



PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL/PROFMAT

MARIO JOSÉ PEREIRA

ESTATÍSTICA DESCRITIVA: O USO DA ENGENHARIA DIDÁTICA NO ESTUDO DE
MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

SÃO LUÍS- MA
2019

MARIO JOSÉ PEREIRA

ESTATÍSTICA DESCRITIVA: O USO DA ENGENHARIA DIDÁTICA NO ESTUDO DE
MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação
de Mestrado Profissional em Matemática/PROFMAT,
como requisito final para obtenção do grau de mestre.

Orientador: Prof. Dr. Raimundo J. Barbosa Brandão

SÃO LUÍS – MA
2019

Pereira, Mário José.

Estatística descritiva: o uso da engenharia didática no estudo de medidas de tendência central / Mário José Pereira. – São Luís, 2019.

66 f

Dissertação (Mestrado) – Curso de Matemática em Rede Nacional, Universidade Estadual do Maranhão, 2019.

Orientador: Prof. Dr. Raimundo José Barbosa Brandão.

1.Estatística. 2.Educação estatística. 3.Engenharia didática. I.Título.

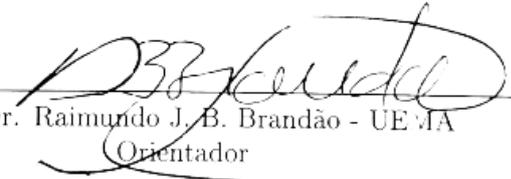
CDU: 519.2:37.02

MÁRIO JOSÉ PEREIRA

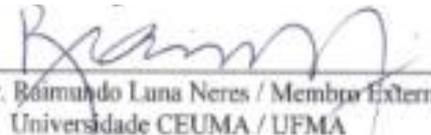
ESTATÍSTICA DESCRITIVA: o uso da engenharia didática no estudo de medidas de tendência central

Dissertação apresentada ao departamento de matemática da Universidade Estadual do Maranhão- UEMA, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática. Área de concentração Ensino de Matemática.

Aprovado em 14 de agosto de 2019



Prof. Dr. Raimundo J. B. Brandão - UEMA
Orientador



Prof. Dr. Raimundo Lana Neres / Membro Externo
Universidade CEUMA / UFMA



Prof. Dr. João Coelho Silva Filho / Membro Interno
Universidade estadual do Maranhão / UEMA

São Luís - MA
2020

“Dedico esse trabalho a minha mãe Aldina, minha esposa Ketleen, aos meus filhos: Aquiles, Abraão, Sarah, Alice e Amanda e aos meus irmãos Marcus e Marcelus que sempre me apoiaram em todos os momentos.”

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus, pois sem ele eu nada seria, sempre estando ao meu lado em todos os momentos me dando forças, coragem, e bênçãos em minha vida.

A meus pais Bartholomeu Joaquim Pereira (in memoriam) e Aldina Maria Pereira, que me educaram dentro de princípios éticos e morais.

A minha esposa Ketleen Polyana Mendonça Rabelo e meus irmãos Marcus José Pereira e Marcelus Bartolomeu Pereira, que me apoiaram e incentivaram ao longo do mestrado e em todas as minhas conquistas.

Aos meus filhos Amanda, Alice, Sarah, Abraão e Aquiles, que são meus tesouros e a quem busco educar com sabedoria.

Aos professores Manoel Jansen Pereira e Emilio Moreira, de quem tive orgulho de ser aluno, amigo e companheiro de trabalho, sempre me dando dicas, orientações e me ajudando a ser o profissional que me tornei.

Ao meu orientador, professor Doutor Raimundo J. B. Brandão, pelo apoio na realização deste trabalho.

Ao coordenador do PROFMAT UEMA, Professor Doutor João Coelho Silva Filho que tanto se esforçou na implantação desse curso e pela forma como o conduz.

A todos os professores do PROFMAT UEMA, que me surpreenderam pela dedicação e empenho com que conduziram suas disciplinas.

A secretária Ananda e a todos os colegas de curso de quem guardarei as melhores lembranças pelo resto de minha vida.

“Você nunca sabe que resultados virão da sua ação. Mas se você não fizer nada, não existirão resultados.” Mahátma Gândhi

RESUMO

A escola tem um papel fundamental na contribuição do desenvolvimento de competências dos alunos para um mundo do conhecimento. A Educação Estatística nesse contexto representa um segmento do saber humano essencial para desenvolver tais capacidades. Com a evolução da Ciência de forma rápida e profunda nos últimos séculos, na educação também transformações aconteceram e, portanto, a forma de ensinar e aprender passou por aprimoramentos. Este estudo tem como finalidade analisar as contribuições de uma sequência didática utilizando a metodologia engenharia didática no ensino de estatística onde se estabeleceu objetivos e os conteúdos que os alunos deveriam mobilizar para a resolução das atividades aplicada em uma escola da rede municipal de ensino da cidade de São Luís – MA. O resultado do trabalho mostrou a dificuldade que os alunos ainda apresentam na interpretação e resolução de problemas que envolvem mais do que simples resoluções algébricas.

Palavras-chave: Estatística. Educação Estatística. Sequência. Didática

ABSTRACT

The School have a key role in contributing with students' skills development to a world of knowledge. Statistical Education in this context represents a segment of human knowledge essential to develop such capabilities. With the rapid and profound evolution of science in the last centuries, in education also transformations have happened and, therefore, the way of teaching and learning has undergone improvements. This study aims to analyze the contributions of a didactic sequence using active methodologies in the teaching of statistics where objectives and the contents that the students should mobilize for the resolution of the activities applied in a municipal school in the city of São Luís - MA. The result of the work showed the difficulty that students still have in interpreting and solving problems that involve more than simple algebraic resolutions.

Keywords: Statistics. Statistical Education. Didactic Sequence

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 Número de mortes no Estado do Maranhão - 1 semestre de 2018.....	32
Gráfico 2- PIB Brasil - Participação por atividade.....	33
Gráfico 3 PIB - Variação percentual em volume (2010-2015)	33
Gráfico 4 Nível de escolaridade/titulação	34
Gráfico 5 Idade de estudantes universitários.....	35
Gráfico 6 notas de alunos da Escola Emésio Dário de Araújo em avaliação no ano de 2019 .	36
Gráfico 7 Percentual de veículos de acordo com sua velocidade.....	58
Gráfico 8 Acertos dos alunos nas atividades aplicadas	62

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Idade de 16 estudantes Universitários	38
Tabela 2: Pesos de 40 alunos da escola Emésio Dário de Araújo (2019)	39
Tabela 3: Estatura de 40 alunos da 8ª série da Escola Emésio Dário de Araújo	42
Tabela 4: Pesos de 40 alunos da escola Emésio Dário de Araújo (2019)	43
Tabela 5: Distribuição de frequências das estaturas de 30 alunos.....	45
Tabela 6: Notas de 20 alunos de um curso de Pedagogia – UEMA 2018.2.....	55
Tabela 7: Quantidade de picolés vendidos em 10 dias.....	59
Tabela 8: Notas de um aluno do 3º ano EM no 1º bimestre	61

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Interpretação da definição de Pensamento Estatístico	27
Figura 2 Questão. Fonte Enem (2009)	54

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	15
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	17
2.1. Origem e evolução da estatística.....	17
2.2. Concepções do termo Estatístico	18
2.3. Educação Estatística	20
2.3.1. Letramento Estatístico	23
2.3.2. Pensamento Estatístico	25
2.3.3. Raciocínio Estatístico	27
2.4. Estatística descritiva	28
2.4.1. População ou universo.....	29
2.4.2. Amostra	30
2.4.3. Dados Estatísticos.....	30
2.4.4. Frequência	37
2.4.5. Medidas de Tendência Central	39
3. ENGENHARIA DIDÁTICA	45
4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	49
5. APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES DE ENSINO.....	50
REFERÊNCIAS	65
APÊNDICE A	71
APÊNDICE B.....	72
APÊNDICE C.....	73

1. INTRODUÇÃO

O aparecimento da Ciência da Informação, segundo Miranda (2002) estaria relacionada com a atividade do controle da produção científica e à regularidade do fenômeno relativo à sua dispersão e uso, obsolescência, epidemiologia de sua propagação e outros aspectos detectados no processo de manipulação e análise da literatura.

A cada dia a sociedade da informação e da globalização exige das pessoas capacidade para analisar, interpretar informações, tomar decisões, comunicar e resolver problemas, de fazer estimativas, de trabalhar coletivamente e de aperfeiçoar conhecimentos e valores.

A Ciência da Informação é um campo dedicado às questões científicas e à prática profissional voltadas para os problemas da efetiva comunicação do conhecimento e de seus registros entre os seres humanos, no contexto social, institucional ou individual do uso e das necessidades de informação. No tratamento destas questões são consideradas de particular interesse as vantagens das modernas tecnologias informacionais (SARACEVIC, 1996, p. 47).

A Ciência da Informação apesar de difundida a partir das décadas de 1960 e 1970 (QUEIROZ e MOURA, 2015) não é um campo de estudo tão recente como seu nome pode sugerir. Os primeiros esboços do que hoje conhecemos como periódicos datam do século XVII (PINHEIRO, 2002)

Encontra-se em Gracioso (2004, p 35) que a ciência da informação tem como objeto central de estudo as relações técnicas e humanas que envolvem os processos de tratamento da informação, visando sua recuperação e uso. No âmbito técnico, esta ciência incumbe-se de desenvolver e aperfeiçoar ferramentas de análise temática e descritiva da informação. No contexto humano, encarrega-se de analisar o indivíduo enquanto usuário potencial de informação e nesse sentido desenvolve e aperfeiçoa metodologias de estudo que visam compreender este usuário enquanto cidadão, membro de um grupo social, político, econômico e educacional.

A escola tem um papel fundamental na contribuição do desenvolvimento de competências dos alunos para um mundo do conhecimento. A Educação Estatística nesse contexto representa um segmento do saber humano essencial para desenvolver estas capacidades.

Este estudo tem uma abordagem qualitativa, utilizando a metodologia Engenharia Didática, onde as atividades de ensino ou mediação do processo serão desenvolvidas por meio de numa sequência didática. Para o planejamento destas sequencias, realizou-se inicialmente um diagnóstico com os sujeitos de pesquisa envolvidos nesta investigação.

Dadas as dificuldades de aprendizagem de estatística pelos métodos da Didática Magna de *Iohannes Amos Comenius (1592 – 1670)* que preconiza que por meio de um único método é possível de ensinar tudo a toda, este trabalho apresenta uma metodologia inovadora onde coloca aos alunos como sujeitos e participantes do processo. A questão central nesta investigação é: Como a engenharia didática pode contribuir no ensino de medidas de tendência central ?

A **Didática Magna (1649)** de Jhon Amós Comenius (pretende, portanto, estipular o método de ensinar tudo a todos totalmente, método que implica também ensinar os alunos com certeza, rapidez e solidez totais). Eis que o autor nos propõe, dessa forma, o método de ensinar que – a seus olhos –verdadeiramente faz jus ao título de “magno”, na medida em que é estabelecido a priori, ou seja, na medida em que é deduzido a partir da ordem imutável das coisas. (BATISTA, 2017, p. 2060).

Com a evolução da Ciência de forma rápida e profunda nos últimos séculos, na educação também transformações aconteceram e, portanto, a forma de ensinar e aprender passou por aprimoramentos. Este estudo tem como objetivo analisar as contribuições de uma sequência didática no estudo de medidas de tendência central.

Na atualidade em educação é grande a preocupação de pais, gestores, alunos e professores quanto ao desempenho escolares em todos os níveis de ensino, novos métodos nesta investigação, buscaram-se responder a seguinte questão de pesquisar: quais as contribuições da utilização de uma sequência didática no ensino da estatística descritiva do ensino médio?

Esta dissertação foi dividida em seis tópicos. No primeiro, a introdução, apresenta-se o trabalho, seus objetivos, problemas de pesquisa e sua metodologia. No segundo tópico, discorre-se sobre a origem e evolução da estatística, suas concepções atuais e os pressupostos da educação estatística e Estatística descritiva. No terceiro, discorre-se sobre a metodologia Engenharia Didática. No quarto tópico, apresentam-se os procedimentos metodológicos da pesquisa om foco na abordagem, a metodologia, sujeitos de pesquisa e instrumentos de coleta de dado. O quinto tópico, trata das aplicações das atividades de ensino e são apresentados os resultados e discussões.

Os resultados do estudo mostraram que os alunos participantes necessitam que professores de matemática que ensinam estatísticas, criem oportunidades para que os educandos desde o Ensino Fundamental ao 3º ano do ensino médio desenvolvam gradativamente o raciocínio e o pensamento estatístico e competências para o exercício da cidadania e para o mundo do trabalho.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Origem e evolução da estatística

Desde os primórdios das sociedades houve sempre a necessidade de coletar dados para tentar planejar o futuro. A estatística é uma ciência que tem registros muito antigos, e surgiu da necessidade que os governos antigos tinham de conhecer suas riquezas e sua população, seja para fins militares ou tributários. Relatos mostram levantamentos estatísticos realizados na China há mais de 2000 anos; registros mostram o uso da estatística também por sociedades Maias, Astecas e Incas.

Segundo Memória (2004) somente no século XVII houve a primeira tentativa de se tirar conclusões a partir de dados numéricos, que foi feita por John Graunt (1620 -1674) em uma pequena obra publicada intitulada de “Observações políticas e naturais da taxa de mortalidade Londrina” (Memória, 2004, tradução nossa) onde Graunt utilizou dados coletados nas paróquias Londrinas para estudar a mortalidade em Londres e suas diferentes causas. Graunt concluiu que nasciam mais homens que mulheres, a mortalidade nos primeiros anos de vida era elevada, e nos centros urbanos existiam mais mortes em relação às zonas rurais.

Muitos estudiosos como Cardano (1501 - 1576) e Galilei (1564 - 1642) já se interessavam pelo estudo da probabilidade, embora muitos desses estudos estavam voltados aos jogos de azar. Foi com Blaise Pascal (1623 – 1662), Pierre de Fermat (1601 – 1665) e Jacob Bernoulli (1654 – 1705) que os estudos probabilísticos tiveram grande avanço intelectual, onde se abriu caminho para a quantificação da incerteza com o Teorema dos Grandes Números.

Na história, vemos que a palavra Estatística apareceu pela primeira vez no século XVIII e foi sugerida pelo alemão Gottfried Achemmel (1719-1772); palavra esta que deriva de status (estado, em latim). Como se pode perceber estatística é um nome que deriva de Estado; de fato, na origem, as atividades da Estatística eram, basicamente, atividades de Estado. Mas hoje isso mudou bastante. (MEDEIROS, 2007, p. 16)

O século 19 foi um grande período formador da história da estatística. Tendo como principais representantes Francis Galton (1822 – 1911) e Karl Pearson (1857 – 1936) que é considerado por muitos como o fundador da Estatística. Em conjunto com Pearson, William Sealy Gosset (1876 – 1937) que trabalhava na cervejaria irlandesa Guinness, considerada a maior cervejaria da época, usou dados para analisar a qualidade da cerveja, onde se inicia o estudo de pequenas amostras na estatística. Ronald Aylmer Fisher (1890 -1962) realizou diversos trabalhos na sua estação agrícola experimental que tinham como conteúdo análises

de variância, testes de hipóteses e planejamento de experiências. Fisher é considerado o pai da estatística moderna.

Cox (1997 apud MEMORIA, 2004, p.82) em seu artigo “A atual posição da estatística: Um ponto de vista pessoal” afirma que:

Os anos de 1925 a 1960 podem ser considerados a época áurea do pensamento estatístico. Este período abrangeu a maior parte dos trabalhos sobre inferência de Fisher, Newman, Egon Pearson e Wald, além do desenvolvimento dos delineamentos experimentais e levantamentos por amostragem, assim como as ideias fundamentais sobre séries temporais e análise multidimensional [...]

No início deste período, a maioria dos estatísticos já tinha acesso aos computadores eletrônicos, mas a obtenção dos resultados era ainda tarefa demorada. O expressivo aumento subsequente dos recursos de computação e de sua disponibilidade proporcionaram novos desenvolvimentos e facilitaram sobretudo a implementação dos métodos correntes. Visto num prazo mais longo, houve uma verdadeira explosão do assunto, como mostra a quantidade de trabalhos publicados, o surgimento de novas revistas e a quantidade de profissionais comprometidos na área. Se os estatísticos como um todo continuarem envolvidos em importantes atividades científicas, tecnológicas e de negócios públicos, se novas ideias forem encorajadas e, especialmente, se as alarmantes tendências de fragmentação do assunto puderem ser evitadas, conforme declara Cox, são fortes as perspectivas de um novo período de grandes inovações. (MEMÓRIA, 2004, p. 83)

Com o avanço tecnológico e a invenção dos computadores, os estudos estatísticos ficaram mais rápidos e eficientes, o que possibilitou transformar a estatística em um estudo essencial, pois permite uma análise detalhada das atuais mudanças dos cenários do mundo atual, com aplicações em diversas áreas do conhecimento e, sobretudo para planejamento de governos.

2.2. Concepções do termo Estatístico

Não é uma tarefa simples definir o que é a Estatística. Por vezes define-se como sendo um conjunto de técnicas de tratamento de dados, mas é muito mais do que isso! A Estatística é uma "arte" e uma ciência que permite tirar conclusões e de uma maneira geral fazer inferências a partir de conjuntos de dados. Até 1900, a Estatística resumia-se ao que hoje em dia se chama Estatística Descritiva. Apesar de tudo, deu contribuições muito positivas em várias áreas científicas. A necessidade de uma maior formalização nos métodos utilizados, fez com que, nos anos seguintes, a Estatística se desenvolvesse numa outra direção,

nomeadamente no que diz respeito ao desenvolvimento de métodos e técnicas de Inferência Estatística. Assim, por volta de 1960 os textos de Estatística debruçam-se especialmente sobre métodos de estimação e de testes de hipóteses, assumindo determinadas famílias de modelos, descurando os aspectos práticos da análise dos dados. (MARTINS, 2005, p. 16)

Com relação à complexidade de definir estatística, Batanero (2001, p.9) afirma:

Existem muitas definições possíveis de estatística, e dentre elas escolhemos o seguinte que reflete bem nossa concepção do sujeito: "A estatística estuda o comportamento dos chamados fenômenos coletivos. É caracterizada por informações sobre um coletivo ou universo, que constitui seu objeto material; um modo adequado de raciocínio, o método estatístico, o que constitui seu objeto formal e previsões para o futuro, o que implica um ambiente de incerteza, que constitui seu objeto ou causa final".

A estatística é compreendida como um conjunto de método que permite a observação, coleta e organizados dos dados, processar, analisar e interpretar os resultados do processamento, fazer apresentação destes em gráficos ou tabela e realizar as inferências.

Para Triola (1999, p.2), a estatística é uma coleção de métodos para planejar experimentos, obter dados e organizá-los, resumi-los, analisá-los, interpretá-los e deles extrair conclusões.

De acordo com Milone (2006, p.3), estatístico é o estudo dos modos de obtenção, coleta, organização, processamento e análise de informações relevantes que permitem quantificar, qualificar ou ordenar entes, coleções, fenômenos ou populações de modo tal que se possa concluir, deduzir ou prever propriedades, eventos ou estados futuros.

A Estatística não é só um conjunto de técnicas, é um estado de espírito na aproximação aos dados, pois facilita conhecimentos, para lidar com a incerteza e a variabilidade dos dados, mesmo durante a sua coleta, permitindo assim que se possam tomar decisões e enfrentar situações de incerteza. (COCKCROFT, 1982, p. 234). Algumas vezes, o termo Estatístico é empregado para designar os próprios dados ou números, por exemplo, estatística de empregos, de acidentes etc.

Didaticamente a estatística se divide em duas partes, a saber, estatística descritiva e inferencial. Enquanto a primeira, trata do planejamento da pesquisa, observação dos dados, o seu processamento, análise, interpretação dos dados, a segunda se ocupa em fazer a indução da pesquisa baseado em amostras para a população.

O ato de generalizar resultados da parte (amostra) para o todo (população) é conhecido como inferência estatística. A estimação de parâmetros é, portanto, uma forma de inferências estatística. Outra forma de inferência estatística é quando surge alguma hipótese sobre a

população em estudo e queremos verificar sua validade, a partir de uma amostra. (BARBETA, 2003, p. 17)

2.3. Educação Estatística

Recentemente, as estatísticas (BATANERO, 2001) foram incorporadas, de forma generalizada, no currículo de matemática do ensino primário e secundário e das diferentes especializações universitárias na maioria dos países desenvolvidos. Isso promoveu a pesquisa e o desenvolvimento de currículos no campo específico da estatística. Exemplos de projetos curriculares desenvolvidos de acordo com estas ideias são, por exemplo, os do Projeto do Conselho de Escolas sobre Educação Estatística no Reino Unido (1957-1981) e o de Literária Quantitativo (1985-98) e Dado Matemática Dirigida (1996-2000) nos Estados Unidos. Materiais didáticos, softwares educacionais, pesquisas, revistas, reuniões e congressos sobre o ensino de estatística cresceram dramaticamente nos últimos anos. (BATANERO, 2001, p. 3 - tradução nossa).

A educação estatística tem sido uma preocupação crucial do Instituto Internacional de Estatística (ISI) desde sua fundação em 1885, e esta preocupação foi formalmente estabelecida em 1948 no estabelecimento do Comitê de Educação, responsável por promover o treinamento estatístico, colaborando para este propósito, com a UNESCO e outras organizações internacionais, em um momento histórico em que era uma prioridade países melhorar a informação estatística nos países em desenvolvimento, o que implicava a necessidade de preparar um número suficiente de técnicos em estatística nesses países. (BATANERO, 2001, p. 3 – tradução nossa)

O interesse pelo ensino da estatística no currículo de Matemática, no âmbito da educação matemática, está ligado (IGNÁCIOS, 2015; WEBSTER, 2006) ao rápido desenvolvimento da estatística como ciência e com grande utilidade na pesquisa e vida profissional, impulsionado pela difusão da informática e pelo crescimento de suas potencialidades e velocidade de cálculo e possibilidades de comunicação.

A estatística segundo a nossa legislação educacional, se constitui como um ramo da matemática. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) é uma parte da matemática, pois currículo de Matemática para o Ensino Fundamental, destinado a estudantes de 6 a 14 anos, estabelecido pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), orienta que se deve trabalhar com os quatro grandes blocos de conteúdos: “Números e Operações”, “Espaço e Forma”, “Grandezas e Medidas” e “Tratamento da Informação”.

Nos PCN referentes ao Ensino Fundamental à Estatística, à Probabilidade e à Combinatória fazem parte de um bloco de conteúdo denominado Tratamento da Informação. Por ser a primeira vez que esses conteúdos foram incluídos à proposta curricular brasileira, justificou-se a importância dos mesmos no tocante à formação de cidadãos críticos, uma vez que tais conteúdos estão diretamente ligados à leitura, interpretação e análise de informações veiculadas, bem como, à previsão de situações e à tomada de decisões. (WALICHINSKI, SANTOS JUNIOR e ISHIKAWA, 2014, p, 45)

A estatística, enquanto método tem uma grande aplicação nos diversos ramos do conhecimento científico, a exemplo disso temos, o controle de qualidade e estoque (nas indústrias), na economia utiliza-se números índice e pesquisa de mercado, a Bioestatística na saúde e Ciências Biológica, a Geoestatística na geografia, e em muitos outros campos da ciência.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018) é um documento de caráter normativo que visa definir o conjunto de aprendizagens essenciais que os alunos precisam desenvolver durante todas as etapas da educação básica garantindo seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento conforme é preceituado no Plano Nacional de Educação (PNE, 2014).

A BNCC propõe cinco unidades temáticas no que diz respeito ao ensino da matemática: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística. A respeito da unidade de Probabilidade e Estatística:

Ela propõe a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia. Assim, todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. (BRASIL, 2017, p. 274)

No 1º ano do ensino fundamental, a (BNCC, 2018) coloca como objetos de conhecimento para a unidade de estatística “noção de acaso; leitura de tabelas e de gráficos de colunas simples; coleta e organização de informações; registros pessoais para comunicação de informações coletadas” (BRASIL, 2017, p. 280)

Para o 2º ano do ensino fundamental os objetos de conhecimento para a unidade estatística são ampliados para “análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano; coleta, classificação e representação de dados em tabelas simples e de dupla entrada e em gráficos de colunas” (BRASIL, 2017, p. 284)

No 3º ano é inserido o gráfico de barras, além do conceito de espaço amostral e os alunos são estimulados a ler e analisar dados e tabelas, além de aprender a representar dados em tabelas e gráficos.

Durante o 4º ano do ensino fundamental o aluno aprende a diferença entre variáveis categóricas e variáveis numéricas aprendem a analisar as chances de eventos aleatórios, é introduzido aos gráficos pictóricos, além de classificação, coleta e representação de dados a partir de pesquisas.

No 5º ano os objetos de estudo são: “espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios; cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis; leitura, coleta, classificação interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada, gráfico de colunas agrupadas, gráficos pictóricos e gráfico de linhas” (BRASIL, 2017, p. 296).

A perspectiva da Probabilidade frequentou é introduzida no 6º ano. Neste momento, o aluno aprende a determinar a probabilidade de eventos aleatórios por meio de números racionais e compara probabilidade por meio de eventos sucessivos. É apresentada mais uma abordagem gráfica ao aluno, o fluxograma, nessa série é importante a interpretação de dados coletados de situações já existentes.

Durante o 7º ano são introduzidos os conceitos de amplitude e média de um conjunto de dados. Além disso, são discutidas com os alunos as diferenças entre pesquisa censitária e amostral. Quanto aos gráficos, o foco está na comparação entre as diferentes formas de representação gráfica, ressaltando aplicabilidade, vantagens e desvantagens de cada uma.

O 8º ano do ensino fundamental o professor ensina ao aluno calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo da contagem, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1. Em Estatística são introduzidas medidas de dispersão, outras medidas de tendência central além da média, gráficos de setores. É desenvolvida também a capacidade do aluno de avaliar a adequação de diferentes tipos de gráficos para representar um conjunto de dados de uma pesquisa.

Finalmente, no 9º ano do Ensino Fundamental, em probabilidade, encontramos entre os objetos de conhecimento “análise de eventos aleatórios dependentes e independentes” Em estatística encontramos “Análise de gráficos divulgados pela mídia: elementos que podem induzir erros de leitura ou de interpretação” (BRASIL, 2017, p. 318).

A Base Nacional Comum Curricular/BNCC (BRASIL, 2017, p. 270) estabelece para o ensino de probabilidade e estatística que:

A incerteza e o tratamento de dados são estudados na unidade temática Probabilidade e estatística. Ela propõe a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações- -problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia. Assim, todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e prever fenômenos.

Saber coletar dados, organizar, analisar e interpretar os seus resultados, resolver problemas envolvendo qualquer tipo de representação semiótica são algumas habilidades que o aluno precisa adquirir para construção de competências estatísticas. Para o desenvolvimento destas competências, além das habilidades descritas acima, e tantas outras, convém aqui ressaltar a importância do letramento estatístico, desenvolvimento do pensamento estético e o raciocínio estatístico. Deste destacaremos abaixo o letramento estatístico, pensamento e raciocínio estatístico.

Os PCN+ Ensino Médio (BRASIL, 2002 apud CANTANHEDE, 2015, P. 17)) propõem como conteúdos de Estatística: descrição de dados; representações gráficas; análise de dados: médias, moda e mediana, variância e desvio padrão. Quanto às habilidades a serem desenvolvidas nessa unidade temática destacam:

- Identificar formas adequadas para descrever e representar dados numéricos e informações de natureza social, econômica, política, científico-tecnológica ou abstrata.
- Ler e interpretar dados e informações de caráter estatístico apresentados em diferentes linguagens e representações, na mídia ou em outros textos e meios de comunicação.
- Obter médias e avaliar desvios de conjuntos de dados ou informações de diferentes naturezas.
- Compreender e emitir juízos sobre informações estatísticas de natureza social, econômica, política ou científica apresentadas em textos, notícias, propagandas, censos, pesquisas e outros meios (BRASIL, 2002, p. 127).

O aluno só conseguirá construir conhecimento que tenha significado à sua vida ou ter condições de aplicar em sua futura vida profissional, se o professor utilizar metodologias que o auxiliem no processo de ensino e aprendizagem.

2.3.1. Letramento Estatístico

Letramento estatístico é um termo que tem se difundido e popularizado entre pesquisadores em educação matemática professores de matemática, alunos e gestores políticos e em educação nas últimas décadas.

A palavra letramento se refere à pessoa que além de saber ler e escrever, saber fazer o uso destas capacidades em contextos diversos. A propósito disso, Magda Soares (1998,

p.39,40) afirma que o indivíduo letrado, indivíduo que vive em estado de letramento, é não só aquele que sabe ler e escrever, mas aquele que usa socialmente a leitura e a escrita, pratica a leitura e a escrita, responde adequadamente às demandas sociais de leitura e de escrita)

Em estatística assim como em matemática o letramento vai além da resolução de exercícios com a utilização mecânica de fórmulas, mas com desenvolvimento de capacidades de interpretação.

Segundo Brandão (2012, p. 42) entende-se por letramento estatístico, portanto, a capacidade que o indivíduo possui de mobilizar definições e conceitos na realização de cálculos e compreendê-los nos diversos contextos e saber analisar e avaliar os resultados para tomada de decisão.

Um modelo de letramento estatístico é composto por cinco elementos, são eles: habilidades de letramento, conhecimento estatístico, conhecimento matemático, conhecimento de contexto e questão crítica; dois componentes de disposição, formados por dois elementos: posição crítica, convicção e atitude. São apresentados a seguir, de maneira resumida, os elementos cognitivos do modelo de letramento estatístico de Gal (2002 apud BRANDÃO 2012, p.44).

1. Habilidades de letramento – a aquisição de um novo conhecimento precisa da revisão do conhecimento elementar considerado necessário para o desenvolvimento do letramento estatístico. Uma vez que as informações são transmitidas por meio de textos escrito e/ou oral exigindo em outros momentos dos leitores, competências para lerem analisarem e interpretar graficos e tabelas. Entender a mensagem estatística requer inicialmente que o indivíduo esteja alfabetizado na língua natural para realização de uma leitura informativa que, em nível superficial, serve para fazer a observação da informação e, em nível mais profundo, contribui para aumentar o conhecimento, auxiliando a informação funcional nas orientações para a vida, lançando mão de conhecimentos e outras informações já conhecidas de outras leituras para que haja compreensão. (BRANDÃO 2012, p.44)
2. Conhecimentos básicos em Estatística – muito importante para o indivíduo analisar as informações estatísticas e apresenta cinco níveis:
 - a) Saber quais dados é necessário e como eles são produzidos – em geral um indivíduo adulto deve possuir alguma compreensão da origem dos dados sobre os quais foram apresentados resultados, mas é importante também saber como eles foram produzidos (COBB e MOORE, 1997 apud BRANDÃO 2012, p. 45):
 - b) Familiaridade com termos básicos e ideias relacionadas à análise estatística descritiva, tais como distribuição de frequências, porcentagens e medidas de tendência central.

- c) Facilidade de relacionar ideias as ideias estatísticas nos diversos tipos de representação principalmente gráfica e tabelas
- d) Compreender noções básicas de probabilidade o indivíduo precisa ter ideias sobre acaso e eventos aleatórios presentes de forma implícita ou explícita em mensagens estatísticas [...] Saber como conclusões ou inferências estatísticas são alcançadas - os adultos têm acesso aos dados de consumidores e não de produtores. Por esta razão, precisam ter ideia de algumas maneiras típicas de resumir informações, como porcentagem, médias, gráficos, tabelas, amostragem e processos aleatórios, pois estes podem estar envolvidos na coleta de dados. (BRANDÃO 2012, p. 46)
3. Domínio do conhecimento elementar em matemática básico em Matemática – os tipos de conhecimentos matemáticos necessários para o desenvolvimento de um modelo de letramento estatístico devem estar claramente inseridos nos procedimentos matemáticos essenciais a indicadores estatísticos, pois sem letramento matemático, pois este é condição *sine qua non* para o letramento estatístico, pois segundo Machado (2003), pois este autor entende o letramento matemático de estudo da matemática com o propósito de compreender os conceitos e seus significados construir conhecimentos e desenvolver habilidades nos diversos tipos de representações .
4. Conhecimentos básicos de contexto – o cálculo de uma média, moda, mediana ou outra medida estatística, por si só, não representa uma mensagem estatística, é, portanto, necessário que estas medidas estejam dentro de um determinado contexto. Muitas vezes, as informações (BRANDÃO, 2012. p 46) podem ter interpretações diferentes para diferentes pessoas, pois a interpretação adequada das mensagens estatísticas depende da capacidade de o indivíduo colocá-las em um dado contexto. Moore (1990) diz que o contexto é a fonte de significado e de base para a interpretação dos resultados obtidos
5. Competências críticas - Competências críticas - as mensagens estatísticas que chegam aos cidadãos normalmente políticos, comerciais ou por sites e estes em determinados momentos publicam informações que podem não representação a realidade universo. Isto pode ocorrer devido a diversos fatores, tais como, escolha inadequada do tipo e tratamento da amostra, imperícia do pesquisador quanto ao tratamento dos dados ou uso de má fé para uma pesquisa tendenciosa.

Além do letramento estatístico outra habilidade muito importante à compreensão das medidas estatística em contextos diversos, é o pensamento estatístico.

2.3.2. Pensamento Estatístico

A estatística é uma ciência que possui aplicação nas mais diversas áreas como economia, educação, saúde pública e política. Sua importância é constatada em inúmeras situações cotidianas, como a verificação da tendência dos resultados eleitorais, nas tendências de uma população, como a média de idade, média de mortalidade e até mesmo nas chances que uma pessoa tem de ser sorteada na loteria.

De acordo com Snee (1990, apud Morais, 2006) o pensamento estatístico é definido como:

[...] processos mentais que reconhecem a variação como algo que nos rodeia e sempre presente em tudo que fazemos. Todo trabalho é uma série de processos interconectados de forma que identificando, caracterizando, quantificando, controlando e reduzindo a variação, proporcionamos oportunidade de crescimento. (SNEE, 1990, p.118, apud MORAIS, 2006 p. 22)

Moore (1997) apresentou as três recomendações do comitê de currículo da Associação Americana de Estatística (American Statistical Association – ASA) e da Associação Americana de Matemática (Mathematical Association of America – MAA).

1. Enfatizar os elementos do pensamento estatísticos necessários de se conhecer: a necessidade de dados; a importância da produção de dados; a onipresença da variabilidade; modelagem e medida da variabilidade.
2. Englobar mais conceitos e dados, e menos receitas e deduções.
3. Adotar a aprendizagem ativa.

Gal (2002) ressalta que o pensamento estatístico é formado por um conjunto de conceitos, dentre eles, os matemáticos. No entanto, Lopes (2010) coloca que o pensamento estatístico demanda um raciocínio diferente do pensamento matemático, pois a estatística lida com eventos incertos.

A definição de pensamento estatístico proposta por Snee (1990) é acrescentada por Wild e Pfannkuch (1999) que propõem uma estrutura formada por quatro dimensões: o ciclo investigativo, os tipos de pensamento estatísticos, o ciclo interrogativo e as disposições.

A primeira dimensão proposta por Wild e Pfannkuch (1999) refere-se a forma como as pessoas atuam e pensam durante as investigações estatísticas, utilizando como base o modelo PPDAC, que tem como objetivo resolver um problema real, geralmente com a intenção de modificar um sistema para a melhoria de algo. É composta por cinco fases: definição do problema; planejamento do ciclo investigativo (sistema de medição, amostragem e análise); coleta dos dados; análise e conclusão, da qual ocorrem as interpretações e a comunicação dos resultados.

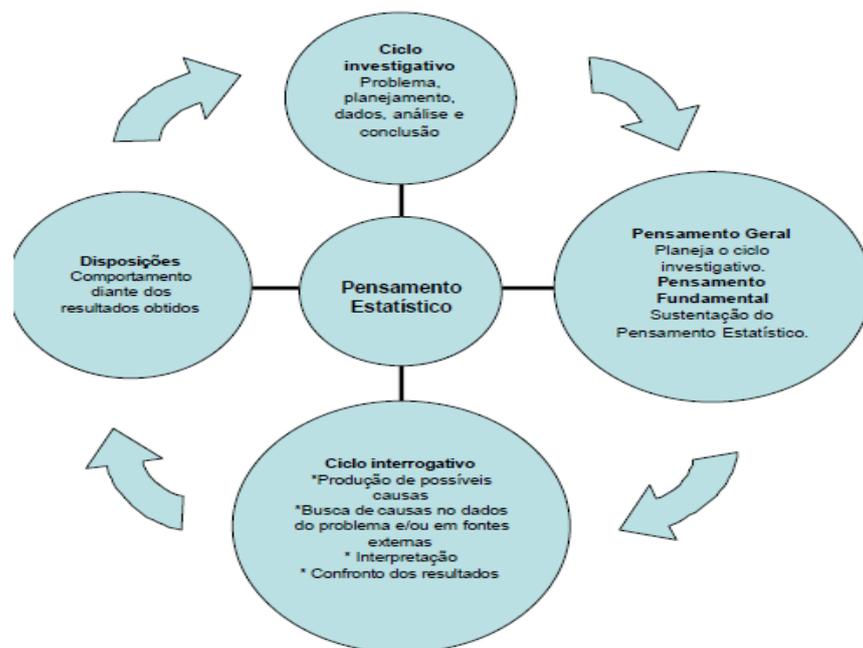
A segunda dimensão declarada por Wild e Pfannkuch (1999) está relacionada com os tipos de pensamento estatístico denominados de “geral” e “fundamental”.

A terceira dimensão, fala dos questionamentos macro e micro que são traçados pelo responsável por resolver o problema. Neste ciclo o pensador produz possibilidades, busca informações, formula ideias, para após isso interpretar o resultado estatístico.

Na quarta dimensão, têm-se as disposições, que estão relacionadas com a abertura para novas ideias, busca de significado e engajamento, ou seja, o compromisso do "pensador" com o problema, o que pode envolver a imaginação, a curiosidade e a consciência e perseverança.

A figura 1 mostra uma interpretação da definição de pensamento estatístico proposto por Wild e Pfannkuch.

Figura 1: Interpretação da definição de Pensamento Estatístico



FONTE: SILVA (2007, p.31)

2.3.3. Raciocínio Estatístico

Martins e Ponte (2010) diferem raciocínio estatístico de pensamento estatístico, afirmando que o primeiro se refere a fatos, relações e inferências estatísticas e o segundo a intuições e informalidades do próprio raciocínio. De acordo com Martins e Ponte (2010):

O pensamento estatístico tem sempre presente o contexto que dá origem aos dados, que por sua vez, permitem (ou não) responder a certas questões. (...) No raciocínio estatístico, tratamos com afirmações em que não podemos dizer que são verdadeiras nem tão pouco falsas (MARTINS e PONTE, 2010, pp.10-11).

De acordo com Garfield (2002), o raciocínio estatístico pode ser definido como a forma como as pessoas raciocinam com as ideias estatísticas e dão sentido à informação estatística, englobando fazer interpretações baseadas em representações de gráficos, conjuntos de dados ou sumários estatísticos.

Lopes e Fernandes (2014, citando Garfield e Gal, 1999), apresentam seis tipos de raciocínio estatístico:

1. Sobre os dados, quando o aluno é capaz de reconhecer e categorizar os dados e consegue identificar uma tabela, um gráfico ou uma medida adequada para um dado tipo de variável.
2. Sobre a representação dos dados, quando o aluno desenvolve a capacidade de ler e interpretar gráficos, entender qual tipo de gráfico é apropriado para representar um conjunto de dados e de reconhecer as características gerais de uma distribuição pelo seu gráfico;
3. Sobre as medidas estatísticas, quando é capaz de entender o que as medidas de tendência central e de variável dizem a respeito de um conjunto de dados, quais são as medidas mais apropriadas em cada caso e como elas representam o conjunto de dados, e quando utilizar as medidas de tendência central e de variabilidade para comparar diferentes distribuições;
4. Sobre a incerteza, quando consegue entender e utilizar ideias de aleatoriedade, probabilidade para fazer análises sobre eventos, usar métodos apropriados para determinar a semelhança de diferentes eventos;
5. Sobre as amostras, quando entende como as amostras se relacionam com a população e o que pode ser analisado acerca de uma amostra;
6. Sobre associações, quando o aluno consegue de julgar e interpretar as relações entre variáveis, em tabelas de dupla entrada ou em gráficos.

2.4. Estatística descritiva

Diariamente observam-se por meio dos veículos de comunicação mensagens escritas nas mais variadas formas de representação que em alguns momentos se constituem em

armadilhas para o leitor, dadas às ambiguidades. Ara compreender correntemente estas mensagens são necessárias habilidades crítica para a leitura, análise, interpretação e compreensão em probabilidade e estatística. Esta investigação trata da importância da estatística descritiva na coleta, tratamento, análise e interpretação dos dados.

Corroborando com a ideia acima, Garzola (2008) afirma:

Quando discursos, propagandas, manchetes e notícias veiculados pela mídia, utilizam informações estatísticas (números, tabelas ou gráficos), esses ganham credibilidades e são difíceis de serem contestados pelo cidadão comum, que chega até a questionar a veracidade dessas informações, mas ele não está instrumentalizado para arguir e contra argumentar. (GAZORLA, 2008, p. 46)

A estatística descritiva tem como objetivo a sumarização dos dados, sendo estes oriundos de amostras ou da própria população. Na descrição dos dados, sendo eles oriundos de amostras ou população, pode-se incluir a coleta, sua organização, representações dos dados por meio de gráficos e tabelas, estabelecer relações entre variáveis e realizar cálculos de medidas estatísticas, como Medidas de Tendência Central de Variabilidades, Curtose e Assimetria.

A Estatística Descritiva se preocupa com a organização, apresentação e sintetização de dados. Utilizam gráficos, tabelas e medidas descritivas como ferramentas. Utilizada na etapa inicial da análise, destinada a obter informações que indicam possíveis modelos a serem utilizados numa fase final que seria a chamada inferência estatística. (MADRI, 2011, p. 2)

Corroborando com as ideias de Madri, Magalhães e Lima (2004) afirmam que a estatística representa um conjunto de técnicas que tem por objetivo analisar e resumir dados, para que se possa analisar e assim tirar conclusões de acordo com o interesse do observador.

A estatística descritiva “Consiste na recolha, apresentação, análise e interpretação de dados numéricos através da criação de instrumentos adequados: quadros, gráficos e indicadores numéricos.” (REIS, 2008, p.15). Ainda de acordo com Reis (2008) o objetivo da estatística descritiva é criar instrumentos que facilitem a compreensão de informações contidas em um conjunto de dados.

Para descrevermos os fenômenos observados a partir da coleta de dados são importantes à compreensão de alguns conceitos utilizados na estatística descritiva, tais como:

2.4.1. População ou universo

Entende-se como população ou universo, o conjunto de elemento que apresentam pelo menos uma característica comum e sobre o qual se faz o estudo estatístico. Os exemplos têm,

população dos estudantes universitário brasileiro; população de baleias, população dos residentes no Brasil etc.

Fonseca e Martins (2012, p.111) afirmam que uma população “é um conjunto de indivíduos ou objetos que apresentam pelo menos uma característica em comum”.

2.4.2. Amostra

Compreende-se por amostra a todo subconjunto de uma população. Se tomarmos um subconjunto, por exemplo, de 2.000 estudantes universitários (alunos regularmente matriculados em uma IES) de todos os estudantes universitários do Brasil, estaremos diante de uma amostra.

Cabe aqui ressaltar que quando trabalhamos como parte da população, realizamos pesquisas estatísticas utilizando amostra, mas se forem envolvidos todos os elementos do universo, estaremos realizando Censo.

Amostra, por sua vez, pode ser definida como um subconjunto de elementos ou unidades extraído de uma população ou universo bem definido, mediante procedimentos estatístico-matemáticos baseados em critérios operacionais e na teoria das probabilidades com vistas a garantir uma seleção aleatória das unidades populacionais, os quais tornam possível a obtenção de amostras representativas (do ponto de vista estatístico); tais procedimentos são conhecidos como técnicas de amostragem (KISH, 1967).

O Censo brasileiro adota o conceito de população residente ou de direito, ou seja, a população é enumerada no seu local de residência habitual. As características continentais do País e a utilização da informação censitária aconselham essa escolha, que é tradicional no censo brasileiro. A investigação das características dos domicílios e das pessoas neles residentes teve como data de referência a noite de 31 de julho para 1º de agosto de 2010. As pessoas nascidas a partir desta data não foram incluídas no censo... No Censo Demográfico 2010 foram recenseadas todas as pessoas residentes em domicílios no Território Nacional, na data de referência. A população residente é constituída pelos moradores do domicílio na data de referência (IBGE, 2010, notas técnicas).

2.4.3. Dados Estatísticos

Dados é todo conjunto de observações oriundas (TRIOLA, 2008) de uma amostra ou população passíveis de serem processados, analisados e interpretados. Os (dados podem ser qualitativos, quando os atributos se referem a qualidades como pessoa boa, ruim, perversa, bonita, feia etc.) e, quantitativos, expressos em quantidades.

Os dados quantitativos podem ser discretos ou contínuos. Os dados quantitativos discretos são enumeráveis. O exemplo tem número de gols marcados numa partida de futebol.

Enquanto isso, os contínuos são representados por intervalos, por não serem enumeráveis, por exemplo, estaturas das pessoas expresso na unidade padrão, o menos e seus submúltiplos.

De modo geral, para cada elemento investigado numa pesquisa, tem-se associado um (ou mais de um) resultado correspondendo à realização de uma característica (ou características). No exemplo em questão, considerando-se a característica (variável) estado civil, para cada empregado pode-se associar uma das realizações, solteiro ou casado (note que poderia haver outras possibilidades, como separado, divorciado, mas somente as duas mencionadas foram consideradas no estudo). Podemos atribuir uma letra, digamos X. (BUSSAB e MORETTIN, 2010, p. 8), nesse caso, pode-se representar a variável, estado civil por - X, grau de instrução - Y, número de filhos por Z, salário - S, Idade - U e região de procedência - V.

Existem variáveis como cor de pele, estado civil, conceito, que se atribui qualidade do indivíduo sujeito de pesquisa que são chamadas de qualitativas (que se divide em dois tipos nominal e ordinal), enquanto outros como idade, massa do corpo, dias do mês são atribuídos números resultantes de contagem e estas são chamadas de quantitativa.

Ainda de acordo com Magalhães e Lima (2004, p.7):

Variáveis quantitativas, isto é, variáveis de natureza numérica, podem ser subdivididas em discretas e contínuas. Variáveis quantitativas discretas podem ser vistas como resultados de contagens, e assumem, em geral, valores inteiros, o conjunto dos valores assumidos é finito ou enumerável. Já as variáveis quantitativas contínuas assumem valores em intervalos dos números reais e, geralmente, são provenientes de uma mensuração. (MAGALHÃES E LIMA, 2004, p. 7).

Ao tipo de variáveis quantitativo e qualitativo, associa-se o tipo de gráfico mais adequado e estes correspondem a um tipo de representação de um conjunto de dados, facilitando a compreensão das informações.

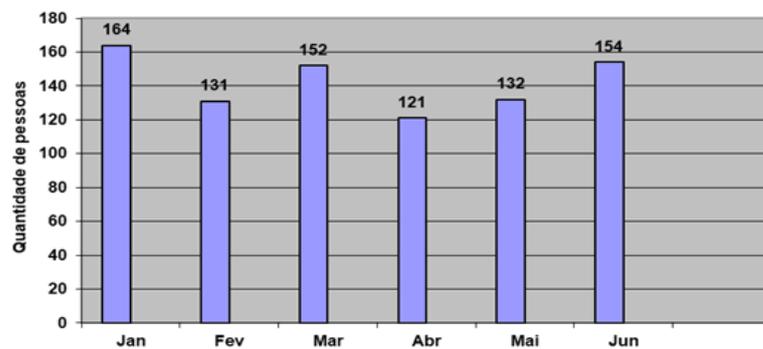
Os gráficos são utilizados para diversos fins Chambers et al. (1983 apud MORETTIN; E BUSSAB, 2010, p 3) buscar padrões e relações; confirmar (ou não) certas expectativas que se tinha sobre os dados, descobrir novos fenômenos, confirmar (ou não) suposições feitas sobre os procedimentos estatísticos usados; e apresentar resultados de modo mais rápido e fácil.

Existem vários tipos de gráficos para representar variáveis qualitativas. Várias são versões diferentes do mesmo princípio, logo nos limitaremos a apresentar dois deles: gráficos em barras e de composição em setores (“pizza” ou retângulos), sendo a outra arbitrária, porém igual para todas as barras. Essas barras são dispostas paralelamente uma às outras, horizontal

ou verticalmente, gráfico em barras consiste em construir retângulos ou barras, em que uma das dimensões é proporcional à magnitude a ser representada (n_i ou f_i), sendo a outra arbitrária, porém igual para todas as barras. Essas barras são dispostas paralelamente umas às outras, horizontal ou verticalmente, (MORETTIN e BUSSAB, 2010, p.32).

O pesquisador reunido com os alunos participante do estudo discutindo os tipos de gráficos resolveu pesquisar na internet para escolherem um exemplo para analisarem e o pesquisador colocar no texto do trabalho. O exemplo selecionado foi retirado da Secretaria de segurança pública do estado do Maranhão, cujo gráfico segue abaixo:

Gráfico 1: Número de mortes no Estado do Maranhão - 1 semestre de 2018

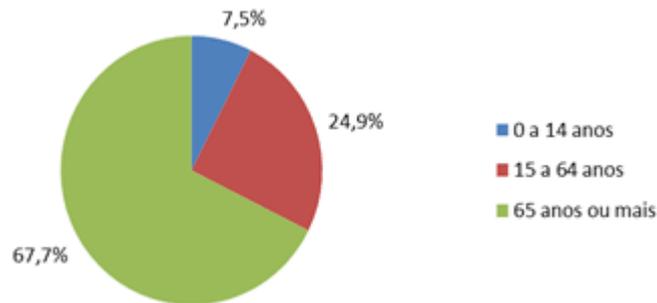


Fonte: Secretaria de Segurança pública/MA (2018)

Enquanto isso, os gráficos em setores (MORETTIN E BUSSAB, 2010) com o formato de “pizza” mais utilizado, emprega-se representar a composição, usualmente em porcentagem, de partes de um todo. Consiste num círculo de raio arbitrário, representando o todo, dividido em setores, que correspondem às partes de maneira proporcional.

De acordo com a pesquisa realizada pelo IBGE do censo de 2010 sobre a proporção de pessoas que possui pelo menos uma deficiência investigada na população residente, segundo os grupos de idade-Brasil.

Gráfico 2: Proporção de pessoas com pelo menos uma das deficiências investigadas na população residente, segundo os grupos de idade-Brasil.



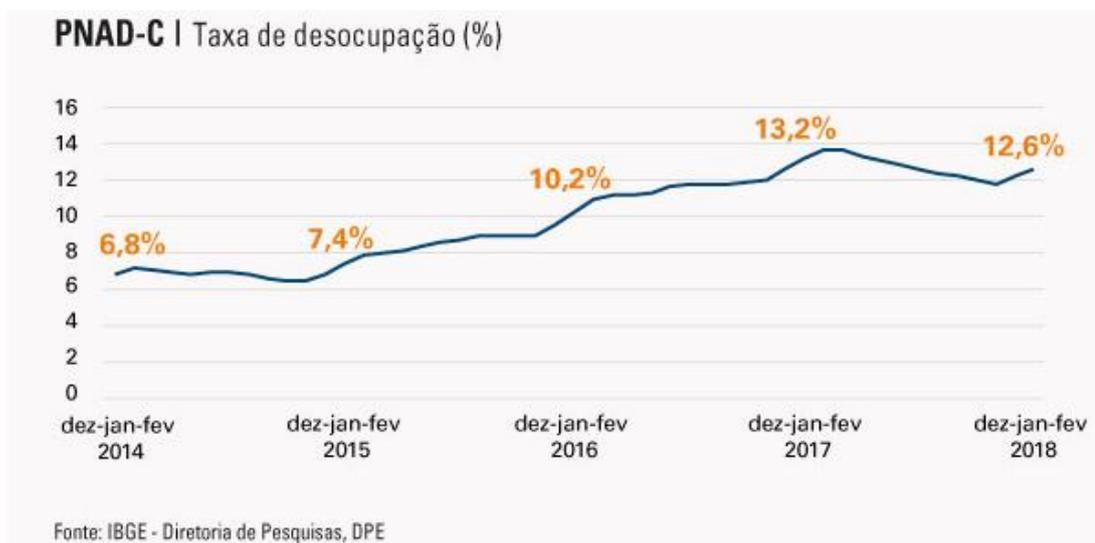
Fonte: IBGE (2010)

Para as variáveis qualitativas entre outros tipos de gráficos, elas podem ser representadas pelos gráficos em Barra, Histograma e ramos e Folhas. Acredita-se que os gráficos em barra se tornam mais fácil para a leitura e interpretação da informam.

Além dos gráficos acima citados por Morettin e Bussab (2010), outro de grande emprego na estatística, é o gráfico em linhas, que mostram a tendências dos dados em intervalos iguais. Também é um tipo de gráfico de fácil leitura e compreensão dos dados.

Reis (2008) coloca o gráfico de linhas como talvez o mais utilizado dentre os gráficos, devido à sua facilidade de ser feito e interpretado. A sua construção geralmente leva no eixo vertical a variável definida em quantidade e no eixo horizontal a escala. Como mostra a seguir o gráfico 3.

Gráfico 3: PNAD-C- Taxa de Desocupação (2014-2018)



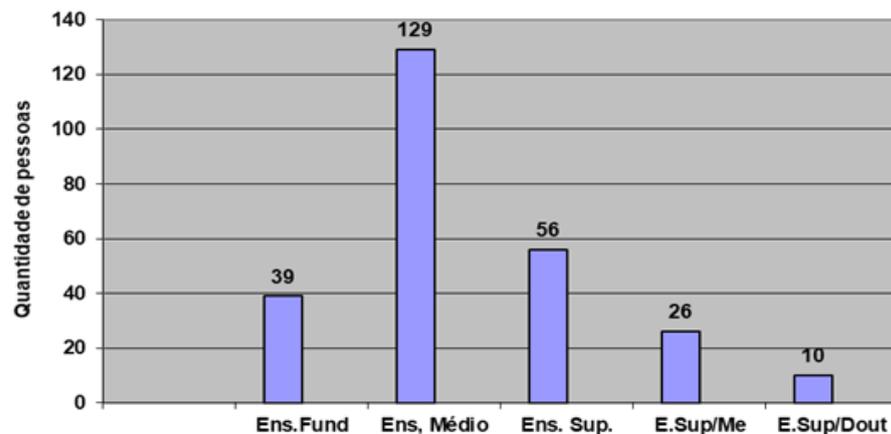
Fonte: IBGE (2018)

De acordo com Morettin e Bussab (2010, p.15) para as variáveis qualitativas podemos considerar uma variedade maior de representações gráficas. Neste estudo serão abordados os gráficos em barra, histograma, ramos e Folhas.

Segundo estes autores, o gráfico em barras consiste em construir retângulos ou barras, em que uma das dimensões é proporcional à magnitude a ser representada, sendo a outra arbitrária, porém igual para todas as barras. As barras são dispostas paralelamente umas à outra vertical ou horizontalmente.

Em um show promovido pela Prefeitura de São Luís na Praça Maria Aragão, no ano de 2018 o pesquisador realizou uma pesquisa para em comemoração aos 406 anos da cidade o pesquisador realizou uma entrevista com 260 pessoas com o propósito de identificar a escolaridade dos frequentadores nas categorias ensino fundamental, ensino médio, somente ensino superior, ensino superior com mestrado e ensino superior com doutorado.

Gráfico 4: Nível de escolaridade/titulação



Fonte: Pesquisa (2019)

O histograma é um gráfico de barras contíguas, com as bases proporcionais aos intervalos das classes e a área de cada retângulo proporcional à respectiva frequência. Pode-se usar tanto a frequência absoluta, n_i , como a relativa, f_i . Indiquemos a amplitude do i -ésimo intervalo por Δ_i . Para que a área do retângulo respectivo seja proporcional a f_i , a sua altura deve ser proporcional a f_i/Δ_i (ou a n_i/Δ_i), que é chamada densidade de frequência da i -ésima classe. Quanto mais dados tivermos em cada classe, mais alto deve ser o retângulo. Com essa convenção, a área total do histograma será igual a um (MOORETTIN e BUSSAB, 2010, p. 18);

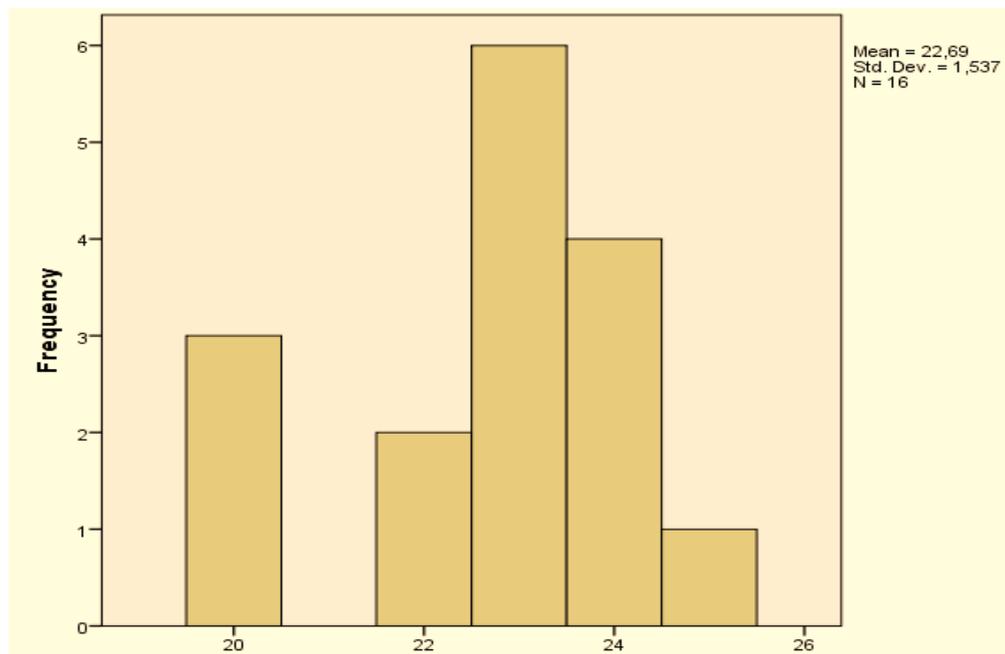
Um histograma consiste em uma escala horizontal para os valores dos dados a ser representada, uma escala vertical para as frequências e barras para representar os valores das

frequências, das diversas classes. Em geral, a construção de um histograma para representar conjunto de valores é precedida de uma tabela completa de frequências daqueles valores. Cada barra é limitada pela fronteira inferior de classe à esquerda e pela fronteira superior de classe à direita. Obtém-se, entretanto, melhor legibilidade tomando-se os pontos médios das classes em lugar das fronteiras das classes. (TRIOLA, 1999, p. 24)

Ao construir o histograma, a partir de tabela de frequência é importante levar em consideração as escalas. Antes de construir um histograma com base em uma tabela de frequências devem atentar para as escalas usadas nos eixos vertical e horizontal.

Em geral a construção de um histograma para representar um conjunto de valores é precedida de uma tabela completa de frequências daqueles valores. Se os dados forem isolados, colocam-se os mesmos no eixo das abscissas e a quantidade de ocorrências (frequências simples) no eixo das ordenadas. De acordo com os dados da tabela 1 tem-se o seguinte histograma:

Gráfico 5: Idade de 16 estudantes do 3º ano do ensino médio da escola Emésio Dário de Araújo, turno noturno.



Fonte: Pesquisa (2019)

A construção de uma tabela de frequências e do histograma correspondente nos dá informações valiosas sobre a natureza da distribuição dos dados, mas há a desvantagem de perdermos alguns detalhes sobre eles. Em geral, não podemos recompor os dados originais

a partir da tabela de frequências ou do histograma. Vamos introduzir agora os gráficos do tipo ramo-e-folhas, que permitem vermos a distribuição dos dados *sem* perda de informação no processo. Em um gráfico ramo-e-folhas, classificamos os dados segundo um padrão que revela a distribuição subjacente. (TRIOLA, 1999, p. 26)

O procedimento consiste em separar o número em duas partes, uma será o ramo e a outra as folhas. Se for um número decimal, a parte inteira será o ramo e as decimais folhas. Quando o número tem uma classe e possui as ordens da centena (c), das dezenas (d) e unidades (u), a ordem das centenas poder ser o ramo e ordens da dezena e unidade folhas.

Considere: 5,5 - 5,5 - 5,7 - 5,9 - 6,0 - 6,0 - 6,0 - 6,5 - 6,5 - 6,5 - 7,0 - 7,0 - 7,0 - 7,0 - 7,0 - 7,5 - 7,5 - 7,5 - 7,5 - 7,8 - 7,8 - 8,0 - 8,0 - 8,2 - 8,4 - 8,5 - 8,6 - 8,6 - 9,0 - 9,5. Foram as notas obtidas pelos alunos da turma A, turno matutino, do terceiro ano do ensino médio da escola Emésio Dário de Araújo na disciplina de matemática referentes ao primeiro bimestre de 2019, o gráfico ramos e folha pode ser construído da seguinte forma.

Tabela 1: notas de alunos da Escola Emésio Dário de Araújo em avaliação no ano de 2019

Ramo	Folhas
5	5 5 7 9
6	0 0 0 5 5 5
7	0 0 0 0 0 5 5 5 5 8 8
8	0 0 2 4 5 6 6
9	0 5

Fonte: Pesquisa (2019)

O histograma e os gráficos de barras dão uma ideia da forma de distribuições dos dados e, convém destacar que a forma de distribuições é muito importante para analisarmos interpretamos e tomarmos decisão.

2.4.4. Frequência

Considera-se frequência em estatística a quantidade de ocorrência de valores dentro de um grupo ou intervalo específico na observação de determinado fenômeno. Segundo COSTA NETO (1977, p.8), “O primeiro passo para se descrever graficamente um conjunto de dados observados é verificar as frequências dos diversos valores existentes da variável e afirma ainda:

A frequência de um dado valor de uma variável (qualitativa ou quantitativa) como o número de vezes que esse valor foi observado. Denotaremos a frequência do *i*-ésimo valor observado por “*fi*”. (Costa Neto 1977, p.8)

Chamaremos, de agora em diante, a frequência descrita acima como “Frequência absoluta” e para ela utilizaremos a notação “*fi*”. Outras notações são utilizadas por diferentes autores para representar frequência simples ou absoluta, no entanto neste estudo utilizaremos a notação de Costa Neto (1977)

Outra frequência muito utilizada para descrever um conjunto de dados é a frequência acumulada que a partir de agora será representado $f_{i.a}$. Esta frequência pode ser obtida somando a primeira, depois somando a segunda com a anterior, a terceira com a soma acumulada das duas anteriores, a quarta com a soma acumuladas das três anteriores e assim por diante.

Também se utiliza bastante para descrever os dados, é a frequência relativa (f_r) obtida pelo quociente de cada frequência absoluta pela pelo total das observações. $f_r = \frac{f_i}{\sum f_i}$ (eq. I)

A frequência percentual ou porcentual ($f\%$) é calculada a partir do produto da frequência relativa por 100. Logo, $f\% = f_r * 100$ (eq. II)

As frequências acima podem ser obtidas para dados isolados ou agrupados em intervalos de classe.

Para dados isolados, o procedimento segue abaixo:

Para fazer a distribuição de frequência para dados agrupados em intervalos de classe, inicialmente determina-se em quantas classes (K) os dados serão distribuídos. Existem vários métodos para determinar o número de classe, no entanto, o mais utilizado é o de Surges, um método empírico baseado no número de observações. $K = 1 + 3,22 \log N$ (eq.III). No caso acima, temos:

$$(K = 1 + 3,22 \log(40) \Rightarrow K = 1 + 3,22 * 1,60 \Rightarrow K = 1 + 5,152 \Rightarrow K = 6)$$

Após determinar o número de classe, calcula-se a amplitude (h) de classe, ou seja, a diferença entre os extremos. Para este cálculo, utiliza-se a expressão: $h = \frac{AT}{K}$, (eq. IV), onde K – é a amplitude de classe, e AT, amplitude total, que é a diferença entre o maior e menor valor das observações. Logo:

$$\left(h = \frac{AT}{K} \Rightarrow h = \frac{LS - Li}{K} \Rightarrow h = \frac{65 - 45}{6} \Rightarrow h = 3 \right)$$

Portanto a distribuição de frequência segue na tabela abaixo:

Sejam 20,20,20,22,22,23,23,23,23,23,24,24,24,24, e 25 idades (em anos) de 16 estudantes do 3º ano do ensino médio da escola Emésio Dário de Araújo, turno noturno, de São Luís. Qual o percentual de estudantes com idade maior ou igual a 22 e menor e igual a 24 anos?

Tabela 2: Idade de 16 estudantes do 3º ano do ensino médio da escola Emésio Dário de Araújo, turno noturno.

Xi	fi	fr	f%
20	3	0,1875	18,75
22	2	0,125	12,25
23	6	0,375	37,50
24	4	0,25	25,00
25	1	0,625	6,50
Total	16	1,000	100,00

Fonte: Pesquisa (2019)

Para a distribuição de frequências com dados agrupados em intervalos de classe, o procedimento segue:

Os dados abaixo referem-se aos pesos (Kg) de 40 (quarenta) alunos do 2º ano do ensino médio turno matutino da escola Emésio Dário de Araújo do ano de 2019. Após a coleta realizou-se a análise dos mesmos, iniciando-se com a distribuição de frequência, conforme tabela 2.

Pede-se determinar quantas pessoas entrem 51 kg inclusive a menos de 60 kg.

45 – 46 – 47 – 50 – 48 – 49 – 49 – 49 – 51 – 52 – 53 – 53 – 51 – 53 – 57 – 54 – 52 – 53 – 55 –
55 – 56 – 51 – 56 – 52 – 51 – 51 – 52 – 51 – 51 – 52 – 55 – 57 – 59 – 58 – 55 – 57 – 63 – 62 –
61 – 58

Tabela 3: Pesos de 40 alunos da escola Emésio Dário de Araújo (2019)

Classe	fi	fi _(a)	fr	f%	f% _(a)
45 + 48	3	3	0,075	7,50	7,50
48 + 51	5	8	0,125	12,50	20,00
51 + 54	16	24	0,400	40,00	60,00
54 + 57	6	30	0,150	15,00	75,00
57 + 60	6	36	0,150	15,00	90,00
60 + 63	4	40	0,100	10,00	100,00
Total	40	-	1,000	100,00	-

Fonte: Pesquisa (2019)

Analisando a tabela podemos facilmente verificar que 28 é a quantidade de alunos com peso entre 51 kg inclusive e menos de 60 kg.

2.4.5. Medidas de Tendência Central

A maioria dos dados apresenta uma tendência de se concentrarem próximo a um ponto central da distribuição e em torno dele se encontram alguns valores numéricos chamado de medidas de tendência central. Nestes valores possuem informações muito importantes contidas nos dados coletados e processados.

Corroborando com essa ideia encontra-se em Triola (1999, p.31) que “uma medida de tendência central é um valor no centro ou no meio de um conjunto de dados”.

Há várias maneiras de se determinar o centro de um conjunto de dados, de modo que se têm diferentes definições de medidas de tendência central, das quais se destacam a média aritmética, a mediana e a moda (TRIOLA, 2008 apud CANTANHEDE, 2015, p. 19). As estatísticas da amostra, assim como os parâmetros da poluição como a média aritmética, a moda e a mediana, representam a tendência central de localização de dados estatísticos e são consideradas de grande importância.

Encontra-se em Carvalho (2011) que: “Atualmente podemos encontrar mais de dez medidas que representam o centro de um conjunto de dados, mas a média aritmética é a mais utilizada” (CARVALHO, 2011, p. 19). Das medidas de tendência central a mais utilizada é a dos mínimos quadrados, o qual minimiza o residual. Batanero (2000) afirma que dentro do campo da Estatística, mesmo os conceitos mais simples como os de média e mediana, precisam de um trabalho específico para que os estudantes possam alcançar a compreensão de

seus diversos significados. Ela também identifica quatro significados distintos sobre a média aritmética:

Para Reis (2008) as medidas de tendência centrais são muito úteis quando o objetivo é resumir um conjunto de dados estatísticos através de um único valor. Este valor depende da característica dos dados que estão sendo utilizados. As medidas de tendência central incluem a média, moda e mediana.

2.4.5.1. Média Aritmética

A média aritmética de um conjunto de valores é o valor obtido somando-se todos eles e dividindo-se o total pelo número de valores. Essa medida particular de tendência central será utilizada frequentemente em todo o resto deste texto, e será designada simplesmente como média. (TRIOLA, 1999, p. 12)

A média aritmética uma das três medidas de tendência central mais utilizada para a realização de um resumo de dados estatísticos funcionando como um ponto de equilíbrio destes.

O uso da média aritmética para a análise de dados apresenta vantagens e desvantagens. Como desvantagem, existe a questão de ela ser influenciada pelos extremos, ou seja, valores eternamente altos ou baixos em relação aos demais altera a realidade dos dados. O seu uso deve ser evitado quando a distribuição não for aproximadamente simétrica. Permite apenas uma descrição incompleta na distribuição, por não fornecer informações a respeito do número de casos que estão acima ou abaixo do valor da média aritmética; e também a respeito do valor mais frequente.

Uma das grandes vantagens da utilização da média aritmética, é a facilidade na realização de seu cálculo.

1. Quando os dados são isolados, para calcular a média aritmética basta somar todos os valores e dividir pela quantidade deles.

$$\text{Ou seja: } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \text{ ou simplesmente, } \bar{x} = \frac{\sum x}{n} \text{ (eq. IV)}$$

X_i = Valores individuais observados e, n = Dimensão da amostra

2. Quando os dados estão agrupados em intervalos de classe.

Neste caso encontra-se o ponto médio de cada classe, e multiplica pela respectiva frequência simples, a média é obtida pelo quociente entre a soma deste produto pelo total das observações, seja:

$$\bar{X} = \frac{\sum Xi*fi}{n} \text{ (eq.V)}$$

Onde: \bar{X} - média aritmética; Xi - ponto médio de da classe fi - frequência simples e, n - total das observações ou ($\bar{X} = \sum fi$)

A média aritmética apresenta algumas propriedades que contribuem para melhor compreensão conceitual de média e, dentre elas destacam-se:

- A soma algébrica dos afastamentos de um conjunto dados numéricos em relação a média aritmética é zero.
- Ao somarmos ou subtraímos uma constante aos valores de uma variável, a média fica adicionada ou diminuída dessa constante.
- Multiplicando ou dividindo todos os valores de uma variável por uma constante, a média fica multiplicada ou dividida por essa constante.

Quando se calcula a média aritmética de um conjunto de dados numéricos, todo o valor tem mesma importância.

Considerando os dados da tabela 1 a média aritmética pode ser calculada da seguinte forma:

$$\bar{X} = \frac{20 + 20 + 20 + 22 + 22 + 23 + 23 + 23 + 23 + 23 + 23 + 24 + 24 + 24 + 24 + 25}{16}$$

$\bar{X} = \frac{363}{16} \Rightarrow X = 22,69$. Logo a idades média dos estudantes universitários é 22, 69 anos, ou 22 anos e 7 meses.

Além da média aritmética simples ou simplesmente média aritmética, também se define média aritmética ponderada:

Para Triola (2009, p. 84) em alguns casos os valores variam de acordo com o seu grau de importância. para a qual podemos pondera-los e calcular a média ponderada dos valores x , uma média que se consegue associar distintos pesos (w) aos valores, tal como se converterá em o molde média que se consegue associar distintos pesos (w) aos valores, tal como se converterá em o molde (Tradução nossa)

$$\check{X} = \frac{\sum (w*x)}{\sum w} \text{ (eq.VI)}$$

Sejam 6,0; 7,5 e 9,5 notas de três atividades avaliativas de um aluno com os respectivos pesos 4,0; 4,5 e 1,5 respectivamente. Calcule a média ponderada.

$$\bar{X} = \frac{(6,0 * 4 + 7,5 * 4,5 + 9,5 * 1,5)}{10} = \frac{72}{10} \Rightarrow X = 7,2$$

Considere a distribuição de frequências das estaturas de 40 alunos de uma determinada classe de 8ª série.

Tabela 4: Estatura de 40 alunos do 3º ano da Escola Emésio Dário de Araújo

Estaturas (cm)	f_i	x_i	$x_i f_i$
150 - 154	4	152	608
154 - 158	9	156	1404
158 - 162	11	160	1760
162 - 166	8	164	1312
166 - 170	5	168	840
170 - 174	3	172	516
Total	40		6440

Fonte: Pesquisa (2019)

A média é dada por $6440/40 = 161$, o que significa que a altura média dos alunos é de 161 cm ou 1,61m.

2.4.5.2. Moda

A moda é o valor de uma determinada amostra que aparece mais vezes, ou seja, o valor que ocorre com maior frequência. De acordo com Triola (1999) quando dois valores ocorrem com a mesma frequência, os dois são considerados moda e o conjunto é chamado de bimodal, se mais de dois valores ocorrerem com frequência máxima, todo esse serão considerado moda e o conjunto é denominado de multimodal. Se nenhum valor for repetido, não existe moda no conjunto. No cotidiano das pessoas moda é aquilo que é mais utilizado.

Moda de um conjunto de dados é o valor que ocorre com maior frequência. Quando dois valores ocorrem com a mesma frequência máxima, cada um deles é uma moda, e o conjunto se diz bimodal. Se mais de dois valores ocorrem com a mesma frequência máxima, cada um deles é uma moda, e o conjunto é multimodal. Quando nenhum valor é repetido, o conjunto não tem moda. A moda é definida como a realização mais frequente do conjunto de valores observados. Uma distribuição pode ter moda apenas e nesse caso é diz-se que a distribuição é unimodal, se possuir dois 'é bimodal e assim sucessivamente caso dos dados isolados. (TRIOLA, 2008, p.34)

A moda (M_o) é utilizada quando desejamos obter uma medida rápida e aproximada de posição ou quando a medida de posição deva ser o valor mais típico da distribuição. Já a média aritmética é a medida de posição que possui a maior estabilidade $(7+8)/2 = 7,5$.

Sejam os valores abaixo:

- a) 2-2-2-3-4-4-5-5-5-6-6 nesse caso, a moda (Mo) = 5, o valor que mais se repete é 5 constituindo dessa forma uma distribuição unimodal.
- b) 2-4-5-6-6-4-4-3-7-6-4-3-6-2-4-6-2. Aqui temos duas modas, (Mo_1) = 4 e (Mo_2) = 6, logo se trata uma distribuição bimodal.
- c) Vale ressaltar a existência de distribuições trimodal, quadrimodal, etc.

Para dados agrupados em intervalo de classe, para se calcular a moda (Mo) existem várias maneiras para sua realização. Neste trabalho será utilizado o método de Czuber:

$$Mo = li + \frac{f - \text{fant.}}{(f - \text{fant.}) + (f - \text{fpost.})} * h, \text{ (eq. VII)}$$

Onde:

Mo - moda.

li – limite inferior de classe;

f – frequência simples da classe modal.

fant. - Frequência anterior à classe modal.

fpost. - Frequência posterior classe modal.

Na tabela a seguir (tab. 4) os dados se referem aos pesos de 40 alunos do 3º ano do ensino médio do turno matutino da escola Emésio Dário de Araújo, pede-se calcular a moda:

Tabela 5– Pesos de 40 alunos do 3º ano do ensino médio do turno matutino da escola Emésio Dário de Araújo (2019)

Classe	f_i	$f_{i(a)}$	f_r	$f\%$	$f_{\%(a)}$
45 + 48	3	3	0,075	7,50	7,50
48 + 51	5	8	0,125	12,50	20,00
51 + 54	16	24	0,400	40,00	60,00
54 + 57	6	30	0,150	15,00	75,00
57 + 60	6	36	0,150	15,00	90,00
60 + 63	4	40	0,100	10,00	100,00
Total	40	-	1,000	100,00	-

Fonte: Pesquisa (2019)

Sendo:

$Li = 51$; $F_{ant} = 5$; $F_{post} = 6$; $h = 3$

A moda pode ser obtida da seguinte forma:

$$Mo = 51 + \frac{16 - 5}{(16 - 5) + (16 - 6)} \cdot 3 = 52,57$$

2.4.5.3. Mediana

Mediana, representaremos por \tilde{X} (X til), é uma medida estatística que divide uma distribuição de dados ao meio, deixando metade (50%) de um lado e metade do outro lado.

Também se pode compreender mediana é a variável que ocupa posição central em uma série de observações ordenadas de forma crescente. De acordo com Reis (2008) a mediana é definida como o valor da variável que ocupa a posição central de uma sequência de observações, ou seja, o número de observações que forem inferiores em valor ao valor central, deverá ser igual ao número de observações que forem superiores em valor, estando esses dados ordenados de forma crescente.

Morettin e Bussab (2010, p. 35) afirmam que a mediana é a realização que ocupa a posição central da série de observações, quando estão ordenadas em ordem crescente. Assim, se as cinco observações de uma variável forem 3, 4, 7, 8 e 8, a mediana é o valor 7, correspondendo à terceira observação. Quando o número de observações for par, usa-se como mediana a média aritmética das duas observações centrais. Acrescentando-se o valor 9 à série acima, a mediana será: $\frac{(7+8)}{2} = 7,5$

Na mesma linha de raciocínio Triola (2008, p 33) diz que a mediana de um conjunto de valores é o valor do meio desse conjunto, quando os valores estão dispostos em ordem crescente (ou decrescente)

Para o cálculo da mediana para dados grupados em intervalos de classes utiliza-se a expressão matemática $\tilde{x} = li + \frac{\frac{n}{2} - f_{ant}}{f_i} * h$, (eq.VIII), onde:

\tilde{x} – mediana; li – limite inferior da classe mediana; f – frequência simples da classe mediana; f_{ant} , - Frequência anterior acumulada; h – Amplitude de classe; N – Total de observações.

Na tabela 6 temos a distribuição de frequências das estaturas de 30 alunos do 3º ano do ensino médio da escola Emésio Dário de Araújo.

Tabela 6: Distribuição de frequências das estaturas de 30 alunos do 3º ano do ensino médio da escola Emésio Dário de Araújo turno noturno

Estaturas (cm)	f_i	f(a)
150 - 154	1	1
154 - 158	4	5
158 - 162	6	11
162 - 166	11	22
166 - 170	7	29
170 - 174	1	30
Total	30	-

Fonte: Pesquisa (2019)

A mediana pode ser calculada por:

$$\tilde{x} = 162 + \frac{\frac{30}{2} - 6}{11} = 165,27$$

3. ENGENHARIA DIDÁTICA

Em ciências, o caminho percorrido para se atingir um ou mais objetivo chama-se Método. Enquanto isso uma metodologia cuida do estudo do método, buscando o uso de cada que melhor se ajusta a últimas décadas muito pesquisador tem desenvolvido e criado metodologias e quadros teóricos como o objetivo de melhorar o processo de ensinar e aprender matemática e, dentre estes pode-se citar como referências , Campos Conceituais Aditivos e Multiplicativos de Gerard Vegnoud; Teorias das Situações Didáticas de Guy Brosseau; Enfoque Ontosemiótico Godino; Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval; Didática da Estatística de Carmen Batanero e, Engenharia Didática de Michele Artigue.

Estas metodologias e quadros teóricos tem dado uma grande contribuição as novas formas de ensinar e aprender matemática e, a Engenharia Didática tem ganho muito espaço nos últimos anos tanto como metodologia de pesquisa quanto de ensino.

A Engenharia Didática enquanto metodologia de ensino, segundo Machado (2002), consiste em:

Uma sequência de aulas concebida (s), organizada (s) e articulada (s), no campo, de forma coerente, por um professor engenheiro para realizar um projeto de aprendizagem para certa população de alunos. No decurso das trocas entre professor e alunos, o projeto evolui sob reações dos alunos e em função das escolhas e decisão do professor (ARTIGUE, 1988 apud MACHADO, 2002, p. 198)

A metodologia Engenharia Didática quanto ao planejamento é comparada ao trabalho de um engenheiro, segundo Artigue (1996) ao:

Realizar um projeto preciso, se apoia sobre conhecimentos científicos de seu domínio, aceita submeter-se a um controle de tipo científico, mas, ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar sobre objetos bem mais complexos que os objetos depurados na ciência e, portanto, a enfrentar. (ARTIGUE, 1996, p. 193)

Esta metodologia é composta por quatro fases: análise preliminar, análise a priori, experimentação e análise a posteriori e validação.

As análises preliminares:

Nas análises preliminares ou análises prévias, primeira fase da metodologia Engenharia Didática, permite ao pesquisador ter uma noção em termos cognitivos e de problemas inerentes a aprendizagem de um objeto de estudo matemático. São realizadas através de considerações acerca do quadro teórico didático geral e sobre conhecimentos didáticos já adquiridos anteriormente e em outras análises preliminares, que segundo Artigue (1996, p.198), na maioria das vezes são:

A análise epistemológica dos conteúdos visados pelo ensino; a análise do ensino habitual e dos seus efeitos; a análise das concepções dos alunos, das dificuldades e obstáculos que marcam a sua evolução; a análise do campo de constrangimento no qual virá a situar-se a realização didática efetiva e, naturalmente, tendo em conta os objetivos específicos da investigação.

Segundo Artigue (1988), cada uma dessas fases é retomada e aprofundada ao longo do trabalho de pesquisa, em função das necessidades emergentes. Isso significa que a expressão “análises preliminares” não implica que após o início da fase seguinte não se possa retomá-las, visto que a temporalidade identificada pelo termo “preliminar” ou “prévia” é relativa, pois se refere apenas a um primeiro nível de organização. Na realidade, deve ser um trabalho concomitante com as demais fases da pesquisa. Estas análises preliminares devem permitir ao pesquisador a identificação das variáveis didáticas potenciais que serão explicitadas e manipuladas nas fases que se seguem: a análise a priori e construção da sequência de ensino. (ALMOULOUD e COUTINHO, 2008, p. 66-67).

Nessa fase estudam-se as possíveis causas do problema de pesquisa e as maneiras de resolvê-lo procurando-se encontrar uma sequência didática ideal para trabalhar o conteúdo em questão. É de fundamental importância um conhecimento dos alunos em todas as manifestações, tais como cognitiva e psicológicas.

Engenharia Didática é uma metodologia de pesquisa e de ensino e na atualidade considerada uma como metodologia ativa, pois, coloca o aluno como sujeito do processo de ensino e aprendizagem, se constituindo numa forma diferente de se aprender estatístico-matemática. Nessa metodologia cabe ao professor mediar a construção do conhecimento por parte dos aprendizes.

A ideia da engenharia didática na educação matemática surgiu na França tendo como uma das precursoras, a pesquisadora Michele Artigue.

Segundo Artigue (1995) a engenharia didática se propõe: extrair relações entre pesquisa e ação [...], sobre o sistema baseado em conhecimentos didáticos preestabelecidos” (Artigue, p. 2, 1988). A denominação engenharia didática faz referência à comparação do trabalho de um engenheiro e de um professor ao elaborar um projeto.

O ofício do engenheiro que, para realizar um projeto preciso, se apoia sobre conhecimentos científicos de seu domínio, aceita submeter-se a um controle de tipo científico, mas, ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar sobre objetos bem mais complexos que os objetos depurados na ciência e, portanto, a enfrentar [...] problemas que a ciência não quer ou não pode levar em conta” (ARTIGUE, 1996, p. 193).

A Engenharia Didática, vista como metodologia de investigação, caracteriza-se em primeiro lugar por um esquema experimental baseado em realizações didáticas em classe, isto é, sobre a concepção, a realização a observação e a análise de sequências de ensino (1995, p.36).

Essa Metodologia representa uma forma adequada de se chegar a um objetivo e, indica ainda, as estratégias mais eficientes com o propósito de contribuir com o professor com uma visão investigativa e crítica. A engenharia didática envolve quatro etapas ou fases, que são: análise, prévia ou preliminar análise a priori, experimentação e análise a posteriori e validação.

Na primeira fase, análises prévias, se se realiza um levantamento bibliográfico do objeto de estudo em questão e, destacando sua importância para o cidadão, para os profissionais, desenvolvimento científico e de uma sociedade, bem como as dificuldades de aprendizagem.

Este trabalho da análise preliminar pode ser complementado com teste de sondagens para que em sala de aula o professor tenha subsídio para elaborar as atividades de ensino. (Também nesta fase o professor levanta informações acerca dos saberes curriculares,

realizando estudos nos documentos oficiais Parâmetros, curriculares, Diretrizes curriculares, Base Nacionais Comuns Curriculares, entre outros), verificando os conteúdos, seus objetivos e sugestões de metodologias de ensino.

O objetivo da análise prévia (ARTIGUE, 1995) é determinar quais seleções contribuem para manter os comportamentos dos estudantes SOB controle. Esta informação obtida na análise prévia é importante para a fase de análise a priori.

A segunda fase da Engenharia didática, a análise a priori, consiste em usar as informações obtidas na fase anterior para a elaboração de uma sequência didática para serem aplicadas em sala de aula. Ao elaborar as atividades de ensino, que formarão as sequências deve-se levar em as variáveis didáticas utilizadas.

Para analisar uma sequências didática serão necessários alguns critérios se fazem necessário, Zabala, (1998 p. 31) aponta para três dimensões, dimensão conceitual – o que se deve saber; dimensão procedimental – o que se deve saber fazer; e dimensão atitudinal – como se deve ser?”.

Para este estudo foram elaboradas quatro atividades com 3h de duração

Tema - na escolha do tema se encontra explícito o conteúdo (objeto matemático de estudo). Também se verificou que conhecimentos prévios os alunos necessitaram para resolverem as situações de ensino.

Objetivos – procurou-se ter cuidado para que os mesmos tivessem estrita relação com o objeto de estudo.

Recursos - dadas a falta de laboraria em educação matemática, e software para se trabalhar os conteúdos, para se trabalhar os conteúdos, usou-se apenas papel, lápis/caneta e data show.

Desenvolvimento - as atividades foram desenvolvidas à luz da Teoria das Situações Didáticas de Brosseau (2008). A terceira fase da engenharia didática consiste em aplicar a sequência didática aplicada na fase. As atividades foram aplicadas a 30 alunos contemplando as situações de formulação, ação, validação e institucionalização da TSD.

Na quarta fase, a análise a posteriori e validação, foram analisadas e interpretadas as informações obtidas as nas atividades realizadas pelos alunos, a observação nas sessões de estudo, confrontando está com a análise a análise a priori.

4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O presente trabalho teve por objetivo investigar a contribuição da Metodologia Engenharia Didática no ensino de Estatística com alunos da 3ª série do Ensino Médio da escola Emésio Dário de Araújo, turno matutino ano 2019. É uma investigação de natureza qualitativa com intervenção. Creswell (2010, p. 43) define a abordagem qualitativa como sendo, um meio para explorar e para entender o significado que os indivíduos ou os grupos atribuem a um problema social ou humano.

As características da pesquisa qualitativa são: observação do fenômeno; hierarquização das ações de descrever, compreender, explicar, precisão das relações entre o global e o local em determinado fenômeno; observância das diferenças entre o mundo social e o mundo natural; respeito ao caráter interativo entre os objetivos buscados pelos investigadores, suas orientações teóricas e seus dados empíricos; busca de resultados os mais fidedignos possíveis; oposição ao pressuposto que defende um modelo 'único de pesquisa para todas as ciências. (GERHARDT & SILVEIRA, 2009, p. 32)

São muitos os enfoques (TRIVIÑOS, 1987) associados à pesquisa qualitativa, tais como estudo de campo, estudo qualitativo, interacionismo simbólico, perspectiva interna, interpretativa, etnometodologia, ecológica, descritiva, observação participante. Esses enfoques durante muito tempo causaram polarização quanto a condução de investigação.

Remeter a discussão sobre pesquisa quantitativa e qualitativa compreende se deparar com perspectivas paradigmáticas que se caracterizaram historicamente por duas visões de mundo que balizaram a ciências sociais nos últimos tempos, quais sejam: a realista - objetivou e a visão idealista-subjetivista (SANTOS FILHO, 1995).

Alguns desses enfoques rejeitam total ou parcialmente o ponto de vista quantitativo na pesquisa educacional; e outros denunciam, claramente, os suportes teóricos sobre os quais elaboraram seus postulados interpretativos da realidade (TRIVIÑOS, 1987, p. 124).

Os principais procedimentos qualitativos, segundo Creswell também, focam em amostragem intencional, coleta de dados abertos, análise de textos ou de imagens e interpretação pessoal dos achados. Conhecendo tais procedimentos, verifica-se que o pesquisador atuará ativamente na interpretação dos resultados e precisará estar muito atento aos jogos de linguagem (Oliveira, 2001), que analogamente corresponde aos diversos cenários em que a pesquisa será aplicada. A partir daí o pesquisador poderá extrair a significação de suas pesquisas qualitativas, possibilitando a determinação do sentido das expressões linguísticas e o entendimento amplo dos resultados de sua pesquisa. (ARAÚJO, 2013, p.2)

Esta investigação foi realizada na escola U.I. EMÉSIO DÁRIO DE ARAÚJO. A escola possui em sua estrutura 6 salas de aula todas em funcionamento, 1 biblioteca, 1 cantina para distribuição do lanche escolar, 1 sala de informática, secretaria, sala de professores, direção e uma AEE (Sala de Atendimento Especial). Possui 654 alunos matriculados distribuídos nos três turnos, sendo que destes, 12 exigem cuidados especiais, são alunos portadores de surdez, autismo, síndrome de *down* e múltiplas deficiências, estes alunos fazem aulas em contra turno na AEE. 98% dos alunos da escola são oriundos da rede municipal de ensino e ela atende a alunos moradores dos bairros sol e mar, Vila Luizão, Divinéia e adjacências. Dos 654 alunos matriculados, 180 cursam a 3ª série do ensino médio e tomou-se uma amostra aleatória (sujeitos de pesquisa) de tamanho 30 que corresponde a 16,66%.

A escolha deste nível de escolaridade, terceiro ano do ensino médio se deu, em função de os alunos neste nível apresentarem já alguma autonomia nas competências de leitura e escrita, sendo isso considerado habilidades muito importantes para compreender questões contextualizadas.

Para coleta de dados realizou-se a aplicação de um questionário e aplicação de atividades de ensino. Para aplicação das situações de ensino elaborou-se uma sequência didática, onde se estabeleceu objetivos e os conteúdos que os alunos deveriam mobilizar para a resolução das atividades, o questionário era constituído de quatro questões sendo uma de média complexidade e 3 de baixa complexidade.

Na análise dos resultados das atividades de ensino aplicados aos alunos utilizou-se como instrumento a observação dos alunos participantes da investigação durante as aulas.

Para complementar as informações recolhidas pela observação, recorreremos à análise das respostas dos alunos e entrevistas, isso permitiu que revelasse aspectos novos, com relação a aprendizagem e percepção dos alunos acerca das medidas de tendência central.

5. APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES DE ENSINO

Antes da elaboração da sequência didática buscaram-se na literatura as dificuldades de aprendizagem em estatística na educação básica. Foi realizado levantamento nos documentos oficiais (PCN's, Referenciais Curriculares, BNCC, dentre outros) os objetivos e competências a serem construídas no ensino de estatística. Também se aplicou teste de sondagem para identificar as dificuldades dos alunos nesse objeto de ensino.

As Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná - DCE (2008, p.60) afirmam que, os conceitos estatísticos devem servir de aporte aos conceitos de outros

conteúdos, com os quais sejam estabelecidos vínculos para quantificar, qualificar, selecionar, analisar e contextualizar informações, de maneira que sejam incorporadas às experiências do cotidiano.

Para Lopes (2010, p.55), o fundamental nos problemas de Estatística é que, pela sua natureza, não têm uma solução única e não podem ser avaliados como totalmente errados ou certos, devendo ser avaliados em termos da qualidade do raciocínio, da adequação dos métodos utilizados à natureza dos dados existentes.

No entanto, apesar da concepção da autora acima, aplicou-se um teste com questões retiradas do ENEM e outros vestibulares para avaliar a percepção do aluno acerca da análise e interpretação de gráficos e medidas de tendência central e interpretação de gráfico.

QUESTÃO 01 (FUVEST)

Num determinado país a população feminina representa 51% da população total. Sabendo-se que a idade média (média aritmética das idades) da população feminina é de 38 anos e a da masculina é de 36 anos. Fazendo uso de média aritmética ponderada, qual a média dessa população?

Nesta questão, cujo objetivo era encontrar a média da população, os participantes, demonstraram dificuldades em encontrar uma estratégia para resolver o problema e mobilizar as operações de adição, multiplicação para encontrar a solução. Apenas cinco alunos acertaram essa questão, com 100 pessoas e adotaram que 51 delas eram do sexo feminino e 49 do sexo masculino, em seguida calcularam a média ponderada, 11 erraram a questão e 14 não tentaram resolver.

Resolução

Dados:

Gênero feminino

População (pf): – 51%,

Idade média - \bar{X}_f

Gênero masculino

População (pm) – 49%

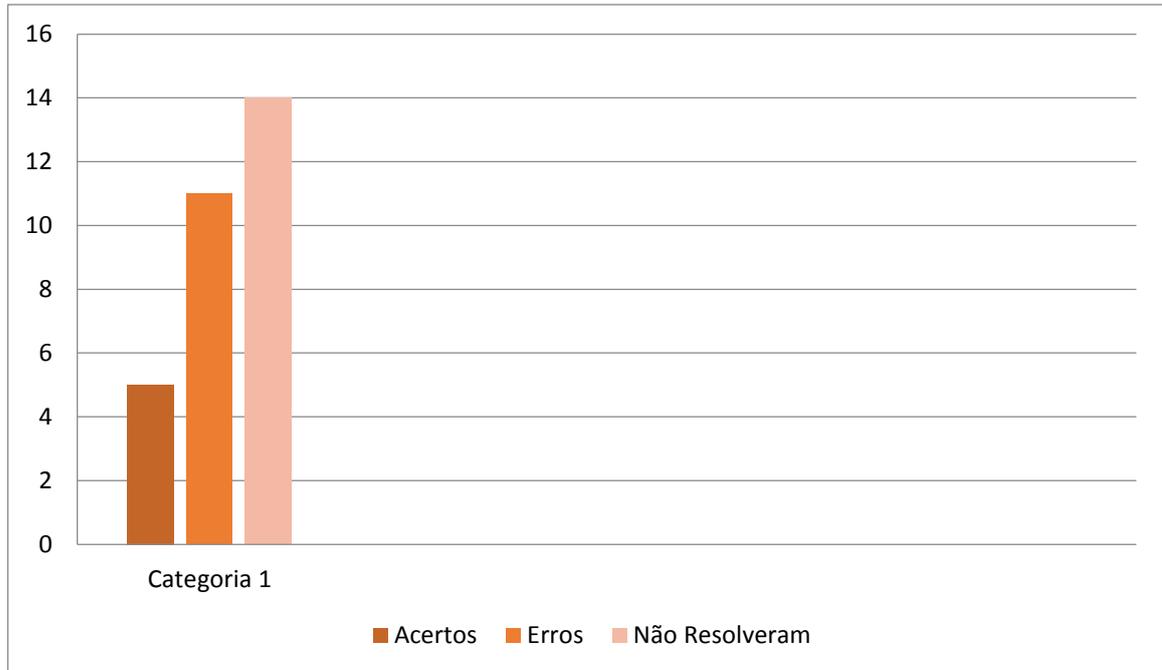
Idade média - \bar{X}_m

Idade média da população (\bar{X}_p)?

$$\bar{X}_p = \frac{51 \cdot 38 + 49 \cdot 36}{51 + 49} = 37,02$$

O conceito de média ponderada e a realização dos seus cálculos tem um papel importante na Estatística Descritiva e se constitui em uma forma mais geral em diversas outras áreas da Matemática.

Gráfico 6: Desempenho dos alunos da 1º Serie do Ensino Médio



Fonte: Pesquisa (2019)

QUESTÃO 02

Durante a realização de um curso um aluno obteve as seguintes notas: 8,4; 9,1; 7,2; 6,8; 8,7 e 7,2. A nota média, a nota mediana e a nota modal desse aluno, são respectivamente:
Resolução:

Nesta questão o objetivo é a ordenação dos valores e a determinação da média da moda e da mediana, das seis notas do aluno citado. Muitos dos participantes não ordenaram os valores e erraram a mediana apenas 8 dos participantes acertaram totalmente essa questão e desses três esboçaram uma maneira para resolução, enumerando as notas, onde mesmo eles não ordenando os valores eles conseguiam determinar o posicionamento de cada valor, 22 alunos erraram a mediana por não dispor os valores em ordem crescente ou decrescente

Dados: 8,4; 9,1; 7,2; 6,8; 8,7 e 7,2

Dados ordenados em ordem crescente:

6,8; 7,2; 7,2; 8,4; 8,7 e 9,1

Nota modal

$$Mo = 7,2$$

Nota mediana (\check{x})

$$\check{x} = \frac{7,2 + 8,4}{2} = \frac{15,6}{2}$$

$$\check{x} = 7,8$$

Nota média (\bar{x})

$$\bar{x} = \frac{6,8 + 7,2 + 7,2 + 8,4 + 8,7 + 9,1}{6}$$

$$\bar{x} = 7,9$$

Gráfico 7: Desempenho dos alunos da 2° Serie do Ensino Médio



Fonte: Pesquisa (2019)

QUESTÃO 03 (ENEM 2009)

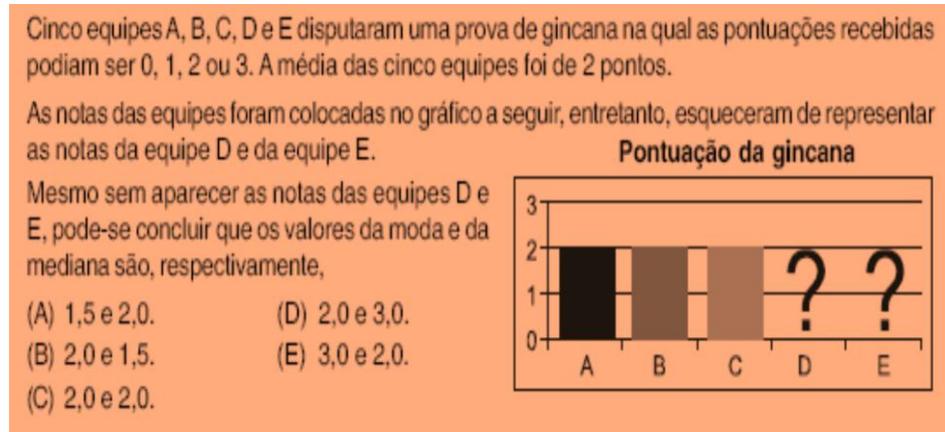
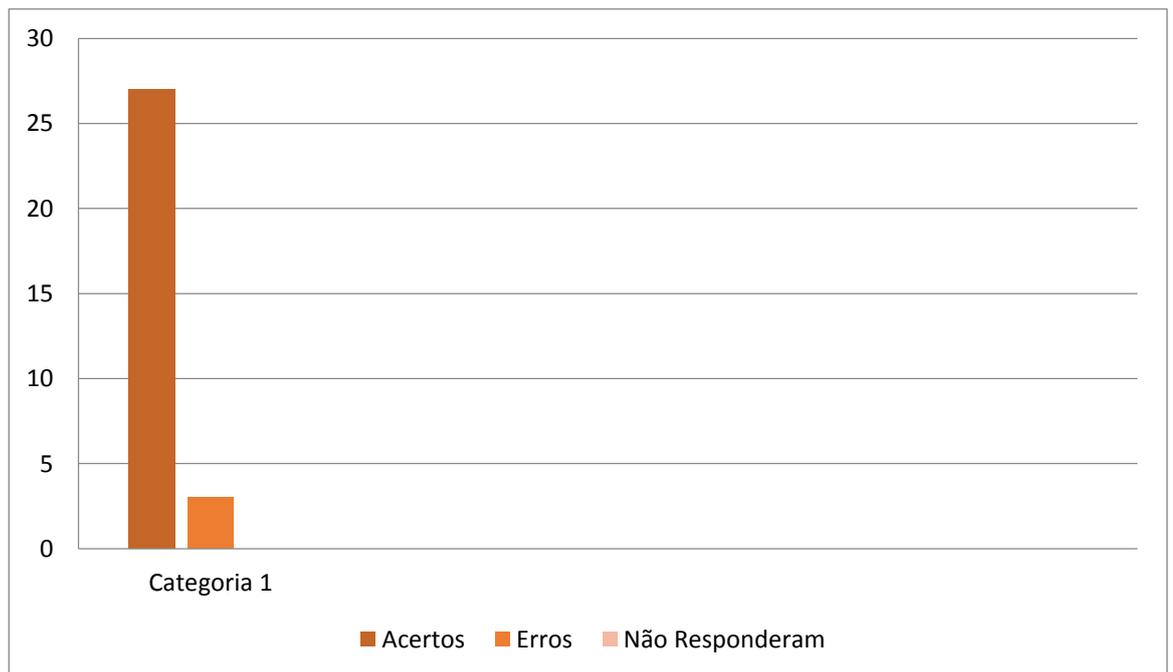


Figura 2 Questão. Fonte Enem (2009)

Gráfico 8: Desempenho dos alunos na 3ª Série do Ensino Médio



Fonte: Pesquisa (2019)

Resolução:

Nesta questão o objetivo é a análise e interpretação de um gráfico com dados estatísticos. Facilmente pode-se observar que a nota 2 aparece por três vezes, tirando com isso a conclusão de que o valor da moda é 2. A grande maioria dos participantes conseguiram encontrar a resposta correta, e apenas três deles encontraram dificuldades.

Dados:

Equipe A – 2

Equipe B – 2

Equipe C – 2

Independente dos outros valores, como a sequência apresenta cinco termos, o valor central vai ser 2 de qualquer forma.

Após esta fase inicial, passou-se para de elaboração de uma sequência didática levando-se em consideração os obstáculos encontrados anteriormente. Na sequência, começa com a definição do tema da aula e nesse momento o professor precisa saber que conhecimentos os alunos precisam mobilizar para resolverem as atividades, bem como ter conhecimento das dificuldades de aprendizagem.

Após a definição do tema o professor estabeleceu os objetivos, o qual teve conferência com o tema. Em seguida o pesquisador definiu os recursos a serem utilizados nas atividades de ensino. A seguir, apresentação das atividades de ensino, o protocolo e sua análise.

ATIVIDADE 01

Observe as notas obtidas por 20 alunos na disciplina de matemática realizado pelos alunos da 3° serie do ensino médio na escola Emésio Dário em 2018.2.

Tabela 6: Notas de 20 alunos da 3° serie do ensino médio turno matutino

NO	1ª Nota	2ª Nota	3ª Nota
01	8,5	7,5	6,0
02	6,0	6,5	8,0
03	9,0	10,0	9,0
04	10,0	9,5	10,0
05	5,0	6,5	6,0
06	4,5	6,5	6,0
07	7,0	7,5	8,0
08	4,5	7,5	7,0
09	8,0	7,5	8,0
10	6,5	7,0	8,0
11	7,5	8,5	6,0

12	8,0	7,5	6,0
13	9,0	9,0	8,5
14	10,0	9,5	10,0
15	5,0	6,5	6,0
16	4,0	7,5	6,0
17	8,0	8,5	9,0
18	5,5	6,5	8,0
19	5,0	7,5	8,0
20	6,5	5,0	7,0

Fonte: PESQUISA (2019)

Pede-se:

- Qual a moda na 1ª nota?
- Qual a mediana na 2ª nota?
- Qual o valor médio que represente a nota final de cada aluno considerando as três notas?
- Qual o valor médio que represente a nota dessa turma considerando essas notas trimestrais?

Objetivos: estimular os alunos às discussões sobre formas de resolver problemas utilizando a engenharia didática, formalizar o conceito de média aritmética simples e discutir suas propriedades

Possíveis soluções:

- Qual a moda na 1ª nota?

Esperava-se que eles ordenassem de forma crescente ou decrescente) para facilitar a observação

A aluna - 01, observando a folha de atividade, respondeu, prof. a moda na 1ª nota é 8,0. Ela não percebeu que os valores 5,0 e 8,0 tiveram o mesmo número de repetições.

O aluno 15, que colocou os dados na ordem crescente, disse: prof. tem duas modas o 5,0 e o 8,0.

O professor então perguntou neste caso tem uma distribuição? Vários alunos responderam bimodal.

- Qual a mediana na 2ª nota?

Nesse caso, também se esperava a ordenação das notas para localizar a mediana ou fizessem o cálculo com dados agrupados em intervalos de classe mesmo não sendo uma quantidade de observações grandes.

O professor fez essa sugestão, no entanto os alunos em coro responderam que colocando na ordem crescente seria mais rápido.

A (o) s aluna - 01 aluno-5, aluna 16, aluno-18 e aluno 19 responderam que a mediana era 7,5. O aluno -19 comentou que 50% dos alunos das turmas de 3ª série da escola Emésio Dário estavam com notas abaixo de 7,5 e 50% acima.

Qual o valor médio que represente a nota final de cada aluno considerando as três notas?

Aqui se esperava que somasse as três notas e dividissem por três. Neste item ninguém teve dúvidas, pois é um cálculo que eles fazem com muita frequência nos semestres letivos.

d) Qual o valor médio que represente a nota dessa turma considerando essas notas trimestrais?

Neste item esperava-se que eles fizessem uma distribuição de frequência com dados agrupados em intervalos de classe para calcular a média das notas da turma.

O professor então comunicou turma como seria o procedimento e dividiu a turma em cinco grupos com quatro componentes cada um.

A aluna-12, perguntou: professor, como começa?

Professor responde: para determinar o número de classe (K) usem a regra de Sturges e, para encontrar a amplitude de classe (h), dividam a amplitude total (diferença entre a maior e menor nota), pelo número de classe.

A aluna - 15 componentes do grupo III, perguntou: Professor o logaritmo de 60 é 1.77815125038, deixa quantas casas decimais? Arredondando fica como?

Professor: duas casas decimais, quanto ao arredondamento, discutam no grupo, pois já foi discutido em sala.

A aluna - 17, componente do grupo IV, professor, é para colocar na tabela todas as frequências?

Professor: veja na fórmula quais informações vocês necessitam para calcular a mediana.

Após a mediação do professor nas sessões de estudo e sempre que questionado devolvendo para os alunos a responsabilidade de responder, todos conseguiram entortar a resposta.

A média aritmética simples, mesmo sendo um objeto de estudo de com facilidade de se encontrar, não é tão fácil compreender o seu significado. Percebeu-se que quando o número de observações é grande os alunos apresentam muitas dificuldades para realizar os cálculos.

No cálculo da mediana com dados agrupados em intervalos de classe os alunos também encontraram muitas dificuldades, principalmente para encontrar a classe modal

Os alunos de qualquer nível de escolaridade, depois de concluírem o estudo da Estatística, se deve tornar cidadãos capazes de: compreender e lidar com a incerteza, variabilidade e informação estatística no mundo à sua volta e participar efetivamente na sociedade de informação emergente; contribuir para ou tomar parte na produção, interpretação e comunicação de dados de problemas que encontram na vida profissional. (GAL e GARFIELD, 1997, p. 3).

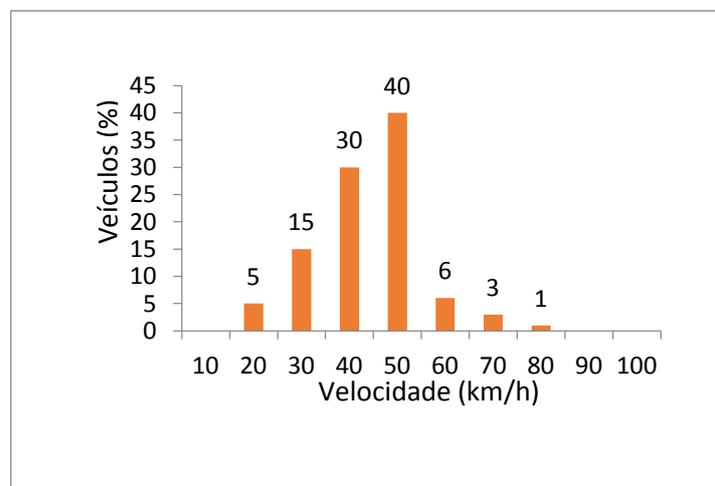
ATIVIDADE 02

Um sistema de radar é programado para registrar automaticamente a velocidade de todos os veículos trafegando por uma avenida, onde passam em média 300 veículos por hora, sendo 55 km/h a máxima velocidade permitida. Um levantamento estatístico dos registros do radar permitiu a elaboração da distribuição percentual de veículos de acordo com sua velocidade aproximada que foi demonstrada no gráfico

Qual a velocidade média dos veículos que transitam nessa avenida

Qual a moda correspondente

Gráfico 9: Percentual de veículos de acordo com sua velocidade



Fonte: ENEM (1999)

Objetivos: Estimular os alunos a leitura e interpretação de gráficos e após identificar como foram expostos os dados do gráfico, calcular corretamente as medidas de tendência central.

Possíveis soluções:

a) Qual a velocidade média dos veículos que transitam nessa avenida?

Era esperado que os alunos identificassem as frequências relativas e a usasse como pesos na fórmula de média ponderada.

Todos os alunos da classe apresentaram dificuldades em interpretar o gráfico e não conseguiram trabalhar com os dados, pois estavam em percentual.

O professor indagou os alunos sobre o que era frequência relativa e pediu que vissem as taxas percentuais como frequência relativa.

O Aluno – 15 colocaram que como se tratava de frequência relativa então o problema seria resolvido utilizando a fórmula da média ponderada, porém não conseguiu resolver o problema.

Como todos os alunos apresentaram dúvidas, o professor interveio e explicou que os percentuais deveriam ser usados como sendo o peso da média ponderada.

b) Qual a moda correspondente?

Neste problema era esperado que os alunos observassem no gráfico qual o valor possuía maior índice de repetição.

Os alunos não tiveram problemas em observar o valor que mais se repetia no gráfico.

A média ponderada apesar de parecer simples, pode se tronar complicada quando os pesos não são facilmente observados. Foi observado que os alunos tiveram bastante dificuldade de trabalhar com valores percentuais, mesmo que os valorem em porcentagem fossem ser usados somente como pesos.

ATIVIDADE 03

(Dados fictícios) João vende picolés em sua casa. Ele registrou a quantidade de picolés vendidos em dez dias, como pode ser visto na tabela 8 a seguir:

Tabela 8: Quantidade de picolés vendidos em 10 dias

DIAS	QUANTIDADE VENDIDA
1º	15
2º	10
3º	12
4º	20
5º	14
6º	13
7º	18
8º	14
9º	15
10º	19

Fonte: Pesquisa (2019)

Calcule:

- a) A média aritmética
- b) A moda
- c) A mediana

Objetivo: Estimular os alunos no reconhecimento e aplicação correta dos procedimentos de cálculo das medidas de tendência central.

Possíveis soluções:

- a) A média aritmética

Era esperado dos alunos que somassem todos os valores e dividissem pela quantidade de dias observados.

A aluna – 8 questionou que somou todos os valores e após isso dividiu por 10, porém, ela observou que outros alunos tinham procedido de maneira diferente e que alguns utilizaram outra fórmula para resolver.

Professor: “Vocês sabem me dizer a diferença entre média simples e média ponderada, e qual a média que será utilizada nesta questão?”.

O aluno – 7 respondeu que na média ponderada existem pesos, e que a média simples era uma forma de ver igualmente um valor para todos os dias.

- b) A mediana

Era esperado dos alunos que ordenassem os números de maneira crescente, e após isso observasse qual era o elemento central.

O aluno – 7 respondeu que o valor da mediana era 14.

O professor questionou se estava correto, pois o número de observações era par e o aluno não se atentou a este detalhe.

O aluno – 10 então respondeu que o valor da mediana poderia ser obtido através da média aritmética dos elementos 5 e 6.

- c) A moda

Neste problema novamente era esperado que os alunos ordenassem os valores de maneira crescente ou decrescente para facilitar a localização do valor que mais se repete.

Os alunos –, 6, 7, 13 e 15 observaram que os valores que mais se repetiam igualmente, portanto ela era bimodal.

ATIVIDADE 04

Considerando as notas de um aluno do 3º ano do ensino médio da escola Emésio Dário de Araújo no 1º bimestre e adotando pesos para cada matéria, indique qual foi a média do aluno no bimestre.

Tabela 9: Notas de um aluno do 3º ano EM no 1º bimestre

DISCIPLINA	NOTA(X)	PESO(W)
Biologia	8,2	3
Filosofia	10	2
Física	9,5	4
Geografia	7,8	2
História	10	2
Língua Portuguesa	9,5	3
Matemática	6,7	4

Fonte: Dados Fictícios (2019)

Objetivo: Estimular o aluno na forma de resolver problemas utilizando a engenharia didática, formalizar o conceito de média aritmética ponderada e fazer uma correlação com média aritmética simples.

Possíveis soluções:

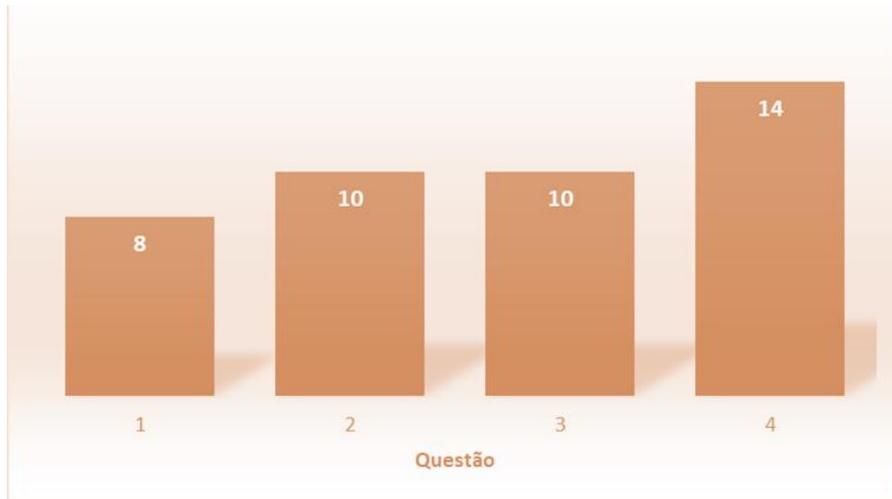
Era esperado dos alunos o uso da fórmula da média ($\bar{X} = \frac{\sum (W*x)}{\sum W}$) ponderada para a resolução do problema.

A aluna – 3 perguntou ao professor se poderia apenas somar os valores e dividir por 7.

O aluno – 11 respondeu que nesse caso seria necessário multiplicar cada nota com seu peso, para depois poder fazer a soma e obter a média, pois nesse caso se tratava de uma situação de média aritmética ponderada.

Ao fim da aplicação das atividades, foi observado o número de acertos de alunos por questão, os dados foram agrupados e podem ser observados no gráfico 8 a seguir:

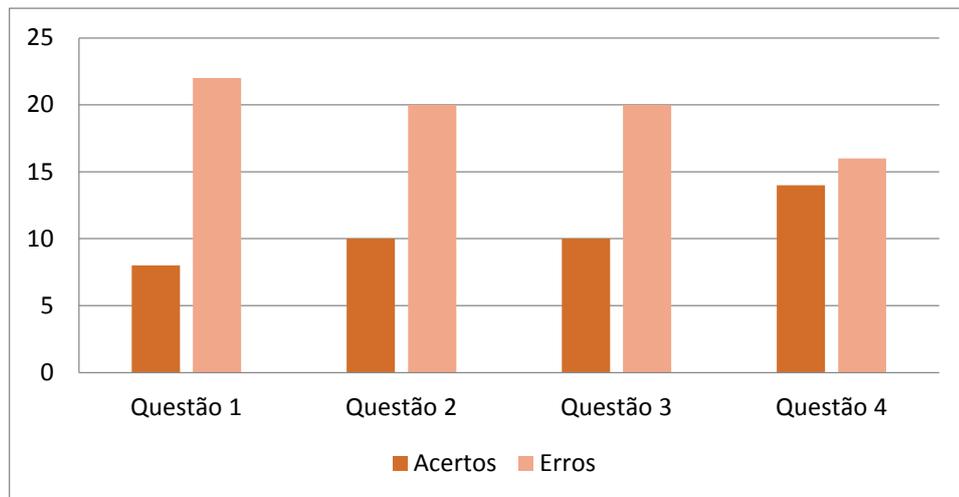
Gráfico 10: Acertos dos alunos nas atividades aplicadas



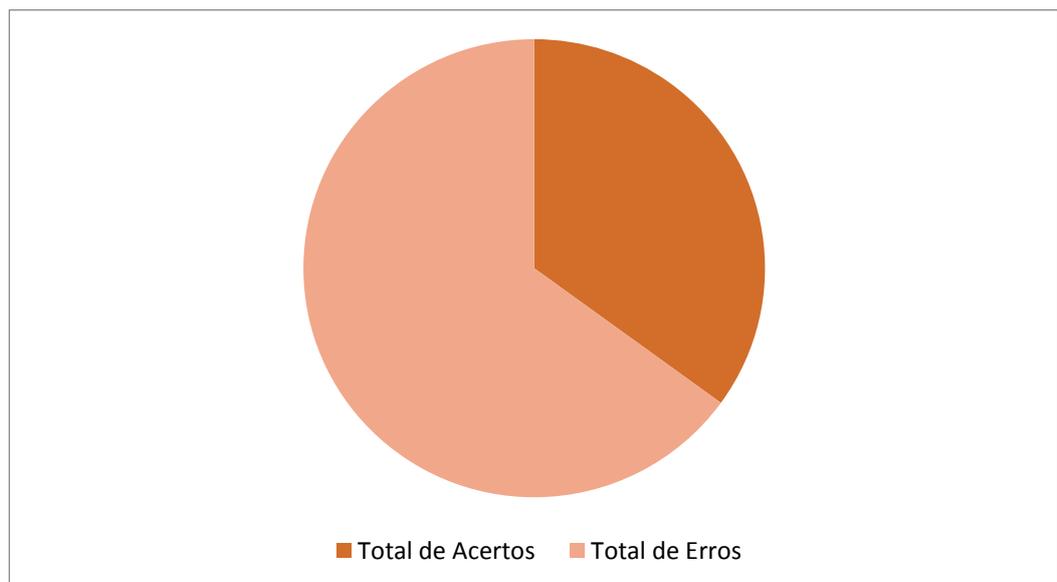
Fonte: Pesquisa (2019)

Se compararmos com o total de aplicações, a população observada na pesquisa obteve uma taxa de acerto de 35%, sendo a atividade 4 a que mais se obteve acertos, com 14, que corresponde a cerca de 47% dos alunos.



Gráfico 11: Desempenho dos alunos nas Atividades

Fonte: Pesquisa (2019)

Gráfico 12: Total de acertos e erros na atividade

Fonte: Autor (2019)

Apesar da prévia explicação do professor, e do nível de conhecimento esperado por alunos do 3º ano do ensino médio, os resultados mostraram que ainda existe uma grave fragilidade quando os alunos são submetidos a resolução de problemas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, fizemos a exploração histórica do surgimento da estatística e foi feito um enfoque sobre como pensar estatisticamente procurando mostrar a importância da estatística atualmente e como essa ciência tem se desenvolvido.

O objetivo principal dessa proposta didática é ensinar matemática em especial os temas relacionados a estatística dando uma atenção especial as medidas de tendência centrais. Verificamos no decorrer do trabalho as diversas formas que podem ser utilizadas para motivar os alunos ao aprendizado desse conteúdo do componente curricular matemática e suas tecnologias.

Foi possível observar que houve muita atenção e boa participação por parte dos alunos utilizados na experimentação, onde foi possível destacar a utilidade do estudo da estatística para o próprio dia a dia e também a forma como é explorada no ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio).

Convém salientar que muitos outros assuntos podem ser trabalhados de forma similar, cabendo ao professor fazer uma análise minuciosa e seletiva do que deve ser adequado levar à sala de aula para trabalhar com seus alunos, o aprendizado e uma construção constante tanto da parte discente quanto da parte docente e é necessário o professor sempre estar atualizado e atualizando os alunos. Precisamos utilizar toda a literatura existente para nos embasar sem esquecer que nós professores é que estamos à frente da sala de aula, direcionando o aprendizado.

Espera-se que este trabalho sirva de apoio e reflexão no ensino de estatística do ensino médio, dado a sua importância na construção de conhecimento para prosseguimento de estudos e no próprio exercício da cidadania.

REFERÊNCIAS

IGNÁCIO, S. A. Importância da Estatística para o processo de conhecimento e tomada de decisão. 2011. Disponível em: Acesso em: 20 dez. 2015

WEBSTER, A. L. Estatística aplicada à Administração e Economia; São Paulo: McGraw-Hill, 2006.

ALMOULOUD, Saddo Ag. COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. **Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / Apênd. REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática.** V3.6, p.62-77, UFSC: 2008.

BARBETTA, P.A. **Estatística Aplicada as Ciências Sociais.** 5ª ed, Santa Catarina: UESC, 2003.

BATANERO Carmen. **Didáctica de la Estadística. Depósito Legal: GR-150/ 2001 ISBN: 84-699-4295-6 Publica:** Grupo de Investigación en Educación Estadística Departamento de Didáctica de la Matemática Universidad de Granada Imprime: Servicio de Reprografía de la Facultad de Ciencias Universidad de Granada, Espanha, 2001.

BATISTA, Douglas Emiliano. **A didática de Comênio: entre o método de ensino e a viva voz do professor. Comenius' didactics: between teaching method and teacher's live speech.** PRÓ. Posições, 2017. Disponível em: < <http://www.scielo.br/pdf/pp/v28s1/0103-7307-pp-28-s1-0256.pdf>>. Acesso: 08 jul 17.

BRANDÃO, R. J.B. **Formação do professor de Matemática no Centro de Estudos Superiores de Bacabal/UEMA para o ensino de estatística.** Universidade Bandeirante de São Paulo. (Tese de Doutorado). São Paulo: 2012.

BRASIL. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. (IBGE). Sinopse-Censo 2010. Disponível em: www.ibge.gov.br/sinopse-censo 2010. Acesso: ago/2012.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática – 3º e 4º ciclos.** Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular - Educação é a Base: Ensino Fundamental**. Brasília: MEC, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular - Educação é a Base: Ensino Médio**. Brasília. MEC, 2018.

BUSSAB, W. O. e MORETTIN, P. A. **Estatística Básica**. São Paulo: Editora Saraiva, 2003.

CANTANHÊDE, Regiane Braz da Silva. **Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Estatística através da Resolução de Problemas: uma experiência com alunos do 3º ano do Ensino Médio**. Universidade Estadual do Maranhão (Dissertação de Mestrado) São Luís - MA, 2015.

COCKCROFT, W. **Mathematics counts**. London: HMSO, 1982.

COSTA NETO, Pedro L. de O. **Estatística**. São Paulo: Edgard Blücher, 1977.

EUGÊNIO, R da S.; CARVALHO, U. L. M de.; MONTEIRO, C. E.F. CARLOS EDUARDO FERREIRA MONTEIRO³ **Média aritmética em diferentes situações: identificando níveis de interpretação de estudantes do Ensino Fundamental Educ. Matem. Pesq.** São Paulo, v.18, n.3, pp.1183-1201, 2016.

FONSECA, Jairo Simon da; MARTINS, Gilberto de Andrade. **Curso de Estatística**. 6. Ed. São Paulo: Atlas, 2012.

GAL, I. **Adult statistical literacy: meaning, components, responsibilities**. *International Statistical Review*, v. 1, n. 70, p. 1-25, 2002.

GARFFIELD, J., & BEN-ZVI, D. (2009). **Helping students develop statistical reasoning: Implementing a statistical reasoning learning environment**. *Teaching Statistics*, 31(3), 72-77.

GAZORLA, I.M. ; CASTRO, F.C. **o. Papel da estatística na leitura de mundo. O letramento estatístico**. Publicitário UEPG. CI. Hum. CI. Ling., Ponta Grossa, 2008.

GRACIOSO, Luciana de Souza. **Produção e disseminação da informação estatística brasileira: uma análise qualitativa**. *Perspect. Cienc. inf.*, Belo Horizonte, v. 9, n. 1, p. 34-47, jan./jun. 2004.

KISH, L. **Survey sampling**. 2ªed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1967.

LOPES, Celi A. E. **A probabilidade e a estatística no ensino fundamental; uma análise curricular**. Dissertação de mestrado. Campinas: FE/UNICAMP, 1998.

LOPES, P., & FERNANDES, E. (2014). **Literacia, raciocínio e pensamento estatístico com robots**. *Quadrante*, 23(2), 69-93.

MAGALHÃES, M. N. e LIMA, A. C. P.de. **Noções de Probabilidade e Estatística**. 6ªed. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2004.

MAGALHAES, M. N.; LIMA, A.C.P.de. **Noções de Probabilidade e Estatística**. 6 ed. São Paulo: editora Universidade são Paulo, 2004.

MARTINS, Maria Eugénia Graça. **Introdução à Probabilidade e à Estatística**. Departamento de Estatística e Investigação Operacional da FCUL Sociedade Portuguesa de Estatística. Porto - Portugal 2005.

MEDEIROS, Carlos Augusto de. **Estatística aplicada à educação**. Universidade de Brasília/UNB. Brasília 2007.

MEDRI, Waldir. **Análise Exploratória de Dados**. Centro de Ciências Exatas. Departamento de Estatística. Universidade Estadual de Londrina, Londrina – PR, 2011.

MEMORIA, J.M.P. **Breve História da Estatística**. Brasília, DF. Embrapa, 2004.

MILONE, Giuseppe. **Estatística: Geral e Aplicada**. São Paulo: Thomson Learning, 2006.

MIRANDA, A. L. **A ciência da informação e a teoria do conhecimento objetivo: um relacionamento necessário**. In: AQUINO, M. de A. **O campo da ciência da Informação**. João Pessoa: Editora Universitária/UFPB, 2002.

MORAIS, Tula Maria Rocha. **Um Estudo Sobre Pensamento Estatístico: Componentes e habilidades**. 2007. 135 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, PUC, São Paulo, 2007. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11066>>. Acesso em: 10 jul. 2019.

MORETTIN, P. A.; BUSSAB. W. O. **Estatística Básica**. 6. ed. – São Paulo: Saraiva, 201.

PINHEIRO, Lena Vania Ribeiro. **Gênese da Ciência da Informação ou sinais anunciadores da nova área.** In: AQUINO, Miriam de Albuquerque (Org.). O campo da Ciência da Informação: gênese, conexões e especificidades. João Pessoa: Universitária/UFPB, 2002. p. 61-86.

QUEIROZ, Daniela Gralha de Caneda.; MOURA, Ana Maria Mielniczuk de. Ciência da Informação: história, conceito e características. Em *Questão*, Porto Alegre, v. 21, n. 3, p. 25-42, set/dez. 2015.

REIS, Elizabeth. **Estatística descritiva.** Lisboa: Silabo, 7^aed, 2008.

SARACEVIC, Tefko. **Ciência da Informação: origem, evolução e relações.** Perspectiva em Ciência da Informação, Belo Horizonte, v. 1, n. 1, p.41-62, 1996.

SILVA, Claudia Borim da. **Pensamento Estatístico e Raciocínio sobre variação:** Um estudo com professores de matemática. 2007. 354 f. Tese (Doutorado) - Curso de Educação Matemática, PUC, São Paulo, 2007. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11206>>. Acesso em: 10 jul. 2019.

SNEE, R. D. **Statistical Thinking and its contribution to total quality.** The American Statistician, v. 44, n. 2, p. 116-121, 1990.

SOARES, José F.; Alfredo A. FARIAS e CESAR, Cibele C. **Introdução à Estatística.** Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1991.

SOARES, Magda, **Letramento: Um tema em três gêneros/** Magda Soares, Belo Horizonte: Autêntica, 1998.

TRIOLA, M.F. **Introdução a Estatística** (Tradução). Rio de Janeiro: LTC, 1999.

TRIOLA, M; F. **Estadística. Décima edición.** PEARSON EDUCACIÓN, México, 2009

TRIOLA, Mario F. **Introdução à Estatística.** Tradução de Vera Regina Lima de Farias e Flores; revisão técnica de Ana Maria Lima de Farias. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

TRIVIÑOS, Augusto Nivaldo Silva. Três enfoques na pesquisa em ciências sociais: o positivismo, a fenomenologia e o marxismo. In: _____. Introdução à pesquisa em ciências sociais. São Paulo: Atlas, 1987. p. 31-79.

WALICHINSKI, Danieli. SANTOS JUNIOR, G. dos. ; ISHIKAWA, ISHIKAWA, E. a. M. .
Revista Brasileira de Ensino de C&T. R. B. E. C. T., vol 7, núm. 3, set-dez.2014.

WILD, C. J.; PFANNKUCH, M. **Statistical Thinking in Empirical Enquiry. International Statistical Review**, v. 67, n.3, p. 223-265, 1999.

APÊNDICE

APÊNDICE A

QUESTÃO 01 (FUVEST)

Num determinado país a população feminina representa 51% da população total. Sabendo-se que a idade média (média aritmética das idades) da população feminina é de 38 anos e a da masculina é de 36 anos. Qual a idade média da população?

QUESTÃO 02

As notas de um candidato em suas provas de um concurso foram: 8,4; 9,1; 7,2; 6,8; 8,7 e 7,2. A nota média, a nota mediana e a nota modal desse aluno, são respectivamente:

QUESTÃO 03 (ENEM 2009)

Cinco equipes A, B, C, D e E disputaram uma prova de gincana na qual as pontuações recebidas podiam ser 0, 1, 2 ou 3. A média das cinco equipes foi de 2 pontos.

As notas das equipes foram colocadas no gráfico a seguir, entretanto, esqueceram de representar as notas da equipe D e da equipe E.

Mesmo sem aparecer as notas das equipes D e E, pode-se concluir que os valores da moda e da mediana são, respectivamente,

- (A) 1,5 e 2,0. (D) 2,0 e 3,0.
 (B) 2,0 e 1,5. (E) 3,0 e 2,0.
 (C) 2,0 e 2,0.



APÊNDICE B

ATIVIDADE 01

Observe as notas obtidas por 20 alunos na disciplina de estatística aplicada à educação em um curso de Pedagogia na universidade estadual do maranhão/2018.2

Pede-se:

- a) qual a moda na 1ª nota?
- b) qual a mediana na 2ª nota?
- c) qual o valor médio que represente a nota final de cada aluno considerando as três notas?
- d) qual o valor médio que represente a nota dessa turma considerando essas notas trimestrais?

ATIVIDADE 02

Um sistema de radar é programado para registrar automaticamente a velocidade de todos os veículos trafegando por uma avenida, onde passam em média 300 veículos por hora, sendo 55 km/h a máxima velocidade permitida. Um levantamento estatístico dos registros do radar permitiu a elaboração da distribuição percentual de veículos de acordo com sua velocidade aproximada que foi demonstrada no gráfico

- a) Qual a velocidade média dos veículos que transitam nessa avenida
- b) Qual a moda correspondente

ATIVIDADE 03

João vende picolés em sua casa. Ele registrou a quantidade de picolés vendidos em dez dias, como pode ser visto na tabela 8 a seguir:

Calcule:

- a) A média aritmética
- b) A moda
- c) A mediana

ATIVIDADE 04

Considerando as notas de um aluno do 3º ano do ensino médio da escola Emésio Dário de Araújo no 1º bimestre e adotando pesos para cada matéria, indique qual foi a média do aluno no bimestre.

APÊNDICE C

SOLICITAÇÃO DE LIBERAÇÃO DA ESCOLA

Eu, Mário José Pereira, mestrando em Matemática, venho por meio deste termo, solicitar ao Gestor Geral do C. E. Desembargador Emésio Dário de Araújo, que se digne a ceder alguns alunos para participarem de uma pesquisa intitulada **Ensino de Estatística: Uma proposta Fundamentada na Metodologia de Resolução de Problema**, desenvolvida pelo(a) pesquisador referido mestrando. **Outrossim** informo, ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada por **Prof. Dr. Raimundo J. Barbosa Brandão**, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, junto ao departamento do PROFMAT-UEMA.

Informo ainda de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Cujos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, em linhas gerais, são:

- Verificar a contribuição da metodologia de resolução de problemas na resolução de questões de estatística
- Identificar as dificuldades e importâncias atribuídas a estes temas no cotidiano das pessoas.

Caso tenha dúvida, a escola poderá entrar em contato com o pesquisador responsável no endereço: **Avenida Almeida Oliveira, 48-Bairro Cohab Anil III- São Luís/MA - CEP 65.050-120** telefone **8533-5293** e-mail: marinhojp05@gmail.com.

Sem mais para o momento agradeço pela atenção dispensada

São Luís, 09 de maio de 2019

Autorização:


Marcus José Pereira
Gestor Geral
Matricula: 1032101