



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CAMPUS BACANGA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA PROGRAMA DE
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMATICA EM REDE
NACIONAL - PROFMAT**

ELIUMAR SANTOS DE ASSIS

**TRUQUES MATEMÁTICOS: UMA FERRAMENTA NA
APRENDIZAGEM DAS QUATRO OPERAÇÕES**

**SÃO LUÍS
2020**

ELIUMAR SANTOS DE ASSIS

**TRUQUES MATEMÁTICOS: UMA FERRAMENTA NA
APRENDIZAGEM DAS QUATRO OPERAÇÕES**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado profissional em Matemática (PROF-MAT) ministrada pela Universidade Federal do Maranhão, como requisito para obtenção de Grau de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. João de Deus Mendes da Silva

**SÃO LUIS
2020**

ELIUMAR SANTOS DE ASSIS

TRUQUES MATEMÁTICOS: UMA FERRAMENTA NA APRENDIZAGEM DAS QUATRO OPERAÇÕES/ ELIUMAR SANTOS DE ASSIS. – Brasil, 2019-62 p.

Orientador: Prof. Dr. João de Deus Mendes da Silva

DISSERTAÇÃO (Pós Graduação) – Universidade Federal do Maranhão – UFMA, 2020.

1. Truques Matemáticos. 2. Ferramenta de Aprendizagem. 3. Quatro Operações. I. Mendes da Silva, João de Deus. II. Universidade Federal do Maranhão. III.

ELIUMAR SANTOS DE ASSIS

**TRUQUES MATEMÁTICOS: UMA FERRAMENTA NA
APRENDIZAGEM DAS QUATRO OPERAÇÕES**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado profissional em Matemática (PROF-MAT) ministrada pela Universidade Federal do Maranhão, como requisito para obtenção de Grau de Mestre.

Aprovado em: ___/___/___.

BANCA AVALIADORA

Prof. Dr. João de Deus Mendes da Silva
(Orientador)
UFMA - Campus Bacanga

Prof^ª. Dr^ª. Valeska Martis de Souza
UFMA - Campus Bacanga

Prof. Dr. João Coelho Silva Filho
UEMA - Campus São Luis

Este trabalho é dedicado aos meus pais Maria da Conceição e Vilmar Lisboa, pelo esforço e dedicação em me educar e orientar sempre para o caminho da educação. Aos meus irmãos Vilmar Júnior e Victor Santos, por acreditarem em mim e pelo o apoio nessa jornada.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, depois a todos os professores que me ajudaram nesse processo. Aos meus amigos de turma que tanto me motivaram em não me deixarem desistir dessa caminhada. Pelo Prof. Dr. João de Deus Mendes da Silva, que foi determinante no término desse trabalho. Agradeço também ao coordenador Prof. Dr. Antônio José da Silva, pelo apoio nessa reta final de curso.

.....
.....
(.....)

Resumo

Essa dissertação aborda problemas conhecidos como truques matemáticos, com o intuito de mostrar aos professores e alunos como operações básicas podem ser apresentadas de maneira simples e mais atrativa. Apresentamos também um breve embasamento pedagógico evidenciando a importância e os métodos do ensino da matemática, e uma exposição teórica dos conteúdos necessários para o entendimento das operações usadas nos truques matemáticos. O objetivo foi reunir uma lista de truques matemáticos utilizando as quatro operações e a lógica matemática para resolver algumas situações-problemas encontradas no dia a dia, incentivando o estudo e a pesquisa matemática e facilitando o ensino de forma lúdica e divertida.

Palavras-chave: Truques, Demonstração, Lógica, Operações Matemática, Lúdico, Ensino.

ABSTRACT

This dissertation deals with problems known as mathematical tricks, with the intention to show teachers and students how basic operations can be presented simply and more attractive way. We also present a brief pedagogical background highlighting the importance and methods of teaching mathematics, and a theoretical exposition of the contents needed to understand the operations used in mathematical tricks. The objective was to gather a list of mathematical tricks using the four operations and mathematical logic to solve some problem situations encountered in everyday life, encouraging the study and mathematical research and facilitating teaching in a playful and fun way.

Keywords: Tricks, Demonstration, Logic, Mathematical Operations, Playful, Teaching.

Lista de ilustrações

Figura 3.1 – Símbolos do sistema de numeração egípcio	29
Figura 3.2 – Exemplos da formação dos números usando o sistema de numeração egípcio	29
Figura 3.3 – Símbolos do sistema de numeração romano	30
Figura 3.4 – Evolução da escrita dos algarismos	31
Figura 3.5 – Organização de dez em dez	32
Figura 3.6 – Representação do número 253 428 em ordens e classes	33
Figura 3.7 – Reta numerada dos naturais	34
Figura 3.8 – Números quadrados perfeitos	35
Figura 3.9 – Algoritmo usual da adição	36
Figura 3.10–Algoritmo da decomposição	37
Figura 3.11–Algoritmo usual da subtração	38
Figura 3.12–Algoritmo da multiplicação: geometricamente em papel quadriculado	39
Figura 3.13–Algoritmo da decomposição	40
Figura 3.14–Algoritmo usual da multiplicação	40
Figura 5.1 – Multiplicar um número por 11	51
Figura 5.2 – Multiplicação por 11 (2ª parte)	52
Figura 5.3 – Multiplicação de dezenas	52
Figura 5.4 – Subtração de números com dois algarismos	53
Figura 5.5 – Relacionando cada dedo com um número	53
Figura 5.6 – Quantidade de dedos antes do número 4	54
Figura 5.7 – Quantidade de dedos depois do número 4	54
Figura 5.8 – Multiplicação com os dedos 1	55
Figura 5.9 – Multiplicação com os dedos 2	55

Lista de tabelas

Sumário

1	INTRODUÇÃO	15
2	MATEMÁTICA E ENSINO	18
2.1	ENSINO DA MATEMÁTICA	18
2.2	COMO ENSINAR MATEMÁTICA DE FORMA LÚDICA	22
2.2.1	Aprendendo com jogos de tabuleiro	23
2.2.2	Desafios do dia a dia	24
2.2.3	Uso de aplicativos	24
2.3	O QUE ENSINAR EM MATEMÁTICA	25
3	TRUQUES MATEMÁTICOS: UMA FERRAMENTA NA APREN- DIZAGEM DAS QUATRO OPERAÇÕES	28
3.1	OS NÚMEROS NATURAIS	28
3.1.1	Sistema de numeração	28
3.1.1.1	Sistema de numeração egípcio	28
3.1.1.2	Sistema de numeração romano	29
3.1.1.2.1	Características	30
3.1.1.3	Sistema de numeração indo-arábico	31
3.1.1.3.1	Características	32
3.1.1.3.2	Ordens e classes	32
3.2	CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS	33
3.2.1	Sequência dos números naturais	33
3.2.2	Reta numerada	34
3.2.3	Ordem dos números naturais	34
3.2.4	Números consecutivos	34
3.2.5	Sequências especiais de números naturais	35
3.2.5.1	Sequência dos números naturais pares	35
3.2.5.2	Sequência dos números naturais ímpares	35
3.2.5.3	Sequência dos números quadrados perfeitos	35
3.2.6	Conjuntos dos números naturais (\mathbb{N})	35
3.3	OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS COM NÚMEROS NATURAIS	36
3.3.1	Adição: ideias associadas e algoritmos	36
3.3.1.1	Algoritmo da adição	36
3.3.1.1.1	Algoritmo usual	36
3.3.1.1.2	Algoritmo da decomposição	36

3.3.1.1.3	Algumas propriedades da adição	37
3.3.1.1.4	Propriedade comutativa	37
3.3.1.1.5	Propriedade do elemento neutro	37
3.3.1.1.6	Propriedade associativa	37
3.3.2	Subtração: ideias associadas e algoritmos	37
3.3.2.1	Algoritmo da subtração	37
3.3.2.1.1	Algoritmo usual	37
3.3.2.1.2	Algoritmo da decomposição do subtraendo	38
3.3.2.2	Relação fundamental da subtração	38
3.3.3	Multiplicação: ideias associadas e algoritmo	38
3.3.3.1	Algumas propriedades da multiplicação	38
3.3.3.1.1	Propriedade comutativa	38
3.3.3.1.2	Propriedade do elemento neutro	38
3.3.3.1.3	Propriedade associativa	39
3.3.3.1.4	Propriedade distributiva	39
3.3.3.2	Algoritmo da multiplicação	39
3.3.3.2.1	Geometricamente, em papel quadriculado	39
3.3.3.2.2	Fazendo a decomposição	39
3.3.3.2.3	Pelo algoritmo usual	40
3.3.4	Divisão: ideias associadas e algoritmos	40
3.3.4.1	Algoritmo usual	41
3.3.5	Potenciação	42
3.3.5.1	Termos de uma potenciação	42
3.3.5.1.1	Base	42
3.3.5.1.2	Expoente	42
3.3.5.1.3	Potenciação	43
3.3.6	Raiz quadrada	43
4	DEMONSTRAÇÕES MATEMÁTICA	44
4.1	TÉCNICAS DE DEMONSTRAÇÃO	46
4.1.1	Demonstração direta	47
4.1.2	Demonstração por contraposição	47
4.1.3	Demonstração por absurdo	47
4.1.4	Demonstração por indução matemática	47
5	TRUQUES MATEMÁTICOS	49
5.1	OS TRUQUES	49
6	EXPERIÊNCIA	59

7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	61
8	REFERÊNCIAS	62

1 Introdução

A matemática é hoje uma das disciplinas que mais imprime dedicação e esforço aos alunos do ensino fundamental e médio. Historicamente a busca por padrões para explicar fenômenos naturais levaram ao estudo e aos rigores da matemática pura. Nosso mundo é cheio de padrões de sequencias: depois do dia vem a noite; os animais e plantas estão em constante mutações e ciclos; o clima segue as estações do ano; a variação da maré é regida pelas fases da lua.

A matemática é tão vital que o conceito de espaço e tempo é respeitado até pelos animais: um predador calcula exatamente a distância e o tempo para atacar sua presa, enquanto que a presa calcula o momento certo de fugir, verificam quem está em maior quantidade. Mas foi o homem que iniciou a estudar de forma mais rigorosa as definições de espaço e tempo. Como o crescimento e o desenvolvimento das civilizações houve a necessidade de transmitir e aprimorar o conhecimento matemático adquirido para as futuras gerações.

O ensino da matemática é o fator determinante para o desenvolvimento pelo o gosto da matemática pelos jovens e é o professor o principal responsável para que esse ensino seja eficaz e prazeroso ao aluno. Ensinar novas técnicas e métodos de ensino é o caminho que os educadores de sala de aula precisam percorrer na jornada do ensino-aprendizagem, jornada que é influenciada por vários fatores, tal quais: familiar, tecnológicos, religiosos, políticos e muitos outros.

As formas de ensinar a matemática variam de acordo com a idade escolar do aluno: inicia-se com a pré-escola com as formas dos objetos e números; passa pelo ensino fundamental maior e menos com a iniciação algébrica; percorre pelo ensino médio com as funções e sequencias matemáticas e; chega no seu auge no ensino superior com os rigores da matemática pura e aplicada. Essas formas de ensinar são bem particular de cada professor, mas o diferencial é de como o professor vai ministrar sua aula, qual método vai usar para prender a atenção do aluno, como vai fazer para o aluno fixar o conteúdo e qual melhor forma de avaliar cada aluno.

Em especial esta dissertação para conclusão do mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) vai focar em alguns trucos matemáticos que poderiam e deveriam ser mostrados e treinados no ensino fundamental menor, especialmente no 4º e 5º ano, e no ensino fundamental maior. Pois esses truques, faz com o ensino da matemática se torna mais divertido e prazeroso para essa faixa etária e desmistifica a ideia de que aprender matemática é chato e complicado. Alguns destes truques terão, também, o seu rigor matemático com suas demonstrações.

O intuito do referido trabalho é fazer com que o professor possa fazer uso de alguns truques matemáticos para aumentar o interesse dos alunos pelo estudo da matemática e, com as demonstrações, despertar as habilidades e o rigor que a matemática exige em cada situação. Isso tudo para desenvolver e aprimorar a prática do ensinar a matemática em sala de aula e para sair, um pouco, das práticas dos livros didáticos que, muitas vezes, tornam a matemática pouco interessante aos alunos.

2 MATEMÁTICA E ENSINO

2.1 ENSINO DA MATEMÁTICA

A educação matemática é uma área do conhecimento que se dedica ao estudo da aprendizagem e ao ensino da matemática. Com as contribuições da Organização das Nações Unidas para a Educação a Cultura e a Ciência (Unesco) na organização de congressos e palestra desde a década de 1950, possibilitaram o encontro de professores afim de discutir sobre o ensino da matemática. Um dos países pioneiros a desenvolver técnicas sobre a didática matemática foi a França, por volta da década de 1970. Os estudiosos defendiam que cada área de ensino deveria defender uma fórmula didática própria, salientando que não poderia ter uma fórmula única de ensino. Na maioria dos povos antigos como a Grécia Antiga, o Império Romano, o Antigo Egito e outros povos, tinham o ensino da matemática como base no seu sistema educacional. Na maioria das vezes quem tinha acesso a esse tipo de ensinamento eram crianças do sexo masculino, ricas e casta suficientemente elevada. Livros datados de 1800 AC, contribuíram para a matemática e o ensino da matemática. A maioria desses livros foram encontrados na Mesopotâmia, onde os sumérios aplicavam operações básicas como a multiplicação e divisão. O Egito contribuiu também para a matemática com a descoberta dos papiros de Rhind e de Moscou. O primeiro e mais famoso, datado de 1650 AC, acredita-se que é uma cópia de um livre ainda mais antigo.

A respeito da “Matemática” babilônica, Boyer (1974) destaca que seu desenvolvimento foi pautado na utilização do sistema numérico que tinha como base fundamental o sessenta, muito provavelmente por conta da facilidade da metrologia. Além disso, foram hábeis na elaboração de algoritmos para obtenção de raízes de equações, assim como, nos cálculos que envolviam operações aritméticas fundamentais e tabelas exponenciais. (CHAQUIAM, 2017, p. 51).

O papiro Rhind é uma fonte primária rica sobre a matemática egípcia antiga; descreve os métodos de multiplicação e divisão dos egípcios, o uso que faziam das frações unitárias, seu emprego da regra de falsa posição, sua solução para o problema da determinação da área de um círculo e muitas aplicações da matemática a problemas práticos. (EVES, 2011, p. 70).

Com o passar do tempo e a evolução do comercio e os negócios a matemática seguiu o mesmo ritmo de evolução. Ganhando mais importância no século XVII, como por exemplo, com a criação de uma cadeira de matemática pela Universidade de Abedeen

em 1613, uma cadeira de geometria pela Universidade de Oxford em 1619 e uma cadeira lucasiana de matemática em 1663 pela Universidade de Cambridge.

Nos séculos XVIII e XIX, com os crescimentos da cidade e os problemas do dia a dia no comércio e nas finanças, a necessidade de formalizar a educação matemática ficou cada vez mais evidente. No século XX, a matemática já era parte do currículo escolar de todos os países desenvolvidos.

Com o fortalecimento do estudo e com as pesquisas em matemática, o desenvolvimento da matemática ficou cada vez maior. Observe alguns fatos datados que contribuíram para o crescimento da matemática:

- Em 1893, uma cadeira de educação matemática foi criada na Universidade de Göttingen;
- Em 1908, foi fundada a Comissão Internacional de Instrução Matemática (ICMI, do inglês International Commission on Mathematical Instruction);
- Depois de 1920, a literatura de periódicos matemáticos nos Estados Unidos gerou mais de 4 000 artigos;
- Nos anos de 1960, o interesse renovado pela educação matemática ressurgiu e a ICMI ressurgiu;
- Em 1969, acontece o primeiro Congresso Internacional de Ensino da Matemática em Lyon.

Com toda a evolução e o crescimento da matemática ao longo dos anos, a educação matemática tem tentado atingir alguns objetivos, tais como: o ensino e o aprendizado da matemática básica e o letramento matemático para todos os alunos; o ensino da matemática prática como aritmética, álgebra, geometria plana e espacial e trigonometria, para todos os alunos; o ensino da matemática abstrata como as funções para todos os alunos; o ensino da matemática selecionada como geometria euclidiana e cálculo como exemplo de matemática axiomática e dedutiva; o ensino de matemática avançada para os alunos que queiram seguir a carreira na área da ciência, tecnologia, engenharia e matemática; e o ensino da matemática de descobertas na solução de problemas do dia a dia.

A prática de ensinar a matemática é bastante ampla quando referimos aos métodos usados para o aprendizado em sala de aula. Existem professores que preferem ser mais tradicionais utilizando quadro e pincel, uns mais lúdicos com os jogos e truques, outros mais dinâmicos usando os aparatos que a informática oferece e, muitos fazendo uso de todas as ferramentas que se pode usar e adaptar para ter a atenção máxima do aluno. Todos esses métodos didáticos são válidos se o docente souber utilizar bem e ter a capacidade de mesclar cada um desses métodos.

O estudo dos fenômenos relacionados ao ensino e à aprendizagem de matemática pressupõe a análise de variáveis envolvidas nesse processo – aluno, professor e saber matemático –, assim como das relações entre elas. (Parâmetros Curriculares Nacionais Terceiro e Quarto ciclo, Matemática, p. 35, 1889).

De fato, a compreensão dos conceitos matemáticos não se consolida como um rol de ideias a serem memorizadas, muito além disso, um processo para o entendimento do ensino de matemática deve conduzir o aluno a exploração de uma grande quantidade de ideias ligando fatos concretos a eventos que tornam o entendimento a contextos da vida real.

Deve-se levar em consideração, nesse processo de aprendizagem, o conflito entre a facilidade, ou não, que uma criança tem no entendimento ao ensino e os fatores externos que propiciam, ou dificultam, a aprendizagem dos conceitos matemáticos. No primeiro caso, alguns testes de inteligência, de aptidão, de prontidão, etc. podem atestar o gosto biológico pela matemática. No outro sentido, ao investigar o crescimento do indivíduo e levar em consideração ao ambiente familiar, social e cultural tem-se uma diagnóstico mais ampliado do processo de ensino-aprendizado do aluno.

A dualidade apontada deixa bem claro a relação existente entre “como se ensina” e “como os alunos aprendem” a matemática.

(...) o aprendizado não, é desenvolvimento; entretanto o aprendizado adequadamente organizado resulta em desenvolvimento mental e põe em movimento vários processos de desenvolvimento que, de outra forma, seriam impossíveis de acontecer. Assim o aprendizado é um aspecto necessário e universal no processo de desenvolvimento das funções psicológicas culturalmente organizadas especificamente humanas. (VYGOTSKY, 1989, P.101).

O ensino da matemática é muito importante, já que, a matemática se consolida como fundamental componente da cultura do cidadão que pode ser observada na linguagem corrente, na imprensa, nas leis, na propaganda, nos jogos e em muitas outras situações do dia a dia.

Proporcionar, no processo de ensino-aprendizado da criança um ambiente, em que o mediador provoque e possibilite a formação de conceitos matemáticos, de modo que a criança exercite a capacidade de pensar e desenvolver soluções ao problema apresentado. Através de ações sobre o objeto, estruturando o seu pensamento lógico e matemático, interligando a situação imprimida ao seu mundo físico, é que a criança desenvolverá a sua capacidade de aprender e compreender os assuntos apresentados a ela, associando esses conhecimentos a situações praticas do cotidiano. Números, operações, formulas, espaços, etc. não são noções que a criança aprende com repetições, ou simplesmente olhando o professor transcrever em um quadro escolar na sala de aula.

Numa perspectiva de trabalho em que se considere o aluno como protagonista da construção de sua aprendizagem, o papel do professor ganha novas dimensões. Uma faceta desse papel é de organizador da aprendizagem; para desempenhá-la, além de conhecer as condições socioculturais, expectativa de competências dos alunos, precisará escolher os problemas que possibilitam a construção de conceitos e procedimentos e alimentar os processos de resolução que surgirem, sempre tendo em vista os objetivos que se propõe atingir. (Parâmetros Curriculares Nacionais Terceiro e Quarto ciclo, Matemática, p. 38, 1889).

Ao resolver um problema matemático a criança vai procurar experiências exitosas vividas por ela. Por exemplo, se o indivíduo conhece uma situação-problema X e quer resolver uma situação-problema Y, que guarda relação direta com a primeira, só haverá aprendizagem se ele conseguir encontrar as semelhanças, associar a solução e resolver o problema, tirando conclusões que não estava implícita anteriormente.

Deve-se atentar, também, que no processo de ensino-aprendizagem o fator externo conta bastante para o desenvolvimento cognitivo da criança. As relações interpessoais, familiar e cultural são, um fator determinante para o interesse ou o desinteresse na vida estudantil.

A criança, quando interpreta dados de uma situação-problema, faz essa análise levando em conta a sua situação histórica e rotineira. Se os dados apresentados, em questão, forem totalmente adversos ou não estão inseridas no que o aluno vive, muitas vezes, o desinteresse na resolução do problema é bem maior. Pensar em aprendizagem significativa, requer ações dinâmicas, que insiram o aluno em condições que proporcione o seu desenvolvimento cognitivo.

O mais importante no ensino de conceitos básicos é ajudar a criança a passar progressivamente do pensamento concreto à utilização de modos de pensamentos conceptualmente mais adequados. É ocioso, porém, tentar fazê-lo pela apresentação de explicações formais, baseadas numa lógica muito distante da maneira de pensar da criança e, para ela, estéril em suas implicações. (BRUNER, 1978, p. 36).

Outras capacidades, muito relevantes, na resolução de problemas matemáticos são a capacidade de comunicação, como falar, ler, escrever, interpretar e desenhar, ocupam uma posição determinante. Essas habilidades juntamente com o conhecimento matemático adquirido pela criança, podem desenvolver-se uma auxiliando a outra.

O desenvolvimento dos conceitos, ou dos significados das palavras, pressupõe o desenvolvimento das funções intelectuais: atenção deliberada, memória lógica, abstração, capacidade para comparar e diferenciar. Esses processos psicológicos complexos não podem ser dominados apenas através da aprendizagem inicial. A experiência prática mostra também que o ensino direto de conceitos é impossível e infrutífero. O professor que tenta

fazer isso não obtém qualquer resultado, exceto a verbalização vazia, uma repetição de palavras pela criança, semelhante à de um papagaio, que simula um conhecimento dos conceitos correspondentes, mas que na realidade oculta um vácuo. (VIGOTSKY, 1993, p.72)

2.2 COMO ENSINAR MATEMÁTICA DE FORMA LÚDICA

Durante muito tempo, a forma de ensinar a matemática causava frustração e apreensão para muitos alunos e esses sentimentos ainda hoje é presente na maioria das escolas brasileiras.

O ensino tradicional da matemática causou um desinteresse muito grande para o ensino da matemática provocando traumas e pressão para muitas pessoas. Muitos ainda lembram das palmatórias usadas para “aprender” a tabuada, palmatórias que fizeram muitas crianças chorarem e passarem vergonha na frente as outras.

Cartilhas, lápis, borrachas e estojos eram usadas para se imprimir tabuadas para fazer com que as crianças decorassem as mesmas. Não era melhor que se utilizassem alguma outra forma de aprender, verdadeiramente, as operações matemáticas ao em vez de decorar?

Esses métodos tinham que acabar pois tornava o ensino da matemática extremamente doloroso, ruim e tenebroso tornando a matemática um bicho de sete cabeças. Hoje tem-se diversas formas de ensinar a matemática de forma simples, fácil e lúdica. Muitas pessoas questionam sobre a aplicabilidade da matemática no seu dia a dia, mostrando que uma simples calculadora resolveria todos os problemas que aparecessem na sua frente, ou que, a matemática não influencia em nada na sua vida, e sim, só complica.

Isso se deve a uma abordagem no ensino que não é voltado para um significado mais prático e voltado para a realidade. Para tornar a qualquer aprendizado mais interessante e significativo as atividades lúdicas são de grande ajuda. Segundo Zatz Halaban (2006), brincar é essencial para a criança, pois é desse modo que ela descobre o mundo à sua volta e aprende a interagir com ele.

Quanto mais a brincadeira é prazerosa e divertida, mais a criança tende a repetir e aprender as regras daquela brincadeira. Porque não usar essa forma de aprender, brincando? Brincadeiras que tem o objetivo de melhorar e aprimorar o raciocínio lógico da criança nas séries iniciais é transformador para o desenvolvimento cognitivo dos alunos.

É importante salientar que o jogo não pode ser visto como um instrumento de gastar energia das crianças e sim como uma peça de desenvolvimento intelectual, social, motor, afetivo e moral. Desta forma a matemática pode ser vista com uma disciplina que

cause entusiasmo e fascinação em aprender e deixe de ser rotulada como uma matéria que só possui números e fórmulas.

O brincar desenvolve as habilidades da criança de forma natural pois brincando aprende a socializar-se com outras crianças, desenvolve a motricidade, a mente, a criatividade, sem cobrança ou medo, mas sim com prazer. (Cunha, 2001, p. 14).

É tão grande a importância de ensinar a brincar e aprender com essa brincadeira que nenhuma criança nasce com a capacidade de brincar.

Ela vai aprendendo no dia a dia, com os comportamentos e estímulos que as pessoas vão passando para ela. Mais na frente, essa construção pode ser feita pelo professor, enxergando a atividade lúdica como uma ferramenta de construção comportamental e de aprendizagem, proporcionando momentos de prazer, diversão e aprendizagem.

Desta forma, o lúdico ao ser inserido no ambiente escolar, deixa de ser apenas uma brincadeira e passa a ser uma ferramenta de construção de conhecimento e de interação social.

Brincar na escola não pode – nem deve – ser o mesmo que brincar em casa, não se tratando de recreio, pois, o brincar na escola se define numa formação responsável pela sociedade e aprendizagem da criança. No entanto maioria dos professores sente dificuldade em conciliar o jogo e a brincadeira na sala de aula, sendo às vezes negados pelo fato de pensarem que vai provocar indisciplina. Várias vezes, o lúdico é confundido com material concreto para ensinar matemática, como jogo de memória, dados, bingo de diversos tipos, entre outros. Nessa modalidade a atividade corre risco de não ser utilizada como mediadora de aprendizagens significativas para as crianças, pois deve ser uma forma prazerosa de desenvolvimento visando a aprendizagem. (Volpato, 2002, p. 97).

As atividades lúdicas são utilizadas por muitos educadores, não só na área da matemática, como um grande auxílio para as atividades em sala de aula. Aliada com as aulas teóricas o lúdico serve como uma aula prática que ajuda na fixação da aula dada.

2.2.1 Aprendendo com jogos de tabuleiro

Jogos de tabuleiro além de ser muito divertido é uma boa ferramenta para o ensino de matemática. Apesar disso muitos professores ignoram e não utilizam essa poderosa ferramenta em sala de aula. Para otimizar a estratégia e o raciocínio lógico, recomenda-se os jogos de Dama, Jogo da Velha e Xadrez. Atando de forma significativa na concentração, controle do tempo e na tomada de decisões.

Nos jogos de estratégia (busca de procedimentos para ganhar) parte-se da realização e exemplos práticos (e não da repetição de modelos de procedimentos criados por outros)

que levam ao desenvolvimento de habilidades específicas para a resolução de problemas e os modos típicos do pensamento matemático. (Parâmetros Curriculares Nacionais Terceiro e Quarto ciclo, Matemática, p. 47, 1889).

Outros jogos de tabuleiro que pode ser explorado são os que utilizando caminhos e dados. Otimizando as ideias de formas e tamanhos geométricos, além da contagem, sequência e noção de tempo.

Os jogos como Banco Imobiliário e Imagem e Ação, permitem, nesta ordem, o gerenciamento do sistema financeiro de uma casa ou empresa e o segundo contribui para a memorização e tomadas de decisões rápidas.

Muitas questões que são apresentadas em exames ou mesmo em provas de concurso são antes testada em jogos de tabuleiros. Nada melhor que treinar essas habilidades usando essas ferramentas de forma divertida e lúdica.

2.2.2 Desafios do dia a dia

Sabe-se que a matemática está diretamente ligada a atividades cotidianas, porém muitas pessoas não ligam ou não enxergam a possibilidade de aprender matemática com situações diárias.

Assim como ensina-se as crianças a ler pedindo que elas leem qualquer palavra na rua, podemos ensinar matemática da mesma forma, basta termos a sensibilidade de aproveitar as oportunidades. Uma simples compra no supermercado pode ser uma ótima oportunidade para ensinar as operações matemática com números decimais.

A cozinha, é um laboratório para o ensino das medidas, formas e da ordenação dos ingredientes para se preparar uma receita. No trânsito pode ser ensinado as formas das placas, os paralelismos e as transversais das vias, a velocidade média, o consumo por litro de combustível.

Tirar medidas dos cômodos da casa é uma forma muito significativa de aprender a multiplicação. Existem várias maneiras de utilizar a matemática no nosso cotidiano, basta vermos como aplicar a matemática de forma significativa.

2.2.3 Uso de aplicativos

Na maioria dos lugares e cidades o acesso à tecnologia é fácil e rápido. Observa-se também que o número de criança utilizando essa tecnologia é gigantesco.

É importante salientar a importância de orientar as crianças para o uso dessa ferramenta, direcionando o uso da tecnologia para o bem-estar e o desenvolvimento

cognitivo dos alunos.

Isso possibilita o ensino da matemática como se fosse uma brincadeira uma atividade prazerosa. Para auxiliar, nesse sentido, existe os app's educativos que focam nas crianças a partir da sua idade.

Um deles é o Math is Fun, aplicativo que ensina os conceitos básicos da matemática, como ordenação, contagem e forma. Para crianças maiores existe o eQubes, que ajudam no ensino das equações e nas formas matemáticas.

Por outro lado, o bom uso que se possa fazer do computador na sala de aula também depende da escolha de softwares, em função dos objetivos que se pretende atingir e da concepção de conhecimento e de aprendizagem que orienta o processo. (Parâmetros Curriculares Nacionais Terceiro e Quarto ciclo, Matemática, p. 44, 1889).

2.3 O QUE ENSINAR EM MATEMÁTICA

O que ensinar em matemática? Essa é uma boa pergunta e um questionamento que a maioria dos docentes da área se fazem. Quais os conteúdos básicos e uteis para a vida acadêmica do aluno? Quais experiências matemáticas o aluno deve experimentar para a vida? Essas dúvidas são mais do que naturais e normais para o andamento do ensino-aprendizagem do aluno.

A maioria dos educadores em matemática e uma grande parte dos alunos, clamam por uma renovação na forma que a matemática é abordada na sala de aula e de como se aprende a matemática. A forma de aula que o professor se prende ao conteúdo do livro didático e das aulas expositivas em um quadro branco não é mais suficiente e nem prende mais a atenção dos alunos. Então deve-se procurar outras estratégias para o ensinar a matemática.

Existe, portanto, necessidade de transformações do papel do professor e do seu modo de atuar no processo educativo. Cada vez mais ele deve levar em conta o ritmo acelerado e a grande quantidade de informações que circulam no mundo de hoje, trabalhando de maneira crítica com a tecnologia presente em nosso cotidiano. Isso faz com que a formação do educador deva voltar-se para a análise e compreensão dessa realidade, bem como para a busca de maneiras de agir pedagogicamente diante dela. É necessário que professores e alunos conheçam, interpretem, utilizem, reflitam e dominem criticamente a tecnologia para não serem por ele dominados. (SAMPAIO e LEITE, 1999, p. 19)

Entender como uma criança adquire o conhecimento é a chave principal para responder esses questionamentos. Pesquisas sobre a didática da disciplina mostram que o que era erro do aluno ou falta de interesse no assunto, mostra uma forma de raciocinar

diferente sobre o referido conteúdo e deve ser considerado pelo professor no seu planejamento de aula. Os diversos caminhos que um aluno pode percorrer para responder um problema, dever ser incentivado e explorado. Propor a turma formas diferenciadas de resolver o mesmo problema é uma forma de provocar o aluno ao estudo da matemática aplicada.

Essas aprendizagens só serão possíveis à medida que o professor proporcionar um ambiente de trabalho que estimule o aluno, a criar, comparar, discutir, rever, perguntar e ampliar ideias. (Parâmetros Curriculares Nacionais Terceiro e Quarto ciclo, Matemática, p. 39, 1889).

Aulas que expõem conceitos, formas e formulas e depois pede-se que faça a repetição do que foi exposto não deu muito certo na educação de muitas crianças ao longo do tempo. O fundamental é perceber como as crianças aprendem certos conteúdos e definir um certo padrão para uma determinada faixa etária.

Tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino de Matemática tem sido aquela em que o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupõe que o aluno aprenda pela reprodução. Assim, considera-se que uma reprodução correta é evidência de que ocorreu a aprendizagem. O segredo é colocar a criança no centro da situação problema fazendo com que ela desenvolva as habilidades do pensar de forma lógica, crítica e eficaz. O papel do docente no processo de aprendizagem é de mediar e tirar dúvidas para que o aluno evolua durante cada etapa. (Parâmetros Curriculares Nacionais Terceiro e Quarto ciclo, Matemática, p. 37, 1889).

No livro *Didática da Matemática*, Roland Charnay afirma: “O aluno deve ser capaz não só de repetir ou refazer, mas também de ressignificar diante de novas situações, adaptando e transferindo seus conhecimentos para resolver desafios”.

O professor, primeiramente, deve lançar o desafio para a criança, dando-lhe o suporte necessário para a resolução do problema. À criança cabe pensar nas possíveis soluções, formulando caminhos que possa chegar na resolução. Por fim o aluno usa as ferramentas matemáticas para verificar qual caminho seguir até chegar na resposta correta e verificar se existe mais de um caminho a percorrer.

O professor, como principal responsável pela organização do discurso da aula, tem aí um papel fundamental, o de colocar questão e de proporcionar situações que favoreçam a ligação da matemática com a realidade, estimulando a discussão e a partilha de ideias. (ZUCHI, 2004)

O estudioso Gérard Vergnaud, elaborou a teoria dos campos conceituais, para compreender como uma criança resolve um problema de soma e subtração.

Foi assim que ele classificou os problemas do campo aditivo: dois de transformação

(alteração do estado inicial); combinação de medias (junção de conjuntos de quantidades); comparação (confronto de duas quantidades); composição de transformação (alteração sucessivas do estado inicial) e; estado relativo (transfora de um estado relativo para outro estado relativo).

Um outro passo importante durante o processo é fazer com que as crianças ensinem as outras crianças o que ela aprendeu. Pedir para que os alunos ensinem seus colegas é uma ótima forma de fixar o conhecimento e expandir para os outros alunos, de uma forma mais espontânea e informal. E, mais uma vez, o papel do professor nesse processo é de mediar a interação dos alunos.

Hoje em dia a prática que muitos professores utilizavam que para o aluno aprender ele deveria fazer a maior quantidade de exercícios possíveis, e se o aluno obtivesse êxito na maioria das questões o conhecimento estava consolidado naquele aluno. Essa prática velha e ultrapassada, como já vimos, causa é o afastamento de muitos alunos, tornando o assunto chato e desinteressante. Pode ser que essa prática seja interessante para alguns alunos, mas não para a maioria.

Tem-se que levar em consideração, também, a preocupação dos professores com a quantidade de conteúdos ministrados em sala de aula. Para muitos professores o conteúdo trabalhado é mais importante que a aprendizagem dos alunos. É difícil o professor que conseguiu compreender que o seu compromisso com o processo de ensino-aprendizagem é que os alunos tenham maior aproveitamento possível, e não com a quantidade de aulas ou conteúdos ministrados. Sabe-se que esse quantitativo de aula e conteúdo é de responsabilidade do professor e ele deve atender e comprovar isso. Mas muitos docentes têm como primeiro e único compromisso em sala em cumprir a carga horária e ministrar todos os conteúdos para uma determinada turma dando a mínima importância na aprendizagem da turma.

Trabalhar e discutir sobre o ensino da matemática deve se levar em conta a natureza do aluno e do professor de como é o olhar de cada um pela matemática e qual é o interesse por ela na vida dos mesmos. Enfatizar o aluno como um ser ativo no processo de conhecimento, dando-lhe suporte necessário para isso. Considerar o papel do professor como mediador e norteador. Esse é o caminho mais curto para a valorização do ensino e promove o aprendizado da maioria dos alunos.

3 TRUQUES MATEMÁTICOS: UMA FERRAMENTA NA APRENDIZAGEM DAS QUATRO OPERAÇÕES

3.1 OS NÚMEROS NATURAIS

Muitos símbolos surgiram com a necessidade de o ser humano realizar contagem.

Com o passar do tempo, surgiram novas necessidades além da contagem, para as quais foram criados os números naturais. Os códigos, a ordem e a medida são alguns exemplos dessa necessidade.

3.1.1 Sistema de numeração

Há milhares de anos o ser humano já tinha a capacidade de contagem, porém essa contagem era de forma bastante limitada.

Acredita-se que os povos primitivos usavam a contagem para: verificar os animais que caçavam, os objetos que faziam, as mudanças de lua que observava para medir o tempo, as ovelhas que criavam.

Geralmente, esses povos, utilizavam os dedos das mãos, pedrinhas, riscos em ossos, lascas de pedras, marcas em madeiras, gravetos, etc. para contabilizar o que mais necessitavam. Como o passar do tempo os homens começaram a fazer desenhos e símbolos para registrar essas quantidades.

O ser humano, ao longo do século, foi aperfeiçoando o modo de contar e representar. Como o avanço e a necessidade do comércio, diferentes povos empregaram diversos sistemas de numeração. Alguns deles são:

3.1.1.1 Sistema de numeração egípcio

Os egípcios, por volta de 3 mil anos antes de Cristo, registraram quantidades

Figura 3.1 – Símbolos do sistema de numeração egípcio

	bastão	1
∩	calcanhar	10
?	rolo de corda	100
☉	flor de lótus	1000
∟	dedo apontando	10000
🐟	peixe	100000
👤	homem	1000000

Fonte: <<https://brainly.com.br/tarefa/20339689>>

Figura 3.2 – Exemplos da formação dos números usando o sistema de numeração egípcio

1	2	3	4
		∩	∩
7	8	10	11
∩ ∩	∩ ∩	∩ ∩ ∩	∩ ∩ ∩ ∩
20	22	50	60
∩ ∩ ∩	?	???	???
70	100	300	500
☉ ☉	☉ ☉ ☉ ☉	∟	∟ ∟
2 000	4 000	10 000	20 000
∟ ∟ ∟	🐟	🐟 🐟	🐟 🐟 🐟
30 000	100 000	200 000	300 000

Fonte: <<https://meuartigo.brasilecola.uol.com.br/matematica/o-sistema-numeracao-egipcio.htm>>

usando símbolos relacionados a imagens familiares a eles.

Veja alguns exemplos:

Para representar os números, os egípcios usavam o processo aditivo, a soma dos valores que representavam cada símbolo originava o valor do número. Eles não se preocupavam com a posição dos símbolos, ou seja, o sistema era não posicional.

3.1.1.2 Sistema de numeração romano

O sistema de numeração romano espalhou-se por todo o Ocidente em consequência da expansão do Império Romano ao longo dos séculos.

É um sistema de numeração ainda utilizado nos dias atuais. Por exemplo, em alguns relógios, em alguns livros, em nomes de papas, etc.

Esses são os símbolos do sistema de numeração romano:

Figura 3.3 – Símbolos do sistema de numeração romano

1	=	I
5	=	V
10	=	X
50	=	L
100	=	C
500	=	D
1.000	=	M

Fonte: <<http://kratosnew.blogspot.com/2015/05/sistemas-de-numeracao-sao-um-conjunto.html>>

3.1.1.2.1 Características

Os símbolos I, X, C e M podem ser repetidos até três vezes e são somados.

I	II	III	X	XX	XXX	C	CC	CCC	M	MM	MMM
1	2	3	10	20	30	100	200	300	1000	2000	3000

Quando os valores I, II e III aparecerem à direita de V, são somados a ele. somados.

VI	VII	VIII
6(5+1)	7(5+2)	8(5+3)

O valor I à esquerda de V e X é subtraído dele.

IV	IX
4(5-1)	9(10-1)

As dezenas extras são escritas usando X, o L e o C.

X	XX	XXX	XL	L	LX	LXX	LXXX	XC
10	20	30	40(50-10)	50	60(50+10)	70(50+20)	80(50+30)	90(100-10)

As centenas extras são escritas usando o C, o D e o M.

C	CC	CCC	CD	D	DC	DCC	DCCC	CM
100	200	300	400(500-100)	500	600(500+100)	700(500+200)	800(500+300)	900(1000-100)

Os números até 3 999 são escritos usando decomposição.

$$675 \rightarrow DC LXX V (600 + 70 + 5)$$

$$2593 \rightarrow MM D XC III (2000 + 500 + 90 + 3)$$

$$86 \rightarrow LXXX VI (80 + 6)$$

Para escrever os números de 4 000 em diante, os romanos usavam traços acima de símbolos ou de conjunto de símbolos. Um traço para representar os milhares e dois traços para representar os milhões.

\overline{V}	$\overline{\overline{V}}$	$\overline{VIIDCXL}$	$\overline{\overline{XC\overline{V}}}$	\overline{CL}	$\overline{\overline{CL}}$
5 000	5 000 000	12 640	10 100 005	150 000	100 050

3.1.1.3 Sistema de numeração indo-arábico

O sistema de numeração mais usado no mundo é o sistema de numeração indo-arábico.

Ele foi criado pelos hindus, a aperfeiçoado pelo povo árabe. Por isso é chamado indo-arábico.

Observe na tabela abaixo a evolução da escrita dos símbolos (algarismos) desse sistema.

Figura 3.4 – Evolução da escrita dos algarismos

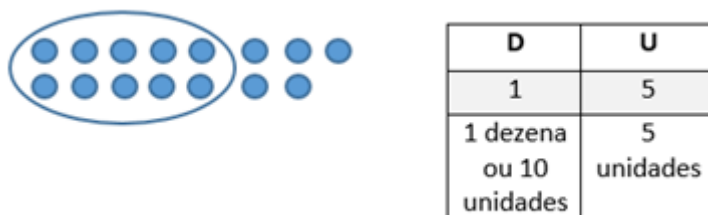
HINDU 300 a.C	-	=	≡	𐎠	𐎡	𐎢	𐎣	𐎤	𐎥	𐎦
HINDU 500 d.C	𑂔	𑂕	𑂖	𑂗	𑂘	(𑂙	𑂚	𑂛	𑂜
ÁRABE 900 d.C	1	𐌶	𐌷	𐌸	𐌹	7	𐌻	𐌼	9	0
ÁRABE (ESPANHA) 1000 d.C	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
ITALIANO 1400 d.C	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
ATUAL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

Fonte: <<https://www.todamateria.com.br/sistema-de-numeracao-decimal/>>

3.1.1.3.1 Características

1. Usa-se apenas dez símbolos para representar qualquer quantidade: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Esses símbolos são chamados de dígitos ou algarismos.
2. Agrupa-se de dez em dez para facilitar a contagem:

Figura 3.5 – Organização de dez em dez



Fonte: Elaborado pelo autor

Por esse motivo que o sistema de numeração indo-arábico é chamado de decimal ou de base 10.

3. A posição dos símbolos na formação do número é muito importante. Daí é dito que o sistema de numeração indo-arábico é posicional

$$25 \neq 52$$

4. Todos os algarismos têm um valor posicional dez vezes maior que o anterior.

2	2	2
200(10 × 1)	20(10 × 2)	2

3.1.1.3.2 Ordens e classes

Para facilitar a escrita e a leitura dos números os algarismos foram separados, da direita para a esquerda, em grupos de três. Cada um desses grupos representa uma classe. Cada posição desses algarismos recebe o nome de ordem.

Observe:

...	Classe dos bilhões			Classe dos milhões			Classe dos milhares			Classes das unidades		
...	Dezena de bilhão	Centena de bilhão	Unidade de bilhão	Dezena de milhão	Centena de milhão	Unidade de milhão	Dezena de milhar	Centena de milhar	Unidade de milhar	Centena	Dezena	Unidade
...	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem

Figura 3.6 – Representação do número 253 428 em ordens e classes

QUADRO DE ORDENS E CLASSES								
Classe dos Milhões			Classe dos Milhares			Classe das Unidades Simples		
9ª ordem	8ª ordem	7ª ordem	6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
Centenas de milhão	Dezenas de milhão	Unidades de milhão	Centenas de milhar	Dezenas de milhar	Unidades de milhar	Centenas Simples	Dezenas Simples	Unidades Simples
			2	5	3	4	2	8

Fonte: <http://www.universiaenem.com.br/sistema/faces/pagina/publica/conteudo/texto-html.xhtml?redirect=86993258246611299177232947579>

Como exemplo, verifiquei a organização do número 253428.

3.2 CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS

3.2.1 Sequência dos números naturais

Sabe-se que a sequência dos números naturais é a seguinte:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13,

Observe que ela começa com o zero. Para se obter o próximo elemento, basta somar 1 ao zero, ($0+1=1$). Para obter o próximo, basta somar um ao 1, ($1+1=2$). E assim por diante, para qualquer número natural.

Daí, tem-se a ideia de antecessor e sucessor de um número natural, observe:

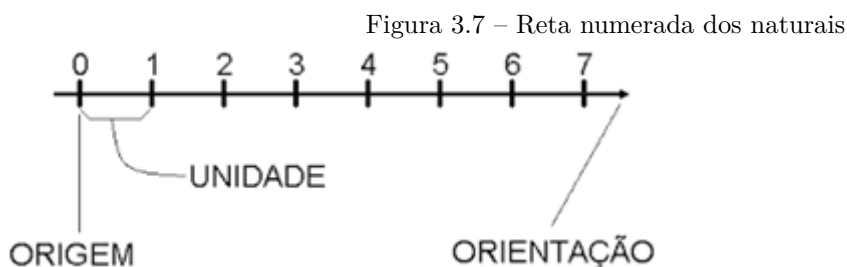
- o sucessor de 9 é $10(9+1=10)$;
- o sucessor de 15 é $16(15+1=16)$;
- o antecessor de 4 é $3(4-1=3)$;
- o antecessor de 27 é $26(27-1=26)$.

É importante ressaltar que o único número que não possui antecessor natural é o zero, pois a subtração de zero por 1 resulta em um número que não está na sequência dos números naturais.

Uma vez que todo número natural tem um sucessor, então a sequência dos números naturais é infinita.

3.2.2 Reta numerada

Estabelecendo um sentido e uma unidade, podemos representar os números naturais em uma reta, chamada de reta numerada.



Fonte: <<http://vidigal.ouropreto.ifmg.edu.br/wp-content/uploads/sites/12/2015/05/apostila-matematica-1-02-CONJUNTOS-NUMERICOS-cassio.pdf>>

3.2.3 Ordem dos números naturais

À medida que avançamos, no sentido orientado da reta, o número natural fica cada vez maior. Assim usamos os símbolos de maior do que ($>$), menor do que ($<$) ou igual a ($=$) para compararmos dois números naturais.

$$8 < 10$$

$$15 > 2$$

$$3 = 2 + 1$$

3.2.4 Números consecutivos

Dois ou mais números que se seguem, ou seja, um vem após o outro, na sequência dos números naturais são denominados números consecutivos. 10 e 11 são dois números naturais consecutivos. 2, 3 e 4 são três números naturais consecutivos.

3.2.5 Sequências especiais de números naturais

3.2.5.1 Sequência dos números naturais pares

É uma sequência que se inicia por zero e o próximo número é obtido pela soma do anterior por 2. 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ...

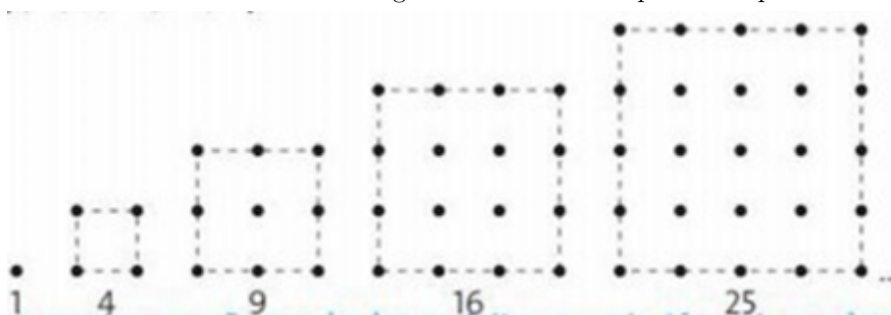
3.2.5.2 Sequência dos números naturais ímpares

É uma sequência que se inicia por 1 e o próximo número é obtido pela soma do anterior por 2. 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, ...

3.2.5.3 Sequência dos números quadrados perfeitos

É uma sequência que organizando as quantidades dos números, de forma geométrica, sempre representaria um quadrado. Esses números são conhecidos como quadrados perfeitos. 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, ...

Figura 3.8 – Números quadrados perfeitos



Fonte: <<http://brainly.com.br/tarefa/11459811>>

3.2.6 Conjuntos dos números naturais (\mathbb{N})

O conjunto numérico que representa os números naturais, tem como símbolo \mathbb{N} e é chamado de conjunto dos números naturais:

$$\mathbb{N} = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots$$

O conjunto formado pelos números naturais diferente do zero é representado por \mathbb{N}^* , ou seja:

$$\mathbb{N}^* = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots$$

3.3 OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS COM NÚMEROS NATURAIS

As operações como os números naturais está presente no dia a dia de cada uma das pessoas. Desde uma simples ida no supermercado, como em uma partida de futebol.

A importância de saber reconhecer as ideias associadas à cada tipo de operação matemática é, de fundamental importância para saber qual delas pode ser utilizada para cada tipo de situação. Saber dominar e utilizar cada algoritmo para encontrar o resultado é a chave do sucesso para dominar as operações fundamentais da matemática.

3.3.1 Adição: ideias associadas e algoritmos

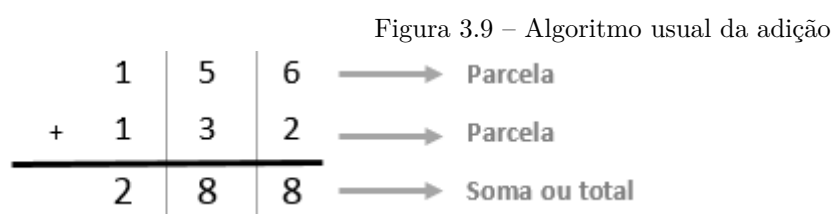
1ª ideia associada à adição: Juntar quantidades.

2ª ideia associada à adição: acrescentar uma quantidade a outra já existente.

3.3.1.1 Algoritmo da adição

Algoritmos são esquemas que facilitam a obtenção dos resultados de uma operação.

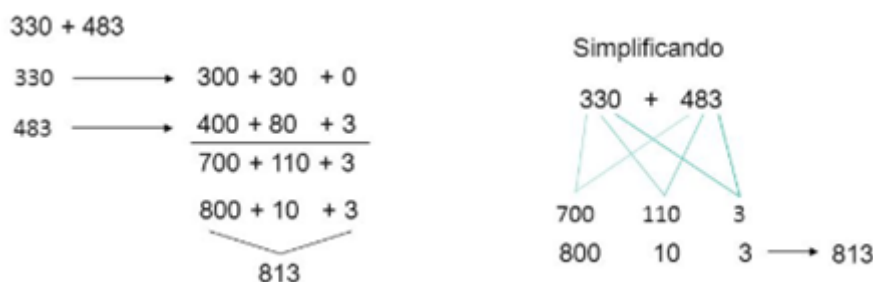
3.3.1.1.1 Algoritmo usual



Fonte: <<http://rever-e-aprender.webnode.pt/matematica/algoritmo-da-adi%C3%A7%C3%A3o/>>

3.3.1.1.2 Algoritmo da decomposição

Figura 3.10 – Algoritmo da decomposição



Fonte: <<https://slideplayer.com.br/slide/4306364/>>

3.3.1.1.3 Algumas propriedades da adição

3.3.1.1.4 Propriedade comutativa

Numa adição, tocando a ordem das parcelas, a soma permanece a mesma: $a + b = b + a$, com $a, b \in \mathbb{N}$.

$$10 + 20 = 20 + 10 = 30$$

3.3.1.1.5 Propriedade do elemento neutro

O zero é o elemento neutro da adição: $a + 0 = a$, com $a \in \mathbb{N}$.

$$30 + 0 = 30$$

3.3.1.1.6 Propriedade associativa

Numa adição de três ou mais parcelas, é indiferente quais delas vamos adicionar inicialmente: $(a + b) + c = a + (b + c)$, com $a, b, c \in \mathbb{N}$.

$$(7 + 9) + 14 = 7 + (9 + 14) = 30$$

3.3.2 Subtração: ideias associadas e algoritmos

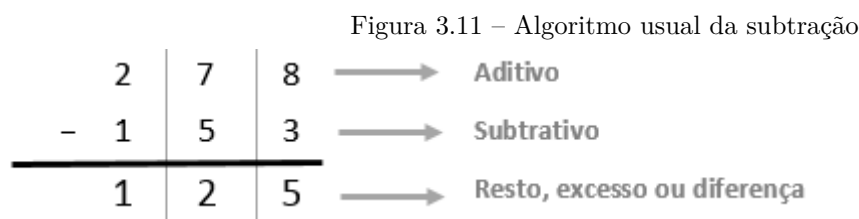
1ª ideia associada à subtração: tirar uma quantidade de outra.

2ª ideia associada à subtração: completar quantidade.

3ª ideia associada à subtração: comparar quantidades.

3.3.2.1 Algoritmo da subtração

3.3.2.1.1 Algoritmo usual



Fonte: <<http://rever-e-aprender.webnode.pt/matematica/algoritmo-da-adi%C3%A7%C3%A3o/>>

3.3.2.1.2 Algoritmo da decomposição do subtraendo

Observe a subtração $227 - 55$.

Como $55 = 50 + 5$, podemos efetuar a subtração $227 - 50 = 177$ e $177 - 5 = 172$.

3.3.2.2 Relação fundamental da subtração

A subtração é composta pelos seguintes termos: minuendo; subtraendo; e diferença.

A relação entre esses termos, define a relação fundamental da subtração, ou seja,

Minuendo - subtraendo = diferença

↓

Diferença + subtraendo = minuendo.

3.3.3 Multiplicação: ideias associadas e algoritmo

1ª ideia associada à multiplicação: adicionar parcelas iguais.

2ª ideia associada à multiplicação: disposição retangular.

3ª ideia associada à multiplicação: números de possibilidades ou combinações.

4ª ideia associada à multiplicação: proporcionalidade.

3.3.3.1 Algumas propriedades da multiplicação

3.3.3.1.1 Propriedade comutativa

Numa multiplicação, trocando a ordem dos fatores, o produto permanece o mesmo:

$(a \times b) = (b \times a)$, com $a, b \in \mathbb{N}$.

3.3.3.1.2 Propriedade do elemento neutro

O 1 é o elemento neutro da multiplicação: $1 \times a = a$, com $a \in \mathbb{N}$.

3.3.3.1.3 Propriedade associativa

Em uma multiplicação de três ou mais números naturais quaisquer, pode-se associar os fatores de modos diferentes, pois o resultado será o mesmo: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$, $a, b, c \in \mathbb{N}$.

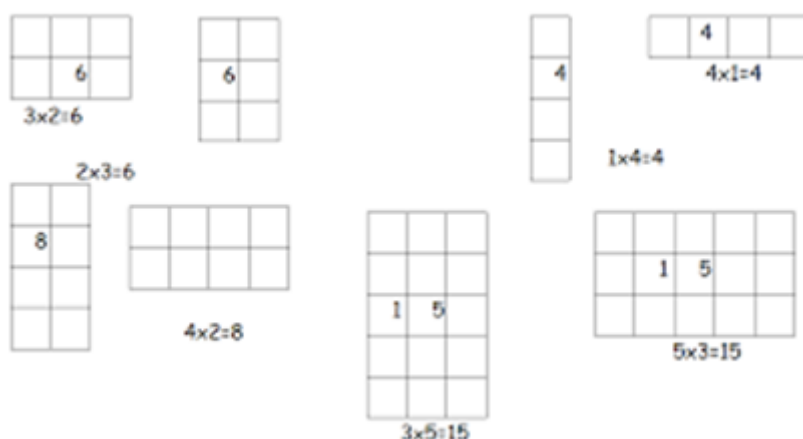
3.3.3.1.4 Propriedade distributiva

Quando multiplica-se um número natural por uma dição (ou subtração) de números naturais, obtemos o mesmo resultado que quando multiplicamos esses números naturais por todos os termos da adição (ou da subtração) e depois somamos (ou subtraímos): $(a + b) \times c = a \times c + b$ (ou $(a - b) \times c = a \times c - b \times c$), $a, b, c \in \mathbb{N}$.

3.3.3.2 Algoritmo da multiplicação

3.3.3.2.1 Geometricamente, em papel quadriculado

Figura 3.12 – Algoritmo da multiplicação: geometricamente em papel quadriculado



Fonte: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernos/pde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uel_mat_artigo_rita_de_cassia_garcia_de_brito.pdf>

3.3.3.2.2 Fazendo a decomposição

Observe a multiplicação 14×12 , usando esse algoritmo.

$$14 \times 12 = (10 + 4) \times (10 + 2) = 10 \times 10 + 10 \times 2 + 4 \times 10 + 4 \times 2 = 100 + 20 + 40 + 8 = 168$$

Ou

Figura 3.13 – Algoritmo da decomposição

$$\begin{array}{r}
 10 + 4 \\
 \times 10 + 2 \\
 \hline
 20 + 8 \\
 100 + 40 \\
 \hline
 120 + 48 \\
 \hline
 168
 \end{array}$$

Fonte: <<https://slideplayer.com.br/slide/4306364/>>

3.3.3.2.3 Pelo algoritmo usual

Figura 3.14 – Algoritmo usual da multiplicação

$$\begin{array}{r}
 \text{C D U} \\
 \begin{array}{r}
 34 \leftarrow \text{fator} \\
 \times 3 \leftarrow \text{fator} \\
 \hline
 102 \leftarrow \text{produto}
 \end{array} \\
 \\
 \begin{array}{r}
 12 \\
 \times 14 \\
 \hline
 48 \\
 + 120 \\
 \hline
 168
 \end{array}
 \end{array}$$

Fonte: <<https://slideplayer.com.br/slide/4306364/>>

3.3.4 Divisão: ideias associadas e algoritmos

1ª ideia associada à divisão: repartir igualmente.

2ª ideia associada à divisão: quantas vezes uma quantidade cabe em outra.

Dividendo (D)	Divisor (d)
Resto (r)	Quociente (Q)

A relação fundamental da divisão, diz que:

$$\text{quociente} \times \text{divisor} + \text{resto} = \text{dividendo}$$

$$Q \times d + r = D$$

3.3.4.1 Algoritmo usual

Observe a divisão de 195 por 12 pelo algoritmo usual.

Como não se pode repartir igualmente 1 centena em 12 de modo a obter uma centena, troca-se 1 centena por 10 dezenas e, como as 9 que já tem, passa-se a ter 19 dezenas. Observe:

C	D	U		1	2
1	9	5			
				0	
				C	D U

Repartindo-se igualmente 19 dezenas em 12, dando 1 dezena para cada uma e restando 7 dezenas. Temos:

C	D	U		1	2
1	9	5			
	7			0	1
				C	D U

Troca-se 7 dezenas por 70 unidades. Com as 5 unidades que existia, passa-se a ter 75 unidades. Então:

Repartindo igualmente 75 unidades por 12. Dá 6 unidades para cada e resta 3 unidades. Logo:

C	D	U		1	2
1	9	5		0	1
	7	5		C	D U

C	D	U		1	2	
1	9	5		0	1	6
	7	5		C	D	U

Por fim, temos o algoritmo da divisão entre 195 por 12 completo.

3.3.5 Potenciação

O produto de uma quantidade finita de fatores iguais é chamado de potenciação.

$$a \times a \times \dots = a^n$$

3.3.5.1 Termos de uma potenciação

A potenciação é composta pelos seguintes elementos: base (a); expoente (n); e potência (b).

$$a^n = b$$

3.3.5.1.1 Base

É o fator que se repete.

3.3.5.1.2 Expoente

É o número de fatores que a base irá repetir.

3.3.5.1.3 Potenciação

É o resultado da potenciação.

Exemplo: $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

3.3.6 Raiz quadrada

A raiz quadrada de um número natural x é um número que, quando multiplicado por ele próprio, se iguala a x .

$$\sqrt{x} = a \rightarrow a \times a = x.$$

Exemplo:

$$\sqrt{36} = 6, \text{ pois } 6 \times 6 = 36.$$

$$\sqrt{64} = 8, \text{ pois } 8 \times 8 = 64.$$

4 DEMONSTRAÇÕES MATEMÁTICA

Ser um profissional em matemática, antes de tudo é, ter a capacidade de demonstrar teoremas matemáticos usando os conceitos básicos. E não, saber fazer a divisão da conta em um restaurante, e dizer quanto cada um tem que pagar. Segundo Tarski, podemos considerar a busca pela verdade matemática como a essência da atividade do matemático. (TARSKI apud DOMINGUES, 2002).

Antes de iniciar o assunto deve-se compreender bem o conceito da palavra demonstração, então:

Demonstração: 1 ato ou efeito de demonstrar. 2 qualquer recurso capaz de atestar a veracidade ou a autenticidade de alguma coisa; prova. 3 raciocínio que torna evidente o caráter verídico de uma proposição, ideia ou teoria. (HOUAISS, 2009).

Demonstração: 1 ato de demonstrar. 2 tudo que serve para provar qualquer coisa; prova. 3 manifestação, sinal, testemunho. 4 lição pratica e experimental. 5 exibição, apresentação. 6 lóg. Dedução que prova a verdade de sua conclusão por se apoiar em premissas admitidas como verdadeiras. (FERREIRA, 2009).

Como mostra esses dois dicionários, o ato de demonstrar alguma coisa é nada mais que provar a veracidade do fato. Mostrar que uma determinada evidencia é verdadeira para todos os casos. Portanto, a demonstração é um conjunto de provas que tornam uma evidencia verdadeira.

No entanto, deve-se conceituar a palavra prova, portanto:

Prova: procedimento apto a estabelecer um saber, isto é, um conhecimento válido. Constitui prova: todo procedimento desse gênero, qualquer que seja sua natureza: mostrar uma coisa ou um fato, exhibir um documento, dar testemunho, efetuar uma indução são provas tanto quanto as demonstrações da matemática e da lógica. Portanto, esse termo é mais extenso que demonstração: as demonstrações são provas, mas nem todas as provas são demonstrações. (ABBAGNANO,1982, p.678).

Com as palavras, definição e prova, bem definidas dar-se início a ideia da importância da demonstração matemática.

A matemática pura, está preocupada em duas operações e suas implicações: definir os conceitos de determinada teoria e demonstrar as propriedades desses conceitos.

As teorias matemáticas estão atreladas a dois tipos de conceitos: os conceitos primitivos (axiomas: conceitos que não precisam ser justificados) e conceitos derivados (teoremas: conceitos que precisam ser demonstrados).

A importância da demonstração, não é só evidenciada no meio matemático e sim com a comunidade científica inteira. A necessidade de provar a veracidade dos fatos é ressaltada historicamente.

Ao longo do tempo muitos fatos ocorreram, civilizações desapareceram, invenção do alfabeto, invenção das moedas, teorias físicas e matemáticas surgiram. E com esses fatos, a necessidade de comprovar, cientificamente, ficou cada vez maior na comunidade acadêmica, nascendo assim uma atmosfera racionalista.

Matematicamente, a escola Pitagórica foi responsável pelas primeiras demonstrações matemáticas registradas. Para os pitagóricos, todos os fenômenos matemáticos poderiam ser explicados por números inteiros, que posteriormente foi derrubada por Hipaso de Metaponto, que demonstrou que a diagonal de um quadrado de lado um é representado por um número irracional.

Com a necessidade de comprovar a veracidade das teorias, começou a adotar critérios para essas demonstrações e um dos primeiros foi o método axiomático.

O primeiro modelo axiomático e o mais famoso foi o da geometria plana, estabelecido por Euclides, por volta do século III a.C., em seu famoso tratado *Os Elementos*. (MORAES FILHO, 2007, p. 62).

O modelo axiomático é um conjunto de finitos axiomas que são usados para deduzir certas afirmações.

Ao longo do tempo o rigor matemático tornou-se cada vez mais forte, e nesse período a lógica matemática ganhou cada vez mais espaço alavancando, ainda mais, o método axiomático.

Até perto do final do século XIX, a demonstração em matemática tinha um caráter grandemente material. A demonstração de uma proposição era uma atividade intelectual que visava a nos convencer e a convencer os outros, racional, mas também psicologicamente, da veracidade dessa proposição. A partir de algum momento, porém, tornou-se necessário submeter a noção de demonstração a uma análise mais profunda, com vistas a reduzir o recurso ao uso da evidência intuitiva. (DOMINGUES, 2002).

A demonstração matemática na sala de aula, deve ser abordada como método de eliminação de todas as dúvidas e questionamentos acerca de determinado assunto.

No ensino fundamental e médio, principalmente no fundamental maior, a demonstração deve ser abordada de forma bem sutil e leve para os alunos, de modo a não causar repulsa. Já no ensino superior e cursos de pós-graduação, a demonstração matemática tem que ser apresentada e cobrada da sua forma mais pura e completa.

O professor de matemática deve ter consciência que tudo que ele está ensinado tem uma prova e, que existe momentos que essas demonstrações devem ser mostradas.

Porém, o ensino de demonstrações ainda necessita de preparo do professor.

Não caberia a simples reprodução – pelo aluno ou professor – das provas presentes nos livros, mas sim o “fazer matemática” em sala de aula, envolvendo assim, experimentações, conjecturas, argumentações. Mas, para tal, o professor precisaria ter uma formação que levasse em conta esse princípio. (PIETROPAOLO apud ORDEM, 2010, p.26).

4.1 TÉCNICAS DE DEMONSTRAÇÃO

Demonstração no processo matemático é, satisfazer as condições da hipótese garantindo o as afirmações da tese.

Faz-se necessário destacar alguns significados de termos fundamentais para a demonstrações de fatos, são esses:

Axioma: uma proposição aceita sem justificativa;

Proposição: um conjunto de palavras que exprime um pensamento de sentido completo;

Teorema: Uma sentença matemática condicional “se P, então Q” ou implicativa, cuja validade depende de uma demonstração. Onde P é a hipótese e Q é a tese;

Premissa: Elementos usados como ponto de partida para armar um raciocínio;

Argumento: Elementos usados como ponto de partida para armar um raciocínio;

Silogismo: Um argumento lógico-dedutivo;

Conjectura: Uma sentença cuja verdade ou falsidade ainda não foi determinada;

Tautologia: Uma sentença que informa algo certamente verdadeiro;

Sofisma ou Falácia: Um argumento não válido;

Dilema: Um argumento que conduz a uma conclusão desagradável ou inaceitável, a partir de duas premissas opostas, uma das quais deverá ser considerada verdade;

Modus ponens: Argumento que afirma que o antecedente é de fato verdadeiro (afirmação do antecedente AA);

Modus Tollens: Argumento onde a premissa nega a verdade do consequente (negação do consequente NC).

Com a ajuda desses termos apresenta-se as técnicas de demonstração.

4.1.1 Demonstração direta

São as demonstrações que usam determinados axiomas sem necessidade de proposições.

Exemplo: Se n é par, n é divisível por 2.

Demonstração Se n é par, n é divisível por 2. n é par.

Portanto, n é divisível por 2.

4.1.2 Demonstração por contraposição

Essa técnica se utiliza o modus tollens, ou seja, consiste em negar a tese para se negar a hipótese.

Exemplo: Se n é par, n é divisível por 2.

Demonstração

Se n é par, n é divisível por 2. Mas, n não é divisível por 2. Então, n não é par.

4.1.3 Demonstração por absurdo

É bem parecida com a técnica da contraposição, consiste em negar a hipótese a ser demonstrada e chegar a uma contradição.

Exemplo: Sejam x e y pertencentes ao conjunto dos números reais. Se $x = 0$, então $x = 0$ ou $y = 0$.

Demonstração

Seja $x = 0$, considere $x \neq 0$ e $y \neq 0$. Como $xy \neq 0$ então pode-se dividir ambos os membros da equação, $x = 0$, por xy . Temos que $1 = 0$, absurdo. Logo, se $x = 0$, então $x = 0$ ou $y = 0$.

Como se queria demonstrar.

4.1.4 Demonstração por indução matemática

Esse método serve para provar uma sequência de proposições verdadeiras sem ter que testar cada uma delas.

O processo baseia-se nos seguintes argumentos: Prove que a propriedade é verdadeira para $n = 1$, em seguida suponha que é válido para todo n e por fim prove que vale para $n + 1$.

Exemplo: A soma dos n primeiros números naturais é dada pela fórmula,

$$f(n) = \frac{n \cdot (n+1)}{2}.$$

Demonstração

Observe que para $n = 1$, temos:

$$f(1) = \frac{1 \cdot (1+1)}{2}$$

$$f(1) = \frac{1 \cdot 2}{2}$$

$$f(1) = 1$$

A afirmação é verdadeira.

Agora, assume-se que para todo n a igualdade $f(n) = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$, seja verdadeira.

Tem-se que mostrar que para $n+1$ a igualdade seja

$$f(n+1) = \frac{(n+1)[(n+1)+1]}{2} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}. \text{ Observe}$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n + n + 1 = \frac{n \cdot (n+1)}{2} + n + 1$$

$$f(n+1) = \frac{n \cdot (n+1) + 2 \cdot (n+1)}{2}$$

$$f(n+1) = \frac{(n+1) \cdot (n+2)}{2}$$

Como se queria demonstrar.

5 TRUQUES MATEMÁTICOS

Aprender alguns conceitos matemáticos de maneira diferente, muitas vezes é determinante para a vida estudantil de uma criança. Levando, muitas vezes, ao aumento do interesse ao assunto trabalhado em sala de aula.

Muitos dos truques que será mostrado aqui, irá causar espanto de quão simples e fácil de se aplicar em situações cotidianas. Serve até para momentos de descontração com familiares e amigos.

Aos poucos, a criança vai se habituando a resolver situações, usando alguns truques matemáticos que o gosto por investigar mais truques é cada vez maior. Deste modo, o interesse pelo estudo se torna ainda mais frequente e vantajosa para a criança.

Alguns dos truques mostrados aqui podem sem facilmente encontrados em livros e na internet. Os que estão presente nesta dissertação são os que tem mais aplicabilidade no cotidiano de um estudante do ensino fundamental menor e maior.

5.1 OS TRUQUES

1. Tabuada dos 9.

Mult.	D	U
$1 \times 9 =$	0	9
$2 \times 9 =$	1	8
$3 \times 9 =$	2	7
$4 \times 9 =$	3	6
$5 \times 9 =$	4	5
$6 \times 9 =$	5	4
$7 \times 9 =$	6	3
$8 \times 9 =$	7	2
$9 \times 9 =$	8	1
$10 \times 9 =$	9	0

Esse truque consiste em organizar os números de tal forma que complete a tabuada dos 9 de 1 até 10. Faça a tabuada dos 9 de 1 a 10 ($1 \times 9 =$, $2 \times 9 =$, $3 \times 9 =$, \dots , $9 \times 9 =$, $10 \times 9 =$) sem colocar os resultados e na vertical. Depois o 0 na ordem da dezena de 1×9 , o 1 na ordem da dezena de 2×9 , o 1 na ordem da dezena de 3×9 , e assim por diante até colocar o 9 na ordem da dezena de 10×9 . Em seguida faça a mesma coisa, porém com a sequência decrescente, ou seja, escreva o 9 na ordem de unidade

de 1×9 , o 8 na ordem da unidade de 2×9 , o 7 na ordem da unidade de 3×9 , e assim por diante até colocar o 0 na ordem da unidade de 10×9 . O aluno entendendo a lógica da montagem dessa tabuada, que é uma das mais difíceis de se “memorizar”, terá uma menor possibilidade de errar alguma multiplicação em que um dos fatores é o número 9.

2. Elevando o número terminado em 5, ao quadrado

Potenciação	Multiplique o número que vem antes do 5, com o seu sucessor.	5^2	Potência
15^2	$1 \times (1 + 1) = 1 \times 2 = 2$	25	225
25^2	$2 \times (2 + 1) = 2 \times 3 = 6$	25	625
35^2	$3 \times (3 + 1) = 3 \times 4 = 12$	25	1 225
45^2	$4 \times (4 + 1) = 4 \times 5 = 20$	25	2 025

Para esse truque, tem-se umas considerações há serem feitas, a base que terá expoente 2 (ao quadrado) terá que ter como unidade o número 5. Nessas condições basta pegar o número que vem antes do 5 e multiplica-lo pelo seu sucessor, o resultado basta “juntar” com o 25 que é o resultado de 5^2 . Esse resultado é bastante interessante, pois envolve a ideia de sucessor de um número juntamente com multiplicação e potenciação. Vamos fazer a demonstração para provar que esse procedimento é válido para qualquer número natural com as condições já citadas.

Demonstração:

Considere um número N , representado da seguinte forma.

$$N = 10^n \cdot a_n + 10^{n-1} \cdot a_{n-1} + \dots + 10 \cdot a_1 + 5$$

Podemos colocar o 10 em evidencia, assim temos

$$N = 10 \cdot (10^{n-1} \cdot a_n + 10^{n-2} \cdot a_{n-1} + \dots + a_1) + 5$$

Agora, considere $a = 10^{n-1} \cdot a_n + 10^{n-2} \cdot a_{n-1} + \dots + a_1$. Então

$$N = 10 \cdot a + 5$$

Desta forma vamos calcular N^2

$$N^2 = (10a + 5)^2 = (10a)^2 + 2 \cdot 10a \cdot 5 + 5^2$$

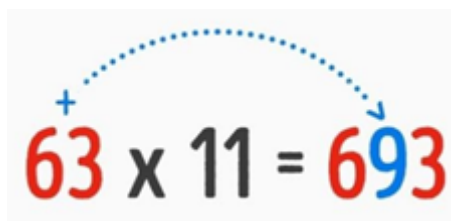
$$N^2 = 100a^2 + 100a + 25$$

$$N^2 = a \cdot (a + 1) \cdot 100 + 25$$

Portanto N^2 , é um número terminado em 25 e os demais algarismos é o resultado da multiplicação de a pelo seu sucessor $a+1$.

3. Multiplicar um número por 11

Figura 5.1 – Multiplicar um número por 11



Fonte: <<https://www.fatosdesconhecidos.com.br/9-truques-matematicos-que-voce-nao-aprendeu-na-escola>>

Na multiplicação de um número, de dois algarismos, por 11, basta repetir os números multiplicados e colocar no meio a soma dos algarismos desse número. Vale lembrar que o fator deve ter dois algarismos. Esse é um método simples e fácil de multiplicação por 11 e vale observar a demonstração desse truque.

Existem situações que deve-se fazer um procedimento a mais, como no exemplo da multiplicação de 78 por 11. Observe:

Usando o procedimento deve-se somar os algarismo do número 78, então.

$$7 + 8 = 15$$

Esse resultado deve-se colocar entre o 7 e o 8 para encontra o produto entre 78 e 11, mas fazendo isso a resposta não será a correta, $78 \times 11 \neq 7158$.

Para corrigir esse erro, basta somar a dezena do número 15 pelo algarismo 7, corrigindo assim o erro e dando a resposta correta da multiplicação entre 78 e 11. Resultando na seguinte resposta:

$$78 \times 11 = 858.$$

Demonstração: Considere o número N , representado da seguinte forma: $N = 10 \cdot a + b$

Desta forma $N \times 11$, é:

$$(10 \cdot a + b) \times (10 + 1)$$

$$10 \times a \cdot 10 + 10 \times a \times 1 + b \times 10 + b \times 1$$

$$100 \cdot a + 10 \cdot a + 10 \cdot b + b$$

Colocando o 10 em evidencia em $10 + 10 \cdot b$, temos:

$$100 \cdot a + 10(a + b) + b \text{ Daí temos}$$

C	D	U
a	a + b	b

4. Multiplicação por 11 (2ª parte).

É possível fazer a multiplicação de um número com mais de dois algarismos por 11 de uma forma bem fácil. O procedimento é bem parecido com a multiplicação de 11 por um número com dois algarismos, porém a soma dos algarismos tem que seguir uma lógica, observe na figura abaixo:

Figura 5.2 – Multiplicação por 11 (2ª parte)



Fonte: <<https://blog.enem.com.br/matematica-no-enem-7-truques-para-contas/>>

Esse truque permite o aluno a desenvolver a soma e a organização lógica dessas somas na proposta do problema.

5. Multiplicação de dezenas

Multiplicar números bem próximo de 100 é bem chato, pois temos esse truque que ajuda bastante nesses tipos de multiplicações. Observe o procedimento:

Figura 5.3 – Multiplicação de dezenas

$$\begin{array}{l}
 97 \times 96 = 9312 \\
 100-97 \quad 100-96 \quad 100-7=93 \\
 3 + 4 = 7 \\
 3 \times 4 = 12
 \end{array}$$

Fonte: Elaborada pelo autor

Observe que as operações aplicadas a esse truque são bem simples. Primeiro, verificar quanto falta para 100 cada um dos fatores, desses valores deve-se somar e multiplicar, sendo que na soma devemos verificar quanto faltam para 100 e “junta” esse resultado com o produto para chegar na resposta correta.

6. Subtração de números com dois algarismos.

Figura 5.4 – Subtração de números com dois algarismos

$$\begin{array}{c}
 96 - 35 \\
 \downarrow \\
 96 - 30 + 35 - 30 \\
 \downarrow \\
 66 - 5 \\
 \downarrow \\
 61
 \end{array}$$

Fonte: [matematica-no-enem-7-truques-para-contas/](https://blog.enem.com.br/matematica-no-enem-7-truques-para-contas/)

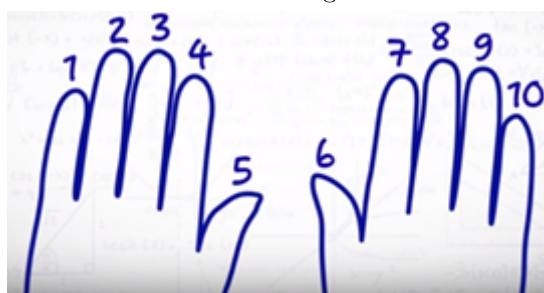
<<https://blog.enem.com.br/>>

Quando você que fazer uma subtração de maneira bem rápida, com números de dois algarismos, basta transforma essa subtração para números menores e que seja mais fácil para encontrar a subtração. Para fazer isso, basta realizar uma subtração prévia dos números que estão na sua conta por dezenas. No caso da Fig. 22, como o subtraendo é 35, bastou subtrair o minuendo e o subtraendo por 30, reduzindo a conta e deixando-a bem mais fácil, já que 66-5 é bem mais fácil resolver que 96-35.

7. Tabuada dos 9 com os dedos. Uma outra forma, bem interessante, de aprender a tabuada dos 9 é fazendo com os dedos.

Para fazer esse truque basta escrever, mas pontas de cada dedo, um número natural seguindo a sequência no primeiro dedo escreve o número 1, no segundo dedo escreve o número 2, no terceiro dedo escreve no número 3 e assim por diante, conforme a figura 23 abaixo.

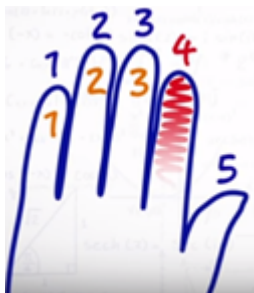
Figura 5.5 – Relacionando cada dedo com um número



Fonte: Elaboradas pelo autor

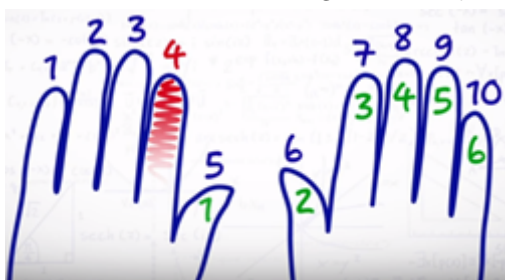
Logo em seguida, basta escolher a multiplicação desejada. Por exemplo, 9×4 , nesse caso exclua o dedo que representa do número 4 e verifique a quantidade de dedos que vem antes dele (veja a figura 24) e depois dele (veja a figura 25).

Figura 5.6 – Quantidade de dedos antes do número 4



Fonte: Elaboradas pelo autor

Figura 5.7 – Quantidade de dedos depois do número 4



Fonte: Elaboradas pelo autor

Esses números, que são 3 e o 6 serão, respectivamente, a dezena e a unidade da multiplicação entre 9 e 4.

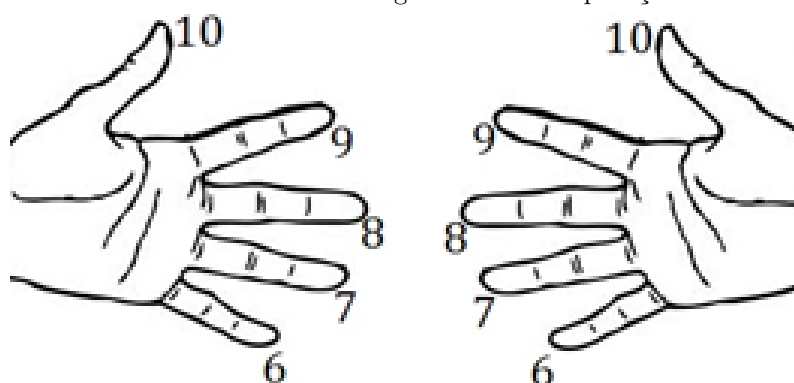
$$9 \times 4 = 36$$

8. Multiplicação com os dedos. Para esse truque é necessário ter o domínio da tabuada de 1, 2, 3, 4 e 5, pois só é válida para as multiplicações de 6, 7, 8, 9 e 10.

O primeiro passo é escrever nas pontas dos dedos os números de 6 a 10 iniciando com o 10 no polegar e terminado com o 6 no dedo mínimo nas duas mãos, conforme a figura 26 abaixo.

Observe como é feita a multiplicação de 7×8 usando esse truque.

Figura 5.8 – Multiplicação com os dedos 1



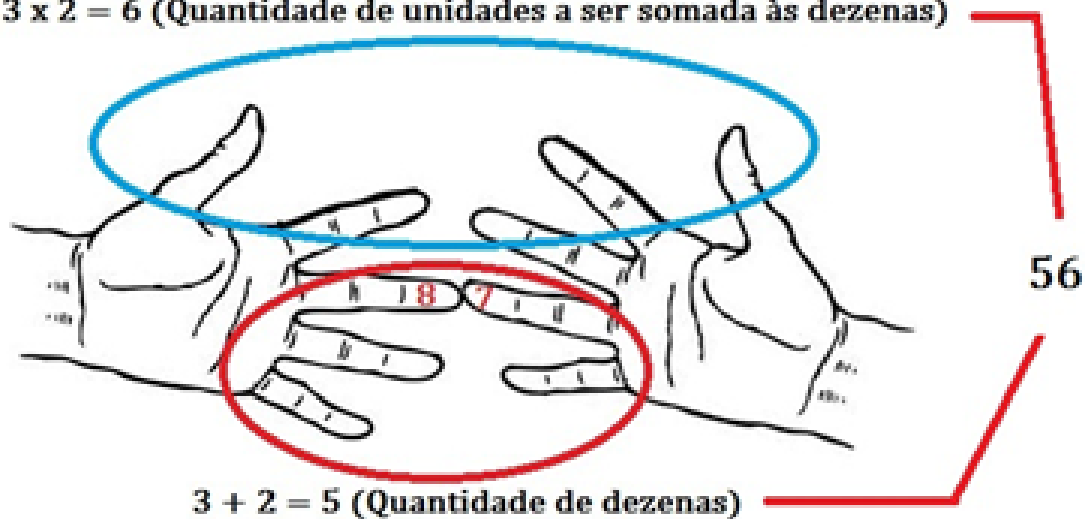
Fonte: <<http://geniodamatematica.com.br/tabuada-com-as-maos/>>

Encoste o dedo 7 no dedo 8. Depois deve-se contar os dedos que estão na junção para baixo, no caso do exemplo são 5 dedos. Esses 5 dedos, representará 5 dezenas ou 50 unidades.

Em seguida multiplique os dedos restantes de uma mão pela outra. No caso do exemplo, em uma mão sobraram 3 e na outra 2, então $3 \times 2 = 6$.

Figura 5.9 – Multiplicação com os dedos 2

$3 \times 2 = 6$ (Quantidade de unidades a ser somada às dezenas)



Fonte: <<http://geniodamatematica.com.br/tabuada-com-as-maos/>>

Agora soma-se o resultado de 50 e 6, $50+6=56$, gerando assim a multiplicação $8 \times 7 = 56$.

9. Converter Celsius a Farenheit e vice-versa.

Sem usar as fórmulas que geralmente é trabalhada no 2º ano do ensino médio, existe uma maneira bem simples e fácil de fazer essas transformações usando operações

básicas. Observe. De °C para °F: Multiplique a temperatura por 1.8 e adicione 32 ao resultado.

Exemplo: $20^{\circ}C \times 1.8 = 36$ e $36 + 32 = 68^{\circ}F$, então $20^{\circ}C = 68^{\circ}F$.

De °F para °C:

Ordem contrária – primeiro subtraia a temperatura de 32 e o resultado divida por 1.8.

Exemplo: $59^{\circ}F - 32 = 27$ e $27 \div 1.8 = 15^{\circ}C$, então $59^{\circ}F = 15^{\circ}C$

10. Descobrimo a idade.

Esse truque é bem repetido em brincadeira entre amigos em rodas de conversas ou nos intervalos de uma aula e outra. É bem simples de se entender e executar. Primeiro peça para alguém pegar a quantidade de sua idade e multiplicar por 5, ao resultado adicionar 8 e multiplicar por 2 esse resultado. Em seguida deve-se subtrair 6 do novo resultado e por fim multiplicar por 10 o resultado encontrado. Depois desse procedimento peça para revelar o resultado. Desse resultado deve-se subtrair 100 e em seguida dividir o resultado por 100. O valor encontrado será a idade da pessoa. Observe na prática como é o procedimento inteiro.

Por hipótese, a idade de alguma pessoa seja 21, então.

Multiplique a idade por 5:

$$21 \times 5 = 105$$

Deste resultado adicione 8:

$$105 + 8 = 113$$

Deste resultado multiplique por 2:

$$113 \times 2 = 226$$

Deste resultado subtraia 6:

$$226 - 6 = 220$$

Deste resultado multiplique por 10:

$$220 \times 10 = 2200$$

Peça para revelar o resultado e faça o seguinte procedimento.

Do resultado encontrado subtraia 100: $2200 - 100 = 2100$ Deste resultado dividir por 100: $2100 \div 100 = 21$ O número encontrado é a idade da pessoa.

Demonstração:

Seja $n \in \mathbb{N}$, então.

Multiplique n por 5: $n \times 5 = 5n$

Adicione esse resultado por 8:

$$5n + (8) = 5n + 8$$

Multiplique esse resultado por 2:

$$(5n + 8) \times 2 = 10n + 16$$

Subtraia 6 desse resultado:

$$10n + 16 - (6) = 10n + 10$$

Multiplique por 10 o resultado encontrado:

$$(10n + 10) \times 10 = 100n + 100$$

Subtraia 100 desse resultado:

$$100n + 100 - (100) = 100n$$

Divida 100 do resultado encontrado:

$$(100n) \div (100) = n$$

Como queria se provar.

11. Adivinhando a soma de uma sequência.

Para esse truque, que serve para divertir os amigos e descontraír, a pessoa desenvolve a capacidade de somar pequenas quantias e exercitar a multiplicação por 11 vista neste trabalho. Mas para se fazer esse truque deve-se entender a ideia da sequência de Fibonacci.

A sequência de Fibonacci é uma sucessão de números que obedece um padrão em que cada elemento subsequente é a soma dos dois anteriores (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...).

Peça para alguém escrever dois números diferente de forma que o maior esteja em cima do menos. Logo em seguida peça para somar esses números e escrever o resultado abaixo dos dois números que foram escritos. Em seguida fazer o mesmo procedimento com os dois números imediatamente acima e escrever o resultado imediatamente em baixo. Esse procedimento deve continuar até que haja 10 números escritos, um em baixo do outro.

Para fazer a soma dessa sequência basta pegar o número que está na 7ª posição dessa sequência e multiplicar por 11.

Observe com um exemplo:

Vamos utilizar os números 5 e 10. Observe a sequência formada:

10 5 15 20 35 55 90 145 235 380

Com a sequência formada, basta pegar o número que está na 7ª posição, que é o 90, e multiplicar por 11. Que resulta em:

$$90 \times 11 = 990$$

6 EXPERIÊNCIA

Fui convidado pelo Grupo de Pesquisa de Análises Químicas Sustentáveis (GPAQS) que funciona no Instituto Federal do Maranhão (IFMA) Campus Zé Doca, situado a 300 km da capital maranhense, coordenado pelo professor Dr. José Sebastião Cidreira Vieira, para participar do II SEMINÁRIO DE MATEMÁTICA E QUÍMICA (II SEMAQUI) que se apresentava com o seguinte tema: Uma Jornada Acadêmica Interdisciplinar. Esse evento iria ser realizado no próprio IFMA, Campus Zé Doca, nos dias 17, 18 e 19 de junho de 2019.

Aceitei o convite e comecei a pensar que assunto poderia falar para o público desse evento. Como os cursos superiores de Matemática e Química do IFMA, Campus Zé Doca, são de licenciatura e pensei em assuntos que poderiam ajudar nos dois cursos. Organizei assim uma palestra com o seguinte tema, Matemática Fácil: Alguns truques matemáticos e suas demonstrações.

Palestra essa que foi realizada no dia 18/06/2019 as 20:20 com duração de 40 minutos. Nesta exposição, mostrei alguns truques matemáticos que está presente nesta dissertação, tais como: a Tabuada dos 9; Elevando o número terminado em 5, ao quadrado; Multiplicar um número por 11; e a Multiplicação com dezenas. Observei o interesse muito grande das pessoas que estavam participando da palestra, pois ao final, algumas pessoas fizeram perguntas e presenciei relatos de que não tinham conhecimentos de alguns truques apresentados neste dia.

Uma pessoa perguntou o porquê esses truques não são ensinados no ensino regular. Respondi que alguns professores, por desconhecerem alguns truques ou por priorizar o conteúdo didático, não dão muita importância para essa ferramenta. Falei, também, alguns professores expõe esses e outros tipos de truques em sala de aula utilizando assim novos métodos no processo de ensino-aprendizagem.

Um aluno do curso de licenciatura em matemática do IFMA, Campus Zé Doca, falou que se ela tivesse tido contado com esses truques antes, provavelmente a matemática seria mais interessante na sua vida e que quando ele se tornar professor, ele iria ensinar esses truques aos seus alunos e iria incentiva-los a procurar novos métodos de aprendizagem. Avaliei que a palestra foi bastante proveitosa, pois despertei o interesse pela procura de novos métodos de ensino da matemática, método esse que torna a aprendizagem mais eficaz pois utiliza-se da ludicidade para o avanço cognitivo do aluno.

Dias depois andando pelos corredores do IFMA, Campus Zé Doca, Instituição que trabalho como professor do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico (EBTT) com dedicação

exclusiva desde 2017. Fui parado por uma aluna que cursa o curso de licenciatura em Matemática no próprio Campus, que falou que tinha ensinado alguns dos truques para os alunos que ela dar aulas de reforço escolar do ensino fundamental menor, alunos que estudavam no 4º e 5º ano. Segundo essa aluna, os alunos aprenderam e acharam muito divertido e fácil a nova técnica de aprendizagem.

Outros alunos, também do curso de licenciatura em Matemática do Campus, aplicaram os truques da palestra nas escolas estaduais Centro de Ensino Bandeirante e Centro de Ensino Nelson Serejo de Carvalho (CEMA) na cidade de Zé Doca através do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), com a coordenação do professor MSc. Adiel Praseres Chaves. Afirmaram que após os alunos aprenderam e dominarem os truques o aproveitamento em alguns exercícios melhoraram significativamente.

Por fim, com alguns relatos de alunos que aplicaram esses truques matemáticos deu para observar que a aprendizagem de alguns alunos foi bastante positiva.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Incentivar e motivar os nossos alunos ser faz necessário em qualquer área de conhecimento, em especial a matemática, pois é conhecida por muitos como uma disciplina chata e desinteressante. Vimos que o papel do educador no processo de ensino-aprendizagem é de mediar e dar o suporte necessário para o aluno desenvolver o conhecimento necessário e desenvolver habilidades que o ajude no dia a dia. Procuramos refletir sobre o ensino da matemática e sua relação com a educação. Vimos o processo histórico da evolução da matemática, a necessidade e a amplitude das aplicações matemáticas em muitas áreas do conhecimento. Observamos, que o professor deve ter a sensibilidade de observar como o aluno aprende a matemática e as etapas de absorção de conhecimento, que é diferente para cada um dos alunos. Oferecer as ferramentas necessárias e mediar a resolução de problemas matemáticos é um passo importante que o professor deve seguir para proporcionar conhecimento aos seus alunos. Destacamos também, que formas alternativas que possibilitam o conhecimento matemáticos são validas, através dos jogos de tabuleiros, jogos eletrônicos, aplicativos educativos em computador e celular e, em situações do dia a dia que possa envolver a matemática. Devemos usar todos os artifícios para incentivar o estudo e a pesquisa em matemática pelos nossos alunos e crianças. Na parte da matemática, fizemos um breve resumo sobre as quatro operações matemáticas não esquecendo também da importância dos números naturais e do conjunto dos números naturais. Destacamos a necessidade do rigor matemático que é a demonstração. Verificar e provar que os teoremas e pesquisas matemáticas são verdadeiras é de fundamental importância para o avanço do conhecimento matemático. Na parte dos truques matemáticos, esperamos que sirva para motivar e incentivar os alunos. De forma lúdica e divertida, apresentamos alguns truques que podem ser resolvidos. O intuito de usar esses métodos é despertar o interesse, de alguma forma e escolhi os truques matemáticos, no estudo da matemática, ou seja, é o aprender matemática brincando com os números. Não esquecendo a importância da demonstração, de o porquê que aquele truque sempre vai dar certo. Por fim, esperamos que os professores busquem formas diferente e divertida de despertar o gosto pela matemática e que o aluno procure outras formas de aprender a matemática. Desta forma toda a sociedade ganha com o que mais alavanca uma país, a educação.

8 REFERÊNCIAS

DANTE, Luiz Roberto. Projeto Teláris: Matemática / Luiz Roberto Dante. – 1. ed. – São Paulo: Ática, 2012.

GIOVANNI, José Ruy. Matemática: pensar descobrir, 6º ano / José Ruy Giovanni, José Ruy Giovanni Junior. – São Paulo: FTD, 2010.

ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática. Tradução: Orlando de A. Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

CARDIA, V. Material didático para as quatro operações. São Paulo, USP, 1996.

DANTE, L. R. Didática da resolução de problemas de Matemática. São Paulo, Ática, 1995.

Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC / SEF, 1998.

Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC/SEF, 1997.