

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL -  
PROFMAT

THIAGO BRAGA FERREIRA

**UMA PROPOSTA DE ABORDAGEM DA ESTATÍSTICA DESCRITIVA NO  
ENSINO FUNDAMENTAL**

DISSERTAÇÃO

CORNÉLIO PROCÓPIO  
2020



THIAGO BRAGA FERREIRA

**UMA PROPOSTA DE ABORDAGEM DA ESTATÍSTICA DESCRITIVA NO  
ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação de Mestrado, apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Tecnológica Federal do Paraná — UTFPR, como requisito parcial para a obtenção do grau de “Mestre em Ciências” - Área de Concentração: Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Molina de Souza

Co-orientador: Prof. Dr. André Luis Machado Martinez

CORNÉLIO PROCÓPIO

2020

---

### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

---

F383 Ferreira, Thiago Braga

Uma proposta de abordagem da estatística descritiva no ensino fundamental /  
Thiago Braga Ferreira. – 2020.  
65 f. : il. color.; 31 cm.

Orientador: Roberto Molina de Souza.

Coorientador: André Luis Machado Martinez.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa  
de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Cornélio Procópio, 2020.

Bibliografia: p. 57-58.

1. Estatística matemática. 2. Jogos de probabilidades (Matemática). 3. Matemática  
(Ensino fundamental). 4. Matemática – Dissertações. I. Souza, Roberto Molina de, orient.  
II. Martinez, André Luis Machado, coorient. III Universidade Tecnológica Federal do  
Paraná. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. IV.  
Título.

CDD (22. ed.) 510

---

### Biblioteca da UTFPR - Câmpus Cornélio Procópio

Bibliotecário/Documentalista responsável:  
Romeu Righetti de Araujo – CRB-9/1676

Título da Dissertação Nº. 013

**“Uma proposta de abordagem da Estatística  
Descritiva no Ensino Fundamental.”**

por

**Thiago Braga Ferreira**

Esta dissertação foi apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre, pelo Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT - da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR - Câmpus Cornélio Procópio, às 15h00min do dia 25 de março de 2020. O trabalho foi \_\_\_\_\_ pela Banca Examinadora, composta pelos doutores:

\_\_\_\_\_  
Prof. Roberto Molina de Souza, Dr.  
(Presidente - UTFPR/CP)

\_\_\_\_\_  
Prof. Joelmir André Borssoi, Dr.  
(UTFPR/LD)

\_\_\_\_\_  
Prof. Milton Kist, Dr.  
(UFFS/SC)

Visto da coordenação:

\_\_\_\_\_  
Prof. Anderson Paião dos Santos, Dr.  
(Coordenador do PROFMAT-CP)

“A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do PROFMAT/UTFPR-CP”



Dedico este trabalho a minha família.



## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Roberto Molina de Souza, pela sabedoria com que me guiou nesta trajetória, pela compreensão em momentos de dificuldade e apoio na elaboração desse trabalho.

Ao meu Coorientador Prof. Dr. André Luiz Machado Martinez, pelas orientações e sugestões de melhoria.

A Secretaria do Curso, pela cooperação.

A Capes, pelo apoio financeiro.

A meus pais João e Clarinda, por todo apoio prestado.

A minha esposa Letícia, seu suporte foi fundamental para a conclusão dessa jornada.

A todos os meus amigos, em especial Paulo e Luciano, por me ajudarem sempre que necessário.

E ao meu cachorro Bartholomeu, por me fazer companhia em todas as etapas do trabalho.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.



*É notável que uma ciência que começou com jogos de azar tenha se tornado o mais importante objeto do conhecimento humano.*

Pierre Simon Laplace - Em seu *Théorie Analytique des Probabilités*,  
1812



## RESUMO

FERREIRA, Braga Thiago. **Uma proposta de abordagem da Estatística Descritiva no Ensino Fundamental**. 2020. 68 f. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2020

A Estatística tem papel fundamental no cotidiano dos indivíduos e seu ensino é obrigatório nos currículos escolares. Compreender o mundo e tomar decisões requer uma análise crítica de informações frequentemente transmitidas com o uso de estatística. Sendo assim, esse trabalho tem como objetivo propor e aplicar atividades envolvendo estatística descritiva, a fim de facilitar o processo de aprendizagem dos alunos. Logo, estão disponíveis neste trabalho quatro atividades que podem auxiliar professores de Matemática a introduzirem alguns tópicos da estatística descritiva da forma não convencional. Assim, observou-se que com o uso destas atividades, o aluno foi colocado como centro da ação, participando da construção do seu conhecimento.

**Palavras-chave:** Estatística Descritiva. Medidas resumo. Tabelas e Gráficos. Educação Estatística



## ABSTRACT

FERREIRA, Braga Thiago. **A proposal to approach Descriptive Statistics in Elementary Education**. 2020. 68 f. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2020

Statistics is present in the daily lives of individuals and its teaching is mandatory in schools. Understanding the world and making decisions requires a critical analysis of information often transmitted using statistics. Therefore, this work aims to propose and apply activities involving descriptive statistics, in order to facilitate the students' learning process. Therefore, four activities are available in this work that can help mathematics teachers to introduce some topics of descriptive statistics in an unconventional way. Thus, it was observed that with the use of these activities, the student was placed as the center of the action, participating in the construction of his knowledge.

**Keywords:** Descriptive Statistics. Summary measures. Tables and Graphs. Statistics Education



## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Esquema para classificação de variáveis . . . . .	35
FIGURA 2 – Exemplo de gráfico de setores . . . . .	37
FIGURA 3 – Exemplo de gráfico de barras . . . . .	37
FIGURA 4 – Exemplo de histograma . . . . .	38
FIGURA 5 – Exemplo de Box-plot . . . . .	38
FIGURA 6 – Exemplo de cálculo para movimentação no tabuleiro . . . . .	46
FIGURA 7 – Exemplo de como segurar a régua . . . . .	49
FIGURA 8 – Régua após ser soltada pelo professor . . . . .	50
FIGURA 9 – Exemplo de barbantes cortados . . . . .	54
FIGURA 10 – Exemplo de gráficos modelados com massinha . . . . .	56



## LISTA DE TABELAS

TABELA 1	– Probabilidade e Estatística - Anos Iniciais . . . . .	30
TABELA 2	– Probabilidade e Estatística - Anos Finais . . . . .	31
TABELA 3	– Exemplo de tabela de frequências. . . . .	35
TABELA 4	– Regras do jogo para movimentação no tabuleiro . . . . .	45
TABELA 5	– Regras do jogo para movimentação no tabuleiro (Variância e Desvio-Padrão) . . . . .	47
TABELA 6	– Sugestão para resumo dos resultados . . . . .	48
TABELA 7	– Sugestão para resumo dos resultados (amplitude e variância) . . . . .	48
TABELA 8	– Resultados da aplicação 2 . . . . .	55



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>21</b>
1.1	OBJETIVOS	21
1.1.1	Objetivo Geral	21
1.1.2	Objetivos Específicos	22
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>23</b>
<b>3</b>	<b>ANÁLISE DA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC)</b>	<b>25</b>
3.1	A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR	25
3.2	O ENSINO FUNDAMENTAL	26
3.2.1	Anos Iniciais	26
3.2.2	Anos Finais	27
3.3	A ÁREA DE MATEMÁTICA	27
<b>4</b>	<b>REVISÃO ESTATÍSTICA</b>	<b>33</b>
4.1	ESTATÍSTICA BÁSICA	33
4.1.1	Definição de Estatística	33
4.1.2	Organização de Dados	34
4.2	TABELAS E GRÁFICOS	35
4.3	MEDIDAS RESUMO	39
4.4	MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL	39
4.4.1	Médias	39
4.4.1.1	Média aritmética	39
4.4.2	Mediana	41
4.4.3	Moda	41
4.5	MEDIDAS DE DISPERSÃO	41
4.5.1	Amplitude total	41
4.5.2	Desvio médio	42
4.5.3	Variância	43
4.5.4	Desvio-padrão	43
<b>5</b>	<b>PROPOSTA DE ATIVIDADES</b>	<b>45</b>
5.1	ATIVIDADE 1 - JOGO DAS MEDIDAS RESUMO	45
5.2	ATIVIDADE 2 - COMO ESTÁ SUA NOÇÃO DE MEDIDA?	47
5.3	ATIVIDADE 3 - MAIS RÁPIDO!	49
5.4	ATIVIDADE 4 - MODELANDO GRÁFICOS DE BARRAS E HISTOGRAMA	51
<b>6</b>	<b>APLICAÇÃO DE ATIVIDADES</b>	<b>53</b>
6.1	APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 1: “JOGO DAS MEDIDAS RESUMO”	53
6.2	APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 2: “COMO ESTÁ SUA NOÇÃO DE MEDIDA?”	54
6.3	APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 4: “MODELANDO GRÁFICOS DE BARRAS E HISTOGRAMA”	55
6.4	OBSERVAÇÕES SOBRE AS APLICAÇÕES	56
<b>7</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>57</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>59</b>
<b>A</b>	<b>ATIVIDADE 1 - TABULEIRO</b>	<b>61</b>
<b>B</b>	<b>ATIVIDADE 1 - FOLHA AUXILIAR (4 DADOS)</b>	<b>63</b>
<b>C</b>	<b>ATIVIDADE 1 - FOLHA AUXILIAR (5 DADOS)</b>	<b>65</b>
<b>D</b>	<b>ATIVIDADE 4 - SUGESTÃO DE CONJUNTOS DE DADOS</b>	<b>67</b>



## 1 INTRODUÇÃO

A Estatística tem presença obrigatória nos currículos do Ensino Fundamental e Médio, devido a sua importância para compreensão do mundo ao nosso redor. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), a compreensão e a tomada de decisões diante de questões políticas e sociais também dependem da leitura e interpretação de informações complexas, muitas vezes contraditórias, que incluem dados estatísticos e índices divulgados pelos meios de comunicação. Assim, para exercer a cidadania, é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar e tratar informações estatisticamente.

Por mais importante que seja a aquisição de conhecimentos estatísticos para a formação do estudante, seu ensino tem enfrentado problemas em todas as esferas. Pode-se dizer que uma das dificuldades no ensino da Estatística está relacionada a abordagem utilizada, frequentemente desconexa com a realidade dos estudantes, ou se valendo mais das representações e formulações específicas da área, do que do significado real por trás dos cálculos.

Assim, é importante que a Estatística seja abordada de forma contextualizada, com foco no aluno, proporcionando a ele espaço para ser protagonista de sua aprendizagem. Segundo WODEWOTZKI (2011), os estudantes, de um modo geral, devem ser preparados para levantar problemas de seu interesse, formular questões, propor hipóteses, coletar os dados, escolher os métodos estatísticos apropriados, refletir, discutir e analisar criticamente os resultados considerando as limitações da Estatística, sobretudo no que se refere à incerteza e variabilidade.

Dentre os diversos conteúdos relacionados à Estatística, a abordagem da estatística descritiva apresenta grande potencial para ser trabalhada de forma alternativa, devido seu caráter investigativo e manipulativo, com vastas possibilidades de contextualização e interpretação. Partindo desse pressuposto, descreveremos, ao longo desse trabalho, sugestões de atividades com esse enfoque, a fim de potencializar a aprendizagem desse conteúdo.

Para que nossos objetivos fossem alcançados, estruturamos este trabalho realizando inicialmente uma revisão bibliográfica sobre a Educação Estatística. Em seguida, fizemos uma análise da Base Nacional Curricular Comum, com foco nas orientações relacionadas ao ensino da Estatística. Na sequência, realizamos uma revisão dos conceitos de Estatística Básica. Por fim, fizemos as propostas de atividades e descrevemos sua aplicação.

### 1.1 OBJETIVOS

A seguir serão descritos o objetivo geral e os objetivos específicos deste trabalho.

#### 1.1.1 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo propor e aplicar atividades envolvendo estatística descritiva, de modo a facilitar o ensino de Estatística no Ensino Fundamental. A proposta é que tais atividades sejam contextualizadas no cotidiano dos alunos, levando em consideração conceitos intuitivos já existentes e permitindo aos alunos a participação em todo o processo de construção do conhecimento.

Para que tal objetivo seja alcançado, destacam-se os objetivos específicos a seguir.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

- Revisar a BNCC para compreender como os conteúdos da Estatística são abordados no Ensino Fundamental;
- Compreender a forma do pensar estatístico oriundo da Educação Matemática;
- Revisar os conceitos de estatística descritiva;
- Propor as atividades de abordagem diferenciada da estatística descritiva;
- Aplicar as atividades propostas, fazendo os relatos e discussões sobre elas.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesse capítulo será apresentada uma breve revisão bibliográfica de trabalhos que abordam o conceito de Educação Estatística.

É cada vez mais frequente a necessidade de se compreender as informações veiculadas, especialmente pelos meios de comunicação, para tomar decisões e fazer previsões que terão influência não apenas na vida pessoal, como na de toda a comunidade. Estar alfabetizado, neste final de século, supõe saber ler e interpretar dados apresentados de maneira organizada e construir representações, para formular e resolver problemas que impliquem o recolhimento de dados e a análise de informações. Essa característica da vida contemporânea traz ao currículo de Matemática uma demanda em abordar elementos da estatística, da combinatória e da probabilidade, desde os ciclos iniciais (BRASIL, 1997).

Atualmente, uma plena participação na sociedade - em termos da vida cotidiana e até em termos do exercício da cidadania - requer uma forte literacia estatística. Esta não surge espontaneamente, pela simples participação na atividade social, pelo que a escola é chamada a desempenhar um papel fundamental na educação dos alunos neste campo (PONTE; FONSECA, 2001). A Educação Estatística, segundo Lopes (2010), não apenas auxilia a leitura e a interpretação de dados, mas fornece a habilidade para que uma pessoa possa analisar e relacionar criticamente os dados apresentados, questionando e até mesmo ponderando sua veracidade.

O desenvolvimento da Educação Estatística se valeu do avanço das pesquisas em Educação Matemática, mas mostrou que, apesar de conjugarem muitos aspectos comuns, apresentam diferenças importantes (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2013). Sobre essa diferença, Batanero (2001) observa que é preciso experimentar e avaliar métodos de ensino adaptados à natureza específica da Estatística, pois a ela nem sempre se podem transferir os princípios gerais do ensino da Matemática.

Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013) sintetizam três conceitos importantes, discutidos e pesquisados por diversos autores, relacionados ao ensino da Estatística. Segundo eles, tais conceitos não são excludentes, mas sim interligados e de certa forma se complementam.

**Literacia:** Diz respeito à habilidade de comunicação estatística, que envolve ler, escrever, demonstrar e trocar informações, interpretar gráficos e tabelas e entender as informações estatísticas dadas nos jornais e outras mídias, sendo capaz de pensar criticamente sobre elas.

**Raciocínio:** Pode ser categorizado, envolve a conexão ou a combinação de ideias e conceitos estatísticos, significa compreender um processo estatístico e ser capaz de explicá-lo, significa interpretar por completo os resultados de um problema baseado em dados reais.

**Pensamento:** Capacidade de relacionar dados quantitativos com situações concretas, admitindo a presença da variabilidade e da incerteza, escolher adequadamente as ferramentas estatísticas, enxergar o processo de maneira global, explorar os dados além do que os textos prescrevem e questionar espontaneamente os dados e os resultados.

Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013) ainda descrevem algumas estratégias a serem utilizadas no ensino da Estatística:

1. O foco do ensino de Estatística deve ser desviado do produto para o processo. No trabalho com a inferência, por exemplo, é mais importante a compreensão dos processos de amostragem e da coleta de dados do que a obtenção do resultado final, conseguida através das fórmulas apropriadas e disponíveis em livros-textos ou apresentadas pelo professor.
2. Como consequência dessa valorização, a análise e a interpretação de dados estatísticos são mais importantes do que as técnicas.
3. O uso de tecnologia deve ser incorporado ao ensino de Estatística, permitindo grandes possibilidades de simulações e mostrando que o cálculo pode ser feito pela máquina, mas a análise de dados, interpretações e tomada de decisões, não.
4. A aprendizagem de Estatística *fazendo estatística* é a chave da motivação. Smith (1998) afirma que trabalhos com projetos nos quais os alunos coletam dados, organizam esses dados, apresentam e interpretam resultados, produzem relatórios, gráficos, pareceres, etc têm se mostrado extremamente frutíferos para o ensino da Estatística. Para isso, é necessário produzir exemplos que tenham significação prática para os alunos.
5. Os alunos devem ser incitados a argumentar, interpretar e analisar, mais do que a calcular ou desenhar.
6. A implementação de estratégias de aprendizagem colaborativa e o encorajamento do trabalho em grupo tem suscitado casos de sucesso, como apontado por vários autores como Garfield (1998), Dietz e Kalof (2009) e Smith (1998).
7. As avaliações devem estar voltadas para o cumprimento das metas, e não para cálculos e aplicações de fórmulas.

Nessa direção, as atividades de investigação criam condições para os estudantes pensarem estatisticamente, formulando hipóteses, elaborando estratégias de validação dessas hipóteses, criticando, preparando relatórios escritos e comunicando oralmente os resultados obtidos.

### 3 ANÁLISE DA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC)

Nesse capítulo serão apresentados alguns importantes aspectos da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que norteiam o trabalho do professor em sala de aula e que são importantes na contextualização deste trabalho.

#### 3.1 A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

A Base Nacional Comum Curricular é um documento de caráter normativo, homologado recentemente e elaborado por especialistas de todas as áreas do conhecimento. Tal documento define um conjunto de aprendizagens essenciais a todos os alunos ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica. Nesse capítulo, será feita uma análise desse documento em relação à abordagem da Estatística, em especial aos assuntos relacionados ao tema deste trabalho.

Segundo a BNCC, as aprendizagens essenciais devem garantir aos alunos o desenvolvimento de dez **competências gerais**. O documento define competência como *a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho*. São listadas a seguir as dez **competências gerais** descritas na BNCC:

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
4. Utilizar diferentes linguagens - verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital - bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e

fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.

7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.
9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

Ainda sobre as competências, o documento ressalta que *os alunos devem “saber” (considerando a constituição de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores) e, sobretudo, devem “saber fazer” (considerando a mobilização desses conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho)*. Destaca também o compromisso com a **educação integral** se referindo à *construção intencional de processos educativos que promovam aprendizagens sintonizadas com as necessidades, as possibilidades e os interesses dos estudantes e, também, com os desafios da sociedade contemporânea*.

## 3.2 O ENSINO FUNDAMENTAL

O Ensino Fundamental refere-se a uma das etapas da Educação Básica, com 9 anos de duração e que atende estudantes de 6 a 14 anos. Essa etapa é dividida em duas fases: Anos Iniciais e Anos Finais.

### 3.2.1 Anos Iniciais

Em relação aos **Anos Iniciais**, o documento aponta para valorização de situações lúdicas da aprendizagem e a articulação com experiências vivenciadas na Educação Infantil. O documento ressalta a importância nesse período do *desenvolvimento, pelos alunos, de novas formas de relação com o mundo, novas possibilidades de ler e formular hipóteses sobre os fenômenos, de testá-las, de refutá-las, de elaborar conclusões, em uma atitude ativa na construção de conhecimentos*.

Outro destaque dessa etapa está relacionado à preocupação com as mudanças enfrentadas pelos alunos em seu processo de desenvolvimento que repercutem em suas relações

peçoais. Também é dado enfoque ao desenvolvimento da oralidade e dos processos de percepção, compreensão e representação, uma vez que os alunos *se deparam com uma variedade de situações que envolvem conceitos e fazeres científicos, desenvolvendo observações, análises, argumentações e potencializando descobertas*. Em relação às atividades no ambiente escolar, fica clara a necessidade de uma organização em torno dos **interesses manifestos pelas crianças**, assunto que será retomado em momento oportuno no decorrer desse trabalho.

### 3.2.2 Anos Finais

Em relação aos **Anos Finais**, o documento destaca o aumento da complexidade dos desafios enfrentados pelos estudantes e a importância do fortalecimento da autonomia dos adolescentes, *oferecendo-lhes condições e ferramentas para acessar e interagir criticamente com diferentes conhecimentos e fontes de informação*. Nessa fase, existe também a preocupação com as mudanças biológicas, psicológicas, sociais e emocionais decorrentes da transição entre a infância e a adolescência.

No documento, uma consideração importante para esta fase, diz respeito às mudanças promovidas pela cultura digital, deixando clara a responsabilidade da instituição escolar em estimular o uso consciente das ferramentas midiáticas e digitais, incorporando suas linguagens e modos de funcionamento. Além disso, destaca-se a preocupação com a construção, por parte dos alunos, de um projeto de vida referente não somente aos seus anseios para o futuro, como também à continuidade dos estudos.

## 3.3 A ÁREA DE MATEMÁTICA

Nessa seção serão apresentadas principalmente as orientações da BNCC relacionadas ao tema desse trabalho.

O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais (BRASIL, 2017).

Este capítulo tem início destacando a importância da Matemática e como ela não se restringe a fenômenos determinísticos e técnicas de cálculo com números e grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. Dessa forma, faz-se necessária a articulação de diversos campos - Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade - a fim de *garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas*.

Ainda segundo o documento, no Ensino Fundamental é importante o desenvolvimento do **Letramento Matemático**, que é definido como *competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas*.

Nesse contexto, é introduzida uma lista de oito competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental. São elas:

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Em seguida, são propostas cinco unidades temáticas, correlacionadas, que descrevem as habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental. São elas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e por fim, Probabilidade e Estatística. Como esse trabalho tem como tema a Estatística Descritiva, daremos atenção especial à unidade Probabilidade e Estatística, que tem como objeto de estudo a incerteza e o tratamento de dados e as habilidades relacionadas ao nosso tema.

A unidade de Probabilidade e Estatística é iniciada destacando que *todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e prever fenômenos.* Fica evidenciada também a importância do uso de tecnologias para avaliar e comparar resultados, além de auxiliar na construção de gráficos e cálculo das medidas de tendência central.

Segundo a BNCC, o trabalho inicial da Estatística deve ser direcionado à coleta e organização de dados de uma pesquisa de *interesse dos alunos*. Já nos anos finais, espera-se que *os alunos saibam planejar e construir relatórios de pesquisas estatísticas descritivas, incluindo medidas de tendência central e construção de tabelas e diversos tipos de gráfico.*

Serão listadas nas Tabelas 1 e 2 as habilidades propostas para cada ano, relacionadas à unidade temática Probabilidade e Estatística.

Note que os objetos de conhecimento e habilidades relacionadas ao tema desse trabalho são contempladas no 7º, 8º e 9º Ano. Tais habilidades mencionadas são:

- 7º Ano - (EF07MA35) Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.
- 8º Ano - (EF08MA25) Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.
- 9º Ano - (EF09MA22) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.
- 9º Ano - (EF09MA23) Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas.

Outra observação importante está relacionada à proposta de cada habilidade. Enquanto as habilidades do 7º e 8º Ano buscam desenvolver a compreensão dos alunos em relação à estatística descritiva, as habilidades do 9º Ano focam na aplicação do conhecimento desenvolvido sobre o assunto.

**Tabela 1 – Probabilidade e Estatística - Anos Iniciais**

<b>Objetos de Conhecimento</b>	<b>Habilidades</b>
<b>1º Ano</b>	
Noção de acaso.	(EF01MA20) Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano.
Leitura de tabelas e de gráficos de colunas simples.	(EF01MA21) Ler dados expressos em tabelas e em gráficos de colunas simples.
Coleta e organização de informações. Registros pessoais para comunicação de informações coletadas.	(EF01MA22) Realizar pesquisa, envolvendo até duas variáveis categóricas de seu interesse e universo de até 30 elementos, e organizar dados por meio de representações pessoais.
<b>2º Ano</b>	
Análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano.	(EF02MA21) Identificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como pouco prováveis, muito prováveis, improváveis e impossíveis.
Coleta, classificação e representação de dados em tabelas simples e de dupla entrada e em gráficos de colunas.	(EF02MA22) Comparar informações de pesquisas apresentadas por meio de tabelas de dupla entrada e em gráficos de colunas simples ou barras, para melhor compreender aspectos da realidade próxima. (EF02MA23) Realizar pesquisa em universo de até 30 elementos, escolhendo até três variáveis categóricas de seu interesse, organizando os dados coletados em listas, tabelas e gráficos de colunas simples.
<b>3º Ano</b>	
Análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral.	(EF03MA25) Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência.
Leitura, interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada e gráficos de barras.	(EF03MA26) Resolver problemas cujos dados estão apresentados em tabelas de dupla entrada, gráficos de barras ou de colunas. (EF03MA27) Ler, interpretar e comparar dados apresentados em tabelas de dupla entrada, gráficos de barras ou de colunas, envolvendo resultados de pesquisas significativas, utilizando termos como maior e menor frequência, apropriando-se desse tipo de linguagem para compreender aspectos da realidade sociocultural significativos.
Coleta, classificação e representação de dados referentes a variáveis categóricas, por meio de tabelas e gráficos.	(EF03MA28) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas em um universo de até 50 elementos, organizar os dados coletados utilizando listas, tabelas simples ou de dupla entrada e representá-los em gráficos de colunas simples, com e sem uso de tecnologias digitais.
<b>4º Ano</b>	
Análise de chances de eventos aleatórios.	(EF04MA26) Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações.
Leitura, interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas simples e agrupadas, gráficos de barras e colunas e gráficos pictóricos.	(EF04MA27) Analisar dados apresentados em tabelas simples ou de dupla entrada e em gráficos de colunas ou pictóricos, com base em informações das diferentes áreas do conhecimento, e produzir texto com a síntese de sua análise.
Diferenciação entre variáveis categóricas e variáveis numéricas. Coleta, classificação e representação de dados de pesquisa realizada.	(EF04MA28) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas e numéricas e organizar dados coletados por meio de tabelas e gráficos de colunas simples ou agrupadas, com e sem uso de tecnologias digitais.
<b>5º Ano</b>	
Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios.	(EF05MA22) Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.
Cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis.	(EF05MA23) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).
Leitura, coleta, classificação interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada, gráfico de colunas agrupadas, gráficos pictóricos e gráfico de linhas.	(EF05MA24) Interpretar dados estatísticos apresentados em textos, tabelas e gráficos (colunas ou linhas), referentes a outras áreas do conhecimento ou a outros contextos, como saúde e trânsito, e produzir textos com o objetivo de sintetizar conclusões. (EF05MA25) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas e numéricas, organizar dados coletados por meio de tabelas, gráficos de colunas, pictóricos e de linhas, com e sem uso de tecnologias digitais, e apresentar texto escrito sobre a finalidade da pesquisa e a síntese dos resultados.

Fonte: Base Nacional Curricular Comum.

**Tabela 2 – Probabilidade e Estatística - Anos Finais**

Objetos de Conhecimento	Habilidades
<b>6º Ano</b>	
Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável. Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista).	(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.
Leitura e interpretação de tabelas e gráficos (de colunas ou barras simples ou múltiplas) referentes variáveis categóricas e variáveis numéricas.	(EF06MA31) Identificar as variáveis e suas frequências e os elementos constitutivos (título, eixos, legendas, fontes e datas) em diferentes tipos de gráfico. (EF06MA32) Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões.
Coleta de dados, organização e registro. Construção de diferentes tipos de gráficos para representá-los e interpretação das informações.	(EF06MA33) Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos alunos e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e texto.
Diferentes tipos de representação de informações: gráficos e fluxogramas.	(EF06MA34) Interpretar e desenvolver fluxogramas simples, identificando as relações entre os objetos representados (por exemplo, posição de cidades considerando as estradas que as unem, hierarquia dos funcionários de uma empresa etc).
<b>7º Ano</b>	
Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências.	(EF07MA34) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.
Estatística: média e amplitude de um conjunto de dados.	(EF07MA35) Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.
Pesquisa amostral e pesquisa censitária. Planejamento de pesquisa, coleta e organização dos dados, construção de tabelas e gráficos e interpretação das informações.	(EF07MA36) Planejar e realizar pesquisa envolvendo tema da realidade social, identificando a necessidade de ser censitária ou de usar amostra, e interpretar os dados para comunicá-los por meio de relatório escrito, tabelas e gráficos, com o apoio de planilhas eletrônicas.
Gráficos de setores: interpretação, pertinência e construção para representar conjunto de dados.	(EF07MA37) Interpretar e analisar dados apresentados em gráfico de setores divulgados pela mídia e compreender quando é possível ou conveniente sua utilização.
<b>8º Ano</b>	
Princípio multiplicativo da contagem. Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral.	(EF08MA22) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.
Gráficos de barras, colunas, linhas ou setores e seus elementos constitutivos e adequação para determinado conjunto de dados.	(EF08MA23) Avaliar a adequação de diferentes tipos de gráficos para representar um conjunto de dados de uma pesquisa.
Organização dos dados de uma variável contínua em classes.	(EF08MA24) Classificar as frequências de uma variável contínua de uma pesquisa em classes, de modo que resumam os dados de maneira adequada para a tomada de decisões.
Medidas de tendência central e de dispersão.	(EF08MA25) Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.
Pesquisa censitária ou amostral. Planejamento e execução de pesquisa amostral.	(EF08MA26) Selecionar razões, de diferentes naturezas (física, ética ou econômica), que justificam a realização de pesquisas amostrais e não censitárias, e reconhecer que a seleção da amostra pode ser feita de diferentes maneiras (amostra casual simples, sistemática e estratificada). (EF08MA27) Planejar e executar pesquisa amostral, selecionando uma técnica de amostragem adequada, e escrever relatório que contenha os gráficos apropriados para representar os conjuntos de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central, a amplitude e as conclusões.
<b>9º Ano</b>	
Análise de probabilidade de eventos aleatórios: eventos dependentes e independentes.	(EF09MA20) Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.
Análise de gráficos divulgados pela mídia: elementos que podem induzir a erros de leitura ou de interpretação.	(EF09MA21) Analisar e identificar, em gráficos divulgados pela mídia, os elementos que podem induzir, às vezes propositadamente, erros de leitura, como escalas inapropriadas, legendas não explicitadas corretamente, omissão de informações importantes (fontes e datas), entre outros.
Leitura, interpretação e representação de dados de pesquisa expressos em tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas simples e agrupadas, gráficos de barras e de setores e gráficos pictóricos.	(EF09MA22) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.
Planejamento e execução de pesquisa amostral e apresentação de relatório.	(EF09MA23) Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas.

Fonte: Base Nacional Curricular Comum.



## 4 REVISÃO ESTATÍSTICA

Neste capítulo serão apresentados os conceitos de Estatística Descritiva que, posteriormente, serão utilizados nas atividades propostas.

### 4.1 ESTATÍSTICA BÁSICA

Esta seção tem como objetivo fazer uma breve revisão dos conceitos que farão parte das atividades propostas neste trabalho. Como se trata de um assunto bastante explorado na literatura, a base para a escrita dela foi referenciada no livro *Noções de Probabilidade e Estatística* dos autores Magalhães e Lima (2002).

#### 4.1.1 Definição de Estatística

Como o foco deste trabalho está na abordagem de estatística descritiva no Ensino Fundamental, será apresentada uma revisão dos conceitos estatísticos, iniciando pela definição de **Estatística**. Das várias definições que podem ser encontradas na literatura, trazemos a Magalhães e Lima (2002), em que Estatística pode ser definida como um conjunto de técnicas e métodos que permitem organizar, descrever, analisar e interpretar dados obtidos por meio de estudos ou experimentos, realizados em qualquer área do conhecimento.

De forma bem geral, o entendimento da Estatística pode ser dividido em três partes que facilitam a sua compreensão. São elas:

- Estatística Descritiva;
- Probabilidade;
- Estatística Inferencial.

A *Estatística Descritiva* é utilizada na etapa inicial da análise de um conjunto de dados, quando se tem o primeiro contato com estes, buscando tirar conclusões de modo informal e direto, sendo a forma mais simples de observação dos dados coletados. Além disso, a estatística descritiva pode ser vista como uma coleção de técnicas, sejam elas gráficas, tabulares ou medidas resumo, que permitem observar as primeiras hipóteses do problema e, muitas vezes, direcionar a etapa analítica do estudo.

A *Probabilidade* pode ser pensada como a teoria matemática utilizada para estudar a incerteza presente em fenômenos de caráter aleatório. Esta teoria depende da análise combinatória e, quando aprofundada, torna-se bastante complexa se desdobrando muitas vezes em modelos probabilísticos, fundamentais para a inferência Estatística. Pode-se dizer que a Probabilidade é o elo entre a Estatística Descritiva e a Inferência Estatística.

Por fim, *Estatística Inferencial* é um conjunto amplo de métodos para entender o comportamento de uma população a partir de uma amostra oriunda desta população. Esta parte da Estatística engloba inúmeras técnicas de análise (paramétrica, não paramétrica, séries temporais, análise de sobrevivência, etc), construção de modelos (lineares, não lineares, etc), formas de inferência e estimação (métodos de mínimos quadrados, estimadores de Máxima verossimilhança, inferência Bayesiana), etc.

Considerando o quão estas três partes da Estatística estão relacionadas, antes de falarmos de Estatística Descritiva, precisamos definir dois termos importantes presentes na Estatística Inferencial: a *população* pode ser entendida como um grande conjunto de dados que contém ao menos uma característica em comum, de interesse do pesquisador, não se limitando a uma coleção de indivíduos, mas também ao objetivo do estudo ou pesquisa. Assim, a população pode tanto ser os alunos de uma universidade como uma frota de carros montados por uma empresa. As medidas calculadas na população são chamadas de parâmetros.

Quando é possível analisar toda a população, não se fazem necessárias técnicas de inferência, descrevendo-se assim esta população e construindo os modelos de interesse. Quando isto não é possível, por motivos diversos: financeiros, tempo escasso, ensaios destrutivos ou uso de métodos invasivos, uma análise de toda a população fica inviável e deve ser substituída por uma amostra representativa desta.

A amostra representa um subconjunto de elementos da população de interesse, com tamanho reduzido e previamente calculado com base nos objetivos do pesquisador, sendo esta amostra representativa da população. O processo de seleção da amostra pode ser simples ou bastante complexo, dependendo da natureza do problema a ser estudado e das condições para a tomada da amostra. As medidas calculadas na amostra são chamadas estimativas.

#### 4.1.2 Organização de Dados

A Estatística Descritiva, como o próprio nome já diz, busca descrever um conjunto de dados. Portanto, uma vez obtido um conjunto de dados (seja ele numérico ou não), deve-se organizá-los de modo que facilite a extração de informações a respeito de uma ou mais características de interesse do pesquisador. Assim, o uso de tabelas e gráficos é fundamental, observando-se sempre a natureza dos dados.

Quando se coletam informações de uma população ou amostra, seja utilizando questionários estruturados, levantamentos de dados secundários ou outros meios, obtemos inicialmente os dados em sua forma bruta, que tabulados são denominados *tabela de dados brutos*. Esta tabela comumente é preenchida da maneira como os dados foram coletados, sem obedecer uma ordem ou padrão. Geralmente, as linhas contêm as informações dos indivíduos enquanto as colunas determinam as variáveis.

Na tabela de dados brutos, variável é cada característica de interesse. Estas variáveis podem ser classificadas de acordo com a sua natureza e compreender esta classificação é fundamental para o uso correto das técnicas disponíveis na Estatística Descritiva.

Primeiramente, divide-se as variáveis em dois grandes grupos: as qualitativas e as quantitativas. As variáveis qualitativas, como o próprio nome já diz, exprimem os atributos de uma variável que se refere a qualidade de algo. Essas, ainda, podem ser divididas em dois subgrupos: nominais, quando não apresenta uma ordem natural para os valores ou ordinais, quando é possível ordenar estes atributos naturalmente.

As variáveis quantitativas são de natureza numérica e podem ser subdivididas em discretas e contínuas. As variáveis quantitativas discretas são provenientes de contagens, para isso devem estar definidas no conjunto dos números naturais. As variáveis quantitativas contínuas assumem valores geralmente obtidos a partir de uma medição e definido no conjunto dos números reais.

O esquema apresentado na Figura 1 resume os tipos de variáveis de uma forma simplificada. A partir da natureza das variáveis, elas podem ser descritas utilizando tabelas e gráficos.

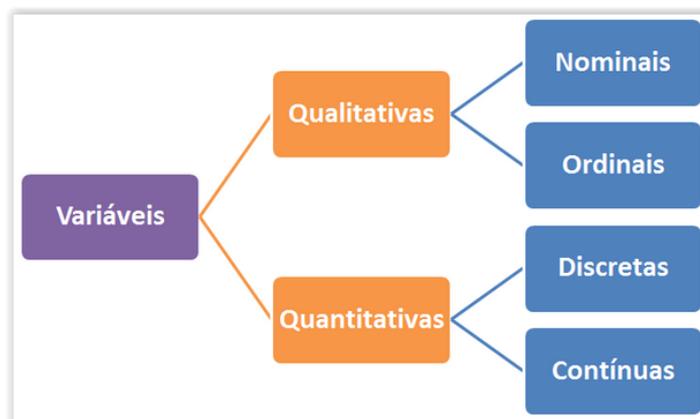


Figura 1 – Esquema para classificação de variáveis

## 4.2 TABELAS E GRÁFICOS

Toledo e Ovalle (1995) definem, como tabela, a disposição escrita que se obtém fazendo-se referência a uma coleção de dados numéricos a uma determinada ordem de classificação. Naturalmente, ocorre de se ter uma quantidade considerável de dados na tabela de dados brutos de determinado evento e não ter como analisá-los diretamente, dependendo do objetivo do estudo, dificultando a obtenção de conclusões do estudo em questão.

Utilizando um *software* que faz análises estatísticas, uma planilha eletrônica ou até mesmo materiais manipuláveis em um laboratório de ensino de matemática ou sala de aula, podem ser criadas novas tabelas com dados resumidos. Estas novas tabelas recebem o nome de tabelas de frequências, facilitando assim a análise dos dados.

Tabela 3 – Exemplo de tabela de frequências.

Variável	Freq. Absoluta ( $n_i$ )	Freq. Rel. ( $f_i$ )	Freq. Rel. Ac. ( $fac_i$ )
$atr_1$	$n_1$	$f_1$	$fac_1 = f_1$
$atr_2$	$n_2$	$f_2$	$fac_2 = fac_1 + f_2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$atr_k$	$n_k$	$f_k$	$fac_k = fac_{k-1} + f_k = 1$
Total	$n = \sum_{i=1}^k n_i$	$\sum_{i=1}^k f_i = 1$	

Fonte: Próprio autor.

A Tabela 3 é a representação de uma tabela de frequências. Observe que a coluna denominada variável ( $atr_k$ ) apresenta os atributos desta. Para cada atributo, sua frequência absoluta ( $n_k$ ) é apresentada, ou seja, é contado o número de vezes que este atributo é observado para a variável. A frequência relativa ( $f_i$ ) é utilizada geralmente para comparações entre grandezas, uma vez que são utilizados valores relativizados para cada 100 observações.

As tabelas de frequências podem ser utilizadas para variáveis de qualquer natureza, sejam elas qualitativas ou quantitativas. No caso das quantitativas contínuas, para que a representação seja resumida, utilizam-se classes de valores geralmente definidas arbitrariamente pelo pesquisador. Magalhães e Lima (2002) sugerem que não se construam tabelas de frequências com menos de 5 classes.

Uma outra forma de resumir uma variável é por meio de representações gráficas, sendo geralmente uma apresentação geométrica. Utilizando gráficos, obviamente não se descarta o uso de tabelas, porém deve-se tomar cuidado para não ser redundante.

Segundo Toledo e Ovalle (1995), os gráficos podem ser classificados de duas maneiras: Gráficos de informação e de análise: Os gráficos de informação têm a finalidade de passar a informação ao público em geral, para que visualizem e compreendam com clareza os valores do fenômeno observado. Eles costumam ser expositivos, completos com o máximo de informações possíveis, para melhor compreensão. Os gráficos de análise são construídos de forma que seus elementos sejam úteis para análise, mas não deixam de ser também informativos. Sua apresentação geralmente é acompanhada por uma tabela ou um texto dissertativo, objetivando chamar a atenção do leitor para as informações nela contidas.

Dentre as formas mais comuns de representação gráfica destacam-se quatro tipos básicos: gráfico de discos ou pizza ou diagrama circular, barras, histogramas e gráfico de caixas (*box-plot*).

O gráfico de disco ou pizza, ou diagrama circular é geralmente utilizado para variáveis qualitativas nominais. Consiste em repartir um disco de modo a representar as porcentagens de cada valor em setores, em que cada parte seccionada é o valor percentual do atributo. É importante definir o ângulo dos setores circulares, proporcional à contribuição percentual de cada valor no total. Um exemplo deste gráfico é apresentado na Figura 2.

Na Figura 3 tem-se um exemplo do gráfico de barras, que apresenta dados categorizados em barras retangulares nos quais os retângulos correspondem a cada atributo, sendo proporcional ao número de observações do respectivo atributo. Este gráfico é descrito no plano cartesiano, com a variável no eixo das abscissas, se o gráfico for vertical ou no eixo das ordenadas, se ele for horizontal.

O gráfico de barras é utilizado para realizar comparações entre os atributos de uma variável qualitativa ou quantitativa discreta. Este gráfico pode ser utilizado na vertical ou horizontal.

O histograma, indicado para variáveis quantitativas contínuas, é formado por retângulos contíguos e, também, construído no plano cartesiano. Pode ser representado na vertical ou horizontal. O objetivo de um histograma é mensurar quantos elementos se encontram dentro de faixas ou classes da variável de interesse, previamente delimitadas.

A altura dos retângulos de um histograma pode ser determinada pela frequência absoluta de valores nas faixas, frequência relativa ou densidade. Se esta última for escolhida a soma das áreas dos retângulos deve ser igual a 1. Esta representação na forma de densidades é útil para ajustes de distribuições de probabilidade aos dados (citar Magalhães). Um exemplo

Opinião sobre a qualidade da escola

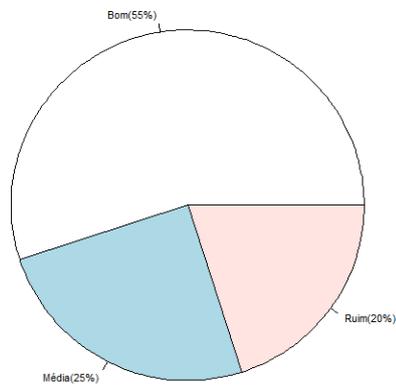


Figura 2 – Exemplo de gráfico de setores

Fonte: Próprio autor.

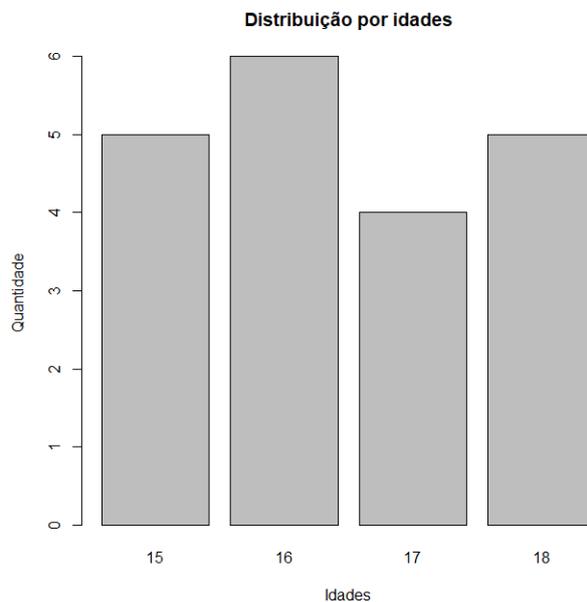
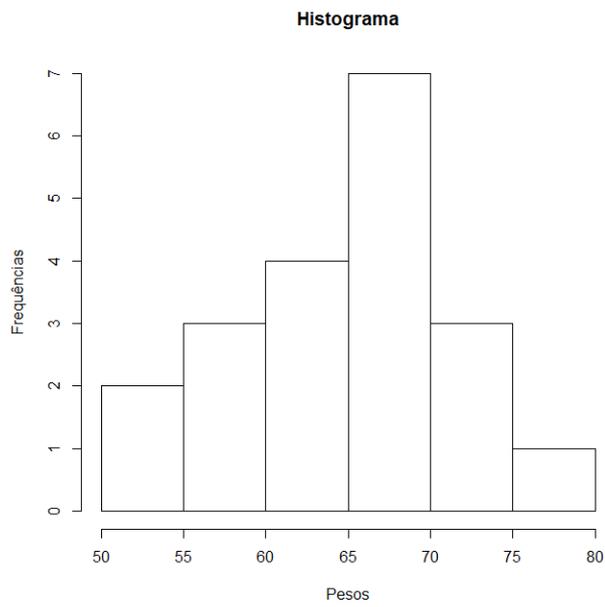


Figura 3 – Exemplo de gráfico de barras

Fonte: Próprio autor.

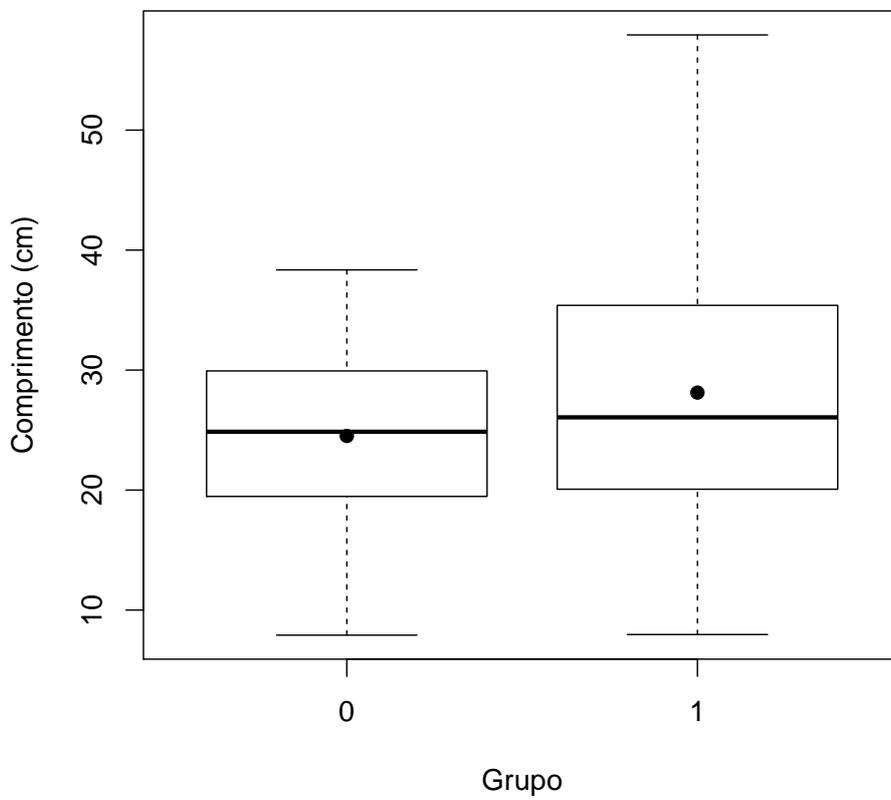
de histograma, considerando frequências absolutas, é apresentado na Figura 4.

Outro gráfico utilizado para variáveis quantitativas é o gráfico de caixas (ou *Box-plot*). Este gráfico é uma boa opção para verificar a variação e a simetria dos dados, bem como observar as diferenças de comportamentos dos grupos de cada variável. Um exemplo deste gráfico é apresentado na Figura 5.



**Figura 4 – Exemplo de histograma**

Fonte: Próprio autor.



**Figura 5 – Exemplo de Box-plot**

Fonte: Próprio autor.

### 4.3 MEDIDAS RESUMO

Para o desenvolvimento do trabalho será apresentada uma revisão das medidas resumo. Estas medidas resumem a informação, representando a tendência central dos dados, a maneira pela qual estes dados estão dispersos e também como estão distribuídos.

### 4.4 MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

As medidas de tendência central fornecem um valor numérico representativo do valor médio (central) de uma distribuição de valores. Os tipos mais comuns de medidas de tendência central são:

#### 4.4.1 Médias

##### 4.4.1.1 Média aritmética

#### **Média aritmética simples**

A média aritmética simples ou média de um conjunto de  $n$  valores representado por uma variável quantitativa  $X$ ,  $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ , obtidos a partir de uma amostra aleatória, usualmente representado por  $\bar{x}$  (estimador), é definida por:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Uma propriedade interessante da média aritmética é que ela preserva a soma do conjunto de valores, isto é, se substituirmos cada um dos  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  por  $\bar{x}$ , teremos valores iguais para soma:

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = \underbrace{\bar{x} + \bar{x} + \bar{x} + \dots + \bar{x}}_n$$

**Exemplo:** A média aritmética dos números 6, 8, 10, 15 é dada por:

$$\bar{x} = \frac{6 + 8 + 10 + 15}{4} = 9,75$$

Note que a soma dos números  $6 + 8 + 10 + 15 = 39$ , que também pode ser obtida substituindo cada número pelo valor de  $\bar{x}$  ( $9,75 + 9,75 + 9,75 + 9,75 = 39$ ). Ou seja, a soma dos valores do conjunto é preservada como descreve a propriedade anterior.

Considerando-se o caso de uma população com tamanho  $N$ , em que  $\mu$  representa a média aritmética (parâmetro) é dada por:

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

#### **Média aritmética ponderada**

Na média aritmética simples, cada valor do conjunto possui a mesma importância ou peso. Quando isto não ocorre, ou seja, os valores do conjunto possuem importâncias distintas ou pesos diferentes, deve-se considerar no cálculo da média essas especificidades. Assim, temos

a média aritmética ponderada. Dado um conjunto de  $n$  valores  $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$  com pesos respectivamente iguais a  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ , a média aritmética ponderada  $\bar{x}$ , é definida por:

$$\bar{x} = \frac{x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3 + \dots + x_n p_n}{p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i p_i}{p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n}$$

O cálculo da média ponderada também é usado em situações onde existe repetição dos valores observados, como veremos no exemplo.

**Exemplo:** Em uma turma de 8º ano, foi realizada uma pesquisa sobre a quantidade de horas dormidas diariamente pelos alunos. Esse foi o resultado obtido: 6 alunos dormem 8 horas por dia, 4 alunos dormem 7 horas por dia e 10 alunos dormem 6 horas por dia. Logo, a média de horas dormidas por dia dessa turma é dada por:

$$\bar{x} = \frac{8 \times 6 + 7 \times 4 + 6 \times 10}{20} = \frac{48 + 28 + 60}{20} = \frac{136}{20} = 6,8$$

Abordaremos também nesse trabalho duas médias que geralmente são negligenciadas em abordagens referentes à estatística. São essas a *média geométrica* e a *média harmônica*.

### Média geométrica

A média geométrica geralmente indicada para um conjunto (ou uma série) de dados que aumentam progressivamente ou para taxas de variações percentuais, de um conjunto de  $n$  valores, sendo  $X$  uma variável quantitativa,  $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ , a qual representaremos por  $G$ , é definida por:

$$G = \sqrt[n]{x_1 x_2 x_3 \dots x_n}$$

De maneira similar à média aritmética, a média geométrica possui a propriedade de conservar o produto dos valores do conjunto, ou seja, se substituirmos cada um dos  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  por  $G$ , obteremos produtos iguais:

$$x_1 x_2 x_3 \dots x_n = \underbrace{G \times G \times G \times \dots \times G}_n$$

**Exemplo:** A média geométrica dos números 5, 10 e 20 é dada por:

$$G = \sqrt[3]{5 \times 10 \times 20} = \sqrt[3]{1000} = 10$$

### Média harmônica

A média harmônica, geralmente utilizada em cálculos que envolvem grandezas inversamente proporcionais, de um conjunto de  $n$  valores de uma variável quantitativa  $X$ ,  $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ , a qual representaremos por  $H$ , é definida por:

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

De forma similar às médias vistas anteriormente, a média harmônica possuía propriedade de preservar a soma dos inversos dos valores do conjunto, ou seja, se substituirmos cada um dos  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  por  $H$ , obteremos valores iguais para soma dos inversos:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n} = \underbrace{\frac{1}{H} + \frac{1}{H} + \frac{1}{H} + \dots + \frac{1}{H}}_n$$

**Exemplo:** A média harmônica dos números 3, 4 e 8 é dada por:

$$H = \frac{3}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = \frac{3}{\frac{8+6+3}{24}} = \frac{3}{\frac{17}{24}} = \frac{3 \times 24}{17} = \frac{72}{17} \cong 4,235$$

#### 4.4.2 Mediana

A mediana de um conjunto de números ordenados é o valor central (localizado no meio da sequência ordenada), que divide o conjunto em, 50% dos valores abaixo e 50% acima dele. Na prática, para determinar esse valor, observa-se que quando o número de elementos for ímpar, a mediana será o elemento do meio da sequência ordenada. Quando o número de elementos for par, a mediana será a média aritmética dos dois valores centrais.

Assim, seja  $X$  uma variável quantitativa, em que  $X = (x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)})$ , para  $n$  observações dispostas em ordem crescente em que  $x_{(1)}$  é o valor mínimo observado e  $x_{(n)}$  o valor máximo observado, a mediana da variável  $X$ , denotada por  $\tilde{x}$ , é dada por:

$$\tilde{x} = \begin{cases} x_{(\frac{n+1}{2})}, & \text{para } n \text{ ímpar} \\ \frac{x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n}{2}+1)}}{2}, & \text{para } n \text{ par} \end{cases}$$

#### 4.4.3 Moda

A moda de um conjunto é o elemento que ocorre com maior frequência, isto é, o elemento mais comum. A moda pode não existir (quando todos os elementos ocorrem com a mesma frequência) e, mesmo que exista, pode não ser única (quando há mais de um elemento com frequência máxima).

### 4.5 MEDIDAS DE DISPERSÃO

Embora o valor médio seja uma medida importante, ele sozinho não fornece toda a informação relevante sobre um conjunto de medidas. Sendo assim, necessita-se das medidas de dispersão ou variação de um conjunto de valores. Essas medidas servem para informar o grau em que os dados numéricos tendem a se dispersar (variar) em torno do valor médio. Fornecem, portanto, uma medida de significância e/ou confiabilidade do valor médio de um conjunto de números. As medidas de dispersão mais comuns são:

#### 4.5.1 Amplitude total

A amplitude total de um conjunto de valores  $\{X_1, X_2, X_3, \dots, X_n\}$  é a diferença entre os valores mais altos e os mais baixos do conjunto.

$$\Delta = (X_{max} - X_{min})$$

Antes de definirmos diretamente as expressões mais comuns que pertencem ao grupo das medidas de dispersão, vamos considerar algumas ideias que norteiam a sua construção.

Seja  $X$  uma variável quantitativa, em que  $x = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ , para  $N$  observações e  $\mu$  a média da variável  $X$  na população, definida anteriormente.

A distância (ou desvio) de cada valor com relação a média é dada por como  $x_i - \mu$ , com  $i = 1, 2, \dots, N$ . Logo, poderia-se pensar em uma medida que resumisse a dispersão como a soma dos desvios com relação a média, ou seja  $\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)$ . Porém esta medida não teria qualquer efetividade pois esta série finita converge para zero conforme mostrado a seguir:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^N (x_i - \mu) &= 0 \\ \sum_{i=1}^N x_i - \sum_{i=1}^N \mu &= 0\end{aligned}$$

Neste ponto da demonstração, sabemos que  $\sum_{i=1}^N x_i = N\mu$  e  $\sum_{i=1}^N \mu = N\mu$ , uma vez que  $\mu$  é uma constante. Logo:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^N x_i - \sum_{i=1}^N \mu &= 0 \\ N\mu - N\mu &= 0 \\ 0 &= 0\end{aligned}$$

como queríamos mostrar.

Assim, existem pelo menos duas formas bastante utilizadas para que os desvios de cada valor com relação a média não se anulem. Uma delas é considerar  $\sum_{i=1}^N |x_i - \mu|$  e a outra  $\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2$ . Assim, pode-se definir a seguir o desvio médio absoluto e a variância.

Note que para a introdução das medidas de dispersão foi necessária a diferenciação de tamanho amostral ( $n$ ) e tamanho da população ( $N$ ). Logo, as medidas mostradas a seguir são consideradas parâmetros (calculados de uma população), e não estimadores, uma vez que as expressões dos estimadores das medidas de variabilidade podem ser levemente diferentes, para que sejam estimadores não viciados e consistentes dos parâmetros. Esta teoria de estimação não será aprofundada neste trabalho, uma vez não faz parte dos objetivos.

#### 4.5.2 Desvio médio

O desvio médio é definido como a diferença entre o valor de uma medida e o valor médio de um conjunto de medidas onde ela se inclui.

$$\delta_i = (X_i - \mu)$$

O desvio médio de uma variável quantitativa  $X$  de tamanho  $N$ ,  $X =$

$\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\}$ , é definido por:

$$DM = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |x_i - \mu|$$

em que  $\mu$  é a média da variável quantitativa e  $\sum_{i=1}^n |X_i - \mu|$  é o valor absoluto de  $\delta_i$ .

#### 4.5.3 Variância

A variância de uma variável quantitativa  $X$  de tamanho  $N$ ,  $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\}$  é definida por:

$$Var(X) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\delta_i)^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2$$

#### 4.5.4 Desvio-padrão

Uma vez que os desvios foram elevados ao quadrado para garantir que não se anulem no cálculo da variância, sua unidade também foi elevada ao quadrado, o que pode causar uma camuflagem dos valores (pois aumenta a divergência) e dificultar seu entendimento. Logo, faz-se necessário extrair a raiz quadrada do valor obtido, determinando assim o desvio-padrão, ou simplesmente a raiz quadrada da variância:

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (\delta_i)^2} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$



## 5 PROPOSTA DE ATIVIDADES

Um dos objetivos desse trabalho é a sugestão de um conjunto de atividades, com abordagem diferenciada da Estatística Descritiva, que podem facilitar o ensino destes conteúdos da Estatística. Para alcançar este objetivo, serão desenvolvidas atividades centradas no aluno, com base em situações concretas, privilegiando a investigação, a discussão e a análise crítica no contexto do cotidiano do aluno.

As atividades aqui descritas são motivadas por trabalhos já descritos na literatura, com inclusão de suas fontes. A ideia é trazer o olhar dos autores para tais atividades, promovendo assim algumas modificações necessárias oriundas da experiência deles.

Uma vez que tais atividades sejam elaboradas, há o interesse em sua aplicação junto a um grupo de alunos, para que elas sejam observadas, e as dificuldades discutidas. Todas as atividades aqui propostas podem ser melhoradas a partir da sua aplicação. A possibilidade de aplicação das atividades propostas será analisada durante o desenvolvimento desse trabalho, uma vez que o autor deste trabalho é professor da rede pública de ensino e o seu orientador trabalha na orientação de alunos de estágio no curso de Licenciatura em Matemática na UTFPR - Câmpus Cornélio Procópio.

### 5.1 ATIVIDADE 1 - JOGO DAS MEDIDAS RESUMO

Esta sugestão é retirada da atividade **SA23: Sorte ou conhecimento?**, disponível no portal **AtivEstat** do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo. O objetivo dessa atividade é desenvolver com os alunos a compreensão e habilidade de cálculo de medidas resumo. Trata-se de um jogo de tabuleiro, composto por uma trilha com início e fim determinados, cujo vencedor será o primeiro jogador a chegar ao final.

Inicialmente, a classe deve ser dividida em grupos com no máximo 4 alunos. Cada grupo receberá um tabuleiro (Apêndice A), 4 dados de 6 faces, numeradas de 1 a 6 e uma folha auxiliar (Apêndice B). Cada aluno escolhe um objeto pessoal para representar sua movimentação no tabuleiro (um clipe, uma borracha, um pedaço de papel com o seu nome, etc). O que determina a quantidade de casas do tabuleiro avançadas por cada jogador é uma combinação de resultados dos dados utilizados. Cada jogador, na sua vez, lança um único dado para determinar qual valor irá representar seu avanço no tabuleiro, conforme a Tabela 4.

**Tabela 4 – Regras do jogo para movimentação no tabuleiro**

Número observado no dado	Medida
1	Maior Valor
2	Menor Valor
3	Média
4	Mediana
5	Moda
6	Amplitude

Em seguida, são lançados os outros três dados cujos valores observados serão utilizados para calcular a medida indicada no dado anterior. A Figura 6 indica alguns exemplos de

como proceder. Todos os valores obtidos e calculados devem ser registrados na folha auxiliar recebida pelos grupos.

Medida resumo (dado especial)	Definição	Exemplos	
		Valores: 2, 2 e 4	Valores: 1, 3 e 6
<b>Maior valor</b>	Valor mais alto	4	6
<b>Menor valor</b>	Valor mais baixo	2	1
<b>Média</b>	Soma dividida pelo número de valores	$\frac{2+2+4}{3} \approx 2,666... \rightarrow 3$	$\frac{1+3+6}{3} \approx 3,333... \rightarrow 3$
<b>Mediana</b>	Valor central ordenado	2	3
<b>Moda <sup>2</sup></b>	Valor mais frequente	2	1, 3 ou 6
<b>Amplitude</b>	Diferença entre maior e o menor valor	$4 - 2 = 2$	$6 - 1 = 5$

<sup>1</sup> Sendo o resultado um número "quebrado", arredonda-se para o próximo inteiro se a decimal for maior ou igual a 5. Em caso contrário, o arredondamento será para a parte inteira do valor.

<sup>2</sup> Se não houver um valor mais frequente (todos os valores são diferentes), pode-se escolher qualquer valor e adotá-lo como moda.

Fonte: Portal AtivEstat

**Figura 6 – Exemplo de cálculo para movimentação no tabuleiro**

Com o resultado obtido o jogador avança no tabuleiro, mas apenas se efetuar o cálculo correto, caso contrário, não avança. Nesse momento, é importante a atenção dos outros jogadores para validar o cálculo efetuado pelo colega, indicando correções quando necessário. Em caso de discordância, o professor ou estagiário deverá ser consultado.

O professor (ou estagiário, quando houver) deve participar como mediador e auxiliar os grupos de jogadores esclarecendo dúvidas e dando orientações quando necessário. Após o fim da atividade, uma discussão pode ser realizada com os alunos sobre as medidas resumo utilizadas e as principais dificuldades enfrentadas.

Esta atividade pode ser aplicada também com o diferencial do acréscimo de mais um dado de 6 faces. Assim, o aluno lança o dado inicial para definir qual medida deverá ser calculada e, em seguida, lança 4 dados para definir os valores que serão usados no cálculo. Dessa forma, o professor poderá abordar com os alunos o cálculo da mediana com um número par de elementos.

Uma outra abordagem, um pouco mais avançada, pode introduzir os cálculos de variância e desvio-padrão. Neste caso, adota-se o mesmo tabuleiro, qualquer uma das folhas auxiliares (seja com 4 ou 5 dados) e a Tabela 5. Os critérios de arredondamento são os mesmos da Figura 6.

Finalmente, para a aplicação desta atividade, o professor ou estagiário pode organizar-se como segue:

- Reservar, no mínimo, uma aula de 50 minutos;
- Estar abordando o conteúdo de medidas resumo, seja de tendência central ou dispersão, dependendo do grau de dificuldade da atividade;

**Tabela 5 – Regras do jogo para movimentação no tabuleiro (Variância e Desvio-Padrão)**

Número observado no dado	Medida
1	Variância
2	Desvio-Padrão
3	Média
4	Mediana
5	Moda
6	Amplitude

- Imprimir cópias do tabuleiro (Apêndice A), e uma das folhas auxiliares, dependendo da quantidade de dados utilizados;
- Deixar projetada ou disponível na lousa a Tabela 4 ou 5 bem como a Figura 6;
- Dividir os alunos em grupos, instruí-los e acompanhar a atividade.

Caso o professor não disponha de tantos dados, pode ser utilizado apenas um dado por grupo, sendo este único dado lançado quantas vezes forem necessárias.

## 5.2 ATIVIDADE 2 - COMO ESTÁ SUA NOÇÃO DE MEDIDA?

Esta sugestão é retirada de uma atividade desenvolvida por Pereira et al. (2017) em seu Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba. O objetivo dessa atividade é de reforçar noções de medidas como centímetros e metros e a compreensão dos conceitos de média, mediana e moda de maneira prática e descontraída. Ela consiste em uma competição entre grupos, para determinar quem tem a melhor noção de medidas sem auxílio de instrumentos de medição.

Para desenvolver esta atividade, o professor ou estagiário necessita apenas de um rolo de barbante, uma tesoura sem ponta, uma fita métrica e um quadro negro geralmente já disponível em sala de aula.

Inicialmente o professor deve dividir os alunos em dois grupos, formados por meninas e meninos, ou lado direito e esquerdo da sala, etc. Em seguida, convida aluno por aluno que indica onde o pedaço de barbante deve ser cortado com tamanho pré determinado pelo professor (em torno de 20 a 30 cm). O aluno orienta-se apenas pela sua noção de medida, sem auxílio de nenhum instrumento.

Uma vez que todos os alunos obtiverem o seu pedaço de barbante, com auxílio de uma fita métrica, o professor ou estagiário realiza as medições e registra os resultados por grupo no quadro negro ou lousa. Cada grupo em posse de suas medidas, deverá efetuar o cálculo da média, mediana e moda dos dados observados enquanto o professor anota os resultados conforme sugerido na Tabela 6.

Assim, define-se o vencedor para cada medida de tendência central, sendo aquele que mais se aproximar da medida pré-definida pelo professor antes do corte dos barbantes. A equipe vencedora será aquela que obtiver mais vitórias por medida. É possível que haja empates, por exemplo, se a meta for 30 cm, e uma equipe obtiver moda de 29 e outra 31, as duas ficaram distantes um centímetro da meta e, neste caso, não houve vencedor para a moda.

**Tabela 6 – Sugestão para resumo dos resultados**

Medidas	Grupo A	Grupo B	Vencedor
Média			
Mediana			
Moda			

Sugere-se que o professor ou estagiário, que esteja responsável pelas medidas, trabalhe com medidas truncadas, ou seja, ao medir o pedaço de barbante com a fita métrica, arredonde para o inteiro mais próximo. Assim, será possível que se obtenha a moda, por exemplo, além de facilitar os cálculos.

Além disso, pode-se também pedir aos alunos que digam se têm certeza ou não a respeito do tamanho do barbante cortado. Se têm certeza, atribui-se peso 2 a sua medida. Se não têm certeza, atribui-se peso 1. Isso possibilita o cálculo da média ponderada, por exemplo, que pode ser acrescida a Tabela 6 sugerida, acrescentando-se assim mais uma linha nela.

O professor pode utilizar os resultados para discutir dúvidas relacionadas ao cálculo das medidas e fatores que influenciam a sua obtenção, como valores discrepantes do restante dos dados.

Uma outra abordagem, um pouco mais avançada, inclui o cálculo de duas medidas de dispersão: a amplitude e o desvio-padrão. Neste caso utiliza-se a Tabela 7 para definir a equipe vencedora e considera-se campeã, nos quesitos amplitude e desvio-padrão, a equipe que obtiver o menor valor para estas medidas.

**Tabela 7 – Sugestão para resumo dos resultados (amplitude e variância)**

Medidas	Grupo A	Grupo B	Vencedor
Média			
Mediana			
Moda			
Amplitude			
Desvio- Padrão			

Nesta segunda sugestão, o professor ou estagiário pode aproveitar para discutir a importância de se associar o desvio-padrão ao cálculo da média e sua importância. Por exemplo, se a meta fossem pedaços de 20 cm, e metade de uma equipe escolhesse 10 cm e outra metade 30 cm, de fato chegariam à meta de acordo com a média, porém deveriam ser penalizadas quanto ao desvio-padrão, uma vez que ele seria muito grande. Por outro lado, se metade de uma equipe escolhesse 19 cm e outra metade 20 cm, a média seria 19,5 cm. Comparado com o exemplo anterior esta equipe teria média de 19,5 cm, não vencendo o quesito média, mas vencendo o quesito amplitude e desvio-padrão. No ensino superior, esta atividade ainda poderia ser utilizada para discutir as propriedades de estimadores (vício e consistência).

Finalmente, para a aplicação desta atividade, o professor ou estagiário pode organizar-se como segue:

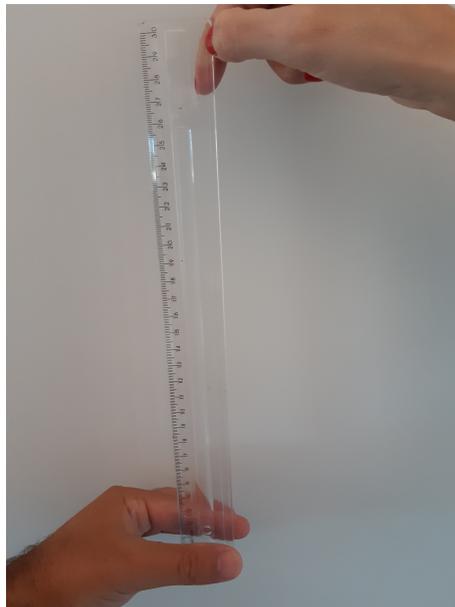
- Reservar, no mínimo, uma aula de 50 minutos;
- Estar abordando o conteúdo de medidas resumo, seja de tendência central ou dispersão, dependendo do grau de dificuldade da atividade;

- Providenciar um rolo de barbante (ou substituir por qualquer material que possa ser cortado e depois medido), uma tesoura sem ponta e uma fita métrica;
- Dividir a sala em dois grupos, e fazer de forma organizada o corte dos barbantes, sempre retomando com os alunos os objetivos da atividade;
- Colocar na lousa ou quadro negro a Tabela 6 ou 7, de acordo com o objetivo da atividade e auxiliar os alunos no cálculo das medidas, caso tenham dificuldades.

### 5.3 ATIVIDADE 3 - MAIS RÁPIDO!

Esta sugestão é baseada na atividade **SA10: Ligeirinho**, disponível no portal **AtivEstat** do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo. O objetivo dessa atividade é utilizar medidas resumo na análise do tempo de reação dos alunos. Este tempo pode ser medido de diversas formas, mas aqui sugerimos um experimento simples utilizando uma régua de 30 cm.

A atividade tem início pela coleta do tempo de reação dos alunos por meio de um experimento de queda livre. O professor ou estagiário segura uma régua verticalmente pela ponta (na marca de 30 cm) e pede para que o aluno posicione sua mão no lado oposto da régua (na marca de 0 cm), mas sem tocá-la, conforme Figura 7.



**Figura 7 – Exemplo de como segurar a régua**

Na sequência, o professor deve soltar a régua sem aviso prévio e o aluno deve segurá-la, sem mover a mão para baixo (Figura 8). Em razão do tempo de reação, a régua vai percorrer uma certa distância antes do aluno segurá-la. Essa distância percorrida é registrada diretamente na régua. No exemplo da Figura 8, registra-se algo em torno de 25 cm. Esta distância pode ser usada para calcular o tempo de queda livre (e de reação) por meio da equação do Movimento Retilíneo Uniformemente Variado,  $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$ . Considerando nessa equação  $x_0 = 0$ ,

$v_0 = 0$ ,  $a = 10m/s^2$  e isolando  $t$ , temos:  $t = \sqrt{\frac{x}{5}}$ , onde  $x$  é a distância percorrida pela régua em queda livre.



**Figura 8 – Régua após ser soltada pelo professor**

Em posse do registro do tempo de reação da turma, a próxima etapa deve ser de análise dos dados. O professor pode orientar uma discussão a respeito de fatores que podem influenciar o tempo de reação, como gênero (masculino e feminino), tempo de sono na noite anterior (mais que 7 horas e menos que 7 horas), se o aluno é praticante de esporte, se é um jogador de jogos eletrônicos, etc.

Depois da discussão e com os grupos bem definidos, o próximo passo deve ser o cálculo das medidas resumo por agrupamentos utilizados na discussão anterior, e utilizar os resultados para confirmar hipóteses a respeito dos fatores que foram levantados. Dependendo do conteúdo das medidas resumo abordado, podem ser calculadas apenas as medidas de tendência central ou, no caso de se estar trabalhando com as medidas de dispersão, calculá-las também e fazer uma rica discussão a respeito. No ensino superior, esta atividade ainda poderia ser utilizada para discutir a ideia de regressão linear múltipla.

Finalmente, para a aplicação desta atividade, o professor ou estagiário pode organizar-se como segue:

- Reservar, no mínimo, uma aula de 50 minutos;
- Estar abordando o conteúdo de medidas resumo, seja de tendência central ou dispersão, dependendo do grau de dificuldade da atividade;
- Providenciar uma régua de 30 cm e uma folha de papel para anotar as medidas (ou anotar no próprio quadro negro);
- Realizar o experimento com todos os alunos, sendo um de cada vez, anotando a medida de deslocamento de cada um observada na régua;

- Fazer a discussão para escolher os tipos de agrupamentos a serem utilizados, calcular as medidas resumo de interesse e promover a discussão.

#### 5.4 ATIVIDADE 4 - MODELANDO GRÁFICOS DE BARRAS E HISTOGRAMA

O objetivo dessa atividade é desenvolver a construção de tabelas e gráficos para organização e resumo de dados. Durante a atividade é esperado que os alunos trabalhem com conceitos de tabela de frequências, gráfico de barras e histograma, e que possam visualizar a construção, utilizando materiais manipuláveis. Para construção dos gráficos serão utilizadas massinhas de modelar.

Inicialmente, a turma deverá ser dividida em grupos de no máximo 5 alunos. Cada grupo receberá uma folha com questões relacionadas a um banco de dados exclusivo (alguns deles são sugeridos no Apêndice D) e deverá organizar os dados em tabela de frequências e por fim construir um gráfico a partir das tabelas obtidas.

Para construção do gráfico, os alunos receberão um kit de massinha de modelar. A intenção em distribuir esse kit é de que possam tirar o gráfico do plano e observá-lo no espaço com a dimensão da altura de uma coluna para outra. Terminada a modelagem espacial do gráfico, uma discussão pode ser conduzida sobre a variedade de gráficos produzidos e o diferencial entre eles.

No ensino superior, esta atividade ainda poderia ser utilizada para introduzir e discutir a ideia de modelos de probabilidade (normal, uniforme, exponencial, etc).

Finalmente, para a aplicação desta atividade, o professor ou estagiário pode organizar-se como segue:

- Reservar, no mínimo, uma aula de 50 minutos;
- Estar abordando o conteúdo de tabela de frequência com a construção de gráfico de barras ou histograma;
- Providenciar os conjuntos de dados (alguns são sugeridos no Apêndice D), folhas sulfite e massinha de modelar;
- Dividir a sala em grupos, distribuir os bancos de dados e acompanhar a construção das tabelas de frequências e gráficos;
- Fazer a discussão a partir da forma de cada gráfico.

Observe que os conjuntos de dados disponíveis no Apêndice D são para a construção de histogramas. Caso o professor ou estagiário queira trabalhar com gráfico de barras, pode adaptar estes bancos de dados, criando mais valores repetidos e excluindo outros. O responsável pela atividade ainda pode buscar, gerar ou criar seus próprios conjuntos de dados respeitando a ideia de que as formas dos gráficos sejam diferentes umas das outras para fomentar uma rica discussão.



## 6 APLICAÇÃO DE ATIVIDADES

Neste capítulo, serão descritas as aplicações das atividades 1, 2 e 4. A atividade 1 foi aplicada pelo autor deste trabalho, Prof. Thiago Braga Ferreira, em uma oficina desenvolvida pelos seus alunos, a atividade 2 foi aplicada pela aluna (estagiária), Bruna Angelis de Paula e a atividade 4 foi aplicada pelo aluno (estagiário) João Vitor Magri Silva, ambos alunos do curso de Licenciatura em Matemática, da UTFPR-CP, orientados pelo Prof. Dr. Roberto Molina de Souza. Não houve turma e tempo hábil para a aplicação da atividade 3.

### 6.1 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 1: “JOGO DAS MEDIDAS RESUMO”

Essa atividade foi aplicada pelo Prof. Thiago Braga Ferreira, autor deste trabalho. Para essa oficina, foram convidados alunos de duas turmas das quais ele era professor na época. Uma turma era de 8º ano e uma de 9º ano da Escola Estadual José Augusto Ribeiro, na cidade de Assis - SP. As atividades foram desenvolvidas no dia 10 de dezembro de 2018, das 8h as 10h da manhã. Apesar do grande interesse por parte dos alunos em participar da oficina (na ocasião de sua divulgação), na data da sua realização a presença foi mínima, com participação de dois alunos de 9º Ano e duas alunas de 8º Ano.

A oficina teve início com uma sondagem sobre os conhecimentos dos alunos relacionados a medidas resumo (média, mediana e moda). Os participantes demonstraram ter uma pequena noção sobre média, mas não conseguiam verbalizar como era feito seu cálculo e nem para que era utilizada. Em seguida, foi exibido o vídeo “Olha o sanduíche”, desenvolvido pelo Instituto de Matemática e Estatística - IME da UNICAMP e disponível na plataforma Youtube. O vídeo aborda os conceitos de média, média ponderada, mediana e moda em um contexto de pesquisa de mercado para venda de sanduíches.

Após a exibição do vídeo, foram retomados com os alunos os conceitos apresentados no vídeo e apresentadas a eles as fórmulas utilizadas para cálculo das medidas.

Nesse momento da oficina foi proposto para os alunos que jogassem em duplas o Jogo das Medidas Resumo, descrito como Atividade 1 desse trabalho. Cada dupla recebeu um tabuleiro impresso, 4 dados de 6 faces e uma tabela para anotação dos resultados de cada rodada. Inicialmente os alunos precisavam calcular as medidas média, mediana e moda para valores obtidos no lançamento de três dados. Os alunos não demonstraram dificuldades na obtenção das medidas nessa etapa.

Depois de 30 minutos de jogo, foi entregue para cada dupla um dado a mais, de modo que os cálculos das medidas fossem realizados com valores obtidos do lançamento de 4 dados. A partir daí, surgiram dúvidas no cálculo da mediana e foram necessárias intervenções junto aos alunos.

A oficina foi encerrada com a aplicação de uma atividade avaliativa envolvendo os conceitos desenvolvidos e uma discussão sobre qual o grau de satisfação dos alunos com relação a oficina. Todos os alunos conseguiram aplicar os conceitos aprendidos na resolução da atividade e se mostraram bastante satisfeitos com o conteúdo da oficina. Fui surpreendido com o pedido de um dos alunos para levar os dados e tabuleiro utilizados para jogar em casa com seu primo.

De modo geral, fiquei bastante satisfeito com a realização da oficina, levando em

consideração que foram apenas quatro alunos participantes e pude dar bastante atenção a cada um deles e interagir com eles o tempo todo.

## 6.2 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 2: “COMO ESTÁ SUA NOÇÃO DE MEDIDA?”

Essa atividade foi aplicada pela aluna do curso de Licenciatura em Matemática, da UTFPR-CP, Bruna Angelis de Paula em seu estágio supervisionado, sob orientação do Prof. Dr. Roberto Molina de Souza. A aplicação aconteceu no dia 03 de outubro de 2019 no Colégio Estadual Monteiro Lobato, na cidade de Cornélio Procópio - PR, com alunos de 7º Ano do Ensino Fundamental.

A atividade teve início com uma revisão de conceitos abordados na aula anterior, envolvendo média aritmética, seguida por orientações sobre o objetivo da atividade. A turma então foi dividida em dois grupos, denominados A e B. Cada aluno então, sem auxílio de instrumentos de medida, passou a cortar um pedaço de barbante proveniente de um rolo, que fosse equivalente a 20 cm em sua perspectiva. Além disso, o aluno indicava se tinha certeza ou não de sua escolha de tamanho para o barbante, recebendo peso 1 em caso de dúvida e peso 2 em caso de certeza.

Após todos os alunos cortarem seu pedaço de barbante (Figura 9), foi realizada a medição destes e os resultados foram registrados na lousa com giz. Cada grupo ficou responsável por determinar os valores das medidas moda, mediana, média aritmética e média ponderada para os dados obtidos.



**Figura 9 – Exemplo de barbantes cortados**

Foi realizada uma competição com os resultados, de forma que o grupo que obteve os resultados mais próximos de 20 cm recebesse uma pontuação da seguinte forma: 1 ponto para moda, 1 ponto para mediana, 1 ponto para média aritmética e 1 ponto para média ponderada. Os resultados são exibidos na Tabela 8.

**Tabela 8 – Resultados da aplicação 2**

Medidas	Grupo A	Grupo B	Vencedor
Moda	22 cm	19 cm	B
Mediana	22 cm	20,5 cm	B
Média Aritmética	22,7 cm	21,3 cm	B
Média Ponderada	22,7 cm	21,3 cm	B

Pelos resultados obtidos na Tabela 8, o grupo B venceu, e os resultados serviram como base para discussão com os alunos sobre a utilidade das medidas resumo em situações cotidianas.

Ao final da aplicação da atividade houve bastante satisfação por parte dos alunos e da professora responsável pela classe, que pediu à estagiária que repetisse a aplicação desta oficina em uma outra turma da qual esta professora era responsável.

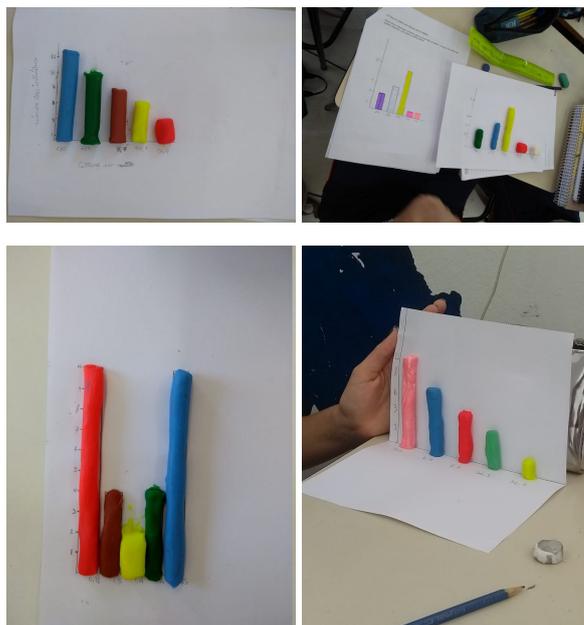
### 6.3 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 4: “MODELANDO GRÁFICOS DE BARRAS E HISTOGRAMA”

Essa atividade foi aplicada pelo aluno do curso de Licenciatura em Matemática, da UTFPR-CP, João Vitor Magri da Silva em seu estágio supervisionado, sob orientação do Prof. Dr. Roberto Molina de Souza. A aplicação aconteceu no dia 01 de dezembro de 2019 na Escola Rui Barbosa, na cidade de Cornélio Procópio - PR, com alunos do 9º Ano do Ensino Fundamental.

Inicialmente, observou-se que os alunos tinham muita facilidade para realizar cálculos básicos e organizar os dados. Logo, a atividade foi organizada de modo que pudessem fazer em grupos de no máximo 5 (cinco) alunos e em no máximo 1 (uma) aula, cerca de 50 minutos. Essa primeira parte da atividade exigia que eles organizassem um rol de dados, calculassem a média, moda e mediana e por fim construíssem um gráfico com os dados do exercício.

Como tinha sido planejado, os alunos realizaram essa primeira atividade rapidamente. No segundo momento, foram distribuídas as massinhas de modelar (um pacote para cada grupo) e disponibilizadas folhas sulfite para não mancharem as mesas com a massinha. Tendo esses materiais em mãos, os alunos foram incentivados a modelarem os gráficos em três dimensões, uma vez que estes já haviam sido desenhados no início da atividade. Foi deixado a cargo da criatividade de cada grupo como eles iriam fazer a modelagem

Assim, não houve um padrão de como os gráficos seriam construídos (Figura 10), com exceção de que todos foram de colunas. Outro fato importante a ressaltar foi que com a prática das massinhas, alunos que têm 14 anos de idade começaram a brincar com um conteúdo muitas vezes pesado e entediante. Com isso, a aula ficou muito mais leve e com um tom de lazer e a realização da tarefa ocorreu naturalmente. Quando eles finalizaram a modelagem em três dimensões, foi aberto um debate sobre as diversas formas que cada grupo obteve. Assim, pode-se explorar o porquê de organizar em um gráfico os dados de cada grupo. Após ser dito que cada grupo obteve uma forma diferente, os alunos olhavam para os outros gráficos com muita curiosidade e interesse.



**Figura 10 – Exemplo de gráficos modelados com massinha**

#### 6.4 OBSERVAÇÕES SOBRE AS APLICAÇÕES

A primeira observação que podemos fazer está relacionada ao conhecimento prévio dos alunos nas atividades realizadas. Para que elas possam ocorrer efetivamente, é necessário que sejam aplicadas em turmas que estejam tendo contato com o conteúdo utilizado na oficina ou que seja feita uma introdução dos conceitos utilizados nela. Em alguns casos pode ser necessária uma sequência de aulas culminando na aplicação da atividade, como ocorreu com a atividade 2.

Outra observação está relacionada à necessidade de adaptação da atividade dependendo da quantidade de alunos que participarão dela. A atividade 1 ocorreu de maneira tranquila com a participação de apenas 4 alunos, mas poderia ter enfrentado dificuldades se fosse uma turma completa. O professor deve rever agrupamentos e fazer ajustes dependendo de cada situação e ter clareza de que cada turma pode apresentar resultados diferentes e que algumas dificuldades podem surgir.

Por fim, é importante que todos os detalhes da aplicação das atividades sejam preparados previamente e, de preferência, que os alunos sejam informados com antecedência de sua participação.

## 7 CONCLUSÃO

Ao longo desse trabalho foram sugeridas formas de como a Estatística poderia ser abordada em sala de aula, no ensino Fundamental. Foi descrita a importância de que a abordagem dos conceitos estatísticos tenha foco na realidade do aluno, e que os resultados obtidos tenham real significado para ele, para além das representações e fórmulas. Essa ideia norteou a proposta das atividades, e espera-se que esta contribuição sirva de auxílio para professores de matemática que venham a abordar o tema em sala de aula.

Uma constante no trabalho diário do professor de educação básica é a percepção por parte da maioria dos alunos de que a Matemática é difícil e cansativa. Isso provavelmente ocorre devido à maneira como a disciplina tem sido abordada ao longo dos anos em sala de aula, afastando-se das ideias e orientações sobre a contextualização dos conceitos e das suas aplicações a situações cotidianas, amplamente divulgadas em trabalhos acadêmicos, como forma de atrair a atenção dos educandos.

Ao longo desse trabalho, pudemos perceber a importância de propor atividades com base nos interesses reais dos alunos, e não a partir do que imaginávamos ser do seu interesse. Devido à facilidade de acesso à informação e ao advento dos recursos tecnológicos, despertar o interesse dos alunos em atividades que não sejam dinâmicas tornou-se uma tarefa árdua. Por outro lado, as novas tecnologias podem e devem ser utilizadas como aliadas na construção do conhecimento.

Vale destacar que as atividades aqui propostas são sugestões passíveis de melhorias e que existem diversas fontes de atividades e oficinas para orientar a abordagem da Estatística em sala de aula, como o Ativestat (<https://www.ime.usp.br/ativestat>) e o IBGE Educa (<https://educa.ibge.gov.br/professores/educa-atividades.html>).

Pode-se concluir que independentemente da atividade/oficina utilizada para abordar os conceitos estatísticos em sala de aula, é de suma importância que o aluno seja colocado como centro da ação, e que seu interesse e participação sejam levados em consideração em todas as etapas do processo.



## REFERÊNCIAS

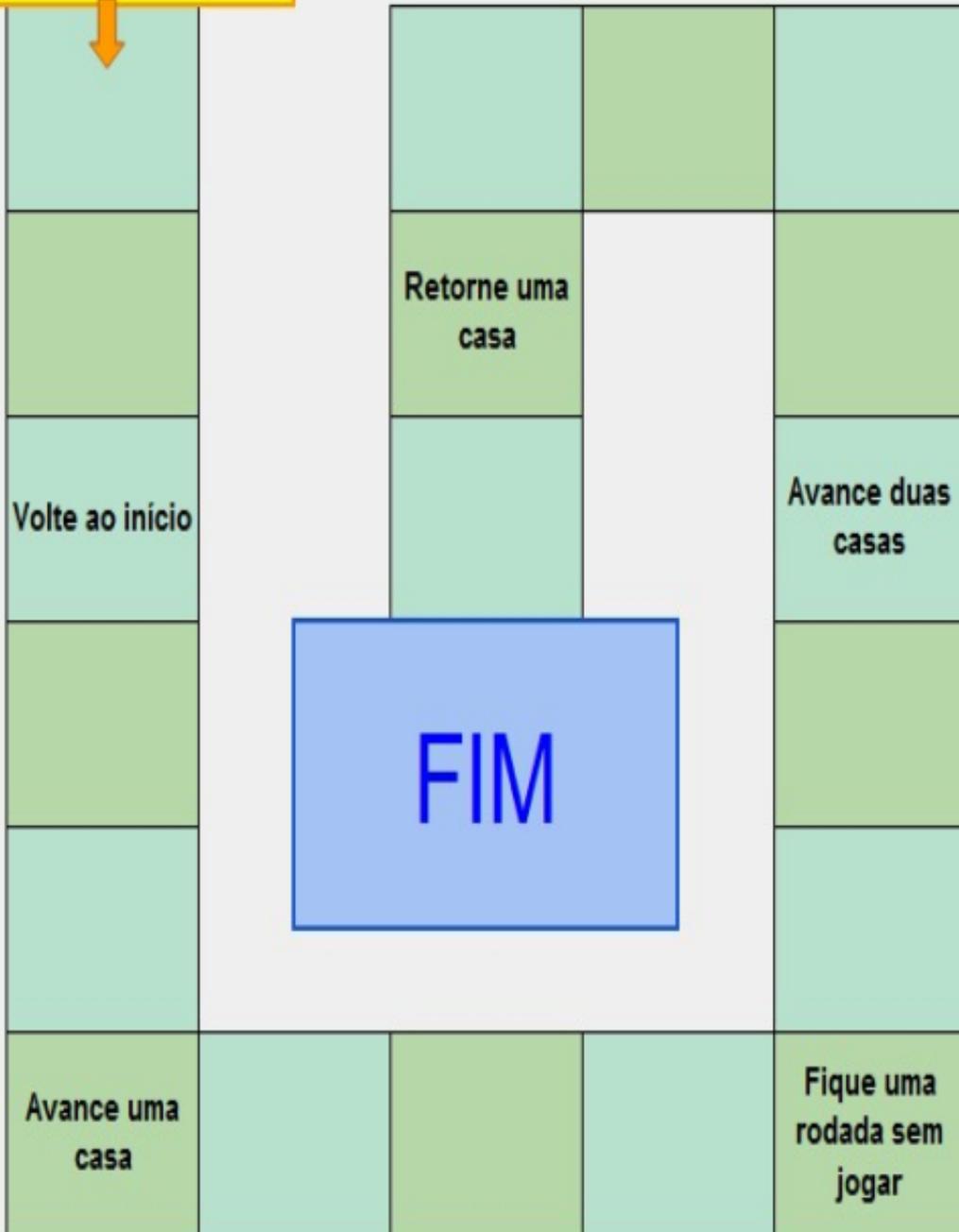
- BATANERO, Carmen. Didáctica de la estadística. **Granada: Universidad de Granada**, 2001. Citado na página 23.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, primeiro e segundo ciclos do ensino fundamental**. 1997. Ministério da Educação. Secretaria do Ensino Fundamental. Brasília, DF. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 15 de junho de 2018. Citado na página 23.
- \_\_\_\_\_. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. 1998. Ministério da Educação. Secretaria do Ensino Fundamental. Brasília, DF. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/introducao.pdf>>. Acesso em: 15 de junho de 2018. Citado na página 21.
- \_\_\_\_\_. **Base Nacional Comum Curricular**. 2017. Ministério da Educação. Brasília, DF. Disponível em: <<http://download.basenacionalcomum.mec.gov.br>>. Acesso em: 10 de janeiro de 2020. Citado na página 27.
- CAMPOS, Celso Ribeiro; WODEWOTZKI, Maria Lúcia Lorenzetti; JACOBINI, Otávio Roberto. **Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**. [S.l.]: Autêntica, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 24.
- DIETZ, Thomas; KALOF, Linda. **Introduction to social statistics: the logic of statistical reasoning**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2009. Citado na página 24.
- GARFIELD, Joan B. The statistical reasoning assessment: Development and validation of a research tool. In: CITESEER. **In the Proceedings of the 5 th International Conference on Teaching Statistics**. [S.l.], 1998. Citado na página 24.
- LOPES, CE. **A educação estatística no currículo de matemática: um ensaio teórico**. 2010. Reunião anual da Anped 33. Disponível em: <<http://33reuniao.anped.org.br/33encontro/app/webroot/files/file/Trabalhos%20em%20PDF/GT19-6836--Int.pdf>>. Acesso em: 15 de junho de 2018. Citado na página 23.
- MAGALHÃES, Marcos Nascimento; LIMA, Antonio Carlos Pedroso de. **Noções de probabilidade e estatística**. [S.l.]: Editora da Universidade de São Paulo, 2002. v. 5. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 36.
- PEREIRA, Mailson Matos et al. Oficinas de probabilidade e estatística: Uma proposta de intervenção no ensino e aprendizagem de matemática. Universidade Estadual da Paraíba, 2017. Citado na página 47.
- PONTE, João Pedro da; FONSECA, Helena. Orientações curriculares para o ensino da estatística: Análise comparativa de três países. v. 10, n. 1, p. 93–115, 2001. Citado na página 23.
- SMITH, Gary. Learning statistics by doing statistics. **Journal of Statistics Education**, Taylor & Francis, v. 6, n. 3, 1998. Citado na página 24.
- TOLEDO, G.L.; OVALLE, I.I. **Estatística Básica**. [S.l.]: Atlas, 1995. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 36.

WODEWOTZKI, O.R.J.C.R.C. MARIA LUCIA LORENZETTI. **Educação Estatística - Teoria e prática em ambientes de modelagem matemática.** [S.l.]: Autêntica Editora, 2011. ISBN 9788575265734. Citado na página 21.

**A ATIVIDADE 1 - TABULEIRO**

Tabuleiro retirado da atividade SA23: Sorte ou conhecimento?, do grupo AtivEstat, do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo.

**INÍCIO**



**B ATIVIDADE 1 - FOLHA AUXILIAR (4 DADOS)**



**C ATIVIDADE 1 - FOLHA AUXILIAR (5 DADOS)**



**D ATIVIDADE 4 - SUGESTÃO DE CONJUNTOS DE DADOS**

Conjunto 1:

Altura em metros de 30 indivíduos,

1,76 1,77 1,69 1,65 1,76 1,52 1,76 1,67 1,67 1,61 1,69 1,88 1,74 1,75 1,62  
1,78 1,61 1,67 1,81 1,73 1,78 1,85 1,64 1,54 1,54 1,88 1,65 1,76 1,76 1,68

Conjunto 2:

Tempo de falha em minutos de 30 componentes eletrônicos em semanas:

5,8 7,3 1,5 1,0 3,5 11,8 10,4 33,2 2,4 3,5 15,9 0,1 36,9 15,4 9,1  
6,5 0,0 6,1 28,3 2,0 4,3 0,3 4,4 5,0 26,1 12,8 8,7 2,3 3,6 2,7

Conjunto 3:

Número de carros que passam por uma praça de pedágio das 15h00 às 16h00 durante um mês,

36 25 33 34 41 17 30 32 34 25 19 32 36 25 30 25 39 29 28 30 27 32 35 33 35  
28 43 35 40 33

Conjunto 4:

Probabilidade de 30 indivíduos pagarem um financiamento

1,00 0,16 0,07 0,90 0,05 0,37 0,57 0,60 0,36 0,99 0,99 0,52 0,50 0,74 0,07  
0,98 0,90 1,00 0,72 0,31 0,01 0,97 0,85 0,99 0,94 0,80 1,00 0,99 0,46 0,95

Conjunto 5:

Distância em metros do local do rompimento de 30 tubos de 6 metros (medida da base até o ponto de rompimento)

0,98 0,30 3,44 0,68 0,09 4,66 1,60 4,08 1,33 5,85 4,07 4,69 4,20 0,06 3,02  
4,39 1,98 4,92 5,31 5,14 2,72 2,82 3,09 0,98 5,30 1,20 3,81 0,27 2,23 3,62

Conjunto 6:

Pressão Arterial Sistólica (mmHg) (Pressão alta) de 30 indivíduos,

10,4 12,2 13,9 13,2 16,3 15,6 14,2 16,9 14,7 13,7 13,0 15,1 13,0 15,6 14,6  
16,6 15,6 15,7 13,1 13,1 14,0 11,1 12,7 14,5 16,1 15,7 14,2 10,5 15,3 14,2