Mayck Gomes Marvila

MÚSICA E FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS: UMA ABORDAGEM INTERDISCIPLINAR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

DARCY RIBEIRO - UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

06 de dezembro de 2019

Mayck Gomes Marvila

MÚSICA E FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS: UMA ABORDAGEM INTERDISCIPLINAR

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Orientador: Prof. Geraldo de Oliveira Filho

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
06 de dezembro de 2019

FICHA CATALOGRÁFICA
UENF - Bibliotecas
Elaborada com os dados fornecidos pelo autor.

M391 Marvila, Mayck Gomes.

MÚSICA E FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS : UMA ABORDAGEM INTERDISCIPLINAR / Mayck Gomes Marvila. - Campos dos Goytacazes, RJ, 2020.

84 f. : il.
Inclui bibliografia.

Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, 2020.
Orientador: Geraldo de Oliveira Filho.

1. Funções trigonométricas. 2. Teoria musical. 3. Geogebra. 4. Interdisciplinaridade. 5. Contextualização. I. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. II. Título.

CDD - 510

Mayck Gomes Marvila

MÚSICA E FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS: UMA ABORDAGEM INTERDISCIPLINAR

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Aprovada em 06 de Dezembro de 2019.

Prof. Nilson Sergio Peres Stahl
D.Sc. - UENF

Prof. Nelson Machado Barbosa
D.Sc. - UENF

Mônica Souto da Silva

Prof.ª Mônica Souto da Silva Dias
D.Sc. - UFF

Prof. Geraldo de Oliveira Filho
D.Sc. - UENF
(ORIENTADOR)

Dedico este trabalho à minha irmã Mayná e minha mãe Valdicéa pela confiança depositada e por serem as principais incentivadoras na minha vida.

Agradecimentos

À Deus por me proporcionar chegar até aqui e pelas bençãos providas durante toda a minha trajetória.

À minha irmã Mayná por seu apoio moral e pelas diversas orientações e reflexões ao longo da vida.

À minha mãe Valdicéa por todo carinho, preocupação, dedicação e motivação na vida pessoal e profissional.

Aos meus tios e primos que me ofereceram moradia durante a minha graduação e por terem me acolhido com tanto amor e carinho.

À toda a minha família pelo carinho e incentivo à minha carreira.

Aos meus amigos de turma Pâmella, Juliana, Larissa e Igor pela amizade e companheirismo demonstrados durante diversas etapas do curso. Especialmente, Pâmella, que contribui imensamente para a realização desta pesquisa.

Aos professores do Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional - UENF pelo conhecimento compartilhado e pela dedicação e comprometimento em ensinar.

Ao meu orientador, professor Geraldo de Oliveira Filho pela atenção, dedicação e paciência demonstradas durante esta pesquisa.

À Sociedade Brasileira de Matemática-SBM e à UENF, pelo oferecimento deste curso.

À todos que contribuíram, direta ou indiretamente, para a realização dessa pesquisa.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

"Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção."(Paulo Freire)

Resumo

O presente trabalho contribui para o ensino de funções trigonométricas mais significativo para os alunos, contextualizando o referido conteúdo com o conteúdo de ondulatória e a teoria musical, sendo portanto, uma proposta interdisciplinar. Com esse propósito, desenvolveu-se uma pesquisa por meio da metodologia de estudo de caso. Foi preparada uma sequência didática e dividida em duas etapas em que a primeira, consistiu em relacionar o estudo de ondulatória com o conteúdo de funções trigonométricas. Para isso, foi utilizado o Geogebra que interpreta os gráficos de funções seno e cosseno como ondas sonoras e gera som a partir desses gráficos. Nesta etapa, também foi utilizado o aplicativo Oscilloscope que funciona de maneira semelhante a um osciloscópio. Já a segunda etapa, apresentou a teoria musical criada por Pitágoras e a relação que esta possui com o que foi apresentado na primeira etapa. Além dos aplicativos usados na primeira etapa também foi utilizado o Piano eletrônico que simula um piano e consegue reproduzir sons harmônicos e sons ruidosos. Também foram realizadas entrevistas, com professores do Ensino médio da rede pública de educação do estado do Rio de Janeiro, que tinham como propósito averiguar os elementos e as dificuldades encontradas em uma aula sobre funções trigonométricas.

Palavras-chaves: Funções trigonométricas. Teoria musical. Geogebra. Interdisciplinaridade. Contextualização.

Abstract

The present study intends to make the teaching of trigonometric functions more meaningful for the students, contextualizing the referred topic with the undulatory and music theory, therefore being an interdisciplinary proposal. With this purpose, a research was developed through the case study methodology. A didactic sequence was prepared and divided in two stages, in which the first consisted of relating undulatory's study to the trigonometric functions' subject. For that intention, the Geogebra was used, which interprets the graphs of sine and cosine functions as sound waves and generates sound from these graphs. In this phase, the application Oscilloscope was also utilized, which works similar to an oscilloscope. The second stage, in its turn, introduced the music theory created by Pythagoras and its relation to what was showed in the previous stage. Besides the applications used on the first phase, an electronic piano was also utilized, which simulates a piano and is able to reproduce harmonic e noisy sounds. Additionally, interviews were done with public high school teachers from the Rio de Janeiro's state, with the intention of investigating the elements and difficulties found in a trigonometric functions' class.

Key-words:Trigonometric functions. Music theory. Geogebra. Interdisciplinary. Contextualization.

Lista de ilustrações

Sumário

Capítulo 1

Introdução

A escolha do tema deste trabalho deve-se ao interesse do autor em música que, embora não seja um profissional da área, sempre teve curiosidade sobre o manuseio de instrumentos musicais e a teoria musical. Outro fator importante para essa escolha foi a ausência de contextualização da trigonometria vista na escola causando muitas vezes desmotivação e desinteresse do aluno. As Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM+) (BRASIL, 2006) citam este fato e sugerem contextualizar as funções trigonométricas e seus gráficos:

> "Apesar de sua importância, tradicionalmente a trigonometria é apresentada desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo algébrico das identidades e equações em detrimento dos aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos" (BRASIL, 2006, p.121-122).

Visando contextualizar o conteúdo, que é um tema não muito atraente para a maioria dos alunos, foi decidido abordá-lo na área musical, que seria algo popular e de interesse da maioria destes. Com relação a isso, os PCNEM+ (BRASIL, 2006) dizem que os alunos devem compreender que a Matemática também está integrada ao meio cultural como a música ou o teatro e não só ao meio científico como a maioria espera.

Sobre a música, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) explica que

> "A ampliação e a produção dos conhecimentos musicais passam pela percepção, experimentação, reprodução, manipulação e criação de materiais sonoros diversos, dos mais próximos aos mais distantes da cultura musical dos alunos. Esse processo lhes possibilita vivenciar a música inter-relacionada à diversidade e desenvolver saberes musicais fundamentais para sua inserção e participação crítica e ativa na sociedade"(BRASIL, 2018, p.196).

Para que seja possível fazer a relação música-trigonometria, deve-se compreender o que seria o próprio som.

> "A ondulatória é a parte da física que estuda os fenômenos que se apresentam em formas de ondas. Existem dois tipos básicos de fenômenos

> que se comportam dessa maneira: ondas mecânicas, que atuam no nível das moléculas, cujo fenômeno perceptivo associado é o som; e ondas eletromagnéticas, causadas pelo movimento de partículas subatômicas, cujos fenômenos perceptivos associados são, principalmente, a luz e as cores" (LAZZARINI, 1998, p.5).

Neste trabalho, foram estudadas as chamadas ondas mecânicas que são as ondas associadas ao som. A forma mais simples de onda é aquela que pode ser representada por uma senóide, apresentando uma característica periódica. Vale lembrar "que nenhum som natural produz uma onda senóide pura, apesar de alguns, como o do diapasão, aproximarem-se muito dessa forma de onda" (LAZZARINI, 1998, p.7).

De acordo com Zuben (2004, p.16) as ondas complexas são as obtidas pela sobreposição de duas ou mais ondas senoidais, por esse motivo conseguimos decompô-las em uma série de ondas simples, nessa decomposição podemos verificar quais notas poderemos utilizar na composição de uma música.

Estudando teoria musical, as notas como dó, ré, mi, fá, sol, lá e si são representadas por ondas simples. Zuben (2004) explica que a composição de duas ou mais notas destas geram ondas mais complexas que são as ondas formadas pela sobreposição de ondas simples. São chamadas de harmônicas as notas que possuem uma certa relação fracionária entre a frequência de suas ondas, e a sobreposição destas notas é chamada de acorde. O intuito é levar o aluno a saber quais notas podemos utilizar para formar um acorde.

Para uma melhor visualização e entendimento do que foi exposto, foram utilizados três softwares que serão explicados mais a frente. Sobre isso, as Orientações Curriculares do Ensino Médio (BRASIL, 2006) explicam que não se pode negar o impacto das tecnologias no ambiente social e que é de suma importância que o indivíduo use a Matemática como ferramenta para compreender as tecnologias e as utilize para compreender a Matemática.

Foram feitas entrevistas com professores que trabalham com o conteúdo de funções trigonométricas afim de relatar um pouco da experiência dos profissionais que lidam com o assunto em sala de aula.

Diante do exposto, surgiu a seguinte questão de pesquisa: O uso do conceito de ondas sonoras e da teoria musical no estudo da trigonometria pode contribuir para a aprendizagem e interpretação de gráficos de funções trigonométricas por parte dos alunos de uma turma do Ensino Médio?

Com este projeto, pretende-se investigar se a abordagem da relação música-matemática no estudo de funções trigonométricas pode contribuir para o estudo de funções trigonométricas numa turma do Ensino Médio.

Os objetivos específicos que se pretende alcançar são:

- promover a contextualização do conteúdo de funções trigonométricas por meio da teoria musical;

- apresentar ferramentas e materiais que permitam a investigação das propriedades do conteúdo de funções trigonométricas;
- promover uma interdisciplinaridade entre a Física, a Matemática e a música;
- verificar se a proposta elaborada pode contribuir para que o conteúdo de funções trigonométricas seja mais significativo para o aluno.

Capítulo 2

Aporte teórico

Este capítulo aborda a ideias de autores que fundamentam a elaboração da pesquisa e está dividido em 2 seções: contextualização e interdisciplinaridade; trabalhos relacionados

2.1 Contextualização e Interdisciplinaridade

A interdisciplinaridade é um termo de difícil compreensão mesmo no meio acadêmico e alguns equívocos acabam sendo cometidos. Para buscar uma melhor compreensão do termo, serão expostos argumentos de dois dos principais pesquisadores relacionados ao tema no Brasil, Fazenda (2008) e Japiassu (1976).

Segundo Fazenda (2008), a interdisciplinaridade surge a partir da década de 1960 com o objetivo de revolucionar a educação e ir contra todo conhecimento que privilegiava o capitalismo epistemológico, como as organizações curriculares que evidenciavam excessivamente a especialização e qualquer proposta de educação que levava o aluno a uma única, estreita e limitada direção, sendo a favor das questões sobre a cotidianidade.

De acordo com Japiassu (1976), a interdisciplinaridade tem seu surgimento representando um protesto a 3 problemas: o saber fragmentado em que as disciplinas se fecham em si e não se relacionam com as de mais;a universidade que se encontra cada vez mais afastada do cotidiano e do dinamismo da sociedade; o conformismo das situações adquiridas e da "ideia imposta".

Japiassu (1976, p.54) explica que

> "[...] a interdisciplinaridade se define e se elabora por uma crítica das fronteiras das disciplinas, de sua compartimentação, proporcionando uma grande esperança de renovação e de mudança no domínio da metodologia das ciências".

Ainda que a interdisciplinaridade representasse um papel inovador na década 1960, os pesquisadores buscavam definir o termo para que não fosse banalizado. Fazenda (2008) cita algumas reflexões que, segundo ela, se remetem ao interdisciplinar:

- a reflexão sobre a superação da dicotomia ciência e arte.
- a reflexão sobre a dicotomia cultura e ciência.
- a importância do embate objetivida/subjetividade
- a superação da dicotomia percepção percepção/sensação
- a investigação da superação da dicotomia espaço/tempo

Segundo Fazenda (2008), as hipóteses e orientações citadas acima somente começaram a ser desenvolvidas a partir da década de 1990. A interdisciplinaridade ainda dava os seus primeiros passos e o seu significado ainda era incerto, mas os estudos e pesquisas desenvolvidas na época serviram como base para o desenvolvimento do assunto.

De acordo com Fazenda (2008) o tema chega ao Brasil no final da década de 60, porém com distorções. Sem propostas de reflexão sobre o assunto, a interdisciplinaridade se limita a apenas representar o “algo novo” na estrutura da educação, e é sustentado pelo modismo que seu nome conquistou. Pouco dos seus princípios foram considerados e impensadamente se tornou palavra de ordem na educação, e foi reconhecido como o principal elemento de uma revolução educacional sem relevarem seus aspectos e consequências.

Na década de 1970, a reflexão sobre a interdisciplinaridade evolui. Japiassu (1976) e Fazenda (2008) desenvolvem pesquisas que tratam da análise e propostas de atividades interdisciplinares. Japiassu (1976, p.43) cita que a interdisciplinaridade tem dupla origem, uma interna que procura reformular a organização e o progresso do estudo em si, e uma externa que procura expandir o saber afim de fazê-lo alcançar múltiplos campos das ciências.

De acordo com Japiassu (1976), não se pode afirmar que a interdisciplinaridade ocorre apenas pela reunião de várias especialidades relacionadas ao tema, pois esta não é um simples produto de uma ocasião, mas se dá pela própria condição do progresso da pesquisa.

Japiassu (1976) explica que o desafio está em construir um método para a realização da interdisciplinaridade e que são necessários quatro elementos principais para isso. O primeiro é o corte da realidade para abordagem de um referido tema, o que já se mostra como uma dificuldade para o acontecimento da interdisciplinaridade, uma vez que acarreta numa redução dessa realidade. O segundo elemento consiste nos procedimentos para a investigação afim de adaptar a realidade reduzida. O terceiro elemento consiste nos instrumentos utilizados para a coleta de dados capazes de exprimir as investigações e os resultados. O quarto se resume aos procedimentos para a análise de dados empíricos e na sua explicação.

Japiassu (1976) cita que pode-se verificar que a interdisciplinaridade resulta de dois fatos. O primeiro é que os cientistas não se limitam apenas as suas especialidades mas promovem que o progresso das ciências sempre se abre a novas exigências. O segundo é a constatação que as disciplinas são limitadas quando tratadas isoladamente e a verificação da reciprocidade na troca de dados quando há uma interação destas.

A BNCC (BRASIL, 2018, p.19) aborda a importância da interdisciplinaridade e explica que é dever das redes de ensino e escolas abordarem sobre temas comtemporâneos, preferencialmente de forma transversal e integradora de maneira que o indivíduo seja afetado em escala local, regional e global.

2.2 Trabalhos relacionados

Durante o desenvolvimento desta pesquisa foram estudados 7 trabalhos que tivessem relação com o tema da presente dissertação. Serão expostos 3 destes, sendo que o primeiro, procura relacionar diferentes conteúdos da Matemática com a música. Já o segundo, faz uma abordagem sobre conteúdo de funções trigonométricas com uso do Geogebra. A terceira busca relacionar a Matemática, de maneira geral, com a música usando softwares como o AUDACITY e o SCALA.

2.2.1 Matemática e Música: Uma proposta de aprendizagem

O trabalho trata de uma dissertação de mestrado, que tem como autora a Rafayane Barros Cabral (CABRAL, 2015), apresentada ao Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Goiás.

A pesquisa teve o objetivo de elaborar atividades que tornem alguns conteúdos da matemática mais atrativos para os alunos. Dentre os conteúdos estão Frações, Funções Exponenciais, Logarítmicas e Trigonométricas, Progressão Geométrica e Mínimo múltiplo comum.

Ao longo da pesquisa, a autora apresenta 3 propostas de sequências didáticas que mostram que a Matemática e a música estão interligadas. A primeira proposta usa como base 4 videoaulas disponíveis no Youtube. A segunda proposta sugere o uso do violão em sala de aula, sendo organizadas 4 aulas para essa sequência didática. A última proposta tem um propósito inverso das outras duas propostas, pois pretende-se fazer uso da matemática para uma aula de música, onde o autor compara os elementos da teoria musical com a matemática, fazendo o uso de frações.

A autora conclui que há poucos estudos que abordam a relação da Matemática com a música, e afirma que trabalhos que exploram este contexto podem trazer resultados surpreendentes.

Pode-se verificar que a dissertação possui objetivos semelhantes aos do presente trabalho, pois ambos procuram tornar a matemática mais atrativa por meio da música, porém, se diferem quanto a estrutura de suas pesquisas. Enquanto a dissertação citada sugere 3 propostas diferentes de sequência didática utilizando diferentes conteúdos em cada uma, o presente trabalho tem foco maior no estudo de funções trigonométricas e busca verificar o impacto que o tema traz para a sala de aula.

2.2.2 Geogebra e o estudo de funções trigonométricas no Ensino Médio

Essa dissertação tem como autora Denise Mansoldo Salazar (SALAZAR, 2015, p.110) e foi apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática na Universidade Federal de Juiz de Fora.

O projeto teve o objetivo de potencializar a aprendizagem de funções trigonométricas utilizando ferramentas tecnológicas, sendo o Geogebra a principal delas. Para isso, foram elaboradas 3 atividades baseadas em pressupostos teóricos da Engenharia Didática, sendo utilizado o Geogebra em todas as 3 atividades. A primeira atividade foi sobre senóides, a segunda atividade sobre cossenóides e a terceira atividade abordava a resolução de problemas que envolviam senóides e cossenóides.

Ao final das aplicações, a autora constatou que o resultado foi satisfatório e que o trabalho a fez perceber que é possível contribuir para a motivação dos alunos, tanto para recuperar a autoestima dos que sentem dificuldades quanto para incentivar outras descobertas àqueles que tem uma afinidade maior com a Matemática.

A pesquisa citada possui elementos semelhantes aos do presente trabalho, porém este último pretendeu abordar o assunto de maneira interdisciplinar, uma vez que a proposta se baseia no conteúdo de ondulatória e na teoria musical.

2.2.3 Escalas, Inversas e Tríades: A Matemática aplicada à Música

A dissertação, que tem como autor Daniel Francisco de Paula Sodré Martins (MARTINS, 2015), foi apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro.

O trabalho dissertativo teve o objetivo de mostrar aplicações da Matemática à música por meio da simetria e padrões presentes na composição musical. Para isso, o autor utilizou dois softwares. Um deles, o AUDACITY, mostra o comportamento da onda e a altera de maneira que modifique as características do som. Já o segundo, o SCALA, foi utilizado para construir escalas, tendo maior ênfase as construções da escala pitagórica e da escala temperada. Além disso, o autor investigou como a estrutura algébrica de grupo pode exemplificar as operações feitas ocasionalmente por músicos.

Ao fim de sua pesquisa, o autor relata a relevância da Matemática no campo da teoria musical e a importância da utilização dos softwares durante o desenvolvimento de sua pesquisa.

Comparando a dissertação citada nesse tópico com o presente trabalho, verifica-se que estes procuram tornar o ensino da matemática mais lúdico, fazendo uma ligação entre esta e a música, e utilizando softwares afim de tornar a abordagem mais compreensível. A principal diferença entre elas é que a presente dissertação busca trabalhar com senóides e cossenóides de maneira mais fundamentada, enquanto a dissertação citada trabalha com outros campos da matemática como fração e a teoria de grupos.

Capítulo 3

Relevância do trabalho

O presente capítulo aborda 3 seções que possuem relevância para o tema da pesquisa e estão divididos da seguinte forma: o uso das TIC´s no ensino; o estudo de funções trigonométricas; o Geogebra e outros softwares.

3.1 O uso das TIC's no ensino

Desde a década de 1980 o Ministério da Educação do Brasil (BRASIL, 2005) vem investindo para que os alunos tenham acesso a computadores. Na maior parte das escolas há um laboratório de informática que está a disposição dos alunos e dos professores como meio de pesquisa e ensino. Porém, estes são pouco utilizados e, na maioria das vezes que são utilizados são para fins não educativos ou para ocasiões em que o laboratório não é explorado devidamente, em que o professor não trás elementos diferentes da aula tradicional.

O despreparo de muitos professores acaba não permitindo o aproveitamento de tal tecnologia por não saberem manusear ou não conhecerem ferramentas ou aplicativos que tragam vantagens para a sala de aula. O Ministério da Educação diz que “o professor precisará se dar conta de que transitamos da mídia clássica para a mídia on-line”(BRASIL, 2005, p.63). A mídia clássica é representada por materiais como o jornal, a fotografia, o cinema, o rádio e a televisão, se contentando apenas em fixar, transmitir e reproduzir a mensagem. Já a mídia on-line vai além, pois permite que a mensagem seja manipulada. No lugar de receber a informação o sujeito participa na elaboração do conteúdo de comunicação e na criação de conhecimento.

Os aparelhos que possuem um imenso potencial são os smartphones, porém a utilização destes na escola, em geral, é demasiadamente restrito, pois seu uso indevido vem causando uma má impressão. Todavia este é um excelente meio de se trabalhar vários conteúdos em sala de aula se usados devidamente. Fonseca (2013) cita que em São Vicente/SP existe um projeto chamado Escola com Celular, onde o celular é tratado não apenas como um meio de comunicação mas um recurso para trabalhar conteúdos curriculares, efetivar novas conexões e difundir a educação ambiental. E considera que, embora haja dificuldades para aplicação de atividades com a ferramenta como a falta de banda larga e o despreparo dos professores, "é possível apontar telefones celulares e smartphones como instrumentos de transformação e úteis para fins de ensino – aprendizagem"(FONSECA, 2013, p.275).

3.2 O estudo de funções trigonométricas

O conteúdo de funções trigonométricas é muitas vezes mal compreendido por grande parte dos alunos. Uma das dificuldades apresentadas está na transição da trigonometria utilizada no triângulo retângulo para o campo das funções. Visualizar características e conteúdos subsequentes dos valores já fixados (como seno, cosseno e tangente dos ângulos de 30°, 45° e 60°) que, com frequência, são ensinados por meio de decoração, pode ser uma tarefa difícil para muitos. Corradi (2013, p.21) explica que em seu estudo

> "[...] foi possível perceber que há um grande número de docentes que conduzem suas aulas apresentando definições seguidas de listas de exercícios, treinando os alunos para reprodução do conteúdo, muitas vezes apenas decorado e não compreendido".

No ensino de funções trigonométricas os alunos não trabalham mais com questões que envolvem apenas triângulos retângulos, a estrutura do conteúdo é alterada, os valores já conhecidos, e também os desconhecidos, são tratados no círculo trigonométrico e em gráficos, e o que ocorre é uma difícil adaptação e ligação entre estes conteúdos e o de funções trigonométricas. Filho (2017, p.23) diz que

> "O professor de matemática, em seus anos de formação inicial possui um aprofundamento do conteúdo da circunferência trigonométrica como base para a introdução às funções trigonométricas, equações trigonométricas e inequações trigonométricas. Porém, em alguns casos, esses conteúdos são negligenciados durante seu período de estudo, devido à dificuldade e demanda de tempo para o aprendizado".

Considerando isso, o professor que não teve a sequência adequada do conteúdo de funções trigonométricas em sua formação dificilmente a fará com seus alunos.

Os pontos citados acabam ferindo o prérrequisito para o estudo de funções trigonométricas, pois para compreender o conteúdo não basta que o aluno saiba trabalhar com os ângulos de 30°, 45° e 60°. Para tal, deve haver uma compreensão do conteúdo e suas teorias, conhecer suas características e aplicações.

Além das dificuldades verificadas na trigonometria, existem as que surgem no estudo de suas funções, tais como reconhecer o comportamento do gráfico, seu período, sua amplitude e as translações de acordo com os parâmetros da lei da função.

3.3 O Geogebra e outros softwares

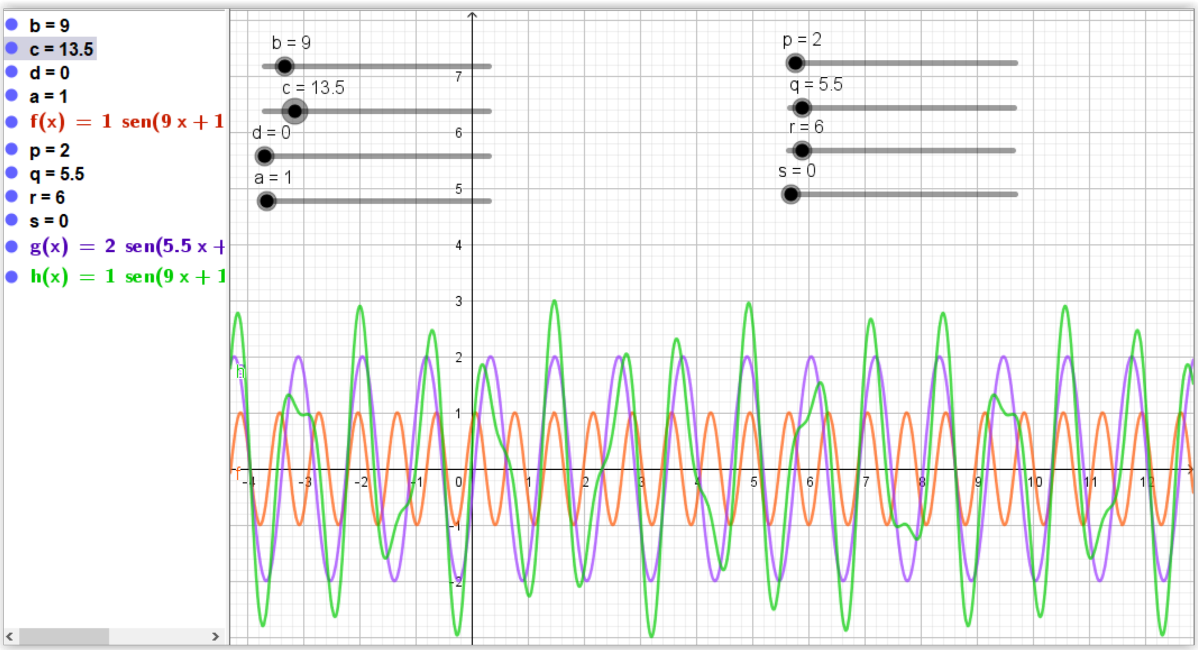
Criado por Markus Hohenwarter, o GeoGebra é um software gratuito de matemática dinâmica desenvolvido para o ensino e aprendizagem da matemática nos vários níveis de ensino. Segundo Serrano (2014) este software trata de conteúdos relacionados a geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente além de possuir várias outras funções.

O aplicativo vem se tornando bastante popular ao longo dos últimos anos. O software sempre passa por atualizações oferecendo novas ferramentas como, por exemplo, a possibilidade de trabalhar a geometria espacial, algo impossível nas suas primeiras versões. Serrano (2014, p.11) diz que o software "[...] tem crescido continuamente e hoje o GeoGebra é usado em 190 países, traduzido para 55 idiomas, com mais de 300.000 downloads mensais".

Nascimento (2012, p.131), em seu trabalho que teve como objetivo apresentar o GeoGebra a professores e alunos, diz que "De maneira geral, a utilização do software foi considerada pelos alunos como sendo de fácil compreensão e assimilação".

Dentre as diversas funções do GeoGebra existe uma chamada "Tocar Som" que nos permite escutar o som produzido pelo gráfico de uma função seno ou cosseno, tratando-o como ondas mecânicas. Na figura 1 pode-se visualizar uma representação.

Figura 1 – Funções trigonométricas no GeoGebra

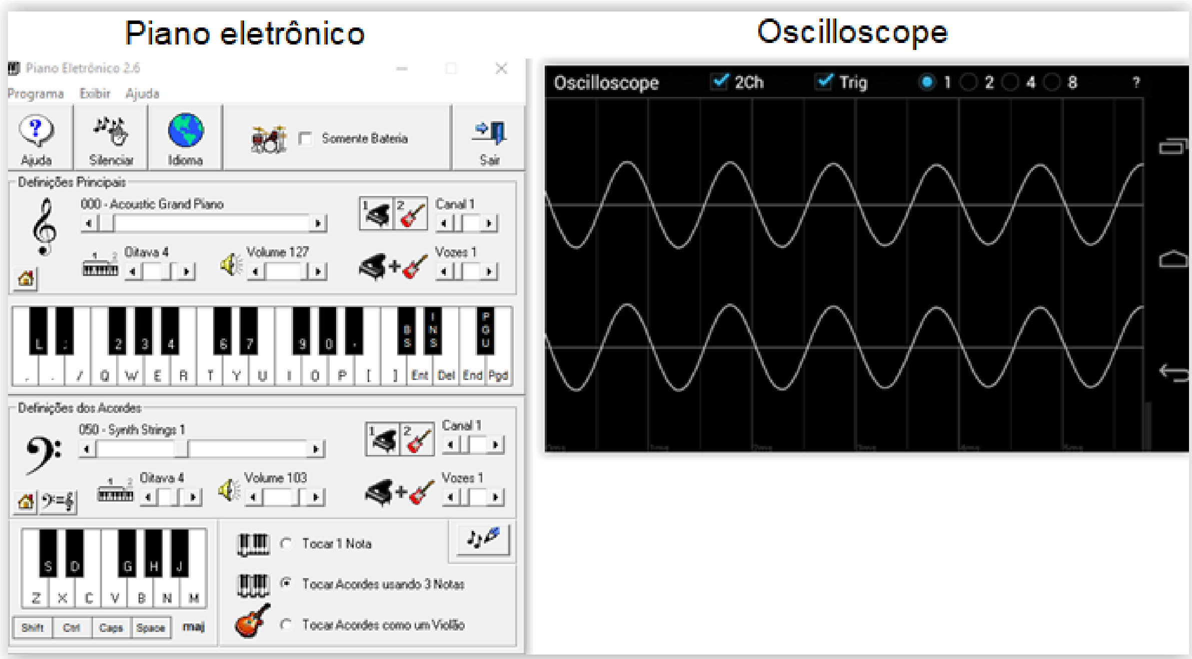


Fonte: Elaboração própria

Acima, são exibidas três funções e seus respectivos gráficos, sendo estes, duas senóides f(x) e g(x), e a terceira, o gráfico cuja função h(x) é a soma das duas funções anteriores (f(x) + g(x). O Botão F gera o som produzido pela onda representada pelo gráfico da f(x), o botão G da g(x) e o botão F+G da h(x). Além de verificar a relação entre essas três ondas, pode-se analisá-las individualmente uma vez que o GeoGebra permite modificar os parâmetros da função por meio da criação de controles deslizantes, podendo verificar a influência que sua amplitude e o seu período causam na reprodução do som das ondas, além de transladar o gráfico.

Verifica-se que é possível, a partir de ondas sonoras representadas por senóides, gerar som utilizando o GeoGebra, porém o software não possibilita que a partir do som, tenha a representação de suas ondas sonoras. Por esse motivo serão abordados outros dois softwares, um é o piano eletrônico e o segundo é o Oscilloscope (figura 2).

Figura 2 – Piano eletrônico e Oscilloscope



Fonte: Elaboração própria

O Piano Eletrônico é um simulador de piano que também pode ser utilizado para gerar sons de diferentes instrumentos. Com este, podemos analisar o timbre de notas harmônicas e o de notas não harmônicas. Já o Oscilloscope capta sons e reproduz o que seriam as suas ondas. Com auxílio destes dois softwares pode-se analisar o comportamento das ondas de notas musicais e dos acordes, sendo o último, um aplicativo que pode ser utilizado em smartphones.

Capítulo 4

Metodologia

Neste capítulo, será abordada a metodologia adotada neste trabalho que se dará por uma pesquisa qualitativa por meio de um estudo de caso. Além disso, será abordada a questão da interdisciplinaridade que o tema proporciona.

4.1 Pesquisa qualitativa

De acordo com Creswell (2014), a pesquisa qualitativa se mostra necessária quando se pretende "estudar um grupo ou população, identificar variáveis que não podem ser medidas facilmente ou escutar vozes silenciadas".

A pesquisa em questão se baseia em pressupostos filosóficos que servem como base do estudo. Serão abordados os pressupostos utilizados nesse estudo e relacionados com a construção do presente trabalho. São eles: a ontologia, a epistemologia, a axiologia e a metodologia.

A ontologia considera as múltiplas realidades referentes a um assunto ou as diferentes interpretações e perspectivas de diferentes indivíduos.

Na epistemologia, os pesquisadores tentam se aproximar o máximo dos participantes estudados. Tem-se o objetivo de analisar evidências subjetivas por meio de experiências dos mesmos.

O pressuposto axiológico se refere aos valores pessoais que o pesquisador trás para o estudo, admitindo que sua pesquisa se orienta tanto pelas suas experiências, interpretações e valores quanto pelas perspectivas dos indivíduos estudados.

A metodologia ou os procedimentos da pesquisa qualitativa são caracterizados e formalizados de forma indutiva, e estes são moldados a partir da coleta e da análise de dados feitas pelo pesquisador.

Os pressupostos mencionados se fazem presentes nas estruturas interpretativas, que são os elementos que direcionam o trabalho. A estrutura que se encontra neste trabalho é o pragmatismo, onde os aspectos mais importantes são os problemas e as questões que surgem durante o processo de pesquisa, onde o foco está voltado para os resultados obtidos por meio da análise de dados. Sobre o pragmatismo, Creswell (2014) fornece orientações:

- o pragmatismo não é comprometido com nenhum sistema de filosofia e realidade e os pesquisadores tem liberdade para escolherem os métodos, as técnicas e os procedimentos que melhor se adequam às necessidades e aos objetivos de sua pesquisa;
- o pragmatista adota múltiplas abordagens para coleta e análise dos dados em vez de se prender a uma única forma;
- a referida estrutura interpretativa se atenta para “o que” e “como” da pesquisa e aonde o pesquisador pretende chegar com ela;
- os pesquisadores concordam que os contextos sociais, históricos, políticos e outros interferem nas características do indivíduo participante da pesquisa e devido a isso, esses elementos devem ser considerados durante o processo de pesquisa;
- os pragmatistas já consideraram um mundo externo independente da mente assim como já consideraram um interno a esta. Eles acreditam que se deve parar de questionar sobre a realidade e as leis da natureza e começar a analisar e modificar o sujeito.

Considerando esses aspectos, Creswell (2014) relaciona os quatro pressupostos filosóficos com as características do pragmatismo:

- ontologia – a realidade trabalhada é o que é útil para os participantes da pesquisa, o que é prático e contribui para o desenvolvimento do trabalho;
- epistemologia – o assunto é apresentado por meio de múltiplas ferramentas de pesquisas que refletem evidências dedutivas e evidências indutivas;
- axiologia – os valores do pesquisador e dos participantes são discutidos a partir das reflexões que surgem no processo da pesquisa;
- metodologia – são utilizadas abordagens qualitativas e abordagens quantitativas para a coleta e análise de dados.

A seguir será apresentada a metodologia de pesquisa utilizada neste trabalho, o estudo de caso.

4.2 Estudo de caso

Creswell (2014, p.86) define estudo de caso como

> "[...]uma abordagem qualitativa na qual o investigador explora um sistema delimitado contemporâneo da vida real (um caso) ou múltiplos sistemas delimitados (casos) ao longo do tempo, por meio da coleta de dados detalhada em profundidade envolvendo múltiplas fontes de informação e relata uma descrição do caso e temas do caso".

Creswell (2014) também explica que, na abordagem etnográfica, tem se a intenção de determinar como a cultura funciona, já no estudo de caso procura-se desenvolver uma compreensão em profundidade de um único caso ou explorar um problema usando o caso como uma ilustração.

Uma questão bastante discutida sobre estudo de caso é se devem ser usadas abordagens quantitativas além da qualitativas. Segundo Günther (2006) , um fator que chama a atenção é que a pesquisa qualitativa frequentemente não está sendo definida por si só, mas é vista em contraponto a pesquisa quantitativa. (MERRIAM, 1998) defende que haja apenas abordagens qualitativas em um estudo de caso, diferente desse pensamento, Yin (2001) é a favor do uso de abordagens qualitativas e abordagens quantitativas para o desenvolvimento de um estudo de caso.

O presente trabalho segue a linha de pensamento de Yin, já que também faz uso de abordagens quantitativas. De acordo com Günther (2006, p.207)

> "[...]o pesquisador não deveria escolher entre um método ou outro, mas utilizar as várias abordagens, qualitativas e quantitativas que se adequam à sua questão de pesquisa"

.

Yin (2001, p.33), explica que

> "[...] os estudos de caso podem incluir as, e mesmo ser limitados às, evidências quantitativas. Na verdade, o contraste entre evidências quantitativas e qualitativas não diferencia as várias estratégias de pesquisa."

Yin (2001) menciona que um fator importante no estudo de caso são as múltiplas ferramentas para coleta de dados tais como observação participativa, documentos e entrevistas, o que se faz necessário uma vez que uma única fonte de dados não é capaz de retratar a realidade do caso.

Muitos trabalhos subestimam o estudo de caso e o abordam como um estágio exploratório de uma outra metodologia de pesquisa. Deste ponto de vista, o estudo de caso não é considerado uma estratégia de pesquisa e sua relevância é minimizada. De acordo com Yin (2001, p.33)

> “[...]o estudo de caso não é nem uma tática para a coleta de dados nem meramente uma característica do planejamento em si, mas uma estratégia de pesquisa abrangente”.

Pensando nos pressupostos filosóficos citados e na relação feita com o pragmatismo, pode-se verificar como a estrutura do presente trabalho se baseia nas características e valores da referida metodologia de pesquisa.

Analisando o aspecto ontológico, o que é o algo prático e útil é a contextualização do estudo sobre funções trigonométricas, baseada nas relações feitas com a música e o estudo de ondulatória. Outro elemento que torna o trabalho prático é o uso dos softwares durante a aplicação das atividades, que tornam as aulas mais lúdicas e significativas.

Verificando o caráter epistemológico, o assunto é apresentado por maneiras diferentes. No geogebra, os alunos que participaram da aplicação das atividades podem visualizar a representação do gráfico e do som gerado pelas ondas representadas, o que os permite tanto induzir quanto deduzir evidências sobre o assunto. O software Oscilloscope também permite uma análise sobre o conteúdo, já que o aplicativo consegue representar os sons como ondas sonoras.

Sobre a axiologia, a reflexão dos participantes sobre assunto é obtida pela análise de dados, incluindo a observação participante durante a aplicação das atividades, assim os valores do pesquisador e dos pesquisados podem ser discutidos.

Para o desenvolvimento do trabalho, a metodologia se baseia em múltiplas abordagens para a coleta de dados, são elas: entrevistas com professores que lecionam aulas sobre funções trigonométricas, avaliação diagnóstica e sequência didática (que conta com observação participante e análise das respostas dos alunos participantes) trabalhados com o 2.ª série do ensino médio.

4.3 Elaboração da sequência didática

Foi planejado que a duração da aplicação da sequência didática seria de quatro aulas, sendo divididas em dois encontros em que cada um teria a aplicação de uma atividade para que os alunos pudessem desenvolver o pensamento sobre o assunto. Nesta etapa é feito o uso de slides e os softwares Geogebra, Oscilloscope e Piano eletrônico. Os slides de numeração de 1 a 9 serão usados no primeiro encontro, enquanto os de 10 a 16, no segundo.

4.3.1 Primeiro encontro

Nas primeiras duas aulas, é tratada a representação do som como onda e a verificação da relação dos elementos da função seno com o som gerado pela onda representada pelo seu gráfico. Inicia-se a aula com slides e consequentemente é entregue uma lista de exercícios.

4.3.1.1 Apresentação de slides

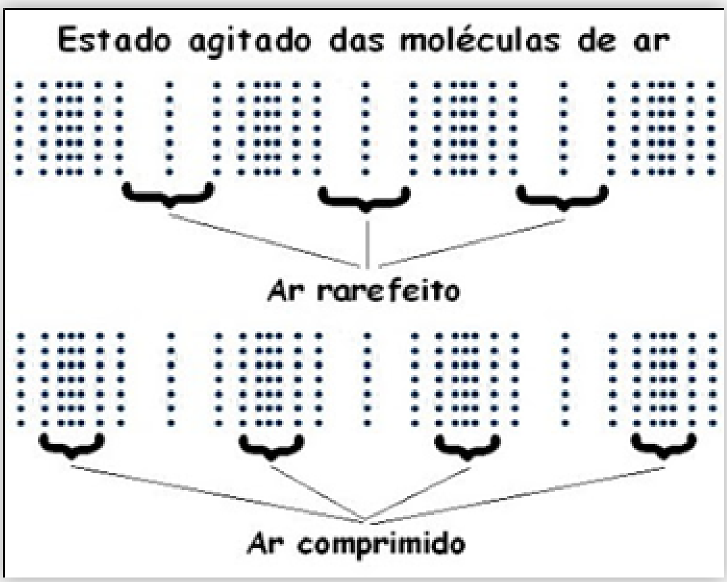
O 1.º slide tem a função de auxiliar na apresentação do título, autor e orientador da dissertação (figura 3).

Figura 3 – Apresentação da dissertação

Fonte: Elaboração própria

O 2.º slide apresenta a figura 4, a qual explica o som como vibrações e mostra o comportamento das moléculas durante este fenômeno.

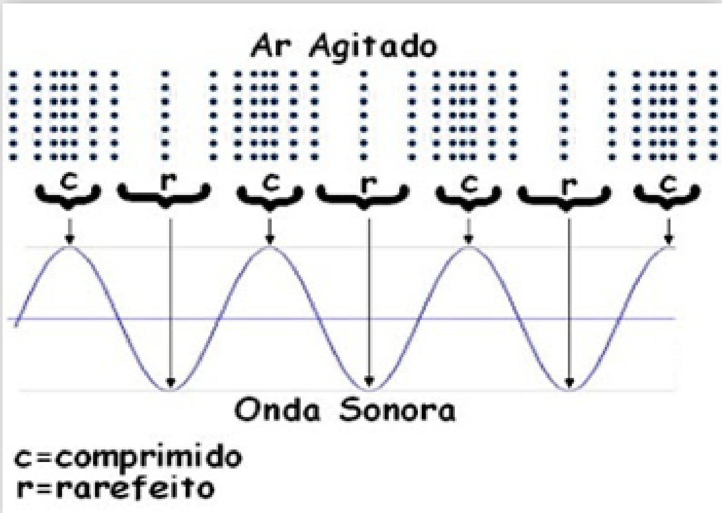
Figura 4 – Comportamento das moléculas



Fonte: <encurtador.com.br/bdvD3> Acesso em 19 de fev. 2020

O 3.° slide ainda trata do comportamento das moléculas (figura 5), porém este mostra a variação da pressão. Quando o ar está comprimido (e as moléculas estão mais próximas uma das outras) a pressão é maior e quando o ar está rarefeito (e as moléculas estão afastadas) a pressão é menor. A variação da pressão forma o que chamamos de onda sonora. Ressaltando que a onda sonora se desloca e a ilustração retrata apenas uma captura da onda imóvel.

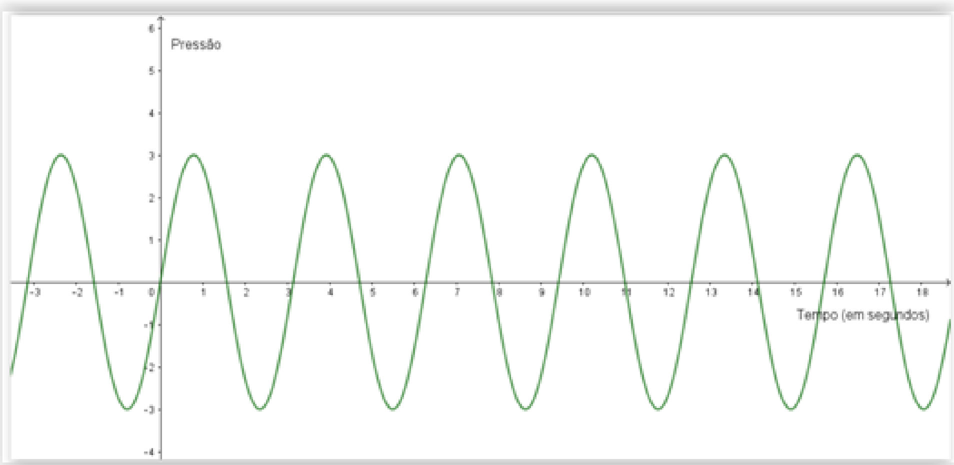
Figura 5 – Variação da pressão



Fonte: <encurtador.com.br/bdvD3> Acesso em 19 de fev. 2020

O 4.° slide mostra a onda sonora como uma função seno ou cosseno (Figura 6), em que o eixo das abscissas é representado pelo tempo e o eixo das ordenadas pela pressão.

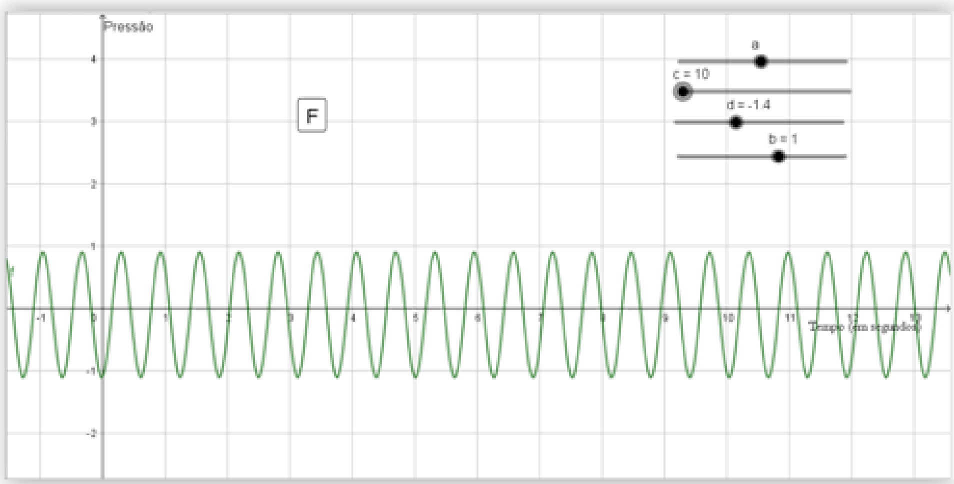
Figura 6 – f(x) = 3sen(3x)



Fonte: Elaboração própria

Nesse momento também será utilizado o Geogebra e sua função chamada “tocar som” (Figura 7) para que os alunos percebam a relação da frequência da onda com a altura do som e da amplitude da onda com a intensidade sonora.

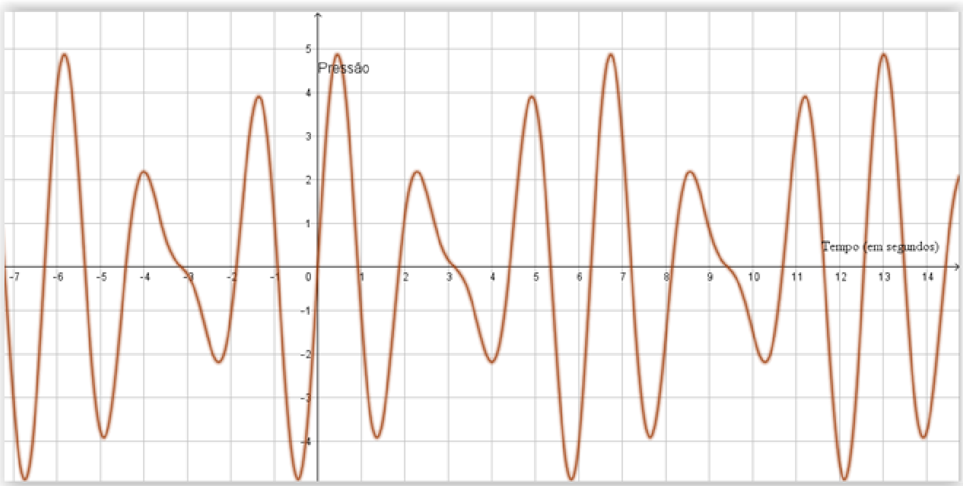
Figura 7 – Representação de uma onda sonora



Fonte: Elaboração própria

O 5.° slide apresenta uma função cujo gráfico representa uma onda complexa (Figura 8). Este é um exemplo de que nem todas as ondas sonoras tem o comportamento da onda do slide anterior. Também será explicado a diferença das ondas simples para as complexas.

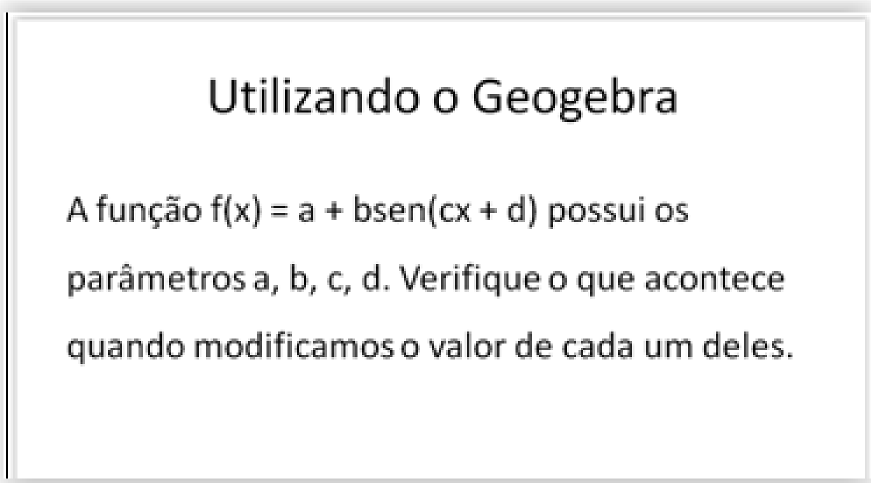
Figura 8 – g(x) = 3sen(3x) + 2sen(4x)



Fonte: Elaboração própria

O 6.° slide (Figura 9) aborda uma proposta para que os alunos, a partir de um arquivo do Geogebra, analisem que a variação dos parâmetros a, b, c e d na representação f(x) = a + bsen(cx + d) acarreta na variação do som gerado.

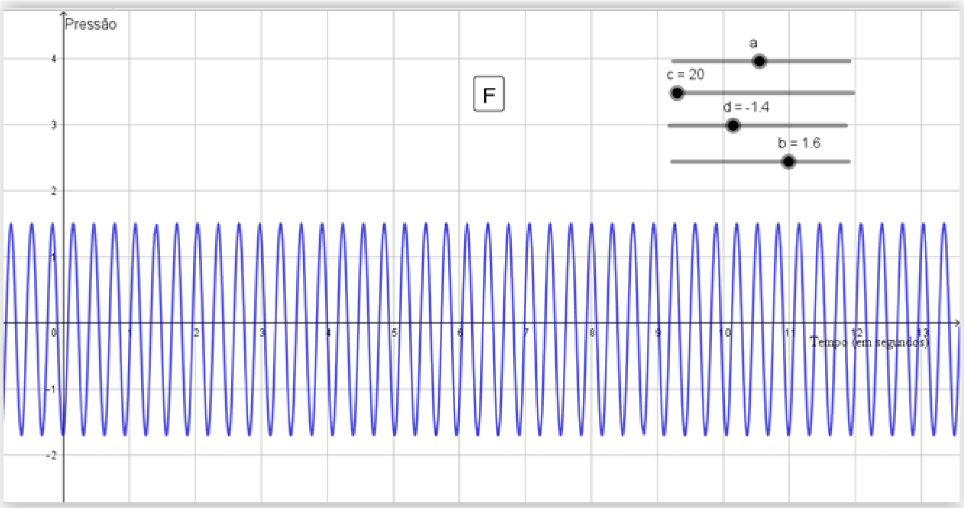
Figura 9 – Proposta com o uso do Geogebra



Fonte: Elaboração própria

Para tal verificação será utilizado o arquivo “ondasonora” (Figura 10) do Geogebra.

Figura 10 – Análise dos coeficientes de uma função seno

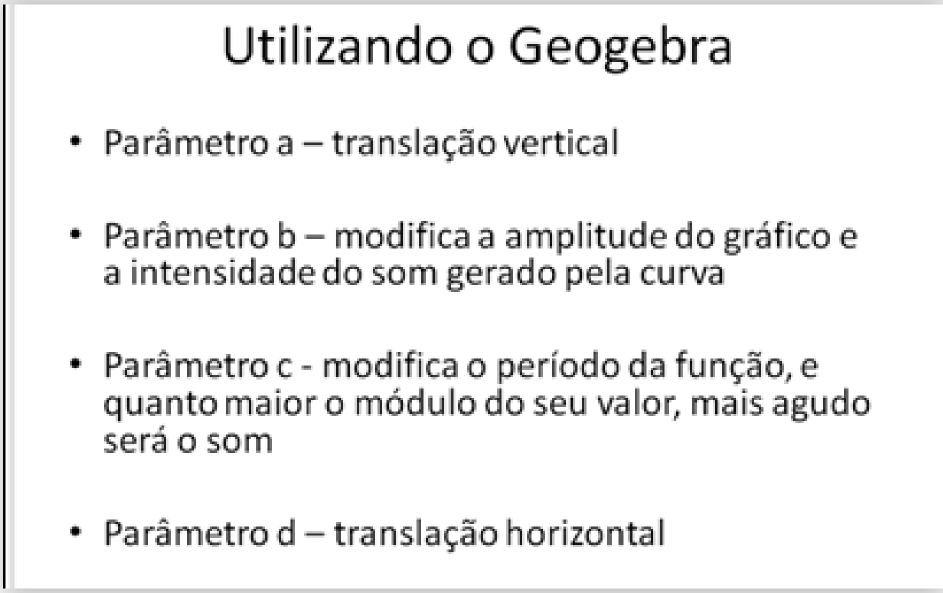


Fonte: Elaboração própria

Os parâmetros a, b, c e d podem ser alterados por meio de barras deslizantes e permite que os alunos consigam fazer suas próprias modificações no gráfico e verificar a relação deste com o som gerado. O botão F aciona a função “tocar som” ao ser clicado.

O 7.° slide (Figura 11) exibe a constatação da proposta anterior, que indica a relação de cada parâmetro com o gráfico e o som gerado.

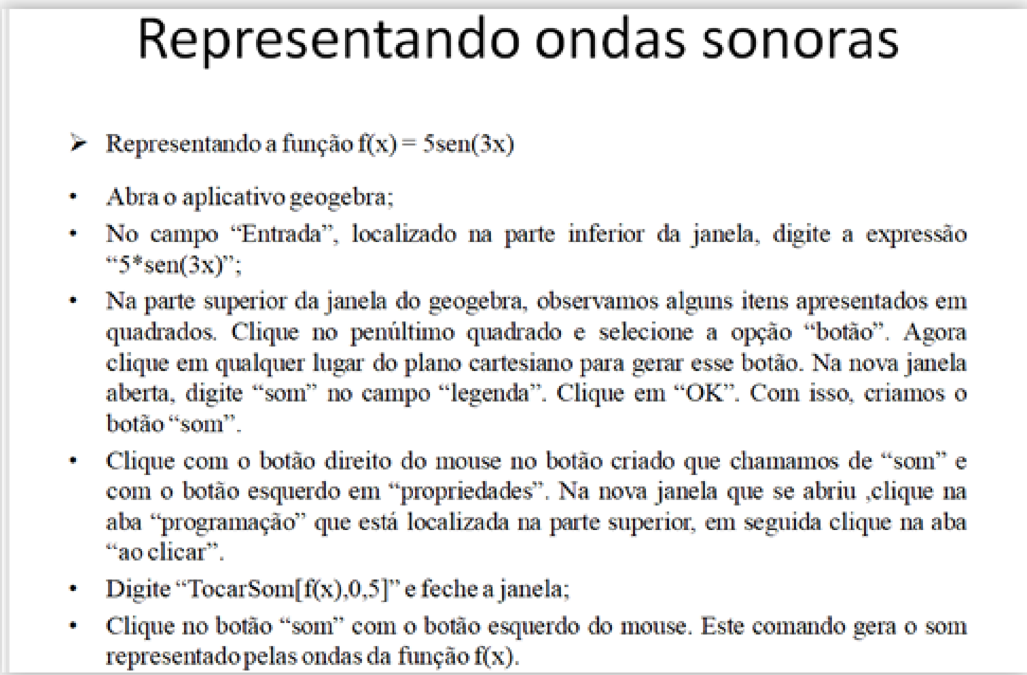
Figura 11 – Variações no gráfico de uma função seno



Fonte: Elaboração própria

O 8.° slide (Figura 12) descreve, passo a passo, como utilizar a função “tocar som” do geogebra. Para isso, será utilizado como exemplo a função f(x) = 5sen(3x).

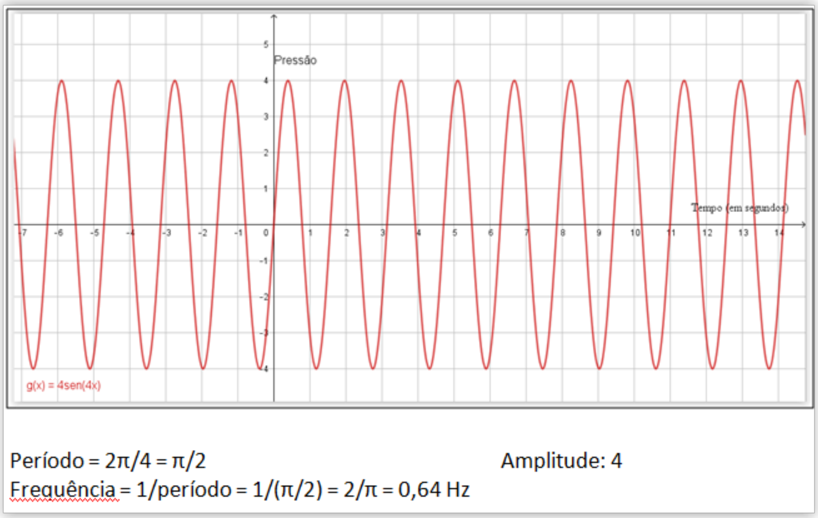
Figura 12 – Função “tocar som”



Fonte: Elaboração própria

O 9.° slide traz uma senóide (figura 13) e tem como objetivo verificar o que é a frequência de uma onda sonora e como calculá-la conhecendo o período do gráfico. Também é explicado que a frequência é quantidade de ciclos que a onda completa (ou a quantidade de vezes que o período está contido) no instante de um segundo.

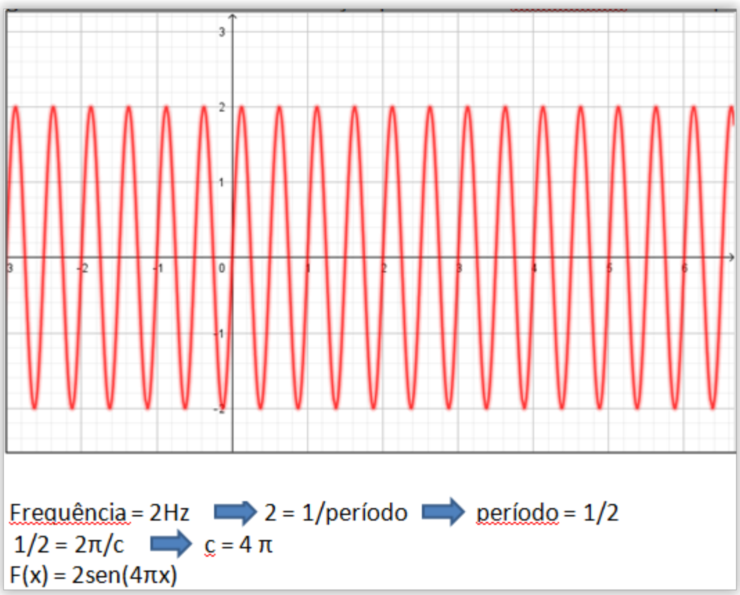
Figura 13 – Reconhecendo frequência de ondas



Fonte: Elaboração própria

O 10.° slide apresenta outra senóide, porém este tem o objetivo de mostrar como calcular a lei da função a partir da frequência, o que pode ser calculado visto que a onda completa 2 ciclos no instante de 1 segundo (figura 14).

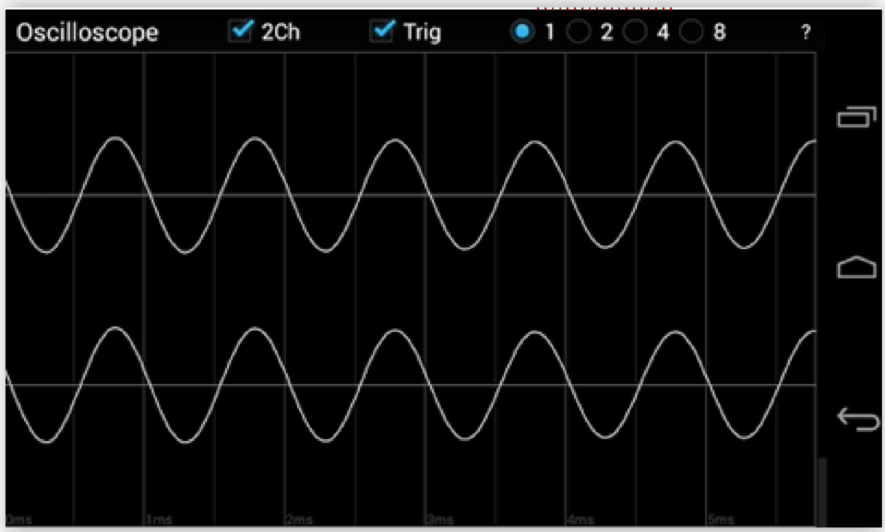
Figura 14 – Calculando a lei da função por meio do gráfico



Fonte: Elaboração própria

O 11.° slide apresenta o Oscilloscope (Figura 15), aplicativo que representa as ondas sonoras do som captado pelo aparelho. Antes do acontecimento das aulas, será avisado aos alunos que baixem o aplicativo para que todos possam utilizá-lo.

Figura 15 – Aplicativo Oscilloscope



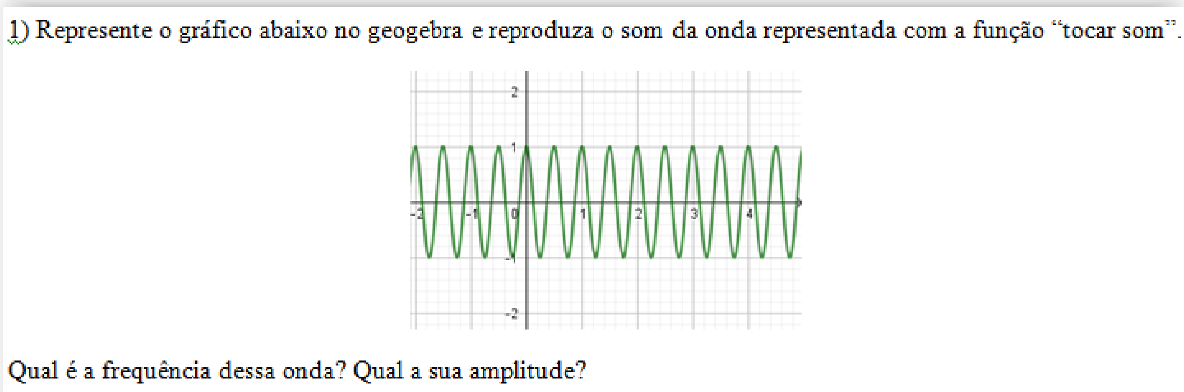
Fonte: Elaboração própria

4.3.1.2 Atividade 1

A seguir será apresentada a atividade 1 e explicadas suas questões baseadas no que foi exposto nos slides anteriores.

A questão 1 (Figura 16) tem o objetivo de fazer com que o aluno reconheça os elementos no gráfico, como amplitude e frequência, para chegar a lei da função que este representa. Além disso, a questão reforça a prática do uso da função "tocar som" para que os alunos obtenham mais familiaridade com o recurso e com o próprio Geogebra.

Figura 16 – Questão 1 da atividade 1

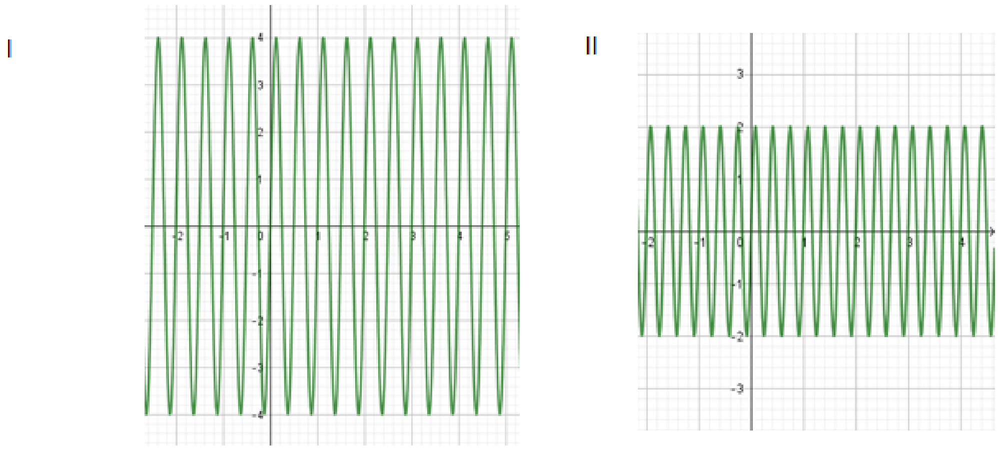


Fonte: Elaboração própria

A questão 2 (figura 17) trata novamente de amplitude e frequência, porém também trata da relação que estas tem com intensidade e altura do som e, mais uma vez, utilizando o Geogebra e a função “gerar som”.

Figura 17 – Questão 2 da atividade 1

2) Temos a representação de duas ondas sonoras abaixo. Indique a frequência e amplitude de cada uma.



Represente-as no geogebra.

Qual delas representa um som mais agudo?

Qual representa um som mais intenso?

Fonte: Elaboração própria

Na questão 3 (Figura 18), os alunos deverão construir uma onda sabendo que esta possui uma frequência de 440Hz, utilizando mais uma vez o geogebra e a função “tocar som”.

Figura 18 – Questão 3 da atividade 1

3) Utilizando o geogebra reproduza a nota lá por meio da função “tocar som”, sabendo que esta possui uma frequência de 440Hz.

Fonte: Elaboração própria

A questão 4 (Figura 19) contém quatro itens em que os alunos devem verificar a frequência em cada uma das ondas representadas pelas funções e observar se o som gerado é perceptível ao ouvido humano, ou seja, se está a uma frequência entre 20Hz e 20000Hz.

Figura 19 – Questão 4 da atividade 1

4) Identifique quais dos gráficos das funções abaixo representam ondas sonoras perceptíveis ao ouvido humano, sabendo que a audição humana é sensível a uma faixa de frequência sonora entre 20Hz a 20.000Hz.

a) $f(x) = 3\text{sen}(38\pi x)$

b) $g(x) = \text{sen}(50000\pi x)$

c) $h(x) = 5\text{sen}(4000\pi x)$

d) $j(x) = 2\cos(50\pi x)$

Fonte: Elaboração própria

A questão 5 (Figura 20) tem caráter semelhante a segunda questão, pois nela há duas ondas e devemos compará-las em relação a intensidade e altura dos sons que estas representam. A diferença é que, nesta questão, os alunos devem construir os gráficos, sabendo suas frequências e amplitudes, antes de tal comparação.

Figura 20 – Questão 5 da atividade 1

5) Utilizando o geogebra, construa a representação de uma onda com uma frequência acima de 120 Hz e abaixo de 150Hz, e que possua uma amplitude de 5 unidades. Em seguida construa outra onda com frequência de 300Hz e uma amplitude de 2 unidades.

Agora reproduza o som de cada uma das ondas.

a) Qual dos sons é o mais agudo? Explique o porquê.

b) Qual é o mais alto? Explique o porquê.

c) Reproduza o som das duas ondas simultaneamente.

Fonte: Elaboração própria

Na questão 6 (Figura 21), o aluno terá que utilizar o oscilloscope para visualizar as ondas do som que escuta. A proposta é inversa as questões anteriores que se tinham as ondas e a lei da função que as representa, pois agora o sujeito deve partir do som para chegar a lei da função.

Figura 21 – Questão 6 da atividade 1

6) Escutando determinado som, use o programa oscilloscope para verificar sua representação em onda sonora.

a) Qual a sua freqüência?

b) Tomando como 3 unidades a amplitude da onda, escreva a lei da função que tem como gráfico a curva que representa a onda mencionada e gere-a no geogebra.

Fonte: Elaboração própria

A última questão finaliza a atividade 1 e o primeiro encontro. A próxima seção descreve a elaboração da sequência didática usada no segundo encontro.

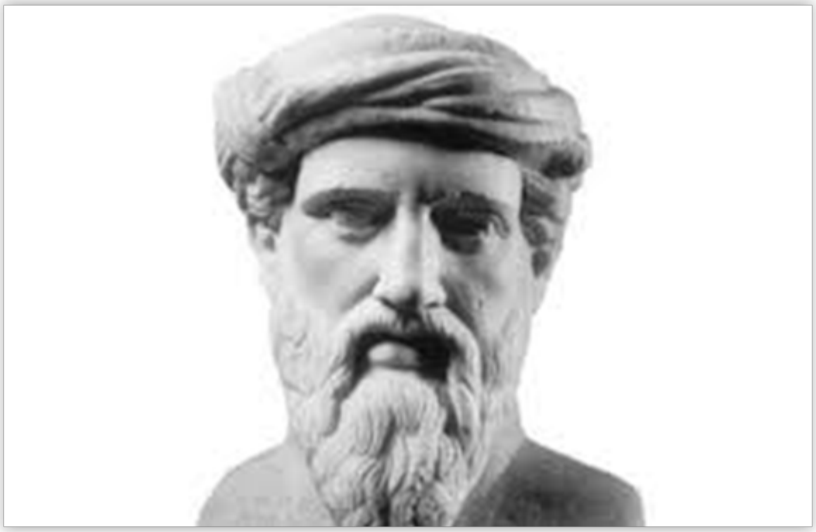
4.3.2 Segundo encontro

As duas últimas aulas terão a mesma estrutura das duas primeiras, sendo iniciadas com slides e consequentemente atividades. Nesse momento, começaremos a falar sobre teoria musical e relacionar esta com o conteúdo de ondas.

4.3.3 Apresentação em slides

No 12.° slide (Figura 22), será explicado quem foi o matemático Pitágoras e sua relação com a teoria musical.

Figura 22 – Pitágoras



Fonte: <encurtador.com.br/bmnwJ> Acesso em fev. 2020

Nesse momento, é explicado que ao observar ferreiros batendo em placas de ferro, Pitágoras percebeu que cada batida produzia um som diferente referente ao peso da placa e que tinham sons que soavam mais agradáveis e outros nem tanto. Foi então que este teve a ideia de estudar os sons por meio da matemática.

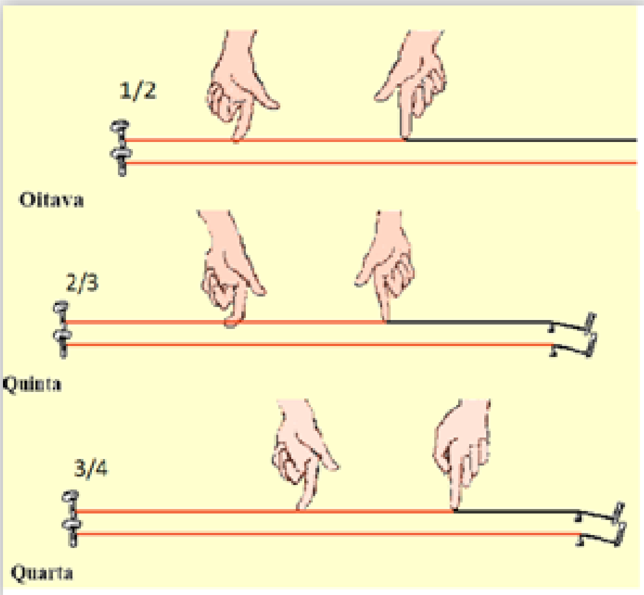
O 13.° slide (Figura 23) apresenta o monocórdio, instrumento o qual Pitágoras usou para fazer os primeiros estudos sobre teoria musical.

Figura 23 – Moncórdio

Fonte: <encurtador.com.br/nLN67> Acesso em fev. 2020

Nele, Pitágoras pôde perceber que os sons gerados por cordas do tamanho de $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$ de proporção geravam sons agradáveis aos ouvidos, que foram chamados de harmônicos. O 14.° slide (Figura 24) mostra uma ilustração dessas frações em uma corda.

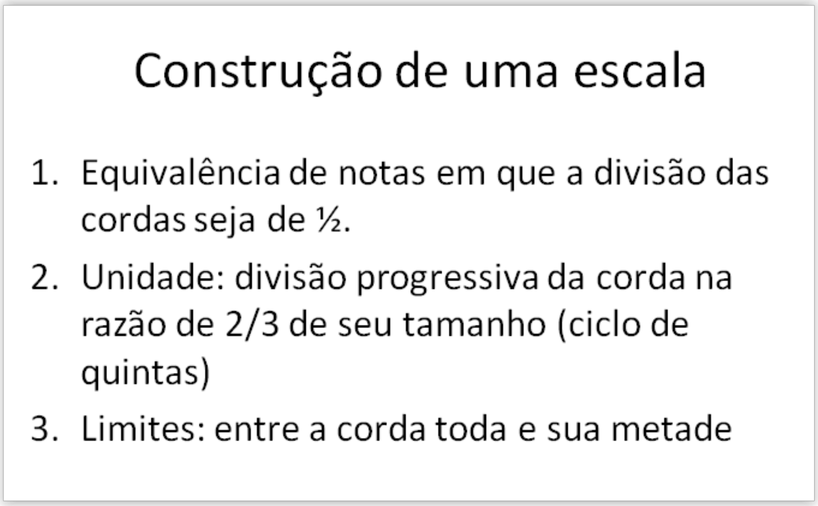
Figura 24 – Razões entre harmônicas



Fonte: <encurtador.com.br/wNQ49> Acesso em fev. 2020

Neste momento, será utilizado o aplicativo piano eletrônico para mostrar a diferença entre um som harmônico e um som ruidoso. Quando se toca $\frac{1}{2}$ da corda, o som gerado é uma oitava acima do som gerado pela corda original. Quando $\frac{2}{3}$ da corda é tocada, diz-se que o som gerado é uma quinta do som original. É obtido uma quarta do som quando toca-se $\frac{3}{4}$ da corda. O 15.° e o 16.° slides têm o objetivo de explicar como se constrói uma escala pitagórica. O 15.° (Figura 25) exibe três considerações para a referida construção.

Figura 25 – Princípios para a construção de uma escala pitagórica



Fonte: Elaboração própria

No 16.°, é usada uma tabela (Figura 26) para montar a escala.

Figura 26 – Construindo escalas

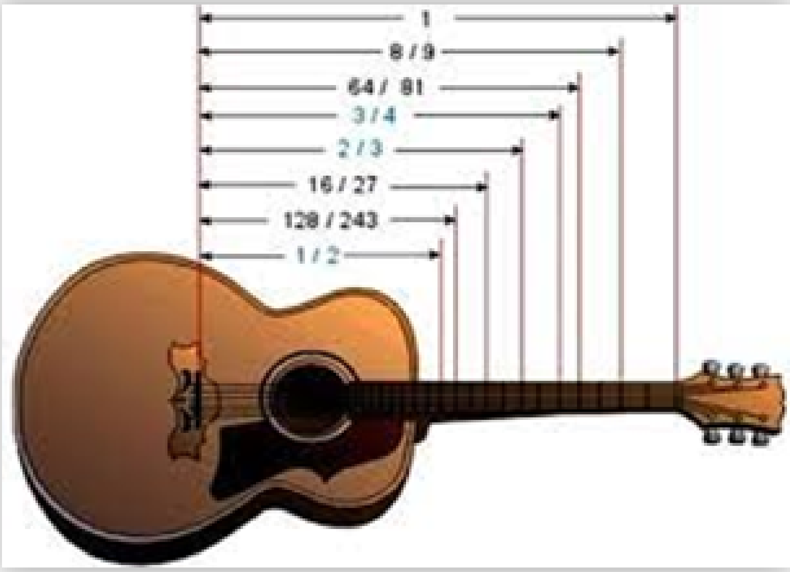
Tamanho da corda L	Ciclo das quintas (2/3 da corda)	Tamanho resultante	Condição de existência? (entre L e L/2 da corda original)	Equivalência das oitavas (cordas na razão de ½ ou 2)
1	2/3 de 1	2/3 = 0,6666...	Sim	
2/3	2/3 de 2/3	4/9 = 0,4444...	Não	8/9 = 0,8888...
8/9	2/3 de 8/9	16/27~ 0,59	Sim	
16/27	2/3 de 16/27	32/81~ 0,395	Não	64/81~ 0,79
64/81	2/3 de 64/81	128/243	Sim	

Fonte: Elaboração própria

A primeira coluna se refere ao tamanho da corda tocada, tomando como unidade a medida L. A segunda coluna se refere ao ciclo das quartas ($\frac{2}{3}$ da corda da primeira coluna). A terceira coluna se refere ao tamanho resultante de $\frac{2}{3}$ da corda. A coluna seguinte verifica se o tamanho da corda resultante respeita o terceiro item do 12.° slide (ou seja, se a medida da corda está entre L e $\frac{L}{2}$). Na quinta coluna, é utilizada a equivalência das oitavas e calculamos a oitava das cordas que não estão entre L e $\frac{L}{2}$. Ao final, as cordas de tamanho entre L e $\frac{L}{2}$ formam uma escala nas quais os sons, gerados por estas, são harmônicos.

O 17.º slide (Figura 27) exibe, num violão, o tamanho das cordas encontradas no slide anterior.

Figura 27 – Escala representada no violão



Fonte: <http://www.veterinariosnodiva.com.br/images/escala-violao.jpg> Acesso em 19 de fev.2020

O 18.º slide possui a tabela (Figura 28) que relaciona o tamanho da corda com a frequência do som gerado quando esta é tocada, deixando claro que essas grandezas são inversamente proporcionais.

Figura 28 – Comprimento da corda e frequência

Comprimento da corda		Frequência	
Original	Resultante	Original	Resultante
1	1/2 de 1 = 0,5	300 Hz	2 x 300 = 600 Hz
2	2/3 de 2 = 1,333	150 Hz	3/2 x 150 = 225 Hz
1/2	¾ de ½ = 0,375	600 Hz	4/3 x 600 = 800 Hz

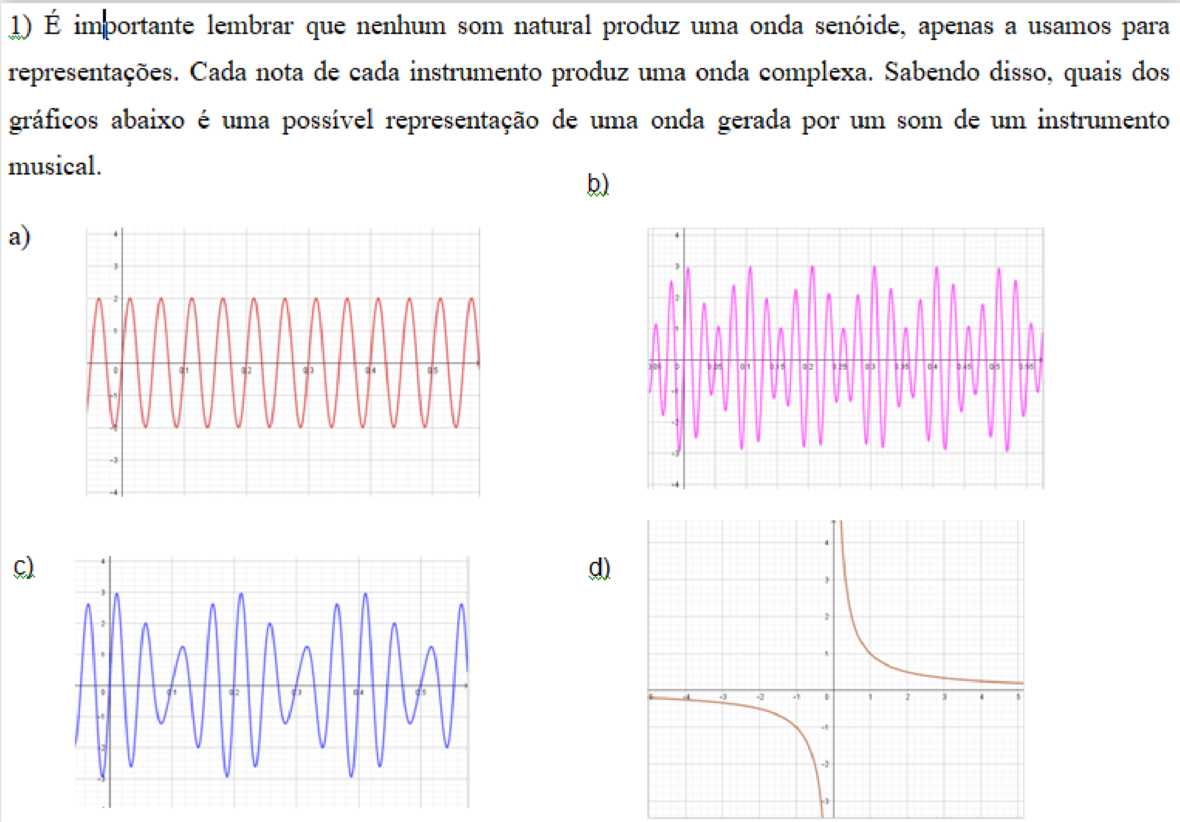
Fonte: Elaboração própria

A seguir será apresentada a segunda atividade da sequência didática, sendo esta, baseada no conteúdo que foi visto sobre sons harmônicos

4.3.3.1 Atividade 2

A segunda atividade possui 7 questões dentre as quais os alunos utilizaram tanto o geogebra quanto o oscilloscope para resolvê-las. A questão 1 lembra que nenhum som natural pode ser representado por uma senóide, já que todo som natural é complexo e que no presente trabalho apenas usamos as ondas puras para uma representação. Considerando isso, os alunos devem verificar quais das quatro ondas exibidas na figura 29 representam ondas sonoras geradas por um instrumento musical. O exercício consiste nos alunos identificarem e distinguirem o comportamento de uma onda complexa.

Figura 29 – Questão 1 da atividade 2


1) É importante lembrar que nenhum som natural produz uma onda senóide, apenas a usamos para representações. Cada nota de cada instrumento produz uma onda complexa. Sabendo disso, quais dos gráficos abaixo é uma possível representação de uma onda gerada por um som de um instrumento musical.

a) b) c) d)

Fonte: Elaboração própria

Na segunda questão (Figura 30) os alunos terão a experiência de representar uma onda complexa, onde deverão verificar se o som é harmônico. Isso será perceptível tanto pelo som (se o som é agradável aos ouvidos) quanto pela decomposição da onda complexa em ondas puras, verificando a frequência de cada uma.

Figura 30 – Questão 2 da atividade 2

2) Abra a pasta "atividade_2". Abra o arquivo "som_complexo_1". Clique no botão "1" para gerar o som da onda na cor laranja, em seguida clique no botão "2" para gerar o som da onda na cor azul, o botão "1 + 2" gera o som da sobreposição dessas ondas, cuja representação é a onda na cor cinza.
Os sons gerados são harmônicos?

Fonte: Elaboração própria

Na terceira questão (Figura 31), os alunos têm a liberdade de representar, no geogebra, qualquer onda complexa cujo som seja harmônico. O intuito é fazer com que o aluno perceba que deverá sobrepor duas ondas puras de maneira que seus sons sejam harmônicos.

Figura 31 – Questão 3 da atividade 2

3) Utilizando a função "tocar som" no Geogebra, reproduza o som de duas ondas sonoras que representem um som harmônico.

Fonte: Elaboração própria

Na questão 4, (Figura 32) o aluno deverá usar a sua voz para reproduzir ondas puras com o auxílio do oscilloscope. Esta questão será feita em casa pois qualquer outro som que não seja a voz do aluno irá causar modificações nas ondas exibidas no oscilloscope. Para a realização desta atividade, os alunos devem perceber que para que a onda seja pura, a sua voz deve manter-se a uma frequência constante.

Figura 32 – Questão 4 da atividade 2

4) Utilizando o aplicativo Oscilloscope, use sua voz para reproduzir ondas que se aproximem de ondas puras. Explique o método que utilizou para realizar a atividade.

Fonte: Elaboração própria

A questão 5 (Figura 33) possui quatro itens, com duas funções trigonométricas cada, nos quais os alunos devem verificar qual par de funções possuem gráficos que representam ondas sonoras de sons harmônicos.

Figura 33 – Questão 5 da atividade 2

5) Dadas as funções abaixo diga quais destas são representações das ondas sonoras de sons harmônicos entre si. Represente-as no Geogebra e também a onda que representa a sobreposição dos sons gerados por estas.

a) sen($200\pi x$) e sen($150x$)

b) sen($100\pi x$) e cos($120\pi x$)

c) sen($60x$) e sen($90x$)

d) cos($150x$) e cos($180x$)

Fonte: Elaboração própria

A sexta questão (Figura 34) tem caráter semelhante ao da questão 3, pois os alunos devem representar uma onda complexa harmônica. Porém, esta onda deve ser composta por três ondas puras, relacionando o som gerado com um acorde, que é formado por três ou mais notas.

Figura 34 – Questão 6 da atividade 2

6)Utilizando o software Geogebra, construa uma onda sonora que representa a sobreposição de outras 3 ondas puras, sendo estas, ondas de sons harmônicos entre si, ou seja, acordes.

Fonte: Elaboração própria

Na questão 7, (Figura 31) os alunos deverão escolher três notas das sete pré-definidas, de maneira que as escolhidas sejam harmônicas. Consequentemente, os alunos deverão traçar o gráfico que represente a onda sonora que é composta pelas três ondas puras das notas harmônicas.

Figura 35 – Questão 7 da atividade 2

7) Tomando as notas A(132,000 Hz), B(148,500 Hz), C(165,000 Hz), D(176,000 Hz), E(198,000Hz), F(220,044 Hz) e G(247,500 Hz) escolha três dessas de maneira que as 3 sejam harmônicas na escala pitagórica e trace, utilizando o Geogebra, o gráfico da função que representa a onda sonora do acorde formado com estas.

Fonte: Elaboração própria

Capítulo 5

Relato das atividades

O presente capítulo aborda como foi a experiência durante a aplicação das atividades propostas. Este está dividido em 2 seções: a avaliação diagnóstica e a aplicação da sequência didática.

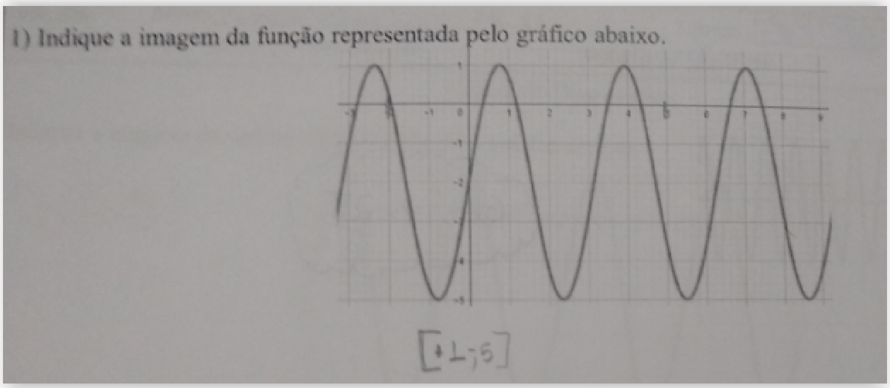
As atividades foram aplicadas numa turma da 1.ª série do Ensino Médio da rede pública federal da região Norte Fluminense.

5.1 Avaliação Diagnóstica

A avaliação diagnóstica objetivava verificar se o público alvo tinha pré-requisito para participar das aulas propostas para o experimento. Para isso, foram analisadas as respostas referentes às 7 questões apresentadas na avaliação.

Na questão 1, os alunos deviam responder qual era a imagem da função, baseado no gráfico exibido. Um total de 22 alunos acertaram a questão e 4 erraram. O motivo de um dos erros foi o aluno exibir o intervalo da imagem de maneira equivocada, trocando o valor máximo pelo valor mínimo (figura 36).

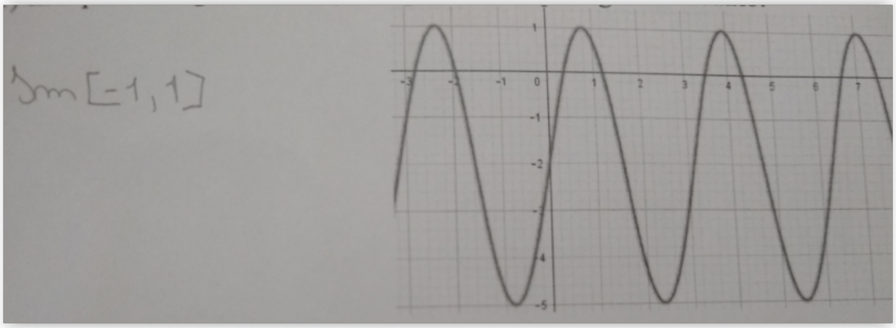
Figura 36 – Questão 1 - erro relacionado a máximo e mínimo



Fonte: Elaboração própria

Nos outros 3 erros, o equívoco ocorre na própria interpretação do gráfico, onde os alunos não conseguiram identificar corretamente o valor mínimo e o valor máximo (figura 37).

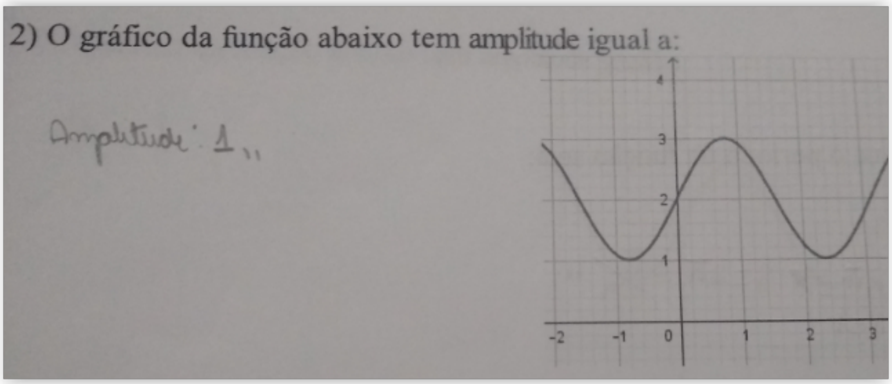
Figura 37 – Questão 1 - interpretação equivocada do gráfico



Fonte: Elaboração própria

Na questão 2, devia-se responder qual era a amplitude do gráfico apresentado. Todos os alunos acertaram essa questão (figura 38).

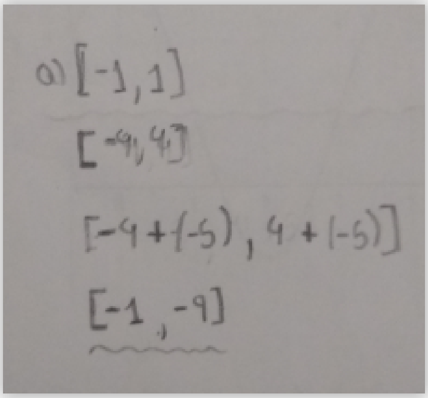
Figura 38 – Questão 2



Fonte: Elaboração própria

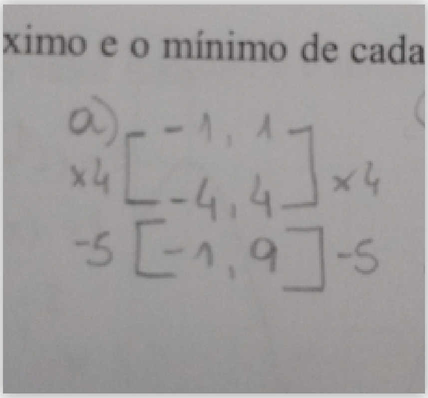
A questão 3 é composta por 3 itens onde os alunos deviam responder qual o valor máximo e o valor mínimo da função em cada item. No item a, 22 alunos responderam corretamente e 4 se equivocaram nas respostas. Dos equívocos, dois deles foram devido a erros de cálculo como mostram as figuras seguintes.

Figura 39 – Item a da questão 3 - cálculo equivocado 1



Fonte: Elaboração própria

Figura 40 – Item a da questão 3 - cálculo equivocado 2



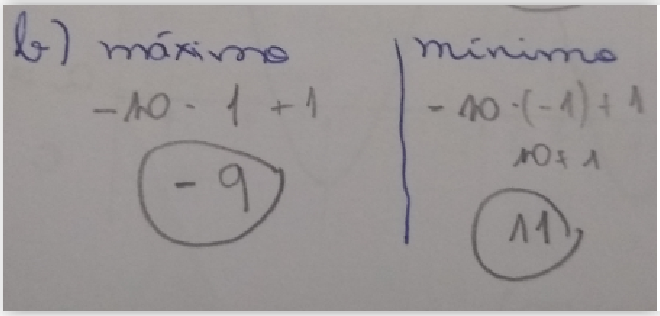
Fonte: Elaboração própria

Pode-se verificar que os erros estão relacionados com as operações -4-5 e 4-5 que representam uma translação vertical do gráfico. Porém os alunos realizam o calculo de maneira equivocada comprometendo a resposta da questão.

Um aluno não especificou qual seria o valor máximo e qual seria o valor mínimo e o outro não fez a questão.

No item b, apenas 8 alunos acertaram os valores enquanto 18 erraram. Destes que erraram, 16 não foram atentos sobre o que seria o valor máximo e o valor mínimo, não respeitando suas posições na hora de representar a imagem da função (figura 41). Um aluno não respondeu o item e o outro aluno não especificou qual seria o valor máximo e o valor mínimo da questão.

Figura 41 – Item b da questão 3 - erro relacionado a máximo e mínimo

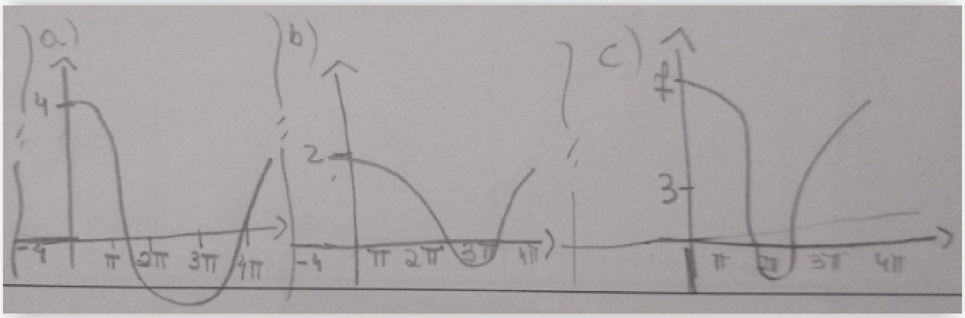


Fonte: Elaboração própria

No item c, 23 alunos acertaram e 3 erraram. Dos 3 erros, um aluno confundiu o valor máximo com o valor mínimo, o segundo aluno não especificou os valores e o último não respondeu à questão.

Na questão 4, os alunos deviam representar os gráficos de três funções, conhecendo as suas leis. Dos 26 alunos, 2 não se atentaram para a representação da amplitude do gráfico (figura 42).

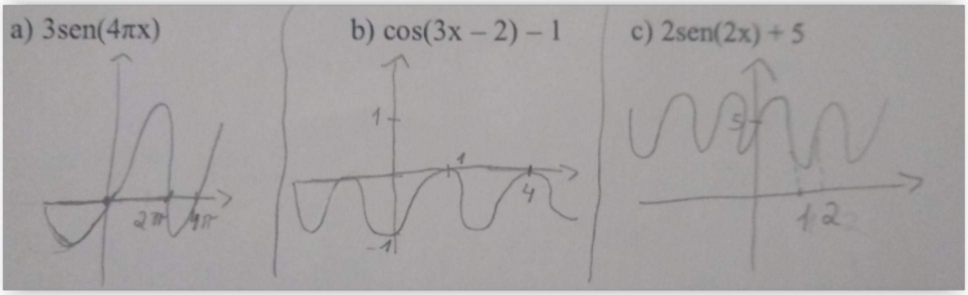
Figura 42 – Questão 4 - erro relacionado à amplitude



Fonte: Elaboração própria

Apenas 5 alunos consideraram a representação do período da função no gráfico (figura 43), mas nenhum esboçou da maneira correta. Os esboços restantes foram representados com período igual a 2π.

Figura 43 – Questão 4 - erro relacionado ao período

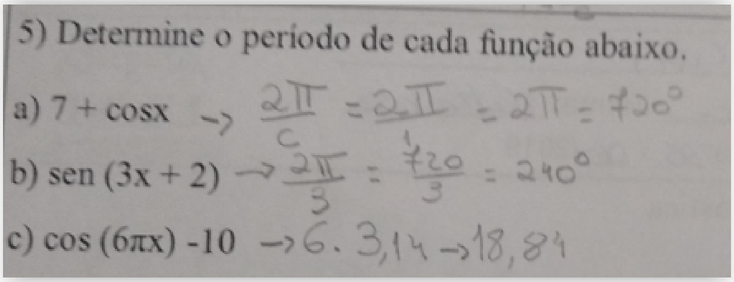


Fonte: Elaboração própria

A questão 5 possui 4 itens, onde os alunos deviam responder qual é o período de cada função apresentada em cada item.

Nos itens a), b) e c) o período é calculado por meio da lei da função, já no item d), o período é descoberto por meio do gráfico da função. Inicialmente todos os 26 alunos acertaram o item a, porém um aluno se equivocou substituindo o π por 360°(figura 44).

Figura 44 – Item a da questão 5



5) Determine o período de cada função abaixo.

a) 7 + cosx $\rightarrow \frac{2\pi}{c} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi = 720°$

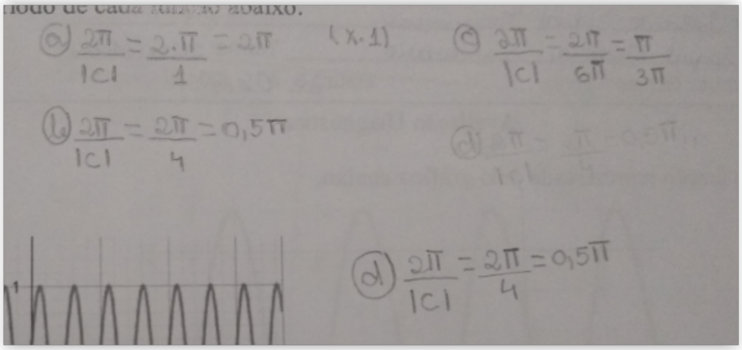
b) sen (3x + 2) $\rightarrow \frac{2\pi}{3} = \frac{720}{3} = 240°$

c) cos (6πx) -10 $\rightarrow 6 \cdot 3{,}14 \rightarrow 18{,}84$

Fonte: Elaboração própria

No item b), 23 alunos acertaram, 1 não fez a questão, 1 substituiu o π por 360° (figura 44) e 1 confundiu o valor do parâmetro (figura 45).

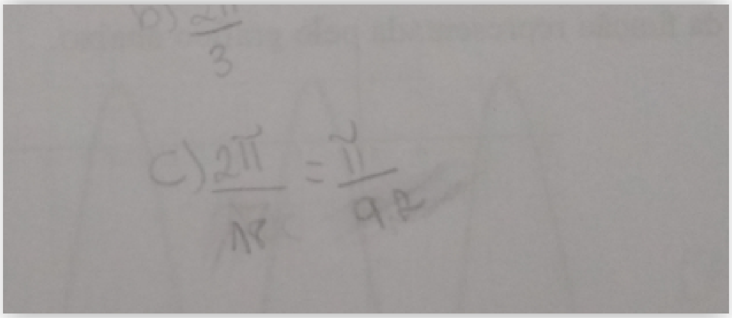
Figura 45 – Item b da questão 5



Fonte: Elaboração própria

No item c) houve 9 erros. Destes, 4 foram pelo equívoco na substituição do π por 3 (figura 46), outros três não fizeram a questão, um iniciou o cálculo mas não terminou (figura 45) e um substituiu o π por 3,14 (figura 44).

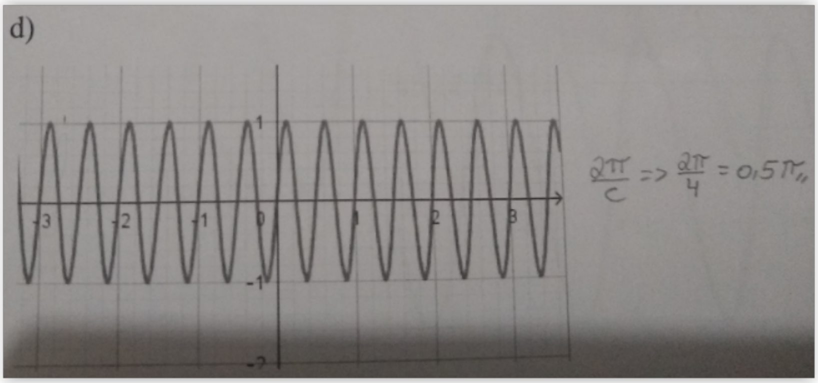
Figura 46 – Item c da questão 5



Fonte: Elaboração própria

No item d), nove alunos erraram. Sendo que 8 destes se confundiram colocando o período como 2π (figura 47) e um aluno não respondeu a questão.

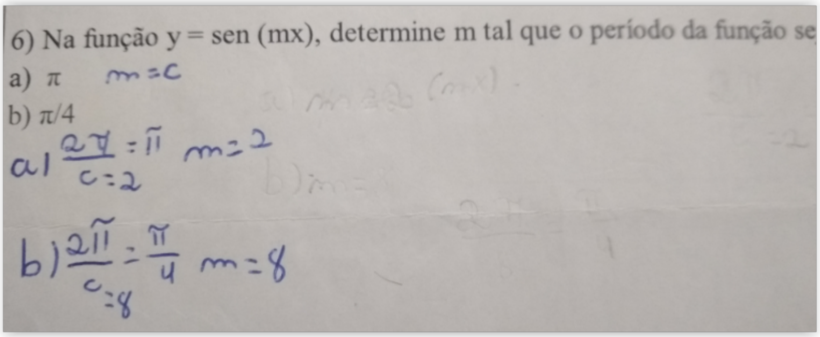
Figura 47 – Item d da questão 5



Fonte: Elaboração própria

Na questão 6, é apresentada a função y = sen(mx) e em seguida é pedido para que os alunos determinem o valor de m, sabendo que, no item a, a função tem período igual a π e que, no item b, a função tem período igual a $\frac{\pi}{4}$. Todos alunos acertaram os dois itens da questão (figura 48).

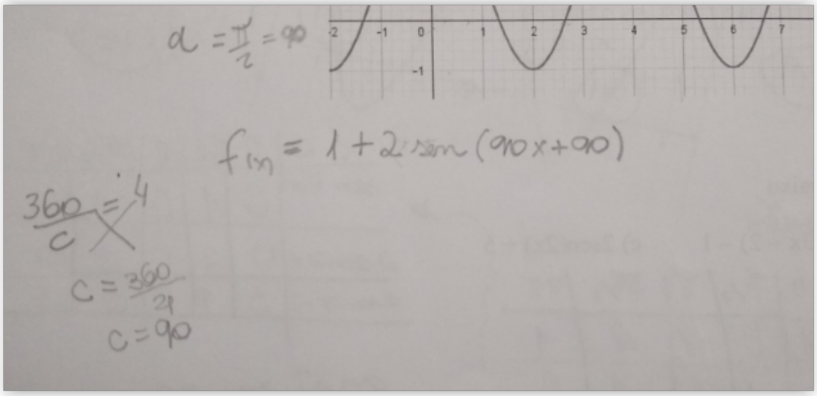
Figura 48 – Questão 6



Fonte: Elaboração própria

A questão 7 pede para o aluno determinar a lei da função do gráfico exibido. Dos 26 alunos, 15 erraram sendo que 2 destes não fizeram questão. Outros 4 erros foram devidos a troca da medida do ângulo de radianos para graus (figura 49).

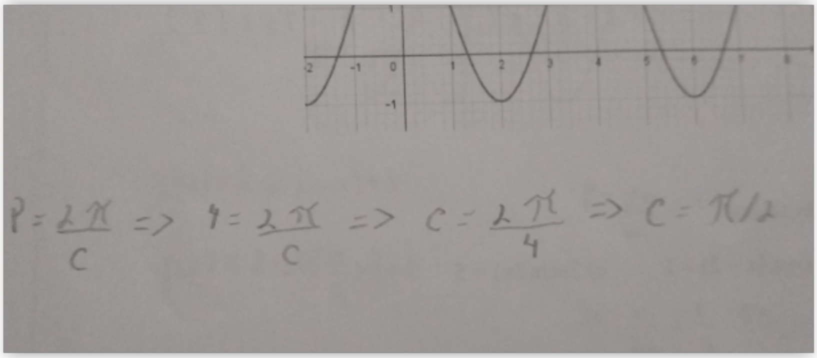
Figura 49 – Questão 7 - troca de radianos para graus



Fonte: Elaboração própria

Um aluno calculou apenas o parâmetro referente ao período da função mas não apresentou a sua lei (figura 50).

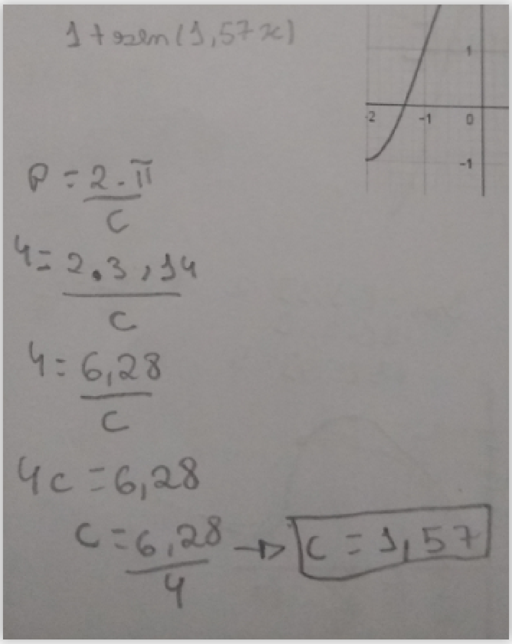
Figura 50 – Questão 7 - coeficiente



Fonte: Elaboração própria

Outros 8 erros foram referentes a substituição do π por 3,14 (figura 51).

Figura 51 – Questão 7 - substituição do π



Fonte: Elaboração própria

Além dos mencionados, houveram outros erros de 4 alunos que se confundiram e não observaram que o gráfico se tratava de uma cossenóide ou de uma senóide com translação horizontal.

Analisando de maneira geral, verificou-se que os alunos possuem um domínio prévio do conteúdo de funções trigonométricas, por esse motivo foi decidido que a turma tinha potencial para participar do experimento.

É importante ressaltar que alguns alunos apresentaram dificuldades em relação a elementos do conteúdo. Quando as questões tratavam de amplitude, imagem e período, isoladamente, a maioria da turma apresentou um bom desempenho. A maior dificuldade apresentada se encontrava em como representar esses elementos no gráfico, como mostram as respostas das questões 4 e 7. A respeito disso, a proposta deste trabalho poderia auxiliar quanto à interpretação de gráficos e corrigir a visão equivocada quanto ao assunto.

5.2 Aplicação da sequência didática

A sequência didática foi dividida em duas etapas. Na primeira etapa, foram apresentados os slides de número 1 até o número 11 e aplicada a atividade 1. Na segunda etapa, foram apresentados os slides de número 12 até o número 18 e aplicada a atividade 2.

Inicialmente, foram propostos dois encontros para a sequência didática. Foi planejado que a atividade 1 fosse aplicada no primeiro encontro, porém houveram alguns problemas com a preparação do laboratório de informática para aula, o que acabou atrasando a aplicação, fazendo com que os alunos não conseguissem terminar a atividade 1 no primeiro encontro (que teve a duração de 2 horas e 30 minutos) . Devido a isso, o segundo encontro (com duração de 1 hora e 40 minutos) foi reprogramado apenas para que os alunos terminassem a atividade 1. A programação que tinha sido prevista para o segundo encontro foi transferida para acontecer no terceiro encontro (com duração de 2 horas e 30 minutos) que não estava previsto no planejamento. Por esses motivos,este capítulo será dividido em duas etapas. A primeira etapa tratando do primeiro e do segundo encontro, e a segunda etapa tratando do terceiro encontro.

Devido ao laboratório possuir apenas 16 computadores, a turma se organizou em duplas para que todos pudessem participar das atividades. Serão analisadas apenas as respostas dos alunos que compareceram aos 3 encontros, portanto 24 alunos, totalizando 12 duplas.

5.2.1 Primeira etapa

A primeira parte foi iniciada com a apresentação da proposta do trabalho, do autor e do professor orientador. Alguns alunos da turma faziam aulas de violão e tanto eles quanto os outros alunos se mostraram surpresos com a ligação entre o conteúdo de funções trigonométricas e a teoria musical.

Na apresentação dos primeiros 11 slides, houver poucas dúvidas apresentadas por parte dos alunos. No slide 7, os alunos puderam ter acesso a um arquivo do Geogebra onde tinham a possibilidade de modificar o valor dos coeficientes de uma função do tipo f(x)= a + bsen(cx + d)e gerar o som a partir da onda representada pelo seu gráfico. Os alunos conseguiram verificar e responder qual a ligação de cada parâmetro com o som gerado (figura 52).

Figura 52 – Verificação dos parâmetros

Fonte: Elaboração própria

No slide 8,todos os alunos conseguiram representar a função f(x) = 5sen(3x)no Geogebra. Alguns se confundiram para digitar os comandos mas, com a orientação do mestrando, todos conseguiram reproduzir o som corretamente. Nos slides que falam sobre frequência de onda, os alunos lidaram com um conceito que está diretamente relacionado com o período. Os mesmos sentiram uma dificuldade em compreender esta relação, e por isso algumas funções foram abordadas para mostrar a relação entre período e frequência. Além disso, também foi utilizado o Geogebra para mostrar essa relação, verificando que a frequência, em resumo, seria a quantidade de vezes que o período está contido no intervalo de um segundo (figura 53).

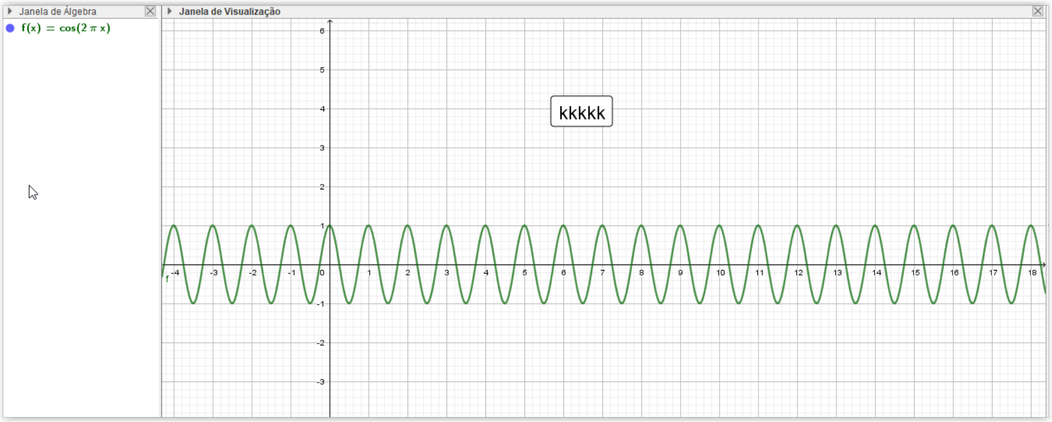
Figura 53 – Apresentação do slide sobre frequência

Fonte: Elaboração própria

Nos slides restantes,os alunos não apresentaram dúvidas e a aula seguiu como o planejamento. Depois de apresentar o slide 11, foi entregue a atividade 1 para os participantes.

Sobre a questão 1, 3 duplas representaram o gráfico corretamente no Geogebra, 6 erraram e 3 não representaram. Os 6 erros cometidos estavam relacionados à representação do período (figura 54).

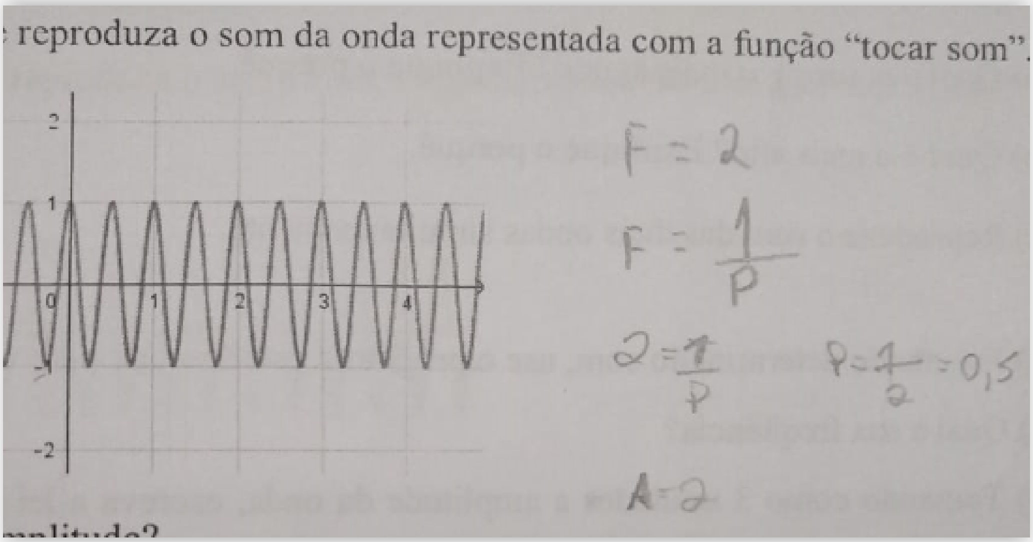
Figura 54 – Questão 1 - equívoco sobre o período



Fonte: Elaboração própria

Embora muitas duplas não tenham representado o gráfico corretamente, 10 duplas acertaram a amplitude do gráfico, 1 errou (figura55) e 1 não respondeu.

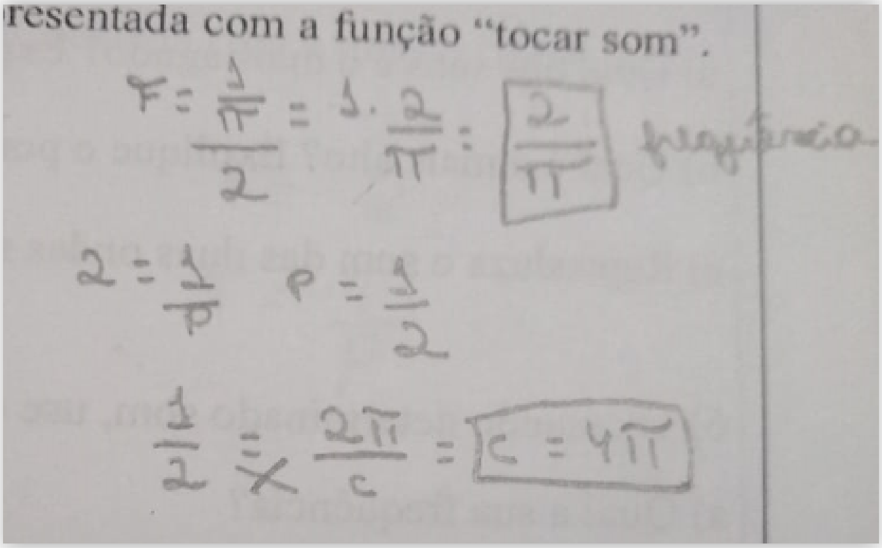
Figura 55 – Questão 1 - erro relacionado a amplitude



Fonte: Elaboração própria

Em relação a frequência, 9 duplas acertaram e 3 erraram. A onda completa 2 ciclos em um segundo e portanto possui a frequência de 2Hz. Os 3 erros ocorreram por uma confusão dos alunos que representaram a frequência como $\frac{2}{\pi}$ (figura 56).

Figura 56 – Questão 1 - erro relacionado a frequência



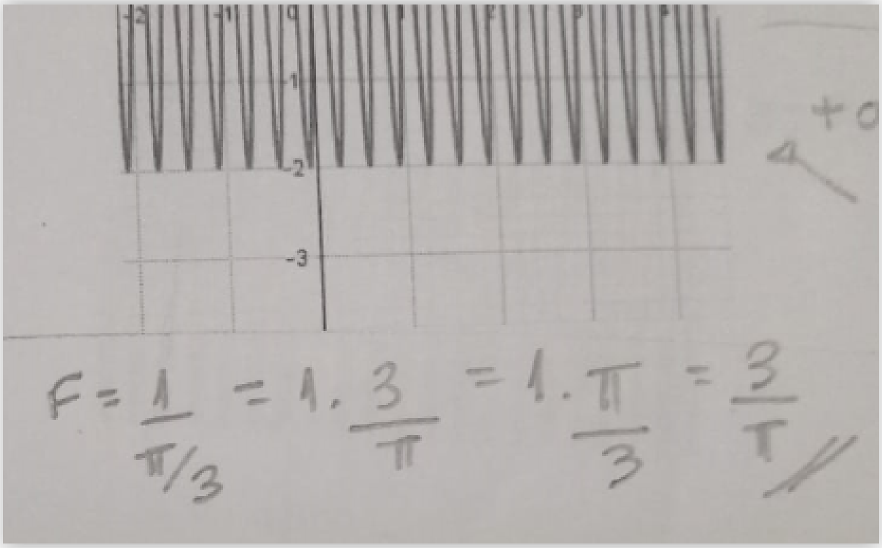
Fonte: Elaboração própria

Nota-se a contradição quando o aluno escreve $2 = \frac{1}{P}$, indicando que a frequência seria de 2Hz, pois sendo F, a frequência e P, o período temos que $F = \frac{1}{P}$.

Na apresentação dos slides, utilizou-se exemplos e o auxílio do geogebra para explicar o que seria a frequência de uma onda, mas muitos alunos ainda apresentaram dúvidas sobre o que seria esse elemento. Devido a isso, o mestrando explicou novamente o assunto no quadro e algumas vezes individualmente.

Na questão 2, apenas uma dupla não representou a amplitude e a frequência das ondas, porém respondeu corretamente qual seria o som mais intenso e qual seria o som mais agudo. As 11 duplas restantes representaram as amplitudes corretamente, porém, apenas 6 duplas responderam corretamente quais seriam as frequências, mostrando mais uma vez as dúvidas sobre frequência (figura 57).

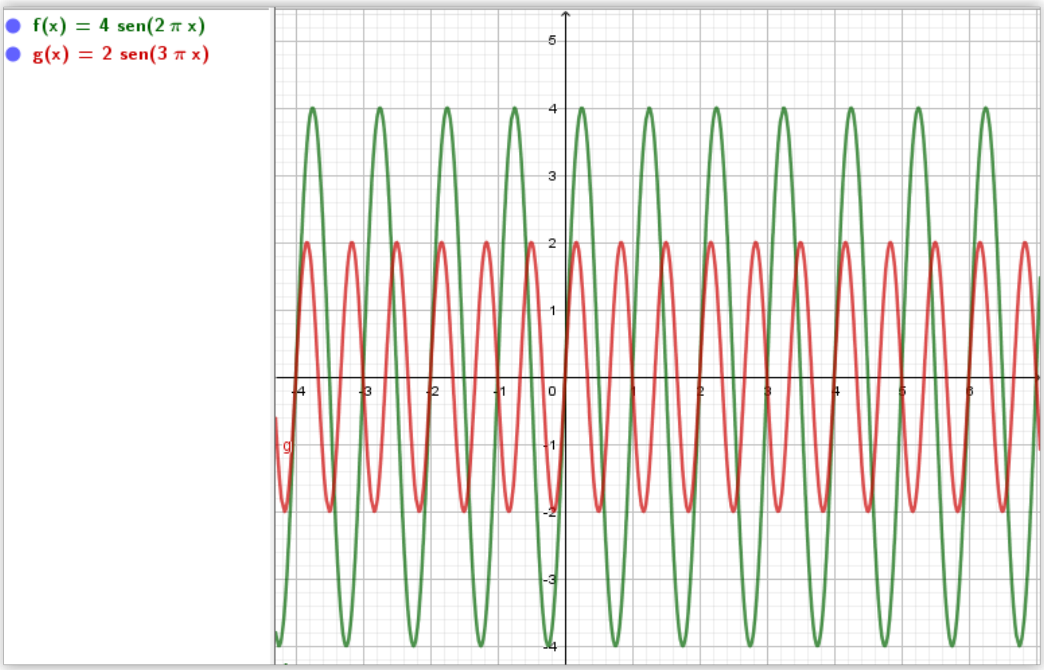
Figura 57 – Questão 2 - erro relacionado a frequência



Fonte: Elaboração própria

Assim, apenas 7 duplas representaram os gráficos no Geogebra, mas nenhuma dupla os representou corretamente. Estas duplas se equivocaram no cálculo do coeficiente que determina o período (figura 58).

Figura 58 – Questão 2 - equívoco sobre o período

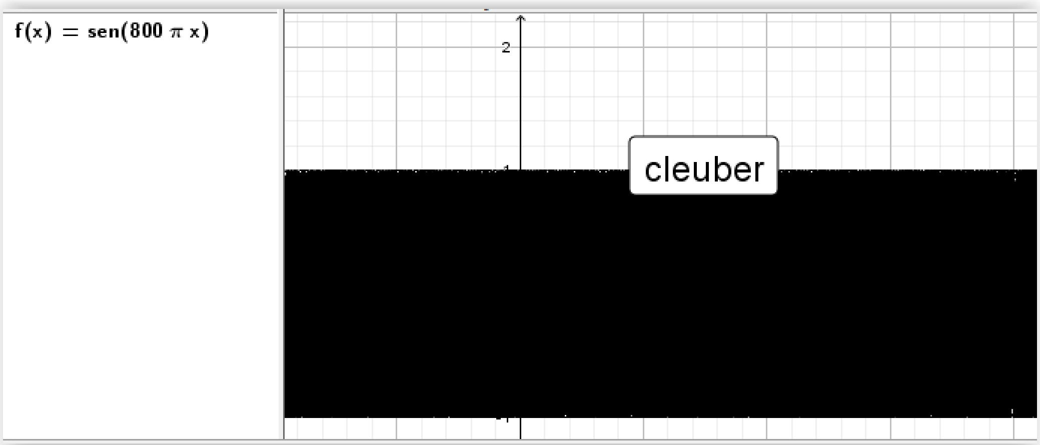


Fonte: Elaboração própria

Nesta questão, apenas 4 duplas responderam corretamente qual seria o som mais agudo e qual seria o som mais intenso, embora tenha sido explicado a diferença entre intensidade e altura de um som.

Na questão 3, apenas 3 duplas representaram o gráfico corretamente, 3 duplas não fizeram e 6 duplas erraram. Os erros estão relacionados a dois equívocos. Um equívoco foi devido a falta de atenção quanto a frequência apresentada na questão. Os alunos confundiram a frequência de 440Hz com a de 400Hz, pois estes representaram a função f(x) = sen(800πx)no geogebra, sendo assim, a frequência da onda gerada é de 400Hz (figura 59).

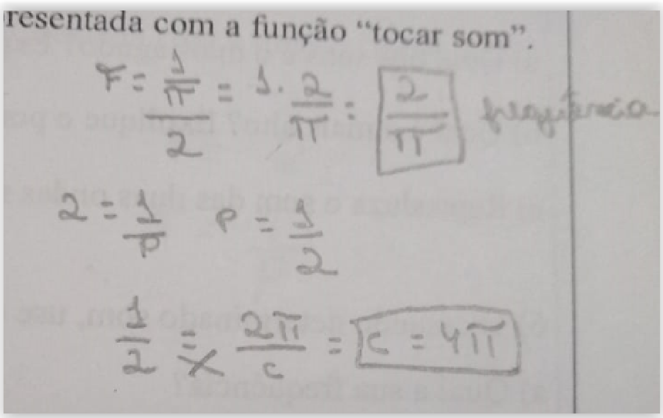
Figura 59 – Questão 3 - confusão sobre a frequência



Fonte: Elaboração própria

Outros equívocos se deram pelos alunos não diferenciarem o coeficiente relacionado ao período da frequência e além disso também confundiram a frequência de 440Hz com 400Hz, pois os alunos representaram a função f(x) = sen(400x) (figura 60).

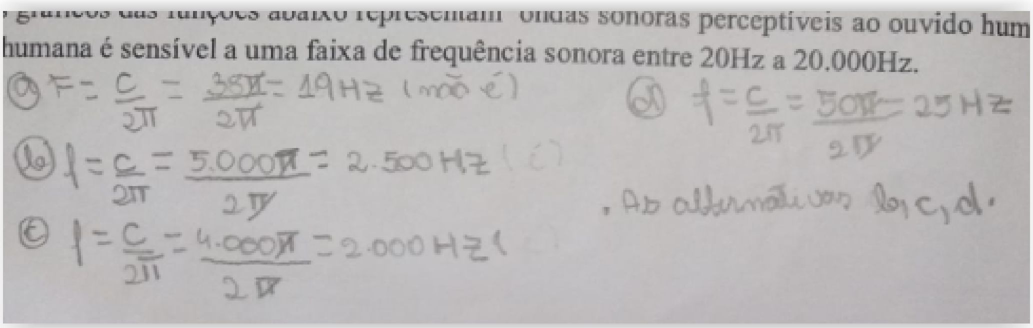
Figura 60 – Questão 3 - erro relacionado ao coeficiente



Fonte: Elaboração própria

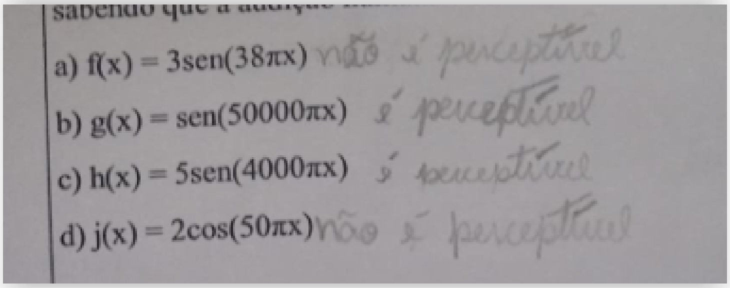
A questão 4 possui 4 itens, com uma função trigonométrica cada uma, em que os alunos deveriam verificar quais destas representam ondas que podem ser captadas pelo ouvido humano. Das 12 duplas, 7 acertaram todos os itens, 2 duplas acertaram 3, 1 dupla acertou 2 e 2 duplas não fizeram. Foi identificada a causa de apenas um erro que ocorreu devido a representação equivocada do coeficiente (figura 61), pois os outros não exibiam cálculos (figura 62).

Figura 61 – Questão 4 - erro relacionado ao coeficiente



Fonte: Elaboração própria

Figura 62 – Questão 4 - respostas sem cálculo


a) $f(x) = 3sen(38\pi x)$ não é perceptível

b) $g(x) = sen(50000\pi x)$ é perceptível

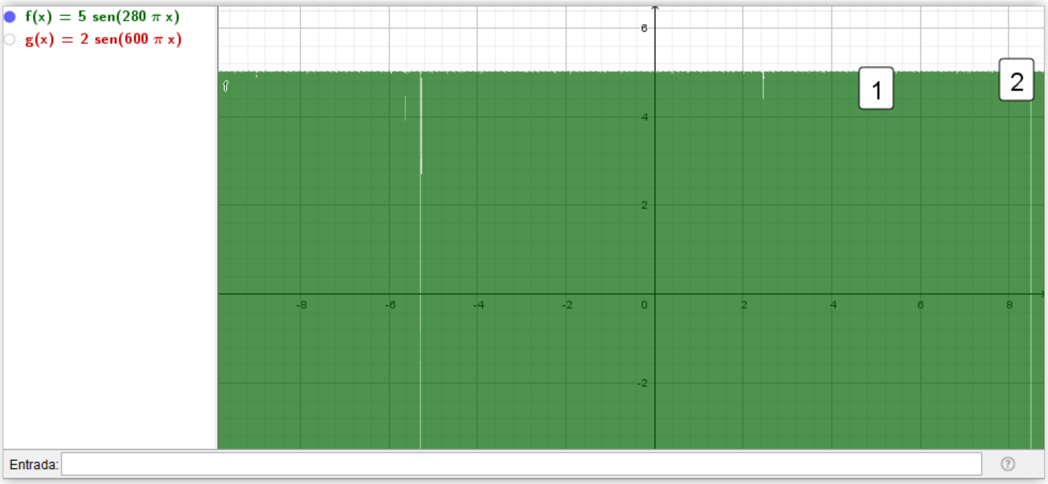
c) $h(x) = 5sen(4000\pi x)$ é perceptível

d) $j(x) = 2cos(50\pi x)$ não é perceptível

Fonte: Elaboração própria

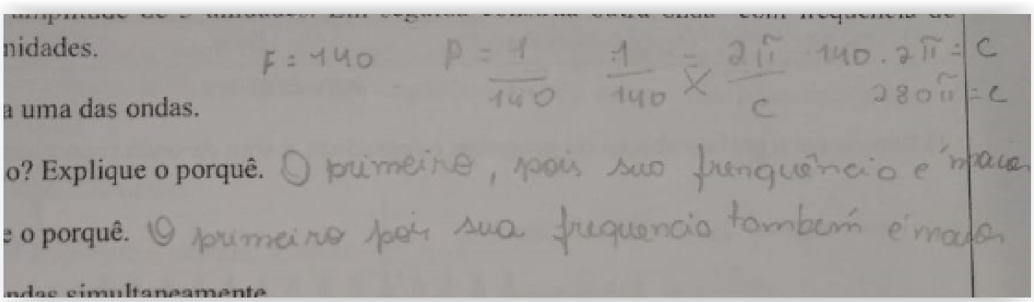
Das 12 duplas, 6 não fizeram a questão 5, restando apenas 6 respostas para serem analisadas. Das 6 duplas, apenas 2 representaram os gráficos no Geogebra. A primeira representou os gráficos corretamente, porém gerou dois botões que reproduziam o som da mesma onda (figura 63). Na letras a e b, os alunos indicaram o raciocínio correto em relação a frequência e a altura do som, porém apontaram a função errada como resposta (figura 64). Esta dupla não respondeu o item c.

Figura 63 – Questão 5 - equívoco no comando dos botões



Fonte: Elaboração própria

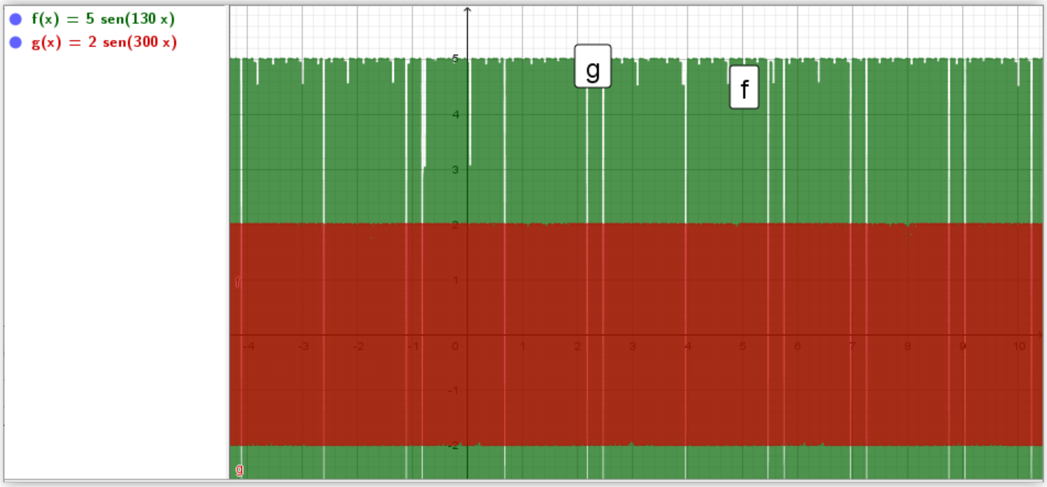
Figura 64 – Questão 5 - equívoco na indicação da função



Fonte: Elaboração própria

A segunda dupla, que representou os gráficos no Geogebra, se equivocou nas representações, pois confundiu a frequência com o coeficiente que determina o período (figura 65). A dupla indicou a função g(x)como resposta dos itens a e b, se referindo ao gráfico da função que representa a onda com frequência de 300Hz, porém não apresentou a justificativa. Apenas esta dupla indicou corretamente a função nos itens citados, mas também não respondeu o item c.

Figura 65 – Questão 5 - equívoco sobre a frequência



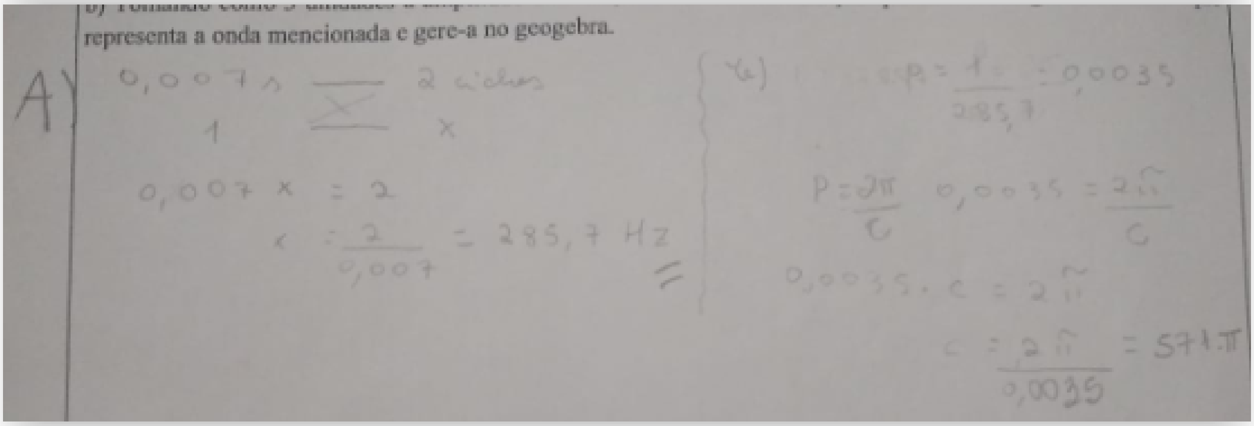
Fonte: Elaboração própria

Outras 4 duplas tiveram o mesmo raciocínio que a primeira dupla citada. Responderam errado os itens a e b mas apresentaram o raciocínio correto quanto ao que foi abordado sobre frequência e altura do som (figura 64). Nenhuma das quatro duplas responderam o item c.

Na questão 6, acredita-se que alguns elementos dificultaram aos alunos responderem a questão corretamente. Contudo, a proposta da atividade era realmente apresentar uma espécie de desafio. Um dos elementos foi a exigência no uso do conhecimento sobre o conteúdo de proporção. Além deste fato, o aplicativo Osciloscope dificilmente representa uma onda senóide sem translação horizontal, o que dificultou para que os alunos reconhecessem qual seria o período da onda representada no aplicativo.

No item a), 6 duplas não responderam e 6 duplas responderam errado. No item b, 6 duplas não responderam e, por consequência do item a, 6 duplas responderam errado. Ressaltando que no item b, os alunos não representaram a função no Geogebra, apenas escreveram a lei da função na folha da atividade 1.

Figura 66 – Questão 6 - erro no cálculo da frequência



Fonte: Elaboração própria

5.2.2 Segunda etapa

A segunda etapa teve início com a apresentação dos slides de número 12 ao número 18. Os slides de números 14, 16 e 18 necessitaram de uma atenção maior.

Para melhor explicar o slide 14, foram usados tanto o Geogebra quanto o Piano eletrônico que auxiliaram gerando sons harmônicos e sons ruidosos.

No slide 16, foi explicado o significado de cada coluna da tabela e a sua relação com o princípio abordado no slide 15, além disso, todos os dados expostos na tabela foram calculados no quadro da sala.

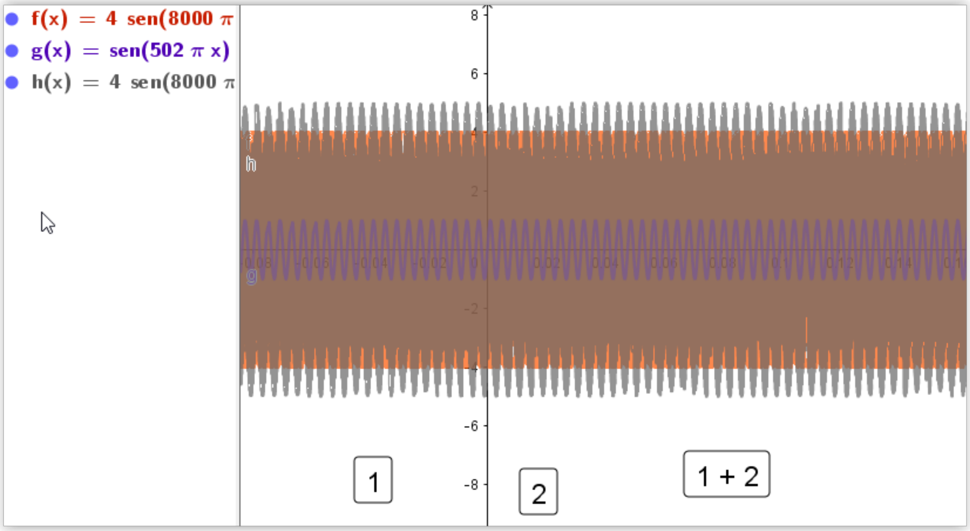
Os cálculos da tabela apresentada no slide 18 também foram desenvolvidos no quadro da sala com a intenção de que os alunos tivessem uma melhor percepção de que as grandezas citadas são inversamente proporcionais. A relação também foi mostrada por meio do Geogebra. Após a apresentação do slide 18, foi entregue a atividade 2.

Na questão 1, os alunos deviam assinalar os gráficos que representavam ondas complexas. Nove duplas marcaram os itens b e c corretamente, duas duplas marcaram apenas o item c) e uma dupla marcou os itens b) e d). Isso mostrou que nem toda turma compreendeu completamente as características de uma onda complexa, embora todas as duplas tenham assinalado pelo menos uma alternativa correta.

Na questão 2, os alunos deviam abrir o arquivo "som-complexo-1"e verificar que a sobreposição das ondas apresentadas não geravam um som harmônico. Todos os alunos constataram que os sons não eram harmônicos.

A questão 3, solicitava que os alunos gerassem um som complexo de maneira que este fosse harmônico. Das 12 duplas, 5 responderam corretamente, 3 responderam errado e 4 não fizeram a questão. Todas as 9 duplas que fizeram a questão utilizaram o arquivo "som-complexo-1"para respondê-la (figura 67).

Figura 67 – Questão 3 - o uso do arquivo usado na questão anterior

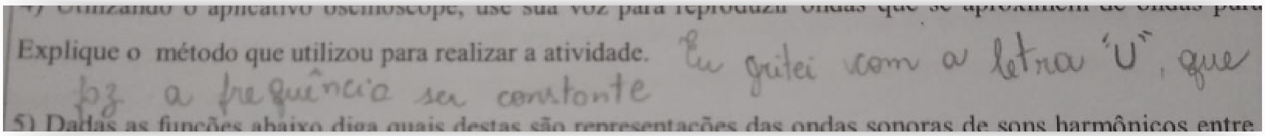


Fonte: Elaboração própria

O erros referentes à questão estavam relacionados a proporção das frequências das ondas, já que as funções estavam programadas para reproduzir o som corretamente.

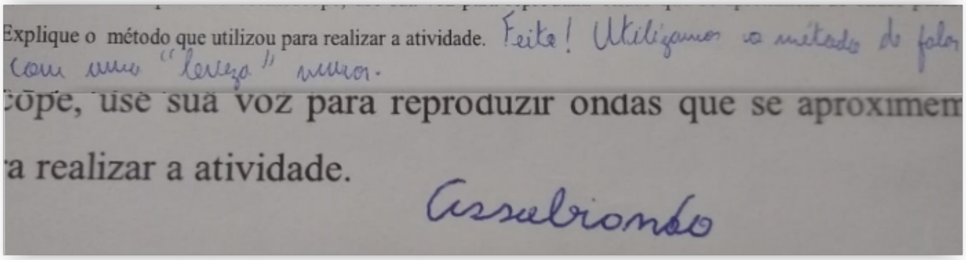
Na questão 4, os alunos deviam usar a própria voz para reproduzir ondas que se aproximassem ao máximo de ondas puras, utilizando o aplicativo Oscilloscope. Mesmo tendo muitas respostas variadas (figura 69), pôde-se verificar que algumas possuíam uma característica em comum. Um total de 9 respostas mostraram ideias relacionadas a baixa variação do som emitido , o que significa uma baixa variação da frequência das ondas geradas e quanto menor for a variação da frequência, mais a onda se aproxima de uma onda pura (figura 68).

Figura 68 – Questão 4 - verificação no Geogebra


Explique o método que utilizou para realizar a atividade. Eu gritei com a letra "U", que fez a frequência ser constante

Fonte: Elaboração própria

Figura 69 – Qutras respostas da questão 4

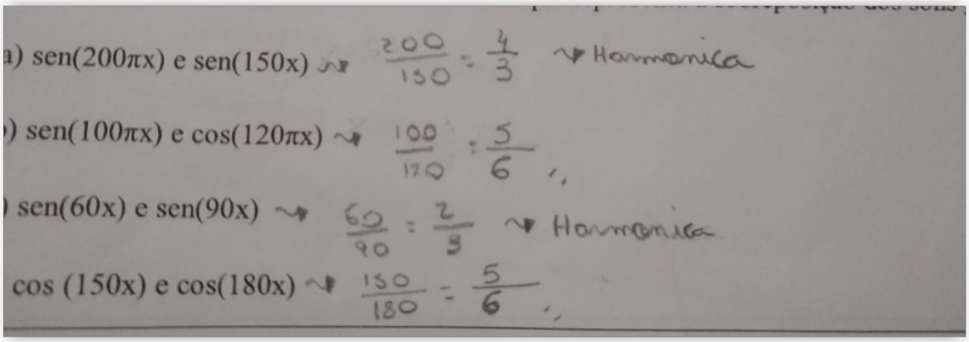


Fonte: Elaboração própria

A questão 5 apresentava quatro itens e cada um destes possuía um par de funções trigonométricas. Os alunos deviam responder quais dos pares tinham gráficos que representassem ondas de sons harmônicos. Das 12 duplas, 10 responderam corretamente o item a, 4 responderam corretamente o item b, apenas 2 duplas acertaram a resposta no item c e 5 duplas acertaram o item d.

Alguns alunos perceberam que a razão entre as frequências seria a razão entre os coeficientes, pois considerando as duas funções de cada item como $f(x) = sen(c_1 x)$ e $g(x) = sen(c_2 x)$ e sendo F_1 a frequência da onda representada pelo gráfico de f(x) e P_1 o seu período, e F_2 e P_2 os mesmos elementos mas relacionados a g(x), tem-se que $\frac{F_1}{F_2} = \frac{\frac{1}{P_1}}{\frac{1}{P_2}}$. Como $\frac{1}{P_1} = \frac{c_1}{2\pi}$ e $\frac{1}{P_2} = \frac{c_2}{2\pi}$, temos que $\frac{\frac{1}{P_1}}{\frac{1}{P_2}} = \frac{\frac{c_1}{2\pi}}{\frac{c_2}{2\pi}} = \frac{c_1}{2\pi} \times \frac{2\pi}{c_2} = \frac{c_1}{c_2}$. Baseadas nisso, 5 duplas responderam da forma mostrada na figura 70.

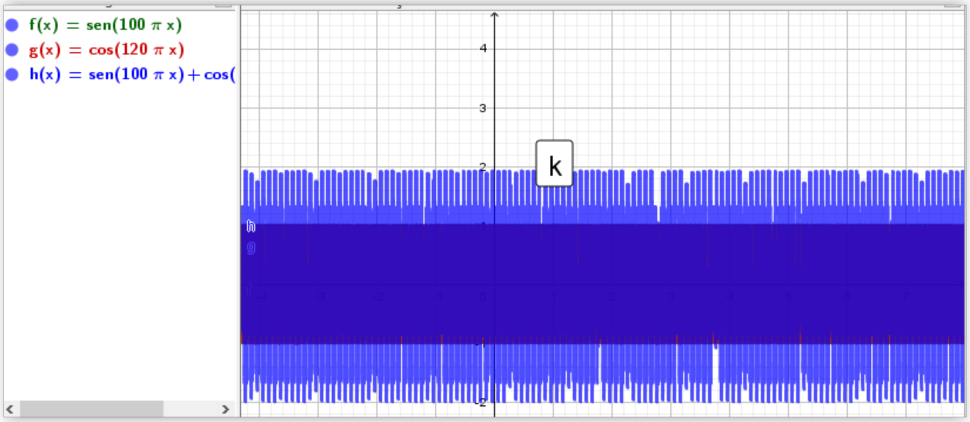
Figura 70 – Questão 5 - razão entre os coeficientes



Fonte: Elaboração própria

Outras quatro optaram por reproduzir o som da onda complexa no Geogebra e verificar se este era harmônico (figura 71).

Figura 71 – Questão 5 - verificação no Geogebra

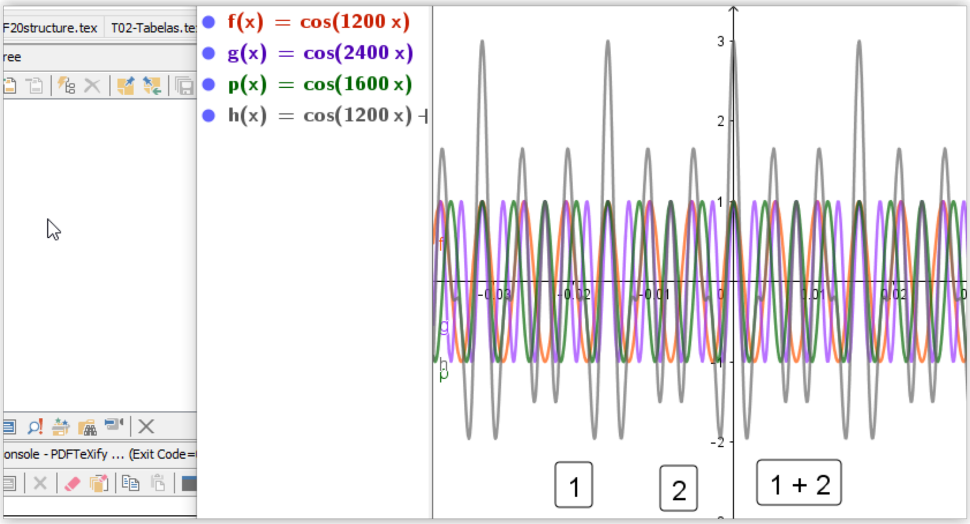


Fonte: Elaboração própria

As trê duplas restantes responderam apenas "sim"ou "não", não apresentando qualquer raciocínio.

Na questão 6, os alunos deviam representar no Geogebra uma onda complexa que gerasse um som harmônico, sendo esta onda composta pela sobreposição de três ondas puras. Das 12 duplas apenas 3 fizeram a representação no Geogebra corretamente (figura 72), as outras 9 não fizeram a questão.

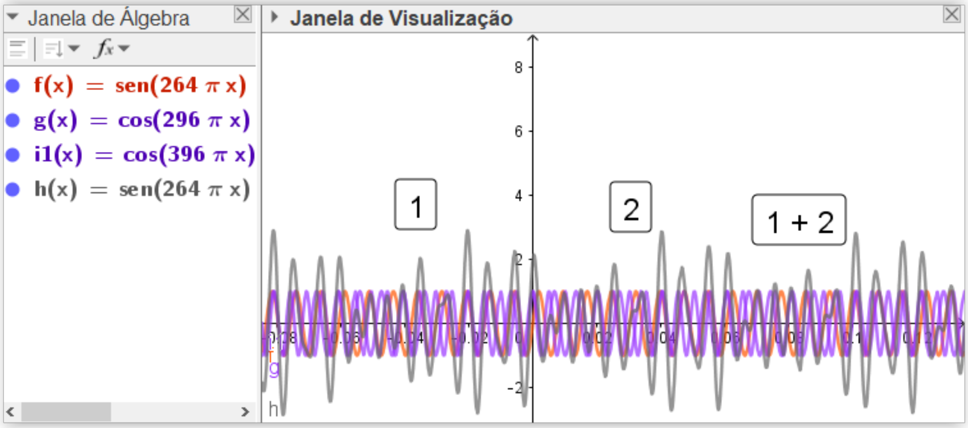
Figura 72 – Questão 6 - primeira representação no Geogebra



Fonte: Elaboração própria

Na questão 7, das 7 frequências apresentadas os alunos deviam selecionar 3 de maneira que os sons representados por estas frequências fossem harmônicos, além disso deveriam gerar o som no Geogebra. Três duplas erraram na escolha das 3 frequências, uma dupla escolheu as 3 frequências corretamente e 8 duplas não fizeram. Somente a dupla que respondeu corretamente representou o som no Geogebra (figura 73).

Figura 73 – Questão 6 - segunda representação no Geogebra



Fonte: Elaboração própria

Acredita-se que muitos alunos não fizeram esta questão por terem se atrasado e não tiveram tempo suficiente para respondê-la.

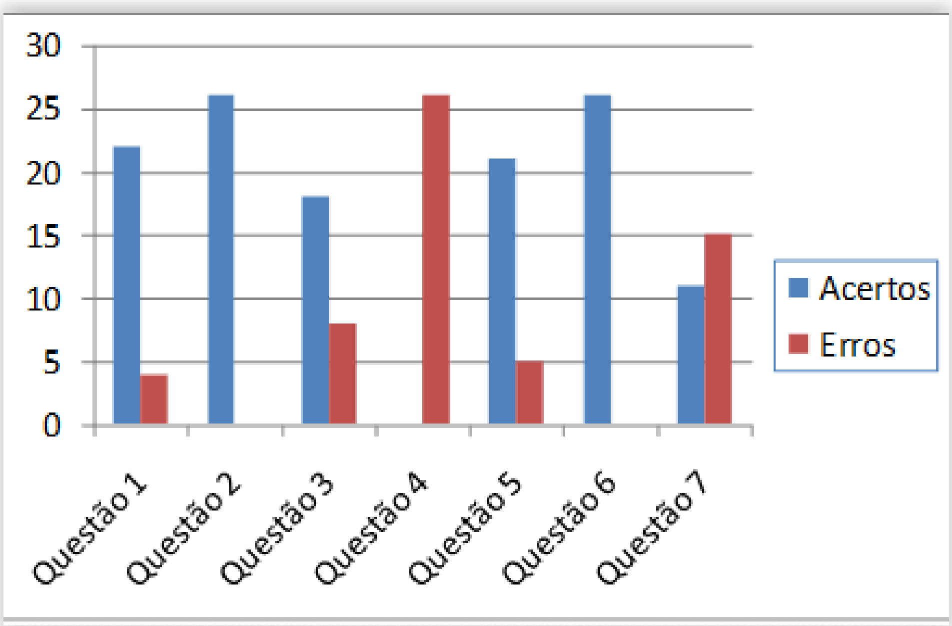
5.3 Análise dos dados

O método de análise de dados utilizado neste trabalho e citada por Creswell (2014) é a interpretação direta, onde pesquisador extrai o significado de um único exemplo. Este é feito por um processo que se analisa os dados separadamente e posteriormente os reúne de forma mais significativa.

Primeiramente, foi analisado os dados da avaliação diagnóstica e apontados os pontos relevantes presente nesta. Em seguida, esses pontos foram considerados e comparados com os dados obtidos na aplicação da sequência didática elaborada neste trabalho.

O gráfico seguinte (figura 74) exibe a quantidade de acertos e erros dos alunos na avaliação diagnóstica.

Figura 74 – Análise da avaliação diagnóstica



Fonte: Elaboração própria

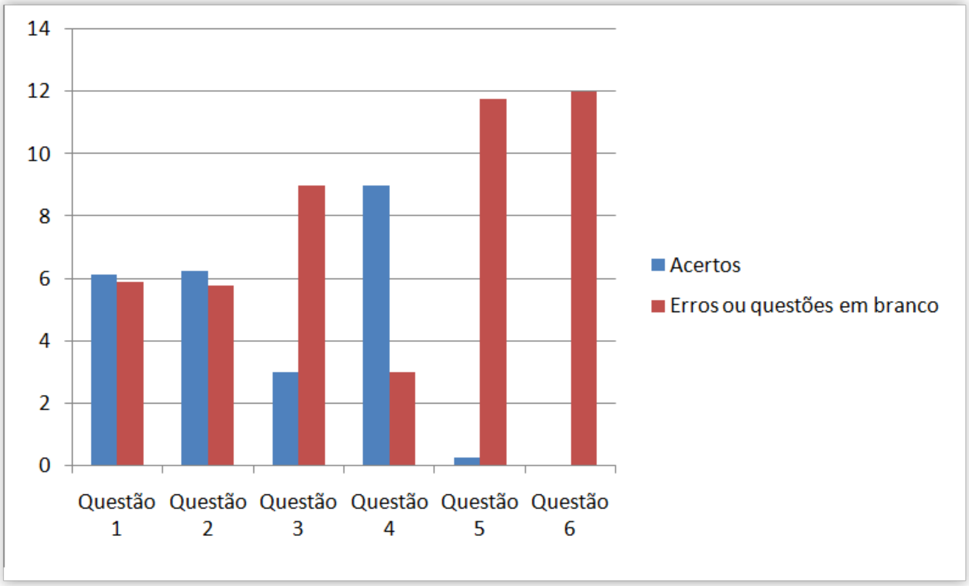
Nota-se que os alunos tiveram maior dificuldade na questões 4 e 7. Questões estas que relacionavam as leis das funções com os seus gráficos.

Embora a maioria da turma tenha acertado as questões 1, 3 e 5, estas também foram respondidas de maneira errada por uma minoria. As questões envolviam o cálculo da imagem e do período através do gráfico e da lei da função.

Os alunos tiveram aproveitamento máximo nas questões 2 e 6 que abordavam imagem pelo gráfico e período pela lei da função.

Analisando as respostas da atividade 1, tem-se o gráfico seguinte (figura 75) que exibe a quantidade de acertos e erros das duplas.

Figura 75 – Análise da atividade 1 relacionada ao tópico I



Fonte: Elaboração própria

Nota-se que o desempenho dos alunos foi consideravelmente baixo uma vez que metade das questões foi feita de maneira errada pela maioria dos alunos e as que foram acertadas pela maioria não foi por uma quantidade expressivo deles, ficando apenas um pouco acima da quantidade de erros.

As questões 3, 5 e 6 que tiveram maior índice de erros. A terceira e a quinta questão exigiam a representação da onda(senóide ou cossenóide) conhecendo a sua frequência e amplitude.

Já a sexta questão parte do caminho inverso. Por meio do gráfico, devia-se calcular a frequência da onda e a lei da função representada pela senóide. Porém constatou-se durante a aplicação que muitos alunos sentiram maior dificuldade no cálculo de proporção do que da interpretação do gráfico.

Verifica-se que a dificuldade apresentada na avaliação diagnóstica também é encontrada na atividade 1. Os alunos expressam grande de dificuldade quando devem relacionar elementos como frequência, período e lei da função ao gráfico da função.

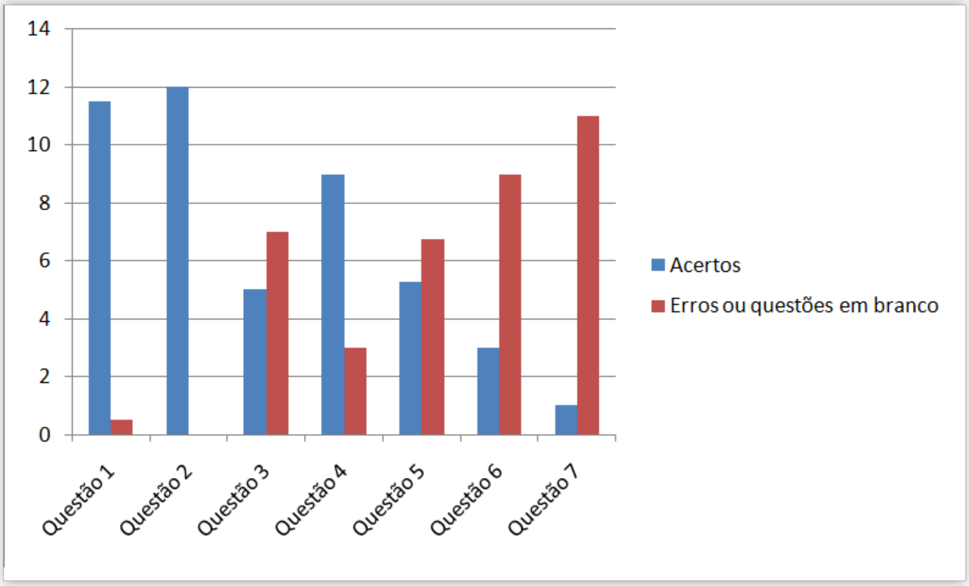
As questões 1 e 2, que os índices de erros e acertos estiveram bem próximos, exigiam que os alunos interpretassem os gráficos e relacionassem com elementos como frequência da onda, amplitude da onda, altura do som e intensidade do som. Devido a isso, verificou-se que os alunos tem mais facilidade em reconhecer estes elementos a partir do gráfico, do que reconhecer o gráfico a partir dos elementos.

A questão 4, que teve o maior índice de acertos, exigia que os alunos calculassem a frequência da onda(senóide ou cossenóide) a partir da lei da função. Muitos dos alunos não relacionaram os itens com os gráficos, mas calcularam frequência a partir do cálculo do período.

Portanto, notou-se que os alunos calcularam a frequência com mais facilidade quando partiram da lei da função e sentiram uma dificuldade maior quando tinham que verificar a frequência a partir do gráfico.

Verificando as respostas da atividade 2, obtem-se o gráfico a seguir (figura 76)

Figura 76 – Análise da atividade 2 relacionada ao tópico I



Fonte: Elaboração própria

As questões 6 e 7, que tiveram o maior índice de erros, além de exigirem que os alunos soubessem das relações entre as harmônicas, também exigiam que soubessem representar as ondas correpondentes às frequências dadas como respostas. Notou-se que além de dificuldade em relacionar a frequência com a lei da função e o seu gráfico, os alunos também sentiram dificuldade em usar a relação entre as harmônicas.

Nas questões 3 e 5, que os indices de erros e certos estiveram mais próximos, os alunos deveriam verificar ondas que gerassem sons harmônicos. Assim como nas questões 6 e 7, verifica-se que a maioria dos alunos não compreenderam corretamente a relação entre as harmônicas.

Na questão 4, foram consideradas corretas as respostas que, de alguma maneira, citaram que para gerar uma onda pura, a altura do som não deveria oscilar.

A questão 1 foi acertada pela grande maioria e tratava da verificação de ondas e puras e ondas complexas. A turma não mostrou muitas dúvidas sobre o assunto e pareceu compreender o conceito.

A questão 2 exigia apenas que os aluno verificassem que o som gerado não era harmônico. Sobre esta questão nenhum aluno mostrou qualquer dúvida.

Os conceitos sobre ondulatória proporcionaram visões e métodos de resolução diversos. Os alunos demonstraram que compreenderam o que é um som complexo, porém nem todos conseguiram aplicar a relação entre as harmônicas.

A variação nas respostas e os argumentos utilizados mostraram o quanto a Matemática, a ondulatória e a teria musical estiveram entrelaçadas durante a aplicação da sequência didática e as relações estabelecidas entre esses campos estiveram presentes nas respostas das atividades como foi o observado no relato da aplicação

Pode-se averiguar que a atividade possui os dois fatos citados por Japiassu (1976) que resultam da interdisciplinaridade: o primeiro é que o profissional não se limitou apenas a sua especialidade mas promoveu a ideia de que o progresso de determinado conteúdo pode abordar novas exigências; e o segundo é a reciprocidade na troca de dados referente às ciências abordadas na pesquisa.

Capítulo 6

Considerações Finais

Além de contextualizar o conteúdo de funções trigonométricas com a música, o trabalho introduziu o conteúdo de ondulatória, presente na Física. Com isso, a dissertação não só promoveu a contextualização, mas também a integração desses 3 campos do saber.

O impacto da sequência didática nos alunos foi positivo, considerando que o relato destes foi que gostaram da inesperada relação da Matemática com a música, e que as atividades se mostraram inovadoras e interessantes devido as ilustrações feitas por meio dos softwares Geogebra e Oscilloscope.

O Geogebra se mostrou útil quanto a representação gráfica. A manipulação dos parâmetros de uma função senóide auxiliou no reconhecimento dos elementos dos gráficos e a função “tocar som” tornou possível a representação sonora destes.

O Oscilloscope tornou o trabalho ainda mais lúdico e possibilitou raciocínios atípicos como os ilustrados nas respostas das questões 6 da atividade 1 e na 4 da atividade 2.

A proposta não só mostrou que a Matemática está presente na música, mas que a teoria musical é fundamentada pela Matemática. Considerando isso, a experimentação fez-se útil para participantes que estudaram teoria musical mas que não tinham ciência dessa relação.

A análise dos dados mostra pontos positivos e negativos sobre a sequência didática e embora o trabalho tenha contribuído para a aprendizagem dos alunos, há algumas ressalvas a serem feitas e algumas recomendações para trabalhos futuros relacionados ao tema.

Mesmo o estudo da frequência tendo fornecido novos olhares sobre o tema, pôde-se perceber que muitos não compreenderam corretamente o conceito de frequência e a relação que esta tem com o som. Recomenda-se que o tempo para a apresentação deste elemento seja maior, afim de sanar as dúvidas sobre o mesmo.

Outro elemento a ser repensado seria o tempo da aplicação das atividades, pois tanto a questão 6 da atividade 1 quanto a questão 7 da atividade 2 foram respondidas por poucos alunos, pois para os demais o tempo foi insuficiente para que pudessem respondê-las.

A sequência didática foi executada com o uso de softwares e imagens ilustrativas de instrumentos e cordas. Porém, também é viável mostrar a relação da matemática e a música com o auxílio de instrumentos musicais, principalmente quando se explica a teoria de Pitágoras sobre as harmônicas e a proporção do tamanho das cordas que devem ser tocadas para gerar um som harmônico.

Referências

BRASIL. *Integração das Tecnologias na Educação*. Brasília, 2005. Citado na página 22.

BRASIL. *Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: Ciência da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 15.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 19.

CABRAL, R. B. *Matemática e Música: Uma Proposta de Aprendizagem*. Dissertação (mathesis) — Universidade Federal de Goiás, Jataí, 2015. Citado na página 19.

CORRADI, D. K. S. *Investigações matemáticas medidas pelo pensamento reflexivo no ensino de aprendizagem das funções seno e cosseno: uma experiência com alunos do 2 ano do Ensino Médio*. Dissertação (mathesis) — Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2013. Citado na página 23.

CRESWELL, J. W. *Investigação Qualitativa e Projeto de Pesquisa: escolhendo entre cinco abordagens*. 3.ª edição. ed. Porto Alegre: Penso, 2014. ISBN 987-85-65848-89-3. Citado 4 vezes nas páginas 26, 27, 28 e 68.

FAZENDA, I. C. A. *Interdisciplinaridade: história, teoria e pesquisa*. Campinas: M. R. Cornacchia Livraria e Editora, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 18.

FILHO, S. R. de A. D. . *Uma abordagem do ensino de funções trigonométricas por meio de atividades interdisciplinares*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2017. Citado na página 23.

FONSECA, A. G. M. F. da. Aprendizagem, mobilidade e convergência: mobile learning com celulares e smartphones. *Revista Eletrônica do Programa de Pós - Graduação em Mídia e Cotidiano*, v. 2, n. 2, p. 265–283, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 23.

GüNTHER, H. Pesquisa qualitativa versus pesquisa quantitativa: Esta É a questão? *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, v. 22, n. 2, p. 201–210, ago. 2006. Citado na página 28.

JAPIASSU, H. *Interdisciplinaridade e patologia do saber*. Rio de Janeiro: [s.n.], 1976. Citado 4 vezes nas páginas 17, 18, 19 e 72.

LAZZARINI, V. *Elementos de Acústica*. Londrina, 1998. Citado na página 15.

MARTINS, D. F. de P. S. *Escalas, Inversas e Tríades: A Matemática aplicada à Música*. Dissertação (mathesis) — Universidade Estadual Norte Fluminense, Campos dos Goytacazes, 2015. Citado na página 20.

MERRIAM, S. B. *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco: Jossey-Bass, 1998. Citado na página 28.

NASCIMENTO, E. G. A. do. Avaliação do uso do software geogebra no ensino de geometria: reflexão da prática na escola. In: *Conferencia Latinoamericana de GeoGebra*. [S.l.: s.n.], 2012. Citado na página 24.

SALAZAR, D. M. *Geogebra e o estudo das funções trigonométricas no Ensino Médio*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2015. Citado na página 20.

SERRANO, S. A. *Utilização do GeoGebra na Construção de Instrumentos: Relógio de pêndulo e engrenagens.* Dissertação (Mestrado) — Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2014. Citado na página 24.

YIN, R. K. *Estudo de caso: Planejamento e Métodos*. 2.ª edição. ed. Porto Alegre: Sage Publications, 2001. Citado na página 28.

ZUBEN, P. *Música e Tecnologia: o som e seus instrumentos*. São Paulo: Irmãos Vitale, 2004. Citado na página 15.

Apêndices

APÊNDICE A

Atividades

PROFMAT

Escola: ____

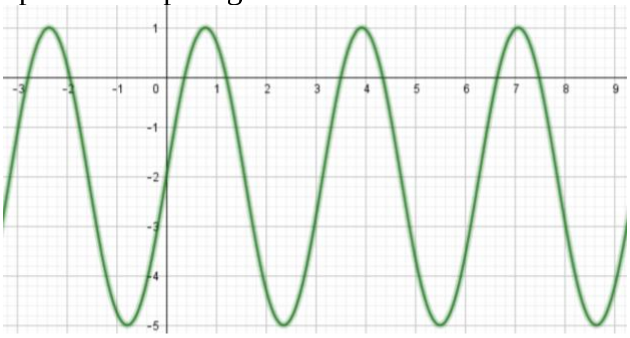
Aluno:______________________________________ Turma: ___________

Prof.º Mayck Gomes Marvila Data:___ / ___/2019

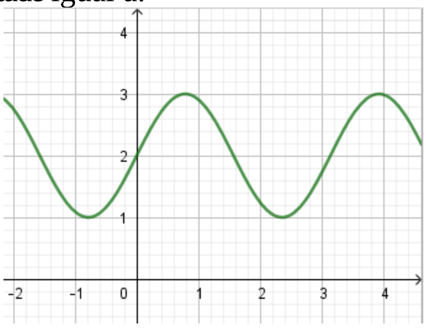
UENF
Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

Avaliação Diagnóstica

1) Indique a imagem da função representada pelo gráfico abaixo.



2) O gráfico da função abaixo tem amplitude igual a:



3) Indique o valor máximo e o mínimo de cada função abaixo.

a) 4sen(2x + 1) – 5

b) -10sen(3x) +1

c) 13cos(x) - 2

4) Trace os gráficos das funções abaixo

a) 3sen(4πx) b) cos(3x – 2) – 1 c) 2sen(2x) + 5

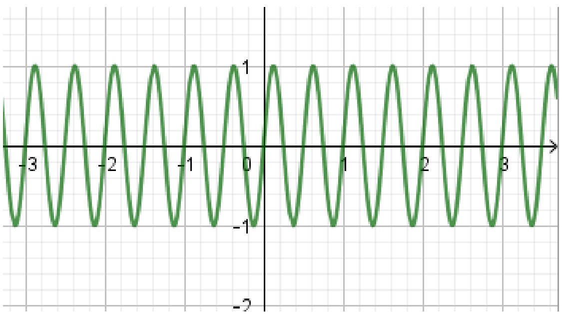
5) Determine o período de cada função abaixo.

a) 7 + cosx

b) sen (3x + 2)

c) cos (6πx) -10

d)

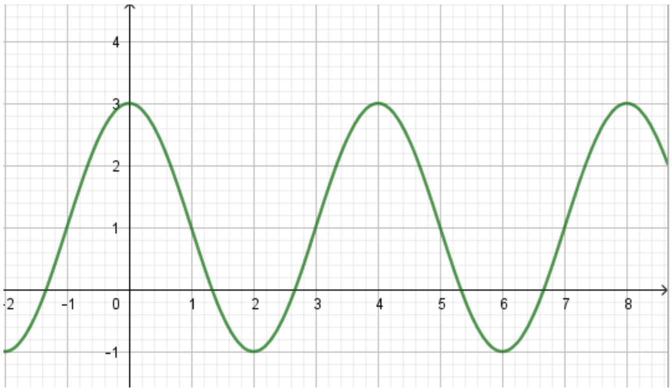


6) Na função y = sen (mx), determine m tal que o período da função seja:

a) π

b) $\pi/4$

7) Determine a lei da função do gráfico abaixo



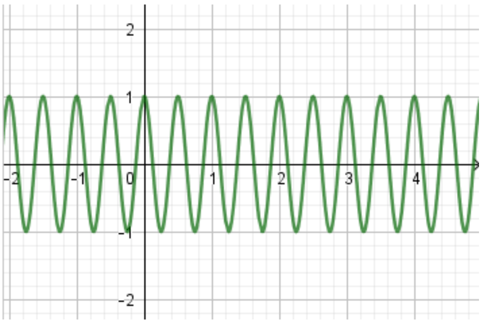
Escola: ____

Aluno:____ Turma: ____________

Prof.º Mayck Gomes Marvila Data:___ / ___/2019

Atividade 1

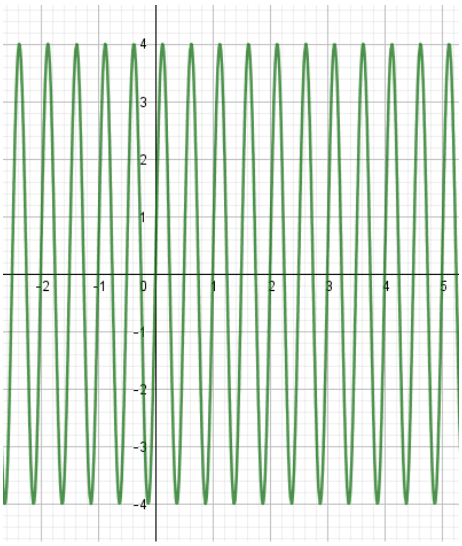
1) Represente o gráfico abaixo no geogebra e reproduza o som da onda representada com a função “tocar som”.



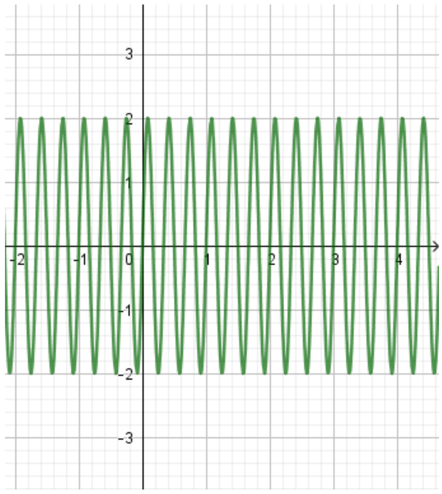
Qual é a frequência dessa onda? Qual a sua amplitude?

2) Temos a representação de duas ondas sonoras abaixo. Indique a freqüência e amplitude de cada uma.

I



II



Represente-as no geogebra.

Qual delas representa um som mais agudo?

Qual representa um som mais intenso?

3) Utilizando o geogebra reproduza a nota lá por meio da função “tocar som”, sabendo que esta possui uma freqüência de 440Hz.

4) Identifique quais dos gráficos das funções abaixo representam ondas sonoras perceptíveis ao ouvido humano, sabendo que a audição humana é sensível a uma faixa de frequência sonora entre 20Hz a 20.000Hz.

a) $f(x) = 3\text{sen}(38\pi x)$

b) $g(x) = \text{sen}(50000\pi x)$

c) $h(x) = 5\text{sen}(4000\pi x)$

d) $j(x) = 2\cos(50\pi x)$

5) Utilizando o geogebra, construa a representação de uma onda com uma freqüência acima de 120 Hz e abaixo de 150Hz, e que possua uma amplitude de 5 unidades. Em seguida construa outra onda com freqüência de 300Hz e uma amplitude de 2 unidades.

Agora reproduza o som de cada uma das ondas.

a) Qual dos sons é o mais agudo? Explique o porquê.

b) Qual é o mais alto? Explique o porquê.

c) Reproduza o som das duas ondas simultaneamente.

6) Escutando determinado som, use o programa oscilloscope para verificar sua representação em onda sonora.

a) Qual a sua freqüência?

b) Tomando como 3 unidades a amplitude da onda, escreva a lei da função que tem como gráfico a curva que representa a onda mencionada e gere-a no geogebra.

PROFMAT

Escola: ____

Aluno:________________________________ Turma: __________

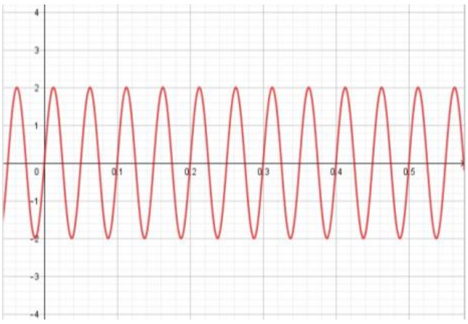
Prof.º Mayck Gomes Marvila Data:___ / ___/2019

UENF
Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

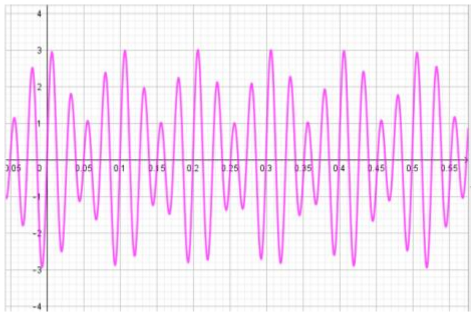
Atividade 2

1) É importante lembrar que nenhum som natural produz uma onda senóide, apenas a usamos para representações. Cada nota de cada instrumento produz uma onda complexa. Sabendo disso, quais dos gráficos abaixo é uma possível representação de uma onda gerada por um som de um instrumento musical.

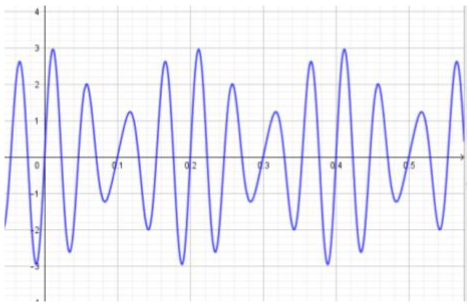
a)



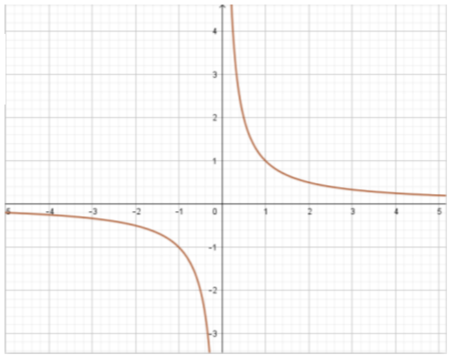
b)



c)



d)



2) Abra a pasta "atividade_2". Abra o arquivo "som_complexo_1". Clique no botão "1" para gerar o som da onda na cor laranja, em seguida clique no botão "2" para gerar o som da onda na cor azul, o botão "1 + 2" gera o som da sobreposição dessas ondas, cuja representação é a onda na cor cinza.

Os sons gerados são harmônicos?

3) Utilizando a função "tocar som" no geogebra, reproduza o som de duas ondas sonoras que representem um som harmônico.

4) Utilizando o aplicativo oscilloscope, use sua voz para reproduzir ondas que se aproximem de ondas puras. Explique o método que utilizou para realizar a atividade.

5) Dadas as funções abaixo diga quais destas são representações das ondas sonoras de sons harmônicos entre si. Represente-as no geogebra e também a onda que representa a sobreposição dos sons gerados por estas.

a) sen($200\pi x$) e sen($150x$)

b) sen($100\pi x$) e cos($120\pi x$)

c) sen($60x$) e sen($90x$)

d) cos ($150x$) e cos($180x$)

6)Utilizando o software geogebra, construa uma onda sonora que representa a sobreposição de outras 3 ondas puras, sendo estas, ondas de sons harmônicos entre si, ou seja, acordes.

7) Tomando as notas A(132,000 Hz), B(148,500 Hz), C(165,000 Hz), D(176,000 Hz), E(198,000 Hz), F(220,044Hz) e G(247,500 Hz) escolha três dessas de maneira que as 3 sejam harmônicas na escala pitagórica e trace, utilizando o geogebra, o gráfico da função que representa a onda sonora do acorde formado com estas.