Informática	237 (18 alunos)	77,45	263 (21 alunos)	73,67
Mecânica	303 (22 alunos)	81,02	178 (12 alunos)	87,25
Total	802 (60 alunos)		644 (50 alunos)	

A tabela acima apresenta o total de acertos, por curso, dos alunos que conseguiram atingir a nota mínima na primeira avaliação, com seus respectivos percentuais de acertos, bem como o total de acertos, por curso, na avaliação feita após o uso do GeoGebra, pelos alunos que não conseguiram atingir a nota mínima na primeira avaliação.

Analisando os resultados apresentados nas tabelas anteriores, é possível perceber que os 60 alunos que conseguiram atingir a nota mínima na primeira avaliação, obtiveram uma média de 13,37 acertos, enquanto que os 50 alunos que apresentaram um desempenho abaixo da nota mínima determinada para essa avaliação, obtiveram uma média de 8,96 acertos. Porém, estes alunos conseguiram alcançar uma média de 12,88 acertos na avaliação realizada após o trabalho com o GeoGebra, o que evidencia a importância do trabalho com esse software no ensino de Matemática.

Vejamos agora, mais detalhadamente, o desempenho dos alunos de cada um dos cursos nas avaliações aplicadas antes e após a utilização do GeoGebra,

levando-se em consideração cada um dos saberes abordados nas atividades envolvendo as funções *seno* e *cosseeno*.

**TABELA 09 – NÚMERO DE ACERTOS, POR CURSO, NAS QUESTÕES ENVOLVENDO OS SINAIS DAS FUNÇÕES *SENO* E *COSSENO* NO CICLO, ANTES E APÓS O USO DO GEOGEBRA**

Questões	Eletrotécnica		Informática		Mecânica		Total	
	Antes	Depois	Antes	Depois	Antes	Depois	Antes	Depois
01	16	17	13	18	11	12	40	47
05	15	15	09	18	06	12	30	45
10 c	14	15	14	17	11	11	39	43
10 d	11	13	09	18	08	12	28	43
Total	56	60	45	71	36	47	137	178

Em ambas as avaliações, as questões 01 e 05 buscavam analisar se os alunos conheciam a variação dos sinais das funções *seno* e *cosseeno* no ciclo trigonométrico. Ainda com foco na variação dos sinais das funções *seno* e *cosseeno* no ciclo, as questões 10c e 10d objetivavam analisar se os alunos sabiam em que quadrantes essas funções apresentavam, ao mesmo tempo, sinais iguais.

Os dados apresentados na tabela acima nos mostram que, com exceção dos alunos do curso de Informática, os demais alunos apresentaram um índice de acertos satisfatório na primeira avaliação, o que evidencia que a maioria dos alunos dos cursos de Eletrotécnica e Mecânica já apresentava uma boa compreensão do conteúdo abordado nessas questões, mesmo sem a utilização do GeoGebra.

Na primeira avaliação, enquanto que os alunos de Informática acertaram apenas 53,57% das questões, os alunos de Mecânica e Eletrotécnica obtiveram índices de acertos de 75,0% e 82,35%, respectivamente.

Após a utilização do GeoGebra, fica evidente a evolução no número de acertos, deixando clara a contribuição desse software para uma compreensão mais adequada da variação dos sinais das funções *seno* e *cosseeno* no ciclo.

Apesar da notória evolução, os alunos do curso de Informática continuaram com o pior índice de acertos (84,52%), seguidos pelos alunos de eletrotécnica (88,23%) e de Mecânica (97,92%).

Vejamos agora o desempenho dos alunos nas questões envolvendo o crescimento e o decréscimo das funções *seno* e *cosseeno*, antes e após a atividade com o GeoGebra.

**TABELA 10 – NÚMERO DE ACERTOS, POR CURSO, NAS QUESTÕES ENVOLVENDO O CRESCIMENTO E O DECRESCIMENTO DAS FUNÇÕES *SENO* E *COSSENO* NO CICLO, ANTES E APÓS O USO DO GEOGEBRA**

Questões	Eletrotécnica		Informática		Mecânica		Total	
	Antes	Depois	Antes	Depois	Antes	Depois	Antes	Depois
02	07	12	09	17	05	11	24	40
06	03	12	04	17	01	11	08	40

As questões 02 e 06 abordavam, respectivamente, o crescimento e o decréscimo das funções *seno* e *cosseño* em cada um dos quadrantes do ciclo trigonométrico.

Se os alunos que participaram da atividade com o GeoGebra já demonstravam um bom nível de conhecimento da variação dos sinais das funções *seno* e *cosseño* no ciclo (com exceção dos alunos do curso de Informática), o mesmo não se pode dizer da compreensão do crescimento e decréscimo dessas funções.

A tabela acima nos mostra que, na primeira avaliação, os alunos apresentavam um nível de compreensão ainda precário acerca do crescimento e decréscimo das funções estudadas, principalmente no que concerne à função *cosseño*.

Entre os 50 alunos que participaram da atividade, apenas oito alunos (16,0%) acertaram a questão referente ao crescimento e decréscimo da função *cosseño*, enquanto que 24 alunos (48,0%) acertaram a questão que abordava essas características com relação à função *seno*.

Após a utilização do GeoGebra, ambas as questões foram respondidas corretamente por 40 alunos (80,0%), com destaque para os alunos do curso de Mecânica, que passaram de cinco acertos (41,67%) na questão envolvendo a função *seno* e um acerto (8,33%) na questão envolvendo a função *cosseño*, para 11 acertos (91,67%) em cada uma das questões.

Já os alunos do curso de Eletrotécnica passaram de um índice de 41,18% de acertos na questão envolvendo a função *seno* e de 17,65% de acertos na questão envolvendo a função *cosseño*, para um índice de 71,59% de acertos em cada uma das questões, enquanto que os alunos do curso de Informática passaram de índices

de 42,86% e 19,05%, respectivamente, para 80,95% de acertos em ambas as questões.

Esses números evidenciam a significativa contribuição proporcionada pela utilização do GeoGebra para a compreensão do crescimento e decréscimo das funções *seno* e *coseno*, especialmente entre os alunos do curso de Mecânica.

Vejamos agora o desempenho dos alunos nas questões envolvendo o comportamento da imagem das funções *seno* e *coseno*, antes e após a atividade com o GeoGebra.

**TABELA 11 – NÚMERO DE ACERTOS, POR CURSO, NAS QUESTÕES ENVOLVENDO MODIFICAÇÕES NA IMAGEM DAS FUNÇÕES *SENO* E *COSSENO*, ANTES E APÓS O USO DO GEOGEBRA**

Questões	Eletrotécnica		Informática		Mecânica		Total	
	Antes	Depois	Antes	Depois	Antes	Depois	Antes	Depois
03	14	14	17	16	08	09	39	39
07	13	13	12	17	05	09	30	39
09 a	13	12	17	19	07	12	37	43
09 b	07	15	13	19	03	12	23	46

Dadas as funções  $f(x) = a \cdot \text{sen}(bx) + c$  e  $g(x) = a \cdot \text{cos}(bx) + c$ , as questões três e sete abordavam a influência do parâmetro  $a$  no comportamento dos gráficos das funções *seno* e *coseno*.

Na questão três, que abordava as modificações provocadas pelas mudanças no parâmetro  $a$ , na imagem da função  $f(x) = a \cdot \text{sen}(bx) + c$ , os índices de acertos nas avaliações realizadas antes e após o uso do GeoGebra foram muito próximos, não evidenciando nenhuma evolução significativa devido ao uso desse software.

Já na questão sete, que abordava as modificações provocadas pelas mudanças no parâmetro  $a$ , na imagem da função  $g(x) = a \cdot \text{cos}(bx) + c$ , os índices de acertos nas avaliações realizadas antes e após o uso do GeoGebra apresentaram uma evolução significativa nos cursos de informática (41,67%) e Mecânica (80,0%), após o uso desse software, permanecendo constante no curso de Eletrotécnica.

Por outro lado, as questões 9a e 9b objetivavam analisar se os alunos sabiam identificar qual dos parâmetros ( $a$ ,  $b$  ou  $c$ ) exercia influência sobre a amplitude da imagem das funções *seno* e *coseno*.

Mais uma vez, a questão que abordava as modificações no comportamento do gráfico da função  $f(x) = a \cdot \text{sen}(bx) + c$ , apresentou índices de acertos muito



próximos, nas avaliações realizadas antes e após o uso do GeoGebra, com exceção do curso de Mecânica, onde o número de acertos passou de sete (58,33%) para 12 (100,0%).

Quando observamos o desempenho dos alunos na questão que abordava as modificações no comportamento do gráfico da função  $g(x) = a \cdot \cos(bx) + c$ , fica evidente que os alunos dos três cursos apresentaram uma evolução significativa no número de acertos na avaliação realizada após o uso do GeoGebra, especialmente no curso de Mecânica, onde os alunos passaram de apenas três acertos (25,0%) na primeira avaliação, para 12 acertos (100,0%) na segunda avaliação.

Ainda com base na tabela anterior, é possível perceber que, nas questões que tratam da função *coosseno*, o número de acertos na avaliação realizada antes do uso do GeoGebra se mostrou bastante inferior ao número de acertos nas questões que tratam da função *seno*. Após o uso do GeoGebra, o número de acertos nas questões que envolvem a função *coosseno* se torna muito próximo do número de acertos nas questões que envolvem a função *seno*, evidenciando que, se ocorre uma aprendizagem mais significativa das características da função *seno* antes do uso do GeoGebra, o uso desse software ajuda a corrigir essa deficiência no aprendizado das características da função *coosseno*.

Ao falarmos em deficiências no aprendizado das características das funções *seno* e *coosseno*, não podemos esquecer a dificuldade que os alunos apresentaram na compreensão do comportamento do período dessas funções.

Nas atividades em sala de aula, já era possível perceber a dificuldade que alguns alunos apresentavam para determinar o período das funções *seno* e *coosseno*. Após a primeira avaliação, o péssimo desempenho apresentado pelos alunos nas questões que discutem o período dessas funções deixa evidente essa dificuldade.

**TABELA 12 – NÚMERO DE ACERTOS, POR CURSO, NAS QUESTÕES ENVOLVENDO MODIFICAÇÕES NO PERÍODO DAS FUNÇÕES *SENO* E *COSSENO*, ANTES E APÓS O USO DO GEOGEBRA**

Questões	Eletrotécnica		Informática		Mecânica		Total	
	Antes	Depois	Antes	Depois	Antes	Depois	Antes	Depois
04	01	09	02	16	02	09	05	34
08	03	07	03	10	03	10	09	27
09 c	12	15	11	17	04	11	28	43
09 d	06	12	07	14	04	09	18	35

Nas questões de múltipla escolha (questões 04 e 08) o número de acertos é bem menor que o número de acertos nas questões em que o aluno precisava apenas dizer se a afirmação era verdadeira ou falsa (9c e 9d), o que é perfeitamente compreensível, haja vista que, mesmo sem conhecer efetivamente a influência dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  no comportamento do período das funções, a probabilidade de acertar questões com apenas duas opções de resposta (50,0%) é bem maior do que a probabilidade de acertar questões com cinco opções de resposta (20,0%).

Além disso, como as questões 9c e 9d objetivavam apenas saber se o aluno era capaz de identificar qual dos parâmetros exerce influência sobre o período das funções *seno* e *coseno*, enquanto que as questões quatro e oito levavam o aluno a refletir sobre como se davam essas modificações no período, é possível que alguns alunos soubessem qual dos parâmetros interfere no período das funções, sem saber exatamente de que maneira isso ocorre.

Após o uso do GeoGebra, fica evidente a evolução no número de acertos entre os alunos de todos os cursos, tanto nas questões de múltipla escolha, quanto nas questões em que o aluno era questionado se a afirmação era verdadeira ou falsa.

Vejamos agora o desempenho dos alunos nas questões que abordavam o comportamento dos gráficos das funções *seno* e *coseno*.

**TABELA 13 – NÚMERO DE ACERTOS, POR CURSO, NAS QUESTÕES ENVOLVENDO O COMPORTAMENTO DOS GRÁFICOS DAS FUNÇÕES *SENO* E *COSSENO*, ANTES E APÓS O USO DO GEOGEBRA**

Questões	Eletrotécnica		Informática		Mecânica		Total	
	Antes	Depois	Antes	Depois	Antes	Depois	Antes	Depois
09 e	13	09	16	14	03	11	32	34
10 a	12	07	14	09	04	09	30	25
10 b	12	06	13	07	08	08	33	21

Enquanto que a questão 9e tratava da influência do parâmetro  $c$  no comportamento das funções *seno* e *coseno*, as questões 10a e 10b buscavam verificar se os alunos eram capazes de identificar onde os gráficos das funções *seno* e *coseno* interceptavam o eixo  $x$ .

Surpreendentemente, os alunos dos cursos de Eletrotécnica e Informática apresentaram um desempenho pior na avaliação realizada após o uso do GeoGebra, do que na avaliação realizada antes do trabalho com esse software,

especialmente nas questões que tratavam dos valores onde os gráficos das funções *seno* e *cosseno* interceptavam o eixo  $x$ . Apenas os alunos do curso de Mecânica conseguiram apresentar uma evolução significativa no número de acertos após a atividade com o GeoGebra.

Mais uma vez é importante ressaltar o fato de os alunos do curso de Mecânica terem sido os últimos a participar da atividade, pois, diante das dificuldades evidenciadas pelos alunos de Eletrotécnica e Informática, tivemos o cuidado de destacar os pontos onde os gráficos das funções interceptavam o eixo  $x$  no momento em que apresentávamos esses gráficos com o auxílio do GeoGebra.

Além disso, a dificuldade apresentada nas questões que envolvem o comportamento dos gráficos das funções  $f(x) = a \cdot \sin(bx) + c$  e  $g(x) = a \cdot \cos(bx) + c$  demonstram a importância do desenvolvimento de atividades complementares que estimulem o aluno a construir os gráficos dessas funções e a refletir sobre as modificações sofridas por esses gráficos, à medida que os valores dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ , são modificados.

Nunca é demais lembrar que o GeoGebra fornece o gráfico pronto, logo após a digitação da função na caixa de entrada, sem que o aluno faça uma reflexão mais apurada acerca de como aquele gráfico foi construído.

Se essa rapidez é importante no momento em que se deseja comparar gráficos de funções, ela deixa a desejar no que diz respeito à possibilidade de o aluno escolher os valores que irá atribuir à  $x$  e constatar os consequentes valores encontrados para  $y$ , formando os pares ordenados  $(x, y)$  que irão compor o gráfico.

Nesse sentido, a utilização do livro didático pode exercer uma contribuição importante, por trazer vários exemplos onde são feitas construções detalhadas dos gráficos dessas funções, além de exercícios que estimulam o aluno a construir, passo a passo, esses gráficos.

Em outro momento, depois que os alunos já haviam respondido à segunda avaliação, realizamos entrevistas com esses alunos, onde procuramos conhecer as suas percepções acerca do uso do GeoGebra no ensino de trigonometria.

## **2.7 Percepções dos alunos acerca do uso do GeoGebra**

Entre os 50 alunos que participaram da atividade com o uso do GeoGebra, 44 alunos se dispuseram a responder aos questionamentos da entrevista. Apesar das

inúmeras tentativas, alguns alunos se mostraram resistentes em responder a esses questionamentos.

Analisando especificamente o uso de softwares no ensino de trigonometria, Silva (2001) ressalta a grande contribuição oferecida pelos aplicativos gráficos, pois a perfeição obtida nos traçados, a possibilidade de simular movimento ou a ampliação e redução de arcos e ângulos contribuem na elaboração de conceitos.

Para verificar a veracidade dessa afirmação, iniciamos a entrevista questionando os alunos acerca da contribuição do GeoGebra para a compreensão de alguns aspectos do comportamento das funções *seno* e *coseno*.

As respostas dos alunos a esse questionamento confirmam as afirmações da autora supracitada, bem como as constatações apresentadas anteriormente, quando demonstramos a evolução apresentada pelos alunos nas avaliações respondidas após o uso do GeoGebra.

**TABELA 14 – NÚMERO DE ALUNOS, POR CURSO, QUE AFIRMAM QUE O GEOGEBRA CONTRIBUIU PARA A APRENDIZAGEM DE DETERMINADOS ASPECTOS DO COMPORTAMENTO DAS FUNÇÕES *SENO* E *COSSENO***

Aspectos analisados	Eletrotécnica	Informática	Mecânica	Total
Crescimento e decrescimento	14	19	11	44
Comportamento dos gráficos	14	19	11	44
Sinais nos quadrantes	14	19	10	43
Determinação do período	13	19	11	43
Determinação da imagem	13	19	11	43
Influência dos parâmetros $a$ , $b$ e $c$	14	16	11	41

Os dados apresentados na tabela acima deixam clara a convicção com que os alunos reconhecem a contribuição do GeoGebra na compreensão dos conceitos abordados na aula.

Mesmo entre os alunos que não conseguiram melhorar seu desempenho na segunda avaliação as respostas foram completamente positivas, o que mostra a satisfação dos alunos com o trabalho desenvolvido com esse software.

Com o GeoGebra podemos visualizar melhor o que o professor quer passar para a gente, além de mostrar as imagens e animá-las. Concluindo, o GeoGebra melhora muito a vida do professor e do estudante. (Samuel Ébener)

Como já discutimos anteriormente, outro aspecto relevante acerca da utilização de softwares educacionais, diz respeito à possibilidade de manipulação

direta do software por parte do aluno, haja vista que essa interatividade com o software desempenha um papel essencial no processo de ensino-aprendizagem, aproveitando o potencial das possibilidades enriquecedoras oferecidas pelo uso dos múltiplos sentidos (LOESCH, 2001).

Ao responderem ao segundo questionamento, os alunos que participaram da atividade reforçam essa afirmação, pois os 44 alunos foram unânimes em afirmar que a possibilidade de interagir diretamente com o GeoGebra contribuiu para a compreensão dos conceitos abordados na aula.

Contribui bastante, pois não estamos apenas “decorando” as informações que nos são repassadas. Nós, alunos, podemos construir, fazer, analisar o comportamento do *seno* e do *coosseno*. De forma prática, realmente participamos do desenvolvimento da aula de trigonometria. (João Victor)

O uso do GeoGebra ajudou na compreensão de conceitos teóricos que, muitas vezes, não conseguimos associar. Ver como essas funções se comportam, na prática, é bem melhor. (Adrielly)

Além das contribuições relativas à compreensão do conteúdo, alguns alunos ressaltam as mudanças no desenvolvimento da aula que se torna mais divertida e descontraída.

Com certeza, pois o GeoGebra é um software que permite fixar o conteúdo abordado na aula de uma forma mais descontraída e até mais divertida. Com ele conseguimos facilitar, muito mais, o nosso conhecimento à respeito do assunto abordado. (Letícia França)

O GeoGebra é um programa que ensina trigonometria e que, ao mesmo tempo, diverte o usuário. Seus efeitos divertidos ajudam na compreensão do assunto. (Alicia Mirelle)

Outro aspecto muito ressaltado diz respeito à possibilidade de visualizar os objetos apresentados em uma perspectiva mais dinâmica.

O GeoGebra ajudou a visualizar melhor, no ciclo trigonométrico, o que acontece e está atrelado aos conceitos vistos em sala sobre *seno* e *coosseno*. Dessa forma, a dificuldade em fixar o conteúdo diminuiu por observar, na prática, por exemplo, o comportamento da imagem e do período gerados diretamente pelo programa. Estes conceitos, antes, eram de mais difícil associação, já que havia uma tentativa de decorá-los, ao invés de visualizar e entender o que acontecia, de verdade. (Bruna Nayara)

O uso do programa foi importante porque deixa mais claro o que acontece no ciclo trigonométrico, possibilitando ao aluno ver animações que não são possíveis de serem demonstradas em um quadro. (Iasmin Soares)

Além de apresentarem diversos aspectos positivos acerca da utilização do GeoGebra no ensino de trigonometria, os alunos que participaram da atividade

também apresentam percepções bastante positivas acerca da facilidade na utilização desse software, como podemos constatar a partir da tabela abaixo.

**TABELA 15 – PERCEPÇÕES DOS ALUNOS ACERCA DO NÍVEL DE DIFICULDADE NA UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA**

Nível de dificuldade	Eletrotécnica	Informática	Mecânica	Total
Muito fácil	03	08	02	13
Fácil	11	11	09	31
Razoavelmente difícil	0	0	0	0
Difícil	0	0	0	0
Muito difícil	0	0	0	0

Além da constatação de que os alunos consideram a utilização do GeoGebra fácil (70,45%) ou muito fácil (29,55%), a facilidade na utilização do GeoGebra por parte dos alunos fica evidente quando nos deparamos com alunos que fazem as seguintes afirmações:

O GeoGebra tem uma ótima interface e é fácil de usar. (Fernando Gomes)

Realmente é bastante fácil o manuseio do GeoGebra. Ele só requer bastante atenção para não se perder diante dos passos a serem dados, mas, com a ajuda do tutorial, facilita as coisas. (João Victor)

Nessas afirmações ficam evidentes dois aspectos importantes no desenvolvimento de qualquer software educativo, bem como na sua utilização em sala de aula: o cuidado com o desenvolvimento de uma interface “amigável”, que facilite a visualização dos ícones que devem ser utilizados, bem como a elaboração, por parte do professor, de uma ferramenta que oriente a utilização do software pelos alunos.

Outro aspecto importante destacado pelos alunos diz respeito ao fato de que a interface do programa está em português, o que torna os comandos a serem executados mais simples.

São comandos simples, comandos em português, além da interface que facilita a memorização dos comandos. (Flávio Luan)

Certamente, o idioma utilizado na interface do software é um critério a ser levado em consideração pelo professor no momento em que ele irá escolher o software que irá utilizar com os alunos.

Ao analisar as possibilidades oferecidas pelo uso softwares matemáticos na sala de aula, Santos, Loreto e Gonçalves (2010) afirmam que

Algumas das possíveis contribuições para os estudantes, que o uso dos softwares pode promover, são, por exemplo, a de instigá-los a desenvolver capacidades intelectuais, estimular e contribuir para a busca de mais informações sobre um determinado assunto, promover a colaboração, bem como a interação entre os mesmos. Para os professores citam-se algumas contribuições, como por exemplo, a sua interação em maior grau com os alunos em sala de aula, o aumento dos seus conhecimentos a partir das pesquisas realizadas para utilizar na elaboração e execução de suas aulas, e a possibilidade de rever caminhos de aprendizagem percorridos pelo seu aluno, facilitando assim a detecção de entendimento, bem como de dificuldades que este se deparou. (p. 48)

Apesar de reconhecermos as potencialidades citadas acima, estávamos interessados em saber quais as percepções dos alunos acerca do uso de softwares no ensino de Matemática. Desse modo, concluímos a entrevista questionando os alunos acerca da importância da utilização de softwares como o GeoGebra no ensino de Matemática.

**TABELA 16 – PERCEPÇÕES DOS ALUNOS ACERCA DA IMPORTÂNCIA DE UTILIZAR SOFTWARES NO ENSINO DE MATEMÁTICA**

Grau de importância	Eletrotécnica	Informática	Mecânica	Total
Muito importante	08	10	08	26
Importante	05	08	03	16
Razoavelmente importante	0	1	0	01
Pouco importante	1	0	0	01
Nenhuma importância	0	0	0	0

A recepção positiva por parte dos alunos à ideia de utilizar softwares como o GeoGebra no ensino de Matemática fica evidente, não só pelo elevado número de alunos que considera esse uso importante (36,36%) ou muito importante (59,09%), como também nas afirmações feitas por esses alunos ao justificar suas opiniões.

**TABELA 17 – JUSTIFICATIVAS DOS ALUNOS ACERCA DA IMPORTÂNCIA DE UTILIZAR SOFTWARES COMO O GEOGEBRA NO ENSINO DE MATEMÁTICA**

Justificativas	Frequência
Facilita a aprendizagem	39
Facilita a visualização	10
Realização de atividade prática	07
Torna a aula mais dinâmica	03
Melhora o trabalho do professor	03
Proporciona liberdade ao aluno	02
Cativa o aluno	02

Como já era previsível, diante de tudo o que foi apresentado até o momento, a quase totalidade dos alunos (88,64%) justifica a importância da utilização do GeoGebra afirmando que o uso deste software facilita a aprendizagem dos conteúdos.

Com o uso de softwares como o GeoGebra os alunos passam a entender melhor os conteúdos da Matemática, sem falar que é uma aula bem diferente onde os conhecimentos são adquiridos, sem sombra de dúvida, com mais facilidade, pois deixamos de lado aquela rotina do lápis e do papel e passamos a ver as coisas em um mundo mais real. (Karolayny Belquize)

Mais do que simplesmente afirmar que o uso do GeoGebra facilita a aprendizagem, alguns desses alunos destacam aspectos importantes e que contribuem para essa facilitação, dentre os quais poderíamos destacar: a possibilidade de desenvolver uma atividade prática que ajuda a fixar a aprendizagem (15,91%), ou ainda, a facilidade na visualização, já que a apresentação se torna mais minuciosa e clara (22,73%).

É uma forma muito mais eficaz e prática. Ajuda a colocar os assuntos estudados em prática e a entender a formação, tudo detalhadamente. Ajuda a fixar e a aprender realmente, pois, geralmente, nós, estudantes, costumamos decorar a matéria. Porém, o GeoGebra ensina e faz com que a matéria permaneça. Infelizmente, não é uma técnica usada nas escolas, mas é um ótimo meio de aprendizagem. (Lícia dos Santos)

Porque o GeoGebra abre o campo de visão do aluno na Matemática. Ele mostra, na prática, o que é ensinado na sala de aula, a qual é um ambiente que não possibilita uma visão muito aberta sobre vários assuntos. O GeoGebra também ajuda muito na compreensão dos alunos, pois ele mostra detalhadamente o comportamento da função, o qual não fica muito claro quando é ensinado em sala de aula, pois o instrumento de trabalho usado não deixa muito claro o que, na realidade, o professor quer passar para o aluno. (Maria lone)

Outros aspectos importantes sobre a utilização do GeoGebra apontados pelos alunos destacam o fato de que o uso desse software melhora o trabalho do professor (6,82%), torna a aula mais dinâmica (6,82%), cativa e proporciona mais liberdade ao aluno (9,09%), de modo que a aprendizagem se dá de forma mais rápida e prazerosa (4,54%).

Não sei como está a situação nas outras escolas em relação a esse assunto, mas aqui é uma inovação, uma evolução daquelas aulas chatas, torna as aulas mais dinâmicas. Todos os alunos que utilizaram o programa disseram que aprenderam mais com essa aula do que o resto das aulas sobre trigonometria, por causa da liberdade que o software proporciona. (Demilkson Rodrigo)



É preciso acompanhar o ritmo dessa evolução tecnológica usando softwares que estão a nossa disposição, principalmente no ensino da Matemática, pois torna a aula mais interativa, o que faz o aprendizado se dar de forma mais rápida e prazerosa. (Rafael Danrley)

As afirmações acima apontam para dois aspectos essenciais acerca do uso de softwares no ensino de Matemática: por um lado, uma evolução nas possibilidades de aprendizagem e, por outro lado, o questionamento dos métodos de ensino comumente utilizados.

Como ressaltam Merlo e Assis (2010),

Os softwares matemáticos podem propiciar uma verdadeira revolução no processo de ensino-aprendizagem. Porém sua maior contribuição no meio educacional advém do fato de provocar o questionamento dos métodos e processos de ensino utilizados. (p. 12)

Até mesmo o aluno que afirmou que o uso desses softwares é pouco importante faz afirmações que ressaltam as qualidades de um software como o GeoGebra no ensino de Matemática.

Mesmo ajudando o professor a explicar o conteúdo, passando mais facilmente o assunto para os alunos, ele não chega a ser necessário. Ele só é uma maneira de ajudar os alunos a fixar o conteúdo. (Túlio do Nascimento)

Gostaríamos de concluir essa etapa da nossa análise com a afirmação de uma das alunas sobre a importância do uso de softwares no ensino de Matemática, a partir da experiência com o GeoGebra.

Muito importante mesmo, no meu ponto de vista. Pela experiência pela qual passei na aula com o uso do GeoGebra pude perceber que todo o conteúdo estudado no 1º bimestre pode ser muito melhor fixado e mais bem compreendido quando adotamos práticas diferentes de estudo. Com softwares como esse, os alunos passam a ter contato com uma maneira de analisar minuciosamente os assuntos estudados. Às vezes, aprendemos meio que por decoreba e nem sempre entendemos o que se passa na questão. Programas assim facilitam essa nossa visão para compreendermos o conteúdo por inteiro. Infelizmente, ainda existem no Brasil muitas escolas que não possuem estruturas laboratoriais para o ensino da informática e muitos estudantes que ainda não possuem computadores. Como consequência disso, muitos alunos não conseguem ter contato com esses programas facilitadores de entendimento. Outro problema é que muitos professores do país ensinam mesmo sem ter muita preparação, por esse motivo, nem todos tem ideias inovadoras como essa para ajudar os estudantes. Então, por mais que seja algo tão bom, ainda existe muita gente que não se relaciona com o mesmo. Tenho a concluir que foi uma aula superprodutiva e será muito bom que se repita. Com certeza, será uma grande ajuda. (Letícia Francois)

Com essa afirmação, ela deixa claro, não só a importância do uso do GeoGebra no ensino de trigonometria, devido à possibilidade de compreensão mais clara e detalhada do objeto analisado, como uma série de outras questões relevantes para o trabalho com a informática nas atividades educativas.

Além dos aspectos positivos citados, as afirmações desta aluna apontam para questões de fundamental importância para que o uso de recursos computacionais nas práticas educativas se consolide.

Um desses fatores diz respeito às dificuldades estruturais que muitas escolas brasileiras ainda apresentam para promover uma utilização pedagógica dos recursos computacionais, onde muitas delas não possuem laboratórios de informática, ou ainda escolas que possuem o laboratório, mas este se encontra fechado por falta de profissionais capacitados para mantê-lo funcionando.

Em pesquisa realizada junto a dez escolas públicas da cidade de Mossoró<sup>12</sup>, Dantas, Silva e Silva (2008) constataram que, em 80,0% das escolas visitadas havia computadores sem condições de funcionamento. Se o número reduzido de computadores nesses laboratórios (ao todo, 136 computadores) já poderia representar uma limitação na utilização pedagógica desses computadores, a constatação de que 25,0% desses computadores estavam danificados, apenas consolida essas dificuldades.

Além do número limitado de computadores, esta pesquisa constatou que essas escolas não dispunham de softwares educativos e, em 30,0% das escolas, não havia um profissional responsável pelo laboratório de informática, de modo que, nessas escolas, os laboratórios de informática não eram utilizados.

Não podemos esquecer que os problemas na formação de professores para o uso da informática no ensino. As limitações na formação fazem com que os alunos sejam privados da possibilidade de utilizar meios que podem estimular sua participação mais efetiva no desenvolvimento da aula.

Como já afirmamos anteriormente, é necessário que as licenciaturas passem a formar os professores dentro da perspectiva que se espera que eles atuem, ou seja, se a escola deseja um professor que desenvolva práticas interdisciplinares, relacionando teoria e prática, utilizando as TIC no cotidiano da sua ação docente, contextualizando os conteúdos, considerando o contexto social e econômico em que

---

<sup>12</sup> No momento em que a pesquisa foi realizada, apenas 20 escolas públicas da cidade de Mossoró possuíam laboratórios de informática.

os alunos, a escola e a comunidade estão inseridos, atuando como mediador na relação entre o aluno e o conhecimento, sendo ainda capaz de refletir na e sobre a sua prática educativa, é fundamental que estes professores sejam formados desse mesmo modo, tendo como referência o perfil do profissional que a escola e a sociedade desejam. (DANTAS, 2005)

Infelizmente, ainda é possível encontrar cursos de formação inicial de professores de Matemática onde a centralidade está na formação no conteúdo específico, sem nenhuma articulação com outros aspectos fundamentais para a formação docente (conteúdo pedagógico, relação entre teoria e prática, articulação entre ensino, pesquisa e extensão etc.)

Com uma formação adequada, o professor de Matemática ampliará sua capacidade de utilizar os recursos computacionais a sua disposição para esclarecer aspectos cuja compreensão se torna mais difícil, quando abordados apenas através da exposição oral, facilitando a aprendizagem de temas complexos dessa importante área do saber.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo desta pesquisa procuramos analisar se o trabalho com o GeoGebra facilita a aprendizagem de conceitos da trigonometria envolvendo as funções *seno* e *coosseno*, e ainda analisar as percepções dos alunos acerca do uso desse software abordando aspectos como: a facilidade de utilizar o software, as contribuições da manipulação direta do software para a aprendizagem e a importância da utilização de softwares como o GeoGebra no ensino de Matemática, .

Os resultados obtidos a partir das atividades desenvolvidas junto aos alunos do segundo ano do ensino médio integrado ao ensino técnico do campus de Mossoró do IFRN nos mostraram que o uso do GeoGebra trouxe uma contribuição significativa para a aprendizagem de diversos aspectos inerentes ao comportamento das funções *seno* e *coosseno*, tais como: crescimento e decréscimo das funções *seno* e *coosseno* no ciclo, determinação dos quadrantes onde os valores das imagens dessas funções são positivos ou negativos, variações na amplitude, na imagem e no período dessas funções, comportamento dos seus gráficos e a influência dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  no comportamento do período e da imagem das funções  $f(x) = a.\text{sen}(bx) + c$  e  $g(x) = a.\text{cos}(bx) + c$ .

As contribuições do GeoGebra no aprendizado desses conteúdos ficaram evidentes, não só devido aos resultados apresentados nas avaliações realizadas antes e após a utilização desse software, mas, também, a partir das próprias afirmações dos alunos que, na sua quase totalidade, ressaltaram a importância do GeoGebra para uma melhor compreensão do assunto abordado na aula, destacando a facilidade em utilizar esse software e a importância de sua manipulação direta para a consolidação da aprendizagem.

Além disso, os alunos apresentaram percepções bastante positivas acerca da importância de se utilizar softwares como o GeoGebra no ensino de Matemática, ressaltando aspectos como: a possibilidade de desenvolver atividades práticas que ajudam a fixar a aprendizagem, a maior dinamicidade da aula, a melhoria no trabalho do professor, o maior envolvimento dos alunos, a possibilidade de observar os objetos em movimento e a facilidade na visualização desses objetos.

A evolução na aprendizagem após o uso do GeoGebra foi tão significativa que os alunos que participaram da atividade com esse software obtiveram índices de

acertos muito próximos, ou até superiores, aos índices de acertos apresentados pelos alunos que atingiram a nota de corte na primeira avaliação.

A constatação de que o desenvolvimento da atividade sucessivas vezes, aliada à reflexão sobre o desenvolvimento dessa atividade, pode ter contribuído positivamente no desempenho dos alunos, aponta para a necessidade do desenvolvimento de pesquisas que analisem a importância da reflexão que o professor realiza sobre a sua própria ação educativa e as contribuições dessa reflexão em atividades educativas realizadas posteriormente por esse professor.

Essas pesquisas seriam de fundamental importância para a melhoria da prática docente e ajudariam a esclarecer se a evolução no desempenho dos alunos, ocorrida à medida que as atividades se sucediam ao longo desta pesquisa, foi apenas uma coincidência ou um fruto da evolução na qualidade do trabalho realizado pelo professor.

É importante ressaltar que, apesar da evolução apresentada pelos alunos após a atividade com o GeoGebra, consideramos que a utilização desse software não elimina a necessidade de utilização de outros meios de abordagem do conhecimento, como, por exemplo, o livro didático.

Um bom livro didático apresenta a teoria com o devido rigor, complementa essa teoria com diversos modelos de exercícios, muitas vezes organizados de modo a permitir um aprofundamento gradativo na compreensão do conhecimento, estabelece relações entre o conhecimento abordado e o cotidiano do aluno etc.

Desse modo, ao articular o uso do GeoGebra com a utilização de outros materiais (livro didático, paradidáticos, vídeos etc.), o professor pode construir uma metodologia de trabalho que estimule o envolvimento do aluno e torne o aprendizado mais rico e prazeroso.

Apesar da recomendação acima, é importante deixar claro que não desejamos concluir este trabalho prescrevendo receitas que, se seguidas rigorosamente, resolverão os problemas inerentes ao ensino de Matemática e à utilização da informática e dos softwares educacionais no processo ensino-aprendizagem, pois acreditamos que cada contexto deve elaborar soluções específicas, de acordo com as suas particularidades.

Gostaríamos apenas de ressaltar a importância do desenvolvimento de políticas públicas voltadas para a estruturação de espaços onde o professor possa desenvolver suas atividades com o uso das TIC, já que muitas escolas brasileiras

ainda não dispõem de laboratórios de informática, havendo ainda aquelas que possuem o laboratório de informática, mas esse espaço apresenta sérias limitações de uso, devido ao número limitado de computadores, à falta de manutenção e à ausência de um profissional que mantenha esse espaço em condições adequadas de funcionamento.

Além disso, é fundamental que se possibilite uma formação adequada dos professores para o uso dos recursos computacionais na educação, pois consideramos que de nada adianta criticar o trabalho dos professores, afirmando que esses profissionais precisam romper com práticas tradicionais e incorporar as TIC às suas atividades, sem que se desenvolvam políticas de formação que modifiquem essa situação.

Sem uma formação consistente, que seja capaz de apresentar-lhes as tecnologias e as suas implicações na educação e na sociedade, muitos desses profissionais continuaram se esquivando das TIC ou ainda fazendo usos inadequados desses recursos.

Tratando especificamente do professor de Matemática, essa formação ajudaria o professor a promover uma proposta de ensino que estimule a curiosidade e a criatividade do aluno, motivando esse aluno a participar mais ativamente do processo ensino-aprendizagem, favorecendo a compreensão dos temas abordados e despertando a paixão do aluno pela Matemática.

## REFERÊNCIAS

- [1] ABRAMOVICH, Fanny. **Os professores não duvidam! Dúvida?** São Paulo: Editora Summus, 1990.
- [2] ARAÚJO, Henrique Carlos, LUZIO, Nildo. **Avaliação da Educação Básica: em busca da qualidade e eqüidade no Brasil.** Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2005.
- [3] BARROS, Simone, CAVALCANTE, Patrícia Smith. Os recursos computacionais e suas possibilidades de aplicação no ensino segundo as abordagens de ensino aprendizagem. **Anais do Workshop Internacional Sobre Educação Virtual: Realidade e desafios para o próximo milênio.** Fortaleza: UECE, 1999.
- [4] BARROSO, Juliane Matsubara. **Conexões com a Matemática.** Volume 2. São Paulo: Editora Moderna, 2010.
- [5] BELLONI, Maria Luiza. **Educação a distância.** 3. ed. Campinas-SP: Editora Autores Associados, 2003.
- [6] BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. **Resultados do SAEB 2003:** Brasil e Rio Grande do Norte. Brasília, 2004.
- [7] BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. **Relatório Nacional Saeb 2003.** Brasília, 2006.
- [8] CARMO, Manfredo Perdigão, MORGADO, Augusto César, WAGNER, Eduardo. **Trigonometria e números complexos.** 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2005. (Coleção Professor de Matemática).
- [9] DANTAS, Aleksandre Saraiva. **A formação inicial o professor para o uso das tecnologias de comunicação e informação.** Revista Holos. Natal: IFRN, 2005, p. 13-26.
- [10] DANTAS, Aleksandre Saraiva, SILVA, Antônio Robson Nogueira da, SILVA, Caionara Angélica da. **A escola pública como instrumento de inclusão digital.** In: Cadernos temáticos. N. 20, Brasília: Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica, mar./2008, p. 65-71.
- [11] GNU. Octave. Disponível em: <http://www.gnu.org/philosophy/free-sw.html>. Acesso em: 04 de abr. 2013.
- [12] GÓMEZ, Angel Pérez. O pensamento prático do professor: a formação do professor como profissional reflexivo. In: NÓVOA, António (Coord.). **Os professores e a sua formação.** Publicações Dom Quixote, Lisboa: Portugal, 1997. P. 93-114. (Temas de educação 1)

- [13] GRACIANI, Marcos. Longo caminho até 2022. In: **Amanhã**. Mar./2011. Disponível em: <http://www.amanha.com.br/home-internas/1546-longo-caminho-ate-2022>. Acesso em: 24/02/2013.
- [14] HOHENWARTER, Markus, HOHENWARTER, Judith. **Ajuda GeoGebra**: Manual oficial da versão 3.2. 2009. Disponível em: <http://www.GeoGebra.org>. Acesso em: 04 abr. 2013.
- [15] IEZZI, Gelson. **Fundamentos da Matemática elementar**: trigonometria. 8. ed. São Paulo: Atual Editora, 2004.
- [16] LÉVY, Pierre. **Cibercultura**. Trad. Carlos Irineu da Costa. São Paulo: Editora 34, 1999.
- [17] LOESCH, Claudio. A informática na Matemática. In: GAERTNER, Rosinete (Org.). **Tópicos de Matemática para o ensino médio**. Blumenau-SC: Edifurb, 2001, p. 23-38. Coleção Arithmos.
- [18] LOPES, Maria. Maroni. **Contribuições do software GeoGebra no ensino e aprendizagem de trigonometria**. XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática. Recife, 2011.
- [19] MACEDO, Roberto S. Métodos em etnopesquisa. In: MACEDO, Roberto S. **A etnopesquisa crítica e multirreferencial nas ciências humanas e na educação**. Salvador: EDUFBA, 2000.
- [20] MACHADO, Antônio dos Santos. Trigonometria e progressões. São Paulo: Atual Editora, 1991. (Matemática, temas e metas).
- [21] MAY, Tim. **Pesquisa social**: questões, métodos e processos. Porto Alegre-RS: ARTMED, 2004.
- [22] MERLO, Clinton André, ASSIS, Raquel Trindade de. **O uso da informática no ensino da Matemática**. Revista UNIJALES. Ed. 4, n. 4, ano V, 2010. Disponível em: <http://www.reuni.pro.br> . Acesso em: 26 fev. 2013.
- [23] OLIVEIRA, Francisco Canindé de. **Dificuldades no processo ensino aprendizagem de trigonometria por meio de atividades**. 74f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2006.
- [24] PRETTO, Nelson de. **Uma escola sem/com futuro**: educação e multimídia. Campinas: Papirus, 1996.
- [25] PERRENOUD, Philippe. **10 novas competências para ensinar**. Trad. Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000. Capítulo 8, Utilizar novas tecnologias.
- [26] SANTOS, Rosana dos, LORETO, Aline Brum, GONÇALVES, Juliano Lucas. **Avaliação de softwares matemáticos quanto a sua funcionalidade e tipo de**



**licença para uso em sala de aula.** Revista de ensino de ciências e Matemática. São Paulo, 2010, p. 47-65.

- [27] SANTOS, Adriano Augusto Addario dos, PENA, Eduardo Henrique Simões. **Aplicações do software GeoGebra ao ensino de trigonometria.** VIII Encontro Paraense de Educação Matemática. Belém, 2011. Disponível em: <http://www.sbempa.mat.br/Boletim/Anais/secoes%5CCC0406.pdf>. Acesso em: 22/03/2013.
- [28] SILVA, Neide de Melo Aguiar. A trigonometria ao longo da história. In: GAERTNER, Rosinete (Org.). **Tópicos de Matemática para o ensino médio.** Blumenau-SC: Edifurb, 2001, p. 131-145. Coleção Arithmos.
- [29] TAKAHASHI, Fábio. **Rendimento dos alunos de Matemática piora entre o 5º e o 9º ano.** Jornal Folha de São Paulo. Educação. 01 de abr. de 2013. Disponível em: <http://www1.folha.uol.com.br/educacao/1255223-rendimento-dos-alunos-de-matematica-piora-entre-o-5-e-o-9-ano.shtml> . Acesso em: 04 de abr. 2013.

## ANEXOS

## ANEXO A - Primeira avaliação sobre o uso do GeoGebra no ensino de trigonometria

Aluno (a):

Curso:

- 1) Em quais quadrantes a função *seno* apresenta valores positivos?
  - a) 1º e 2º    b) 1º e 3º    c) 1º e 4º    d) 2º e 3º    e) 2º e 4º
- 2) Em quais quadrantes a função *seno* é decrescente?
  - a) 1º e 2º    b) 1º e 3º    c) 1º e 4º    d) 2º e 3º    e) 2º e 4º
- 3) Se a imagem de  $f(x) = \text{sen } x$  é  $[-1, 1]$ , a imagem de  $f(x) = 2 \cdot \text{sen } x$  é:
  - a)  $[-1, 1]$     b)  $[-2, 2]$     c)  $[-1/2, 1/2]$     d)  $[0, 2]$     e)  $[-2, 0]$
- 4) Se o período de  $f(x) = \text{sen } x$  é  $2\pi$ , o período de  $f(x) = \text{sen } (2x)$  é:
  - a)  $2\pi$     b)  $4\pi$     c)  $\pi$     d)  $\pi/2$     e)  $-2\pi$
- 5) Em quais quadrantes a função *coosseno* apresenta valores negativos?
  - a) 1º e 2º    b) 1º e 3º    c) 1º e 4º    d) 2º e 3º    e) 2º e 4º
- 6) Em quais quadrantes a função *coosseno* é crescente?
  - a) 1º e 2º    b) 1º e 3º    c) 3º e 4º    d) 2º e 3º    e) 2º e 4º
- 7) Se a imagem de  $f(x) = \cos x$  é  $[-1, 1]$ , a imagem de  $f(x) = \frac{1}{2} \cdot \cos x$  é:
  - a)  $[-1, 1]$     b)  $[-2, 2]$     c)  $[-1/2, 1/2]$     d)  $[0, 2]$     e)  $[-2, 0]$
- 8) Se o período de  $f(x) = \cos x$  é  $2\pi$ , o período de  $f(x) = \cos (x/2)$  é:
  - a)  $2\pi$     b)  $4\pi$     c)  $\pi$     d)  $\pi/2$     e)  $-2\pi$
- 9) Use V para as afirmativas verdadeiras e F para as falsas.  
Dadas as funções  $f(x) = a \cdot \text{sen } (bx) + c$  e  $g(x) = a \cdot \cos (bx) + c$ , é correto afirmar que:
  - a) Modificações no parâmetro  $a$  alteram a amplitude da imagem de  $f(x)$  (    )
  - b) Modificações no parâmetro  $b$  alteram a amplitude da imagem de  $g(x)$  (    )
  - c) Modificações no parâmetro  $b$  modificam o período de  $g(x)$  (    )
  - d) Modificações no parâmetro  $c$  modificam o período da função  $f(x)$  (    )
  - e) Para  $c = 2$  o gráfico de  $g(x)$  se desloca 2 unidades para baixo (    )
- 10) Use V para as afirmativas verdadeiras e F para as falsas.  
No intervalo,  $0 \leq x \leq 2\pi$ , é correto afirmar que:
  - a) O gráfico da função  $\text{sen } x$  intercepta o eixo  $x$  quando  $x = 0, \pi, 2\pi$  (    )
  - b) O gráfico da função  $\cos x$  intercepta o eixo  $x$  quando  $x = 0, \pi/2$  e  $2\pi$  (    )
  - c)  $\text{Sen } x$  e  $\cos x$  tem sinais iguais no primeiro e no segundo quadrante (    )
  - d)  $\text{Sen } x$  e  $\cos x$  tem sinais iguais no primeiro e no terceiro quadrantes (    )

ANEXO B - Segunda avaliação sobre o uso do GeoGebra no ensino de trigonometria

Aluno (a):

Curso:

1) Em quais quadrantes a função *seno* apresenta valores negativos?

a) 1º e 2º   b) 1º e 3º   c) 3º e 4º   d) 2º e 3º   e) 2º e 4º

2) Em quais quadrantes a função *seno* é crescente?

a) 1º e 2º   b) 1º e 3º   c) 1º e 4º   d) 2º e 3º   e) 2º e 4º

3) Se a imagem de  $f(x) = \text{sen } x$  é  $[-1, 1]$ , a imagem de  $f(x) = 3 \cdot \text{sen } x$  é:

a)  $[-1, 1]$    b)  $[-3, 3]$    c)  $[-1/3, 1/3]$    d)  $[0, 3]$    e)  $[-3, 0]$

4) Se o período de  $f(x) = \text{sen } x$  é  $2\pi$ , o período de  $f(x) = \text{sen } (4x)$  é:

a)  $2\pi$    b)  $4\pi$    c)  $\pi$    d)  $\pi/2$    e)  $-2\pi$

5) Em quais quadrantes a função *coosseno* apresenta valores positivos?

a) 1º e 2º   b) 1º e 3º   c) 1º e 4º   d) 2º e 3º   e) 3º e 4º

6) Em quais quadrantes a função *coosseno* é decrescente?

a) 1º e 2º   b) 1º e 3º   c) 3º e 4º   d) 2º e 3º   e) 2º e 4º

7) Se a imagem de  $f(x) = \cos x$  é  $[-1, 1]$ , a imagem de  $f(x) = \frac{1}{3} \cdot \cos x$  é:

a)  $[-1, 1]$    b)  $[-3, 3]$    c)  $[-1/3, 1/3]$    d)  $[0, 3]$    e)  $[-3, 0]$

8) Se o período de  $f(x) = \cos x$  é  $2\pi$ , o período de  $f(x) = \cos (x/4)$  é:

a)  $2\pi$    b)  $4\pi$    c)  $\pi$    d)  $\pi/2$    e)  $8\pi$

9) Use V para as afirmativas verdadeiras e F para as falsas.

Dadas as funções  $f(x) = a \cdot \text{sen } (bx) + c$  e  $g(x) = a \cdot \cos (bx) + c$ , é correto afirmar que:

a) Modificações no parâmetro  $b$  alteram a amplitude da imagem de  $f(x)$  (   )

b) Modificações no parâmetro  $a$  alteram a amplitude da imagem de  $g(x)$  (   )

c) Modificações no parâmetro  $b$  modificam o período de  $g(x)$  (   )

d) Modificações no parâmetro  $c$  modificam o período da função  $f(x)$  (   )

e) Para  $c = 2$  o gráfico de  $g(x)$  se desloca 2 unidades para cima (   )

10) Use V para as afirmativas verdadeiras e F para as falsas.

No intervalo,  $0 \leq x \leq 2\pi$ , é correto afirmar que:

a) O gráfico da função  $\text{sen } x$  intercepta o eixo  $x$  quando  $x = 0, \pi/2, 2\pi$  (   )

b) O gráfico da função  $\cos x$  intercepta o eixo  $x$  quando  $x = \pi/2$  e  $3\pi/2$  (   )

c)  $\text{Sen } x$  e  $\cos x$  tem sinais iguais no primeiro e no quarto quadrantes (   )

d)  $\text{Sen } x$  e  $\cos x$  tem sinais iguais no primeiro e no terceiro quadrantes (   )

## ANEXO C - Entrevista sobre o uso do GeoGebra

Aluno (a):

Curso:

1) No estudo das funções *seno* e *coosseno*, o uso do GeoGebra facilitou a compreensão de aspectos como:

- a) O crescimento e decrescimento da função? SIM ( ) NÃO ( )
- b) O comportamento do gráfico da função? SIM ( ) NÃO ( )
- c) Os quadrantes onde os valores da imagem da função são positivos ou negativos? SIM ( ) NÃO ( )
- d) A determinação do período da função? SIM ( ) NÃO ( )
- e) A determinação da imagem da função? SIM ( ) NÃO ( )
- f) A influência dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  no comportamento da imagem e do período das funções  $f(x) = a \cdot \text{sen}(bx) + c$  e  $g(x) = a \cdot \text{cos}(bx) + c$ ? SIM ( ) NÃO ( )

2) A possibilidade de interagir diretamente com o GeoGebra contribuiu para a compreensão dos conceitos abordados na aula? SIM ( ) NÃO ( ).

Justifique sua resposta:

3) Como você avalia o nível de dificuldade na utilização do GeoGebra na atividade desenvolvida com as funções *seno* e *coosseno*?

- a) Muito Fácil (8,1 – 10) ( )
- b) Fácil (6,1 – 8) ( )
- c) Razoavelmente difícil (4,1 – 6) ( )
- d) Difícil (2,1 – 4) ( )
- e) Muito difícil (0 – 2) ( )

Justifique sua resposta:

4) Como você avalia a importância da utilização de softwares como o GeoGebra no ensino de Matemática?

- a) Muito importante (8,1 – 10) ( )
- b) Importante (6,1 – 8) ( )
- c) Razoavelmente importante (4,1 – 6) ( )
- d) Pouco importante (2,1 – 4) ( )
- e) Nenhuma importância (0 – 2,1) ( )

Justifique sua resposta:

ANEXO D - Tutorial – Funções *seno* e *coseno* no ciclo, com o uso do GeoGebra

- 1) Clicar no sexto ícone e escolher “círculo dados centro e um de seus pontos”. Clicar no centro do plano cartesiano e clicar no raio igual a 1;
- 2) Clicar no terceiro ícone e escolher “reta definida por dois pontos”. Clicar no centro e na circunferência;
- 3) Clicar no oitavo ícone “ângulo”. Clicar no eixo x e na reta;
- 4) Clicar no quarto ícone e escolher “reta perpendicular”. Clicar no eixo x e no ponto de interseção com a circunferência. Clicar no eixo y e no ponto de interseção com a circunferência;
- 5) Clicar no segundo ícone e escolher “interseção de dois objetos”. Clicar nos eixos e nas retas que foram criadas;
- 6) Clicar no terceiro ícone e escolher “vetor definido por dois pontos”. Clicar no centro da circunferência e no ponto de interseção da perpendicular com o eixo y. Clicar no centro da circunferência e no ponto de interseção da perpendicular com o eixo x;
- 7) Clicar no terceiro ícone e escolher “segmento definido por dois pontos”. Clicar no centro e no ponto de interseção com a circunferência. Clicar no ponto de interseção da perpendicular com o eixo x e no ponto de interseção com a circunferência. Clicar no ponto de interseção da perpendicular com o eixo y e no ponto de interseção com a circunferência;
- 8) Clicar no décimo segundo ícone (último) e escolher “exibir/esconder objeto”. Clicar em todas as retas. Clicar no primeiro ícone;
- 9) Clicar no sexto ícone e escolher “arco circular dados centro e dois pontos”. Clicar no centro e nos pontos que determinam o arco;
- 10) Clicar com o lado direito do mouse sobre o arco. Escolher “propriedades”. Escolher “cor verde”. Clicar em “estilo” e aumentar a espessura da linha.
- 11) Clicar nos vetores com o lado direito do mouse. Propriedades. Cor (vermelho e azul). Estilo. Aumentar a espessura da linha;
- 12) Para determinar o valor do *seno* e do *coseno* em cada momento, clicar com o lado direito do mouse sobre os pontos. Propriedades. Básico. Exibir rótulo. Caixa de seleção. Valor. Fechar;
- 13) Clicar com o lado direito do mouse sobre a extremidade do arco. Clicar em animar.