Universidade Estadual
Londrina

ADENILSON MARTINS

# A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM SALA DE AULA E O TRATADO DAS MÁQUINAS SIMPLES DE GALILEU GALILEI

Londrina-PR
2019

ADENILSON MARTINS

# A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM SALA DE AULA E O TRATADO DAS MÁQUINAS SIMPLES DE GALILEU GALILEI

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestrado Profissional no Ensino da Matemática - PROFMAT.

Orientadora: Profª. Dra. Ana Marcia Fernandes Tucci de Carvalho.

**LONDRINA-PR**
**2019**

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

A232 Martins, Adenilson.

A Resolução de Problemas em sala de aula e o Tratado das Máquinas Simples de Galileu Galilei / Adenilson Martins. - Londrina, 2019.
110 f. : il.

Orientador: Ana Márcia Fernandes Tucci de Carvalho.
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, 2019.
Inclui bibliografia.

1. Galileu Galilei - Tese. 2. História da Matemática - Tese. 3. Resolução de Problemas - Tese. 4. Educação Matemática - Tese. I. Márcia Fernandes Tucci de Carvalho, Ana. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional. III. Título.

CDU 51

ADENILSON MARTINS

# A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM SALA DE AULA E O TRATADO DAS MÁQUINAS SIMPLES DE GALILEU GALILEI

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestrado Profissional no Ensino da Matemática - PROFMAT.

Orientadora: Profª. Dra. Ana Marcia Fernandes Tucci de Carvalho.

**BANCA EXAMINADORA**

__________________________________________
Orientador: Prof. Dra. Ana Márcia Fernandes Tucci de Carvalho
Universidade Estadual de Londrina - UEL

__________________________________________
Prof. Dra. Neuza Teramon
Universidade Estadual de Londrina - UEL

__________________________________________
Prof. Dra. Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR

Londrina, 11 de dezembro de 2019.

*Dedico este trabalho aos meus familiares; em especial a meus pais; minha esposa e meus filhos: José, Barbara (**In memoriam)**, Mileide, Miguel e Davi.*

## AGRADECIMENTOS

A Deus, pela oportunidade de chegar até aqui.

Aos meus familiares que me apoiaram e acompanharam toda a minha trajetória nesses longos anos de viagens e estudos.

Agradeço à minha orientadora Professora Doutora Ana Marcia F. Tucci de Carvalho, não só pela constante orientação neste trabalho como também pela sua diisponibilidade e pela paciência diante da minha ansiedade, mas, sobretudo, por sua amizade.

Aos professores das disciplinas do Profmat, por seus conhecimentos compartilhados comigo, em especial à professora Doutora Ana Lucia da Silva, pela disponibilidade e empenho para com todos durante sua coordenação do programa nesta instituição.

Agradeço às Professoras Drª. Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa e Drª. Neuza Teramon, pela aceitação, apreço e disponibilidade por participarem desta banca em meio a tantos compromissos.

Aos colegas da turma, por suas amizades e apoios que sempre me proporcionaram nos grupos de estudos, risadas e incentivo nas horas difíceis.

Finalmente aos membros da Banca Examinadora, pela avaliação e contribuições enriquecedoras as quais levarei para toda vida.

*"Eppur si muove!"*

**Galileu Galilei**

MARTINS, ADENILSON. **A Resolução de Problemas em sala de aula e o Tratado das Máquinas Simples de Galileu Galilei.** 105 f. Trabalho de Conclusão de Curso Mestrado Profissional no Ensino da Matemática (PROFMAT) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2019.


## RESUMO

Este trabalho tem o objetivo de reportar uma investigação empreendida por meio de uma atividade, possível de ser realizada em sala de aula, elaborada a partir da História da Matemática aliada à metodologia da Resolução de Problemas. A metodologia aplicada foi a bibliográfica. Foi realizado um estudo do *Tratado das Máquinas Simples*, de Galileu Galilei, com um enfoque na construção e na utilização de máquinas simples, em especial, o “parafuso”. Para implementar a atividade, criou-se uma situação-problema, seguindo os passos propostos por Onuchic (2012), cujo pano de fundo era desenvolver a aplicação do “parafuso”, associado ao ensino de razões, proporções e semelhanças de triângulos. Os resultados evidenciaram que trazer para a sala de aula a História da Matemática é uma caminho muito promissor, pois possibilita mostrar aos alunos que existe uma conexão entre aquilo que se aprende na escola e os desafios enfrentados pelos homens ao longo da vida, muito embora a maioria dos professores ainda se prenda a fatos históricos ou tão somente ao conteúdos matemáticos da sequência contida em grande parte dos livros didáticos. Despertou-se a curiosidade dos alunos, que se mostraram motivados para aprender, por meio de uma experiência nova e desafiante, que lhes deu liberdade para efetivar a construção do seu próprio conhecimento matemático.



**Palavras-chave:** Galileu. História da Matemática. Máquinas. Resolução de Problemas. Educação Matemática.

MARTINS, ADENILSON. **Classroom Problem Solving and the Galileo Galilei Simple Machines Treaty**. Total number of sheets 105. Course Conclusion Work Professional Master in Mathematics Teaching (PROFMAT) - Londrina State University, Londrina, 2019.


## ABSTRACT

This work aims to report an investigation undertaken through an activity, possible to be carried out in the classroom, elaborated from the History of Mathematics combined with the Problem Solving methodology. The applied methodology was bibliographic. A study of Galileo Galilei's Treaty of Simple Machines was carried out, with a focus on the construction and use of simple machines, in particular, the "screw". To implement the activity, a problem situation was created, following the steps proposed by Onuchic (2012), whose background was to develop the application of the "screw", associated with the teaching of reasons, proportions and similarities of triangles. The results showed that bringing the History of Mathematics to the classroom is a very promising path, as it makes it possible to show students that there is a connection between what is learned at school and the challenges faced by men throughout life, even though most teachers still stick to historical facts or just to the mathematical content of the sequence contained in most textbooks. The students' curiosity was aroused, who were motivated to learn, through a new and challenging experience, which gave them the freedom to effectively build their own mathematical knowledge.



**Keywords:** Galileo. History of Mathematics. Machines. Problem Solving. Mathematics Education.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

# LISTA DE TABELAS

## LISTA DE ABREVIATURAS

BBC - Corporação Britânica de Radiodifusão

BNCC - Base Nacional Comum Curricular

CELEM - Centros de Línguas Estrangeiras Modernas

IFPA - Instituto Federal do Pará

INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

NCTM - Conselho Nacional dos Professores de Matemática (USA)

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

PIBID - Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência

PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

SAEB - Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica

UNIFESP - Universidade Federal de São Paulo

**SUMÁRIO**

# INTRODUÇÃO

Dados divulgados no *site* do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), através do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB-2017), apontam que, no 5.° ano do Ensino Fundamental, apenas 15,52% dos alunos demonstravam conhecimento adequado em Matemática. Números ainda mais expressivos no 9.° ano do Ensino Fundamental e no 3.° ano do Ensino Médio, já que apenas 4,5% dos alunos obtiveram um conhecimento suficiente para sua seriação. Segundo esse mesmo levantamento, traduzir esses números significa dizer que a maioria dos estudantes é incapaz de resolver as quatro operações básicas dos números naturais ou reconhecer gráficos a partir de valores fornecidos em um texto. Mozart[1] (*apud* FAJARD; FOREQUE, 2018, p.1) justifica essa situação, argumentando que o Brasil vem aumentando o nível de escolaridade mas, não, o nível de aprendizagem de sua população.

Assim, ao analisar os dados sobre a aprendizagem no Brasil, foi possível constatar que a Matemática, ensinada em sala de aula – mecanizada, repetitiva, distorcendo o conhecimento construído, distante do cotidiano – se revela causa do desinteresse dos alunos. Como afirma D'Ambrosio (2013, p.20): "Não ocorrerá a ninguém 'desconfiar' que essa Matemática talvez esteja excluindo cidadãos de muito sucesso na vida e nas suas carreiras profissionais porque ela é obsoleta, desinteressante e inútil?". Portanto, para reverter essa realidade, Santos e Moita (2009, p. 02) indicam que "a contextualização dos conhecimentos ajuda os alunos a torná-los mais significativos estabelecendo relações com suas vivências cotidianas e atribuindo-lhes sentido".

Sendo assim, para que exista um diálogo entre o conhecimento matemático e a construção desse conhecimento, de tal forma que o aluno seja capaz de atribuir um significado aos conteúdos estudados em sala de aula, é necessário valer-se da história da Matemática, pois, segundo Viana e Silva (2007, p.06), "a partir do momento que se conhece a História da Matemática, as aulas ficam mais interessantes e com aprendizado de qualidade". Cumpre esclarecer aos alunos que a Matemática foi sendo construída, por muitas gerações, ao longo dos séculos, e, portanto há uma relação entre a teoria matemática e sua aplicabilidade no cotidiano. Viana e Silva (2007, p.3)

---

[1] Diretor do Instituto Ayrton Senna.

reiteram que “o conhecimento da História da Matemática possibilita perceber que as teorias que hoje aparecem acabadas e elegantes resultaram de desafios que os matemáticos enfrentaram e que foram desenvolvidas com grande esforço”. Da mesma forma, a metodologia da “Resolução de Problemas” pode ser uma grande aliada no processo de ensino da Matemática em sala de aula, pois pode levar os alunos à independência intelectual, ou seja, ao desenvolvimento da capacidade de pensar e criar suas próprias estratégias de resolução, que antes não tinham. Complementa Dante (2003, p. 20), afirmando que, ao aplicar a Resolução de Problemas como método didático para ensinar Matemática em sala de aula, “o professor estará contribuindo ativamente para que o aluno conquiste sua independência intelectual, para ter autonomia em problematizar situações cotidianas e buscar possíveis soluções”.

Tanto o uso da História da Matemática como a Resolução de Problemas são contemplados nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino Fundamental, nas páginas 34 e 42 respectivamente, pois são “metodologias de ensino facilitadoras do ensino e aprendizagem” (BRASIL, 1997, p.34 e 42).

Do mesmo modo, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017, p.298) indica que “é importante incluir a História da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática”, assim como também a Resolução de Problemas, pois (BRASIL, 2017, p.299) “é importante que os alunos reelaborem os problemas propostos após os terem resolvido. Por esse motivo, nas diversas habilidades relativas à resolução de problemas, consta também a elaboração de problemas”.

Isso posto, esta pesquisa apresenta alternativas de como alguns conteúdos matemáticos podem ser trabalhados em sala de aula, estabelecendo uma relação entre a História da Matemática e a Resolução de Problemas.

Para tanto, elegemos o “Tratado sobre Máquinas Simples”, de Galileu, como tema. Essa escolha acontece não somente pelo fato de esse tratado revelar por que e para que grande parte das máquinas simples vêm sendo utilizadas até então, mas também por elas terem sido motivo e motivação de estudo de célebres matemáticos, como Arquimedes, Galileu, Descartes e Merssene. Ao longo da história, as descobertas em torno das máquinas simples aconteceram geralmente para resolver algum problema do cotidiano, para solucionar questões que os povos enfrentavam, o que nos leva a inferir que suas descobertas e suas criações quase se confundem com o desenvolvimento da sociedade. Galileu, ao matematizar as questões envolvidas no funcionamento, na aplicação e na construção das máquinas simples, nos indica que é possível não apenas utlizá-las para facilitar a vida dos seres humanos, como também para desenvolver o ensino e a aprendizagem de Matemática, utilizando a Matemática envolvida em cada uma dessas máquinas. Neste estudo, escolhemos, dentre essas máquinas, o "Parafuso", pois nos permite: utilizar o princípio do plano inclinado; explorar sua capacidade de multiplicar as forças presentes ao elevar água ou grãos pelo seu verme[2]; [2]averiguar a riqueza de detalhes matemáticos escritos por Galileu dentro do tratado; e, pela sua simplicidade, possibilitar seu manuseio em sala de aula. Trataremos da parte do Tratado, de Galileu, acerca do Parafuso, mais adiante.

Para a concretização deste estudo, foi proposta uma atividade que resgata a História da Matemática – Tratado das Máquinas Simples, de Galilieu –, por meio da metodologia de Resolução de Problemas, a ser aplicada, numa sala de aula de um colégio público no interior do Paraná. Esse colégio funciona com os ensinos Fundamental II e Médio.

Os objetivos desta pesquisa são:

- Ampliar o conhecimento sobre o estudo da teoria do "Tratado da Máquina Simples, de Galileu".
- Discutir a relação entre as máquinas simples e os conceitos matemáticos envolvidos em sua construção, bem como a relação desses conceitos com as multiplicações das forças.
- Valorizar o uso da História da Matemática e da metodologia de Resolução de Problemas em sala de aula.
- Caracterizar o funcionamento do Parafuso, a Matemática envolvida e sua aplicação na resolução dos problemas propostos.

Assim, o primeiro capítulo vai tratar da História da Matemática em sala de aula. Para isso foram foram revistas as pesquisas já existentes sobre o tema e foram aplicados questionários físico e *online* aos professores dos supracitados níveis de ensino com a intenção de fazer um um breve levantamento de dados. Observamos nos resultados que, de modo geral, o uso da História da Matemática em sala de aula

---

[2] Linha helicoidal que forma a rosca do parafuso.

está limitado a fatos relacionados a datas e nomes de matemáticos renomados, em detrimento de um recurso metodológico para favorecer a aprendizagem do aluno e o interesse pela disciplina.

O segundo capítulo será voltado aos estudos sobre a vida de Galileu Galilei, sua teoria sobre o Tratado das Máquinas Simples e a difusão, segundo Mariconda (2008), que Galileu conseguiu entre seus contemporâneos, destacando Mersenne e Descartes. Ainda neste capítulo, será detalhada a construção das máquinas simples apresentadas por Galileu, ressaltando como ele as elaborou, como é seu funcionamento e qual a justificativa do porquê acontecer a multiplicação das forças em dois campos: as máquinas ligadas ao plano inclinado e a Balança Romana, onde se destacam os ganhos de força no Parafuso. Esse princípio foi enfatizado durante a aplicação da atividade em sala de aula para a resolução do problema proposto. O capítulo ainda apresentará duas formas diferentes de construir um parafuso, uma das máquinas simples propostas por Galileu, a destacar: a primeira, utilizando o *Kit* Atto (um material composto de seis mil peças de Lego capazes de montar um Parafuso em perfeito funcionamento pelos seus encaixes, mangueiras e roldanas); e a segunda, fazendo uso de madeira reaproveitada, cabo de vassoura, tampa de garrafas pet, arames, pregos entre outros materiais.

O terceiro capítulo discutirá os aspectos metodológicos utilizados durante a pesquisa, em especial a Resolução de Problemas, empregada em sala de aula.

O quarto capítulo trará a proposta de um plano de aula que contemplou a utilização de uma réplica das máquinas simples de Galileu, o parafuso, construído a partir de materiais reciclados; associado a um roteiro de atividade, baseado na metodologia da Resolução de Problemas, seguindo os passos de Onuchic (2012).

Já o quinto capítulo fará uma análise dos resultados da aplicação desta proposta, executada por um grupo de 13 alunos do 1.°C de um colégio estadual no interior do estado do Paraná, o único colégio estadual do município, e o único a ofertar os Ensinos Fundamental II e Médio. A escola possui 22 turmas de ensino regular, 2 turmas de Centros de Línguas Estrangeiras Modernas (CELEM), 2 turmas de SRM- Salas de Recursos Multifuncionais e 2 turmas de Sala de Apoio. Para atender a demanda de um total de 568 alunos, conta com 47 professores (incluso, direção e equipe pedagógica), 01 sala de recurso, 01 sala de informática, 01 sala de línguas estrangeiras, 01 sala de arte, 01 sala de multimídias, 01 sala de Química e Física e 11 salas de aula. Vale ressaltar que foi nesta escola que concluímos a maior parte da nossa formação básica, desde os anos iniciais até o Ensino Médio, até, por isso, a autorização e a receptividade foram as melhores possíveis. Desde o primeiro contato, o projeto foi aceito pela professora da turma, pela coordenação, pela direção e pelos pais de alunos.

Por fim, como conclusão, será explicitada a trajetória do estudo e elencadas as considerações dos professores sobre a importância de a História da Matemática estar presente na sala de aula, sempre como recurso metodológico, para introduzir os conteúdos ou mesmo para despertar a curiosidade dos alunos.

Em suma, a utilização do Tratado das Máquinas Simples, de Galileu Galilei, que tem a capacidade de enriquecer o ensino de diversas áreas da Matemática, a destacar: razão, proporção e semelhança de triângulos, trouxe bons resultados, pois favoreceu a participação dos alunos e do número de acertos, despertou a curiosidade e suscitou vários debates entre os grupos. A associação da História da Matemática com a Resolução de Problemas revelou-se como uma relação muito bem-vinda.

# 1 A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM SALA SE AULA

Compartilhar com os alunos os conhecimentos matemáticos produzidos pela humanidade deveria ter um papel fundamental no ensino da Matemática, como disciplina escolar, pois, como afirmam Starepravo *et al.(*2004, p.19), “enquanto o trabalho com a matemática continuar privilegiando o ensino de fórmulas e de técnicas que serão usados posteriormente para resolver os exercícios propostos, a escola não passará de uma instituição transmissora de informações”. Assim, a maneira como o conhecimento construído ao longo do tempo é apresentado aos alunos, distanciando-se dos antigos métodos usados em sala de aula, poderia ser um caminho para tentar reverter os dados revelados no SAEB 2017, citados anteriormente.

Segundo Santos, França e Santos (2007), o ensino da Matemática enfrenta diversos problemas, e o principal deles é que a disciplina é considerada por alunos, pais e professores como de difícil entendimento e assimilação. Vitti (1999, p.19) corrobora essa visão, afirmando que “as dificuldades que os alunos apresentam em relação a essa disciplina não é um fato novo”. Segundo Miguel e Miorim (2011, *apud* LOPES; FERREIRA, 2013), essa rejeição à Matemática está em grande parte associada à falta da História da Matemática em sala de aula, isso porque, se os alunos tivessem um embasamento histórico para auxiliar na construção do conhecimento matemático, certamente teriam menos dificuldade para apreender a disciplina. A falta dos conhecimentos históricos descaracteriza o surgimento da Matemática e a retira do contexto social e político nos quais aconteceram. Moreno e Dias (2016) entendem que a ausência dos fatos históricos em sala de aula pode ter ocorrido por diversos motivos, tais como: a desmotivação do professor com o ensino, a falta da disciplina “História da Matemática” na formação dos professores, os baixos salários que acarretam um tempo escasso para preparação de aula.

Desse modo, a História da Matemática, apresentada como uma proposta metodológica, faz-se interessante por ter a capacidade de desenvolver nos alunos a curiosidade e possibilitar a eles conhecerem a Matemática como uma ciência em constante evolução. Para Silva (2017), o professor deve pautar-se na criatividade, na inovação e na reconstrução do processo pedagógico. Uma vez que, como pontuam Lopes e Ferreira (2013, p. 87), “quando conhecem a origem e evolução de determinado conteúdo e suas peculiaridades, os alunos são motivados a estudá-lo e até mesmo, a comparar os processos matemáticos do passado e do presente".

O estudo teórico deste trabalho se iniciou buscando analisar e compreender, através de uma revisão narrativa, trabalhos, pesquisas e discussões já realizadas sobre a utilização da História da Matemática, apresentados em eventos e congressos sobre o tema. Vários estudos vêm sendo desenvolvidos com o propósito de entender por que os professores de Matemática não se sentem preparados para utilizar a História da Matemática em suas aulas e quais seriam as possibilidades de mudar esse cenário. Assim, este estudo fundamenta-se, teoricamente, em: Evangelista, Lima e Jucá (2011); Gomes e Medeiros (2011); Santos e Barbosa (2014) e Silva (2017), e nos PCN (BRASIL, 1997, 1998).

Há três aproximações entre História e Matemática, quais sejam: a História da Matemática, a História da Educação Matemática e a História na Educação Matemática.

Assim, como esclarecem Garnica e Souza (2012), a História da Matemática, nessa versão escolar mais antiga, é a parte dos estudos históricos que tratam exclusivamente de fatos, feitos, nomes e datas que auxiliaram no desenvolvimento da Matemática, voltados quase que exclusivamente ao estudo e à descrição da história.

A História da Educação Matemática tem como objetivo estudar e descrever os eventos das práticas educativas que contribuíram para a Educação Matemática em qualquer contexto da atividade humana, em especial nos acontecimentos no contexto escolar. Assim, a História da Educação Matemática pretende reunir e detalhar os fatos históricos que contribuíram no processo de ensino e aprendizagem de Matemática sejam eles no contexto social ou no escolar, como destacam Garnica e Souza (2012, p.27): "a História da Educação Matemática visa a compreender as alterações e permanências nas práticas relativas ao ensino e aprendizagem de matemática".

Já, segundo Miguel (2014, *apud* ZANDOMENIGHI;, MENEZES 2016, p.163), a terceira aproximação entre História e Matemática é a História na Educação Matemática, que não tem entre seus objetivos uma função historiográfica ou cronológica de como aconteceram os processos históricos, mas sim, referenciar o uso dos estudos referentes às duas primeiras, para trazer contribuições das duas áreas para dentro do contexto da aprendizagem da Matemática. Portanto, procura fundamentar ações tanto didáticas quanto pedagógicas que possam ser aplicadas no contexto escolar. Para Zandomenighi e Menezes (2016), o propósito é auxiliar no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, aproximando o aluno da realidade do quando (História da Matemática) e do como (História da Educação Matemática) tais conteúdos foram se desenvolvendo.

É perceptível que, tal como em um toda ciência, há também uma história por trás do desenvolvimento da Matemática. A Matemática não surgiu de forma pronta e acabada, foi necessário muito esforço humano para chegar até aqui.

> O conhecimento da História da Matemática possibilita perceber que as teorias que hoje aparecem acabadas e elegantes resultam de desafios que os matemáticos enfrentaram e que foram desenvolvidas com grande esforço, quase sempre, numa ordem bem diferente daquele em que são apresentadas após o processo de formalização. (VIANA; SILVA, 2007, p. 03)

A terceira aproximação entre História e Educação Matemática é a mais complexa entre as três, pois seu uso como metodologia de ensino depende de bases teóricas sólidas em História da Matemática, já que, nesta linha de pensamento, o aluno deve passar (ou pelo menos se aproximar) pelo mesmo processo que determinados povos passaram, ao desenvolver o conteúdo que o aluno está estudando. Contudo, essa base sólida necessária para utilizar a História da Matemática como metodologia de ensino é o que falta aos professores em sala de aula. Mendes (2010) afirma que, quando um professor tem bases sólidas em História da Matemática, pode ampliar seu próprio conhecimento acerca dos conteúdos estudados e, assim favorecer o aprendizado de Matemática aos alunos, mostrando-lhes o seu desenvolvimento histórico.

Nesse sentido. o estudo realizado por Silva (2017) revelou, ao aplicar um questionário à turma de especialização em Matemática de uma instituição federal do estado de Minas Gerais, que 86,7% dos professores dessa especialização afirmaram utilizar a História da Matemática em sala de aula e 100% dos professores, quando questionados sobre a importância da História da Matemática, reafirmaram sua importância. Esses mesmos profissionais, ao serem questionados sobre quais seriam as dificuldades encontradas em fazer uso da História da Matemática em sala de aula como metodologia de ensino, 13,3% indicaram não se sentirem seguros para fazer uso de tal abordagem, e dentre os motivos, a falta de formação foi a mais citada.

Outro estudo relevante é o dos pesquisadores Evangelista, Lima e Jucá (2011), quando aplicaram um questionário a 40 professores de Matemática de todos os níveis de ensinos (Fundamental I e II, Médio e Superior) e com diferentes níveis de formação acadêmica. Como observado nos números a seguir, quanto à utilização da História da Matemática em sala de aula, os resultados foram ainda mais expressivos:

I. Dentre os professores pesquisados, 57,5% alegaram não ter cursado em sua formação a disciplina de História da Matemática.
II. Dos professores formados entre as décadas de 1960 e 1970, 100% não utilizavam a História da Matemática em sala de aula. Já os professores formados na década de 1980, 50% disseram utilizar a História da Matemática em suas aulas. Por fim, dos formados na década de 2000, 82,3% utilizavam a História da Matemática. Apesar do número elevado de professores formados nas últimas décadas que afirmaram utilizar a História da Matemática em suas aulas, o resultado não se revela muito satisfatório, uma vez que, segundo Evangelista, Lima e Jucá (2011, p.7), “82,5% dos professores afirmaram utilizá-la em sala de aula a título de curiosidade ou motivação”.
III. Em relação ao como a História da Matemática era utilizada em sala de aula, o resultado foi: 65% usam o livro didático; 25%, a internet; 7,5%, os vídeos; 5%, os livros paradidáticos;e 20% não utilizavam a História da Matemática.
IV. Por outro lado, essa pesquisa revelou que 65% dos professores se limitavam ao livro didático como fonte de pesquisa sobre a História da Matemática, 20% disseram usar livros de história em suas aulas como fonte, por exemplo.
V. Quanto à existência ou não de obstáculos para o uso da História da Matemática em suas aulas, o estudo indicou que 60% consideravam não existirem obstáculos, ao passo que os demais, 40% informaram encontrar obstáculos, tais como: “o tempo de aula”, “o tempo escasso para preparação” e “a formação do professor”.

Diante da afirmação de que 65% dos professores participantes desse estudo terem se utilizado apenas a História da Matemática contida nos livros didáticos, os pesquisadores sentiram a necessidade de verificar como a História da Matemática estava presente nestes livros.

Vianna (1995), quando citado por Santos e Barbosa (2014), concluiu que em menos de 6% dos livros pesquisados havia a presença de História da Matemática. A fim de verificar se esse número se mantinha, Santos e Barbosa (2014) empreenderam nova pesquisa e encontraram, então, 10% de aparições da História da Matemática em uma coleção mais atual, não comparando os tamanhos das amostras. Portanto, é possível concluir que, mesmo tendo passado quase 20 anos entre ambas as enquetes e com recomendações para a inclusão da História da Matemática como metodologia de ensino, esses números quase não avançaram, pois o aumento foi de 6% para 10%.

Ao contrário da visão dos professores que responderam ao questionamento supracitado, Silva (2017) destaca que a História da Matemática pode ser usada de diversas formas e com os mais variados objetivos, sendo capaz de criar novas estratégias, ao pautar-se na criatividade, na inovação e na reconstrução das práticas pedagógicas. Ratificam essa visão Gasperi e Pacheco (2016, p.03), ao dizerem que "a História da Matemática [...], pode ser apresentada de forma lúdica com problemas curiosos, [...], como fonte de pesquisa e conhecimento geral, como introdução de conteúdo [...], e trabalho em equipe". Mesmo existindo diversas formas de aproximação entre História e Matemática, os professores ainda não se sentem preparados e confortáveis para utilizá-la como metodologia. Muito provavelmente a causa esteja na deficiente formação universitária recebida pelos professores e, até mesmo, por alguns escritores de livros didáticos.

> Todos nós sabemos que, durante a sua formação, os futuros professores de matemática recebem quantidades substanciais de informações relativas às matemáticas chamadas superiores. Por outro lado, recebem pouca ou nenhuma informação histórica sobre as origens e o desenvolvimento das teorias que estudam ou sobre as motivações externas e internas que guiaram a criação e o desenvolvimento dessas teorias. (MIGUEL; BRITO, 2010, p. 03)

Todavia, esse não é um problema exclusivamente brasileiro, já que uma pesquisa realizada na cidade de Gênova, na Itália, indicou que:

> [...] de acordo com dados obtidos num estudo com 360 professores de 41 escolas, os professores consideram importante o uso da História da Matemática na sala de aula, porém estes mesmos professores declaram que eles não lançam mão deste recurso. Siu, neste mesmo artigo, nos fornece dados obtidos de 608 respondentes, todos eles professores de matemática em formação ou em formação continuada que apontam pelo menos 15 razões para eles não usarem a História da Matemática em suas aulas. Algumas destas razões apontadas gozam de mais unanimidade e, já outras, de menos. Aqui iremos focalizar apenas duas delas: 1. Falta de material adequado (citado por 64.47% dos respondentes). 2. Falta de formação adequada (citado por 82.89% dos respondentes). (SIU, 2004/2007 *apud* GOMES; MEDEIROS, 2011, p. 18)

Um ponto a ser considerado é que muitas vezes as práticas utilizadas pelos professores, ao trabalhar o conteúdo da História da Matemática como recurso metodológico de ensino, são feitas sem aproximar o quando e o como tal conhecimento aconteceu. Miguel (2007, *apud* GASPERI; PACHECO, 2016, p.08) enfatizam que, para fazer o uso correto da História da Matemática como metodologia, cumpre ao professor revelar a Matemática como uma construção humana, levando os alunos a encará-la como fruto da necessidade do homem e, assim sendo. a mesma História da Matemática agirá como metodologia de ensino.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998, p. 42), na mesma direção, indicam a relevância da inclusão, nas aulas, da História da Matemática como recurso metodológico:

> A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento.

Assim, analisando os dados encontrados por Evangelista, Lima e Jucá (2011) nos itens I e II, já mencionados, podemos concluir que o uso da História da Matemática em sala de aula não se restringe ao ensino da Matemática, mas engloba:

> A evolução da matemática no processo sociocultural de construção humana; o processo construtivista como a ação humana que leva à aprendizagem; a semelhança entre o processo histórico e aprendizagem das crianças; a álgebra como processo geométrico e a importância da geometria na fundamentação matemática; os problemas motivadores para construção da matemática e como tais problemas levaram ao desenvolvimento de diferentes áreas da matemática; a compreensão de soluções alternativas para problemas que são triviais quando se utiliza a matemática moderna; e a evolução do rigor lógico e de provas matemáticas. (D'AMBROSIO, 2007, p.400)

A Matemática pode ser ensinada de forma contextualizada à sua História, permitindo ao aluno enxergar quais os processos e as dificuldades que os seus autores passaram ao longo de seus estudos, as necessidades que os levaram a tais descobertas. E, então, o aluno poderá perceber que muitas dessas etapas e dificuldades são semelhantes às que ele vive ao construir seu próprio conhecimento. Ele será capaz de captar que a Matemática vai além de um ensino mecanizado e repetitivo, repleto de decorações, memorizações e fórmulas. Ou seja, ao passar por esse processo, ele estará apto a produzir suas próprias estratégias.

Os dados apresentados por Silva (2017) nos revelam que, em 86,7% das salas de aula, a utilização da História da Matemática está presente. Segundo Vianna (2000, *apud* EVANGELISTA; LIMA; JUCÁ, 2011), muitas vezes a História da Matemática vem sendo usada como recurso, de forma a atrair os olhares dos alunos, enquanto em outras poucas vezes como metodologia de ensino. Todavia o que quase sempre dificulta o uso da História da Matemática em suas mais diversas formas é a inexistência ou a ineficiência da formação acadêmica de muitos professores nesta área, ora pela falta desta disciplina na formação acadêmica, ora pela forma que esta disciplina foi trabalhada na formação acadêmica e continuada deles.

Logo vale destacar a justificativa usada por Miguel (1993) sobre a necessidade de aproximar História da Matemática como recurso pedagógico:

> Uma utilização adequada da história, desde que associada a um conhecimento atualizado da matemática e de suas aplicações, poderia levar o estudante a perceber: (1) que a matemática é uma criação humana; (2) as razões pelas quais as pessoas fazem matemática; (3) as conexões existentes entre matemática e filosofia, matemática e religião, matemática e o mundo físico e matemática e Lógica; (4) que necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas frequentemente servem de estímulo ao desenvolvimento de ideias matemáticas; (5) que a curiosidade estritamente intelectual, isto é, que aquele tipo de conhecimento que se produz tendo como base a questão “O que aconteceria se...?”, pode levar à generalização e extensão de ideias e teorias; (6) que as percepções que os matemáticos têm do próprio objeto da matemática mudam e se desenvolvem ao longo do tempo; (7) a natureza e o papel desempenhado pela abstração e generalização da história do pensamento matemático; (8) a natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova. (MIGUEL, 1993, p.76)

A despeito de muito ter sido escrito e, consequentemente, discutido sobre a relevância da História da Matemática como metodologia de ensino, ainda pouco tem sido feito para concretizar, de fato, essa ideia. E Evangelista, Lima e Jucá (2011) destacam dois pontos que dificultam sua inclusão de forma eficiente: primeiro, o número de professores (65%) que deixam as suas aulas presas aos livros didáticos, isso porque, embora esses livros abordem a História da Matemática quase sempre o fazem em caráter ilustrativo e historiográfico; e o segundo, o número de professores (57,5%) que não tiveram, em sua formação acadêmica ou continuada, a disciplina de História da Matemática.

Com a intenção de conhecer o uso da História da Matemática como metodologia de ensino em sala de aula no estado do Paraná e confrontar com o que até então foi aqui discutido, foi aplicado um questionário – físico ou *online* – a alguns professores dos diferentes níveis de ensino. Participaram 28 professores, entre os dias 14 a 19 de junho de 2019.

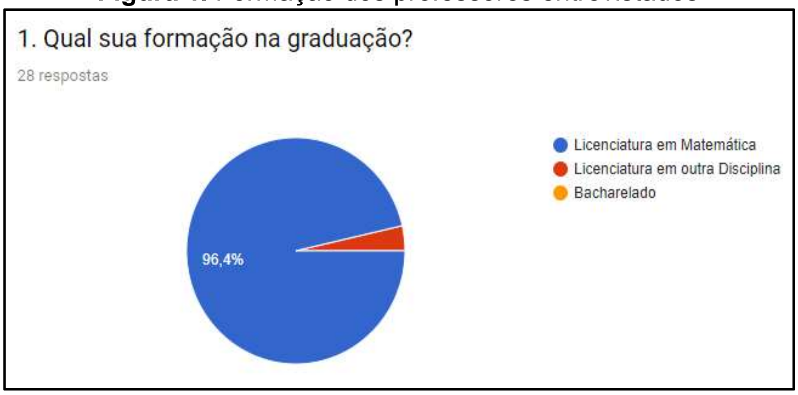
Do questionário constavam as seguintes perguntas

1. Qual sua formação na graduação?
2. Quanto tempo leciona Matemática?
3. Para quem você leciona?
4. Por que você escolheu ser professor de Matemática?
5. Em sua opinião, atualmente, quais as principais dificuldades dos alunos em relação à Matemática?
6. Durante sua formação inicial (graduação), você cursou a disciplina “História da Matemática”? Caso tenha respondido a questão anterior como sim, essa disciplina contribui para o seu desempenho atual como professor?
7. Você já participou de alguma atividade de formação continuada, cujo foco tenha sido a História da Matemática? Caso tenha respondido a questão anterior sim, poderia descrevê-la?
8. Você utiliza História da Matemática em sala de aula? Se sim, explique como.
9. Os livros didáticos que você utiliza trazem alguma informação sobre História da Matemática? Você acha que é importante esse tipo de informação?
10. Você considera importante o uso de História da Matemática na sala de aula?
11. Você tem dificuldade em utilizar História da Matemática em sala de aula?

Os resultados revelaram que: 96,4% eram formados em Matemática (Figura 1); 50% lecionavam há mais de 10 anos e 25% entre 5 e 10 anos (Figura 2); 46,4% lecionavam no Ensino Fundamental, mesma porcentagem no Ensino Médio, enquanto o restante, 7,2%, lecionava no Ensino Superior.

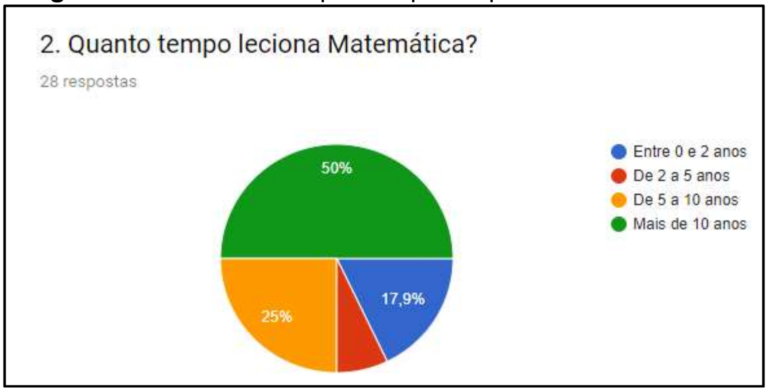
.

**Figura 1.** Formação dos professores entrevistados




**Fonte:** Próprio Autor

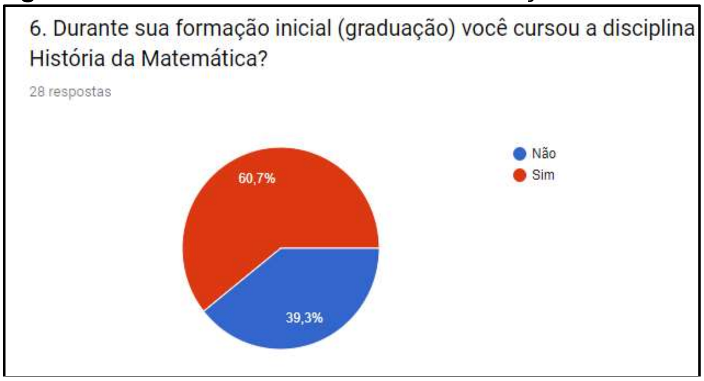
**Figura 2.** Gráfico do tempo em que os professores lecionam




**Fonte:** Próprio Autor

Quanto a terem cursado a disciplina de História da Matemática em sua formação acadêmica, o resultado foi:60,7% responderam que sim (Figura 3), e desses, 60,7%, quando questionados se esta disciplina contribuiu para o seu desempenho como professor, quase 100% respondeu que sim.

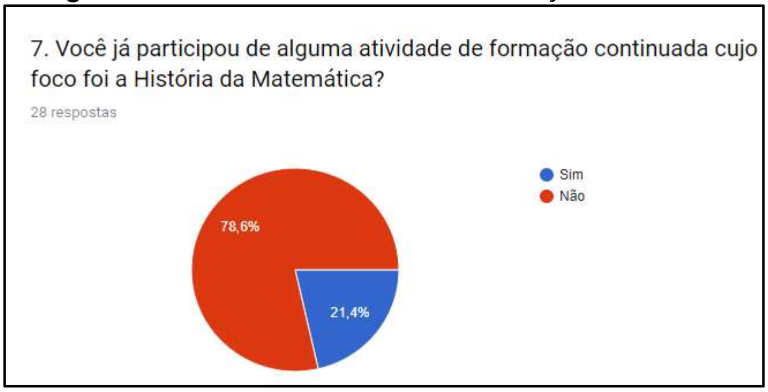
**Figura 3.** A História da Matemática na formação acadêmica




**Fonte**: Próprio Autor

Em relação ao aparecimento de História de Matemática na formação continuada 78,6% disseram ter tido acesso, entre esses que responderam quando questionados de que forma aconteceram, os principais registros foram palestras, PROFMAT e cursos *online*.

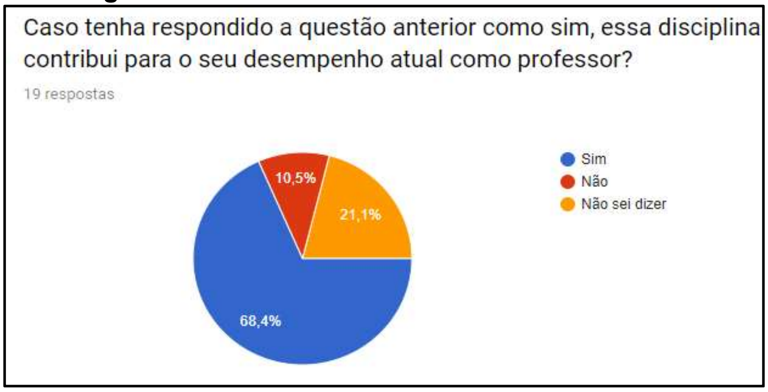
**Figura 4.** História da Matemática na formação continuada




**Fonte:** Próprio Autor

Os números apresentados pelas respostas dos professores que tiveram acesso a alguma formação continuada envolvendo a História da Matemática, em muito se aproximaram aos professores que cursaram esta disciplina durante a graduação, conforme os valores apresentados na Figura 5.

**Figura 5**. A História da Matemática em sala de aula




**Fonte:** Próprio Autor

Os professores, quando questionados "se fazem uso da História da Matemática em sala de aula", aproximadamente 90% responderam que sim. Já quando questionados "de que forma eles a utilizam", observamos uma aproximação com os números revelados pelos estudos anteriores de Silva (2017) e Evangelista, Lima e Jucá (2011), ou seja, cerca de 62% utilizavam a História da Matemática apenas como introdução de conteúdo ou para relembrar fatos e nomes.

Finalmente mais de 37% disseram utilizar a História da Matemática como metodologia de ensino, criando estratégias metodológicas e didáticas a partir dela em sala de aula.

Como a maioria dos professores indicou, a História da Matemática utilizada em sala de aula é apenas aquela contida no livro didático. Ao questioná-los como esse fato tem sido apresentado no livro didático e com que frequência, obtivemos que, cerca de 58% dos livros não trazem nenhuma História da Matemática ou a trazem de forma insuficiente para ser considerada metodologia, ou quase sempre, de forma geral, ela aparece como introdução de conteúdo. Além desses fatores que dificultam o uso da História da Matemática, constatamos que quase 42% dos professores que responderam ao questionário disseram ter alguma dificuldade ao utilizar a História da Matemática.

Para Zuniga (1990, *apud* BATISTA; LUCCAS, 2004, p.102), "a História da Matemática é fonte de riqueza metodológica e epistemológica, pois a natureza matemática e sua história possuem um vasto campo de experimentações, por meio dos quais é possível fazer grandes e importantes reflexões". Todavia, o modo como a História da Matemática vem sendo trabalhada nos livros didáticos e em grande parte das salas de aula nada acrescenta, pois parece que não há mais nada a ser descoberto ou inventado, ao tratar de determinados assuntos com fórmulas prontas e acabadas, apesar de o desenvolvimento da Matemática sempre ter acontecido dentro de um processo dinâmico e em constante desenvolvimento.

> Não há muita dúvida de que as dificuldades que os grandes matemáticos encontraram são precisamente os tropeços que os estudantes experimentam e de que nenhum esforço para eliminá-los com verbosidade lógica pode ser bem sucedido [...] os estudantes terão que dominar essas dificuldades da mesma maneira com que os matemáticos o fizeram, acostumando-se gradativamente aos novos conceitos, trabalhando com eles e aproveitando-se de todo apoio intuitivo que o professor possa reunir (KLEIN, 1945 *apud* MIGUEL,1993, p.50)

Para caracterizar aos alunos a História da Matemática como uma criação humana e em constante evolução, Lara (2013, p.02) indica que a História na Educação Matemática desempenha esse papel e "possibilitará ao estudante investigar sobre o sujeito, como ele foi atravessado por relações de poder e de luta, para compreender de que forma um conhecimento e outro não foi gerado", e, portanto, tentar desassociar a Matemática das outras áreas do saber é um erro grave, Uma vez que

> a participação da história dos conteúdos matemáticos como recurso didático é imprescindível. O desenvolvimento histórico não só serve como elemento de motivação, mas também como fato de melhor esclarecimento do sentido dos conceitos e das teorias estudadas. Não se trata de fazer uma referência de duas linhas ao iniciar um capítulo, mas de realmente usar a ordem histórica da construção matemática para facilitar uma melhor assimilação durante a reconstrução teórica [...]. A história deveria servir, então, como o instrumento mais adequado para a estruturação do delineamento mesmo da exposição dos conceitos. (ZÚÑIGA, 1988, p. 34 *apud* MIGUEL, 1993, p.74)

Este trabalho apresentou os pontos favoráveis à utilização da História da Matemática como recurso didático, sendo a terceira aproximação entre História e Matemática, não o coloca como uma oposição ou mesmo uma negativa aos trabalhos rotineiros apresentados em sala de aula, nos quais há enfoque de outras metodologias, já que cada metodologia possui seus objetivos específicos, além de pontos positivos dentro do processo de ensino e aprendizagem, mas podemos ressaltar que:

> A História da Matemática não deve fazer parte das aulas como coadjuvante, por meio da narração de fatos isolados, mas deve sugerir caminhos para a problematização em forma de atividades que visem à construção de conceitos por parte dos alunos. É importante que os professores tenham a oportunidade de elaborar atividades com esta história e de utilizá-la em suas aulas, pois, nesse processo pressupõe a articulação entre pesquisa e ensino, teoria e prática, os docentes se percebem produtores de novos conhecimentos e a história da matemática assume plenamente seu potencial de formação. (BRITO, 2007, p.15)

Os estudos bibliográficos e de campo nos revelaram que a aproximação entre História e Matemática presente em sala de aula se apresenta mais vinculada à História da Matemática. Entendemos que a História na Educação Matemática, como se caracteriza também pela confluência da História da Matemática e da Resolução de problemas, configura-se como adequada para a sala de aula de Matemática, uma vez que propicia aos alunos o conhecimento de não apenas como ou quando um fato histórico aconteceu, mas, ao menos parcialmente, como ele poderia participar do mesmo processo que o autor de tais descobertas vivenciou. Considerando nosso caso particular – os trabalhos de Galileu Galilei –, ao desenvolver tais estudos de uma de suas máquinas e com materiais adequados para recriar, os alunos têm a oportunidade de manuseá-la e ver na prática as aplicações matemáticas envolvidas nesse processo.

O próximo capítulo será dedicado aos estudos sobre a vida de Galileu e algumas de suas obras, com o propósito não só de ampliar a divulgação de seus trabalhos, como também discutir a relação entre as máquinas simples e os conceitos matemáticos envolvidos em sua construção, e ainda a relação desses conceitos com as multiplicações das forças.

# 2 GALILEU GALILEI: VIDA E O TRATADO DAS MÁQUINAS SIMPLES

## 2.1 A vida de Galileu

Segundo Fitas (2011), Galileu Galilei, natural de Pisa (Itália), foi músico e matemático. Ainda jovem mudou-se com seus pais para a cidade de Florença, onde começou a demonstrar seus dons matemáticos. Em 1851, Galileu foi forçado por seus pais a estudar Filosofia e Medicina aristotélica na universidade de Pisa. Conta a história que, ao observar uma luminária pendurada na catedral de Piza, Galileu descobriu o isocronismo do pêndulo – período de oscilação de um pêndulo é independente da sua amplitude, quando se trata de pequenas oscilações, fenômeno conhecido hoje como conservação de energia. E assim ele convenceu seu pai a deixá-lo abandonar a Filosofia e a Medicina aristotélica, deixou a cidade de Pisa e, por meio século, se valeu da sua descoberta para construir o relógio astronômico, associando este “tempo” do movimento do pêndulo ao relógio.

Macedo (2016) conta que Galileu, então, voltou para Florença sem diploma, mas com o intuito apenas de estudar e ensinar Matemática. Nesse momento, ele desprendeu-se das ideias aristotélicas e se aproximou de outros importantes matemáticos, dentre eles, Arquimedes, conhecido por aperfeiçoar os métodos utilizados para cálculo de áreas e volumes e por desenvolver várias máquinas usadas eventualmente nos campos de batalha.

Aos 25 anos de idade, em 1589, conforme nos fala Fitas (2011), Galileu tornou-se professor de Matemática na universidade de Pisa e ministrou o curso de astronomia ptolomaica adotando por vez o enfoque nos trabalhos e no pensamento de Arquimedes. Galileu apresentou uma ideia de movimento e queda dos corpos mais específicos que a da escola aristotélicae defendida pela igreja católica até então, de que os corpos mais pesados alcançavam o solo mais rápido que os leves. Galileu propôs um experimento para provar sua ideia, por limitações técnicas e científicas à época, estendeu tal experimento ao plano de maior inclinação, concluindo, assim, que corpos de pesos diferentes livres de forças contrárias cairiam na mesma velocidade. Com isso, escreveu um livro dedicado exclusivamente ao movimento, tornando-se líder nessa reforma científica e construindo uma metodologia científica da Matemática experimental, baseando-se em demonstrações matemáticas e não utilizando assim a lógica escolástica para desvendar o universo.

Aos 28 anos, segundo Macedo (2016), Galileu foi nomeado cátedro matemático na universidade de Pádua. Para Fitas (2011), essa mudança para Pádua se deu por causa de dois fatos: os baixos salários pagos pela universidade local de Pisa e a morte de seu pai. Nos 18 anos em que viveu em Pádua, Galileu viu sua reputação como matemático crescer, chegando a ministrar cursos de geometria, astronomia, aulas particulares de cosmografia, ótica e aritmética. Foi em um desses cursos particulares, voltados à engenharia militar, que Galileu criou seus primeiros escritos sobre fortificações e Mecânicas, ao descrever uma bomba para elevar água com esforço apenas de um cavalo.

Fitas (2011) narra que, passados quatro anos, em 1597, Galileu ganhou ainda mais notoriedade, ao construir um compasso geométrico militar, utilizado pelas artilharias de guerra para calcular o ataque aos seus adversários. Já o início do século XVII foi reservado por Galileu para pesquisar fenômenos ligados à aceleração natural dos objetos e ao uso do pêndulo.

Macedo (2016) descreve que, em 1608, surgiram os primeiros relatos de que havia sido inventado um telescópio nos chamados Países Baixos. Galileu elaborou um modelo para a descrição dos corpos em queda livre e, em 1609, criou um telescópio capaz de um aumento de trinta vezes, dez vezes mais potente que o utilizado até então, criado pelo holandês Han Lipperhey um ano antes.

Para Fitas (2011), Galileu teve grande destaque na área da Astronomia, já que, ao realizar observações com seu telescópio, ele escreveu e publicou seu trabalho intitulado *O mensageiro estelar*, rompendo com a teoria aristotélica, incontestável pela maioria dos cientistas até aquele momento. Ao realizar suas observações em relação à Lua por meio de seu telescópio, Galileu percebeu que o satélite natural não era um disco perfeito e que havia várias "imperfeições" tais como montanhas e crateras similares às existentes na Terra. Tal fato contrariava os escritos de Aristóteles, que colocavam os corpos celestes como perfeitos e imutáveis, acreditando-se que, por isso, mantinham seus movimentos constantes e perfeitos.

Com esse reconhecimento repentino, conforme conta Fitas (2011), Galileu retornou à cidade de Florença, então com *status* tanto de matemático como de filósofo, títulos a serviço do Grão-Duque de Toscana. Fato muito comemorado por Galileu, pois com isso ficou livre das obrigações de ensino. Assim, Galileu passou a se dedicar quase que exclusivamente aos seus estudos, continuando com suas observações. Em 1613, pela primeira vez, ao escrever a carta sobre "manchas solares", Galileu descreveu com suas próprias palavras a ideia de que o movimento da Terra é heliocêntrico, assim como defendia Copérnico. De certa forma, isso confrontou as concepções defendidas pela Igreja Católica de que a Terra era o centro do Universo. O fato de a Igreja discordar da interpretação de Galileu fez com que ele fosse convocado a ir até Roma, em 1616, para dar esclarecimentos à Santa Inquisição. Galileu não foi condenado, mas foi obrigado a esclarecer a sua teoria relativa aos movimentos das marés, reafirmando o Sistema de Copérnico. A morte do Papa Paulo V, em 1623, responsável pelos questionamentos anteriores, e, em seu lugar, a assunção do Cardeal Barberini, admirador dos escritos de Galileu, favoreceu a divulgação destes trabalhos junto com suas ideias sobre o sistema heliocêntrico. Isso garantiu a Galileu (ao menos por um tempo, ou como disse o próprio Cardeal, enquanto Galileu tratasse o sistema de Copérnico como hipótese), o direito de continuar seus estudos e, ainda mais, publicá-los sem retaliações por parte da Igreja. Desta maneira, segundo Fitas (2011), Galileu ganhou tempo e, em seis anos, publicou o livro *Diálogo sobre os dois principais sistemas do mundo*, que o levaria à prisão anos mais tarde.

De acordo com Fitas (2011), mesmo que o Cardeal Barberini tivesse garantido a Galileu o direito de manter seus estudos e escritos, em certo momento a Igreja se encontrava sob pressão de outros pensadores e diversos fiéis. Assim, a Igreja se viu obrigada a rever seu posicionamento e, em 1632, ordenou ao editor que a obra *Diálogo* tivesse sua publicação interrompida, considerando o fato de ter sido publicada em italiano (língua popular e de maior difusão e não em latim, a língua oficial da Igreja, o que caracterizava uma afronta). Ainda se não bastasse, Galileu foi convocado a ir a Roma para dar novas explicações. Porém, não compareceu, pelo menos durante um período de cerca de onze meses, alegando problemas de saúde. Entretanto, diante da insistência do Papa, Galileu se viu obrigado a apresentar-se em Roma, fato que ocorreu em 1633. As explicações dadas por Galileu não convenceram a Igreja, e ele foi duplamente condenado: à prisão perpétua e forçado a assinar e ler em público, de joelhos, uma declaração na qual renunciava as ideias apresentadas no *Discorsi.* Vários relatos da época dizem que, ao final do seu discurso, Galileu teria se levantado e resmungado a frase *“Eppur si muove”*, que, traduzida para o português, significa “mesmo assim se move”, estimulando diversos cientistas e estudiosos, por séculos, a seguir esta teoria.

Fitas (2011) ainda relata que, logo depois desses acontecimentos, dado o apego do Papa a Galileu e a seus estudos, sua sentença foi convertida à prisão domiciliar, o que lhe permitiu retomar seus estudos e escritos. Assim, publicou em 1638 uma obra, em que trata das leis que governam corpos em queda livre, em especial, duas novas leis: a da resistência dos materiais e a do estudo do movimento.

Em 8 de janeiro de 1642, ainda segundo Fitas (2011), Galileu veio a falecer em Arcetri, onde transcorreram seus últimos anos. Dados aos avanços tecnológicos e científicos decorrentes direta ou indiretamente de suas obras, em 1992, a igreja reviu a pena aplicada a Galileu Galilei. À época, o Papa João Paulo II endossou o resultado de um inquérito iniciado em 1979, cujo propósito era convocar uma comissão para analisar se Galileu devia ou não ter sido condenado. A resposta que todos esperavam – mesmo com 350 anos de atraso – reconheceu que Galileu não devia ter sido condenado. Além de absolvê-lo, o Papa pediu perdão, já que Galileu dizia apenas a verdade sobre o mundo à sua volta. Dessa forma, conclui-se que o mundo, mesmo que alguns não queiram, *“Eppur si muove”.*

### 2.1.1 O alcance das Mecânicas, de Galileu

Albert Einstein e Leopold Infeld, citados por Carvalho (1971, p. 419), dizem que:

> A descoberta e o uso do raciocínio científico por Galileu (método indutivo) foi uma das mais importantes conquistas da história do pensamento humano e marca o começo real de Física [...] essa descoberta nos ensinou que as conclusões intuitivas, baseadas na observação imediata, nem sempre devem merecer confiança, pois algumas vezes conduzem a pistas erradas.

Einstein e Leopold se referiam à física adotada por Galileu como um rompimento dos métodos utilizados até então pela escola aristotélica, já que Galileu sempre recorreu à experimentação, aliando-a à teoria. Para Galileu, a experimentação não se reduz á observação prática das máquinas e, sim, à suposição, através destas observações, de uma hipótese matemática, conhecida como abstração. Já para Koyré (1986), a revolução galileana causada pela forma de apresentar à física se resume no fato da descoberta de que a Matemática é a gramática da ciência física.

Um fato a ser considerado, ao confrontar esses dois modos diferentes de tratar a mecânica, é que ambos, Aristóteles e Galileu viveram e desenvolveram seus escritos em épocas bem diferentes, o que leva Mariconda (2008, p.568) a concluir que "as questões Mecânicas de Aristóteles são completamente superadas pelas Mecânicas de Galileu". Nesta comparação, é válido destacar que tanto Arquimedes como Aristóteles, em seus feitos ligados à mecânica, não realizaram experimentos e, sim, organizaram suas ideias em uma estrutura lógica e coerente sob a perspectiva de "para que"; perspectiva essa sempre preocupada com o funcionamento prático e imediato, ligado a alguma situação do cotidiano. Galileu, por sua vez, foii mais longe, pois, ao agitar a natureza através de experimentos, foi capaz de extrair além de resultados significativos, tratando seus escritos e suas criações ligados à mecânica na perspectiva do "porque" a máquina faz. Feito este que levou Galileu a construir uma máquina e ter o cuidado de descobrir qual a sua viabilidade  e também se a multiplicação das forças que ocorrem ao levantar esses pesos seria suficiente.

Esses testes de Galileu ficaram evidentes em seus escritos sobre a aceleração dos corpos em queda livre, pois, "reza a lenda", que ele tenha repetido tanto esse processo do alto da Torre de Piza que, mesmo sem poder desprezar a resistência do ar, conseguiu, assim, verificar que a força da gravidade e sua aceleração aplicada sobre dois corpos em queda livre, a despeito de pesos e formatos diferentes, seriam as mesmas. Desta forma, Galileu conseguiu formular uma aceleração gravitacional única para a queda livre dos corpos. Isso divergia das teorias de Arquimedes e Aristóteles, que defendiam que, quanto mais pesado um corpo, maior sua ação gravitacional, ou seja, o objeto de maior peso chega  primeiro ao solo, caso seja solto em queda livre na mesma altura e ao mesmo tempo. A suposição de Galileu foi comprovada na primeira viagem do homem até a Lua, conforme pode ser visualizado no experimento "O que acontece quando você derruba um martelo e uma pena juntos na Lua?". registrado pelo Canaltech (2014)[3]. Nesse experimento não se aplicou a resistência do ar, assim como formulou Galileu, pois no vácuo a aceleração seria única. Com o desenvolvimento da tecnologia, também foi possível comprovar essa teoria, realizando testes na Terra, usando uma câmara própria,capaz de simular o vácuo Foi o que cientistas fizeram a pedido da rede americana de rádio e televisão British Broadcasting Corporation (BBC). Ambas as experiências realizadas comprovaram a teoria de Galileu.

Para avaliar o alcance dos escritos sobre as Mecânicas, de Galileu, Mariconda (2008) dividiu sua análise em duas partes: primeiro, considerando o ponto de vista

[3] Vídeo disponível em: https://www.youtube.com/watch?v= HqcCpwIeiu4

teórico-científico, como formulação de definições, hipóteses e a caracterização da física inercial; e depois, verificando o ponto de vista técnico, como um manual de construção e funcionamento das máquinas simples.

Segundo Drake (1958, *apud* MARICONDA, 2008, p.601), o fato de Galileu fazer uso de termos como a “mínima força” necessária para colocar um corpo que se encontra em estado de repouso em movimento, ou a “mínima inclinação” de um plano com a espessura de um fio de cabelo, apontou que ele estava muito mais interessado nas condições estáticas do funcionamento das máquinas, – a parte técnica – como uma forma de melhorar seu próprio conhecimento do que, propriamente, na definição de uma ciência do equilíbrio que seria algo mais teórico. Drake recorda que o conceito inercial como ciência, utilizado por Galileu nos seus *Diálogos* (1632) nasceu em sua obra *As Mecânicas*, quando ele estudou o problema da aceleração em queda livre.

Já para Clavelin (1996 *apud* MARICONDA, 2008, p.600), o alcance de *As Mecânicas,* de Galileu foi muito mais teórico que técnico, ao considerar que a obra possui uma completude tão grande quanto a tradição que a torna “o primeiro tratado de estática verdadeiramente moderno”. Quanto à contribuição técnica, para Mariconda (2008), o trabalho de Clavelin (1996) limitou-se em afirmar a importância científica deste, não analisando o caráter realmente técnico.

Para Cardwell (1972, *apud* MARICONDA, 2008, p.603), “é certamente impossível entender o desenvolvimento da tecnologia moderna sem algum entendimento da Mecânica, de Galileu”. Mariconda (2008) colocou a análise de Cardwell (1972) na perspectiva estritamente técnica, considerando que a principal contribuição de *As Mecânicas,* de Galileu*,* é a desmitificação das máquinas, isto é, a visão qualitativa de que as máquinas competem com a natureza e a enganam.

Para além das divergências sobre as perspectivas apontadas pelos autores mencionados, é importante valorizar o esforço de Galileu, seja ele técnico ou teórico, para nos mostrar que é possível reduzir o funcionamento de todas as máquinas, apresentadas em seu Tratado, a um sistema simples de alavancas.

O *Tratado das Máquinas Simples* fornece a forma mais moderna de união entre a ciência (teoria) e a técnica (prática), de acordo com Mariconda (2008), uma vez que essas duas maneiras de pensar as ciências conseguem promover, quando desenvolvidas juntas, fundamentos tanto para a Estática como para a Teoria das Máquinas Simples.

Passaremos agora a estudar, mais detalhadamente, o *Tratado das Máquinas*

*Simples*, de Galileu Galilei, em sua versão longa, o qual foi compilado em italiano por Antonio Favaro e traduzido para o português por Mariconda e Vasconcelos.

## 2.2 O *Tratado das Máquinas Simples*

Segundo Fernandes (2015, p. 01), Galileu "desenvolveu os fundamentos da mecânica com o estudo de máquinas simples (alavanca, plano inclinado, parafuso, etc.)". Mariconda corrobora essa perspectiva,

> Galileu é universalmente considerado o fundador da física clássica, que passará a ser desenvolvida na direção de uma teoria físico-matemática dos fenômenos naturais e não são apenas as realizações estritamente científicas que contam [...] sua maneira de conceber a ciência física, o método científico e, principalmente, a maneira pela qual chegou aos resultados científicos. (MARICONDA, 2006, p.268)

De fato, o *Tratado das Máquinas Simples*, escrito por Galileu muda a forma com que a Física foi estudada até a data de sua publicação na primeira metade do século XVII. Naquela época, o *Tratado* obteve considerável circulação na Europa, – com diversas cópias manuscritas –, em uma versão mais breve e em uma versão mais longa da qual ainda restam 17 cópias preservadas em melhores condições que a versão breve.

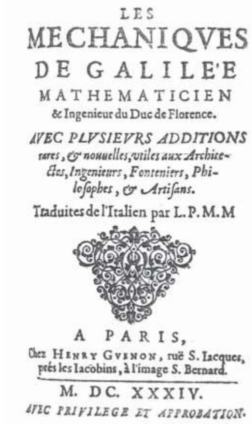
A versão longa foi dividida por Galileu em quatro capítulos: primeiro capítulo: introdução, que trata da natureza e da utilização das máquinas; segundo capítulo: fundamentação teórica, que contém as definições, as hipóteses e a formulação do princípio único do funcionamento das máquinas; terceiro capítulo, dedicado às máquinas, com seus princípios de funcionamento; e um quarto capítulo: dedicado a algumas suposições sobre o martelo, em que pouco revela sobre as máquinas simples estudadas nos capítulos precedentes.

Como pontua Mariconda (2008), o *Tratado das Máquinas Simples* favoreceu a difusão e a repercussão desses manuscritos entre os contemporâneos de Galileu. Do ponto de vista histórico, há vários motivos que poderiam ter facilitado a sua difusão, tais como: (i) haver várias cópias manuscritas das versões breve e longa, enviadas a vários contemporâneos seus; (ii) ter sido escrito em língua popular (italiano); (iii) ter havido uma tradução, realizada por Mersenne em 1634, com dez adições de grande valia para o público francês; e (iv) ter sido feita uma adaptação por Lucas Danesi em 1649, sete anos após a morte de Galileu. Todavia, devido a tantas alterações feitas pelo tradutor, a obra perdeu sua importância histórica, mas, mesmo assim, continuou, apesar de parcialmente, a divulgar o nome e os feitos de Galileu.

A tradução francesa de Mersenne, em 1634, um ano após a condenação de Galileu pelo Santo Ofício traz o título "*Les mechaniques de Galilée*". Nela são acrescidos comentários e novas máquinas, divididas em dois campos: técnico e científico. Isto ocorreu porque Mersenne considerava o *Tratado das Máquinas Simples* como um manual técnico sobre o funcionamento das máquinas e uma investigação sobre o equilíbrio dos corpos. No campo técnico, cabendo a pergunta "para que ela faz?"; e no campo científico, "por que ela faz?". Entre as adições propostas por Mersenne, há a inclusão de algumas máquinas não citadas por Galileu, como, por exemplo, a máquina simples denominada "Cunha[5]" que, para Mersenne, era a mais importante entre as famílias, pelo seu poder de multiplicação das forças em dois planos inclinados.

Mersenne, na capa de sua tradução, como se observa na Figura 6, apresenta Galileu como Engenheiro (e Matemático) de Florença, título que Galileu não havia recebido. Na carta dedicatória, Mersenne (1966 [1634], p.13-16) escreve: "este novo tratado de Galileu nos fornece novas luzes para a ciência" e reforça sua satisfação "de ler tudo aquilo que vem da parte desse notório homem que possui um dos mais sutis espíritos deste século".

**Figura 6**. Les Mecheniqves de Galilée.
Página de rosto da edição francesa de As Mecânicas de Galileu.


LES
MECHANIQVES
DE GALILE'E
MATHEMATICIEN
& Ingenieur du Duc de Florence.
AVEC PLVSIEVRS ADDITIONS
rares, & nouuelles, vtiles aux Architectes, Ingenieurs, Fonteniers, Philosophes, & Artisans.
Traduites de l'Italien par L. P. M. M
A PARIS,
Chez HENRY GVENON, ruë S. Iacques, prés les Iacobins, à l'image S. Bernard.
M. DC. XXXIV.
AVEC PRIVILEGE ET APPROBATION.

**Fonte:** MARICONDA, 2008, p.571

[5] Uma cunha é um plano de dupla inclinação (ambos os lados são inclinados) que se move para exercer uma força ao longo dos comprimentos dos lados.

O nome e a obra de Galileu também foram divulgados por Descartes, o qual escreveu diversas cartas, citando Galileu, uma delas com três páginas, em resposta a um questionamento sobre o *Tratado das Máquinas Simples*, de Galileu.

Nessas cartas, Descartes deixa claro já ter feito a leitura, mesmo que tardia, dos trabalhos de Galileu, porém não especificamente do seu *Tratado das Máquinas Simples*. Descartes fez à época uma avaliação negativa sobre os escritos de Galileu, críticas que, na maioria das vezes, eram baseadas na diferença de pensamento de ambos. Enquanto Descartes adotava a perspectiva do "porque ela (a máquina) faz"; Galileu adotava a "o que ela faz". Descartes concluiu nessas cartas que nada havia de extraordinário nos escritos de Galileu que pudesse lhe causar inveja, ou que desejasse ser seu, referindo-se aos escritos do *Discorsi*[6] e nada citando sobre o *Tratado das Máquinas Simples*.

O *Tratado das Máquinas Simples*, aqui estudado, faz parte de uma tradução de versão longa publicada por Antônio Favaro no segundo volume do "*Edizione nazionale delle opere di Galileo Galilei*" (1933 [1891], p. 155-190). Ele foi escrito em italiano e traduzido do original para o português por Pablo Rubén Mariconda e Julio Celso Ribeiro de Vasconcelos. E está disponível na revista *Scientiae Sutdia* em sua versão *online* (ISSN 2316-8994) no volume 6 da edição número 4 de 2018. Essa versão será a referência a seguir.

### 2.2.1 A composição do *Tratado das Máquinas Simples*

Para Mariconda (2008), Galileu, na introdução do *Tratado das Máquinas Simples*, se afastou da concepção mecânica de Aristóteles encontrada em seus escritos anteriores. Aristóteles apresentou a máquina como um objeto que pode mudar o curso natural das coisas, já que a natureza segue sempre o mesmo caminho e esse muitas vezes não é o mesmo do interesse humano. Nesse enfoque, a máquina foi colocada como sendo um "expediente" capaz de tornar uma situação desfavorável em favorável, em que o menor pode prevalecer sobre o maior ou ainda em que a menor força pode suportar (equilíbrio) ou levantar a de maior ímpeto de ir para baixo. Essa visão apresentada por Aristóteles – as máquinas são expedientes – está inteiramente ligada à tradução grega da palavra "*mechane*". Esse termo pode ter dois

[6] *Discursos Sobre as Duas Novas Ciências*. Livro de Galileu Galilei (1638)

sentidos diretos: um positivo “*mechanî*”, que é simplesmente o meio em que ocorre a máquina pura e simplesmente; e um negativo, de “expediente” que vem do sentido de trama, maquinação para enganar um oponente. Aristóteles usou esse termo na segunda acepção, ou seja: as máquinas têm o poder de enganar a natureza.

A forma com que Galileu formulou o funcionamento das máquinas em seu *Tratado das Máquinas Simples*, para Mariconda (2008), seja qual for a versão, ela foi distinta de Aristóteles, desde sua introdução. Galileu já apresentava em sua introdução quatro variáveis a serem consideradas para que o objeto de menor força prevalecesse sobre o de maior força, como segue: o peso a transferir; a força ou potência para movê-lo; a distância pelo qual se deve mover o peso; e o tempo em que essa mudança deve ocorrer. Variáveis essas, que segundo Galileu, explicariam o porquê do funcionamento das máquinas. Portanto, superando a visão equivocada sobre as máquinas, como possíveis de “enganar” a natureza. A introdução do tempo como uma variável que deveria ser considerada no funcionamento das máquinas foi e continua sendo o grande destaque deste trabalho de Galileu, pois ele mostrou que existe uma relação de proporcionalidade entre a força a ser aplicada para deslocar um peso e o tempo para fazer esse deslocamento. Galileu conseguiu com esta suposição concluir que, ao transportar algo por uma dessas máquinas, é impossível diminuir a força sem aumentar o tempo; ou diminuir o tempo sem aumentar a força. Assim sendo, nada há de extraordinário no funcionamento das máquinas que não poderia ser explicado pela Física, pela Matemática ou que não possa ser compreendido e demonstrado pelo ser humano, desde que tenha acesso às ferramentas necessárias.

Quanto à utilidade das máquinas, Mariconda (2008) destaca que Galileu sempre sustentou a ideia de que sendo escassa a força e não o tempo, os pesos poderiam ser movidos todos juntos por menor que fosse a força aplicada. Galileu justificava a introdução do tempo como uma variável a ser considerada no funcionamento das máquinas, em que o tempo não sendo escasso seria possível dividir esse peso em vários pesos menores, e um homem fazer esse transporte, levando cada pedaço de uma vez, em velocidade muito maior que qualquer uma das máquinas, aplicando pouquíssima força, já que o peso está dividido em vários pedaços. Para Galileu, o tempo gasto, quando se finalizasse o carregamento dos pesos separadamente, seria o mesmo se fossem todos juntos ao fazer uso de uma dessas máquinas, utilizando em ambos os casos uma pequena força. Tendo Galileu afastado de seu pensamento o mito de que as máquinas são mágicas, superando o ímpeto natural que os objetos têm de ir para baixo, e se fundamentando em algumas definições e hipóteses, dividiu a multiplicação das forças em duas frentes distintas: o princípio do plano inclinado e o princípio da alavanca, para explicar o funcionamento de boa parte dos instrumentos mecânicos disponíveis na época e de todas as máquinas citadas no Tratado das Máquinas Simples.

Outro aspecto importante, destacado no *Tratado das Máquinas Simples,* traduzido por Mariconda e Vasconcelos (2008), é sobre o funcionamento das máquinas e o porquê de usar uma dessas máquinas. Por que a máquina “A” e não a máquina “B”? Sobre isso, Galileu relatou que o funcionamento das máquinas depende do lugar que elas serão utilizadas e com qual finalidade. Galileu sustentou essa ideia com um pequeno exemplo: para retirar água de um poço, o balde com cordas tem a mesma eficácia que uma máquina, pois, se aplicada a mesma força e tempo, um homem com corda e balde conseguiria tirar a mesma quantidade de água que uma máquina simples. Para retirar água dos porões dos navios, as trompas são muito mais eficazes que o balde, dado que as trompas conseguem absorver a água em certos lugares, cantos, por exemplo, que o balde não consegue alcançar. O balde não chegaria a estes pontos, mesmo que fosse aplicada a mesma força aplicada nas trompas, e o resultado não seria o mesmo. Em seu último comentário sobre as utilidades das máquinas, Galileu salientou a comodidade proporcionada pelo uso das máquinas nos diversos afazeres, a forma que pode ser aplicada e a força movente que poderia ser tanto animada ou inanimada por tração animal ou natural como o curso de um rio, por exemplo.

Para Mariconda (2006), Galileu, ao dar a mesma importância ao princípio (lei) dos funcionamentos das máquinas que ao seu funcionamento (prática), se colocou à frente de outros matemáticos anteriores a ele e de outros contemporâneos. Isso fica evidente, no início do capítulo dedicado às suas definições e suposições acerca do princípio geral do funcionamento das máquinas, em que ele primeiramente definiu gravidade como aquela propensão natural de um objeto tem de mover-se para baixo. Para Mariconda (2008), Descartes estava preocupado em formular um princípio geral ao movimento natural, tentando assim responder o porquê isso aconteceria. Enquanto Galileu estaria mais preocupado em calcular o ganho de velocidade de um corpo com a ação da gravidade do que com a explicação do porquê ele acontecia. Isto era tão claro para Galileu que, 36 anos mais tarde, no *Discorsi,* ele afirmou que:

> A investigação da causa da aceleração do movimento natural, a respeito da qual vários filósofos apresentaram diferentes opiniões, reduzindo-a alguns à aproximação do centro; outros, à redução progressiva das partes do meio que restam ser atravessadas; outros, ainda, a certa extrusão do meio ambiente[...]. Estas fantasias e muitas outras conviria serem examinadas e resolvidas com pouco proveito. (GALILEU, 1933 *apud* MARICONDA, 2008, p. 589)

Mariconda (2008) esclarece que a segunda definição de Galileu foi a de momento[7], a partir da qual ele formulou um princípio único para o funcionamento das máquinas mesmo tendo justificado, em seu *Tratado das Máquinas Simples*, separadamente, as questões de equilíbrio das máquinas ligadas ao princípio da alavanca e as máquinas ligadas ao princípio do plano inclinado. Assim, nesta parte do *Tratado das Máquinas Simples*, Galileu definiu momento como a propensão natural de um objeto de ir para baixo, causada não tanto pela gravidade do móvel, quanto pelas disposições que possuem entre si os diferentes corpos graves[8]. Esta é a definição de momento estático, pois é o resultado do produto entre peso grave e a distância de onde este grave é suspenso até um ponto de equilíbrio, ou seja, para Galileu, no *Tratado*, o momento é dado pela combinação entre a gravidade e a distância dos corpos graves.

Por fim, Galileu definiu "centro de gravidade" como aquele ponto no qual o corpo é dividido em partes de igual modo, ou seja, caso o corpo seja suspenso por este ponto, ele tende a ficar em equilíbrio (repouso). Essa definição diverge o princípio de Galileu das ideias defendidas por Descartes, o que torna insustentável, para o segundo, aceitar os trabalhos de Galileu. Descartes defendia que quanto mais um corpo estivesse longe do centro da Terra menos pesaria, ou seja, quanto mais estivesse próximo ao centro da Terra mais pesado seria este mesmo corpo. Desta forma, para Descartes o centro de gravidade poderia variar dentro de um mesmo grave, dependendo de sua posição no universo. Isso é justamente o contrário do que escreveu Galileu, ao definir centro de gravidade como algo único e imutável, algo que não se modifica independentemente da posição desse objeto na Terra ou da distância de seu centro, como destaca Mariconda (2008).

---

[7] Propensão de um objeto ir para baixo, causada não tanto pela gravidade deste objeto, mas também pela disposição que possuem entre si os diferentes objeto (gravidade).

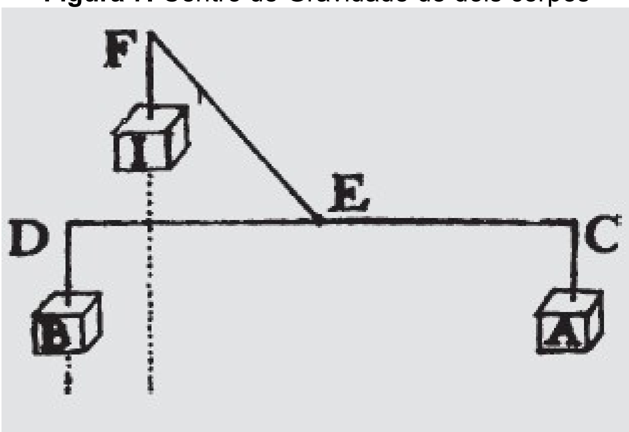
[8] Corpo Grave é um sólido, que tem seu peso a ser transferido de um ponto a outro pela máquina.

Formuladas as três definições, Galileu relatou três suposições, todas ligadas ao centro de gravidade, como é observado na tradução de Mariconda e Vasconcelos (2008).

A primeira nos dizia que “o centro de gravidade de um corpo grave forma uma linha reta com o centro universal das coisas graves”, linha essa que esses objetos seriam capazes de seguir até o centro da Terra, caso não houvesse força contrária que o impedisse.

Sua segunda hipótese nos revelou que o peso e o momento de um corpo podem ser reduzidos ao seu centro de gravidade, sendo esse centro único. Para finalizar, de forma hipotética, Galileu, baseado na imagem retratada na Figura 7, garantiu que “o centro de gravidade de dois corpos, igualmente graves, encontra-se no meio da linha reta que une os centros de gravidade desses corpos”, justificando essa suposição com a utilização da Balança Romana. Para Galileu, dados dois pesos igualmente graves (A e B) suspensos sobre uma mesma linha reta ($\underset{CD}{\leftrightarrow}$) (Balança Romana), o centro de gravidade desses dois pesos é um ponto (E). Ponto esse (E) que é o ponto de equilíbrio desses dois pesos iguais, ou seja, o ponto médio entre o ponto de suspensão entre os dois pesos, assim temos que $DE = EC$.

**Figura 7.** Centro de Gravidade de dois corpos




**Fonte:** Galileu (*apud* MARICONDA e VASCONCELOS, 2008, p. 611)

Essas hipóteses, propostas por Galileu em seu *Tratado*, são consideradas até hoje de grande valia, já que foi a partir delas que foi possível geometrizar as questões físicas ligadas às máquinas simples. Em sua segunda suposição, Galileu nos escreveu que os corpos físicos podem ser considerados como pontos materiais, passando, assim, a ter massa e momento, tornando-se objetos de cálculos matemáticos e físicos, como afirma Mariconda (2008).

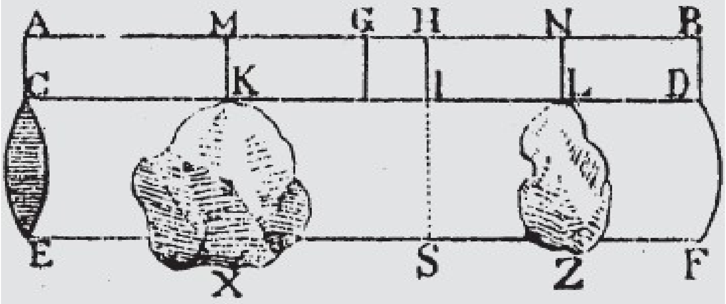
Assim, Galileu propôs o centro de gravidade como único em um objeto, independentemente de sua posição em relação ao centro da Terra, divergindo assim de Descartes que considerou, em seus trabalhos, que um objeto quanto mais longe do centro da Terra, menos pesaria.

A terceira suposição permitiu alinhar de forma geométrica os dois pontos que representam o centro de gravidade entre dois corpos e, assim, usar as propriedades de geometria para explorá-los e encontrar esse ponto de equilíbrio para esses corpos ou um ponto em que possa ser divido sobre esses pontos o peso a ser suportado, nos casos de pontes, por exemplo. Assim foi possível descobrir o ponto de equilíbrio entre dois corpos, mesmo de pesos diferentes, desde que a distância entre eles ao ponto de apoio seja inversamente proporcional aos seus pesos.

De forma a exemplificar a terceira suposição de Galileu citada no parágrafo anterior, eu sugiro: considerar dois pesos A e B, ligados por uma barra de aço, que deverão ser alçados por um guindaste preso a esta barra. Sabendo que A possui massa de 650 Kg e B de 1.300 Kg e sendo a distância entre esses pesos de 6 m, qual deve ser a distância desses graves ao ponto de apoio para que esta barra de ferro seja alçada em equilíbrio? Utilizando o princípio de Galileu, temos que a distância desses pesos ao ponto de apoio é inversamente proporcional a razão entre seus pesos, então: como $\frac{650}{1300} = \frac{1}{2}$ a distância de B ao ponto de apoio deve ser o dobro de A. Desta forma a distância de A ao ponto de apoio será 2 m e de B ao ponto de apoio 4 m, concluindo assim que pesos desiguais pesamigualmente desde que sejam suspensos a distâncias inversamente proporcionais aos pesos.

Portanto, após todas essas definições e suposições, Galileu pôde explicar, ao considerar a Figura 8, que há um princípio comum para o funcionamento de grande parte dos instrumentos mecânicos, retratado na íntegra no seu *Tratado das Máquinas Simples*:

**Figura 8.** Figura auxiliar da demonstração de Galileu




**Fonte:** Galileu (*apud* MARICONDA; VASCONCELOS, 2008, p. 612)

> Tome-se, portanto, o sólido grave CDFE, de gravidade homogênea em todas as suas partes, e igualmente espesso em toda a sua extensão (pertutto) tal como seria uma figura de coluna ou outra similar, o qual seja suspenso dos pontos extremos C, D pela linha AB, igual à altura do sólido. Ora, dividindo essa linha AB igualmente no ponto G, e suspendendo-a por ele, não há dúvida alguma de que se fará o equilíbrio nesse ponto G, porque a linha, que se traçasse retamente desse ponto ao centro da Terra, passaria pelo centro de gravidade do sólido CF, e do entorno dessa linha consistiriam partes de momentos iguais, e seria o mesmo que se pendessem dos pontos A, B duas metades do grave CF. Suponha-se agora o grave ser cortado, segundo a linha IS, em duas partes desiguais; é evidente que a parte CS, assim como também a outra SD, não estará mais em tal situação, não existindo outra sustentação que os dois liames AC, BD. Por isso, voltando ao ponto I, ajunte-se um novo liame, o qual, ligado ao ponto H e sobreposto perpendicularmente ao corte IS, sustente em comum no Estado anterior uma e outra parte do sólido; do que se segue que não se tendo alteração alguma, seja de gravidade, seja de situação, nas partes do sólido com respeito à linha AB, o próprio ponto G permanecerá como centro do equilíbrio, como o era no início. Além disso, sendo que a parte do sólido CS está ligada à balança mediante os dois liames CA, IH, não há dúvida alguma de que se, cortando os ditos dois liames, acrescentarmos um só MK, dos dois igualmente distantes, encontrando-se sob ele o centro de gravidade do sólido CS, não se mudará ou modificará a situação (sito), mas salvar-se-á a mesma disposição (abitudine) da linha AH; e fazendo o mesmo para a outra parte IF, ou seja, rompidos os liames HI, BD e atado ao meio o único liame NL, é igualmente evidente que ele não varia a situação ou a disposição com respeito à balança AB, de modo que, estando as partes de todo o sólido CF na mesma relação com a balança AB que sempre tiveram, pendendo uma, CS, do ponto M, e a outra, SD, do ponto N, não há dúvida de que o equilíbrio se faz ainda do mesmo ponto G. E já começará a aparecer como, pendendo dos términos extremos da linha MN os dois graves CS, maior, e SD, menor, tornam-se de iguais momentos e geram o equilíbrio no ponto G, fazendo a distância GN maior que a GM; e somente falta, para conseguir completamente nosso intento, que demonstremos que a proporção que se encontra entre o peso CS e o peso SD é aquela que se encontra entre a distância NG e a distância GM; o que não será difícil demonstrar. Posto que, sendo a linha MH a metade da linha HA, e a NH a metade de HB, toda a linha MN será a metade da linha total AB; da qual é ainda metade BG; donde essas duas linhas MN, GB serão iguais entre si; das quais, retirando a parte comum GN, será a remanescente MG igual à remanescente NB, a qual é também igual à NH; donde essas MG, NH serão ainda iguais; e acrescentada comumente a parte GH, será a MH igual à GN. E tendo já demonstrado MG igualar-se a HN, aquela proporção, que a linha MH tiver com a linha HN, a distância NG terá para a distância GM; mas a proporção de MH para HN é aquela que KI tem para IL, e a linha dupla CI tem para a linha dupla ID e, em suma, o sólido CS tem para o sólido SD (dos quais CI, ID são alturas); portanto, conclui-se que a proporção da distância NG para a distância GM é a mesma que a da grandeza do sólido CS para a grandeza do sólido SD; a qual, como é evidente, é aquela mesma que possuem as gravidades dos mesmos sólidos". (GALILEU *apud* MARICONDA; VASCONCELOS, 2008, p.612-613).

Para Mariconda (2008), Galileu estava convencido de ter demonstrado um princípio de funcionamento de "boa parte dos instrumentos mecânicos", em especial os ligados à alavanca. Galileu deixou os ligados ao plano inclinado para o quarto capítulo de seu trabalho, fazendo a mesma explicação adaptada agora ao plano inclinado. Para Vasconcelos (2008, p.552, grifo do autor), "Não é incorreto dizer que a primeira parte parece igualmente dedicada a denunciar os ‘enganos’ daqueles que creem que se pode com pouca força mover e levantar grandíssimos pesos".

Galileu considerou até esta parte de seu *Tratado* já ter demonstrado como verdade o princípio da proporcionalidade inversa, até porque o estilo utilizado por ele nos seus mais célebres trabalhos, décadas depois de ter escrito este *Tratado das Máquinas Simples*, foi de que “demonstração” se remete a ilustrar de forma a confirmar experimentalmente a teoria proposta com repetições sucessivas deste experimento.

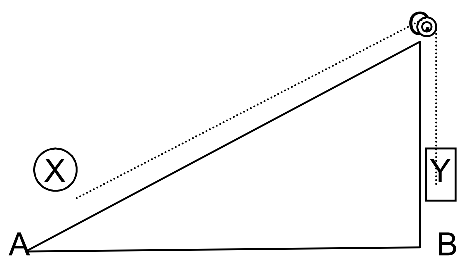
Desses experimentos de Galileu surgiram duas vertentes: a primeira de caráter prático, como medir a distância entre os pesos para que a balança (ou alavanca) esteja em equilíbrio; e a segunda de caráter mais técnico, pois faz uma relação entre a proporcionalidade inversa e a velocidade. Desta forma, Galileu acabou descrevendo o princípio da proporcionalidade inversa como deslocamentos virtuais.

Galileu utilizou o princípio da balança para justificar que: dois pesos, estando em equilíbrio, um deles, recebendo um mínimo de força, é colocado em movimento na direção da Terra. É possível, nesse ponto, assimilar as velocidades virtuais descritas por Galileu da seguinte forma: um corpo, quando colocado em movimento, tende a permanecer em movimento, a não ser que alguma outra força, como o atrito e/ou a resistência do ar, atue sobre este corpo lhe ocasionando a perda de velocidade até parar. Por outro lado, se um móvel está em repouso, ele tende a permanecer em repouso a não ser que atue sobre ele uma força que o obrigue a se mover.

Galileu, com a intenção de justificar essa afirmação sobre repouso e equilíbrio, propôs outro experimento, que é a mesma proposta aparece na obra *Diálogo*, de 1632. Ao tomar este experimento como possível, o que sugere que ele tenha feito de forma experimental ou pelo menos tentando fazer este experimento, ele propõe colocar sobre uma superfície muito bem polida – como a de um espelho – uma bola perfeitamente lisa, como, de mármore ou de vidro. Nesse caso essa bola perfeitamente lisa iria se mover desde que o espelho tivesse um pouco de inclinação mínima, como a espessura de um fio de cabelo. Por outro lado, esse corpo esférico colocado sobre uma superfície nivelada na horizontal, como um lago congelado, ficaria parado, em repouso, mas com a propensão de mover-se ao ser impulsionado por uma mínima força. Ainda há dois pontos nessa parte do *Tratado das Máquinas Simples* que merecem destaque: primeiro, que Galileu não propôs experimento que não pudesse ser realizado naquela época, ou seja, experimentos que estivessem apenas em seus pensamentos, mas sim, um experimento que pudesse ou tivesse sido realizado já que, ao destacar os materiais a serem necessários e a forma que devem ser utilizados, nos mostra que se ele não o realizou, ele o poderia realizar e tê-los matematizado. Por outro lado, a insistência de Galileu em utilizar termos infinitesimais como força pequeníssima, mínima resistência e do tamanho de um fio de cabelo, faz com que seu uso exija um desenvolvimento da análise infinitesimal, nesse caso seria necessário um tratamento mais para analítico do que para experimental. Usando este mesmo princípio, Galileu reescreveu para o plano inclinado a relação entre repouso e movimento dos corpos os tomando como estados que podem ser alterados pelas condições externas, como cita Mariconda (2008, p. 594): “Por fim, cabe comentar a reafirmação da indistinguibilidade (feita por Galileu) entre repouso e movimento agora reformulada para o plano inclinado”.

Através dos resultados destes experimentos, Galileu reafirmou na época, que os corpos (objetos) possuem resistência (propensão de ir para baixo) diferente quando ocorre de ser levantados sobre planos com inclinações diferentes. Desta forma, ele concluiu que, quanto maior for a inclinação de um plano, maior será a resistência de um objeto ao ser alçado por este plano mais inclinado. Assim um objeto, ao ser elevado sobre o plano perpendicular (90°), apresenta maior resistência, logo se exige maior força. Esse fato levou Galileu a se dedicar a investigar qual seria esta proporção entre a força necessária a ser aplicada sobre um objeto no plano inclinado para movê-lo, dependendo da inclinação desse plano. De forma a exemplificar o que Galileu escreveu, considere o seguinte exemplo: seja AB um plano horizontal, CB perpendicular a AB em B e o plano inclinado AC conforme a Figura 9 a seguir. Para mover um peso X sobre o plano inclinado AC através de uma força, Y aplicada na perpendicular CB, é necessária uma força Y, um tanto quanto menor que X na mesma proporção que a perpendicular CB é menor que o plano inclinado AC.

**Figura 9.** Plano inclinado ABC



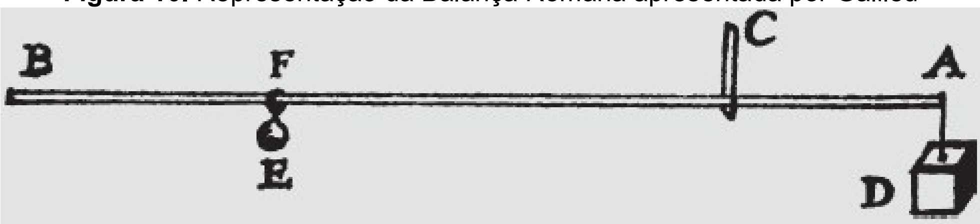

**Fonte:** Próprio autor

Concluído por Galileu as coisas acerca do plano inclinado, seus dois últimos capítulos são dedicados a expor os estudos das máquinas simples. Seguindo sua forma de expor seus pensamentos, Galileu iniciou seus capítulos, discutindo entre os princípios de funcionamento das máquinas, ligados à alavanca ou ao plano inclinado. Na sequência, explorou o funcionamento de cada família de máquinas, apresentando, assim, o princípio que justifica seu funcionamento, as máquinas; e, como um manual técnico, o seu funcionamento. Galileu escreveu aquilo que considerou como sendo a melhor forma de aplicação, objetivando aperfeiçoar os resultados (ganho de força), iniciando pela Balança Romana, os quais foram explicados por Galileu até então.

### 2.2.2 A Balança Romana

A Balança Romana, como é possível observar na Figura 10, é uma entre tantas aplicações dos princípios demonstrados, um exemplo prático daquilo que tanto já foi citado em partes anteriores do *Tratado das Máquinas Simples,* de Galileu, que assim a definiu: sendo AB uma balança com ponto de sustentação em C, onde de uma pequena distância CA penduramos o peso D, por menor que seja o contrapeso E, que se move livremente no semieixo CB, podemos colocar E tão distante de C ao ponto de encontrarmos uma proporção (mesmo momento) entre D e E que tenha a mesma proporção encontrada entre as distâncias FC e CA, e desta forma esta balança de braços desiguais encontra o equilíbrio.

**Figura 10.** Representação da Balança Romana apresentada por Galileu



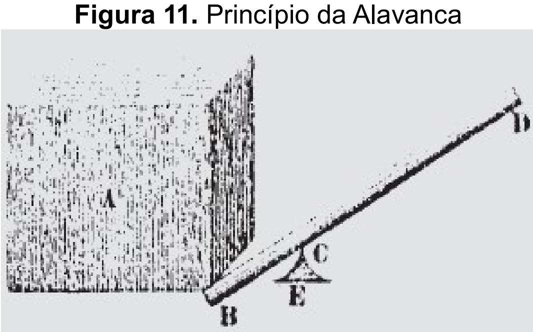

**Fonte:** Galileu (*apud* MARICONDA; VASCONCELOS 2008, p. 616)

De fato, a balança descrita ficará em equilíbrio sempre que os momentos entre E e D forem iguais, ou seja: $E \times \overline{CF} = D \times \overline{CA}$.

### 2.2.3 A alavanca

Já a forma de Galileu apresentar o princípio da alavanca em nada difere do que foi feito na parte dedicada à Balança Romana, como podemos observar na Figura 11. Galileu utilizou o mesmo princípio de momentos iguais e forças inversamente proporcionais, só que, por outro lado, o interesse de Galileu nesta máquina não era de se manter o equilíbrio e, sim, investigar a partir de qual força seria possível levantar um objeto utilizando uma alavanca. Outro caso a considerar é: tendo disponível apenas a força de um homem, qual seria o tamanho da alavanca necessária para que esse homem pudesse levantar tal peso.

**Figura 11.** Princípio da Alavanca




**Fonte:** Galileu (*apud* MARICONDA; VASCONCELOS 2008, p. 616)

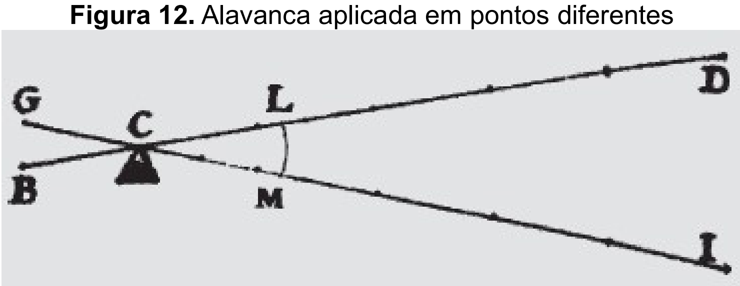
Então, para Galileu, o princípio da alavanca nada mais é que uma transferência de forças como na Balança Romana, só que, para que esta máquina simples funcione, um momento deve compensar o outro. Em termos matemáticos: seja E o ponto de sustentação onde se apoia a alavanca, C o encontro desse ponto de apoio com a alavanca BCD construída de madeira ou alguma outra matéria sólida e de resistência, B o ponto da alavanca em contato com o peso a ser levantado A e D a extremidade a se fazer força. Tem-se que a força necessária em D para elevar A no ponto de apoio na alavanca (B) é um tanto quanto menor que A do quanto a distância BC é menor que CD. Donde se conclui que, para se elevar o peso A fazendo uso da alavanca BCD, a força em D necessária é dada por:$D \times \overline{CD} \geq A \times \overline{BC}$.

Como podemos observar na escrita original de Galileu, traduzida do seu *Tratado das Máquinas Simples*:

> E colocando por debaixo do peso A uma extremidade da alavanca, como se vê no ponto B, fazendo a força na outra extremidade D, poderá, ainda que seja pouca, levantar o peso A, sempre que aquela proporção que tem a distância BC para a distância CD seja aquela que tenha a força posta em D para a resistência que faz o grave A sobre o ponto B (GALILEU *apud* MARICONDA; VASCONCELOS, 2008, p.616)

Para concluir a parte de seu *Tratado das Máquinas Simples*, dedicado ao princípio da alavanca e da Balança Romana, Galileu fez duas observações de caráter prático, ambas evidenciadas na Figura 12: a primeira quanto ao uso da alavanca: quanto menor for a distância CB, maior será a proporção em favor da distância CD, e assim o esforço será menor para elevar o objeto A; e a segunda: quanto maior for a alavanca, maior será a distância a ser puxada até que a mesma toque o chão, e o peso A seja levantado. Como podemos observar na Figura 12: a distância LM é cinco vezes menor que a distância DI, porém para elevar o peso de B até G, a força a ser utilizada em DI é também cinco vezes menor.

**Figura 12.** Alavanca aplicada em pontos diferentes



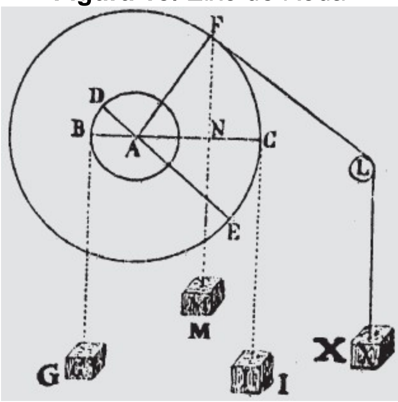

**Fonte:** Galileu (*apud* MARICONDA; VASCONCELOS 2008, p. 617)

### 2.2.4 O eixo de roda

Para Galileu nos escritos de seu *Tratado*, o eixo de roda é algo que depende diretamente do princípio da alavanca. Galileu descreveu a alavanca dentro do eixo de roda com adaptação melhor da própria alavanca, conforme a Figura 13. Já que a alavanca sozinha tem sua elevação limitada ao tocar no chão a extremidade que se aplica a força, isso que não ocorre no eixo de roda, porque a alavanca é sucessiva dentro do eixo de roda. Na íntegra, explicação dada por Galileu em seu *Tratado das Máquinas Simples*:

> Pois, se supusermos a alavanca BAC, sustentada no ponto A, e o peso G, pendente do ponto B, sendo a força posta em C, é evidente que, transferindo a alavanca para a situação DAE, o peso G se elevará segundo a distância BD, mas não muito mais se poderia continuar a elevá-lo, de modo que, querendo levantá-lo ainda mais, seria necessário, firmando-o nessa situação com alguma outra sustentação, recolocar a alavanca na situação prévia BAC e, tendo pendurado de novo o peso, levantá-lo outra vez por uma altura semelhante BD; e, desse modo, reiterando o mesmo muitas vezes, acabar-se-ia com movimento interrompido por fazer a elevação do peso. (GALILEU *apud* MARICONDA;VASCONCELOS, 2008, p.618)

**Figura 13**. Eixo de Roda



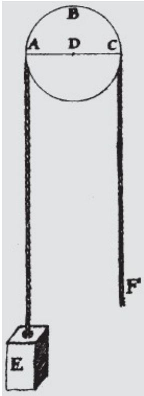

**Fonte**: Galileu (apud, MARICONDA; VASCONCELOS 2008, p. 618)

O fato de utilizar apenas a alavanca dificultaria o manuseio dessa máquina, tanto que foi proposta na época, por Galileu, a criação de alavancas sucessivas de tal forma que tornasse a operação sem interrupção. Isto seria possível desde que se pudessem colocar duas rodas em torno de um centro (A), onde preso a uma corda estivesse o peso G, corda essa baixada pela perpendicular de B em direção ao centro das coisas graves, suspenso pela roda de eixo menor AB de onde essa corda que suspende o peso fica sempre em relação ao eixo A da distância BA. O mesmo ocorre em relação à roda maior de raio AC, onde a força I é presa a ela por uma corda inicialmente no ponto C, independente de essa roda girar o ponto de apoio da corda em relação ao ponto fixo A que sustenta as duas rodas ao ponto de aplicação da força ser sempre a mesma. Neste experimento, se conclui que, ao utilizar este instrumento, a força X tem para o peso G sempre a mesma proporção que o raio AB da roda menor tem para o raio AC da roda maior. Justificativa que também foi utilizada por Galileu na máquina denominada, cabrestante. Máquina essa, que consiste em um eixo vertical, fixo, em torno do qual gira um tambor mais estreito no centro e mais largo nas extremidades. Como citou o próprio Galileu, em seu *Tratado das Máquinas Simples*, isso nada difere das explicações anteriores, a não ser pelo modelo criado, já que também faz uso do princípio da alavanca para elevar um peso. Como veremos a seguir, ele passou a tratar das talhas, por julgar como algo de melhor proveito.

### 2.2.5 O cabrestante e as talhas

Ao apresentar as talhas, como vemos na Figura 14, Galileu deu início com uma versão simples com apenas uma roldana fixa na parte superior. Nesse modelo, nada se ganha em força ao levantar um peso, a não ser pelo fato de fazê-lo com a comodidade de ser para baixo, a favor da gravidade já que sem ele seria necessário fazer a mesma força, só que levantando os braços contra o movimento natural dos corpos.

**Figura 14.** Talha de eixo D e AD = CD



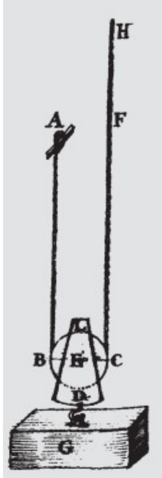

**Fonte:** Galileu (*apud* MARICONDA; VASCONCELOS 2008, p. 622)

De fato, considere a polia ABC de diâmetro AC e com raios, AD e CD. Ao pender um peso E preso pela perpendicular baixada por A em direção ao centro comum das coisas graves, por uma corda que envolva a polia ABC e na perpendicular baixada por C aplicarmos a força F, temos que, pelo que vimos anteriormente ADC é uma alavanca com ponto de apoio em D. Como, $\overline{AD} = \overline{DC}$ o a força necessária em F para manter E é proporcional ao peso E do quanto $\overline{\mathrm{AD}}$ é menor que $\overline{\mathrm{DC}}$. Só que $\overline{AD} = \overline{DC}$, assim a força em F, necessária para manter o grave E é igual a si mesmo, como citado por Galileu:

> Porque, se imaginarmos do centro D, que é o lugar do apoio, serem traçadas duas linhas até a circunferência da polia nos ponto A, C, nos quais as cordas pendentes tocam a circunferência, teremos uma balança de braços iguais, sendo iguais os raios DA, DC, os quais determinam as distâncias das duas suspensões ao centro e apoio D; donde, é evidente que o peso pendente de A não pode ser sustentado pelo peso menor pendente de C, mas antes por peso igual, porque tal é a natureza dos pesos iguais, pendentes de distâncias iguais. (GALILEU *apud* MARICONDA; VASCONCELOS, 2008, P. 622)

Agora se se deseja ganhar em força, algo além de levantar tal peso em favor da gravidade, se pode utilizar esta polia de outra forma, como mostra a Figura 15.

**Figura 15.** Multiplicação de forças apresentado por Galileu

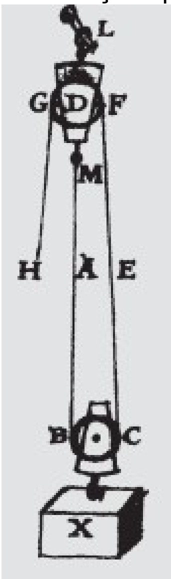



**Fonte:** Galileu (*apud* MARICONDA, 2008, p. 623)

Como observado na figura 15, Galileu considerou, em seu *Tratado,* o peso G pendendo da linha reta que E tem em relação ao centro comum das coisas graves. Ao colocar uma corda em volta da polia BDC e por B traçarmos a perpendicular A, onde A é um ponto fixo, a força F necessária para levantar o peso sendo feita em direção a H é metade do peso G, pois o momento do peso G fica igualmente dividido entre essas duas forças A e H pelo fato de que as distâncias $\overline{BE}$ e $\overline{\mathrm{EC}}$ são raios desta polia e logo de mesma medida. Assim a força necessária em F para manter este peso G é igual à metade do momento deste objeto. Aqui vale relembrar a advertência feita por Galileu: ao multiplicar a força há uma perda de espaço e, consequentemente, de tempo. À medida que a força passa de F até H, o grave G é elevado pela metade deste espaço $\overline{FH}$. Para tanto, nesse modelo, mais uma vez temos o inconveniente da força ser feita para cima, contra a gravidade, o que ocasiona um desconforto maior.

Assim apenas com o intuito de propiciar conforto a quem manuseia tal máquina, Galileu apresentou, conforme a Figura 16, outro modelo para as talhas sem nenhum ganho quanto à multiplicação das forças, mas com o conforto de fazê-lo em favor da gravidade, ou seja, de cima para baixo.

**Figura 16.** Duplicação das forças apresentado por Galileu

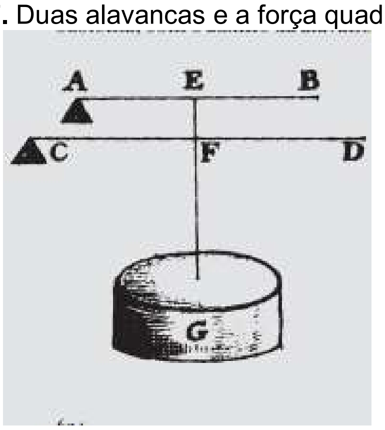



**Fonte:** Galileu (*apud* MARICONDA; VASCONCELOS 2008, p. 624)

Apresentados os ganhos desse objeto, Galileu dividiu a multiplicação das forças nas talhas em dois casos: multiplicação, segundo números pares; e a multiplicação das forças, segundo números ímpares. Essa separação se fez necessária pelo fato de Galileu utilizar justificativas diferentes em cada caso.

Para ter um ganho de força multiplicado, segundo números pares, Galileu apresentou a necessidade de considerar duas alavancas AB e CD, de acordo com a Figura 17, onde a alavanca AB está apoiada em A, enquanto a alavanca CD é apoiada em D.

**Figura 17.** Duas alavancas e a força quadruplicada

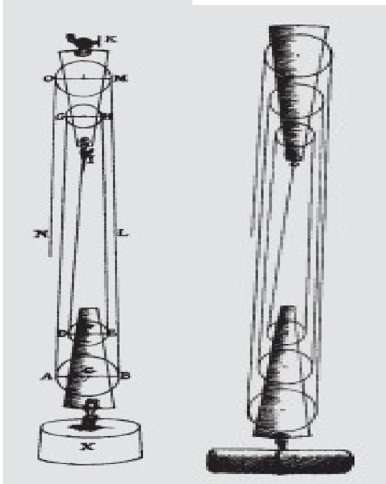



**Fonte:** Galileu (*apud* MARICONDA; VASCONCELOS 2008, p. 624)

Assim Galileu considerou E e F seus respectivos pontos médios, onde desses pontos médios pende um peso G. Temos que a força necessária para manter tal peso é igualmente dividida entre as duas alavancas AB e CD. Por outro lado, tem-se que o princípio da alavanca garante que a força necessária em B (respectivamente em D) é proporcional ao quanto AB (respectivamente CD) excede de onde pende o peso até o ponto de apoio desta alavanca, logo EA (respectivamente FC). Como $\overline{\mathrm{BA}} = \overline{2EA}$ e $\overline{\mathrm{CD}} = 2FC$, a força necessária em B e em D é metade da sustentada pelas suas respectivas alavancas, ou seja, apenas $\frac{1}{4}$ do peso G é mantido por cada uma das forças aplicadas em B e D. Mais uma vez Galileu alertava em seu *Tratado das Máquinas Simples:* a distância percorrida pela força seria quatro vezes maior que a percorrida pelo peso G, ou seja, para elevar esse peso G em 1 m seria preciso que a força aplicada percorresse uma distância de 4 m.

Nesse mesmo esquema de utilizar uma sequência de alavancas, apenas adicionando novas polias (que fazem o papel dessas alavancas), foi apresentado por Galileu um manual de como montar a talha com as forças duplicadas e quadruplicadas, justificando que essa força pode ser multiplicada segundo qualquer número par, o quanto se queira ou o quanto de tempo se tenha disponível, ao colocar mais e mais alavancas (polias), como podemos ver na Figura 18. Galileu, ao explicar como montar uma talha com as forças multiplicadas por seis, colocou mais uma polia embaixo e em cima, e, assim sucessivamente, o quanto se quiser e tiver tempo.

**Figura 18**. Talha com as forças multiplicas por 4 e 6

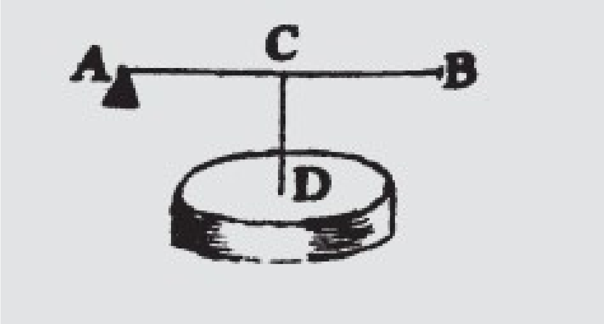


**Fonte**: Galileu (*apud* MARICONDA; VASCONCELOS 2008, p. 625-626)

Já para obter um ganho de forças multiplicadas por uma constante ímpar (3, 5, 7, …), Galileu em seu *Tratado*, tomou o mesmo princípio das alavancas, como fica evidente na Figura 19, porém sob uma aplicação diferente quanto aos pontos de apoio dessa(s) alavanca(s). Ao considerar duas forças aplicadas sobre uma mesma alavanca, além do ponto de apoio se obtêm três forças atuando sobre essa alavanca. Portanto Galileu, ao considerar a alavanca ACB, com ponto de apoio em A e centro

C, desse centro C pende o peso D e sob esta alavanca estejam atuando duas forças distintas: uma em C e a outra na extremidade B, onde C é o ponto fixo de sustentação desta Talha.

**Figura 19**. As forças triplicadas apresentadas por Galileu

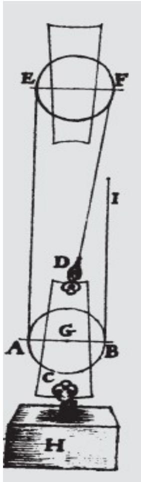



**Fonte**: Galileu (*apud* MARICONDA; VASCONCELOS 2008, p. 626)

Pelo esquema desenhado por Galileu, como se percebe na Figura 19, o peso D é preso a esta alavanca pela perpendicular baixada a partir de C e é sustentada por duas forças aplicadas respectivamente em C e B, além do ponto fixo A. Como D pende pela perpendicular de C, tem-se que, ao considerar C um ponto fixo, sua força pode manter um peso igual a si mesmo, enquanto B sustenta uma força igual ao dobro de si mesmo, já que a medida $\overline{BA}$ é o dobro da medida $\overline{CA}$. Assim, ao "dividir" o peso D em três partes, duas dessas partes são mantidas pela força em B e outra parte mantida por C. Desta forma, B consegue sustentar o dobro de sua força, ou seja, $\frac{2}{3}$ do peso D ao aplicar uma força de equivalente à $\frac{1}{3}$ de D.

Com essa demonstração, Galileu chegou à próxima talha, apresentada na Figura 20, em que essa máquina é capaz de triplicar as forças. Mais uma vez sem o conforto de fazê-la em favor da gravidade, de onde o peso H fica igualmente sustentado por três cordas FD, EA e IB, onde desta última se aplica a força.

**Figura 20.** Talha com a força triplicada

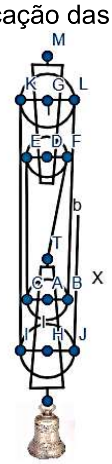



**Fonte**: Galileu (*apud* MARICONDA; VASCONCELOS 2008, p. 627)

Agora se quiser o fazer em favor da gravidade, Galileu nos mostrou em seu *Tratado* que basta incluir uma nova polia acima da ED. Como podemos considerar na Figura 21, a força aplicada em I segue pela mesma e é transferida pela corda em um ponto J, ao lado esquerdo desta talha, onde o ponto fixo D executa o papel do ponto fixo C e a força que era aplicada em B, com essa nova corda agora é respectivamente aplicada em direção a I (para baixo).

Agora para multiplicar a força a quinta parte a favor da gravidade, Galileu mostrou que é necessário adicionar mais uma polia abaixo e outra acima e dividindo assim o peso entre cinco cordas TF, EC, BL, KI e JK, conforme a figura 21. Desta maneira, cada uma delas sustenta igualmente uma quinta parte do peso. Caso haja interesse em multiplicar ainda mais a números ímpares, basta repetir o processo, aumentando o número de polias.

**Figura 21.** Multiplicação das forças por cinco



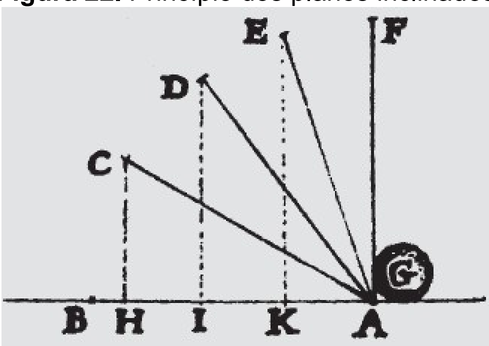

**Fonte**: Próprio autor

### 2.2.6 O plano inclinado

Para o plano inclinado, Galileu buscou demonstrar em seu *Tratado* outro princípio para justificar o funcionamento das máquinas e isso nos diz que ele ainda não tinha percebido que esse princípio poderia ser único. No caso dos instrumentos ligados ao plano inclinado, Galileu se limitou a estudar e a expor a cunha e o parafuso, apresentados por ele como máquinas mais eficazes, ligados ao plano inclinado.

No capítulo dedicado ao parafuso, construído a partir do plano inclinado, Galileu formulou o princípio geral de seu funcionamento, apresentando a forma com que acontece a multiplicação das forças. Galileu utilizou as primeiras linhas desta parte do *Tratado das Máquinas Simples* para justificar a indistinguibilidade entre repouso e movimento, formulando então um princípio para o vácuo. Para Galileu, no vácuo um objeto estaria de certa forma indiferente entre o repouso e o movimento, propenso a se manter em movimento desde que estivessem sido retirados todos os impedimentos externos, como a resistência do ar (no vazio). Removidos todos os impedimentos externos e adventícios, os corpos graves poderiam ser movidos no plano do horizonte por qualquer mínima força.

**Figura 22.** Princípio dos planos inclinados



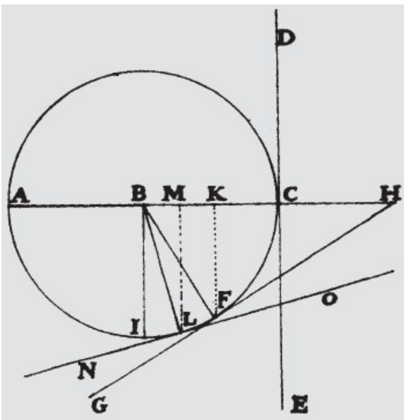

**Fonte:** Galileu (*apud* MARICONDA; VASCONCELOS 2008, p. 629)

Galileu escreveu que, dado um objeto G, como é evidenciado na Figura 22, em relação ao plano AB (perfeitamente liso e nivelado), este objeto estaria indiferente ao movimento ou ao repouso, e uma mínima força seria capaz de colocá-lo em movimento. Por outro lado, nos planos inclinados, o objeto G só seria elevado pelo plano AC, AD, EA ou FA se fosse impulsionado por uma violenta força proporcional à inclinação de cada plano. Galileu então dedicou seu trabalho a descobrir que força seria necessária para cada plano, chegando a concluir que, no plano DA, aforça necessária para elevar o objeto G deveria ser maior que para elevar o mesmo objeto por CA, já que a inclinação do primeiro seria maior que a do segundo. Pelo mesmo motivo a força para que G fosse transportado por ED seria maior que DA e assim sucessivamente.

Isto ocorre de fato, pois, ao traçar as perpendiculares por C, D e E sobre AB encontramos os pontos, H, I e K, que são as intersecções dessas perpendiculares sobre o plano AB, temos que, a força aplicada sobre a perpendicular CH para elevar o objeto G sobre o plano inclinado AC é menor que a força aplicada no ponto F para elevar o peso G sobre o plano inclinado AF (perpendicular em relação a AB) já que AC é menor que AF, e onde em AF a força necessária é igual ao peso que deve ser elevado, fato esse já demonstrado nas Talhas. A partir desses questionamentos, Galileu concluiu que a força necessária a ser aplicada sobre o objeto G para transportá-lo sobre o plano inclinado seria estritamente proporcional à razão entre o tamanho do plano inclinado e a sua altura. Como $\overline{CH} < \overline{DI} < \overline{EK} < \overline{FA}$ e $\overline{AC} = \overline{AD} = \overline{AE} = \overline{EF}$, quanto menor for a perpendicular traçada a partir do plano inclinado sobre a horizonta AB, menor será a força necessária para elevar este objeto pelo plano.

Essa justificativa está certa? Essa resposta foi dada por Galileu em seu *Tratado das Máquinas Simples*, apoiado na Figura 23, ao levar em conta um círculo AIC de diâmetro ABC e o princípio da Balança Romana. Galileu escreveu em seu *Tratado* que, ao considerar a Balança Romana ABC de centro em C e braços iguais AB e BC, as forças A e C seriam suficientes para se manter, já que ambos são raios do círculo AIC e logo de mesma medida.

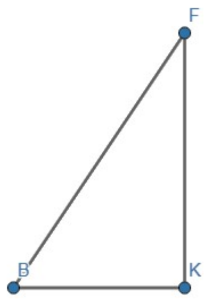
**Figura 23.** Círculo AIC de diâmetro ABC




**Fonte:** Galileu (*apud* MARICONDA; VASCONCELOS 2008, p. 630)

Assim Galileu considerou em seu *Tratado* que, se colocarmos uma corda em cada um desses extremos A e C, os pesos presos a estas cordas sendo iguais seria suficientes para se manter em equilíbrio, tendo em vista tudo que já foi discutido anteriormente sobre a Balança Romana, mesmo Galileu ciente que estes dois pesos estariam propensos a se mover por qualquer menor diferença na carga de um dos lados ou no comprimento de uma das alavancas. Agora sendo possível mover a alavanca ABC para a posição ABF, onde os pesos de momentos iguais estariam sendo baixado pelos extremos A e F, o peso sendo baixado para F em relação à balança ABC seria o mesmo que tomar um ponto (nesse caso K) em ABC tal que por sua perpendicular livre em relação ao centro das coisas naturais contenha o ponto F e logo a perpendicular por onde pende o mesmo peso. Da mesma forma que já foi discutido por Galileu em partes anteriores de seu *Tratado*, a força necessária em A, na balança de braços desiguais ABK para manter o peso em A por K é um tanto menor que a medida do braço $\overline{\mathrm{KB}}$ é menor que o braço $\overline{\mathrm{AB}}$. Porém como AB é raio do círculo assim como BF, assim podemos considerar o triângulo retângulo BKF, como observamos na Figura 24.

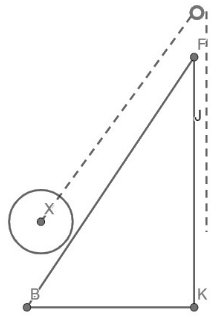
**Figura 24.** Triângulo BKF




**Fonte**: Próprio autor

Assim sendo, para manter um peso X no plano inclinado BF por uma corda pendente pela perpendicular FK presa ao peso X, é necessária uma força (J) um tanto quanto menor que X do quanto BK é menor que FB, como se vê na Figura 25.

**Figura 25.** Plano inclinado



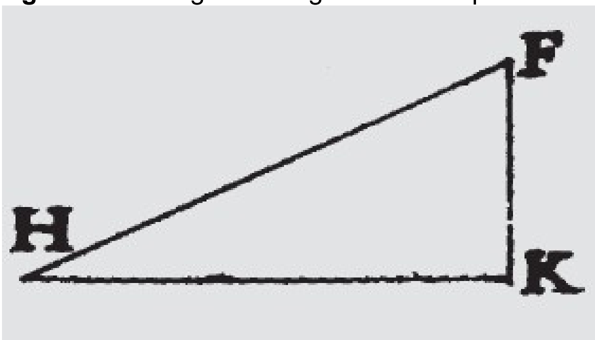

Fonte: Próprio autor

De forma análoga ao inclinar ainda mais esse plano, Galileu, em seu *Tratado*, considerou que um peso colocado segundo a linha BL, com a perpendicular LM em relação a AC, tem que o peso A para sustentar o peso C em L é tanto quanto menos que esse peso C do quanto a distância de $\overline{\mathrm{BM}}$ é menor que $\overline{\mathrm{BA}}$. Galileu observou que, quanto mais se inclina para baixo o peso C menor será a força necessária em A para sustentar C segundo as inclinações em F e L, pois menor será sua propensão de ir para baixo, conforme é sustentado pelas retas BF e BL respectivamente. Ora, Galileu, ao considerar este peso a mover-se pela circunferência CFL, de modo descendente não é diferente daquilo que se imaginaria a mesma circunferência CFLI ser uma superfície dobrada, de modo que ao ser colocado um peso sobre ela, ele tende a descer por ela. Assim não importa se ela está suspensa por um ponto B e sustentada pelo raio do círculo, ou retirada a sustentação ela caminha sobre a circunferência. Mas Galileu reafirmou que este peso tem uma tendência a descer seja sobre o raio BL ou pelo raio BF. É notável que, isso leve este peso a mover-se pela circunferência CIA de tal modo, que ao considerar a circunferência CFLI como um objeto dobrado sobre um móvel, a forma que o peso G se move sobre está é o mesmo que considerar este peso a mover-se pela circunferência CFI sustentada pelo eixo de apoio B.

Quanto ao movimento livre do corpo C sobre a circunferência, Galileu garantiu de forma indiscutível que se C estiver no primeiro ponto C, ele de nada é sustentado pela circunferência e seu momento não é diferente daquele que se estivesse livre sobre a reta tangente a circunferência DE. Por outro lado, o autor teve o cuidado de considerar que se C se mover livre estando no primeiro ponto F, ele, de fato, é sustentado em parte pela circunferência já que, ao observar a reta tangente CFH. Galileu pôde perceber que seu momento é diminuído na mesma proporção que $\overline{\mathrm{BK}}$ é diminuído de $\overline{\mathrm{BC}}$. Interessante que, Galileu percebeu o mesmo acontecer quando o peso C está sobre o ponto L, onde temos que em relação a tangente NO e seu momento é diminuído na mesma proporção em $\overline{\mathrm{BM}}$ é diminuído de $\overline{\mathrm{BC}}$.

Assim Galileu, ao considerar os triângulos semelhantes KFH e KBF, pôde concluir que a mesma razão de semelhança encontrada entre os lados KF e FH é encontrada entre KB e BF. Portanto na Figura 26, decorremos que o mesmo momento que o peso C tem na perpendicular com o horizonte tem para o plano inclinado HF, é encontrada a mesma proporção que a semirreta HF tem para a semirreta FK.

**Figura 26**. Triângulo retângulo utilizado por Galileu




**Fonte:** Galileu (*apud* MARICONDA; VASCONCELOS 2008, p. 631)

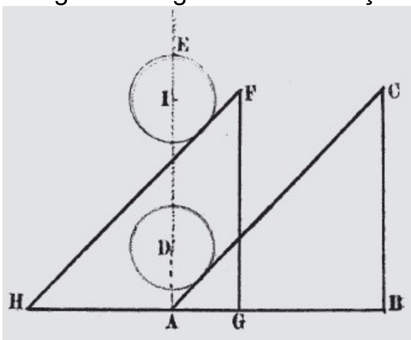
Com essa Figura 26, bastante diferente e interessante, Galileu concluiu que assim como a força que sustenta o peso na perpendicular FK deve ser igual a ele, a força para sustentar este mesmo peso C em relação ao plano inclinado segundo a reta FH é a na mesma proporção em relação ao peso C da quantidade que falta de $\overline{KF}$ em relação a $\overline{FH}$. Galileu utilizou o mesmo triângulo explorado dentro do círculo com uma rotação de 90°.

Como discutido anteriormente por Galileu em seu *Tratado*, para colocar o peso em movimento, basta que a força seja (mesmo que mínima) superior à força que o sustenta, e assim a força tem para o peso a mesma proporção que a perpendicular do término do plano até a horizontal tem para o comprimento desse plano.

### 2.2.7 O parafuso

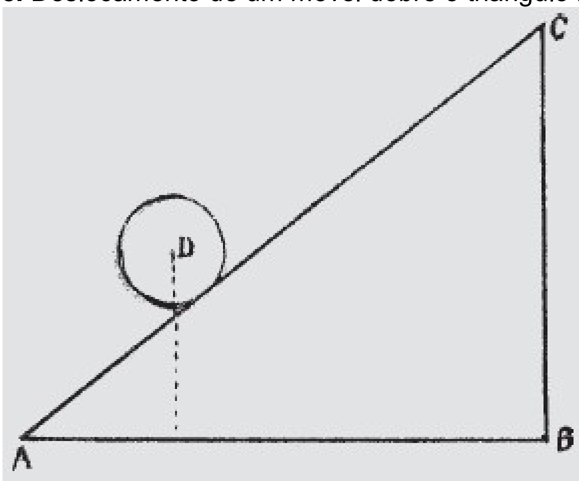
Para Galileu, o funcionamento de parafuso é justificado pelo princípio do plano inclinado, considerado em seu *Tratado*. Sendo o triângulo ABC, onde AB é o plano horizontal, BC o plano perpendicular a AB e AC o plano inclinado, nesse plano inclinado um peso D irá se mover (de A em direção a C) por uma força um tanto quanto menor que este peso, na mesma proporção que a perpendicular $\overline{BC}$ é menor que a semirreta $\overline{CA}$. O interessante é que a força necessária para elevar esse objeto não importa da posição do objeto sobre o triângulo, por exemplo, ao tomar um triângulo HGF deslocando o ponto A até H, temos que a força necessária para mover o peso D, digamos uma unidade de medida é a mesma aplicada no triângulo ABC para mover esse objeto pela mesma distância. Galileu, ao observar as Figuras 27 e 28, percebeu que a força necessária para mover o objeto é única em toda extensão do plano inclinado onde o princípio do parafuso se apresenta como uma generalização deste triângulo ACB, pois a força entra por baixo e impulsiona para cima até chegar aos vértices (C ou F).

**Figura 27.** Triângulo retângulo e a construção do parafuso




**Fonte:** Galileu (*apud* MARICONDA; VASCONCELOS 2008, p. 631)

**Figura 28.** Deslocamento de um móvel dobre o triângulo retângulo




**Fonte:** Galileu (*apud* MARICONDA; VASCONCELOS 2008, p. 632)

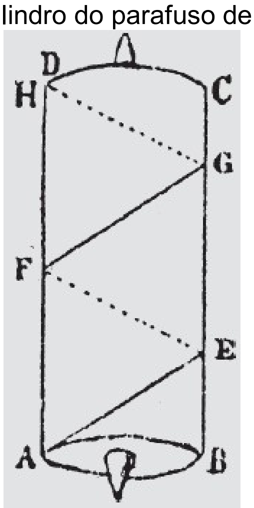
Discutidas essas especulações em torno do plano inclinado dentro *do Tratado das Máquinas Simples*, Galileu justificou o funcionamento da primeira máquina simples que utiliza o parafuso, como se pode observar na tradução:

> Ora, finalmente, a forma e a essência primária do parafuso não é outra coisa que um triângulo similar ACB, o qual impulsionado para diante, entra por baixo do grave que se deve alçar, e o levanta (como se diz) na cabeça. E tal foi a sua primeira origem: pois, considerando, tal como faria o seu primeiro inventor, como o triângulo ABC, indo adiante, eleva o peso D, podia-se fabricar um instrumento similar ao dito triângulo, de algum material bem sólido, o qual, impelido para adiante, elevasse o peso proposto; mas considerando a seguir melhor como uma tal máquina poderia ser reduzida a uma forma mais pequenina e cômoda, tomado o mesmo triângulo, [o primeiro inventor] circundou-o, envolvendo-o em torno do cilindro ABCD, de maneira que a altura do dito triângulo, isto é, a linha CB, constituía a altura do cilindro, e o plano ascendente gerava sobre o dito cilindro a linha helicoidal desenhada pela linha AEFGH, que vulgarmente chamamos de verme do parafuso; e, nessa variante, gera-se o instrumento que os gregos chamam cóclea, e nós parafuso, o qual girando vem com seu verme entrando sob o peso, e com

> facilidade o eleva. (GALILEU *apud* MARICONDA; VASCONCELOS, 2008, p.632)

Galileu considerou que, dentro do princípio do plano inclinado, a forma mais eficaz de fazer proveito disso, utilizando uma quantidade menor de material e espaço seria construir uma máquina de material bem sólido, munido de um cilindro de altura CB, que é a mesma deste plano inclinado. Como é possível identificar na Figura 29, a altura deste cilindro é a mesma da medida do triângulo. Por este cilindro, circunda-se um verme, tal que o comprimento deste verme AEFGH que quase sempre é maior que a medida do plano inclinado o que aumenta consideravelmente a multiplicação das forças. Assim, Galileu justificou o funcionamento do que os gregos chamam de cóclea[9] e os italianos de parafuso, em que a força aplicada para levantar um peso pelo verme do parafuso no cilindro ABCD é menor que o peso, o tanto quanto a altura do cilindro $\overline{\mathrm{CB}}$ (a mesma do triângulo inicial) é menor que o comprimento do verme $\overline{\mathrm{AEFGH}}$.

**Figura 29.** Cilindro do parafuso de Arquimedes




**Fonte:** Galileu (*apud* MARICONDA; VASCONCELOS 2008, p. 632)

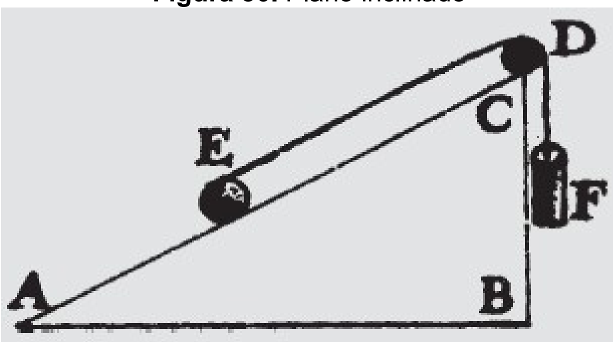
Ao compreender esse princípio citado em seu *Tratado*, Galileu justificou que nada de mais extraordinário pode acontecer em relação a esta máquina simples a não ser construí-la. Vale ressaltar que, assim como Galileu escreveu sobre todos os instrumentos mecânicos, por mais que neste não parece tão visível, nada acontece de extraordinário em seu funcionamento a não ser uma multiplicação das forças, o que torna inevitável um aumento do tempo gasto para transportar algo pelo parafuso. E isto é uma verdade, para Galileu em seu *Tratado* ao tomar o triângulo ABC como o

---

[9] Cóclea do grego kokhila, que significa caracol.

da Figura 30, com a linha horizontal AB, CB a perpendicular a horizontal e AC o plano inclinado, tem-se que: um peso sobre o plano inclinado AC ligado a corda EDF, onde F é uma força na outra extremidade da corda, enquanto F percorre a distância $\overline{FB}$ é obvio que E terá sido puxado pelo plano inclinado AC uma mesma distância $\overline{FB}$, porém em relação ao centro das coisas graves (distância em relação ao início do plano inclinado, por exemplo) E terá acrescido altura aos objetos que estão sendo elevados uma distância menor que $\overline{FB}$ do mesmo tanto que $\overline{CB}$ é menor que $\overline{AC}$.

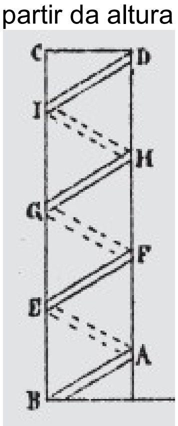
**Figura 30.** Plano inclinado




**Fonte:** Galileu (*apud* MARICONDA; VASCONCELOS 2008, p. 633)

A máquina simples, denominada "parafuso", sempre foi considerada uma invenção miraculosa, pois, ao ser utilizada para transportar água ou grãos, esses elementos sobem pelo parafuso mesmo que o verme deste parafuso tenda a descer de forma contínua. Como na maioria de seus trabalhos, Galileu passou a estudar por que o parafuso funcionaria no processo de transportar água de um nível a outro. Pelas suas justificativas de várias posições do cilindro dessa máquina, e pela riqueza nos detalhes, mas uma vez somos levados a crer que ele tenha realizado tais testes.

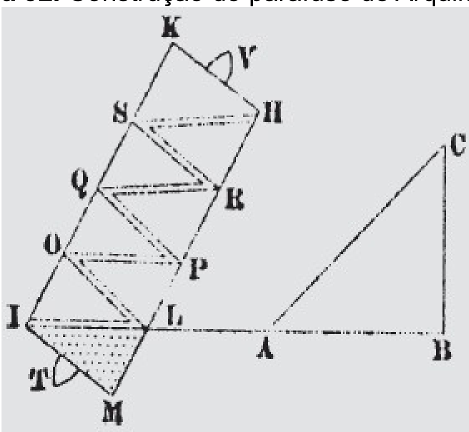
**Figura 31**. Cilindro formado a partir da altura de um plano inclinado




**Fonte:** Galileu (*apud* MARICONDA; VASCONCELOS 2008, p. 635)

Galileu considerou, em seu *Tratado*, que, ao colocar esse cilindro dentro de um rio na posição perpendicular ao espelho da água, como vemos na Figura 31 e tentar-se elevar água pelo canal BAEFGHID, tem-se que ele não o faça. Isso não ocorre pela multiplicação das forças serem insuficientes, mas pelo fato que este cilindro está formando com um plano horizontal um ângulo reto e, como já vimos, este ângulo apresenta uma maior resistência, fazendo com que a água não suba. Na Figura 32, retirada do *Tratado,* de Galileu, é possível ver que um parafuso montado a partir do plano inclinado ABC, ao levar água de um ponto de um canal a outro, a água entra nos canais, e a cada volta é elevado a um ponto mais alto pelo giro do parafuso e, assim, ela desce a um ponto mais baixo (porém mais alto que de onde partiu antes do giro) e, deste novo ponto, é elevado novamente pelo giro deste parafuso a uma parte mais alta e, ao chegar neste ponto, desce o verme novamente até o ponto mais baixo, repetindo este processo até emergir na outra extremidade do parafuso.

**Figura 32.** Construção do parafuso de Arquimedes

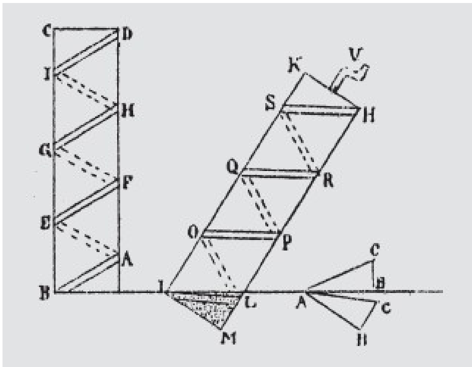



**Fonte:** Galileu (*apud* MARICONDA; VASCONCELOS 2008, p. 634)

Agora, ao inclinar este cilindro um pouco mais que o ângulo formado do plano inclinado do triângulo que foi tomado como base para sua construção como observamos na Figura 33, Galileu justificou que assim a água escorreria, subindo de forma a descer continuamente, com o auxílio do giro do parafuso por algum tipo de força.

De fato, Galileu considerou em seu *Tratado*, o triângulo ACB base para construção do parafuso de hélice helicoidal IH, tal que o canal IH fosse representado por AC. É evidente que a inclinação deste parafuso é dada pelo ângulo CAB e, se por acaso CAB estiver entre a terça e quarta parte de um ângulo reto, esse parafuso terá esta inclinação. Por outro lado, ao CB até o ponto C até o ponto B, tem-se que o grau de elevação deste plano é zero já que estará na horizontal e a água estará na primeira parte deste canal IL indiferente entre o repouso e movimento. Agora, se por acaso o ponto C for para baixo um pouco mais (o que seja mínimo como um fio de cabelo) tal que BAC tenha a terça ou quarta parte de um ângulo reto, a água naturalmente correrá para baixo pelo canal AC e no caso do verme do Parafuso correrá sem resistência por IL. Assim portanto, de acordo com a tradução de Mariconda e Vasconcelos (2008, p.634) para o *Tratado das Máquinas Simples,* de Galileu: “Conclui-se então que, sendo o ângulo *A* um terço de um reto (30°), a subida do canal *AC* será eliminada abaixando-o pela parte *C* na terça parte de um ângulo reto” e pelo fato deste parafuso girar a água que estava na posição no canal IL é levado pelo parafuso para o ponto O, onde pelo canal OP ela tem a mesma propensão de ir para a parte mais baixa em direção a P que tinha de ir a L e, assim, sucessivamente até emergir em H.

**Figura 33.** Funcionamento do parafuso de Arquimedes




**Fonte:** Galileu (*apud* MARICONDA; VASCONCELOS 2008, p. 635)

Expostas por Galileu as justificativas necessárias para construir o parafuso em torno da coluna produzindo o Parafuso BAEFGHIG, o ângulo não pode ser reto, pois, se assim o fosse, a água subiria pelo canal, o que contradiria o parágrafo anterior. Para Galileu, este ângulo deve ser formado um pouco menor que o do plano inclinado que o originou, por exemplo, se um plano inclinado tem a inclinação da terça parte do ângulo reto, como se vê no triângulo ABC, a construção deste parafuso deve respeitar um ângulo um pouco menor que isso, como se vê em MIL, pois, assim, a passagem pelo canal não será mais elevada, visto que para água passar do ponto I para o ponto L a água estará descendo.

Para finalizar o seu *Tratado das Máquinas Simples*, Galileu especulou sobre a força de percussão, ao investigar a operação mecânica do martelo, cujo instrumento é de difícil justificativa pelo plano inclinado ou pela alavanca, tanto que ele não o fez. Aqui mais uma vez a questão do experimento foi observada no trabalho de Galileu, pois ele justificou a operação do martelo tão detalhadamente que deixou claro que ele o fez, com o fato de repetir o processo com uma mínima força contra um grande objeto um número tão grande de vezes que foi possível movê-lo, mesmo que por um espaço mínimo.

No próximo capítulo, discorreremos sobre a metodologia da Resolução de Problemas, segundo Onuchic. Essa metodologia será posteriormente utilizada para desenvolver uma aplicação da máquina denominada “Parafuso” em sala de aula.

# 3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA DE ENSINO

Segundo os PCN de Matemática (BRASIL, 1998, p.32-33), “os conhecimentos matemáticos construídos pelos alunos ganham significado quando os conteúdos lhes são propostos através de situações-problema desafiadores, que levem o aluno a pesquisar além do contexto educacional”. Para isto, a Resolução de Problemas como metodologia de ensino se mostra uma ferramenta capaz de propiciar situações desafiadoras aos alunos.

Ao longo da história, todas as vezes que o ser humano se viu diante de um problema ou de um desafio inerentes ao cotidiano da vida, ele teve que buscar soluções, usando sua criatividade, sua inventividade, enfim sua capacidade de transformar situações desfavoráveis em favoráveis. Grandes personagens da história comprovam que a ciência sempre parte da necessidade do povo, como, por exemplo, Arquimedes que, segundo Soares (2014, p. 43-44), mostrou que a maioria de seus feitos relacionados à mecânica foi desenvolvida, pensando em resolver problemas de onde ele se encontrava naquele momento. A partir de um pedido do rei Hierão, ele construiu um “parafuso” para transportar água em sua passagem pelo Egito e um sistema de roldanas para alçar, com menos esforços, os pesados navios ao mar, como nos conta Assis (2008).

Solucionar problemas nada mais é que encontrar uma resposta matemática para algum questionamento de natureza humana. E é isso que a metodologia Resolução de Problemas propõe:

> Ao aplicar a Resolução de Problemas como método de ensino da matemática continuamente em sala de aula, o professor estará contribuindo ativamente para que o aluno conquiste sua independência intelectual, para ter autonomia em problematizar situações cotidianas e buscar possíveis soluções. (DANTE, 2003, p.20)

Entretanto, a despeito da importância dessa metodologia para o ensino da Matemática, essa disciplina vem sendo ministrada de forma fria, estática e com suas descobertas desvinculadas do cotidiano que as envolveu, tornando a matemática uma disciplina mecanizada, em que o aluno faz apenas uso de métodos, regras e algoritmos para alcançar resultados previsíveis. Assim sendo, muitas são as dificuldades dos alunos em aprender a Matemática. Diante disso, como nos conta Justulin (2016), desde meados da década de 1980, se tem buscado empreender caminhos capazes de mudar esse cenário. O primeiro deles, começou a ocorrer, segundo Vale, Pimentel e Barbosa (2015), no encontro "Conselho Nacional dos Professores de Matemática" realizado nos Estados Unidos (NTCM), quando foi proposto introduzir a Resolução de Problemas como metodologia de ensino. O intuito era mostrar aos professores que ensinar Matemática nada mais é que ensinar os alunos a resolverem seus próprios problemas ou os problemas da sociedade ao seu redor.

No Brasil, segundo Justulin (2016, p.871) "os estudos sobre a Resolução de Problemas se iniciaram na segunda metade da década de 1980, sendo que até o final do ano de 1990 apenas oito trabalhos acadêmicos, em nível de pós-graduação, sobre esse tema foram produzidos". Os Parâmetros Curriculares Nacionais, de 1998, indicam essa metodologia como uma estratégia de ensino.

Contudo, para discutir a Resolução de Problemas como metodologia de ensino, cabe antes entender "o que é um problema".

Mendonça (1993 *apud* Redling, 2011) e Polya (1986, *apud* Redling, 2011) definem problema como tudo aquilo que o indivíduo, com os seus conhecimentos adquiridos ao longo da vida social e escolar, não consegue resolver de forma pronta e imediata, fazendo-se necessário, então, buscar informações até chegar à solução. Em consulta ao dicionário de Língua Portuguesa *online,* de Michaelis[10], encontramos a seguinte definição: Problema: "Dificuldade ou obstáculo que requer grande esforço para ser solucionado, ou vencido".

Esta é a grande diferença entre problema e exercício. Enquanto exercício requer apenas treinar habilidades, focando repetir processos previamente determinados, sem oferecer dificuldade de resolução, já que tais métodos já foram adquiridos na jornada escolar; problema demanda pesquisas, novas descobertas e não apenas a mera repetição de processos, como nos explica Dante (1991, p.43):

> Exercício, como o próprio nome diz, serve para exercitar, para praticar um determinado algoritmo ou processo. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas. Problema – processo [...] é a descrição de uma situação onde se procura algo desconhecido e não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta sua solução.

Para os PCN:

---

[10] Disponível em: https://michaelis.uol.com.br/

> [...] a Resolução de Problemas é uma importante estratégia de ensino. Os alunos, confrontados com situações-problema novas, mas compatíveis com os instrumentos que já possuem ou que possam adquirir no processo, aprendem a desenvolver estratégia de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espírito de pesquisa aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem autoconfiança e sentido de responsabilidade; e, finalmente ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação. (BRASIL, 1998, p.52)

Contudo, adotar a Resolução de Problemas como metodologia de ensino é um pouco mais complicado do que parece, pois requer do professor muita dedicação e uma constante avaliação do próprio processo. Demanda dele a capacidade de escolher, corretamente, as situações a serem aplicadas em sala de aula. Situações que, de fato, sejam um problema, diante do conhecimento dos alunos. Segundo Miranda (2015, p.20), “ensinar a resolver problemas matemáticos não é uma tarefa fácil, pois, abrange inúmeros conhecimentos que devem ser construídos para desafiar o raciocínio do estudante”.

O ensino da Matemática através da Resolução de Problemas não se encerra, quando o conteúdo é apresentado através de uma situação-problema motivadora para os alunos. Essa metodologia vai além, ela deve também levar o aluno a ser capaz de resolver diversos problemas sozinhos, confrontar suas descobertas e estratégias com as dos colegas, como citam Rodrigues, Santos e Souza (2016, p.04): “Esse processo insere o aluno na atividade de resolver problemas onde posteriormente ele pode ser capaz de resolver problemas sozinhos”. É claro que cabe ao professor, ao confrontar as soluções de seus alunos, verificar quais hipóteses foram levantadas, se estas hipóteses foram testadas, e realizar a análise dos resultados, verificando a autonomia dos alunos quanto a resolver um problema, seja ele dentro ou fora da escola. Para Schastai e Pedroso (2008, p. 06):

> A Resolução de Problemas numa Perspectiva Metodológica apresenta uma postura de inconformismo frente aos obstáculos e ao que foi estabelecido nos enunciados, é um exercício de desenvolvimento do senso crítico e da criatividade, que são objetivos do ensino da Matemática.

Onuchic (2012) descreve a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino e sugere que uma atividade sob essa metodologia seja organizada, seguindo nove passos:

1. Preparação do Problema: sempre selecionar um problema que seja capaz de desenvolver no aluno um novo conceito.
2. Leitura individual: num primeiro momento, cada aluno, individualmente, deve fazer a leitura e a interpretação da proposta.
3. Leitura em conjunto: separados em grupos, a leitura e a interpretação devem ser retomadas e, caso haja dificuldades, tal leitura pode ser acompanhada pelo professor.
4. Resolução do Problema: após terem as dúvidas sanadas, os alunos, em cooperação dentro dos grupos, devem resolver o problema, valendo-se de suas próprias estratégias.
5. Observação e incentivo: o professor nessa parte do processo não tem mais a função de transmitir o conhecimento, mas deve se limitar a observar e incentivar os grupos a encontrarem suas próprias soluções.
6. Registro das soluções na lousa: todas as resoluções, certas ou erradas, por métodos indiferentes, devem ser registradas na lousa por algum representante do grupo.
7. Plenária: os grupos são convidados a discutir todas as soluções apresentadas na lousa.
8. Busca do consenso: o professor deve incentivar a classe a buscar uma solução que seja de senso comum dentre as apresentadas.
9. Formalização do conteúdo: o professor registra na lousa a solução formal que, geralmente, constam dos roteiros prontos e dos livros didáticos.

Para a realização da nossa atividade, seguimos esses nove passos para aplicar uma atividade que envolveu a resolução de uma situação-problema, motivada pela História da Matemática – manuseio e aplicabilidade de um Parafuso. O próximo capítulo descreverá as questões que foram aplicadas em sala de aula, envolvendo conteúdos como: razão, proporção e semelhança de triângulos.

# 4 AS MÁQUINAS SIMPLES COMO ATIVIDADE NA SALA DE AULA

Um dos objetivos deste trabalho foi contemplar o proposto pelo regimento do Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), qual seja: desenvolver atividades, possíveis de serem aplicadas em sala de aula, contribuindo assim para a prática docente.

Para tanto, elegemos como conteúdos matemáticos os envolvidos na construção de uma máquina simples (parafuso), estudada por Galileu. Assim, inicialmente foi elaborado um roteiro de atividade, baseado na Metodologia de Resolução de Problemas, como descrito no capítulo anterior, para ser aplicado ao primeiro ano do Ensino Médio. No Apêndice 3, o leitor interessado encontrará atividades relacionadas a outras máquinas simples que podem ser também desenvolvidas em sala de aula.

Em pesquisas rápidas em livros, *sites* e vídeos, foi possível encontrar diversas formas de construção destas máquinas, a destacar a que ganhou o nome de "Parafuso". Com o propósito de construir essas máquinas simples a serem utilizadas em sala de aula com alunos do Ensino Médio, serão detalhadas na sequência duas maneiras de construir um parafuso: uma, utilizando um *kit* de peças de encaixe, conhecido como "*Kit* Educacional Atto[11]" ; e outra, a partir de materiais reciclados[12].

O "*Kit* Educacional Atto", conforme a Figura 34, é formado por um conjunto de seis mil peças (tipo Lego) de fácil manuseio. Este *kit* é considerado ideal para esta atividade por conter peças especiais, como parafusos, mangueiras e roldanas.

---

[11] Disponível em: https://attoeducacional.com.br/produtos/kit-atto-ktr-10-2/

[12] Disponível em: http://pessoal.educacional.com.br/up/95460001/6120653/Como%20fazer%20um%20parafuso%20d e%20Arquimedes%20caseiro.pdf

**Figura 34.** *Kit* Educacional Atto

**Fonte:** MATOS *et al*. (2013, p.5)

Matos *et al*. (2013) relatam uma atividade, em forma de oficina, realizada com seus alunos. A proposta era construir um parafuso, a partir da experiência de Archimedes, utilizando o *Kit* Educacional Atto, com o objetivo de verificar a construção de modelos matemáticos, Antes do início da oficina, como contam Matos *et al*. (2013), os alunos foram divididos em grupos, conforme a disponibilidade de número de *kits*. Foi entregue a cada grupo uma lista de exercícios, os quais questionavam: a relação entre a altura da máquina parafuso e seu funcionamento; qual o comprimento mínimo e máximo em relação à altura escolhida; qual a relação existente entre o comprimento da bomba e o tubo de sucção; qual a relação entre a vazão e o número de voltas, dadas no parafuso; e por fim, qual o funcionamento mecânico da bomba. E assim, os alunos puderam encontrar, durante a construção, as respostas para tais questões.

O tempo estimado para a construção, de acordo com os autores, foi de 03 aulas de 50 minutos cada. O grupo devia permanecer o mesmo em cada aula, observando os princípios matemáticos utilizados na construção deste parafuso, registrando-os em folha específica e indo respondendo ao questionário proposto.

A construção ocorreu sem um roteiro prévio, e os alunos tiveram a liberdade de escolher o tamanho do parafuso, o espaço entre as linhas de seu verme, o ângulo entre a base e o plano, inclinado levando sempre em consideração a disponibilidade das peças dentro do seu *kit*. Ao professor coube tão somente intervir, quando solicitado pelo grupo, levando cada grupo a investigar as melhores formas de montagem.

A Figura 35 retrata duas imagens da atividade aplicada pelo grupo do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) no Instituto Federal do Pará (IFPA), no ano de 2013, uma durante a construção e a outra o resultado final da montagem.

**Figura 35**. Alunos montando o parafuso com peças do *kit* Atto e o resultado final

**Fonte:** MATOS *et al*. (2013, p.6)

Há na internet diversos tutoriais[13] e relatos que ensinam, também, como construir esta máquina – principalmente para o transporte de líquidos – a partir de materiais reciclados. Dentre os disponíveis, escolhemos, para adaptar a construção do nosso parafuso, o estudo de Doescher *et al*. (2009).

Doescher *et al.* relacionam os seguintes materiais (Tabela 1) para executar a construção de um parafuso:

**Tabela 1**. Materiais necessários para construção do parafuso

| Materiais | Comentários |
|---|---|
| Pedaço de cabo de vassoura | 22 cm |
| Um pedaço de mangueira | 38 cm e de 5 mm de diâmetro |
| Pedaço de madeira | De 14 x 21 cm para a "base" |
| Pedaços de madeira | 14 x 3 cm para os suportes laterais |
| Pedaço de arame | 13 cm |
| Pedaço de palito de churrasco fino | 10cm |
| Tampinha de garrafa PET | |
| Fundo de garrafa PET de 1L | Para o reservatório |
| Fundo de garrafa PET de 500 ml | Para o coletor |
| Martelo, pregos pequenos, cola instantânea, ferro de solda (ou prego quente), furadeira, uma broca | |

**Fonte:** Próprio autor

O roteiro, descrito por Doescher *et al*. (2009) segue os seguintes passos:

[13]Disponível em: http://www.fundasul.br/download/artigos/o_parafuso_de_arquimedes.pdf
https://pibidunivates.wordpress.com/2013/07/01/construcao-do-parafuso-de-arquimedes-na-turma-do-2%C2%BA-ano-na-eeem-santa-clara/

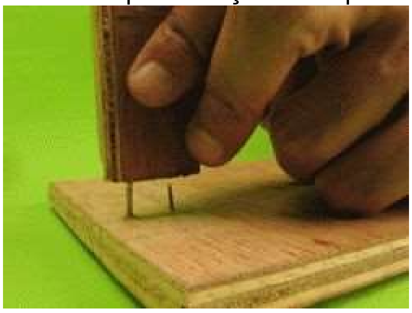
1- utilizando a furadeira, como na Figura 36, façam furos a uma distância de 1,5 cm da extremidade livre dos seus suportes laterais.

**Figura 36.** Uso da furadeira na construção

**Fonte:** DOESCHER *et al*. (2009)

2- Sobre o pedaço de madeira "base", preguem com pregos finos, como observado na Figura 37, os suportes laterais em uma das extremidades de 14 cm, com um espaçamento de 3 cm entre eles, de modo que eles fiquem na parte central desta extremidade.

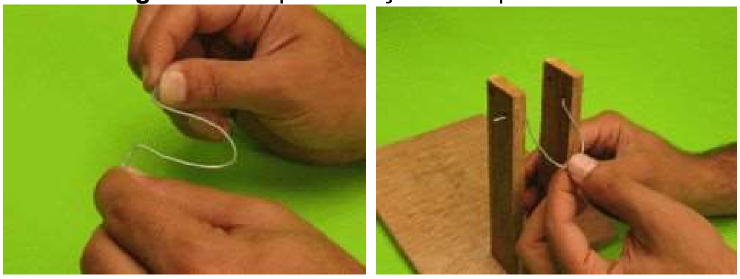
**Figura 37.** Representação da experiência



**Fonte:** DOESCHER *et al*. (2009)

3- Dobrem o arame em forma de (U), do mesmo modo que a Figura 38, com 3 cm de distância entre suas laterais, de forma que se encaixe no espaço entre os suportes laterais. Nas extremidades livres do seu (U), dobrem cerca de 2 cm para os lados de fora, de modo que fiquem perpendiculares às laterais do seu (U). Encaixem o arame dobrado nos furos dos suportes laterais.

**Figura 38**. Representação da experiência II



**Fonte:** DOESCHER *et al*. (2009)

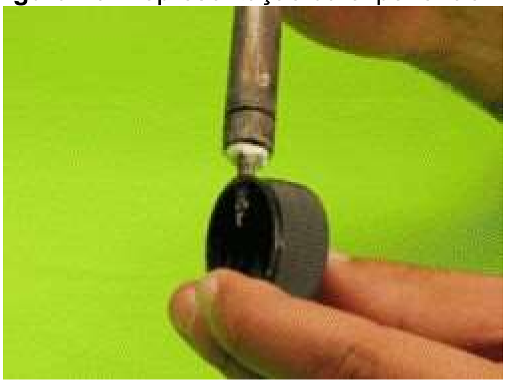
4- Usando cola instantânea, como se pode observar na Figura 39, colem o coletor (fundo da garrafa de 500 ml) bem em frente aos suportes laterais, de forma centralizada. Colem o reservatório (fundo da garrafa de 1L) em frente ao coletor, na outra extremidade.

**Figura 39.** Representação da experiência III

**Fonte:** DOESCHER *et al*. (2009)

5- Com um prego quente ou ferro de solda como na Figura 40, façam dois furos, um em frente ao outro, na borda da tampinha de garrafa PET, de forma que o palito de churrasco se encaixe neles de forma justa.

**Figura 40.** Representação da experiência IV



**Fonte:** DOESCHER *et al*. (2009)

6- Usando pregos finos, preguem a tampinha de garrafa PET em uma das extremidades do cabo de vassoura. Encaixem o palito de churrasco. Essa será a nossa manivela do mesmo modo da Figura 41.

**Figura 41**. Relatório de experiência V

**Fonte:** DOESCHER *et al*. (2009)

7- Usando uma cola instantânea, como se observa na Figura 42, colem a mangueirinha em forma de espiral, deixando sobrar um espaço de 5,5 cm da extremidade, onde foi pregada a tampinha de garrafa PET, e 4,0 cm da outra extremidade.

**Figura 42**. Representação da experiência VI

**Fonte:** DOESCHER *et al.* (2009)

8- Agora é só colocar o parafuso, como é visto na Figura 43, com o lado da manivela apoiado sobre o arame dos suportes laterais, e a outra extremidade apoiada dentro do reservatório. Encham o reservatório de água (pode colocar um corante na água para visualizar melhor) e girem a manivela para ver a água subindo pela mangueirinha até a extremidade mais alta.

**Figura 43.** Representação da experiência VII

**Fonte**: DOESCHER *et al*. (2009)

A seguir, passamos a descrever uma atividade, elaborada por nós, a partir de uma situação-problema, que buscou aliar a História da Matemática á metodologia Resolução de Problemas, aplicada a uma sala de Ensino Médio de uma escola do estado do Paraná.

## 4.1 Apresentação da atividade baseada numa situação-problema

Os parafusos, a serem utilizados para a realização da tarefa, foram construídos previamente por nós, professor-pesquisador, fazendo adaptações ao roteiro anterior elaborado por Doescher *et al.(2009).* Tal construção se deu a partir de materiais reciclados ou similares como: madeiras, pregos, arames e mangueira, além das ferramentas necessárias como: furadeira, martelo e alicate.

Foram entregues a cada grupo: uma unidade do protótipo do parafuso já construído; água; seringa; fita métrica; e cronômetro (seria possível a utilização do celular) para que eles pudessem manusear tais itens e assim resolver a atividade. Vale destacar que o parafuso da Figura 44 é um modelo maior que o utilizado pelos alunos. Esse modelo da Figura foi utilizado pelo professor na hora de formalizar os conteúdos.

**Figura 44.** Parafuso utilizado em sala de aula

**Fonte**: Próprio autor

Elaboramos um roteiro para aplicar a  atividade, baseado na Metodologia de Resolução de Problemas, de Onuchic (2012), mas tendo como pano de fundo resgatar a utilização da História da Matemática. durante o desenvolvimento da tarefa.

A atividade. distribuída em 03 aulas de 45 minutos e desenvolvida para aplicação no 1.º ano do Ensino Médio, envolveu os conteúdos de razão, proporção, grandezas direta e inversamente proporcionais e semelhança de triângulos. Como a turma era formada por 13 alunos e, considerado o número de parafusos montados (cinco parafusos), a turma foi dividida em 05 grupos, sendo 02 duplas e 03 trios.

As seguintes questões foram entregues para os alunos, uma por cada vez.

1) O Senhor Antenor é um de produtor de café que precisa aumentar a sua produção e resolveu fazer uma irrigação na parte mais elevada de sua propriedade. Para tanto foi necessário elevar por uma altura de 7 metros a água do ponto de captação até a plantação, conseguindo elevar 32 litros de água por hora. Como ele pode fazer isso? Registre as respostas de sua equipe nas linhas abaixo:

2) Analise o dispositivo oferecido. Qual sua utilidade? Registre sua resposta.

3) Explique como poderíamos utilizar esse dispositivo para resolver o problema do Senhor Antenor?

4) Qual sua opinião sobre esta atividade e a forma como ela foi desenvolvida?

## 4.2 Respostas esperadas

O roteiro elaborado pelo professor para a atividade tinha a possibilidade de obter uma gama de respostas e estratégias, a serem apresentadas pelos alunos para as respostas das questões.

Esperávamos, que, na primeira questão, dentre as várias estratégias, os alunos desenvolvessem um sistema de captação e transporte de água que fosse capaz de elevar certa quantidade até o ponto de irrigação, fazendo uso de diversos meios de propulsão e reservatórios além de citar quais materiais seriam necessários para elevar água até a irrigação. Entre eles: um sistema de canos movido à bomba, tração animal ou inanimado, caminhão pipa, tratores, baldes, reservatórios e até a perfuração de poços artesianos na parte superior do terreno.

Para a segunda questão, prevíamos que os estudantes observassem o dispositivo, seu funcionamento e indicassem qual seria sua utilidade, por exemplo: nível utilizado na construção civil, gerador de energia com o giro de seu verme, sistema de ventilação e o transporte de líquidos de um nível a outro.

Na terceira questão, poderíamos esperar como resposta a assimilação da possível relação entre o dispositivo apresentado em sala e a situação proposta pela Senhor Antenor, ou seja, elevar água de um ponto mais baixo até o sistema de irrigação, razão entre triângulos retângulos, relações métricas entre grandezas com unidades de medidas diferentes, medida a capacidade de transportar água do Parafuso e proporção.

## 4.3 Descrição do desenvolvimento da atividade em sala de aula

A atividade realizada neste trabalho foi aplicada a 13 alunos da turma do primeiro ano do Ensino Médio de um colégio público, localizado no interior do Paraná. Esta aplicação ocorreu nos dias 16 e 21 de agosto de 2019, sob a supervisão da professora regente. Como já era previsto no plano de aula, os 13 alunos foram divididos em 5 grupos, compostos por 2 ou 3 alunos cada. A formação dos grupos foi de acordo com a livre escolha dos alunos.

A aula se iniciou com a apresentação do professor e do projeto, sob observação da professora regente. Feito isso, foi entregue aos alunos a questão 1:

"O Senhor Antenor é um de produtor de café que precisa aumentar a sua produção e resolveu fazer uma irrigação na parte mais elevada de sua propriedade. Para tanto foi necessário elevar por uma altura de 7 metros a água do ponto de captação até a plantação, conseguindo elevar 32 litros de água por hora. Como ele pode fazer isso? Registre as respostas de sua equipe nas linhas abaixo:"

Os grupos receberam a questão, a qual deveria ser lida, de início, individualmente, por cada membro do grupo e depois ser socializada com seus pares. Cada grupo teve o tempo necessário para discutir as possíveis soluções e total liberdade para criar suas próprias estratégias de resolução. O primeiro passo ocorreu de forma natural, tanto que todos os grupos foram capazes de concluir a resposta da questão 1 em até 10 minutos, sem nenhuma intervenção do professor. No final, como já proposto, ocorreu a socialização das respostas com a turma toda. Cada grupo apresentou as hipóteses levantadas e registradas em folha sulfite. Os grupos explicitaram e discutiram suas respostas e e estratégias desenvolvidas, compararam-nas para buscar solucionar a questão proposta.

Recolhidas as respostas da primeira questão, foi, em seguida, entregue aos alunos a máquina simples, denominada parafuso (sem água) e a segunda questão: "Analise o dispositivo oferecido. Qual sua utilidade? Registre sua resposta".

Mais uma vez não houve intervenção do professor quanto à escolha de estratégias por parte dos alunos para resolver esta questão. Diante do parafuso, os alunos ficaram apreensivos, tanto que, antes de responder à questão, optaram por manusear o dispositivo, tentando entender seu funcionamento, sua capacidade e sua(s) finalidade(s).

Passado esse momento inicial, diante do dispositivo, os grupos se dedicaram a responder à pergunta proposta. Eles foram unânimes em relatar que esse dispositivo tinha como serventia transportar líquidos, até pela mangueira que forma seu parafuso. Respostas essas também dentro das possíveis esperadas.

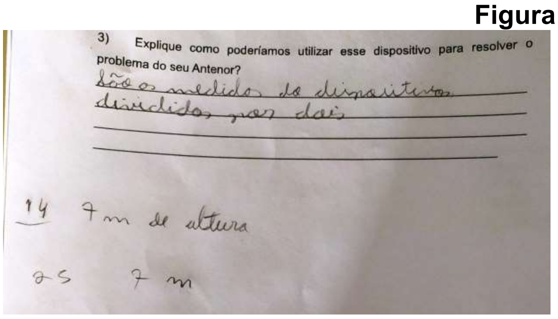
Recolhida as respostas da questão 2, foi entregue a cada grupo um recipiente com líquido e uma seringa. Cada grupo deveria colocar este dispositivo em funcionamento, encerrando assim o primeiro dia de aula.

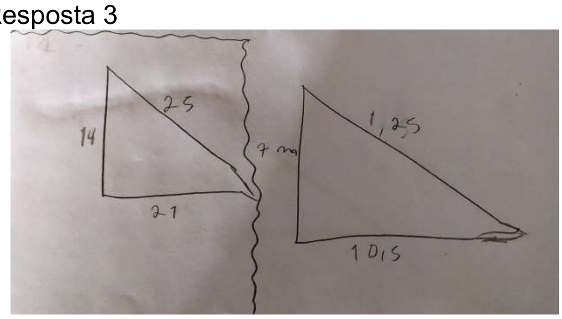
O segundo dia de aplicação da atividade iniciou-se com o retorno da turma em grupos, os quais deveriam ser os mesmos da aula anterior. Na sequênia, ocorreu a entrega da terceira questão: "Explique como poderíamos utilizar esse dispositivo para resolver o problema do Senhor Antenor?", e juntamente com o parafuso, um recipiente com água, uma régua, uma fita métrica e uma seringa. Os estudantes, como já era previsto, utilizaram o cronômetro do celular, permitido nesta instituição para fins pedagógicos.

A solução da questão três demandava uma necessárias associação com as duas questões anteriores, ou seja, como o dispositivo poderia ser utilizado para resolver o problema do Senhor Antenor.

De posse dessa informação, um dos grupos iniciou sua estratégia, tirando as medidas do dispositivo que eles estavam explorando, obtendo assim a altura, o comprimento da base e o comprimento do plano inclinado, registrando esses valores em sua folha, conforme a Figura 45. Ação esperada dentre as várias estratégias possíveis.

**Figura 45.** Resposta 3




**Fonte:** Próprio Autor

Como a professora da sala percebeu que os alunos não haviam feito nenhuma relação sobre a capacidade de transporte de água desse dispositivo, ela os questionou se a máquina, adaptada à situação do Senhor Antenor, com as medidas que eles encontraram, seria capaz de transportar 32l/h. Diante deste novo questionamento, os alunos, mais uma, vez fizeram uso deste dispositivo em seus grupos, começando a levantar alguns questionamentos sobre esta situação.

Por fim, os grupos, em discussão, entenderam e levantaram a hipótese que deveria ser considerada a vazão deste dispositivo, segundo uma unidade de medida de tempo.

Os alunos utilizaram o cronômetro do celular para medir o tempo que utilizaram o parafuso. Com o auxílio de uma seringa, como se pode observar na Figura 46, eles conseguiram medir em mililitros a água transportada de um recipiente a outro durante esse tempo.

**Figura 46.** Alunos medindo a capacidade do Parafuso

**Fonte:** Próprio autor

De posse dessa última informação, os alunos concluíram a pergunta, relacionando a capacidade de transporte de água deste parafuso com o que deveria ser construído peloSenhor Antenor. Cada grupo pôde socializar de forma verbal suas estratégias e resultados com os demais grupos.

Na sequência, foi feita uma devolutiva dos exercícios realizados em sala, formalizando, assim, os conteúdos, a sua relação com a semelhança entre os triângulos. Feito isso, foi apresentada aos alunos uma sequência de *slides,* que mostravam o passo a passo encontrado na maioria dos livros didáticos e, depois dois vídeos[14]: o primeiro sobre vida e obra de Galileu; e o segundo,sobre o funcionamento do parafuso, sua história e aplicações no cotidiano.

Ao final da aula, foi proposta aos alunos uma quarta questão, que envolvia conhecer a opinião deles acerca do tipo de aula que eles tinham vivenviado e acerca do desenvolvimento da atitividade, que abrangeu a metodologia de Resoluções de Problemas associada à História Matemática e ao parafuso.

## 4.4 Análise dos resultados

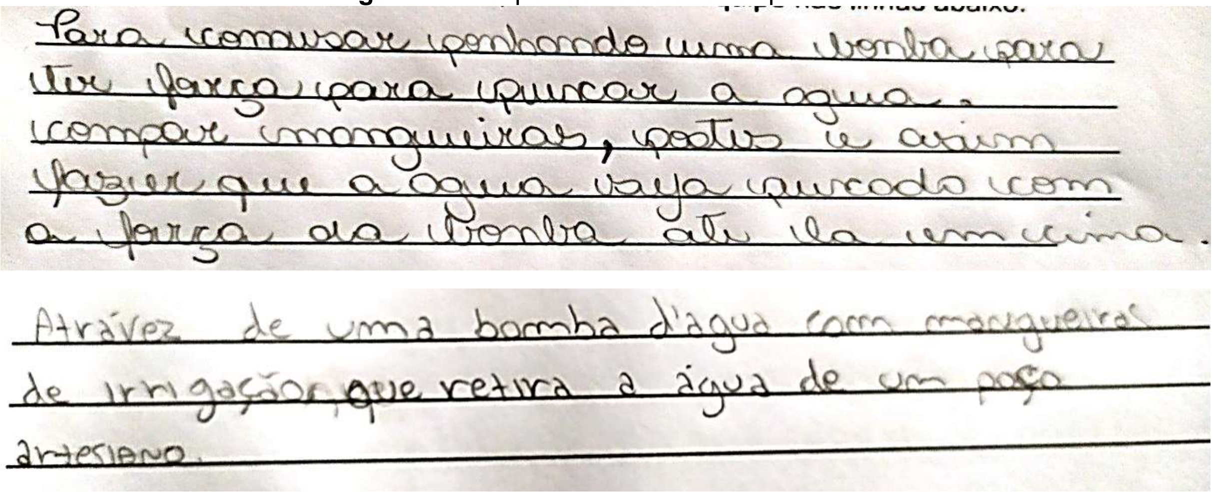
Para a primeira questão, quatro dos cinco grupos (80%) responderam que, para transportar água até o ponto de irrigação, seria necessário utilizar um sistema que fosse composto por bomba, canos e mangueiras. Apesar de esses grupos terem

---

[14] https://www.youtube.com/watch?v=eP3vnZRMpHc e https://www.youtube.com/watch?v=Uxko6UMN0xI

respondido quase que de forma idêntica, dois deles contribuíram com algo a mais do que dizer o que fazer. A Figura 47 mostra uma resposta de como fazer a instalação, para que esse sistema fosse capaz de atender a demanda do Senhor Antenor.

**Figura 47.** Respostas dos alunos a questão 1

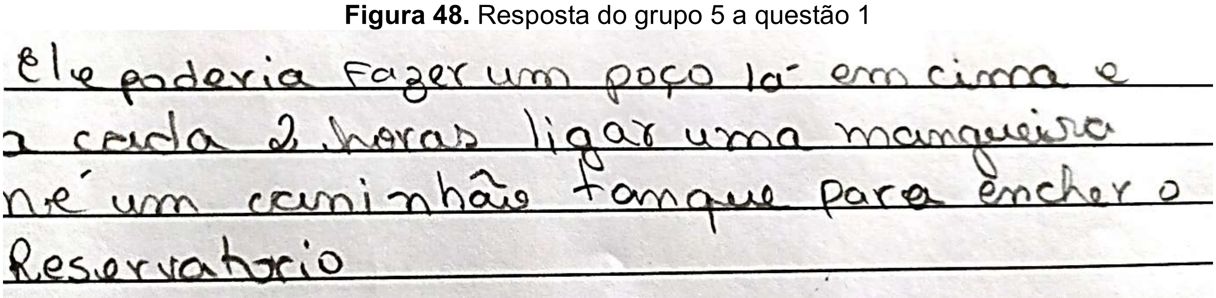

Para comesar pensando uma bomba para ter força para puxar a agua, comprar mangueiras, postes e assim fazer que a agua vaya puxado com a força da bomba ate la em cima.

Atrávez de uma bomba d'água com mangueiras de irrigação, que retira a água de um poço artesiano.

**Fonte:** Próprio autor

A Figura 48 demonstra que o quinto grupo fez uma abordagem diferente, ao propor que fosse feito um reservatório na parte mais alta da plantação e, assim sendo, possível de armazenar água. A água necessária para a irrigação seria abastecida no reservatório através de caminhões pipas. E ainda, caso fosse possível, poderia ser perfurado um poço nesta parte superior do terreno de onde seria extraída a água para abastecer esse reservatório e irrigar o terreno. Assim é possível observar que as respostas dos cinco grupos estavam todas dentro das respostas esperadas para o desenvolvimento da atividade.

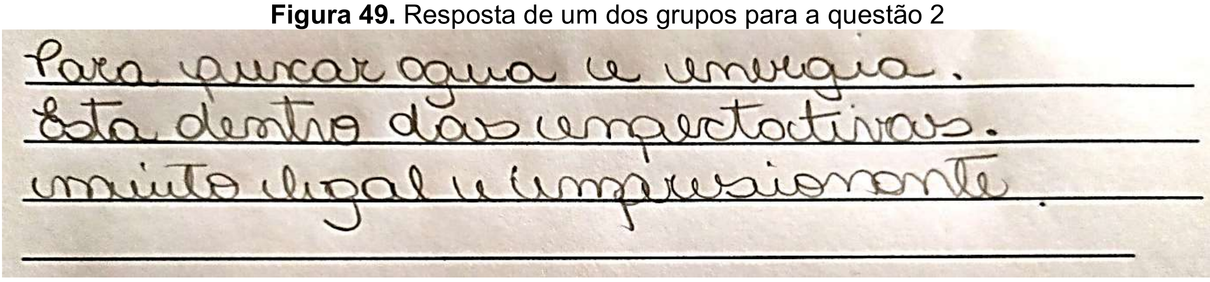
**Figura 48.** Resposta do grupo 5 a questão 1


Ele poderia Fazer um poço lá em cima e a cada 2 horas ligar uma mangueira né um caminhão tanque para encher o Reservatorio

**Fonte:** Próprio autor.

Quanto à etapa da discussão em torno da segunda questão, quando eles receberam o parafuso, foi interessante perceber as comentários feitos, a curiosidade dos grupos despertada pelo dispositivo. Para que ele serviria? Merecem destaque uma afirmação de um grupo, que disse: “além de transportar água, gerar energia elétrica", outro grupo que completou "esse dispositivo seria para confundir os alunos", e a resposta retratada na Figura 49. O entusiasmo foi tão grande que eles quiseram partilhar nas redes sociais, dois grupos pediram para a professora regente se eles poderiam filmar o dispositivo em movimento. Enfim foi um momento singular e "*legal*", como eles definiram. Também, nessa etapa, as respostas estavam dentro do esperado.

**Figura 49.** Resposta de um dos grupos para a questão 2




**Fonte:** Próprio autor.

No tocante à terceira questão, esperavávamos que eles conseguissem perceber que o dispositivo parafuso poderia ser associado à questão-problema do Sr. Antenor. Eles levantaram alguns questionamentos, por exemplo: como seria possível repensar esse parafuso em forma maior; a demanda de transporte de água seria suficiente; seria possível movê-lo com forças humanas? Nesse momento, houve a primeira intervenção do professor. Foi-lhes colocado que, mesmo o nosso dispositivo em sala de aula sendo manual, para sua criação seria possível utilizar outras categorias de força para colocar este parafuso em funcionamento, como a tração animal ou a força de um rio, por exemplo.

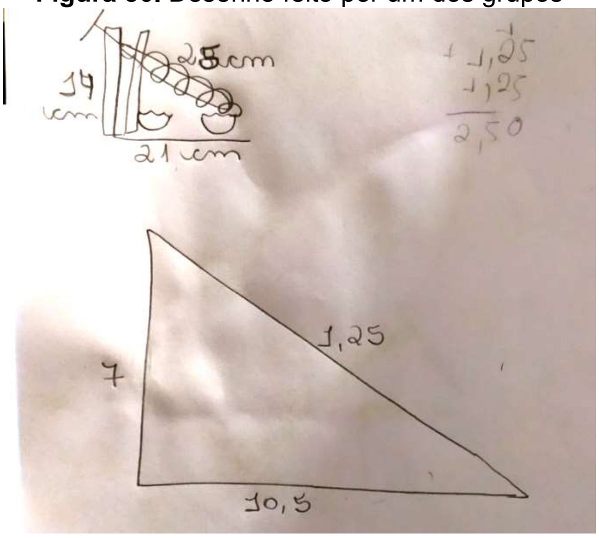
Um grupo, ao discutir o problema, percebeu que o protótipo tinha 14 cm de altura e que a altura para elevar a água até a irrigação de Senhor Antenor era de 7 m, ou seja, teria uma "divisão" por 2. Diante dessa constatação, comentaram: "professor, a altura é a metade", desconsiderando a unidade de medida. Essa observação dos alunos foi retomada quando da formalização dos conteúdos, em que o professor lhes repassou as estratégias de resolução mais frequentes dos livros didáticos. A estratégia empregada por esse grupo, apesar de interessante, não se enquadrou dentro das respostas esperadas, quando na criação do problema gerador.

Um outro grupo, ao perceber que o parafuso olhado de perfil se assemelhava a um triângulo retângulo e que a partir disso seria possível fazer uma assimilação com a situação de Sr. Antenor, revelou ter usado uma estratégia esperada para a atividade.

A despeito de os grupos apresentarem percepções interessantes sobre a situação-problema e desenvolverem algumas estratégias, como as citadas anteriormente, eles ainda não estavam conseguindo encontrar um caminho que os levasse até a solução. Isso fez com que eles consultassem a professora regente e ela os orientou a socializar as suas estratégias, a fim de que eles se auxiliassem mutuamente. Diante dessas novas informações, um dos grupos conseguiu perceber a relação entre essa situação proposta e uma questão contida na prova Paraná, que havia sido resolvida em sala poucos dias antes, sob a orientação da professora da classe. Essa questão envolvia a associação entre as medidas de duas figuras semelhantes, parecida com a situação apresentada

Interessante perceber que um dos objetivos do roteiro de aplicação baseado na metodologia de Resolução de Problemas é justamente este: levar o aluno a fazer associações, a estabelecer relações com aquilo que ele já conhece. De posse dessas quatro informações, as equipes se empenharam em resolver a questão proposta, até que duas delas conseguiram encontrar as medidas necessárias para construir o parafuso de Sr. Antenor. Vale destacar que essas duas equipes se apoiaram em desenhos de triângulo retângulo para resolver o problema, como podemos observar na Figura 50, apesar de alguns erros nas operações básicas.

**Figura 50.** Desenho feito por um dos grupos




**Fonte:** Próprio autor.

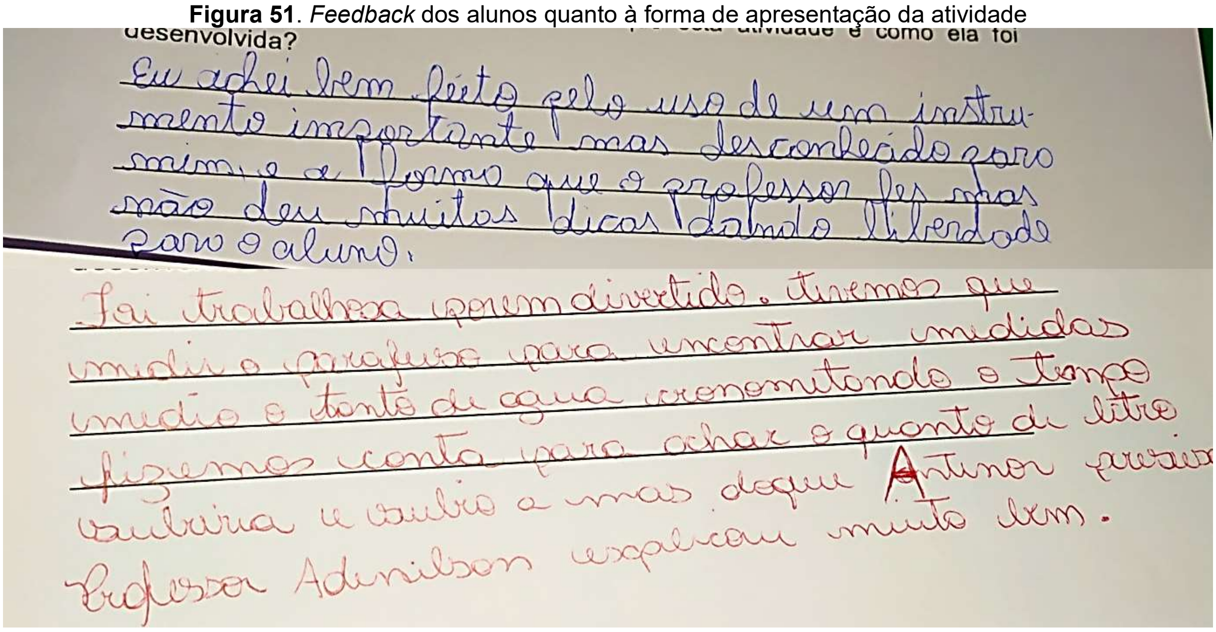
Duas outras situações sobre a resolução desta atividade foram apresentadas pelos grupos: primeiro que, mesmo os grupos que não conseguiram encontrar as medidas, eles se apoiaram em desenhos de triângulos e calcularam as medidas do protótipo; segundo que, mesmo com a seringa sobre a mesa, nenhuma das equipes se preocupou em verificar a vasão do dispositivo e se a construção de Sr. Antenor satisfaria a sua necessidade de 32l/h, deixando, assim algumas perguntas sem respostas, como por exemplo: qual seria a velocidade necessária para girar este dispositivo até que fosse possível atender a demanda de Sr. Antenor?; seria possível sim, transportar a água necessária? (já que dispositivo de Sr. Antenor seria bem maior (50 vezes)). Outro grupo citou que deveria considerar a pressão dessa água e, assim, realizaram a medição em mililitros, utilizando uma seringa. Unidade de medida essa já conhecida pelos alunos como as suas conversões. Desse modo, os alunos chegaram à conclusão que, mantido um certo ritmo, o parafuso apresentado em sala poderia transportar 60 ml por minuto. Socializadas essas possibilidades entre os grupos, foi levantada a hipótese de que, medida a quantidade de água que esse dispositivo seria capaz de transportar, seria possível fazer uma relação com o dispositivo de Sr. Antenor.

De posse da informação da capacidade de transporte do parafuso analisado em sala e de quantas vezes o parafuso a ser construído na propriedade de Sr. Antenor seria maior que o manuseado em sala e aproveitando seus conhecimentos prévios sobre conversão entre unidades de medida, os grupos, sozinhos, sem intervenção alguma, perceberam e fizeram a assimilação de que este dispositivo, ao ser construído, seria capaz de transportar $60x50 = 3000ml$/min, ou seja, 3 l/min mantido o mesmo ritmo.

Quastionados pela professora acerca da quantidade de minutos contidos em uma hora, eles dizeram ser 60 minutos. Logo, esse dispositivo seria capaz de transportar 180 l/h, o que seria muito superior à sua demanda.

Em relaçâo à derradeira pergunta, quando quisemos saber qual avaliação fariam sobre a aula e o desenvolvimento da atividade proposta, as respostas foram muito positivas, com relatos como: a aula estava “bem articulada” ou “bem desenvolvida”; “os problemas foram apresentadas de maneira simples, facilitando assim sua resolução”; “atividade muito criativa”; “uma boa fonte de aprendizado, além de divertido”; e “muito bem feito pelo uso de um instrumento desconhecido”. Dados esses evidenciados na Figura 51.

**Figura 51**. *Feedback* dos alunos quanto à forma de apresentação da atividade


desenvolvida?

Eu achei bem feito pelo uso de um instrumento importante mas desconhecido para mim, e a forma que o professor fez mas não deu muitas dicas dando liberdade para o aluno.

Foi trabalhoso porem divertido. tivemos que medir o parafuso para encontrar medidas medio o tanto de agua cronometando o tempo fizemos conta para achar o quanto di litro cabiria e saubio a mas daque Antenor parabens professor Adenilson explicou muito bem.

**Fonte:** Próprio Autor.

Considerada de maneira conjunta, a atividade proposta foi composta por três itens, cada um foi selecionado e desenvolvido de forma a propiciar aos alunos, contato com um procedimento na Resolução de Problemas matemáticos, de acordo com os nove passos apresentados por Onuchic (2012), quais sejam: preparação do problema, leitura individual, leitura em conjunto, resolução do problema, observação e incentivo, registro das soluções na lousa, plenária, busca do consenso e, por fim, a formalização do conteúdo. Claro que a presença de um elemento histórico nos levou a considerar tanto na preparação do problema, na resolução e nas análises um olhar sobre a História da Matemática.

Os problemas apresentados aos alunos foram pensados de tal maneira que fosse possível fazer uma relação entre a Matemática aprendida na escola e os desafios da vida vida cotidiana, como orienta o passo primeiro do roteiro de atividade de Onuchic (2012): sempre selecionar um problema que seja capaz de desenvolver no aluno um novo conceito. Foi prestada atenção para que as três perguntas apresentadas e o dispositivo entregue não fizessem parte de um conteúdo que eles conheciam até então. Quanto aos passos 1 e 2, indicamos que a primeira leitura fosse individual por cada aluno do grupo e, na sequência, socializado o problema entre os membros do grupo, através de uma nova leitura. Percebemos no relato dos problemas que as duas primeiras questões foram lidas e interpretadas pelos alunos e pelos grupos sem nenhuma dificuldade, sendo necessária a intervenção da professora de sala apenas no terceiro item, que demandava uma leitura e interpretação mais detalhadas – Intervenção já prevista dentro do roteiro de aplicação. Após essa leitura, socialização e, principalmente, interpretação dos problemas por parte de cada grupo, foram colocadas em prática suas próprias estratégias para resolução dentro de cada um dos itens questionados.

Nessa etapa cada grupo buscou resolver cada questão do problema proposto de forma a serem efetivos construtores desse conhecimento novo, dentro da Matemática, obtendo êxito nos dois primeiros, porém no terceiro item foi necessária a intervenção do professor para incentivá-los, já que, nessa ponto, os alunos teriam que percorrer caminhos diferentes, novos, para encontrar a solução. Isso vai ao encontro do que propõe a inserção da História da Matemática no ensino dessa disciplina, ou seja: possibilitar trazer os fatos históricos referentes à Matemática de forma a auxiliar, nesse processo, e, assim, estimular o trabalho corporativo, intervenção permitida no quinto passo do roteiro de Onuchi (2012) – professor mediador. Diante da dificuldade apresentada, mesmo saindo da ordem do roteiro, foram socializadas dentro deste item as propostas de cada grupo, incentivando assim a troca de ideias. Após isso, os grupos se reuniram novamente e, de posse, então, desses novos caminhos puderam pensar de forma mais clara como solucionar o problema. No roteiro proposto por Onuchic (2012), cada resposta deveria ser socializada na lousa para que todos pudessem visualizar as estratégias utilizadas e, assim, discutir qual a melhor opção. Porém, no momento da aplicação, essa socialização foi feita dentro do grupo em uma folha A4 e entre os demais grupos apenas de forma oral, o que dificultou que os alunos tivessem uma visão melhor das demais respostas e que discutissem qual seria a melhor solução. Concluída a socialização nos grupos, foi separado um tempo para que os alunos discutissem quais as melhores estratégias dentre as apresentadas. Dois fatos podem ser destacados: primeiro, as respostas para as questões 1 e 2, quase por unanimidade, foram iguais; segundo, por não terem sido registradas no quadro, houve pouca discussão, uma vez que não puderam continuar visualizando e discutindo as estratégias criadas.

Por outro lado, como a terceira questão era mais complexa e exigia mais diversidade nas estratégias apresentadas, isso suscitou mais discussões sobre qual teria sido a melhor maneira utilizada e qual seria a melhor solução entre as apresentadas, tornando esse momento, particularmente, interessante para o desenvolvimento da atividade.

Após analisarem as soluções apresentadas nos três itens, foi discutido entre os alunos as estratégias de resolução apresentadas por cada grupo, destacando: "as possíveis estratégias para encontrar a solução"; "qual deveria ser a unidade de tempo para a medir a vazão do Parafuso?"; "qual seriam os melhores materiais?"; "se seria possível atender a demanda de seu Antenor?".

Concluiu-se que deveria ter sido utilizado, a princípio, o ml/mim para medir a capacidade do parafuso e, ao simular a capacidade do parafuso adaptado a situação de Sr. Antenor, posteriormente, ser transformado em l/h, fato ocorrido.

Finalmente, foi chegado o momento de o professor formalizar o conteúdo, quando ele utilizou uma apresentação de *slides* para formalizar a organização da solução em linguagem matemática. Foi apresentado aos alunos o passo a passo da solução formal, apresentada na maioria dos livros didáticos, de forma a contemplar o nono e ultimo item do roteiro de Onuchic, base para esta aplicação.

A quarta questão tinha o propósito de entender qual a receptividade dos alunos diante da metodologia utilizada. Obtivemos uma resposta muito positiva, 100% dos alunos a classificaram como muito interessante e de grande valia no processo de aprendizagem deles, pois lhes proporcionou um jeito diferente de se relacionar com a disciplina, um despertar para os estudos matemáticos.

Ao analisar os resultados, foi possível perceber que os passos propostos pelo roteiro de Onuchic para a utilização da metodologia de Resolução de Problemas, foram atendidos em sua maioria, em especial pelos grupos que conseguiram aplicar alguma estratégia para resolução dos dois primeiros problemas propostos. Por outro lado, como a questão 3 era um pouco mais complexa e exigia a criação de estratégias diante de um novo conceito matemático que ainda estava sendo criado, foi perceptível a dificuldade dos alunos, o que se configura como muito normal, visto que essa metodologia não apresenta um roteiro estabelecido de forma prévia. Esperávamos que eles fizessem uma relação com as questões 1 e 2 e encontrassem as respostas, o que só aconteceu, em parte, depois da intervenção do professor e da troca entre os grupos, quando três deles conseguiram assimilar essas informaçõese e chegar à resolução, mesmo com alguns erros nas operações básicas.

## 5 CONCLUSÃO

A intenção desta pesquisa foi apresentar uma atividade que pudesse ser apresentada em sala de aula, valendo-se da História da Matemática – estudo do *Tratado das Máquinas Simples*, de Galileu Galilei – e respaldada pela metodologia da Resolução de Problemas. Para sua execução, buscamos um conteúdo matemático, dentre os propostos no currículo da Educação Básica, que possibilitasse essa aplicação, no caso os conteúdos razão entre duas grandezas, proporção e semelhança de triângulos foram tratados.

Para desenvolver este estudo foi realizada, inicialmente, uma pesquisa *online* ou presencial com professores que cursavam ou tinham cursado o Profmat acerca da utilização da História da Matemática em suas aulas. Foi possível observar que, apesar de os professores do estado do Paraná considerarem importante trabalhar com a História da Matemática, muitas vezes eles se prendem apenas a fatos históricos ou àquilo contido nos livros didáticos.

Em seguida foi feito um estudo sobre o *Tratado das Máquinas Simples*, de Galileu, com foco na máquina simples parafuso – interesse da nossa pesquisa – e nos conceitos matemáticos envolvidos em sua construção e nas suas multiplicações das forças, sejam elas ligadas ao plano inclinado ou à alavanca. A partir daí foi elaborada uma atividade que privilegiasse o uso da História da Matemática, dentro da metodologia da Resolução de Problemas, com o intuito de mostrar aos alunos a relação que pode ser estabelecida entre o que se aprende na sala de aula e os desafios vividos pelos homens ao longo dos tempos, ao mesmo tempo em que se desenvolve uma autonomia em encontrar soluções e estratégias para resolver problemas.

O desenvolvimento da atividade se mostrou bastante interessante, pois envolveu os alunos, despertou-lhes a curiosidade, mediante um dispositivo que não conheciam – o parafuso> Gerou compromentimento e vontade de criar estratégias e encontrar soluções para a situação-problema proposta. O fato de eles terem total liberdade para escolher suas próprias estratégias de resolução foi muito motivador.

Trabalhar com uma turma com poucos alunos propiciou uma relação professor-aluno muito mais próxima que o de costume, sendo assim foi mais fácil perceber as dificuldades matemáticas apresentadas por cada grupo durante as resoluções e o que este trabalho contribuiu para o aprendizado deles. Dentre as dificuldades apresentadas, vale destacar: a não utilização do conteúdo de razão de semelhança entre dois triângulos para resoluçào do problema; o não estabelecimento da relação entre figuras e objetos, ou seja, a dificuldade de visualizar a figura do papel no objeto materializado oferecido para ser explorado; além de alguns erros nas operações básicas, por exemplo quanto à posição da vírgula após uma divisão.

Um fator limitante foi o tempo disponível para a aplicação da atividade – três aulas no período noturno, cada uma de 45 minutos. O trabalho poderia ter sido mais rico, se houvesse tempo para, inclusive, construir o protótipo com a turma. Mas vale aqui a sugestão, a quem se dispuser a construir uma máquina simples: há vários tutoriais disponíveis, na internet, como consta do Anexo 4.

Enfim, esperamos que este trabalho possa servir de inspiração para outros professores que quiserem aliar a História da Matemática à metodologia de Resolução de Problemas, em direção a um ensino de Matemática mais contextualizado e motivador, capaz de desmoronar a ideia que a ela é uma disciplina difícil de ser aprendida. Caminhos existem, basta procurá-los.

## REFERÊNCIAS


ASSIS, A. K. T. **Arquimedes, o Centro de Gravidade e a Lei da Alavanca.** Montreal: Apeiron Montreal, 2008. 249 p. Tradução de: Arquimedes, o centro de gravidade e a primeira lei de mecânica.. Disponível em: <https://www.ifi.unicamp.br/~assis/Arquimedes.pdf>. Acesso em: 21 jan. 2020.

BATISTA, I. L.; LUCCAS, S. Abordagem histórico-filosófica e Educação Matemática: uma proposta de interação entre domínios de conhecimento. **Educação Matemática Pesquisa**: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, São Paulo, v. 6, n. 1, p.101-133, fev. 2004. Quadrimestral. Disponível em: <http://www.uel.br/grupo-pesquisa/ifhiecem/ arquivos/4682-10997-1-PB.pdf>. Acesso em: 18 fev. 2019.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNC C_20dez_site.pdf. Acesso em: 22 dez. 2017.

BRITO, A. J. A História da Matemática e a Educação Matemática na formação de professores. **Educação Matemática em Revista**, ano 13, n. 22, p. 11-15, 2007.

CANALTECH: **O que acontece quando você derruba um martelo e uma pena juntos na Lua?**, 2014. Disponível em: <https://canaltech.com.br/espaco/telescopio-espacial-europeu-que-vai-estudar-exoplanetas-acaba-de-ser-lancado-158179/>. Acesso em: 18 dez. 2019.

CARVALHO, J. B. Conhecimento, História, Realidade: por uma nova história do pensamento. **Revista de História**, [s.l.], v. 42, n. 86, p. 415-462, 6 jun. 1971. Universidade de São Paulo Sistema Integrado de Bibliotecas - SIBiUSP. http://dx.doi.org/10.11606/issn.2316-9141.rh.1971.130697. Disponível em: <file:///C:/Users/acer/Downloads/130697-Texto%20do%20artigo-248567-1-10-20170406.pdf>. Acesso em: 14 maio 2019.

D'AMBROSIO, B. S. Reflexões sobre a história da matemática na formação de professores. **Reflexões sobre a história da matemática**: Festschrift Ubiratan D'Ambrosio, Ohio - Eua, v. 1, n. 1, p.399-406, 1 dez. 2007. Mensal. Disponível em: <http://rodrigomat2004.pbworks.com/w/file/fetch/84772366/historia_texto3_rbhm.pdf>. Acesso em: 16 fev. 2019.

D'AMBROSIO, U. Porque e como ensinar História da Matemática. **REMATEC**, Natal (RN), Ano 8, n. 12. p. 7 - 21. jan./ jun. 2013.

DANTE, L. R. **Matemática:** contexto e aplicações. São Paulo: Ática, 1991. 240 p.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de matemática**. 1.° à 5.° Série. Para estudantes do curso de Magistérios e professores do 1.° Grau. 12ª. ed. São Paulo: Ática, 2003.

DOESCHER, A. M. L. *et al.* **Aprendendo mais uma invenção de Arquimedes:** o parafuso de Arquimedes! 2009. Portal do Professor. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=15380>. Acesso em: 28 out. 2019.

EVANGELISTA, B. S.; LIMA, P. N. A.; JUCÁ, R. S. A Concepção de professores formadores em relação ao uso da História da Matemática. *In*: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 9.,2011, Aracaju. **Anais [...]** Snhm, 2011. Disponível em: < http://www.each.usp.br/ixsnhm/Anaisixsnhm/Comunicacoes/1_Evangelista_B_S_Concep%C3%A7%C3%A3o_de_professores_Formados.pdf >. Acesso em: 16 fev. 2019.

FAJARD, V.; FOREQUE, F. **7 de cada 10 alunos do Ensino Médio têm nível insuficiente em português e matemática, diz MEC.** 2018. Grupo Globo. Disponível em: <https://g1.globo.com/educacao/noticia/2018/08/30/7-de-cada-10-alunos-do-ensino-medio-tem-nivel-insuficiente-em-portugues-e-matematica-diz-mec.ghtml>. Acesso em: 29 ago. 2019.

FERNANDES, J. **Bibliografias:** Galileu Galilei. 2015. Disponível em: <https://www.out4mind.com/galileu-galilei/>. Acesso em: 04 dez. 2018.

FITAS, A. J. S. Notas sobre a vida e obra de Galileu. 01 fev. 2011, 09 dez. 2011. 31 p. **Notas de Aula**. Disponível em: http://home.uevora.pt/~afitas/ Galileu.pdf. Acesso em 28/10/2019.

GARNICA, A. V. M.; SOUZA, L. A. **Elementos de História da Educação Matemática.** São Paulo: Cultura Acadêmica, 2012. 384 p.

GASPERI, W. N. H.; PACHECO, E. R. **A história da matemática como instrumento para a interdisciplinaridade na educação básica.** 2016. Portal dia a dia educação. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/ portals/pde/arquivos/701-4.pdf>. Acesso em: 16 fev. 2019.

GOMES, S. C.; MEDEIROS, S. C. S. História da matemática em um mestrado profissional: uma possibilidade. *In*: CIAEM, 13., 2011, Recife. **Anais [...].** Recife: Ciaem, 2011. v. 1, p. 1 - 1. Disponível em: <https://ciaem-redumate.org/ocs/index.php/xiii_cia em/xiii_ciaem/paper/viewFile/ 1362/297>. Acesso em: 16 fev. 2019.

JUSTULIN, A. M. Um delineamento dos artigos em resolução de problemas no Brasil a partir de periódicos. **Educação Matemática Pesquisa**: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduação em Educação Matemática, São Paulo, v. 18, n. 2, p.871-894, 01 jul. 2016. Quadrimestral. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/24443/pdf>. Acesso em: 04 nov. 2019.

KOYRÉ, A. **Estudos galilaicos**. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1986.

LARA, I. C. M. O ensino da matemática por meio da história da matemática: possíveis articulações com a etnomatemática. **Vidya**: Periódicos da Universidade Franciscana, Santa Maria, v. 33, n. 2, p.51-62, jun. 2013. Semestral; Disponível em: <https://www.periodicos.unifra.br/index.php/ VIDYA/article/download /254/230>. Acesso em: 18 fev. 2019.

LOPES, L. S.; FERREIRA, A. L. A. Um olhar sobre a história nas aulas de matemática. **Abakós,** Belo Horizonte, p.76-88, 08 nov. 2013. Semestral. Disponível em: <http://periodicos.pucminas.br/index.php/abakos/article/view/P.2316-9451.2013v2n1p75>. Acesso em: 30 abr. 2019.

MACEDO, F. Biografias de Física Clássica: Galileu Galilei (1564-1642). **Correio do Minho**, Braga, v. 1, n. 1, p.28-28, 02 abr. 2016.

MARICONDA, Pablo Rúben. Galileu e a Ciência Moderna. **Especiarias**: Cadernos de Ciências Humanas, Ilhéus, v. 9, n. 16, p.267-292, 01 jul. 2006. Semestral. Disponível em: <http://www.uesc.br/revistas/especiarias/ed16/16_2_galileu_e_a_ciencia_moderna.pdf>. Acesso em: 17 fev. 2020.

MARICONDA, P. R. As Mecânicas de Galileu: as máquinas simples e a perspectiva técnica moderna. **Scientiae Studia**, São Paulo, v. 6, n. 4, p.565-606. 2008. Trimestral. Print version ISSN 1678-3166On-line version ISSN 2316-8994. Disponível em: < http://www.scielo.br/pdf/ss/v6n4/v6n4a06.pdf>. Acesso em: 25 nov. 2018.

MARICONDA, P. R.; VASCONCELOS, J. C. R. As Mecânicas: Galileu Galilei. **Scientiae Studia**, São Paulo, v. 6, n. 4, p.607-638. 2008. Trimestral. Print version ISSN 1678-3166On-line version ISSN 2316-8994. Disponível em: < http://www.scielo.br/pdf/ss/v6n4/v6n4a07.pdf>. Acesso em: 25 nov.
2018.

MATOS, F. C. *et al*. O Parafuso de Arquimedes: uma inovação no ensino de matemática sob a perspectiva da modelagem matemática no IFPA. *In*: ENEM, 11., 2013, Curitiba. **Anais [...] .** Curitiba: Sbem - Paraná, 2013. v. 1, p. 1 - 9. Disponível em: <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/2861_1186_ID.pdf>. Acesso em: 04 nov. 2019.

MENDES, I. A. A investigação histórica na formação de professores de matemática. **Revista Cocar (UEPA)**, Florianópolis, v. 4, p. 37-48, 2010. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/160867/37-122-1-PB.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 04 nov. 2019.

MIGUEL, A. **Três estudos sobre história e educação matemática**. 1993. 361 f. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1993.

MIGUEL, A., BRITO, A. **A história da matemática na formação do professor de matemática**, 2010. Disponível em: http://professoresdematematica.files.

wordpress.com/2010/03/a_historia_da_matematica_na_formacao_do_professor_de_matematica_antonio_miguel_arlete_brito.pdf Acesso em: fevereiro de 2019.

MIRANDA, A. M. M. S. **Resolução de Problemas como metodologia de ensino:** uma análise das repercussões de uma formação continuada. 2015. 120 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Física, Puc, Porto Alegre, 2015. Disponível em: <http://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/6263>. Acesso em: 15 fev. 2019.

MORENO, L. C.; DIAS, G. F. A História da Matemática como metodologia de ensino: em Baia Formosa/RN. *In*: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 3., 2016, Natal. **Anais [...].** Natal: Realize, 2016. v. 1.

ONUCHIC, L. L. R. **A resolução de problemas na educação matemática**: onde estamos e para onde iremos? *In*: JORNADA NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2012, Passo Fundo. **Anais [...].** Passo Fundo: Ppgedu, 2012. v. 1, p. 1 - 2. Disponível em: <http://docs.upf.br/download /anaisjem/trabalhos/cmp-14-onuchic.pdf>. Acesso em: 05 set. 2019.

REDLING, J. P. **Metodologia de resolução de problemas:** concepções e práticas pedagógicas de professores de matemática no ensino fundamental. 2011. 166 f. Tese (Doutorado) - Curso de Ciências e Matemática, Ciências e Matemática, Unesp, Bauru, 2011. Cap. 1. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/90928/redling_jp_me_bauru.pdf?sequence=1>. Acesso em: 15 fev. 2019.

RODRIGUES, C. O; SANTOS, S. S.; SOUZA, T. M. G. **Metodologia da resolução de problemas**: uma prática viável para o ensino de matemática. *In*: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, NÃO USE NÚMEROS ROMANOS OU LETRAS, USE SOMENTE NÚMEROS ARÁBICOS. 2016, Natal. Natal: Realeza, 2016. Disponível em: <http://www.editorarealize.com.br/revistas/conedu/trabalhos/ TRABALHO_E

SANTOS J. A.; MOITA F. M. G. S. C. **Objetos de Aprendizagem e o Ensino de Matemática:** Análise de sua importância na aprendizagem de conceitos de probabilidade. *In*: ENCONTRO REGIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2. Rio Grande do Norte, 2009. Disponível em: http://www.sbemrn.com.br/site/II%20erem/comunica/comunica.html. Acesso em: 13 maio 2012.

SANTOS, J. A; FRANÇA, K. V.; SANTOS, L. S. B. **Dificuldades na Aprendizagem de Matemática.** 2007. 41 f. TCC (Graduação) - Curso de Matemática, Matemática, Universidade Adventista de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos /File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Monografia_Santos.pdf>. Acesso em: 30 abr. 2019.

SANTOS, M. L. S.; BARBOSA, E. J. T. A História da Matemática em livros didáticos. *In*: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 1., 2014, Capina Grande. **Anais [...].** Capina Grande Realize, 2014. v. 1, p.1-1. Disponível em: <http://www.editorarealize.com.br/revistas/conedu/trabalhos/Modalidade1datahora_04_08_2014_15_45_50_idinscrito_1082_77e8cbfc3a179436542bb4639e6bde81.pdf>.

Acesso em: 06 jun. 2019.

SCHASTAI, M. B.; PEDROSO, S. M. D. **A Resolução de Problemas numa perspectiva metodológica.** 2008. 22 f. Monografia (Especialização) - Curso de PDE, Matemática, Uepg, Ponta Grossa, 2009. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1573-8.pdf>. Acesso em: 13 jun. 2019.

SILVA, A. G. A História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem: uma discussão a partir da percepção dos professores: A História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem: Uma discussão a partir da percepção dos professores. **Pedagogia em Foco**, Iturama, v. 12, n. 7, p.147-156, jan./jun. 2017. Semestral. Disponível em: <http://revista.facfama.edu.br/index.php /PedF/article/view/262/213>. Acesso em: 16 fev. 2019.

SOARES, N. M. F. **Sobre o conhecimento e a difusão das obras de arquimedes em Portugal.** 2014. 110 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de História e Filosofia das Ciências, História e Filosofia das Ciências, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2014. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/155 08/1/ulfc111904_tm_Natercia_Soares.pdf>. Acesso em: 30 out. 2019.

STAREPRAVO, A.R. *et al.* **O que a Avaliação de Matemática tem revelado aos Professores:** conhecimentos construídos ou informações acumuladas?. *In:* CONGRESSO INTERNACIONAL SOBRE AVALIAÇÃO NA EDUCAÇÃO, Curitiba-Paraná, 2004.

THOMAS, E. **Como construir máquinas simples,** 2017. Disponível em: <https://www.ehow.com.br/construir-maquinas-simples-como_4648/>. Acesso em: 10 out. 2019.

VALE, I.; PIMENTEL, T.; BARBOSA, A. Ensinar matemática com resolução de problemas. **Quadrante**: Revista de Investigação em Educação Matemática, Lisboa, v. 2, n. 24, p.39-60, 30 dez. 2015. Semestral. Disponível em: <https://quadrante. apm.pt/index.php/quadrante/issue/view/8>. Acesso em: 21 jan. 2019.

VASCONCELOS, J. C. R. de. Anotações para uma leitura contemporânea de As Mecânicas de Galileu Galilei. **Scientiae Studia**, São Paulo, v. 4, n. 6, p.551-563, 2008. Trimestral. Print version ISSN 1678-3166. On-line version ISSN 2316-8994. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ss/v6n4/v6n4a05.pdf>. Acesso em: 20 jan. 2020.

VIANA, M. C. V.; SILVA, C. M. Concepções de Professores de Matemática sobre a utilização da História da Matemática no processo de Ensino-Aprendizagem. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA**.** 9., 2007, Belo Horizonte. **Pôsteres** [...]. Belo Horizonte, 2007.

VITTI, C. M. **Matemática com prazer, a partir da história e da geometria**. 2. ed. Piracicaba – São Paulo. Editora UNIMEP. 1999. 103p.

ZANDOMENIGHI, R. A.; MENEZES, J. J. O. História oral em educação matemática como metodologia: algumas reflexões e articulações. *In*: SEMINÁRIO SUL-MATO-

GROSSENSE DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2016, Campo Grande. **Anais [...].** Campo Grande: Sbem-ms, 2016. v. 1, p. 160 - 169. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/sesemat/article/view/2057/2181>. Acesso em: 28 out. 2019.

# ANEXO E APÊNDICES

## ANEXO 1

COLÉGIO ESTADUAL EFM.
Ensino Fund. e Médio Aut. Funcion.

**GOVERNO DO ESTADO DO PARANÁ**

**SEED -** SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO

**NRE:** **MUNÍCIPIO:**

**INSTITUIÇÃO:**

**ENDEREÇO:**

**TELEFONE:**

AUTORIZAÇÃO

A direção do Colégio Estadual Ensino Fundamental e Médio, autoriza o acadêmico ADENILSON MARTINS, a aplicar um Projeto de Matemática junto aos alunos do Ensino Médio no período da noite da professora regente

Marilena, 19 de junho de 2019.

## APÊNDICE 1

**Plano de Aula**

| | |
|---|---|
| **Conteúdo:** Razão e proporção | **Professor:** Adenilson Martins<br><br>**Tempo Previsto:** 135 minutos (03 aulas) |
| **Objetivos:** | - Utilizar a Resolução de Problemas como metodologia de ensino.<br>- Observar a forma que foi construído o Parafuso a partir de materiais reciclados, preferencialmente.<br>- Verificar a forma com que foram utilizados os materiais.<br>- Observar o Parafuso em funcionamento e calcular qual a capacidade desta máquina ao transportar líquidos (por minuto).<br>-Explorar o conceito de razão e proporção existente na multiplicação das forças do parafuso que se baseia no princípio do plano inclinado. |
| **Sugestão para aplicação.** | O professor inicia sua aula propondo aos alunos que se dividam em grupos de, no máximo, quatro alunos. Inicialmente é entregue aos alunos um problema para que eles busquem uma solução matemática ou não para aquele questionamento. Na sequência, é proposto um segundo problema, agora sobre o Parafuso. Junto com o problema é entregue a eles o Parafuso já pronto, além de água, cronômetro, fita métrica e uma seringa para que possam medir em ml a capacidade de transporte de água desse Parafuso. O professor pode fazer um modelo maior para usar na frente da turma para uma melhor observação dos alunos quanto a algumas dúvidas que possam surgir no decorrer da aula.<br>Com essas duas repostas, é proposta aos alunos uma terceira questão. Esta questão tem o objetivo de levar os alunos a perceber a relação entre as duas primeiras. Essa associação de faz necessária, junto com os conceitos de razão para que possa ser respondida.<br>Nesse momento é feita a devolutiva dos exercícios para os alunos através inicialmente de vídeos sobre Galileu Galilei e o Parafuso e na sequência uma apresentação de slides com o passo a passo da resolução. |

| | |
|---|---|
| | Por fim, é proposto aos alunos uma quarta questão para avaliar, segundo a opinião deles, a forma que as questões foram trabalhadas. |
| **Materiais disponibilizados aos alunos** | 1) Máquina Simples (Parafuso)<br>2) Régua (1 por equipe)<br>3) Fita métrica (1 por equipe)<br>4) Folhas para registro de atividades<br>5) Cronômetro (Celular dos Alunos)<br>6) Seringa descartável (sem agulha) |

## APÊNDICE 2

Questionário para professores de Matemática

---

**1. Qual sua formação na graduação?** *

- Licenciatura em Matemática
- Licenciatura em outra disciplina
- Bacharelado
- Outro:

**2. Quanto tempo leciona Matemática?** *

- Entre 0 e 2 anos
- De 2 a 5 anos
- De 5 a 10 anos
- Mais de 10 anos

**3. Para quem você leciona?** *

- Ensino Fundamental
- Ensino Médio
- Ensino Superior

**4. Por que você escolheu ser professor de matemática?** *

**5. Na sua opinião, atualmente, quais as principais dificuldades dos alunos em relação à Matemática?** *

**6. Durante sua formação inicial (graduação), você cursou a disciplina História da Matemática?** *

- Não
- Sim

**Caso tenha respondido à questão anterior como sim, essa disciplina contribui para o seu desempenho atual como professor?**

- Sim
- Não
- Não sei dizer

**7. Você já participou de alguma atividade de formação continuada, cujo foco tenha sido a História da Matemática?**

- Sim
- Não

**Caso tenha respondido à questão anterior sim, poderia descrevê-la?**

**8. Você utiliza História da Matemática em sala de aula? Explique como, se utiliza.**

**9. Os livros didáticos que você utiliza trazem alguma informação sobre História da Matemática? Você acha que é importante esse tipo de informação?**

**10. Você considera importante o uso de História da Matemática na sala de aula?**

- Não
- Sim

**11. Você tem dificuldade em utilizar História da Matemática em sala de aula?**

## APÊNDICE 3

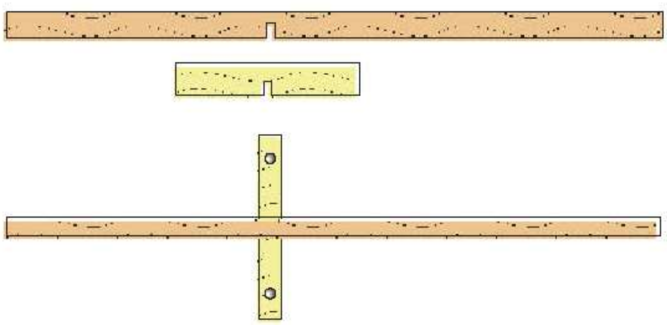
A forma de montagem da Balança Romana adaptada à sala de aula aqui apresentada faz parte do Projeto Ripe da Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP) em 2015. Para tal construção serão necessários os materiais, conforme segue:

- Uma ripa de madeira (0,5x1x100cm).
- Uma lâmina de barbear ou alfinetes.
- Cola.
- Papel milimetrado ou escala de vinil.
- Palito de churrasco.
- Copinhos de café.
- Linha, tesoura, agulha de costura.
- Parafusos para metal, com porca, com 3,5 cm de comprimento e 2mm de diâmetro(aproximadamente).
- Gesso ou argila.
- Seringa de 1cm3.
- Fio de cobre ou arame fino.

Seguem abaixo os passos para construção:

1) Corte um pedaço da ripa de madeira de 32 cm e outro com 5 cm. Em cada um deles, faça uma ranhura do tamanho da largura da madeira, como mostra a Figura 52, para que se possa encaixar uma madeira na outra. No caso da madeira maior, a ranhura deve ficar cerca de 11 cm de uma das extremidades, a outra no centro.

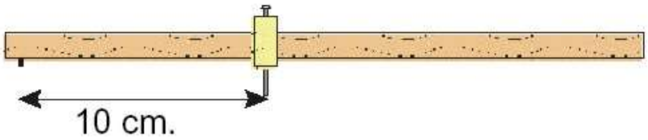
**Figura 52.** Primeiro passo da montagem Balança Romana



**Fonte:** Ciência... (2015)

2) Espete dois alfinetes na madeira menor, como se vê na Figura 53. Faça um pequeno gancho com outro alfinete e espete-o a 10 cm dos outros dois alfinetes.

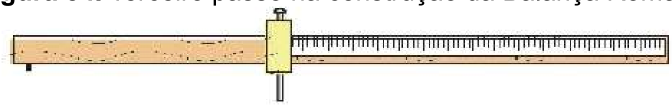
**Figura 53.** Segundo passo na montagem da Balança Romana




**Fonte:** Ciência... (2015)

3) Recorte uma tira de 20 cm de papel milimetrado e cole-a no braço da balança, conforme a Figura 54. O início da tira deve tocar os alfinetes.

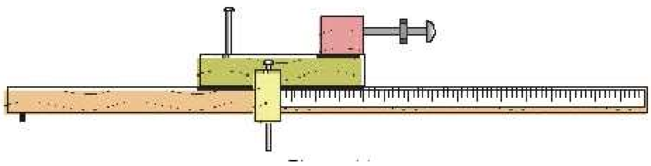
**Figura 54.** Terceiro passo na construção da Balança Romana



**Fonte:** Ciência... (2015)

4) Corte dois pedaços de ripa de madeira com 4 e 2 cm. No menor espete e cole o parafuso com a porca, conforme a Figura 55. Após ter feito um pequeno furo na madeira, cole um pedaço no outro e fixe esse conjunto no braço da balança usando um alfinete.

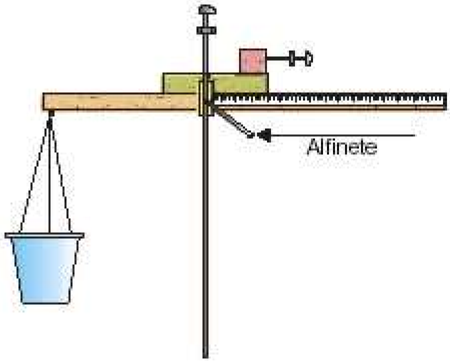
**Figura 55.** Quarto passo na construção da Balança Romana



**Fonte:** Ciência... (2015)

5) Cole outro parafuso com porca no palito de churrasco e, espete esse ponteiro no braço da balança usando um alfinete, conforme a figura 56. Inicialmente faça com que o parafuso fique perto do suporte da balança para encontrar o equilíbrio. Com agulha e linha, faça 3 alças no copinho de café para formar o prato da balança. Coloque o prato no gancho.

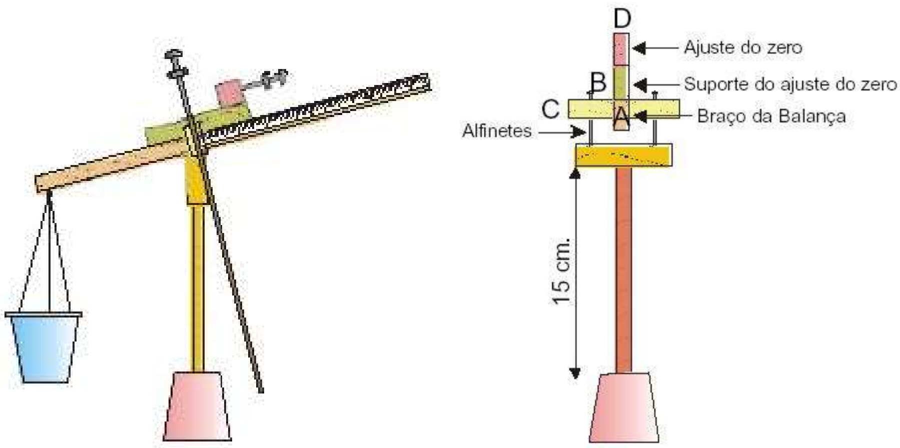
**Figura 56.** Quinto passo na construção da Balança Romana




**Fonte:** Ciência... (2015)

6) Caso a balança fique em desequilíbrio, é só ajustar os contrapesos até encontrar o ponto de equilíbrio, conforme observado na Figura 57.

**Figura 57.** Balança Romana em desequilíbrio




**Fonte:** Ciência... (2015)

Para a construção da máquina simples denominada Alavanca e a Talha, seguem os passos apresentados por Thomas (2017).

Vamos agora detalhar a construção da Alavanca iniciando pelos materiais necessários.

- Vara, tábua, pé de cabra, ou algo semelhante.
- Bloco de madeira ou pedra retangular.

A montagem e a utilização da Alavanca se baseiam em apoiar essa vara ou algo semelhante por baixo do objeto a ser levantado, de tal forma que esta Alavanca tenha o ponto de apoio sobre o bloco de madeira ou pedra retangular, ficando assim pronta a Alavanca conforme a Figura 58.

Figura 58. A Alavanca

**Fonte:** Thomas (2017)

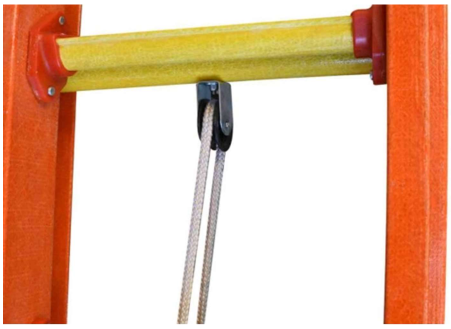
Para a construção da Talha, segundo Thomas (2017), a lista de material é um pouco mais complexa, como segue abaixo:

- Roldana usada, roda pequena ou rolimã.
- Vara de madeira com o diâmetro um pouco menor que o da roldana.
- Corda fina.
- Dois pedaços de madeira 4×9.
- Marreta ou martelo.

Já para construção desse Talha serão necessários sete passos, como seguem abaixo.

1) Encontre ou compre uma roda de preferência velha e uma vara de madeira.
2) Insira a vara no centro da roda, faça furos na vara nos pontos em que ela encaixa na roda e prenda com parafusos.
3) Faça outro buraco até o final da vara de madeira. Passe a corda através deste e dê um nó grande o suficiente através da outra extremidade para prendê-lo.
4) Faça uma ponta em uma extremidade de dois pedaços de madeira 4x9.
5) Talhe canaletas na parte superior dos pedaços de madeira que se encaixem na extremidade da vara de madeira e lixe as canaletas para reduzir a fricção.
6) Utilize a marreta para fincar as madeiras ao chão, deixando as partes superiores niveladas e espaçadas de modo em que a roda fique em sua parte externa.
7) Coloque a vara de madeira nas canaletas da parte superior dos pedaços de madeira. A roda deve estar na face externa, de modo que possa ser facilmente girada conforme a Figura 59.

**Figura 59.** Exemplo de Talha com uma roldana



**Fonte:** Thomas (2017)