UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS
CÂMPUS PROF. DR. SÉRGIO JACINTHO LEONOR - ARRAIAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

GIOVANA MADALENA MICHELS HERINGER

LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA: DO PROJETO ÀS PRIMEIRAS ATIVIDADES

ARRAIAS – TO
2020

GIOVANA MADALENA MICHELS HERINGER

LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA: DO PROJETO ÀS PRIMEIRAS ATIVIDADES

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Kaled Sulaiman Khidir.

ARRAIAS – TO
2020

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins

H546l Heringer, Giovana Madalena Michels.
Laboratório de Ensino de Matemática: do projeto às primeiras atividades.. / Giovana Madalena Michels Heringer. – Arraias, TO, 2020.
115 f.

Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Arraias - Curso de Pós-Graduação (Mestrado) Profissional em Matemática, 2020.

Orientador: Kaled Sulaiman Khidir

1. Laboratório de Ensino de Matemática. 2. Ensino do Plano Cartesiano. 3. Ensino de Matemática no Ensino Médio. 4. Material Didático e Ludicidade. I. Título

CDD 510

GIOVANA MADALENA MICHELS HERINGER

LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA: DO PROJETO ÀS PRIMEIRAS ATIVIDADES

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede (ProfMat) da Universidade Federal do Tocantins (UFT), como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Data de Aprovação: 14/02/2020

BANCA EXAMINADORA:

Dr. Kaled Sulaiman Khidir – UFT/Matemática
Orientador

Dra. Regina da Silva Pina Neves – MAT/UNB
Examinadora

Dra. Alcione Marques Fernandes – UFT/Matemática
Examinadora

Brasília - DF
2020

Dedico este trabalho aos meus filhos Victor Hugo e Marco Antônio que com muito amor e paciência suportaram minha ausência durante a realização deste sonho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, o maior Mestre, criador de todo Universo, pois sem Ele nada faz sentido.

Ao meu orientador, professor Dr. Kaled Sulaiman Khidir, minha eterna gratidão. Sua paciência e dedicação incansável contribuíram de forma significativa para este trabalho;

A meu esposo, Luís Eduardo P. Heringer, que nas dificuldades me fortaleceu e fez perceber que o futuro é feito a partir da constante dedicação no presente;

Aos meus pais, José Raymundo Michels (mais do que em memória) e minha mãe Maria Cladizélia Michels, heroína na história de vida e um exemplo a ser seguido, que com paciência e compreensão esperou por três anos para que eu a visitasse novamente;

A minha sogra, segunda mãe, Anilda Prante Heringer, que me deu apoio e incentivo nas horas difíceis, de desânimo e cansaço;

A minha irmã, Cleonice Regina Michels, que fez parte de minha formação como pessoa, sempre incentivou e apoiou a escolha pelo magistério e toda vida profissional;

A minha cunhada, Simone Heringer, irmã do coração, pelo incentivo e apoio incondicional;

Ao CEMAC, direção e administração que permitiram ausências em formações continuadas e conselhos de classe e ao corpo docente que apoiou no sentido de cuidar e orientar meus filhos quando não pude estar presente.

A Drª. Maria Angélica que compreendeu e apoiou nos momentos de dificuldade, e sempre incentivou os estudos e a construção do LEMA.

Aos meus amigos de curso, que tanto ajudaram no decorrer dos últimos dois anos, em especial ao companheiro de viagens Valdemiro, um irmão que Deus colocou em minha vida, cujo apoio e amizade estiveram sempre presentes;

À UFT, seu corpo docente, direção e administração que ofereceu a oportunidade de vislumbrar outro horizonte;

Enfim, a todos que contribuíram direta ou indiretamente para realização deste trabalho, o meu sincero agradecimento.

RESUMO

O presente texto versa sobre resultados de uma pesquisa que teve como objetivo analisar atividades do ensino de Matemática, com uso de materiais didáticos do Laboratório de Ensino de Matemática (LEMA), como recurso metodológico para o ensino do Plano Cartesiano para alunos da 1ª série do Ensino Médio de uma escola do oeste da Bahia. Para tanto, investigamos o processo de concepção e implantação de um LEMA, e o desenvolvimento de atividades de ensino para uma classe da 1ª série do Ensino Médio de uma escola do oeste baiano. A pesquisa é de caráter qualitativa, pois este tipo de investigação permite subsidiar os procedimentos e informações buscando compreender o comportamento do educando, estudando as suas particularidades e experiências individuais, focalizando no problema em estudo. A metodologia adotada foi a pesquisa-ação, na qual o pesquisador é participante da pesquisa e permite qualificar a sua prática através de uma intervenção. Para o desenvolvimento da pesquisa, elaboramos e executamos um Plano de Ação, dividido em cinco atividades nas quais foram trabalhadas metodologias envolvendo resolução de problemas, materiais didáticos, História da Matemática e computador utilizando o uso de software como recursos didático para o ensino do Plano Cartesiano. Como referencial teórico nos embasamos em Lorenzato (2009), Luckesi (2014), Mendes (2009), Smole; Diniz; Milani (2007), Rêgo; Rêgo (2009). Os resultados preliminares permitem inferir que a utilização de diferentes recursos didático-metodológicos no ensino promoveram atribuição de sentido aos conteúdos trabalhados para os alunos e uma reorientação na prática da professora-pesquisadora. O ensino tornou-se mais lento inicialmente, contudo na sequência dos conteúdos didáticos, houve uma compensação no tempo e principalmente na qualidade, pois o ritmo de compreensão se deu de forma mais acelerada devido as habilidades adquiridas.

Palavras-chave: Laboratório de Ensino de Matemática; Ensino do Plano Cartesiano; Ensino de Matemática no Ensino Médio; Material Didático; Ludicidade.

ABSTRACT

This text deals with the results of a research that aimed to analyze teaching activities in Mathematics, using teaching materials from the Mathematics Teaching Laboratory (LEMA), as a methodological resource for teaching the Cartesian Plan for students in the 1st grade of the High school in a school in western Bahia. To this end, we investigated the process of designing and implementing a LEMA, and the development of teaching activities for a 1st grade high school class of a western Bahian school. The research is qualitative in nature, because this type of research allows to support the procedures and information seeking to understand the behavior of the student, studying their particularities and individual experiences, focusing on the problem in Study. The methodology adopted was action research, where the researcher is a participant in the research and allows to qualify his practice through an intervention. As a development of the research, we elaborated and developed an Action Plan divided into five activities where methodologies involving problem solving, teaching materials, History of Mathematics and computer using software as teaching resources for the teaching of the Cartesian Plan. As a theoretical framework we were based in Lorenzato (2009), Luckesi (2014), Mendes (2009), Smole; Diniz; Milani (2007), Rêgo; Rêgo (2009). The preliminary results allow us to infer that the use of different didactic-methodological resources in teaching promoted meaning attribution to the contents worked for students and a re-orientation in the practice of the teacher-researcher. Teaching became slower initially, however following didactic contents, there was compensation in time and especially in quality, because the pace of understanding occurred more rapidly due to the acquired understanding.

Keywords: Mathematics Teaching Laboratory; Teaching the Cartesian Plan; Mathematics Teaching in High School; Didactic Material; Ludicity.

LISTA DE ILUSTRAÇÃO

LISTA DE TABELAS E QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) já tem se constituído espaço importante de aprendizagem. Cursos de formação de professores e escolas de Educação Básica tem concebido e implementado esses Laboratórios como instrumento importantes para professores de Matemática.

Neste trabalho, apresentamos, descrevemos e analisamos o processo de concepção e implantação do Laboratório de Ensino de Matemática (LEMA) no Centro Educacional Maria Cardoso Ferreira (CEMAC) e a utilização de recursos didático-metodológicos deste Laboratório para o ensino de Plano Cartesiano para alunos da 1ª série do Ensino Médio do referido Centro.

Optamos por resguardar a identidade dos alunos, omitindo seus nomes, contudo, há um documento assinado pela dirigente da unidade escolar autorizando o uso do nome da escola, seu endereço e a localidade. Documento este que encontra-se de posse da pesquisadora.

Para mostrar a importância da implantação do LEMA, descrevemos os motivos ao delimitar o objeto de investigação. O primeiro motivo é o comprometimento com relação a uma causa educativa e o segundo, e não menos importante, é a oportunidade que surgiu por ocasião de uma situação vivenciada no ambiente da sala de aula, onde a pesquisadora é também a professora regente.

Temos como objetivo geral, analisar atividades do ensino de Matemática, com uso de materiais didáticos do Laboratório de Ensino de Matemática (LEMA), como recurso metodológico para o ensino do Plano Cartesiano para alunos da 1ª série do Ensino Médio de uma escola do oeste da Bahia. Para alcançá-lo, estabelecemos como objetivos específicos: Conceber o Laboratório de Ensino de Matemática (LEMA) no CEMAC; elaborar e desenvolver atividades para o ensino do Plano Cartesiano fazendo uso de materiais didáticos do LEMA como recursos metodológicos na 1ª série do Ensino Médio; e analisar os resultados das atividades para o ensino do Plano Cartesiano desenvolvidas com uso de materiais didáticos do LEMA na 1ª série do Ensino Médio do CEMAC.

Com relação às questões da pesquisa, queremos saber: Como conceber e implantar um Laboratório de Ensino de Matemática (LEMA)? Como desenvolver atividades para o ensino do Plano Cartesiano utilizando recursos didático-metodológicos do LEMA?

A melhoria do processo de ensino é um dos maiores desafios para os educadores. Tornar as aulas mais instigantes e atraentes, com o uso de material didático (MD) e material com potencial lúdico em atividades manipulativas e visuais, tem sido objeto de estudo de muitos pesquisadores do campo da Educação Matemática. No segundo capítulo trazemos os conceitos teóricos das obras de Lorenzato (2009), Luckesi (2014), Mendes (2009), Smole; Diniz; Milani (2007), Rêgo; Rêgo (2009) para subsidiar as análises desta pesquisa.

O caminhar da pesquisa se deu em uma sala da 1ª série do Ensino Médio do Centro Educacional Maria Cardoso Ferreira (CEMAC). Os procedimentos metodológicos da investigação e o tipo de pesquisa estão no terceiro capítulo. A pesquisa qualitativa orientou a pesquisadora com relação ao caminho mais conveniente a ser seguido e por ser a pesquisadora uma parte integrante no ambiente a ser estudado, trabalhou-se a pesquisa-ação por trilharem juntas a prática investigativa, prática reflexiva e a prática educativa.

No quarto capítulo, apresentamos as atividades planejadas e desenvolvidas para o ensino do Plano Cartesiano e analisamos os resultados à luz do referencial teórico. Por fim apresentamos as considerações finais acerca dos trabalhos desenvolvidos com um olhar voltado para um novo horizonte, buscando uma prática que torne o aprendizado mais significativo.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Muitos educadores relatam sobre a importância e a necessidade da presença do Laboratório de Ensino de Matemática – LEM nas instituições de ensino que desejam oferecer uma formação de qualidade aos seus alunos. Lorenzato (2009) relata que Comenius, em 1650, escreveu que o aprendizado deveria iniciar pelos sentidos, ocorrer do concreto ao abstrato, pois só se aprende fazendo. Em 1680, John Locke, filósofo inglês, sustentava que "*nada há no entendimento que previamente não tenha estado nos sentidos*", falava sobre a necessidade da experiência sensível para alcançar o conhecimento. Rousseau, aproximadamente um século depois, condenava os métodos utilizados até ali, por se basearem na memorização e repetição de conteúdos e indicava a experiência direta sobre os objetos em respeito ao desenvolvimento físico e cognitivo da criança. Por volta de 1800, Pestalozzi e Froebel também reconheceram que o ensino deveria começar pelo concreto, as brincadeiras são os primeiros recursos no caminho da aprendizagem, um modo de criar representações do mundo concreto com a finalidade de entendê-lo. Herbart, na mesma época, foi o precursor da Psicologia Experimental e defende que cada um só aprende, aquilo que experimenta. Por volta de 1900, Dewey afirmava o pensamento de Comenius e apresentava sua concepção de educação progressiva centralizada no desenvolvimento da aprendizagem pela experiência e vivência do saber. Henri Poincaré recomendava o uso de imagens vivas para clarear verdades matemáticas.

Para Lorenzato (2009) a teoria de Piaget defende o convívio coletivo, pois a troca de informações favorece o pensamento reverso, a reciprocidade e a mutualidade no tratamento recíproco e deixa claro que o conhecimento se dá pela ação refletida sobre objeto. Vygotsky e Bruner concordaram que as experiências no mundo real constituem o caminho para a criança construir seu raciocínio. De modo recente Montessori contribuiu com inúmeros exemplos de materiais didáticos e atividades de ensino, pois defendia que o caminho do intelecto passa pelas mãos, porque é por meio do movimento e do toque que as crianças exploram e decodificam o mundo ao seu redor. Há ainda pensadores e educadores como Claparède e Freinet que recomendam brincadeiras, jogos e espaços temáticos na sala de aula e muitos outros que reconhecem a eficácia do material didático na aprendizagem.

Lorenzato (2009) destaca que Manoel Jairo Bezerra, Júlio Cézar de Mello e Souza, o Malba Tahan, entre outros brasileiros contribuíram muito na divulgação do uso de material didático no apoio às aulas de matemática. Arquimedes, matemático, físico, engenheiro, inventor e astrônomo grego, percebeu a influência do ver e do fazer na aprendizagem, evidenciando isso quando escreveu a Eratóstenes "é meu dever comunicar-te particularidades de certo método que poderás utilizar para descobrir, mediante a mecânica, determinadas verdades matemáticas [...] as quais eu pude demonstrar, depois, pela Geometria" (NICOLET, 1967, apud LORENZATO, 2009, p.5). Revelou, assim, suas descobertas matemáticas e confirmou a importância de imagens e de objetos no caminho para construir novos saberes. Enfim, não faltam argumentos favoráveis para que as escolas possuam laboratórios de ensino dotados de objetos, imagens e materiais didáticos a serem utilizados nas aulas como facilitadores da aprendizagem.

É estabelecido a todos profissionais que tenham um ambiente próprio para desenvolverem suas atividades, pois o bom desempenho de um profissional depende, além dos instrumentos, do ambiente, o que não é diferente com o profissional/educador de matemática, tornando o LEM indispensável em uma escola.

Segundo Lorenzato (2009, p.6)

> LEM é um local da escola reservado preferencialmente não só para aulas regulares de matemática, mas também para tirar dúvidas de alunos; para os professores de matemática planejarem suas atividades, seja elas aulas, exposições, olimpíadas, avaliações, entre outras, discutirem seus projetos tendências e inovações; um local para criação e desenvolvimento de atividades experimentais, inclusive de produção de materiais instrucionais que possam facilitar o aprimoramento da prática pedagógica.

O LEM deve ser mais que um local para guardar materiais, deve ser um espaço para auxiliar situações previstas no planejamento do professor e imprevistas na prática, devido aos questionamentos dos alunos durante as aulas.

Nessa concepção

> LEM é uma sala ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender (LORENZATO, 2009, p.7).

Para tornar a aprendizagem compreensiva e agradável para o aluno, bem como altamente gratificante para o professor, este deve possuir uma boa formação matemática e pedagógica, e ter conhecimento de metodologias de ensino e psicologia em matemática, deve acreditar, porque é necessário crer naquilo que se deseja fazer e engenhosidade, porque o professor deve possuir uma boa dose de criatividade para orientar os alunos e torná-los estudantes e aprendizes.

Para Lorenzato (2009) a participação de professores de todas as áreas, de administradores e de diferentes segmentos da escola irá garantir o sucesso da implantação do LEM, e a contribuição dos alunos é de fundamental importância para o processo educacional deles, pois é fazendo que se aprende, aqui cabe o antigo provérbio chinês, que diz: ”se ouço, esqueço; se vejo, lembro; se faço, compreendo”. Mas para que tudo isso aconteça é preciso que os professores reconheçam a necessidade e a importância da construção do LEM e acreditem na busca por uma melhor qualidade de ensino que permita elaborar e estruturar procedimentos metodológicos úteis, tornando eficaz a prática docente e a compreensão dos conteúdos matemáticos pelos estudantes.

Segundo Lorenzato (2009, p.9)

> é também fundamental considerar a quem ele se destina; se o LEM se destina a crianças de educação infantil, os materiais devem estar fortemente centrados para apoiar o desenvolvimento delas no que se refere aos processos mentais básicos – correspondência, comparação, classificação, sequenciação, seriação, inclusão e conservação -, que são essenciais para a formação do conceito de número; além desses materiais, o LEM deve possuir aqueles que poderão favorecer a percepção espacial (formas, tamanhos, posições, por exemplo) e a noção de distância para a construção do conceito de medida.
> Se o LEM se destina às quatro primeiras séries iniciais do ensino fundamental, o apelo ao tátil e visual ainda deve manter-se forte, mas os materiais devem visar mais diretamente à ampliação de conceitos, à descoberta de propriedades, à percepção da necessidade do emprego de termos ou símbolos, à compreensão de algoritmos, enfim aos objetivos matemáticos.
> Essa característica deve continuar presente no LEM para as séries seguintes do ensino fundamental, mas agora também devem compor o LEM aqueles materiais que desafiam o raciocínio lógico-dedutivo (paradoxos, ilusões de ótica) nos campos aritmético, geométrico, algébrico, trigonométrico, estatístico.
> Ao LEM do ensino médio, podem ser acrescidos artigos de jornais ou revistas, problemas de aplicação da matemática, questões de vestibulares, desafios ao raciocínio topológico ou combinatório, entre outros. E também várias questões ou situações-problema referentes a temas já abordados no ensino fundamental, mas que agora demandam uma análise e interpretação mais aprofundadas por parte dos alunos.

E complementa

> E o que dizer do LEM para os cursos de formação de professores? Que ele é, simplesmente, mais que necessário para as instituições de ensino que oferecem tais cursos. É inconcebível que, em suas aulas, os professores desses cursos realcem a necessidade de autoconstrução do saber, a importância dos métodos ativos de aprendizagem, o significado dos sentidos para a aprendizagem, o respeito às diferenças individuais, mas, na prática de ensino e no estágio supervisionado, os seus alunos não disponham de instrumentos para a realização da prática pedagógica (LORENZATO 2009, p.9).

Desta forma não faltam argumentos para a implantação do LEM em instituições responsáveis pela formação de alunos desde a Educação Básica até o Ensino Superior, pois o laboratório é um ambiente favorável para estimular no aluno o prazer em estudar matemática, a constante busca de soluções e a autoconfiança para aprender e fazer matemática. Contribui na formulação de conceitos, procedimentos e aptidões matemáticas, instigando o espírito investigativo na busca de relações, propriedades e regularidades. Este deve ser local da escola onde se vive matemática todo tempo e assim um ambiente permanente de busca e descoberta.

Segundo Lorenzato (2009) o Laboratório de Ensino de Matemática é um ambiente privilegiado no processo de ensino e aprendizagem, que trabalhado adequadamente, pode promover melhoras importantes e significativas na aprendizagem dos alunos, mas na prática escolar é muitas vezes contestado por muitos professores, encontrando limitações didáticas e prejulgando com questões referentes aos materiais caros, exigindo boa formação do professor, fazendo mau uso, ou seja, "uso pelo uso", cabendo aqui uma analogia: "dize-me como usas o LEM e eu saberei que tipo de professor és", alguns ainda contestam por não poder ser aplicado a todos os assuntos, por não poder ser usado em classes numerosas, por exigir do professor mais tempo para ensinar, exigindo uma conduta diferente da aula tradicional. Enfim, o LEM pode causar uma mudança de comportamento nos alunos, pois efetivamente trabalham mais do que quando apenas assistem à explanação do professor.

2.1 Material Didático (MD)

De acordo com Lorenzato (2009) há uma infinidade de Materiais Didáticos (MD) para serem trabalhados, desde um pedaço de giz, um livro, um jogo, ou seja, qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem, interferindo no rendimento escolar do aluno e o professor pode fazer uso do MD para apresentar um assunto, para motivar os alunos, auxiliando na memorização dos resultados, embora não seja garantia de um bom ensino, nem de uma aprendizagem significativa e jamais substitui um professor, por não ultrapassar a categoria de meio auxiliar de ensino.

Segundo Smole; Diniz; Milani (2007)

> Com relação ao trabalho com a matemática, temos defendido a ideia de que há um ambiente a ser criado na sala de aula que se caracterize pela proposição, pela investigação e pela exploração de diferentes situações-problema por parte dos alunos. Também temos afirmado que a interação entre os alunos, a socialização de procedimentos encontrados para solucionar uma questão e a troca de informações são elementos indispensáveis em uma proposta que visa a uma melhor aprendizagem significativa da matemática. Em nossa opinião, o jogo é uma das formas mais adequadas para que a socialização ocorra e permita aprendizagens (SMOLE; DINIZ; MILANI, 2007, p.11).

A realização de atividades em si não garante a aprendizagem, é necessário também a atividade mental, pois o MD pode ser um aliado para o aluno construir seu saber matemático. Alguns são estáticos, não possibilitam modificações, somente observação. Existem os dinâmicos que permitem contínuas transformações e assim uma maior participação do aluno, facilitando a realização da redescoberta, a percepção de propriedades e uma efetiva aprendizagem.

Mendes (2009) aborda tendências metodológicas mencionando atribuições para solução de algumas dificuldades encontradas pelos educadores matemáticos em suas práticas, aponta possibilidades de uso de cada uma delas, de acordo com a necessidade do processo ensino-aprendizagem. As tendências mencionadas são: materiais concretos, modelagem matemática, etnomatemática, mídias tecnológicas, história da matemática, investigação matemática e resolução de problemas.

Neste trabalho, trabalharemos com materiais concretos, mídias tecnológicas, história da matemática e resolução de problemas no desenvolvimento das atividades propostas e desenvolvidas em nosso Plano de Ação que apresentamos no quarto capítulo.

O uso de materiais concretos no ensino da Matemática contribui para a realização de intervenções do professor na sala de aula. Materiais manipulativos e concretos configuram uma das possibilidades de recursos criando elo entre teoria e prática. Mesclar o experimental com o abstrato promove aprendizagem significativa, estimula o cálculo mental, a dedução de estratégias, o domínio das operações fundamentais, a construção de conceitos e o desenvolvimento do raciocínio lógico.

Segundo Mendes (2009),

> É importante, entretanto, que o professor perceba a necessidade de relacionar as atividades manipulativas com as operações matemáticas realizadas no caderno de cada aluno, pois o material concreto faz parte desse processo cognitivo de produção matemática, mas não se encerra com isso. Isso porque a aprendizagem é um processo progressivo que não se esgota na manipulação de modelos físicos, mas nas relações

> manipulativo-simbólicas e abstrativas estabelecidas em cada atividade (MENDES, 2009, p. 26).

Nesse sentido, ao utilizar os materiais com potencial lúdico e concretos nas aulas, o professor pode observar nos alunos suas habilidades, suas competências e fragilidades. Assim, o aluno será avaliado como um todo tornando o processo de ensino-aprendizagem mais eficaz.

Os conceitos evoluem com o processo de abstração, o que ocorre pela separação mental das propriedades próprias dos objetos e esse processo inicia com o apoio dos nossos sentidos porque é preciso partir do concreto para se chegar ao abstrato. O concreto pode ter duas interpretações: a palpável, manipulável e outra, mais ampla, inclui também as imagens gráficas. Segundo Lorenzato (2009, p. 23) "para se conseguir o rigor matemático, com seus vocábulos, expressões, símbolos e raciocínios, é preciso começar pelo conhecimento dos alunos, que é um ponto distante e oposto ao rigor matemático, porque é empírico e baseado no concreto".

Lorenzato (2009) afirma que a atuação do professor é um fator decisivo para o sucesso ou o fracasso escolar, pois para que os alunos aprendam efetivamente não é suficiente que a escola e/ou o professor disponha de um LEM, é necessário que o professor saiba utilizar corretamente os MDs, pois estes exigem conhecimento específico por parte de quem os utiliza e a eficiência depende mais do professor do que do próprio MD o que mostra a importância da utilização correta para o desenvolvimento cognitivo efetivo do aluno.

A maneira como o professor utiliza o MD depende de sua percepção a respeito da matemática e do ofício de ensinar. Para Lorenzato (2009) um professor que concebe a matemática como um conjunto de proposições dedutíveis, amparadas por definições, tendo como consequência regras e fórmulas utilizadas para resolver exercícios, definitivamente pode se apropriar apenas do uso do quadro para demonstrar ou provar aos alunos e terminar a aula com exercícios para memorização dessa propriedade.

De fato,

> Para muitos de nós, a matemática foi ensinada assim e, por isso, não conseguimos admirar a beleza e harmonia dela, nem ver nela um essencial instrumento para cotidianamente ser colocado a nosso serviço. Para o aluno, mais importante que conhecer essas verdades matemáticas, é obter a alegria da descoberta, a percepção da sua competência, a melhoria da autoimagem, a certeza de que vale a pena procurar soluções e fazer constatações, a satisfação de sucesso, e compreender que a matemática, longe de ser um bicho-papão, é um campo de saber onde ele, aluno, pode navegar (LORENZATO, 2009, p. 25).

O primeiro contato do aluno com o MD deve ser concretizado com um tempo que possibilite a livre exploração, através da exploração, possibilitando, com ou sem a assistência do professor, a busca e a descoberta de novos conhecimentos. É importante que os alunos realizem a verbalização dos pensamentos, notificando suas ideias, entendimentos, atos e conclusões, cabendo ao professor avaliar o que os alunos aprenderam de fato, pois a socialização das estratégias, processos, desacertos e conclusões é importante para sua formação. Após a verbalização é recomendável que registrem as atividades realizadas por eles, sejam elas concretas ou abstratas.

Segundo Lorenzato (2009, p.29)

> O uso do MD planejado para atingir um determinado objetivo, frequentemente, possibilita ao aluno a realização de observações, constatações, descobertas e até mesmo o levantamento de hipóteses e a elaboração e testagem de estratégias que, às vezes, não estavam previstas no planejamento nem eram do conhecimento do professor. E ainda afirma, é preciso reconhecer que essa dificuldade vem no intuito de melhorar a qualidade do processo de ensino-aprendizagem.

Corroborando com esta ideia, Mendes (2009) afirma que,

> A observação antecede às definições e demonstrações. O professor trabalha no sentido de aprimorar conceitos, perceber propriedades a serem exploradas, usar linguagem adequada, estabelecer relações conceituais. Após realizadas as atividades e a partir das discussões sobre os conceitos geométricos se formarão a estrutura cognitiva dos alunos favorecendo a sua abstração (MENDES, 2009, p. 27).

Desta forma o MD pode ser um facilitador para o aluno, possibilitando um ritmo próprio por ser um eficiente regulador do ritmo de ensino, ao mesmo tempo que pode ser um complicador para o professor, ou melhor, pode “atrasar o programa”, tornando o ensino mais lento inicialmente, e essa é uma das críticas mais frequentes do seu uso. Mas em seguida haverá uma recompensa em quantidade e principalmente em qualidade, pois devido a compreensão adquirida pelo aluno o seu ritmo de compreensão se dará de forma mais acelerada. Para Lorenzato (2009),

> [...] é uma questão de opção: valorizar mais o ensino ou a aprendizagem, dar o programa ou aprender com compreensão, lembrando que, se não há aprendizagem, não podemos considerar que houve ensino, e mais: o professor pode acelerar o ritmo das atividades dos alunos apresentando questões que os auxiliem em suas reflexões, fazendo acontecer a chamada descoberta dirigida. Portanto, é possível interferir no ritmo dos alunos (LORENZATO, 2009, p.31).

Segundo Lorenzato (2009), outro obstáculo, referente ao uso do MD, é quanto ao avanço das tecnologias, como o uso do computador, tornando o MD obsoleto, mas ao contrário do que se pensa, o MD funciona como um pré-requisito para o uso do computador que é somente um apoio visual, por ser manipulável. De modo geral, podemos entender que as críticas quanto ao uso do MD são inerentes a ele, pois a própria política educacional não orienta os educadores ao uso do MD e muitos professores nem sentem sua ausência em suas práticas pedagógicas, ou não dispõem, ou não acreditam nas influências positivas, ou, ainda, não sabem utilizar corretamente. Somam-se à esses os que resistem às mudanças didáticas e também os que opinam contra o uso sem conhecer ou sem experimentar o MD.

Lorenzato afirma ainda que,

> Se for verdadeiro que “ninguém ama o que não conhece”, então fica explicado porque tantos alunos não gostam da matemática, pois, se a eles não foi dado conhecer a matemática, como podem vir a admirá-la? No entanto, com o auxílio de MD, o professor pode, se empregá-lo corretamente, conseguir uma aprendizagem com compreensão, que tenha significado para o aluno, diminuindo, assim, o risco de serem criadas ou reforçadas falsas crenças referentes à matemática, como a de ser ela uma disciplina “só para poucos privilegiados”, “pronta”, “muito difícil”, e outras semelhantes (LORENZATO, 2009, p. 34) grifos do autor.

Neste bojo, o Laboratório de Ensino de Matemática – LEM, constitui-se um espaço de experimentação muito importante para o aluno na escola, mas especialmente para o professor que tem a oportunidade de avaliar na prática, sem pressão do espaço tradicional e formal da sala de aula.

Segundo Rêgo; Rêgo (2009, p.42) “A aprendizagem pela compreensão é um processo pessoal e único que acontece no interior do indivíduo, embora relacionado a fatores externos, exigindo do raciocínio o que quase sempre é deixado apenas como tarefa para a memória”. E complementam ainda que,

> Nessa concepção de aprendizagem, o material concreto tem fundamental importância pois, a partir de sua utilização adequada, os alunos ampliam sua concepção sobre o que é, como, e para que aprender matemática, vencendo os mitos e os conceitos negativos, favorecendo a aprendizagem pela formação de ideias ou modelos (RÊGO; RÊGO, 2009, p.43).

Para Rêgo; Rêgo (2009) a utilização de todo e qualquer recurso didático exige cuidados básicos por parte do professor, entre os quais destaca:

> i) dar tempo para que os alunos conheçam o material (inicialmente que os alunos o explorem livremente);
> ii) incentivar a comunicação e troca de ideias, além de discutir com a turma os diferentes processos, resultados e estratégias envolvidos;
> iii) mediar, sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades por meio de perguntas ou da indicação de materiais de apoio, solicitando o registro individual ou coletivo das ações realizadas, conclusões e dúvidas;
> iv) realizar uma escolha responsável e criteriosa do material;
> v) planejar com antecedência as atividades, procurando conhecer bem os recursos a serem utilizados, para que possam ser explorados de forma eficiente, usando o bom senso para adequá-las às necessidades da turma, estando aberto a sugestões e modificações ao longo do processo, e
> vi) sempre que possível, estimular a participação do aluno e de outros professores na confecção do material (RÊGO; RÊGO 2009, p.54).

Alguns princípios a serem desenvolvidos em sala de aula serão facilitados no LEM, dentre os quais, àqueles que possibilitam experiências variadas de ensino relativas a um mesmo conceito matemático, atribuindo significado a aprendizagem, criando situações para que o aluno redescubra padrões, regras e relações e consiga criar um ambiente agradável em torno do ensino de matemática, promovendo o sucesso e evitando o fracasso.

Defendemos assim a importância de um LEM em escolas de Educação Básica e em instituições superiores que envolvem curso de formação de professores, considerando especialmente a enorme distância entre a teoria e a prática, que ainda predomina nas salas de aula de todos os níveis de ensino, e a baixa vinculação dos conteúdos de matemática com emprego prático.

2.2 Material com potencial Lúdico

Para Luckesi (2014, p.13) “Ludicidade não é um termo dicionarizado. Vagarosamente, ele está sendo inventado, à medida que vamos tendo uma compreensão mais adequada do seu significado, tanto em conotação (significado), quanto em extensão (o conjunto de experiências que podem ser abrangidas por ele)”.

Atividades com potencial lúdico aparecem como momentos de prazer aliados a algum movimento, como atividades recreativas, brincadeiras sem muitas regras, jogos livres de competição, onde há motivação para atingir os objetivos propostos.

Segundo Luckesi (2014, p.13-14), “Todas essas atividades, denominadas de lúdicas, poderão ser “não lúdicas” a depender dos sentimentos que se façam presentes em quem delas está participando, numa determinada circunstância” e complementa com o exemplo:

> [...] uma criança que, por alguma razão biográfica (de modo comum, razão psicológica), não gosta de pular corda; essa atividade – “brincar de pular corda” –, além de incômoda, será chata para ela, e, pois, sem nenhuma ludicidade. A alma da criança não estará presente no que estará fazendo, à medida que não tem nada de lúdico praticar uma atividade que é denominada de lúdica, mas que é, para essa criança, incômoda e chata. O mesmo pode ocorrer com pessoas adultas ou idosas (LUCKEZI, 2014, p.13-14).

É importante e cabe ao educador participar dos momentos das atividades com potencial lúdico, para melhor compreender e perceber quando a atividade passa de uma fase prazerosa para uma fase desinteressante ou até mesmo estressante, como ressalta Luckezi (2014),

> O educador é um orientador, mas também um acompanhante do aprendiz, por isso, não basta estudar em livros o que ocorre com o outro; necessita aprender experimentando, a fim de que possa, a partir da experiência pessoal, compreender o outro quando com ele estiver trabalhando (LUCKEZI, 2014, p.14).

Algumas atividades ou brincadeiras podem gerar frustrações quando não forem bem orientadas e conduzidas pelos educadores, pois as crianças projetam nas brincadeiras suas ansiedades.

Luckesi (2014, p.15) afirma que “De fato, por si, uma atividade não é lúdica nem 'não-lúdica'. Pode ser, ou não, a depender do estado de ânimo de quem está participando, assim como da circunstância em que participa da atividade”, grifos do autor.

Muitas brincadeiras são tidas como “de mau gosto” em relação a outra pessoa e muitos programas abordam esse tipo de conduta com conotação negativa, expondo as pessoas e por fim terminam dizendo “só estava brincando” usando este tipo de atitude como uma coisa engraçada e lúdica. O mesmo acontece com atividades socioculturais em grupo, eventos e nas escolas onde as brincadeiras são indicadas como lúdicas, mas que para algumas pessoas nada tem de lúdico.

> Dessa forma, não existem atividades que, por si, sejam lúdicas. Existem atividades. Ponto. Elas serão qualificadas como lúdicas (ou não) a depender do sujeito que as vivencia e da circunstância onde isso ocorre. Então, rir de uma boa piada pode ser extremamente lúdico, mas alguém contar-nos uma piada, ao nosso ouvido, enquanto estamos a assistir uma conferência tem um caráter de invasão, desrespeito e chatice; certamente, nada lúdico. E, dessa forma, por diante (LUCKEZI, 2014, p.16).

Os livros didáticos trazem atividades com potencial lúdico para os educadores desenvolverem com os estudantes em sala de aula. Os professores devem ter atenção especial para observar e fazer anotações pertinentes de maneira que percebam o quanto e até onde o trabalho está surtindo o efeito planejado e desejado.

Luckesi (2014) relata que,

> em meus estudos, fui compreendendo que a ludicidade é um estado interno ao sujeito, ainda que as atividades, denominadas como lúdicas, sejam externas, observáveis e possam ser descritas por observadores, tais como os didatas, os historiadores, os sociólogos... A experiência lúdica (= ludicidade), que é uma experiência interna ao sujeito, só pode ser percebida e expressa pelo sujeito que a vivencia (LUCKEZI, 2014, p.17).

Para algumas pessoas determinada atividade por ser vista como não-lúdica, além disso cada aluno tem seu tempo para assimilar e compreender o conteúdo, desta forma o ritmo de aprendizado e o processo de conhecimento é diferenciado para cada estudante. Luckesi (2014, p.17) entende que

> Nesse contexto, a ludicidade, como um estado interno do sujeito, só pode ser vivenciada e, por isso mesmo, percebida e relatada pelo sujeito. [...] Ludicidade e atividades, que são denominadas igualmente como lúdicas são, pois, fenômenos diversos e, dessa forma, necessitam ser compreendidos.

E complementa

> Esse entendimento epistemológico ajuda-nos a não confundir ludicidade com atividades lúdicas, distinguindo-as, ainda que sem separá-las. Distinguir não significa separar. Fato que também nos permite não desqualificar uma dessas abordagens, qualificando excessivamente a outra. Simplesmente são fenômenos epistemologicamente distintos (LUCKEZI, 2014, p.17-18).

Desta forma podemos entender que a ludicidade faz parte de toda nossa trajetória, desde o ventre até a idade adulta, sempre aprendemos com as atividades, desde a mais simples até a mais complexa, pois a ludicidade não vem apenas de brincadeiras, mas de toda experiência vivenciada cotidianamente, muito embora o que é visto como aprendizado para uns pode não ser entendido por outros, depende também do estado interno, conforme ressalta Luckesi (2014)

> Ela não é igual para todos. Experiências que podem gerar o estado lúdico para um não é o que pode gerar o estado lúdico para outro, à medida que ludicidade não pode ser medida de fora, mas só pode ser vivenciada e expressa por cada sujeito, a partir daquilo que lhe toca internamente, em determinada circunstância (LUCKEZI, 2014, p.18).

Algumas atividades com potencial lúdico geram bem-estar, como uma música que possui um papel significativo na contribuição do aprendizado e no desenvolvimento por ser o som um causador de mudanças de comportamento, como alegria, êxtase, criatividade, enfim emoções, quebrando barreiras que impedem a assimilação dos conteúdos.

> Daí, as consequências: certamente que muitas de nossas práticas existenciais e sociais que afirmamos, pelo senso comum, serem lúdicas não o são, simplesmente devido não gerarem um estado interno de bem-estar, alegria, prazer e plenitude. E, ao contrário, muitas outras atividades, que desconsideramos como significativas, geram em tantas outras pessoas estados internos de plenitude. A ludicidade não pode ser julgada de fora, mas só de dentro de si mesmo (LUCKEZI, 2014, p.19).

Percebemos assim que a ludicidade é interna ao ser, sendo assim, o educador precisa primeiramente cuidar de seu estado interno, para contribuir de forma significativamente positiva na formação dos outros, pois as relações interpessoais atuam como construtoras da biografia de cada ser.

Luckezi (2014, p.21) propõe o seguinte questionamento:

> como um educador poderá conduzir uma prática educativa lúdica, se dentro de si não pode ser lúdico em função de sua biografia, assim como não pode manter uma relação saudável com os seus educandos em função de uma relação emocionalmente intempestiva que se dá com base nesse mesmo contexto?

Entendemos aqui que o educador precisa estar atento as reações emocionais de seus educandos, para bem administrar e conduzir sua classe.

> Então, o educador necessitará estar permanentemente atento a si mesmo para atuar junto aos educandos, pois que ele é o líder da sala de aula, cujo "tom" será o "seu tom". Se ele for competente, sua sala de aula também o será; se ele for amistoso, sua sala também o será; se ele for agressivo, sua sala também o será; se for lúdico, sua sala também o será. O líder dá tom ao espaço por ele liderado, seja para o lado positivo, seja para o negativo e isso dependerá de sua filosofia existencial, traduzida em atos práticos no cotidiano e dos cuidados consigo mesmo (LUCKEZI, 2014, p.21-22).

E complementa sob a ótica lúdica,

> [...] importará que esse profissional esteja internamente pleno e bem, à medida que lidera os educandos em sua aprendizagem. Sendo o líder da sala de aula, se “seus olhos brilharem com o que faz”, os olhos dos seus liderados também brilharão. Contudo, se “seus olhos forem melancólicos”, os dos seus estudantes também serão (LUCKEZI, 2014, p.19).

Trabalhados os conceitos que fundamentam nossa pesquisa, apresentamos a seguir o caminho metodológico percorrido no desenvolvimento desta investigação.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para conhecer e entender o meu interesse pela implantação de um Laboratório de Ensino de Matemática, descrevo um pouco da minha trajetória profissional e acadêmica. Quando estava cursando o Técnico em Magistério eu já tinha a pretensão de uma graduação em Matemática, contudo, meus caminhos me levaram a estudar Engenharia Civil na Universidade do Vale do Rio dos Sinos - UNISINOS em 1989. Sempre tive afinidade pelas Ciências Exatas, em especial pela Matemática.

Não ter feito licenciatura, não me afastou da docência. No ano de 2006, tive a oportunidade de retornar para sala de aula lecionando a disciplina de Desenho Técnico para o curso de Engenharia de Produção na Faculdade Arnaldo Horácio Ferreira – FAAHF, hoje Centro Universitário Arnaldo Horácio Ferreira - UniFaahf, em Luís Eduardo Magalhães - BA. No ano seguinte, no mesmo ambiente da Faculdade, instituiu-se o Centro Educacional Maria Cardoso Ferreira – CEMAC e enquanto educadora do quadro, fui convidada para lecionar a disciplina de Matemática para o Ensino Médio. Buscando aprimoramento e aperfeiçoamento profissional, em 2011 comecei a minha segunda graduação, a Licenciatura em Matemática em EAD pelo Claretiano – Batatais - SP. Em 2018, dou início ao Mestrado Profissional em Matemática – PROMAT, na Universidade Federal do Tocantins - UFT, Câmpus de Arraias. Esse meu percurso e as vivências como professora da Educação Básica e Superior entrelaçado com a formação pós-graduada, me levaram a escolha em desenvolver uma pesquisa que pudesse contribuir com a reflexão da prática pedagógica no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Nos estudos realizados nas disciplinas no PROMAT, tomei conhecimento teórico do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) embasado em obras de autores como, Cipriano Luckesi, Iran Mendes, Kátia Smole, Rêgo; Rêgo, Sérgio Lorenzato, e outros. Essa inserção possibilitou compreender e refletir acerca das possibilidades no processo de ensino e aprendizagem da matemática para estudantes do Ensino Médio por meio de atividades no LEMA. Metodologias que já estão em consonância com a Base Nacional Comum Curricular - BNCC - e que nossa prática docente nos permite concordar.

Embasada teoricamente e encantada com a possibilidade de oferecer a vivência do LEM para meus alunos, elaborei um projeto de Laboratório (Apêndice 01) e submeti a gestão do CEMAC.

A escola já possui dois Laboratórios de Informática, um Laboratório de Física, um Laboratório de Ciências, um Laboratório de Solos (Centro Universitário), um Laboratório de Robótica, mas não possuía ainda um Laboratório de Ensino de Matemática. A direção da Escola recebeu muito bem a ideia do projeto e autorizou os procedimentos para a implantação e compra de materiais e equipamentos para este novo Laboratório.

Percebendo o quanto os materiais, metodologias e tecnologias podem contribuir para a aprendizagem com um ensino que foge do tradicional em que o professor é o detentor do saber e o aluno um mero espectador, entendemos que o educador necessita buscar, pesquisar, criar, inovar e rever a todo momento o seu modo de educar. Com o aceite da direção do CEMAC e os encaminhamentos iniciais, vislumbrei assim a possibilidade e o potencial de desenvolver um projeto que possa contribuir com a ressignificação do ensino de Matemática dentro da escola, mais especificamente, nas classes que leciono.

É neste contexto histórico e acadêmico que emerge o meu tema da pesquisa que hora apresento neste relatório de pesquisa utilizado para mapear um caminho a ser seguido, com leituras e reflexões pautadas no processo de ensino e aprendizagem da matemática lançando mão de novas metodologias para o ensino desta disciplina escolar.

Essa pesquisa foi desenvolvida no Centro Educacional Maria Cardoso Ferreira, no município de Luís Eduardo Magalhães - Bahia, com uma turma de primeira série do Ensino Médio, na qual desenvolveu-se uma sequência de atividades, no formato de projeto de ação. Para tanto, utilizamos o método de pesquisa qualitativa.

> A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador com seu principal instrumento. [...] a pesquisa qualitativa supõe o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo investigada, via de regra através do trabalho intensivo de campo (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p.11)

Neste sentido, a pesquisa qualitativa é o tipo de investigação que permite subsidiar os procedimentos e informações buscando compreender o comportamento do educando, estudando as suas particularidades e experiências individuais, focalizando no problema em estudo.

A metodologia adotada foi a pesquisa-ação, onde o pesquisador é participante da pesquisa e permite qualificar a sua prática através de uma intervenção.

> [...] a pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo (THIOLLENT, 2011, p.20).

Para Barbier (2007, p. 54) a pesquisa clássica possui cinco fases, à saber: a formulação dos problemas, a negociação de acesso ao campo, a coleta de dados, sua avaliação e análise, a apresentação dos resultados. Mas complementa descrevendo as vantagens da pesquisa-ação sobre cada item.

> Com relação à formulação do problema, a pesquisa-ação não tem de formular *a priori* hipóteses e preocupações teóricas, nem traduzi-las em operatórios suscetíveis de serem medidos por instrumentos padronizados (questionários, testes). A pesquisa-ação reconhece que o problema nasce, num contexto preciso, de um grupo em crise. O pesquisador não o provoca, mas constata-o, e seu papel consiste em ajudar a coletividade a determinar todos os detalhes mais cruciais ligados ao problema numa ação coletiva.
> Com relação à coleta de dados, a pesquisa clássica instrumenta racionalmente e descreve o modo de coletar dos dados, de levar em consideração as fontes, os instrumentos de investigação, de escolher uma amostra. Para a pesquisa-ação, as questões são as da coletividade inteira e não as de uma amostra representativa. Os instrumentos de pesquisa podem ser semelhantes àqueles da pesquisa clássica; mas, em geral, são mais interativos e implicativos (discussões de grupo, desempenho de papéis, conversas aprofundadas).
> Com relação à avaliação e à qualidade dos dados, a pesquisa clássica analisa-os para ver se cada dado está bem claro, exato e não distorcido por outros fatores. O pesquisador tenta reduzir toda influência externa sobre as variáveis selecionadas para o estudo. Ele fica preocupado com a confiabilidade de seus dados, uma vez reunidos, os dados são objeto da [única interpretação do pesquisador]. Na pesquisa-ação, os dados são retransmitidos à coletividade, a fim de conhecer sua percepção da realidade e de orientá-la de modo a permitir uma avaliação mais apropriada dos problemas detectados. O exame dos dados visa redefinir o problema e encontrar soluções.
> Com relação à análise e à interpretação dos dados, a pesquisa clássica utiliza a estatística para verificar a correlação entre variáveis. Se a análise for qualitativa, ela é desde o início complexa e reservada somente aos profissionais da pesquisa. Isso também ocorre com a interpretação feita de modo isolado. Na pesquisa-ação, a interpretação e a análise são o produto de discussões de grupo. Isso exige uma linguagem acessível a todos. O traço principal da pesquisa-ação – o feedback – impõe a comunicação dos resultados da investigação aos membros nela envolvidos, objetivando a análise de suas reações (BARBIER, 2007, p.54-55).

Como se pode observar, Barbier (2007) traz uma descrição bem detalhada dos caminhos metodológicos para se fazer uma pesquisa-ação. Corroborando com esta explanação, Engel (2000), traz que

> A pesquisa-ação procura unir a pesquisa à ação ou prática, isto é, desenvolver o conhecimento e a compreensão como parte da prática. É, portanto, uma maneira de se fazer pesquisa em situações em que também se é uma pessoa da prática e se deseja melhorar a compreensão desta (ENGEL, 2000, p.182).

Para Engel (2000)

> Uma das características deste tipo de pesquisa é que através dela se procura intervir na prática de modo inovador já no decorrer do próprio processo de pesquisa e não apenas como possível consequência de uma recomendação na etapa final do projeto (ENGEL, 2000, p.182).

A fundamentação teórico-metodológica permitiu definir os procedimentos a serem utilizados na elaboração da análise de dados bem como influenciou na direção tomada através da sequência de atividades. Foram coletadas todas as contribuições provindas dos alunos, com a nossa mediação, no desenvolvimento das atividades durante todo o processo, para uma posterior análise.

Para Barbier (2007, p.19),

> a pesquisa-ação é eminentemente pedagógica e política. Ela serve à educação do homem cidadão preocupado em organizar a existência coletiva da cidade. Ela pertence por excelência à categoria da formação, quer dizer, a um processo de criação de formas simbólicas interiorizadas, estimulado pelo sentido do desenvolvimento do potencial humano.

Para Barbier (2007) “na pesquisa-ação é criada uma situação de dinâmica social radicalmente diferente daquela da pesquisa tradicional [...]. A pesquisa-ação utiliza os instrumentos tradicionais em Ciências Sociais, mas adota ou inventa novos”. Assim, elaboramos instrumentos de coleta de informações para darem conta das dinâmicas do ambiente escolar e das práticas da pesquisadora.

O problema da pesquisa surgiu de uma dificuldade percebida nos estudos numa situação vivenciada durante a realização da Verificação de Aprendizagem no 2º trimestre de uma classe de 1ª série do Ensino Médio. No estudo sobre conjuntos, conjunto domínio e conjunto imagem, foi solicitado, em uma atividade (questão 10 – Apêndice 02), que o aluno marcasse pontos no Plano Cartesiano e, com auxílio de uma régua, unisse os pontos do primeiro ao último. E, complementando a questão, ele deveria identificar o quadrante de dois destes pontos.

Ao realizar as leituras das avaliações, verificou-se que os estudantes ainda não conseguiam perceber quais eram os eixos do Plano Cartesiano, em muitos casos, trocavam o eixo das ordenadas pelo eixo das abscissas. Noutras situações, foi perceptível que não conseguiam marcar corretamente pontos (pares ordenados) no plano, entre outros equívocos conceituais.

Após a análise dos resultados, verificou-se que havia a necessidade de alguma intervenção da professora na elaboração de uma sequência de atividades para melhor trabalhar estes conteúdos, pois, o percentual de estudantes que resolveram a atividade corretamente foi de apenas 50% (cinquenta por cento). 14, 29% resolveram de forma equivocada. 7,14% construíram o Plano Cartesiano corretamente, mas registraram os pontos de forma incompleta. Houve ainda um percentual de 28,57% que construíram o Plano Cartesiano invertendo os eixos coordenados, mas registraram os pares ordenados corretamente no plano invertido. Neste momento, percebi que o conteúdo poderia melhor ser trabalhado se lançasse mão de metodologias diferenciadas para o ensino do Plano Cartesiano e dos pares ordenados. Nossas leituras no mestrado me encaminharam para trabalhar com materiais manipuláveis e digital.

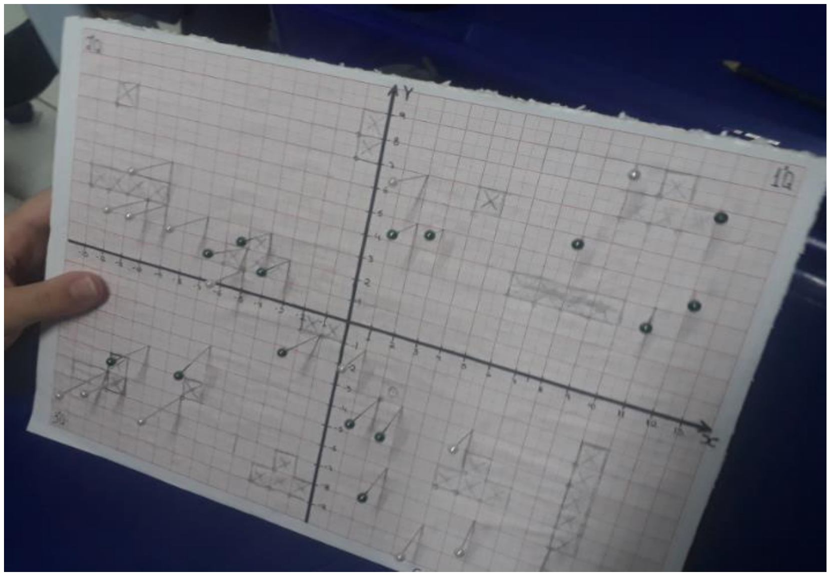
Lorenzato salienta que,

> O "ver com as mãos" é mais popular do que geralmente se supõe: você já viu numa loja escolher roupas sem passar as mãos nelas? E criança em loja de brinquedos consegue apenas olhá-los? Como comprar um veículo sem pôr a mão nele? Por que inúmeras lojas que vendem cristais expõem avisos dizendo "não toque"? Quantas vezes ouvimos de crianças a expressão "dexovê", a qual já vem acompanhada do movimento da mãozinha para pegar o objeto a ser visto? As pessoas precisam "pegar para ver", como dizem as crianças. Então, não começar o ensino pelo concreto é ir contra a natureza humana. Quem sabe ensinar, sabe disso (LORENZATO, 2008, p.18) grifos do autor.

Nesta perspectiva, utilizar o material didático concreto para ensinar o Plano Cartesiano poderia ser uma solução para este entrave. Partiu-se então para a elaboração deste Plano de Ação descrito a seguir.

Primeiramente, desenvolveu-se uma atividade descontraída que envolveria os alunos, como um jogo, conforme **Plano de aula 01**. O Jogo Batalha Naval é um clássico jogo de tabuleiro que propõe uma estratégia de guerra, do qual participam dois jogadores. Cada jogador, ou almirante, posiciona estrategicamente os seus arsenais de guerra no início do jogo e o inimigo deve tentar adivinhar (atirar) em que pontos estão os navios. O tabuleiro do jogo foi confeccionado pelos alunos, utilizando uma placa de isopor e um papel milimetrado, ambos de tamanho A4 (21,0 x 29,7 cm), onde foi representado o Plano Cartesiano, conforme figura 01.

Figura 01 – Batalha Naval



Fonte: Acervo da pesquisadora, 2019.

Além de buscar novas práticas, o objetivo da atividade foi utilizar diferentes recursos ao desenvolver conceitos, aprender a marcar pontos no Plano Cartesiano aplicando os conceitos de coordenadas cartesianas. Outro ponto importante a ser considerado é a interação nos trabalhos em grupo na busca de atingir um objetivo comum.

Após o desenvolvimento dessa atividade, foi proposta uma **problematização** para trabalhar a interpretação na resolução de problemas de Função Polinomial de 1º Grau. A problematização encontra-se no livro didático do aluno (SANTOS, Cláudia O. A., INAFUCO, Júlio K. Matemática: 1º ano – 4º reimp. Brasília: Edebê Brasil, 2017), em forma de exemplo na página 133. A Lei de Formação foi trabalhada em sala, contando sempre com a colaboração dos alunos e intervenção do professor, bem como a elaboração da tabela de valores. Através de um trabalho participativo e criativo, os alunos desenvolvem a autonomia e o pensamento crítico, conforme **Plano de aula 02**.

No **Plano de aula 03**, a representação gráfica das duas funções em um mesmo Plano Cartesiano, concretizou-se na Sala de Desenho Técnico (Figura 02), composta por mesas de desenho com auxílio de régua paralela, esquadros e régua. O aluno deveria identificar para qual perfil de consumidor o plano da operadora A será mais vantajoso e com relação ao Plano da Operadora B, para que perfil de consumidor ele é mais vantajoso.

Figura 02 – Sala de Desenho Técnico.

Fonte: Acervo da pesquisadora, 2019.

No **Plano de aula 04**, a proposta de atividade da sequência foi novamente desenvolvida em sala, agora com o Geoplano (Figura 03). Em equipes, compostas de 4 componentes, organizados por sorteio onde cada integrante desempenhou uma função específica, assim descrita:

- Um líder: responsável por coordenar a execução e levar as dúvidas da equipe ao professor.

- Um técnico: responsável pela elaboração da problematização utilizando um exemplo de situação cotidiana e Lei de formação da função.

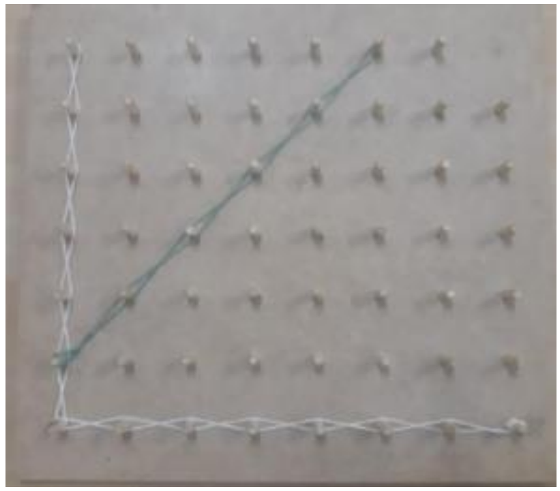
- Um organizador: responsável pelo registro do trabalho e organização da tabela.

- Um construtor: responsável pela construção do gráfico no Geoplano.

Para a construção do gráfico foi necessário atribuir valores reais para x, para que se possa achar os valores correspondentes em y. Com os valores de x e y formaram-se as coordenadas, que são pares ordenados que foram colocados no Plano Cartesiano do Geoplano, para formar a reta.

Após concluir todo o trabalho os alunos socializaram o conhecimento com os colegas apresentando todo o desenvolvimento e conclusão em uma apresentação com Datashow.

Figura 03 – Geoplano de madeira



Fonte: Acervo da pesquisadora, 2019.

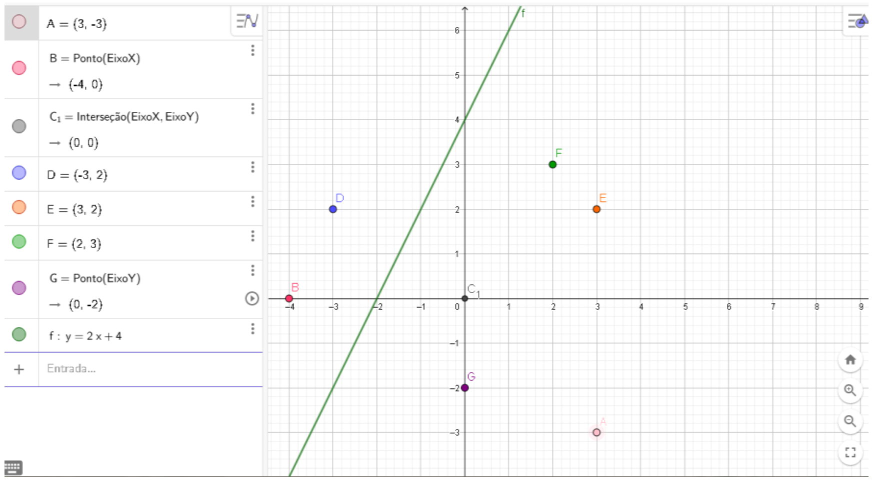
Essas atividades nos remetem a Lorenzato (2009) ao afirmar que

> [...] o MD manipulável tem-se mostrado um eficiente recurso para muitos alunos que, não compreendendo a mensagem (visual) da tela do computador, recorrem ao MD (manipulável) e então prosseguem sem dificuldades com o computador. Assim sendo, para muitos alunos, o MD desempenha a função de um pré-requisito para que se dê a aprendizagem por meio do computador (LORENZATO, 2009, p.33).

No **Plano de aula 05,** a proposta passa do MD para o computador, com o uso do software livre GeoGebra.

Nos computadores do Laboratório de Informática, onde o GeoGebra está instalado, os alunos primeiramente exploraram construindo elementos simples na janela geométrica, como pontos solicitados ou segmentos, visualizando na janela algébrica os atributos dos objetos desenhados (Figura 04). Chamou-se a atenção para as várias possibilidades, como exibir os eixos de coordenadas na janela geométrica. Utilizando o ambiente virtual para desenvolver a aprendizagem das funções polinomiais do 1º grau, os alunos conhecem as diferentes formas de representar uma função afim, pois as funções polinomiais do 1º grau recebem nomes específicos de acordo com o comportamento da reta no gráfico: função constante, função linear, função linear afim e função identidade. A professora, sempre que necessário ou quando solicitada, fez intervenções e mediou as investigações para que os alunos não se desviassem da proposta.

Figura 04 – Software GeoGebra



Fonte: Produção da pesquisadora, 2019.

O “problema do táxi” (Plano de Aula 05) foi de rápida resolução e interpretação, por ser um problema de uma situação cotidiana. Segundo Rêgo; Rêgo (2008, p.53)

> Não há professor que não tenha recebido de seus alunos perguntas do tipo: “onde vou aplicar isso?”, “quando usarei isso?”, “por que tenho que estudar isso?”. A frequência com que tais questões são apresentadas pelos alunos em sala de aula mostra o clamor deles por um ensino de matemática mais prático do que aquele que têm recebido. Tal pedido é plenamente justificável, pois quem de nós se sente bem fazendo algo sem saber por que o faz?

Para Rêgo; Rêgo (2008, p.53)

> Ensinar matemática utilizando-se de suas aplicações torna a aprendizagem mais interessante e realista e, por isso mesmo, mais significativa. A presença de aplicações da matemática nas aulas é um dos fatores que mais podem auxiliar nossos alunos a se prepararem para viver melhor sua cidadania; ainda mais, as aplicações explicam muitos porquês matemáticos e são ótimas auxiliares na resolução de problemas.

Orientando os alunos a professora analisou e avaliou as metodologias propostas e as atitudes refletidas pelos alunos registrando fatos pertinentes e relevantes, para melhorias futuras procurando identificar pontos positivos e negativos da metodologia.

Buscando minimizar as dificuldades de compreensão dos conteúdos e saber a opinião dos alunos na proposta da sequência das atividades, conseguimos tornar o trabalho mais prazeroso.

Desenvolvidos os planos de ação, passou-se para a análise dos resultados obtidos com o desenvolvimento das cinco aulas a partir do referencial teórico e a elaboração das considerações.

No próximo capítulo, apresentamos o projeto do LEMA do CEMAC, um pouco da vida e obra de René Descartes para trazer o contexto histórico para o ensino do Plano Cartesiano. Em seguida explicitamos o Plano de Ação e as análises dos resultados do desenvolvimento deste plano.

4 CONCEBENDO UM LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA E AS PRIMEIRAS ATIVIDADES

Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), com sentido de lugar, é caracterizado por uma sala estruturada para experimentos matemáticos e atividades práticas, mas também é empregado para caracterizar uma abordagem utilizada em sala de aula em que os alunos trabalham de maneira informal, onde, em movimento, discutem, escolhem seus métodos descobrindo a matemática com materiais concretos.

Turrioni; Perez (2009, p.60) afirmam que,

> na verdade, os materiais concretos são recursos didáticos que interferem fortemente no processo ensino-aprendizagem; como qualquer instrumento, seja um bisturi, um revólver ou um boticão, as consequências de seu uso dependem do profissional que os emprega. E, mais, o uso do material depende do conteúdo a ser estudado, depende dos objetivos a serem atingidos, depende do tipo de aprendizagem que se espera alcançar e depende da filosofia e política escolar.

Desta forma, o material concreto exerce importante papel na aprendizagem, pois facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar o aluno na construção de seus conhecimentos. Portanto, é inaceitável justificar que o professor pode esconder sua incompetência com a ajuda do material; ao contrário, o não-uso ou o mau uso do material é que revela sua incompetência.

Muitos trabalhos acadêmicos já foram desenvolvidos e propõem o uso do LEM como um espaço onde se criam situações e condições para levantar problemas, elaborar hipóteses, analisar resultados e propor novas situações ou soluções para questões detectadas, provocando assim mudanças significativas na formação do aluno.

A Professora Zaíra da Cunha Melo Varizo, idealizadora de diversos projetos importantes no Instituto de Matemática e Estatística - IME, como o Laboratório de Educação Matemática (LEMat) e o Programa de Educação Tutorial do curso de licenciatura na área, foi a primeira docente do instituto a receber a homenagem de Professora Emérita do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal de Goiás - UFG. A professora Zaíra da Cunha Melo Varizo entrou na UFG em 1967, na Faculdade de Educação, na formação de professores, sempre priorizando que o conhecimento dinâmico é o conhecimento profissional do professor de

Matemática, pois é quem provoca mudanças e participa do processo de desenvolvimento do profissional da Educação Matemática.

> [...] nos primórdios do século XX o conhecimento adquirido na formação inicial nos bastava durante toda a vida profissional. Hoje, isto não é mais possível. A sociedade atual se encontra em movimento acelerado, a cada dia produz mais conhecimento; a cada dia desenvolve novas formas de comunicação; a cada dia se torna mais tecnológica; a cada dia mais se informatiza; a cada dia mais se globaliza; tornando-se a cada momento mais complexa. Por isto é impossível pensar que o conhecimento adquirido na formação inicial nos baste para a vida toda, é necessário adquiri-los ao longo de toda a vida (VARIZO, 1997, p. 6-7).

Corroborando com esta ideia, Kaleff (2018) relata que,

> Desde meados da década de 1990, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e atualmente a recente Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Fundamental, apontam, no campo da Educação Matemática, para a importância de que o futuro professor possa, desde o início de sua formação, vivenciar práticas ativas em laboratórios de ensino com recursos didáticos concretos e conteúdos digitais (KALEFF, 2018, p. 863).

Materiais e métodos para incrementar as habilidades geométricas com ênfase na habilidade da visualização e na educação inclusiva do aluno com deficiência visual são trabalhos desenvolvidos no Laboratório de Ensino de Geometria (LEG) do Departamento de Geometria da Universidade Federal Fluminense – UFF, sob a coordenação da Profª. Ana Maria M. R. Kaleff.

Um espaço importante de aprendizagem criado pela Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (FEUSP) é o Clube de Matemática, um projeto de estágio para alunos da Pedagogia e da Licenciatura em Matemática, onde os estagiários interagem entre eles e com alunos da Escola de Aplicação da FEUSP. O principal objetivo deste projeto, sob orientação do prof. Manoel Oriosvaldo de Moura, é criar no Laboratório de Matemática da FEUSP uma atmosfera de pesquisa entre teoria e prática e também discussões referentes a questões de sala de aula relacionadas à educação de forma disciplinar e interdisciplinar destas disciplinas.

A preocupação com questões referentes à Educação Matemática tem reunido professores, pesquisadores e estudantes desde a década de 1980. Estes eventos promovem discussões e debates visando um futuro promissor no campo educativo. O Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática - SIPEM e o Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM são eventos importantes no campo da Educação Matemática do Brasil. O ENEM reúne segmentos envolvidos com a Educação Matemática: professores da Educação Básica, estudantes da Pós-graduação e pesquisadores, professores e estudantes das Licenciaturas em Matemática e em Pedagogia.

A diversidade de formas, lugares e espaços de ensino contribuem de forma significativa para aprendizagem escolar, evitando um engessamento do modelo tradicional de ensino e evidenciando a necessidade de planejar, construir e organizar adequadamente esta diversidade.

Para Smole; Diniz; Milani (2007, p.9)

> Em se tratando de aulas de matemática, o uso de jogos implica uma mudança significativa nos processos de ensino e aprendizagem que permite alterar o modelo tradicional de ensino, que muitas vezes tem no livro e em exercícios padronizados seu principal recurso didático. O trabalho com jogos nas aulas de matemática, quando bem planejado e orientado, auxilia o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições reflexões, tomada de decisão, argumentação e organização, as quais estão estritamente relacionadas ao assim chamado raciocínio lógico.
>
> As habilidades desenvolvem-se porque, ao jogar, os alunos têm a oportunidade de resolver problemas, investigar e descobrir a melhor jogada; refletir e analisar as regras, estabelecendo relações entre os elementos do jogo e os conceitos matemáticos. Podemos dizer que o jogo possibilita uma situação de prazer e aprendizagem significativa nas aulas de matemática.
>
> Além disso, o trabalho com jogos é um dos recursos que favorece o desenvolvimento da linguagem, diferentes processos de raciocínio e de interação entre os alunos, uma vez que durante um jogo cada jogador tem a possibilidade de acompanhar o trabalho de todos os outros, defender pontos de vista e aprender a ser crítico e confiante em si mesmo.

Pretendemos aqui apresentar o processo de concepção e formalização do projeto do Laboratório de Ensino de Matemática (LEMA) do CEMAC desenvolvido dentro desta pesquisa. Em seguida, apresentamos um pouco da vida e obra de René Descartes e os conceitos de Plano Cartesiano. Na continuidade, trazemos o Plano de Ação desenvolvido na 1ª Série do Ensino Médio do CEMAC. Por fim, apresentamos neste tópico, os resultados obtidos com o desenvolvimento do Plano de Ação e a análise desses à luz do referencial teórico.

4.1 O Laboratório de Ensino de Matemática – LEMA

O LEMA – Laboratório de Ensino de Matemática, do Centro Educacional Maria Cardoso Ferreira (CEMAC) teve suas atividades iniciadas no decorrer do ano 2019, a partir do projeto desenvolvido no curso de Pós-Graduação *Stricto Sensu* na disciplina de Pesquisa I do PROFMAT em Arraias, Tocantins.

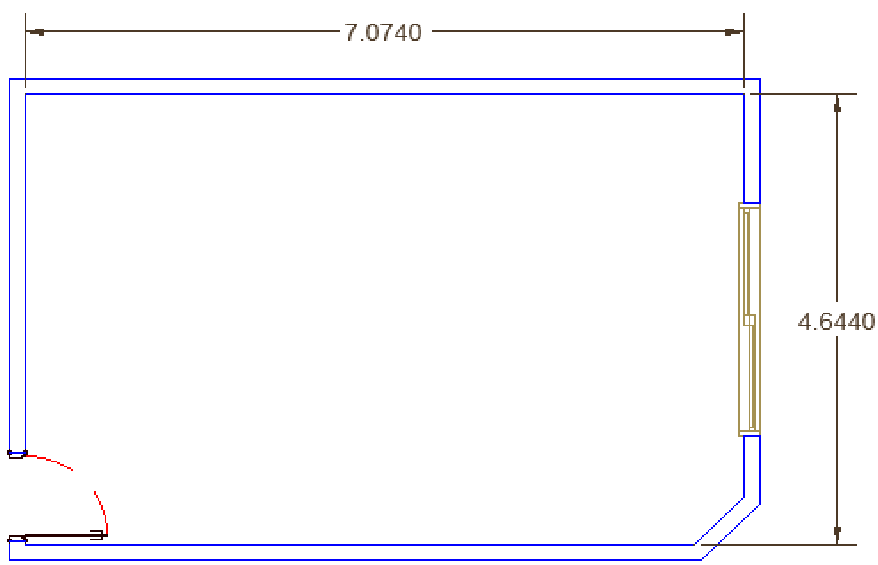
A proposta de implantação do Laboratório de Ensino de Matemática é demonstrar a importância de adaptar técnicas com ações planejadas, formas que objetivem a construção de conhecimentos combinadas as novas propostas na área da educação, buscando soluções possíveis para determinado problema dentro da prática do cotidiano escolar.

O Projeto de Implantação do LEMA (Apêndice 01), contendo layout da sala, com design diferenciado para as mesas de apoio e levantamento do material didático, foi encaminhado para apreciação da Direção do CEMAC, Drª. Maria Angélica Cardoso Ferreira de Sousa que, sempre priorizando a melhoria de qualidade de ensino, não hesitou em disponibilizar uma sala apropriada como apoio para as atividades. O CEMAC está localizado na rua Pará, 2300, no município de Luís Eduardo Magalhães - BA, atende aproximadamente 300 alunos, distribuídos nos períodos da manhã e da tarde, nas turmas de Ensino Infantil, Ensino Fundamental I, Ensino Fundamental II e Ensino Médio.

Diante da aceitação do Projeto de Implantação do LEMA o levantamento do material foi encaminhado para o setor responsável pelo orçamento.

O Projeto do LEMA do CEMAC, dispõe de uma sala própria (Figura 05), com 7,07 metros de comprimento por 4,64 metros de largura, perfazendo uma área total de aproximadamente 32,85m², localizada no prédio do Bloco 3.

Figura 05 – Planta Baixa do LEMA



Fonte: Produção da pesquisadora, 2019.

Durante a realização de atividades que envolvem o uso da tecnologia, o LEMA tem o suporte do Laboratório de Informática – sala 13 desta instituição, um ambiente amplo, com 32 computadores conectados à internet (Figura 06).

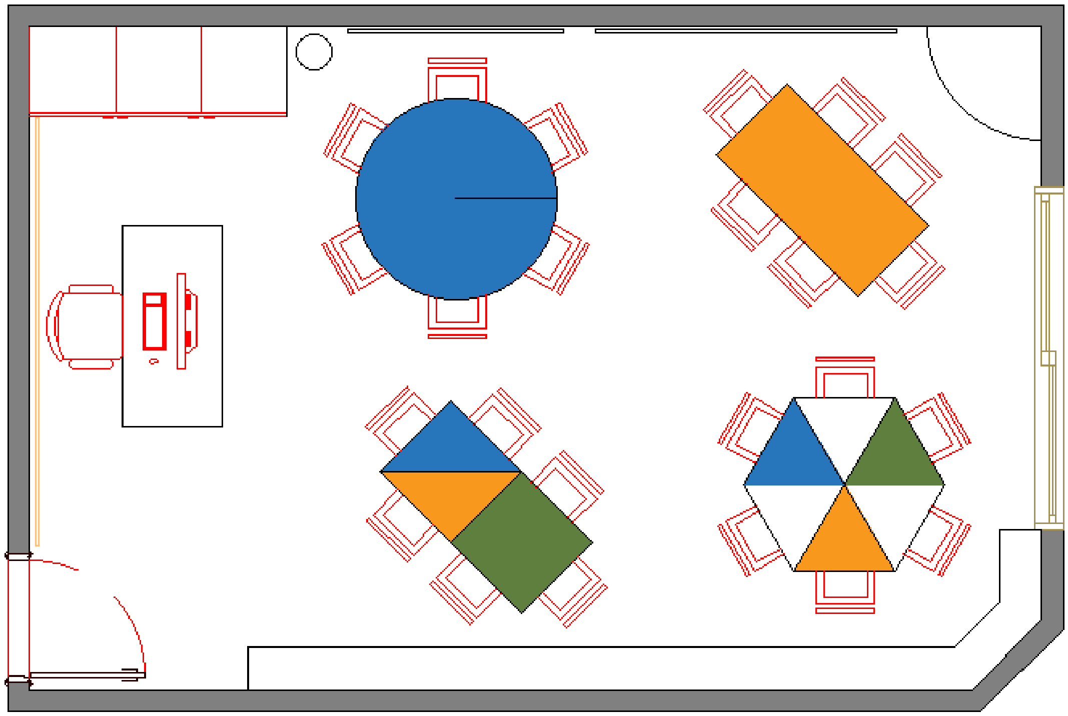
Figura 06 – Laboratório de Informática – Sala 13 – Bloco 02

Fonte: Acervo da pesquisadora, 2019.

O LEMA contará com mesas de trabalho especialmente projetadas e fabricadas, com formatos de figuras planas que podem ser utilizadas separadamente ou unidas estrategicamente montando novas figuras planas (Figura 07) que atendem 28 alunos. As mesas de trabalho apresentam-se assim divididas:

- ✓ 02 mesas no formato triangular, com 70cm de aresta no triângulo isósceles e capacidade para atender 3 alunos, cada;
- ✓ 01 mesa no formato quadrado, com 70cm de aresta e capacidade para atender 4 alunos;
- ✓ 01 mesa no formato retangular, com 70 x 140 cm e capacidade para atender 6 alunos;
- ✓ 01 mesa no formato circular, com 70cm de raio e capacidade para atender 6 alunos;
- ✓ 01 mesa no formato hexagonal, com 60cm de aresta e capacidade para atender 6 alunos.

Figura 07 – Layout do LEMA



Fonte: Produção da pesquisadora, 2019.

O LEMA contará com uma mesa de escritório, um microcomputador, uma impressora multifuncional, lousa, tela de projeção e data Show. Nos armários em madeira e vidro ficam os materiais didáticos manipuláveis para atender a 30 alunos em atividades práticas (Apêndice 01), um Kit Matemática experimental: Unidade mestra de matemática com sensores, software e interface para o professor (Apêndice 01), uma Calculadora Gráfica HP50G, uma Calculadora financeira HP12C e uma Calculadora Científica.

Demais materiais diversificados e jogos também farão parte deste Laboratório. A partir daí foi lançada a proposta para que os alunos do Ensino Básico criassem situações e confeccionassem materiais, jogos, cartazes e textos, colaborando para o processo de construção do saber matemático, melhorando a sua compreensão e o seu ensino.

A apresentação do LEMA para os alunos ocorreu durante uma aula de Matemática, com auxílio do Datashow possibilitando a visualização do layout proposto, os painéis e os materiais que farão parte do Laboratório. Notou-se, como primeira observação, que o LEMA foi uma novidade, pois não existia na instituição uma sala apropriada para desenvolver a consciência matemática, um espaço de experimentação, para criar e praticar os conceitos trabalhados em sala de aula e que fosse permitido errar e refazer até alcançar o sucesso. Alguns demonstraram muito entusiasmo, outros, um certo receio e houve ainda quem resistisse, mas com algum incentivo e conscientização foram se entusiasmando, trocando ideias sobre o que observavam do projeto.

4.2 René Descartes (1596 – 1650) – Vida e Obra

Antes de trabalhar os conceitos de Plano Cartesiano com os estudantes da 1ª Série do Ensino Médio do CEMAC, trouxemos um pouco da vida e obra de René Descartes, que apresentamos a seguir.

Na introdução da obra "Discurso do Método; as Paixões da Alma; Meditações; Objeções e respostas", Gilles-Gaston Granger apresenta um pouco da história e vida de Descartes e de sua origem. Nela escreve que

> Os Descartes constituíam uma família de burgueses radicados na região entre Tours e Poitiers, e dedicados principalmente ao comércio e à medicina. Ligando-se aos Sain e aos Brochard, tornaram-se proprietários de terras e ascenderam socialmente. Tanto que Joachin Descartes, casado com Jeanne Brochard, passará a ostentar o título de conselheiro do rei no Parlamento da Bretanha. Com esse título ele é identificado na ata de batismo de seu filho René, nascido em La Haye, na Touraine, em 1596 (DESCARTES, 1991, p. XI).

Um ano após o nascimento de René Descartes em 31 de março de 1596, sua mãe morre de tuberculose e assim passa aos cuidados de sua avó, Jeanne Sain, e de uma ama que o afasta das brincadeiras com as crianças da aldeia. O excesso de mimos o levou a um comportamento dedicado, distante e introspectivo.

Em 1606, Descartes ingressou no colégio jesuíta Royal Henry – Le Grand, estabelecido no castelo de *La Flèche* onde seus mestres sempre o encorajaram no exercício do espírito e na imobilidade do corpo e permitiam que ficasse nos seus aposentos até mais tarde para que pudesse meditar. Desta maneira mantinha os estudos em dia e adquiria grande quantidade de conhecimentos adicionais, em especial a leitura de clássicos com a finalidade de, como relatava, “empreender jornadas mentais pelo passado e travar conversação com os homens mais nobres de outras idades” (DESCARTES, 1996 p. XXXI).

Em 1616 recebe o bacharelado e a licenciatura em Direito pela Universidade de Poitiers, mas nunca exerceu a profissão.

> Comprazia-me sobretudo com as matemáticas, por causa da certeza e da evidência de suas razões; mas não percebia ainda seu verdadeiro uso e, pensando que só serviam para as artes mecânicas, espantava-me de que, sendo tão firmes e sólidos os seus fundamentos, nada de mais elevado se tivesse construído sobre eles (DESCARTES, 1996, p.11).

Em 1618, no início do ano, ainda aos 21 anos, Descartes vai para a Holanda, onde alistou-se no exército de Maurício de Nassau, Príncipe de Orange, nos Países-Baixos, pois descobriu-se dono de um corpo sadio e um espírito brilhante, deixando para trás o estigma tuberculoso que os médicos achavam que havia herdado da mãe. Torna-se amigo do sábio holandês Isaac Beeckman, com quem estuda e discute matemática e música, pois afirmava que somente a matemática demonstra aquilo que afirma e pôs-se a formular sua geometria analítica e seu método de raciocinar corretamente.

Como a coragem não era uma das virtudes de Descartes, pois sempre que possível evitava confrontos físicos e de ideias, não tornou-se soldado por instinto, mas por apreciar o exército como escola de exercício.

Em 1619, Descartes deixa a Holanda e viaja por vários países: Dinamarca, Polônia, Hungria, Alemanha. Alista-se no exército católico do duque da Baviera. No início do inverno sua tropa estaciona perto de Ulm. É aí que Descartes encontra as condições necessárias à meditação, no célebre *Poêle*, quarto aquecido por um aquecedor de porcelana, cujo conforto já fora exaltado por Montaigne.

E, no mesmo ano, marcado por grande atividade científica e por uma efervescência espiritual que culminaram nos sonhos da noite de 10 para 11 de novembro.

> Descartes alcançava então o desvelamento de sua missão filosófica: certo de que existia um acordo fundamental entre as leis matemáticas e as leia da natureza, conclui que a ele cabe a tarefa de reviver e atualizar o antigo ideal pitagórico de desvelar a teia numérica que constitui a alma do mundo, abrindo a via para o conhecimento claro e seguro de todas as coisas (DESCARTES, 1991, p. XII).

Em 1620, Descartes renuncia definitivamente à carreira militar para dedicar-se a investigação cientifica e filosófica.

> É possível que Descartes tenha participado na batalha de Maison Blanche, perto de Praga, onde Frederico V, rei da Boêmia, eleitor palatino e sustentáculo dos protestantes, perde o trono. Não se sabe, no entanto, se Descartes não terá abandonado antes o

exército católico, justamente para não ser obrigado a participar dessa batalha. Frederico V era pai da princesa Elisabeth, mais tarde a melhor amiga de Descartes (DESCARTES, 1996, p. XXXII).

O desencanto de Descartes, anos mais tarde, é descrito no *Discurso do Método*, onde relata as expectativas e desapontamentos que o ensino lhe suscitou, Descartes (1991, p. X) desabafa "Eu estava num dos mais célebres colégios da Europa, onde pensava que deveriam existir homens sábios, se eles existissem em algum lugar da Terra" e complementa

> Alimentei-me de letras desde minha infância, e devido ao fato de me terem persuadido de que por meio delas podia-se adquirir um conhecimento claro e seguro sobre tudo o que é útil na vida, tinha extremo desejo de aprendê-las. Porém, assim que terminei todo esse curso de estudos, ao fim do qual costuma-se ser recebido na fileira dos doutores, mudei inteiramente de opinião (DESCARTES, 1991, p. X).

Contudo deixou claro que sua frustração não se referia ao sistema de ensino e nem aos seus mestres, conservando sempre estima e recomendando La Flèche com insistência.

No mesmo período em que ocorreu a decepção causada pelas humanidades, obteve uma sedução pela matemática e suas noções de números e medidas. Descartes (1991, p.X) confessava "Eu me comprazia principalmente com as matemáticas, devido à certeza e à evidência de suas razões".

Descartes deu início a uma nova filosofia, e, com uma desvantagem paradoxal, desenvolveu um sistema de pensamento que o intitulou "o pai da filosofia moderna". Descartes concebera para si uma moral provisória, com apenas três ou quatro máximas, assim descritas:

> A primeira era obedecer às leis e aos costumes de meu país, conservando com constância a religião na qual Deus me deu a graça de ser instruído desde minha infância, e governando-me em qualquer outra coisa segundo as opiniões mais moderadas e mais afastadas do excesso que fossem comumente aceitas e praticadas pelas pessoas mais sensatas entre aquelas com quem teria de conviver. [...]
> Minha segunda máxima era ser o mais firme e resoluto que pudesse em minhas ações, e não seguir com menos constância as opiniões mais duvidosas, uma vez que por elas me tivesse determinado, do que as seguiria se fossem muito seguras. [...]
> Minha terceira máxima era sempre tentar antes vencer a mim mesmo do que à fortuna e modificar antes meus desejos do que a ordem do mundo, e, geralmente, acostumar-me a crer que não há nada que esteja inteiramente em nosso poder, a não ser os nossos pensamentos, de sorte que, depois de termos feito o que nos era possível no tocante às coisas que nos são exteriores, tudo o que nos falta conseguir é, em relação a nós, absolutamente impossível. [...]
> Por fim, para conclusão dessa moral, acudiu-me passar em revista as diversas ocupações que os homens têm nesta vida para procurar escolher a melhor; e, sem nada querer dizer das dos outros, pensei que o melhor que tinha a fazer era continuar naquela em que me

> encontrava, isto é, empregar toda a vida em cultivar a minha razão, e progredir, o quanto pudesse, no conhecimento da verdade, seguindo o método em que me havia prescrito (DESCARTES, 1996, p. 27 - 32)

Em sua mais célebre obra, Discurso do Método, um tratado filosófico e matemático publicado na França em 1637, Descartes (1996) julga que, em lugar de uma grande quantidade de preceitos de que se compõe a lógica, bastam os quatro seguintes, desde que tomasse a firme e constante resolução de não deixar de observá-los nenhuma só vez:

> O primeiro era de nunca aceitar coisa alguma como verdadeira sem que a conhecesse evidentemente como tal, ou seja, evitar cuidadosamente a precipitação e a prevenção, e não incluir em meus juízos nada além daquilo que se apresentasse tão clara e distintamente a meu espírito, que não tivesse nenhuma ocasião de pô-lo em dúvida.
> O segundo, dividir cada uma das dificuldades que examinasse em tantas parcelas quantas fosse possível e necessário para melhor resolvê-las.
> O terceiro, conduzir por ordem meus pensamentos, começando pelos objetos mais simples e mais fáceis de conhecer, para subir pouco a pouco, como por degraus, até o conhecimento dos mais compostos, e supondo certa ordem mesmo entre aqueles que não se precedem naturalmente uns aos outros.
> E, o último, fazer em tudo enumerações tão completas, e revisões tão gerais, que eu tivesse certeza de nada omitir (DESCARTES, 1996, p.23).

Baseada no princípio da ciência, essa filosofia, explicada em seu Discurso do Método e em sua Meditações, Descartes supõe cientificamente que não devemos aceitar nada como verdadeiro.

> como então desejava ocupar-me somente da procura da verdade, pensei que precisava fazer exatamente o contrário, e rejeitar como absolutamente falso tudo em que pudesse imaginar a menor dúvida, a fim de ver se depois disso não restaria em minha crença alguma coisa que fosse inteiramente indubitável.[...] E, finalmente, considerando que todos os pensamentos que temos quando acordados também nos podem ocorrer quando dormimos, sem que nenhum seja então verdadeiro, resolvi fingir que todas as coisas que haviam entrado em meu espírito não eram mais verdadeiras que as ilusões de meus sonhos (DESCARTES, 1996, p.37-38).

Chega assim a conclusão de que sua própria dúvida requer a existência de um duvidador, todo o sonho requer um sonhador, ou seja, ele próprio. E então aparece sua famosa frase: “Penso, logo existo (Cogito, ergo sum)”.

As teorias filosóficas divergentes, o materialismo e o idealismo dos tempos modernos, tiveram como base o sistema dualístico, o qual divide o mundo em duas entidades separadas – o corpo e o espírito.

O golpe sofrido com a morte súbita de Francine, em setembro de 1640, aos 5 anos de idade, sua filha natural com uma empregada, Hélène Jans, o levou a repensar sobre a realidade de sua existência.

A morte de seu pai, em outubro do mesmo ano, proporcionou-lhe uma vida de conforto e de luxo, mas continuava solitário em sua residência, nunca se casou. Viajava pouco ao estrangeiro, conversava com seus amigos por correspondência e demonstrava estar feliz por ter boa sorte de escapar de enfermidades que afligiam a maioria da humanidade. Dizia-se amando a vida e não temendo a morte, pois aos quarenta e quatro anos de idade desfrutava de boa saúde e seus dentes eram excelentes, considerava estar "mais distante da morte que quando moço".

A medida que avançava de idade saía menos de sua residência. Foi quando recebeu o convite da rainha da Suécia para ensinar-lhe filosofia, fixando-se em seu país. Um misto de emoções o invadiu, pois o convite não era de se recusar, mas o clima da Suécia era mais severo que da Holanda. A rainha Cristina perdera o pai, Gustavo Adolfo, aos seis anos de idade, teve uma educação masculina, desenvolveu caráter e corpo firme e fortes e geralmente conseguia o que queria. Descartes enviou cartas cheias de galanteios e bajulações, pedindo, contudo, que poupasse a "desnecessária fadiga da jornada", mas a rainha estava decidida a trazer o célebre filósofo para o seu "país de ursos entre rochas de gelo".

Em setembro de 1649 Descartes partiu para a Suécia e para a morte. O clima e a teimosia da rainha em ter aulas de filosofia antes do nascer do sol, todos os dias, foram demais para um filósofo que estava acostumado com meditações matutinas na cama quente. Suportou essa vida por apenas algumas semanas, quando numa manhã, ao caminhar para o palácio, apanhou um resfriado fortíssimo e, dois dias depois, foi declarado com pneumonia.

No dia 02 de fevereiro de 1650 Descartes morre em Estocolmo, sendo enterrado no cemitério. A rainha oferece para os funerais o principal templo da cidade, mas Chanut, embaixador da França, recusa. Descartes é enterrado num cemitério reservado aos estrangeiros, órfãos e pagãos. Em 1667 seus restos são transferidos para a França. Desde 1819 encontram-se na igreja de Saint-Germani-des-Près.

O pensamento de Descartes se desenvolve no contexto de que o mundo real não é equivalente ao mundo percebido, mas a materialização da geometria necessita ser descrita pela Matemática. Em 1628, Descartes divulgava o projeto de uma ciência nova, uma espécie de Matemática universal, escrito em suas *Règles pour la direction de l'esprit*, que não tinha relação com a matemática comum de seu tempo, pois ela permitia reduzir a análise de algum fenômeno qualquer a problemas relacionados com a ordem e as relações, através de raciocínio dedutivo, o que era traduzido em termos de equações.

Os problemas geométricos, formulados em linguagem algébrica com a proposta de adentrar nas relações existentes entre os objetos do universo, são fundamentais para validar o estudo da geometria através da álgebra pois esta permite idealizar as proporções envolvidas nos objetos geométricos.

Para a utilização do método analítico, Descartes propõe

> Se queremos resolver qualquer problema, primeiramente supomos que a solução já está encontrada, e damos nomes a todas as linhas que parecem necessárias para construí-la. Tanto para as que são desconhecidas como para as que são conhecidas. Em seguida, sem fazer distinção entre linhas conhecidas e desconhecidas, devemos percorrer a dificuldade da maneira mais natural possível, mostrando as relações entre estas linhas, até que seja possível expressar uma única quantidade de dois modos. A isto chamamos uma Equação, uma vez que os termos de uma destas duas expressões são iguais aos termos da outra (ROQUE, 2012, p.247).

René Descartes, conhecido também em língua latina como Renatus Cartesius, é considerado um gênio da Matemática, relacionou a Álgebra com a Geometria e desta relação resultou a Geometria Analítica e o sistema de coordenadas, conhecido hoje como Plano Cartesiano.

Para Roque (2012, p.247) “o objetivo de Descartes era utilizar na geometria, para resolver problemas de construção, uma espécie de aritmética, na qual regras simples de composição levassem dos objetos simples a outros mais complexos. Por razões puramente geométricas, era necessário algebrizar a geometria”.

A obra de Descartes, segundo Roque (2012), teve como novidade a introdução de um sistema de coordenadas para representar equações indeterminadas, a introdução deste instrumento fundamental para o projeto cartesiano foi motivado inicialmente pelo problema de Pappus:

> Encontrar o lugar geométrico de um ponto tal que, se segmentos de reta são traçados desde este ponto até três ou quatro retas dadas, formando com elas ângulos determinados, o produto de dois destes segmentos deve ser proporcional ao produto dos outros dois (se há quatro retas) ou ao quadrado do terceiro (se há três retas) (ROQUE, 2012, p.252).

Roque (2012, p. 254) observa que

> a utilização de um sistema de coordenadas, passo fundamental na invenção da geometria analítica, está associada a um problema indeterminado, ou seja, com duas quantidades desconhecidas (chamadas mais tarde de “variáveis”). É importante notar ainda que, em Descartes, este sistema não empregava necessariamente um sistema de eixos ortogonais, pois, para cada problema, devia ser escolhido o sistema mais conveniente.

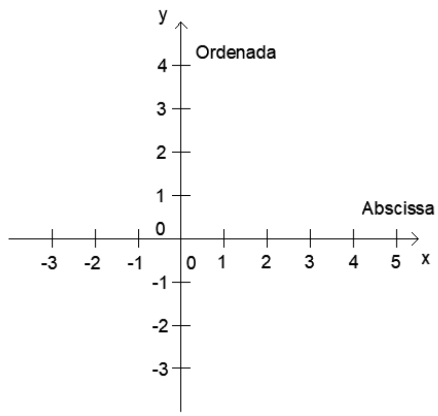
O maior interesse de Descartes estava em deduzir equações para resolver problemas geométricos e não em estudar as equações por si mesmas. Segundo Roque (2012, p.261), “ele aceitava a análise algébrica como tópico matemático autônomo, independente da geometria, o que não era uma atitude comum na sua época”.

Seus estudos permitiram o desenvolvimento da Cartografia, ciência da representação gráfica da superfície terrestre, responsável pelos aspectos matemáticos unidos à elaboração de mapas.

4.3 Plano Cartesiano

O Sistema de Coordenadas Cartesianas, ou Plano Cartesiano, criado por René Descartes, que teve como objetivo sistematizar técnicas de localização no plano, é um objeto matemático plano e composto por duas retas numéricas perpendiculares, formando um ângulo de 90º, que possuem apenas um ponto em comum conhecido como origem. No ponto onde a reta horizontal intersecta a reta vertical é marcado o número zero em ambas as retas. A reta horizontal recebe o nome de eixo das abscissas ou eixo x e a reta vertical recebe o nome de eixo das ordenadas ou eixo y. Os eixos são enumerados compreendendo o conjunto dos números reais. Observemos a seguir a figura 08 que representa o Plano Cartesiano.

Figura 08 – Plano Cartesiano com destaque para Abscissa e Ordenada.



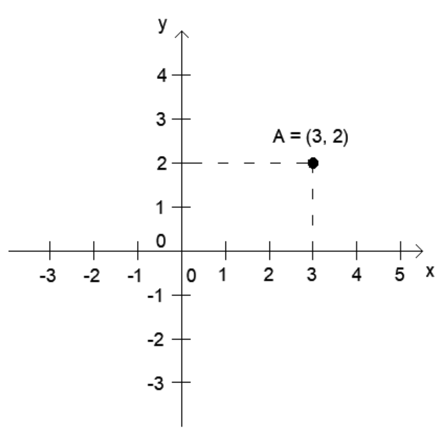
Fonte: Produção da pesquisadora, 2019.

O Plano Cartesiano é muito empregado na construção de gráficos de funções, onde os valores relacionados à x constituem o domínio e os valores de y, a imagem da função. A ideia do Sistema de Coordenadas Cartesianas é uma respeitada e importante ferramenta na Matemática, promovendo a observação do desempenho de funções em alguns pontos avaliados como críticos.

Os pares ordenados (x, y) são números usados para determinar a localização de pontos no plano, a primeira coordenada é referente ao eixo das abscissas, e a segunda é referente ao eixo das ordenadas, sempre apresentadas nessa ordem.

Por exemplo o par ordenado (3, 2) refere-se ao ponto no plano onde 3 é a abcissa (x) e 2 é a ordenada (y), conforme mostra a figura 09.

Figura 09 – Par ordenado (3, 2) e localização no Plano Cartesiano.



Fonte: Produção da pesquisadora, 2019.

Para marcar o ponto (3, -3) no Plano Cartesiano devemos proceder da seguinte maneira:

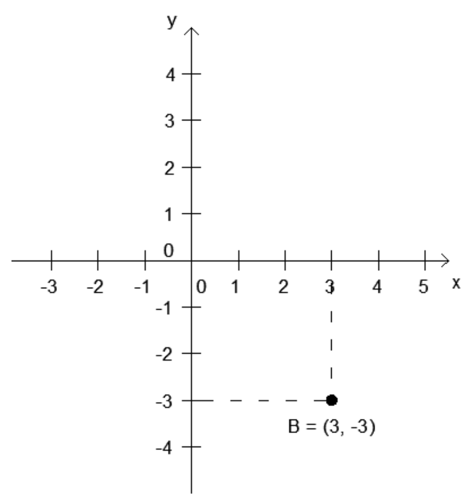
1º - sabendo que a coordenada x = 3, procuremos o número 3 sobre o eixo x e faremos nesse ponto uma reta tracejada e perpendicular a esse eixo.

2º - sabendo que a coordenada y = -3, localizaremos o número -3 sobre o eixo y e faremos nesse ponto uma reta tracejada e perpendicular a esse eixo.

3º - o ponto de encontro entre as duas retas que foram construídas é o ponto desejado.

A figura 10 mostra essa construção.

Figura 10 – Par ordenado (3 , -3) e localização no Plano Cartesiano.



Fonte: Produção da pesquisadora, 2019.

Os eixos x e y dividem o plano em quatro regiões. Cada uma dessas regiões é denominada quadrante.

No 1º quadrante encontram-se os pontos em que $x > 0$ e $y > 0$.

No 2º quadrante encontram-se os pontos em que $x < 0$ e $y > 0$.

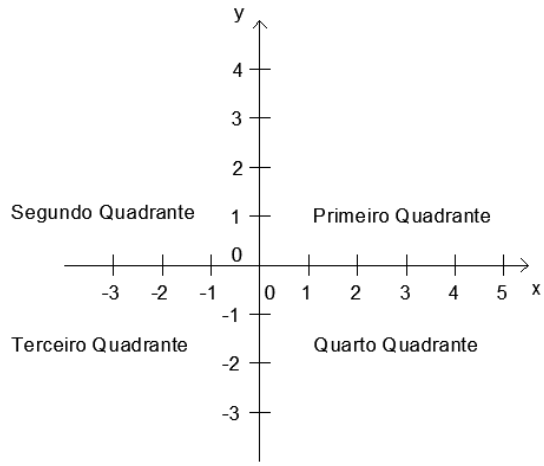
No 3º quadrante encontram-se os pontos em que $x < 0$ e $y < 0$.

No 4º quadrante encontram-se os pontos em que $x > 0$ e $y < 0$.

Quando o ponto se localiza sobe o eixo das abscissas, sua ordenada é zero, ou seja, $y = 0$.

Quando o ponto se localiza sobe o eixo das ordenadas, sua abscissa é zero, ou seja, $x = 0$.

Figura 11 – Localização dos quadrantes.



Fonte: Produção da pesquisadora, 2019.

Devido a criação do Plano Cartesiano e da localização dos pontos é possível construir toda a geometria analítica. Esse campo de conhecimento busca estudar a geometria plana e espacial utilizando ferramentas da álgebra, permitindo a demonstração de muitos resultados que até então não eram possíveis, criação de muitas propriedades que ainda não haviam sido observadas e outras maneiras de demonstrar resultados que já estavam prontos.

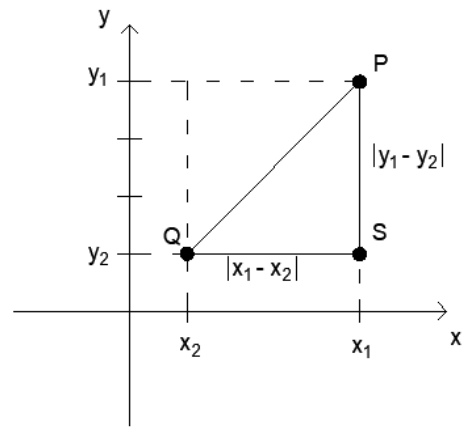
A distância entre dois pontos nos fornece apoio para a construção de figuras geométricas no Plano Cartesiano e estrutura a demonstração de propriedades que as abarcam. Sejam P (x_1, y_1) e Q (x_2, y_2) dois pontos no plano. Como mostra a figura 12, a partir de P e Q, podemos construir o triângulo retângulo PSQ. Em termos das coordenadas de P e Q, as medidas dos catetos deste triângulo são $|x_1 - x_2|$ e $|y_1 - y_2|$. Logo, a medida de sua hipotenusa é

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Este número é chamado distância de P a Q e indicado por d (P, Q), isto é, por definição,

$$d\,(P,Q) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Figura 12 – Distância entre dois pontos



Fonte: Produção da pesquisadora, 2019.

O Plano Cartesiano, associado a latitude e a longitude e estudos geográficos está também associado ao Sistema de Posicionamento Global – GPS (*Global Positioning System*) permitindo uma localização precisa na terra, desde que tenhamos em mão um receptor de sinais GPS, informando a latitude, a longitude e a altitude com o auxílio de 24 satélites em órbita da Terra. O GPS é um instrumento criado pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos, para fins militares, com função de identificar a localização de um aparelho chamado de receptor GPS.

Um exemplo de utilização do GPS são os aviões, que para não se colidirem são monitorados e informados em qual rota devem seguir viagem. Talvez os que mais se beneficiam com a criação e popularização do GPS são os taxistas, permitindo que, utilizando mapas da cidade, tenham a possibilidade de encontrar qualquer endereço, sem precisar conhecer muito bem os lugares.

4.4 Plano de Ação

Passamos agora para a apresentação e descrição do Plano de Ação com vistas a perceber como o LEMA pode contribuir no processo de ensino e aprendizagem da matemática. Neste sentido, a seguir estão planos das cinco aulas desenvolvidas com a classe da 1ª série do Ensino Médio.

O Plano de Ação foi elaborado em 5 etapas, as quais na primeira foram trabalhados os conceitos do Plano Cartesiano, na segunda temos uma problematização envolvendo conceitos de

Função Polinomial do 1º Grau para no terceiro momento realizar a representação gráfica da Lei de Formação. Na quarta etapa, utilizou-se o Geoplano como metodologia diferenciada para trabalhar os conceitos de Plano de Cartesiano e Função Polinomial do 1º Grau. Por fim, utilizou-se o software GeoGebra para trabalhar os conceitos com o auxílio do computador.

Passamos a seguir para a apresentação e descrição de cada uma das etapas no formato de plano de aulas.

4.4.1 Plano de Aula 01

DISCIPLINA: Matemática

PROFª: Giovana Madalena Michels Heringer

CURSO: Ensino Médio

TURMA: 1ª Série

DURAÇÃO: 3 aulas de 50 minutos

CONTEÚDO: Plano Cartesiano

OBJETIVO GERAL:

- ✓ Interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no Plano Cartesiano.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- ✓ Identificar as características de um plano cartesiano e trabalhar com as nomenclaturas referentes ao estudo do Plano Cartesiano (eixos, abscissa, ordenada, ponto de origem, quadrantes);
- ✓ Identificar a coordenadas de um ponto do plano;
- ✓ Localizar um ponto no Plano Cartesiano através de suas coordenadas;
- ✓ Representar os pontos do Plano Cartesiano em pares ordenados.

COMPETÊNCIAS / HABILIDADES

Competência Específica 3 - Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

Habilidades:

EM13MAT301 – Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

EM13MAT302 – Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

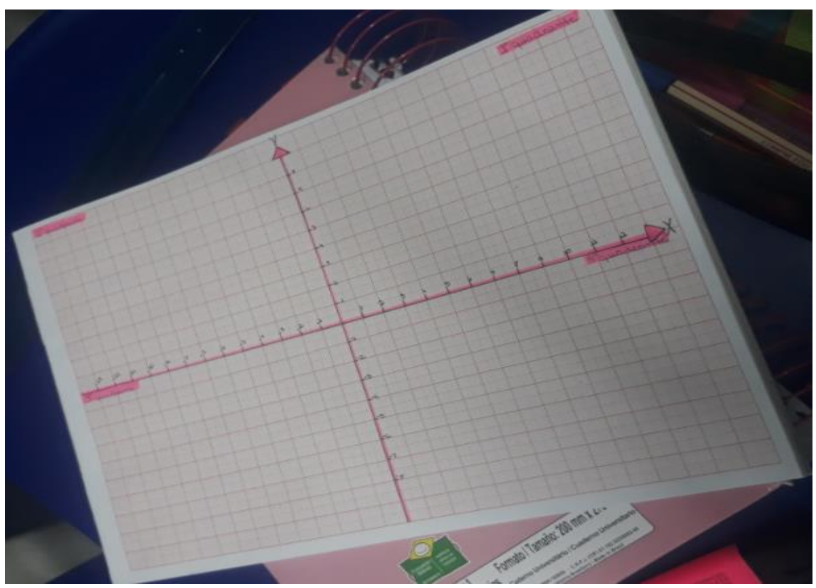
METODOLOGIA E DESENVOLVIMENTO

Para iniciar a atividades foram retomados conhecimentos prévios que o aluno deve possuir, como Conjunto dos Números Inteiros representados na reta numérica e suas propriedades; Conjunto Domínio (x) e conjunto Imagem (y) de uma função; Representação dos pares ordenados no Plano Cartesiano. Também foram trabalhados os conceitos de Plano Cartesiano Ortogonal e sua utilização na construção de gráficos de funções, onde os valores relacionados à x constituem o domínio e os valores de y, a imagem da função.

No início da aula foi apresentada uma síntese da história do Matemático René Descartes e sua relação com o estudo do Plano Cartesiano.

O tabuleiro do jogo foi confeccionado individualmente, utilizando uma placa de isopor de tamanho A4 (21,0 x 29,7 cm) na qual foi colado um papel milimetrado, de mesmas dimensões. Antes da colagem foi necessário representar os eixos coordenados e identificar os números das retas, utilizando a escala do papel milimetrado (Figura 13).

Figura 13 – Cartela de isopor com papel milimetrado e a representação do Plano Cartesiano



Fonte: Acervo da pesquisadora, 2019.

Para dar início à atividade, foi realizada uma breve revisão sobre a representação dos pontos (pares ordenados) no Plano Cartesiano e uma explicação sobre as Regras do jogo Batalha Naval, mostrando as possibilidades de embarcações (Figura 14).

Figura 14 – Embarcações disponíveis (modelo apresentado).

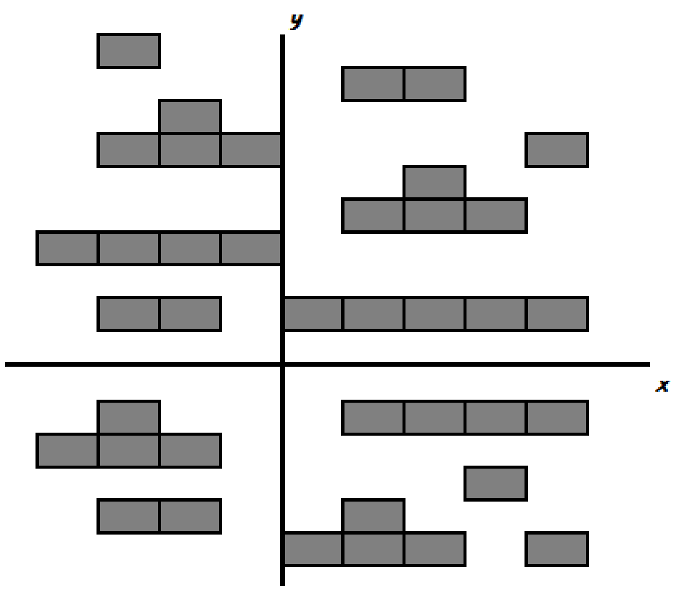
Jogo: BATALHA NAVAL	
Representação Gráfica	Embarcação
	Hidro-aviões (4)
	Couraçado (1)
	Cruzadores (2)
	Destroier (3)
	Submarino (4)

Fonte: Produção da pesquisadora, 2019.

Regras do Jogo Batalha Naval

1. Cada aluno, utilizando sua cartela, marca a posição de cada uma das embarcações conforme modelo apresentado no quadro (Figura 15);

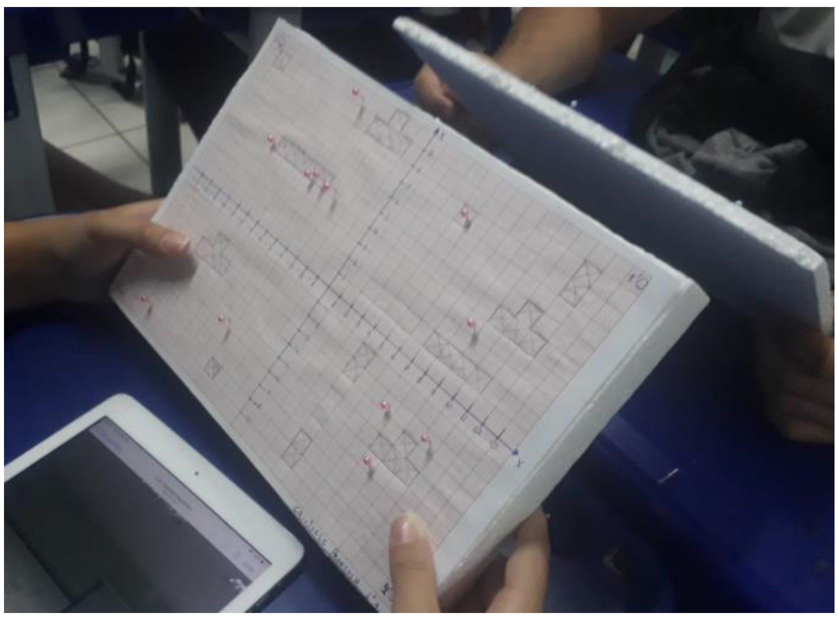
Figura 15 – Modelo de posicionamento das embarcações.



Fonte: Produção da pesquisadora, 2019.

2. É definido que o tiro certeiro deve ocorrer no canto inferior esquerdo, exatamente no ponto da coordenada. Os alfinetes auxiliam o jogador a marcar seus tiros contra o adversário.
3. Após cada aluno fazer suas marcações, estipula-se quem inicia (no “par ou ímpar”), com a disputa “atirando”, o atirador da vez deve dizer o par ordenado onde acertará seu tiro.
4. Caso o oponente acerte uma embarcação (parte dela) o jogador deverá informar qual foi, mas caso erre o jogador fala “água”. Quando o jogador acertar todas as partes de uma embarcação essa afunda. (Figura 16)
5. Vence aquele que conseguir afundar todas as embarcações do adversário.

Figura 16 – Jogo: Batalha Naval



Fonte: Acervo da pesquisadora, 2019.

RECURSOS

- Isopor, papel milimetrado, esquadros, alfinete (tabuleiro do jogo);
- Quadro e pincel.

AVALIAÇÃO

Debate em aula:

A criação do Sistema de Coordenadas Cartesianas é considerada uma ferramenta muito importante na Matemática, facilitando a observação do comportamento de funções em alguns pontos considerados críticos.

Questionamentos:

- Quantas referências no plano vocês utilizaram para indicar cada tiro?
- Qual a importância de se estipular uma referência padrão?
- O que deveria ser feito caso essas referências não estivessem sido estipuladas?

BIBLIOGRAFIA

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNC C_20jan_site.pdf. Acesso em: 05 de setembro de 2019.

SANTOS, Claudia A., INAFUCO, Julio K. *Matemática: 1º ano*. Ensino Médio. 4ª impressão. Brasília: Edebê Brasil, 2017.

4.4.2 Plano de Aula 02

DISCIPLINA: Matemática

PROFª: Giovana Madalena Michels Heringer

CURSO: Ensino Médio

TURMA: 1ª Série

DURAÇÃO: 1 aula de 50 minutos

CONTEÚDO: Função Polinomial de 1º grau - Problematização

OBJETIVO GERAL:

- ✓ Interpretar e desenvolver a Lei de Formação de uma Função Polinomial de 1º Grau por meio de situação problema.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- ✓ Resolver situações-problemas que envolvam duas grandezas.
- ✓ Identificar os coeficientes numéricos da Função Polinomial de 1º Grau;
- ✓ Determinar domínio, imagem, zeros e períodos da função de 1º grau;

COMPETÊNCIAS / HABILIDADES

Competência Específica 3 - Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

Habilidades:

EM13MAT301 – Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

EM13MAT302 – Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

METODOLOGIA E DESENVOLVIMENTO

O aluno deve possuir conhecimentos prévios como: Pares ordenados e Lei de Formação de uma Função Polinomial de 1º Grau.

Inicialmente foi apresentada a problematização abaixo, no Datashow, para que os alunos transcrevessem em uma folha A4, fornecida pelo professor. Organizados em duplas desenvolveram a Lei de Formação e posteriormente montaram a tabela com os valores dos pares ordenados (x, y).

Problematização:

Pensando na melhor escolha por um plano de telefonia celular, analise a seguinte situação fictícia envolvendo as operadoras A e B.

A operadora A cobra de seus clientes um valor mensal fixo de R$120,00 e oferece tecnologia de internet para celulares, 100 minutos de ligação livre para qualquer operadora, pacote com número fixo de mensagens. Para cada minuto adicional de ligação, são cobrados R$ 0,85.

Já a operadora B cobra um valor fixo de R$ 113,00 mensais com as mesmas vantagens da operadora A, porém, após 100minutos de ligação, cada minuto adicional é tarifado a R$ 0,95.

Questionamento: Qual é a melhor escolha?

Resposta esperada: Depende do perfil do consumidor, ou seja, da quantidade de minutos de ligação que o cliente utiliza durante o mês.

Analisando a proposta da operadora A:

Usando x para representar o número de minutos adicionais aos 100 e y o valor a ser pago, compare esses dois valores pela tabela 01:

Tabela 01 – Lei de formação: Operadora A.

x	y
10	120 + 0,85 . 10 = 128,50
20	120 + 0,85 . 20 = 137,00
30	120 + 0,85 . 30 = 145,50
40	120 + 0,85 . 40 = 154,00
...	...
x	120 + 0,85x = y

Fonte: Produção da pesquisadora, 2019.

Portanto, o valor y a ser pago para a operadora A pela utilização de x minutos adicionais durante um mês é dado pela função y = 0,85x + 120.

Analisando a proposta da operadora B, usando também x para representar o número de minutos adicionais aos 100 e y o valor a ser pago, observa-se na tabela 02:

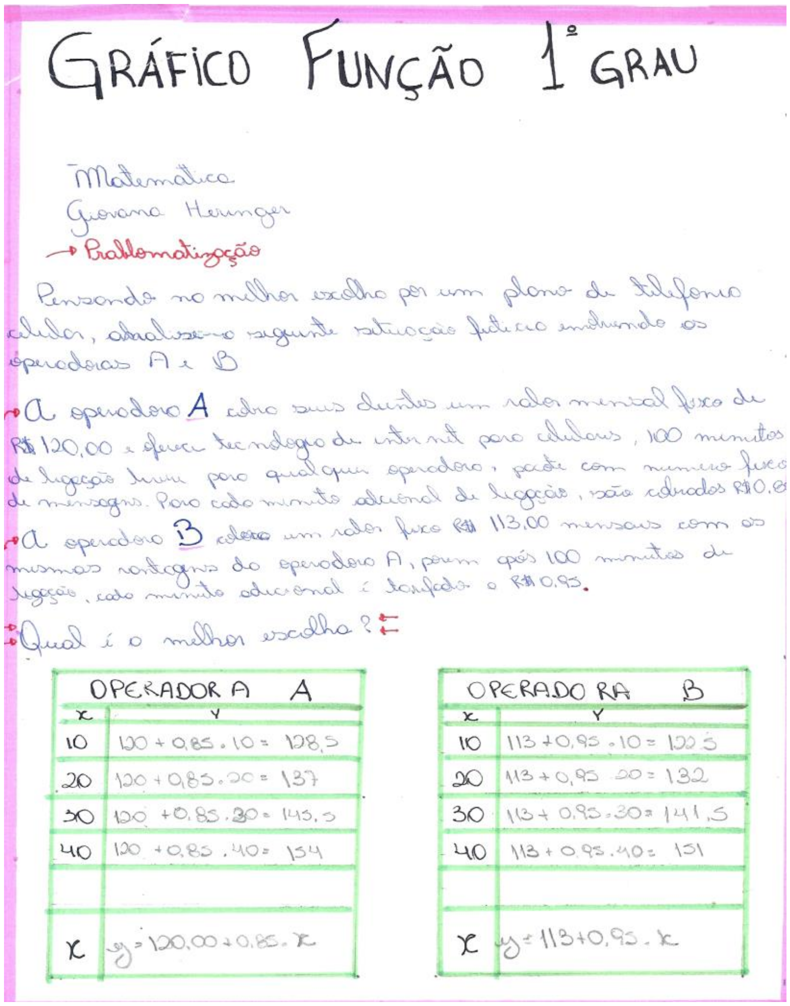
Tabela 02 – Lei de formação: Operadora B.

x	y
10	113 + 0,95 . 10 = 122,50
20	113 + 0,95 . 20 = 132,00
30	113 + 0,95 . 30 = 141,50
40	113 + 0,95 . 40 = 151,00
...	...
x	113 + 0,95x = y

Fonte: Produção da pesquisadora, 2019.

O valor a ser pago para a Operadora B pela utilização de x minutos adicionais durante um mês é dado pela função y = 0,95x + 113.

Figura 17 – Problematização realizada pelo aluno J.



Fonte: Acervo da pesquisadora, 2019.

RECURSOS

- Datashow, Material Didático Digital (MDD);
- Quadro e pincel.

AVALIAÇÃO

Debate em aula:

A problematização e o desenvolvimento da Lei de Formação com alguns questionamentos:

- Quantas funções polinomiais de 1º grau foram encontradas nesta problematização?
- Qual a Lei de Formação de cada operadora?
- Qual a importância de desenvolver uma tabela para operadora A e para operadora B?

- Como definir a melhor operadora?

BIBLIOGRAFIA

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNC C_20jan_site.pdf. Acesso em: 05 de setembro de 2019.

SANTOS, Claudia A., INAFUCO, Julio K. *Matemática: 1º ano*. Ensino Médio. 4ª impressão. Brasília: Edebê Brasil, 2017.

4.4.3 Plano de Aula 03

DISCIPLINA: Matemática

PROFª: Giovana Madalena Michels Heringer

CURSO: Ensino Médio

TURMA: 1ª Série

DURAÇÃO: 2 aulas de 50 minutos

CONTEÚDO: Função Polinomial de 1º grau – Mesa de Desenho

OBJETIVO GERAL:

- ✓ Interpretar e desenvolver a Lei de Formação de uma Função Polinomial de 1º Grau e a sua representação gráfica no Plano Cartesiano.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- ✓ Identificar os coeficientes numéricos da Função Polinomial de 1º Grau;
- ✓ Expressar graficamente situações de interdependência entre duas grandezas;
- ✓ Analisar o crescimento e coordenadas dos pontos de intersecção nos eixos x e y.

COMPETÊNCIAS / HABILIDADES

Competência Específica 4 – Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

Habilidades:

EM13MAT401 – Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no Plano Cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

METODOLOGIA E DESENVOLVIMENTO

Foi realizado um rápido debate para relembrar conceitos acerca de função polinomial de 1º grau (Eixos orientados, variável dependente e variável independente, termo independente e coeficiente angular, reta crescente ou decrescente);

Na sala de Desenho Técnico, os alunos ocuparam, em duplas, a mesa de desenho, cada um fixou com fita adesiva um papel milimetrado de tamanho A4 (21,0 x 29,7cm), em formato paisagem. A mesa, composta por uma régua paralela que auxilia os traços horizontais e para os traços verticais os alunos usaram os esquadros apoiados na régua paralela.

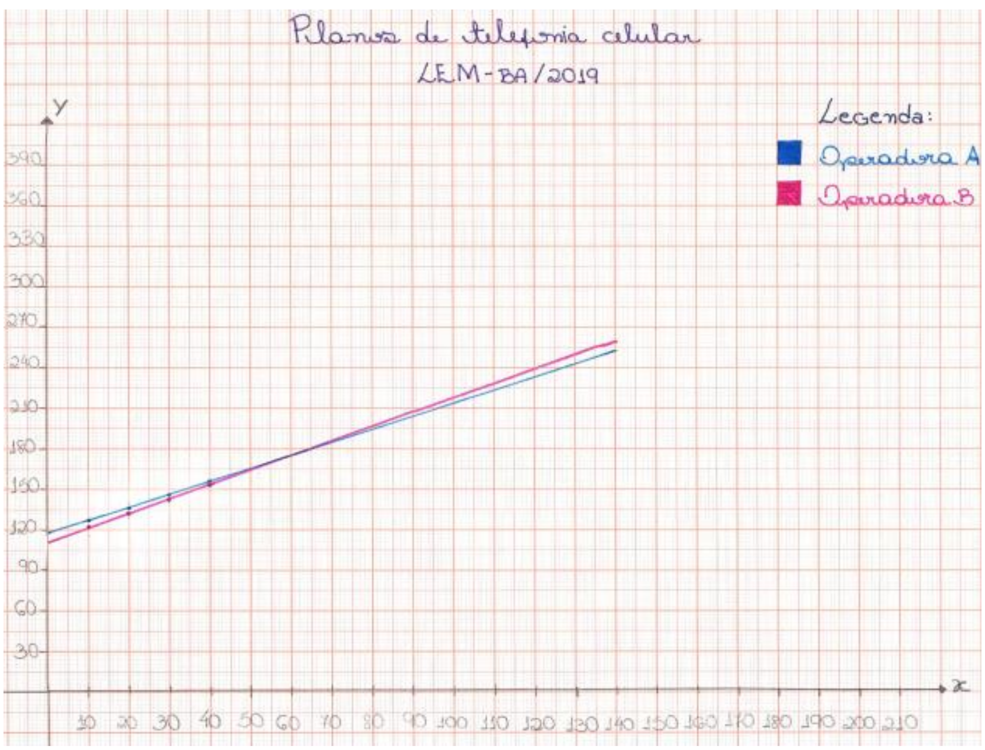
Foram estipuladas as variáveis "tempo" e calculadas as variáveis "valor cobrado" nos eixos x e y, respectivamente.

Os alunos realizaram individualmente a confecção de seus gráficos (Operadora A e Operadora B) no mesmo Plano Cartesiano, utilizando a escala do papel milimetrado marcaram os pontos calculados nas tabelas e unindo estes pontos obtiveram duas retas representadas pelas equações (Figura 18):

Operadora A: $f(x) = 120 + 0{,}85x$

Operadora B: $f(x) = 113 + 0{,}95x$

Figura 18 – Plano cartesiano com as retas, confeccionado pelo aluno D.



Fonte: Acervo da pesquisadora, 2019.

RECURSOS

- ✓ Mesa de Desenho Técnico com régua paralela;
- ✓ Esquadros, régua, papel milimetrado A4.

AVALIAÇÃO

O gráfico das funções polinomiais de 1º grau (Operadora A e operadora B) será avaliado com pontuação de Tarefa de Casa.

BIBLIOGRAFIA

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNC C_20jan_site.pdf. Acesso em: 05 de setembro de 2019.

SANTOS, Claudia A., INAFUCO, Julio K. *Matemática: 1º ano*. Ensino Médio. 4ª impressão. Brasília: Edebê Brasil, 2017.

4.4.4 Plano de Aula 04

DISCIPLINA: Matemática

PROFª: Giovana Madalena Michels Heringer

CURSO: Ensino Médio

TURMA: 1ª Série

DURAÇÃO: 2 aulas de 50 minutos

CONTEÚDO: Função Polinomial de 1º grau com representação no Geoplano.

OBJETIVO GERAL:

- ✓ Interpretar e desenvolver a Lei de Formação de uma Função Polinomial de 1º Grau e a sua representação gráfica no Plano Cartesiano.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- ✓ Identificar os coeficientes numéricos da Função Polinomial de 1º Grau;
- ✓ Expressar graficamente situações de interdependência entre duas grandezas;
- ✓ Analisar o crescimento e coordenadas dos pontos de intersecção nos eixos x e y.

COMPETÊNCIAS / HABILIDADES

Competência Específica 4 – Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

Habilidades:

EM13MAT401 – Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no Plano Cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

METODOLOGIA E DESENVOLVIMENTO

Os grupos com 4 componentes foram organizados por sorteio e cada integrante teve uma função específica, assim distribuída:

- Um líder: responsável por coordenar a execução, leva as dúvidas da equipe ao professor.

- Um técnico: responsável pela elaboração da problematização utilizando um exemplo de situação cotidiana e Lei de formação da função.

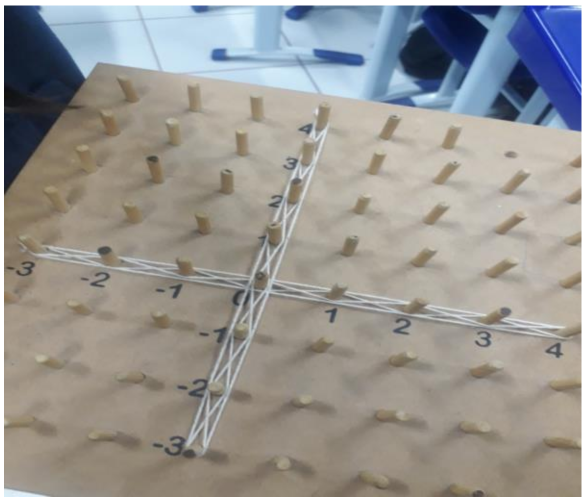
- Um organizador: responsável pelo registro do trabalho e organização da tabela.

- Um construtor: responsável pela construção do gráfico no Geoplano.

Em equipes, os alunos confeccionaram tabelas com os dados observados nos diagramas e representaram essas funções matemáticas no Geoplano de madeira.

Após concluir todo o trabalho eles socializaram o conhecimento com os colegas apresentando todo o desenvolvimento e conclusão (Figura 19).

Figura 19 – Geoplano de madeira: construção realizada pelo aluno E.



Fonte: Acervo da pesquisadora, 2019.

RECURSOS

- ✓ Geoplano de madeira, barbantes coloridos.

AVALIAÇÃO

Avaliação processual do trabalho em equipe e da apresentação e criatividade, considerando as fases de desenvolvimento da atividade e o trabalho em equipe para se chegar a um resultado.

BIBLIOGRAFIA

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNC C_20jan_site.pdf. Acesso em: 05 de setembro de 2019.

SANTOS, Claudia A., INAFUCO, Julio K. *Matemática: 1º ano*. Ensino Médio. 4ª impressão. Brasília: Edebê Brasil, 2017.

4.4.5 Plano de Aula 05

DISCIPLINA: Matemática

PROFª: Giovana Madalena Michels Heringer

CURSO: Ensino Médio

TURMA: 1ª Série

DURAÇÃO: 2 aulas de 50 minutos

CONTEÚDO: Função Polinomial de 1º grau com representação no software GeoGebra.

OBJETIVO GERAL:

- ✓ Interpretar e desenvolver a Lei de Formação de uma Função Polinomial de 1º Grau e a sua representação gráfica no Plano Cartesiano com uso de software.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- ✓ Identificar os coeficientes numéricos da Função Polinomial de 1º Grau;
- ✓ Expressar graficamente situações de interdependência entre duas grandezas;
- ✓ Analisar o crescimento e coordenadas dos pontos de intersecção nos eixos x e y.

COMPETÊNCIAS / HABILIDADES

Competência Específica 4 – Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

Habilidades:

EM13MAT401 – Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no Plano Cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

METODOLOGIA E DESENVOLVIMENTO

A aula foi expositiva e dialogada, com apresentação de uma série de pares ordenados com coordenadas iguais e sinais invertidos (3,-3), com zero em uma das coordenadas (0,1) e números iguais porém invertidos (2,3) e (3,2).

Os alunos marcaram os pares ordenados solicitados no software GeoGebra e a professora conferiu, em cada computador, se as localizações coincidiam.

Para a representação de uma Função Polinomial de 1º grau, foi trabalhado o exemplo número 01 do livro didático (SANTOS; INAFUCO, 2017, p.135).

Exemplo 01:

Um táxi comum, em determinada localidade, cobra R$4,00 de tarifa fixa, denominada bandeirada, mais um adicional de R$ 2,00 por quilômetro rodado.

Analise algumas situações, chamando de x o número de quilômetros rodados e de y o valor a ser cobrado pela corrida.

Resolução:

A expressão $y = 4 + 2x$ representa o valor a ser pago por uma corrida (y) em função do número de quilômetros rodados (x). Assim, essa situação é representada por uma função afim:

$$f(x) = 2x + 4$$

Tabela 03 – Lei de formação: Problema do Táxi.

x	Y
5	4,00 + 2,00 * 5 = 14,00
10	4,00 + 2,00 * 10 = 24,00
15	4,00 + 2,00 * 15 = 34,00
20	4,00 + 2,00 * 20 = 44,00
...	...
x	4 + 2x = y

Fonte: Produção da pesquisadora, 2019.

Nesse caso, as constantes a e b são, respectivamente, iguais a 2 e 4.

Quando se deseja saber o valor a ser pago por uma corrida de 22 km, basta substituir

$$x = 22 \text{ em } y = 4 + 2x.$$

Então:

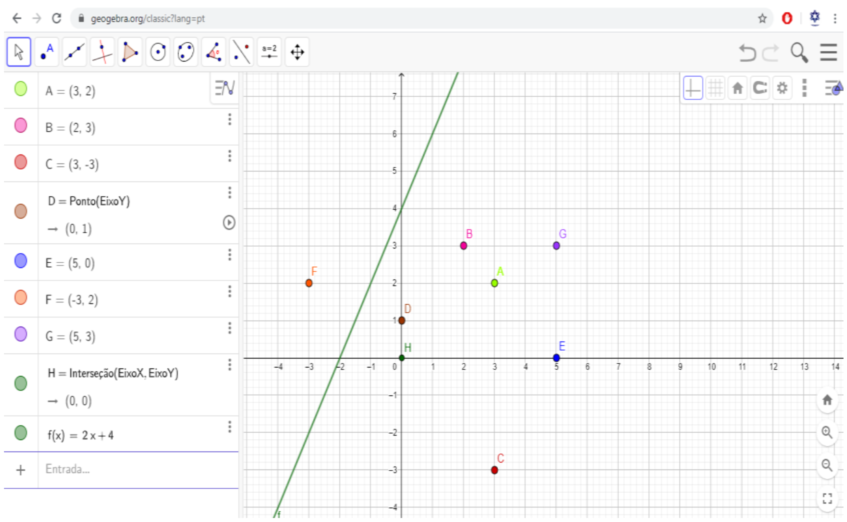
$$y = 4 + 2(22) = 48 \text{ reais.}$$

A corrida terá um valor final de R$ 48,00.

A escolha do exemplo 01 foi por apresentar a equação f(x) = 2x + 4 que tem como solução variáveis inteiras.

Em seguida foram fornecidos valores para x (x = – 3; x = – 2; x = – 1; x = 0; x = 1; x = 2; x = 3; x = 4) para que os alunos descobrissem os correspondentes para y.

Figura 20 – Software GeoGebra: construção realizada pela aluna A.



Fonte: Acervo da pesquisadora, 2019.

RECURSOS

Laboratório de Informática: GeoGebra Clássico 6 – um software livre de Geometria, para Windows (www.geogebra.org).

AVALIAÇÃO

A análise da marcação dos pontos e do traçado da reta foi realizada individualmente, no computador de cada aluno.

Foi realizado um debate em aula com os seguintes questionamentos:

* Expliquem, com suas palavras, a localização dos pontos encontrados.

* Questionar sobre a posição das coordenadas (2,5) e (5,2). Elas possuem localizações diferentes? Por quê?

* Como construíram o gráfico da função afim?

* Quais valores vocês usaram na tabela? Usando valores diferentes vocês geraram gráficos diferentes?

BIBLIOGRAFIA

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNC C_20jan_site.pdf. Acesso em: 05 de setembro de 2019.

SANTOS, Claudia A., INAFUCO, Julio K. *Matemática: 1º ano*. Ensino Médio. 4ª impressão. Brasília: Edebê Brasil, 2017.

4.5 Resultados e Discussões

Neste tópico apresentamos os resultados das atividades desenvolvidas em cada etapa do Plano de Ação e as discussões destes resultados com o referencial teórico. Para tanto, descreveremos passo a passo os procedimentos de cada um dos cinco Planos de Aula e um quadro geral com o tratamento das informações obtidas.

4.5.1 Das atividades do Plano de Aula 01

Essa atividade teve como objetivo reforçar a noção e compreensão de referências e sua importância no estudo do Plano Cartesiano, sendo que observando o Plano Cartesiano eles entenderam a relação da representação em pares ordenados dos pontos pedidos.

Com a realização dessas atividades os alunos conseguiram compreender com maior significado as definições e características envolvidas no estudo do Plano Cartesiano, compreenderam a importância de se adotar referências no jogo Batalha Naval para que o adversário possa interpretar a jogada realizada, e assim analisar se o tiro foi certeiro ou não.

Smole; Diniz; Milani (2007, p. 10) escrevem que

> No jogo, os erros são revistos de forma natural na ação das jogadas, sem deixar marcas negativas, mas propiciando novas tentativas, estimulando previsões e checagem. O planejamento de melhores jogadas e a utilização de conhecimentos adquiridos anteriormente propiciam a aquisição de novas ideias e novos conhecimentos.

Completam ainda que

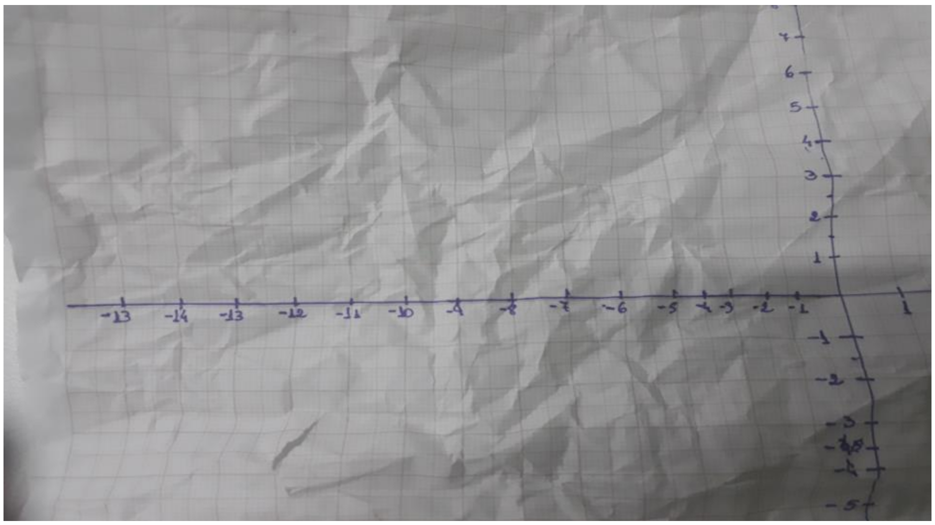
> Por permitir ao jogador controlar e corrigir seus erros, seus avanços, assim como rever suas respostas, o jogo possibilita a ele descobrir onde falhou ou teve sucesso e por que isso ocorreu. Essa consciência permite compreender o próprio processo de aprendizagem e desenvolver a autonomia para continuar aprendendo (SMOLE; DINIZ; MILANI, 2007, p.10).

Nesta perspectiva, passamos a descrição das atividades desenvolvidas pelos estudantes na atividade 01. Inicialmente, percebemos algumas dificuldades, por parte dos alunos, como:

- Inversão do Eixo das abscissas (x) pelo eixo das ordenadas (y).

- Iniciou a numeração da reta horizontal (eixo das abscissas) da esquerda para a direita e quando chegou na Origem não encaixou a escala e também desenhou os eixos sem uso da régua. (Figura 21).
- Houveram questionamentos referentes as regras do jogo Batalha Naval, pois muitos nunca haviam jogado.

Figura 21 – O aluno F iniciou a numeração da esquerda para direita, ficando fora de escala.



Fonte: Acervo da pesquisadora, 2019.

Desta atividade, participaram 22 alunos e houve uma boa aceitação por parte deles por se tratar de uma atividade com potencial lúdico e uma oportunidade de deixar a aula tradicional com resolução de exercícios.

Em uma determinada etapa do jogo, foi observado que alguns alunos marcaram o tiro no centro do quadrado formador da embarcação, ou seja, no ponto onde as coordenadas não são números inteiros. Foi retomada a explicação das regras quanto ao ponto pré-definido como alvo.

A conversa das duplas, em alguns momentos, transformou-se em um barulho exagerado quando ocorria o acerto de uma embarcação por inteiro, “afundou”, gritavam eles. Houve então a necessidade de uma pequena intervenção, procurando fazer com que retornassem ao foco. Contudo, esta agitação demonstra que houve envolvimento na atividade e que a disputa possibilitou aos estudantes o querer entender a marcação dos pontos no Plano Cartesiano, bem como perceber a estratégia do oponente.

Após a atividade do jogo a sala foi organizada pelos próprios estudantes, mantendo o ambiente limpo e preparado para a próxima aula.

4.5.2 Das atividades do Plano de Aula 02

O objetivo desta aula foi interpretar e desenvolver a Lei de Formação de uma Função Polinomial de 1º Grau por meio de situação problema. Para tanto, apresentou-se uma situação problema envolvendo operadoras de telefonia celular onde cada operadora apresenta um plano tendo valores fixos e variáveis, no qual se questiona a melhor opção de escolha, conforme segue:

Problematização

A operadora A cobra de seus clientes um valor mensal fixo de R$120,00 e oferece tecnologia de internet para celulares, 100 minutos de ligação livre para qualquer operadora, pacote com número fixo de mensagens. Para cada minuto adicional de ligação, são cobrados R$ 0,85.

Já a operadora B cobra um valor fixo de R$ 113,00 mensais com as mesmas vantagens da operadora A, porém, após 100 minutos de ligação, cada minuto adicional é tarifado a R$ 0,95.

Quadro 01 – Lei de formação das funções de cada Operadora.

Operadora A	Operadora B
$y = 0{,}85x + 120$	$y = 0{,}95x + 113$
Sendo $a = 0{,}85$ e $b = 120$	Sendo $a = 0{,}95$ e $b = 113$

Fonte: Produção da pesquisadora, 2019.

Participaram desta atividade, 24 estudantes. Todos conseguiram formular as leis de formação das duas funções e construíram as tabelas de domínio e imagem. Houve cinco tipos de respostas quanto ao questionamento da melhor opção de escolha, como pode ser observado na tabela 04 a seguir:

Tabela 04 – Resultados da problematização.

Conclusão	Frequência	Percentual (%)
Não indicaram qual a melhor opção.	10	41,66
Afirmaram que a operador B é sempre a mais vantajosa.	9	37,50
Afirmaram que a operadora B é mais vantajosa até 40 minutos.	3	12,50
Afirmaram que a operadora B é mais vantajosa até 50 minutos.	1	4,17
Afirmaram que a operadora B é aparentemente a mais vantajosa.	1	4,17
Total	**24**	**100,00**

Fonte: Elaborado pela autora, 2019.

Analisando a tabela 04, podemos perceber que os estudantes têm conhecimento quanto a formulação da lei de formação de uma função e que eles compreendem domínio e imagem de uma função algebricamente. Contudo, não se pode dizer que eles conseguem utilizar esses conhecimentos para tomada de decisão, pois, a situação-problema apresentada tem um momento onde o plano da Operadora B é mais vantajoso, mas deixa de ser a partir de 70 minutos, onde passa ser mais vantajoso a Operadora A.

Os estudantes tomaram como domínio valores sempre menores que 50 minutos. Não conseguindo perceber estas alterações. Ao igualarmos as funções, calculamos os valores para x e y que satisfazem simultaneamente as duas funções. Podemos concluir que há um ponto de interseção entre as retas, observando que elas não são paralelas. Conforme resolução a seguir:

Plano da operadora A: $y = 120 + 0,85x$ (1)

Plano da operadora B: $y = 113 + 0,95x$ (2)

Igualando 1 e 2 temos:

$$120 + 0,85x = 113 + 0,95x$$

$$x = 70$$

Substituindo x = 70 em 1, obtemos:

$$y = 120 + 0,85x$$

$$y = 120 + 0,85(70)$$

$$y = 179,50$$

Portanto, o ponto (70; 179,50) é o ponto de interseção onde uma passa a ser maior que a outra.

4.5.3 Das atividades do Plano de Aula 03

O objetivo desta aula foi interpretar e desenvolver a Lei de Formação de uma Função Polinomial de 1º Grau e sua representação gráfica no Plano Cartesiano. Para tanto, utilizou-se da mesma situação problema da aula anterior e solicitou-se para representar graficamente as funções dos planos das operadoras de telefonia celular.

Os recursos didáticos utilizados foram: a Sala de Desenho Técnico, papel milimetrado de tamanho A4, esquadros, escalímetro, mesa de desenho com régua paralela, canetas coloridas (ou lápis de cor) e lápis.

Na sala de Desenho Técnico, os alunos sentaram em duplas na mesa de desenho, cada um fixou com fita adesiva um papel milimetrado de tamanho A4 (21,0 x 29,7cm), em formato paisagem. A mesa é composta por uma régua paralela que auxilia os traços horizontais e para os traços verticais os alunos usam os esquadros apoiados na régua paralela. Os estudantes então tiveram que construir o Plano Cartesiano e representar graficamente as funções e os pontos calculados na aula anterior.

O gráfico das funções polinomiais de 1º grau (Operadora A e operadora B) foi avaliado com pontuação de Tarefa de Casa.

O Plano Cartesiano foi representado neste papel, utilizando a escala do papel milimetrado, marcando os pontos calculados nas tabelas e unindo os pontos obtiveram duas retas que deveriam se interceptar no ponto (70 ; 179,5). Uma observação importante é de que as retas devem ter início nos pontos onde a abscissa é zero, conforme esboço do gráfico a seguir (Figura 22):

Figura 22 – Representação gráfica das funções no Plano Cartesiano.

Fonte: Acervo da pesquisadora, 2019.

Nesta atividade, tivemos 29 estudantes participantes. Analisando as atividades desenvolvidas, obtivemos os seguintes resultados:

Tabela 05 – Resultados das representações gráficas.

Conclusão	Frequência	Percentual (%)
Construíram os gráficos corretamente.	11	37,94
Construíram os gráficos onde houve a interseção das retas, contudo o ponto de interseção é menor que 70 minutos.	9	31,03
Construíram os gráficos onde as retas não se interceptaram.	4	13,79
Construíram os gráficos no formato de segmentos de reta.	4	13,79
Somente marcaram pontos, mas não traçou as retas.	1	3,45
Total	**29**	**100,00**

Fonte: Elaborado pela autora, 2019.

Na atividade da aula 02, nenhum estudante tinha conseguido perceber que havia um ponto onde um plano passava a ser mais vantajoso do que o outro e, a partir desse ponto, o outro plano passava a ser mais vantajoso. Com a confecção dos gráficos no Plano Cartesiano agora na atividade 03, tivemos um índice de 37,94% de percepção desta situação.

Os 9 estudantes que representam 31,03% que marcaram o ponto de interseção menor do que 70 minutos, observa-se que o erro foi na marcação da escala. Mesmo com esse equívoco, amplia-se o número dos que perceberam que a partir de um determinado ponto um plano passa a ser mais vantajoso do que era antes.

Se considerarmos que esses dois grupos de alunos avançaram na percepção de que a Operadora B deixa de ser mais vantajosa à partir de um determinado número de minutos utilizados, temos que quase 70% dos estudantes tiveram este aprendizado. Ao compararmos com a atividade da aula anterior, esse avanço é bastante significativo.

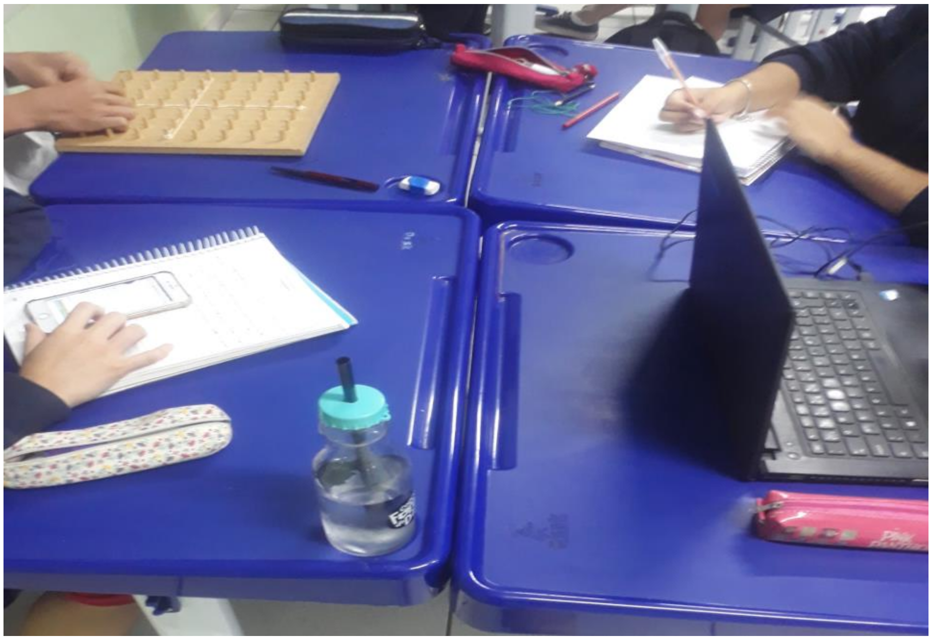
4.5.4 Das atividades do Plano de Aula 04

O objetivo desta aula foi interpretar e desenvolver a Lei de Formação de uma Função Polinomial de 1º Grau e a sua representação gráfica no Plano Cartesiano utilizando o Geoplano.

Os 24 alunos participantes foram divididos em 6 grupos de 4 alunos, onde cada integrante desenvolveu uma atividade. Um líder que foi responsável por coordenar a execução e levar as dúvidas da equipe ao professor; um técnico que foi responsável pela elaboração da problematização utilizando um exemplo de situação cotidiana e formulação Lei de formação da função; um organizador que ficou responsável pelo registro do trabalho e organização da tabela e ainda um construtor que teve como responsabilidade a construção do gráfico no Geoplano.

O trabalho em equipe auxiliou no aprendizado no sentido de cooperação, ao qual foi necessário ouvir o outro, justificar sua opinião, ser racional e coerente na tomada de decisões. Na figura 23 a seguir, é possível observar que cada estudante estava realizando uma ação diferente para cumprir a atividade.

Figura 23 – Trabalho desenvolvido em equipe.



Fonte: Acervo da pesquisadora, 2019.

Para Smole; Diniz; Milani (2007, p.11),

> É por meio da troca de pontos de vista com outras pessoas que a criança progressivamente descentra-se, isto é, ela passa a pensar por uma outra perspectiva e, gradualmente, a coordenar seu próprio modo de ver com outras opiniões. Isso não vale apenas na infância, mas em qualquer fase da vida.

Complementam ainda que

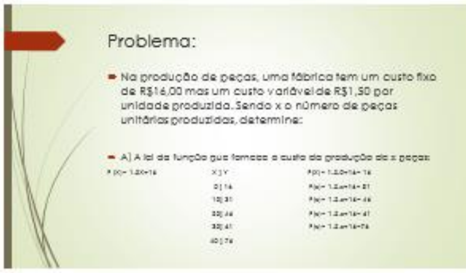
> Podemos mesmo afirmar que, sem a interação social, a lógica de uma pessoa não se desenvolveria plenamente, porque é nas situações interpessoais que ela se sente obrigada a ser coerente. Sozinha poderá dizer e fazer o que quiser pelo prazer e pela contingência do momento; porém em grupo, diante de outras pessoas, sentirá a necessidade de pensar naquilo que dirá, que fará, para que possa ser compreendida (SMOLE; DINIZ; MILANI, 2007, p. 11).

Figura 24 – Apresentação do trabalho da equipe 3.

Fonte: Acervo da pesquisadora, 2019.

Considerando as fases de desenvolvimento da atividade e o trabalho em equipe para se chegar a um resultado, a avaliação ocorreu de forma processual durante o trabalho em equipe e culminou na apresentação, com empenho e criatividade (Figura 24). A seguir, temos a apresentação em *Power point* produzida pelo grupo para esta atividade (Figura 25).

Figura 25 – Apresentação em *Power point* da equipe 2.



Fonte: Acervo da pesquisadora, 2019.

4.5.5 Das atividades do Plano de Aula 05

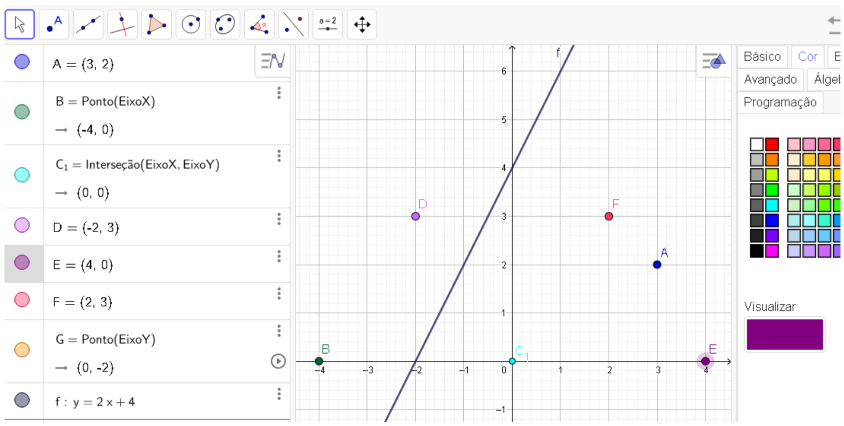
O objetivo desta atividade desenvolvida no Laboratório de Informática, foi interpretar e desenvolver a Lei de Formação de uma Função Polinomial de 1º Grau e a sua representação gráfica no Plano Cartesiano com uso de software como ferramenta tecnológica.

O fato de que os alunos já possuem familiarização com o aplicativo, tornou a aula tranquila e prazerosa. Todos os 24 alunos que participaram desta atividade tiveram êxito no desenvolvimento das etapas propostas. Apenas 2 alunos tiveram um pouco de dificuldade em como colorir ou realçar os pontos, pois não se lembravam mais deste recurso, mas rapidamente apareceram colegas prestativos que ensinaram e a atividade transcorreu conforme planejado. As atividades foram compartilhadas e os resultados foram evidenciados nos comentários entre os estudantes.

Ao final da atividade, salvaram a produção e enviaram para o e-mail da professora para obterem pontuação de tarefa desenvolvida (Figura 26).

Figura 26 – Função Polinomial do 1º Grau: f(x) = 2x + 4.

Produzida no software GeoGebra .



Fonte: www.geogebra.org – captura de tela - Acervo da pesquisadora, 2019.

Durante a realização da atividade, enquanto os alunos marcavam ou localizavam os pontos propostos e também inseriam as funções polinomiais de 1º grau, a professora fazia questionamentos referentes a localização dos pontos encontrados, como:

* Expliquem, com suas palavras, a localização dos pontos encontrados.

* O que vocês observam sobre a posição das coordenadas (2,3) e (3,2). Elas possuem localizações diferentes? Por quê?

* Como podemos construir o gráfico da função afim?

* Quais valores podemos usar na tabela? Usar valores diferentes gera gráficos diferentes?

Neste momento foi necessário organizar a ordem das falas, pois todos falavam ao mesmo tempo, querendo mostrar que haviam entendido e que estavam interessados em demonstrar isso aos demais do grupo.

Ao término do desenvolvimento das 5 atividades propostas no Plano de Ação, pudemos observar uma evolução significativa na aprendizagem dos alunos, principalmente aqueles que possuíam maior dificuldade.

Foi possível perceber a riqueza nos trabalhos desenvolvidos em equipe, pois a atividade compartilhada é fundamental para o desenvolvimento cognitivo do estudante, ficando evidente que eles mesmos estão construindo o saber, pois foram poucos os momentos em que solicitaram a ajuda no desenvolvimento das atividades. Também se evidenciou que, ao comunicar-se com o outro, perceberam que deveriam organizar as suas ideias para melhor externalizar, pois não possuíam a mesma clareza do professor na explicação dos conceitos.

Percebemos assim que o aluno deixou de ser um espectador para ser um agente socializador e participante na construção do seu conhecimento.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho de investigação tivemos como objetivos analisar atividades de ensino de Matemática, com uso de materiais didáticos do Laboratório de Ensino de Matemática (LEMA), como recurso metodológico para o ensino do Plano Cartesiano para alunos da 1ª série do Ensino Médio de uma escola do oeste da Bahia.

As estratégias propostas no Plano de Ação evidenciaram a importância da utilização de diferentes ferramentas e recursos na construção do saber, pois trouxeram motivação e interesse durante o processo de aprendizagem.

A História da Matemática evidencia que as grandes descobertas da matemática surgiram da necessidade e ou curiosidade em descobrir as medidas para chegar a uma fórmula de pensar numericamente. A viabilidade de seu uso pedagógico baseia-se em um ensino de matemática centrado na investigação. Ao trazermos a história de Descartes para estas atividades, o aluno pode ser instigado a compreender como o conhecimento matemático é constituído tornando-o significativo. Para utilizar informações históricas nas atividades investigatórias, o professor deve escolher temas de interesse para seus alunos e fazer levantamento prévio do material a ser utilizado.

Na realização de atividades com MD, como o Jogo Batalha Naval, Smole; Diniz; Milani (2007), afirmam que os estudantes ficam mais agitados e mais barulhentos, pois são instigados a participarem das atividades com mais interesse e interagir socialmente, pois a ludicidade envolve desafio, surpresa, imaginação e criatividade para superar os obstáculos iniciais na busca da solução.

Nas palavras dos autores,

> Todo jogo por natureza desafia, encanta, traz movimento, barulho e uma certa alegria para o espaço no qual normalmente entram apenas o livro, o caderno e o lápis. Essa dimensão não pode ser perdida apenas porque os jogos envolvem conceitos de matemática. Ao contrário, ela é determinante para que os alunos sintam-se chamados a participar das atividades com interesse (SMOLE; DINIZ; MILANI, 2007, p.10).

E complementam,

> Por sua dimensão lúdica, o jogar pode ser visto como uma das bases sobre a qual se desenvolve o espírito construtivo, a imaginação, a capacidade de sistematizar e abstrair e

> a capacidade de interagir socialmente. Isso ocorre porque a dimensão lúdica envolve desafio, surpresa, possibilidade de fazer de novo, de querer superar os obstáculos iniciais e o incômodo por não controlar todos os resultados. Esse aspecto lúdico faz do jogo um contexto natural para o surgimento de situações problema cuja superação exige do jogador alguma aprendizagem e um certo esforço na busca por sua solução (SMOLE; DINIZ; MILANI, 2007, p.10).

O jogo proporcionou desenvolvimento nas relações sociais, na comunicação para resolução dos problemas, pois ao se fazerem ser ouvidos adquiriram autonomia e autoconfiança. Perceberam que os erros fazem parte do processo de aprendizagem. Como afirmam Smole; Diniz; Milani (2007, p.10),

> Hoje já sabemos que, associada à dimensão lúdica, está a dimensão educativa do jogo. Uma das interfaces mais promissoras dessa associação diz respeito à consideração dos erros. O jogo reduz a consequência dos erros e dos fracassos do jogador, permitindo que ela desenvolva iniciativa, autoconfiança e autonomia. No fundo, o jogo é uma atividade séria que não tem consequências frustrantes para quem joga, no sentido de ver o erro como algo definitivo ou insuperável.

Na etapa da problematização, a utilização da resolução de problemas é uma tendência que merece atenção, porque a partir dela pode-se envolver o aluno em situações da vida real, motivando-o para o desenvolvimento do modo de pensar matemático. É possível introduzir novos conceitos, fazer conexões com outros ramos da matemática e iniciar novos conteúdos.

Quando se propõe aplicar a resolução de problemas refere-se a problemas não rotineiros e algoritmos. É considerado problema toda situação que pode ser problematizada com levantamento de dados e seleção de informações, atividade investigativa onde o importante é o caminho percorrido para se chegar a uma resposta. Conforme relatam as autoras Smole; Diniz; Milani (2007),

> A problematização inclui o que é chamado de processo metacognitivo, isto é, quando se pensa sobre o que se pensou ou se fez. Esse voltar exige uma forma mais elaborada de raciocínio, esclarece dúvidas que ficaram, aprofunda a reflexão feita e está ligado à ideia de que a aprendizagem depende da possibilidade de se estabelecer o maior número possível de relações entre o que se sabe e o que se está aprendendo (SMOLE; DINIZ; MILANI, 2007, p.13).

> Assim, as problematizações devem ter como objetivo alcançar algum conteúdo e um conteúdo deve ser aprendido, porque contém em si questões que merecem ser respondidas. No entanto, é preciso esclarecer que nossa compreensão do termo conteúdo inclui, além dos conceitos e fatos específicos, as habilidades necessárias para garantir a formação do indivíduo independente, confiante em seu saber, capaz de entender e usar os procedimentos e as regras característicos de cada área do conhecimento. Além disso,

> subjacentes à ideia de conteúdos estão as atitudes que permitem a aprendizagem e que formam o indivíduo por inteiro (SMOLE; DINIZ; MILANI, 2007, p.13).

Nas atividades que envolveram trabalho em equipe, como o Geoplano, os alunos sentiram-se motivados a participar, cooperando com o grupo. Alguns alunos que já haviam trabalhado com o Geoplano sentiram-se valorizados ao mostrar suas habilidades na construção da reta no Plano Cartesiano e, estes mesmos alunos, ao terminarem seu trabalho no grupo colocaram-se a disposição dos outros grupos, o que ocasionou uma interrelação entre as equipes. Como relatam os autores

> Acreditamos que na discussão com seus pares, o aluno pode desenvolver seu potencial de participação, cooperação, respeito mútuo e crítica. Como sabemos, no desenvolvimento do aluno as ideias dos outros são importantes porque promovem situações que o levam a pensar criticamente sobre as próprias ideias em relação às dos outros (SMOLE; DINIZ; MILANI, 2007, p.10-11).

A sociedade passa por transformações decorrentes do ritmo acelerado dos avanços científicos e tecnológicos. O uso da informática nas aulas de matemática pode tornar as aulas mais interessantes e produzir bons resultados na aprendizagem. O uso do computador como ferramenta de apoio para o ensino, aprendizagem e desenvolvimento de habilidades, foi pensado como um instrumento que propicia aumento na eficiência e na qualidade do aprendizado dos educandos.

De acordo com Mendes (2009), o estudo do computador no ensino da Matemática, ou como ferramenta de investigação cognitiva, ou como maneira de renovar os cursos tradicionais, tem se firmado como uma das áreas mais atrativas e relevantes da Educação Matemática.

Para Mendes (2009), o professor deve propor o fomento na sala de aula, a criação de um ambiente investigativo, criativo e desafiador para que seja possível realizar atividades entre alunos, de modo que se envolvam em um processo contínuo de conhecimento. Analisando as atividades desenvolvidas em nosso Plano de Ação, e a evolução dos conceitos matemáticos adquiridos pelos estudantes ao final do processo, corroboram com esta afirmação de Mendes.

Concordamos ainda com as considerações de Lorenzato (2009) quando afirma que o MD pode ser um complicador para o professor, no sentido de "atrasar o programa", acabando por acontecer nesta turma de 1ª série do Ensino Médio. O ensino tornou-se mais lento inicialmente, o que preocupou muito a professora. Mas na sequência dos conteúdos didáticos, Função Polinomial de 2º grau, houve uma recompensa em quantidade de tempo e principalmente na qualidade, pois o ritmo de entendimento dos conteúdos matemáticos se deu de forma mais acelerada devido a compreensão adquirida.

Com relação ao processo de concepção e elaboração do projeto do LEMA, foi importante ver os alunos se envolvendo na idealização do Laboratório. Tornando-os protagonistas na história de construção deste espaço na unidade escolar. Um lugar onde eles e outros estudantes poderão estudar matemática fazendo uso de recursos didáticos específicos para o ensino da matemática.

As primeiras atividades pensadas no LEMA foram desenvolvidas dentro da sala de aula da pesquisadora com seus alunos. Tornando-se assim o embrião deste novo e tão necessário espaço de ensino-aprendizagem da matemática. Nestas primeiras experiências, observou-se que o trabalho com as atividades do Plano de Ação desenvolveu competências como cooperação, participação, autonomia e relação interpessoal. Ficou clara a melhoria no ensino-aprendizagem, pois os alunos passaram a compreender melhor o conteúdo, identificar e refletir sobre os problemas que surgiam nas atividades em que necessitavam encontrar soluções adequadas. Percebeu-se que o aluno deixou de ser passivo, aceitando tudo que o professor acha que ensina, e passou a ser um aluno ativo, questionando "o quê" e "o porquê" aprende determinado conteúdo.

Isso posto e considerando que o Ensino Médio é a etapa final do Ensino Básico e isso nos torna agentes na inserção do educando na sociedade como um ser ativo e produtor de conhecimento. Procura-se trabalhar muito com quantidade, na preocupação de levar o aluno a uma aprovação em vestibulares ou uma excelente pontuação nas provas do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) com o intuito de ingressar em uma faculdade pública. Na disciplina de Matemática são trabalhados ao longo do ano, muitas listas de exercícios, pois entendia-se que o "fazer e fazer" ou "fazer e refazer" fazem parte de um processo de desenvolvimento dos conceitos e aprendizagem por repetição, quase que mecanicamente.

Ao longo desta experiência percebeu-se o quão é importante um trabalho diferenciado em sala de aula, utilizando diversos recursos para um aprendizado mais efetivo, tornando a aprendizagem mais interessante e significativa. A maneira como cada um aprende diferencia-se em tempo e na utilização de instrumentos variados, pois alguns são mais auditivos, outros mais visuais e ainda tem os que necessitam manipular para sentir. Neste sentido, tomar diferentes recursos didáticos para o ensino da Matemática, é um caminho para alcançar os diferentes sujeitos e suas formas de pensar e aprender.

Pensa-se em trabalhar além da organização do espaço e tempo da sala de aula, mais voltado para projetos que envolvam a formação do indivíduo como um ser criativo e atuante no processo de aquisição do conhecimento e, consequentemente, de seu desenvolvimento. Continuar os estudos e aprofundá-los no projeto são as intenções que se fazem presentes após o termino de vivência de uma experiência inovadora no tempo de profissão como educadora.

Entendemos, também, que não basta apenas trabalhar com os educandos no Ensino Médio, mas incentivá-los na busca dos conceitos matemáticos desde o Ensino Fundamental e para isso se faz necessário também trabalhar com os educadores destes segmentos de ensino, o que fez emergir a intenção da criação do projeto para o ensino onde se possa envolver os alunos e professores do CEMAC, fazendo uso do LEMA como espaço de aprendizagens interdisciplinares.

REFERÊNCIAS

BARBIER, René. **A Pesquisa-Ação**. Tradução de Lucie Didio. – Brasília: Liber Livro Editora, 2007.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNC Acesso em: 05 de setembro de 2019.

DESCARTES, René. **Discurso do Método**. 1ª edição. São Paulo: Martins Fontes, 1996.

DESCARTES, René. **Discurso sobre o Método**: para bem dirigir a própria razão e procurar a verdade nas ciências. 9ª edição. Curitiba: Hemus SA, 2000.

DESCARTES, René. **Discurso do Método; As paixões da alma; Meditações; Objeções e respostas**. Introdução de Gilles-Gaston Granger; prefácio e notas de Gérard Lebrun; tradução J. Guinsburg e Bento Prado Júnior. – 5 ed. – São Paulo: Nova Cultural, 1991. (Os pensadores)

ENGEL, Guido Irineu. **Pesquisa-ação**. *Educar* n. 16. Curitiba: Editora da UFPR, 2000. p. 181-191. Disponível em: http://www.educaremrevista.ufpr.br/arquivos_16/irineu_engel.pdf Acesso: 08 nov. 2019.

KALEFF, Ana Maria M. R. **A Formação de Professores de Matemática frente à Aprendizagem Ativa Significativa e à Inclusão do Aluno com Deficiência Visual**. Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) Perspectivas da Educação Matemática – INMA/UFMS – v. 11, n. 27 – Ano 2018

LORENZATO, S. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 2 ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2009. (Coleção Formação de Professores).

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. 2. ed. rev. – Campinas, SP: Autores Associados, 2008. (Coleção Formação de Professores).

LUCKESI, Cipriano Universidade Federal da Bahia/ Faculdade de Educação luckesi@terra.com.br 14 **Revista Entreideias**, Salvador, v. 3, n. 2, p. 13-23, jul./dez. 2014 Acesso: 23 nov 2019.

LÜDKE, Menga e ANDRÉ, Marli E.D.A. **Pesquisa em Educação**: Abordagens Qualitativas. São Paulo: EPU, 1986 (Temas Básicos de Educação e Ensino). Disponível em: https://moodle.ufsc.br/pluginfile.php/2431625/mod_resource/content/1/Pesquisa%20em%20Educa%C3%A7%C3%A3o%20Abordagens%20Qualitativas%20vf.pdf Acesso: 12 nov.2019.

MENDES, Iran A.. **Matemática e investigação em sala de aula**: tecendo redes cognitivas na aprendizagem. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

SANTOS, Cláudia O. A., INAFUCO, Julio Klyokatsu. **Matemática: 1º ano** – 4º reimp. – Brasília: Edebê Brasil, 2017.

SMOLE, Kátia Stocco, DINIZ, Maria Ignez, MILANI, Estela. **Jogos de matemática de 6º a 9º ano** – Porto Alegre: Artmed, 2007. (Série Cadernos do Mathema – Ensino Fundamental).

RÊGO, Rômulo M. do; RÊGO, Rogéria G. do. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. IN: LORENZATO, S. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** 2 ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2009 (Coleção Formação de Professores).

ROQUE, Tatiana e CARVALHO, João B. P. **Tópicos de História da Matemática**. Coleção PROFMAT.1ª edição. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da pesquisa-ação**. 18ª edição. São Paulo: Cortez, 2011.

TURRIONI, Ana M. S.; PEREZ, Geraldo. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. IN: LORENZATO, S. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** 2 ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2009 (Coleção Formação de Professores).

VARIZO, Zaíra da Cunha Melo. **Laboratório de educação matemática**. Uma experiência, um desafio. In: *Revista de Extensão Universitária* –UFG Ano I nº 2, 1997 p: 35-46.

CENTRO EDUCACIONAL MARIA CARDOSO FERREIRA
Rede Salesiana de Escolas
Luis Eduardo Magalhães – BA
ENTUSIASMO DIANTE DA VIDA

PROJETO

IMPLANTAÇÃO DE LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA - LEM

Luis Eduardo Magalhães,
2019.

1. Título:

Laboratório de Ensino de Matemática - LEM

2. Nome do Professor Proponente:

Giovana Madalena Michels Heringer

3. Nome do Coordenador do Projeto:

Giovana Madalena Michels Heringer

4. Coordenadora Pedagógica responsável:

Patricia Pina

5. Área de Conhecimento

Mátemática

6. Área Temática:

Laboratório de Ensino

7. Tipos de atividades a serem desenvolvidas:

Atividades práticas e teóricas que serão organizadas e registradas para explorar conceitos, elaborar textos, discutir estratégias para resolução de problemas e convidarão o aluno a um papel ativo no projeto.

8. Público-alvo

- Alunos da Educação Infantil – CEMAC
- Alunos do Ensino Fundamental I - CEMAC
- Alunos do Ensino Fundamental II - CEMAC
- Alunos do Ensino Médio - CEMAC
- Acadêmicos do curso de Pedagogia do UniFaahf – Centro Universitário Faculdade Arnaldo Horácio Ferreira.

9. Justificativa:

Ensinar matemática de forma atrativa e interessante é um grande desafio para os educadores que estão empenhados em tornar a matemática mais compreensível e mais próxima dos alunos.

> "O LEM é uma sala ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender". (Lorenzato,2006, p.7)

Lorenzato (2006), enfatiza a importância de se ter um Laboratório de Ensino de Matemática nas escolas de Educação Básica bem como em instituições de ensino superior que tenham cursos de formação de professores.

10. Objetivos:

Geral:

- Criar situações e condições para resolução de problemas, elaboração de hipóteses, análise de resultados e propor novas situações para questões detectadas, gerar oportunidades para troca de experiências interindividuais e coletivas tanto para os próprios alunos quanto para os professores.

Específicos:

- Aplicar os conteúdos matemáticos na solução de situações problema do dia a dia.
- Estabelecer estratégias próprias de estudo que auxiliem na ampliação do conhecimento matemático.
- Aumentar a autoestima e o senso crítico.

11. Metodologia

O professor será um facilitador na construção de estratégias para a resolução de problemas que surgem no ensino-aprendizagem, acompanhando os trabalhos terá a oportunidade de intervir, sugerir e aprofundar os conteúdos, fazendo uma supervisão atenta das atividades que estão sendo construídas, dará sustentação e embasamento teórico na condução do projeto para que ele não perca o foco que é construir conhecimento matemático não de forma inédita, mas sim de maneira agradável e fundamentada em conceitos sólidos. Desta forma o LEM produzirá na escola as mudanças no ensino da matemática para encaminhar nossos alunos à cidadania.

12. Local de desenvolvimento das atividades

Município: Luis Eduardo Magalhães - BA

Local de execução: Centro Educacional Maria Cardoso Ferreira - CEMAC

13. Estrutura

13.1 Espaço físico

O Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) do Centro Educacional Maria Cardoso Ferreira - CEMAC, dispõe de uma sala com 7,05 metros de comprimento por 4,5 metros de largura, perfazendo uma área total de aproximadamente 31,725m².

Durante a realização de atividades que envolvem o uso da tecnologia, o LEM terá o suporte do Laboratório de Informática – sala 15 desta instituição, um ambiente amplo, com 32 computadores conectados à internet.

13.2 Recursos Materiais

LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA - LEM			
Recursos	**Quantidade**	**Valor unitário (R$)**	**Valor Total (R$)**
Microcomputador de mesa.	1		
Mesa de escritório.	1		
Impressora Multifuncional	1		
Data Show.	1		
Tela de Projeção.	1		
Tela Interativa.	1		
Lousa.	1		
Mesas de trabalho (triangular: 70cm de aresta no triângulo equilátero) com capacidade para atender 3 alunos.	2		
Mesa de trabalho (quadrada: 70cm de aresta) com capacidade para atender 4 alunos.	1		
Mesa de trabalho (retangular: 70 x 140 cm) com capacidade para atender 6 alunos.	1		
Mesa de trabalho (circular: 70cm de raio) com capacidade para atender 6 alunos.	1		
Mesa de trabalho (hexagonal: 60cm de aresta) com capacidade para atender 6 alunos.	1		
Cadeiras.	30		
Armário em madeira e vidro.	2		
VALOR TOTAL			

13.3 Recursos Didáticos

LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA - LEM			
Recursos	**Quantidade**	**Valor unitário (R$)**	**Valor Total (R$)**
Materiais didáticos manipuláveis para atender a 30 alunos em atividades práticas neste laboratório (ANEXO 01).	-	-	
Kit Matemática experimental: Unidade mestra de matemática com sensores, software e interface para o professor. (ANEXO 02).	1		
Calculadora Gráfica HP50G.	1		
Calcula financeira HP12C.	1		
Calculadora Científica Cássio.	1		
Assinatura de revistas especializadas na área de Educação Matemática durante 1 ano.	1		
VALOR TOTAL			

13.4 Material de Consumo

LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA - LEM			
Recursos	**Quantidade**	**Valor unitário (R$)**	**Valor Total (R$)**
Resma de papel A4 com 500 folhas	2		
Papel milimetrado (bloco com 50 folhas)	2		
Papel quadriculado (bloco com 50 folhas)	2		
Papel cartão, conjunto com 10 unid.	1		
Papel vegetal, bloco com 100 folhas	1		
Folha Cartolina, 10 unidades	1		
Folha em EVA, pct com 10 unidades	2		
Contact transparente 45cmx25x1090 Vulcan PT	1		
Grampeador de mesa.	2		
Caixa de grampo p/ grampeador.	1		
Tesoura pequena sem ponta	20		
Cola em bastão	20		
Caneta azul	15		
Caneta vermelha	15		
Lápis de cor (cx com 12)	6		
Lápis preto (nº 2)	15		
Apontador	15		
Borracha branca	20		
Régua – 30cm	20		
Esquadros 45º	20		
Esquadros 30º/60º	20		
Compasso	20		
Transferidor	20		
Canudinhos, embalagem com 100 unid	5		
Palito de churrasco, embalagem com 100 espetos	5		
VALOR TOTAL			

13.5 Recursos Humanos

LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA - LEM			
Recursos humanos	**Quantidade**	**Carga horária semanal**	**Custo (R$)**
Coordenação e execução do projeto	1	12h/a	Sem custo
Professores auxiliares da execução do projeto	2	4h/a	Sem custo
Professores colaboradores	3	4h/a	Sem custo
VALOR TOTAL			Sem custo

Coordenação e execução do projeto
Profª. Giovana Madalena Michels Heringer

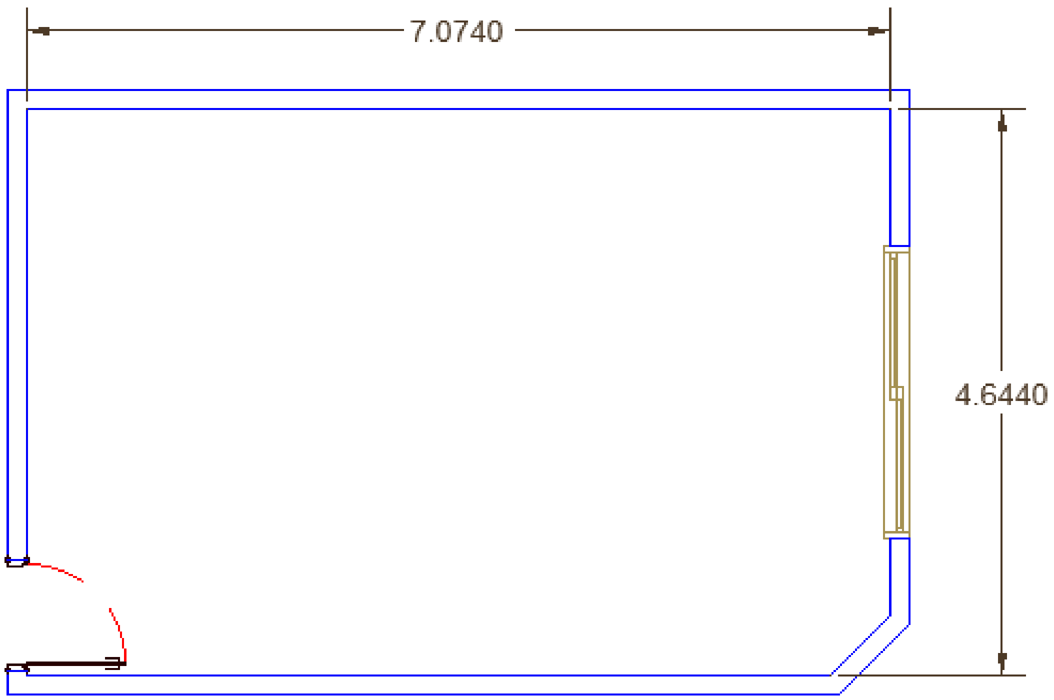
Equipe Técnica de Execução do projeto:
Professores do CEMAC
- Amanda Garcia – Profª. de História da Arte
- Fausto – Prof. de Física

Professores Colaboradores:
- Dheymi – Profª. de Matemática do Ensino Fundamental II
- Dirceu Capelesso – Prof. De Matemática do Ensino fundamental II
- Liege – Profª. de Robótica

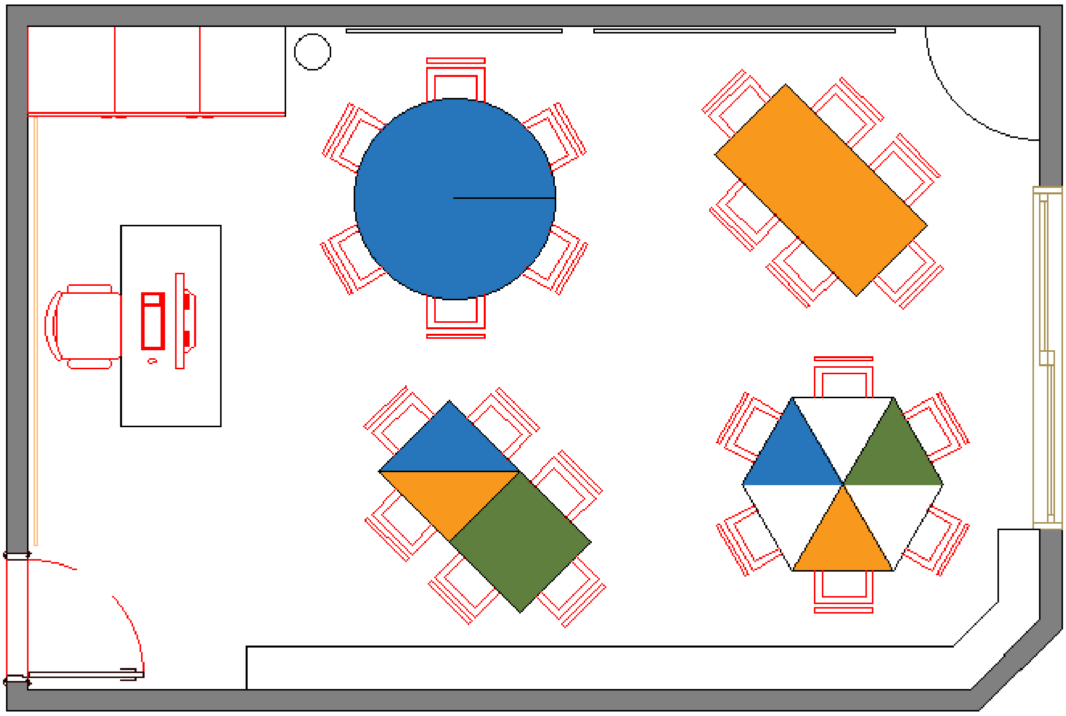
Público-alvo:
- Alunos da Educação Infantil – CEMAC
- Alunos do Ensino Fundamental I - CEMAC
- Alunos do Ensino Fundamental II - CEMAC
- Alunos do Ensino Médio - CEMAC
- Acadêmicos do curso de Pedagogia do UniFaahf – Centro Universitário Faculdade Arnaldo Horácio Ferreira.

Apoio:
UniFaahf – Centro Universitário Faculdade Arnaldo Horácio Ferreira.

13.6 Planta Baixa do Espaço Físico

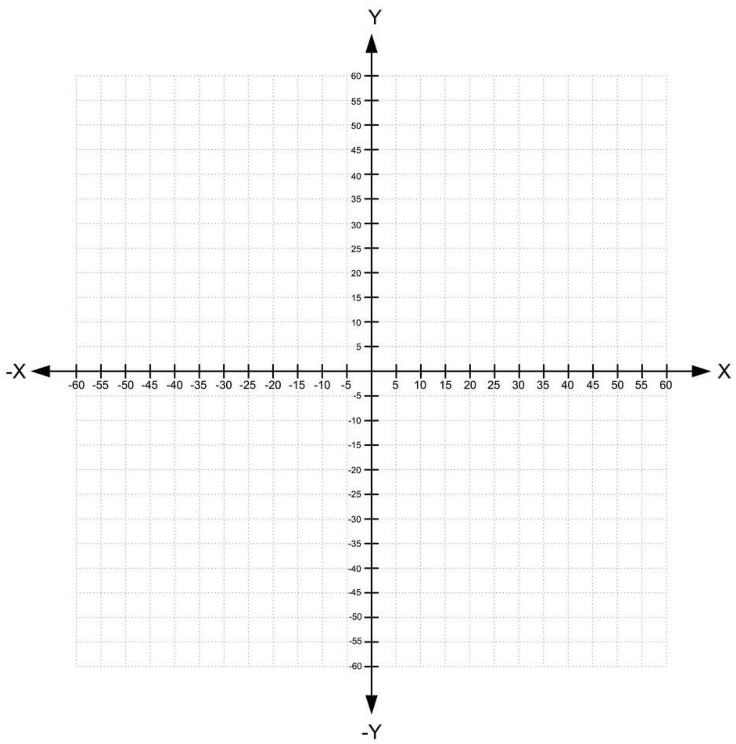


13.7 Layout

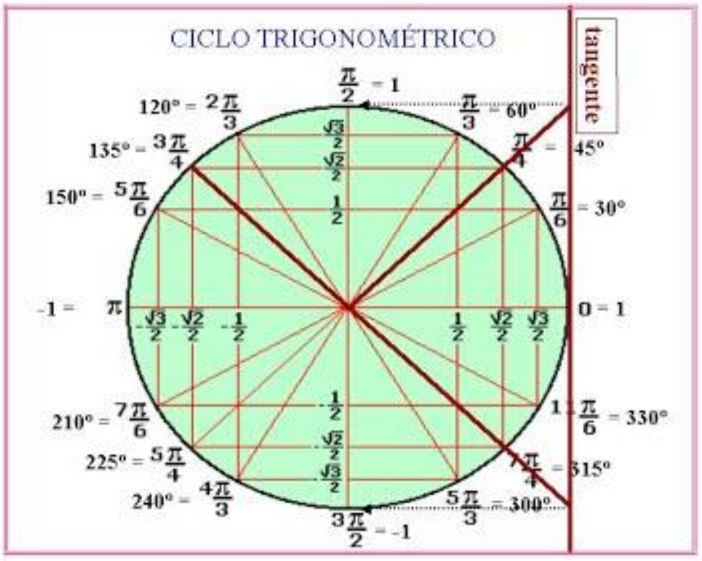


13.8 Painéis:

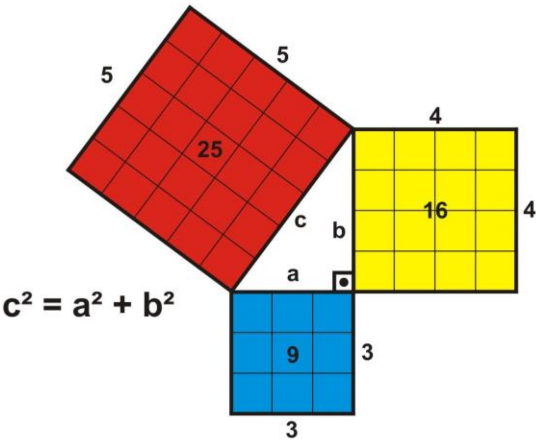
P01 – Plano Cartesiano (2,10 x 2,10m) – em MDF com tinta magnética



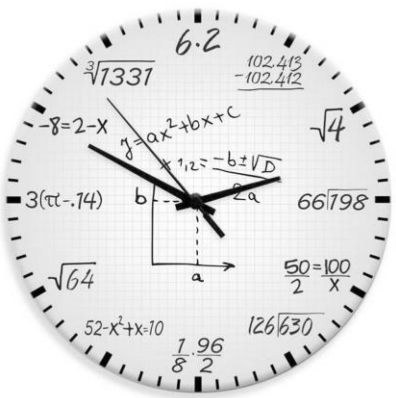
P02 – Ciclo Trigonométrico (1,50 x 1,50m)



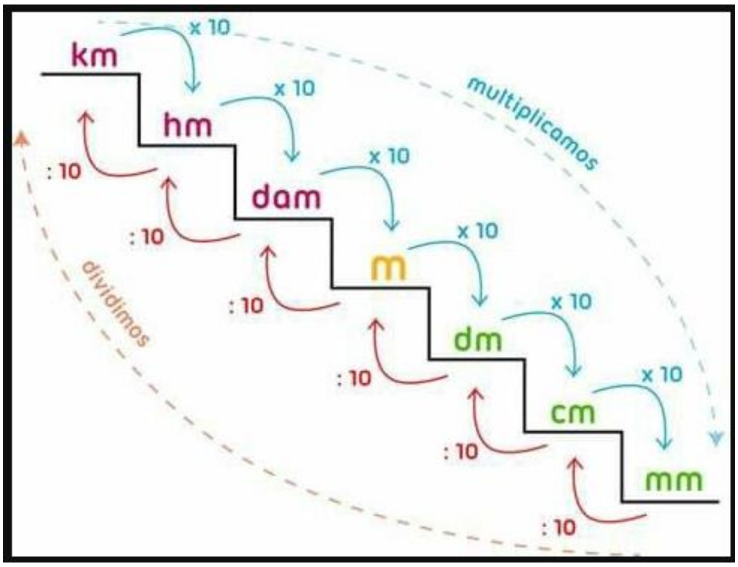
P03 – Teorema de Pitágoras (1,00 x 1,00m)



P04 – Relógio Matemático (Raio 0,20m)



P05 – Conversão de medidas (1,20 x 1,00m)



ANEXO 01 – LISTA DE MATERIAIS PEDAGÓGICOS

Item	Produto	Quantidade	Valor unitário (R$)	Valor Total (R$)
01	Ábaco normal + Decimal	18		
02	Blocos Lógicos	12		
03	Conjunto de Sólidos Planificados	10		
04	Ciclo Trigonométrico com Triângulos	18		
05	Fichas Duas Cores	10		
06	Fichas Sobrepostas	10		
07	Frações Circulares	18		
08	Frações em Barra	18		
09	Geoplano Quadrado e Triangular	18		
10	Jogo Avançando com o Resto	10		
11	Jogo Mandala Trigonométrica	18		
12	Jogo Probabilidade	10		
13	Jogo Produto com Dadinhos I	18		
14	Jogo Produto com Dadinhos II	18		
15	Jogo Produto com Dadinhos III	18		
16	Jogo Produto com Dadinhos IV	18		
17	Jogo Roleta Matemática	10		
18	Jogo Trigominó	10		

19	Kit Álgebra	10		
20	Kit Áreas e Volumes	10		
21	Kit Geometria Plana	10		
22	Kit Multiplicação com varetas em EVA	12		
23	Kit Pares e Ímpares	12		
24	Kit Polinômios com Prancha	12		
25	Material Dourado – kit individual - 130 pç	18		
26	Mosaico	12		
27	Painel das Quantidades	10		
28	Prancha para Gráficos	12		
29	Prancha Trigonométrica	18		
30	Relações Métricas nos Triângulos Retângulos	18		
31	Tangram Quadrado	36		
VALOR TOTAL				

Item	**Produto**	**Quantidade**	**Valor unitário (R$)**	**Valor Total (R$)**
01	Flanelógrafo	18		
02	Ciclo Trigonométrico com Triângulos Imantado – c/ Prancha de Metal	12		
03	Fichas Duas Cores (feltro)	10		
04	Frações Circulares (feltro)	18		
05	Frações em Barra (feltro)	10		
06	Kit Álgebra (feltro)	10		
07	Kit Polinômios + prancha (feltro)	18		
08	Material Dourado (feltro)	18		
09	Mosaico (feltro)	18		
10	Relações Métricas nos Triângulos Retângulos	10		
11	Tangram Quadrado (feltro)	18		
12	Conjunto de Prismas, Pirâmides e Cilindro em PVC transparente	10		
VALOR TOTAL				

TOTAL GERAL : kit laboratório para alunos + kit laboratório para professor =

Descrição detalhada dos itens

Ábaco de Pinos e Ábaco de Pinos para Decimais - Ábaco vertical contendo cinco colunas. A do professor: base de madeira, medindo 41 cm x 9 cm, e 50 argolas em EVA, sendo 10 de cada cor. A do aluno: base de madeira, medindo 22,50 cm x 7 cm, e 50 argolas em plástico sendo 10 de cada cor. **Ábaco para Decimais**: Com as mesmas medidas do Ábaco normal, tendo 5 colunas: U (unidades), D (dezenas), d (décimos), c (centésimos) e m (milésimos). Obs: O do aluno já é 2 em 1: Normal e Decimal. **EF I**
Área do Círculo - Círculo de 15 cm de diâmetro, confeccionado em duas cores: um lado azul e o outro vermelho, dividido em dois semicírculos com vários setores circulares que se encaixam formando, aproximadamente, um retângulo. **EF II + EM**
Área dos Polígonos - Conjunto com 14 peças para determinar a área de paralelogramos, triângulos (isósceles, retângulo e escaleno), trapézios (isósceles, retângulo e escaleno) e losangos. **EF II + EM**
Barrinhas Coloridas (Cuisenaire) - Barrinhas de cores e comprimentos que diferem sempre no tamanho. É utilizado, entre outros, para cálculos de adição, subtração e multiplicação e principalmente para verificação de propriedades. Contém 123 peças. Obs: A Imantada já vem com a prancha. **Infantil + EF I**
Base 2 (plana) - Conjunto com 34 peças sendo vários quadrados e retângulos, de modo que a área de cada retângulo o dobro da área de um quadrado, e cada tamanho de peça em uma cor diferente. **EF I**
Blocos Lógicos – Conjunto com 6 retângulos de 17 cm x 16 cm , contendo 48 peças em quatro formas: circular, quadrada, retangular e triangular; dois tamanhos, três cores: amarelo, azul e vermelho, e duas espessuras. Desenvolve habilidades com noções elementares de conjuntos e de lógica matemática. **Infantil + EF I**
Bonequinhos para vestir – Conjunto com 6 bonequinhos (3 casais) e várias peças de roupinhas para trocar. **Infantil + EF I**
Ciclo Trigonométrico com triângulos - Ciclo trigonométrico em prancha plástica (PVC) medindo 24,50 cm x 28 cm, com triângulos coloridos em EVA para se deduzir as principais relações trigonométricas e calcular valores com ângulos de medidas especiais. **EM**
Ciclo Trigonométrico com triângulos - Imantado - Prancha de metal medindo 50 cm x 50 cm a do professor e 30 cm x 30 cm a do aluno, contendo o ciclo trigonométrico com triângulos imantados para se deduzir as principais razões trigonométricas: seno, cosseno, tangente, cotangente, secante e cossecante e as relações entre elas e, também, calcular valores do seno e do cosseno com ângulos de medidas especiais. **EM**
Cubo da Soma - Conjunto formado por dois cubos e seis paralelepípedos que montados convenientemente nos mostram o cubo da soma de dois termos (a + b)3. Versão aluno: forma um cubo de 8,5 cm de aresta, Versão Professor: forma um cubo de 11 cm de aresta. **EF II + EM**
Cubo Soma - Quebra-cabeça com 7 peças formadas por um total de 27 cubos unidos formando uma peça com 3 cubos e 6 peças com 4 cubos cada uma, sem repetir a montagem, para construir um cubo 3x3x3. Para visão: lateral, frontal e de cima. **TODAS as séries**
Fichas 2 cores - Caixa com aproximadamente 40 fichas (3,5 cm x 3,5 cm), em EVA de 5

mm de espessura, sendo um lado azul e o outro vermelho, para trabalhar com divisores, (mdc), frações, números inteiros relativos, etc. **EF I + EF II**
Fichas Coloridas - Caixa com aproximadamente 40 fichas em 5 cores e um dadinho para trabalhar na base três. Utilizado, entre outros, para se trabalhar em outras bases de contagem, construir sequências, etc. **Infantil + EF I**
Fichas para Numeração - 40 retângulos de diversos tamanhos:3 cm x 4 cm, 6 cm x 4 cm , 9 cm x 4 cm e 12 cm x 4 cm, em plástico rígido branco, com numerais de 0 a 90000, para serem sobrepostos e assim compor e decompor os numerais de 0 a 9999. **EF I**
Flanelógrafo - Plástico rígido preto recoberto com carpete de bordas trabalhadas, medindo 50 cm x 50 cm, para ser armado sobre a mesa. Serve para fixação dos materiais em feltro facilitando o manuseio e deixando o professor com as mãos livres. Pode ser utilizado em todos os níveis. **TODAS as séries**
Frações Circulares – 10 Círculos de 15 cm de diâmetro, divididos em setores circulares, como meios, terços, quartos, quintos, sextos, oitavos, nonos, décimos e doze avos, e um inteiro. Total: 60 peças em EVA de 5 mm de espessura. **EF I + EF II**
Frações em Barra - Um retângulo com 22,50 cm x 4 cm, como inteiro, e nove outros divididos em meios, terços, quartos, quintos, sextos, oitavos, nonos, décimos e doze avos. Total: 60 peças em EVA de 5 mm de espessura. **EF I + EF II**
Frações no Hexágono - Conjunto contendo três hexágonos com 6 cm de lado, e outros hexágonos congruentes a ele em cores diferentes e divididos em 1/2, 1/3, 1/4, 1/6 e 1/12 (formam até três inteiros de cada fração), confeccionado em EVA. **EF I + EF II**
Geoplano Circular – Prancha quadrada com um círculo centralizado formado por 36 bolinhas (dividido a cada 10°), uma bolinha no centro e quatro bolinhas formando um quadrado circunscrito. Versão aluno (24 cm x 24 cm) e versão professor (35 cm x 35cm). **EF I + EF II**
Geoplano Quadrado + Triangular - Confeccionado em plástico injetável, contendo, de um lado, 121 pinos (quadrado = 11 x 11) e do outro lado 46 pinos formando uma malha triangular com ângulo de 60º. Acompanha conjunto com elásticos coloridos e peças para achar a áreas de figuras, na malha quadrada. **TODAS as séries**
Jogando com a Álgebra – Jogo com 1 Tabuleiro medindo 23 cm x 31 cm, 5 dadinhos em EVA contendo nas faces expressões algébricas e peças em duas cores: um lado azul e outro vermelho, para Produtos Notáveis e Casos de Fatoração. (Apostila para o professor.) **EF II + EM**
Jogando com as Frações Circulares – Conjunto com 9 círculos divididos em diversas frações; 3 roletinhas com frações equivalentes para operações de adição e subtração. **EF I + EF II**
Jogo da Árvore - 23 “frutinhas coloridas” podem ser colocadas ou retiradas da árvore. Desenvolve habilidades de concentração, reconhecimento de cores, comparação de quantidades. **Infantil + EF I**
Jogo: Avançando com o Resto - Tabuleiro em plástico rígido medindo 23 cm x 31 cm, conjunto de fichas e dado. (Regras estão no verso). Excelente para fixação da divisão. **EF I + EF II**
Jogo Caracol - Tabuleiro de plástico rígido medindo 23 cm x 31 cm, desenhado um caracol dividido em várias partes que estão numeradas de 2 a 12. Conjunto de fichas de plástico em duas cores diferentes e dois dados. (As regras estão no verso). Utilizado para fixação da

adição. **Infantil + EF I**	
Jogo: Cabo de Guerra - Tabuleiro em plástico medindo 31 cm x 9 cm desenhado com 15 círculos unidos sendo o central de tamanho maior, marcador e dadinho. Embalagem transparente com botão de pressão. Desenvolve habilidades de atenção e concentração. **Infantil + EF I**	
Jogo Cinco em linha - Tabuleiro de plástico rígido medindo 23 cm x 31 cm com duas tabelas, dois aros e dois conjuntos de fichas em plástico. P/ treinar a adição (as regras estão impressas no verso do tabuleiro). Fixação da adição. Um tabuleiro p/ 2 alunos (ou 2 duplas). **EF I**	
Jogo da Corrente - Conjunto com hexágonos que formam uma corrente. Esse é um Jogo de estratégia. **TODAS as séries**	
Jogo das Dezenas - Tabuleiro em plástico medindo 23 cm x 31 cm, tendo de um dos lados uma malha quadriculada numerada de 1 a 100 e do outro lado só com a malha quadrada, sem numeração. Peças em EVA numeradas, de 1 a 100 para serem sorteadas. Para diversos jogos e atividades. **EF I**	
Jogo dos Múltiplos - Tabuleiro de plástico rígido medindo 23 cm x 31 cm, conjunto de fichas de plástico e dois dados. Para fixação dos múltiplos. (As regras estão impressas no verso). Um tabuleiro para cada 2 alunos (ou 2 duplas). **EF I + EF II**	
Jogo Mandala Trigonométrica - Jogo para treinar os valores dos senos e dos cossenos de ângulos notáveis nos quatro quadrantes. Confeccionado em plástico rígido medindo 23 cm x 31 cm, com o ciclo trigonométrico e com ícones em cinco cores. Marcadores e fichas em duas cores diferentes. **EM**	
Jogo dos Passageiros – Tabuleiro em plástico, um “ônibus” onde são colocadas peças do material Cuisinaire (1 a 6) para representar as pessoas que sobem ou descem do ônibus. Desenvolve habilidades de adição e subtração.	
Jogo: Pegue dez - Tabuleiro em plástico com 16 quadrados ligados em todas as direções e peças numeradas de 1 a 7. P/ treinar adições c/ resultado igual a dez. **Infantil + EF I**	
Jogo Probabilidade - Tabuleiro de plástico rígido medindo 23 cm x 31 cm, um dado com os números pares em azul e os ímpares em vermelho e outro dado com as cores trocadas. Quatro conjuntos de fichas em quatro cores diferentes. Introdução ao cálculo de probabilidade simples, probabilidades condicionais e ainda nos produtos de probabilidade para dois ou mais eventos independentes. Um jogo para cada 4 alunos. **EM**	
Jogo: Produto c/ Dadinhos I – Tabuleiro em plástico medindo 15,50 cm x 20 cm e dois dados numerados de 1 a 6. Produtos de 1 a 36. Para fixação da tabuada de multiplicação. **EF I**	
Jogo: Produto c/ Dadinhos II Tabuleiro em plástico medindo 20 cm x 25 cm e dois dados: um numerado de 1 a 6 e outro de 7 a 12. Produtos de 7 a 72. Para fixação da tabuada de multiplicação. **EF I + EF II**	
Jogo: Produto c/ Dadinhos III – Tabuleiro em plástico medindo 15,50 cm x 20 cm e dois dados numerados de 7 a 12. Produtos de 49 a 144. Para fixação da tabuada de multiplicação. **EF I + EF II**	
Jogo: Produto c/ Dadinhos IV Tabuleiro em plástico medindo 20 cm x 25 cm e dois dados numerado de 1 a 12 e outro. Produtos de 1 a 144. Para fixação da tabuada de multiplicação.	

EF I + EF II
Jogo: Pulo do Gato – Tabuleiro em plástico medindo 15,50 cm x 20 cm. Dois dados e dois conjuntos de fichas em cores diferentes. Para fixar as operações de adição e de subtração. **EF I**
Jogo Quantidades, Formas e Cores – Uma roletinha com figuras geométricas em três formas e em três cores diferentes. Um dado com quantidades (1, 2 e 3) e outro dado com sinais: + e – . Total: 135 peças nas cores e formas indicadas nas roletas. **Infantil /EF I**
Jogo do Quarto - Tabuleiro em plástico medindo 20 cm x 25 cm, desenhado um quadrado dividido em 16 quadradinhos, peças em quatro diferentes formas, em duas cores e duas alturas. Jogo de estratégia. **Todas as séries**
Jogo Quatro em Linha Multiplicativo - Tabuleiro de plástico rígido medindo 23 cm x 31 cm desenhado duas tabelas, dois aros e dois conjuntos de fichas em plástico. Para treinar a multiplicação (as regras estão impressas no verso do tabuleiro). Um tabuleiro p/ 2 alunos (ou 2 duplas). **EF I**
Jogo: Roleta Matemática - Tabuleiro de plástico rígido medindo 23 cm x 31 cm, para fazer as apostas, uma roleta e quatro conjuntos de fichas em quatro cores diferentes. Introdução aos primeiros cálculos de probabilidade. Um jogo para cada 4 alunos. **EM**
Jogo Subida Maluca -Tabuleiro de plástico rígido medindo 23 cm x 31 cm, desenhado percurso de 1 a 100 sendo que algumas casas apresentam uma escada ou um escorregador, conjunto de marcadores e dado. (Regras impressas no verso). Um tabuleiro para cada 4 alunos. **Inf + EF I**
Jogo Tartaruga - Tabuleiro de plástico rígido medindo 23 cm x 31 cm, com o desenho de uma tartaruga onde o casco está dividido e numerado de 0 a 12. Conjunto de fichas e dois dados. (As regras estão no verso). Utilizado para fixação da adição e subtração. **Infantil + EF I**
Jogo Trigominó - Jogo com 56 peças, semelhante ao jogo de dominó, com peças dividas em duas partes exibindo de um lado senos e cossenos de diversos ângulos e do lado oposto, os resultados em ordem diferente. **EM**
Jogo da Velha Numérico - Tabuleiro com duas tabelas: uma para adição e outra para multiplicação. Dois dados e dois conjuntos de fichas em cores diferentes. Fixar operações de adição e multiplicação. **EF I + EF II**
Jogo da Velha Triangular - Semelhante ao jogo da velha tradicional tendo como base um triângulo com bolinhas em diversos cruzamentos e apresentando maior número de combinações. Jogo de estratégia. **TODAS as séries**
Kit Álgebra - Quadrados e retângulos de várias cores que se combinam, tanto no tamanho como na mistura de cores, para serem feitas as operações algébricas (adição, produto, produtos notáveis e casos de fatoração). **E F II**
Kit Análise Combinatória - Conjunto contendo 12 retângulos com roupinhas para serem combinadas: blusas (manga curta, comprida, decote V); saias, calças e shorts. Três cores diferentes. **Infantil + E F I**
Kit Áreas e Volumes - Contém 30 cubinhos em madeira com 25 mm de lado (alguns ligados com 2 ou 3 cubos) para cálculo de volumes e um conjunto de quadrados e retângulos para se calcular as áreas. **EF II + EM**

Kit Bichinhos - Conjunto com cinco retângulos, cada um contendo 4, 5 ou 6 elementos apresentando um dos elementos de cada conjunto com uma diferença: ou na cor, ou na forma, ou no tamanho, ou na posição. **Infantil + EF I**
Kit Bonequinhos - Conjunto contendo três dadinhos em EVA, sendo cada face de uma cor combinando com as peças para montar bonequinho em pé, sendo: bases, corpinhos e chapeuzinhos. **Infantil + EF I**
Kit Cores - Conjunto de 200 fichas em 5 cores com quantidades diferentes. É utilizada para cálculos de probabilidade. EM
Kit Geometria Plana – Kit com 72 peças em plástico injetável sendo algumas retas (tipo palito de sorvete), em três tamanhos, contendo três, quatro ou cinco furos em cada peça e peças circulares, também com dois, três ou quatro furos, encaixáveis e em tamanhos diferentes, (conforme o número de furos), para formar o contorno de figuras geométricas planas e estudar propriedades. **TODAS as séries**
Kit Janelinhas - “Predinhos” (retângulo medindo 20 cm x 14 cm, em EVA com 10 mm de espessura, de duas cores nas faces) com 8, 9 e 12 janelinhas (quadradinhos de 25 mm de lado) que abrem e fecham (lado vermelho = aberto, lado azul = fechado). São utilizados para cálculos com adição, subtração, dobro, etc. além de trabalhar a lateralidade. **Infantil + E F I**
Kit Polinômios - Quadrados e retângulos com uma face azul e a outra vermelha e em tamanhos que se combinam, sem serem múltiplos. Para as operações algébricas, produtos notáveis, casos de fatoração, divisão de polinômios, etc... **EF II/ EM**
Kit Roupinhas - Semelhante ao Kit Análise Combinatória, porém, em tamanho maior. **Infantil + EF I**
Material Dourado - Kits Individuais. Fabricamos em EVA com 6 mm de espessura (o planificado) ou em EVA de 10 mm de espessura - ou em plástico rígido com 10 mm de espessura e o de madeira, com unidades, dezenas e centenas. **Infantil + EF I**
Material Dourado Imantado + P**ranch**a - Tabuleiro de metal medindo 50 cm x 50 cm e peças do Kit Material Dourado de um lado em EVA e do outro imantada. P/ professor. **EF I**
Mosaico - Conjunto com hexágonos, trapézios isósceles, losangos em dois tamanhos: um com um par de ângulos de 60° e outro losango com um par de ângulos de 30°, triângulos equiláteros e quadrados, tendo sempre, em cada figura, um lado de medida comum. Para compor e decompor figuras geométricas planas, bem como estudar propriedades e medidas de ângulos. **TODAS as séries**
Numerais 0 a 9 - Conjunto com 3 retângulos contendo os numerais recortados de 0 a 9, sendo cada tira de uma cor. **Infantil + EF I**
Números e Símbolos - Conjunto contendo numerais de tamanho grande e de tamanho pequeno (para expoente), símbolos tais como: (,), [,] , { , }, ϵ ,c , ¢ , ≥ , ≤ , Σ , U , ∩, V, F, log , etc. (108 peças). **TODAS as séries**
Painel das Quantidades – Prancha com 96 peças (8x12), em quatro cores diferentes. Para atividades de seqüência, contagem, as quatro operações, etc.. **Infantil + EF I**
Pares e Ímpares - Conjunto onde as quantidades de 1 a 10 estão representadas em duas carreiras de bolinhas, tornando fácil à verificação se é par ou ímpar.(adição, subtração e multiplicação). Confeccionado em EVA dupla face: uma amarela e outra azul. Total de

peças: 41. Excelente para operações fundamentais. **Infantil + EF I**
Pentaminós – Conjunto com 12 peças, formadas por quadrados unidos por, pelo menos um lado. Para calcular áreas e perímetros, construir polígonos convexos e não convexos, encontrar simetrias, etc. Temos em dois tamanhos em retângulo de: 5 cm x 12cm (quadradinho de 1 cm de lado) e 12 cm x 20 cm (quadradinho de 2 cm de lado). **EF I + EF II**
Poliminós com prancha – Conjunto com monominós, dominós, triminós, tetraminós, pentaminós e uma prancha com quadrados de 2cm de lado, onde os poliminós são encaixados. P/ cálculos com áreas e perímetros. Prancha plástica. **TODAS as séries**
Prancha para gráficos – Retângulo em EVA recoberto com PVC branco, desenhado um plano cartesiano; três retas em acetato e uma parábola. Para construção de Gráficos. Versão aluno: 21,5 cm x 26,5 cm. Versão professor: 32,5 cm x 40 cm. **EF II + EM**
Prancha para gráficos Imantado: Prancha de metal com pontos e retas imantados. Versão aluno: 30 cm x 30 cm. Versão professor: 50 cm x 50 cm. **EF II + EM**
Prancha para Material Dourado – Prancha em plástico medindo 27,5 cm x 34,5 cm. Utilizada para operações de adição, subtração e de multiplicação. **Infantil + EF I**
Prancha I Contagem – Prancha de plástico. Para ir adicionando, sem fazer conta, com duas colunas: Unidade e Dezena. **Infantil/ EF I**
Prancha II Contagem – Semelhante ao anterior, com 3 colunas: Unidade, Dezena e Centena. **EF I**
Prancha Trigonométrica – Prancha em PVC rígido branco com o ciclo trigonométrico e uma parte transparente que ao girar nos fornece os valores do seno, do cosseno e da tangente do ângulo, ao mesmo tempo. Aluno: 24 cm x 32 cm. Professor: 30 cm x 45 cm. **EM**
Prismas e Pirâmides – Conjunto contendo 7 peças sendo 3 prismas e 3 pirâmides: base triangular, retangular e hexagonal e também 1 cubo de 1dm3. Peças transparentes, de tamanho grande. Desmontáveis. **EF II + EM**
Quadro Numérico - Quadro Branco medindo 60 cm x 90 cm, com 100 quadradinhos numerados de 1 a 100 (dez linhas e dez colunas). **EFI**
Quadro Numérico Imantado - Quadro branco metálico medindo 60 cm x 90 cm, com 100 quadradinhos (sem numeração) + 100 fichas numeradas de 1 a 100 e + 125 peças de bordas coloridas para ressaltar alguma propriedade (por exemplo: números pares). **EF I**
Quebra cabeça Hexagonal - Hexágono dividido em seis partes irregulares. Além de quebra-cabeça para montar o hexágono, podemos construir polígonos convexos e não convexos, usando duas ou mais peças. **EF I**
Quebra-cabeça: Quadrado de 4 cores - Para montar um quadrado sem que peças da mesma cor estejam ligadas (nem pelo vértice). **TODAS as séries**
Relações Métricas nos Triângulos Retângulos - Conjunto com triângulos retângulos semelhantes, sendo um grande e os outros dois, correspondentes aos triângulos formados pela altura em relação à base. **EF II + EM**

Moldes de planificação das superfícies dos Sólidos Geométricos- Conjunto contendo vinte moldes em cartolina colorida, para serem montados as principais superfícies dos sólidos geométricos espaciais. **TODAS as séries**
Tangram Circular - Círculo dividido em dez partes para montagem de várias figuras. **TODAS as séries**
Tangram Coração Partido – Figura de coração dividido em nove partes que se combinam para formar várias figuras. **TODAS as séries**
Tangram Oval – Figura oval dividida em nove partes que se combinam para formar várias figuras principalmente pássaros. **TODAS as séries**
Tangram Quadrado - Quadrado dividido em sete peças que se combinam para formar vários tipos de figuras. Aluno, nos tamanhos: 12cm , 15cm ou 20cm de lado. **TODAS as séries**
Tangram Quadrado – Tamanho grande, com 34 cm de lado. Para ser montado no chão. **Infantil + E F I**
Mini Tangrans (quadrado, coração partido, oval, circular). 8x8cm **TODAS as séries**
Teorema de Pitágoras - Conjunto com quatro triângulos e um quadrado para mostrar a validade do teorema de Pitágoras. **EF II + EM**
Torre de Hanói - Quebra-cabeça com base triangular (de lado 23 cm), em madeira e argolas em 7 tamanhos sendo cada argola de uma cor diferente e em EVA de 10 mm de espessura. **TODAS as séries**
Triângulo Mágico - Tabuleiro contendo um triângulo com círculo nos vértices e nos pontos médios dos lados e um conjunto de fichas com círculos numerados de 1 a 15 para vários desafios. **EF I**

ALGUMAS FOTOS DE ALGUNS PRODUTOS

ANEXO 02 – KIT EXPERIMENTAL

Item	Produto	Descrição	Quantidade	Valor unitário (R$)	Valor Total (R$)
01	Unidade mestra de Matemática com sensores, software e interface, para o professor.	Função: Estudo da matemática com experimentos, medidas; erros; retas num plano, ângulos (opostos pelo vértice, correspondentes, internos, complementares, alternos; colaterais); paralelismo, retas transversais; triângulos; figuras planas e tridimensionais; sólidos de revolução; áreas; volumes; funções trigonométricas; teorema de Pitágoras; lei dos cossenos; etc..	1		
Empresa CIDEPE. www.cidepe.com.br					

Profª Giovana Madalena Michels Heringer

Coordenadora do Projeto 12 / 06 / 2019

Profª Drª. Raquel Rocha Arruda

Coordenadora Pedagógica 12 / 06 / 2019.

Clairê Bilhar

Profª Clairê Bilhar

Vice-Diretora 12 / 06 / 2019.

Drª. Maria Angélica Cardoso Ferreira de Sousa

Diretora Geral 12 / 06 / 2019.

10. No plano cartesiano marque os pontos A, B, C, D, ... Utilizando uma régua, una esses pontos, nessa ordem, e o último ponto ao primeiro (A). (1,2)

A (-1; 4),	**B (-1; 2),**	**C (-4; 2),**	**D (-4; -2),**
E (-1; -2),	**F (-1; -5),**	**G (1; -5),**	**H (1; -2),**
I (4; -2),	**J (4; 2),**	**K (1; 2),**	**L (1; 4)**

Responda:

Os pontos E e F estão no _______quadrante, e os pontos G e H estão no _____ quadrante. (0,8)

Gráfico: