



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA  
PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Investigação matemática como metodologia de ensino: relato  
de atividades com estudantes do sétimo e oitavo anos.

Thiago Duarte Nascimento

**RIO DE JANEIRO**

2020

Thiago Duarte Nascimento

A investigação matemática como metodologia de ensino:  
relato de atividades com estudantes do sétimo e oitavo anos.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-graduação em Matemática PROFMAT da UNIRIO, como requisito para a obtenção do grau de MESTRE em Matemática.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Gladson Antunes  
UNIRIO

---

Prof. Dr. Michel Cambrinha  
UNIRIO

---

Prof. Dr. Vitor Giraldo  
UFRJ

Rio de Janeiro  
2020

N244 Nascimento, Thiago Duarte Nascimento  
Investigação matemática como metodologia de ensino: relato de atividades com estudantes do sétimo e oitavo anos. / Thiago Duarte Nascimento Nascimento. -- Rio de Janeiro, 2020.  
74 f.

Orientador: Gladson Antunes Antunes.  
Coorientador: Michel Cambrainha Cambrainha.  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação em Matemática, 2020.

1. Investigação matemática. 2. Metodologias ativas. 3. Aprendizagem matemática. I. Antunes, Gladson Antunes, orient. II. Cambrainha, Michel Cambrainha, coorient. III. Título.

## Agradecimentos

Em primeiro lugar devo agradecer a minha mãe e ao meu tio, que mesmo não estando tão próximos, sempre me motivaram a estudar e alçar voos mais longínquos, me ajudando sempre no que fosse possível. Em segundo lugar devo estender os agradecimentos à minha namorada, sem ela certamente este trabalho não poderia ter sido concluído. Devo agradecer também aos meus mestres Gladson Antunes e Michel Cambrainha, que me orientaram com muita inteligência e paciência neste trabalho. Por fim sou grato a todos aqueles que de alguma forma colaboraram para que eu pudesse alcançar este título de Mestre tão desejado.

## Resumo

Neste trabalho de conclusão de curso do programa de Pós-Graduação em matemática PROFMAT da UNIRIO, apresentamos um breve resumo sobre a história da educação no Brasil, desde o descobrimento até o século XX. É feita uma síntese evolutiva do processo educacional no país desde a chegada dos Jesuítas até o manifesto dos pioneiros de 1930. Quando surge as ideias sobre a escola nova. Nessa nova concepção de educação discutimos as metodologias de ensino escolanovista mais comumente chamadas de metodologias ativas nas quais se inserem as investigações matemáticas como tarefa em sala de aula.

O objetivo principal deste trabalho é analisar de maneira empírica como um método de investigação matemática em sala de aula pode aproximar o aluno da disciplina. De maneira mais específica, procura-se verificar neste trabalho como esta abordagem de ensino pode contribuir, de maneira significativa, na aprendizagem do aluno no tocante a matemática. Para alcançar esse objetivo, foram realizadas atividades em sala de aula no Colégio Brigadeiro Newton Braga e num trabalho conjunto o Professor Marcelo Félix realizou as mesmas atividades nos colégios São Vicente de Paulo e São Bento.

**Palavras-chaves:** Investigação matemática, metodologias ativas, aprendizagem matemática.

## Abstract

In this course conclusion paper from the UNIRIO PROFMAT Graduate Program in mathematics, we present a brief summary of the history of education in Brazil, from its discovery to the 20th century. An evolutionary synthesis of the educational process in the country is made, from the arrival of the Jesuits to the manifesto of the pioneers of 1930. When ideas about the new school arise. In this new conception of education, we discuss the methodologies of school-teaching teaching most commonly called active methodologies in which mathematical investigations are inserted as a task in the classroom.

The main objective of this work is to analyze empirically how a method of mathematical investigation in the classroom can bring the student closer to the discipline. More specifically, we seek to verify in this work how this teaching approach can contribute, in a significant way, in the student's learning regarding mathematics. To achieve this goal, activities were carried out in the classroom at Colégio Brigadeiro Newton Braga and in a joint work Professor Marcelo Félix carried out the same activities at the São Vicente de Paulo and São Bento schools.

**Keywords:** Mathematical research, active methodologies, mathematical learning.

# SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b>	09
<b>CAPITULO I</b>	
1 – UMA BREVE ABORDAGEM HISTÓRICA DA EDUCAÇÃO E DAS IDEIAS PEDAGÓGICAS NO BRASIL	14
1.1 – Do descobrimento até a chegada do primeiro governador geral (1500-1549)	15
1.2 – A chegada dos jesuítas (1549)	16
1.2.1 – A educação nas sociedades indígenas	17
1.2.2 – As ordens religiosas no Brasil colonial	18
1.2.3 – A pedagogia Jesuítica	19
1.3 – Da expulsão dos jesuítas até a vinda da família real para o Brasil (1759 – 1808)	21
1.3.1 – Contextualização histórica	21
1.3.2 – A expulsão dos Jesuítas	22
1.3.3 – As reformas pombalinas na educação	23
1.4 – A vinda da família real (1808)	24
1.4.1 – Contextualização histórica	24
1.4.2 – As ideias pedagógicas na fase Joanina	25
1.5 – Independência do Brasil (1822)	26
1.5.1 – Contextualização histórica	26
1.5.2 – A Assembleia Constituinte Legislativa de 1823	27
1.5.3 – O problema nacional da instrução pública	28
1.5.4 – A primeira lei de educação do Brasil independente	29
1.5.5 – O método mútuo	29
1.5.6 – A reforma Couto Ferraz	29
1.5.7 – A reforma Leôncio de Carvalho	31
1.6 – Proclamação da República (1889)	32
1.6.1 – Contextualização histórica	32
1.6.2 – Educação no Brasil na primeira República (1889-1930)	33
1.6.3 – O movimento da Escola Nova	35

## **CAPÍTULO II**

2 – CONCEPÇÕES SOBRE A METODOLOGIA DO ENSINO	37
2.1 – A metodologia tradicional	37
2.2 – Metodologia Escolanovista	38
2.2.1 – Metodologias Ativas	38
2.3 – Investigação Matemática	39
2.3.1 – Duas investigações notáveis	40
2.3.2 – As faces da matemática	42
2.3.3 – Os processos existentes numa investigação matemática	43
2.3.4 – As investigações como tarefas matemáticas	43
2.3.5 – A aula de investigação	44
2.3.6 - Relato de uma investigação numérica	49

## **CAPÍTULO III**

3 – A ATIVIDADE EMPÍRICA	52
3.1 – Organização da atividade	52
3.2 – As atividades escolhidas	53
3.3 – Relatos da primeira atividade	54
3.3.1 – Turma 801	54
3.3.2 – Turma 705	56
3.4 – Relato da segunda atividade	58
3.4.1 – Turma 801	58

## **CAPÍTULO IV**

4 – ANÁLISE DAS ATIVIDADES	65
4.1 – A atividade na turma 705	65
4.2 – As atividade da turma 801	66

## **CAPÍTULO V**

5 - CONCLUSÃO	70
---------------	----

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

**APÊNDICE A** – Documento de autorização do Colégio Brigadeiro Newton Braga para realização da atividade empírica com os alunos.



## INTRODUÇÃO

Os jovens de hoje são fascinados por tecnologia. Eles nasceram numa nova era, uma época em que tudo é tecnológico. Os videogames, por exemplo, tem gráficos de alta resolução com histórias e dublagens fantásticas. Até as amizades são tecnológicas, muitas das vezes surgem por intermédio das redes sociais, num cenário totalmente virtual onde os amigos não se conhecem na vida real. O acesso aos smartphones se torna cada vez mais precoce, os jovens tem acesso a um mundo de informações, músicas, jogos, redes sociais e diversos aplicativos num imediatismo surreal. Eles não podem imaginar o que era precisar de um livro a uns quinze anos atrás e ter que procurar pelo exemplar numa biblioteca. É óbvio que os tempos mudaram, a reação de um aluno hoje num cenário de aula tradicional não pode ser a mesma do aluno à quinze anos atrás. Segundo a professora April Burton<sup>1</sup> as crianças de hoje são diferentes das gerações anteriores, que se sentavam em suas carteiras e recebiam as informações que os professores os davam. “Elas estão o tempo todo jogando, enviando mensagens de texto para os amigos, vendo vídeos no youtube. Não se pode esperar que se sentem em uma sala de aula e escutem”. Nesse contexto é notório que ensinar matemática, num modelo tradicional de aula, se tornou uma tarefa árdua para o professor e extremamente maçante para o aluno, que se torna desmotivado. Uma aula, puramente, expositiva e dialogada não é suficiente para fazer o aluno se interessar pela disciplina, alcançando o máximo de proveito para sua vida.

### Um fato relevante

Basta o professor de matemática entrar em sala, a expressão no olhar do aluno não esconde a sua insatisfação com a aula que vai começar. A apresentação de um novo conteúdo somado a falta de domínio de um conteúdo anterior é a certeza de mais uma aula fracassada, o que justifica a falta de motivação recorrente do aluno. Na obrigação de cumprir um cronograma, o professor, muitas das vezes, é forçado a ignorar o real aprendizado e apresenta uma enxurrada de conteúdo sem sentido para o discente, e assim o processo se repete várias vezes durante o ano letivo. Isso significa que a maior parte da vida escolar do aluno é desperdiçada, são mais de dez anos na escola e muitos concluem o ensino médio sem estar apto para resolver problemas simples do cotidiano e operações numéricas simples, como porcentagem ou até mesmo multiplicação de números inteiros, por exemplo.

---

<sup>1</sup> <https://exame.abril.com.br/carreira/aula-tradicional-perde-espaco-para-alunos-cada-vez-mais-conectados/>

D'Ambrosio (1989) já relatava que na típica aula expositiva de matemática o professor escreve no quadro aquilo que ele julga importante. O aluno copia e em seguida procura fazer exercícios, que nada mais são do que uma repetição de um modelo de solução apresentado pelo professor. Essa prática revela a concepção de que é possível aprender matemática através de um processo de transmissão de conhecimento e que a resolução de problemas reduz-se a procedimentos determinados pelo professor. Nesse contexto o aluno acredita que a aprendizagem da matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos. Ou seja, seguir e aplicar regras que foram transmitidas pelo professor. Em segundo lugar os alunos acham que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, do qual não se duvida ou questiona, nem mesmo nos preocupamos em compreender porque funciona. Em geral acreditam que os conceitos matemáticos foram descobertos ou criados por gênios. O aluno supervaloriza o poder da matemática formal e perde qualquer autoconfiança na sua intuição matemática. A autora cita ainda que é comum o aluno desistir de solucionar um problema matemático, afirmando não ter aprendido como resolver aquele tipo de questão ainda. Falta aos alunos uma flexibilidade de solução e a coragem de tentar soluções alternativas, diferentes das propostas pelos professores.

Ainda segundo a autora, no entendimento de muitos professores o aluno aprende na medida que pratica mais exercícios, isso faz com que o aluno tenha uma percepção da matemática como um corpo de conhecimento acabado e polido. Em nenhum momento o aluno tem a oportunidade de participar do processo de ensino como um sujeito ativo, sendo assim ele passa a acreditar que na aula de matemática, o seu papel é passivo e desinteressante. Uma das grandes preocupações dos professores refere-se a quantidade de conteúdo trabalhado, sendo esse conteúdo prioridade na ação pedagógica ao invés da aprendizagem do aluno. Esse problema acerca da aprendizagem matemática não é de hoje. Nas linhas acima fica claro que o problema atravessa décadas. Em 2015, o Brasil configurou um dos últimos lugares no PISA<sup>2</sup>, num total de 70 países, ele figurou entre os dez últimos.

Para Kipper, a falta de motivação e interesse dos alunos pela matemática é um dos principais problemas que faz com que o rendimento escolar nessa disciplina seja desastroso em todos os níveis de ensino. Isto ocorre porque, na grande maioria das vezes, as aulas são monótonas, sem relação com o cotidiano do aluno e nada desafiadoras.

---

<sup>2</sup> Disponível em: <https://g1.globo.com/mato-grosso-do-sul/especial-publicitario/eleva-educacao/noticia/como-tirar-o-brasil-dos-ultimos-lugares-no-ranking-de-educacao.ghtml>

Já em 1996 D'Ambrósio alertava que estávamos entrando na era do que se costuma chamar a “sociedade do conhecimento”. Onde a escola não se justifica pela apresentação de conhecimento obsoleto e ultrapassado e muitas vezes morto, sobretudo, ao se falar em ciências e tecnologia. Segundo a autora seria essencial para a escola estimular a aquisição, a organização, a geração e a difusão do conhecimento vivo, integrado nos valores e expectativas da sociedade. De lá pra cá vimos a intensificação desses fatos.

### **A busca por novas metodologias**

A busca por novas metodologias de ensino se tornaram frente de pesquisa para diversos estudiosos. Segundo Lamonato (2012) há algum tempo a resolução de problemas ocupa um lugar de destaque quando o assunto é ensinar matemática. Em inúmeras pesquisas, ela é veiculada como objetivo de ensino e aprendizagem nos cursos superiores e na educação básica e também é um dos principais objetivos dos professores que ensinam matemática, conforme recomendam diversos documentos curriculares. Por sua vez, no Brasil, a investigação matemática e, mais especificamente, a exploração por meio da investigação matemática tem tido espaço crescente nas discussões sobre o ensino de Matemática

Ponte et.al (2016) cita que, diversos estudos em educação mostram que investigar constitui uma poderosa forma de adquirir conhecimento, e em numerosas experiências já empreendidas com o trabalho investigativo os alunos tem mostrado um grande entusiasmo com a matemática. O autor cita ainda a carência de estudos voltados para a investigação matemática e sendo assim esta dissertação tem também o intuito de colaborar de alguma maneira com o preenchimento dessa lacuna nessa linha de pesquisa.

Nesse contexto, nesta dissertação objetiva-se fazer uma análise empírica acerca do tema *Investigação matemática em sala de aula*, ampliando assim o debate sobre esse tipo de abordagem. Esse estudo norteou-se pela seguinte questão:

- I) Qual a recepção dos alunos frente a essa metodologia e como ela pode aproximar o aluno da matemática escolar contribuindo para sua aprendizagem?

Importante ressaltar que a atividade empírica objetiva-se avaliar a desenvoltura de um grupo de alunos como um todo e não cada aluno individualmente. Deseja-se observar o comportamento da turma diante de uma atividade de investigação matemática.

## Justificativa

De acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei n.º 9.394/96), o ensino médio tem como finalidades centrais não apenas a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos durante o nível fundamental, no intuito de garantir a continuidade de estudos, mas também a preparação para o trabalho e para o exercício da cidadania, a formação ética, o desenvolvimento da autonomia intelectual e a compreensão dos processos produtivos.

Nessa definição de propósitos, percebe-se que a escola de hoje não pode mais ficar restrita ao ensino disciplinar de natureza enciclopédica. De acordo com as Diretrizes Curriculares para o Ensino Médio, deve-se considerar um amplo espectro de competências e habilidades a serem desenvolvidas no conjunto das disciplinas. O trabalho disciplinar pode e deve contribuir para esse desenvolvimento. Conforme destacam os PCNEM (2002) e os PCN+ (2002), o ensino da Matemática pode contribuir para que os alunos desenvolvam habilidades relacionadas à representação, compreensão, comunicação, **investigação** e, também, à contextualização sociocultural. Visando à contribuição ao debate sobre as orientações curriculares, este documento trata de três aspectos: a escolha de conteúdos; a forma de trabalhar os conteúdos; o projeto pedagógico e a organização curricular. Para a escolha de conteúdos, é importante que se levem em consideração os diferentes propósitos da formação matemática na educação básica. Ao final do ensino médio, espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do cotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico. A forma de trabalhar os conteúdos deve sempre agregar um valor formativo no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento matemático. Isso significa colocar os alunos em um processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático – nos aspectos de formular questões, perguntar-se sobre a existência de solução, estabelecer hipóteses e tirar conclusões, apresentar exemplos e contraexemplos, generalizar situações, abstrair regularidades, criar modelos, argumentar com fundamentação lógico-dedutiva. Também significa um processo de ensino que valorize tanto a apresentação de propriedades matemáticas acompanhadas de explicação quanto a de fórmulas acompanhadas de dedução, e que valorize o uso da Matemática para a resolução de problemas interessantes, quer sejam de aplicação ou de natureza simplesmente teórica. Toda situação de ensino e

aprendizagem deve agregar o desenvolvimento de habilidades que caracterizem o “pensar matematicamente” Nesse sentido, é preciso dar prioridade à qualidade do processo e não à quantidade de conteúdo a serem trabalhados. A escolha de conteúdos deve ser cuidadosa e criteriosa, propiciando ao aluno um “fazer matemático” por meio de um processo investigativo que o auxilie na apropriação de conhecimento. (Orientações curriculares para o ensino médio, MEC-2006)

### **Organização do trabalho**

Visando responder à questão que norteia esta pesquisa, esta dissertação foi desenvolvida em cinco capítulos.

No primeiro capítulo é feita uma breve abordagem histórica da educação no Brasil, desde a chegada dos jesuítas até o movimento da escola nova na década de 30, nessa abordagem tentasse resgatar as mudanças nas ideias pedagógicas nos respectivos períodos. Como afirma Demerval Saviani<sup>3</sup>: “Se o educador quiser compreender a fundo o significado essencial de sua profissão eles devem se abrir, sem reservas, para a história da educação.” Nesse sentido esse capítulo é uma tentativa de compreender o surgimento do pensamento escolanovista, de onde surgem as ideias das metodologias ativas na qual as investigações matemáticas se inserem. O segundo capítulo visa buscar o entendimento sobre os tipos de metodologias em particular nos interessa as metodologias ativas, contexto na qual a investigação matemática está inserida. Esse capítulo também é destinado ao entendimento do uso de investigação matemática para sala de aula. Usamos como referencial teórico a obra *Investigações Matemática na Sala de Aula* de João Pedro da Ponte, Joana Brocardo e Hélia Oliveira, onde os autores apresentam uma discussão detalhada, com base em inúmeros exemplos, efetivamente vividos, dentro da sala de aula e também em diversos estudos, já realizados, sobre o assunto. O terceiro capítulo é sobre a atividade empírica realizada em sala, que tem o papel de experimentar e observar, empiricamente, o modelo de aula pautado numa atividade de investigação matemática e tirar conclusões. O quarto capítulo é destinado a compactação e análise dos dados coletados na atividade empírica. O quinto capítulo versa sobre a conclusão e considerações finais desse trabalho.

---

<sup>3</sup> Demerval Saviani, disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=qxXk9ZWrxTc>

## CAPÍTULO I

### **1 – UMA BREVE ABORDAGEM HISTÓRICA DA EDUCAÇÃO E DAS IDEIAS PEDAGÓGICAS NO BRASIL. (Da Pedagogia dos Jesuítas até a Pedagogia Nova)**

Na história da educação brasileira, alguns momentos são marcados por acontecimentos históricos relevantes. Esses períodos são destacados abaixo junto com as ideias pedagógicas predominantes em seu tempo.

- (1500-1549) – Nesse período já era percebido algumas tentativas de catequização e ensinamento dos índios, por motivação de alguns religiosos que aportaram no território brasileiro nos primeiros anos pós-descobrimento.
- (1549-1759) – Esse período é dividido em duas fases. A primeira (1549-1599) é marcada pela chegada dos primeiros jesuítas junto com o primeiro governador geral na embarcação comandada por Manuel da Nóbrega. Essa primeira fase é chamada de período heroico. A segunda fase (1599-1759), é caracterizada pela institucionalização da pedagogia jesuítica com o *Ratio Studiorum*.
- (1759-1808) – Com as reformas pombalinas esse período (1759-1772) se inicia pela expulsão dos jesuítas e pela reformulação dos Estudos Menores. Posteriormente a 1772, ocorre a reformulação dos Estudos Maiores a partir de mudanças na Universidade de Coimbra. As reformas de Pombal são marcadas pela pedagogia do despotismo esclarecido.
- (1808-1822) – Esse período inicia-se pela vinda da família para o Brasil. Pedagogicamente é uma extensão das reformas pombalinas.
- (1822-1889) – Essa fase inicia-se pela proclamação da Independência, no ensino ocorre a criação da Lei de primeiras Letras, seguida das Reformas Couto Ferraz e Leôncio de Carvalho.
- (1889-1930) – Esse período conhecido como República velha, inicia-se com a proclamação da república em 1889, nele ocorrem várias reformas importantes na educação, iniciando-se com a reforma Benjamin Constant e fechando em 1925 com a última reforma conhecida como Reforma João Luís Alves/Rocha Vaz.

A partir de 1930 começa o período que ficou conhecido como a Era Vargas. Nele ocorre um movimento importante na educação conhecido como “Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova”. (Saviani, 2008).

### **1.1 Do descobrimento até a chegada do primeiro governador geral (1500-1549).**

Com a chegada da nau de Cabral as terras tupiniquins em 26 de abril de 1500, Portugal teve que se preocupar com a defesa e reconhecimento do território brasileiro, por meio das expedições exploradoras. No início, salvo o pau-brasil, Portugal não havia encontrado produtos tão valiosos quanto aqueles que obtinham no Oriente Médio. Por esse motivo o Brasil sofreu um relativo abandono pela coroa Portuguesa. Passados os trinta anos da descoberta, Portugal passava por uma crise comercial no Oriente o que fez com que a coroa passasse a se importar mais com sua colônia. Nesse sentido a partir de 1530, o Brasil assume de fato sua função complementar na economia metropolitana. (Vicentino et. al., 1997)

Entretanto, junto com Cabral, chegaram ao Brasil oito missionários, já com intuito da catequização, que não se concretiza de maneira contundente devido a partida de Cabral em 2 de maio com destino às Índias. Em 1503 outros frades franciscanos chegam ao Brasil e também em 1534 junto com a Martin Afonso de Souza. Esses frades andavam pelas aldeias indígenas, catequisando e ensinando os povos indígenas. Havia uma estreita relação entre a educação e a catequese na colonização do Brasil. A emergência da educação como um fenômeno de aculturação tinha na catequese a sua ideia-força, o que fica claramente evidente no regimento de Dom João III estatuído em 1549, que continha as diretrizes a serem seguidas e implementadas na colônia brasileira pelo primeiro governador geral. (Saviani, 2008)

“Porque parece que será grande inconveniente os gentios que se tomaram cristãos morarem na povoação dos outros e andarem misturados com eles e que será muito serviço de Deus e meu apartarem-nos de sua conversação vos encomendo e mando que trabalheis muito por dar ordem como os que forem cristãos morem juntos perto das povoações das ditas capitâneas para que conversem com os cristão e não com os gentios e possam ser doutrinados e ensinados nas coisas da nossa Santa Fé e aos meninos porque neles imprimirão melhor a doutrina trabalhareis por dar ordem como se façam cristãos e que sejam ensinados e tirados da conversação dos gentios e aos capitães das outras capitâneas direis de minha parte que lhes agradecerei muito ter cada um cuidado de assim o fazer em sua capitania e os meninos estarão na povoação dos portugueses e em seu ensino folgaria de se ter a maneira que os disse. (Regimento

de D. João III, item n.º46) Disponível em: <<https://www.historia-brasil.com/colonia/constituicao-1548.htm>> Acesso em: 23 de julho de 2019.

## 1.2 A chegada dos jesuítas (1549)

Em 1549, junto com de Thomé de Souza, chegam ao Brasil os primeiros mestres jesuítas, chefiados por Manoel da Nóbrega, que além da catequização vinham com a missão de ensinar a ler, escrever e contar. (Soares, 2007)

O eixo do trabalho catequético era pedagógico, uma vez que os jesuítas consideravam que a primeira alternativa de conversão era o de convencimento que implicava práticas pedagógicas institucionais (escolas) e não institucionais (o exemplo). As primeiras eram mais visíveis no entanto as forças não-institucionalizadas do saber foram muito mais eficazes, onipresentes, radicais, em sua enganadora múltipla pequenez do que se passava nos colégios, pelo menos do ponto de vista de instalação de uma dominação cultural. (Saviani, 2008)

“Graças ao trabalho de convencimento dos jesuítas, os índios se aproximaram do colégio dos padres. Eram levados sobretudo pelos caciques Tibiriçá e Cauibi, chefe da aldeia de Jeribatiba (*Yaritibá-tyba*, o sítio dos *jiribás*, vulgarizada como Jurubatuba), a “6 léguas” de distância. Em setembro de 1554, Anchieta contava em Piratininga 130 catequizados “de todo sexo e idade” e 36 batizados.” (Guaracy, 2015)

A educação colonial no Brasil compreendeu etapas distintas, a primeira corresponde ao período de 1549, quando chegaram os primeiros jesuítas, até o final do século XVI, quando morre José de Anchieta - em 1597 - e a promulgação do *Ratio Studiorum*, em 1599. A segunda etapa (1599-1759) é marcada pela organização e consolidação da educação jesuítica centrada no *Ratio Studiorum* e a terceira etapa (1759-1808) corresponde a fase pombalina, que inaugura o segundo período da história das ideias pedagógicas no Brasil. (Saviani, 2008)

Segundo Ribeiro (2001), o *Ratio atque Institutio Studiorum Societatis Iesu* (Plano e Organização de Estudos da Companhia de Jesus), normalmente abreviada como *Ratio Studiorum*, é uma espécie de coletânea, fundamentada em experiências vivenciadas no Colégio Romano, a que foram adicionadas observações pedagógicas de diversos outros colégios, cujo objetivo era instruir rapidamente todo o jesuíta docente sobre a natureza, a extensão e as obrigações do seu cargo.



### **1.2.1 A educação nas sociedades indígenas.**

Na época em que a nau Cabral chegou ao Brasil, habitavam no território recém descoberto sociedades com características particulares. Usavam de maneira coletiva da caça, pesca, coleta de frutas e plantas nativas, tratava-se então de uma economia natural e de subsistência. (Fernandes 1989, pp.26 apud Saviani, 2008).

Obviamente, como haviam populações no território descoberto pelos portugueses, que viviam sobre determinada ordem social, a educação também se fazia presente nessas sociedades. Considerando-se que a denominação Tupinambá abrangia vários grupos tupis desde o norte até o sul do país, pode-se considerar que a educação da sociedade Tupinambá era representativa no conjunto daquelas populações. Os Tupinambás se dividiam em determinados grupos de idades classificados em: recém-nascidos, crianças até 8 anos, meninos e meninas dos 8 aos 15 anos, moças e rapazes dos 15 aos 25 anos, homens e mulheres dos 25 aos 40 anos e homens e mulheres com mais de 40 anos. Embora a formação atingisse os primeiros três grupos de idades, de alguma forma ela também abrangia os dois últimos, de certa o processo educativo estendia-se por toda vida. Até os 8 anos as crianças dependiam muito dos pais, os meninos ainda não podiam acompanhar os pais, mas ganhava desde cedo arcos e flechas e junto com outras crianças da mesma idade uniam-se em grupos para brincar e ganhar intimidade com os instrumentos. As meninas da mesma forma que os meninos juntavam-se com meninas da mesma idade e brincavam de fiar algodão e amassavam barro criando utensílios como potes e panelas. A partir dos 15 anos os meninos já passavam a acompanhar os pais que se tornavam seu modelo e iniciavam a preparação para a vida adulta. As meninas tinham a mãe como mestra e também modelo a ser seguido. Elas aprendiam a semear, plantar, fiar e cozinhar. Dos 15 aos 25 anos os jovens passavam a se relacionar e podiam contrair matrimônio, os homens passavam a acompanhar os pais nas expedições guerreiras, na caça e na pesca e as moças auxiliava a família nas atividades domésticas. Dos 25 aos 40 anos os homens passavam a participar plenamente na vida dos adultos, sendo admitidos nas formações militares. As mulheres essa faixa etária, por outro lado, ocupavam-se das numerosas tarefas domésticas e cuidavam diretamente da educação dos filhos. A partir dos 40 anos os homens viviam a fase mais bela da vida, era nessa idade que eles tinham a oportunidade de se tornar chefes das tribos, líderes guerreiros ou chegar na condição de pajé. Eram admirados e respeitados por todos os membros das tribos. (Saviani, 2008)

Saviani (2008) faz observar que havia clara igualdade de participação na vida da sociedade por parte de todos os seus membros, não havendo diferença senão aquelas da divisão sexual do trabalho. Cabe ressaltar que esta, colocava as mulheres em desvantagem. A sobrecarga dos trabalhos domésticos provocava-lhes um envelhecimento precoce.

“Entre os velhos e velhas nota-se a diferença de serem os velhos veneráveis e apresentarem gravidade e autoridade, e as velhas encolhidas e enrugadas como o pergaminho exposto ao fogo.” (Fernandes 1989, pp. 247 apud SAVIANI, 2008).

O conhecimento era acessível a todos, não havendo nenhuma forma de monopólio da educação. A cultura transmitia-se, oralmente, por meio de contatos primários. Em qualquer idade era possível aprender, convertendo a todos, de alguma forma, à posição de mestre. Certamente, ocupavam posição de destaque aqueles com mais de 40 anos, que eram os chefes, líderes militares e religiosos dentro daquela sociedade. A sociedade Tupinambá mostra o entendimento de que numa sociedade sem classes, como era o caso dessas comunidades primitivas, os fins da educação coincidem. Não havia instituições previstas para atingir os fins da educação, a educação era espontânea. Cada integrante da tribo assimilava tudo que era possível, o que configurava uma educação integral. Nesse contexto ainda não discute a questão das ideias pedagógicas nem da pedagogia, porém havia uma educação em ato, que se apoiava em três princípios básicos, a tradição, a força da ação e a força do exemplo. A tradição constituída pelo saber puro passado aos mais novos, a força da ação, que possibilitava a aprendizagem por meio da prática e o a força do exemplo que cabiam aos velhos serem modelos em suas ações para os mais novos seguirem. Nesse sentido, as ideias educacionais convergiam com a prática educativa não havendo espaço nem necessidade para mediação das ideias pedagógicas, nem pensamentos intervencionistas nas práticas educativas. (SAVIANI, 2008)

### **1.2.2 As ordens religiosas no Brasil Colonial**

A colonização do Brasil contou com a contribuição das ordens religiosas. Os primeiros evangelizadores o Brasil foram os franciscanos. Eles percorriam as aldeias de juntando a catequese à instrução. Técnica que mais tarde caracterizou a ação dos jesuítas. Os franciscanos constituíram recolhimentos que funcionavam em regime de internato, eles ensinavam, além da

doutrina, a lavrar a terra e outros pequenos ofícios. Mesmo os franciscanos tendo participado de alguma forma na história da educação brasileira, a participação dos jesuítas é hegemônica. (SAGENIS, 2006 apud SAVIANI, 2008)

Uma outra ordem que se instalou no Brasil foi a dos Beneditinos em 1581, chegaram em Salvador e tinham o objetivo de construir um mosteiro. Depois disso fundaram outros mosteiros, em Olinda, Rio de Janeiro, São Paulo e Paraíba. Porém os mosteiros eram voltados para a contemplação, os beneditinos não tinham como meta principal a instrução. No entanto o surgimento dos colégios de São Bento foi decorrência do apelo da população que ora se instalava nas proximidades do mosteiro. Essas congregações operavam de maneira intermitente e dispersa, já que não contavam com o apoio financeiro da coroa. Já os jesuítas, diferentemente, contavam com o apoio do rei de Portugal. Nessas condições os jesuítas puderam proceder de maneira mais orgânica, monopolizando a educação nos dois primeiros séculos da colonização. Os jesuítas estenderam seu trabalho ao longo de todo território brasileiro. (SAVIANI, 2008)

### **1.2.3 – A pedagogia jesuítica (1549 – 1599)**

A primeira fase da educação jesuítica foi marcada pelo plano de instrução de Nóbrega, o plano iniciava-se com ensino de português para os indígenas, leitura e escrita. Por um lado tinha o aprendizado profissional voltado normalmente para a agricultura por outro a gramática latina para aqueles que se destinavam à realização de estudos superiores na Europa. Contudo a aplicação desse plano foi precária, logo encontrou resistência dentro da própria ordem jesuítica. Finalmente o plano de Nóbrega foi substituído pelo plano geral de estudos organizado pela Companhia de Jesus. Nóbrega tinha o plano de criar escolas por todo litoral brasileiro e a partir desses ramificações para o interior do Brasil. O plano de Nóbrega incluía, a pedido dos próprios indígenas, a educação feminina. (SAVIANI, 2008, pp.43)

“Os Jesuítas começaram na colônia o trabalho de catequese e ensino. Inúmeros colégios onde se ministrava o ensino gratuito e público foram fundados no Brasil. Para tanto foram auxiliados financeiramente pelo governo português. Nos colégios os cursos eram organizados em classes inferiores e superiores. Havia cinco classes inferiores: uma de retórica, uma de humanidades e três de gramática. Nas classes inferiores o ensino durava de cinco a seis anos. Nas classes superiores faziam-se os estudos de filosofia, que abrangia matemática, moral, física, metafísica e lógica.” (SILVA, 1937, pp. 59)

Sem contato com a mentalidade europeia, que vedava ao sexo feminino qualquer instrução além da doutrina cristã e das artes domésticas, os indígenas não viam razão para se estabelecer uma diferença de oportunidades educacionais a favor do sexo masculino. Ideia originalíssima, inédita até mesmo para Nóbrega e Tomé de Souza. Mas Nóbrega a acatou e a defendeu - conseguindo até mesmo a adesão de Tomé de Souza -, solicitando à Rainha Catarina, uma das poucas mulheres a valorizar as tradições humanistas, para apoiá-lo junto a D. João III. Porém nada pôde ser feito, apesar do empenho da Rainha:

“Aparentemente, o Brasil estava pedindo mais do que as próprias filhas da alta nobreza do reino, com raras exceções podiam ter”. (Mattos, 1958, p. 90).

“A mentalidade da época ainda era incompatível com a igualdade de oportunidades de instrução para os dois sexos.” (PALMA, J.C., 2005)

. A principal estratégia para aproximar os indígenas para a organização do ensino era agir sobre as crianças. Meninos órfãos, brancos, foram trazidos de Portugal na intenção de atrair as crianças indígenas e de maneira indireta atingir seus pais, em especial os caciques para a fé católica. (SAVIANI, 2008, pp.43)

Para Saviani, em Manoel da Nóbrega percebe-se, claramente, a articulação das ideias educacionais em três aspectos: a filosofia da educação, a teoria da educação e a prática pedagógica. O padre José de Anchieta compartilhava dessas mesmas ideias educacionais, ele logo dominou a língua dos índios e organizou uma gramática para servir no trabalho pedagógico realizado no Brasil.

Para realizar seu trabalho pedagógico, Anchieta utilizou-se largamente do idioma tupi tanto para se dirigir aos nativos com aos colonos que já entendiam a língua geral falada ao longo da costa brasileira. Para tanto produziu poesias e teatros que faziam uso de um dualismo ontológico estranho a visão do índio que era constituído de alegorias da luta do bem contra o mal em que condenavam os gestos e os ritmos da cultura indígena. (SAVIANI, 2008, pp.43)

Para Mattos (1958) esse primeiro período da educação no Brasil é um período heroico, pois foi o mais frutífero e chega a impressionar os estudiosos.

“pelo valor pessoal e pela fibra heroica dos personagens que lhe dão relevo, num país agreste e em grande parte ignoto, no qual a par da quase total carência de recursos, tudo estava ainda por fazer”. (MATTOS, 1958, p. 15-16).

Saviani, (2008) classifica esse período como uma verdadeira pedagogia brasílica, isto é, uma pedagogia formulada e praticada sob medida para as condições encontradas pelos jesuítas nas terras brasileiras.

### **1.3 – Da expulsão dos jesuítas até a vinda da família real para o Brasil (1759 – 1808)**

#### **1.3.1 – Contextualização histórica**

“Apesar de toda onda de religiosidade que enfrentou o século XVII, muitos estudos continuaram sendo feitos nesse período no campo das ciências e filosofia. Pensadores e filósofos como Francis Bacon (1561-1627), Descartes (1596-1650), Locke (1632-1704) e Isaac Newton (1642-1727) deram, de alguma forma, continuidade ao racionalismo da Renascença e aos estudos científicos de Copérnico e Galileu.” (CEREJA et. al, 2000)

No século XVIII, ao mesmo tempo em que a metrópole portuguesa reforçava o controle fiscal e administrativo sobre a colônia nasciam ideias contrárias ao colonialismo mercantilista. Esse movimento de ideias chamado de iluminismo foi marcado por um grande movimento cultural, cujos intelectuais, entre os quais se destacaram Voltaire, Montesquieu e Rousseau, condenavam as estruturas absolutistas, colonialistas e de privilégios. Defendiam a reorganização da sociedade com base numa lei básica, a Constituição, que garantiria a liberdade individual e econômica, cabendo ao Estado apenas cuidar da segurança e do aprimoramento nacional. Afinado com o desenvolvimento do capitalismo, o iluminismo defendia a criação de um Estado liberal. Nesse contexto, a luz das ideias iluministas, uma série de reformas político-administrativas são implantadas no império português e por consequência nas suas colônias. Uma das ações dessa reforma mudou o rumo da educação em Portugal e consequentemente na sua colônia, Brasil. No âmbito dessas alterações destacou-se o ministro do rei D. José I, Sebastião José de Carvalho e Melo, o marquês de Pombal. Este, percebendo a extrema dependência econômica de seu país em relação a Inglaterra, preocupou-se em reequilibrar a deficitária balança comercial lusa, adotando medidas que, se de um lado foram inspiradas no racionalismo iluminista, buscando maior eficiência administrativa e desenvolvimento econômico no reino, de outro, reforçaram as práticas mercantilistas no que se refere ao Brasil. Ao assumir os ideias iluministas na metrópole, Pombal se torna adversário ideológico da grande nobreza e do clero. Essa oposição culminou com a execução – a mando de Pombal - de alguns

membros da alta aristocracia e a expulsão dos jesuítas de Portugal e de suas colônias. (VICENTINO, et. al., 1997)

“Portugal saíra arruinado da dominação espanhola (1580-1640), sendo-lhe necessário tirar maior proveito possível do Brasil, uma vez que as posses que ainda estavam na África só valeriam como fornecedoras de escravos para a colônia (Brasil). Quando D.José I assumiu o governo de Portugal, a situação econômico-financeira era extremamente grave e a nomeação de Sebastião José de Carvalho e Mello, Conde de Oeiras e futuro Marquês de Pombal – conhecido pelo seu ódio aos jesuítas e pela sua sede de poder – para ministro real, foi uma tentativa de encarar e superar a crise existente.” (Cunha, 1978, p.38-39 apud PALMA 2005)

### **1.3.2 – A expulsão dos jesuítas**

Enquanto os primeiros duzentos anos do Brasil tiveram a educação nas mãos dos jesuítas, a partir de Pombal a educação passa a caminhar por rumos diferentes. Na Europa surgiam nessa época discussões sobre a extinção da Companhia de Jesus. Argumentava-se que o ensino jesuítico tinha se tornado obsoleto, a companhia estava dominada pela ambição de poder e riqueza, perdendo assim o antigo espírito do seu fundador. O reino passava por um momento de miséria econômica e intelectual. Obviamente Pombal culpava responsabilizava os jesuítas. (PALMA 2005)

De acordo com Cunha (apud Palma 2005) pode ser que tenha havido certo conteúdo anticapitalista na pregação e no ensino jesuítico, já que a sua ética econômica, expressa na disciplina de Teologia Moral, discutia, entre outros, problemas tais como a justiça da venda de uma mercadoria a prazo, a moralidade da escravidão e o da cobrança de juros.

Os jesuítas eram acusados de educar os índios a serviço da ordem religiosa e não para os interesses da metrópole, eram acusados também de não reconhecer a soberania do rei e de não reconhecer outra nação senão sua própria sociedade. Pombal então resolve destituir das ordens religiosas a atribuição da educação. Não de maneira exclusiva mas ele atribui a responsabilidade da educação ao poder real. Por meio do alvará de 28 de junho de 1759, a coroa determinou o fechamento dos colégios jesuítas. Ressalta-se porém que, quando o alvará foi expedido pela coroa e as reformas pombalinas e começavam a ser impostas, a colonização já estava consolidada, a língua portuguesa e a religião cristã já estavam divulgadas entre os indígenas. (PALMA 2005)

### **1.3.3 – As reformas pombalinas na educação.**

As ideias pedagógicas pombalinas, almejavam sobretudo, modernizar Portugal, colocá-la no seio do século das luzes, como ficou conhecido o século XVIII. Isso significava desenvolvimento da sociedade pautada na produção capitalista, como acontecia na Inglaterra. Por isso foram tomadas medidas de reestruturação da instrução pública com a criação das aulas régias de primeiras letras, à racionalização das aulas de gramática latina, grego, retórica e filosofia. E obviamente esse pensamento se estendia as suas colônias. (SAVIANI, 2008).

As reformas de Pombal se dividiram em duas fases, a primeira em 1759 com a expulsão dos jesuítas e a reformulação dos Estudos Menores, constituídos do estudo das primeiras letras e da cadeira de humanidades – similar ao ensino médio – e a segunda fase em 1772 é marcada com a reformulação dos Estudos Maiores (Ensino Superior). (Soares, 2007)

No Brasil, as reformas de Pombal iniciaram-se logo após o alvará de 1759 com os concursos realizados na Bahia para as cadeiras de latim e retórica e a nomeação dos professores régios em Pernambuco. Porém é válido ressaltar que o desenvolvimento das aulas régias ocorreram em ritmo lento, devido a falta de recursos financeiros e pelas resistências encontradas.

Na análise de Azevedo, (apud SOARES 2007.) as reformas pombalinas fazem regredir a educação no Brasil, pois elas rompem com o modelo jesuítico que já estava organizado – criando um vácuo de 13 anos - e não é capaz de colocar um modelo melhor no lugar. Palma (2005) afirma que em 1759 os jesuítas possuíam, além das escolas de ler e escrever, diversos seminários e 24 colégios. Para Azevedo o sistema jesuítico tinha várias falhas mas a instrução se desenvolvia desde 1549 com progressos consideráveis.

Apenas em 1772, após a criação Subsídio Literário (espécie de imposto para financiar a educação), a educação no Brasil volta a receber um novo impulso. Porém os números previstos no plano de metas de distribuição de aulas régias só é ultrapassado no reinado de Dona Maria I (1777-1815). Isso pode ter acontecido por dois motivos: primeiro ao aspecto mais qualitativo do que quantitativo que era apresentado para educação nas reformas pombalinas, tinham o objetivo de criar escolas úteis aos fins do Estado em substituição àquelas que atendiam aos interesses eclesiásticos. De acordo com Sanches (apud Saviani 2008) tratava-se de construir poucas escolas bem aparelhadas voltadas para setores estratégicos antes de multiplicar seu número. O segundo motivo, seria devido ao fato de no reinado de Dona Maria I, os religiosos

de alguma forma voltarem ao magistério, como professores de aulas régias. Isso fez com que a resistência - que ainda existia com o afastamento dos jesuítas - diminuísse e contribuiu com a diminuição dos gastos com o magistério. (Saviani, 2008).

As aulas régias foram se estendendo pelo Brasil, embora sob condições precárias de funcionamento. Os professores recebiam mal e atrasado. Eram aulas de disciplinas isoladas e sem articulação entre si. Normalmente ocorriam na casa do professor régio ou nas escolas régias (sinônimo das aulas régias). As aulas não eram organizadas de maneira coerente dada a ausência de um plano sistemático e falta de motivação discente. O funcionamento dessas aulas não impediu o estudo nos seminários ou em colégios religiosos, inclusive, algumas instituições foram criadas nos princípios das reformas pombalinas, foi o caso do Convento de Santo Antônio do Rio de Janeiro. Outra instituição criada no espírito iluminista e em consonância com as reformas de Pombal foi o seminário de Olinda, fundado pelo Bispo José Joaquim da Cunha Azeredo Coutinho. (Saviani, 2008)

## **1.4 – A vinda da família real (1808)**

### **1.4.1 – Contextualização histórica**

Enquanto a Revolução Francesa de 1789 estava em curso, com a derrubada do absolutismo (o rei da França Luís XVI, fora guilhotinado em 1793), vários países europeus de tendência absolutista declararam guerra à França tentando combater o seu exemplo. Em meio a esses conflitos destacou-se a competência militar de Napoleão Bonaparte, que assumiu o governo francês com um golpe de estado e fez da França uma potência no continente europeu. Porém posição esbarrava na Inglaterra, maior centro capitalista e industrial do período. Para superá-la Napoleão buscou um confronto direto, no entanto acabou derrotado. O que tornou evidente a superioridade inglesa. Buscou então, uma nova estratégia para derrotar os Ingleses. Como França dominava quase toda a Europa, em 1806, Napoleão decretou o Bloqueio continental, pelo decreto os países da Europa sob seu domínio ficavam proibidos de comercializar com a Inglaterra. Devido a dependência econômica que Portugal em relação a Inglaterra, o príncipe regente, D. João, substituto de sua mãe D. Maria I, não acatou a imediato a imposição do Bloqueio continental. Diante da hesitação do regente português, Napoleão em parceria com a Espanha, sua aliada, determina a invasão a Portugal em novembro de 1807. A família real e umas 15 mil pessoas abandonaram em pânico o país, fugindo para o Brasil. A frota que trazia a família Real aportou em Salvador a 22 de janeiro de 1808. (Vicentino, 1997)



### **1.4.2 As ideias pedagógicas na fase “joanina”**

Com a chegada da família real, chefiada pelo príncipe regente que se tornou o rei D. João VI em 1816, o Brasil passa pela fase “joanina”. Nessa nova fase as ideias pedagógicas oriundas do pombalismo continuam inspirando as iniciativas de D. João VI, ainda que sua prioridade seja administrativa. (Saviani, 2008)

Em razão do baixo número de homens cultos que frequentavam a corte do século XIX, D. João VI, ao instalar-se no Rio de Janeiro, viu-se na necessidade de estimular o surgimento de um ambiente propício à formação de uma elite capaz de prover os quadros administrativos da nova sede do governo imperial e formar profissionais liberais. Os cursos que preparavam os burocratas para o Estado eram os dos estabelecimentos militares, os cursos de Medicina e Cirurgia e o de matemática. (Cunha apud Soares, 2007)

Houve a necessidade da criação de quadros para a administração e para a defesa militar do reino, cuja sede agora seria no Rio de Janeiro. D. João conduziu a criação de cursos nos moldes das aulas régias, já em 1808 foi criada a Academia Real de Marinha e em 1810 a Academia Real Militar, destinadas a formar engenheiros civis e militares. Também em 1808, na Bahia, foram instituídas as aulas de cirurgia, no mesmo ano aulas de cirurgia e anatomia no Rio de Janeiro, que em 1809 daria origem ao curso de medicina. Em 1812 o laboratório de química no Rio de Janeiro. (Saviani, 2008).

Outros cursos foram criados para a formação de profissionais para o Estado, como agronomia, desenho técnico, economia política e arquitetura. (Cunha, 1980, apud Soares, 2007)

Silvestre Pinheiro Ferreira, além de filósofo e filósofo político, foi também um político que veio para o Brasil junto com a família real em 1808. Pinheiro, tendo se tornado figura importante na fase final de permanência de D. João VI no Brasil, quando ocupou pastas do exterior e da guerra. Visando contribuir para completar as reformas iniciadas por Pombal, ele buscava encontrar um lugar para o liberalismo político num sistema filosófico coerente que se harmonizasse com o pensamento tradicional incorporado à cultura portuguesa. Manifestando clara preferência pela monarquia constitucional sobre o regime republicano e reconhecendo a necessidade da reforma das instituições, afastava a via revolucionária, optando pela transição sem lutas nem ruptura. Político reformista guiado pela estratégia da conciliação, pode-se concluir que Silvestre Pinheiro se definia, em filosofia política, por um liberalismo moderado

e, em filosofia, encaminhava-se para o ecletismo. Ele foi a grande figura que formou o espírito dos conservadores brasileiros. (Saviani, 2008)

As reformas pombalinas da instrução pública se estenderam no Brasil de 1759 a 1834. Algumas características básicas são citadas abaixo:

- I) Concentração da gerência dos assuntos estudantis na figura do diretor-geral de estudos;
- II) Estatização e transformação do magistério, com organização dos exames para o exercício docente. Ficando proibido de lecionar quem não fosse aprovado nesse exame;
- III) Estatização e transformação do conteúdo de ensino que passou a ser controlado pela Real Mesa Censória, mediante a censura de livros antes utilizada pelo Santo Ofício.
- IV) Estatização e transformação da estrutura organizacional dos estudos mediante a criação das aulas régias de primeiras letras e de humanidades mantidas pelo estado com os recursos provenientes do “Subsídio Literário”.
- V) Estatização e transformação dos estudos superiores por meio de uma ampla reforma da Universidade de Coimbra. (Saviani, 2008)

## **1.5 Independência do Brasil (1822)**

### **1.5.1 – Contextualização Histórica**

Em fevereiro de 1815, O Brasil foi elevado à categoria de Reino Unido de Portugal e Algarves, deixando oficialmente de ser colônia, medida acertada no Congresso de Viena, reunião das potências que venceram Bonaparte. Com isso, buscou-se restabelecer o equilíbrio de forças na Europa e legitimar a permanência de D. João no Rio de Janeiro. Em Portugal, mesmo com a expulsão dos franceses ampliavam-se cada vez mais as dificuldades econômicas e, dada a ausência do monarca, o governo local era exercido pelo comandante militar inglês, Lord Beresford. Essa situação e a difusão intensa dos ideais iluministas determinaram a eclosão, na cidade do Porto, em 1820, de uma revolução liberal. A luta anti-absolutista ganhava força na Europa e os princípios constitucionais eram proclamados em vários pontos do continente. Em Portugal, os rebeldes do Porto decidiram pela convocação das Cortes, assembleia encarregada de redigir uma constituição para Portugal. Ao mesmo tempo, exigiram o imediato

regresso de D. João VI e o afastamento de Beresford. O sucesso da revolução liberal do Porto e o receio de perder a coroa obrigaram D. João VI a retornar à Portugal, em 1821, deixando em seu lugar seu filho D. Pedro como príncipe regente.

As cortes portuguesas de um lado defendiam o liberalismo em Portugal, reformulando a estrutura política lusa segundo os princípios europeus. Por outro lado, no entanto, vislumbravam que a solução para as dificuldades econômicas passava pelo restabelecimento do pacto colonial. Para isso procuravam instituir medidas visando à recolonização do Brasil, como restaurar antigos monopólios, reimplantar privilégios portugueses e anular autonomia administrativa implantada por diversos órgãos criados por D. João. Ordens vindas de Lisboa promoveram a transferência de várias repartições governamentais e exigiram o imediato regresso de D. Pedro a Portugal, sob a justificativa de que era preciso completar sua formação cultural. Tais medidas foram mal recebidas pelos brasileiros, que perceberam as reais intenções das Cortes de Lisboa e não estavam dispostos a retornar a situação anterior a 1808.

D. Pedro apoiado por grupos pró-independência resolveu não acatar a ordem vinda de Portugal fazendo com que algumas tropas Portuguesas, comandadas por Jorge de Avilez, se manifestassem contra ele. A intervenção pessoal de D. Pedro forçou Avilez a abandonar o Rio de Janeiro, pouco tempo depois, os ministros portugueses se demitiram levando D. Pedro a organizar um novo ministério, formado só por brasileiros, sob a chefia de José Bonifácio, um dos mais ativos defensores da independência. Em 7 de setembro de 1822, D. Pedro proclama a independência do Brasil às margens do rio Ipiranga em São Paulo, oficializando a separação do Brasil frente a Portugal. Em seguida foram derrotadas as tropas portuguesas sediadas no Brasil e contrárias à independência e D. Pedro foi coroado imperador do Brasil com o título de D. Pedro I. (Vicentino, 1997)

### **1.5.2 – A Assembleia Constituinte e Legislativa de 1823**

Após a proclamação da independência, a tarefa de dar estrutura jurídico-administrativa para o novo país impunha, como primeiro passo, a elaboração e promulgação de uma constituição. Por decreto baixado em 3 de junho de 1822, D. Pedro I convocou a Assembleia Geral Constituinte e Legislativa. No discurso o imperador destacou a necessidade de uma legislação especial sobre instrução pública. A Comissão de Instrução Pública da Assembleia Geral Constituinte e Legislativa apresentou um projeto que procurava, mediante a instituição

de um prêmio à melhor proposta, estimular o surgimento de um Tratado Completo de Educação da Mocidade Brasileira”.

As discussões que travaram em torno desse projeto revela a importância do tema que requeria uma solução urgente e prioritária: a organização de um sistema de escolas públicas, segundo um plano comum, a ser implantado em todo território do novo Estado.

No entanto o projeto de estímulo ao Tratado Completo de Educação da Mocidade Brasileira foi deixado de lado. A Assembleia Constituinte e Legislativa foi dissolvida por Dom Pedro I em 12 de novembro de 1823. Com a dissolução da Assembleia Constituinte, o imperador outorgou, em 25 de março de 1824, a primeira Constituição do Império do Brasil, que se limitou a afirmar, no inciso 32 do último artigo (179) do último título (VIII), que a instrução primária seria gratuita a todos os cidadãos. (Saviani, 2008)

### **1.5.3 O problema nacional da instrução pública**

Reaberto o parlamento em 1826 sobressaiu-se um projeto que pretendia o regular o ensino em quatro graus.

O 1º grau – a pedagogias – abrangia os conhecimentos elementares necessários a todos independentemente da sua situação social ou profissão, compreendendo a escrita, princípios de matemática e os conhecimentos morais, físicos e econômicos, indispensáveis em todas as circunstâncias e empregos.

O 2º grau – os liceus – voltava-se para a formação profissional compreendendo os conhecimentos relativos à agricultura, à arte e ao comércio, na forma como são desenvolvidos pelas ciências morais e econômicas. A duração do curso seria de três anos.

O 3º grau – os ginásios – Compreendia os conhecimentos científicos gerais, como introdução o estudo aprofundado das ciências.

Finalmente o 4º grau – as academias – destinava-se ao ensino das ciências abstratas e de observação, consideradas em sua maior extensão e em todas as mais diversas relações com a ordem social, compreendendo-se, além disso, o estudo das ciências morais e políticas.

Infelizmente essa ambiciosa proposta não entrou em discussão. Porém para Saviani (2008) seu registro é importante porque sinaliza a presença das ideias modernas que preconizavam a educação pública.

#### **1.5.4 A primeira lei de educação do Brasil independente**

Ao invés de um projeto abrangente e minucioso a Câmara dos deputados preferiu ater-se a um modesto projeto limitado à escola elementar que resultou na lei de 15 de outubro de 1827, que determinava a criação de Escolas de primeiras letras. Havia na lei a obrigatoriedade do método e da forma de organização preconizados pelo “ensino mútuo”. No artigo 6º estava estipulado os tópicos que os professores deveriam ensinar: ler, escrever, as quatro operações de aritmética, proporções, noções de geometria, gramática, doutrina da religião católica, entre outros. Essa primeira lei de educação do Brasil independente tratava de difundir a luzes, garantindo, em todos os povoados, o acesso aos rudimentos do saber que a modernidade considerava indispensáveis para afastar a ignorância. (Saviani, 2008)

#### **1.5.5 O método mútuo**

Proposto e difundido pelos ingleses Andrew Bell, pastor da igreja Anglicana e Joseph Lancaster, da seita dos Quakers, o método mútuo, também chamado de monitorial ou lancastariano, baseava-se no aproveitamento dos alunos mais adiantados como auxiliares do professor no ensino de classes numerosas. Embora esses alunos tivessem papel central na efetivação desse método pedagógico, o foco não era posto na atividade do aluno. Na verdade, os alunos guindados à posição de monitores eram investidos de função docente. O método supunha regras rigorosas de disciplina. Esse método erigia a competição em princípio ativo do funcionamento da escola. (Saviani, 2008)

#### **1.5.6 A Reforma Couto Ferraz**

Se a lei das escolas de primeiras letras tivesse viabilizado, de fato, a instalação de escolas elementares em todas os locais populosos, como se propunha, teria dado origem a um sistema nacional de instrução pública. Entretanto, isso não ocorreu. Em 1834, por força da aprovação

do Ato Adicional à Constituição do Império, o governo central desobrigou-se de cuidar das escolas primárias e secundárias transferindo essa incumbência para os governos provinciais.

Na primeira metade do século XIX, portanto, sob vigência da Lei das Escolas de Primeiras Letras, a instrução pública caminhou a passos lentos. As críticas principais recaíam sobre a insuficiência quantitativa, falta de preparo, baixa remuneração, pouca dedicação dos professores, ineficiência do método mútuo, entre outras. A situação estava precisando de uma ampla reforma da instrução pública.

Coube a Luiz Pedreira do Couto de Ferraz, ministro do império, em 17 de fevereiro de 1854, aprovar o Regulamento para a reforma do ensino primário e secundário do Município da Corte. Esse regulamento ficou conhecido como “Reforma Couto Ferraz”.

Minucioso documento que tratava da inspeção dos estabelecimentos de ensino, públicos e particulares de instrução primária e secundária, das faltas de professores e diretores. Outro aspecto característico desse regulamento refere-se a adoção do princípio da obrigatoriedade do ensino. Havia a determinação do pagamento de multa para os pais ou responsáveis por crianças de mais de 7 anos que a elas não garantissem o ensino elementar. Esse aspecto associado a figura do inspetor geral de estudos, responsável controlar informações importantes sobre o ensino, indica que a ideia de um sistema nacional de ensino começava a se estruturar a partir dessa reforma.

A concepção pedagógica era centralizadora, fato atestado pelo papel do Inspetor geral. A finalidade das escolas absorvia as ideias iluministas, com o derramamento das luzes “conhecimento” por todos os habitantes do país. Importante ressaltar que esse conhecimento deveria se difundir a todos os habitantes livres, nesse caso os escravos estavam explicitamente excluídos. Eles não podiam efetuar matrículas nem frequentar escolas.

A organização do ensino tinha por base um currículo elementar compreendendo a instrução moral e religiosa, a leitura e escrita, as noções essenciais de gramática, os princípios elementares de aritmética, o sistema de pesos e medidas do município, a serem desenvolvidos nas escolas primárias. Esse currículo básico deveria ser enriquecido nas escolas primárias de segundo grau. No que se refere a formação de professores, as escolas normais eram consideradas onerosas e ineficientes, assim estava previsto a substituição das escolas normais pelos professores adjuntos. A ideia pedagógica aí presente era a de formação prática. Destaca-se que esse entendimento de um ensino estreitamente ligado à prática pode ser reconhecido como a ideia-força da Reforma Couto Ferraz. Ela se faz presente não apenas no que se refere à formação de professores mas também é explicitada no centro do currículo que prevê: o estudo

do sistema de pesos e medidas do município e das províncias, o desenvolvimento da aritmética em suas aplicações práticas, as ciências físicas e história natural aplicáveis aos usos da vida. Do ponto de vista didático-pedagógico, o regulamento prevê um exame rigoroso para os candidatos a docência. Assim a reforma afasta-se oficialmente do método mútuo proposto na legislação desde 1827. Tanto a instrução primária quanto a secundária na realidade eram muito diferentes do que se previa no regulamento de 1854. Porém a reforma serviu como referência de instrução pública em outras províncias principalmente no tocante a obrigatoriedade do ensino primário. Os vários e sucessivos projetos de reforma do ensino apresentados nos anos subsequentes ao regulamento de 1854 mostram sua pouca efetividade prática. Entre os vários dispositivos não implementados estava a substituição das escolas normais pelos professores adjuntos. Assim os anseios de reformas prosseguiram e ganham força especialmente no meado da década de 1860. (Saviani, 2008)

### **1.5.7 A Reforma de Leôncio de Carvalho**

O decreto de n. 7.247, de 19 de abril de 1879, reforma o ensino primário, secundário e superior no município da Corte, o documento ficou conhecido como Reforma Leôncio de Carvalho. A essência da reforma fica explícita nos primeiros parágrafos quando torna livre o ensino primário e secundário no município da Corte e o superior em todo Império.

Em continuidade com a Reforma Couto Ferraz, a Reforma Leôncio de Carvalho mantém a obrigatoriedade do ensino primário dos 7 aos 14 anos, a assistência do Estado aos alunos pobres, a organização primária em dois graus com um currículo semelhante. Em ruptura com a reforma anterior, regulamenta o funcionamento das Escolas Normais fixando o seu currículo, nomeação dos docentes, o órgão dirigente e a nomeação dos funcionários. Inovando, prevê a criação de jardins de infância para as crianças de 3 a 7 anos, bibliotecas e museus escolares, permissão a particulares para abrir cursos livres em salas dos edifícios em salas dos edifícios das Escolas ou Faculdades do Estado. Em relação a reforma anterior, a Reforma Leôncio Carvalho levou bem mais longe a inclusão de dispositivos referente ao funcionamento da educação nas províncias.

Se a Lei de Primeiras Letras procurou equacionar a questão didático-pedagógica com o método do ensino mútuo e a Reforma Couto Ferraz o fez pela via do ensino simultâneo, a Reforma Leôncio de Carvalho sinaliza na direção do método do ensino intuitivo. Esse dispositivo pedagógico conhecido como método intuitivo foi concebido com o intuito de

resolver o problema da ineficiência do ensino. Segundo o método intuitivo o ensino deve partir de uma percepção sensível. O princípio da intuição exige o oferecimento de dados sensíveis a observação e à percepção do aluno. Desenvolve-se, então, todos os processos de ilustração com objetos, animais ou suas figuras.

A reforma Leôncio de Carvalho foi o último dispositivo legal na política educacional do Império Brasileiro. O ensino livre de Leôncio de Carvalho expressa a culminância no final do Império de uma tendência que já se manifestara logo após a independência quando uma Lei de 20 de outubro de 1823 abria caminho à iniciativa privada ao tornar livre a instrução, permitindo a qualquer um abrir escola independentemente de exame ou licença. Embora a iniciativa privada não chegasse a suplantiar as escolas públicas no âmbito da instrução elementar, no nível secundário sua supremacia era total. Aí a iniciativa pública limitava-se ao Colégio Pedro II, ficando todos os cursos preparatórios, além de alguns renomados colégios, na esfera privada. (Saviani, 2008)

## **1.6 – Proclamação da República (1889)**

### **1.6.1 – Contextualização Histórica**

A situação financeira do Brasil durante o primeiro reinado (1822-31), foi de dificuldade. A dívida externa do Brasil, junto à Inglaterra, aumentava. Havia também um descontentamento por parte dos setores da elite agrária e dos grupos urbanos com o autoritarismo do imperador. D. Pedro I passou a ser alvo e críticas constantemente. A participação de D. Pedro I na questão sucessória de Portugal, por ocasião da morte de D. João VI, em 1826, foi outro elemento que acarretou a oposição ao imperador. A morte do rei de Portugal fazia de D. Pedro I o herdeiro natural ao trono lusitano, o que reacendeu entre os brasileiros o temor da recolonização. Pressionado por brasileiros, D. Pedro abdicou à Coroa portuguesa em favor da sua filha Maria da Glória, de apenas 7 anos de idade, determinando que seu irmão e pretendente ao trono, exercesse a regência até a maioridade de Maria da Glória. Entretanto, D. Miguel proclamou-se o novo rei de Portugal. D. Pedro moveu uma guerra contra o irmão financiando tropas que trouxe um enorme prejuízo ao Brasil. Em meio à radicalização das oposições D. Pedro I abdica o trono em favor do seu filho de 5 anos, D. Pedro de Alcântara e embarca para Portugal. Em Portugal D. Pedro I enfrenta D. Miguel e recupera o trono tornando-se D. Pedro IV. No Brasil o governo passa a ser governado por uma regência e o futuro imperador fica sob os cuidados de José de Bonifácio. Encerrado a fase regencial em 1840, por intermédio do golpe da



maioridade, D. Pedro II inaugura a fase do segundo reinado no Brasil. A partir dos anos 70 do século XIX teve início a decadência do Segundo Reinado, repleta de crises que desembocaram no movimento republicano de 1889. O desgaste do regime imperial pode ser atribuído a diversos fatores, destacando-se o fim da escravidão (1888), os choques com a igreja, o avanço do movimento republicano e o conflito com o exército. O republicanos aproveitaram a crise para divulgar o boato segundo o qual o governo iria desencadear violenta repressão aos oficiais do exército, incluindo as prisões de Deodoro da Fonseca. Então no dia 14 de novembro de 1889, à noite, rebelaram-se as unidades militares estacionadas em São Cristóvão, no Rio de Janeiro e na manhã do dia seguinte, sob comando de Deodoro da Fonseca, D. Pedro II foi deposto. Na tarde do mesmo dia, na Câmara Municipal do Rio de Janeiro, José do Patrocínio, declarava a proclamação da República. (Vicentino, 1997)

### **1.6.2 – Educação no Brasil na primeira República (1889-1930)**

A pedagogia do método intuitivo manteve-se como referência durante a Primeira república, sendo que na década de 1920 ganha corpo o movimento da Escola Nova, que irá influenciar várias reformas da instrução pública no final dessa década. (Saviani, 2008). Durante o período conhecido como República Velha (1889-1930) o governo federal empreendeu diversas reformas na educação principalmente nos, atuais, ensinos médio e superior. (Palma Filho, 2005)

É importante salientar as dificuldades que o Brasil passava para a implementação da ideia de um sistema nacional de ensino no século XIX. Assim, a ideia de sistema nacional de ensino foi pensada no século XIX enquanto forma de organização prática da educação, constituindo-se numa ampla rede de escolas que abrangia todo o território nacional. Essa implementação requeria, portanto, significativo investimento financeiro. Surge daí uma primeira hipótese explicativa das dificuldades para a realização da ideia de sistema nacional de ensino no Brasil do século XIX: as condições materiais precárias decorrentes do insuficiente financiamento do ensino. Para se ter uma ideia, durante os quarenta e nove anos do período referente ao Segundo Império (1840-1888), a média anual dos recursos investidos em educação foi de 1,8% do orçamento do governo imperial, investimento irrisório. Dessa forma o sistema nacional de ensino não se implementou e o país foi acumulando um déficit histórico em matéria de educação. (Saviani, 2008)

Além dos problemas financeiros existe também o problema relacionado a mentalidade pedagógica. Assim, numa sociedade determinada, dependendo das posições ocupadas pelas diferentes forças sociais, estruturam-se diferentes concepções filosófico-educativas às quais correspondem específicas mentalidades pedagógicas. No Brasil da segunda metade do século XIX, três mentalidades pedagógicas delinearam-se com razoável nitidez: a tradicionalista, liberal e cientificista. As duas correspondiam com o espírito moderno que se expressava no laicismo do Estado, da cultura e da educação. Era de se esperar que os mentores dessas mentalidades formulassem as condições para a realização da ideia de sistema nacional de educação. No entanto, a mentalidade cientificista, de orientação positivista, declarando-se adepta da completa “desoficialização” do ensino, acabou por converter-se em mais um obstáculo à realização da ideia de sistema nacional de ensino. Na mesma direção comportou-se a mentalidade liberal que, em nome do princípio de que o Estado não tem doutrina, chegava a advogar seu afastamento do âmbito educativo. A referida tensão balizou o pensamento pedagógico e a política educacional o longo da Primeira República. (Saviani, 2008)

Logo após a proclamação, José Veríssimo publica, em 1890, a obra *A educação nacional*, em que pretende dar indicações da reforma educativa. No plano federal o regime republicano expressou essa tensão na política educacional oscilando entre a centralização (oficialização) e descentralização (desoficialização). Assim, após a reforma Benjamin Constant, de 1890, cuja tensão passou antes pela organização curricular do que pelo aspecto administrativo, já que, em contraposição à predominância dos estudos literários procurou introduzir as matérias científicas. O então presidente Campos Sales (1898-1902), achava necessário consolidar a legislação que se caracterizava por enorme dispersão, assim providenciou a elaboração de um Código Civil. Tarefa semelhante foi imposta no campo da educação, o que deu origem a Lei Orgânica do Ensino que ficou conhecida como Código Epitácio Pessoa. Esse Código, se bem ratificasse o princípio de liberdade de ensino da Reforma Leôncio de Carvalho, equiparou as escolas privadas às oficiais, mediante rigorosa inspeção dos currículos, e pôs fim à liberdade de frequência que havia sido instituída em 1879 por Leôncio de Carvalho. Mas a Reforma Rivadávia Correa, em 1911, volta a reforçar a liberdade de ensino e a desoficialização. Diante das consequências desastrosas, uma nova reforma, a de Carlos Maximiliano, instituída em 1915, reoficializou o ensino e introduziu o exame vestibular a ser realizado nas próprias faculdades, podendo a ele submeter-se apenas os candidatos que dispusessem de diploma de conclusão do curso secundário. O ciclo das reformas federais do ensino na Primeira República fecha-se em 1925, com a Reforma João Luís Alves/Rocha Vaz.

Entre as várias características que marcaram essa reforma, a principal, conforme reconhecimento geral, foi a introdução do regime seriado no ensino secundário. (Saviani, 2008)

### **1.6.3 – O movimento da Escola Nova**

Com a quebra da bolsa de Nova Iorque, em 1929, o Brasil se torna incapaz de sustentar a política econômica adotada em 1910 em relação ao café. Este fato, somado a uma série de outros descontentamentos, de que fora palco a nação brasileira durante o período de 1920 a 1930, culminou na chamada Revolução de 1930, tendo à frente o político gaúcho Getúlio Vargas.

Foram muitas as iniciativas tomadas por Getúlio Vargas no terreno da educação. Em 14 de novembro de 1930, criou o Ministério da Educação e da Saúde Pública.

Os principais acontecimentos no campo educacional ou com repercussão no setor educacional foram: criação no Ministério da Educação e Saúde Pública, Reforma do Ensino Secundário e do Ensino Superior, Manifesto dos Pioneiros pela Educação Nova (1932), Constituição Federal de 1934 e Projetos de reforma educacional oriundos da sociedade civil.

Os anos de 1930 são marcados por intensa disputa ideológica no campo político, econômico e, como não poderia deixar de ser, também, no âmbito educacional. Trata-se de uma conjuntura que não é apenas brasileira. Na Europa, assiste-se à consolidação do fascismo na Itália, do stalinismo na URSS e à ascensão do nazismo na Alemanha.

Essa situação na Europa não poderia deixar de influenciar os ânimos também em nosso país, particularmente, no campo político e na esfera educacional. Assim é que, no campo político, rivalizam-se a ANL (Aliança Nacional Libertadora), sob a principal influência dos comunistas liderados por Luiz Carlos Prestes, o cavaleiro da esperança, e a AIB (Ação Integralista Brasileira), sob a liderança de Plínio Salgado e com forte apoio da igreja católica.

Essa divisão no campo político repercute no âmbito educacional. De um lado, estão intelectuais liberais, socialistas e comunistas, alguns deles, protagonistas de reformas educacionais em seus estados de origem, agrupados em torno do movimento conhecido como Escola Nova; de outro lado, católicos e conservadores de diferentes matizes ideológicos, reunidos em torno de um projeto conservador de renovação educacional.

As divergências concentram-se, basicamente, ao redor de quatro pontos: Obrigatoriedade para todos do ensino elementar; gratuidade desse mesmo ensino; currículo escolar laico;

coeducação dos sexos. Incontestemente é o fato de que a igreja católica não aceitava perder a grande influência que ainda detinha no campo educacional.

Reunidos na Conferência Nacional de Educação, convocada no mês de dezembro de 1931 e instados por Vargas a apresentarem diretrizes para a elaboração de um projeto educacional para o país, os dois grupos não chegaram a um acordo. Diante da ocorrência, 26 participantes encarregam Fernando de Azevedo de escrever o que ficou sendo conhecido como “Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova”. (Palma Filho, 2005)

## CAPÍTULO II

### 2 – CONCEPÇÕES SOBRE A METODOLOGIA DO ENSINO E INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

Etimologicamente, considerando a sua origem grega, a palavra metodologia advém de *methodos*, que significa META (objetivo, finalidade) e HODOS (caminho, intermediação), isto é caminho para se atingir um objetivo. Por sua vez, LOGIA quer dizer conhecimento, estudo. Assim, metodologia significaria o estudo dos métodos, dos caminhos a percorrer, tendo em vista o alcance de uma meta, objetivo ou finalidade. (Manfredi, 1993)

Para a pesquisadora, a metodologia do ensino seria, então, de maneira simplista, o estudo das diferentes trajetórias traçadas/planejadas e vivenciadas pelos educadores para orientar/direcionar o processo de ensino-aprendizagem em função de certos objetivos ou fins educativos/formativos. Definição, segundo ela, conceitual e abstrata, que cabe a prática de qualquer educador como se todas as concepções e práticas metodológicas fossem semelhantes e pouco importasse diferenciá-las. Para ela o conceito de metodologia do ensino, tal como qualquer outro conhecimento, é fruto do contexto e do momento histórico em que é produzido. Sendo assim, talvez não exista apenas um conceito geral, universalmente válido de metodologia, mas sim vários, que têm por referência as diferentes concepções e práticas educativas que historicamente lhes deram suporte.

#### 2.1– A metodologia tradicional

A concepção tradicional de educação se baseia no princípio de que a metodologia do ensino permite ensinar tudo a todos de forma lógica. Lógica essa que seria atributo das inteligências adultas, plenamente amadurecidas e desenvolvidas e que possuem certa posição de classe, como pesquisadores, intelectuais, cientistas e etc. (Veiga, et. al, 1996, apud Manfredi 1993).

Os métodos de ensino neste tipo de metodologia baseiam-se na repetição de exercícios, memorização de conceitos ou fórmulas. Assim a aprendizagem nesse caso é mecânica e a transferência da aprendizagem depende do treino. (Libâneo, 1992)

Manfredi (1993) afirma que o movimento Escolanovista surge para romper essa lógica universal que escondia o totalitarismo do modelo de ensino.

## **2.2 - Metodologia Escolanovista**

A concepção de educação Escolanovista se baseia em alguns princípios que vão sustentar a sua metodologia de ensino. Esta é entendida como um conjunto de procedimentos e técnicas que visam desenvolver as potencialidades dos educandos, baseando-se nos princípios de aprender fazendo, experimentando, observando, considerando os ritmos diferenciais de um aluno para outro. Nessa concepção o aluno se torna o centro da aprendizagem. (Manfredi, 1993).

De acordo com Libâneo (1992), como o conhecimento resulta da ação a partir dos interesses e necessidades, os conteúdos de ensino são estabelecidos em função de experiências que o sujeito vivencia frente a desafios cognitivos e situações problemáticas. Assim é dado mais valor ao processo mental e habilidades cognitivas do que aos conteúdos organizados racionalmente. Trata-se de aprender a aprender, sendo mais importante a aquisição do saber do que o saber propriamente dito.

Nessa concepção metodológica não existe lugar privilegiado para o professor, seu papel é garantir o desenvolvimento livre e espontâneo da criança. A disciplina surge de uma tomada de consciência dos limites da vida grupal.

O método de ensino nas escolas novas ou ativas é conhecido como métodos ativos ou metodologias ativas.

### **2.2.1 - Metodologias ativas**

Para Manfredi (1993), as defesas dos métodos ativos e a proposta de dar vez e voz aos alunos na relação de ensino aprendizagem representam ideias chaves na concepção Escolanovista, subvertendo assim a relação poder-submissão, transformando a relação pedagógica numa relação mais simétrica de afeto camaradagem.

Para Libâneo (1992), na ideia do “aprender fazendo” valoriza-se as tentativas experimentais, a pesquisa, a descoberta, o método de solução de problemas. Embora os métodos variem as escolas ativas ou novas partem sempre de atividades adequadas à natureza do aluno e às etapas do seu desenvolvimento. Na maioria delas, acentua-se a importância do trabalho em grupo.

Os passos básicos do método ativo são:

- I – Colocar o aluno numa situação de experiência que tenha um interesse por si mesma;
- II- O problema deve ser desafiante, como estímulo a reflexão;

III – O aluno deve dispor de informações e instruções que lhe permitam pesquisar a descoberta de soluções;

IV – Soluções provisórias devem ser incentivada e ordenadas, com ajuda discreta do professor;

V – Deve-se garantir a oportunidade de colocar as soluções à prova, a fim de determinar sua utilidade para a vida.

De acordo com o autor a motivação depende da força de estimulação do problema e das disposições internas e interesse do aluno. Assim aprender se torna uma atividade de descoberta, é uma autoaprendizagem, sendo o ambiente apenas o meio estimulador. Fica retido com o aluno o que se incorpora à atividade do aluno pela descoberta pessoal.

“A aprendizagem é mais significativa quando motivamos os alunos intimamente, quando eles acham sentido nas atividades que propomos, quando consultamos suas motivações profundas, quando se engajam em projetos em que trazem contribuições, quando há diálogo sobre as atividades e a forma de realizá-las.” (Moran, 2015)

Segundo Moran (2015) uma via muito interessante para a aprendizagem ativa é a da investigação. Nela o estudante, sob orientação do professor, desenvolve a habilidade de levantar questões e problemas que buscam. Isso envolve pesquisar, avaliar situações, pontos de vistas diferentes, aprender pela descoberta, caminhar do simples para o complexo.

### **2.3 – Investigação Matemática**

De acordo com o dicionário Michaelis (2019), do Latim *Investigare*, investigar significa, etimologicamente, fazer investigações acerca de alguma coisa, seguir vestígios ou sinais, averiguar, procurar com aplicação, com diligência, examinar

Segundo Ponte et.al (2016) investigar é procurar conhecer o que não se sabe, significado semelhante ao termo pesquisar. Para os matemáticos profissionais, investigar é descobrir relações entre objetos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades matemáticas. Nesse sentido, investigar não significa que o aluno necessariamente tenha de lidar com problemas extremamente difíceis, significa sim trabalhar com questões intrigantes, que inicialmente se apresentam de maneira confusa, mas que procura-se entender e estudar de modo organizado. Investigar em matemática assume características muito, próprias,

conduzindo rapidamente à formulação de conjecturas, que se procuram testar e provar, mas o que marca de maneira veemente essa metodologia é o estilo conjectura-teste-demonstração.

Diversos estudos confirmam que investigar constitui uma excelente ferramenta na obtenção do conhecimento, os alunos têm mostrado realizar aprendizagens de grande alcance e desenvolver um grande entusiasmo pela matemática. Contudo, trata-se de uma ideia complexa com vários aspectos problemáticos, por exemplo, não é bem definida as atitudes e competências tanto dos alunos quanto dos professores no processo investigativo. Além disso existe sempre o risco de uma atividade investigativa regredir ao mero preenchimento de tabelas, ou seja, na simples aplicação de procedimentos rotineiros, fugindo dessa forma do viés proposto pelo trabalho investigativo. (Ponte et. al, 2016)

Em resumo, ensinar matemática usando a resolução de problemas é uma abordagem onde o aluno assume o lugar do matemático diante de uma situação problema. Ao se deparar com o problema ele experimenta resultados e compila informações, devendo chegar a alguma conclusão. A próxima fase, é a fase da verificação dos resultados. Embasado no princípio de que todos podem produzir matemática, a descrição desse tipo de abordagem na resolução de problemas é intitulada **Investigação Matemática**.

### **2.3.1 – Duas investigações notáveis**

#### **As Investigações de Henry Poincaré**

Henry Poincaré foi um matemático nascido em 1854 que contribuiu de maneira relevante para os estudos de análise infinitesimal além ser o pioneiro do estudo de topologia. Num processo investigativo, talvez não com a abordagem sistemática que se conhece hoje sobre investigação matemática, ele começa seus estudos tentando provar a inexistência de determinado tipo de função e conclui exatamente o contrário. No relato da sua investigação, citado por Ponte et al. (2016), o matemático passa por três fases bem distintas, a primeira experimentação de resultados e compilação de informações, sem produzir resultados palpáveis. Numa segunda fase ele passa por uma iluminação de ideias e no terceiro momento a sistematização e verificação de resultados.

“Havia já quinze dias que me esforçava por demonstrar que não podia existir nenhuma função análoga às que depois vim chamar de funções fuchsianas. Estava, então, na mais completa ignorância; sentava-me todos os dias à minha mesa de trabalho e ali



permanecia uma ou duas horas ensaiando um grande número de combinações e não chegava a nenhum resultado. Uma tarde, contra meu costume, tomei um café preto e não consegui adormecer; as ideias surgiam em tropel, sentia que me escapavam, até que duas delas, por assim dizer, se encaixaram formando uma combinação estável. De madrugada tinha estabelecido a existência de uma classe de funções fuchsianas, as que derivam da série hipergeométrica. Não tive mais que redigir os resultados, o que me levou algumas horas. Quis em continuação, representar estas funções pelo quociente de duas séries: esta ideia foi completamente consciente e deliberada, era guiado pela analogia com as funções elípticas. Perguntava a mim mesmo quais seriam as propriedades destas séries, se é que existiam, e logrei sem dificuldade formar as séries que chamei tetafuchsianas.” (Poincaré, 1996 apud Ponte et. al, 2016)

Fato interessante, também observado por Ponte et. al, no relato de Poincaré é o momento em que a ideia chave surge, quando ele estava sonolento. Não são poucas as pessoas, que costumam lidar com problemas matemáticos, que afirmam tiveram a ideia para resolver um problema em sonho. Ponte et. al. (2016) sugere que o inconsciente desempenha um papel de grande relevo no trabalho criativo dos matemáticos.

### **As investigações de Andrew Wiles**

Andrew Wiles é um matemático que se tornou famoso após conseguir resolver o famoso problema conhecido como O Último Teorema de Fermat. Fermat teria deixado o problema enunciado e no rodapé da página um escrito afirmando que não deixaria a demonstração por não caber ali. Cabe ressaltar que o problema desafiou a inteligência de diversos matemáticos por mais de trezentos anos. Muitas demonstrações foram propostas porém todas refutadas pela comunidade matemática. Alguns, inclusive, chegaram a achar que Fermat teria se enganado e que de fato não teria chegado a demonstração do seu problema, enunciado abaixo:

Se  $n$  é um número natural maior que 2, não existe nenhum terno de números naturais  $x, y$  e  $z$  que satisfaça a equação:  $x^n = y^n + z^n$

Mas em 1994, Wiles conseguiu encontrar uma demonstração convincente. Ele já havia apresentado uma demonstração em 1993, porém estava incompleta, então no ano seguinte ele apresentou uma nova demonstração que foi aceita pela comunidade matemática.

Num relato de Wiles, ele deixa claro a sua paixão por problemas matemáticos, despertara esse sentimento desde cedo pois havia tido um professor que usava investigação

matemática em sala de aula. Esse poderoso processo de construção de conhecimento certamente foi fator crucial para que ele demonstrasse o famoso Último Teorema de Fermat.

Ponte et. al (2016) afirma que, descobertas realizadas por matemáticos, que se valeram de processos investigativos, sugere que os jovens devem ter contato com esse tipo de abordagem o quanto antes. Os alunos podem experimentar um sabor diferente da matemática em sala de aula. O sabor da criação. Ele afirma ainda que aprender matemática não é simplesmente compreender a matemática já feita, mas ser capaz de investigar os conceitos numéricos, obviamente, possíveis dentro de cada faixa etária. E somente dessa forma é possível despertar a paixão pelas descobertas. (Ponte et. al, 2016)

“Aprender matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar” (Brauman, 2002, apud Ponte et. al 2016)

### **2.3.2 As faces da matemática**

A grandeza da matemática chega assustar algumas pessoas, principalmente o aluno quando na sua formação escolar. Devido a essa relevância para sociedade, muitos a enxergam como algo intangível, a colocam numa posição de exclusividade para gênios. Essa visão da matemática termina por afastar, principalmente, os alunos. Eles a encaram como uma disciplina extremamente difícil e portanto impossível de aprender.

Porém a matemática não se resume a contas complicadas, encadeadas num raciocínio lógico sistematizado. Ela é muito maior que isso.

Ponte et. al. (2016), constata que o trabalho de Poincaré ilustra o processo de criação fértil em acontecimentos inesperados. Contrastando fortemente com a imagem usual dessa ciência, como um corpo de conhecimento organizado de forma lógica e dedutiva, paradigma do rigor e das certezas absolutas.

Polya (apud Ponte et. al 2016), afirma que a matemática tem duas faces; é a ciência rigorosa de Euclides, mas é também algo mais.

“ A ciência pode ser encarada sob dois aspectos diferentes. Ou se olha para ela tal como vem exposta nos livros de ensino, como coisa criada, e o aspecto é o de um todo harmonioso, onde os capítulos se encadeiam em ordem, sem contradições. Ou se procura acompanhá-la no seu desenvolvimento progressivo, assistir à maneira como foi sendo elaborada, e o aspecto é totalmente diferente – descobrem-se hesitações, dúvidas, contradições, que só um longo trabalho de reflexão e apuramento consegue eliminar, para que logo surjam outras hesitações, outras dúvidas, outras contradições [ ... ] Encarada assim, aparece-nos como um organismo vivo, impregnado de condição humana, com as suas necessidades do homem na sua luta pelo entendimento e pela libertação; aparece-nos, enfim, como um grande capítulo da vida humana social.” (Caraça, 1958, apud Ponte et. al, 2016)

### **2.3.3 Os processos existentes numa investigação matemática**

Uma investigação matemática envolve quatro momentos principais. O primeiro é o momento em que toma conhecimento de uma situação, nessa fase ocorre a sua exploração e a formulação de questões. O segundo momento diz respeito a elaboração das conjecturas. O terceiro momento é quando ocorre a realização de testes e o refinamento das conjecturas e o no quarto momento ocorre a demonstração do trabalho realizado. Em todos os momentos descritos pode haver interação entre vários matemáticos interessado nas mesmas questões. Essa interação se torna obrigatória na fase final, quando da divulgação e confirmação dos resultados. Apenas quando a comunidade científica valida a demonstração o resultado torna-se um teorema. Antes disso tudo não passa de conjecturas ou hipóteses. (Ponte et. al, 2016)

### **2.3.4 As investigações como tarefas matemáticas**

Existe diferença entre um exercício, um problema e uma investigação matemática. Um exercício é uma questão onde o aluno dispõe de um método para a sua resolução imediata. Obviamente, existem exercícios em vários níveis de dificuldade o que pode necessitar de conhecimentos mais sofisticados de outros métodos resolutivos para a sua aplicação. Já um problema é uma questão que não apresenta um método de resolução. Tanto nos exercícios quanto nos problemas existe a clareza do que é dado e o que é pedido, a solução é sabida de antemão pelo professor e a resposta do aluno é dicotômica – certa ou errada. No caso da

investigação, não existe uma definição exata da questão, cabendo a quem investiga o papel de definir melhor o que se quer investigar. (Ponte et. al, 2016)

Segundo Ponte et. al, em qualquer disciplina o envolvimento ativo do aluno é condição necessária para o desenvolvimento da aprendizagem. O conceito de investigação matemática ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade genuína. O aluno é convidado a agir como matemático, não só na formulação de questões mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com seus colegas e professor.

### **2.3.5 – A aula de investigação**

Numa aula de investigação nunca é possível prever os acontecimentos, devido aos diversos rumos que a atividade pode tomar. Até porque não existe uma pergunta pronta como no caso de um problema matemático, também não existe uma resposta certa previamente determinada. Numa investigação os alunos podem inclusive chegar a resultados desconhecidos pelo professor.

Uma atividade investigativa é dividida em três etapas, que pode ser desenvolvida em apenas uma aula ou dividida em mais aulas. A primeira fase constitui a introdução da atividade pelo professor que pode ser feita de forma escrita ou oral. A segunda fase é a fase da investigação que pode ser realizada aos pares, em grupos ou com toda a turma. Já na terceira fase ocorre a discussão dos resultados, onde os alunos relatam aos colegas sobre os resultados encontrados. (Ponte et. al., 2016)

#### **A primeira fase da aula**

Nesta fase o professor precisa estar certo que o aluno está em condições de praticar uma atividade investigativa. A medida que o aluno vai ganhando experiência com esse tipo de abordagem esta fase vai se tornando mais fácil e o aluno se sente mais confortável para desenvolver. Porém, se o entendimento sobre esse modelo de atividade não ficar claro para o aluno, todo o andamento da aula ficará comprometido. E a aula pode se reduzir a um mero preenchimento de tabelas. Então convém que o professor antes de introduzir a atividade, propriamente dita, perca algum tempo explicando a atividade investigativa para os alunos. (Ponte et. al, 2016)

#### **A segunda fase da aula**

Nessa fase o professor passa a ser um observador. O aluno é o sujeito ativo da aula, cabe ao professor prestar o apoio necessário porém deixando o aluno exercer o esforço intelectual. No caso das formações em grupos, a medida que os alunos começam a interagir entre si, vai se definindo o rumo da investigação que eles estão seguindo. Outros grupos, por exemplo, podem seguir para caminhos distintos. É importante salientar que nesse momento o professor deve ficar atento ao desenrolar da atividade, pois tanto trabalhar em grupo como investigar, sendo inédito ao alunos, pode atrapalhar a gestão do professor em sala de aula e por todo um trabalho a perder. Nessa fase espera-se que os alunos explorem e formulem questões, formulem conjecturas e testem as conjecturas.

### **A terceira fase da aula**

Nessa fase ocorre a discussão da investigação, o momento em que os alunos partilham os conhecimentos. Os alunos podem por em confronto suas estratégias, cabendo ao professor desempenhar o papel de moderador. O professor deve dar voz aos resultados mais significativos da investigação e estimular os alunos a questionarem-se mutuamente. Essa fase deve primar também por uma reflexão sobre o trabalho realizado e a sistematização das principais ideias. É um momento importante para a justificação matemática das suas conjecturas na tentativa de fazer o aluno perceber o sentido de uma demonstração matemática. Essa discussão é muito importante pois cria no aluno um significado mais rico sobre investigação além de fazê-lo refletir sobre seu trabalho e ampliar o seu poder de argumentação. Sem essa discussão final corre-se o risco de se perder o sentido da investigação. Daí a necessidade do professor planejar a aula com maestria, se preocupando com o espaço da aula, o tempo e o conteúdo a ser explorado.

### **A escolha certa do problema**

Num processo de investigação matemática o primeiro passo é a escolha do problema. O professor não deve escolher um problema de extrema dificuldade a ponto de desmotivar o aluno. O problema ideal é aquele que o caminho da sua solução passa por diversos momentos de aprendizagens.

Quando trabalhamos num problema, o nosso objetivo é naturalmente resolvê-lo. No entanto, para além de resolver o problema proposto, podemos fazer outras descobertas que, em alguns casos, se revelam tão ou mais importantes que a solução do problema original. Outras vezes não conseguindo resolver o problema, o trabalho não deixa de valer a pena pelas descobertas imprevistas que proporciona. (Ponte et. al, 2016)

## **O papel do professor na atividade investigativa**

Numa aula de investigação, o professor desempenha um papel diferente do que ocorre numa aula tradicional o que pode levá-lo a encontrar algumas dificuldades. A aula pode tomar rumos não previstos pelo professor, representando desafios adicionais à sua prática. (Ponte et. al, 2016)

Para Ponte et.al. (2016), o professor deve dar autonomia para o aluno afim de que flua o processo investigativo. Por outro lado o professor deve garantir que o processo seja relevante para a aprendizagem da disciplina matemática. Assim no processo da investigação o professor deve desempenhar papéis diversos. Desafiar os alunos, avaliar seu progresso, raciocinar matematicamente e apoiar o trabalho deles.

### **Desafiando os alunos**

Na introdução da atividade investigativa é necessário que os alunos estejam motivados. O professor precisa criar o ambiente adequado, por outro lado o professor precisa escolher adequadamente a tarefa que seja capaz de desafiar o aluno. Essa fase da aula é fundamental para criar o espírito interrogativo perante as ideias matemáticas. Nessa fase é muito comum que os alunos busquem respostas para as questões colocadas pelo professor – os alunos demoram a entender que a investigação não se reduz a certo e errado – o que leva os alunos a serem mais afirmativos do que interrogativos. O professor deve procurar combater essa ideia mostrando como é possível formular boas questões sobre a proposta apresentada.

A tarefa de desafiar o aluno não se limita a essa parte da investigação. O professor deve continuar desafiando o aluno durante a atividade, principalmente quando surge um impasse entre eles. Por isso o professor deve estar sempre atento ao trabalho dos alunos. (Ponte et. al, 2016)

### **Progresso dos alunos**

Uma outra tarefa importante desenvolvida pelo professor é a de avaliar o progresso dos alunos. É necessário ficar atento com a forma que os alunos estão encarando a atividade, pois pode acontecer deles encararem a tarefa como um exercício buscando uma resposta. Trabalhando nesse caso de maneira puramente tradicional. Isso vai acontecer quando os alunos ainda não estiverem acostumados com a investigação matemática. Considerando que

geralmente as investigações são realizadas em pequenos grupos, o professor deve ficar o mais próximo de cada um deles, recolhendo o máximo de informações possíveis, procurando compreender o pensamento de cada aluno. Constitui um desafio para o professor perceber aonde os alunos querem chegar, pois, certamente, os alunos não tem maturidade para produzir uma escrita organizada, apresentam muitas limitações na comunicação matemática oral e além do mais o professor não tem como acompanhar todo o processo. Assim o professor deve ter paciência para escutá-los e fazer um esforço sério para compreendê-los, evitando corrigir cada afirmação ou conceito matemático pouco correto. (Ponte et. al, 2016)

### **Raciocinando matematicamente**

Numa aula em que os alunos estão trabalhando com investigações matemáticas é necessário que o professor raciocine matematicamente e de modo autêntico. Dada a natureza dessa atividade é muito comum que o professor se depare com questões que ele não pensou. (Ponte et. al, 2016)

O professor Marcelo Félix<sup>4</sup> ao realizar uma investigação numérica em sala de aula se deparou com uma situação inédita. Ele conduzia com os alunos uma investigação no triângulo de Pascal, quando um dos alunos observou uma certa característica nas linhas do triângulo. Ele percebeu que os algarismos, em cada linha do triângulo, formavam potências de 11 se fossem agrupados. Por exemplo, na primeira linha tem o número 1 - ( $11^0$ ), na segunda linha os algarismos 1 e 1, se agrupados formam o número 11 - ( $11^1$ ), na terceira linha temos os algarismos 1, 2 e 1, se agrupados formam o número 121 - ( $11^2$ ) e assim sucessivamente. Marcelo nunca tinha tomado conhecimento dessa propriedade e tampouco conhecera sua validade para as outras linhas.

Para Ponte et. al. (2016) esta situação que ocorreu com o professor Marcelo é uma ocasião privilegiada, pois o aluno formulou uma conjectura que o professor não havia pensado. Assim o professor tem a oportunidade de evidenciar como se aborda o teste de conjecturas, pensando em voz alta com os alunos.

Uma outra questão importante para o professor é a justificção da conjectura. Conjecturas, aparentemente, simples podem apresentar processos de prova bastante complexos.

---

<sup>4</sup> Félix, Marcelo, Investigação matemática no ensino fundamental: relato de atividades com estudantes do sexto e oitavo anos, Dissertação de mestrado (PROFMAT-UNIRIO, 2020).

O último teorema de Fermat comprova essa frase. Então caberá ao professor avaliar se é apropriado pensar na demonstração ou se é melhor deixar para um momento posterior.

### **Apoiando o trabalho dos alunos**

O apoio dado pelo professor assume várias formas, como colocar questões mais ou menos diretas, fornecer ou recordar informações relevantes, fazer sínteses e promover a reflexão dos alunos.

Numa aula com investigações, o professor deve, sem dúvida, privilegiar uma postura interrogativa. As questões que o professor deve fazer, muitas das vezes deve ter a intenção de clarificar ideias, que é o caso quando o aluno tentar conjecturar alguma coisa mas sua fala não é muito clara. Outro caso é quando o aluno faz pergunta direta ao professor lhe colocando uma questão, nesse caso a melhor estratégia é devolver a pergunta levando a refletir mais sobre o seu problema. Uma das grandes vantagens de apresentar uma postura investigativa é a de ajudar os alunos a compreenderem que o papel do professor em sala é o de apoiar o aluno e não de validar. Assim perguntas como “Está certo professor?”, “É isso que é pra fazer?” devem ouvir-se cada vez menos à medida que os alunos interiorizam qual é o papel do professor nessas aulas.

As vezes também é necessário que o professor recorde determinadas informações de conteúdo para garantir que o fluxo da investigação não seja prejudicado. Até porque os alunos, por vezes, não compreendem certos conceitos importantes para a atividade.

Outro aspecto importante do papel do professor ao apoiar os alunos é de promover a reflexão desses sobre o seu trabalho. É importante ajudá-los a fazer uma síntese da atividade, descrevendo os seus avanços e recuos, os objetivos que tinham em mente e as estratégias que seguiram. Mais uma vez, torna-se necessário que o professor questione para que os alunos compreendam que aquilo que se pretende não é dizer se está certo ou errado, mas que reflitam sobre o processo investigativo, de forma a aprenderem com e sobre ele. A busca de justificações matemáticas para as suas conjecturas é uma das formas que ajuda a dar sentido à investigação realizada e que na medida do possível não deve ser negligenciada pelo professor. (Ponte et. al, 2016)



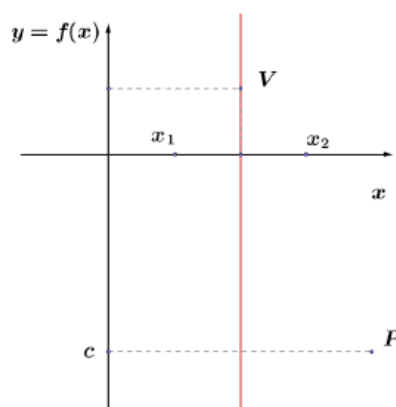
### 2.3.6 - Relato de uma investigação numérica

O processo investigativo as vezes acontece de maneira espontânea. Em alguns casos mesmo o professor não tendo preparado uma aula específica, voltada para o método investigativo em sala de aula, o processo investigativo surge de maneira natural quando, de alguma forma, o professor consegue despertar no aluno a natureza investigativa. Foi o que aconteceu numa aula do professor Leonardo de Oliveira Muniz.

Numa turma do 1º ano do ensino médio, numa aula cujo tema era sobre função quadrática o professor ensinava aos alunos a fazer o esboço da função do 2º grau. Para isso o professor utilizava de 5 passos para que o aluno conseguisse realizar tal exercício. Os passos eram os seguintes:

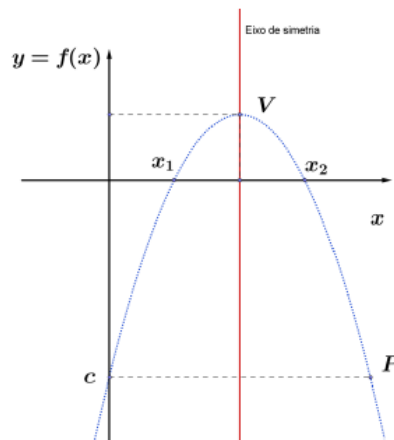
- 1º - Observar a concavidade da função quadrática (quando  $a > 0$  ou  $a < 0$ );
- 2º - Verificar a existência de raízes, caso existam denotar por  $x_1$  e  $x_2$ ;
- 3º - Calcular as coordenadas do vértice da parábola  $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$  e traçar o eixo de simetria;
- 4º - Obter a intersecção da parábola com o eixo das ordenadas  $(0, c)$
- 5º - Plotar o ponto P, simétrico ao ponto  $(0, c)$  em relação ao eixo de simetria.

A figura seguinte ilustra os cinco pontos a serem plotados no plano cartesiano com os passos citados acima, numa função quadrática com  $a > 0$  e  $\Delta > 0$ .



**Figura 1: Esboço de pontos no plano cartesiano**

Após o esboço dos pontos fica fácil esboçar a parábola, conforme figura 2.



**Figura 2:Esboço da parábola, após o esboço dos pontos**

Muniz (2019) relata que a aula seguia normalmente até a resolução do exercício. Os alunos discutiam entre eles o passo 5 referente a marcação do ponto P, simétrico a  $(0, c)$ , em relação ao eixo de simetria, quando, inesperadamente, uma aluna chamada Camille Etienne afirma: “É só somar as raízes”. A aluna tinha percebido que bastava somar as raízes para encontrar o ponto P. Nesse instante surge uma discussão ainda maior entre os alunos, alguns iniciam testes em outras funções, na tentativa de refutar Camille, mas falham. O professor continua a incitar a discussão do problema surgido, questionando se a tal descoberta valeria sempre, “E quando não houver raízes?”, perguntou ele. Nesse momento o professor aproveita para inserir a noção de conjectura e a ideia de contraexemplo e deixa claro para os alunos a necessidade da demonstração matemática.

O professor pede atenção da turma e começa o processo de demonstração a partir da afirmativa:

“O Ponto P, simétrico do ponto  $(0, c)$ , com relação ao eixo de simetria da parábola, tem como abscissa o número real  $x_p = x_1 + x_2$ , onde,  $x_1$  e  $x_2$  são as raízes da função quadrática

$$f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$$

Em seguida o professor demonstra que tal afirmativa é verdadeira. A aula termina com a formulação do Teorema de Etienne, que, obviamente, levou esse nome em homenagem a aluna.

**(Teorema de Etiene)** Considere a função quadrática  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$ . Então o ponto  $P = (x_e, c)$  simétrico, com relação ao eixo de simetria da parábola, ao ponto  $(0, c)$  é tal que o número  $x_e$  é igual a soma das raízes da função  $y = f(x)$ , ou, equivalentemente,  $x_e = -\frac{b}{a}$

O professor relata ainda que o teorema, ainda que de natureza simples, mudou o modo como Camille enxergava a matemática, não só ela mas todos os colegas da turma ficaram contagiados com o resultado da atividade.

Fica muito claro que Leonardo Muniz utilizara do método investigativo na sua aula. O fato é atestado pela sua afirmação no artigo em questão:

“A função quadrática,  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$ , tem como gráfico a curva parábola, uma curva recheada de propriedades interessantes, que devem ser investigadas, conjecturadas e provadas, tornando o ensino de funções justificável”  
(Muniz, 2019)

Apesar de não concordar que o método foi suficiente para justificar o ensino de funções, fica claro que o método foi eficiente em algum aspecto. Conseguiu de alguma forma motivar os alunos. No seu relato fica claro que os alunos tiveram prazer em aprender.

Em entrevista realizada com a aluna Etiene<sup>5</sup>, ela conta que superou as dificuldades em matemática e agora passou a tirar dúvidas dos amigos, o que a faz sentir-se especial. Ela garante que “ficou boa nas matérias de exatas”. Tímida, Camille conta que sempre teve vergonha de fazer perguntas aos professores e, após a experiência em sala de aula, tem mais segurança para apresentar seus questionamentos não só em matemática, mas também nas demais disciplinas do ensino médio e técnico. Começou, ainda, a se interessar por Olimpíadas do Conhecimento, como a OBMEP, e já se prepara para as provas que pretende fazer. Segundo ela, as questões que antes pareciam “bichos de sete cabeças”, agora são resolvidas com facilidade.

---

<sup>5</sup> Disponível em: <http://portal1.iff.edu.br/nossos-campi/bom-jesus-do-itabapoana/noticias/teorema-de-etiene-estudante-do-curso-tecnico-em-quimica-cria-teorema-matematico>

## CAPÍTULO III

### 3 – A ATIVIDADE EMPÍRICA

Este capítulo versa sobre a atividade de investigação matemática realizada no Colégio Brigadeiro Newton Braga (CBNB) situado na cidade do Rio de Janeiro. Esta atividade foi desenvolvida em duas turmas, uma de 7º ano do ensino fundamental e outra do 8º ano do ensino fundamental.

Esta atividade teve como principal objetivo fazer uma análise empírica do tema investigação matemática em sala de aula, assim como verificar como essa metodologia pode aproximar o aluno da matemática contribuindo para o seu desenvolvimento escolar - como foi proposto na introdução deste trabalho.

#### 3.1 Organização da atividade

É importante ressaltar que para a realização da atividade, foi solicitado autorização da direção pedagógica, que entendendo que o trabalho colabora com os anseios da comunidade acadêmica, autorizou de imediato. O documento que autorizou a realização deste trabalho encontra-se no apêndice A.

As atividades foram realizadas conforme ilustra a tabela abaixo.

<b>Turmas</b>	<b>Número de atividades</b>	<b>Número de Aulas</b>	<b>Tempo de cada aula</b>	<b>Número de alunos por turma</b>
705	1	2	50 min	28
801	2	4	50 min	29

**Tabela 1:** Tabela sobre a organização das atividades

A atividade foi realizada em quatro aulas de 50 minutos cada, sendo que as duas primeiras aulas foram destinadas a esclarecer aos alunos o que seria uma investigação matemática, visto que as turmas escolhidas nunca tiveram contato com esse tipo de exercício.

Nessa aula foi realizada uma atividade para introduzir as ideias de investigação matemática. A atividade escolhida foi uma adaptação da tarefa proposta na revista Nova Escola<sup>6</sup>

Já nas duas últimas aulas, realizadas num outro dia, foram realizadas as atividades investigativas, objetivo dessa pesquisa.

Em ambas atividades as turmas foram divididas em grupos de quatro alunos, porém todos receberam a lista de atividades para que registrassem tudo que julgassem importante. Sendo assim os dados referente a atividade foram coletados por meio desses relatórios, feito pelos alunos, por um gravador eletrônico e pela ajuda de um estagiário que esteve presente.

### 3.2 As atividades escolhidas

#### 1° atividade.

Para as duas primeiras aulas, com o objetivo de introduzir as ideias acerca da investigação matemática em sala de aula foi utilizada a seguinte atividade:

Desenhe polígonos convexos de 3, 4, 5 e 6 lados, trace todas as diagonais internas que partem de um vértice qualquer dos polígonos, de modo a decompor a figura em triângulos justapostos e depois preencha a tabela a seguir.

Número de lados do polígono convexo	Número máximo de triângulo(s) justapostos	Soma das medidas dos ângulos internos do polígono
3		
4		
5		
6		

**Tabela 2: Tabela utilizada na primeira atividade**

Agora para um polígono de 7 lados, qual será a soma das medidas dos ângulos internos?

Para um polígono de 8 lados, quanto será essa soma?

Para um polígono de 10 lados, quanto será essa soma?

<sup>6</sup> <https://novaescola.org.br/conteudo/15759/aprender-matematica-atraves-deresolucao-de-problemas>

Agora baseado nas experiências anteriores tente encontrar uma forma de calcular essa soma para um polígono de 100 lados.

## 2º atividade

Para as duas últimas aulas, realizadas num outro dia, escolheu-se uma atividade que os alunos, provavelmente, nunca tiveram contato. Foi apresentado para eles o triângulo de Pascal. Propositamente o nome original do triângulo foi omitido, deixando a eles apenas o aglomerado de números conforme a figura (1) abaixo acompanhado da frase “Procure descobrir relações entre os números”.

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & & & 1 \\
 & & & & & & 1 & 1 \\
 & & & & & 1 & 2 & 1 \\
 & & & & 1 & 3 & 3 & 1 \\
 & & & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\
 & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots
 \end{array}$$

Figura (1)

Cabe salientar que essa atividade foi proposta justamente por não utilizar de pré-requisitos muito sofisticados da matemática, ficando limitados a simples operações aritméticas. A simplicidade do pré-requisito, no entanto, não ofusca e pelo contrário, abrilhanta a grandeza da atividade. Deixando fluir mais facilmente a finalidade que a investigação matemática.

## 3.3 - Relatos da primeira atividade

### 3.3.1 Turma 801

Inicialmente foi solicitado que as turmas se dividissem em grupos de três ou quatro alunos. Posteriormente eu aproveitei para explicar o que seria uma atividade de cunho investigativo. Os alunos deixaram claro que não faziam ideia do que seria. Disse a eles que aquela aula era uma preparação para uma outra aula de mesmo propósito. Eles se mostraram ansiosos pela nova abordagem, pois para alguns até então a matemática era considerada uma disciplina insuportável.

A folha com a atividade foi entregue para todos os alunos. A atividade foi lida. Logo de início, os alunos pediram explicação sobre alguns termos como por exemplo: polígono convexo e justapostos. Alguns alunos também mostravam não conhecer o termo diagonal. Porém após a explicação eles lembraram do que se tratava. Estava tudo esclarecido para início da atividade propriamente dita.

Eles começaram fazendo os desenhos conforme propunha atividade.

O aluno R<sup>7</sup> logo concluiu que o triângulo não apresentava diagonais, dada a natureza do seu desenho.

A aluna “A” concluiu que o número de triângulos justapostos dentro dos polígonos era igual a quantidade lados menos dois. Então nesse momento eu chamei atenção da turma para o que a aluno “A” havia descoberto e questionei se realmente o que “A” disse servia para qualquer polígono ou apenas para os que “A” havia testado. Eles então iniciaram os testes em polígonos de maiores lados.

Quase todos os grupos já estavam convencidos de que o número de triângulos justapostos era igual ao número de lados menos dois. Os grupos que ainda não tinham conseguido observar esta conjectura foram ajudados pelos grupos mais avançados. Após esta etapa os alunos começaram a buscar a soma dos ângulos internos para polígonos convexos.

Não demorou muito para o grupo da aluna “A” deduzir a soma dos ângulos internos para os polígonos que eles haviam desenhado. Em seguida os demais grupos também foram deduzindo a soma buscada.

Quando todos os grupos conseguiram calcular a soma dos ângulos internos para os polígonos desenhados eu sugeri que eles tentassem generalizar para qualquer polígono. Ou seja, encontrassem um meio de achar a tal soma baseado no número de lados. Para que eles pensassem a respeito. Não demorou muito para eles conjecturarem uma fórmula que segundo eles serviriam para qualquer polígono. Eu, obviamente, os instiguei a testarem para vários outros. Nesse momento eu expliquei sobre a necessidade de uma demonstração matemática e junto com eles fiz uma demonstração mais elementar por dedução, fugindo do rigor de uma

---

<sup>7</sup>\* O nome dos alunos foi substituído pelas letra inicial do nome.

demonstração geométrica, pois eles ainda não apresentam maturidade para uma demonstração rigorosa.

Um fato que cabe relatar aqui é que os alunos, ainda não acostumados com essa abordagem, insistem em fazer perguntas como “Está certo?” ou “Está errado?”. Normalmente eu devolvia a pergunta os desafiando a testar as suas conjecturas.

Por fim, o saldo foi positivo, toda a turma participou da atividade, até os alunos menos motivados estavam participando. A turma se mostrava contagiada com a nova abordagem. O objetivo foi cumprido, o método de investigação estava introduzido. Os alunos já estavam sabiam da necessidade de uma demonstração e o que seria uma conjectura. Eu tive certeza que os alunos tinham entendido o que seria uma atividade de cunho investigativo. Eles agora estavam preparados para a próxima aula, na qual, o método investigativo seria experimentado efetivamente.

### **3.3.2 Turma 705**

Se na turma anterior foi positivo, nesta o resultado foi bem diferente.

Inicialmente, quando entrei em sala, os alunos estavam muito agitados. Tentei me apresentar mas parecia que não tinha professor em sala. A turma estava muito conturbada, haviam excesso de conversa e brincadeiras. Com muita dificuldade consegui me fazer ser ouvido. Expliquei para eles que faríamos uma atividade de matemática diferente da que eles estavam acostumados. A maioria não se animou. Percebendo a insatisfação deles perante a aula de matemática, tentei ser o mais democrático possível e disse que ela não seria obrigatória devendo ser executada apenas pelos alunos interessados. Uma quantidade significativa de alunos então resolveu não participar da atividade. E para que esse grupo não atrapalhasse os demais, sugeri que eles aguardassem no pátio até que atividade fosse encerrada. Essa foi uma maneira que encontrei de fazer a experiência naquela turma, ainda que não estivessem todos presentes. Imaginei que com a turma completa não conseguiria aplicar a atividade.

Depois de ter conseguido uma certa atenção da turma iniciei a apresentação da atividade como na turma anterior. Fiz a leitura da atividade e comecei a explicar o conceito de investigação matemática.



A turma foi dividida em grupos pequenos. Logo após a leitura da atividade os alunos já começaram mostrando dificuldades com alguns conceitos elementares, como o conceito de diagonal por exemplo figura (2). Por ser uma turma composta de alunos com baixo desenvolvimento, já tinha imaginado que eles deveriam ter retido muito pouco do que aprenderam anteriormente. Nessa escola o conceito de diagonal, certamente, é explorado no sexto ano.

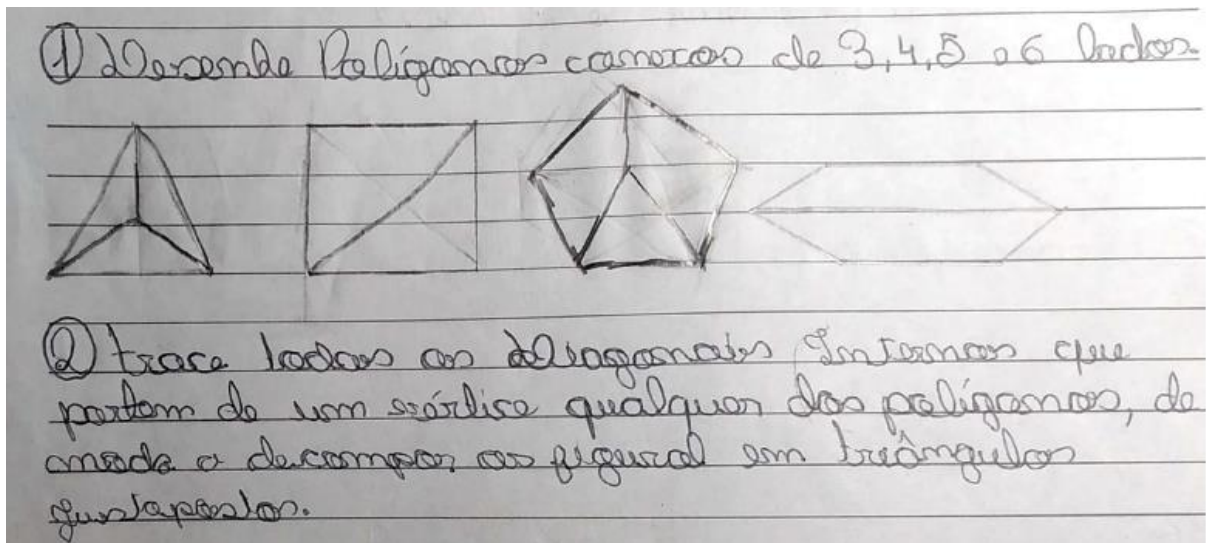


Figura (2)

Esses conceitos foram explicados para que eles pudessem continuar a atividade. Ainda haviam excessos de brincadeiras, não era fácil controlar aquela turma. Eu percebi que eles não estavam produzindo, conversavam de tudo menos sobre a atividade. Havia inúmeros problemas que impediam a realização da atividade, como por exemplo, dificuldade na interpretação do texto da atividade, desconhecimento de conceitos básicos de geometria e o pior deles falta de motivação.

A atividade foi interrompida cerca de uma hora após o início. Obviamente a segunda atividade para essa turma foi descartada.

Por fim, nessa turma, eu não consegui fazê-los entender o significado da investigação matemática. Talvez, para alunos com esse perfil, esse conceito deva ser introduzido, o mais breve possível na sua fase de alfabetização.

Ao meu ver a atividade nessa turma foi importante porque expôs as lacunas criadas pela metodologia tradicional. Um aluno sem capacidade de interpretar textos simples, que não consegue raciocinar matematicamente está sendo forjado para integrar a sociedade.

Existe um momento adequado para mudar uma metodologia de ensino em tempo de fazer o aluno desenvolver seus potenciais? Será que introduzir uma aula com investigação matemática no ensino médio seria possível? É necessário uma turma com perfil adequado para que a metodologia da investigação seja usada?

Surgem aqui questões importantes para serem esclarecidas em estudos futuros.

### 3.4 Relato da segunda atividade

#### 3.4.1 Turma 801

Como os alunos já tinham passado pela experiência da primeira atividade, não foi difícil começar esta segunda. Ansiosos pelo início da atividade, eles se dividiram em grupos rapidamente.

Logo que a atividade começou eu percebi uma certa confusão em relação aos termos linha, coluna e diagonal. Assim eu fiz questão de definir cada termo na tentativa de facilitar a linguagem entre todos ali presentes.

Eles já sabiam que deveriam buscar relações entre aqueles números dispostos na forma de um triângulo. Então não demorou para as conjecturas começarem a aparecer. (Figura 3)

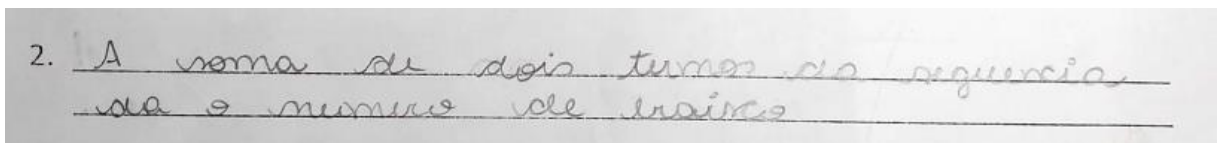


Figura (3)

Em menos de dez minutos de atividade a aluna “M” afirma: “a soma de dois termos da sequência dá o número de baixo.”

Então eu pedi a aluna “M” que contasse para a turma o que ela havia descoberto. E disse a ela que estávamos diante de uma conjectura. Mas ainda não tínhamos certeza a sua afirmativa valia para qualquer número no triângulo, eles já tinham sido apresentados ao conceito de conjectura e demonstração na aula passada, porém ainda não muito adaptados, insistiram em dizer que a conjectura que “M” tinha afirmado era válida porque estava funcionando para todos. Porém nessa etapa da atividade eles ainda nem tinham notado que os números no triângulos eram infinitos. Eles estavam se limitando a sequência de números apresentada.

Como a conjectura é exatamente o que conhecemos como a Relação de Stifel, sua demonstração envolve conceitos de números binomiais, por esse motivo a demonstração foi omitida. Mesmo assim disse aos alunos que a demonstração não feita naquele momento, porém a conjectura que “M” havia feito estava correta e que eles usassem-na para aumentar o triângulo e buscar mais propriedades. E assim foi feito como mostra a figura (4).

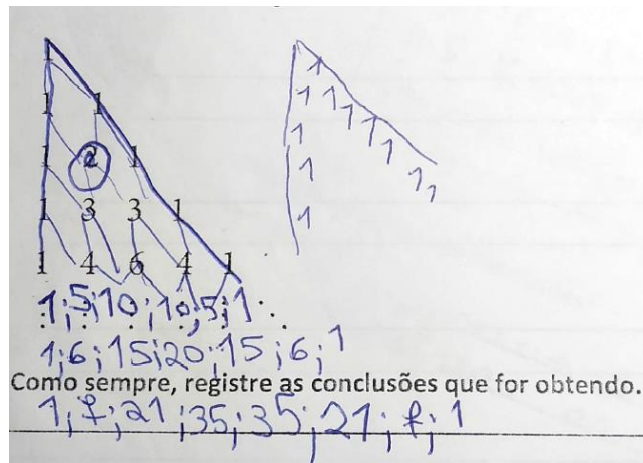


Figura (4)

Cabe ressaltar que outros alunos também já tinham percebido a Relação de Stifel além da aluna “M”. Além disso eles também perceberam outras propriedades elementares como por exemplo o fato das linhas começarem e terminarem com o algarismo 1.

Uma segunda afirmação importante foi a da aluna “S”: “multiplicando o dobro do outro resultado sempre teremos a resposta do próximo.” (Figura 5)

1. Multiplicando o dobro do outro resultado sempre teremos a resposta do próximo

Figura (5)

Eu precisei ir até sua mesa para entender o que ela estava propondo. Ela quis dizer que o dobro do somatório dos algarismos das linhas era igual o somatório da linha imediatamente abaixo.

Ela tinha acabado de perceber o que conhecemos como Teorema das linhas. Eu sugeri que ela testasse sua conjectura para as demais linhas, e ela prontamente respondeu que estava valendo. Ela compartilhou com a turma e os alunos também puderam verificar essa conjectura. (Figura 6)

$F_0 = 1$   
 $F_1 = 1 + 1 = 2 \times 2 = 4$   
 $F_2 = 1 + 2 = 3 \times 3 = 9$   
 $F_3 = 1 + 3 = 4 \times 4 = 16$   
 $F_4 = 1 + 4 = 5 \times 5 = 25$   
 $F_5 = 1 + 5 = 6 \times 6 = 36$   
 $F_6 = 1 + 6 = 7 \times 7 = 49$   
 $F_7 = 1 + 7 = 8 \times 8 = 64$   
 Como sempre, registre as conclusões que for obtendo.  
 $4 \times 2 = 8$   
 $9 \times 2 = 18$   
 $16 \times 2 = 32$   
 $25 \times 2 = 50$   
 $36 \times 2 = 72$   
 $49 \times 2 = 98$   
 $64 \times 2 = 128$

Figura (6)

O grupo da aluna “M” contribuiu, dizendo que a soma dos algarismos das linhas era sempre um múltiplo de 2. (Figura 7)

A soma das filinhas é sempre múltiplo de 2

Figura (7)

Então eu perguntei se era possível escrever o somatório das linhas em função do dois. A aluna “A” prontamente respondeu que o somatório era a potência de dois,  $2^n$ , onde n era o número da linha a contar da linha de número zero. (Figura 8)

$2^n$  é igual a soma dos termos da filinha que n é igual ao n° da filinha

Figura (8)

Então eles tinham descoberto mais um teorema interessante, estavam empolgados com as descobertas. Eu incentivei que eles continuassem buscando relações para que pudessemos continuar nossa investigação. Alguns alunos chegaram a perguntar se já tinha acabado, eu então disse que o processo de investigação nunca termina, poderíamos inclusive descobrir coisas jamais observadas pelos matemáticos. Naquele momento eles começavam a entender que investigar é assumir o papel do matemático.

A atividade continuava e aluna “A” percebeu então uma simetria em relação as extremidades. Ela tinha acabado de perceber a relação das combinações complementares no

triângulo de Pascal. Mais uma vez eu perguntei se valia sempre, então outros alunos foram verificar a afirmação de “A” e alguns chegaram a responder não temos como provar mas tudo indica que sim. Eu estava certo de que a noção de demonstração estava clara para eles, ainda que eles não tivessem acompanhado uma demonstração rigorosa.

Surgiram outras afirmações. Como por exemplo que a partir da segunda coluna os números seguiam uma sequência aritmética, a segunda coluna os números estavam intercalados de dois em dois, na terceira de três em três, porém algum aluno logo refutou esta ideia apresentando um contraexemplo. Eu disse a eles que isso também fazia parte da investigação, existe o momento em que achamos que algo funciona de alguma maneira quando de repente encontramos um exemplo que refuta nossas expectativas, esse exemplo que refuta uma conjectura seria chamado de contraexemplo.

Porém, foi no teste da conjectura acima que a “M”, mais uma vez, percebeu outra propriedade importante. Ela gritou! “Se você somar todos os números de uma diagonal vai dar o número da linha de baixo.”

Com a observação de “M” os alunos passaram a verificar se aquilo realmente acontecia, obviamente, estava funcionando pois se tratava do teorema das diagonais.

Depois dessa afirmação eles continuavam a buscar outras relações, porém não encontravam. Algumas vezes me perguntaram se então a atividade tinha terminado porque já tinham encontrado todas. Nesse momento eu fiz uma intervenção perguntando se a descoberta da “M” servia apenas para as diagonais.

Não demorou muito para a aluna “F” perceber que a soma dos elementos de qualquer coluna, do 1º elemento até um qualquer, é igual ao elemento situado na coluna à direita da considerada e na linha imediatamente abaixo. Ou seja, “F” tinha chegado ao teorema das colunas, embora, obviamente, não soubesse demonstrar a sua validade.

Ganhando confiança com a descoberta de algo interessante “F” afirma também que cada coluna representa os múltiplos de algum número, a segunda coluna, que para ela seria a primeira, era a “tabuada de 1”, a terceira coluna, para ela a segunda, seria a “tabuada de 2”, e a quarta coluna seria a “tabuada de 3” e assim sucessivamente. Eu disse que isso era uma conjectura interessante e então deveríamos testar, porém não demorou muito para a aluna “A”

refutar com um contraexemplo. Assim a aluna “F” ficou convencida de que sua afirmativa era falsa. (Figura 9)

~~As colunas são as tabelas dos algoritmos FALSO~~

Figura (9)

Os alunos “R” e “W” perceberam que “todos os itens de uma coluna pertencem também a uma diagonal”. (Figuras 10 e 11)

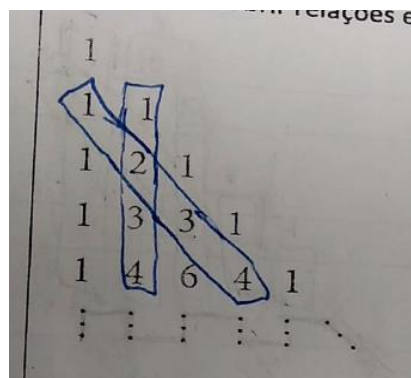


Figura (10)

Todos os itens de uma coluna pertencem também à diagonal.

Figura (11)

Um fato interessante surgiu com a aluna “P”, ela percebeu que “a subtração de dois números na diagonal, resulta no de cima.” Ou seja, ela percebeu a Relação de Stifel, porém ela percebeu por outra ótica. Ao invés de somar dois números consecutivos numa mesma linha, ela subtraiu dois números consecutivos, de baixo para cima, numa mesma coluna. (Figura 12)

A subtração de dois números na diagonal, resulta no de cima.

Figura (12)

Eu disse a ela que estávamos diante da mesma conjectura proposta pela aluna “M”, porém estávamos fazendo a operação ao contrário e por isso a sua conjectura também era verdadeira e sendo assim era possível de ser demonstrada também, como todas as outras conjecturas propostas pelos outros alunos.

O tempo da aula já estava terminando então foi necessário interromper a atividade para que eu pudesse fazer o fechamento da aula. Então eu comecei dizendo que eles tinham produzido muita matemática naquele dia. Disse que eles tinham feito as mesmas descobertas que matemáticos importantes fizeram à séculos atrás. Eles adoraram saber disso. Falei um pouco sobre cada propriedade que eles descobriram e também dos teoremas. Enfatizei sobre a necessidade de se provar cada um deles, deixando claro que não faria a demonstração naquele momento por se tratar de um assunto do ensino médio. Eles ficaram radiantes ao saber que estavam discutindo um assunto do ensino médio. No oitavo ano eles já conhecem os famosos produtos notáveis, quadrado da soma de dois números ou cubo da soma de dois números. Mostrei para eles que quando desenvolvemos o quadrado de uma soma, aparecem, exatamente, os números da terceira linha do triângulo.

$$(a + b)^2 = 1.a^2 + 2.a.b + 1.b^2$$

Assim como no desenvolvimento do cubo de uma soma aparecem, exatamente, os números da quarta linha do triângulo.

$$(a + b)^3 = 1.a^3 + 3.a^2.b + 3.a.b^2 + 1.b^3$$

Só no final da aula também disse pra eles que o triângulo que trabalhamos é conhecido como triângulo de Pascal.

Eles me perguntaram se eu conhecia alguma outra propriedade ou teorema do triângulo de Pascal, então eu disse que existiam vários outros fatos interessantes sobre o triângulo. Certamente, se tivéssemos mais tempo surgiriam outras coisas legais. Então eu contei a eles que era possível visualizar os números da sequência de Fibonacci no triângulo. Dei um tempo para que eles tentassem visualizar porém eles não conseguiram. Cabe ressaltar que alguns não conheciam a sequência de Fibonacci, e foi necessário fazer uma explanação rápida. Feito isso mostrei para eles a figura 13, onde aparece os números da sequência de Fibonacci.

		1	1	2	3	5	8	13	21	34	...
1											
1	1										
1	2	1									
1	3	3	1								
1	4	6	4	1							
1	5	10	10	5	1						
1	6	15	20	15	6	1					
1	7	21	35	35	21	7	1				
1	8	28	56	70	56	28	8	1			

**Figura (13)**

A aula chegou ao fim, alguns alunos nem tinham se dado conta que a aula tinha acabado. Ouve vários alunos dizendo “se toda aula de matemática fosse assim seria maravilhoso”.

Cabe ressaltar que a maioria dos alunos estavam motivados e participando da atividade porém tinha uma aluna que não parecia motivada o suficiente, durante a atividade ela perguntava várias vezes se já tinha acabado. Que já tinham descoberto tudo e que não tinha mais nada para descobrir então perguntava se já podia descer para o intervalo. Ao meu ver reforça o ocorrido na outra turma. No caso dos alunos desmotivados é necessário um cuidado maior. É necessário uma análise mais aprofundada para esse público em particular.



## CAPÍTULO IV

### 4 – ANÁLISE DAS ATIVIDADES

#### 4.1 A atividade na turma 705

Analisando a atividade realizada na turma 705 a primeira observação e talvez a mais proeminente foi a inviabilidade da realização total da atividade devido à falta de disciplina por parte dos alunos. Essa característica não é restrita a essa turma, é um dos maiores problemas enfrentados pelos professores em sala de aula e é uma problemática que não é de hoje.

” O conceito de indisciplina, como toda criação cultural, não é estático, uniforme, nem tampouco universal. Ele se relaciona com o conjunto de valores e expectativas que variam ao longo da história, entre as diferentes culturas e numa mesma sociedade”.

(Aquino, 1999)

Nesse sentido a escolha da atividade a ser trabalhada em sala deve ter um caráter altamente desafiador, para que seja possível, literalmente, prender a atenção do aluno. Uma outra observação importante que essa atividade viabilizou é que uma atividade pode ser altamente desafiadora para uma turma ao passo que a mesma atividade pode não despertar o interesse em outra turma.

Em turmas mais conturbadas como é o caso desta turma experimental talvez seja interessante uma atividade mais prática. Talvez uma pesquisa de campo ou uma investigação de cunho mais prático, como medições de massa, comprimento, ângulo e etc. possa surtir mais efeito, no tocante a aprendizagem, quando a turma apresenta muito problema de indisciplina.

Em conversa com um dos professores dessa turma, ele alegou trabalhar com um princípio, que ele chama, de válvula de escape. Esse princípio consiste em atividades experimentais que forcem o aluno a sair de sala e andar pela escola em busca de respostas. Nesse sentido ele alega que os alunos tendem a participar melhor das atividades. O sucesso desse método usado pelo professor é reiterado nas palavras de Dewey.

“As crianças vão à escola para aprender. Está, porém, ainda por se provar que o ato de aprender se realiza mais adequadamente quando é transformado em uma ocupação especial e distinta.” Dewey (apud Teixeira et. al, 2010)

Uma outra análise que surge dessa atividade é a problemática com a interpretação de texto. Entre os poucos alunos que tentaram, pelo menos por alguns minutos, fazer a atividade encontraram dificuldade com a interpretação de texto. Fator crucial para o desenvolvimento desta atividade.

Usando a escala multidimensional de avaliação de relatórios sugerida por Ponte et. al. (2016), para avaliar de maneira geral os trabalhos desenvolvidos pelos alunos, observa-se o seguinte:

Em relação ao conhecimento matemático observa-se que os alunos mostraram não compreender os conceitos e princípios matemáticos do problema.

Em relação as estratégias e processos de raciocínio observa-se que ocorre falha na indicação de quais os elementos do problema são apropriados para a resolução.

Em relação a comunicação observa-se que s alunos comunicam-se de maneira ineficaz.

Sendo assim, na escala unidimensional, também sugerida por Ponte et. al (2016, os trabalhos desenvolvidos pela turma 705, em geral, classificam-se como nível 1, muito deficientes.

#### **4.2 As atividade da turma 801**

Em contraste com a turma anterior esta turma é bastante disciplinada o que favoreceu o desenvolvimento do trabalho.

Observou-se nessa turma que a escolha do problema foi realizada de maneira adequada e foi suficiente para motivá-los, sugerindo que outras atividades investigativas possam ser trabalhadas, com facilidade, nessa turma.

Observou-se também uma boa compreensão do texto nas duas atividades, os alunos mostraram uma excelente capacidade de interpretação. Verifica-se, por exemplo, na figura (14) a facilidade da na interpretação e compreensão do problema.

“Desenhe polígonos convexos de 3, 4, 5 e 6 lados. Trace todas as diagonais internas que partem de um vértice qualquer dos polígonos, de modo a decompor as figuras em triângulos justapostos.”

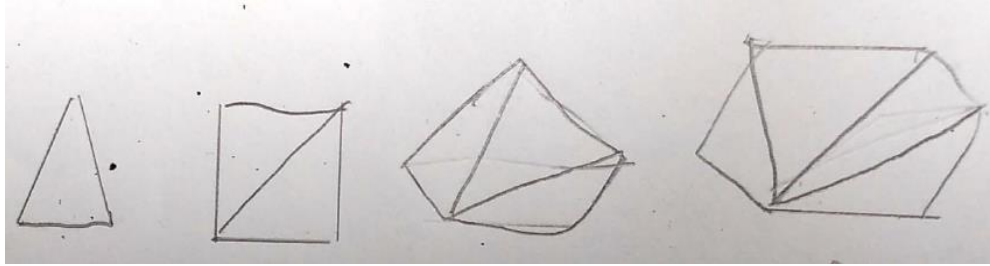


Figura (14)

A figura acima resume as repostas de toda turma, todos compreenderam muito bem a proposta da tarefa.

Uma outra observação diz respeito ao raciocínio lógico envolvido na atividade. A atividade tinha o intuito de fazer o aluno observar a quantidade de triângulos justapostos e depois fazer o aluno pensar numa maneira de descobrir a quantidade desse triângulos, em polígonos com maior quantidade de lados, para conseguir conjecturar uma forma de calcular a soma dos ângulos internos para um polígono convexo qualquer. As figuras (15) e (16) abaixo exemplificam o raciocínio desenvolvido por alguns alunos.

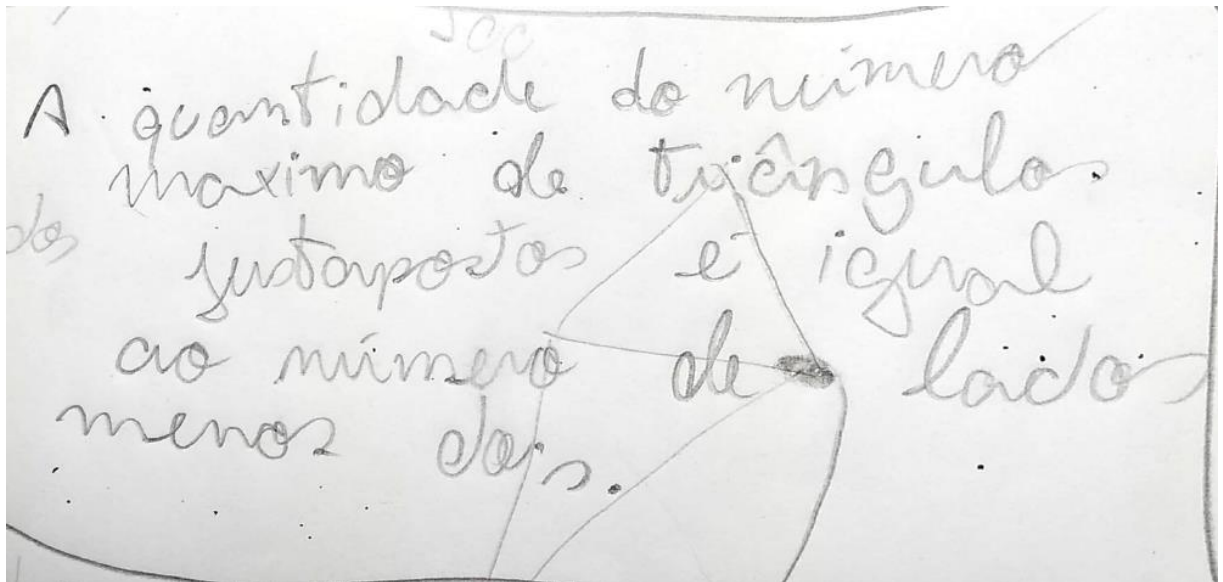


Figura (15)

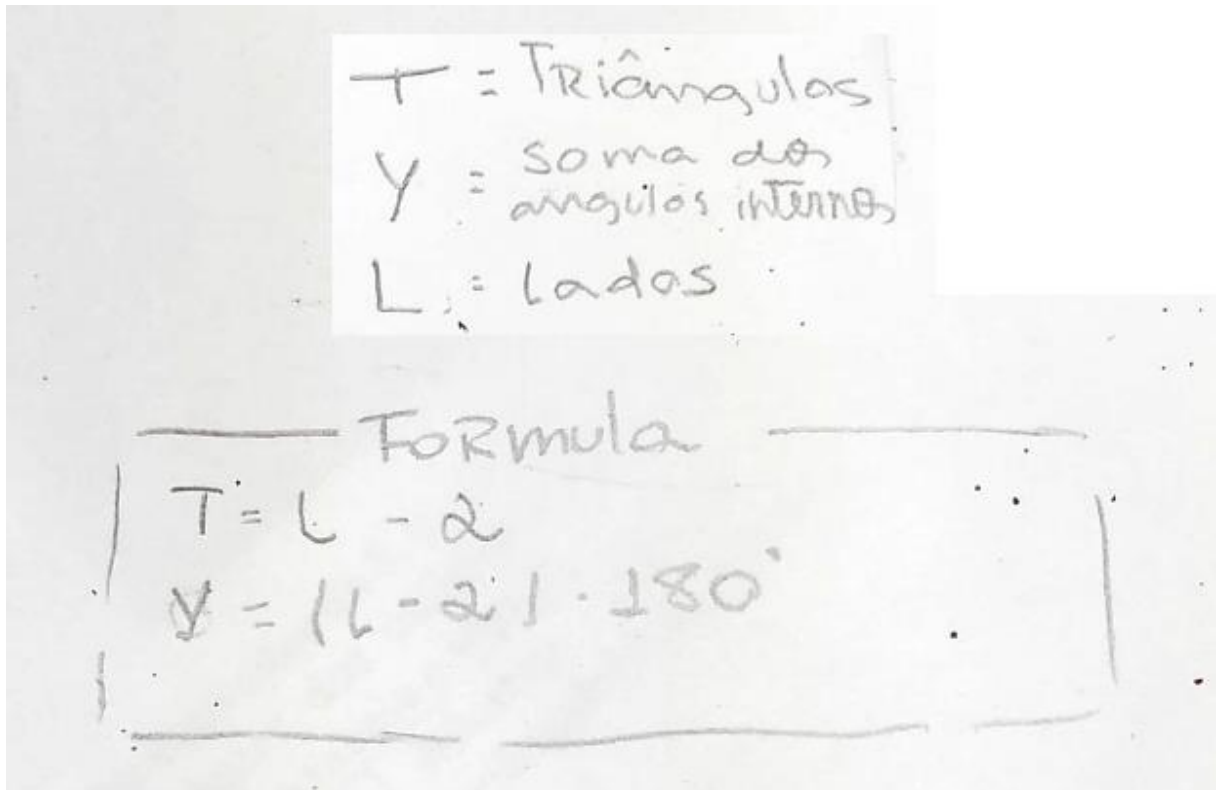


Figura (16)

Na figura acima ressalta-se a preocupação do aluno em definir bem as variáveis do problema. Denotando uma maturidade na linguagem matemática escrita.

Pode-se dizer que em geral, nessa primeira atividade, a turma teve um rendimento muito bom. Em relação aos conceitos matemáticos os alunos mostraram compreender os conceitos e princípios matemáticos do problema. Em relação as estratégias e processos de raciocínio os alunos mostraram uma estratégia apropriada e sistemática para a resolução do problema e mostraram de forma clara o processo de solução. Por fim no que se refere a comunicação escrita, eles apresentaram respostas completas com razoáveis explicações.

Na segunda atividade desenvolvida na turma 801 também observa-se fatos importantes.

Diferente da primeira atividade, esta não apresentava perguntas nem etapas para guiar os alunos. Importante lembrar também que a primeira atividade teve o objetivo de diminuir a distância entre os alunos e as investigações matemáticas. Sendo assim uma primeira observação é que essa atividade expôs rapidamente a dificuldade dos alunos em escrever as suas observações. A comunicação oral era perfeita porém na hora de escrever suas observações eles

encontravam uma certa dificuldade, até natural, devido a complexidade do rigor matemático. (Figura 17)

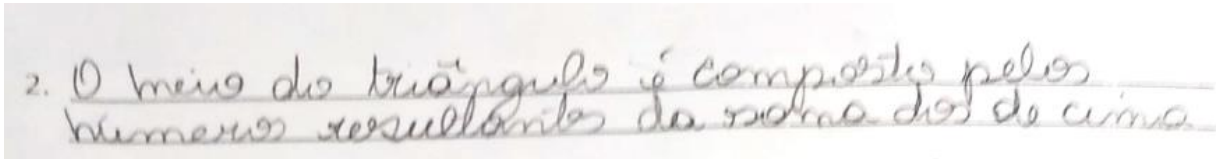


Figura (17)

No caso da figura acima a aluna queria se referir a relação de Stifel no triângulo de Pascal.

Percebeu-se nesse tipo de atividade uma excelente oportunidade para o aluno desenvolver a sua capacidade de argumentação lógica.

A atividade propiciou também a construção de conhecimentos matemáticos de maneira ativa. Os alunos tiveram a oportunidade de vivenciar na prática o trabalho dos matemáticos, desta maneira exercitaram o raciocínio lógico de uma maneira bastante eficiente que, certamente, não seria alcançada numa aula tradicional.

A motivação, no meu ponto de vista, foi o maior benefício alcançado. Os alunos participaram da atividade com um entusiasmo jamais presenciado por mim numa aula de matemática.

Essa motivação comprova uma das ideias principais da Escola Nova, diz respeito ao estímulo das observações e experiências da criança, levando-a a desenvolver o trabalho com interesse e prazerosamente, satisfazendo sua curiosidade intelectual. (Saviani, 2008)

## CAPÍTULO V

### 5 – CONCLUSÃO

Durante a realização da metodologia investigativa, os estudantes se mostraram sempre motivados, curiosos e interessados em explorar as possibilidades propostas. Em grupos ou de maneira individual, as crianças participaram significativamente das vivências e tiveram oportunidade de se expressarem e de construir conceitos e significados para os conteúdos. Ao levantar hipóteses, discutiram sobre a veracidade. Dessa maneira, conhecimentos foram construídos e assim as crianças puderam ter a autonomia e a liberdade de pensar nas soluções e situações.

Segundo Piaget, apud Corso et. al. (2012), a aprendizagem, o conhecimento deriva de situações em que o indivíduo se depara e que possam instigá-lo a pensar, a questionar, assim se desenvolve e aproveita experiências anteriores para construir novas aprendizagens.

Assim retomando a questão que norteou este trabalho,

“Qual a recepção dos alunos frente a essa metodologia e como ela pode aproximar o aluno da matemática escolar contribuindo para sua aprendizagem?”

Na atividade relatada no capítulo 6 e na análise das atividades do capítulo 7 fica claro que a investigação matemática em sala de aula, como metodologia de ensino, aproxima o aluno dessa disciplina tão temida e assim contribui veementemente na sua aprendizagem.

O que falta numa aula de Matemática para que os alunos interajam assim como eles fazem numa aula de Artes ou de Educação Física?

Certamente, exige que o professor torne a aula mais interessante, o jovem tem por natureza muita energia acumulada, pronta para ser detonada com algo motivador. Assim as metodologias ativas, em particular as investigações matemáticas, fornecem ideias capazes de transformar uma aula tradicional expositiva - muitas das vezes sem sentido para o aluno - numa aula extremamente interessante, que contribui não só com a capacidade de pensar e raciocinar logicamente, como também no desenvolvimento da comunicação escrita por meio dos relatórios.

“Se queremos que os alunos sejam proativos, precisamos adotar metodologias em que os alunos se envolvam em atividades cada vez mais complexas, em que tenham que tomar decisões e avaliar os resultados, com apoio de matérias relevantes. Se queremos que sejam criativos, eles precisam experimentar inúmeras novas possibilidades de mostrar sua iniciativa. As metodologias ativas são caminhos para avançar mais no conhecimento profundo, nas competências socioemocionais e em novas práticas.” (Moran, 2015)

Outra conclusão que o trabalho nos traz é que ainda que o professor queria atualizar suas metodologias de ensino, sua atitude muitas vezes é impedida pelo próprio sistema de ensino que ele está inserido. O cumprimento obrigatório de conteúdos extensos e obsoletos, engessa o trabalho do professor contribuindo com a mera reprodução do sistema tradicional de ensino. Saviani já havia percebido isso em 1981 e quase quarenta anos depois, percebe-se que o quadro não mudou muito.

“Os professores têm na cabeça o movimento e os princípios da escola nova. A realidade, porém, não oferece aos professores condições de instaurar a escola nova, porque a realidade em que atuam é tradicional.” (Saviani, 1981)

Libâneo (1992), já afirmava que os princípios da pedagogia progressista (Escolanovista), vinham sendo difundidos em larga escala nos cursos de licenciatura e muitos professores sofrem sua influência. Entretanto, sua aplicação é muito reduzida, não somente por falta de condições objetivas como também porque choca-se com uma prática pedagógica tradicional. Assim é possível ver, algumas metodologias sendo utilizadas em escolas particulares, como o método de Montessori, o método dos centros de interesse de Decroly ou o método dos projetos de Dewey.

Considerações finais.

Esta monografia teve como objetivo principal analisar o método de investigação matemática na sala de aula e observar como essa metodologia pode aproximar o aluno da matemática assim como contribuir para sua aprendizagem. Desta forma o presente trabalho ampliou os estudos acerca do tema investigação matemática, diminuindo as lacunas existentes sobre o assunto.

Cabe ressaltar que a experiência não foi só positiva para os alunos, ela contribuiu de maneira grandiosa para elevar minha experiência em sala de aula. Desde quando tive contato com essa metodologia, em particular após a atividade empírica com os alunos, passei a adequar

a minha forma de ministrar as aulas sempre que possível. Ao meu ver é importante que os professores conheçam novas ferramentas de abordagem para que eles consigam otimizar suas aulas e conseqüentemente ampliem as condições de aprendizagem para os alunos. Numa turma eu consegui passar para os alunos a necessidade de uma demonstração matemática. Obviamente que não foram todos os alunos que aderiram mas uma quantidade considerável. Agora durante as aulas eles ficam tentando demonstrar cada propriedade ou teorema que aprendem. Claro que nem sempre é viável a demonstração, porque extrapola a maturidade deles, e eles sabem disso. Mesmo assim sempre que possível eu faço uma demonstração e eles admiram como uma obra de arte. É uma sensação inenarrável para o docente. Quando a abordagem da aula se comporta de maneira mais tradicional não é raro que algum aluno logo pergunte se não teremos mais atividades parecida com a que fizemos nessa dissertação. Eles sentem falta de investigar. De uma certa forma eu tenho a impressão que os alunos ao investigarem em matemática se sentem livres e liberdade é o que eles anseiam dentro de uma sala de aula.

“A aprendizagem é mais significativa quando motivamos os alunos intimamente, quando eles acham sentido nas atividades que propomos, quando consultamos suas motivações profundas, quando se engajam em projetos em que trazem contribuições, quando há diálogo sobre as atividades e a forma de realizá-las. (Moran, 2015)”



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AQUINO, J. G. (Org). *Autoridade e Autoritarismo na Escola: alternativas teóricas e práticas*. 3ª Ed. – São Paulo: Summus, 1999.
- CEREJA, W. R.; MAGALHÃES, T. C. *Literatura Brasileira*, 2 ed. reform, Editora Atual: São Paulo, 2000.
- CORSO, A. M.; PIETROBON, S. R. G, *Teoria e metodologia do ensino da matemática*, Editora: Unicentro, Paraná, 2012.
- D'AMBRÓSIO, U. *Educação matemática: da teoria à prática* (Coleção Perspectivas em Educação Matemática), Campinas-SP: Papirus, 1996, p. 17-28.
- D'AMBROSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? *Temas e Debates*. SBEM. Ano II. N2. Brasília: 1989, p. 15-19.
- DICIONÁRIO MICHAELIS, Editora Melhoramentos, 2019. Disponível em: <http://michaelis.uol.com.br/busca?r=0&f=0&t=0&palavra=investigar>. Acesso em 08/07/2019
- DEWEY, J / WESTBROOK, R. B.; Teixeira, A. *Coleção Educadores*, Fundação Joaquim Nabuco – Recife: Editora Massangana, 2010.
- KIPPER, C. M.; RAMIRES, J. I.; ROOS, L. T. W., *Geometria e Natureza: Uma associação perfeita para trabalhar conceitos geométricos*, Curso de licenciatura em matemática da Universidade de Santa Cruz do Sul – UNISC. Disponível em: [https://miltonborba.org/CD/interdisciplinaridade/encontro\\_gaucho\\_ed\\_matem/científicos/CC85.pdf](https://miltonborba.org/CD/interdisciplinaridade/encontro_gaucho_ed_matem/científicos/CC85.pdf). Acesso em 09 de junho de 2019.
- LAMONATO, M., & PASSOS, C. L. B. (2012). *Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática*. *Zetetike*, 19(2).
- LIBÂNEO, José Carlos. *Tendências pedagógicas na prática escolar. Democratização da Escola Pública – a pedagogia crítico-social dos conteúdos*. São Paulo: Loyola, 1992.
- MATTOS, L. A., *Primórdios da Educação no Brasil: o período heroico (1549-1570)*. Rio de Janeiro: Editora Aurora, 1958.
- MANFREDI, S. M.; *Metodologia do Ensino - Diferentes concepções*. Campinas -1993
- MORAN, J., *Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda*, 2015
- MUNIZ, L. O., *Revista do professor de matemática - RPM nº 99, ano 37, p.32-33*. <http://portal1.iff.edu.br/nossos-campi/bom-jesus-do-itabapoana/noticias/teorema-de-etiene->

estudante-do-curso-tecnico-em-quimica-cria-teorema-matematico - Acesso em 18 de agosto de 2019.

ORIENTAÇÕES CURRICULARES PARA O ENSINO MÉDIO – volume 2 - Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias / Secretaria de Educação Básica. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Brasília 2006. 135 p. (). ISBN 85-98171-43-3

PALMA FILHO, J. C. (organizador) Pedagogia Cidadã –Cadernos de Formação – História da Educação – 3. ed.. São Paulo: UNESP- Pró-Reitoria de Graduação/ Santa Clara Editora, 2005.

PASSOS, M.; GÓES, L. M. O ensino da matemática na perspectiva das metodologias propostas nas diretrizes curriculares do Paraná, 2019.

PONTE, J. P.; BROCARD J.; OLIVEIRA H.; Investigações Matemáticas na sala de aula; 3. Ed. ver. ampl. – Belo Horizonte – Autêntica Editora – 2016.

REGIMENTO DE D. JOÃO III, ÍTEM N.º46, Disponível em: <https://www.historia-brasil.com/colonia/constituicao-1548.htm>. Acesso em: 23 de julho de 2019.

RIBEIRO, M. L. S. História da Educação Brasileira - A Organização Escolar, 17ª ed. Campinas: Editora Autores Associados, 2001.

SAVIANI, D., História das ideias pedagógicas no Brasil, 2. ed. rev. e ampl. (Coleção memória da educação) – Campinas, SP: Autores associados, 2008.

SAVIANI, D., Por que estudar história da educação? Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=qxXk9ZWrxTc> (14 de novembro de 2013). Acesso em: (01 de agosto de 2019).

SILVA, F. A., História do Brasil: Colônia, Império, República, São Paulo: ed. Moderna, 1992.

SOARES, F. S., O professor de matemática no Brasil (1759 – 1879): aspectos históricos, Tese de Doutorado em Educação – PUC, 2007.

VEIGA, I.P.A. et al. Didática: O ensino e suas relações, 13 ed. Editora Papirus: Campinas, 1996.

VICENTINO, C.; DORIGO, G. História do Brasil, Editora Scipione: São Paulo, 1997



MINISTÉRIO DA DEFESA  
COMANDO DA AERONÁUTICA  
DIRETORIA DE ENSINO  
COLÉGIO BRIGADEIRO NEWTON BRAGA

**TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA REALIZAÇÃO DE ATIVIDADE EMPÍRICA  
EM SALA DE AULA**

A Direção Pedagógica deste colégio, depois de entender os riscos e benefícios que a pesquisa intitulada ***Investigação matemática como metodologia de ensino: relato de atividades com estudantes do sétimo e oitavo anos*** poderá trazer e, entender especialmente os métodos que serão usados para a coleta de dados, assim como, estar ciente da necessidade da gravação das vozes dos alunos, **AUTORIZA**, por meio deste termo, o pesquisador THIAGO DUARTE NASCIMENTO (Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro) a realizar a gravação do áudio da aula sem custos financeiros a nenhuma parte.

Esta **AUTORIZAÇÃO** foi concedida mediante o compromisso do pesquisador acima em garantir à esta Direção os seguintes direitos:

1. a Direção poderá ler a transcrição da gravação;
2. os dados coletados serão usados exclusivamente para gerar informações para a dissertação de mestrado do pesquisador e outras publicações dela decorrentes, quais sejam: artigos, revistas científicas, congressos e jornais.
3. a identificação dos alunos não será revelada em nenhuma das vias de publicação das informações geradas;
4. qualquer outra forma de utilização dessas informações somente poderá ser feita mediante autorização desta Direção;

Rio de Janeiro, 04 de abril de 2019

---

Diretor Pedagógico