UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ
PROGRAMA DE MESTRADO
PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA - PROFMAT
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

PAULO ROBERTO OLIVEIRA MIRANDA

“A GEOMETRIA NO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA PROPOSTA DE ENSINO ATRAVÉS DE CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS NAS ESCOLAS ESTADUAIS DO SISTEMA DE ORGANIZAÇÃO MODULAR DE ENSINO DO AMAPÁ”.

MACAPÁ AP
Janeiro - 2020

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ
PROGRAMA DE MESTRADO
PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA - PROFMAT

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

PAULO ROBERTO OLIVEIRA MIRANDA

“A GEOMETRIA NO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA PROPOSTA DE ENSINO ATRAVÉS DE CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS NAS ESCOLAS ESTADUAIS DO SISTEMA DE ORGANIZAÇÃO MODULAR DE ENSINO DO AMAPÁ”.

Dissertação apresentada ao Corpo Docente do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT – UNIFAP, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, sob orientação da Prof.ª Dr.ª Simone de Almeida Delphim Leal.

MACAPÁ – AP
Janeiro - 2020

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca Central da Universidade Federal do Amapá
Elaborado por Cristina Fernandes - CRB2/1569

Miranda, Paulo Roberto Oliveira.

A geometria no 8° ano do ensino fundamental: uma proposta de ensino através de construções geométricas nas escolas estaduais do sistema de organização modular de ensino do Amapá / Paulo Roberto Oliveira Miranda; Orientadora, Simone de Almeida Delphim Leal. – Macapá, 2020.

93 f.

Dissertação (Mestrado) – Fundação Universidade Federal do Amapá, Programa de Pós-Graduação em Matemática (PROFMAT).

1. Geometria. 2. Matemática - Estudo e ensino. 3. Aprendizagem. I. Leal, Simone de Almeida Delphim, orientadora. II. Fundação Universidade Federal do Amapá. III. Título.

516.1M672a
CDD. 22 ed.

FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Federal do Amapá – UNIFAP foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **PAULO ROBERTO OLIVEIRA MIRANDA** intitulada: **A GEOMETRIA DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA PROPOSTA DE ENSINO ATRAVÉS DE CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS NAS ESCOLAS ESTADUAIS DO SISTEMA DE ORGANIZAÇÃO MODULAR DE ENSINO DO AMAPÁ,** após terem inquirido e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVADO no rito de defesa.

A outorga do título de Mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela Banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós Graduação.

Macapá, 31 de janeiro de 2020.

Prof.ª Dr.ª Simone de Almeida Delphim Leal
Presidente da Banca Examinadora (UNIFAP)

Prof. Dr. Erasmo Senger
Avaliador interno (UNIFAP)

Prof. Me. Neylan Leal Dias
Avaliador externo (PEM/FEB/UNESP)

Prof. Me. Dimitri Alli Mahmud
Avaliador externo (IFAP)

Macapá, 31 de janeiro de 2020

Dedico ao meu Deus por me conceder o dom da vida. Aos meus pais e ao meu amado filho Héber (in memoriam). A todos os meus familiares. Abraços e beijos.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus por me conceder o conhecimento, serenidade e humildade e por nunca me desamparar em todos os momentos de minha vida**.**

À Universidade Federal do Amapá UNIFAP, pela oportunidade de cursar o PROFMAT permitindo a realização de um sonho.

Aos Professores Doutores: Guzmán Eulálio Isla Chamilco, Gilberlândio de Jesus Dias, José Walter Cárdenas Sotil, Simone de Almeida Delphim Leal, Ítalo Bruno Mendes Duarte e Erasmo Senger coordenador do PROFMAT os quais contribuíram de forma direta e indireta pelos ensinamentos que levarei por toda a vida.

À Professora Doutora Simone de Almeida Delphim Leal orientadora deste trabalho, que com sua generosa contribuição abraçou a ideia e me ajudou a aperfeiçoar a conclusão deste trabalho.

Aos colegas de turma, Ageane Lígia, Allan, Arthur, Camilo, Cícero Célio, Carlos Alberto, Denílson, Fernando, José Raimundo, Josué, Raimundo Alex e Ronaldo, pela grande amizade que construímos durante o período de aulas e pelos dias e noites de estudos quando sempre estiveram dispostos a colaborar uns com os outros e também pelo incentivo e solidariedade em todos os momentos, sobretudo nos mais difíceis em que precisei de apoio.

A Geometria existe por toda a parte. É preciso, porém, olhos para vê-la, inteligência para compreendê-la e alma para admirá-la.

(Johannes Kepler)

RESUMO

O trabalho ora apresentado tem a finalidade de fazer uma discussão e conduzir a uma possível reflexão sobre a importância das construções geométricas no ensino e aprendizagem de Geometria e está fundamentado, principalmente, na observação feita nos últimos anos, das diversas práticas executadas em sala de aula no que concerne ao ensino de Matemática do 8º ano do Ensino Fundamental, em especial às do Sistema de Organização Modular de Ensino no Estado do Amapá. Considerando as mudanças ocasionadas pela legislação passada e vigente, focaliza também a sequência dos conteúdos disposta nos livros didáticos, distribuídos pelo Programa Nacional do Livro Didático - PNLD, que se encontram disponíveis aos alunos da rede pública, que nos faz perceber o quanto o ensino da geometria não tem sido tratado com importância devida que os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN e mais recentemente a Base Nacional Comum Curricular – BNCC recomendam. Diante dessa problemática e tendo em vista o desejo de oferecer aos discentes de comunidades distantes da Capital do Estado do Amapá, algumas delas de difícil acesso, um ensino de boa qualidade em geometria, é que a proposta ora apresentada busca contribuir para uma melhor aprendizagem, sobretudo pelo resgate do ensino das construções geométricas no Ensino Fundamental há muito esquecidas e pouco abordadas nos livros nos quais muitas vezes são tratadas como apêndice.

Palavras chave: Construções, Geométricas, Geometria, Sistema, Modular, Amapá, Ensino, Fundamental.

ABSTRACT

The work presented here has the purpose of making a discussion and leading to a possible reflection on the importance of geometric constructions in the teaching and learning of Geometry and is mainly based on the observation made in recent years, of the various practices performed in the classroom with regard to the teaching of Mathematics in the 8th year of Elementary Education, especially those of the Modular Organization of Teaching System in the State of Amapá. Considering the changes caused by past and current legislation, it also focuses on the sequence of contents displayed in textbooks, distributed by the National Textbook Program - PNLD, which are available to public school students, which makes us realize how much the teaching of geometry has not been treated with due importance that the National Curriculum Parameters - PCN and more recently the National Common Curricular Base - BNCC recommend. In view of this problem and in view of the desire to offer students from communities distant from the Capital of the State of Amapá, some of which are difficult to access, good quality teaching in geometry, is that the proposal now presented seeks to contribute to better learning, above all by rescuing the teaching of geometric constructions in elementary school that have long been forgotten and rarely addressed in books in which they are often treated as an appendix.

Keywords: Constructions, Geometric, Geometry, System, Modular, Amapá, Teaching, Elementary.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
IETA	Instituto de Educação do Território Federal do Amapá
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC	Ministério da Educação e Cultura
MMM	Movimento de Matemática Moderna
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNE	Plano Nacional da Educação
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
PROFMAT	Programa de Mestrado Profissional em Matemática
UEFUM	Unidade de Ensino Fundamental Modular
UEMOD	Unidade de Ensino Médio Modular
UNIFAP	Universidade Federal do Amapá
SEED	Secretaria de Estado da Educação do Estado do Amapá
SOME	Sistema de Organização Modular de Ensino
SOMEI	Sistema de Organização Modular de Ensino Indígena

SUMÁRIO

1- INTRODUÇÃO

O exercício profissional efetivado em pouco mais de três décadas e meia e a experiência de sala de aula acumulada durante grande parte desse período quando de nossa atuação, a partir de 1998, pelo Sistema de Organização Modular de Ensino no Estado do Amapá, tem evidenciado que muitas foram, e continuam sendo, as dificuldades encontradas no processo de ensino e de aprendizagem, principalmente quando propomos oferecer ensino de boa qualidade aos nossos educandos, especialmente no que se refere ao ensino dos conteúdos pertinentes à Geometria como também das Construções Geométricas que integram o currículo de Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental.

A cada ano letivo atuando no ambiente escolar, diante da observação e do relato de muitos professores que ministram essas importantes componentes que integram os programas de ensino de Matemática, fomos sempre conduzidos à reflexão a qual nos manteve sempre cientes da dimensão dessas dificuldades que comumente são encontradas.

É importante frisar que muitos são os aspectos que ao nosso modo de ver tem contribuído para essa deficiência, todos eles de naturezas diversas, porém interdependentes, que vão desde a falta de profissionais habilitados e com formação continuada, passando pela falta de estímulo e oportunidade oferecida aos mesmos até chegar ao administrativo, principalmente em sua estrutura e funcionamento.

Convivendo diariamente com essas dificuldades, compreendemos que ensinar geometria assim como construções geométricas não é uma tarefa tão simples quanto se possa pensar. Principalmente quando vemos o problema se tornar mais acentuado ao nos depararmos com muitos discentes que chegam até nós, num estágio de sua trajetória escolar, sem ao menos ter feito contato com os conceitos geométricos fundamentais, além do parcial ou total desconhecimento da utilidade dos instrumentos euclidianos de desenho geométrico.

Diante dessa constatação, pode-se muitas vezes, conjecturar que as dificuldades de aprendizagem enfrentadas pelos discentes durante o ensino de geometria espacial, já no ensino médio, pode ser resultado dessa suposta deficiência no embasamento oriundo do ensino fundamental, uma vez que a visão espacial que se espera deles, que possibilitam as construções de figuras bidimensionais como também as tridimensionais incluindo as suas respectivas planificações, necessitam em grande parte dos conceitos da geometria plana clássica que é ou deveria ser ensinada em séries anteriores.

Além de todo esse panorama descrito é possível também atribuirmos parte desse problema às significativas mudanças ocorridas ao longo do tempo em termos de legislação.

Dentre essas mudanças temos aquelas que foram determinadas pela Lei 5.692/71, Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, a qual estabeleceu a divisão das disciplinas em núcleos, os quais passaram a ser constituídos por blocos de disciplinas obrigatórias e optativas.

Devido à mudança, o ensino das construções geométricas no ensino fundamental, antes integrado à disciplina Desenho Geométrico, que agora com a lei se tornara uma disciplina optativa, passou gradativamente a fazer parte dos programas da disciplina Educação Artística, a qual a partir da promulgação da lei tornou-se disciplina obrigatória.

Com isso, é bastante razoável creditarmos a má execução dessas mudanças o fato de as construções geométricas terem sido relegadas ao esquecimento, pela simples falta de conexão do ensino de Educação Artística com o ensino de Geometria, esta que passou a figurar como capítulo à parte dos livros didáticos, tornando-se quase que um apêndice, com seu conteúdo raramente alcançado no decorrer do ano letivo, uma vez que é muito comum usarmos como justificativa para tal fato, o argumento de se considerar insuficiente a carga horária destinada à disciplina Matemática.

Com a promulgação da Lei 9.394/96 (Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional) vemos que algumas dessas considerações passam a ser injustificadas, pois é relevante que ressaltemos aqui a importância da sugestão proferida pelos PCN’s publicados em 1998, que com base na lei promulgada, que de forma enfática, evidencia a relevância que deve ser dada aos conceitos geométricos e às construções geométricas para o ensino da geometria ao longo tempo nas séries finais do Ensino Fundamental:

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, os alunos desenvolvem um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc. O trabalho com espaço e forma pressupõe que o professor de Matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações. (BRASIL, 1998).

Assim, podemos constatar que a recomendação dos PCN's vai de encontro a uma proposta de ensino de geometria que prestigie as construções geométricas. Uma proposta que além de valorizar o ensino de geometria em si, considere a possibilidade de se trabalhar paralelamente a geometria métrica como também a geometria dedutiva às construções geométricas, não somente com o uso dos instrumentos euclidianos, mas também através de softwares de geometria dinâmica, estes podendo ser utilizados como complementação das atividades de desenho geométrico em razão da sua praticidade, pois facilitam a visualização das atividades propostas e dão rapidez à sua execução. Entretanto essas ferramentas não devem ser vistas apenas como recurso atrativo ou de praticidade aos estudantes, mas sim como possibilidades de construção de conceitos e raciocínios em matemática. Mais especificamente em geometria, é essencial, para uma construção adequada da noção do objeto geométrico, a relação das suas propriedades com sua representação.

Mais recentemente a BNCC – Base Nacional Comum Curricular, cujo marco legal é a Constituição Federal, além do Plano Nacional de Educação – PNE- promulgado em 2014 e da lei 13.415/2017 que altera a lei 9.394/96 (Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional), preconiza que:

.

> A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamento no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo

> da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência. (BRASIL, 2018).

Nesse contexto, a unidade temática aponta novamente para um ensino de geometria através de construções euclidianas e mídias digitais, e apesar de a BNCC ser uma proposta recente, ainda em fase de consolidação, veio a contribuir muito para elaborarmos o conteúdo do trabalho ora apresentado cuja ideia esteve sempre fortalecida a partir de todas as considerações feitas anteriormente.

Entretanto, o momento de extrema relevância e onde se acentuou ainda mais o desejo e a motivação para elaboração de uma proposta que resgatasse o ensino das construções geométricas num trabalho de valorização do ensino de geometria, deu-se durante as aulas da disciplina MA-13, Geometria, ministrada pela Professora Doutora Simone de Almeida Delphim Leal, no Curso de Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT, na Universidade Federal do Amapá, o que demonstra não ser simples acaso o fato de tê-la como nossa orientadora.

O modo enfático como foi apresentada a disciplina, e a abordagem dos conteúdos feita durante as aulas como também a bibliografia utilizada, a saber, as obras de Antônio Caminha Muniz Neto, João Lucas Marques Barbosa e Eduardo Wagner, dentre outros autores durante todo o curso, constituíram-se em fatores decisivos e que nos ajudaram significativamente a aprofundar os conhecimentos necessários para pôr em prática o que já havíamos pensado algum tempo atrás.

É durante esse período que transcorre no PROFMAT, aliado a experiência que vivemos como professor de desenho geométrico na década de 1980, que começa a ser delineado o trabalho. E aqui é importante frisar que a busca pela inspiração em concebê-lo, não esteve somente norteada pelas obras citadas acima, mas também em notórios trabalhos publicados dentre eles o de Elenice de Souza Lodron Zuin (2001), que na sua essência busca discutir a trajetória do ensino das construções geométricas a partir da metade do século XIX projetando-o até os dias atuais com um olhar voltado para as séries finais do ensino fundamental e tendo como fundamento a Sociologia da Educação.

Outro trabalho que merece destaque é o de Regina Maria Pavanello (1993) que em seu conteúdo enfatiza o abandono do ensino de geometria no Brasil que investiga as causas e consequências possivelmente influenciadas pelas legislações que surgiram ao longo do tempo.

No tocante à história da geometria e das construções geométricas buscamos fundamentação nas obras de Howard Eves em sua obra Tópicos de História da Matemática para Uso em Sala de Aula e a de Carl B.Boyer intitulada História da Matemática.

Assim pudemos estruturar o presente trabalho em cinco capítulos, sendo que no primeiro deles procuramos tratar da metodologia a ser aplicada no decorrer da pesquisa de campo e que será executada durante o período destinado à atuação em sala de aula como também uma abordagem sobre a estrutura e funcionamento do Sistema de Organização Modular de Ensino do Estado do Amapá, desde sua criação até os dias atuais.

No decorrer do segundo capítulo, apresentamos a parte histórica da Geometria e das Construções Geométricas sendo que estas últimas são apresentadas incluindo-se o seu ensinamento no contexto escolar brasileiro.

No terceiro capítulo, é feita uma breve abordagem sobre as teorias de aprendizagem com a exposição de consagradas ideias de alguns teóricos renomados como Jean Piaget e Lev Vygotsky cujas ideias contribuíram valiosamente para o desenvolvimento deste trabalho, o qual tem como enfoque o ensino de geometria através das construções geométricas, além de uma sucinta referência à Teoria da Gestalt como também à Engenharia Didática.

No último capítulo, o de número 4, descrevemos o espaço da realização da pesquisa bem como a execução da metodologia com um relato de toda sequência didática efetuada no período destinado à atuação em sala de aula até encerrarmos o trabalho com as considerações finais.

1.1 - METODOLOGIA

Para obter os resultados e respostas acerca da problematização apresentada neste trabalho, será feita durante o período letivo de 2019, em um dos quatro módulos do Sistema de Organização Modular de Ensino – SOME, no Estado do Amapá, numa aplicação em sala de aula com a utilização de instrumentos de desenho geométrico e softwares de geometria dinâmica como, por exemplo, o Geogebra e livros didáticos disponíveis de narrativas distintas através da pesquisa explicativa.

Serão escolhidas ao menos duas obras didáticas que utilizem formas diferentes de abordagem do tópico Geometria no 8º ano do Ensino Fundamental e que estejam dentro do prazo de vigência do Programa Nacional do Livro Didático - PNLD, verificando se os conteúdos das mesmas contemplam as recomendações previstas nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN ou se atende em parte os objetos de conhecimento contidos na Base Nacional Curricular - BNCC o que favorecerá também uma análise comparativa.

O estudo deste trabalho será fundamentado também em ideias e pressupostos de alguns dos renomados teóricos como Jean Piaget e Lev Vygotsky além da Teoria da Gestalt e da Engenharia Didática que apresentam significativa importância na compreensão dos conceitos geométricos fundamentais e na importância das construções geométricas. Para tanto, tais objetos serão estudados em fontes secundárias como trabalhos acadêmicos, artigos, livros e afins, que previamente deverão ser selecionados.

Assim sendo, o trabalho transcorrerá a partir do método conceitual-analítico, visto que utilizaremos conceitos e ideias de outros autores, semelhantes com os nossos objetivos, para a construção de uma análise científica sobre o nosso objeto de estudo.

O método de pesquisa escolhido favorece uma liberdade na análise de se mover por diversos caminhos do conhecimento, possibilitando assumir várias posições no decorrer do percurso, não obrigando atribuir uma resposta única e universal a respeito do objeto.

As referências sobre a geometria e as construções geométricas, sob algumas características que serão apresentadas neste trabalho, não apresentam previsões irreversíveis, já que as possibilidades de análise são inúmeras quando se trata da expressão sociocultural de uma sociedade.

1.2 - OBJETIVO GERAL

Desenvolver uma proposta de ensino de geometria para o 8º ano do Ensino Fundamental das Escolas Públicas onde funciona o Sistema de Organização Modular de Ensino no Estado do Amapá, utilizando construções geométricas realizadas com régua e compasso e outros instrumentos auxiliares como esquadros e transferidor, além de softwares de geometria dinâmica, com o intuito de dinamizar a aprendizagem tendo como foco os conteúdos abordados nos livros didáticos da respectiva série em consonância com a unidade temática Geometria previsto nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN e na Base Nacional Comum Curricular - BNCC.

1.3 - OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Conhecer e manusear os instrumentos usados nas construções geométricas.

- Compreender a importância dos entes fundamentais da geometria para as construções geométricas.

- Efetuar construções geométricas elementares.

- Reconhecer as principais figuras planas e/ou espaciais bem como efetuar suas respectivas construções.

- Propor atividades envolvendo construções geométricas para o 8º ano do Ensino Fundamental, bem como a utilização de softwares de geometria dinâmica tendo em vista a Base Nacional Comum Curricular - BNCC.

1.4 - O SISTEMA MODULAR DE ENSINO NO ESTADO DO AMAPÁ

Como forma de garantir o acesso ao conhecimento nas diversas localidades do Estado do Amapá onde se verificam relevantes dificuldades para a estruturação do ensino regular, e em razão da carência de pessoal no que se refere ao quadro de professores no Sistema Educacional do Estado do Amapá, foi implantado em 1982, pela Secretaria de Estado da Educação - SEED, o Sistema de Organização Modular de Ensino - SOME, inicialmente como uma extensão da Escola Estadual Dr. Alexandre Vaz Tavares, tendo como finalidade atender a clientela do então 2º grau Curso Básico e também como extensão do antigo Instituto de Educação do Território Federal do Amapá – IETA, oferecendo o Curso de Formação de Professores de 1ª a 4ª série para atender os municípios de Amapá, Calçoene, Laranjal do Jari, Mazagão, Oiapoque e Porto Grande.

Posteriormente, o SOME deixou de ser anexo dessas instituições de ensino, passando a ser administrado exclusivamente pela Secretaria de Estado da Educação - SEED, com coordenação técnico-pedagógica da própria SEED que, entre outras ações, possibilitou sua expansão, alcançando em pouco tempo as demais sedes dos municípios, a saber, Ferreira Gomes, Pedra Branca do Amapari, Pracuúba, Serra do Navio, Tartarugalzinho e Vitória do Jari, como também as distantes comunidades quilombolas e indígenas.

Essa expansão que inicialmente era feita quase sem nenhum critério, continua acontecendo nos dias atuais diante das numerosas e constantes solicitações oriundas das diversas comunidades que ainda não possuem Ensino Fundamental em seu segundo segmento como também àquelas nas quais ainda não foi implantado o Ensino Médio, mas que já são atendidas pelo SOME no Ensino Fundamental.

Gradativamente a Secretaria de Estado da Educação tem atendido essas reivindicações a partir de uma análise feita por técnicos que visitam os locais os quais emitem um parecer favorável ou não à implantação do SOME tendo em vista uma grande variedade de fatores, principalmente, no tocante aos aspectos legais e logísticos necessários a essa implantação buscando sempre a conformidade no que diz respeito ao artigo 59º da Lei 0949 de 23 de dezembro de 2005:

> Nas localidades do Estado em que não seja possível estruturar e colocar em funcionamento o ensino fundamental e médio regular será implantado, em caráter excepcional, o Sistema Modular de Ensino, desde que observadas as seguintes condições: I – comprovação da existência de, pelo menos, 20 (vinte) alunos por série (vetado): II – disponibilidade de alojamento ou local adequado para moradia dos professores: III – existência de estrutura física compatível com ambiente escolar.

O que se observa na prática atualmente, é que apesar das exigências contidas no artigo citado acima, e é importante que se diga, que a expansão do SOME esteve sempre, e continua ainda hoje, acompanhada de grandes desafios como também inúmeras dificuldades com presença constante nessa expansão tais como: as condições de alojamento para professores, muitos deles em condições precárias e com espaço insuficiente para comportar as equipes designadas para as localidades; o difícil acesso às comunidades sejam elas terrestres ou ribeirinhas tanto para professores como para alunos, através de estradas vicinais que há anos não recebem manutenção e embarcações muitas vezes sem licença para navegar e desprovidas de equipamentos de segurança; a ausência de água potável ou tratada nas comunidades, de energia elétrica ou com a maior parte do dia sem a mesma; além de escolas desprovidas de pessoal especializado, de equipamentos e materiais necessários ao seu funcionamento, bem como o transporte escolar deficiente.

Segundo Costa e Lomba (2016, p. 111):

> O professor da escola do campo do Amapá tem que ser um guerreiro tem que enfrentar as dificuldades que não são poucas, a começar pelos prédios das escolas que são precários, isso quando tem prédios, porque em muitos casos as aulas acontecem na sala da casa de alguém da comunidade que cede para funcionar a escola ou quando tem o prédio da escola do município é precário. Não temos energia elétrica, eu acredito que na zona rural de Mazagão, a escola enfrenta inúmeras dificuldades pelo fato de não ter material didático, não ter merenda e quando tem é de péssima qualidade e toda aquela questão do transtorno de passar 8, 10 e até mesmo 15 horas dentro de um catraio pequeno para se deslocar daqui da sede do município até chegar nas escolas do campo que são bastante distantes e nós temos que enfrentar maresia, chuva e sol em catraios que não tem conforto nenhum e varias outras situações que a gente se depara no dia a dia da zona rural (informação verbal, 2015, Mazagão).

A partir de 1996 passou a ser desenvolvido em caráter experimental o SOME para o segundo segmento do Ensino Fundamental com o objetivo de atender as comunidades rurais do município de Macapá, e que logo também alcançou a expansão tal como ocorreu no Ensino Médio chegando a comunidades de difícil acesso como a comunidade Sucuriju situada na costa do Estado do Amapá e a comunidade de Vila Brasil, uma vila de comerciantes, localizada no Parque Nacional Montanhas do Tumucumaque à margem direita do rio Oiapoque que separa o território brasileiro da Guiana Francesa.

Figura 1.1: Vista panorâmica da Vila Brasil, Oiapoque, Amapá.
Fonte: WWF – Brasil

Com a resolução nº 4 de 08 de setembro de 1997 que aprovou o Projeto de Interiorização e, por conseguinte a posterior implantação dos Campi Universitários da Universidade Federal do Amapá – UNIFAP, nos municípios de Oiapoque, Laranjal do Jari, Mazagão e Santana, passou-se a ofertar, nesses locais cursos de Licenciatura para professores da rede pública de ensino do Estado do Amapá. Com isso tornou-se então realidade a qualificação em nível superior dos profissionais da educação residentes nas sedes dos municípios que ainda não a possuíam, e tendo em vista ser essa uma exigência legal para atuarem no Ensino Médio, criou-se então a possibilidade de suprir a necessidade de pessoal para atuarem no local nessa modalidade de ensino. Assim, uma das consequências desse Projeto de Interiorização promovido pela UNIFAP foi a viabilidade da implantação do sistema regular de ensino médio nas sedes dos municípios que ainda não dispunham dessa modalidade. Esse processo foi se consolidando gradativamente no período que vai de 2005 a 2011, período no qual o SOME encerrou sua atuação nas sedes dos municípios.

Outro fato relevante ocorrido em razão da ação da UNIFAP no interior do estado foi a implantação do curso de Licenciatura Intercultural voltado para os povos indígenas do Estado do Amapá (Galibi – Marworno, Karipuna, Palikur, Kalinã e os Wajãpi) habitantes das Terras Indígenas Galibi, Uaçá, Juminã e Wajãpi, e também do Estado do Pará (Aparai, Waiana,Tiriyó e Kaxuyana), estes habitantes da Terra Indígena do Tumucumaque na região do rio Parú. O curso foi criado em setembro de 2006, com o objetivo de identificar perfis de docentes atuantes na Educação Básica nas escolas indígenas para formação dos mesmos em nível superior nas áreas: Linguagens e Códigos, Ciências Humanas e Ciências Exatas e da Natureza.

Quase que no mesmo tempo da implantação do curso de Licenciatura Intercultural Indígena foi criado em 2007 o Sistema de Organização Modular de Ensino Indígena – SOMEI uma antiga reivindicação dos povos indígenas do Oiapoque, o qual passou a funcionar com efetivo inicial constituído por professores apresentando um perfil de maior afinidade às questões indígenas e que se prontificaram a serem remanejados do SOME para o SOMEI. No ano seguinte o SOME encerrou sua atuação nas comunidades indígenas do Oiapoque e das Terras Uaçá às margens da Rodovia BR - 156.

O SOMEI passou então a atuar nas áreas indígenas do Oiapoque e Pedra Branca do Amapari com Ensino Fundamental e Médio como também no Parque Indígena do Tumucumaque, na modalidade Jovens e Adultos.

Figura 1.2: Aldeia Kumarumã, bacia do rio Uaçá, Oiapoque, Amapá.
Fonte: www.researchgate.net.

De acordo com Ferreira (2017, pag. 8) a criação do SOMEI parte do entendimento de que as demandas educacionais indígenas constam na legislação maior da educação nacional a qual enfatiza ser fundamental:

> I – proporcionar aos índios, suas comunidades e povos, a recuperação de suas memórias históricas; a reafirmação de suas identidades étnicas; a valorização de suas línguas e ciências; II – garantir aos índios, suas comunidades e povos, o acesso às informações, conhecimentos técnicos e científicos da sociedade nacional e demais sociedades indígenas e não índias (Lei 9.394/96, artigo 8º).

Atualmente, o SOME, no segundo segmento do Ensino Fundamental, atua em 72 escolas estaduais e no Ensino Médio em 37(sendo que em 36 delas o SOME atua tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio) de todos os municípios do Estado do Amapá com um efetivo de cerca de 340 professores no Ensino Fundamental e 140 no Ensino Médio, atendendo aproximadamente 560 comunidades do Estado, excetuando-se apenas os respectivos distritos sede dos municípios, oferecendo o Ensino Fundamental do 6º ao 9º ano, gerenciado pela Unidade de Ensino Fundamental Modular - UEFUM e o Ensino Médio do 1º ao 3º ano, gerenciado pela Unidade de Ensino Médio Modular - UEMOD pertencentes ao organograma da Secretaria de Estado de Educação. O SOME estabelece o ano letivo dividido em 04 (quatro) módulos com duração de 50 (cinquenta) dias, garantindo assim os 200 dias letivos previstos na legislação vigente.

Os professores lotados no SOME pertencem ao Quadro de Pessoal do Magistério Estadual e também ao extinto Quadro de Pessoal do Território Federal do Amapá.

A designação de professores para as localidades é feita mediante sorteio realizado pelas coordenações da UEFUM e UEMOD.

A cada intervalo de módulo alterna-se a atuação de cada docente entre localidades consideradas de fácil acesso e de difícil acesso no que tange aos professores lotados na UEFUM. Assim, cada professor percorre duas localidades de fácil acesso e duas de difícil acesso.

Quanto aos professores lotados na UEMOD, a distribuição dos mesmos mediante sorteio é feita considerando a seguinte classificação das localidades: I – difícil acesso; II – fácil acesso; III - médio fácil acesso: IV - médio difícil acesso. Cada professor lotado na unidade percorre os quatro polos assim definidos durante todo o ano letivo, independente da componente curricular ministrada por ele.

Figura 1.3: Vista aérea da Vila Sucuriju no Amapá, localidade de difícil acesso.
Fonte: André Penna/arquivo pessoal

Diante do exposto, pode-se dizer que nessa perspectiva o SOME afirmou-se definitivamente, consolidando-se como uma alternativa coerente e de compromisso político-social do Estado para com as comunidades interioranas no sentido amplo do exercício consciente da cidadania.

2 - UM BREVE HISTÓRICO DA GEOMETRIA

Em algum momento da história da humanidade o homem começou a expressar seu pensamento geométrico através de representações que precederam o aparecimento da escrita. É possível que essa afirmação esteja embasada nas relevantes descobertas arqueológicas que constataram a presença de desenhos, conhecidos como pinturas rupestres, que remontam épocas longínquas, em paredões rochosos de cavernas ora utilizados como abrigo, que contém os registros feitos por nossos antepassados.

Embora essa técnica rudimentar não representasse ainda uma forma de escrita, pois não dispunham de um padrão, servia para transmitir mensagens, desejos, ideias e necessidades, o que facilmente demonstra o quanto a representação gráfica esteve sempre ladeando o desenvolvimento da civilização. Nesse sentido, os desenhos registrados constituíram um fator importante para a invenção da escrita e do desenvolvimento do pensamento geométrico, pois:

> (...) a preocupação do homem pré-histórico com configurações e relações pode estar relacionada com o sentimento estético e o prazer causado pela beleza das formas, motivos que, muitas vezes, impulsionam a Matemática de hoje (CYRINO, 2006, p. 12).

Assim, pode-se argumentar que a arte do desenho é inerente ao homem e que a história do desenho geométrico acompanha a história da humanidade, pois os vestígios deixados pelos povos primitivos em forma de pinturas rupestres, embora dotados de notável simplicidade, constituíam uma relevante maneira de estabelecer a comunicação em um período que antecedeu em muito a invenção da escrita.

Figura 2.1: Pintura Rupestre
Fonte: www.historiadasartes.com

Com o aparecimento da escrita na antiga Mesopotâmia há cerca de 4.000 anos a. C, quando os sumérios desenvolveram a escrita cuneiforme (ver figura 05), que consistia em cunhar em placas de argila cozida esta forma de escrever, mostrando os registros cotidianos de aspectos administrativos, econômicos e políticos evidencia-se uma estreita relação entre a escrita e a Matemática, visto que:

> Nesta época, houve um crescimento populacional considerável, particularmente na região Sul do Iraque, o que motivou o desenvolvimento de cidades e o aperfeiçoamento das técnicas de administração da vida comum. O surgimento de registros de quantidades associados às primeiras formas de escrita está diretamente relacionado a esta nova conjuntura (ROQUE e PITOMBEIRA, 2012, p.3).

Assim, o aparecimento da escrita está relacionado com a necessidade de desenvolvimento da economia e da sociedade que se estabeleceu na antiga Mesopotâmia.

Figura 2.2: Escrita Cuneiforme.
Fonte: www.infoescola.com

Existem também numerosas placas de escritas cuneiformes babilônicas que foram preservadas da época dos reis Hamurabi, na primeira dinastia babilônica, e Nabucodonosor II, no império neobabilônico como também dos persas e selêucidas provindas de épocas posteriores à invenção da escrita. Nesse contexto:

> A partir dessas tábulas vemos que a geometria babilônica estava intimamente relacionada com a mensuração prática. Numerosos exemplos concretos mostram que os babilônicos do período 2000-1600 a. C., conheciam as regras gerais para o cálculo de áreas de triângulos retângulos e isósceles (e talvez de um triângulo qualquer), a área do trapézio retângulo, o volume do paralelepípedo retângulo e, mais geralmente, o volume do prisma reto com base trapezoidal. (EVES, 1992, p. 5).

Vemos assim, que com o florescimento das civilizações mesopotâmicas começa o desenvolvimento da geometria.

Os antigos egípcios também desenvolveram a escrita quase que ao mesmo tempo como os sumérios o fizeram na mesopotâmia. Criaram a escrita demótica, considerada a mais simplificada e a hieroglífica formada por desenhos. Os registros de suas atividades escritas eram feitas em pedras e papiros, estes com grande resistência ao tempo favorecidos pelo clima seco excepcionalmente seco da região.

As paredes internas das pirâmides continham diversos textos e mensagens bem como uma variedade de desenhos relatando e descrevendo acontecimentos do cotidiano da civilização egípcia e da vida dos faraós. Nessa época os sacerdotes exerciam grande influência na sociedade egípcia ao ponto de exigir a realização de gigantescas obras arquitetônicas com finalidade religiosas como os templos bem como as pirâmides destinadas aos túmulos dos faraós. Nesse contexto:

> Para realizar construções tão gigantescas, os arquitetos daquela época tinham que saber como fazer a planta dessas obras, como talhar, mover e colocar nos seus lugares enormes blocos de pedra. Para saber tudo isso, os arquitetos das pirâmides realizaram diversas descobertas sobre a “arte de medir”, isto é, sobre o que nos chamamos atualmente de Geometria (Souza, 2010, p.7).

Além das grandes construções arquitetônicas, outro fenômeno esteve presente, em particular na agricultura egípcia, o qual se relacionava às cheias do rio Nilo, ocasionadas pelas fortes chuvas sazonais. O transbordamento do Nilo encobriam grandes extensões de terra próximas de sua margem as quais ficavam fertilizadas devido ao grande depósito de matéria orgânica proveniente do movimento de suas águas.

Com as cheias, desapareciam as divisões das propriedades dos agricultores feitas no solo. Por esse motivo, anualmente, eram realizados trabalhos no sentido de medir e calcular, avaliando possíveis perdas de faixas de terra causadas pelo fenômeno, no que tange à área das propriedades agrícolas. Eventualmente, as perdas poderiam significar, por exemplo, menor imposto para o agricultor que sofresse algum prejuízo. Nesse momento a geometria e aritmética exercem um papel muito importante, por representarem instrumentos de grande relevância na correção dessas distorções, por que:

> Eles diziam que este rei [Sesóstris] dividia a terra entre os egípcios de modo a dar a cada um deles um lote quadrado de igual tamanho e impondo-lhes o pagamento de um tributo anual. Mas qualquer homem despojado pelo rio de uma parte de sua terra teria de ir a Sesóstris e notificar-lhe o ocorrido. Ele então mandava homens seus observarem e medirem quanto a terra se tornava menor, para que o proprietário pudesse pagar sobre o que restara proporcionalmente ao tributo total. (HERÓDOTO, século V a.C,apud, EVES, 1997, p.3).

Para EVES (1992) as principais fontes de informações a respeito da geometria egípcia antiga são os papiros Moscou e Rhind, que são textos sobre Matemática contendo 25 e 85 problemas respectivamente dos quais 26 são de geometria, datando de aproximadamente 1850 a. C. e 1650 a. C., os quais versam sobre fórmulas para calcular áreas de terras e volumes de celeiros.

Com as mudanças no panorama político e econômico dos séculos finais do segundo milênio a.C., o Egito e a Babilônia tiveram seus poderes atenuados por diversos povos que passaram ao primeiro plano e o desenvolvimento posterior da geometria ficou a cargo dos gregos. A principal fonte de informações sobre a geometria grega primitiva é o chamado Sumário Eudemiano de Proclus.

Segundo SOUZA (p. 8), a tradição grega diz que Tales de Mileto foi quem trouxe no início do sexto século a.C a Matemática do Egito para a Grécia e sobretudo foi quem principiou a dar à Matemática a forma que ela sempre teve desde a Antiguidade Grega. Pois conforme o Sumário Eudemiano, Tales residiu algum tempo no Egito, e ao trazer a geometria para a Grécia começou a aplicar à mesma os procedimentos da filosofia grega. Essa relação de Tales com a cultura egípcia tem certa notoriedade, pois:

> Diz-se que um dos seus feitos teria sido justamente, o cálculo da altura de uma das pirâmides do Egito, a partir da semelhança entre, por um lado, a relação desta altura com sua sombra e, por outro, a relação de sua própria altura com sua própria sombra. (ROQUE; PITOMBEIRA, 2012, p.49).

Outro geômetra grego importante foi Pitágoras. É considerado como aquele que deu continuidade à sistematização da geometria iniciada por Tales. Fundou a escola pitagórica, uma irmandade fundamentada em mistérios, mas voltada para estudo da Filosofia, Matemática e Ciências Naturais. Dentre os pitagóricos, Hipócrates, foi o primeiro a tentar uma apresentação lógica da geometria encadeada em proposições baseadas em definições e suposições iniciais.

A partir de Tales de Mileto até o surgimento de Euclides com os Elementos cerca de 300 a.C., que viveu em Alexandria, Arquimedes, 287 a.C, que morou em Siracusa e Apolônio, 200 a.C, que também trabalhou em Alexandria, pouco se sabe conforme foi visto, a respeito do desenvolvimento da Matemática grega.

Figura 2.3: Tales de Mileto
Fonte: www.webestudante.com.br

De acordo com SOUZA (p.10) os Elementos de Euclides são o mais antigo texto matemático grego que nos chega por completo. Nele Euclides incorpora praticamente todo conhecimento acumulado por seus antecessores.

A obra escrita por Euclides constituída de 13 livros ou capítulos reúne conhecimentos de sua época e embora algumas demonstrações sejam de sua autoria sua principal contribuição está na distinção entre postulado e axioma concebida por Aristóteles referindo-os às proposições geométricas e as noções gerais comuns às demais ciências. A maioria das proposições contidas nos Elementos de Euclides tem como foco principal as construções geométricas realizadas com régua não graduada e o compasso e suas proposições constituem toda a geometria que é abordada nos livros didáticos da atualidade, principalmente no ensino fundamental e médio.

Figura 2.4: Euclides
Fonte: www.coladaweb.com

No primeiro livro, Euclides faz a apresentação de cinco postulados e cinco axiomas que constituem todo o embasamento da teoria proposta na sua obra. São eles:

I) Postulados

1. É possível traçar uma linha reta de um ponto qualquer a um ponto qualquer.

2. É possível prolongar arbitrariamente um segmento de reta.

3. É possível traçar um círculo com qualquer centro e raio.

4. Dois ângulos retos quaisquer são iguais entre si.

5. Se uma reta, interceptando duas outras retas, forma ângulos interiores do mesmo lado menores do que dois ângulos retos, então as duas retas, caso prolongadas indefinidamente, se encontram do mesmo lado em que os ângulos são menores do que dois ângulos retos.

II) Axiomas

1. Grandezas iguais a uma mesma grandeza são iguais entre si.

2. Se a grandezas iguais forem adicionadas grandezas iguais, os resultados serão iguais.

3. Se grandezas iguais forem subtraídas de grandezas iguais, os resultados serão iguais.

4. Grandezas que coincidem entre si são iguais.

5. O todo é maior que suas partes.

Os postulados constituem as proposições que são a base de toda a geometria plana que é tratada na educação básica enquanto que os axiomas são proposições que são aceitas também em outros ramos do conhecimento. Entretanto, a grande maioria dos textos contidos nos livros didáticos de Matemática que versam sobre geometria na atualidade, não faz qualquer distinção entre um e outro.

Euclides também elaborou obras que abordam temas diversos como perspectiva, seções cônicas, geometria esférica e teoria dos números. Seus trabalhos matemáticos que foram preservados até os nossos dias foram primeiro traduzidos para língua árabe, posteriormente para o latim e depois para outros idiomas do continente europeu. Assim como o seu nascimento, sua morte também foi envolta em mistério, e suas datas só puderam ser obtidas através de cálculos aproximados.

Por ter sido uma obra muito admirada e reconhecida por outros matemáticos que se seguiram, poucos itens foram acrescidos aos Elementos de Euclides. Por conseguinte outras obras surgiram. Dentre essas se destaca a de Arquimedes, que no intuito de resolver o problema da quadratura do círculo, um dos três problemas clássicos da geometria grega, usou as técnicas de régua e compasso através do método dos perímetros para calcular o número π com as razões 223/71 e 22/7, consignando-lhe, com duas decimais o valor de 3,14. Por outro lado, Apolônio solucionou o problema do círculo tangente a outros três círculos dados, também usando as construções geométricas.

Quanto a Apolônio, este se destacou no estudo das secções cônicas, obra que lhe rendeu o cognome de “o grande geômetra” título dado por seus contemporâneos. A ele é atribuída a criação dos termos elipse, parábola e hipérbole. Outro trabalho seu muito conhecido e o chamado circulo de Apolônio que atualmente faz parte de cursos superiores de geometria. Assim:

> Com a morte de Apolônio, a época de ouro da geometria grega chegou ao fim. Os geômetras menores que se seguiram pouco mais fizeram do que preencher detalhes e talvez desenvolver independentemente certas teorias cujos germes já estavam contidos nos trabalhos dos três grandes predecessores. Em particular foram descobertas muitas outras curvas de grau mais elevado e foram exploradas as aplicações da geometria. Dentre esses geômetras posteriores merecem menção especial Heron de Alexandria (c.75 d.C.), Menelau (c. 100), Cláudio Ptolomeu (c. 85 – c. 165) e Papus (c. 320). (EVES, 1992, p. 11).

Segundo EVES (1992), Papus foi o último dos geômetras gregos criativos, que viveu cinco séculos depois de Apolônio, esforçou-se em vão apesar de seu entusiasmo para instilar vida nova na debilitada geometria grega. Após Papus a geometria grega deixou de ser uma disciplina vívida: apenas sua memória foi perpetuada por escritores menores e comentadores.

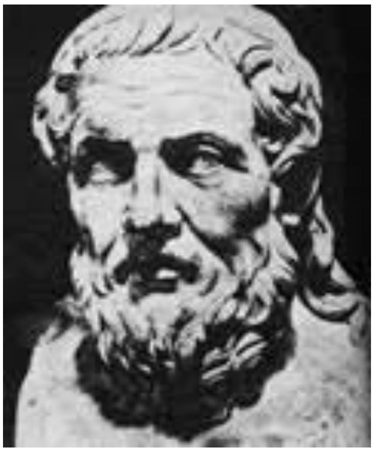


Figura 2.5: Apolônio de Perga
Fonte: www.somatematica.com.br

No decorrer do período histórico em que acontece a ascensão do poder de Roma, a Grécia termina por se tornar uma província do domínio romano e entre umas e outras consequências dessa dominação é a ocorrência de um declínio gradual do pensamento criativo.

Com a queda do império romano que se estendeu do ano 476 d.C. até 1453 d.C., período que é marcado pela esterilidade do ensino, alguns povos se destacaram na Matemática como os Hindus e os Árabes. Embora nesse período os hindus tenham contribuído muito para a Álgebra como também no desenvolvimento do atual sistema posicional, pouco ou quase nada contribuíram para a geometria, a não ser o trabalho sobre quadriláteros cíclicos de Brahma Gupta em cerca de 630 d.C..

Durante o período em que ocorre a ascensão e queda do Império Árabe, um grande número de trabalhos gregos e hindus foram traduzidos para língua árabe possibilitando posteriormente aos europeus a retraduzi-los para o latim e outras línguas. Aos árabes são atribuídos o uso das seis funções trigonométricas e aperfeiçoamentos na derivação de fórmulas da trigonometria esférica.

Segundo EVES (1992), a partir do século XI, os clássicos gregos da Ciência e da Matemática voltam a se infiltrar na Europa. As traduções dessas obras preservadas pela cultura muçulmana atingem o seu ápice no século XII, considerado na História da Matemática como o século dos tradutores.

Posteriormente, no período que vai do século XIII ao século XV, muitas transformações ocorreram tais como o surgimento das universidades de Paris, Oxford, Cambridge, Pádua e Nápoles. A exceção do século XIV, considerado bastante improdutivo para a Matemática, devido, principalmente, a ocorrência da Peste e da Guerra dos Cem Anos, é no século XV, período inicial do Renascimento, que surge a primeira versão impressa, em latim, dos Elementos de Euclides em 1492, como consequência da vinculação de muitos matemáticos a essas universidades. Nesse período testemunhou-se o reaparecimento da arte e do saber na Europa, pois:

> Num esforço para produzir quadros mais realistas, muitos artistas e arquitetos do Renascimento vieram a se interessar profundamente por descobrir as leis formais que regem a construção de projeções de objetos sobre uma tela, e já no século XV muitos desses homens criaram elementos de uma teoria geométrica subjacente à perspectiva (EVES, 1992, p.16).

No século XVI deu-se sequência ao desenvolvimento da aritmética e álgebra com o feito notável de matemáticos italianos na resolução de equações cúbicas e quádricas. Nesse período ocorre um estímulo imediato ao desenvolvimento da geometria com as traduções de obras de Euclides e Arquimedes como também a obra de Proclus, intitulada Comentários sobre Euclides, Livro I.

A partir da elaboração da geometria analítica em meados do século XVII e com a invenção das geometrias não euclidianas clássicas cerca de dois séculos mais tarde, os matemáticos finalmente aceitaram a situação de que há mais do que um espaço concebível e, portanto mais de uma geometria.

2.1 - AS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS COM RÉGUA E COMPASSO E O ENSINO DE DESENHO GEOMÉTRICO NO BRASIL.

As construções geométricas com régua e compasso surgiram no século V a.C. e desempenharam um papel muito importante no desenvolvimento da Matemática grega principalmente com a escrita das bases axiomáticas feitas por Euclides.

Ao enunciar os três primeiros postulados: (1) É possível traçar uma linha reta de um ponto qualquer a um ponto qualquer, (2) É possível prolongar arbitrariamente um segmento de reta, (3) É possível traçar um círculo com qualquer centro e raio, Euclides estabelece as três construções possíveis em Geometria em seus Elementos sem mencionar qualquer descrição dos processos de como efetuá-las tampouco o uso dos termos régua e compasso.

A permissibilidade descrita nesses postulados bem como a importância dos instrumentos necessários para as construções conduziram os gregos à constatação de que alguns problemas aparentemente fáceis não poderiam ser solucionados com o simples uso desses dois instrumentos geométricos. Dentre esses problemas alguns se tornaram clássicos tais como o problema de inscrever um polígono regular num círculo, o da trissecção de um ângulo dado qualquer, além da duplicação do cubo e da quadratura do círculo. Entretanto os gregos se propuseram a trabalhar no sentido de encontrar outras técnicas para encontrar a solução desses problemas e nisso alcançaram bastante progresso. Sobre o problema da quadratura do círculo, só no final século XIX aparece uma demonstração em que se verifica a impossibilidade de o problema ser resolvido com régua e compasso.

Segundo EVES (1992, p. 30):

> A descoberta das secções cônicas e o uso de curvas como a conchóide e a quadratriz para produzir soluções atestam a engenhosidade dos geômetras gregos. Não depõe contra eles o fato de que careciam dos instrumentos de geometria analítica e da teoria algébrica para descrever as possibilidades dos vários instrumentos geométricos (e assim, mostrar também o que era impossível).

Numa publicação intitulada Geometria Del Compasso feita no final do século XVIII, o italiano Lorenzo Mascheroni mostrou que os problemas de construções geométricas que podem ser resolvidos por régua e compasso também podem ser resolvidos apenas por meio do compasso. A obra que foi dedicada por Mascheroni a Napoleão Bonaparte por ocasião da campanha de conquista comandada pelo imperador no norte da Itália, ajudou a solucionar o problema conhecido como o problema de Napoleão, que foi proposto aos matemáticos franceses e que consistia em dividir um circulo em quatro partes congruentes utilizando apenas o compasso.

Figura 2.6: La Geometria Del Compasso
Fonte: www.eosdev.it/il-giardino-di-archimede/

Cerca de cento e trinta anos mais tarde, já em 1928 um livro intitulado Euclides Danicus foi encontrado em um sebo na Dinamarca. A obra de autoria de Georg Mohr mostrou que este autor se antecipara a Mascheroni em aproximadamente 125 anos, pois continha a mesma conclusão básica de que os problemas clássicos de construções geométricas poderiam ser resolvidos somente com o compasso. Mohr e Mascheroni apesar de terem vivido em países diferentes e em épocas diferentes mostraram de forma independente que é possível dispensar o uso da régua nas construções geométricas clássicas. Com o passar do tempo tornou-se quase consensual admitir que os problemas de construções geométricas em sua forma clássica poderiam ser resolvidos através do uso diversificado dos instrumentos básicos de geometria, sendo possível usar cada um deles de várias maneiras diferentes.

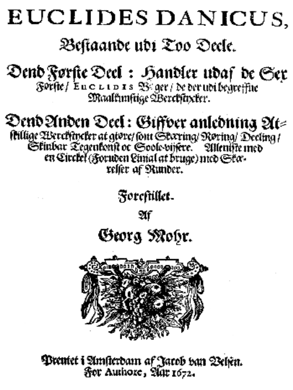

EUCLIDES DANICUS,
Bestaaende udi Too Deele.
Dend Første Deel : Handler udaf de Sex Første / EUCLIDIS Bøger / de der udi begreffne Maalkunstige Werckstycker.
Dend Anden Deel : Giffver anledning Atskillige Werckstycker at giøre / som Skæring / Røring / Deeling / Skinbar Tegenkonst oc Soole-vissere. Alleniste med en Circkel (Foruden Linial at bruge) med Skærelser af Runder.
Forestillet.
Af
Georg Mohr.
Prentet i Amsterdam af Jacob van Velsen.
For Authore, Aar 1672.

Figura 2.7: Euclides Danicus
Fonte: www.pballew.blogspot.com

Quanto ao ensino de geometria e desenho geométrico no Brasil, durante o período jesuítico, este foi praticamente inexistente, visto que a educação proferida pelos jesuítas era centralizada na educação liberal da Idade Média, baseadas no método do Trivium cujas disciplinas associadas eram a gramática e a retórica o que implicava em uma formação literária para a maioria dos educandos.

Os jesuítas não viam com bons olhos as matemáticas, pois segundo Miorim (1998, apud Morales, et ali., 2003, p.22) “O estudo das relações misteriosas entre números e entre estes e as letras – a gematria – inquietavam os religiosos, Além disto, “a busca de relações abstratas que aparentemente não ocupavam nenhum lugar na escola dos seres” era encarada como uma “ciência vã””. Miorim ainda cita uma crítica do poeta Jean Bouhier (1673-1746), presidente do Parlamento de Dijon, filólogo e historiador: “O estudo das ciências especulativas, como a geometria, a astronomia, a física é um entretenimento sobremaneira vão; todos esses conhecimentos, estéreis e infrutíferos, são inúteis por si mesmos. Os homens não nasceram para medir linhas, examinar as relações entre os ângulos e perder todo o seu tempo em considerações sobre os distintos movimentos da matéria” (Dainville, 1954, apud Château, 1992, apud Miorim, 1998, apud Morales, et ali., 2003, p.22). Entretanto o “Auto de Inventário e Avaliação dos Livros achados no Colégio dos Jesuítas do Rio de Janeiro e Sequestrados em 1775” foram encontradas obras dos matemáticos jesuítas Clavius, Kircher, Boscovich, além do curso de bombeiros José Alpoim, provando que os jesuítas, apesar de não ensinarem a Matemática, a conheciam com profundidade, acompanhando as pesquisas da época. Devemos ressaltar que o livro “Elementos” de Boscovich (este livro continha Aritmética, Geometria Plana e Sólida, Trigonometria Plana e Esférica, Cônicas e Lugares geométricos) fora escrito em 1752, e, em 1759 já estava na biblioteca dos jesuítas, o que mostra a atualidade dos estudos por parte dos membros da ordem. (Valente, 1999, apud Morales, et ali. 2003, p.23).

A pedagogia dos jesuítas tinha propósitos contra reformistas, pois se remetia ao Conselho de Trento da Igreja Católica que foi organizado no século no século XVI em contraposição à expansão do Protestantismo como também ao que se apregoava em outros países da Europa que estavam sob a influência da ciência moderna e do racionalismo.

Segundo Seco e Amaral (p. 2):

> Neste período, o então rei de Portugal, D. José I, nomeia para seu ministro Sebastião José de Carvalho e Melo, o Marquês de Pombal, que caminha no sentido de recuperar a economia através de uma concentração do poder real e de modernizar a cultura portuguesa, reforçando o Pacto Colonial, iniciando assim, uma tentativa de transformação no século XVII com as Reformas Pombalinas.

O impacto das reformas pombalinas culminou com a expulsão dos jesuítas de todos os domínios de Portugal através de um decreto de 3 de setembro de 1759. Antes disso, O Marquês de Pombal por meio do Alvará Régio de 28 de junho do mesmo ano criou as aulas régias que eram aulas ministradas por professores nomeados pelo governo e que tinham o objetivo de preencher a lacuna deixada pelos jesuítas. Assim foram introduzidas aulas das disciplinas Latim, Grego, Filosofia e Retórica além de Geometria, Álgebra e Aritmética com o nítido intuito de secularizar a educação portuguesa.

Apesar da reforma, o modelo de educação pombalino não garantiu a continuidade e a expansão das escolas brasileiras, o que corresponde a um contraste ao modelo jesuítico que beneficiava grande parte da população.

De acordo com Seco e Amaral (p. 6):

> Somente quando a Real Mesa Censória, criada em 1767 (inicialmente com atribuição para examinar livros e papéis já introduzidos e por introduzir em Portugal), alguns anos depois, passa a assumir a incumbência da administração e direção dos estudos das escolas menores de Portugal e suas colônias, é que as reformas na instrução ganham meios de implementação. Com as novas incumbências e a partir das experiências administrativas da direção geral de estudos, nos anos anteriores, a Mesa Censória apontou para as necessidades tanto na metrópole quanto na colônia referente ao campo educacional.

Assim, foram criados mecanismos financeiros para que com os recursos arrecadados fosse viabilizado o pagamento de professores, constituição de biblioteca pública, ampliação dos estabelecimentos e incentivos aos professores, a organização de um museu de variedades, construção de um gabinete de física experimental e outras aplicações.

Com a chegada da família real ao Brasil em 22 de janeiro de 1808, surge a necessidade de se estabelecerem as profissões técnicas e científicas. De imediato, Criaram-se as Escolas de Cirurgia e Academia de Marinha (1808), a Aula de Comércio e Academia Militar (1810) e a Academia Médico - cirúrgica (1813). A ciência também ganhou com a criação do Observatório Astronômico (1808), do Jardim Botânico (1810) e do Laboratório de Química (1818).

Em 1813, foi inaugurado o Teatro São João (atual João Caetano). Em 1816, uma missão francesa, composta de pintores, escultores, arquitetos e artesãos, chegaram ao Rio de Janeiro para criar a Imperial Academia e Escola de Belas-Artes. Em 1820, foi a vez da Real Academia de Desenho, Pintura, Escultura e Arquitetura-civil. A presença de artistas estrangeiros, botânicos, zoólogos, médicos, etnólogos, geógrafos e muitos outros que fizeram viagens e expedições regulares ao Brasil, trouxe informações sobre o que acontecia pelo mundo e também tornou este país conhecido, por meio dos livros e artigos em jornais e revistas que aqueles profissionais publicavam. Foi uma mudança profunda, mas que não alterou os costumes da grande maioria da população carioca, composta de escravos e trabalhadores assalariados.

Outra realização foi a fundação da Academia Real Militar da Corte concretizada pela Carta Régia de 4 de Dezembro de 1810, através de D. João VI. Essa foi a primeira instituição destinada a um curso completo de Ciências

Matemáticas, de Ciências de Observação, Física, Química, Mineralogia, Metalurgia e História Natural, que compreenderá o Reino Vegetal e Animal e das Ciências Militares em toda a sua extensão, tanto de Tática como de Fortificação e Artilharia. A partir daí, se estabeleceu o ensino sistemático das matemáticas, das ciências e da técnica no Brasil, no início do século XIX. Como antes de 1934 não havia nenhuma instituição voltada especialmente ao ensino da matemática superior, coube às escolas do Exército e da Marinha e às escolas de engenharia o importante papel de atenuar esta falta durante mais de cem anos.

O regulamento da Academia Real Militar apresentava um programa de curso inspirado no modelo das instituições de ensino superior europeias, principalmente na Universidade de Coimbra e na Escola Politécnica de Paris, com destaque para as matérias básicas e o ensino prático (Telles, 2003, p. 8). O curso completo tinha duração de sete anos e compunha-se das seguintes disciplinas:

1º ano: aritmética, álgebra, geometria e trigonometria retilínea;

2º ano: repetição e ampliação das noções de cálculo dadas no 1º ano, explicação dos métodos para resolução das equações, aplicação da álgebra à geometria das linhas e curvas, e à aritmética, cálculo diferencial e integral, com suas aplicações à física, à astronomia e ao cálculo das probabilidades; manobra; desenho de marinha e rudimentos sobre construção dos navios;

3º ano: princípios de mecânica e hidrodinâmica, além de lições de desenho;

4º ano: trigonometria esférica, princípios de óptica, catóptrica e dióptrica, e geodésia;

5ºano: tática, estratégia, castrametação, fortificação de campanha e reconhecimento de terrenos, e química;

6º ano: fortificação, mineralogia e desenho; e

7º ano: artilharia teórica e prática, minas e geometria subterrânea.

A Academia Real Militar iniciou suas atividades em 23 de abril de 1811, reunindo 72 alunos, sendo cinco civis e os demais egressos da Real Academia de Artilharia, Fortificações e Desenho.

Para ingressar na Academia Real Militar, o candidato deveria conhecer as quatro primeiras operações aritméticas e ter no mínimo 15 anos. Uma vez matriculados, os alunos civis deviam sentar praça como soldados e cadetes de artilharia. Essa situação sofreu mudanças com o decreto de outubro de 1823, que aumentou o número de disciplinas e permitiu a matrícula de alunos civis, sem obrigatoriedade de assentar praça no Exército (Telles, 2003, p. 12). Com a Independência, da mesma forma que outros órgãos, a instituição passou a ser denominada Academia Imperial Militar, apesar de ser citada em alguns documentos como Academia Militar da Corte.

Vemos então que a matemática no Brasil estava fortemente presente na formação técnica e militar. É só após a independência do país que o ensino de matemática se amplia em virtude dos exames preparatórios. No século XIX, entre o final da década de 20 e meados da década de 40, temos "a constituição das escolas primárias, a criação dos cursos jurídicos, do Colégio D. Pedro II, este fundado em 1837, a solidificação dos preparatórios às escolas superiores, o aparecimento dos liceus provinciais, enseja a elaboração e seleção do que deve ser importante em matemática para a formação prévia, pré-universitária, do futuro bacharel. O caráter da escolarização secundária, por esse tempo, era de curso preparatório para o ensino superior. Não se tratava de formação do adolescente. Daí o fato de as matemáticas ensinadas nos liceus e preparatórios serem aquelas valorizadas nos exames para ingresso ao ensino superior. [...]. E é por força dos exames preparatórios que as matemáticas vão sendo amalgamadas à cultura clássico-literária predominante." (Valente, 1999, p.119).

Ao longo do século XIX, avaliando a legislação escolar (Mourão, 1959; Moacyr, 1932; Moacyr, 1939; Silva, 1998; Documentos Oficiais do Arquivo Público Mineiro) verificou-se que o Desenho Linear fazia parte do currículo das escolas, com propósitos profissionalizantes, quando este era fundamental para o futuro profissional, tendo uma abordagem mais prática do que teórica. Além disso, essa disciplina também constava dos programas das escolas urbanas, dedicadas às classes mais abastadas, que teriam condições de prosseguir com os estudos dos seus filhos. O fato de o Desenho Linear constar nestas últimas seria, provavelmente, para dar aos alunos um conhecimento para os cursos preparatórios e mesmo para ingressarem na Academia Real Militar da Corte, onde estudavam apenas os jovens procedentes das famílias de posses. Outro ponto a ser destacado é o Colégio Imperial D. Pedro II que foi inaugurado em 1837, modelo de ensino secundário no Brasil, e contava com o Desenho Linear (construção de figuras geométricas) e o Desenho Figurado (baseado em cópias) na sua grade curricular. A reforma constitucional do país, em 1834, permitia que as províncias pudessem legislar sobre a instrução pública. Deste modo, podemos encontrar variações nas disciplinas priorizadas em cada província. Apesar disto, os colégios procuravam seguir o Colégio Imperial Pedro II, para obterem uma equiparação ao mesmo. Sendo assim, haveria entre as diversas escolas uma tentativa de padronização em relação ao Colégio Imperial, portanto, por esses motivos, o Desenho Linear era uma matéria que constava dos currículos das mesmas.

Para Pavanello (1989), a razão da importância dada ao ensino da geometria no Brasil, nas escolas dirigidas para a elite, se devia à uma busca do desenvolvimento das capacidades intelectuais, pois com a geometria leva-se *"à enfatização dos processos dedutivos, através dos quais se pretende conseguir o desenvolvimento do raciocínio lógico."* (Pavanello, 1989, p.87). No século XIX, nas primeiras décadas, já se manifestavam algumas mudanças sociais, políticas e econômicas, modificando, ainda que lentamente, o cenário brasileiro assim tem:

> "construções de fábricas, portos, estradas, urbanização de cidades, dentre outras (pois o Brasil começara a se modernizar só a partir da década de 1850), as elites dominantes perceberam a urgente necessidade de serem formados também engenheiros civis e, passaram a pressionar o Imperador. Dessa forma, o Decreto imperial n. 140, de 9 de Março de 1842, instituíra modificações nos Estatutos da Escola Militar e, dentre estas, criara disciplinas de engenharia civil no sétimo ano do curso daquela instituição de ensino. Fora o prenúncio para a criação de uma Escola de Engenharia separada de uma instituição militar. Fora também mantido o curso Matemático." (Silva, 1998)

Em relação à valorização do ensino de Desenho no Brasil, aparecem diversas defesas da sua importância na formação do educando. De acordo com Rubens (1941), em 14 de maio de 1845, Luiz Pedreira de Couto Ferraz, Ministro do Império, deu nova organização à Academia Imperial de Belas-Artes no Rio de Janeiro, dividindo-a em quatro seções: Desenhos geométricos, de ornatos, arquitetura e civil.

Dez anos depois, Araújo Porto Alegre, no cargo de diretor, implantou a Reforma da Academia, estabelecendo no regulamento:

> "As aulas de matemática Aplicada, de Desenho Geométrico, de Esculturas de Ornatos, que fazem parte do ensino acadêmico, têm por fim também auxiliar os progressos das Artes e da Indústria Nacional. (Artigo 78, título VIII). Haverá sempre nestas três aulas duas espécies de alunos, o artista e os artífices, os que se dedicam às Belas-Artes e os que professam as Artes Mecânicas. (Artigo 79). A aula de Desenho Geométrico será dividida em duas séries, a primeira complementar da cadeira de Matemática (frequentada por todos os alunos) e a segunda de aplicações do mesmo desenho à indústria, conforme a profissão ou destino dos alunos." (Artigo 18, Secção II)

Com a mudança para o Brasil Império (1822-1889), novos caminhos foram dados para a educação e, em decorrência disso, surgiram novas propostas para o ensino de matemática e também de geometria. Em 1827, com a implantação do ensino gratuito a nível primário, as tentativas de incluir noções geométricas, além das quatro operações fundamentais foram em vão, em razão de não existir na época, professores primários habilitados e, sobretudo também por não ser um conhecimento escolar solicitado como pré-requisito para o ingresso em qualquer instituição secundária.

Quanto à escola secundária:

> "Em 1837 com o intuito de servir de modelo de escolarização secundária no país, é criado o colégio Dom Pedro II, onde as matemáticas figuram em todas as oito séries do Colégio" (VALENTE, 2007, p. 118).

Os conteúdos ministrados no colégio Dom Pedro II estavam organizados por anos e tratavam de Aritmética, Geometria, Álgebra, Trigonometria e Mecânica. A Geometria estava presente no 4º e no 5º ano, com duas horas semanais, inicialmente. Porém, em 1841, foi feita uma alteração na sequência dos conteúdos e a geometria ficou mais algebrizada, passando então para o final dos livros e para os últimos anos do ensino secundário que perdurou a partir de então.

No final do século XIX, surgem na Europa inúmeras revistas especializadas em Matemática, num movimento internacional de ensino da disciplina. No Brasil, o movimento influenciou a maneira de ensinar, voltando-se para o ser humano, mais do que para o conteúdo a ser ensinado. Foi quando surgiu no Brasil uma literatura didática, marcada sempre pela sigla FIC. São os Elementos de Aritmética por FIC, os Elementos de Geometria por FIC, etc. Deve-se ao prof. Eugênio de Barros Raja Gabaglia a introdução, no país, desses livros. “[...] As escolas da Congregação dos Frères de l’Instruction Chrétienne (FIC) constroem, principalmente por meio dos seus frades-professores, uma grande obra didática em vários campos do saber” (Valente, 2007, p. 176-177). O colégio Dom Pedro II utilizou os FIC até 1922.

A partir desse programa, a gestão do colégio Dom Pedro II buscou uma integração de conteúdos da aritmética, álgebra e geometria, com a publicação do livro Curso de Matemática Elementar. A proposta foi revolucionária, pois até então os professores que ensinavam por área específica teriam que unificar e trabalhar as três áreas em uma só disciplina. Apesar das diversas críticas que surgiram, a defesa da proposta alegava que até então o ensino secundário preparava para os exames classificatórios, não para as escolas superiores, algo que deveria mudar com a unificação das matemáticas. Vários outros colégios do país foram aderindo à proposta feita no Colégio Pedro II, o qual era referência para o ensino secundário.

De 1925 a 1930, houve uma transição no sistema de ensino e a frequência no curso secundário tornou-se obrigatória para a obtenção de um diploma desse nível escolar. “O decreto n. 16.782A, de 13 de janeiro de 1925, do governo Arthur Bernardes, que ficou conhecido como Reforma “Rocha Vaz” estabeleceu a seriação obrigatória de seis anos do curso secundário para todo país” (Valente, 2004, p. 41). Os conteúdos eram divididos por anos e a matemática se fazia presente nos quatro primeiros, sendo que, ao final do 2º, 3º e 4º ano, havia exames finais a fim de aprovar ou reprovar.

Com a Revolução de 1930, Getúlio Vargas assumiu a Presidência da República e, segundo Meneses (2007), com o objetivo de agradar aos estados parceiros de batalha, Rio Grande do Sul e Minas Gerais, criou os ministérios do “Trabalho, Indústria e Comércio” e da “Educação e Saúde”, nomeando Francisco Campos como ministro deste último.

A partir desse momento, a geometria passa a ser conteúdo da disciplina de Matemática, surgindo seus primeiros livros didáticos, um marco fundamental para a configuração do ensino de Geometria no Brasil. Outra reforma significativa que ocorreu no ramo educacional foi a Reforma Capanema:

> Em abril de 1942, a lei orgânica do ensino secundário, reestrutura o ensino (ginásio – 4 anos e científico – 3 anos). A geometria é organizada com o mesmo programa estabelecido na reforma de 30: é abordada intuitivamente nas duas primeiras séries ginasial e dedutivamente nas duas últimas. No científico, estava presente em todos os anos. No entanto, as críticas aos programas extensos levou a nova reestruturação do ensino. A geometria foi então redistribuída e passou a não constar "no programa da 2ª série do ensino ginasial e, no 2º ciclo, ficou toda concentrada ao 1º ano (SENA; DORNELLES, 2013, p. 140, apud KONZEN; BERNARDI; CECCO, 2017, p. 6)".

Com a Reforma, nos três últimos anos que hoje correspondem ao Ensino Médio, os alunos poderiam escolher o tipo de curso que queriam cursar, direcionado para alguma área. Estes três últimos anos tinham objetivos de preparar para o ensino superior ou para o trabalho. Já os primeiros quatro anos eram de conhecimento geral, correspondendo aos atuais Anos Finais do Ensino Fundamental.

> Essa reforma permaneceu em vigor até 1961, com a aprovação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Apenas um reajustamento dos programas foi feito em 1951. Após isso, somente na década de 60, com a chegada ao Brasil do movimento da "Matemática Moderna", que mudanças significativas voltaram a ocorrer no ensino de Matemática (SOARES; DASSIE; ROCHA, 2004, p. 11).

Nas décadas de 1960 e 1970, o ensino de Matemática no Brasil, assim como em outros países, foi influenciado por um movimento de renovação que ficou conhecido como Movimento da Matemática Moderna - MMM (BRASIL, 1998).

> Dentre as reformas do ensino de Matemática, pode-se dizer que o Movimento da Matemática Moderna foi a que se tornou mais conhecida. Ao contrário das Reformas Campos e Capanema, a Matemática Moderna não foi implantada por nenhum decreto, o que não impediu que ela fosse

> amplamente divulgada e adotada em todo o território nacional. No Brasil, a Matemática Moderna veio como uma alternativa ao ensino tradicional que, apesar de demonstrar certa estabilidade de conteúdo e metodologia em livros e programas de ensino, recebia críticas por adestrar os alunos em fórmulas e cálculos sem aplicações (SOARES; DASSIE; ROCHA. 2005 p. 11 e 12).

O movimento influenciou o ensino até a década de 80, estando presente nos livros didáticos utilizados. Suas bases estavam principalmente em conceituação e formulações abstratas, seguindo uma linha de matemática pura, próxima da estudada por pesquisadores e estudiosos. O que se propunha estava fora do alcance dos alunos, pois se distanciou das questões práticas, impedindo a visualização do sentido da matemática. Assim, a geometria foi relegada a segundo plano, pois o Movimento da Matemática Moderna estava focado na Teoria dos Conjuntos e o estudo da Álgebra e era o que prevalecia (MENESES, 2007). Os professores não entendiam essa perspectiva e acabavam deixando de lado o ensino de geometria, até porque, muitas vezes os conteúdos da área estavam no final do livro. Esse abandono abrangeu também os cursos de magistério e licenciaturas, com currículos despreocupados com o ensino de geometria, com uma geração órfã dessa formação.

Com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, a 5692/71, no Ensino de 1º e 2º Graus, vê-se mais acentuado, por sua vez, esse procedimento, ao permitir que cada professor monte seu programa “de acordo com as necessidades da clientela”. A maioria dos alunos do 1º grau deixa, assim, de aprender geometria, pois os professores das quatro séries iniciais do 1º grau limitam-se, em geral, a trabalhar somente a aritmética e as noções de conjunto. O estudo da geometria passa a ser feito, quando não é eliminado, apenas no 2º grau, como agravante de que os alunos apresentam uma dificuldade ainda maior em lidar com as figuras geométricas e sua representação porque o Desenho Geométrico é substituído, nos dois graus do ensino, pela Educação Artística.

2.3 – AS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS NOS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCN de Matemática, para as séries finais do ensino fundamental, demonstram a posição dos educadores e técnicos que trabalharam na sua elaboração, quando constatamos a valorização do ensino da geometria e das construções geométricas, com a utilização de instrumentos. Percebemos então uma preocupação com o desenvolvimento do pensamento geométrico do aluno, que aliado às construções geométricas possibilitam visualizar a teoria de uma forma concreta. A importância que se dá a construção do conhecimento de geometria, através das construções geométricas é reforçada em diversos trechos dos PCN de Matemática. O apelo para o retorno ao ensino da geometria e, consequentemente, para o resgate do ensino das construções geométricas, vem se concretizando através da inserção de tópicos de Desenho Geométrico nos livros didáticos de Matemática. A utilização de softwares, como por exemplo, o geogebra para o ensino das construções geométricas corresponde às propostas dos PCN de Matemática, que incentivam o ensino da geometria e das construções geométricas, além de indicar o recurso às tecnologias da informação, como um dos caminhos a ser feito em Matemática na sala de aula.

Apesar das recomendações dos PCN, na legislação escolar não existe, oficialmente, um programa de Desenho Geométrico a ser cumprido pelas escolas. Mesmo estando inseridas nos livros de Matemática, as construções geométricas podem ser trabalhadas ou não pelos professores. Diferentes propostas de ensino coexistem. Os professores e/ou os coordenadores de área são os principais determinantes do tipo de conhecimento que os alunos recebem na escola, ao escolherem os livros didáticos. Os docentes, segundo as suas concepções e de acordo com sua formação, irão optar por um ou outro texto didático. Existe, igualmente, uma grande influência das editoras. As escolas não podem se pautar pela lista de livros que são publicadas pelo Ministério da Educação - MEC dentro dos critérios de avaliação, porque não existe uma avaliação dos livros didáticos de Desenho Geométrico. Não existem mesmo os princípios e critérios para avaliação dos livros de Desenho Geométrico, talvez por não ser uma disciplina obrigatória. No entanto, entende-se que esta avaliação deveria existir nos mesmos moldes das demais disciplinas, uma vez que diferentes coleções são utilizadas em muitas escolas do país. Chegamos a um novo século com diferentes propostas e metodologias de ensino referentes às construções geométricas. Cabe a cada escola seguir uma delas ou, simplesmente, ignorá-las. Hoje se sabe que o movimento de matemática moderna fracassou. Não obstante a isso, porém, os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) de Matemática de, 1998, mantêm algumas ideias defendidas pelo movimento como, por exemplo: o trabalho com a linguagem da teoria dos conjuntos nas séries iniciais, a formalização precoce de conceitos, o predomínio absoluto da álgebra nas séries finais e as poucas aplicações práticas da matemática no ensino fundamental.

2.2 - A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR – BNCC

Com base nos recentes documentos curriculares brasileiros, a BNCC leva em conta que os diferentes campos que compõem a Matemática reúnem um conjunto de ideias fundamentais que produzem articulações entre eles: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação. Essas ideias fundamentais são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e devem se converter, na escola, em objetos de conhecimento. A proporcionalidade, por exemplo, deve estar presente no estudo de: operações com os números naturais; representação fracionária dos números racionais; áreas; funções; probabilidade etc. Além disso, essa noção também se evidencia em muitas ações cotidianas e de outras áreas do conhecimento, como vendas e trocas mercantis, balanços químicos, representações gráficas etc.

Nessa direção, a BNCC propõe cinco unidades temáticas, a saber, Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística, todas correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a ser desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental. Cada uma delas pode receber ênfase diferente, a depender do ano de escolarização.

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC estabelece que, no Ensino Fundamental, a escola precisa preparar o estudante para entender como a Matemática é aplicada em diferentes situações, dentro e fora da escola. Na auIa, o contexto pode ser puramente matemático, ou seja, não é estritamente necessário que a questão apresentada seja referente a um fato cotidiano. O importante é que os procedimentos sejam inseridos em uma rede de significados mais ampla na qual o foco não seja somente o cálculo em si, mas as relações que ele permite estabelecer entre os diversos conhecimentos que o aluno já tem. Uma aplicação, por exemplo, seria usar equações de segundo grau para descobrir medidas de lado de figuras geométricas: aqui, o contexto é matemático, mas há uma aplicação da álgebra em relação a outros conhecimentos.

A Geometria, uma das unidades temáticas propostas pela BNCC, envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência.

Em todas as unidades temáticas, a delimitação dos objetos de conhecimento e das habilidades considera que as noções matemáticas são retomadas, ampliadas e aprofundadas ano a ano. No entanto, é fundamental considerar que a leitura dessas habilidades não seja feita de maneira fragmentada.

Assim, algumas das habilidades formuladas começam por: “resolver e elaborar problemas envolvendo...”. Nessa enunciação está implícito que se pretende não apenas a resolução do problema, mas também que os alunos reflitam e questionem o que ocorreria se algum dado do problema fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescida ou retirada. Nessa perspectiva, pretende-se que os alunos também formulem problemas em outros contextos.

2.2.1- OBJETOS DE CONHECIMENTO E HABILIDADES DA UNIDADE TEMÁTICA GEOMETRIA SEGUNDO A BNCC PARA O 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

UNIDADE TEMÁTICA	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
GEOMETRIA	Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros	(EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.
	Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.	(EFO8MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares. (EF08MA16) Descrever por escrito ou por fluxograma, um algoritmo para construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.
	Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas.	(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.
	Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação.	(EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica.

Tabela 2.1
Fonte: BNCC

Os programas de geometria dinâmica devem ser ambientes virtuais voltados para o ensino e aprendizagem de uma forma não estática, como por exemplo, o quadro da sala de aula. Alguns conteúdos de Geometria de acordo com a BNCC podem ser estudados a partir de softwares:

- Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.
- Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação.
- Áreas de figuras planas.
- Área do círculo e comprimento da circunferência.

3 - TEORIAS DA APRENDIZAGEM E ENGENHARIA DIDÁTICA

3.1 - JEAN PIAGET: A TEORIA DO DESENVOLVIMENTO COGNITIVO.

Jean Piaget considerou uma posição interacionista a respeito da inteligência. Para ele, o estudo da inteligência deveria envolver uma análise de como o ser humano se torna progressivamente capaz de construir o conhecimento. Ele argumenta que não existem conhecimentos resultantes de mero registro de observações. Todo conhecimento pressupõe uma organização que só os esquemas mentais do sujeito podem efetuar.

Também não existem, no homem, estruturas cognitivas inativas. Todo conhecimento provém das ações. É a partir delas que o jovem organiza seus primeiros conceitos. Inicialmente, eles são práticos, constituindo-se em adaptações sensório-motoras ao mundo que a cerca.

3.1.1 - APLICAÇÃO DA TEORIA DE JEAN PIAGET AO ENSINO E APRENDIZAGEM.

Os princípios básicos da teoria piagetiana são os construtivismos e o conceito de estágio.

Segundo o construtivismo, todo e qualquer conhecimento é adquirido por um processo de interações contínuas entre esquemas mentais da pessoa que conhece e as peculiaridades do evento ou do objetivo a conhecer. O conceito de estágio afirma que o pensamento da criança e do adulto é qualitativamente diferente na forma de raciocínio.

> Para Piaget, o desenvolvimento cognitivo do indivíduo ocorre através de constantes desequilíbrios e equilibrações. O aparecimento de uma nova possibilidade orgânica no indivíduo ou a mudança de alguma no estado de repouso. (DAVIS; OLIVEIRA, 2008. p.38).

Quando se parte desses dois pressupostos, o objetivo fundamental da educação passa a ser a formação de um indivíduo com valores próprios, tanto no plano intelectual como no plano moral.

Piaget questiona esse tipo de metodologia de ensino. Para ele, nesta situação o aluno é submetido a uma verdadeira ginástica mental que o obriga a fazer grande quantidade de exercícios de fixação e memorizar conteúdos para serem esquecidos logo em seguida.

> Piaget acredita que a aprendizagem subordina-se ao desenvolvimento e tem pouco impacto sobre ele. Com isso, ele minimiza o papel da interação social. Vygotsky, ao contrário, postula que desenvolvimento e aprendizagem são processos que se influenciam reciprocamente, de modo que, quanto mais aprendizagem, mais desenvolvimento. (DAVIS; OLIVEIRA, 2008. p.56).

A pesquisa e a reflexão possibilitam ao aluno a aquisição de um método de estudo que lhe será útil por toda a vida. Quando a compreensão prevalece sobre a memorização, os conhecimentos não são impostos de fora e há remoção das inibições causadas pelo sentimento de inferioridade que, com bastante frequência, ocorre na situação em que o professor é o único detentor do saber. Quando o aluno compreende em vez de memorizar, ele se torna capaz de raciocinar bem.

3.2 - A TEORIA DE LEV VYGOTSKY DO DESENVOLVIMENTO COGNITIVO

Para Vygotsky, o desenvolvimento mental é o processo de assimilação ou “apropriação” da experiência acumulada pela humanidade no decurso da história social. No decurso da história, os homens, governados por lei sociais, desenvolveram características mentais superiores. Milhares de anos de história social produziram mais a esse respeito do que milhares de anos de evolução biológica. As conquistas do desenvolvimento social foram gradualmente acumuladas e transmitidas de geração em geração. Assim se consolidaram e se tornaram um patrimônio da humanidade.

> Para Vygotsky, o processo de desenvolvimento nada mais é do que a apropriação ativa do conhecimento disponível na sociedade em que o aluno nasceu. É preciso que ela aprenda e integre em sua maneira de pensar o conhecimento da sua cultura. O funcionamento intelectual mais complexo

> desenvolve-se graças a regulações realizadas por outras pessoas que, gradualmente, são substituídas por auto regulações. Em especial, o ouvido é apresentado, repetido e estimulado, permitindo ao aluno processar de forma mais elaborada objetos sólidos [...] permitindo de maneira sensória integra-se no meio espacial, permitindo processar informações de uma forma mais elaborada. (DAVIS; OLIVEIRA, 2008, p.54).

O processo de apropriação é muito diferente do processo de adaptação. A adaptação é uma mudança dos comportamentos e capacidades em função das exigências do ambiente.

A apropriação é um processo que tem como consequência a reprodução, pelo individuo, de qualidade, capacidade de absorção e transformação, pelo indivíduo, das conquistas do desenvolvimento da espécie.

Como Piaget, Vygotsky dá ênfase à ação na produção das categorias com as quais a razão opera. No entanto, diferentemente de Piaget, ele dá fundamental importância à linguagem na construção da mente.

3.2.1- APLICAÇÕES DA TEORIA DE LEV VYGOTSKY AO ENSINO E APRENDIZAGEM

Para Vygotsky, o processo de educação escolar é qualitativamente diferente do processo de educação no sentido mais amplo. Na escola, o jovem tem como tarefa entender as bases dos estudos científicos, ou seja, apropriar-se de um sistema de conceitos abstratos que mantêm entre si relações hierarquizadas.

Ele admite que o ensino direto desses conceitos é impossível e infrutífero. Um professor que tente fazer isso geralmente não obtém resultado. O que ele observa é a repetição de palavras sem sentindo para a criança. Ele simula o conhecimento das relações descritas, mas sua exposição não passa de um verbalismo.

Durante o processo de aprendizagem o jovem parte de suas próprias generalizações e significados. Ela raciocina sobre as explicações recebidas e as transforma de acordo com seus esquemas lógicos e conceituais. Para entrar no caminho da generalização e da abstração, propostas pelo conceito estudado, ela necessita do auxílio dos adultos e de outros jovens. Esse processo de mediação é fundamental para a absorção e transformação do conteúdo proposto.

Com o auxílio de outra pessoa o aprendiz pode fazer mais do que faria sozinho. O que só consegue fazer com a cooperação dos outros, amanhã fará só.

A geometria estimula a criança a observar, perceber semelhanças, diferenças e a identificar regularidades. Para esses autores, o futuro professor que não dominar a geometria e não perceber a sua relação com a realidade em que vive não conseguirá contribuir para o desenvolvimento do pensamento geométrico da criança. Esse pensamento é que permite a criança a compreender e representar, de forma organizada, o mundo em que se encontra. Para Ausubel (1980), o assunto a ser aprendido deve fazer algum sentido para o aluno, isto é, a aprendizagem precisa ser significativa e que o mesmo esteja relacionado com conceitos relevantes existentes em sua estrutura cognitiva. Quando o conteúdo é contextualizado, o professor pode imprimir um significado real ao que é ensinado, abrindo panoramas até para si. Este novo campo da matemática sob a faceta pedagógica é capaz de possibilitar descobertas e a paixão pelo aprendizado desta ciência (SILVEIRA FILHO, 2006)

3.3 - A TEORIA DA GESTALT

Cada vez mais os educadores buscam em outras áreas recursos que os auxiliem na construção do conhecimento de seus aprendizes. Utilizar recursos da psicologia é uma prática frequente entre os educadores. Desta maneira, a teoria da Gestalt abre uma nova visão no sentido de articular o conhecimento matemático como um todo. Esta teoria aplicada ao ensino mostra como é importante uma macro visualização do objeto em estudo, bem como de suas partes, e levanta uma importante questão ao mostrar que a soma das partes é diferente da interação das mesmas. O todo, a que a Gestalt se refere, pode ser entendido como a articulação de várias teorias matemáticas ou exemplos que por vezes são apresentados sem conexões, mas que caminham em uma mesma direção.

O espaço a nossa volta está repleto de sólidos geométricos. É muito mais fácil encontrar um sólido geométrico do que uma figura plana na realidade que nos cerca. Entretanto, no ensino da geometria, convencionou-se um caminho que leva das partes mais simples aos corpos mais complexos. Isto é, aprendem-se pontos, retas e planos para depois construir figuras planas e posteriormente os poliedros e demais sólidos geométricos. É importante mostrar ao aprendiz que o ensino de geometria não é uma via única, que vai das partes ao todo. Mas sim uma via de mão dupla, do todo para suas partes e das partes para o todo. A metáfora do cinema encaixa-se perfeitamente bem neste pensamento. Deste modo, o que se pretende não é uma revolução no ensino, mas uma melhora na compreensão do contexto geométrico que nos cerca. Vale lembrar, a partir dos princípios da Gestalt, que nem sempre a atenção dos aprendizes está com foco no que o professor quer mostrar. Por exemplo, ao colocar três pontos no plano para construir a noção de espaço, é impossível não enxergar uma figura plana que passa por estes pontos. Pelo princípio da continuidade obtém-se o triângulo. Pelo princípio da simplicidade, temos que a primeira figura completada será a mais fácil de ser visualizada. Mesmo que o professor deseje trabalhar o espaço, ele deverá estar ciente e deixar explícita esta realidade para que consiga a atenção para o espaço. Assim como uma ilusão de ótica.

3.4 - ENGENHARIA DIDÁTICA

Atualmente uma das metodologias utilizadas em Educação Matemática, e que tem origem na conhecida Didática Francesa, é a Engenharia Didática cuja criação é atribuída a Michele Artigue. Em sua concepção, essa metodologia pode ser entendida tanto como uma de pesquisa específica, quanto como uma sequência de aulas ou atividades concebidas e organizadas de forma coerente. Para Machado (1999), ela se caracteriza como um esquema experimental baseado nos projetos didáticos de sala de aula, ou seja, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino. É possível distingui-la em dois níveis: o da micro engenharia, que tem como objetivo o estudo de um determinado assunto e leva em conta a complexidade dos fenômenos na sala de aula e o da macro engenharia, que compõe a complexidade das pesquisas de micro engenharia com os fenômenos ligados à duração nas relações entre ensino e aprendizagem.

A Engenharia Didática é formada pelas quatro fases apresentadas a seguir.

1- Análises preliminares, nas quais se observam a análise epistemológica dos conteúdos, a análise do ensino atual, a análise das dificuldades e obstáculos e a do campo onde vai situar-se a realização didática.

2- Concepção e análise a priori, em que o pesquisador delimita certo número de variáveis sobre os quais o ensino pode atuar.

3- Experimentação, que é a fase da realização da engenharia, a qual se inicia no momento em que se dá o contato pesquisador/professor/observador e supõe a explicitação dos objetivos e condições de realização da pesquisa, seguindo com a aplicação dos instrumentos de pesquisa e o registro das observações feitas.

4- Análise a posteriori e a avaliação, que se apoia sobre todos os dados colhidos durante a experimentação.

O confronto entre as análises a priori e a posteriori irá validar ou não a pesquisa. Em particular, verifica-se se houve ou não crescimento na formação do aluno e se os objetivos propostos foram alcançados.

Assim, a ligação da engenharia didática com o aspecto teórico e experimental é nítida nas palavras de Artigue:

> A engenharia didática, vista como metodologia de pesquisa, se caracteriza em primeiro lugar, por ser um esquema experimental baseado em realizações didáticas em classe, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino. (1996, p.247 apud Pais, 2001, p. 104).

Desta forma, a engenharia didática torna-se uma alternativa que aumenta o estado de influência do saber acadêmico na realidade do sistema de ensino. Neste sentido, o saber científico é composto pelos resultados da pesquisa, ao passo que suas verificações práticas estão ligadas ao saber a ser ensinado. Logo, a estrutura oferecida pela engenharia didática sustenta a ligação entre esses dois saberes, unindo o ambiente acadêmico das práticas escolares.

4 – A PESQUISA DE CAMPO

A experiência do trabalho de pesquisa foi executada durante a realização do segundo módulo ocorrido no período de 25 de abril a 25 de junho do ano letivo de 2019, na Escola Estadual Vila Velha. A escola está situada na comunidade conhecida como Vila Velha do Cassiporé, uma localidade que possui não menos que cinquenta e não mais que cem unidades habitacionais, e que se encontra localizada na margem esquerda do rio Cassiporé no município amapaense Oiapoque, tendo sido executada com 10 alunos pertinentes à escola, todos matriculados no 8° ano do Ensino fundamental.

A comunidade na qual a escola está inserida encontra-se dentro da área de preservação ambiental do Parque Nacional do Cabo Orange, distante cerca de 140 quilômetros do município de Oiapoque e 540 quilômetros da capital Macapá com difícil acesso terrestre pela rodovia BR – 156, principalmente durante o período chuvoso amazônico, ou de barco motorizado pelo rio Cassiporé de difícil navegação face às numerosas corredeiras nele existentes.

Os alunos são todos residentes na comunidade, não necessitam, portanto de transporte escolar para chegar ao ambiente da escola, transporte esse que muitas vezes é disponibilizado pela SEED, como se verifica durante o ano letivo nas demais comunidades que são atendidas pelo SOME. São alunos oriundos, em sua maioria, de famílias estabelecidas na própria localidade que em grande parte dispõe de poucos recursos financeiros. A maioria dessas famílias depende de programas sociais que advém do poder público, o que na prática gera uma relativa dificuldade para os mesmos quanto à aquisição de material escolar, incluindo os de desenho geométrico. É importante considerar ainda que a comunidade vive essencialmente da caça, pesca e agricultura de subsistência e de alguma atividade pecuária, e que devido ao isolamento que se encontram precisam muitas das vezes se dirigir até a sede do município de Oiapoque para efetuar essa aquisição. No geral são alunos participativos e assíduos e embora apresentem algumas dificuldades de aprendizagem em Matemática, principalmente no que tange às operações fundamentais, demonstram grande interesse e esforço na execução de atividades propostas pelos professores.

Com relação ao espaço físico, a escola possui três salas de aula além de outra sala, esta improvisada, no local onde deveria funcionar a biblioteca. Possui um único banheiro o qual é destinado ao uso tanto pelos alunos e professores como também para os demais funcionários. Contém ainda um espaço usado como refeitório, onde também o gestor e o secretário despacham, além de uma dependência onde funciona a cozinha da escola. Não possui sala para atendimento educacional especializado nem espaço para prática de Educação Física. Também não possui sistema de vigilância nem motor gerador de energia elétrica próprio.

Figura 4.1: Escola Estadual Vila Velha
Fonte: Arquivo pessoal

A escola conta com um quadro de pessoal formado por um gestor, um secretário escolar e duas cozinheiras, uma por turno que também executam o serviço de zelador em cada um dos dois turnos de funcionamento. A esse grupo juntam-se os professores do SOME que a cada cinquenta dias, respeitando-se o período de férias e recesso escolar, são designados pela UEFUM e UEMOD.

Ressalte-se que o número de professores designados por módulo para atuarem na localidade Vila Velha do Cassiporé varia entre oito e nove professores de todas as componentes curriculares, de acordo com o bloco composto por elas em cada período de cinquenta dias.

É inexistente a presença de servidor especialista em serviço de orientação, de coordenação e supervisão, e de assessor pedagógico no ambiente da Escola Estadual Vila Velha.

4.1- CONTEÚDOS DE GEOMETRIA PERTINENTES AO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Numa rápida vistoria em busca de alguns volumes de livros de Matemática no carente acervo da Escola Estadual Vila Velha, verificamos a existência de várias coleções do PNLD já consumidas. Uma das coleções, com a data mais recente que encontramos data de 2016, de Luiz Roberto Dante, Matemática – Projeto Teláris.

Considerando que a maioria dos docentes que são designados para atuar na escola, utilizam os exemplares da referida coleção como fonte de consulta para os alunos, pareceu-nos viável selecionar os conteúdos de geometria no exemplar correspondente ao 8º ano do ensino fundamental como requisitos para execução da pesquisa.

Um aspecto que consideramos de importante relevância é a presença, na coleção Teláris, de alguns capítulos de Geometria figurando entre os capítulos referentes ao cálculo algébrico o que não se costuma apresentar em outras coleções ali disponíveis. Os exercícios de geometria não aparecem apenas no final do livro. No livro do 8º ano aparecem logo no terceiro capítulo, apresentando as formas geométricas planas ângulos, triângulos e quadriláteros. Nos capítulos sexto e sétimo, os conteúdos de geometria aparecem abordando circunferências e círculos finalizando com perímetros áreas e volumes. No capítulo oitavo trata da representação de sólidos geométricos no plano com ênfase ao desenho em perspectiva. O livro procura manter a unidade da Matemática, formulando exercícios de transição e permeando os exercícios de cálculo algébrico com entes geométricos, seja para ilustração ou para manipulação. A não especificação das seções do livro ou seus conteúdos, também colaboram para esse fim. Apesar de todo o cuidado, a transição entre álgebra e geometria ainda é bem perceptível, pois é possível dizer em que páginas estão os conteúdos de geometria separados dos de álgebra e aritmética. Esta constatação mostra que há certa inobservância de uma das intenções da Matemática, que é a integração entre aritmética álgebra e geometria.

A constituição dos conteúdos é feita da parte para o todo, dos elementos mais simples para os mais complexos, o que é bastante recomendável. Verifica-se, também, que a linguagem matemática não é negligenciada, nem a formalização de alguns postulados de geometria euclidiana que aparecem, propondo inclusive alguns exercícios de demonstração. Quanto ao tipo de objetivo dos exercícios e ao encadeamento que possuem, muitas observações interessantes podem ser feitas. É possível perceber neles todos os imperativos estruturais e metodológicos. Os exercícios de mesmo conteúdo apresentam graus de dificuldade crescente, expressados em contextos semelhantes, permitindo a observação de padrões e sugerindo um estudo dirigido. É comum a retomada, numa determinada série, dos conceitos trabalhados em séries anteriores. Este é mais um preceito da metodologia proposta muito embora não seja verificado nem uma abordagem paralela com ensino das construções geométricas. Os exercícios privilegiam a observação, a descoberta e a de dedução, pela simulação de situações reais ou por uma sequência indutora. São explorados, também, aqueles com múltiplas soluções. Aqui temos claramente a atenção aos aspectos lógicos e estruturais, tão necessários à aprendizagem em matemática.

4.2 - ATIVIDADES REALIZADAS EM SALA DE AULA

Tendo em vista que a distribuição da carga horária pertinente a cada componente curricular que integra o período de cinquenta dias de um módulo é feita de forma intensiva (para efeito de comparação a cada intervalo de duas semanas tem-se o correspondente em aulas por componente a um bimestre no sistema regular), a execução do cronograma só pode ser concretizada mediante a colaboração dos demais professores lotados na turma em questão os quais gentilmente cederam espaço ocupado por algumas de suas aulas.

4.2.1 – CRONOGRAMA

Foram disponibilizados ao todo cinco dias de três horas aulas com duração média de quarenta minutos cada uma, perfazendo um total de quinze horas aulas que foram assim distribuídas conforme a tabela abaixo:

DIA	Nº DE AULAS	LOCAL	ATIVIDADES
20/052019	03	E.E. Vila Velha	• Distribuição de kits de desenho geométrico. • Descrição e utilidade de cada instrumento. • Diagnóstico sobre o conhecimento prévio dos alunos. • Apresentação do conteúdo a ser trabalhado em sala.
21/052019	03	E.E. Vila Velha	• Construções: ângulos de 30°, 45°, 60° e 90° com o uso do transferidor. Ângulos congruentes. Transporte de ângulos. • Construção da bissetriz de um ângulo qualquer. • Atividades contendo questões sobre ângulos, inclusive ângulos opostos pelo vértice.
22//05/2019	03	E.E. Vila Velha	• Construções de perpendiculares e paralelas. Uso dos esquadros isósceles e escaleno. Construção da mediatriz de um segmento. • Construção de triângulos e quadriláteros. • Construção dos pontos notáveis de um triângulo • Atividade contendo problemas sobre triângulos e quadriláteros.
23/05/2019	03	E.E. Vila Velha	• Divisão do círculo em partes iguais usando régua, compasso e transferidor. Construção de polígonos regulares. • Atividades contendo polígonos regulares.
24/052019	03	E.E. Vila Velha	• Construção das médias aritmética, geométrica, harmônica e quadrática. Desigualdade das médias. • Atividade contendo cálculos das médias de dois números dados.

Tabela 4.1
Fonte: Elaboração própria

4.3 - RELATOS SOBRE AS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS EM SALA DE AULA

Conforme a quantidade de dias e horas aulas disponibilizados, as atividades previstas para sala de aula foram divididas em cinco momentos de três horas aulas, tendo em vista a quantidade de conteúdos selecionados e seguindo a sequência do livro didático utilizado para tal.

Os alunos foram comunicados antecipadamente acerca das atividades que seriam desenvolvidas em sala de aula e ao mesmo tempo foram informados que as mesmas representavam parte de um projeto de pesquisa.

No primeiro momento foi aplicada uma atividade de sondagem com o intuito de colher informações a respeito do conhecimento prévio dos discentes sobre Geometria, como também da disciplina Desenho Geométrico que outrora fez parte do núcleo de disciplinas do ensino fundamental bem como sobre as construções geométricas além da possível experiência dos mesmos com os instrumentos utilizados nessas construções, através de questões de múltipla escolha que possibilitam a tabulação dos resultados com relativa facilidade.

A seguir foram apresentados os instrumentos de desenho geométrico e suas respectivas utilidades bem como a terminologia usada em cada uma de suas partes integrantes além dos conceitos dos entes fundamentais da geometria euclidiana, a saber, ponto, reta e plano além dos conceitos de semirreta e segmento de reta. A partir daí observou-se uma rápida familiarização com os instrumentos de desenho geométrico, visto que se buscou no decorrer das aulas o adestramento das mãos para um melhor manuseio dos mesmos.

O segundo momento Iniciou com apresentação do conceito de ângulo e região angular sendo uma recapitulação do mesmo assunto que é abordado no volume da mesma coleção didática destinado ao 7° ano com ênfase às construções dos ângulos de 30°, 45°, 60° e 90º, feitas com o auxílio do transferidor como também dos esquadros, a saber, o escaleno e o isósceles.

As construções das bissetrizes dos ângulos com essas medidas foram executadas com o compasso e a trissecção dos mesmos, feita com o transferidor, com exemplificação no software geogebra. Além disso, foram apresentadas resoluções de alguns problemas envolvendo ângulos com essas medidas como também para medidas quaisquer, inclusive de ângulos opostos pelo vértice. O procedimento constatou significativa melhora na compreensão e resolução dos problemas principalmente quanto a determinação de medidas representadas por expressões desconhecidas.

No terceiro momento, a partir do conceito de retas coplanares introduzido inicialmente e do postulado das paralelas, o passo seguinte foi a construção de perpendiculares e paralelas com o uso da régua e do compasso além dos esquadros escaleno e isósceles, como também a visualização no geogebra através das ferramentas disponíveis no software.

O uso dos esquadros isósceles e escaleno pelos alunos representou relativa dificuldade, principalmente quando da construção de feixes de paralelas, devido ao espaço disponível nas carteiras, mas que foi solucionado com a utilização de uma mesa ampla posteriormente disponibilizada à maioria deles.

A construção da mediatriz de um segmento feita com régua e compasso e visualizada no geogebra tornou possível a introdução do conceito de lugar geométrico e a posterior utilização desse conceito como ferramenta disponível no software.

Com os conceitos e propriedades de triângulos e quadriláteros e suas respectivas construções, abriu-se a possibilidade de se exercitar a parte da geometria dedutiva com a demonstração de algumas proposições referentes à essas figuras geométricas como por exemplo àquelas relacionadas com seus ângulos internos e externos culminando com a resolução de problemas propostos no livro didático sobre as figuras, inclusive cálculo de perímetro e área. A construção e problematização referentes aos pontos notáveis do triângulo foram feita tanto com instrumentos euclidianos quanto pelo software geogebra.

Como quarto momento, é feita uma recapitulação do conceito de círculo e seus elementos principais e a relação entre o perímetro e o diâmetro. São resolvidos e propostos alguns exercícios no que se refere ao cálculo do perímetro e da área do círculo.

A seguir são executados os procedimentos para divisão do círculo em partes iguais e a construção do triângulo equilátero, quadrado, pentágono e hexágono inscritos no círculo, seus elementos principais, com auxílio da régua, compasso e transferidor, com visualização no geogebra finalizando com atividades de caráter algébrico, relativas ao triângulo, quadrado e hexágono.

No último momento, foi feita uma abordagem sobre as médias: aritmética, geométrica, harmônica e quadrática.

Por fazer parte de um dos eixos temáticos previstos pela BNCC, o tratamento da informação, precisa muitas vezes do conceito de médias. Assim, passando pelos conceitos e pela desigualdade entre elas. Desigualdade tal, primeiramente verificada entre dois valores e posteriormente com o auxílio de régua e compasso a partir de dois segmentos de reta dados.

5- CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho buscou construir a possibilidade de se compreender o quanto importante é para o ensino da Geometria a vinculação com as construções geométricas. Por isso, pode-se perceber a necessidade de atividades pedagógicas voltadas para essa finalidade e que considerem os instrumentos euclidianos de desenho geométrico como ferramentas de auxílio essenciais ao ensino, sobretudo os softwares de geometria dinâmica.

Para se alcançar o entendimento dessa realidade nos propusemos a definir um objetivo geral e alguns objetivos específicos que nortearam as atividades realizadas na Escola Estadual Vila Velha. Dentre eles, o de diagnosticar se os alunos do 8º ano do ensino fundamental tinham algum conhecimento ou se fizeram uso dos instrumento de desenho geométrico ou de softwares de geometria dinâmica, como o Geogebra, em séries anteriores. Percebeu-se, após o procedimento, uma baixíssima noção, por parte dos mesmos, da utilidade dos instrumentos euclidianos e um completo desconhecimento da funcionalidade e até mesmo existência do software de geometria dinâmica como o Geogebra.

Após nos restringirmos aos resultados preliminares, recorremos às tarefas de manuseio de instrumentos e aplicação de atividades de construções geométricas para em seguida resolver problemas de geometria métrica como também dedutiva incluindo demonstrações de proposições concernentes às atividades em questão. Essa dinâmica mostrou a necessidade de se destinar uma carga horária suplementar para que o desenvolvimento dos trabalhos, futuramente, não fique comprometido.

Observou-se um uso mais recreativo que propriamente didático da ferramenta tecnológica Geogebra. Isso contrariou nossa hipótese inicial de que os alunos aproveitariam as potencialidades do aparato. As inúmeras dificuldades encontradas, sobretudo no tocante ao fornecimento de energia elétrica no local, citadas anteriormente foram determinantes para descontinuidade do uso dessa tecnologia.

Dada à importância e a versatilidade do software, torna-se necessário o desenvolvimento de formas de se criarem espaços no ambiente escolar no sentido de viabilizar minicursos, principalmente, para alunos sem muito conhecimento em informática. Podendo com isso economizar não só o tempo de horas aulas destinadas ao ensino de geometria como também recursos que são necessários para serem concluídas.

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, M**. “Engenharia Didáctica”, In: DIDÁTICA DAS MATEMÁTICAS.** Brun, J. (Org.). Lisboa: Instituto Piaget. 1996.

AUSUBEL, D. P. **A aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel.** São Paulo: Moraes, 1982.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC: Secretaria de Educação Fundamental, 1998.

CYRINO, Márcia C.C.T.. **Preparação e emancipação profissional na formação inicial do professor de Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

COSTA, Heliadora G. P; LOMBA, Rony M.. **Formação de educadores do campo na Amazônia: um estudo sobre o Procampo na UNIFAP**. https://periódicos. unifap.br/index.php/pracs. Macapá, v. 9, n. 3, p. 99-119, dez. 2016.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Blucher, 1996.

DAVIS, Cláudia; OLIVEIRA, Zilma. **Psicologia na Educação**. 2º ed São Paulo: Cortez, 2008.

EVES, H. **Introdução a História da Matemática**. Tradução de Higino H. Domingues. Campinas, São Paulo: Unicamp, 1994. PAVANELLO, R. N. (1993). **O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências.** Revista Zetetiké, ano 1, n. 1, p. 7-17. UNICAMP.

FERREIRA, Polliana P.. **Movimento Educacional Indígena no Brasil e seu desdobramento no Amapá (1988-2002): Caminhos e descaminhos**. Anais do III Encontro de Discentes de História. . Macapá, agosto de 2017.

KONZEN, Sandra; BERNARDI, Luci T. M. dos S.; CECCO, Bruna L. **O campo do ensino de geometria no Brasil: do Brasil Colônia ao período do regime militar.** Hipátia, v. 2, n. 2, p. 58-70, dez. 2017.

MENESES, R. S. **Uma história da geometria escolar no Brasil: de disciplina a conteúdo de ensino.** 2007. 172 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MIORIM, M. A.. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MORALES, Cíntia et ali. **Uma História da Educação Matemática no Brasil Através dos Livros Didáticos de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental**. Monografia. Faculdade de Educação São Luís Jaboticabal – São Paulo, 2003.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática; uma análise da influência francesa**, 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

ROQUE, J. B.; PITOMBEIRA, T. M. **Tópicos De História Da Matemática**. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

SECO, Ana P.; AMARAL, Tânia C. I. do**. Marquês de Pombal e a reforma educacional.** Faculdade de Educação – UNICAMP, 2014.

SILVA, Clovis P. da. **A Matemática no Brasil Uma história de seu desenvolvimento**. Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 1998.

SILVEIRA FILHO, J. **O Novo Contexto da Matemática**. Revistas das Faculdades Santa Cruz, v. 5, n. 2, julho/dezembro, 2006.

SOARES, E**. Metodologia científica**. São Paulo: Atlas, 2002.

SOARES, F. dos S.; DASSIE, B. A.; ROCHA, J. L. **Ensino de matemática no século XX – da Reforma Francisco Campos à Matemática Moderna**. Horizontes, Bragança Paulista, v. 22, n. 1, p. 7-15, jan./jun. 2004.

SOUZA, Cláudio S. de. **Construções geométricas**. V.1 – 2. ed. – Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010.

TELLES, Pedro C. da S**. Evolução histórica da engenharia no Brasil**. Revista do IHGB, Rio de Janeiro, n. 158, v. 397, p. 1.107-1.116, out./dez. 1997.

VALENTE, Wagner R.. **Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930)**. São Paulo: AnnaBlume/FAPESP, 1999.

VALENTE, Wagner. R.. **Uma história da matemática escolar no Brasil, 1730-1930**. 2. ed. São Paulo: Annablume/FAPESP, 2007.

WAGNER, Eduardo. **Uma introdução às construções geométricas**. In Apostila OBMEP, 2009. Disponível em: http://www.obmep.org.br/export/sites/default/arquivos/apostilas.pic2010/Apostila8-construcoes_geometricas.pdf. Acesso em 30 de junho de 2019.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron. **Da régua e do compasso: as construções geométricas como um saber escolar no Brasil**. 2001 a. 206 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

ZUIN, E. de S. L.. **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o 3° e 4º Ciclos do Ensino Fundamental e o Ensino das Construções Geométricas, Entre Outras Considerações.** PUC Minas: [s.n.], 2002. GT 19 - Educação Matemática.

ANEXOS

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ

PROGRAMA DE MESTRADO

PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA - PROFMAT

PROFMAT

PLANO DE AULA – I

ANO:

8º Ano do Ensino Fundamental

PROFESSOR (A):

EIXO TEMÁTICO:

Geometria

OBJETO DE CONHECIMENTO:

Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.

CARGA HORÁRIA:

3 horas aulas (120 minutos)

HABILIDADE DA BNCC:

EF08MA13: Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Tornar o aluno capaz de construir ângulos com auxilio de instrumentos de medidas (régua, transferidor e compasso).

METODOLOGIA:

Aula expositiva-dialogada, direcionada para soluções de problemas envolvendo ângulos de 90º, 60º, 45º e 30º através da construção “régua-compasso” e software de geometria dinâmica.

RECURSOS NECESSÁRIOS:

- Caderno de desenho ou papel sem pauta.
- Régua.
- Compasso.
- Transferidor.
- Lápis.
- Borracha.

- Apontador de lápis. - Notebook e projetor multimídia.
AVALIAÇÃO: Através de atividades impressas, participação do aluno e de tarefas executadas em sala de aula e em casa.
BIBLIOGRAFIA BÁSICA: - DANTE, Luiz Roberto: Projeto Teláris – Matemática – 8º ano. São Paulo. Editora Ática, 2012. - https://novaescola.org.br/plano-de-aula

Atividade 1

1. Duas circunferências de mesmo raio, cujos centros se encontram numa mesma reta suporte. Em qual posição poderíamos situá-las para obter uma reta perpendicular à reta suporte? Você consegue justificar por que a reta obtida forma 90º com a reta suporte?

2. Dadas três circunferências, sendo duas delas com o mesmo raio, em qual posição podemos situá-las para obter um ângulo, cuja medida será metade do ângulo obtido anteriormente?

3. Dadas duas circunferências de mesmo raio, e cujos centros estão numa mesma reta suporte, em que posição elas podem estar de modo que o ângulo formado pelos seus pontos de interseção e um ponto da reta suporte formem um triângulo com todos os ângulos congruentes.

4. Se você traçar uma reta passando pelo vértice da figura e centro da circunferência, o que acontece com o ângulo?

Atividade 2

1 - Na gincana da escola Saber, Luiz ficou com a tarefa de construir o mapa da brincadeira "Caça ao Tesouro". Para a tarefa, ele recebeu os seguintes comandos: *1 cm equivale a 1m da medida real)

a. O Ponto A indica o local de partida;

b. Ande 5 cm para a direita e vire 30º para a esquerda;

c. Ande 4 cm para frente e vire 90º para a direita;

d. Ande 3 cm e vire 45º para a esquerda;

e. Ande 4 cm e vire 60ª para a direita;

f. Siga em frente por 2 cm.

g. Coloque um “X” no local do tesouro.

Usando os comandos, ajude Luiz executar sua tarefa.

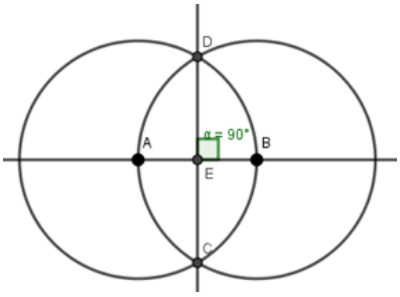
2 - É muito frequente o uso de gráficos de setores para mostrar dados numéricos e resultados de pesquisas. No gráfico de setores, o ângulo de 360º é dividido em partes proporcionais. Os dados abaixo representam o número de eleitores dos candidatos A, B e C. Sabe-se que: Os eleitores do candidato A, formam um ângulo de 90º, os eleitores do candidato B, formam um ângulo de 60º e o restante são os eleitores do candidato C. Construa um gráfico de setores representando os eleitores dos candidatos. Qual o ângulo formado pelos eleitores do candidato C?

3 - Um robô de brinquedo dá passos de 1 centímetro. A partir de um ponto A, ele caminha 4 passos para frente, gira 90º para a esquerda, dá mais 5 passos para frente, gira 30º para a direita, dá mais 3 passos, gira 60º para direita, dá mais 5 passos para frente, gira 45 º para esquerda, um passo e chega ao ponto B. Usando transferidor, construa o caminho do robô.

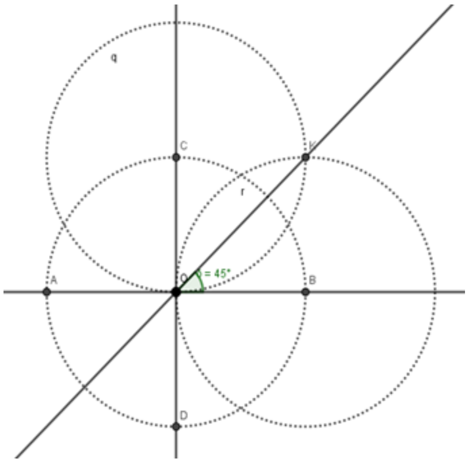
Soluções

Atividade 1

1- Trace uma reta e marque um ponto A nessa reta. Com uma abertura qualquer no compasso e ponta seca no ponto A, trace uma circunferência. Na intersecção da circunferência com uma das semirretas, marque o ponto B. Com ponta seca do compasso em B e abertura inicial, trace outra circunferência que intersecta a primeira nos pontos C e D. Trace o segmento CD, que passa por E, obtendo dessa forma o ângulo de 90º

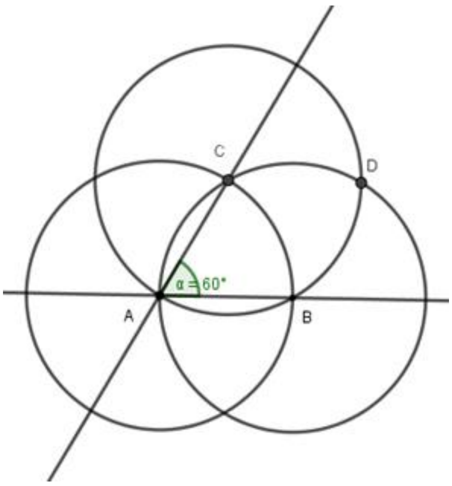


2- Considerando a figura anterior, com centro do compasso em D e abertura inicial, trace uma terceira circunferência que intersecta as duas primeiras em E e F. Traça-se a reta suporte de EF, obtendo dessa forma o ângulo de 45º.

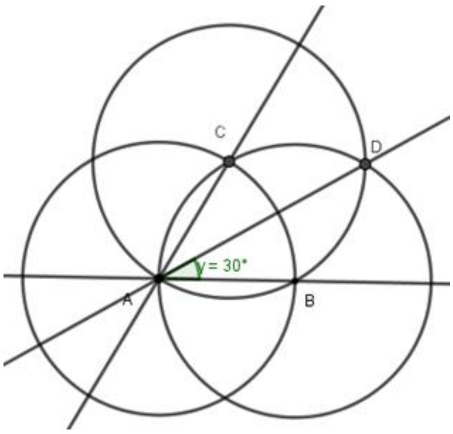


2- Considerando ainda o resultado obtido na primeira figura, traça-se a reta suporte de AD, obtendo assim o ângulo de 60º.

-

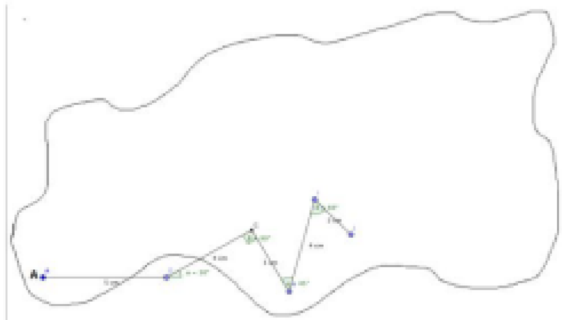


4 – Considerando o resultado obtido na figura anterior, traça-se a reta suporte do segmento AD, obtendo-se assim o ângulo de 30º.

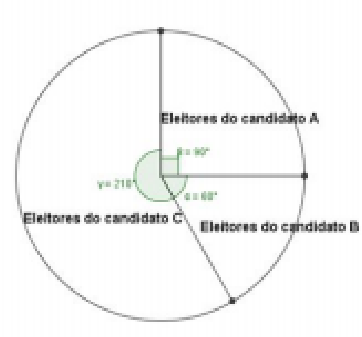


Atividade 2

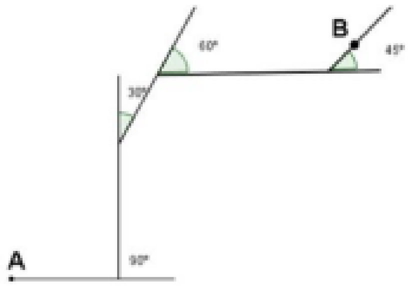
1-



2-



3-



UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL
EM MATEMÁTICA - PROFMAT

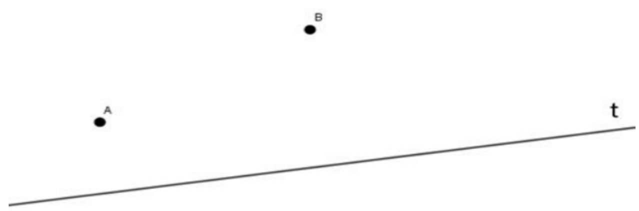
PROFMAT

PLANO DE AULA – II
ANO: 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL **PROFESSOR (A):** **EIXO TEMÁTICO**: Geometria
OBJETO DO CONHECIMENTO: Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares. **CARGA HORÁRIA:** 3 horas aulas (120 minutos):
HABILIDADE DA BNCC: EF08MA13: Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares. **OBJETIVOS ESPECÍFICOS:** Tornar o aluno capaz de construir bissetriz de um ângulo e mediatriz de um segmento.
METODOLOGIA: Aula expositiva-dialogada, voltada para soluções de problemas que possam envolver a prévia construção com régua e compasso e também com software de geometria dinâmica, da bissetriz de um ângulo como também da mediatriz de um segmento.
RECURSOS NECESSÁRIOS: - Caderno de desenho ou papel sem pauta. - Régua. - Compasso. - Transferidor. - Lápis.

- Borracha. - Apontador de lápis. - Notebook e projetor multimídia.
AVALIAÇÃO: Através de atividades impressas, participação do aluno e de tarefas executadas em sala de aula e em casa.
BIBLIOGRAFIA BÁSICA: - DANTE, Luiz Roberto: Projeto Teláris – Matemática – 8º ano. São Paulo. Editora Ática, 2012. - https://novaescola.org.br/plano-de-aula

Atividade

1. Na cidade de João, será construída uma parada de ônibus e plantado pinheiros. O esboço abaixo representa as casas A e B e a estrada t.



a) Em que ponto da estrada deve ser colocada a parada de ônibus de modo que ela fique à mesma distância das duas casas?

b) Onde devem ser plantados os pinheiros para que eles fiquem à mesma distância das casas e da estrada

Faça as construções descrevendo os procedimentos utilizados.

2. Roberta e Maria gostam de ir juntas para a escola. Elas costumam se encontrar sempre em um ponto que esteja a mesma distância de suas casas. Faça um esboço

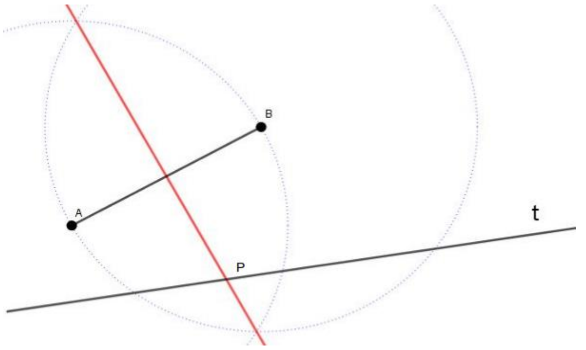
desta situação e mostre se há mais de um ponto de encontro possível às duas amigas. O ponto A representa a casa de Roberta e o ponto B representa a casa de Maria

2) Dadas duas retas concorrentes r e s, formando entre si um ângulo de 40º, encontre o polígono, cujos vértices são equidistantes de r e s e distante 2 cm da reta r.

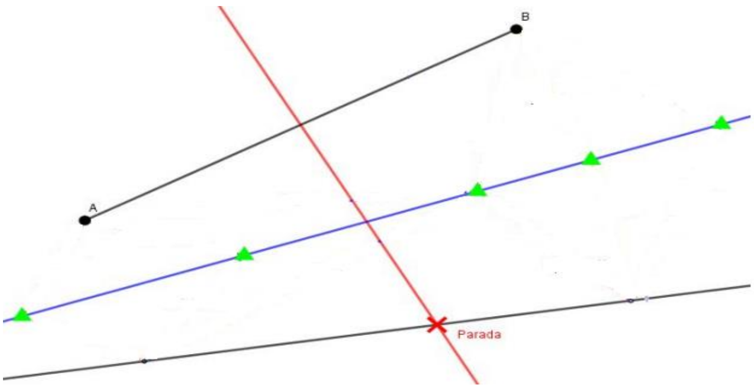
Soluções:

1.a) Para determinar a posição do ponto que o local da placa, trace um segmento de A até B e construa a mediatriz deste segmento.

Na intersecção da mediatriz com a reta t, marcamos o ponto P que representa o local da placa. O ponto P pertence à mediatriz do segmento AB, portanto é equidistante aos pontos A e B que representam as casas.

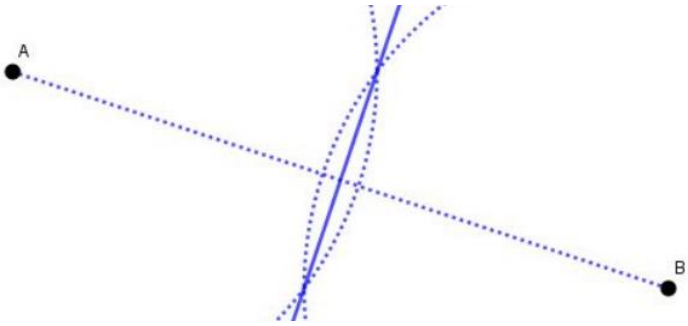


1.b) Para determinar a posição em que os pinheiros devem ser plantados, consideramos que eles devem estar à mesma distância das cidades e da estrada. Para atender esta condição, pensamos na bissetriz do ângulo formado pela reta que representa a estrada e a reta que passa pelos pontos A e B. Como o vértice do ângulo é inacessível, marcamos o ponto Q na intersecção da mediatriz com o segmento AB.Traçamos uma circunferência com centro em Q e marcamos os pontos E, F e G (intersecção da circunferência com o segmento AB e com a mediatriz do segmento). Traçamos uma circunferência com centro em P e marcamos os pontos H, I e J (intersecção da circunferência com a reta t e com a mediatriz do segmento). Traçamos as bissetrizes dos ângulos EQG, GQF, HPI e IPJ. Na intersecção das bissetrizes, marcamos os pontos K e L. A reta que passa pelos pontos K e L, possui a mesma distância das cidades e da estrada, pois o ponto L pertence à bissetriz do ângulo QEG, então a distância de L ao segmento AB e à reta mediatriz do segmento é a mesma. Da mesma forma o ponto L pertence à bissetriz do ângulo HPI, então a distância de L até a estrada t e de L até a mediatriz do segmento AB é a mesma. O ponto K pertence à bissetriz do ângulo GQF, então a distância de K ao segmento AB e à reta mediatriz do segmento é a mesma. Da mesma forma o ponto K pertence à bissetriz do ângulo IPJ, então a distância de K até a estrada t e de K até a mediatriz do segmento AB é a mesma. Assim, temos que os pontos K e L são equidistantes ao segmento AB (pontos que representam as cidades) e à reta t (que representa a estrada), portanto a reta que passa por estes pontos é a bissetriz do ângulo formado pela reta que contém os pontos A e B e a reta t. Desta forma, os pinheiros devem ser plantados na bissetriz do ângulo.

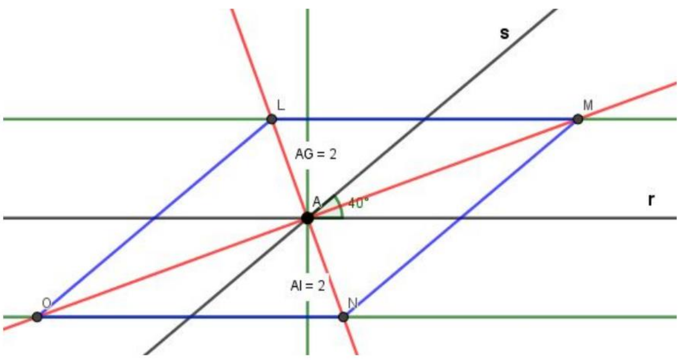


2. Para determinarmos o ponto de encontro das amigas, traçamos o segmento AB e encontramos a mediatriz deste segmento. A mediatriz passa pelo ponto médio do segmento e divide o segmento em dois segmentos congruentes. Desta forma o ponto C, intersecção da mediatriz com o segmento é um local possível para o encontro das duas meninas. Neste caso, há infinitos possíveis pontos de encontro

para as amigas, desde que estes pontos estejam posicionados sobre a reta mediatriz do segmento que liga as duas casas (A e B). Logo, a mediatriz do segmento AB é o lugar geométrico de todos os pontos pertencentes à ela.



3. Construímos a reta r e s, concorrentes, com ângulo de 40º entre si. Para que os vértices sejam equidistantes de r e s, traçamos o par de bissetrizes dos ângulos de 40º e 140º. Traçamos as retas paralelas equidistantes 2cm de r. Traçamos uma circunferência com centro no vértice do ângulo e raio 2 cm. Marcamos os pontos E e F na intersecção da circunferência com r. Traçamos a mediatriz do segmento EF e marcamos os pontos H e I na intersecção com a circunferência. Traçamos uma circunferência de centro H e raio 2 cm e marcamos o ponto J. Traçamos outra circunferência com centro em I r raio 2 cm e marcamos o ponto K. Traçamos as mediatrizes dos segmentos AJ e AK. Marcamos os pontos L, M, N e O, na intersecção da mediatriz com as bissetrizes dos ângulos de 40º e 140º. Os pontos L, M, N e O são vértices do polígono pedido. O quadrilátero LMNO.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ
PROGRAMA DE MESTRADOPROFISSIONAL
EM MATEMÁTICA - PROFMAT

PROFMAT

PLANO DE AULA – III
ANO: 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL **PROFESSOR (A):** **EIXO TEMÁTICO:** Geometria
OBJETO DO CONHECIMENTO: Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros. **CARGA HORÁRIA:** 3 horas aulas (120 minutos):
HABILIDADE DA BNCC: EF08MA12 - Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos. **OBJETIVOS ESPECÍFICOS:** -Construir triângulos a partir de informações utilizando instrumentos geométricos. -Analisar a quantidade de possibilidades de construções para cada conjunto de informações fornecido. -Elaborar critérios de congruência de triângulos. -Compreender o conceito de congruência de triângulos
METODOLOGIA: Aula expositiva-dialogada, com leitura compartilhada do conteúdo do livro didático com os estudantes e direcionada para soluções de problemas envolvendo triângulos através de construção "régua-compasso" e software de geometria dinâmica.
RECURSOS NECESSÁRIOS: - Caderno de desenho ou papel sem pauta. - Régua.

- Compasso. - Transferidor. - Lápis. - Borracha. - Apontador de lápis. - Notebook e projetor multimídia.
AVALIAÇÃO: Através de atividades impressas, participação do aluno e de tarefas executadas em sala de aula e em casa.
BIBLIOGRAFIA BÁSICA: - DANTE, Luiz Roberto: Projeto Teláris – Matemática – 8º ano. São Paulo. Editora Ática, 2012. - https://novaescola.org.br/plano-de-aula

Atividade

Em cada item, construa o triângulo que atenda às informações fornecidas em uma folha de sulfite. Em seguida, compare o triângulo obtido com a sua dupla, anotando se existe apenas uma possibilidade de construção ou se existem várias.

1) Possui um lado de 5 cm e um lado de 6 cm

2) Possui um lado de 4 cm, um lado de 5 cm e um lado de 7 cm

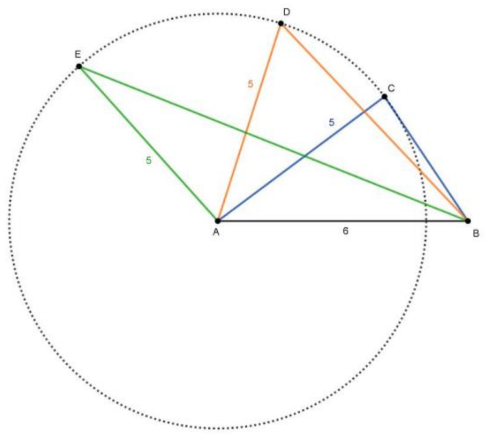
3) Possui um lado de 3 cm, um lado de 6 cm e um ângulo de 30º entre esses lados

4) Possui um lado de 7 cm e ângulos de 40º e 50º apoiados nesse lado

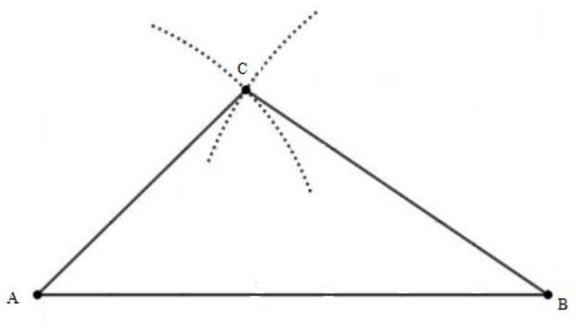
5) Possui ângulos de 40º, 60º e 80º

Soluções:

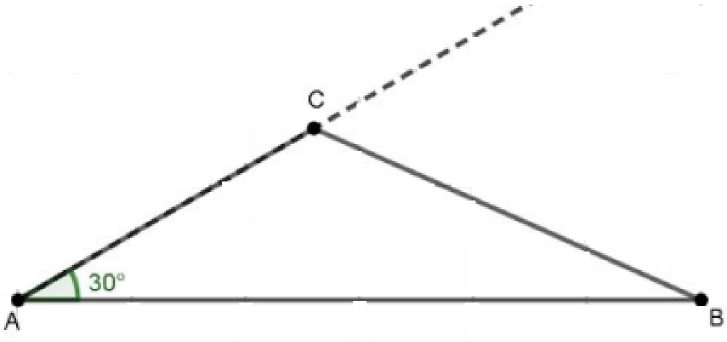
1- As informações contidas permitem a construção de infinitos triângulos. Nesse caso, pode-se notar que o ângulo entre os lados de 6 cm e 5 cm pode assumir qualquer valor maior que 0º e menor que 180º ou que a medida do outro lado pode assumir qualquer valor maior que 1 cm e menor que 11 cm (para respeitar a desigualdade triangular). Os triângulos ABC, ABD e ABE são alguns exemplos de resposta. Construída a base AB de 6 cm, basta escolher qualquer ponto da circunferência de centro A e raio 5 cm como o outro vértice do triângulo.



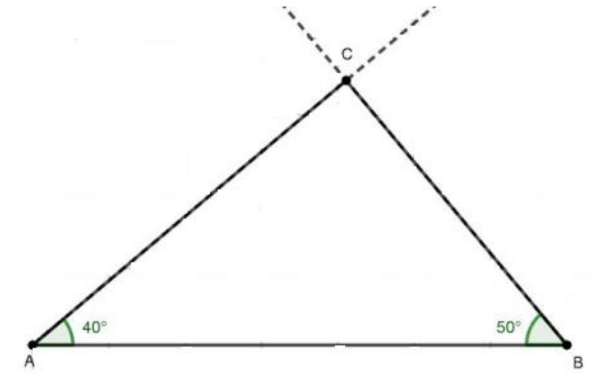
2- Essas informações permitem a construção um único triângulo. Para realizar a construção, é necessário retomar as construções de triângulo com régua e compasso estudadas: Inicialmente constrói-se um segmento AB de 7cm. Com centro do compasso em A, traça-se um arco de circunferência de 4 cm e a seguir com centro em B, traça-se um arco de 5 cm. Considere C a intersecção desses dois arcos. Traçam-se os segmentos AC e BC.



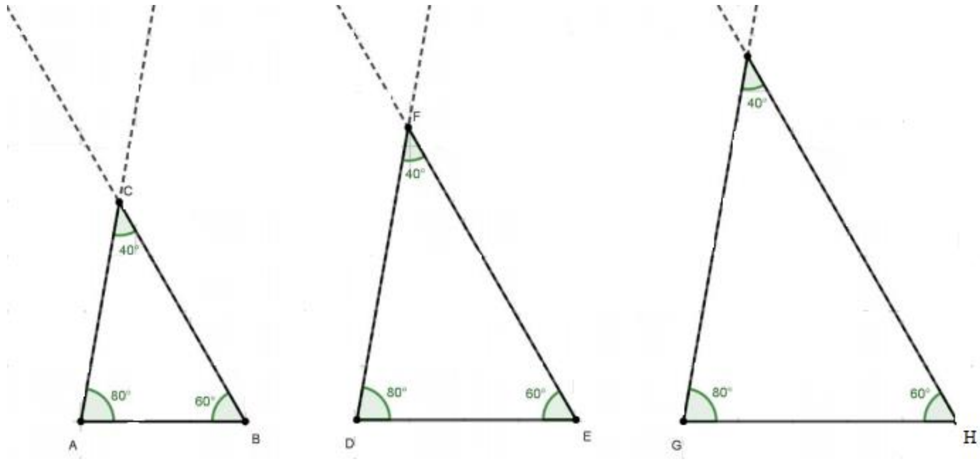
3- Essas informações permitem a construção um único triângulo. Para realizar a construção, é necessário retomar as construções de triângulo com instrumentos geométricos: Inicialmente traçar um segmento AB de 6 cm, em seguida construir um ângulo de 30º que tenha como um de seus lados a semirreta AB sendo A o seu vértice. Na outra semirreta não oposta de origem A, marca-se o ponto C, distante 3 cm de A. Após, traçar BC.



4- Essas informações permitem a construção um único triângulo. Para realizar a construção, o aluno precisará retomar as construções de triângulo com instrumentos geométricos: Construir um segmento AB de 7 cm e no sentido anti-horário construir um ângulo de 40º que tenha AB como um de seus lados e A como vértice. Es seguida, no sentido horário, construir um ângulo de 50º que tenha AB como um de seus lados e B como vértice. O ponto C resulta da intersecção das semirretas de origem A e B. Traçam-se AC e BC.



5- Essas informações permitem a construção de infinitos triângulos (infinitos triângulos semelhantes). Nesse caso, pode-se notar que as medidas dos lados não estão definidas. Escolhida uma medida para a base, basta traçar dois dos ângulos informados nas extremidades da base, conforme o problema anterior. O terceiro vértice será dado pela interseção dos lados dos ângulos traçados.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ
PROGRAMA DE MESTRADOPROFISSIONAL
EM MATEMÁTICA - PROFMAT

PLANO DE AULA – IV
ANO: 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL **PROFESSOR (A):** **EIXO TEMÁTICO:** Geometria
OBJETO DO CONHECIMENTO: Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares. **CARGA HORÁRIA:** 3 horas aulas (120 minutos):
HABILIDADE DA BNCC: EF08MA13: Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares. **OBJETIVO ESPECÍFICO:** Tornar o aluno capaz de construir polígonos regulares usando régua e compasso.
METODOLOGIA: Aula expositiva-dialogada, direcionada para soluções de problemas envolvendo trapézios e paralelogramos através de construção “régua-compasso” e software de geometria dinâmica.
RECURSOS NECESSÁRIOS: - Caderno de desenho ou papel sem pauta. - Régua. - Compasso. - Transferidor. - Lápis. - Borracha.

- Apontador de lápis. - Imagens de polígonos regulares em diferentes contextos. - Notebook e projetor multimídia.
AVALIAÇÃO: Através de atividades impressas, participação do aluno e de tarefas executadas em sala de aula e em casa.
BIBLIOGRAFIA BÁSICA: - DANTE, Luiz Roberto: Projeto Teláris – Matemática – 8º ano. São Paulo. Editora Ática, 2012. - https://novaescola.org.br/plano-de-aula

Atividade

1. Dadas duas circunferências com o mesmo raio, cujos centros se encontram na mesma reta, em qual posição poderíamos colocá-las para que seus pontos de intersecção determinem um polígono regular?

a) Qual o nome da figura formada?

b) O que se pode observar em relação aos lados e aos ângulos da figura?

2. Agora, três circunferências de mesmo raio, cujos centros se encontram em uma mesma reta suporte, em qual posição os pontos de intersecção da circunferência determinam outros dois polígonos regulares distintos do construído na questão anterior?

a) Escreva os nomes dos polígonos encontrados.

b) O que se pode observar em relação aos lados e aos ângulos das figuras?

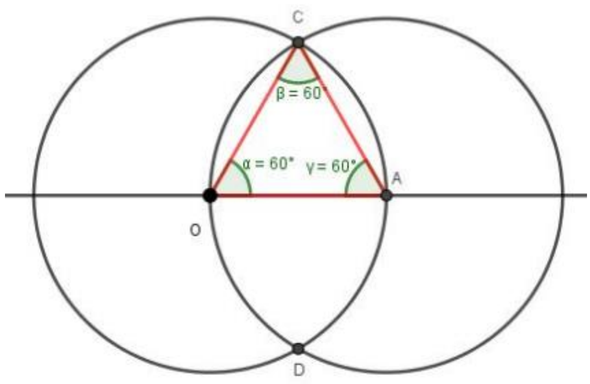
3. Como posicionar seis circunferências no plano para obter um polígono regular distinto dos que foram construídos nas questões anteriores?

Soluções:

1. Uma possível solução: Inicialmente traça-se uma reta suporte r e determina-se uma circunferência de raio qualquer e centro O pertencente a reta r. A seguir, determina-se a posição do centro da segunda circunferência (de mesmo raio que a anterior), sobre a reta r. A posição do centro da segunda circunferência é qualquer ponto pertencente à primeira circunferência. Tal ponto mais é a interseção entre a reta suporte e a primeira circunferência (que chamaremos de ponto A. Desta forma, traça-se a segunda circunferência de centro A e raio AO determinando dois pontos de intersecção entre as circunferências, pontos C e D). Unindo os pontos O, A e C, obtemos o triângulo OAC.

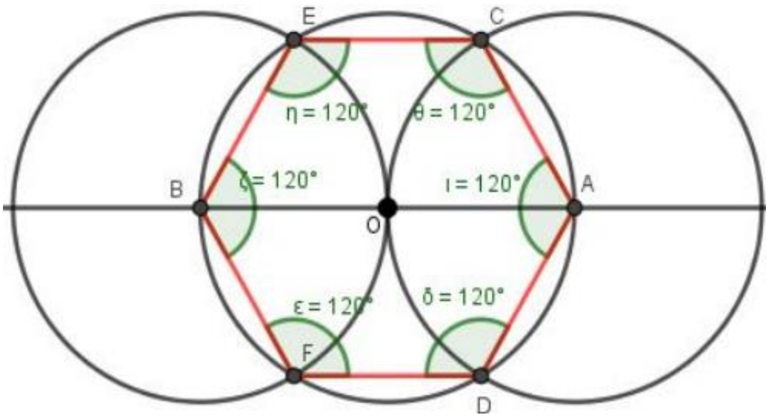
a) Resposta: Triângulo equilátero.

b) Resposta: O lado AO possui o tamanho do raio da circunferência, da mesma forma que o lado AC. Com o auxílio do compasso, pode-se verificar que o lado CO também é congruentes aos demais lados do triângulo. Logo, trata-se de um triângulo equilátero e, consequentemente, equiângulo. Desta forma o ângulo CAO mede 60º.



2. Inicialmente traça-se uma reta suporte r e determina-se uma circunferência de raio qualquer e centro O pertencente a reta r. A seguir, determina-se os pontos que serão os centros das duas outras circunferências (de raios iguais à anterior), sobre a reta r. Os pontos que serão os centros de cada uma das circunferências é qualquer ponto pertencente à circunferência, desde que os raios das três circunferências

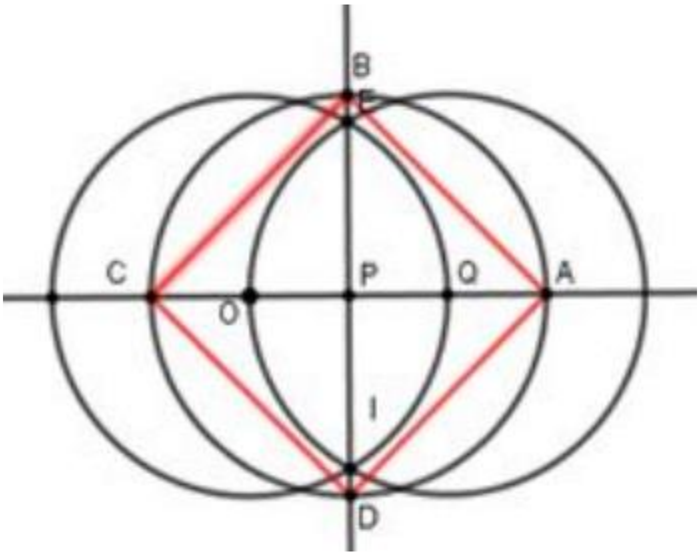
sejam colineares. Tais pontos são as intersecções entre a reta suporte e a primeira circunferência (que chamaremos de ponto A e B). Desta forma, traçamos as outras duas circunferências, uma de centro A e raio AO determinando dois pontos de intersecção entre as circunferências (pontos C e D, a outra de centro em B e raio BO determinando os pontos E e F, intersecção entre as circunferências). Unindo os pontos A, C, E, B, F e D, obtemos o hexágono regular ACEBFD.



a) Resposta: Primeiro polígono encontrado Hexágono regular.

b) Resposta: O lado AC possui o tamanho do raio da circunferência, da mesma forma que o lado AD, o mesmo acontece com os lados EB e BF. Com o auxílio do compasso, o aluno pode verificar que os lados CE e FD, também são congruentes aos demais lados do hexágono. Logo, trata-se de um hexágono equilátero e, consequentemente, equiângulo.

Outro polígono pode ser construído se inicialmente traçarmos uma reta suporte r e determinar uma circunferência de raio qualquer e centro O pertencente a reta r. Em seguida, determinar os pontos que serão os centros das duas outras circunferências (de raios iguais à anterior), sobre a reta r. Os pontos que serão os centros de cada uma das circunferências estarão sobre a reta r. O primeiro ponto, Q, é a interseção entre a reta suporte r e a primeira circunferência. Desta forma, traça-se a segunda circunferência, com centro Q e raio QO determinando dois pontos de intersecção entre as circunferências (pontos E e F). Traça-se uma reta para unir os pontos E e F, na intersecção das duas retas, marca-se o ponto P. Na sequência, posicionar a terceira circunferência sobre a reta r, com centro em P e raio OQ determinando quatro pontos de intersecção da circunferência com as retas. Unindo os pontos A, B, C e D, obtém-se o quadrado ABCD.



a) Resposta: Segundo polígono encontrado Quadrado.

b) Resolução: Com o auxílio da régua ou compasso, pode-se verificar que os lados AB, BC, CD e DA são congruentes e, com o transferidor, verificar que os ângulos são de mesma medida. Logo, trata-se de um quadrilátero equilátero e, consequentemente, equiângulo.

3. Inicialmente traça-se uma reta suporte r, e uma reta s perpendicular a r. Determina-se uma circunferência de raio qualquer e centro no ponto de intersecção das retas r e s. A seguir, determina-se quais serão os pontos que serão os centros das outras circunferências. Marcam-se os pontos A, B, C e D nas intersecções da circunferência com as retas. Traça-se a segunda circunferência com centro em B (pode ser qualquer um dos quatro pontos). Com centro O e raio BO, determinando dois pontos de intersecção entre as circunferências (pontos P e Q). Traça-se uma reta t pelos pontos P e Q (mediatriz do segmento OB), na intersecção das duas retas, marcamos o ponto M, ponto médio do segmento OB. Na sequência, decidir onde posicionar as outras circunferências, com centro em M e raio MC, traçar uma terceira circunferência. Na intersecção da circunferência com o segmento AO,

marcamos o ponto E. O próximo passo é dividir a primeira circunferência em partes iguais. Dessa forma, vamos traçar a quarta circunferência com centro em C e raio CE, na intersecção com a primeira circunferência, marcamos o ponto F. Com centro em F e mesmo raio, marcamos o ponto G na intersecção com a primeira circunferência. Com centro em G e raio FG, na intersecção da circunferência com a primeira circunferência, marcamos o ponto H. Com centro em H e raio HG, na intersecção da circunferência com a primeira circunferência, marcamos o ponto I. Com centro em I e raio HG, na intersecção da circunferência com a primeira circunferência, marcamos o ponto J. Unindo os pontos C, F, G, H e I, temos o pentágono CFGHIJ. Os lados CF, FG, GH, HI, IJ e JC possuem o mesmo tamanho. Logo, trata-se de um pentágono equilátero e, consequentemente, equiângulo. Dessa forma, obtemos um pentágono regular.