UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
CAMPUS DE TRÊS LAGOAS
PROFMAT

O uso da lógica matemática para interpretação e resolução de problemas

Vanessa de Freitas Travello

Orientador

Prof. Dr. Antonio Carlos Tamarozzi

Três Lagoas – MS

2020

Vanessa de Freitas Travello

O uso da lógica matemática para interpretação e resolução de problemas

Dissertação apresentado a Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, como parte das exigências para a obtenção do título de mestre.

Prof. Dr. Antonio Carlos Tamarozzi

Três Lagoas – MS

2020

Serviço Público Federal
Ministério da Educação
Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

UFMS

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

Pólo de Três Lagoas

O uso da lógica matemática para interpretação e resolução de problemas

por

VANESSA DE FREITAS TRAVELLO

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campus de Três Lagoas, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Banca examinadora:

Prof. Dr. Antonio Carlos Tamarozzi (Orientador)
UFMS/CPTL

Prof. Dr. Fernando Pereira de Souza
UFMS/CPTL

Prof. Dr. Rangel Ferreira do Nascimento
UFMS/CPTL

Agradecimento

Agradeço primeiramente a Deus por toda saúde e superação das dificuldades durante o curso, também pelos bons momentos presenteados para toda a turma. A minha família, que em todos os momentos me apoiaram e que ao longo de minha formação, graduação e mestrado, sempre me incentivaram nos momentos de fraqueza e serviram de alento nos momentos difíceis.

A todos os meus amigos e colegas que estiveram sempre ao meu lado e fizeram com que os dias passassem de forma mais feliz. Em especial aos meus amigos Lucas, JP, Juliano, Thayná, Celson e Elivelton, o caminho ficaria muito mais difícil sem eles.

Ao Professor Antonio Carlos Tamarozzi, meu orientador de graduação, mestrado e vida. Certamente eu não teria conseguido estar aqui sem o amor, carinho e motivação dele. A você, minha eterna gratidão. E também a todos os professores que contribuíram para esta realização na minha vida, em especial aos Professores Fernando Pereira e Eugenia Brunilda.

Agradeço a escola na qual apliquei o trabalho e também as minhas turmas do primeiro ano A, B e C do curso técnico de Administração. E a todas as pessoas que de certa forma contribuíram para que este trabalho fosse concluído.

A Deus que me sustentou e inspirou em todo o meu caminho, possibilitando todas as minhas conquistas profissionais, acadêmicas e pessoais, sem o qual não faria sentido nenhuma dessas façanhas.

Resumo

Neste trabalho estudamos como a lógica pode ser inserida como um método de aprendizagem no ensino básico através de problemas que enfatizam o raciocínio e cujas resoluções valorizam diferentes formas de abordagens. O trabalho foi motivado a partir de uma experiência desenvolvida no Centro Estadual de Educação Profissional Professora Maria de Lourdes Widal Roma, onde adotamos uma metodologia diferenciada com problemas que envolvem o uso do raciocínio lógico. A lógica proposital constitui a base para o desenvolvimento da matemática, pois fornece a linguagem para a expressão de ideias e resultados, por outro lado sua utilização em situações pode ser evidenciada.

Palavras chave: Lógica proposicional; Raciocínio lógico; Resolução de problemas.

Abstract

In this work we study how logic can be inserted as a learning method in basic education through problems that emphasize reasoning and whose resolutions value different forms of approaches. The work was motivated by an experience developed at the Centro Estadual de Educação Profissional Professora Maria de Lourdes Widal Roma, where we adopted a different methodology with problems involving the use of logical reasoning. Purposeful logic forms the basis for the development of mathematics, as it provides the language for the expression of ideas and results, on the other hand its use in situations can be evidenced.

Keywords: propositional logic; Logical reasoning; Problem solving.

Lista de Tabelas

Lista de Figuras

Sumário

Introdução

No ano de 2015, durante a minha graduação no curso de licenciatura em matemática, pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - campus de Três Lagoas/MS, tive a grande oportunidade de conhecer Paulo Ribenboim, Matemático brasileiro especialista em teoria dos números, que me disse uma frase que marcou toda a minha jornada: “A teoria dos números não deve ser estudada, mas construída”, ouvindo tais palavras pensei que, quase sempre quando se estuda Matemática traça-se um caminho técnico: definição/ exercício/ solução e neste percurso, raramente paramos para construir o conhecimento, nos importando apenas com os cuidados que as pessoas que formularam aquela teoria tiveram ou então no seu objetivo final.

Tomei esta orientação não apenas em relação aos estudos, mas também como norteadora na minha vida e, procuro enfatizar aos meus alunos, a assumirem uma postura ativa e reflexiva diante dos desafios impostos pelos estudos. Assegurando-lhes que vão ser fortalecidos para transporem muitos outros obstáculos em situações dentro e fora dos conteúdos escolares.

As atividades e resultados que estão no presente trabalho foram obtidos no ano de 2019 com alunos do primeiro ano do ensino médio, na disciplina de estudo orientado, do Centro Estadual de Educação Profissional Professora Maria de Lourdes Widal Roma, situada na cidade de Campo Grande / MS. A ideia de trabalhar com a lógica matemática surgiu no inicio do ano letivo de 2019, em uma conversa com alguns professores durante a aula de planejamento (as aulas de planejamento equivalem a um terço da carga horaria do professor destinadas a planejamento de aulas, correção de atividades), discutíamos estratégias para enfrentar a defasagem dos alunos na interpretação de textos, enunciados e de raciocínio lógico, sendo que era notório a dificuldade dos mesmos para pensarem fora da lógica comum, contrariando totalmente o objetivo e princípio do novo ensino médio proposto pelo governo federal. Com esta equipe multidisciplinar, as discussões foram encaminhadas no sentido de cada disciplina desenvolver estratégias para contribuir na formação de alunos com visão crítica, para absorverem satisfatoriamente o conhecimento estudado, mas também serem sujeitos ativos e participantes na construção do mesmo.

O desafio de implementar as ideias discutidas pela equipe certamente pesou bastante nas aulas estudo orientado, em geral encaradas como difíceis e desinteressantes pela maioria dos alunos. No sentido de deixa-las mais dinâmicas, selecionamos uma série de problemas e desafios que poderiam ir de encontro ao objetivo almejado. As atividades apresentadas produziram um efeito positivo em relação ao interesse e participação dos alunos. Aproveitando a situação favorável resolvemos introduzir nas atividades conceitos da lógica proposicional, inicialmente de forma clássica como normalmente esta teoria se desenvolve: definição de proposição, principais conectivos lógicos e tabelas-verdade. Nossos esforços concentraram-se em explorar algumas situações cotidianas em que os princípios da lógica estudados fossem inseridos e que os estudantes pudessem visualizar a aplicabilidade.

Na apresentação do projeto e o inicio das aulas teóricas foi observado que os estudantes estavam com muito receio de como seria as atividades no decorrer do ano letivo, e muitos acreditavam que nem seriam capazes, sendo que mais de uma pessoa chegou a dizer “Eu não sei pensar”. Estes confrontos exigiram um atendimento individualizado que possibilitou mostrar aos mesmos que é possível desenvolverem um raciocínio adequado para ultrapassar as barreiras impostas pelo problema proposto. E como é gratificante enxergar o brilho no olhar quando a pessoa percebe que realmente é capaz de realizar abstrações suficientes para analisar e obter a solução requerida.

Ao longo do trabalho apresentamos o artigo do professor Ernesto Rosa Neto que aborda de maneira divertida como o emprego equivocado da lógica surge em situações corriqueiras, dificultando a compreensão exata do que se está sendo discutido ou transmitido. Com efeito, este analfabetismo lógico tem um peso significativo para a formação cidadã completa e não está restrita às pessoas que vão seguir carreira na área de ciências exatas.

A estrutura deste trabalho está dividida da seguinte forma: No primeiro capítulo, intitulado “O estudante como protagonista de seu conhecimento" foi apresentado de forma sucinta como funciona o pensamento e a memória do ser humano, que para algo ser objeto de conhecimento pelo individuo é preciso ser trabalhado os cinco sentidos: audição; olfato; paladar; tato e visão, para assim fazer sentido/razão e ser compreendido como importante. Apresentaremos um breve resumo sobre a BNCC, Base Nacional Comum Curricular, e a proposta do novo ensino médio. Por fim apresenta um pouco como veio à ideia do projeto e qual foi sua importância para aquelas turmas dos primeiros anos do ensino médio e o cronograma das atividades realizadas.

No segundo capítulo, com o título “O que é lógica?” estudamos os princípios básicos relativos à lógica proposicional e exploramos atividades que desenvolvem interpretações do uso de conectivos lógicos.

No terceiro capítulo, intitulado “Reaprendendo a ler” apresentaremos detalhadamente como se desenvolveu cada atividade proposta, com comentários e métodos propostos pelos próprios estudantes de como poderiam ser solucionados tais problemas e enigmas.

Capítulo 1 - O estudante como o protagonista do conhecimento

Antes de entrar no conceito de lógica matemática, vamos entender como funciona a organização do pensamento humano, que podemos admitir ser consequência da necessidade do conhecimento.

1.1 O pensamento

Segundo Aristóteles (384 a.C. - 322 a.C.), a vontade de conhecer é inerente ao homem, pois dizia que o homem começou a pensar diante da admiração das maravilhas do universo em que está inserido, porém Nicolai Hartmann (1882 - 1950), filósofo contemporâneo acredita que o conhecer é consequência da necessidade de sobrevivência individual. Fora o conhecimento inato (o conhecimento de um indivíduo, uma característica inata, ou seja, que nasce com ele), tudo é apreendido. O conhecimento humano está na relação sujeito-objeto.

Segundo (AURÉLIO, 2002), CONCEITO - é aquilo que a mente concebe ou entende uma ideia ou noção, representação geral e abstrata de uma realidade. Pode ser também definido como uma unidade semântica, um símbolo mental ou uma "unidade de conhecimento".

Segundo (AURÉLIO, 2002), JUÍZO - Permite julgar, avaliar com correção, discernimento, bom senso; capacidade de ponderação; equilíbrio mental. Através do juízo, damos o valor lógico de uma proposição.

Como uma proposição é uma frase afirmativa ou declarativa, conhecendo o conceito usado na afirmação, podemos afirmar se a mesma é verdadeira ou falsa.

Segundo o (AURÉLIO, 2002), RACIOCÍNIO - É a conclusão que se tira de uma combinação de juízos.

Na matemática, a estrutura de formação das teorias, partem de conceitos primitivos, definições e axiomas já comprovados, para mostrar ou demonstrar propriedades, teoremas, lemas, entre outros. Pois, assim como devemos comprovar cada afirmação que fazemos para termos credibilidade das outras pessoas, na aprendizagem também fazemos o mesmo, porque a estrutura do nosso pensamento é a mesma.

Desta forma, o processo de formação dos conceitos pode ser assim esquematizado:

$$\text{Objeto} \rightarrow \text{Sentidos: } \begin{pmatrix} visão \\ audição \\ olfato \\ paladar \\ tato \end{pmatrix} \rightarrow \text{Mente: } \begin{pmatrix} razão \\ intuição \\ memória \end{pmatrix} \rightarrow \text{Ideia.}$$

1.2 Base Nacional Comum Curricular - BNCC

O novo currículo defende a aplicação dos conhecimentos na vida real, a importância do contexto para dar sentido ao que se aprende e o protagonismo do estudante, tanto em sua aprendizagem como na construção de seu projeto de vida. O protagonismo pode ser entendido como a capacidade de enxergar-se como agente principal da própria vida.

O projeto desenvolvido em todo ano letivo de 2019, na disciplina de estudo orientado, está de acordo com a BNCC, foi buscado o protagonismo do estudante, trabalhando de forma colaborativa, participativa e criativa.

A BNCC é uma resolução com força de lei, homologada em 20 de dezembro de 2017, apesar de ser um documento novo já estava presente em outros documentos oficiais da educação. A Base não é um currículo, mas sim um norteador político de estado, ou seja, cada estado tem a autonomia para trabalhar em cima da BNCC, que deverá ser implantada em toda rede de ensino pública e privada até 2022.

Para entendermos melhor o que é a BNCC e seus objetivos transcrevemos os trechos seguintes que foram retirados do portal do ministério da educação:

- Desenvolvimento competências e habilidades, por meio dos conteúdos escolares organizados em unidades temáticas.
- Formar o aluno de forma integral, respeitando as diversidades e necessidades específicas sejam elas: individuais, regionais, entre outras.

- Garantir a todas as crianças e jovens de todo território brasileiro, estudantes de escolas públicas e privadas, direitos iguais de aprendizagem e desenvolvimento.
- Garantir continuidade, progressão, integração e sistematização dos conhecimentos e habilidades ao longo dos segmentos do ensino básico.
- A formação e desenvolvimento humano global para construção de sociedade mais justa, ética, democrática, responsável, inclusiva, sustentável e solidária.

Ainda hoje a escola apresenta um ensino conteudista, separado por disciplinas independentes, baseado principalmente na transmissão de conteúdos professor para os estudantes, tal método já está ultrapassado. O mundo se transformou profundamente nas últimas décadas e agora a educação precisa acompanhar essas mudanças para cumprir seu papel na sociedade.

(Cury, 2007), [4] enfatiza que "[...] que a velocidade dos pensamentos dos jovens há um século era bem menor do que a atual, e por isso o modelo de educação do passado, embora não fosse ideal, funcionava. Precisamos de um novo modelo de educação".

A necessidade dessa mudança fica bem evidente quando fazemos os seguintes questionamentos:

1. Quem é o adolescente do século *XXI*?
2. Como são nossos alunos hoje?
3. Quais são os nossos maiores desafios dentro da sala de aula?
4. Qual a educação que precisamos oferecer aos nossos alunos de hoje?

1.3 BNCC e o novo ensino médio

Assim como a BCNN para educação infantil e o ensino fundamental, a Base Nacional. Comum Curricular para o ensino médio também será orientada por Competências. Com o objetivo de consolidar, aprofundar e ampliar a formação iniciada no ensino fundamental, como a capacidade de relacionar teoria com a prática e elaborar seu projeto de vida de acordo com seus objetivos e metas.

Figura 1: AS 10 competências da BNCC
Fonte: http://inep80anos.inep.gov.br/inep80anos/futuro/novascompetencias-da-base-nacional-comum-curricular-bncc/79. (Acessado em 05 de jan. de 2020)

A BNCC no ensino médio ainda está em formação, assim existem diversas questões sobre como será para professores, diretores e estudantes. Segue abaixo algumas perguntas frequentes sobre o novo currículo e suas respectivas respostas que podem ser encontradas no (MEC).

1. O que é o Novo Ensino Médio?

A Lei no 13.415/2017 alterou a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional e estabeleceu uma mudança na estrutura do ensino médio, ampliando o tempo mínimo do estudante na escola de 800 horas para 1.000 horas anuais (até 2022) e definindo uma nova organização curricular, mais flexível, que contemple uma Base Nacional Comum Curricular e a oferta de diferentes possibilidades de escolhas aos estudantes, os itinerários formativos, com foco nas áreas de conhecimento e na formação técnica e profissional. A mudança tem como objetivos garantir a oferta de educação de qualidade á todos os jovens brasileiros e de aproximar as escolas á realidade dos estudantes de hoje, considerando as novas demandas e complexidades do mundo do trabalho e da vida em sociedade.

2. E o que são os itinerários formativos?

Os itinerários formativos são o conjunto de disciplinas, projetos, oficinas, núcleos de estudo, entre outras situações de trabalho, que os estudantes poderão escolher no ensino médio. Os itinerários formativos podem se aprofundar nos conhecimentos de uma área do conhecimento (Matemáticas e suas Tecnologias, Linguagens e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Ciências Humanas e Sociais Aplicadas) e da formação técnica e profissional (FTP) ou mesmo nos conhecimentos de duas ou mais áreas e da FTP. As redes de ensino terão autonomia para definir quais os itinerários formativos irão ofertar, considerando um processo que envolva a participação de toda a comunidade escolar.

3. O Novo Ensino Médio exclui disciplinas dos currículos?

Não. Pelo contrário, a proposta atual da BNCC, aprovada pelo Conselho Nacional de Educação (CNE), mobiliza conhecimentos de todos os componentes curriculares em suas competências e habilidades e, portanto, torna seu desenvolvimento obrigatório. Os currículos de referência das redes e os Projetos Pedagógicos das escolas que irão definir a organização e a forma de ensino dos conteúdos e conhecimentos de cada um desses componentes, considerando as particularidades e características de cada região.

4. Como será a formação de professores?

A formação de professores para atuar na educação básica, conforme disposto na LDB, lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, será realizada em nível superior, em curso de licenciatura plena, admitida, como formação mínima para o exercício do magistério na educação infantil e nos cinco primeiros anos do ensino fundamental, a formação em nível médio, na modalidade normal (LDB, Art. 62). Os profissionais graduados que tenham feito complementação pedagógica também podem atuar na educação básica, conforme disposto pelo Conselho Nacional de Educação (Art. 61, V).

No estado de Mato Grosso do Sul, os professores já estão recebendo formações sobre o novo ensino médio e o governo do estado está com parceria com o instituto Ayrton Senna para auxiliar em formações para os professores da rede pública de ensino.

1.4 Inspiração

A diversidade de estudantes atualmente atendidos no ensino básico, associada a pluralidade de experiências adquiridas, exigem o ensino seja com um maior dinamismo, capaz despertar o interesse e incentivar o progresso na ciência. Neste sentido, foram exploradas e discutidas ações que promovam o ensino inovador, destacando abordagens que valorizam o lúdico, a criatividade e o vínculo com a prática diária dos estudantes.

Conforme a obra de (NOT, 1993), [9], “(...) toda atividade requer um dinamismo, uma dinâmica, que se define por dois conceitos: o de energia e de direção".

O método desenvolvido neste trabalho aponta para o desafio de buscar estratégias de apresentação de conteúdos matemáticos, associados com desafios interativos, com recurso rico em estímulos áudio e visuais, para motivar o aluno em direção á busca pelo aprendizado, ou seja, a uma apresentação não meramente conteudista, mas de maneira lúdica que normalmente motiva o aluno que se sente participante e comprometido com as regras para chegar á solução das atividades propostas, onde ele pode realizar ações concretas, observar os resultados de suas ações e refletir sobre os erros para propor novas soluções.

E foi assim durante aquela conversa na sala dos professores que surgiu a ideia de eu como professora de estudo orientado, formada em licenciatura em matemática, pensei como poderia trabalhar a lógica da matemática, aplicando em conceitos e conteúdos pertinente a disciplina de estudo orientado. Dessa forma foi pensando em um projeto para trabalhar como a lógica matemática poderia auxiliar na interpretação e atividades que envolveriam um pensamento mais crítico, rápido e criativo.

A tabela a seguir demonstra como foi dividida a elaboração do projeto e a aplicação das atividades.

	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Elaboração do projeto				X	X	X						
A lógica matemática						X						
Atividade teórica						X						
Reaprendendo a ler						X	X					
Atividade I: A lógica simbólica								X				
Atividade II: Resolução de enigmas										X		
Atividade III: Solução de problemas											X	

Tabela 1: Cronograma
Fonte: Elaborada pela autora

Como podemos observar na tabela o projeto não ocorreu de maneira linear, pois existe o PPP, projeto politico pedagógico da escola, que já segue o seu calendário de projetos e atividades anuais, dessa forma o projeto foi diversas vezes interrompido, além disso, o mês de setembro as aulas de estudo orientado foram integralmente disponibilizada para ações ao combate a depressão e suicídio.

Lembrando que as atividades foram realizadas em grupos, para discussão e resolução da atividade proposta e assim cada grupo chegaria a um raciocínio. Foi deixado claro aos estudantes que as atividades propostas não seriam analisadas simplesmente como correta ou incorreta, mas o pensamento e o argumento para chegar ao resultado apresentado (forma de texto ou calculo como chegou ao raciocínio final).

O projeto foi realizado em duas frentes, a primeira com aulas apresentando a parte teórica, visto que os estudantes não tinham nenhum conhecimento prévio sobre o assunto, iniciamos com a lógica matemática aplicada na linguagem, apresentando a importância de alguns conceitos essenciais.

Capítulo 2 - O que é a lógica?

Coerência, congruência, fundamento, sentido, nexo, racionalidade, razão, raciocínio, método, logicidade e dialética, esses são alguns dos sinônimos encontrados para a palavra conhecida por lógica.

O que de fato significa a palavra "lógica"? Pelo dicionário (AURÉLIO, 2002), a lógica é a parte da filosofia que trata das formas do pensamento em geral (dedução, indução, hipótese, inferência) e das operações intelectuais que visam á determinação do que é verdadeiro ou não.

A lógica é um campo de estudo da Filosofia que se dedica a entender as relações linguísticas que tornam uma proposição válida ou inválida no interior de um argumento.

Aristóteles definiu o ser humano como o animal dotado da palavra "logos", ele quis dizer que somente nós conseguimos realizar um processo de abstração do mundo físico por meio da linguagem. A linguagem possibilita-nos a comunicação, o pensamento abstrato, a nomeação de coisas e objetos, o estudo científico, a criação das artes e toda a organização social e política de nosso mundo. Porém a lógica como um entendimento e organização racional das formas também se dedica a estabelecer os nexos causais dentro da matemática, ou seja, para que um resultado de um cálculo matemático esteja correto, o matemático ou a máquina que realiza a operação devem obedecer a um padrão formal que respeita as regras racionais, adentrando, assim, no âmbito da lógica matemática.

Aristóteles foi o primeiro filósofo da história a tentar entender e estabelecer de maneira clara os fundamentos da lógica linguística, deixando para a posteridade um conjunto de escritos conhecidos como lógica aristotélica ou lógica clássica.

2.1 Para que estudar lógica?

Infelizmente, o estudo da lógica é dispensado no currículo moderno, ficando a responsabilidade de estudo apenas para pessoas que trabalham com matemática, filosofia, e a ciência da computação, no entanto, esta análise de argumentos e raciocínio é importante para profissionais de todas as áreas.

Quando as habilidades sociais são consideradas mais importantes que as habilidades de pensamento, facilita-se a criação de pessoas que não aprendem a pensar por si mesmas.

Podemos mencionar duas características marcantes da lógica no desenvolvimento do pensamento humano:

1. Desafiadora: Estudar lógica simbólica é quase como montar um quebra cabeça, você deve analisar e reordená-lo para que faça sentido. De início as conexões podem não ser tão simples, dessa forma devemos exercitar a mente para conseguir encontrar os encaixes corretos de maneira simples e prática.

Esta capacidade utilizamos também no nosso cotidiano ao depararmos com problemas que exigem pensamento veloz para encontrar uma solução. A pressão e o fato de não saber o que deu errado podem complicar a resolução de certas situações, mas com a prática frequente, a análise de fatos aparentemente isolados e suas possíveis relações, como propõe a lógica, podem levar à velocidade no raciocínio.

2. Necessária: Embora a argumentação seja atribuída a advogados e publicitários, esta habilidade diz respeito a todas as profissões e não se restringe ao ambiente profissional. Discutir e argumentar faz parte do debate sobre qualquer questão, pode ser usada desde uma entrevista de emprego a uma simples discussão com a família sobre futebol ou política. As pessoas que utilizam princípios da lógica tem mais prática para formular argumentos e serão capazes de defendê-los.

2.2 A lógica proposicional

Nesta seção estudaremos aspectos teóricos da lógica proposicional.

Definição 2.1. Uma proposição é uma sentença declarativa que expressa um pensamento com um sentido completo, no qual é possível atribuir um valor lógico, verdadeiro ou falso.

Por exemplo:

1. $\sqrt{2}$ não é um número racional;

2. Machado de Assis escreveu a “Divina comédia”;

3. Um hexágono possui seis lados;

4. 2 é o único par primo

A lógica proposicional segue dois princípios básicos:

Princípio da Não Contradição: nenhuma proposição é verdadeira e falsa ao mesmo tempo (“Vou ao cinema” ou “Não vou ao cinema”, nunca ambos)

Princípio do Terceiro Excluído: a proposição só pode ser verdadeira ou falsa, não existindo possibilidade de uma terceira opção.

Observação 2.1. Qualquer sentença que não puder receber a atribuição de verdadeira ou falsa não é uma proposição. Sentenças interrogativas, exclamativas e imperativas não são proposições, pois não é possível dizer se são verdadeiras ou falsas.

Exemplos de sentenças que não são proposições:

1. Como foi a aula?

2. Limpe a cozinha.

Definição 2.2. Proposição composta é formada pela combinação de duas ou mais proposições, por exemplo: O céu é azul e as nuvens são brancas.

A obtenção de proposições compostas se dá pelo uso de conectivos lógicos como veremos a seguir.

2.2.1. Conectivos

As proposições simples que formam uma proposição composta são ligadas por elementos que são chamados de conectivos. Além disso, também podemos utilizar conectivos para modificar uma proposição.

Tipos de conectivos

- $\sim$ (negação);
- $\wedge$ (conectivo “e”);
- $\vee$ (conectivo “ou”);

- $\longrightarrow$ (conectivo “implica”)
- $\longleftrightarrow$(conectivo “se, e somente se”).

Operações lógicas

As modificações produzidas em proposições por meio dos conectivos lógicos são também chamadas de operações lógicas.

As operações lógicas fundamentais são: negação, conjunção, disjunção, condicional e bicondicional e compõem as regras do chamado cálculo proposicional.

1. **Negação:** Esta operação representa o valor lógico oposto de uma dada proposição.

Usaremos como notação: $\sim$.

a. p: Hoje está chovendo.

$\sim p$: Hoje não está chovendo.

b. p: Hoje não está calor.

$\sim p$: Hoje está calor.

2. **Conjunção:** A conjunção é utilizada quando entre as proposições existe o conectivo “e”. Esta operação será verdadeira quando todas as proposições forem verdadeiras. Usaremos como notação: $\wedge$.

a. Dado duas proposições p: $2+5=7$ e q: $10\, x\, 5=50$, assim temos, $(p \wedge q)$: $2+5=7$ e $10\, x\, 5=50$.

3. **Disjunção:**

Disjunção inclusiva: Operação da disjunção inclusiva liga duas ou mais proposições simples pelo conectivo “ou”. Usaremos como notação: $\wedge$.

a. Dado duas proposições p: Eu tenho um cachorro e q: Eu tenho um gato, aplicando o conectivo, obtemos a proposição $p \vee q$, onde verbalmente temos $p \vee q$: Eu tenho um cachorro ou um gato.

Observação 2.2. Assim, temos um conectivo inclusivo, ou seja, eu posso ter um cachorro, um gato ou ainda posso ter os dois animais que, mesmo assim, torna a proposição $p \vee q$ de valor lógico verdadeiro.

Disjunção exclusiva: A estrutura da disjunção exclusiva é da forma "ou p , ou q". Usaremos como notação: $\underline{\vee}$.

a. Dado duas proposições p: Irei Jogar basquete e q: Irei á casa de João, aplicando o conectivo, obem-se a proposição $p \underline{\vee} q$: Ou eu irei jogar basquete ou irei à casa de João.

Observação 2.3. A disjunção exclusiva estabelece como valor lógico falso o caso em que, ambas as proposições p e q são falsas, porém, diferentemente da disjunção inclusiva, o caso em que ambas as proposições p e q são verdadeiras, também irá gerar $p \underline{\vee} q$ falsa.

4. **Condicional:** A estrutura condicional refere-se a "Se p então q", sendo a notação padrão $p \longrightarrow q$.

a. Dado duas proposições p: Nasci na Bahia e q: Sou brasileiro, temos, $p \longrightarrow q$: Se nasci na Bahia, então sou brasileiro.

5. **Bicondicional:** É a estrutura formada por duas condicionais "Se p então q" em conjunção com sua recíproca "Se q então p".

a. Dado duas proposições p: *4* é maior que *2* e q: *2* é menor que *4*, assim temos, $p \leftrightarrow q$: *4* é maior que *2* se, e somente se, *2* for menor que *4*.

Observação 2.4. A bicondicional expressa uma condição suficiente e necessária, para *4* ser maior que *2* é condição suficiente e necessária para *2* ser menor do que *4*.

Tabelas-verdade

Tabela-verdade é uma maneira prática de dispor organizadamente os valores lógicos envolvidos em uma proposição composta, a partir dos valores lógicos das proposições simples que a compõem. Para uma única proposição simples *p*, temos os valores lógicos possíveis *V* ou *F*:

p
V
F

Tabela 2: tabela verdade de uma proposição
Fonte: Elaborado pela autora

Uma vez que ~p tem valores lógicos contrários a de p, temos a seguinte tabela-verdade característica da negação.

p	$\sim p$
V	F
V	F
F	V
F	V

Tabela 3: tabela verdade da negação
Fonte: Elaborado pela autora

Observemos que, duas proposições p e q combinadas produzem as seguintes possibilidades:

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

Tabela 4: tabela verdade proposições
Fonte: Elaborado pela autora

E na sequência, vamos analisar as tabelas-verdade das proposições compostas obtidas com os conectivos lógicos introduzidos acima.

Tabela-verdade da operação de conjunção

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Tabela 5: tabela verdade conjunção
Fonte: Elaborado pela autora

Tabela-verdade da operação de disjunção

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Tabela 6: tabela verdade disjunção
Fonte: Elaborado pela autora

Tabela-verdade da operação de disjunção exclusiva

p	q	$p \underline{\vee} q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Tabela 7: tabela verdade da disjunção exclusiva
Fonte: Elaborado pela autora

Tabela-verdade da operação condicional

p	q	$p \longrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Tabela 8: tabela verdade condicional
Fonte: Elaborado pela autora

Tabela-verdade da operação bicondicional

p	q	$p \longleftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Tabela 9: tabela verdade da bicondicional
Fonte: Elaborado pela autora

Definição 2.3. Tautologia é uma proposição cujo valor lógico é sempre verdadeiro.

Por exemplo, a proposição “Vou ao parque ou não vou ao parque” é uma tautologia, porque temos uma proposição composta da forma $(p \vee \sim p)$, cuja análise da tabela verdade, revela somente valores lógicos verdadeiros:

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
V	F	V
V	F	V
F	V	V
F	V	V

Tabela 10: Tabela verdade p∨~p
Fonte: Elaborado pela autora

Definição 2.4. Contradição é uma proposição cujo valor lógico é sempre falso.

Consideremos a proposição "A lua é rosa e a lua não é rosa". Trata-se de uma contradição, uma vez que é impossível uma proposição ser simultaneamente verdadeira e falsa. A tabela-verdade seguinte corrobora esta análise

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$
V	F	F
V	F	F
F	V	F
F	V	F

Tabela 11: : Tabela verdade p∧~p
Fonte: Elaborado pela autora

Definição 2.5. Quando uma proposição não pode ser classificada como tautológica ou contradição a chamamos de contingência ou proposição contingente.

2.2.2 Proposições equivalentes

Dizemos que duas proposições P e Q são equivalentes quando os resultados de suas tabelas-verdade são idênticos. Utilizamos a notação $P \equiv Q$.

Uma consequência prática da equivalência lógica é que ao trocar uma dada proposição por qualquer outra que lhe seja equivalente, estamos apenas mudando apenas a forma como são expressas.

Analisemos os seguintes exemplos

1. Consideremos as proposições p: "João joga futebol" e q: "João joga vôlei", assim temos, $p \wedge q$: "João joga futebol e vôlei" é equivalente a $q \wedge p$: "João joga vôlei e futebol", o que mostra que a conjunção é uma operação comutativa, ou seja , $p \wedge q \equiv q \wedge p$. Da mesma forma temos a comutatividade da operação de disjunção $p \vee q \equiv q \vee p$. Ambas as afirmações são facilmente checadas também pela construção das tabelas-verdade.

2. A tabela-verdade seguinte mostra que a operação condicional difere dos casos relatados no exemplo anterior, ou seja $p \longrightarrow q$ não é equivalente à sua recíproca $q \longrightarrow p$. Porem, é equivalente a $\sim q \longrightarrow \sim p$, conhecida como a contrapositiva de $p \longrightarrow q$:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \longrightarrow q$	$q \longrightarrow p$	$\sim q \longrightarrow \sim p$
V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	F	V	F
F	V	V	F	V	F	V
F	F	V	V	V	V	V

Tabela 12: Tabela verdade equivalência da condicional
Fonte: Elaborado pela autora

Estas observações ficam bem ilustradas se exploradas com exemplos particulares de p e q , por exemplo se p: "Sou da Bahia" e q: "Sou brasileiro ", então não se espera que $q \longrightarrow p$: "Se sou brasileiro então sou da Bahia" seja verdadeira, porem é natural esperar que a proposição $\sim q \longrightarrow \sim p$: "Se não sou brasileiro então não sou da Bahia" seja verdadeira, que representa a contrapositiva de $p \longrightarrow q$.

2.2.3 Equivalências da negação

Já vimos como fica a negação de uma proposição simples, agora vamos estudar qual a negação de cada operação com conectivos lógicos.

- Seja p: "João joga futebol" e q: "João joga vôlei", assim temos, $(p \wedge q)$: "João joga futebol e vôlei" a negação equivalente $(\sim p \vee \sim q)$: "João não joga vôlei ou João não joga futebol".

Essa equivalência pode ser provada através da tabela verdade das proposições:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V

Tabela 13: Tabela verdade ~(p∧q)
Fonte: Elaborado pela autora

- $p \vee q$: "João joga futebol ou vôlei" a negação equivalente $(\sim p \wedge \sim q)$: "João não joga vôlei e João não joga futebol".

A tabela verdade-verdade seguinte mostra de fato que $\sim(p \vee q) \equiv (\sim p \wedge \sim q)$:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	V

Tabela 14: Tabela verdade ~(p∨q)
Fonte: Elaborado pela autora

- $p \longrightarrow q$: "Se João joga futebol, então joga vôlei" a negação é equivalente $(p \wedge \sim q)$: "João joga vôlei e não joga futebol".

Essa equivalência pode ser provada através da tabela verdade seguinte:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \longrightarrow q$	$\sim(p \longrightarrow q)$	$p \wedge \sim q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	F	F

Tabela 15: Tabela verdade ~(p⟶q)
Fonte: Elaborado pela autora

- $p \leftrightarrow q$: "João joga futebol se e somente se joga vôlei" a negação equivalente é $(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$: "João joga vôlei e não joga futebol ou João joga vôlei e não joga futebol". Essa equivalência pode ser provada através da seguinte tabela verdade das proposições:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \leftrightarrow q$	$p \wedge \sim q$	$q \wedge \sim p$	$\sim(p \leftrightarrow q)$	$(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$
V	V	F	F	V	F	F	F	F
V	F	F	V	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	F	V	V	V
F	F	V	V	V	F	F	F	F

Tabela 16: Tabela verdade ~(p⟷q)
Fonte: Elaborado pela autora

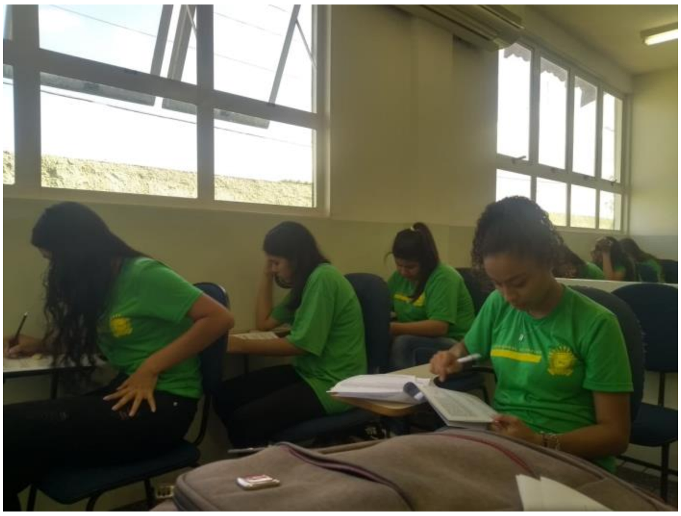


Figura 2: Aplicação das atividades teóricas 1
(Fonte: Autora)

Com a apresentação acima, mais questões podem ser explorados com os estudantes:

Exemplo 2.3. Qual a negação da proposição “Ontem trovejou e não choveu”?

Resposta: Ontem não trovejou ou ontem choveu.

Exemplo 2.4. Qual a negação lógica da proposição “Todos gostam de axé e de acarajé”?

Resposta: Pelo menos uma pessoa não gosta de axé ou não gosta de acarajé.

Exemplo 2.5. Qual a negação lógica da proposição “Nenhum aluno foi à aula hoje”?

Resposta: Todos os alunos foram à aula hoje.

Exemplo 2.6. Qual a negação lógica da proposição “O cachorro late ou o cachorro voa”?

Resposta: O cachorro não late e o cachorro não voa.

Outras situações interessantes como sugestão para os estudantes reforçarem a utilização correta do conectivo negação:

1. Hoje está chovendo;

2. Hoje não está chovendo;

3. A professora faltou a aula hoje;

4. Todo político é honesto;

5. Os estudantes do primeiro ano do Widal tiraram 10 em história;

6. Todos os estudantes tiraram 10 de média de matemática;

7. Alguns estudantes estão sem uniforme;

8. Existem estudantes que não tiraram 10 na média de matemática.

Na sequência, apresentamos mais exemplos do cotidiano que ilustram a necessidade de análise e interpretação da lógica simbólica de proposições, agora, sob a forma de atividade dirigida.

Figura 3: Aplicação das atividades teóricas 2
Fonte: Autora

Atividade:

Será que falar: “É mentira que eu não gosto de você e você não gosta de mim” é o mesmo que dizer “eu gosto de você ou você gosta de mim”?

Fazendo a análise lógica, para facilitarmos vamos considerar a proposição

“eu não gosto de você” de p,

e a frase

"você não gosta de mim" como a proposição q.

Podemos escrever ao invés de: "E mentira que eu não gosto de você e você não gosta de mim" como ~ $(p \wedge q)$ e "eu gosto de você ou você gosta de mim" como $(\sim p \vee \sim q)$.

Dado que, na lógica, uma sentença formada por duas frases através do conectivo "e" só é verdade quando as duas forem verdadeiras e se for formada pelo conectivo "ou" só será falsa quando as duas forem falsas, vamos fazer a seguinte análise:

- Se p e q forem verdadeiras, a primeira sentença $\sim(p \wedge q)$ será falsa, pois $(p \wedge q)$ sendo verdadeira $\sim(p \wedge q)$ que é sua negação , será falsa, mas se p e q são verdadeiros, então $\sim p$ e $\sim q$ serão falsas, e então $(\sim p \vee \sim q)$ será falsa.

- Se p for verdadeiro e q falso, então $\sim p$ será falso e $\sim q$ será verdadeiro, logo $p \wedge q$ $s$erá falso e com isso, $\sim(p \wedge q)$ será verdadeiro e $(\sim p \vee \sim q)$ será verdadeiro.

- Se p for Falso e q for Verdadeiro, recairemos numa análise semelhante ao caso anterior.

- Se p e q forem Falsas, então $\sim p$ e $\sim q$ serão verdadeiras, logo $p \wedge q$ é falso e $\sim(p \wedge q)$ será verdadeiro e $(\sim p \vee \sim q)$ será verdadeiro.

Claramente esta análise é a descrição simples da montagem de uma tabela verdade, no entanto é perceptível como os alunos sentem-se mais confiantes e , em consequência, mais participativos com a utilização simultânea de um problema prático.

Capítulo 3 - Reaprendendo a ler

Este capítulo trata de aspectos da lógica e de raciocínio lógico que foram desenvolvidos em uma experiência de trabalho que vivenciei ao longo do ano de 2019, como professora de uma escola periférica da cidade de Campo Grande - MS. Em um primeiro momento algumas das atividades que foram aplicadas parecem isoladas da Matemática, mas existem conexões fortes quando se considera aspectos nobres para a formulação e transmissão de pensamentos matemáticos, quais sejam: interpretação, criatividade, exatidão de respostas e soluções, ausência de dualidades, entre outras.

Além das questões levantadas no parágrafo anterior, este capítulo recebeu este nome com o objetivo de mostrar a influência de aspectos da lógica na leitura e interpretação de situações corriqueiras do dia-a-dia.

Como ilustração, menciono um fato que marcou muito minha trajetória, na época, como estudante de graduação. Meu amigo, Christopher Bezão, precisava levar algumas documentações para o cadastro no transporte coletivo, sendo necessário juntar uma lista de documentações separadas por tópicos. Um deles exigia “Original da CNH ou do RG”, mas ao levar a documentação a recepcionista disse que estava faltando o RG, e ele foi explicar para a moça que não havia a necessidade de mostrar os dois documentos, como estada escrito “ou” que bastaria uma das duas opções para satisfazer o que era pedido. Depois de 10 minutos de explicação a moça finalmente entendeu que seria suficiente apenas a CNH.

No ano de 2019 recebi o desafio de um diretor, Wilson da Rocha, para ministrar aulas de estudo orientado para os primeiros anos do ensino médio no Centro Estadual de Educação Profissional Professora Maria de Lourdes Widal Roma, localizada no bairro Moreninhas III na cidade de Campo Grande - MS. O colégio fica em um bairro periférico da cidade, distante mais de 10 km da região central. Quando ingressei no colégio observei que eram turmas bem diferentes das quais eu já havia trabalhado, muito dos estudantes sequer saíram do bairro, e eles brincam que a “Moreninhas” é outra cidade, visto a distância e a dificuldade de locomoção. Os estudantes não têm grande expectativa de vida, a maioria traçam planos de terminar escola, trabalhar e casar. Neste sentido, a missão dos professores além de lecionar as disciplinas é de motivar e mostrar oportunidades muita das vezes desconhecidas pelos alunos.

O colégio é um centro de educação profissional, trabalha com os três períodos, matutino e vespertino com curso técnico, de administração e jurídico, integrado com o ensino médio e o período noturno com cursos profissionalizantes de técnico em enfermagem e administração.

Como a proposta da direção era de priorizar um trabalho integrador entre as disciplinas, tomei a decisão de abordar princípios da lógica e desenvolvimento do raciocínio lógico. Após a abordagem da logica proposicional, descrita no capítulo anterior, foram apresentadas atividades, conforme descrevemos nas seções seguintes.

3.1 Atividade 1: A lógica das embalagens

Esta sugestão de atividade tem como base o artigo de mesmo nome do professor Ernesto Rosa Neto, em seu artigo “A lógica das embalagens", [8], destaca de forma divertida, a capacidade que a leitura apurada tem de revelar informações adicionais, informações controversas, dualidades etc... que estão presentes em nossas vivencias diárias.

O trabalho supracitado será transcrito a seguir, com nossos comentários.

> “Comprei um sorvete Misty e ia lendo as mensagens da caixinha, enquanto saboreava a iguaria. Assim, tratava simultaneamente da mente e do corpo. Estava escrito: Temperatura de conservação: $-15°\ C$ (ou mais). Não é interessante?
>
> O fabricante resolveu inverter a orientação da reta real, o que é muito bom para quebrar a rotina! Segundo esse modo, ficamos, por exemplo, com $-20°\ C > -15°\ C$. Espero que ele não aumente o preço do sorvete!”

O autor destaca que a reta dos números reais disposta da forma tradicional que conhecemos,

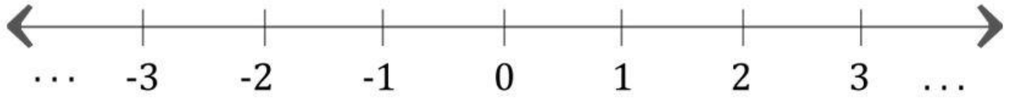


Figura 4: Reta numérica
Fonte: Autora

onde um números que esteja à direita sempre será maior que um número à esquerda, tenha sido invertida a ordem, porem mantendo a regra de “maior que” e “menor que” , neste sentido deveríamos ter a seguinte disposição:

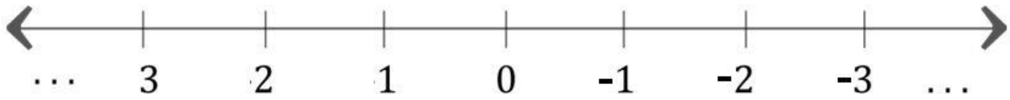


Figura 5: Inversa da reta numérica
Fonte: Autora

o que resulta em particular que $-20°\,C > -15°\,C$.

E o autor continua:

> “No supermercado comprei um pão diet da Wick Bold e lá está escrito: Sem adição de açúcar e gorduras. O que está escrito é que não foi adicionado açúcar e gorduras. Os dois juntos, não, portanto pode ter sido adicionado açúcar ou gorduras (ou exclusivo).

Em seguida o autor destaca o que, essencialmente, está prejudicando a transmissão do que a indústria pretendia realmente informar.

> A frase é do tipo: $\sim (p \wedge q)$, que é equivalente a $(\sim p \vee \sim q)$, o que significa sem adição de açúcar ou sem adição de gorduras, podendo ser: ou açúcar sem gorduras ou gorduras sem açúcar, ou nem açúcar nem gorduras.

O autor destaca que o emprego errôneo dos conectivos lógicos o faz conjecturar outras situações:

> Depois, fiquei pensando: pode ser que tenha açúcar e gorduras sem ter sido adicionados. A armação sem adição de açúcar e gorduras não é equivalente a não contém açúcar e gorduras. Do mesmo modo, nas balas No Sugar, e em vários outros produtos, está escrito: sem adição de açúcar.

O autor menciona outra situação corriqueira.

> O mau uso do “e” e do “ou” é muito comum. No restaurante estava escrito: Proibido fumar charuto e cachimbo. Mas quem vai fumar charuto e cachimbo?

É realmente fumar os dois ao mesmo tempo é, no mínimo, desconfortável. Na sequencia o autor volta-se para o ambiente onde as coisas são mais claras:

> Veja um exemplo simples do uso do “e” e do “ou” na Matemática:
>
> $$x^2 + 5x + 6 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ ou } x = 3$$
> $$\Rightarrow x_1 = 2 \text{ e } x_2 = 3$$
>
> Dizendo de outra maneira: podemos substituir x por 2 ou 3, isto é, as raízes são 2 e 3.”

E o autor finaliza com outras situações dúbias:

> “Na embalagem do pão Pullman está: Pão de forma (sic) para sanduíche com semolina. Devo entender que o pão não serve para sanduíche sem semolina?
>
> Isso me lembra do pente para cabelo de plástico.
>
> [...]
>
> Ai! É cansativo ser matemático...”

3.2 Atividade 2: Trocando seis por meia dúzia

Nesta atividade os alunos deveriam analisar o texto de Jansen Viana intitulado Trocando seis por meia dúzia, [13]:

- Por favor, gostaria de fazer minha inscrição no Congresso.

- Pelo seu sotaque vejo que o senhor não é brasileiro. O senhor é de onde?

- Sou de Maputo, Moçambique.

- Da África, né?

- Sim, sim, da África.

- Aqui está cheio de africanos, vindo de toda parte do mundo.

- O mundo está cheio de africanos.

- É verdade.

- Se pensar bem, veremos que todos somos africanos, pois a África é o berço antropológico da humanidade...

- Pronto, tem uma palestra agora na sala meia oito.

- Desculpe, qual sala?

- Meia oito.

- Podes escrever?

- Não sabe o que é meia oito, sessenta e oito, assim, veja: 68

- Ah, entendi, meia é seis.

- Isso mesmo, meia é seis. Mas não vá embora, só mais uma informação: A organização do Congresso está cobrando uma pequena taxa para quem quiser ficar com o material, DVD, apostilas, etc., gostaria de encomendar?

- Quanto tenho que pagar?

- Dez reais. Mas estrangeiros e estudantes pagam meia.

- Humm... que bom. Ai está, seis reais.

- Não, o senhor paga meia. Só cinco, entende?

- Pago meia? Só cinco? Meia é cinco?

- Isso, meia é cinco.

- Tá bom, meia é cinco.

- Cuidado para não se atrasar, a palestra começa ás nove e meia.

- Então já começou, são nove e vinte.

- Não, ainda faltam dez minutos. Como falei só começa as nove e meia.

- Você pode escrever aqui a hora que começa?

- Nove e meia, assim, veja: 9:30.

- Ah, entendi, meia é trinta.

- Isso, mesmo, nove e trinta. Mais uma coisa senhor, tenho aqui um folder de um hotel que está fazendo um preço especial para os congressistas, o senhor já está hospedado?

- Sim, estou na casa de um amigo.

- Em que bairro.

- Nas trinta bocas.

- Trinta bocas? Não existe esse bairro em Fortaleza, não seria nas seis bocas?

- Isso mesmo, no bairro meia boca.

- Não é meia boca, é um bairro nobre.

- Então deve ser cinco bocas.

- Não, seis bocas, entende, seis bocas. Chamam assim porque há um encontro de seis ruas, por isso seis bocas. Entendeu?

- E há quem possa entender?

Atividade proposta

Os alunos foram instigados em relação às seguintes questões:

1. Qual o humor presente no texto?

2. Durante a leitura do texto você conseguiu entender todos os significados da palavra meia? Descreva os significados.

3. Quantos personagens estavam envolvidos no texto?

4. Na atividade I do projeto vimos a seguinte pergunta: “Quem é maior seis dúzias de dúzias ou meia dúzia de dúzias?", você consegue entender a diferença do seis e do meia nesse caso?

5. Qual o motivo do senhor não ter entendido o contexto do uso da palavra meia?

Discussão

Antes da apresentação do texto foi perguntado aos estudantes “Qual número estou me referindo quando utilizo a palavra meia?” Em sua maioria responderam que meia é seis.

Posteriormente entreguei o texto à turma e pedi para os estudantes fazerem a leitura individual e responderem, por extenso, as cinco perguntas propostas.

Passado dez minutos retornei a perguntar “Qual número estou me referindo quando utilizo a palavra meia?” e houve manifestações com respostas diferentes, ou seja, com a leitura do texto eles perceberam que o uso da palavra meia não se refere exclusivamente ao número 6, mas sim a metade de algo.

3.3 Atividade 3: A máquina registradora

Cada grupo de 4 a 6 alunos deveria analisar o seguinte texto de autoria desconhecida.

Um negociante acaba de acender as luzes de uma loja de calçados, quando surge um homem pedindo dinheiro. O proprietário abre uma máquina registradora. O conteúdo da máquina registradora é retirado e o homem corre. Um membro da polícia é imediatamente avisado.

Atividade proposta: Foram feitas algumas declarações acerca do texto e, para cada uma delas, o grupo deveria colocar F se julgá-la falsa ou V se verdadeira ou **“**?” se não houver dados suficientes para julgá-la.

1. Um homem apareceu assim que o proprietário acendeu as luzes da loja de calçados. ( )

2. O ladrão foi um homem. ( )

3. O homem não pediu dinheiro. ( )

4. O homem que abriu a máquina registradora era o proprietário. ( )

5. O proprietário da loja retirou o conteúdo da máquina registradora e fugiu. ( )

6. Alguém abriu uma máquina registradora. ( )

7. Depois que o homem que pediu o dinheiro apanhou o conteúdo da máquina registradora, ele fugiu. ( )

8. Embora houvesse dinheiro na máquina registradora, a história não diz a quantidade. ()

9. O ladrão pediu dinheiro ao proprietário.( )

10. A história ilustra uma série de acontecimentos que envolvem três pessoas: um proprietário, um homem que pediu dinheiro e um membro da polícia. ( )

11. Os seguintes acontecimentos da história são verdadeiros: alguém pediu dinheiro, uma máquina registradora foi aberta, seu dinheiro foi retirado e um homem fugiu da loja. ( )

Figura 6: Apresentação das soluções
Fonte: Autora

Discussão

Após os estudantes realizarem a leitura e responder as questões propostas, fizemos uma leitura do texto e juntamente com os estudantes realizamos as correções de forma oral.

Foi observado que durante a história o texto apresentava diversos "buracos" e o interessante é que cada aluno imaginava sua forma de completa-los, mas as perguntas serviram de reflexão para avaliarem se a forma escolhida era a adequada. Por exemplo, na questão 11. "Os seguintes acontecimentos da história são verdadeiros: alguém pediu dinheiro, uma máquina registradora foi aberta, seu dinheiro foi retirado e um homem fugiu da loja", ok!

Mas em nenhum momento do texto está dizendo que foi retirado o dinheiro da maquina registradora.

Esse método de utilizar um “buraco”, para que o leitor interprete o que possivelmente o que o autor queria se referir é muito utilizado, inclusive em uma famosa literatura brasileira: o livro, [1], Dom Casmurro de (Assis, 1899).

3.4 Atividade 4: Resolução de enigmas

Esta atividade teve por objetivo integrar, através da dinâmica em grupo, o desenvolvimento de métodos de resolução criativa de problemas propostos.

Considerando todas as atividades propostas essa foi a única que os estudantes queriam desistir só de ler o enunciado dos enigmas, dessa forma foi preciso duas aulas, de 50 minutos cada, para concluí-la de maneira adequada.

Foi preciso mostrar que eles tinham a capacidade de fazer uma análise critica do enunciado e esboçar uma resolução, seja utilizando desenho para melhor absorção do que está escrito, materiais concretos, como até mesmo uma simples folha de papel dobrada.

Segue abaixo os enunciados dos enigmas, retirados do livro *Os enigmas de Sherazade* 1998, por Smullyan, [11], propostos e alguns comentários sobre a resolução dos mesmos.

Enigma 1. De que cor?

Hassan tinha uma mula. Três rapazes precisavam adivinhar sua cor. Hassan disse: Ela é ou castanha, ou preta ou cinzenta.

_ O 1º rapaz disse: Meu palpite é que ela não é preta.

_ O 2º rapaz disse: E o meu, que é castanha ou cinzenta.

_ O 3º rapaz disse: Eu digo que ela é castanha.

Hassan disse: Pelo menos um de vocês acertou e pelo menos um errou. Qual é a cor da mula de Hassan?

Solução: Esse tipo de exercício é muito comum em provas de olimpíadas e em concursos que envolvem o raciocínio lógico. Começamos a dar valor lógico para cada proposição, relembrando que uma proposição ou é verdadeira ou é falsa.

Dando valor lógico teríamos:

- Se o 1º rapaz acertou, ou seja, a mula não é preta, se o 2º rapaz também teria acertado, então o 3º rapaz nada poderia ser afirmado sobre.

- Se o 1º rapaz errou, ou seja, a mula é preta, então o 2º e o 3º rapaz também estariam errados.

- Se o 1º rapaz acertou, ou seja, a mula não é preta, se o 3º rapaz errou, então o 2º rapaz teria acertado.

Assim a única configuração com pelo menos um acerto e um erro seria o terceiro item, logo devemos ter que a Mula de Hassan é Cinzenta.

Enigma 2. A história de Abdul, o joalheiro.

Um certo dia, um freguês trouxe á loja de Abdul, o joalheiro, seis correntes, cada qual com cinco elos. Queria que as seis correntes fossem unidas numa única corrente circular, e perguntou quanto o serviço custaria.

_ Bem, replicou o joalheiro, cada elo que eu abrir e fechar custará uma moeda de prata.

A questão é saber qual é o menor valor que pode ser pago pelo serviço.

Solução: Cada grupo leu o enunciado e apresentaram a solução através da multiplicação direta $6\ x\ 5 = 30$ sem nenhuma justificativa plausível.

Dessa forma foi sugerido aos estudantes a fazer o desenho representando as correntes e os elos aberto e fechados, porém um dos grupos resolver utilizar papel para fazer as correntes e com os elos para verificar a quantidade necessária para unir as seis correntes.


Figura 7: Utilizando papel para representar os elos e as correntes
Fonte: Autora

Enigma 3. A Segunda história de Abdul, o joalheiro.

Certa noite um ladrão entrou na loja de Abdul e encontrou uma gaveta cheia de diamantes. Sua primeira ideia foi leva-los todos, mas foi incomodado por sua consciência e decidiu contentar-se apenas com a metade. Assim, pegou metade dos diamantes e foi saindo da loja. Mas então pensou: Vou levar mais um, elevou.

Poucos minutos depois, um segundo ladrão entrou na loja e pegou metade dos diamantes restantes e mais um.

Depois um terceiro ladrão entrou na loja e pegou a metade dos diamante restantes e mais um.

Depois entrou um quarto ladrão, pegou a metade do resto e mais um.

Depois um quinto, que não pegou nada porque todos os diamantes já tinham sido levados.

Quantos diamantes havia inicialmente na gaveta?

Solução: Quando os alunos se depararam com esse problema o primeiro pensamento foi a necessidade de realizar diversas contas enquanto que outros grupos optaram por “chutar” o valor e ir verificando, ambos os métodos conduziram à solução.

Perguntei a turma se na loja tivesse uma câmera de segurança e o dono fosse rebobinar a filmagem, O que ele iria ver?

Os grupos começaram a dar suas opiniões sobre o que o dono veria e juntos pensamos em representar de forma de um teatro o que o dono veria. E assim cada grupo apresentou sua solução representando os diamantes por bolinhas de papel.

Figura 8: Utilizando papel para representar os elos e as correntes
Fonte: Autora

3.5 *Atividade 5: Três problemas Clássicos*

Nesta atividade para a finalização do projeto, utilizamos uma competição entre os grupos, a primeira resposta correta ganhava um brinde (Chocolate, bolacha, entre outros).

Foi desenvolvida em forma de dinâmica, foram disponibilizados kits, contendo três problemas clássicos da matemática, onde cada grupo deveria trabalhar para tentar solucionar o problema de maneira correta e posteriormente apresentar ao restante da turma.

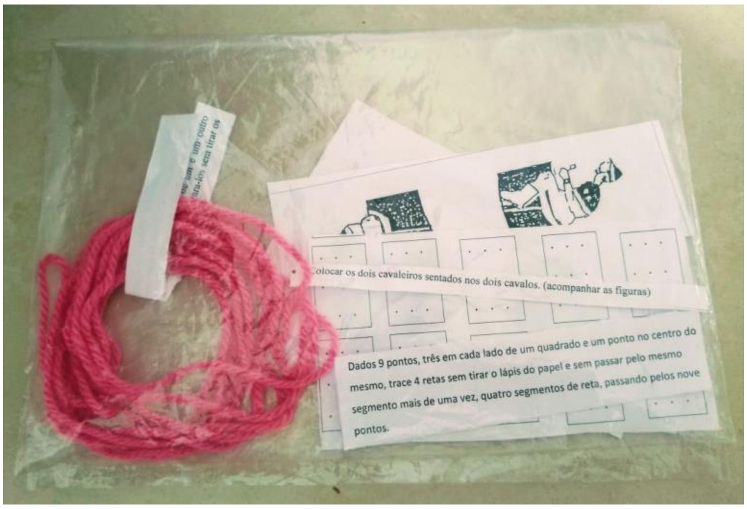


Figura 9: kit-problemas
(Fonte: Autora)

Cada Grupo recebeu dois kits contendo:

- Um par de barbante;

Figura 10: Barbante
Fonte: Autora

- Quadrinhos com 9 pontos;

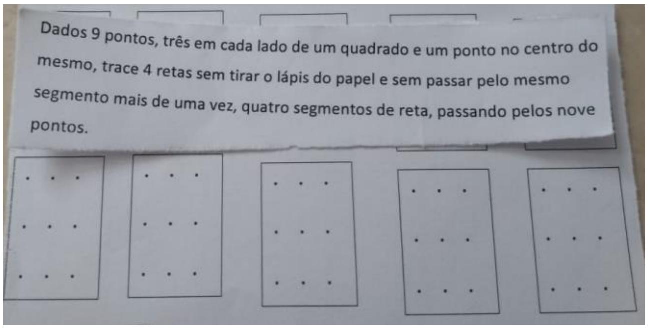


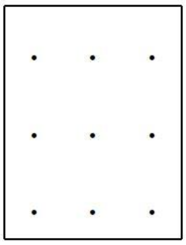
Figura 11: : nove pontos
(Fonte: Autora)

- Dois cavaleiros e dois cavalos.

Figura 12: Cavaleiros
(Fonte: Autora)

Abaixo apresentaremos os problemas e como foi o desenvolvimento dos estudantes com os problemas propostos.

Problema 1. Dados *9* pontos, três em cada lado de um quadrado e um ponto no centro do mesmo, trace *4* retas sem tirar o lápis do papel e sem passar pelo mesmo segmento mais de uma vez, quatro segmentos de reta, passando pelos nove pontos.



Na figura a seguir podemos visualizar algumas respostas dada pelo grupo 1, vendedor da competição. Ao analisarmos podemos verificar que no início os estudantes estavam acreditando que a solução seria simples sendo suficiente ligar os pontos, e assim observaram que sempre resultava em mais de quatro retas. Acompanhando o desenvolvimento podemos observar que nas ultimas quatros respostas eles se aproximaram da solução.

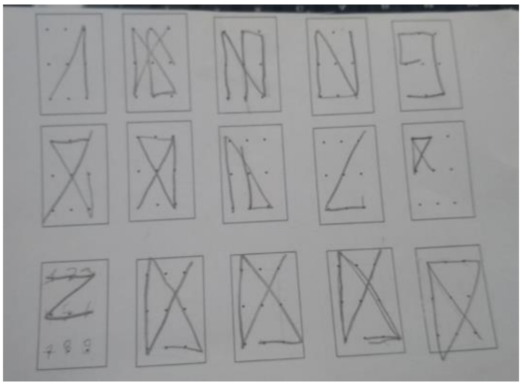


Figura 13: Resolução grupo 1.
Fonte: Autora

Problema 2: Os integrantes dos grupos são separados em pares. Coloca-se um barbante amarrado nos punhos de cada pessoa, sendo que os barbantes estão cruzados, veja figura 14. Como separa-los sem tirar os barbantes dos punhos e sem corta-los?

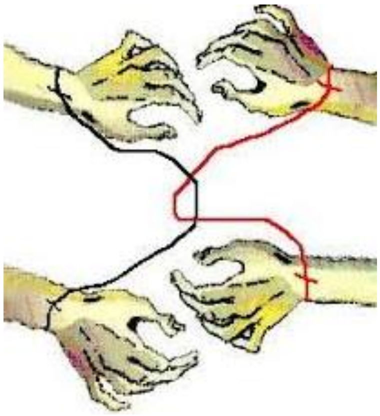


Figura 14: Dinâmica do barbante
Fonte: http://psicod.org/dinmica-do-barbante.html. (Acessado em 15 de nov. de 2020)

Problema 3: Colocar os dois cavaleiros sentados nos dois cavalos.

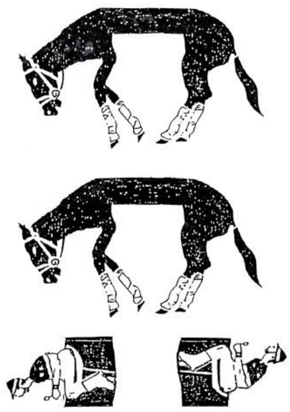


Figura 15: Atividade 3
Fonte: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=16140 (Acessado em 15 de nov. de 2020)

Solução:

Figura 16: Solução da atividade 3
Fonte: Autora

Considerações finais

Nas salas de aula é um desafio permanente superar a didática da mera transmissão/assimilação do conhecimento, ligada a uma concepção tradicional de ensino e atuar de forma crítica em uma perspectiva dialética, objetivando a mudança na forma de pensar e promover o aprender de forma reflexiva, que promova a autonomia e a cidadania, como vem sendo exigido no novo currículo escolar (BNCC).

O mundo contemporâneo e tecnológico é composto pela troca de informações, onde se tem acesso rápido a qualquer tipo de fonte de conhecimento, exigindo assim tamanha destreza e habilidade do educador. Este deve estar envolvido completamente no processo educativo, fazendo as intervenções necessárias frente ao processo ensino aprendizagem.

Ao longo do trabalho procuramos mostrar como a lógica matemática é riquíssima e está interligada a outros níveis de conhecimento, que se interagem constantemente, possibilitando assim a utilização de pesquisas extraclasses, leituras, atividades práticas, lúdicas e brincadeiras, além do uso de recursos tecnológicos. Nestas atividades podem ser exploradas representações que exigem a disposição posicional de elementos, que estimulem o desenvolvimento de habilidades matemáticas importantes para o desenvolvimento da cidadania. Se bem conduzidas podem despertar pensamentos outros, diferentes da forma habitual, mostrando que todos são capazes de elaborar técnicas de resolução.

Bibliografia

[1] Assis, M. *Dom Casmurro.* Rio de Janeiro. Editora: Garnier, 1899.

[2] AURÉLIO, Buarque de Holanda Ferreira. *Mini dicionário da língua portuguesa.* Rio de Janeiro, 4º ed., 2002.

[3] BNCC - Base Nacional Comum Curricular. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/> Acesso em: 09 de nov. de 2020.

[4] Cury, August. *Pais brilhantes, professores fascinantes.* São Paulo. Editora: Planeta, 2007.

[5] Desconhecido. *Máquina Registradora,* site: Prof. Correia. Disponível em < http://professorcorreia.com.br/uncategorized/aos-meus-alunos-do-sexto-ano-a-historia-da-maquina-registradora/>. Acesso em: 05 de abr.2019.

[6] INEP-Instituto nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: <http://inep80anos.inep.gov.br/inep80anos/futuro/novascompetencias-da-base-nacional-comum-curricular-bncc/79>. Acesso em: 05 de jan. de 2020.

[7] Ministério da educação, 2018. Disponível em:<http://portal.mec.gov.br/publicacoespara-professores/30000-uncategorised/40361-novo-ensino-medioduvidas>. Acesso em: 05 de jan. de 2020.

[8] Neto Rosa, Ernesto. *A lógica das embalagens*. Revista do professor de matemática - RPM, 1997, 34º ed. Disponível em: <http://www.rpm.org.br/cdrpm/34/4.htm> Acesso em: 14 dez. 2019.

[9] NOT, L. *As pedagogias do conhecimento*. *São Paulo*. Editora: DIFEL, 1993.

[10] LDB - Lei de diretrizes e bases da educação nacional, 2017. Disponível em <https://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/529732/lei_de_diretrizes_e_bases_1ed.pdf>. Acesso em: 05 de nov.2020.

[11] Smullyan, Raymond. *Os enigmas de Sherazade,* Rio de Janeiro. Editora: Zahar, 1º ed. 1998.

[12] Tahan, Malba. *O homem que calculava.* São Paulo. Editora: Record, 92º ed. 1938.

[13] Viana, J. *Trocando seis por meia dúzia*, site: Recanto das letras, 2012. Disponível em: < https://www.recantodasletras.com.br/cronicas/4001596>. Acesso em: 05 de abr.2019.