
Universidade Federal de São Paulo

Instituto de Ciência e Tecnologia



**Mestrado Profissional em Matemática
em Rede Nacional - PROFMAT**

**A abordagem do ensino de estatística nos
livros de matemática do ensino médio**

Everton Perugini

Orientador: Prof^{fa}. Dr^a. Juliana Garcia Cespedes

São José dos Campos
Março, 2020



PROFMAT

Título: *A abordagem do ensino de estatística nos livros de matemática do ensino médio*
Dissertação apresentada ao Instituto de Ciência e Tecnologia da UNIFESP, campus São José dos Campos/SP, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT.

São José dos Campos
Março, 2020

Perugini, Everton

A abordagem do ensino de estatística nos livros de matemática do ensino médio, Everton Perugini – São José dos Campos, 2020.
lxxx, 80f.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Paulo. Instituto de Ciência e Tecnologia. Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

The approach to teaching statistics in high school math books

1. Estatística. 2. Ensino médio. 3. Livro didático. 4. Aprendizagem. 5. Matemática.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PROFMAT

Chefe de departamento:

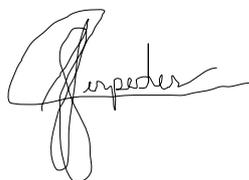
Prof. Dr. Eduardo Antonelli

Coordenador do Programa de Pós-Graduação:

Prof. Dr. Angelo Calil Bianchi

EVERTON PERUGINI

A ABORDAGEM DO ENSINO DE ESTATÍSTICA NOS LIVROS DE
MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO



Presidente da banca: Prof^a. Dr^a. Juliana Garcia Cespedes

Banca examinadora:

Prof^a. Dr^a. Simone Daniela Sartorio de Medeiros

Prof. Dr. Luiz Leduíno de Salles Neto

Prof^a. Dr^a. Cláudia Aline A. S. Mesquita

Data da Defesa: 27 de Março de 2020

"Os números governam o mundo."(Platão)

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus por ter me permitido chegar até aqui e aos meus pais que foram meus provedores e incentivadores.

Agradeço aos meus professores e colegas de sala do ensino fundamental, médio e da graduação, pois foram eles que me fizeram acreditar que eu poderia ser professor de matemática. Aos meus alunos de todos esses anos que me impulsionaram, me fizeram evoluir e validaram meu trabalho como professor de matemática deixo o registro da minha gratidão.

Minhas irmãs Gisele e Kátia merecem um agradecimento particular porque foram elas que me fizeram acreditar que eu poderia cursar uma graduação e, conseqüentemente, um mestrado.

Sou muito grato aos colegas do PROFMAT da minha turma que me apoiaram, me ajudaram e me incentivaram; aos colegas veteranos do PROFMAT que abriram caminhos e nos deram direcionamentos; aos professores desse curso que transmitiram seus conhecimentos e experiências na educação e aos criadores do programa que sonharam, permitiram sonhos e estão contribuindo fortemente para a educação brasileira. Agradeço também a Prof^a. Dr^a. Juliana Garcia Cespedes, por me orientar neste trabalho.

Obrigado aos meus amigos, familiares e a todos aqueles que de alguma forma contribuíram para minha evolução acadêmica e pessoal. Certamente eu não conseguiria listar aqui todas as nobres pessoas a quem eu devo gratidão.

Em especial, eu agradeço:

À minha esposa Ana Rute, pela compreensão, dedicação e por suportar meu mal humor e estresse durante todo este processo.

Às minhas filhas Helena e Sara que viveram as minhas ausências, a minha atenção em pedaços e que, mesmo sendo bem crianças, foram capazes de me compreender.

RESUMO

O presente trabalho buscou investigar a abordagem do ensino de estatística nos livros de matemática do ensino médio. Espera-se que essa dissertação possa ser útil na melhoria do trabalho dos professores de matemática de ensino médio e de cursos de Licenciatura em Matemática. Pensando nos professores de ensino médio, buscou-se fornecer uma ferramenta para provocar reflexões e auxiliar no planejamento e na prática das aulas de estatística. Para os professores dos cursos de Licenciatura, o objetivo foi apresentar um retrato da proposta do ensino de estatística presente nos livros de ensino médio e assim aproximar o conhecimento acadêmico das salas de aula de ensino médio. O tema é relevante para ser pesquisado, pois encontra-se certas discrepâncias entre as abordagens de alguns tópicos em diferentes livros didáticos do ensino médio, além disso, o acelerado processo de mudanças no currículo de matemática previsto nos documentos oficiais dos últimos anos foi motivador para verificar se os livros didáticos estão em consonância com as orientações governamentais. Quanto à metodologia utilizada trata-se basicamente de uma pesquisa no formato de análise de livros didáticos com ênfase na presença, profundidade e correção dos conteúdos de estatística. A investigação está apoiada principalmente nos documentos governamentais como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), por exemplo, para justificar a presença ou a ausência de tópicos de estatística no ensino médio. Além disso, foram analisados três livros didáticos de matemática para o ensino médio os quais foram indicados pelo PNLD - Programa Nacional dos Livros Didáticos: Matemática Contexto e Aplicações [14], Matemática Paiva [20], Contato matemática [24]. Buscou-se verificar a abordagem utilizada para ensinar os tópicos de estatística e confrontar os documentos oficiais com os livros didáticos analisados. Após a análise dos dados foram feitos apontamentos sobre a necessidade de se adequar ou não os tópicos abordados nos livros do ensino médio. Foi constatado que os livros didáticos analisados devem ter adequação ao que é exigido nos documentos governamentais, no sentido de permitir que o indivíduo participe mais do seu processo de aprendizagem com exercícios que não possibilitem apenas uma simples interpretação ou seguir modelos expostos, mas que possibilite que o discente tenha mais ação por meio de exercícios que permitam que ele seja ativo, criativo e crítico no processo de aprendizagem estatística.

Palavras-chave: 1. Estatística. 2. Ensino médio. 3. Livro didático. 4. Aprendizagem. 5. Matemática.

ABSTRACT

This paper aimed to investigate and debate the math textbooks approach in regards to the teaching of statistics in high school. It is expected that such dissertation could be useful to improve the quality of high school mathematics' teaching as well as of graduation courses in mathematics. Considering the high school teachers, this paper plays the role of provoking reflections and assisting in the planning and practice of statistics classes. For teachers of graduation courses in mathematics, the objective was to present a portrait of the teaching methodology for statistics reflected in the high school literature and, thus, approximate statistics academic knowledge to the high school classes' practice. The proposed focus of this paper is relevant as there are discrepancies among the different high school textbooks' approaches related to statistics; besides, the accelerated process of changes in the official mathematics curriculum in recent years incentives the verification of whether or not the textbooks are in line with government guidelines. As for the methodology applied, it was basically a research in the format of analysis of textbooks, with emphasis on the presence, depth and correctness of statistical content. The research was supported mainly by government publications such as the "Base Nacional Comum Curricular Base (BNCC)", for example, to justify the presence or the absence of statistical topics in high school. In addition, three high school math textbooks were analyzed: "Matemática Contexto e Aplicações" [14], "Matemática Paiva" [20], "Contato matemática" [24]. These publications were indicated by the "PNLD - Programa Nacional dos Livros Didáticos"; the purpose here is to verify the approach utilized for teaching statistics and to compare the official guidelines versus the analyzed textbooks. After analyzing the data, notes were made on the need to adapt or not the topics covered in high school literature. It was confirmed that the analyzed textbooks must be adapted to meet the demands of government regulation, allowing individuals to have a more active participation on the learning process with exercises that not only allow simple interpretation but also provides the student a more active, creative and critical approach on such process.

Keywords: 1. Statistic. 2. High school. 3. Textbook. 4. Learning. 5. Mathematics.

LISTA DE SIGLAS

BNCC Base Nacional Comum Curricular

Guia PNLD 2018 Guia do Programa Nacional do Livro didático de 2018

Guia PNLD 2020 Guia do Programa Nacional do Livro didático de 2020

LDB Lei de Diretrizes e Bases

PCN Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Folha de rosto de um livro histórico de estatística	12
Figura 2	Competências específicas.	35
Figura 3	Nomenclatura das habilidades.	36
Figura 4	Habilidades da Competência Específica 1	38
Figura 5	Habilidades da Competência Específica 2	40
Figura 6	Habilidades da Competência Específica 3	42
Figura 7	Habilidades da Competência Específica 4	44
Figura 8	Habilidades da Estatística e da Probabilidade	47
Figura 9	Habilidades da Estatística	48
Figura 10	Coleção Contexto & Aplicações - Dante	50
Figura 11	Sumário do Volume 3 da Coleção Contexto & Aplicações - Dante	50
Figura 12	Exercícios de construção de gráficos	51
Figura 13	Exercícios de medidas de tendência central	53
Figura 14	Trecho sobre a escolha da amostra e a diferença entre indivíduo e objeto	54
Figura 15	Coleção Matemática Paiva	55
Figura 16	Sumário do Volume 3 da Coleção Matemática Paiva	55
Figura 17	Exercício sobre construção de gráfico	56
Figura 18	Explicação sobre a construção de gráficos de setores com dados fictícios	58
Figura 19	Exercício resolvido, sobre média, com dados fictícios	58
Figura 20	Texto sobre etapas do planejamento de uma pesquisa estatística	59
Figura 21	Parte do texto que antecede a variância e o desvio padrão.	59
Figura 22	Texto sobre tentativas de induzir o leitor a tirar conclusões equivocadas por meio de recursos estatísticos	60
Figura 23	Seção que poderia provocar reflexões importantes com dados estatísticos, mas opta pela discussão puramente estatística.	61
Figura 24	Coleção #contato Matemática	62
Figura 25	Sumário do Volume 3 da Coleção #contato Matemática	62
Figura 26	Abordagem da estatística no livro #contato Matemática	64
Figura 27	Tópico sobre variância com contextualização fictícia	65
Figura 28	Exemplos de boas contextualizações com questões relevantes.	66
Figura 29	Exercício que trabalha o desenvolvimento da cidadania por meio da estatística	67

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Relação das Coleções da disciplina de Matemática aprovadas pelo Governo Federal em 2018 para o Ensino Médio.	24	
Tabela 2	Tiragem de 2018 e de 2019 dos livros analisados.	24	
Tabela 3	Tabela de temas a serem investigados nos livros	26	
Tabela 4	Abordagem da estatística no livro Contexto & Aplicações - Dante		52
Tabela 5	Abordagem da estatística no livro Matemática Paiva	57	

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	6
2	MOTIVAÇÕES E OBJETIVOS	8
2.1	MOTIVAÇÕES	8
2.2	OBJETIVOS	9
2.2.1	Objetivo geral	9
2.2.2	Objetivos específicos	9
3	REVISÃO DA LITERATURA	10
3.1	UM PANORAMA DA ESTATÍSTICA	10
3.2	A ESTATÍSTICA E O ENSINO MÉDIO NOS ÚLTIMOS ANOS	15
3.3	A IMPORTÂNCIA DO LIVRO DIDÁTICO	18
4	METODOLOGIA	20
4.1	A REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E OS DOCUMENTOS LEGAIS	20
4.1.1	Esclarecimento sobre habilidades e conteúdos	21
4.2	OS LIVROS DIDÁTICOS ANALISADOS	23
4.3	OS ASPECTOS INVESTIGADOS	25
4.4	AS ANÁLISES DOS LIVROS E O REGISTRO DOS RESULTADOS	25
5	RESULTADOS	27
5.1	OS DOCUMENTOS GOVERNAMENTAIS E O ENSINO DE ESTATÍSTICA NO BRASIL	27
5.1.1	A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira - LDB	27
5.1.2	A Base Nacional Comum Curricular – BNCC	29
5.1.3	Objetos do conhecimento estatístico esperados para o ensino médio	49
5.2	A ANÁLISE DOS LIVROS	50
5.2.1	Coleção Contexto e Aplicações	50
5.2.2	Coleção Matemática Paiva	55
5.2.3	Coleção: #contato Matemática	62
5.2.4	Análise geral das coleções	68
6	PROPOSTA DIDÁTICA – PESQUISA ESTATÍSTICA EM SALA DE AULA	70
6.1	Atividade 1 – Planejamento de uma pesquisa estatística	70
6.1.1	Etapas da Atividade:	70
6.2	Atividade 2 – Planejamento de uma pesquisa estatística	71

6.2.1	Etapas da Atividade:	71
6.3	Atividade 3 – Planejamento de uma pesquisa estatística	71
6.3.1	Etapas da Atividade:	71
6.4	Atividade 4 – Elaboração dos questionários	72
6.4.1	Etapas da Atividade:	72
6.5	Atividade 5 – Coleta de dados	73
6.6	Atividade 6 – Organização dos dados	73
6.6.1	Etapas da Atividade:	73
6.7	Atividade 7 – Análise e divulgação dos dados	73
6.7.1	Etapas da Atividade:	73
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	74
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	76
	APÊNDICE: ALGUMAS DEFINIÇÕES DA ESTATÍSTICA	79

INTRODUÇÃO

Falando sobre o ensino de estatística e a formação do cidadão, LOPES [18, p. 58] afirma que:

O estudo desses temas torna-se indispensável ao cidadão nos dias de hoje e em tempos futuros, delegando ao ensino da matemática o compromisso de não só ensinar o domínio dos números, mas também a organização de dados, leitura de gráficos e análises estatísticas.

Vale destacar que vivemos a chamada era da informação. Os meios de comunicação já conhecidos, as mídias sociais e as diversas formas de comunicação digital que surgem todos os dias se multiplicam e se desenvolvem constantemente. Desse modo é de suma importância que as pessoas tenham habilidades para compreender o enorme fluxo de informações no qual estamos imersos diariamente.

Como sabemos, a estatística é vista timidamente no ciclo básico (com algumas exceções é claro) e pretende-se que ela crie raízes na comunidade escolarizada brasileira, produzindo uma capacitação mais abrangente do que é feito hoje em dia o que, por um lado, terá reflexos positivos na vida científica do país e, por outro, ajudará a desenvolver o espírito crítico dos cidadãos de modo geral, de todos os segmentos da sociedade[11].

Já não basta interpretar textos, é preciso saber ler e interpretar dados numéricos, gráficos, tabelas etc. O ensino de estatística básica passou a ter grande destaque no currículo do ensino básico em geral e, principalmente, do ensino médio.

Os documentos oficiais que norteiam a educação brasileira vêm reconhecendo essa necessidade. O documento mais recente é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Nele a necessidade de conhecimentos de estatística básica está registrada nos textos das habilidades almejadas na reestruturação da educação básica.

Já no texto de abertura da BNCC [4, p. 265], que trata do ensino fundamental, tem-se a seguinte anotação:

No ensino Fundamental, essa área, por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade –, precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas.

Mais adiante, sobre as intenções da BNCC [4, p. 528] para o ensino médio tem-se:

Para o desenvolvimento de habilidades relativas à estatística, os estudantes têm oportunidades não apenas de interpretar estatísticas divulgadas pela mídia, mas, sobretudo, de planejar e executar pesquisa amostral, interpretando as medidas de tendência central, e de comunicar os resultados obtidos por meio de relatórios, incluindo representações gráficas adequadas.

Sendo assim, é esperado que o aluno concluinte do ensino médio tenha conhecimentos e habilidades estatísticas que o permita interpretar e realizar pesquisas. As ferramentas estatísticas são essenciais para completar a transformação desse estudante em um cidadão pleno.

É preciso fazer um importante registro sobre uma área relacionada a estatística. Trata-se da Ciência de Dados, ela surgiu há cerca de 30 anos, mas vem ganhando destaque nos últimos anos graças a alguns fatores como popularização de grandes bancos de dados e o desenvolvimento de áreas como *machine learning*. A Ciência de dados é uma área interdisciplinar focada no estudo e a análise de dados econômicos, financeiros e sociais, estruturados e não-estruturados. O objetivo dessa ciência é a extração de conhecimento, detecção de padrões e/ou obtenção de informações para possíveis tomadas de decisão.

MOTIVAÇÕES E OBJETIVOS

2.1 MOTIVAÇÕES

A grande relevância dos conhecimentos de estatística básica na vida das pessoas oriundas do ensino médio brasileiro é por si só um forte motivo para pesquisas sobre o ensino de estatística no ensino médio. Além disso, existe o acelerado processo de mudanças no currículo de matemática brasileiro previsto nos documentos oficiais dos últimos anos e não é raro haver discrepâncias entre as abordagens de alguns temas em diferentes livros didáticos, esses fatos completam a motivação para se investigar se os livros didáticos estão ou não em consonância com as orientações governamentais.

É sabido que o ensino médio é fundamental para o exercício da cidadania e para as disciplinas da graduação, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional [15] em seu artigo 35 fornece informações importantes a esse respeito:

- i) a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o prosseguimento de estudos;
- ii) a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores;

A esse respeito a estatística básica tem papel de destaque, uma vez que ela é muito útil em atividades cotidianas do cidadão, do trabalhador e do graduando. Sobre os cursos universitários da área de exatas é redundante comentar; sobre os cursos de biológicas, farmácia e afins fica claro que a estatística é importante para os inúmeros estudos sobre incidências de doenças ou eficácia de medicamentos; para grande parte dos cursos de humanas também é possível verificar que a estatística é essencial para o estudo de populações, transformações geográficas e antropológicas ao longo do tempo, entre outros. De modo geral as pesquisas são realizadas com o apoio da estatística, por isso a maioria dos cursos de graduação têm pelo menos uma disciplina de estatística em sua grade curricular.

Antes de delimitar os objetivos desse documento, veja Paulo Freire [16, p. 30] discorrendo sobre pesquisas na área da educação.

Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Esses que fazeres se encontram um no corpo do outro. Enquanto ensino, continuo buscando, reprocurando. ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade.

2.2 OBJETIVOS

2.2.1 *Objetivo geral*

O presente trabalho busca investigar a abordagem feita nos livros didáticos de matemática do ensino médio para se ensinar estatística básica.

2.2.2 *Objetivos específicos*

Para embasar as análises dos livros alguns objetivos específicos devem ser alcançados, são eles:

- Elucidar elementos da Lei de diretrizes e bases que se relacionam com o ensino de estatística.
- Explicitar os direcionamentos dados pelos PCN do ensino médio para o desenvolvimento de habilidades ligadas a estatística.
- Investigar quais as habilidades estatísticas são esperadas pela Base Nacional Comum Curricular.
- Elucidar quais são as expectativas gerais para o ensino de estatística no ensino médio.
- Por consequência dos demais objetivos é possível que se obtenha melhorias para o trabalho de professores de matemática do ensino médio e de professores de cursos de Licenciatura em matemática. A começar da reflexão feita na leitura desse artigo e dos resultados sobre as coleções investigadas, o professor de matemática do ensino médio pode se beneficiar na realização de seu planejamento e no desenvolvimento da sua prática de ensino. Já para os professores dos cursos de Licenciatura de matemática é apresentado um retrato da proposta de ensino de estatística presente na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e nos livros de ensino médio, com isso pode-se obter uma aproximação entre o conhecimento acadêmico e as salas de aula de matemática do ensino médio.

REVISÃO DA LITERATURA

3.1 UM PANORAMA DA ESTATÍSTICA

Um modo clássico de começar uma aula sobre o tema no ensino médio é começar pela origem da palavra estatística, advinda do vocábulo latim Status que pode se entender como Estado. A estatística era a área da matemática voltada para os interesses do governo, tais como, os dados políticos, demográficos, militares etc.

Diversos autores como Pompeu [21, p.10] vão nessa linha ao retratar a origem da palavra estatística, entretanto outros atribuem esse batismo ao alemão Gottfried Achemmel, no século XVIII ele teria usada pela primeira vez o termo statistick, do grego statizein.

Diversos trabalhos indicam que as ideias de estatística tiveram início há séculos a.C. Desde quando a humanidade passou a se interessar por taxas de natalidade, de mortalidade, de casamentos, população como um todo, dados sobre guerras entre outras informações.

A necessidade de recensear populações, por exemplo, é uma preocupação muito antiga das culturas. O primeiro dado estatístico documentado foi o registro egípcio do número de prisioneiros de guerra por volta de 5000 a.C. Na época da construção das pirâmides, cerca de 3000 a.C. registrou-se a falta de mão-de-obra. Ainda no Egito, em meados 600 a.C. as pessoas precisavam declarar suas fontes de renda para o governo todos os anos, a pena para os rebeldes era a morte.

Na era cristã o governador romano Públio Sulpício Quirino da Síria, Judéia e Galiléia, fez um recenseamento no qual as pessoas precisam estar no local de sua origem no momento da entrevista. Isso tem tudo a ver com o cristianismo, observe o registro feito na bíblia cristã, no Capítulo 2 do livro de Lucas:

Naqueles dias César Augusto publicou um decreto ordenando o recenseamento de todo o império romano. Este foi o primeiro recenseamento feito quando Quirino era governador da Síria. E todos iam para a sua cidade natal, a fim de alistar-se. Assim, José também foi da cidade de Nazaré da Galiléia para a Judéia, para Belém, cidade de Davi, porque pertencia à casa e à linhagem de Davi. Ele foi a fim de alistar-se, com Maria, que lhe estava prometida em casamento e esperava um filho. Enquanto estavam lá, chegou o tempo de nascer o bebê, e ela deu à luz o seu primogênito. Envolveu-o em panos e o colocou numa manjedoura, porque não havia lugar para eles na hospedaria.

POMPEU [21] nos apresenta um bom apanhado da estatística dessa época:

Desde remota antiguidade, os governos têm se interessado por informações sobre suas populações e riquezas, tendo em vista, principalmente, fins militares e tributários. O registro de informações perde-se no tempo. Confúcio relatou levantamentos feitos na China, há mais de 2000 anos antes da era cristã. No antigo Egito, os faraós fizeram uso sistemático de informações de caráter estatístico, conforme evidenciaram pesquisas arqueológicas. Desses registros também se utilizaram as civilizações pré-colombianas dos maias, astecas e incas. É conhecido de todos os cristãos o recenseamento dos judeus, ordenado pelo Imperador Augusto. Os balancetes do império romano, o inventário das posses de Carlos Magno, o *Doomsday Book*, registro que Guilherme, o Conquistador, invasor normando da Inglaterra, no século XI, mandou levantar das propriedades rurais dos conquistados anglo-saxões para se inteirar de suas riquezas, são alguns exemplos anteriores à emergência da estatística descritiva no século XVI, na Itália. Essa prática tem sido continuada nos tempos modernos, por meio dos recenseamentos, dos quais temos um exemplo naquele que se efetua a cada decênio, em nosso País, pela Fundação IBGE, órgão responsável por nossas estatísticas (dados estatísticos) oficiais.

A estatística também é compreendida como a parte da Matemática preocupada com a aplicação dos princípios resultantes das teorias das probabilidades. Partindo de dados estatísticos sistematizados, busca-se estimar a probabilidade de determinado fenômeno ocorrer ou não ocorrer.

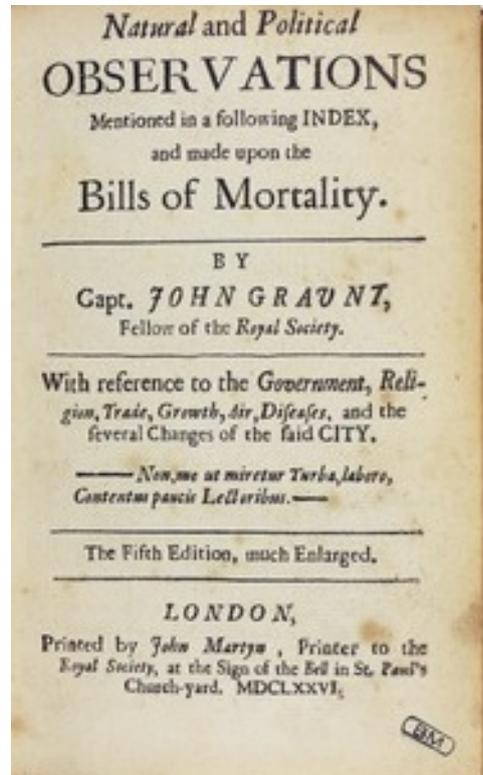
Estatística é uma palavra usada em uma variedade de sentidos, e muitas vezes invocada para emprestar credibilidade a outras opiniões que, de outra forma, seriam duvidosas. Nós às vezes a usamos para fazer referências a dados, especialmente dados numéricos – coisas como: “52% dos norte-americanos gostam de M e Ms da cor azul”, ou “93% das estatísticas são fabricadas”. Quando usada nesse sentido, estatísticas está no plural: cada um dos dados é uma estatística. Quando está no singular, refere-se à ciência que produz e analisa tais dados. [3, p. 219]

Como ciência, frequentemente, a estatística aplica as teorias da probabilidade para estudar a frequência de determinados eventos ocorrerem. Isso pode ser feito por meio de experimentos ou pesquisas de observação. Em geral, busca-se verificar se certos fenômenos são aleatórios ou estimar previsões. Um cientista estatístico tem como tarefas o planejamento, a coleta de dados, a sumarização e a interpretação das observações. Partindo dos dados e ferramentas disponíveis o estatístico produz e apresenta a melhor informação possível. O estatístico leva em conta as características das fontes de dados para obter a melhor compreensão dos casos estudados. Resumidamente, define-se a estatística como a ciência que se dedica ao desenvolvimento e ao uso de métodos para à coleta, organização, resumo, apresentação, análise e interpretação de dados.

Esta ciência tem aplicações em todas as áreas do conhecimento humano e devido às suas raízes empíricas e seu foco em aplicações, a estatística geralmente é considerada uma disciplina distinta da matemática, e não um ramo dela [22].

A publicação do livro *Natural and Political Observações Mentioned in a Following index and Made upon the Bills of Mortality*, visto na figura 1, representa um marco da estatística moderna.

Figura 1: Folha de rosto de um livro histórico de estatística



Fonte: Wikipedia

O inglês John Graunt publicou essa obra em 1662. Ele não era matemático, mas por ser um oficial da reserva com certa influência na administração pública era muito interessado por dados populacionais.

Graunt desenvolveu alguns métodos estatísticos para analisar o censo populacional inglês. Os dados analisados foram coletados pelas igrejas de Londres entre os anos de 1604 a 1660. As conclusões da pesquisa desafiavam o senso comum, surpreendentemente:

- Nascia mais crianças do sexo masculino, porém ambos os sexos se distribuíam praticamente na mesma quantidade na população toda.
- A mortalidade nas zonas rurais era menor do que na zona urbana.

Veja um exemplo da importância do ensino de estatística, a Inglaterra possuía os dados corretos de nascimentos e mortes, entretanto esses dados não eram tratados apropriadamente e por isso não retratava bem o comportamento da população em relação a sua idade.

Alguns esclarecimentos proporcionados por John Graunt ocorreram graças a um dispositivo que ele chamou de **Tábua da vida** ou Tabela da Vida. Essa tabela trazia as porcentagens de mortos e sobreviventes em faixas de idades.

Em 1885, o International Statistical Institute (ISI) foi fundado. O ISI era uma associação profissional de estatísticos engajados em desenvolver e aperfeiçoar métodos estatísticos e suas aplicações. Com slogan "Ciência estatística para um mundo melhor", o ISI realiza uma conferência internacional a cada dois anos, além de publicar livros e periódicos científicos. A sede permanente do Instituto fica em Voorburg, na Holanda.

De acordo com o site da instituição a missão do ISI é “liderar, apoiar e promover o entendimento, o desenvolvimento e as boas práticas de estatística em todo o mundo, fornecendo a principal rede global de estatística”.

Para Vere, a primeira mesa redonda sobre o ensino de estatística aconteceu em 1948. Essa reunião marca o início de um significativo interesse nessa temática por várias comunidades acadêmicas do mundo. Esse autor afirma que o ensino de estatística nas escolas começou por provocação da UNESCO que incentivou pesquisas na área da educação e treinamento em estatística.

Impulsionados pela UNESCO alguns desafios para pesquisa na área de educação estatística foram colocados para os pesquisadores:

- Produção de livros-texto com exemplos e aplicações contextualizadas.
- Publicação de um jornal para auxiliar professores de diferentes níveis, mantendo-os informados sobre as novidades da área.
- Organização de encontros para os interessados em educação estatística.

O ensino de estatística nas escolas começou ser pensado em 1970 na primeira conferência do *Comprehensive School Mathematics Program* [2]. Nesse encontro propuseram a inclusão de noções de estatística e probabilidade no currículo de matemática do curso secundário (etapa que antecedia o nível superior). Os principais motivos que sustentavam essa inovação no ensino de matemática foram:

- A grande importância da probabilidade e da estatística em grande parte das atividades da sociedade moderna.
- Passou a ser crescente o número de pessoas que usam noções de probabilidade e estatística em suas profissões e a probabilidade e no raciocínio estatístico passaram a ser fundamentais para se construir uma boa argumentação.
- Os fundamentos da probabilidade e da estatística representam assuntos motivadores e dinâmicos por apresentarem aplicações evidentes.

No Brasil, esses avanços chegam de fato, tardiamente, em 1997 com publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais. Os PCN orientam que o ensino da estatística na escola visa atender uma demanda da sociedade que passou a se comunicar, entre outras maneiras, por meio de gráficos, tabelas e estatísticas descritivas. Argumentam que os cidadãos precisam entender as estatísticas do trânsito, da saúde, do jogo de futebol, do clima etc.

Encarando a estatística com os olhos da modernidade, é essa a área da matemática que embasa as pesquisas de opinião pública, a renda per capita, os dados demográficos em geral, o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH). É por meio dela que o Estado organiza suas políticas públicas. As empresas também usam e abusam de pesquisas estatísticas seja pra se lançar no mercado, para medir a satisfação dos clientes ou estudar o lançamento de novos produtos ou serviços. Nos anos mais recentes o mundo dos esportes passou a usar a estatística cada vez mais.

Na atualidade, estatística extrapolou sua relação com a matemática. Ela é igualmente importante em várias áreas de conhecimento como a Física, Química, Biologia, Medicina, Engenharia, etc. Através de seus gráficos, diagramas, pictogramas e tabelas pode-se ver os modelos estatísticos em várias situações da vida cotidiana. Essa querida filha da Matemática se mostra nas contas de consumo (energia elétrica, gás, água), nas revistas, blogs, sites, panfletos de propaganda, pesquisas veiculadas em telejornais etc. É uma pena que grande parte dos cidadãos não entendam bem essa linguagem.

A seguir tem-se um trecho dos PNC [9, p. 44] voltado para Estatística e Probabilidade:

As habilidades de descrever e analisar um grande número de dados, realizar inferências e fazer predições com base numa amostra de população, aplicar as ideias de probabilidade e combinatória a fenômenos naturais e do cotidiano são aplicações da Matemática em questões do mundo real que tiveram um crescimento muito grande e se tornaram bastante complexas. Técnicas e raciocínios estatísticos e probabilísticos são, sem dúvida, instrumentos tanto das Ciências da Natureza quanto das Ciências Humanas. Isto mostra como será importante uma cuidadosa abordagem dos conteúdos de contagem, estatística e probabilidade no ensino Médio, ampliando a interface entre o aprendizado da Matemática e das demais ciências e áreas. Os conceitos matemáticos que dizem respeito a conjuntos finitos de dados ganham também papel de destaque para as Ciências Humanas e para o cidadão comum, que se vê imerso numa enorme quantidade de informações de natureza estatística ou probabilística. No tratamento desses temas, a mídia, as calculadoras e o computadores adquirem importância natural como recursos que permitem a abordagem de problemas com dados reais e requerem habilidades de seleção e análise de informações.

A natureza interdisciplinar é, portanto, intrínseca à estatística, sua área de atuação cobre diversos campos do conhecimento. Como ciência pode-se comparar a estatística com a matemática, obviamente os conceitos e procedimentos das duas ciências se confundem, já quanto aos objetivos é possível fazer uma diferenciação. Os conceitos e procedimentos da Matemática se fixam no desenvolvimento do raciocínio lógico para interpretar e analisar os dados coletados com exatidão. No caso da estatística o foco está na descrição, organização, resumo e comunicação dos dados aleatórios ou com erros; tendo como objetivo, sempre minimizá-los para poder compreender melhor o fenômeno em estudo. A aplicação dos conteúdos estatísticos se mostra mais evidente para a maioria das pessoas. As ferramentas estatísticas quase sempre nascem conectadas a certas contextualizações as quais serão utilizadas, com a matemática isso não é uma regra.

3.2 A ESTATÍSTICA E O ENSINO MÉDIO NOS ÚLTIMOS ANOS

Para AZEVEDO [1] “A inclusão dos conceitos básicos de estatística e Probabilidade no currículo da Educação Básica, através dos Parâmetros Curriculares Nacionais, possibilita um grande avanço na formação para a cidadania.”

Com essa inclusão a estatística passa a ser mais prestigiada nas grades curriculares nacionais. As Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio, reforçam a ascensão do ensino de estatística e fornecem orientações detalhadas dos alvos desse conteúdo.

A Estatística e a Probabilidade devem ser vistas, então, como um conjunto de ideias e procedimentos que permitem aplicar a Matemática em questões do mundo real, mais especialmente aquelas provenientes de outras áreas. Devem ser vistas também como formas de a Matemática quantificar e interpretar conjuntos de dados ou informações que não podem ser quantificados direta ou exatamente. Cabe à estatística, por exemplo, analisar a intenção de voto em uma eleição ou o possível êxito do lançamento de um produto no mercado, antes da eleição em si e da fabricação do produto. Isso é feito através da pesquisa estatística, que envolve amostras, levantamento de dados e análise das informações obtidas [9, p. 126].

Esse mesmo documento vai além e apresenta objetivamente quais tópicos de estatística deveriam ser trabalhados e quais os objetivos a serem alcançados.

Estatística: descrição de dados; representações gráficas; análise de dados: médias, moda e mediana, variância e desvio padrão.

- Identificar formas adequadas para descrever e representar dados numéricos e informações de natureza social, econômica, política, científico-tecnológica ou abstrata.
- Ler e interpretar dados e informações de caráter estatístico apresentados em diferentes linguagens e representações, na mídia ou em outros textos e meios de comunicação.
- Obter médias e avaliar desvios de conjuntos de dados ou informações de diferentes naturezas.
- Compreender e emitir juízos sobre informações estatísticas de natureza social, econômica, política ou científica apresentadas em textos, notícias, propagandas, censos, pesquisas e outros meios [9, p. 127].

Já nessa época era esperado, no ensino médio, que os alunos aprimorassem as habilidades adquiridas no ensino fundamental quanto à coleta, à organização e à representação de dados.

Os documentos governamentais recomendavam foco na construção e na representação de tabelas e gráficos. Os motivos das investigações estatísticas também passam a ter grande valor.

Através dos conhecimentos de estatística os alunos podem construir argumentos consistentes e passam a questionar a validade das interpretações de dados e das representações gráficas que são veiculadas nas mídias. Espera-se que o aluno do ensino médio consiga questionar generalizações feitas baseadas em um único estudo ou em uma pequena amostra.

Segundo LOPES [18] entender as porcentagens apresentadas nos índices estatísticos tais como taxas de inflação ou crescimento populacional não era suficiente para o cidadão. Era necessário que os alunos soubessem fazer análises, críticas, questionamentos e até ponderações sobre a validade de pesquisas estatísticas. Sendo assim a escola precisava atualizar seu currículo de estatística para dar o devido suporte aos estudantes.

Atualmente, as propostas curriculares de matemática, em todo mundo, dedicam atenção especial a esses temas, enfatizando que o estudo dos mesmos é imprescindível para que as pessoas possam analisar índices de custo de vida, realizar sondagens, escolher amostras e tomar decisões em várias situações do cotidiano [18].

Os PCN [19] enunciam as finalidades do ensino de Matemática no nível médio e indicam alguns objetivos para o aluno, dentre eles destacam-se dois voltados à estatística:

- compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele o desenvolvimento de estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
- analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade.

A publicação dos PCN de Matemática foi de grande valia para se aplicar importantes resultados de pesquisas em Educação Matemática nas escolas brasileiras. No que se refere à estatística, certos conteúdos passaram a ser abordados logo nas primeiras séries da educação básica, com a composição do bloco tratamento da informação.

Para JUNIOR [17], os principais livros didáticos de matemática daquela época já destinavam capítulos para os conteúdos de estatística. Foi uma fase de adequação dos livros didáticos às demandas por conhecimentos estatísticos. Então, os livros passam a conter um bloco de conteúdos com nome de Tratamento das Informações, a justificativa para tal inclusão era a demanda social. O cidadão precisava compreender as informações divulgadas na mídia, tomar decisões e fazer previsões sobre aquilo que influenciaria sua vida pessoal e em comunidade.

Em uma análise de dez livros didáticos do ensino médio feita em 2006, OLIVEIRA [25] discorrendo sobre os conteúdos de estatística afirma que “os livros didáticos apresentam os conceitos de forma pouco atraente para os alunos de ensino médio, uma vez que estão mais preocupados com os resultados numéricos que com o significado.”

Com relação aos tópicos sobre variáveis e tabelas, OLIVEIRA [25] alega que os livros deixam a desejar. Para ele, “quanto à apresentação dos dados em forma de gráficos, os livros são bem atraentes, reproduzindo o estilo usado em revistas e jornais para ilustrar seus textos, mas pecam na uniformidade.”

No trabalho de LOPES [18], ficou concluído que a formação estatística durante a educação básica deveria tornar o aluno capaz de perceber a necessidade de descrever populações a partir da coleta de dados e prever tendências e características através de sínteses e apresentação de dados.

Conforme os estudantes forem progredindo em lidar com investigações estatísticas, seria importante que eles entendessem a necessidade de estudar amostras, ao invés de populações, e fazer inferências de amostras para populações [18].

LOPES [18] explica que os estudantes devem reconhecer como, quando e por que as ferramentas estatísticas existentes podem ser úteis em um processo investigativo. Eles precisam se familiarizar com as fases de uma pesquisa estatística, incluindo a formulação de perguntas, o planejamento do estudo, a coleta, a organização e a análise dados e por fim a interpretação e discussão dos resultados.

Um estudo feito por COUTINHO [12], em 2015, aponta algumas inadequações nos livros de ensino médio que limitam o desenvolvimento do letramento estatístico dos alunos. O documento alerta que os professores precisavam fazer algumas “complementações visando inserir os alunos em um processo de raciocínio específico para situações que envolvem a estatística”.

Em uma pesquisa de 2018, sobre estatística e probabilidade nos livros de ensino médio, SOUSA [23] constatou que os livros analisados, em geral, estavam de acordo com os PCN. As falhas registradas eram relacionadas a contextualizações e grau de dificuldade dos exercícios.

Como se nota a educação estatística avançou muito nos últimos anos, passou a ser cada vez mais importante no ensino médio e, conforme os trabalhos publicados indicam, os livros didáticos vêm acompanhando essa evolução. Com a publicação da BNCC para o ensino médio nota-se mais avanços na área de estatística, com a análise dos livros didáticos será possível projetar quais serão os próximos ajustes para o ensino médio na área da estatística.

3.3 A IMPORTÂNCIA DO LIVRO DIDÁTICO

Sabe-se que o livro didático é peça fundamental no ensino básico. No ensino de matemática para o ensino médio o uso do livro didático é quase uma lei. Muitos professores planejam e executam suas aulas guiando-se pelo livro didático. Os livros são mais que bons conteúdos; geralmente, apresentam boa organização didática e costumam atender as leis, as Diretrizes Curriculares Nacionais e Estaduais e os documentos balizadores da educação básica tais como os PCN e, agora, espera-se que seguirão a BNCC.

O professor Dante, autor de livros didáticos de matemática e da obra *Didático de Matemática: Uso ou Abuso?* afirma que no caso da matemática o conteúdo “é essencialmente sequencial, um assunto depende do outro, e o livro didático fornece uma ajuda útil para essa abordagem” [13, p. 83].

O professor usa o livro didático como referência para suas aulas, orientado pelo livro ele segue os caminhos mais convenientes para cada situação da prática pedagógica e usa sua autonomia para levar a sua aula para caminhos independentes e alcançar a profundidade que achar coerente com a realidade da turma.

Em geral, só a aula do professor não consegue fornecer todos os elementos necessários para a aprendizagem do aluno, uma parte deles como problemas, atividades e exercícios pode ser coberta recorrendo-se ao livro didático; o professor tem muitos alunos, afazeres e atividades extracurriculares que o impedem de planejar e escrever textos, problemas interessantes e questões desafiadoras, sem ajuda do livro didático [13].

O livro didático é um dos principais recursos utilizado na sala de aula de ensino médio, por isso sua importância e qualidade devem ser alvos de análises e debates. É um recurso que precisa ser discutido para se conhecer seus pontos positivos e negativos.

Tendo em vista a grande importância dos livros didáticos para os alunos e professores que o utilizam, seu conteúdo precisa atender as demandas colocadas pela sociedade. Talvez a estatística não receba o tratamento esperado em alguns livros de ensino médio, dada sua interdisciplinaridade e aplicabilidade na vida dos estudantes brasileiros. A análise feita nesse trabalho buscará verificar a abordagem dos conceitos e as atividades propostas para o ensino de estatística.

O Guia Digital PNL 2020 registra que “o livro didático deve zelar pela apresentação articulada dos objetos de conhecimento e habilidades, nos diferentes campos da Matemática, visando à garantia do desenvolvimento das competências específicas e gerais pelo(a) estudante, como previsto na BNCC.” [6, p. 7].

A respeito das exigências que o livro didático deve atender o Guia Digital PNL 2020 [6, p. 19], informa:

Coerência e adequação da abordagem teórico-metodológica. Por mais diversificadas que sejam as concepções e as práticas de ensino envolvidas na educação escolar, a obra deve propiciar ao aluno uma efetiva apropriação do conhecimento. Assim, serão excluídas as obras didáticas que não atenderem aos seguintes requisitos:

- a. Apresentar uma abordagem metodológica capaz de contribuir para o alcance dos objetos de conhecimento e respectivas habilidades dispostos na BNCC, visando o desenvolvimento integral dos estudantes;
- b. Apresentar coerência com essa abordagem, do ponto de vista dos conhecimentos, recursos propostos e organização geral da proposta. Caso a obra recorra a mais de um modelo didático-metodológico, a articulação proposta entre os modelos deve ser clara e coerente;
- c. Organizar-se de forma a garantir a progressão das aprendizagens;
- d. Contribuir para a apreensão das relações que se estabelecem entre os conhecimentos propostos e suas funções socioculturais, considerando a dimensão afetiva dos indivíduos.

Os livros didáticos devem também abordar adequadamente os conteúdos visando à resolução de problemas, a contextualização dos conteúdos e a interdisciplinaridade. Os temas precisam ser atuais e adequados para o exercício da cidadania e inclusão do estudante no mercado de trabalho, no caso da estatística isso é ainda mais latente.

Os tópicos de estatística, se forem abordados satisfatoriamente nos livros didáticos, podem contribuir significativamente para cidadania dos alunos. Esses temas proporcionam a investigação, a apresentação e a análise de dados; conseqüentemente, colaboram com a tomada de decisões importantes na vida de grande parte da sociedade brasileira.

É salutar destacar que é necessário balancear o planejamento das aulas em relação ao uso do livro didático, devido ao risco de se cair em aulas monótonas e desinteressantes. É fundamental conhecer previamente os mecanismos e as peculiaridades da obra adotada como ferramenta didática, assim o livro poderá ser mais eficaz na sua função metodológica.

No caso das escolas públicas a distribuição de livros didáticos é gratuita e realizada pelo governo federal. Esse projeto foi criado na década de 30, em meados dos anos 80 foi reestruturado e recebeu o nome de Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). O PNLD continua a vigorar no Brasil. Além de licitar e distribuir os livros, ele visa avaliar e colaborar na escolha dos livros que serão utilizados nas escolas.

Até 2005, o livro didático era distribuído apenas para o Ensino Fundamental. Porém após 2005 o Ensino Médio passou a ser contemplado também.

O Guia Digital do PNLD 2020, apresenta diversos subsídios para facilitar à implementação dos livros didáticos em sala de aula. Busca convencer o professor quanto a sua importância na participação da análise e escolha do livro. Veja o que o Guia 2020 traz em um texto direcionado aos professores que participarão da escolha do livro didático:

Este Guia espera subsidiar os critérios de sua escolha consciente. Daqui para frente é com você, mas este processo não deve ser solitário. Converse com outros professores e professoras, com outros profissionais de sua escola e, coletivamente, definam a coleção que irá ajudar a fortalecer o trabalho e a ação pedagógica de todos que lutam por um Brasil melhor! [6, p. 3]

METODOLOGIA

4.1 A REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E OS DOCUMENTOS LEGAIS

A pesquisa é baseada no formato de análise de livros didáticos com ênfase na presença, profundidade e correção dos conteúdos de estatística. Iniciou-se o estudo por meio de uma revisão bibliográfica apoiada principalmente nas referências LOPES (2008)[18], COUTINHO (2015) [12] e SOUSA (2018) [23].

Essa revisão possibilitou, entre outros aspectos, saber como o ensino de estatística no ensino médio é visto por outros autores. Serviu para saber como são os livros didáticos de matemática sob outras perspectivas. A revisão da literatura também colaborou para montagem de um plano de análise dos livros.

Posteriormente fez-se uma busca nos seguintes documentos governamentais:

- i) LDB: Lei de Diretrizes e Bases.
- ii) PCN: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio.
- iii) BNCC: Base Nacional Comum Curricular.
- iv) Guia PNLD 2018: Guia do Programa Nacional do Livro didático de 2018.
- vi) Guia PNLD 2020: Guia do Programa Nacional do Livro didático de 2020.

Entre outras informações, a leitura desses documentos possibilitou encontrar pontos que justificassem a presença ou a ausência de tópicos de estatística no ensino médio.

Uma vez percebida a necessidade de se pesquisar o ensino de estatística nas séries finais da educação básica e, mesmo sob uma breve observação, a grande disparidade na forma e no conteúdo dos capítulos de estatística dos livros didáticos, surgiu a questão: Qual é a base essencial de estatística que deve ser trabalhada no ensino médio?

É bom não se esquecer que essa temática é, em geral, massivamente trabalhada no ensino fundamental e requerida e aprofundada em diversos cursos superiores.

Dado que a análise dessa pesquisa é focada muito mais no conteúdo e nos conceitos do que na aplicabilidade dos conteúdos nas diversas realidades do Brasil, foi investigado o que alguns documentos oficiais dizem sobre os tópicos de estatística. Essa investigação serviu para se estabelecer uma base de análise e parte da fundamentação de uma proposta coerente de ensino.

Mesmo após a análise da LDB e de parte da BNCC, não ficou claro o tamanho da relevância que o ensino de estatística deve ter no ensino médio, isso ficou mais evidente a medida em que a pesquisa se aprofundou no texto da Base. De imediato pôde-se confirmar o que foi dito na justificativa desse trabalho.

Após uma minuciosa análise da parte introdutória da BNCC, a pesquisa avançou para as Competências Gerais da Base. Três competências foram destacadas e analisadas separadamente.

Com a análise das três competências gerais da BNCC, que de alguma forma se relacionam com a estatística, e de alguns textos da Base que iniciam as competências específicas pôde-se construir uma lista de tópicos que forneceram uma noção sobre o que a BNCC espera para o ensino de estatística no ensino médio. Ainda na análise da BNCC, a pesquisa adentrou as competências específicas com foco no ensino de estatística. Então, cada uma das cinco competências específicas de matemática foi investigada em busca de habilidades explícitas ligadas a estatística que devem ser desenvolvidas no ensino médio.

Observando cada habilidade a investigação se tornou ainda mais objetiva e os tópicos de estatística ficaram mais evidentes. Para cada competência específica foram destacadas as habilidades que apresentam forte ligação com área dessa pesquisa. Cada habilidade analisada originou tópicos explícitos de estatística esperados para o ensino médio.

Ao longo das análises surgiram questões cujas respostas passaram a ser perseguidas e, algumas delas, encontradas ao longo do texto da BNCC. A medida em as questões iniciais e novas questões iam sendo respondidas a primeira lista de tópicos criada ia se completando. Ao final da análise de todas as habilidades de matemática foi formatada uma lista completa com os objetos do conhecimento estatístico esperados pela BNCC para o ensino médio.

4.1.1 *Esclarecimento sobre habilidades e conteúdos*

Mais adiante será apresentada uma lista de conteúdos estatísticos que servirá de base de comparação na análise dos livros didáticos. Antes que possa parecer que esse trabalho está em desacordo com as modernas práticas de ensino, baseadas em competências e habilidades, vale esclarecer que a importância dessas tratativas avançadas foram consideradas e reconhecidas e que isso não está em discussão nesse documento.

O conceito de competência, adotado pela BNCC, marca a discussão pedagógica e social das últimas décadas e pode ser inferido no texto da LDB, especialmente quando se estabelecem as finalidades gerais do ensino Fundamental e do ensino médio (Artigos 32 e 35). Além disso, desde as décadas finais do século XX e ao longo deste início do século XXI, o foco no desenvolvimento de competências tem orientado a maioria dos Estados e Municípios brasileiros e diferentes países na construção de seus currículos. É esse também o enfoque adotado nas avaliações internacionais da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), que coordena o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa, na sigla em inglês), e da Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (Unesco, na sigla em inglês), que instituiu o Laboratório Latino-americano de Avaliação da Qualidade da Educação para a América Latina (LLECE, na sigla em espanhol) [4, p. 13].

De acordo com a BNCC, as decisões pedagógicas devem estar pautadas no desenvolvimento de competências. Para viabilizar essas decisões, é necessário que se faça a indicação clara do que os alunos devem saber, conhecer, compreender e, é claro, do que devem saber fazer (habilidades). As competências e habilidades fornecidas devem funcionar como referências na busca pelas aprendizagens essenciais definidas na BNCC.

Dito isto, tem-se pontos a elucidar sobre as habilidades da BNCC e os livros didáticos de matemática do ensino médio. O primeiro ponto é que essa pesquisa não visa investigar a eficácia dos livros didáticos de matemática no desenvolvimento de competências e habilidades. Até porque isso não parece viável com a pura análise dos livros, a prática pedagógica em sala de aula tem grande relevância nisso. O segundo ponto é que verificar a abordagem do ensino de estatística nos livros didáticos por meio das habilidades puras, tais quais aparecem na BNCC, também não seria viável. Seria uma discussão subjetiva e pouco esclarecedora.

Por esses motivos foi formatada uma lista de conteúdos estatísticos (objetos do conhecimento para a BNCC) a serem trabalhados no ensino médio que seria viável, satisfatória e de acordo com a BNCC e com os documentos governamentais.

4.2 OS LIVROS DIDÁTICOS ANALISADOS

Analisou-se, também, três livros didáticos de matemática para o ensino médio que foram indicados pelo PNLD - Programa Nacional dos livros didáticos:

- i) Dante, Luiz Roberto. Matemática Contexto e Aplicações (2017) [14]
- ii) Paiva, Manuel. Matemática Paiva (2015) [20]
- iii) Souza, Joamir. Contato matemática (2016) [24]

Ao analisar os livros citados destacou-se a presença ou a ausência de tópicos de estatística e foram feitos breves resumos sobre a abordagem dos tópicos analisados.

A cerca da qualidade do texto e a adequação temática dos livros didáticos encontrou-se um conteúdo muito bem construído no Guia do Programa Nacional do Livro didático de 2020 (PNLD 2020) [6]:

Os materiais didáticos deverão:

- a) Contribuir para o desenvolvimento da autonomia de pensamento, do raciocínio crítico e da capacidade de argumentar do estudante;
- b) Propor situações-problema que estimulem a busca de reflexão antes de explicações teóricas;
- c) Aproximar gradativamente os principais processos, práticas e procedimentos de análise e investigação, por meio de propostas de atividades que estimulem observação, curiosidade, experimentação, interpretação, análise, discussões de resultados, criatividade, síntese, registros e comunicação;

[...]

Optou-se por analisar obras aprovadas pelo PNLD 2018 pela representatividade que esses livros possuem. A última escolha de livros didáticos para o ensino médio foi por meio do PNLD 2018. Os livros aprovados foram utilizados em 2018 e 2019 e continuarão em uso em 2020, a tabela 1 mostra quais foram esses livros.

Tabela 1: Relação das Coleções da disciplina de Matemática aprovadas pelo Governo Federal em 2018 para o Ensino Médio.

Editora	Coleção
Ática	MATEMÁTICA - CONTEXTO & APLICAÇÕES
SM	QUADRANTE
Saraiva	MATEMÁTICA: CIÊNCIA E APLICAÇÕES
Saraiva	MATEMÁTICA PARA COMPREENDER O MUNDO
Leya	MATEMÁTICA: INTERAÇÃO E TECNOLOGIA
FTD	#CONTATO MATEMÁTICA
MODERNA	MATEMÁTICA – PAIVA
MODERNA	CONEXÕES COM A MATEMÁTICA

Fonte: PNLD 2018 [7, p. 43-95].

Dentre essas obras, foram escolhidas:

- **Matemática - Contexto & Aplicações** – Luiz Roberto Dante
- **Matemática Paiva** – Manoel Paiva
- **#Contato Matemática** – Joamir Souza e Jacqueline Garcia

São obras importantes de autores renomados, muito utilizadas pelos professores e, portanto, boas representantes para essa pesquisa.

A tabela 2 mostra as tiragens dos livros escolhidos para os anos de 2018 e 2019.

Tabela 2: Tiragem de 2018 e de 2019 dos livros analisados.

Editora	Coleção	Tiragem	
		2018	2019
Ática	MATEMÁTICA - CONTEXTO & APLICAÇÕES	483 868	97 132
FTD	#CONTATO MATEMÁTICA	172 323	37 381
MODERNA	MATEMÁTICA – PAIVA	423 683	88 083

Fonte: Fundo Nacional de desenvolvimento da educação – Estatísticas

4.3 OS ASPECTOS INVESTIGADOS

Nesse trabalho buscou-se investigar:

- 1) A presença dos conteúdos de estatística.
- 2) Se os conceitos e as propriedades estão apresentadas de forma clara e correta.
- 3) Se existe diversidade e contextualização nos exemplos e exercícios; e se eles atendem às recomendações da BNCC.
- 4) Pontos divergentes entre as abordagens das obras e o que a BNCC propõe.

Para facilitar a interpretação dos resultados e a comparação entre os livros pesquisados será usada a tabela 3 construída com base na lista de tópicos de estatística esperados pela BNCC para o ensino médio. A tabela 3 apresenta alguns temas com seus textos resumidos e alguns temas resultados da união de dois ou mais tópicos correlatos para facilitar a análise.

Além da tabela de temas extraídos da BNCC, as resenhas do Guia PNLD 2018 sobre os livros em questão também foram consideradas.

O quarto aspecto investigado abrange resultados subjetivos, por isso ficou fora da tabela de temas, mas será apresentado de forma textual na parte final de cada análise.

4.4 AS ANÁLISES DOS LIVROS E O REGISTRO DOS RESULTADOS

Os quatro aspectos citados foram investigados em cada livro separadamente. Após uma minuciosa leitura, cada capítulo foi confrontado com as resenhas do Guia PNLD 2018 e com a tabela de temas construída a partir da BNCC. Para cada livro e seu respectivo capítulo de estatística, foi elaborado um parecer no qual ficaram destacados os pontos fracos, os pontos fortes e um resumo da obra.

Para concluir as análises as três obras foram retomadas conjuntamente em um texto final que buscou mostrar as principais deficiências comuns entre os capítulos e mostrar, de maneira geral, o distanciamento entre o que a BNCC espera para estatística no ensino médio e o que os livros investigados apresentam.

Tabela 3: Tabela de temas a serem investigados nos livros

Livro:	Temas		
	1 – É abordado?	2 - Está correto?	3 - Está contextualizado?
Amostra e população.			
Variáveis qualitativas nominais e variáveis qualitativas ordinais.			
Variáveis quantitativas discretas e variáveis quantitativas contínuas.			
Interpretação e elaboração de relatórios com dados estatísticos para permitir tomada de decisões.			
Interpretação e elaboração dos diversos tipos de tabelas para permitir tomada de decisões.			
Interpretação e elaboração de gráficos, incluindo o histograma, para permitir tomada de decisões.			
Interpretação e elaboração de gráficos, incluindo o box-plot, para permitir tomada de decisões.			
Interpretação e elaboração gráficos, incluindo o diagrama de ramos e folhas, para permitir tomada de decisões.			
Análise de amostras de pesquisas estatísticas divulgadas por diferentes meios de comunicação.			
Determinação e interpretação de medidas de tendência central (média, moda e mediana).			
Determinação e interpretação de medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).			
Planejamento e execução de pesquisa amostral sobre questões relevantes do mundo contemporâneo.			
Interpretação de taxas e índices de natureza socioeconômica, investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.			
Identificação de situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos estimados com base em dados estatísticos.			

Fonte: PNLD 2018 [7]

RESULTADOS

5.1 OS DOCUMENTOS GOVERNAMENTAIS E O ENSINO DE ESTATÍSTICA NO BRASIL

Há muito que se pesquisar e discutir sobre as aplicabilidades dos planos de políticas públicas do Brasil para educação, mas não faltam ótimos documentos de planejamentos nessa área. Nas últimas três décadas foram produzidos inúmeros materiais que cada um dentro da sua proposta se mostra muito bem fundamentado, detalhado e claro.

Veja a seguir o que alguns desses documentos dizem sobre os tópicos de estatística de ensino médio.

5.1.1 *A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira - LDB*

O que se tem de mais básico a respeito das normas para educação brasileira é a Constituição Federal de 1988. No seu inciso II do Art. 208, que rege a garantia da educação como dever do Estado encontra-se: “a progressiva universalização do ensino médio gratuito” [5]. Sendo assim, a constituição, assegura que esse nível de ensino é direito de todo cidadão brasileiro.

No que tange os livros didáticos, no inciso VII do mesmo artigo da carta magna de direitos do Brasil, tem-se: “atendimento ao educando, em todas as etapas da educação básica, por meio de programas suplementares de material didático escolar, transporte, alimentação e assistência à saúde.” [5].

Saindo do texto da constituição brasileira, a norma legal imediatamente inferior e responsável por dar mais detalhamentos sobre a educação do Brasil é a LDB (Lei 9.394/96), que teve sua aprovação no ano de 1996 e está em constante atualização.

Acatando a lei constitucional, a LDB conferi uma nova identidade ao ensino médio e determina que essa etapa de ensino faz parte da Educação Básica e, portanto, passa a ser direito de todo cidadão.

A Lei de Diretrizes e Bases para a Educação no Brasil do ano de 1996, atualizada em 2018, em seu artigo nº 35 [15] , determina as finalidades do ensino médio.

O ensino médio, etapa final da educação básica, com duração mínima de três anos, terá como finalidades:

- I - a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino Fundamental, possibilitando o prosseguimento dos estudos;
- II - a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores;
- III - o aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico;
- IV - a compreensão dos fundamentos científicos e tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina.

No seu artigo 35, a LDB [15] deixa registrado que a BNCC “definirá direitos e objetivos de aprendizagem do ensino médio” destacando no inciso II que isso vale para a matemática e suas tecnologias.

No 3º parágrafo deste mesmo artigo, fica determinada a obrigatoriedade das disciplinas de Português e Matemática nos 3 anos que compõem o ensino médio. Fica evidente que essas recentes alterações buscam a formação integral do aluno. O objetivo é prepará-lo para o mercado de trabalho e para vida em comunidade. Desde a sua concepção, a LDB teve esse cuidado, o 7º parágrafo do artigo 35 [15] resume os registros que foram sendo modificados para atingir tal fim.

§ 7º Os currículos do ensino médio deverão considerar a formação integral do aluno, de maneira a adotar um trabalho voltado para a construção de seu projeto de vida e para sua formação nos aspectos físicos, cognitivos e socio-emocionais.

Fica claro que é dever do estado e direito do cidadão poder se preparar para dar continuidade em seus estudos.

A LDB não explicita que a estatística tem papel fundamental para o exercício da cidadania e na continuação dos estudos de um aluno de ensino médio, mas com algum esforço de interpretação pode-se tirar tais conclusões. Ao falar das formas de avaliações para o ensino médio, no 8º parágrafo do artigo 35, ela nos fornece mais indícios do protagonismo que a estatística deve ter na etapa de ensino que antecede os cursos de graduação: “de tal forma que ao final do ensino médio o educando demonstre: I – domínio dos princípios científicos e tecnológicos que presidem a produção moderna” [15].

5.1.2 *A Base Nacional Comum Curricular – BNCC*

A BNCC para o ensino médio teve sua versão final revisada e publicada em dezembro de 2018. Criada para atender uma demanda da educação brasileira e uma determinação da LDB, ela dialoga muito bem com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Assim como os PCN, ela norteia a educação básica por meio de competências e habilidades.

Elaborada por especialistas de todas as áreas do conhecimento, a Base é um documento completo e contemporâneo, que corresponde às demandas do estudante desta época, preparando-o para o futuro. [4, p. 5]

Logo na apresentação do documento fica claro que a BNCC não foi criada para solucionar todos os problemas da educação básica como se fosse uma fórmula mágica, entretanto a educação básica precisa evoluir em consonância com o mundo moderno. A necessidade de uma revisão nos currículos já é parte do senso comum há algum tempo. E tem mais, a BNCC vai muito além disso, “influenciará a formação inicial e continuada dos educadores, a produção de materiais didáticos, as matrizes de avaliações e os exames nacionais que serão revistos à luz do texto homologado da Base.” [4, p. 5].

A Base é um documento normativo de 600 páginas, elaborada com o nobre objetivo de direcionar o que deve ser ensinado nas escolas de todo Brasil. Feita por diversos especialistas, ela abrange todas as fases da educação básica, ou seja, de acordo com a LDB, a BNCC cobre desde o início da educação infantil até o fim do ensino médio. A antiga referência que se tinha nesse campo eram os PCN e agora tem-se a BNCC para guiar as pesquisas com relação aos objetivos de aprendizagem do ensino básico. Não é preciso entender que a Base é um currículo, ela pode ser vista como uma ferramenta de orientação para a construção do currículo específico de cada escola, de acordo com suas especificidades metodológicas, sociais, regionais etc.

Ainda que a LDB determine a criação da BNCC e, de alguma forma, a Base possa ter força de lei e em diversos pontos o documento trata alguns conteúdos como obrigatórios, sabe-se que na prática nenhuma escola se sentirá obrigada por lei a trabalhar determinado conteúdo. Contudo dentro das possibilidades de cada escola é de se imaginar que todo esforço será feito para se atingir os objetivos da BNCC por serem coerentes e, na maioria dos casos, já conhecidos e referendados pela sociedade.

A BNCC representa a atual referência para o ensino médio, portanto será o norte da educação básica brasileira dos próximos anos.

Nesse sentido, espera-se que a BNCC ajude a superar a fragmentação das políticas educacionais, enseje o fortalecimento do regime de colaboração entre as três esferas de governo e seja balizadora da qualidade da educação. Assim, para além da garantia de acesso e permanência na escola, é necessário que sistemas, redes e escolas garantam um patamar comum de aprendizagens a todos os estudantes, tarefa para a qual a BNCC é instrumento fundamental [4, p. 8].

Para o ex-Ministro da Educação Mendonça Filho, em notícia publicada no portal do MEC em 06 de abril de 2017, “os currículos devem estar absolutamente sintonizados com a nova BNCC, cumprindo as diretrizes gerais que consagram as etapas de aprendizagem que devem ser seguidas por todas as escolas”.

Adentrando ao conteúdo da BNCC, assim como a LDB, a Base reforça que o ensino médio possibilite aos alunos a continuidade nos estudos no nível superior, cumpra às necessidades de formação geral essenciais para o cidadão e “construa aprendizagens sintonizadas com as necessidades, as possibilidades e os interesses dos estudantes e, também, com os desafios da sociedade contemporânea” [4, p. 5].

De acordo com a Base o ensino médio deve favorecer a preparação básica para o trabalho e exercício da cidadania, ainda que se saiba que esse favorecimento não signifique a antecipação da profissionalização dos jovens. O ensino médio não deve atender as necessidades imediatas do mercado de trabalho, porém é de se esperar que o desenvolvimento das competências e habilidades permitam “aos estudantes inserir-se de forma ativa, crítica, criativa e responsável em um mundo do trabalho cada vez mais complexo e imprevisível, criando possibilidades para viabilizar seu projeto de vida e continuar aprendendo” [4, p. 466].

Nessa mesma direção, é também finalidade do ensino Médio o aprimoramento do educando como pessoa humana, considerando sua formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico. Tendo em vista a construção de uma sociedade mais justa, ética, democrática, inclusiva, sustentável e solidária [4, p. 466].

Até aqui esse trabalho não traz resultados explícitos sobre o tamanho da relevância que o ensino de estatística deve ter nessa etapa de aprendizagem, mas já pode-se confirmar a enorme necessidade do ensino consistente de estatística no ensino básico. A Base menciona a necessidade de interpretação e produção de dados numéricos e isso está intimamente ligada com a estatística. O material coletado até aqui, quando aborda a preparação para cidadania e mercado de trabalho, a continuidade nos estudos, o senso crítico e a autonomia, ratifica que o ensino de estatística básica passou a ter um forte protagonismo no ensino médio.

Voltando à BNCC, “o ensino médio deve garantir aos estudantes a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática.” [4, p. 467].

De maneira objetiva, a Base vai além, afirma que a escola deve possibilitar que os estudantes de ensino médio se apropriem das linguagens científicas e possam utilizá-las na comunicação e na disseminação de conhecimentos.

Conforme estabelece o artigo 35 da LDB, a BNCC do ensino médio organiza as aprendizagens essenciais por áreas do conhecimento, são elas: Linguagens e suas Tecnologias, Matemática e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias, Ciências Humanas e Sociais Aplicadas. Note que esse agrupamento é muito semelhante ao que se tinha nos PCN e na composição do ENEM – Exame Nacional do ensino médio.

Para cada área do conhecimento tem-se competências específicas definidas para o atendimento das peculiaridades da formação dos estudantes do ensino médio. Através das competências específicas da área da Matemática e suas tecnologias a Base direciona e fornece o que denominam de itinerários formativos, os quais representam os detalhamentos cabidos ao ensino da disciplina.

Cada uma dessas competências específicas é composta por habilidades que serão desenvolvidas ao longo do ensino médio, que no caso da Matemática e suas Tecnologias é componente obrigatório durante os três anos, de acordo com o artigo 35 da LDB.

As competências e habilidades da BNCC constituem a formação geral básica. Os currículos do ensino médio são compostos pela formação geral básica, articulada aos itinerários formativos como um todo indissociável [4, p. 470].

A Base traz para o ensino médio, na área da Matemática e suas Tecnologias, que os estudantes devem não só fortalecer conhecimentos adquiridos no ensino fundamental como também devem se apoderar de novos conhecimentos e habilidades que coloquem o estudante em um patamar intelectual mais alto e assim possa resolver problemas mais complexos e abstratos. Sobre os concluintes do ensino médio a Base relata que: “Também devem construir uma visão mais integrada da Matemática, da Matemática com outras áreas do conhecimento e da aplicação da Matemática à realidade”[4, p. 471].

Entre tantos documentos publicados e tantas propostas para educação básica, é preciso que haja um alinhamento geral à BNCC por parte dos atores da cena educacional:

Nesse processo de reorientação curricular, é imprescindível aos sistemas de ensino, às redes escolares e às escolas:

- orientar-se pelas competências gerais da Educação Básica e assegurar as competências específicas de área e as habilidades definidas na BNCC do ensino médio em até 1.800 horas do total da carga horária da etapa, o que constitui a formação geral básica, nos termos do Artigo 11 da Resolução CNE/CEB nº 3/2018;
- orientar-se pelas competências gerais da Educação Básica para organizar e propor itinerários formativos (Resolução CNE/CEB nº 3/2018, Art. 12), considerando também as competências específicas de área e habilidades no caso dos itinerários formativos relativos às áreas do conhecimento.[4, p. 475].

Aprofundando um pouco a investigação sobre os itinerários formativos da BNCC [4, p. 477], para a matemática e suas tecnologias, de modo amplo, tem-se:

II – matemática e suas tecnologias: aprofundamento de conhecimentos estruturantes para aplicação de diferentes conceitos matemáticos em contextos sociais e de trabalho, estruturando arranjos curriculares que permitam estudos em resolução de problemas e análises complexas, funcionais e não-lineares, análise de dados estatísticos e probabilidade, geometria e topologia, robótica, automação, inteligência artificial, programação, jogos digitais, sistemas dinâmicos, dentre outros, considerando o contexto local e as possibilidades de oferta pelos sistemas de ensino;

Observe que nessa parte do documento tem-se o registro explícito da expressão: “análise de dados estatísticos”. Parece evidente que o ensino de estatística precisa ir muito além disso, contudo, isso reforça o papel central da estatística na era da informação.

Na parte destinada ao ensino fundamental a BNCC [4, p. 274] torna público que:

A incerteza e o tratamento de dados são estudados na unidade temática Probabilidade e estatística. Ela propõe a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia. Assim, todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e prever fenômenos.

Com isso sabe-se o que esperar dos estudantes que chegam no ensino médio. Caso esse repertório não esteja bem fundamentado já na primeira série, tem-se um bom alvo para os educandos que se formarão no ensino médio.

Competências Gerais da BNCC

De acordo a Base Comum algumas aprendizagens essenciais devem viabilizar que os estudantes desenvolvam dez competências gerais. No mundo educacional o termo competência vem sendo cada vez mais usado, parte do mercado de trabalho também já adotou essa palavra e seu respectivo conceito. Para a BNCC [4, p. 8]:

...competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socio-emocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho.

As competências gerais inter-relacionam-se, se complementam e se intersectam nas práticas didáticas desenvolvidas nas três etapas da educação básica. Entre as 10 competências gerais destacam-se três delas:

4. Utilizar conhecimentos das linguagens verbal (oral e escrita) e/ou verbo-visual (como Libras), corporal, multimodal, artística, matemática, científica, tecnológica e digital para expressar-se e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e, com eles, produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao seu projeto de vida pessoal, profissional e social, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
- 7 Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos e a consciência socioambiental em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta. [4, p. 9]

A competência 4 chama a atenção ao enunciar “expressar-se e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e, com eles, produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo”.

No caso da competência 6, a estatística não aparece de modo explícito, mas os trechos “entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao seu projeto de vida pessoal” e “com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade” representam bem a necessidade de habilidades estatísticas.

Novamente tem-se a necessidade explícita de habilidades de estatística básica na competência 7 “Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões”.

Portanto, o protagonismo da estatística básica no ensino médio já fica notório logo no texto das competências gerais.

Antes de partir para as competências específicas, o texto da BNCC contextualiza as grandes áreas da matemática, ao retratar as habilidades relativas à estatística aponta que os estudantes precisam extrapolar meras interpretações de estatísticas divulgadas pela mídia. Surgem, então informações mais objetivas e precisas sobre quais tópicos da estatística devem ser ensinados.

Então, a base resume as habilidades estatísticas a serem construídas pelo estudante de ensino médio. Eles devem ser capazes, “sobretudo, de planejar e executar pesquisa amostral, interpretando as medidas de tendência central, e de comunicar os resultados obtidos por meio de relatórios, incluindo representações gráficas adequadas.” [4, p. 528]

Há uma tentativa de sair de um ensino pautado em conteúdo e para migrar, paulatinamente, para uma escola que proporcione a construção de competências e habilidades para que os alunos desenvolvam uma visão integrada que se aplique à realidade nos mais diferentes contextos, o mundo do século XXI demanda essa capacidade devido às suas constantes e drásticas transformações.

Ao preparar o leitor para as competências específicas, a Base sinaliza que o o estudante de ensino médio precisa aplicar seus próprios métodos de raciocínio, de representação e comunicação de informações e de argumentação. Desse modo, e trabalhando coletivamente com os colegas, os alunos avançam para conceitos e problemas mais complexos.

O texto continua detalhando a ligação de cada um dos verbos raciocinar, representar, comunicar e argumentar. Mirando o foco para o objeto de pesquisa, o trecho a respeito do verbo **representar** fornece bons indícios do que a estatística básica tem a contribuir.

As competências que estão diretamente associadas a representar pressupõem a elaboração de registros para evocar um objeto matemático. Apesar de essa ação não ser exclusiva da Matemática, uma vez que todas as áreas têm seus processos de representação, em especial nessa área é possível verificar de forma inequívoca a importância das representações para a compreensão de fatos, ideias e conceitos, uma vez que o acesso aos objetos matemáticos se dá por meio delas. Nesse sentido, na Matemática, o uso dos registros de representação e das diferentes linguagens é, muitas vezes, necessário para a compreensão, a resolução e a comunicação de resultados de uma atividade. Por esse motivo, espera-se que os estudantes conheçam diversos registros de representação e possam mobilizá-los para modelar situações diversas por meio da linguagem específica da matemática – verificando que os recursos dessa linguagem são mais apropriados e seguros na busca de soluções e respostas – e, ao mesmo tempo, promover o desenvolvimento de seu próprio raciocínio. [4, p. 529]

Esse último fragmento representa bem esta seção do documento, são dizeres abrangentes que falam sobre toda aprendizagem de matemática, entretanto também reforçam os objetivos a serem buscados no desenvolvimento das habilidades ligadas à estatística. Interpretar e representar dados são habilidades essenciais para se fazer estatística. Enfim, até aqui, já se tem bons contornos sobre o que a BNCC espera para o ensino de estatística no ensino médio, veja alguns tópicos que já podem ser considerados:

- Interpretação de textos com dados estatísticos.
- Interpretação de tabelas.
- Interpretação de gráficos.
- Amostra e população.
- Planejamento e execução de pesquisa amostral.
- Medidas de tendência central.
- Interpretação das medidas de tendência central.
- Elaboração de relatórios com dados estatísticos.
- Elaboração de tabelas.
- Elaboração de gráficos.

Competências da BNCC Relacionadas à Estatística

Para cada área do conhecimento a BNCC estabelece algumas competências específicas e cada uma delas deverá ser construída a partir de um grupo de habilidades. No Caso da Matemática e suas tecnologias são cinco competências específicas, conforme mostra a figura 2.

Cada área do conhecimento estabelece competências específicas de área, cujo desenvolvimento deve ser promovido ao longo dessa etapa, tanto no âmbito da BNCC como dos itinerários formativos das diferentes áreas. Essas competências explicitam como as competências gerais da Educação Básica se expressam nas áreas. Elas estão articuladas às competências específicas de área para o ensino Fundamental, com as adequações necessárias ao atendimento das especificidades de formação dos estudantes do ensino médio [4, p. 33].

Figura 2: Competências específicas.



COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS PARA O ENSINO MÉDIO

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Por meio de uma leitura atenta é possível notar que cada uma das cinco competências específicas esperadas pela BNCC alcança ou resvala pelo menos um objeto do conhecimento relacionado estatística. Em cada uma das cinco competências específicas é possível identificar habilidades explícitas ligadas a estatística.

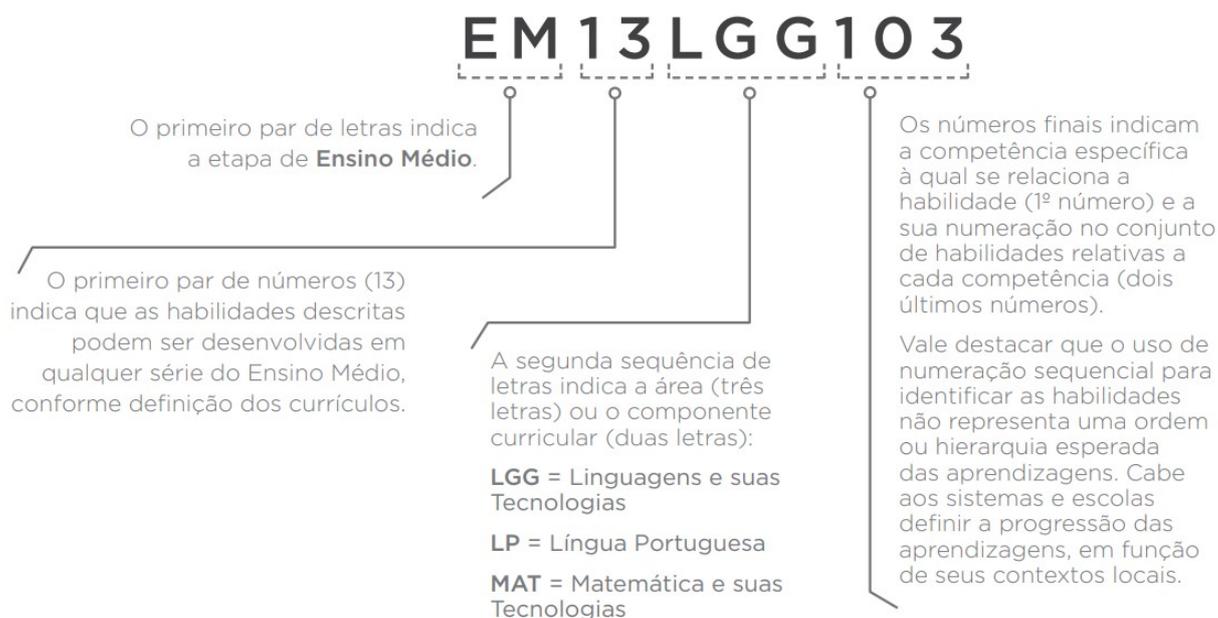
A imagem da figura 2 foi retirada da BNCC [4, p. 531].

A Base, antecipadamente no capítulo **Estrutura da BNCC**, busca preparar e familiarizar o leitores com o conceito, formato e nomenclatura das habilidades.

Para assegurar o desenvolvimento das competências específicas de área, a cada uma delas é relacionado um conjunto de habilidades, que representa as aprendizagens essenciais a ser garantidas no âmbito da BNCC a todos os estudantes do ensino médio. Elas são descritas de acordo com a mesma estrutura adotada no ensino Fundamental. [4, p. 33].

Como são inúmeras habilidades que varrem o ensino básico, cada habilidade descrita na Base Comum é identificada por meio um código alfanumérico cuja composição abarca desde a etapa de ensino até própria habilidade e sua respectiva competência específica. A figura 3 detalha como é feita essa identificação.

Figura 3: Nomenclatura das habilidades.



Fonte: BNCC, 2017.[4, p. 34]

Para que fique claro, veja a escrita de um exemplo de código. Será uma habilidade da área da Matemática e suas Tecnologias, a ser trabalhada no ensino médio; que ela seja a décima sexta habilidade relacionada a competência específica 3. Então, separadamente, tem-se: EM-13-MAT-3-16

Juntando as partes do código, a habilidade fica identificada por: EM13MAT316

Também é preciso enfatizar que a organização das habilidades do ensino médio na BNCC (com a explicitação da vinculação entre competências específicas de área e habilidades) tem como **objetivo definir claramente às aprendizagens essenciais** a ser garantidas aos estudantes nessa etapa [4, p. 34].

Competência Específica 1

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 1

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral [4, p. 532].

Essa competência específica é bastante ampla, porém o trecho “**interpretar situações em diversos contextos**” permite vislumbrar habilidades relacionadas a interpretação e compreensão da realidade, ou seja, habilidades ligadas a interpretação de dados e, portanto, intimamente relacionadas a inferência estatística, a área da Matemática que proporciona ao cidadão julgamentos e decisões bem fundamentadas.

Essa competência específica contribui não apenas para a formação de cidadãos críticos e reflexivos, mas também para a formação científica geral dos estudantes, uma vez que prevê a interpretação de situações das Ciências da Natureza ou Humanas. Os estudantes deverão, por exemplo, ser capazes de analisar criticamente o que é produzido e divulgado nos meios de comunicação (livros, jornais, revistas, internet, televisão, rádio etc.), muitas vezes de forma imprópria e que induz a erro: generalizações equivocadas de resultados de pesquisa, uso inadequado da amostragem, forma de representação dos dados – escalas inapropriadas, legendas não explicitadas corretamente, omissão de informações importantes (fontes e datas), entre outros [4, p. 532].

O recorte acima reforça que a competência específica 1 e, indiretamente, a estatística pode ir além da matemática pela matemática e contribuir significativamente para formação científica do estudante. O exemplo dado é muito rico, não faltam casos de estatísticas erradas no dia a dia, sejam elas feitas por má fé ou por pura incompetência.

A cada eleição vários casos de informações mal formuladas que podem nos induzir a erro são propagadas. Nas propagandas, a estatística está muito mais preocupada com determinados resultados do que com a amostra, a metodologia ou qualquer aspecto científico. Na televisão e nas redes sociais as pessoas são bombardeadas por pesquisas que se contradizem e descredibilizam grandes instituições e a própria ciência para parte da sociedade. Contudo, o fato é que normalmente a pesquisa é feita com erro de amostragem ou faz generalizações equivocadas ou simplesmente não divulga a metodologia empregada, dando margem para interpretações precipitadas por parte de alguns formadores de opinião e para os próprios cidadãos.

A competência específica 1 dialoga com as 6 habilidades mostradas na figura 4.

Figura 4: Habilidades da Competência Específica 1

HABILIDADES
(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT102) Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.
(EM13MAT103) Interpretar e compreender textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam unidades de medida de diferentes grandezas e as conversões possíveis entre elas, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), como as de armazenamento e velocidade de transferência de dados, ligadas aos avanços tecnológicos.
(EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.
(EM13MAT105) Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).
(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).

Fonte: BNCC, 2017[4, p. 533].

Destacam-se a seguir 3 dessas habilidades pela forte ligação com área dessa pesquisa.

(EM13MAT102) Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.

(EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.

(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.). [4, p. 533]

A EM13MAT102 é uma habilidade analítica. Ela é bem direta, seus tópicos de estatística são:

- Analisar tabelas.
- Analisar gráficos.
- Analisar amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.

Os dois primeiros tópicos apresentam uma questão:

Se o texto tal qual se apresenta for aceito, é de se esperar que os estudantes formados no ensino médio devam sair preparados para analisar quaisquer tipos de tabelas ou gráficos. Essa meta pode não ser viável.

Se a viabilidade das práticas pedagógicas que visam o desenvolvimento das habilidades forem consideradas, supõe-se que os estudantes do ensino médio estudarão apenas os principais tipos de tabelas e gráficos. Nesse caso, por enquanto, fica uma lacuna sobre quais tipos de tabelas e de gráficos serão trabalhados no ensino médio.

Perceba que na terceira parte ao falar sobre amostras, **“inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas”**, a habilidade especifica bem os objetivos a serem alcançados pelo estudante do ensino médio. O jovem cidadão precisa estar atento a dados incoerentes, sejam eles propositalmente tendenciosos ou mesmo coletados de maneira errada por despreparo do pesquisador.

A EM13MAT106 versa sobre uma aplicação da estatística. Para um professor com má formação ou para um leitor desatento, a priori, essa habilidade pode parecer exclusiva da probabilidade. Entretanto, sabe-se que ela está diretamente relacionada à estatística.

Sobre essa habilidade, por um lado, tem-se o fato de que os exemplos citados e os outros exemplos possíveis, frequentemente, apresentam estatística explícita e por outro lado, vale lembrar que as probabilidades mencionadas, geralmente, são calculadas (estimadas) por meio de dados amostrais de experimentos realizados em laboratório.

A probabilidade citada aqui é aquela estimativa feita usando a frequência relativa de um evento, aquela estimativa de probabilidade que se torna cada vez mais próxima do valor teórico a medida em que o histórico de dados aumenta, é a lei dos grandes números.

Competência Específica 2

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 2

Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática [4, p. 534].

A estatística aparece de forma meio enigmática nessa competência, porém subdividindo e analisando o texto encontra-se o peso da estatística que foi registrada. Em "**Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo**", a pesquisa estatística fica implícita. Fazer pesquisas apoiadas em ferramentas estatísticas é um bom caminho para se investigar os desafios do mundo contemporâneo.

No fragmento "**tomar decisões éticas e socialmente responsáveis**", a estatística aparece por ser uma clássica ferramenta usada na tomada de decisões. Na última parte da competência, a expressão "**mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática**" generaliza corretamente algumas habilidades matemáticas, já que várias áreas contribuem nesse sentido, mas note que se a palavra matemática for substituída por estatística o texto ficará particularmente perfeito. A estatística possui seus conceitos, procedimentos e linguagens próprias, espera-se que o estudante do ensino médio habilite-se nesses aspectos dessa parte da matemática.

Para o desenvolvimento dessa competência, deve-se também considerar a reflexão sobre os distintos papéis que a educação matemática pode desempenhar em diferentes contextos sociopolíticos e culturais, como em relação aos povos e comunidades tradicionais do Brasil, articulando esses saberes construídos nas práticas sociais e educativas[4, p. 534].

O comentário da BNCC sobre educação matemática é coerente, amplo e, portanto, engloba a estatística.

Figura 5: Habilidades da Competência Específica 2

HABILIDADES
(EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.
(EM13MAT202) Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.
(EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.

Fonte: BNCC, 2017[4, p. 534].

A competência específica 2 se decompõe em 3 habilidades conforme mostrado na figura 5.

Destaca-se a seguir a habilidade EM13MAT202 marcada fortemente por tópicos de estatística.

(EM13MAT202) Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos [4, p. 534].

As competências e habilidades da BNCC ora se complementam ora se intersectam, garantindo assim a formação completa do estudante. Aquilo que aparecia de maneira implícita na competência específica 1 agora aparece de maneira muito mais evidente. Entretanto essa habilidade é de certo modo avançada por envolver vários conceitos de estatística, veja quais tópicos compõe essa habilidade:

- Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes.
- Dominar os conceitos das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão).
- Interpretar dados estatísticos envolvendo medidas de tendência central.
- Interpretar dados estatísticos envolvendo medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão).
- Interpretar gráficos.
- comunicar os resultados de uma pesquisa por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.

Novamente alguns tópicos ficam vagos. Ainda não se tem uma descrição precisa sobre quais gráficos deverão ser trabalhados. No que se refere às medidas de tendência central, para interpretá-las é necessário conhecê-las bem inicialmente (conceito, propriedades, casos especiais).

Competência Específica 3

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente [4, p. 535].

Essa competência é também muito extensiva, ela perpassa várias áreas da matemáticas. A estatística aparece em "**procedimentos matemáticos para interpretar**", "**analisando a plausibilidade dos resultados**" e "**de modo a construir argumentação consistente**". Focando no alvo de estudo, essa competência aborda o uso de ferramentas da estatística para construir argumentação consistente.

Os comentários da Base Comum deixam bem claro que essa competência alcança habilidades estatísticas ao registrar o termo "estatísticos".

As habilidades indicadas para o desenvolvimento dessa competência específica estão relacionadas à interpretação, construção de modelos, resolução e formulação de problemas matemáticos envolvendo noções, conceitos e procedimentos quantitativos, geométricos, estatísticos, probabilísticos, entre outros. [4, p. 535]

A competência específica 3 se desdobra em 16 habilidades, 8 delas são apresentadas na figura 6, e é a mais abundante entre as 5 competências específicas. As habilidades se distribuem cobrindo as equações, os sistemas lineares, as funções, a matemática financeira, a contagem, os problemas de áreas, a trigonometria, a probabilidade, a estatística etc.

Figura 6: Habilidades da Competência Específica 3

HABILIDADES
(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.
(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.
(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.
(EM13MAT313) Utilizar, quando necessário, a notação científica para expressar uma medida, compreendendo as noções de algarismos significativos e algarismos duvidosos, e reconhecendo que toda medida é inevitavelmente acompanhada de erro.
(EM13MAT314) Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).
(EM13MAT315) Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.
(EM13MAT316) Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).

A última das habilidades, e apenas ela, é exclusivamente sobre estatística.

(EM13MAT316) Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão)[4, p. 537].

Tinha-se, até o momento, uma questão em aberto sobre as medidas de tendência central. A habilidade EM13MAT316 sana tal questão e ainda fornece mais detalhes sobre as medidas de dispersão.

Essa habilidade vaticina que o estudante deve sair do ensino médio calculando e interpretando:

- as medidas de tendência central (média, moda, mediana).
- as medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).

E desse modo, a lista de tópicos de estatística iniciada anteriormente vai se completando para possibilitar a análise dos livros didáticos.

Competência Específica 4

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 4

Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas [4, p. 538].

A competência específica 4 é mais uma que, apesar de genérica, deixa registrada a área da estatística. É uma competência que engloba as diferentes formas de registros, a solução e a comunicação dos resultados de um problema estatístico.

A questão, ainda sem resposta, sobre tabelas e gráficos, não fica respondida aqui, porém o texto já permite se afirmar que o aluno precisa ter certa riqueza de repertório de representações gráficas e tabelas.

A expressão "**com flexibilidade e precisão**" merece atenção, ela denota o quanto o estudante de ensino médio deve se desenvolver cientificamente. Além de ser flexível quanto ao uso das diversas formas de representação e registros de dados estatísticos, ele tem de ser preciso. O grau de exigência é esse, o aluno do ensino médio deverá **compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão**, as tais ferramentas estatísticas mencionadas.

Portanto, para as aprendizagens dos conceitos e procedimentos matemáticos, é fundamental que os estudantes sejam estimulados a explorar mais de um registro de representação sempre que possível. Eles precisam escolher as representações mais convenientes a cada situação, convertendo-as sempre que necessário. A conversão de um registro para outro nem sempre é simples, apesar de, muitas vezes, ser necessária para uma adequada compreensão do objeto matemático em questão, pois uma representação pode facilitar a compreensão de um aspecto que outra não favorece[4, p. 538].

A figura 7 mostra a competência específica 4 que está atrelada a 7 habilidades sobre representações matemáticas. Passa pelas clássicas representações algébricas e gráficas de algumas funções, pelo uso de linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática e chega nas tabelas e gráficos da estatística.

Figura 7: Habilidades da Competência Específica 4

HABILIDADES
(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a <i>softwares</i> ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a <i>softwares</i> ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
(EM13MAT403) Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.
(EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT405) Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.
(EM13MAT406) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de <i>softwares</i> que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.
(EM13MAT407) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (<i>box-plot</i>), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.

Fonte: BNCC, 2017[4, p. 539].

Das 7 habilidades da competência específica 4, duas delas abordam, quase exclusivamente, a estatística. São elas:

(EM13MAT406) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.

(EM13MAT407) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (box-plot), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise. [4, p. 539]

A habilidade EM13MAT406 reforça os tópicos de tabelas e de gráficos, mas não traz mais detalhamentos. Por outro lado ela menciona o possível uso de softwares que liguem a estatística a outras áreas da matemática.

No caso da habilidade EM13MAT407 tem-se ótimos detalhamentos sobre os diferentes tipos de diagramas e gráficos, é esperado, no mínimo, que os seguintes gráficos sejam trabalhados no ensino médio:

- Histograma.
- Diagrama de caixa (box-plot).
- Diagrama de ramos e folhas.

Então, entre as representações gráficas a serem trabalhadas o histograma é uma delas.

É esperado que os livros abordem também, os box-plot e o diagrama de ramos e folhas. No caso desses tópicos pode-se conjecturar que ficarão para os livros do futuro. No Brasil tais temas não são tratados comumente no ensino médio, eles não aparecem nas orientações curriculares para o ensino médio e nem nos PCN.

no Brasil sabe que esses temas não são comuns no ensino médio. Para reforçar essa conjectura basta folhear alguns livros de matemática. Outra maneira é vasculhar documentos tais como as Orientações Curriculares para o Ensino Médio[8], os Parâmetros Curriculares Nacionais[19] e as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais[9]. Em nenhum desses documentos aparecem o box-plot e o diagrama de ramos e folhas.

Competência Específica 5

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 5

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas[4, p. 540].

A competência específica 5 também varre grandes áreas da matemática. Apesar de dar margem para diversos temas da estatística, não deixa nada evidente. Lendo as 11 habilidades componentes dessa competência conclui-se que o foco está voltado, basicamente, para os fenômenos cujos comportamentos são descritos por funções, PA e PG.

Em meio as 10 habilidades que fogem do escopo desse trabalho, a décima primeira surge timidamente versando sobre probabilidade e tangenciando um importante tópico da estatística.

(EM13MAT511) Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades [4, p. 541].

O tópico a ser esclarecido é "Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não".

Sabe-se que o estudo dos tipos de variáveis estatística é básico, entretanto até o momento a BNCC não havia apresentado nenhuma habilidade que tocasse nesse tema.

Na composição da lista de tópicos serão incluídos os tipos de variáveis estatística e será verificado se os livros abordam, pelo menos, a diferença entre variável quantitativa e qualitativa, e no caso da quantitativa, a diferença entre variável discreta e contínua.

A BNCC orienta que "As possibilidades de organização curricular das aprendizagens propostas na BNCC de Matemática são várias." Partindo das competências e habilidades da Matemática e suas tecnologias e dos objetivos gerais abordados nesse documento, a BNCC propõe uma possível organização por eixos da matemática que, em alguma medida, se aproxima dos planejamentos tradicionais adotados na prática pedagógica. A Base sugere que os eixos podem ser, por exemplo, Números e Álgebra, Geometria e Medidas e Probabilidade e Estatística.

Na (re)elaboração dos currículos e das propostas pedagógicas, é possível adotar outras organizações, recorrendo tanto às habilidades definidas nesta BNCC quanto a outras que sejam necessárias e que contemplem especificidades e demandas próprias dos sistemas de ensino e das escolas. Apesar disso, é fundamental preservar a articulação, proposta nesta BNCC, entre os vários campos da Matemática, com vistas à construção de uma visão integrada de Matemática e aplicada à realidade. Além disso, é importante que os saberes matemáticos, do ponto de vista pedagógico e didático, sejam fundamentados em diferentes bases, de modo a assegurar a compreensão de fenômenos do próprio contexto cultural do indivíduo e das relações interculturais [4, p. 542].

A proposta de organização curricular registrada na Base para a unidade Estatística e Probabilidade está apresentada na figura 8, veja a seguir.

Figura 8: Habilidades da Estatística e da Probabilidade

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA
HABILIDADES
(EM13MAT102) Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.
(EM13MAT202) Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.
(EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.
(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.
(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).
(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.
(EM13MAT316) Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).
(EM13MAT406) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de <i>softwares</i> que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.
(EM13MAT407) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (<i>box-plot</i>), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.
(EM13MAT511) Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.

Fonte: BNCC, 2017[4, p. 546].

Grande parte dos professores de matemática consideram que a estatística e a probabilidade são intimamente relacionadas e, portanto, o eixo sugerido na Base é coerente. Contudo, sabe-se também que na prática os livros didáticos abordam a estatística em um capítulo isolado; quando fazem muito, deixam esses temas próximos, mas isso não é uma regra. Por exemplo, dentre os três livros que serão analisados mais adiante, o único que apresenta a estatística e a probabilidade em capítulos próximos é o Matemática Paiva. Levando em conta essa prática editorial e o fato de que o foco desse trabalho está voltado para a estatística, foi montado um quadro com as 8 habilidades que foram analisadas por serem relacionadas à estatística. Veja a figura 9.

Figura 9: Habilidades da Estatística

ESTATÍSTICA
HABILIDADES
(EM13MAT102) Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.
(EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.
(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).
(EM13MAT202) Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.
(EM13MAT316) Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).
(EM13MAT406) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.
(EM13MAT407) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (box-plot), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.
(EM13MAT511) Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.

Fonte: BNCC, 2017[4, p. 546].

5.1.3 *Objetos do conhecimento estatístico esperados para o ensino médio*

A lista a seguir é a conclusão da análise dos documentos governamentais. Foi uma investigação empenhada em explicitar os tópicos de estatística que devem ser desenvolvidos no ensino médio.

- Amostra e população.
- Variáveis qualitativas e quantitativas.
- Variáveis quantitativas discretas e variáveis quantitativas contínuas.
- Interpretação de textos com dados estatísticos para permitir tomada de decisões.
- Interpretação dos diversos tipos de tabelas para permitir tomada de decisões.
- Interpretação dos diversos tipos gráficos, incluindo o histograma, para permitir tomada de decisões.
- Interpretação dos diversos tipos gráficos, incluindo o box-plot, para permitir tomada de decisões.
- Interpretação dos diversos tipos gráficos, incluindo o diagrama de ramos e folhas, para permitir tomada de decisões.
- Análise de amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.
- Medidas de tendência central (média, moda e mediana).
- Medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).
- Planejamento e execução de pesquisa amostral sobre questões relevantes do mundo contemporâneo, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes.
- interpretação de dados estatísticos envolvendo medidas de tendência central (média, moda e mediana).
- interpretação de dados estatísticos envolvendo medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).
- Elaboração de relatórios com dados estatísticos.
- Elaboração de diversos tipos tabelas.
- Elaboração de diversos tipos de gráficos, incluindo o histograma.
- Elaboração de diversos tipos de gráficos, incluindo o box-plot.
- Elaboração de diversos tipos de gráficos, incluindo o diagrama de ramos e folhas.
- Interpretação de taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.
- Identificação de situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.) estimados com base e dados estatísticos.

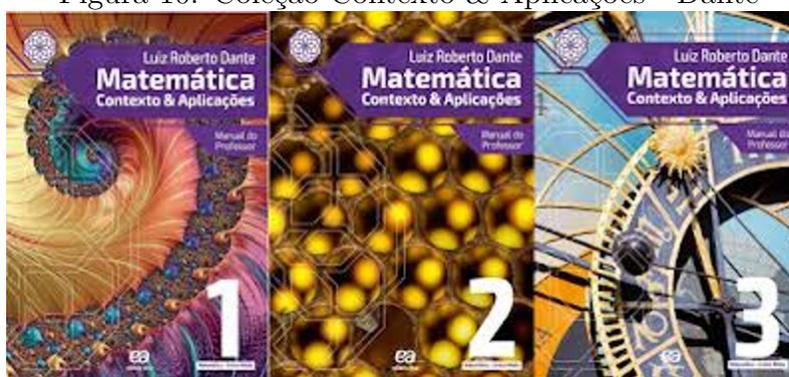
5.2 A ANÁLISE DOS LIVROS

Nessa seção será feita a análise das três obras escolhidas dentre as oito coleções aprovadas pelo PNLD 2018 que vigorará até 2020. Os três livros didáticos escolhidos foram editados a partir de 2015.

5.2.1 *Coleção Contexto e Aplicações*

As figuras 10 e 11 mostram as capas e o sumário do volume 3 da coleção do Dante [14].

Figura 10: Coleção Contexto & Aplicações - Dante



Fonte: Editora Ática

Figura 11: Sumário do Volume 3 da Coleção Contexto & Aplicações - Dante

Sumário	
Unidade 1: Matemática financeira e Estatística	
CAPÍTULO 1	
Matemática financeira	
1 O dinheiro e a Matemática	12
2 Situação inicial	14
3 Porcentagem	14
4 Fator de atualização	18
Aumentos e descontos	18
Aumentos e descontos sucessivos	19
5 Termos importantes de Matemática financeira	21
Juros simples	21
Juros compostos	22
Conexão entre juros e funções	26
6 Equivalência de taxas	27
CAPÍTULO 2	
Estatística	
1 Termos de uma pesquisa estatística	32
População e amostra	32
Indivíduo ou objeto	32
Variável	33
Variável qualitativa	33
Variável quantitativa	33
Frequência absoluta e frequência relativa	34
Tabela de frequências	34
Tabelas de frequências das variáveis quantitativas	35
O início da Estatística	39
2 Representação gráfica	40
Gráfico de segmentos	40
Gráfico de barras	42
Gráfico de setores	43
Histograma	45
Construção de gráficos	46
3 Medidas de tendência central	48
Média aritmética (MA)	48
Média aritmética ponderada (MP)	48
Mediana (Me)	50
Moda (Mo)	50
Média aritmética, moda e mediana a partir das tabelas de frequências	51
4 Medidas de dispersão	53
Variância (V)	53
Desvio padrão (DP)	54
5 Estatística e probabilidade	57

Fonte: Editora Ática

Nesta coleção de 3 volumes [14] a estatística é abordada apenas no volume 3. Veja a seguir as conclusões gerais do Guia PNLD 2018 [7] sobre esta obra.

Na coleção, a seleção dos conteúdos dos diferentes campos da matemática escolar é satisfatória. Em relação à distribuição dos temas de estudo, no volume do 1º ano, verifica-se uma atenção maior no trabalho com álgebra, em prejuízo dos conteúdos de estatística e probabilidade. Nos demais volumes, a distribuição dos conteúdos por campo é equilibrada. [...]

As noções básicas da estatística são desenvolvidas em situações contextualizadas relativas à análise e à organização de dados em tabelas e gráficos. No entanto, poucas atividades se voltam à consolidação das etapas de uma pesquisa e faltam discussões sobre que tipo de gráfico é mais adequado a cada situação. As medidas de tendência central e de dispersão são trabalhadas por meio de atividades contextualizadas e ênfase nos procedimentos de cálculo. Mas os seus significados não são discutidos, o que dificulta o entendimento de qual das medidas é a mais apropriada para cada circunstância.

Tratando a respeito da contextualização, interdisciplinaridade e formação para a cidadania a resenha do Guia PNLD 2018 [7] traz:

As conexões na própria Matemática são bastante enfatizadas na obra, mas também são feitas sugestões de um trabalho interdisciplinar, em especial com a Física. A compreensão da Matemática como uma criação social de diversas culturas, ao longo da história, está presente nas apresentações dos conteúdos e em seções específicas.

Na coleção são apresentados atividades e textos variados que podem favorecer o desenvolvimento crítico do estudante e a formação para a cidadania, como os que trazem reflexões sobre a poluição sonora e a automedicação. No entanto, a maioria deles é apenas pretexto para a exploração dos aspectos matemáticos focalizados.

A figura 12 ilustra a situação mencionada pelo PNLD 2018 sobre contextualização.

Figura 12: Exercícios de construção de gráficos

Exercícios

✕

Veja a resolução dos exercícios 21 e 22 no Manual do Professor.

21. A temperatura máxima do dia em uma cidade foi anotada durante vinte dias e apresentou os seguintes dados:
30 °C; 32 °C; 31 °C; 31 °C; 33 °C; 28,5 °C; 33,5 °C; 27 °C;
30 °C; 34 °C; 30,5 °C; 28 °C; 30,5 °C; 29,5 °C; 26 °C; 31 °C;
31 °C; 29 °C; 32 °C; 31,5 °C.

Construa no caderno o histograma correspondente com os valores da variável em 5 intervalos.

22. Os quarenta alunos de uma classe optaram pelo estudo de uma língua estrangeira, entre espanhol, francês, inglês ou italiano. Analise o gráfico de barras ao lado, que registra as escolhas, e, a partir dele, construa no caderno a tabela de frequências e o gráfico de setores.

📊 Porcentagem de alunos por idioma escolhido

Idioma	Frequência (%)
Esp.	30
Fr.	20
Ingl.	40
It.	10

Fonte: Dados fictícios.

A tabela 4 mostra as principais informações verificadas na coleção do Dante.

Tabela 4: Abordagem da estatística no livro Contexto & Aplicações - Dante

Livro: Contexto & Aplicações – Luiz Roberto Dante		Temas		
		1 - É abordado?	2 - Está correto?	3 – Está bem contextualizado?
Amostra e população.		SIM	NÃO	SIM
Variáveis qualitativas nominais e variáveis qualitativas ordinais.		SIM	SIM	SIM
Variáveis quantitativas discretas e variáveis quantitativas contínuas.		SIM	SIM	SIM
Interpretação e elaboração de relatórios com dados estatísticos para permitir tomada de decisões.		NÃO	-	-
Interpretação e elaboração dos diversos tipos de tabelas para permitir tomada de decisões.		SIM	SIM	SIM
Interpretação e elaboração de gráficos, incluindo o histograma, para permitir tomada de decisões.		SIM	SIM	NÃO
Interpretação e elaboração de gráficos, incluindo o box-plot, para permitir tomada de decisões.		NÃO	-	-
Interpretação e elaboração gráficos, incluindo o diagrama de ramos e folhas, para permitir tomada de decisões.		NÃO	-	-
Análise de amostras de pesquisas estatísticas divulgadas por diferentes meios de comunicação.		SIM	SIM	NÃO
Determinação e interpretação de medidas de tendência central (média, moda e mediana).		SIM	SIM	SIM
Determinação e interpretação de medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).		SIM	SIM	NÃO
Planejamento e execução de pesquisa amostral sobre questões relevantes do mundo contemporâneo.		NÃO	-	-
Interpretação de taxas e índices de natureza socioeconômica, investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.		SIM	SIM	SIM
Identificação de situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos estimados com base em dados estatísticos.		NÃO	-	-

Pontos Fracos

A obra do Professor Dante não trabalha a elaboração e interpretação de relatórios, os gráficos box-plot, o diagrama de ramos e folhas, o conceito de amplitude da amostra como medida de dispersão e pesquisas de situações relevantes do mundo contemporâneo. O capítulo apresenta apenas os tipos mais comuns de tabelas. A maior parte dos exercícios cobrados são os clássicos casos com preferências e características de alunos. Os contextos explorados ao longo do livro texto poderiam ser mais ricos e com mais situações para o desenvolvimento da cidadania. A figura 13 mostra alguns exercícios que poderiam ser mais bem contextualizadas.

Figura 13: Exercícios de medidas de tendência central

- 24.** Se um aluno já fez dois trabalhos e obteve notas 8,5 e 5,0, qual deve ser a nota do terceiro trabalho para que a média aritmética dos três seja 7,0? **7,5**
- 25.** Qual é a média de idade de um grupo em que há 6 pessoas de 14 anos, 9 de 20 anos e 5 de 16 anos? **17,2 anos.**
- 26.**  De segunda-feira a sábado, os gastos com alimentação de uma pessoa foram 15, 13, 12, 10, 14 e 14 reais. Determinem a média diária de gastos (*MA*) e a mediana (*Me*). ***MA* = 13 reais e *Me* = 13,5 reais**
- 27.**  Considerando os números 126, 130, 126 e 102, calculem:
- a média aritmética (*MA*); **121**
 - a média aritmética ponderada (*MP*), com pesos 2, 3, 1 e 2, respectivamente; **121,5**
 - a mediana (*Me*); **126**
 - a moda (*Mo*). **126**

Fonte: Dante, 2017 [14, p. 52]

Um erro foi encontrado nesse capítulo. Ao diferenciar indivíduo de objeto, o exemplo apresentado está errado, veja a figura 14.

Onde se lê: "Quando se consideram algumas marcas de lâmpada para testar a durabilidade, cada marca é um objeto da pesquisa."

Deveria ser: Quando se consideram algumas marcas de lâmpada para testar a durabilidade, cada lâmpada é um objeto da pesquisa.

Pontos Fortes

O autor explica a importância da composição da amostra para o resultado de uma pesquisa, conforme mostra a figura 14. Apesar de abordar apenas os tipos mais comuns de tabelas, a obra dá grande ênfase em tabelas organizadas por intervalos e isso permite uma forte base para esse tema que será revisitado em cursos de graduação. Além de abordar os principais tipos de gráficos, traz alguns pictogramas, tais como apareceriam em jornais e revistas. As medidas de posição também são estudadas por meio das tabelas de frequência simples e por intervalos.

Figura 14: Trecho sobre a escolha da amostra e a diferença entre indivíduo e objeto

População e amostra

Se quisermos saber, por exemplo, qual a matéria favorita entre os alunos de uma classe, podemos consultar todos os alunos da classe.

No entanto, isso não é possível quando queremos pesquisar sobre a intenção de voto dos eleitores do estado de São Paulo, pois não podemos consultar todos os eleitores que constituem a **população** ou o **universo estatístico**.

Recorremos, então, ao que se chama de **amostra**, ou seja, um grupo de eleitores que, consultados, permitem que se chegue ao resultado mais próximo possível da realidade.

É comum aparecer na publicação das pesquisas quantos eleitores foram consultados, pois a escolha da amostra (quantos e quais eleitores) é fundamental para o resultado.

Chamando de U o universo estatístico e de A uma amostra, temos:

$$A \subset U$$

Quando todos os elementos do universo são pesquisados.

Para refletir
Em que situação temos $A = U$?

 Na pesquisa feita com os colegas da turma sobre o número de irmãos, temos uma população ou uma amostra? Se apenas parte da turma respondeu à pergunta, então temos uma amostra da turma. Se todos responderam, então temos, em relação à turma, uma população.

Indivíduo ou objeto

Cada elemento que compõe a amostra é um **indivíduo** ou **objeto**. No exemplo da intenção de voto, os indivíduos da pesquisa são pessoas. Quando se consideram algumas marcas de lâmpada para testar a durabilidade, cada marca é um objeto da pesquisa.

Fonte: Dante, 2017 [14, p. 32]

Resumo da análise

Percebe-se nessa obra grande preocupação em desenvolver uma sequência didática bem organizada e que percorra a maior parte dos tópicos de estatística esperados pelos professores de matemática. Entretanto, além das deficiências já citadas, essa coleção distribui todo assunto de estatística em pouco mais de 30 páginas. Isso impacta negativamente na importância que é dada ao tema.

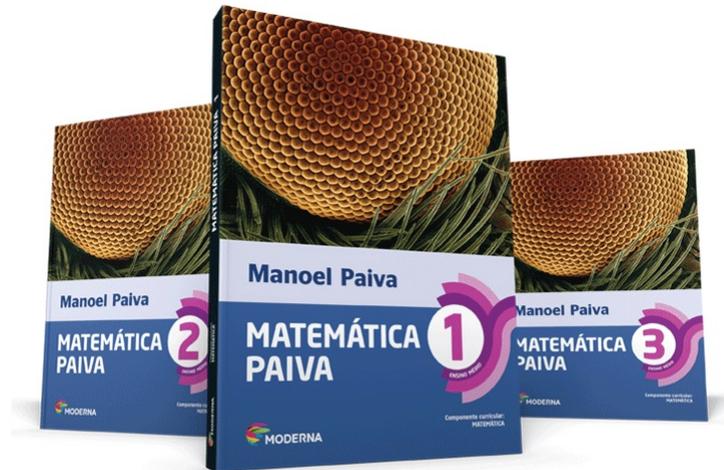
A BNCC espera por um papel de mais destaque para estatística e sabe-se que é inviável trabalhar os principais conceitos estatísticos em poucas páginas.

Desse modo, o ensino de estatística dessa coleção se distancia das propostas BNCC, principalmente, por ser coadjuvante se comparado com outros assuntos da matemática, por não ser suficientemente bem contextualizado e provocador de reflexões necessárias para o desenvolvimento da cidadania e, é claro, por não apresentar os tópicos já citados.

5.2.2 *Coleção Matemática Paiva*

As figuras 15 e 16 mostram as capas e o sumário do volume 3 da coleção Matemática Paiva [20].

Figura 15: Coleção Matemática Paiva



Fonte: Editora Moderna

Figura 16: Sumário do Volume 3 da Coleção Matemática Paiva

Sumário	
Capítulo 1 Probabilidade	6
1 A origem da teoria das probabilidades	7
2 O conceito de probabilidade	7
3 Definição de probabilidade	9
4 Adição de probabilidades	15
5 Probabilidade condicional	18
6 Multiplicação de probabilidades	22
■ Exercícios complementares	26
■ Pré-requisitos para o Capítulo 2	28
■ Trabalhando em equipe	29
Análise da resolução	29
Matemática sem fronteiras	30
Perspectivas e planejamento	31
Capítulo 2 Noções de Estatística	32
1 O que é Estatística	34
2 Conceitos preliminares.....	34
3 Distribuição de frequências – Tabelas e gráficos	37
4 Medidas estatísticas	47
■ Exercícios complementares	57
■ Pré-requisitos para o Capítulo 3	60
■ Trabalhando em equipe	61
Análise da resolução	61
Matemática sem fronteiras	62
Capítulo 4 Sistemas lineares	
1 Os sistemas de equações no dia	
2 Equação linear	
3 Sistema linear	
4 Resolução de um sistema linear	
■ Exercícios complementares	
■ Pré-requisitos para o Capítulo	
■ Trabalhando em equipe	
Análise da resolução	
Matemática sem fronteiras	
Capítulo 5 Determinantes e	
1 A origem dos determinantes	
2 Determinante de ordem 2	
3 Determinante de ordem 3	
4 Discussão de um sistema linear	
5 Sistema linear homogêneo	
■ Exercícios complementares	
■ Pré-requisitos para o Capítulo	
■ Trabalhando em equipe	
Análise da resolução	
Matemática sem fronteiras	

Fonte: Editora Moderna

A coleção Matemática Paiva possui 3 [20] volumes cada um com 10 capítulos. A estatística é abordada em 31 páginas do volume 3.

Veja algumas conclusões retiradas das resenhas do Guia PNLD 2018 [7] sobre essa coleção.

Os conteúdos dos campos da matemática escolar são abordados na obra. No entanto, a sua distribuição em cada um dos livros mostra-se inadequada. Tanto geometria analítica quanto estatística e probabilidade estão presentes apenas no volume 3.

[...]

Em estatística, são bem apresentadas as ideias de universo, de amostra e de variáveis estatísticas. Também são focalizados os vários tipos de gráficos e de tabelas, porém, sente-se falta de uma discussão mais aprofundada dos critérios para a escolha de qual deles é mais apropriado para a representação de diferentes dados. De maneira satisfatória, são discutidas algumas etapas do planejamento de uma pesquisa estatística, como a escolha do tema e do universo amostral, a organização e a apresentação dos dados coletados. Entretanto, o estudante não é incentivado a colocar em prática tais noções. As medidas de tendência central e de dispersão são discutidas de maneira elogiável, sendo ressaltados seus benefícios, suas limitações e complementaridades.

[...]

Temas socioambientais, de saúde e de mobilidade, são contexto para diversas das atividades propostas. No entanto, é importante salientar que algumas delas mantêm seu foco estritamente em discussões matemáticas.

Como se nota, essa coleção não chega a atender as expectativas anteriores a BNCC com relação a estatística. A figura 17 mostra um exercício clássico como visto em livros de décadas atrás. Além de reservar pouco espaço para o desenvolvimento de habilidades estatísticas, deixa a desejar nos aspectos analíticos do tema em questão, tão necessários para a construção da cidadania.

Figura 17: Exercício sobre construção de gráfico

EXERCÍCIOS PROPOSTOS *Faça as atividades no caderno.*

6 Uma seguradora fez um estudo, entre seus clientes, sobre a idade de 25 pessoas que possuem seguro de vida. As idades, em ano, das pessoas dessa amostra são:

60	69	28	46	35
58	56	36	42	82
35	42	75	45	50
43	61	82	62	60
70	43	39	70	52

a) Qual é a amplitude dessa amostra?
 b) Construa uma tabela de distribuição de frequências dessa amostra com 6 classes de mesma amplitude.
 c) Construa o histograma correspondente à tabela feita no item b.

A tabela 5 mostra as principais informações verificadas na coleção do Professor Paiva.

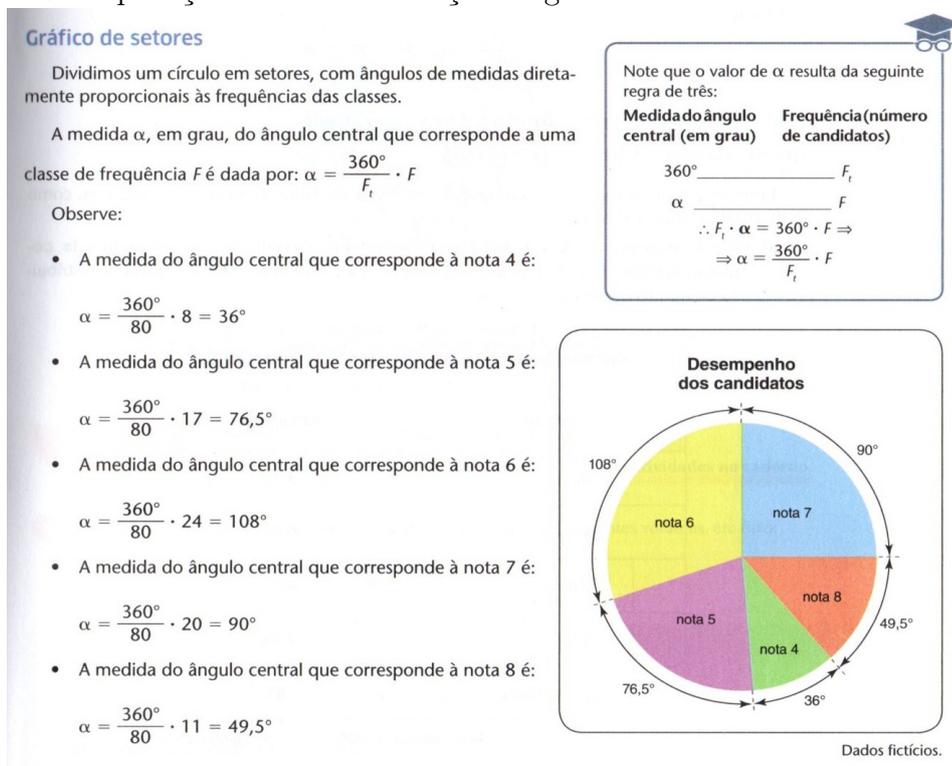
Tabela 5: Abordagem da estatística no livro Matemática Paiva

Livro: Matemática Paiva – Manoel Paiva		Temas		
Amostra e população.	SIM	SIM	SIM	SIM
Variáveis qualitativas nominais e variáveis qualitativas ordinais.	NÃO	-	-	-
Variáveis quantitativas discretas e variáveis quantitativas contínuas.	SIM	SIM	SIM	SIM
Interpretação e elaboração de relatórios com dados estatísticos para permitir tomada de decisões.	NÃO	-	-	-
Interpretação e elaboração dos diversos tipos de tabelas para permitir tomada de decisões.	SIM	SIM	SIM	NÃO
Interpretação e elaboração de gráficos, incluindo o histograma, para permitir tomada de decisões.	SIM	SIM	SIM	NÃO
Interpretação e elaboração de gráficos, incluindo o box-plot, para permitir tomada de decisões.	NÃO	-	-	-
Interpretação e elaboração gráficos, incluindo o diagrama de ramos e folhas, para permitir tomada de decisões.	NÃO	-	-	-
Análise de amostras de pesquisas estatísticas divulgadas por diferentes meios de comunicação.	NÃO	-	-	-
Determinação e interpretação de medidas de tendência central (média, moda e mediana).	SIM	SIM	SIM	NÃO
Determinação e interpretação de medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).	SIM	SIM	SIM	NÃO
Planejamento e execução de pesquisa amostral sobre questões relevantes do mundo contemporâneo.	SIM	SIM	SIM	NÃO
Interpretação de taxas e índices de natureza socioeconômica, investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.	NÃO	-	-	-

Pontos Fracos

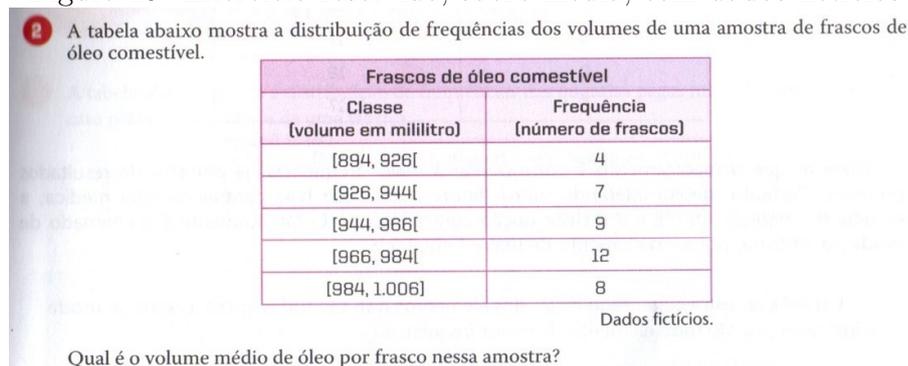
A obra do Paiva não aborda os dois tipos de variáveis qualitativas, a elaboração e interpretação de relatórios, os gráficos box-plot, o diagrama de ramos e folhas, os pictogramas, a análise de amostra de pesquisas estatísticas, a interpretação de taxas e índices de natureza socioeconômica e as pesquisas de situações relevantes do mundo contemporâneo. A quase totalidade da teoria, exemplos e exercícios está apoiada em dados fictícios e de baixo poder motivador de discussões e reflexões, isso está exemplificado nas figuras 18 e 19. A contextualização é muito tímida, fica devendo situações que favoreçam o desenvolvimento de habilidades ligadas a cidadania. Os temas são trabalhados com pouca abertura para as grandes problemáticas da vida moderna.

Figura 18: Explicação sobre a construção de gráficos de setores com dados fictícios



Fonte: Paiva, 2015 [20, p. 39]

Figura 19: Exercício resolvido, sobre média, com dados fictícios



Fonte: Paiva, 2015 [20, p. 49]

Pontos Fortes

O autor reserva um espaço específico para detalhar os passos do planejamento de uma pesquisa estatística, veja a figura 20, evidencia que a composição da amostra precisa ser representativa e seguir alguns critérios para ser imparcial no resultado da pesquisa. As aplicações das medidas de posição são bem trabalhadas, apesar da contextualização ser fraca, o texto deixa bem claro a diferença na finalidade de cada uma delas. Ao tratar das medidas de dispersão, a obra constrói uma forte base conceitual antes de apresentar as medidas clássicas. Primeiro contextualiza o assunto com uma distribuição salarial, conceitua medida de dispersão e apresenta a amplitude de uma amostra como medida de variabilidade da amostra, conforme mostra a figura 21. Depois conceitua, exemplifica e aplica o desvio absoluto médio. E, finalmente, parte para a variância e o desvio padrão.

Figura 20: Texto sobre etapas do planejamento de uma pesquisa estatística

Planejamento de uma pesquisa estatística

Basicamente, no planejamento de uma pesquisa devemos seguir estas etapas:

- Definir o objetivo, procurando cercar o problema que originou a necessidade da pesquisa.
- Definir a população da pesquisa, ou seja, quais são os elementos que podem oferecer dados sobre o assunto em questão.
- Definir se a pesquisa será feita com todos os elementos do universo associado à pesquisa (pesquisa censitária) ou com apenas uma parte dele (pesquisa por amostragem).
- Caso a pesquisa seja por amostragem, definir qual será a parte da população a ser pesquisada, buscando uma amostra representativa.
- Elaborar as questões a serem feitas para obter dados sobre o assunto. Nesse momento, é importante formular questões imparciais, ou seja, que não induzam o entrevistado a dar determinada resposta.
- Definir como os dados serão levantados: por observação, questionário, entrevista ou outro método de coleta.
- Coletar os dados e organizá-los.
- Apresentar os resultados em forma de tabela ou de gráfico.
- Analisar e interpretar os dados, calculando medidas estatísticas, se necessário.
- Tirar conclusões sobre o tema pesquisado com base na análise dos dados.



Fonte: Paiva, 2015 [20, p. 35]

Figura 21: Parte do texto que antecede a variância e o desvio padrão.

A medida de dispersão mais simples é a **amplitude** de uma amostra, que vimos na página 36. Por ser a diferença entre o maior e o menor valor observado, ela indica a variabilidade do conjunto de dados. Na situação acima, temos:

- amplitude dos salários do escritório A: R\$ 4.500,00 – R\$ 500,00 = R\$ 4.000,00
- amplitude dos salários do escritório B: R\$ 4.900,00 – R\$ 400,00 = R\$ 4.500,00

Por essas medidas, podemos afirmar que os salários do escritório A variam menos que os do escritório B.

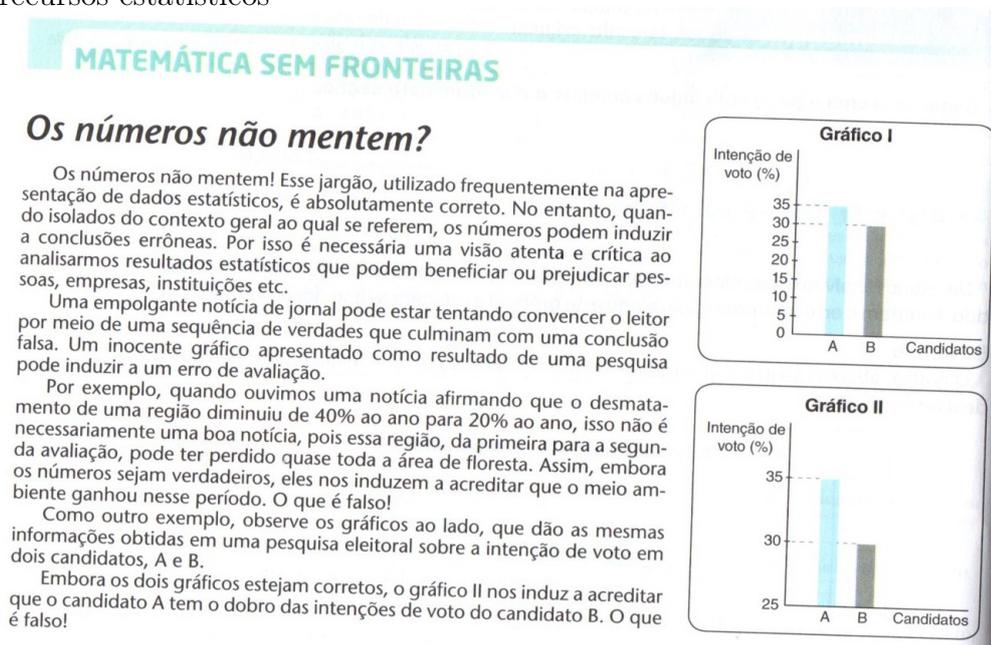
A amplitude, porém, é limitada, pois considera apenas os valores extremos. Poderíamos ter duas amostras de mesma amplitude, mas com distribuições completamente diferentes; por exemplo: {1, 1, 1, 1, 6} e {1, 4, 4, 4, 6}. Em casos como esse, verificamos a necessidade de uma medida que considere todos os dados da amostra para indicar sua variabilidade ou dispersão. O **desvio absoluto médio**, a **variância** e o **desvio padrão**, que estudaremos a seguir, são medidas de dispersão que consideram todos os dados da amostra e indicam quanto os dados estão afastados da média aritmética.

Fonte: Paiva, 2015 [20, p. 54]

Resumo da análise

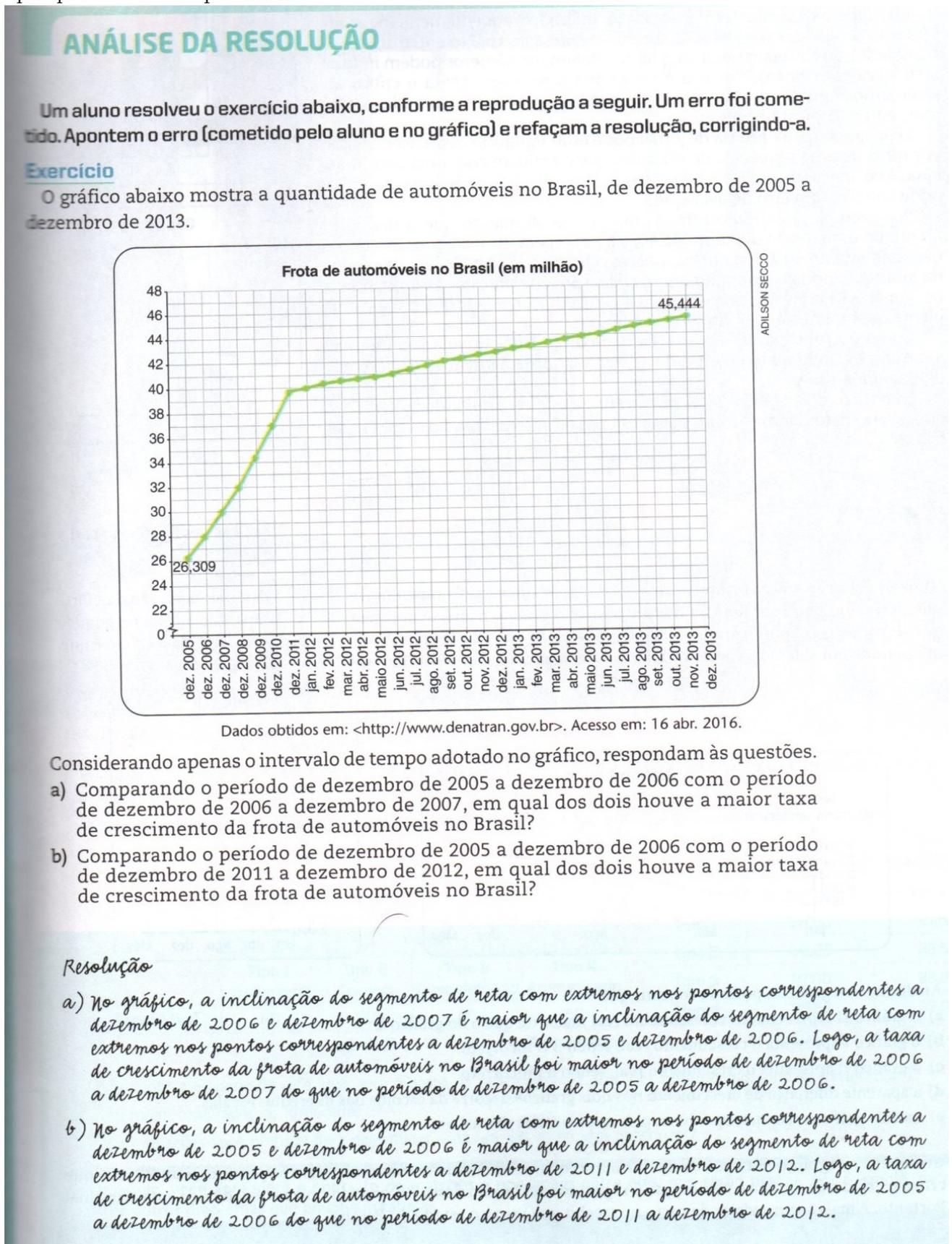
A obra do Paiva, claramente, se preocupa muito com conceitos e definições matematicamente bem construídas. As contextualizações ficam em segundo plano na busca por uma formalização estatística robusta matematicamente. Além de tópicos estatísticos que são novidades devido a BNCC, também existem outros assuntos importantes que ficaram de fora com base nos PCN e outras coleções tradicionais. Novamente nota-se a subestimação da importância da estatística do ensino médio para os dias atuais. Para atingir os objetivos esperados pela BNCC esse capítulo necessitará extrapolar suas 31 páginas. Tal qual se apresenta não possui espaço para reflexões significativas, olhar crítico e investigações de assuntos relevantes da sociedade moderna. Com a escassez de espaço dessa coleção o tratamento ao tema ficou extremamente objetivo e técnico. Ficou nítido o interesse em colocar no capítulo a maior quantidade de tópicos de forma clara e correta, entretanto não há muita ênfase no desenvolvimento de habilidades estatísticas. Com alguns conteúdos ausentes e falhas na contextualização essa coleção fica bem distante da proposta da BNCC. A obra traz algumas seções, textos e exercícios com potencial para se trabalhar o desenvolvimento da cidadania e o olhar crítico do estudante, mas, em geral, as discussões ficaram voltadas para a própria estatística. Veja a seguir as figuras 22 e 23 que mostram a tentativa de uma estatística mais reflexiva.

Figura 22: Texto sobre tentativas de induzir o leitor a tirar conclusões equivocadas por meio de recursos estatísticos



Fonte: Paiva, 2015 [20, p. 62]

Figura 23: Seção que poderia provocar reflexões importantes com dados estatísticos, mas opta pela discussão puramente estatística.



5.2.3 Coleção: #contato Matemática

As figuras 24 e 25 mostram as capas e o sumário do volume 3 da coleção #contato matemática [24].

Figura 24: Coleção #contato Matemática



Fonte: Editora FTD

Figura 25: Sumário do Volume 3 da Coleção #contato Matemática

Sumário	
As cédulas e moedas que aparecem nesta página não estão em tamanho real nem estão proporcionais entre si.	
1	Matemática financeira 8
Estudando Matemática financeira	10
Porcentagem	10
Acréscimos e descontos sucessivos	15
Juro	22
Juro e funções	28
Sistema de amortização	31
Ser consciente	34
Consumista ou consumidor?	
2	O ponto e a reta 36
Estudando geometria analítica	38
Distância entre dois pontos	40
Coordenadas do ponto médio de um segmento	43
Condição de alinhamento de três pontos	47
Área de um triângulo	48
Reta	52
Equação da reta	54
Posição relativa entre duas retas	60
Ângulo entre duas retas concorrentes	68
Distância entre ponto e reta	69
Inequação do 1º grau com duas variáveis	71
3	A circunferência e as cônicas 74
Circunferência	76
Cônicas	89
4	A estatística 110
Estudando estatística	112
Variáveis estatísticas	112
População e amostra estatística	113
Gráficos e tabelas	114
Medidas de tendência central	122
Medidas de dispersão	130
Distribuição de frequência	134
Ser consciente	142
Quando menos é mais	
5	Os números complexos 144
Estudando os números complexos	146
Conjunto dos números complexos	147
Operações com números complexos	151
Módulo de um número complexo	158
Representação trigonométrica de um número complexo	160
Números complexos e geometria	166
6	Os polinômios e as equações polinomiais 168
Polinômios	170
Operações com polinômios	174
Equações polinomiais	184
Teorema fundamental da álgebra	185
Relações de Girard	187
Multiplicidade de uma raiz	190
Raízes complexas	192
Pesquisando raízes racionais de uma equação polinomial de coeficientes inteiros	193
Ser consciente	196
Menos crianças, mais idosos	
Acessando tecnologias	198
Ampliando seus conhecimentos	212
Respostas	214
Bibliografia consultada	224
Lista de siglas	224

Fonte: Editora FTD

A coleção #contato matemática [24] está organizada em 23 capítulos distribuídos em três volumes. No volume 3, destinado ao 3º ano, são 6 capítulos; em um deles a estatística é estudada em 34 páginas.

As resenhas do Guia PNLD 2018 [7, p. 81] dizem o seguinte sobre essa coleção.

Os conteúdos são, frequentemente, abordados com base em definições, atividades resolvidas e propostas. São feitas generalizações, mas de maneira rápida e sem o devido rigor. [...] Ao final de alguns capítulos, a seção denominada *Ser Consciente* traz propostas de articulação da Matemática com questões relativas à cidadania.

Por um lado a resenha do Guia denuncia certa deficiência das generalizações matemáticas, por outro destaca uma seção que busca trabalhar questões voltadas à cidadania.

Também para essa coleção o Guia registra um desequilíbrio na distribuição dos conteúdos: “Nos volumes, entretanto, a distribuição dos campos da matemática escolar não é equilibrada, com exceção de números.” [7, p. 84]

A resenha que serve para auxiliar os professores escolherem os livros didáticos, aprofunda em dizer que a estatística está prejudicada nessa coleção. “Os temas de estatística e probabilidade são pouco valorizados, com a abordagem de probabilidade concentrada em um capítulo do livro 2, enquanto estatística aparece em apenas um capítulo no volume 3.” [7, p. 84]. O Guia não economiza críticas a essa coleção quanto à estatística e às contextualizações dos temas abordados.

Nota-se uma boa articulação entre os conceitos do campo, mesmo com a abordagem concentrada de probabilidade no livro 2, e de estatística no volume 3. No estudo de probabilidades, recorre-se a jogos de RPG e de campo minado. Além disso, são frequentes as aplicações dos conteúdos em contextos extraescolares e na exploração de temas atuais, como anemia e genética, entre outros. São propostas atividades de pesquisa a serem desenvolvidas pelos estudantes, mas não se realizam discussões sobre coleta e tratamento de dados, ou sobre a melhor maneira de representar dos resultados obtidos, o que limita o estudo. São abordados diferentes tipos de gráficos estatísticos e suas características, mas ao estudante não é solicitado analisá-los, mesmo que concisamente. [...] São muitas as propostas de contextualização e as abordagens interdisciplinares dos assuntos, mas nem todas cumprem satisfatoriamente o objetivo de dar mais significado aos conteúdos matemáticos.

Já com relação a formação da cidadania, a obra publicada pela editora FTD recebe alguns elogios do Guia [7, p. 86] que alcançam temas ligados a estatística.

Temas voltados à diversidade brasileira, ao meio ambiente e à saúde estão presentes em textos e atividades variadas, nas seções Contexto e Ser consciente. Reciclagem, planejamento urbano e congestionamento de veículos, envelhecimento da população, dengue e doenças associadas à alimentação errada são alguns dos assuntos focalizados. Percebe-se, ainda, o papel relevante das imagens presentes na coleção, pois complementam satisfatoriamente os textos e as informações.

A tabela 26 mostra as principais informações verificadas na coleção #contato Matemática.

Figura 26: Abordagem da estatística no livro #contato Matemática

Livro: #contato Matemática – Joamir Souza e Jacqueline Garcia		Temas		
		1 - É abordado?	2 - Está correto?	3 - Está bem contextualizado?
Amostra e população.		SIM	SIM	SIM
Variáveis qualitativas nominais e variáveis qualitativas ordinais.		SIM	SIM	SIM
Variáveis quantitativas discretas e variáveis quantitativas contínuas.		SIM	SIM	SIM
Interpretação e elaboração de relatórios com dados estatísticos para permitir tomada de decisões.		NÃO	-	-
Interpretação e elaboração dos diversos tipos de tabelas para permitir tomada de decisões.		SIM	SIM	SIM
Interpretação e elaboração de gráficos, incluindo o histograma, para permitir tomada de decisões.		SIM	SIM	SIM
Interpretação e elaboração de gráficos, incluindo o box-plot, para permitir tomada de decisões.		NÃO	-	-
Interpretação e elaboração gráficos, incluindo o diagrama de ramos e folhas, para permitir tomada de decisões.		NÃO	-	-
Análise de amostras de pesquisas estatísticas divulgadas por diferentes meios de comunicação.		SIM	SIM	SIM
Determinação e interpretação de medidas de tendência central (média, moda e mediana).		SIM	SIM	SIM
Determinação e interpretação de medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).		SIM	SIM	NÃO
Planejamento e execução de pesquisa amostral sobre questões relevantes do mundo contemporâneo.		NÃO	-	-
Interpretação de taxas e índices de natureza socioeconômica, investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.		SIM	SIM	SIM

Fonte: SOUZA, 2016 [24]

Pontos Fracos

A coleção #contato matemática não trabalha a amplitude de uma amostra, a elaboração e interpretação de relatórios, os gráficos box-plot, o diagrama de ramos e folhas, as pesquisas de situações relevantes do mundo contemporâneo e nem situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos estimados com base em dados estatísticos.

A contextualização feita ao longo da teoria e dos exercícios é muito tímida quando se trata de medidas de dispersão, conforme mostra a figura 27.

Figura 27: Tópico sobre variância com contextualização fictícia

▀ Variância (V)

Outra medida de dispersão muito utilizada é a variância (V).

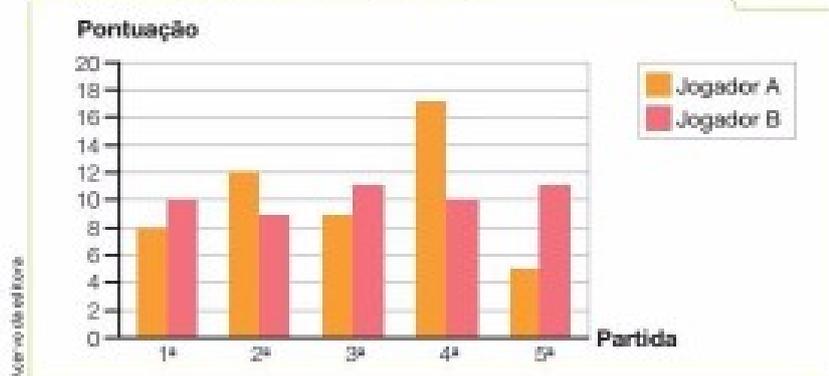
A variância (V) de um conjunto de n valores é dada pela média aritmética dos quadrados dos desvios de cada valor em relação à média:

$$V = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

▸ Exemplo

Após as 5 primeiras rodadas de um campeonato de basquete, os dois principais "cestinhas" (jogadores que mais pontuaram) obtiveram médias iguais de pontos por partida. Observe a seguir a pontuação que cada jogador obteve por partida. Os dados apresentados no gráfico são fictícios.

Pontuação dos dois principais cestinhas do campeonato de basquete em 2016



Fonte: Organização do campeonato.

Média de pontos por partida:

- jogador A: $\bar{x}_A = \frac{8+12+9+17+5}{5} = \frac{51}{5} = 10,2$

- jogador B: $\bar{x}_B = \frac{10+9+11+10+11}{5} = \frac{51}{5} = 10,2$

Podemos utilizar a variância para verificar qual dos jogadores obteve maior regularidade na pontuação por partida.

Pontos Fortes

A obra é majoritariamente baseada em dados reais e estatísticas relevantes da vida moderna, exemplos: pirâmide etária, reservas de petróleo, casos de dengue, frota de veículos, jovens fora da escola, resíduos sólidos urbanos, etnias indígenas, desmatamento, etc. Na parte de gráficos, vários exemplos de pictogramas são trabalhados na teoria e cobrados nos exercícios.

A lista de exercícios é muito rica em quantidade, variedade, contextualização e dados reais e atualizados, a figura 28 ilustra bem isso.

Figura 28: Exemplos de boas contextualizações com questões relevantes.

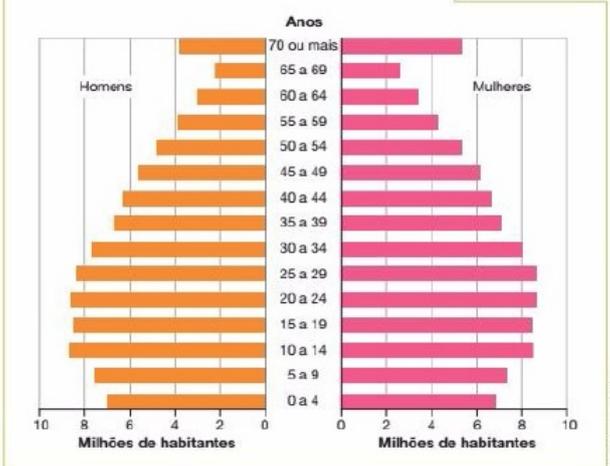
► Pirâmide etária

As pirâmides etárias são um tipo de gráfico utilizado para representar uma população cuja distribuição está disposta em faixas etárias. Nesse tipo de gráfico, costuma-se organizar os dados de maneira que na parte inferior (base) estejam as faixas etárias dos mais jovens e, na parte superior (topo), as faixas etárias dos mais idosos.

No exemplo ao lado, além das faixas etárias, a população também está organizada por gênero: homens e mulheres.

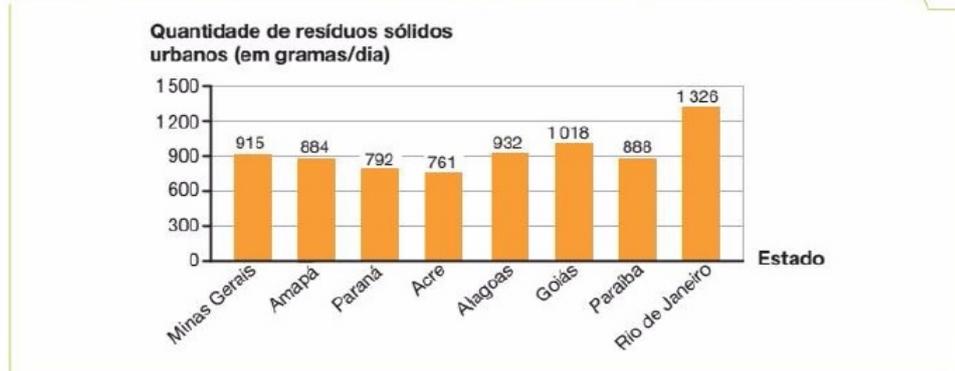
Fonte: IBGE. Disponível em: <www.censo2010.ibge.gov.br/sinopse/websevice>. Acesso em: 25 jan. 2016.

População do Brasil em 2010, classificada por sexo e faixa etária



8. Observe o gráfico e resolva.

Produção de resíduos sólidos urbanos por pessoa em alguns estados em 2014



Fonte: <www.abrelpe.org.br/Panorama/panorama2014.pdf>. Acesso em: 20 jan. 2016.

- Podemos afirmar que a quantidade diária de resíduos sólidos urbanos produzida por pessoa no Acre é menor que a quantidade produzida no Paraná? Justifique. **Resposta no final do livro.**
- Em 2014, a população urbana do estado de Goiás era cerca de 6036 000 habitantes. Calcule a quantidade diária aproximadamente de resíduos sólidos urbanos produzida, em quilogramas, nesse estado. **6 144 648 kg**
- Cite algumas medidas que podemos tomar para diminuir a produção de lixo. **Resposta pessoal.**

Resumo da análise

Nessa coleção as contextualizações são muito bem exploradas, por outro lado, segundo o Guia PNLD 2018 [7, p. 81] o rigor matemático não é alcançado. Quase todos os tópicos estatísticos ausentes na obra são novidades propostas pela BNCC. O livro #contato Matemática também não dá grande importância para o ensino de estatística como se deveria fazer nos dias atuais, isso pode ser confirmado pela breve abordagem de apenas um capítulo de 34 páginas e com os dizeres do Guia PNLD 2018 que afirma “Os temas de estatística e probabilidade são pouco valorizados” [7, p. 84].

O desenvolvimento da cidadania é uma busca da obra, a figura 29 demonstra essa intenção. Vários assuntos relevantes, inclusive extraescolares, são abordados, porém “não se realizam discussões sobre coleta e tratamento de dados” [7, P. 86].

A distância dessa obra em relação à proposta da BNCC está vinculada a alguns conteúdos ausentes e a falta da parte prática de pesquisas e análises estatísticas.

Figura 29: Exercício que trabalha o desenvolvimento da cidadania por meio da estatística

Analizando com cidadania

- No município em que você mora há congestionamento no trânsito? Com qual frequência? *Resposta pessoal.*
- Além das iniciativas apresentadas, escreva outras ações de cidadania que podemos praticar a fim de evitar os congestionamentos.
- O excesso de automóveis nas ruas também ocasiona prejuízo econômico para o país, pois enquanto estamos presos no congestionamento deixamos de produzir e gerar renda para o país. Com um colega, pesquisem mais sobre esse assunto. *Resposta pessoal.*

Veja mais i
sobre a fro
automóvei
• <http://t
(acesso em

Analizando com Matemática

- Observe o gráfico ao lado e responda às questões.
 - Como é chamado esse tipo de gráfico? *
 - Qual foi a variação aproximada da população brasileira, em milhões de habitantes, no período apresentado? **
 - Em 2007, quantos habitantes, em média, havia para cada automóvel? E em 2015? ***
 - Se a população e a frota de automóveis continuarem crescendo, em um ritmo semelhante ao do período apresentado, a quantidade de habitantes por automóvel vai diminuir ou aumentar? *diminuir*

Crescimento da população e da frota de automóveis no Brasil de 2007 a 2015



Fonte: <www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/projecao_da_populacao/2013/default_tab.shtm>. Acesso em: 15 mar. 2016.
Fonte: <www.denatran.gov.br/frota.htm>. Acesso em: 15 mar. 2016.

Fonte: SOUZA, 2016 [24, p. 143]

5.2.4 *Análise geral das coleções*

Antes que essa análise se aprofunde, vale lembrar que o livro didático é considerado um instrumento essencial para o professor do ensino médio e que comumente é a única ferramenta norteadora das aulas de matemática, por isso é tão importante que os livros didáticos sejam analisados, transformados e constantemente melhorados para que o desenvolvimento dos alunos seja satisfatório. Entretanto é importante que haja uma reflexão por parte dos educadores no sentido de compreender que o livro é apenas uma ferramenta do professor, ele não deve ter o monopólio das decisões em sala de aula e nem precisa ser integralmente seguido. De acordo com o Professor Luiz Roberto Dante, “à medida que o aluno e o professor avançam com o livro, eles o completam, suplementam, reorganizam, recriam, enfim, escrevem o seu próprio livro” [13, p. 90].

A análise mostrou que a importância dada pelos três livros aos tópicos de estatística poderia ser maior, visando atender a BNCC. São muitos temas e habilidades a serem desenvolvidas com alto grau de profundidade para desenvolver habilidades técnicas e comportamentais nos estudantes. É esperado que o aluno formado no ensino médio brasileiro analise e discuta questões relevantes da vida moderna e que isso favoreça a construção de sua cidadania. Os três livros dedicam apenas cerca de 30 páginas para estatística, essa limitação compromete seriamente os objetivos almejados pela BNCC. O livro do Dante, por exemplo, traz quase todos os conteúdos esperados, mas, talvez por falta de espaço, falha na contextualização e variedade de situações relevantes a serem estudadas.

As três coleções investigadas, entre outros temas, não apresentam os seguintes conteúdos:

- Interpretação e elaboração de relatórios com dados estatísticos para permitir tomada de decisões.
- Interpretação e construção de gráficos box-plot, para permitir tomada de decisões.
- Interpretação e construção de diagrama de ramos e folhas, para permitir tomada de decisões.

Por serem obras aprovadas pelo PNLD todas as coleções buscam apresentar bons conteúdos e em muitos aspectos conseguem, cada qual com seus pontos fortes e fracos, porém os três tópicos citados acima não aparecem em nenhuma delas e dificilmente será encontrado em outras obras do mercado. Tratam-se de assuntos que tradicionalmente não eram esperados para o ensino médio. Agora a BNCC traz essas novidades que precisam ser incluídas nos próximos livros didáticos de matemática para o ensino médio.

A maior parte dos exemplos apresentados nos livros didáticos não provocam reflexões, ficam em uma camada superficial que apenas complementam as definições. No caso dos exercícios propostos, apenas a coleção #contato Matemática é suficientemente variada e bem contextualizada com assuntos de grande interesse da vida moderna. Em geral, faltam

problemas que trabalhem a tomada de decisões, competência tão requisitada pelo mundo atual e pela BNCC.

Resumindo as deficiências encontradas nessa análise pode-se destacar os três tópicos ausentes citados que surgiram a BNCC, a falta de protagonismo da estatística em meio a tantos outros conteúdos matemáticos e o formato da abordagem estatística que poderia ser muito mais reflexiva, contextualizada, atualizada e mais propensa a desenvolver habilidades e não só fornecer conhecimentos teóricos.

É oportuno registrar que em diversas partes desse trabalho as análises e conclusões se referiram e vão se referir ao capítulo de estatística de cada livro como se fosse o próprio livro, como exemplo, *obra*, *coleção*. Esse recurso está sendo utilizado por pura praticidade textual, é bom que fique claro que as obras não foram analisadas em sua integralidade. Toda discussão exposta é sobre a abordagem da estatística na obras investigadas.

PROPOSTA DIDÁTICA – PESQUISA ESTATÍSTICA EM SALA DE AULA

Neste capítulo serão apresentadas algumas propostas de aulas sobre Planejamento e execução de pesquisas de questões relevantes do mundo contemporâneo, uma habilidade proposta pela BNCC. A ideia é que todas as atividades sejam realizadas em sala de aula, sempre pelo mesmo grupo.

6.1 ATIVIDADE 1 – PLANEJAMENTO DE UMA PESQUISA ESTATÍSTICA

Número de aulas previstas: 2

Essa atividade visa iniciar o planejamento de uma pesquisa estatística. Em grupos, os alunos precisam decidir o tipo de pesquisa a ser realizada, o tema a ser investigado, a população alvo e se o estudo será feito com a população total ou por amostragem.

6.1.1 *Etapas da Atividade:*

- 1) Revisar os conceitos de população e amostra.

Definição 6.1. *População é o conjunto de todos os elementos ou resultados sob investigação. Amostra é qualquer subconjunto da população.*[10, P. 262]

- 2) Divisão da turma em grupos.
- 3) Escolha de temas relevantes: Transporte usado, tempo no banho, tempo no celular, tempo de sono, hábitos alimentares, atividade física, etc.
- 4) Reflexão sobre o tema para estabelecimento dos objetivos do estudo.
- 5) Definição da população a ser investigada, que seja restrita a escola para que possa ser feita em aula.
- 6) Escolha do tipo de pesquisa: por amostragem ou com a população total.

6.2 ATIVIDADE 2 – PLANEJAMENTO DE UMA PESQUISA ESTATÍSTICA

Número de aulas previstas: 1

Após a realização da Atividade 1 os grupos estão prontos para refletir sobre as escolhas realizadas.

6.2.1 *Etapas da Atividade:*

- 1) O que faz o tema escolhido na atividade 1 ser merecedor de uma pesquisa estatística?
- 2) Qual o motivo do tipo de pesquisa escolhido?
- 3) Escreva algumas perguntas que a pesquisa poderia responder.

6.3 ATIVIDADE 3 – PLANEJAMENTO DE UMA PESQUISA ESTATÍSTICA

Número de aulas previstas: 2

Essa atividade busca levar os alunos a refletirem sobre a influência de questionários mal elaborados e o papel dos entrevistadores.

6.3.1 *Etapas da Atividade:*

- 1) A aula pode começar com uma discussão sobre exemplos de questionários mal elaborados utilizados em pesquisas.
- 2) Vocês já realizaram algum tipo de pesquisa? Já foram entrevistados?
- 3) Vocês acreditam que todas as pessoas são sinceras em responder as questões de um pesquisador?
- 4) De que maneira um questionário mal elaborado pode prejudicar uma pesquisa?
- 5) Destaque um ponto positivo e um negativo de um questionário com questões de múltipla escolha (alternativas).
- 6) Destaque um ponto positivo e um negativo de um questionário com questões de dissertativas.

6.4 ATIVIDADE 4 – ELABORAÇÃO DOS QUESTIONÁRIOS

Número de aulas previstas: 2 aulas

Nessa atividade cada grupo deverá elaborar seu questionário para realizar a coleta de dados.

6.4.1 *Etapas da Atividade:*

- 1) O primeiro passo é conceituar os tipos de variáveis.

Definição 6.2. *Algumas variáveis, como sexo, educação, estado civil, apresentam como possíveis realizações uma qualidade (ou atributo) do indivíduo pesquisado, ao passo que outras, como número de filhos, salário, idade, apresentam como possíveis realizações números resultantes de uma contagem ou mensuração. As variáveis do primeiro tipo são chamadas de qualitativas, e as do segundo tipo, quantitativas. [10, P. 9]*

Definição 6.3. *Dentre as variáveis qualitativas, ainda podemos fazer uma distinção entre dois tipos: variável qualitativa nominal, para a qual não existe nenhuma ordenação nas possíveis realizações, e variável qualitativa ordinal, para a qual existe uma ordem nos seus resultados. De modo análogo, as variáveis quantitativas podem sofrer uma classificação dicotômica: (a) variáveis quantitativas discretas, cujos possíveis valores formam um conjunto finito ou enumerável de números, e que resultam, frequentemente, de uma contagem, como por exemplo número de filhos (0, 1, 2, ...); (b) variáveis quantitativas contínuas, cujos possíveis valores pertencem a um intervalo de números reais e que resultam de uma mensuração, como por exemplo estatura e peso (melhor seria dizer massa) de um indivíduo. [10, P. 10]*

- 2) Escolha das variáveis a serem investigadas.
- 3) Elaboração do questionário a ser usado na pesquisa.
- 4) Troca dos questionários entre os grupos e críticas sobre perguntas mal formuladas, formato da resposta, etc.
- 5) Ajustes e finalização do questionário.

6.5 ATIVIDADE 5 – COLETA DE DADOS

Número de aulas previstas: 2

Cada grupo deve coletar os dados usando o questionário elaborado na etapa anterior. Caso algum grupo tenha como população alvo alunos de outra turma isso precisa ser programado anteriormente. Com relação aos grupos que farão as entrevistas na própria sala é preciso que haja uma organização na sala de aula na qual os grupos se alternam como pesquisadores e pesquisados.

6.6 ATIVIDADE 6 – ORGANIZAÇÃO DOS DADOS

Número de aulas previstas: 2

Nessa atividade cada grupo deverá organizar os seus dados em uma tabela.

6.6.1 *Etapas da Atividade:*

- 1) Elaboração das tabelas.
- 2) Discussão sobre dificuldades na elaboração das tabelas.
- 3) Observando os dados das tabelas o que cada grupo pode destacar?

6.7 ATIVIDADE 7 – ANÁLISE E DIVULGAÇÃO DOS DADOS

Número de aulas previstas: 2

Nessa atividade cada grupo deverá produzir um relatório sobre dados coletados e publicar seus resultados em um cartaz.

6.7.1 *Etapas da Atividade:*

- 1) Análise dos dados coletados juntamente com tabela produzida.
- 2) Produzir resultados resumidos a partir dos dados coletados e da tabela, tais como, padrões, discrepâncias, média, moda, mediana, etc.
- 3) Produção de um relatório com os principais resultados obtidos.
- 4) Produção de um cartaz com a tabela e os principais resultados da pesquisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho começou a ser planejado provocado pela grande relevância da estatística básica na vida de grande parte das pessoas, sua importância pôde ser reforçada por algumas discrepâncias verificadas em diferentes livros didáticos a cerca desse tema. Além disso, o acelerado processo de mudanças no currículo de matemática brasileiro previsto nos documentos oficiais dos últimos anos e o surgimento da BNCC confirmaram a necessidade de se investigar a maneira de se ensinar estatística nos livros didáticos de matemática do ensino médio.

A revisão bibliográfica passou por diversos trabalhos com o mesmo tema, alguns deles incentivando novas análises sobre o mesmo assunto. Trata-se de que esse tipo de pesquisa *Análise de Livro didático*, em geral, não é conclusivo por vários motivos. Essa pesquisa buscou contribuir com um novo olhar para o tema por meio de uma metodologia própria, com uma pesquisa profunda nos documentos governamentais e com uma atualização fundamental sobre o assunto.

A revisão da literatura mostrou como a estatística foi ganhando espaço na matemática ao longo da história, ficou claro que o ensino de estatística no ensino médio merece grande destaque.

A Lei de Diretrizes e Bases anuncia funções da educação básica que envolvem o ensino de estatística. O cidadão oriundo do ensino médio precisa estar preparado para o mercado de trabalho, para dar prosseguimento nos estudos e para exercer ativamente sua cidadania.

Os PCN do ensino médio reforçavam esse prenúncio da LDB e davam mais detalhes sobre o ensino de estatística, as competências e habilidades do PCN ligadas a estatística explicitavam que esse tema deve ser desenvolvido com amplitude, certa profundidade e boa aplicabilidade. Desde a publicação dos PCN já era esperado que o ensino de estatística fosse trabalhado de forma contextualizada e que pudesse desenvolver habilidades ligadas a interpretação da realidade e tomada de decisão.

A BNCC, atualizando o papel da estatística na sociedade brasileira, corrobora os objetivos dos PCN, amplia a importância desse tema no ensino médio e ainda traz novas demandas. Além de propor que sejam desenvolvidas habilidades que preparem o estudante para desempenhar plenamente seu papel de cidadão, que essas habilidades sejam bem contextualizadas e perpassem situações reais e contemporâneas; a BNCC propõe, por exemplo, que gráficos de box-plot e diagrama de ramos e folhas sejam trabalhados no ensino médio.

Esta pesquisa investigou três livros didáticos de grande aceitação nas escolas, editados entre 2015 e 2017, livros aprovados pelo PNLD 2018 para serem usados em 2018, 2019 e 2020. Obviamente esses três livros não podem representar, categoricamente, todos os

livros didáticos usados no ensino médio brasileiro, dada a multiplicidade de sistemas de ensino e a quantidade de livros existentes no Brasil. Entretanto, todos sabem que os livros didáticos do ensino médio do Brasil, costumeiramente, seguem os mesmos eixos norteadores, ainda mais depois dos PCN. De qualquer forma essa análise vem complementar outras pesquisas publicadas e consegue fornecer bons direcionamentos para quem se interessar pelo assunto.

Com base nos dados analisados, o livro *Contexto Aplicações do Professor Dante* é o mais completo e bem organizado didaticamente. Não é suficientemente bem contextualizado e provocador de boas reflexões, mas atinge esses aspectos em certa medida.

A obra do Professor Manuel Paiva é muito cuidadosa com os conceitos e definições estatísticas, porém não tem o mesmo cuidado com as contextualizações que são superficiais e escassas. Nota-se que para atender os PCN já demandava de melhorias, agora com a BNCC precisará mudar muito para se adequar às novas expectativas.

Em contraposição ao que se vê na obra do Paiva, no livro *Matemática da editora FTD* as contextualizações são muito bem exploradas e de acordo com o Guia PNL D 2018 o rigor matemático é secundário. Essa obra privilegia a cidadania, trata de vários assuntos relevantes do mundo moderno, tais como, desmatamento, poluição, pirâmide etária.

Os trabalhos e os documentos oficiais consultados mostraram que há algum tempo os livros didáticos estão longe de dar a devida importância para o ensino de estatística necessário para os dias atuais. As três obras investigadas tentam tratar uma grande área da matemática repleta de peculiaridades e aplicações com pouco mais de 30 páginas.

Além do gráfico de box-plot e do diagrama de ramos e folhas, as obras não trabalham a elaboração e escrita de relatórios estatísticos, pouco falam sobre produção de pesquisas e nem tentam desenvolver, de modo prático, pesquisas sobre temáticas importantes para o cidadão. Outra ausência significativa constatada nos livros são os problemas relacionados a tomada de decisões, parte de grande aplicabilidade no mundo contemporâneo e esperada pelos PCN e pela BNCC.

Esta pesquisa explicitou que alguns autores e a BNCC consideram a Estatística importante para formar cidadãos críticos e capazes de enfrentar a realidade do mundo e por isso merece exercer certo protagonismo na matemática do ensino básico, nas aulas do ensino médio e, portanto, nos livros didáticos de matemática dessa etapa da educação.

Assim como quase todas as análises de livro didático, esta pesquisa não tem a pretensão de ser taxativa com generalizações sobre os livros didáticos brasileiros. Fica colocado aqui mais uma contribuição para o tema e a sugestão para que outros trabalhos sejam produzidos para que a discussão seja aprofundada e complementada. Por exemplo, a secretária de educação do estado de São Paulo tem um material didático próprio (*Caderno do aluno e Caderno do Professor*) que poderia ser investigado. A estatística tem um amplo espaço a ser ocupado no currículo de matemática escolar e é latente que esse avanço precisa acontecer.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] AZEVEDO, I. F. A Estatística no ensino médio: Preparando Alunos do 1º e 2º Ano para uma melhor visão da estatística.

www.uvanet.br/pibid/documentos/expandido/matematica/mat_italandia.pdf

- [2] BATANERO, C., OTTAVIANI, G. & TRURAN, J. Investigacion en educacion estadística: Algunas cuestiones prioritárias. Statistical Education Research Newsletter, Nº 2, Vol 1, 2000.

www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Investiga.pdf

- [3] BERLINGOFF, W. P.; GOUVÊA, F.Q. A Matemática Através dos Tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas. São Paulo:2008.

- [4] BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

- [5] BRASIL. Planalto do. Constituição federal do brasil. Brasília: 2019.

www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/ConstituicaoCompilado.htm

- [6] BRASIL, MEC/SEB/FNDED. Obras Didáticas - Guia Digital PNLD2020. Brasília: PNLD - 2020. Matemática.

https://pnld.nees.com.br/assets-pnld/guias/Guia_pnld_2020_pnld2020-matematica.pdf

- [7] BRASIL, MEC/SEB/FNDED. Guia PNLD 2018. Brasília: 2017. Matemática.

www.fnede.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/guia-do-livro-didatico/item/11148-guia-pnld-2018

- [8] BRASIL, Ministério da Educação. Orientações curriculares para o ensino médio. Volume 2 – Brasília: 2006

http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf

- [9] BRASIL, Ministério da Educação. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: 2004
<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>
- [10] BUSSAB, Wilton de O.; MORETTIN, Pedro A . Estatística básica. São Paulo: Saraiva, 2002.
- [11] CORDANI, Lisbeth K. Oficina Estatística para todos, SBM, 2004.
- [12] COUTINHO, Silva. A estatística nos livros didáticos de ensino médio, 2015.
<https://revistas.pucsp.br/emd/article/view/26219>
- [13] DANTE, L. Roberto. Livro Didático de Matemática: Uso ou Abuso? In: Em aberto. Brasília, 1996, 52–58.
- [14] DANTE, L. Roberto. Matemática - Contexto & Aplicações. São Paulo, Ática, 2017.
- [15] FEDERAL, Senado. Coordenação de Edições Técnicas. Lei de diretrizes e bases da educação nacional. – 2. ed. – Brasília: 2018
www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/544283/lei_de_diretrizes_e_bases_2ed.pdf
- [16] FREIRE, P. Pedagogia do Oprimido. 50 ed. São Paulo: Paz e Terra, 2011.
- [17] JUNIOR, Hélio, Rosetti. Educação Estatística no ensino básico: uma exigência do mundo do trabalho, 2006
<http://professor.pucgoias.edu.br/SiteDocente/admin/arquivosUpload/3201/material/IMPORTANCIA20DA%20ESTATISTICA.pdf>
- [18] LOPES, C. E. O ensino da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica e a Formação dos Professores, Cad. Cedes, vol. 28, n. 74, Campinas, 2008, 57–73.
www.researchgate.net/profile/Celi_Lopes/publication/262707302_The_teaching_of_statistics_and_probability_at_elementary_schools_and_teacher_education/links/53f34be30cf2da8797446016.pdf
- [19] MEC, Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília, 2000.
<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>
- [20] PAIVA, Manuel. Matemática Paiva, Moderna, 2015.
- [21] POMPEU, José Maria. Breve História da Estatística, Embrapa, 2004.
- [22] SAMPAIO, Nilo Antonio de Souza; DANELON, Maria Cristina Tavares de Moraes. Aplicações da Estatística nas Ciências, 2015.
www.aedb.br/wp-content/uploads/2015/05/64.pdf

- [23] SOUSA, Natália Gonçalves de. Estatística e Probabilidade no ensino médio, Florestal, MG, 2018.

www.locus.ufv.br/bitstream/handle/123456789/24563/texto%20completo.pdf?sequence=1&isAllowed=y

- [24] SOUZA, Joamir; GARCIA, Jacqueline. Contato Matemática, FTD, 2016.
- [25] OLIVEIRA, Paulo Iorque Freitas de. A estatística e a probabilidade nos livros didáticos de matemática do ensino médio. Porto Alegre: 2006.

APÊNDICE: ALGUMAS DEFINIÇÕES DA ESTATÍSTICA

As definições a seguir foram baseadas nos textos da obra Estatística Básica de BUSSAB e MORETTIN [10].

Definição .1. *População* é o conjunto de todos os elementos ou resultados sob investigação.

Definição .2. *Amostra* é qualquer subconjunto da população

Definição .3. As *variáveis quantitativas* apresentam como possíveis realizações números resultantes de uma contagem ou mensuração, tais como, como número de filhos, salário, idade, altura etc.

Definição .4. As variáveis quantitativas podem ser classificadas como:

- *quantitativas discretas*, cujos possíveis valores formam um conjunto finito ou enumerável de números que resultam, frequentemente, de uma contagem.
- *quantitativas contínuas*, cujos possíveis valores pertencem a um intervalo de números reais e que resultam de uma mensuração.

Definição .5. As variáveis qualitativas podem ser classificadas como:

- *qualitativa nominal*, para a qual não existe nenhuma ordenação nas possíveis realizações.
- *qualitativa ordinal*, para a qual existe uma ordem nos seus resultados.

Definição .6. O *histograma* é um gráfico de barras contíguas com as bases proporcionais aos intervalos de classe e a área de cada retângulo proporcional à respectiva frequência do evento estudado.

Definição .7. O diagrama de *ramos e folhas* é um procedimento alternativo para resumir um conjunto de valores, com o objetivo de se obter uma ideia da forma de sua distribuição. Uma vantagem deste diagrama sobre o histograma é que não se perde (ou se perde pouca) informação sobre os dados em si.

Definição .8. O *box-plot* é diagrama formado, basicamente, por um retângulo e alguns traços. Ele dá uma ideia da posição, dispersão, assimetria, caudas e dados discrepantes.

Definição .9. A *moda* é definida como a realização mais frequente do conjunto de valores observados. Por exemplo, na distribuição: 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6; a moda é o número 2. Em alguns casos, pode haver mais de uma moda, ou seja, a distribuição dos valores pode ser bimodal, trimodal etc.

Definição .10. A **média aritmética** é a soma das observações dividida pelo número delas. Assim, a média aritmética de 3, 4, 7, 8 e 8 é $(3 + 4 + 7 + 8 + 8)/5 = 6$.

Definição .11. A **mediana** é a realização que ocupa a posição central da série de observações, quando estão ordenadas em ordem crescente ou decrescente. Assim, se as cinco observações de uma variável forem 3, 4, 7, 8 e 8, a mediana é o valor 7, correspondendo à terceira observação. Quando o número de observações for par, usa-se como mediana a média aritmética das duas observações centrais.

Definição .12. A **amplitude** de uma amostra é uma medida de dispersão bem simples, ela indica a variabilidade do conjunto de dados. Pode ser calculada pela diferença entre o maior e o menor valor observado.

Definição .13. A **variância** mede a dispersão de uma variável, ela passa uma ideia da distância dos valores da amostra (ou população) em relação a média aritmética. Para calcular a variância considera-se os desvios (diferença) dos valores em relação a média aritmética. E, então, a variância é determinada pela média dos quadrados dos desvios encontrados.

Definição .14. O **desvio padrão** é a raiz quadrada da variância. Ele é importante porque expressa a dispersão do conjunto de dados na mesma unidade dos valores observados na pesquisa.