UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO - UEMA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PPPG
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

DIWEY MONTEIRO DOS SANTOS

UMA PROPOSTA DE INTRODUÇÃO AO CÁLCULO, COMO FACILITADOR NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA.

São Luís

2019

DIWEY MONTEIRO DOS SANTOS

UMA PROPOSTA DE INTRODUÇÃO AO CÁLCULO, COMO FACILITADOR NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA.

Dissertação apresentado ao Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede (PROFMAT), como requisito para obtenção do grau de mestre.
Orientador: Prof°. Dr. Marlon Cesar Santos Oliveira.

São Luís

2019

SANTOS, Diwey Monteiro dos

UMA PROPOSTA DE INTRODUÇÃO AO CÁLCULO, COMO FACILITADOR NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA./ Diwey Monteiro dos Santos. – São Luís, 2019-

59

Dissertação (Mestrado) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT, Universidade Estadual do Maranhão, 2019.

Orientador: Prof. Dr. Marlon Cesar Santos Oliveira

1. Introdução ao Cálculo Diferencial e Integral. 2. Ensino da Matemática. 3. Cálculo no Ensino Médio. I. Título

CDU 517.2/3.373.5

DIWEY MONTEIRO DOS SANTOS

UMA PROPOSTA DE INTRODUÇÃO AO CÁLCULO, COMO FACILITADOR NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede - PROFMAT, como requisito para obtenção do grau de mestre.

Orientador: Prof. Dr. Marlon Cesar Santos Oliveira

Trabalho aprovado. São Luís, 26 de abril de 2019:

Prof. Dr. Marlon Cesar Santos Oliveira
Orientador

Prof. Dr. José Antonio Pires Ferreira Marão - UEMA
Examinador Interno

DocuSigned by:
Raimundo Luna Neres
DS
RLN

Prof. Dr. Raimundo Luna Neres - CEUMA
Examinador Externo à Instituição
16/05/2020

A Deus por sempre está comigo e me guiar nos momentos difíceis,
sem ele sei que nada seria.

Agradecimentos

A Deus por sempre esta presente em minha vida e por ter me propocionado a oportunidade e dando-me força para que posso supera-las.

À minha querida esposa, Francilene Pinto dos Santos Monteiro, pela seu companheirismo, sua paciência, dedicação, os ensinamentos, e por sempre está ao meu lado nos momentos difíceis.

À minha mãe, Sonia Maria Monteiro dos Santos, simplesmente, um exemplo.

À meu Pastor e amigo Anésio Lopes Junior, pelo apoio e orientações ao longo deste período.

Ao CE Prof. Maria Luiza Rodrigues de Sousa, em especial ás professores: Esp. Cícera Soares Gomes da Luz, Laurijane de Sousa, Antonio Di Brito, Marcelo, Evandileude, Maria da Conceição e Carlos Sousa.

Ao professor Dr. Marlon Cesar Santos Oliveira, pela forma em que conduziu meu trabalho.

Ao professor Dr. João Coelho pela forma que conduz o PROFMAT – UEMA.

Aos professores do Mestrado PROFMAT - UEMA, em especial ao professores Dr. José Marão e Dr. Granjeiro, pela dedicação e vivência na docência universitária.

"Assim, todo aquele que ouve estas minha palavras
e as pratica será comparado a um homem sábio,
que construiu sua casa sobre a rocha."
Mateus 7:24

Resumo

Esta pesquisa busca defender uma proposta de inserção de conceitos de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio de tal forma que seja facilitador da aprendizagem Matemática. Durante nossa pesquisa foram feitos sete encontros com os 30 alunos do 3° ano do Centro de Ensino Professora Maria Luzia Rodrigues de Sousa visando oferecer uma introdução dos conceitos de Cálculo Diferencial e Integral, por meio de aulas extras em forma de minicurso realizado no contra turno de aula dos alunos com uma carga horária de 28 horas/aulas distribuídas, sete módulos. Durante o minicurso inicialmente foram apresentados aos estudantes os conceitos básicos de Limite, Derivada e Integral, e também foram propostas atividades desenvolvidas pelos alunos, que a partir dos exercícios apresentados pelo professor tenham a capacidade de formular conceitos e definições para aprimorar o seu conhecimento e relacionar o mesmo com o seu dia-dia. Ao final de cada módulo foi aplicado um questionário para avaliar o desenvolvimento dos alunos participantes, assim através destes questionários buscou estabelecer o nível de crescimento a ser comparado, sobre as concepções dos estudantes, antes e depois do minicurso. A partir da análise do resultado dessa experiência, chegamos às conclusões que corroboraram as hipóteses feitas no transcorrer do trabalho. Dentre as conclusões, mostramos que é perfeitamente possível tratar dos conceitos de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio e que esta abordagem, venha ter o potencial de melhorar a qualidade do ensino de Matemática do próprio Ensino Médio.

Palavras-chave: Introdução ao Cálculo Diferencial e Integral, Ensino da Matemática e Cálculo no Ensino Médio.

Abstract

This research seeks to defend a proposal for the insertion of concepts of Differential and Integral Calculus in High School in such a way as to facilitate mathematical learning. During our research seven meetings were held with the 30 students of the 3° year of the Teaching Center Professor Maria luiza Rodrigues de Sousa aiming to offer an introduction to the concepts of Differential and Integral Calculus, through extra classes in the form of mini-course held during the students' class shift with an hourly charge of 28 hours/distributed classes, seven modules. During the mini-course, students were initially introduced to the basic concepts of Limit, Derivative and Integral, and activities developed by the students were also proposed, which from the exercises presented by the teacher have the ability to formulate concepts and definitions to improve their knowledge and relate the even with your day-to-day. At the end of each module, a questionnaire was applied to assess the development of the participating students, so through these questionnaires it sought to establish the level of growth to be compared, on the students' conceptions, before and after the mini-course. From the analysis of the result of this experience, we arrived at the conclusions that corroborated the hypotheses made in the course of the work. Among the conclusions, we show that it is perfectly possible to deal with the concepts of Differential and Integral Calculus in High School and that this approach will have the potential to improve the quality of Mathematics teaching in High School itself.

Keywords: Introduction to Differential and Integral Calculus, Teaching of Mathematics and Calculus in High School.

Lista de ilustrações

Lista de tabelas

Sumário

1 INTRODUÇÃO

1.1 ABORDÁGEM INICIAL AO ENSINO DE CÁLCULO

A introdução de noções de Cálculo Diferencial e Integral, sem o rigor matemático de demonstrações e de definições rebuscadas, no Ensino Médio já é defendida por alguns autores NEVES (2016) e MACHADO (2016), pois a maioria das teorias apresentadas para os discentes de cursos superiores, sobretudo nas áreas das Ciências Exatas, é fundamentada no Cálculo Diferencial e Integral e suas aplicações. O fato de que o Cálculo é o fundamento necessário para muitas áreas das Ciências Exatas faz com que o bom aprendizado das teorias matemáticas apresentadas no Ensino Médio e Fundamental ser muito importante, pois serão esses fundamentos que proporcionarão o bom entendimento dos conteúdos da Matemática do Ensino Superior, em particular o Cálculo.

O Ensino Médio e o Ensino Fundamental, conforme mencionado anteriormente, deve conter os fundamentos necessários para a boa compreensão dos conteúdos do Ensino Superior, mas a realidade é que nem sempre os pre-requisitos são apresentados de maneira satisfatória, segundo BASSETTO; LEMES (2016), o que proporciona sérias consequências, sendo a reprovação e a evasão dois exemplos.

O Cálculo, conforme ANDRÉ (2008) possui aplicações desde à Física e Engenharia até a a Biologia, Economia e Administração, por exemplo. A apresentação de uma possibilidade de introduzir os fundamentos de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio, deve ser considerada uma vez que esse é conteúdo matemático mais importante para o desenvolvimento científico e tecnológico, além de apresentar possibilidades de aplicações à situações da vida cotidiana, sobretudo pelo fato de que essas aplicações vem sendo cada vez mais utilizadas em abordagens modernas.

O objetivo desse trabalho é o de apresentar uma proposta de introdução ao Cálculo para alunos do Ensino Médio e para isso serão utilizados o *software* GeoGebra e situações problema. O *software* GeoGebra será utilizado para facilitar o entendimento de propriedades geométricas relativas a Limites, Derivadas e Integrais, enquanto que as situações problema serão utilizadas para efetuar a interdisciplinaridade, mostrando que o Cálculo pode ser aplicado em situações do cotidiano e em outras áreas do conhecimento.

O texto apresentado nesta proposta encontra-se organizado em seis seções. Iniciamos Introduzindo e apresentando, no primeiro capítulo, são apresentados alguns fatos históricos relevantes. Já o terceiro capítulo é dedicado aos relevantes sobre da teórica, além da apresentação da proposta de aplicação do Cálculo no Ensino Médio. No quarto capítulo é apresentada a pesquisa aplicada e o cenário da pesquisa além dos instrumentos de coleta dos dados. Em seguida, o quinto capítulo, intitulado “resultados esperados", apresenta a descrição e análise dos dados coletados. Por fim, é apresentada a conclusão acerca dos resultados.

1.2 Justificativa e Problema de Pesquisa

O atual sistema educacional brasileiro apresenta na Educação Básica o principal gargalo que é o Ensino Médio, nos últimos anos são apresentadas poucas políticas que resultam em efeitos satisfatórios nessa etapa de ensino. Algumas dificuldades pioram a qualidade de ensino nessa fase da educação básica que são muitas e de causas variadas.

Um dos pontos principais é o alto índice de evasão onde cerca de 3 milhões de jovens brasileiros abandonam os estudos nessa etapa todos os anos, um outro fator, é que o aprendizado ser um processo acumulativo, isso se dá nas séries iniciais do ensino, ou seja, se o aluno não aprende o adequado nas etapas iniciais, suas dificuldades vão aumentando com o passar dos anos.

Muitos desses jovens perdem o interesse pelo estudo, principalmente na área da Matemática, anos finais e na maioria das vezes isso é causado por uma má organização curricular com compartimentação de conteúdos e uma abordagem pedagógica que está muito distante da realidade dos alunos. Por outro lado, o antigo Ensino Médio era somente uma etapa preparatória para o Ensino Superior, e não se considerava os passos finais da Educação Básica.

Considerando os resultados das avaliações externas como o Exame Nacional do Ensino Médio(ENEM), O Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica(SAEB) e Mais Ideb, sendo os primeiros de âmbito nacional e o último restrito ao Estado do Maranhão, além dos resultados do Programa Internacional de Avaliação de Alunos(PISA) mostram que os alunos, principalmente em Matemática, têm suas notas cada vez menores.

O SAEB mostra os cinco Estados que mais avançaram, em Matemática, Pernambuco, Alagoas, Espírito Santo, Sergipe e Ceará, o Estado do Maranhão foi o que mais cresceu no Nordeste, mesmo assim não aparece na lista, logo concluímos que seu crescimento não foi em Matemática. Considerando essas dificuldades, propomos uma introdução do ensino das noções de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio como facilitador da aprendizagem Matemática. No entanto, sem o rigor matemático das demonstrações e das simbologias utilizadas no ensino superior.

Como é proposto pela nova Base Nacional Comum Curricular(BNCC), correspondentes à área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias que se relaciona às competências indicadas para o Ensino Médio, de que os conhecimentos já explorados no Ensino Fundamental venham possibilitar que os estudantes possam fazer uma construção Matemática que seja relacionada e aplicada ao seu dia dia. Nesse contexto, quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio, a BNCC considera ainda que, com responsabilidade, aproveitar todo o potencial do aluno.

> "...diante da responsabilidade de aproveitar todo o potencial já constituído por esses estudantes, para promover ações que estimulem e provoquem seus processos de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar criativos, analíticos, indutivos, dedutivos e sistêmicos e que favoreçam a tomada de decisões orientadas pela ética e o bem comum."(BNCC pag. 518)

A BNCC descreve ainda, que os alunos sejam mobilizados e possam usar o que está sendo ensinado de modo que eles venham raciocinar, representar, argumentar, comunicar e aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos. Ela ressalta também que os diferentes campos da Matemática são integrados de forma ainda mais consistente no Ensino Médio. Assim, nessa etapa, um conjunto de ideias que são fundamentais e devem produzir articulações entre os vários campos e, além disso, são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático. Portanto, estes serão os pares de ideias fundamentais adotados nesta etapa de ensino: variação e constância; certeza e incerteza; movimento e posição; relações e inter-relações.

Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas das atividades Matemáticas. O desenvolvimento dessas habilidades está relacionado a uma forma de organização da aprendizagem Matemática, com base na análise de situações da vida cotidiana, de outras áreas do conhecimento e da própria Matemática.

Assim, considerando algumas reflexões com respeito à problemática em torno do Ensino da Matemática na Educação Básica, essa proposta se baseia na hipótese de que os problemas no Ensino da Matemática são de natureza essencialmente epistemológica. Por outro lado, as ações aqui apresentada também estão baseadas em teorias a fim de analisarmos de que forma algumas abordagens, com respeito a determinados conceitos, ajudam no desenvolvimento cognitivo dos alunos dentro processo de ensino-aprendizagem.

1.3 Objetivos

1.3.1 Oobjetivo Geral

- Identificar padrões da linguagem matemática relativos as noções de Cálculo Diferencial e Integral que podem contribuir para melhoria da aprendizagem matemática no Ensino Médio.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Pesquisar competências a serem desenvolvidas no currículo do Ensino Médio que favorecem a inserção do ensino de noções de Cálculo Diferencial e Integral.
- Analisar a percepção dos alunos participantes da pesquisa sobre a resolução de problemas envolvendo conceitos de Cálculo Diferencial e Integral.
- Desenvolver e aplicar um minicurso que contemple a inserção do Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio.
- Propor estratégias para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio.
- Avaliar o desempenho dos alunos na realização das atividades.

2 INTRODUÇÃO AO ENSINO DE CÁLCULO NA EDUCAÇÃO BÁSICA

A história do cálculo esteve presentes em diversos períodos distintos da história da humanidade, desde períodos eras antigas, medieval e moderna. Seu estudo é uma das criações do pensamento humano, no cálculo combinam-se e interligam-se ideias geométricas com analíticas, construindo-se instrumentos poderosos para a resolução e interpretação de problemas, isso veio aumentar de uma forma significativa o poder da Matemática.

2.1 Princípios do Desenvolvimento da História do Cálculo

Alguns historiadores afirmam que o século XVII foi extremamente produtivo para o desenvolvimento da matemática, graças, em grande parte, às novas e vastas áreas de pesquisa que nela se abriram.

> "...porém, a realização matemática mais notável do período foi a invenção do cálculo, perto do final do século XVII, por Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz. Com essa invenção a matemática criativa passou a um plano superior e a história da matemática elementar essencialmente terminou."(EVES, 2004, p. 417)

Os conceitos de Cálculo têm tanto alcance e tantas implicações no mundo moderno de hoje. Assim podemos afirmar que o estudo do Cálculo surgiu como consequência da procura de soluções para problemas relacionados com o movimento de corpos, ele é um ramo importante da matemática, que foi desenvolvido a partir da Álgebra e da Geometria, que se dedica ao estudo de taxas de variação de grandezas (como a inclinação de uma reta) e a acumulação de quantidades (como a área abaixo de uma curva ou o volume de um sólido). Onde há movimento ou crescimento em que forças variáveis agem produzindo aceleração, o cálculo é a matemática a ser empregada.

Para entendermos melhor sua origem e sua história devemos conhece-la desde início, à Grécia do século V a.C. Há evidências de que na Grécia antiga se desenvolveram escolas de raciocínio matemático que abraçaram uma ou outra dessas premissas como afirma Howard Eves(2004).

> "O filósofo Zenão de Eleia (c. 450 a.C.) chamou a atenção, de maneira candente, para as dificuldades lógicas ocultas em cada uma dessas suposições,

> através de alguns paradoxos que engendrou com essa finalidade. Esses paradoxos, que tiveram influência profunda na matemática, garantem que, admitindo-se qualquer das suposições consideradas, o movimento é impossível (EVES, 2004, p. 417)."

Além de Zenão e seus paradoxos, podemos dizer que os primeiros problemas da história do cálculo diziam respeito ao cálculo de áreas, volumes e comprimentos de arcos. Podemos citar também que uma das contribuições importantes mais antigas ao problema da quadratura do círculo foi dada por Antífon, o Sofista (c. 430 a.C.), um contemporâneo de Sócrates(EVES, 2004, p. 418). Citaremos também Eudoxo (c. 370 a.C.) que é creditado a ele o chamado Método de Exaustão que pode ser considerado como a resposta da escola platônica aos paradoxos de Zenão(EVES, 2004, p. 419).

Outro que tem destaque é Demócrito (c. 410 a.C.) pouco se sabe sobre ele, segundo (EVES, 2004, p. 420), Demócrito tinha conhecimento de que o volume de uma pirâmide qualquer é um terço do volume do prisma de mesma base e mesma altura. Porém, sabemos que uma demonstração desse teorema foi feita por Eudoxo, usando o método de exaustão[1], dos antigos, quem mais se destacou na resolução de problemas e mais se aproximou da atual e verdadeira integração, sem dúvida foi Arquimedes. O então conhecido ***"O método de equilíbrio de Arquimedes"***, segundo o autor (EVES, 2004, p. 422), o método de exaustão é rigoroso, porém estéril.

O autor também destaca que por volta de 1450 os trabalhos de Arquimedes chegaram à Europa Ocidental, através de uma tradução, achada em Constantinopla, de uma cópia (do século IX) de seus manuscritos. Essa tradução foi revisada e anos depois apareceram outras traduções. Mas, no início do século XVII as ideias de Arquimedes passaram por outros desdobramentos (EVES, 2004, p. 424).

Logo depois outros matemáticos, nos últimos anos, têm-se destacado pela contribuição que forneceram ao desenvolvimento do Cálculo. "O Cálculo constituiu a primeira conquista da matemática moderna", escreveu John Von Neumann (1903-1957), um dos grandes matemáticos do presente século, "e é difícil subestimar a sua importância. Julgo que o seu aparecimento define claramente o início das Matemáticas Modernas; tal

[1] O método da exaustão é um método para se encontrar a área de uma figura inscrevendo-se dentro dela uma sequência de polígonos cuja soma das áreas converge para a área da figura desejada. Se a sequência for corretamente construída, a diferença entre o n-ésimo polígono e a figura que os contém se tornará arbitrariamente pequena a medida que n se tornar grande. A medida que essa diferença se torna arbitrariamente pequena, os valores possíveis para a área da figura são sistematicamente "exauridos"pela limitação inferior imposta pelos polígonos cada vez maiores.

como a Análise Matemática, que resulta da sua natural evolução, configura-se ainda como o grande avanço técnico nas ciências exatas."

Destacamos ainda Pierre de Fermat que é considerado o maior matemático do século XVII d.C.(EVES, 2004, p. 428). Ele fez contribuições fundamentais para o conhecimento Matemático. Fermat nasceu em Beaumont-de-Lomage, França, em agosto de 1601. A vocação de Fermat pode ter sido a lei e o serviço público, mas a sua paixão era a Matemática.

Segundo ANDRÉ (2008) enquanto Newton e Leibniz partilham a autoria do Cálculo, Fermat fez descobertas criticamente importantes neste campo mais de uma década antes de cada um deles ter nascido. Descobriu as equações das tangentes, localizou os pontos máximos e mínimos e calculou a área abaixo de várias curvas.

O estudante de Cálculo deve ter conhecimento de certas áreas da matemática, tais como Álgebra, Geometria, pois são a base do Cálculo. O Cálculo tem três conceitos iniciais como o cálculo de limites, o cálculo de derivadas de funções e a integral de diferenciais. Embora alguns livros de ensino médio incluam alguns conceitos do cálculo entre seus tópicos, ainda são pouco ensinados e entende-se que descartar o cálculo no ensino médio é grave, pois está deixando de lado uma componente relevante para a formação do aluno, no contexto do ensino atual, que contribui de maneira expressiva, para o resgate do conhecimento no campo da matemática e suas ramificações. É importante salientar que inserir o Cálculo no Ensino Médio não é tarefa fácil, isso porque o entendimento de novas simbologias é complicado para boa parte dos alunos.

2.1.1 O Ensino de Cálculo no Brasil

Quando buscamos entender o ensino de Cálculo no Brasil, observamos desde o descobrimento, segundo GOMES (2012, p. 14), o ensino no Brasil foi quase uma prerrogativa dos padres da Companhia de Jesus. O primeiro grupo de jesuítas chegou ao Brasil em 1549, junto com o primeiro governador-geral, Tomé de Souza. Esses seis padres, liderados pelo padre Manuel da Nóbrega, foram os responsáveis pela criação da primeira escola elementar, na cidade de Salvador. A rede de educação jesuíta ampliou-se com a fundação de outras escolas elementares (em Porto Seguro, Ilhéus, São Vicente, Espírito Santo e São Paulo de Piratininga) e dos colégios, gradualmente estabelecidos na Bahia (1556), no Rio de Janeiro (1567), em Olinda (1568), no Maranhão (1622), em São Paulo (1631) e, posteriormente, também em outras regiões. Ele afirma também que a educação nesse período, no que diz respeito aos conhecimentos matemáticos, se preocupava apenas com o ensino da escrita dos números no sistema de numeração decimal e o estudo das operações básicas de números naturais.

Ainda segundo GOMES (2012, p. 14), A educação nas escolas jesuítas tinha como objetivo formar rapazes para servir à Igreja. Essa forma de ensino durou por volta de 200 anos, até a saída dos Jesuítas no fim de 1759, após a expulsão dos jesuítas, o sistema educacional brasileiro veio em decadência e surgiram as chamadas "aulas régias" (aulas de disciplinas isoladas), que foram criadas com a Reforma Pombalina em Portugal, inspiradas nas ideias dos enciclopedistas franceses. Passaram a ter como objetivo o de preencher as lacunas deixadas pelas escolas dos jesuítas. Assim, estas aulas representaram um retrocesso no ensino brasileiro.

Esse modelo foi um fracasso, houve um movimento positivo no sentido de modificar os conteúdos escolares, sendo, então, introduzidas novas disciplinas, tais como a Aritmética e a Álgebra. Essas aulas, entretanto, não atingiam um grande público, a frequência era muito pequena, chegando a ponto de ser lançado um edital do governador de São Paulo com uma ameaça a quem não cumprisse as normas de frequência às aulas de Geometria.

Em 1759, o Marquês de Pombal convocou o matemático José Monteiro da Rocha, para compor a equipe que iria reformular a Universidade de Coimbra e também a Faculdade de Matemática, no ano de 1772 (GOMES, 2012, p. 14). **Assim a Matemática que era ensinada na Faculdade de Salvador na Bahia era a mesma da Universidade de Coimbra**. Logo a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral já fazia parte do currículo do segundo ano da Academia Real Militar.

Gomes(2012) afirma também que, em 1837, o então ministro e secretário de estado da Justiça e interino do Império, Bernardo Pereira de Vasconcelos, criou a primeira escola secundária pública do Rio de Janeiro, o Colégio Pedro II, e modificou radicalmente os programas do ensino da Matemática, de modo que, Aritmética, Geometria e Álgebra ocupassem seu lugar em todas às oito séries do curso. Mais tarde, com a República, em 8 de novembro de 1890, o primeiro-ministro Benjamin Constant baixou um decreto, sob o número 891/1890 em que determinava uma reformulação do ensino e ainda a inclusão do ensino de Matemática abstrata bem como da Matemática concreta. Desse modo, foi introduzido o estudo do Cálculo Diferencial e Integral no terceiro ano. Nenhuma das várias reformas que ocorreram depois da feita por Benjamin Constant produziu mudanças tão significativas no ensino brasileiro. Somente na década de 20 do século passado, começaram as alterações no panorama da Educação em nosso país.

Em 1931, houve a reforma Francisco Campos, que dividiu o ensino em dois ciclos: o Fundamental, com duração de cinco anos, e o Complementar, com dois anos. O ensino complementar preparava para o ingresso no Ensino Superior e era dividido em três módulos: o Pré-Jurídico, Pré-Médico e Pré-Politécnico. O ensino de Cálculo estava presente no Pré-Médico e Pré-Politécnico, com noções de limite e derivada. Com a Reforma Capanema, que aconteceu entre 1935 e 1945, o então ministro da Educação e Saúde, Gustavo Capanema alterou novamente toda estrutura do ensino secundário do país, modificou o curso complementar transformando em dois outros cursos: Clássico e Científico e ambos com duração de três anos.

Segundo Araújo (2016), nos programas para os cursos Clássicos e Científicos da Reforma Capanema não aparece nenhuma referência ao conteúdo do Cálculo Integral, nem mesmo para o curso Científico, que possui um currículo mais extenso em relação curso Clássico. Havia apenas referência de dois assuntos: os estudos de variações e das derivadas. Quando começou no Brasil o Movimento da Matemática Moderna(MMM), que já tinha iniciado em outros países. O objetivo deste movimento era aproximar o ensino das escolas com a pesquisa, contribuindo assim para o desenvolvimento tecnológico. Para isso, passou a ser implantado mais rigor e formalismo na exposição dos conteúdos. Assim, foi proposta a inserir de conteúdos que consideraram importantes, bem como a retirada de outros. Foi neste momento que o Cálculo começou a ser retirado do ensino secundário, pois, segundo Ávila (1991, p.2), "não teria como ter um currículo tão extenso, já que o rigor e formalismo exigiam o ensino da teoria dos conjuntos e vários detalhamentos axiomáticos que toma tempo."

Para Araújo (2016) a retirada do Cálculo foi contraditória ao MMM que tinha como foco a modernização do ensino da Matemática. Devido à sua aplicabilidade em diversas áreas do conhecimento que vem contribuindo para o desenvolvimento tecnológico e científico.

Nossa proposta consiste na reinserção do Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio visto que isso é possível.

2.2 O Cálculo no Currículo do Ensino Médio

O Ensino Médio é a última etapa da Educação Básica. É nele que os alunos são preparados para ingressar nos cursos do Ensino Superior. É também nessa etapa que o ensino de Matemática deve complementar o que foi iniciado no Ensino Fundamental segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais. Portanto, os conteúdos programáticos propostos para o ensino da Matemática no Ensino Médio são extensos e muitos professores não conseguem cumprir o cronograma de maneira que os possibilitem a cumprir todos os conteúdos propostos.

> "os atuais programas estão, mal estruturados. A reforma dos anos 60 introduziu nos programas um pesado e excessivo formalismo. Não obstante as modificações que têm sido feitas nos últimos dez ou quinze anos, num esforço de melhoria do ensino, muito desse formalismo persiste em muitos livros e é responsável pelo inchaço desnecessário dos programas". Para Ávila (1991, p.4).

2.2.1 Então como inserir o conteúdo de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio?

Primeiramente, como é proposto para neste trabalho, iniciamos um planejamento para aplicação em um grupo de alunos do 3° ano, do Centro de Ensino Professora Maria Luiza Rodrigues de Sousa, em regime experimental, esse grupo foi formado por 30 estudantes, sendo 16 meninas e 14 meninos, com idades entre 16 e 17 anos, do terceiro ano do Ensino Médio, identificados de ora em diante como A_i, com $1 \leq i \leq 30$. Essa turma se reuniu durante 07(sete) encontros com duração de quatro horas cada, em uma sala do mesmo centro de ensino. A tabela abaixo mostra o conograma de nssa pesquisa.

Quando iniciamos nosso primeiro encontro, os estudantes receberam as atividades selecionadas, divididas em sete roteiros de trabalho, uma para cada encontro, assim como as orientações para o desenvolvimento de cada roteiro. Cada roteiro continha todas as informações referentes ao desenvolvimento de cada atividade. Após cada encontro, que era solicitado aos estudantes, de modo individual para que eles respondessem aos questionamentos relativos a cada atividade e que ele relatasse o que aprenderam no encontro.

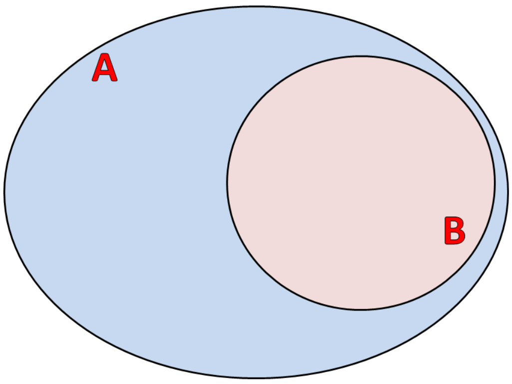
No primeiro encontro foram feitas revisões referentes aos conteúdos de Conjuntos dando ênfase na **Teoria de Conjuntos**, conjuntos numéricos, operações e suas propriedades. Aos alunos conceituamos a ideia de conjuntos fazendo com que os alunos percebecem a relação entre um objeto e um conjunto que é denominada pertinência usamos

Tabela 1 – Cronogrma de execução da pesquisa

	2017						
ATIVIDADES DESENVOLVIDAS	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.	Agos.	Set.	Out.
Levantamento situcional da istituição de ensino.[2]	X						
Coleta de dados e aplicação dos questionários.	X						
1° Encontro: Revisão sobre Conjuntos.	X						
2° Encontro: Revisão sobre Funções.		X					
3° Encontro: Introdução oa Conceito de Límites.			X				
4° Encontro: Introdução oa Conceito de Derivadas - Parte 01.				X			
5° Encontro: Introdução oa Conceito de Derivadas - Parte 02.					X		
6° Encontro: Introdução oa Conceito de Integrais - Parte 01.						X	
7° Encontro: Introdução oa Conceito de Integrais - Parte 02.							X

também os termos de línguagens matemática, ou seja, quando um objeto x é um dos elementos que compõem o conjunto A, dizemos que x pertence a A ou usamos a notação $x \in A$. Caso contrário, se x não é um elemento de A, nós podemos dizer que o elemento x não pertence ao conjunto A e podemos escrever $a \notin A$. Dizemos que dois conjuntos são iguais se, e somente se, cada elemento de um é também elemento do outro. Se B e A são conjuntos se todo elemento x pertence a B também pertence a A, então o conjunto B é chamada de *subconjunto* do conjunto A, denotado por $B \subset A$. Isso é observado na Figura 1 abaixo.

Figura 1 – Diagrama de Venn que represnta a relação $B \subset A$



Fonte: SANTOS. 2018

Quando falamos de **Conjuntos Núuméricos** e definimos suas operações: a adição e a multiplicação, para as quais verificamos que quaisquer dois números naturais adicionados ou multiplicados resulta em número natural, mas, se efetuarmos a subtração de números naturais, nem sempre o resultado é um número natural, como situações abaixo mostra.

1. Maria Eduarda é uma jovem que não tem o costume de organizar suas contas, ao ir no supermercado fazer suas compras do mês verificou que seu saldo na conta era de R$ 80,00 e que realizando uma compra no valor de R$ 110,00. Como ficaria sua situação financeira?

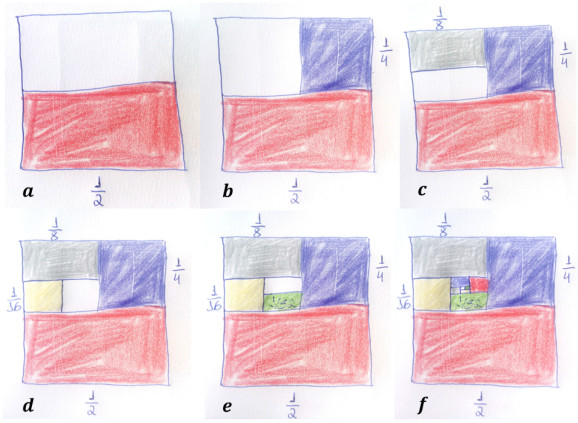
2. A cidade de Garanhuns, localizada no agreste do Estado de Pernambuco, chega a registrar temperatura de $7°C$ nas madrugadas. Suponha que, numa certa madrugada de inverno, a temperatura variou de $15°C$ para $7°C$, de quanto foi a variação de temperatura?

Durante a exposição das situações apresentadas anteriormente, que os alunos conheciam de forma intuitiva que em relação a situação de Maria Eduarda, os alunos perceberam que ela ficará com saldo devedor no banco e na cidade de Garanhuns a temperatura diminuiu em $8°C$, Assim, para solucionar problemas como esses, apresentamos outros conjuntos de numéricos, já que os naturais não eram suficientes para responder a questões como as relacionadas.

No segundo encontro iniciamos com Funções e já introduzimos os conceitos de limites apresentando duas atividades para trabalhar noções de limites junto com o ensino de funções do primeiro. Foi necessário introduzir os conceitos de função do primeiro grau, bem como suas definições e o estudo de seus gráficos.

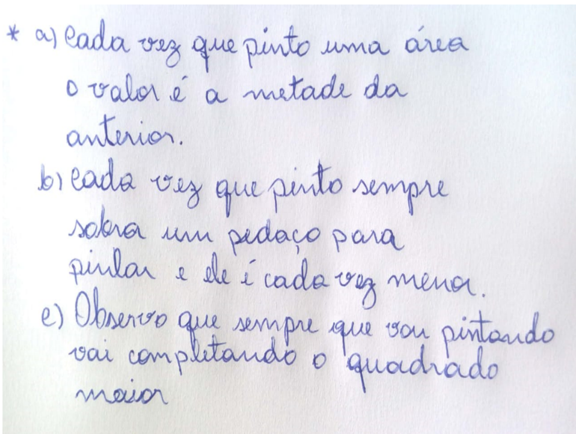
Iniciamos propondo aos alunos que desenhasse em uma folha de papel um quadrado. Em seguida, eles deveriam pintar metade do quadrado que eles desenharam e assim sucessivamente, como mostrado na Figura 2, pintando a metade da área região de cada quadrado que ficou em branco, e que eles deveriam ficar observando o que ocorria com a área. Os alunos, logo foram identificando que cada vez que eles pintavam a metade da área que sobrava a área pintada se aproximava cada vez mais da área do quadrado inicialmente desenhado por eles, e que também os espaços que sobravam para colorir ficava cada vez menor e, mesmo que a ponta do lápis fosse milimetricamente fina ainda sobraria espaço para pintar, ou seja, a área pintada ficava cada vez mais próxima da figura desenha, porém, não chegaria a exatamente esse valor, já que sempre iria faltar um espaço para ser preenchido. Tiveram a mesma conclusão quando foram questionados sobre o que acontecia com a soma das áreas pintadas.

Figura 2 – Sequência das etapas realizadas pelo aluno A_{30} na atividade proposta em sala.



Fonte: SANTOS. 2018

Figura 3 – Solução apresentada por A_7 e demais 18 alunos.

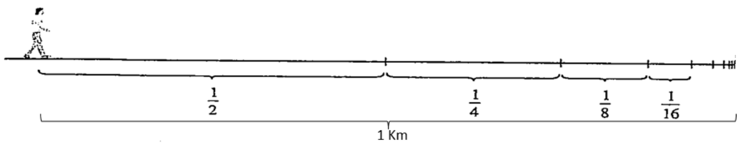


Fonte: SANTOS. 2018

As soluções apresentadas por 19 alunos foram a mesma, como exibido na Figura 3, isso demonstrou que os alunos conseguiram visualizar a noção de limite e relacionar a área do quadrado com o conceito intuitivo de infinito.

No segundo problema, foi proposto para os alunos que analisassem a situação de uma corrida de 1 quilômetro (ver Figura 4), em linha reta. Quando atleta chegar à metade do caminho, ainda faltará meio quilômetro para que ele chegue ao seu destino. Quando ele percorrer a metade dessa metade do caminho, ainda faltará $0,250km$ e quando percorrer a metade dessa distância ainda faltará $0,125km$ e se esse raciocínio fosse indefinidamente repetido? O que aconteceria com o atleta?

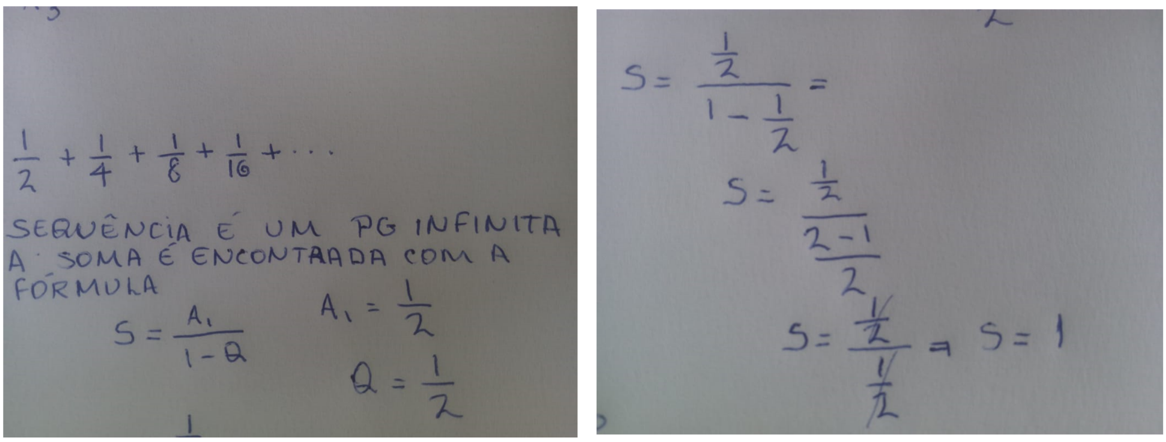
Figura 4 – Caminhada sem fim.



Fonte: SANTOS. 2018

Neste problema as soluções apresentadas pela turma foi diferenciada, alguns concluíram que o atleta nunca chegaria ao destino,(ver Figura 5), pois não importando a distância percorrida, sempre restaria alguma distância a ser percorrida.

Figura 5 – Solução apresentada por A_{21} do problema proposto.

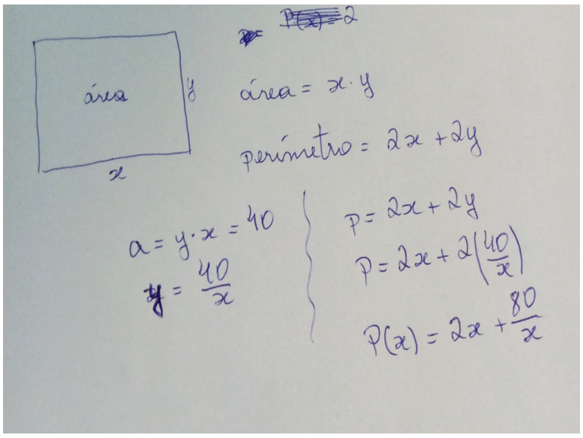


Fonte: SANTOS. 2018

Também tivemos uma solução em que foi usada a soma dos termos de uma PG infinita, e o mesmo concluiu que a soma das distâncias percorridas seria igual a um.

No terceiro encontro foi dividido em dois momentos, o primeiro propomos aos alunos uma atividade e que os mesmo analisassem e registrassem o que eles aprenderam; um senhor deseja construir um jardim na forma de um retângulo com área de 40 m^2 (metros quadrados). Ele necessita saber a quantidade de material necessário para cercar o jardim, nos diversos casos possíveis. Seja $P(x)$ o perímetro de um jardim de x (metros) de largura. Determinar uma relação matemática para os valores de P. Neste exemplo foi dado início ao conceito de função e limites, que seriam necessários para a definição das operações básicas de derivação, que seria tratado nos encontros posteriores. Partindo dessa situação discutimos funções, gráficos de funções, limites e continuidade de funções. A Figura 6 é a solução apresentada pelo aluno A_{15} no problema proposto.

Figura 6 – Solução apresentada por A_{15} e demais alunos.



Fonte: SANTOS. 2018

Pudemos constatar que com relação às últimas atividades aplicadas, que a quantidade de acertos foi bem mais significativa. Contudo, para responder corretamente a essa questão os alunos teriam de apresentar outras representações, e as operações necessárias, pois esse processo requer conhecimento mais aprofundado desse assunto e saber relacionar com outra área de conhecimento. E que as dificuldades apresentadas pelos alunos estão em relacionar os conteúdos matemáticos com outros conteúdos e outras áreas de conhecimento.

Existem muitas de situações do cotidiano do aluno que podemos usar na sala de aula como exemplos. No entanto, não basta escolher exemplos, é necessário determinar em que enfoque engloba a forma de abordagem e tratamento de cada assunto, bem como as ênfases que serão estabelecidas em seu estudo.

Após ter feito o estudo de funções e limites, pretendíamos de modo intuitivo, introduzir o significado da derivada de uma função, de acordo com o que é sugerido por Ávila (2006). As atividades que foram aplicadas exploravam a aproximação do cálculo da velocidade instantânea de um objeto, dada a equação de seu movimento (ou informações sobre a posição do objeto em cada instante de tempo a ser analisado), e sugerem a compreensão do significado das expressões "taxa de variação média" e "taxa de variação instantânea".

Além disso, abordamos o conceito de Derivada a partir da construção da reta tangente[3] a um ponto $P = (x_1, y_1)$ do gráfico de uma função a partir de uma reta secante s que passa pelo ponto P e por um ponto $Q = (x_2, y_2)$.

O conceito de derivada, neste caso, foi explorado através de um processo de aproximação o qual consistia em fazer o ponto Q se aproximar de P, ver Figura 7 *(a), (b), (c), (d), (e) e (f)* ao longo da curva $y = f(x)$ obrigando x_2 tender para x_1, isso implica dizer que a reta tangente é a posição-limite da reta secante PQ quando P tende a Q, essa reta secante tender à posição tangente analisando o seu coeficiente angular, ou seja, a razão

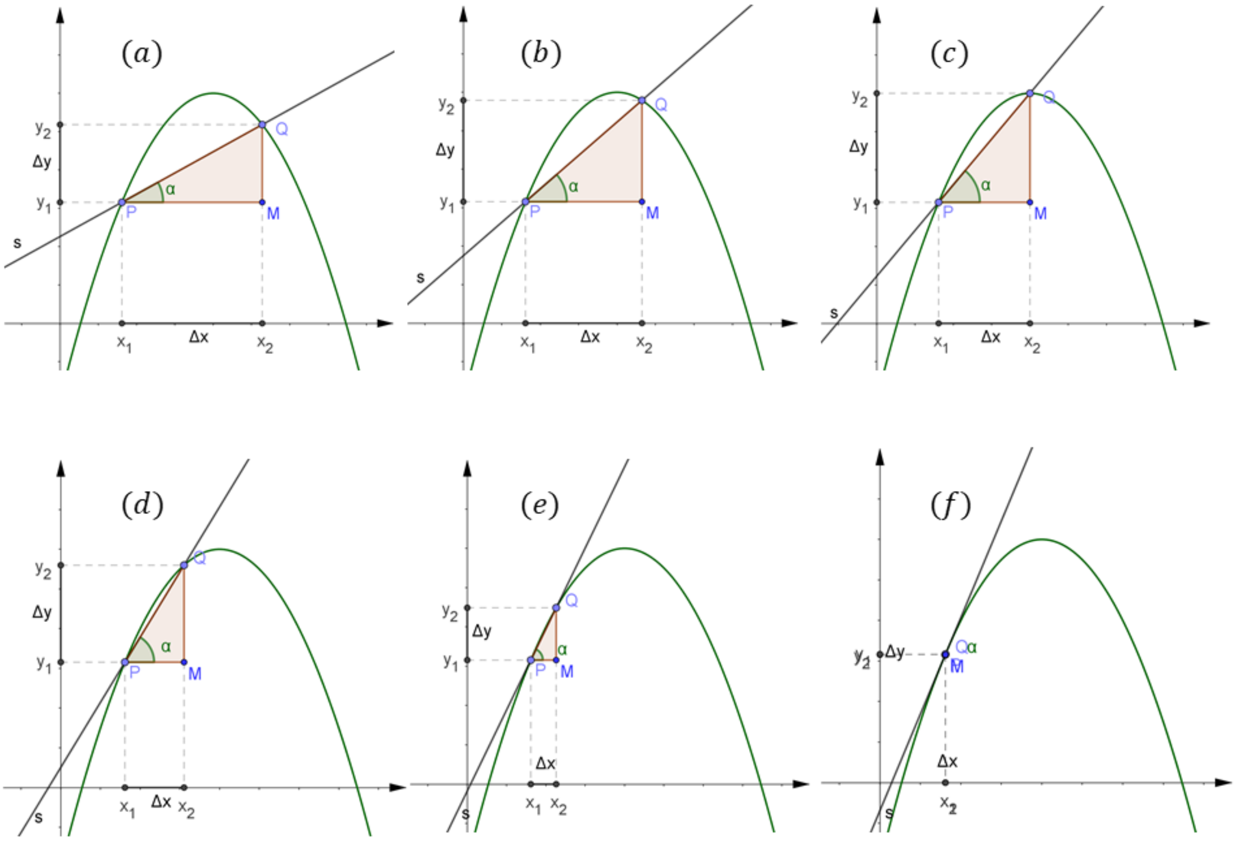
$$m = \tan\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

em cada instante, na medida em que Δx se aproximava cada vez mais de zero.

No GeoGebra a interpretação feita pelo estudante A_{22} foi semelhante, ele analisou essa razão na medida em que o ponto Q se aproximava cada vez mais do ponto P.

[3] Reta tangente é uma reta que passa por um único ponto em uma curva. O uso dos termos *tangente* e *secante* vem diretamente da etimologia das palavras(latim: *tangere*, tocar, e *secare*, cortar) e não de qualquer referência à Trigonometria

Figura 7 – Inclinação da reta tangente ao gráfico de f quando x_2 tender para x_1.



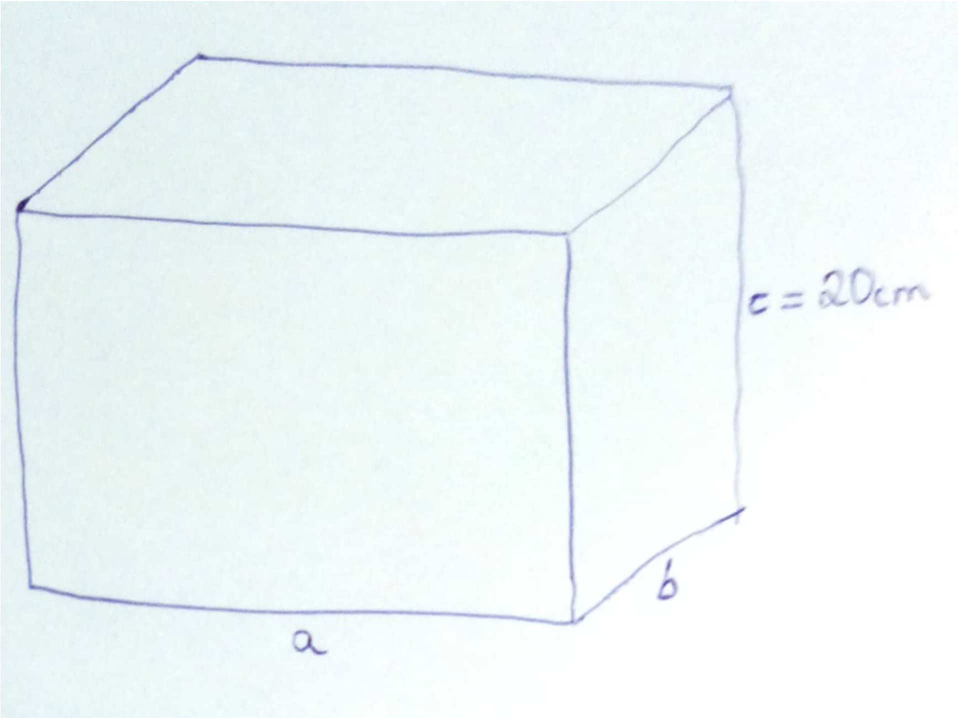
Fonte: SANTOS. 2018

No quarto encontro, com base nos resultados alcançados nos encontros anteriores, propomos atividades com os alunos, um conhecimento sobre aplicação das derivadas otimização de problemas, onde utilizamos as derivadas para obter a maximização ou minimização de um determinado fenômeno. Iniciamos calculando a minimização do consumo de material com o problema a seguir:

Uma empresa de embalagem recebeu um pedido de caixas de papelão, onde o solicitante exigiu que as caixas tivessem 15 litros de capacidade e uma altura de 20 centímetros. Quais são as dimensões das caixas para obter o menor custo com o papelão?

Eles iniciaram a resolução fazendo um esboço da caixa de papelão como podemos observar na Figura 8, todos concluiuram a tarefa.

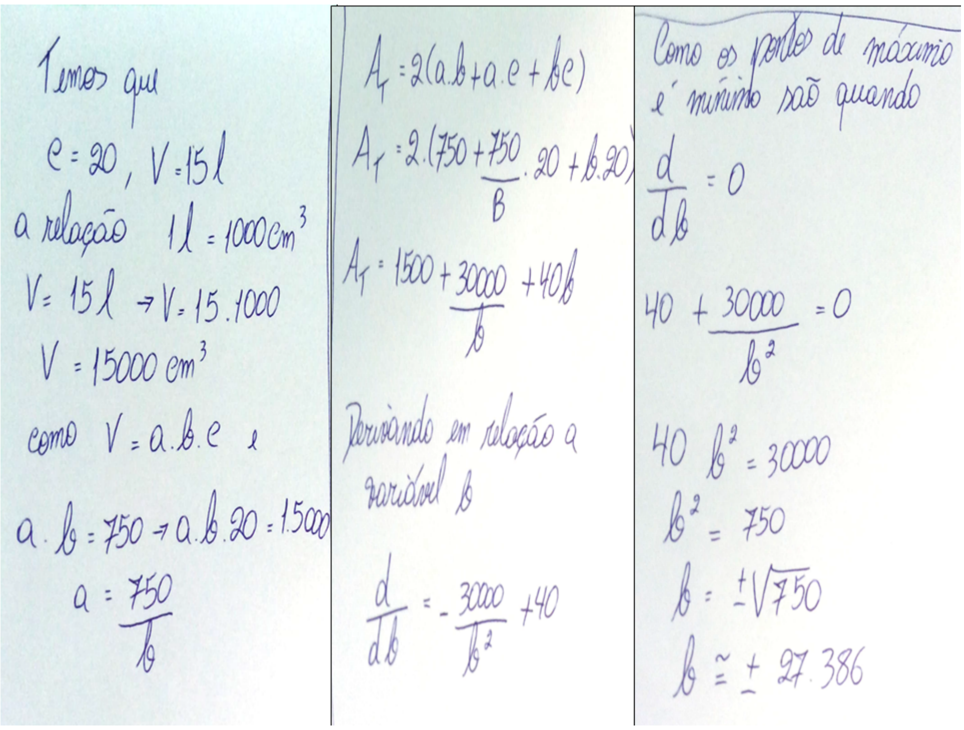
Figura 8 – Caixa de papelão elaborada A_1.



Fonte: SANTOS. 2018

Solução abaixo paresentada, Figura 9, pelos alunos A_1, A_5, A_6, A_{15} e A_{22}.

Figura 9 – Solução de A_1, A_5, A_6, A_{15} e A_{22}.



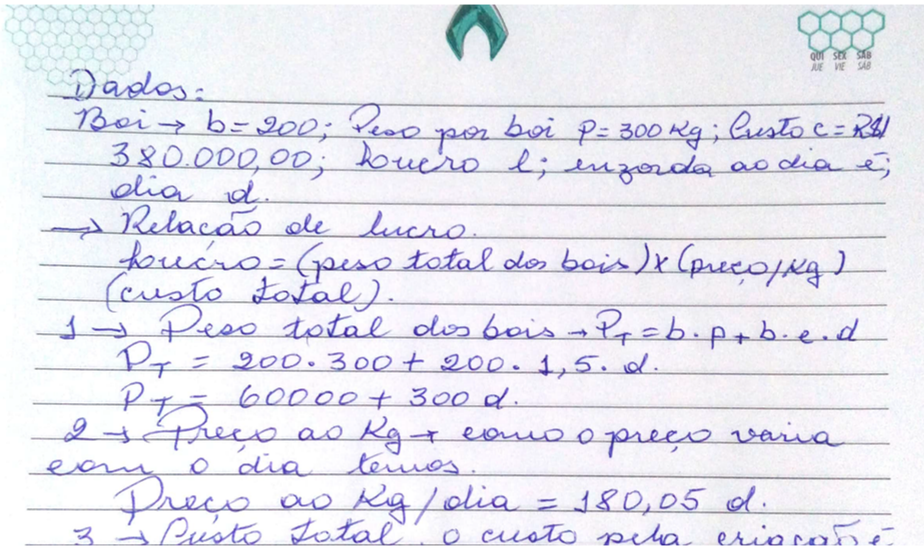
Fonte: SANTOS. 2018

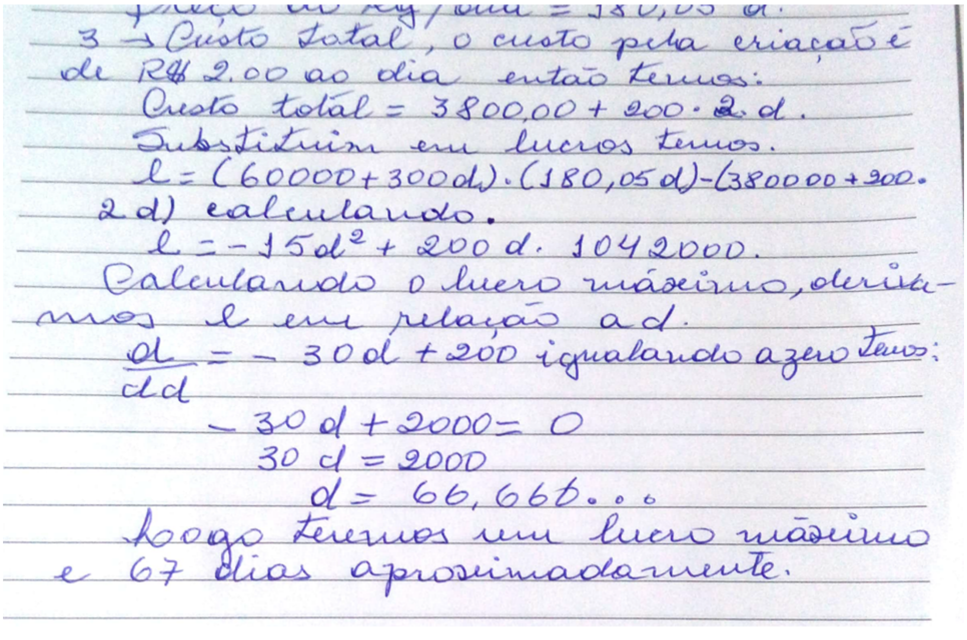
Dos alunos que finalizaram a atividade, cinco deles concluíram que a caixa de papelão deve ter um fundo quadrado de lado aproximadamente $27,386cm$ para obter o menor consumo de papelão na sua fabricação. No entanto as respostas apresentadas pela maioria dos alunos mostraram que apesar de terem conhecimentos matemáticos, eles não apresentavam uma visão geral dos conteúdos trabalhados.

Outro problema trabalhada nesse encontro foi a maximização do lucro em função das despesas, a partir do exemplo:

Um fazendeiro tem 200 bois, cada um pesando 300 Kg. Até agora ele gastou R$ 380.000,00 para criar os bois e continue gastando R$ 2,00 por dia para manter cada boi. Os bois aumentam de peso a uma razão de 1,5 Kg por dia. Seu preço de venda, hoje é de R$ 18,00 o quilo, mas o preço cai 5 centavos por dia. Quantos dias deveria o fazendeiro aguardar para maximizar seu lucro? Neste exemplo os alunos aplicaram os seus entendimentos sobre os pontos de máximo e mínimo de uma função para ser usado em seu dia-a-dia. Como podemos observar na Figura10.

Figura 10 – Solução de 15 alunos e destacamos A^6.


Dados:
Boi → b = 200; Peso por boi p = 300 kg; Custo c = R$ 380.000,00; Lucro l; engorda ao dia e; dia d.
→ Relação de lucro.
Lucro = (peso total dos bois) x (preço/kg) (custo total).
1 → Peso total dos bois → $P_T = b.p + b.e.d$
$P_T = 200.300 + 200.1,5.d.$
$P_T = 60000 + 300\,d.$
2 → Preço ao Kg → como o preço varia com o dia temos.
Preço ao Kg/dia = 180,05 d.
3 → Custo total, o custo pela criação é


Preço ao Kg/dia = 180,05 d.
3 → Custo total, o custo pela criação é de R$ 2.00 ao dia então temos:
Custo total = 3800,00 + 200 · 2 · d.
Substituir em lucros temos.
$l = (60000+300d).(180,05d)-(380000+200.2d)$ calculando.
$l = -15d^2 + 200d.\ 1042000.$
Calculando o lucro máximo, derivamos l em relação a d.
$\frac{dl}{dd} = -30d + 200$ igualando a zero temos:
$-30d + 2000 = 0$
$30d = 2000$
$d = 66,666\ldots$
Logo temos um lucro máximo e 67 dias aproximadamente.

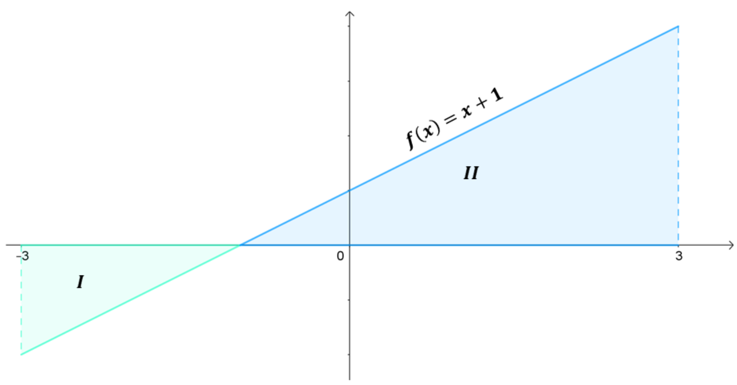
Fonte: SANTOS. 2018

Dessa vez percebemos uma diferença na resolução, 15 alunos conseguiram iniciar a resolução, porém no que se refere ao procedimento de resolução os mesmos não obedecem critérios. Assim, percebemos a necessidade de envolver novas práticas educativas, no que se refere ao ensino da Matemática em sala de aula.

No quinto encontro, e dando continuidade ao trabalho, e utilizando um recurso do GeoGebra nas atividades propostas para introduzir a definição Analítica e Geométrica de Integral que tinham como objetivo principal determinar a área limitada pelos gráficos de funções continuas, cálculo da área entre curvas seja a aplicação mais comum das Integrais. Esta aplicação decorre da própria ideia de Integral, que é a área de uma região plana sob uma curva. Assim, foi usado o conceito de Integral como área e será aplicado para o cálculo de área entre curvas e, além disso, aplicamos esses conceitos nas resoluções de problemas que envolve essas situações. Para as atividades propostas, o software GeoGebra, teve uma importância bastante significativa. Esses recursos possibilitam a visualização dos retângulos utilizados para a aproximação da área e ao aumentar a quantidade de retângulos, mais próxima a soma das suas áreas ficam da área da região que se deseja calcular. Assim, além de possibilitar a visualização, a utilização do GeoGebra foi imprescindível para a compreensão da ideia intuitiva de integral definida.

Iniciamos com os alunos pedindo para que eles, usassem seus conhecimentos, para calcular a área da região limitada por uma função contínua, ver Figura 11 $f(x) = x+1$ e o eixo OX no intervalo $-3 \leq x \leq 3$, do domínio dessa função. Para isso, bastava que os estudantes observassem que como o gráfico de uma função $f(x) = x + 1$ que é uma reta, podiam identificar a região do gráfico limitada pela reta e pelo eixo OX, diante do problema apresentado, os alunos iniciaram usando o GeoGebra para representar graficamente dos quais 23 fizeram a representação sendo que 10 destes chegaram na representação abaixo.

Figura 11 – Gráfico da função $f(x) = x + 1$ no intervalo $[-3, 3]$.



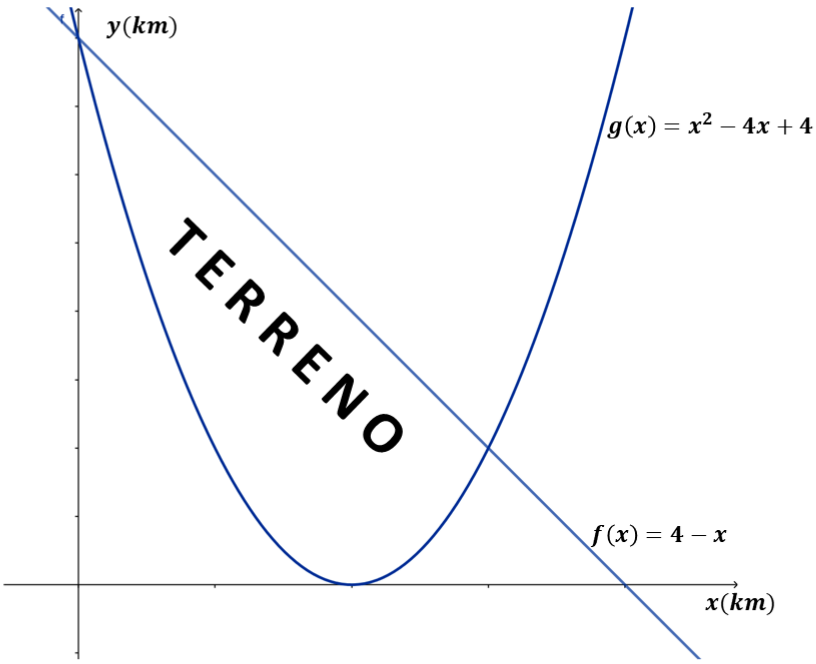
Fonte: SANTOS. 2018

O aluno A_{17} concluiu que o eixo x e as retas $x = -3$ e $x = 3$ realçam dois triângulos no gráfico. O triângulo **II**, acima do eixo x, tem 4 unidades na base, 4 unidades na altura e tem 8 unidades de área, enquanto que o triângulo **I**, abaixo do eixo x, tem 2 unidades de base, 2 unidades de altura e 2 unidades de área, usando as noções de derivadas ele concluiu que,

$$\int_{-3}^{3} x + 1dx = \left[\text{Á}reaII\right] - \left[\text{Á}reaI\right] = 8 - 2 = 6$$

No sexto encontro procuramos aprofundar mais o conteúdo com os alunos, aplicamos exercícios contendo uma dificuldade maior para resolução, assim propomos para que os alunos resolvam uma situação que envolve o cálculo da área de um terreno, no formato da figura abaixo, onde seria criado uma reserva florestal para abrigar animais ameaçados de extinção. No início ouve uma resistência dos alunos, mas quando perceberam que se tratava do cálculo de uma área limitada por duas funções e que bastava usar a integral para saber qual é a área deste terreno, logo o problema foi resolvido, primeiro usando o GeoGebra o aluno A_8 fez o esboço do gráfico do problema.

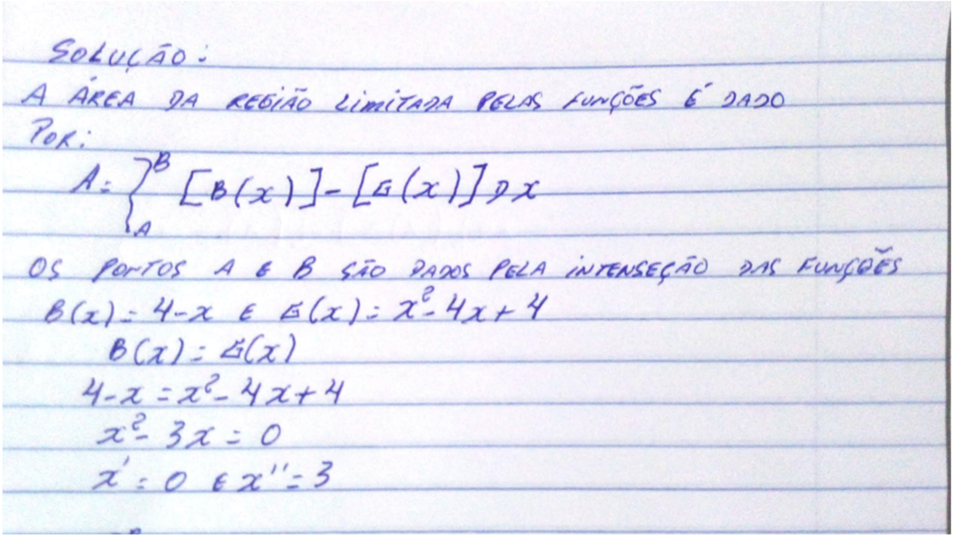
Figura 12 – Gráfico do aluno A_8.

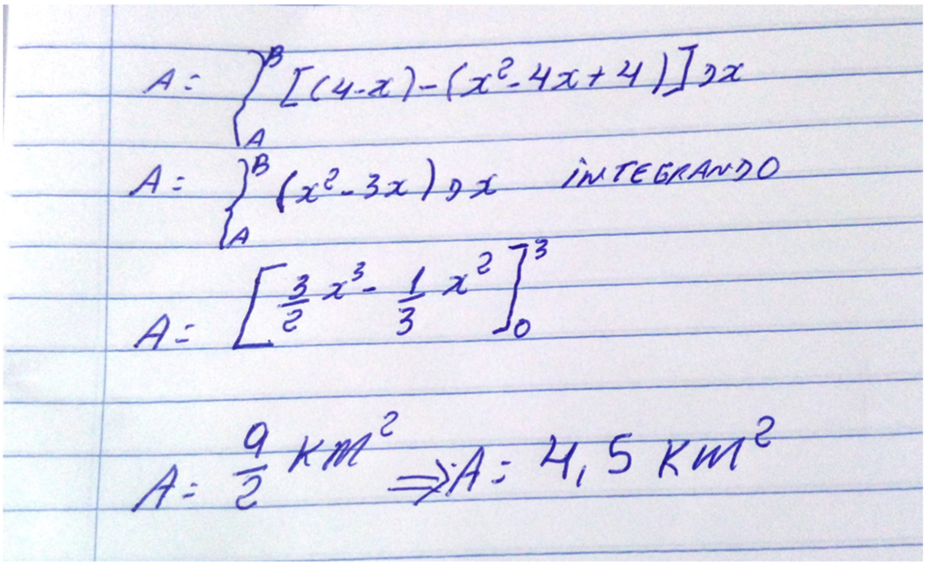


Fonte: SANTOS. 2018

Solução do problema proposto no encontro.

Figura 13 – Solução de 15 alunos.





Fonte: SANTOS. 2018

Na solução apresentada pelo a_{15} verificamos que apesar de seguir uma metodologia e a falta de associação da simbologia na linguagem o mesmo conseguiu resolver o problema.

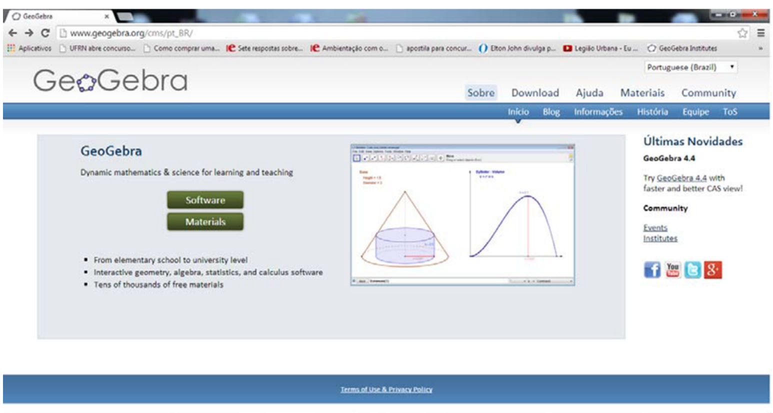
Tendo em vista a importância da disciplina de Cálculo nos cursos superiores, ressaltamos que é imprescindível que o estudante conheça suas aplicações e que também se trabalhe com os conceitos associando a abordagem algébrica à geométrica, de modo que não sejam enfatizados apenas aspectos procedimentais apresentadas resoluções de problemas em situações do dia-dia.

2.3 Uma Introdução ao Uso do Geogebra

O GeoGebra é um software livre de uso na geometria foi desenvolvido em linguagem de Java por Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburg em 2001, ele usa uma das linguagens computacionais mais populares do mundo, o que permite que ele seja disponibilizado em várias plataformas operacionais tais como Windows, Linux, Mac e, mais recentemente, na plataforma Android, o também aplicativo pode ser utilizado como recurso pedagógico, em diferentes níveis e modalidades de ensino da matemática. Além da interface da geometria, ele destaca-se por permitir a inserção de coordenadas e fórmulas algébricas possibilitando assim uma interação entre a figura geométrica e sua representação algébrica.

Existem várias formas de se adquirir o GeoGebra. A principal, e mais indicada, é pelo site do próprio software, www.geogebra.org. Na Figura 14 temos a página inicial do site do GeoGebra.

Figura 14 – Página Virtual do GeoGebra.



Fonte: www.geogebra.org

Observação - 01: Caso você possua um navegador web com ao menos um plugin Java instalado e funcional, o aplicativo poderá ser executado diretamente no navegador. Neste caso, nenhuma instalação será necessária.

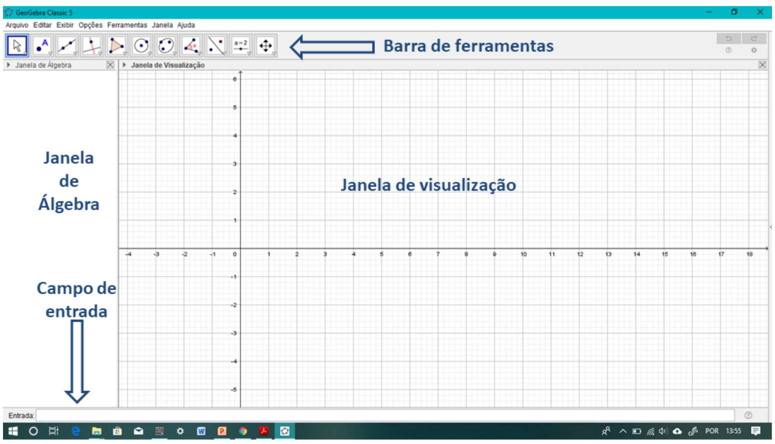
2.3.1 Conhecendo e explorando o Geogebra

Conforme descreve Araújo e Nóbriga (2010) o que diferencia o GeoGebra dos demais programas de geometria dinâmica é a possibilidade de interação e manipulação de suas ferramentas, seja através do mouse ou do Campo de Entrada, das funções polinomiais e formas geométricas que estejam na Janela de visualização ou na Janela de Álgebra.

Interface do software GeoGebra

Como podemos observar na Figura 15, o GeoGebra possui onze conjuntos de ferramentas em sua Barra de Ferramentas que podem ser utilizadas em diversas construções geométricas e manipulações algébricas.

Figura 15 – Visão geral do GeoGebra.

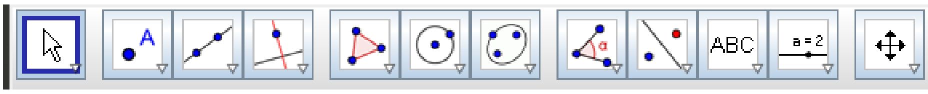


Fonte: SANTOS. 2018

Observamos que a janela inicial está dividida em duas: à esquerda, a parte algébrica (que pode ser fechada, se necessário); à direita, a parte geométrica. Para reativar a parte algébrica, basta ir ao item "Exibir", do menu, e clicar em "Janela de Álgebra". Neste mesmo item, podemos ativar/desativar os eixos, a malha e o protocolo de construção.

Na tela inicial, ainda temos a barra de ferramentas (ver Figura 16), cada ícone desta barra tem várias opções, relacionadas com as funções descritas no desenho do ícone. Estas opções são acessadas clicando na seta do canto inferior direito de cada ícone.

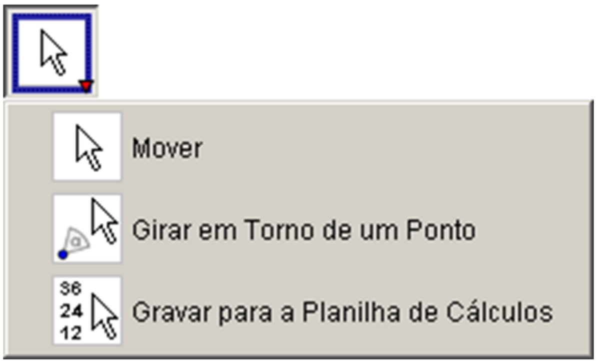
Figura 16 – Barra de ferramentas.



Fonte: SANTOS. 2018

Podemos explorar algumas das ferramentas, para conhecermos seus nomes e utilidades. A exploração dessas ferramentas é fundamental para execução de tarefas. Para ativar cada ferramenta na parte geométrica é necessário primeiro clicar no ícone desejado e só depois na janela geométrica.

Figura 17 – Ferramentas usadas para selecionar ou mover.



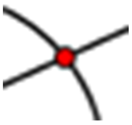
Fonte: SANTOS. 2018

As opções do ícone ponto são as seguintes:

Figura 18 – Ferramentas de manipulação de ponto.

Fonte: SANTOS. 2018

Novo Ponto - selecionando esta ferramenta e clicando na janela geométrica, com o botão esquerdo do mouse, cria-se um novo ponto.

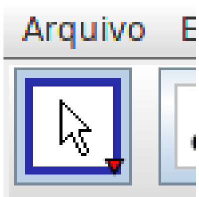


Interseção de dois objetos- o ponto de interseção entre dois objetos pode ser criado selecionando os objetos, dessa forma todas as interseções existentes são marcadas.

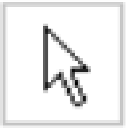
Ponto médio ou centro – para utilizar essa ferramenta, clique, com o botão esquerdo do mouse, em dois pontos para obter seu ponto médio; ou em um segmento para obter seu ponto médio.

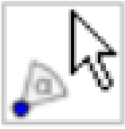
Para movimentar um ponto há de dois modos, clique na seta vermelha do 1° botão da barra, como pode ser visto na Figura 19.

Figura 19 – Ferramentas usadas para selecionar ou mover.



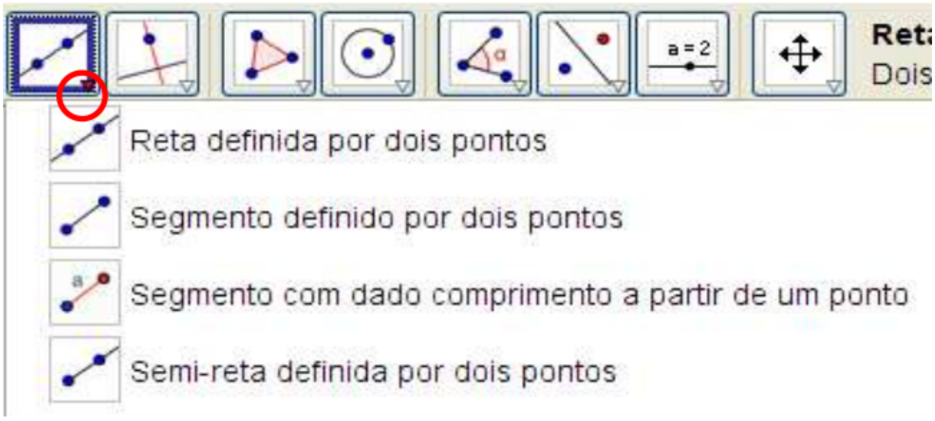
Fonte: SANTOS. 2018

 **Mover** – selecionando essa ferramenta e pressionando o botão esquerdo do mouse sobre um objeto é possível arrastá-lo por toda a janela geométrica.

 **Rotação em Torno de um Ponto** - pressionando o botão esquerdo do mouse sobre um objeto é possível girar esse objeto ao redor de um ponto que permanece fixo.

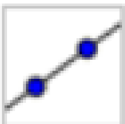
Clicando na seta vermelha do 3ª botão da barra de Ferramentas, visualizamos:

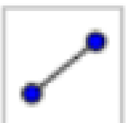
Figura 20 – Ferramentas de manipulação de Reta, Segmento de reta e Semireta.

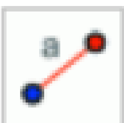


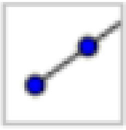
Fonte: SANTOS. 2018

Comandos da 3ª Ferramenta

 **Reta definida por dois pontos** – marcando-se dois pontos, traça-se a reta definida por eles.

 **Segmento definido por dois pontos** – marcando-se dois pontos, determinam-se as extremidades do segmento a ser traçado.

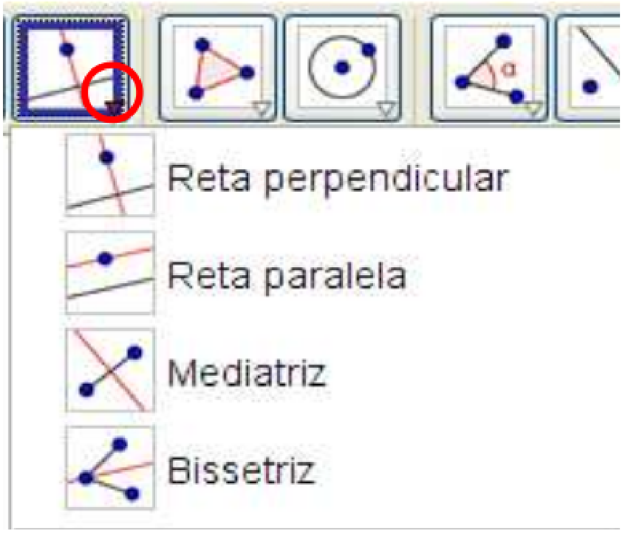
 **Segmento com dado comprimento a partir de um ponto** – marca-se a origem do segmento e digita-se a medida desejada para o mesmo, em uma janela que se abre automaticamente.



Semi-reta definida por dois pontos – traça-se uma semi-reta a partir do primeiro ponto marcado contendo o segundo ponto.

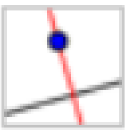
Clicando na seta vermelha do 4º botão da barra de Ferramentas, visualizamos:

Figura 21 – Ferramentas de manipulação de Reta.

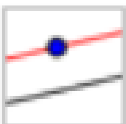


Fonte: SANTOS. 2018

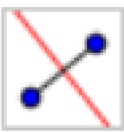
Comandos da 4ª Ferramenta



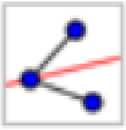
Reta perpendicular – clicando-se, com o botão esquerdo do mouse, em uma reta e em um ponto constrói-se uma reta perpendicular à reta considerada, passando pelo referido ponto. O mesmo pode ser feito considerando-se um segmento de reta, ou semi- reta.



Reta paralela – clicando-se, com o botão esquerdo do mouse, em uma reta e em um ponto fora dela, constrói-se uma reta paralela à reta considerada, passando pelo referido ponto.



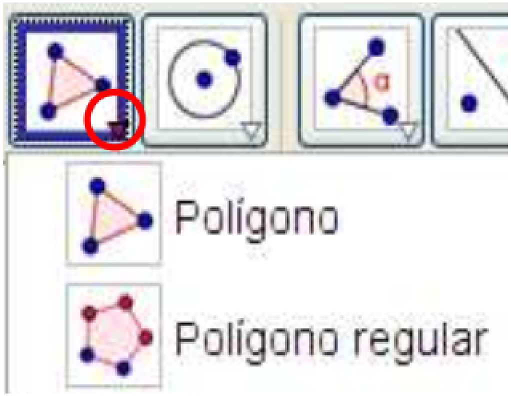
Mediatriz – clicando-se, com o botão esquerdo do mouse, nas extremidades de um segmento de reta, constrói-se uma reta perpendicular a este passando pelo seu ponto médio.



Bissetriz – Clicando-se, com o botão esquerdo do mouse, sobre duas retas concorrentes, já traçadas, constrói-se as bissetrizes dos ângulos determinados pelas retas.

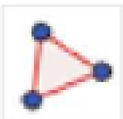
Clicando na seta vermelha do 5º botão da barra de Ferramentas da Figura 22, visualizamos:

Figura 22 – Ferramentas de manipulação de Polígono.

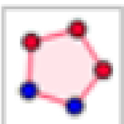


Fonte: SANTOS. 2018

Comandos da 5ª Ferramenta



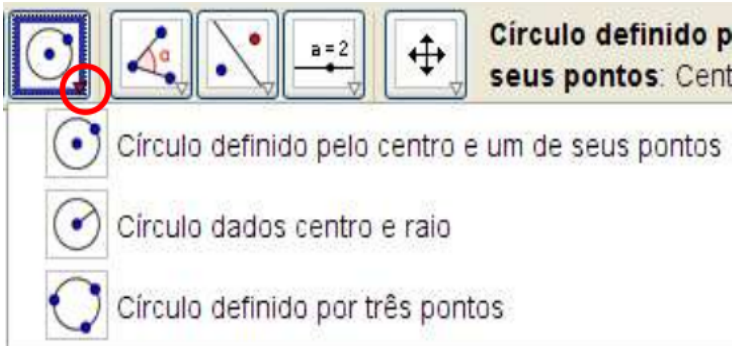
Polígono – para construir um polígono, marca-se ao menos três pontos e clica-se, com o botão esquerdo do mouse, no primeiro ponto novamente.



Polígono regular - é possível construir polígonos regulares usando o comando no qual é necessário digitar o número de lados na janela de álgebra que aparece no centro da tela.

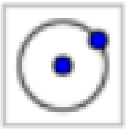
Clicando na seta vermelha do 6º botão da barra de Ferramentas da Figura 23, visualizamos:

Figura 23 – Ferramentas de manipulação de Circunferencia.

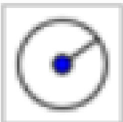


Fonte: SANTOS. 2018

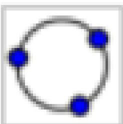
Comandos da 6ª Ferramenta



Círculo definido pelo centro e um de seus pontos – marcando-se um ponto A e um ponto B, traça-se o círculo com centro A, passando por B.



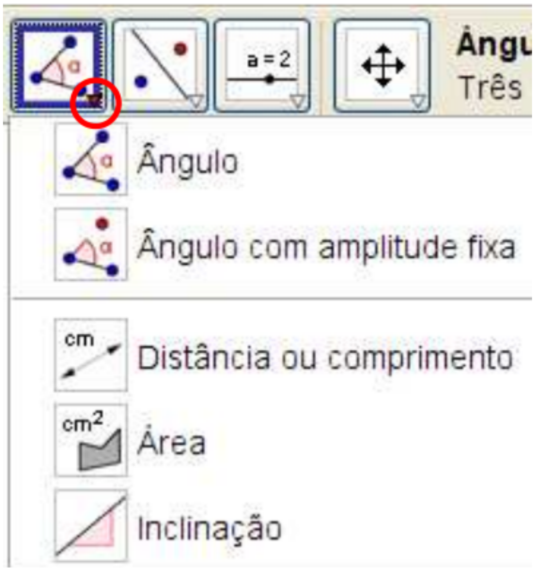
Círculo dados Centro e Raio – marca-se o centro A e digita-se a medida desejada para o raio, em uma janela que se abre automaticamente.



Círculo definido por três pontos – marcando-se três pontos não-colineares, traça-se o círculo que passa por eles.

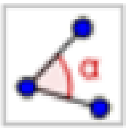
Clicando na seta vermelha do 8º botão da barra de Ferramentas da Figura 24, visualizamos:

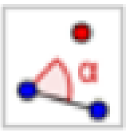
Figura 24 – Ferramentas de manipulação de Ângulo.

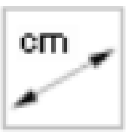


Fonte: SANTOS. 2018

Comandos da 8ª Ferramenta


Ângulo – com essa ferramenta traçam-se ângulos: entre três pontos; entre dois segmentos; entre duas retas (ou semi-retas); interior de um polígono.


Ângulo com amplitude fixa – marcam-se dois pontos e digita-se a medida desejada para o ângulo, em uma janela que se abre automaticamente.

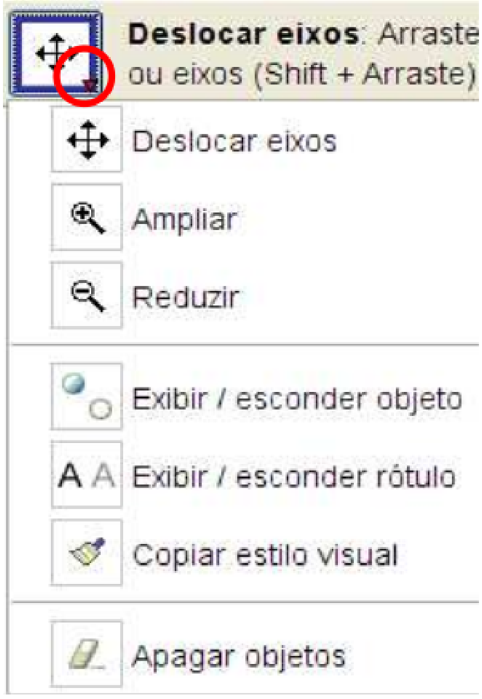


Distância, Comprimento ou Perímetro – essa ferramenta fornece na janela algébrica, a distância entre: dois pontos; duas linhas; ou um ponto e uma linha.

Área - essa ferramenta fornece a área de um polígono, na janela geométrica.

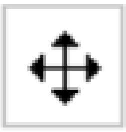
Clicando na seta vermelha do último botão da barra de ferramentas na Figura 25, visualizamos:

Figura 25 – Ferramentas manipulação de objetos.



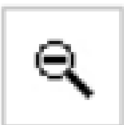
Fonte: SANTOS. 2018

Comandos da 12ª Ferramenta

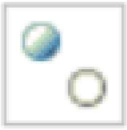


Mover Janela de Visualização – essa ferramenta permite arrastar a área de trabalho ou os eixos.

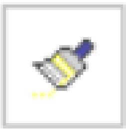
Ampliar – ao clicar, com o botão esquerdo do mouse, sobre qualquer lugar da área de trabalho, essa ferramenta produz um zoom de aproximação.

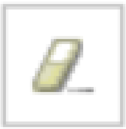


Reduzir – ao clicar, com o botão esquerdo do mouse, sobre qualquer lugar da área de trabalho, essa ferramenta produz um zoom de afastamento.


Exibir/esconder objeto – ao selecionar essa ferramenta e clicar, com o botão esquerdo do mouse, sobre um objeto ou mais, você o(s) estará selecionando para ser (em) escondido(s). Porém, isso só ocorrerá, de fato, quando você selecionar outra ferramenta qualquer. Você poderá voltar a exibir os objetos ocultos, selecionando novamente a ferramenta , mas ao mudar de ferramenta os objetos voltarão a ficar ocultos. Caso deseje exibir, de fato, um objeto, clique com o botão direito do mouse, na janela algébrica, sobre este objeto e selecione a opção exibir objeto.

Exibir/esconder rótulo – clique, com o botão esquerdo do mouse, no rótulo do objeto para escondê-lo e no objeto para voltar a exibi-lo.


Copiar estilo visual – essa ferramenta permite copiar as propriedades visuais como cor, dimensão, estilo de reta, etc., a partir de um objeto, para vários outros objetos. Escolha o objeto cujas propriedades você quer copiar. A seguir clique em todos os outros objetos que devem adotar essas propriedades.


Apagar objetos - clique com o botão esquerdo do mouse, sobre qualquer objeto que ele será apagado.

3 METODOLOGIA DE PESQUISA APLICADA

Quando buscamos conceituar Metodologia da Pesquisa Michaliszyn e Tomasini (2009, p. 47) definem como sendo “o ramo da lógica que se ocupa dos métodos utilizados nas diferentes ciências”. Eles ainda conceituam como métodos de estudos que a ciência usa como instrumentos utilizados para obtenção de resultas, sejam eles esperados ou não.

Abordamos nesta seção o cenário em que a pesquisa foi realizada, quais instrumentos foram utilizados para coleta de dados e o produto da pesquisa, qual foi a instituição e quem foram os participantes. Além disso, nas leituras que realizamos com base na literatura atual (FIORENTINI; LOREZATO, 2012; LÜDKE; ANDRÉ, 2017) que tratam do tema, procuramos também destacar a pesquisa qualitativa.

3.1 O Cenário da pesquisa

A pesquisa foi realizada no Centro de Ensino Professora Maria Luiza Rodrigues de Sousa, na cidade de Bom Jardim/MA. Com o propósito de oferecer à toda comunidade escolar. A escola atende 679 alunos, do Ensino Médio, na modalidade regular, nos turnos: matutino, vespertino e noturno; dispõe de 26 professores e três funcionários administrativos. A estrutura escolar totaliza 11 salas em funcionamento, além da cozinha, biblioteca e banheiros.

De acordo com o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), divulgado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisa Educacionais Anísio Teixeira (INEP), em 2017, a escola não obteve a nota, pois não cumpriu um dos critérios estabelecidos para divulgação dos resultados.

3.2 Os participantes e a instituição de ensino

Os participantes desta pesquisa de campo foram três (três) professores de Matemática, lotados na própria escola, com idade média de 32 anos; todo com licenciatura em Matemática. Além do curso de graduação, dois desses professores tinham curso de aperfeiçoamento e um, especialização. No momento da coleta dos dados, os professores atuam no Ensino Médio. A pesquisa foi realizada de acordo com a autorização do Gestor Geral da Escola.

3.3 Instrumentos para coleta de dados

Em nossa proposta a coleta de dados foi feita utilizando diferentes instrumentos de pesquisa. Iniciamos nosso levantamento com dois questionários, sendo o primeiro aplicado para fazer um levantamento da estrutura da escola em que realizamos a coleta dos dados **(Apêndices B)**; e o segundo aplicado aos professores, com o objetivo de verificar se eles, ao ministrarem suas aulas de Matemática, envolvendo o conteúdo de Limites, Derivadas e Integrais, fazem conexão com outros ramos da Matemática **(Apêndices C)**. Os questionários aplicados, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2012), é um dos instrumentos de pesquisa mais utilizados na coleta de informações, nele são organizados uma série de perguntas, sejam elas abertas, fechadas ou mistas, que devem ser respondidas por escrito pelo próprio informante, na presença, ou não, do pesquisador.

Foi usado também um instrumento, ver **(Apêndices B)**, com problemas de Matemática aplicado pelo professor a seus alunos e acompanhado pelo pesquisador, envolvendo Limites, Derivadas e Integrais, e suas conexões com outros ramos da Matemática e com outras áreas do conhecimento, acompanhadas pelo pesquisador com o objetivo de verificar se os alunos seriam capazes de definir intuitivamente os conceitos de Limites, Derivadas e Integrais e aplicar em seu dia-a-dia.

Ainda em nossa pesquisa, as observações foram feitas pelo pesquisador durante todos os encontros realizados com os professores e, ao mesmo tempo observava o professor aplicando as atividades de Matemática para os seus alunos.

Ao finalizamos o levantamento da nossa pesquisa com entrevistas, com os professores, com o objetivo de entender melhor os dados que foram coletados durante os encontros que tivemos.

4 RESULTADOS E DISCURSÕES DOS DADOS

Com o desenvolvimento deste trabalho observou-se que é possível construir o conceito de Cálculo Diferencial e Integral de funções reais para alunos do Ensino Médio, pois os estudantes conseguiram desenvolver todas as atividades em sua plenitude. Elas foram formuladas de acordo com a idade intelectual dos estudantes, para que não se constituísse um obstáculo quanto à apropriação do conceito intuitivo de limites, derivada e integral.

No trabalho desenvolvido, conforme estabelecido na seção quatro desta proposta, que trata da metodologia da pesquisa, utilizamos para a coleta de dados os seguintes instrumentos: questionários, atividades de matemática, observação da percepção dos participantes diante das atividades apresentadas pelos professores e registrada no diário.

Durante a aplicação das primeiras atividades foi constatado que os sujeitos pesquisados, apesar de possuírem uma compreensão parcial dos conceitos de limites, não estavam acostumados a relacionar os conteúdos matemáticos com as diversas formas de registro de representação, não relacionar às suas realidades.

Essa metodologia favoreceu os alunos na construção de um novo conhecimento, relacionados à noção intuitiva de limite, infinito, máximo e mínimo, derivada e integral, pois os alunos conseguiram estabelecer as relações de forma clara.

Isso demonstra que os alunos foram sujeitos ativos no processo da construção do seu próprio conhecimento, bem como conseguiram trabalhar de forma colaborativa.

Pode-se concluir a partir dos resultados obtidos, que a Metodologia de Resolução de Problema aliada à teoria de aprendizagem de Tall e Vinner (1981), contribuiu para a aprendizagem dos alunos, bem como para a construção de um novo conceito, pois todos tiveram resultados satisfatórios no desenvolvimento das atividades.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sabemos que hoje em dia o Cálculo Diferencial e Integral é largamente usado em diversas áreas do conhecimento humano e aplicado para a solução de problemas não só de Matemática, assim como em Astronomia, Economia e como também nas de Física, Química, por exemplo. Mas para se chegar a métodos refinados, o conhecimento matemático passou por diversas lapidações e contradições que duraram séculos para se resolverem. Por isso propomos uma análise para introdução dos conceitos básicos de Cálculo Diferencial e Integral para alunos do Ensino Médio, objetivando o entendimento de derivada e suas aplicações usando uma estratégia didática com exemplos simples que possibilitem aos alunos chegarem às definições e regras de maneira intuitiva, e dessa forma saberem aplicar a Derivadas e Integrais como ferramenta nas resoluções de problemas de várias naturezas.

A introdução dos conceitos no Ensino Médio facilitará ao aluno no desenvolvimento da aprendizagem matemática, bem como suas aplicações, além de democratizar o ensino de um conteúdo tão importante que contribui também no ensino/aprendizagem do Cálculo nos cursos superiores, já que esta disciplina possui altos índices de reprovação. Realizamos uma pesquisa sobre o ensino de Cálculo no Brasil e sua inserção nos Parâmetros Curriculares Nacionais com a nova Base Nacional Curricular Comum.

Percebemos que não só é possível incluir o ensino de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio, como também não há necessidade de alterar os programas curriculares já existentes, más fazer uma aplicação das definições nos conteúdos já existentes como uma maneira de facilitar a aprendizagem através das resoluções dos problemas. Acreditamos que com as atividades propostas, o professor provoque a curiosidade dos alunos, desenvolvendo intuitivamente os conceitos de derivada e suas aplicações sem a necessidade da definição ou de fórmulas já prontas.

Consideramos então que a possibilidade da inclusão do ensino de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio seja necessária e que os professores devem ser conscientizados da sua importância, para aprendizagem do aluno, e motivados a analisar os conteúdos ensinados. Diante disso, também destacamos como importante o incentivo em pesquisa e desenvolvimento de atividades neste assunto.

6 REFERÊNCIAS

ANDRÉ, S. L. C. Uma proposta para o ensino do conceito de derivada no ensino médio. . Dissertação (Mestrado) - Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro. 2008

ARAÚJO, Luís Cláudio Lopes de; NÓBRIGA, Jorge Cássio Costa. Aprendendo Matemática com o GeoGebra. São Paulo: Editora Exato, 2010.

ARAÚJO, S. X. S. Uma Introdução ao Estudo de Derivada no Ensino Médio. Dissertação do Mestrado em Matemática - Universidade Federal Rural do Semi-Árido, 2016.

BARATTIERI, Allan. Conhecimentos Verdadeiros, 2008. Ementa (Ensino Superior: O Cálculo Diferencial e Integral. Disponível em: <https://conhecimentos-verdadeiros.webnode.com /products/o-calculo-diferencial-e-integral/>. Acesso em: 25 de janeiro de 2018.

BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR. Ministério da Educação. Brasília: MEC/SEF, Versão final - 2017.

BASSETTO, Camila Fernanda; LEMES, Sebastião de Souza. PROFICIÊNCIA EM MATEMÁTICA: Análise do desempenho em escolas públicas estaduais de Araraquara no SARESP. Araraquara. SP. 2016.

BOYER, Carl Benjamim. História da Matemática. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgar Blucher, Ed. Da Universidade de São Paulo, 1974.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Orientações curriculares nacionais para o ensino médio. Brasília: MEC/SEB, 2006.

DUVAL, R. Registros de representação semióticas e funcionamento da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003, p. 10-35.

EVES, Howard. Introdução a historia da matemática - Howard Eves; Tradução HYGINO H. Domingues. 5a ed. – Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. Investigações em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. revista. Campinas: Autores Associados, 2012.

GOMES, Maria Laura Magalhães, História do Ensino da Matemática: uma introdução. CAED-UFMG, Belo Horizonte - MG, 2012.

IEZZI, Gelson (1977). Fundamentos de Matemática Elementar: Conjuntos e Funções. São Paulo: Atual. pp. 73–74A, 179A–180A.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E. e MORGADO, A. C. (2003) A MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO - Volume 1. Sociedade Brasileira de Matemática.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. 2. ed. Rio de Janeiro: E.P.U., 2017.

MACHADO, Flávio Martins. NOÇÕES DE CÁLCULO I NO ENSINO MÉDIO: UMA PROPOSTA DE INTERVENÇÃO CURRICULAR. Dissertação do Curso de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), da Universidade Federal do Pará (UFPA), 2016.

MICHALISZYN, M. S.; TOMASINI, R. Pesquisa: orientações e normas para elaboração de projetos, monografias e artigos científicos. 5. ed. Petrópolis: Vozes, 2009.

MOLON, Jaqueline, Cálculo no Ensino Médio: Uma abordagem possível e necessária com auxílio do software geogebra. Dissertação do Curso de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS). 2013.

NEVES, Paulo de Tarso Smith: Introdução ao Cálculo e Aplicações de derivadas no Ensino Médio. Dissertação do Curso de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), da Universidade Federal do Amapá, 2016.

OLIVEIRA, K. I. M. e FERNÁDEEZ, A. J. C. (2012) INICIAÇÃO À MATEMÁTICA: Um curso com problemas e soluções. SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA.

PEREIRA, Vinicius Mendes Couto. Cálculo no Ensino Médio: Uma Proposta para o Problema da Variabilidade. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2009.

REZENDE, W. M. O Ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica. Tese de Doutorado. São Paulo: FE-USP, 2003.

STEWART, James. Cálculo Vol. I - 4ª edição. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002. Página 12.

SIMÕES, Márcio. Cálculo no ensino médio: já passou da hora, 2015. Disponível em: <<https://imaginariopuro.wordpress.com/2015/10/28/calculo-no-ensino-medio-ja-passou-da-hora/ >>. Acesso em: 22 de outubro de 2017.

APÊNDICE A

CARACTERIZAÇÃO DA ESCOLA USADA COMO FONTE DE PESQUISA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO - UEMA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PPPG
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT
FORMULÁRIO PARA CARACTERIZAÇÃO DA ESCOLA CAMPO DE PESQUISA

1. NOME DO CENTRO DE ENSINO:

2. FUNDAÇÃO:

3. ENDEREÇO:

4. DADOS DA COMUNIDADE ESCOLAR:

   ASPECTOS FÍSICOS

   a) NÚMERO DE SALAS DE AULA EM USO:
   b) CONDIÇÕES DAS SALAS DE AULA:
   c) POSSUI BIBLIOTECA? . SE SIM, QUAIS AS CONDIÇÕES DE FUNCIONAMENTO:
   d) POSSUI SALA DE PROFESSORES(AS), SALA DE DIREÇÃO, COORDENAÇÃO PEDAGÓGICA, SECRETARIA?
   e) POSSUI REFEITÓRIO?
   f) POSSUI ÁREA LIVRE?

5. NÚMERO DE ALUNOS (AS) POR TURMA:

6. NÚMERO DE ALUNOS (AS) POR TURNO:

7. RECURSOS HUMANOS:

   a) NÚMERO DE PROFESSORES (AS): MATUTINO: VESPERTINO:
   b) COMPOSIÇÃO DO CORPO ADMINISTRATIVO:

8. RECURSOS MATERIAIS:

a) TIPOS DE MATERIAIS PEDAGÓGICOS EXISTENTES NA ESCOLA:

b) RECURSOS AUDIOVISUAIS/SALA DE MULTIMÍDIA/LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA:

9. ROTINA ESCOLAR

a) A CHAEGADA NA ESCOLA/TURNO:

b) O INTERVALO/TURNO:

c) O MOMENTO DA SAÍDA/TURNO:

APÊNDICE B

QUESTIONÁRIO PARA OS PROFESSORES

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO - UEMA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PPPG
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT
QUESTIONÁRIO INDIVIDUAL PARA OS PROFESSORES – CAMPO DE PESQUISA

INFORMAÇÕES PESSOAIS

1. Nome: Pseudônimo:

2. Sexo: ( ) masculino ( ) feminino

3. Idade: ( ) menos de 25 anos ( ) 26 a 35 anos ( ) 36 a 45 anos ( ) Mais de 45 anos

   INFORMAÇÕES ACADÊMICAS

4. Qual a sua formação acadêmica - Graduação?
   ( ) Licenciatura em Ciências com Habilitação em Matemática
   ( ) Licenciatura em Matemática
   ( ) Outra:

5. Você possui alguma Pós-Graduação? Qual? a) ( ) Aperfeiçoamento - menos de 360 horas b) ( ) Especialização: c) ( ) Mestrado: d) ( ) Outra:

6. Você participa ou participou de alguma formação continuada que tenha contribuído para o seu desenvolvimento enquanto professor? ( ) sim ( ) não
   Cite os três últimos, em ordem de relevância, indicando a carga horária correspondente.

   INFORMAÇÕES PROFISSIONAIS

7. Você trabalha em: ( ) Uma única escola ( ) Duas escolas ( ) Três ou mais escolas ( ) Outra situação:

8. Nessa(s) escola(s) você é:
   ( ) Professor efetivo ( ) Professor contratado
   ( ) Outra situação funcional:

9. Há quanto tempo você trabalha como professor?

10. Há quanto tempo você trabalha nessa escola?

11. Em qual o nível de ensino você leciona atualmente?

    ( ) Somente no Ensino Fundamental ( ) Somente no Ensino Médio

    ( ) No Ensino Fundamental e Médio ( ) Outro:

12. Para quais séries/anos de escolaridade você leciona atualmente?

    ( ) 6.º ano ( ) 7.º ano ( ) 8.º ano ( ) 9.º ano

    ( ) 1.º ano E. Médio ( ) 2.º ano do E. Médio ( ) 3.º ano do E. Médio

13. Qual a série/ano de escolaridade você mais gosta de lecionar? Por quê?

14. Sua maior experiência profissional, como professor, foi obtida: ( ) Na Educação Infantil

    ( ) Nos anos iniciais do Ensino Fundamental (1º ao 5º ano)

    ( ) Nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano)

    ( ) No Ensino Médio

    ( ) Na Educação Superior

    ( ) Outros:

15. Além de trabalhar como professor, você exerce outra atividade profissional?

    ( ) sim ( ) não. Se sim, qual?

    OUTRAS INFORMAÇÕES RELEVANTES

16. Em sua opinião, é possível fazer conexão entre os conteúdos matemáticos? ( ) sim ( ) não

17. Baseado no item anterior cite alguns conteúdos de matemática que se pode trabalhar conexões entre eles.

18. Nas suas práticas pedagógicas em sala de aula, você costuma fazer essas conexões? ( ) sim ( ) não. Se sim, de que maneira?

19. Você utiliza, em especial, alguma metodologia de ensino e aprendizagem em suas práticas pedagógicas? Qual?

20. Você é assinante de algum jornal ou revista científica (periódica)?

21. Você costuma participar ou já participou de algum tipo de evento (Congressos, Seminários ou Encontros Similares)? Qual? Em que ano?