



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CAMPUS REITOR JOÃO DAVID FERREIRA LIMA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM
REDE NACIONAL - PROFMAT**

Leandro Borges Garcia

**O ESTUDO DA GEOMETRIA ESPACIAL MOTIVADO PELA
CRISTALOGRAFIA**

Florianópolis

2020

Leandro Borges Garcia

**O ESTUDO DA GEOMETRIA ESPACIAL MOTIVADO
PELA CRISTALOGRAFIA**

Dissertação submetida ao Programa de Mestrado Profissional de Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre em Matemática. Com área de concentração no Ensino de Matemática com área de concentração PROFMAT-UFSC associado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

Orientador: Prof. Dr. Celso Melchias Doria

Florianópolis

2020

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

GARCIA, LEANDRO BORGES
O ESTUDO DA GEOMETRIA ESPACIAL MOTIVADO PELA
CRISTALOGRAFIA / LEANDRO BORGES GARCIA ; orientador, Celso
Melchiades Doria, 2020.
104 p.

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade
Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e
Matemáticas, Programa de Pós-Graduação em Matemática,
Florianópolis, 2020.

Inclui referências.

1. Matemática. 2. 1. GEOMETRIA ESPACIAL 2.
CRISTALOGRAFIA. I. Doria, Celso Melchiades. II.
Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós
Graduação em Matemática. III. Título.

Leandro Borges Garcia

**O ESTUDO DA GEOMETRIA ESPACIAL MOTIVADO
PELA CRISTALOGRAFIA**

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Dr. Daniel Martins
UFSC

Prof. Dr^a. Marianna Ravara Vago
UFSC

Prof. Dr. Vinicius Albani
UFSC

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de mestre em Matemática.

Prof^a. Dr^a. Maria Inez Cardoso Gonçalves
Coordenadora do Programa

Prof. Dr. Celso Melchiades Doria
Orientador

Florianópolis, 06 de abril 2020.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, que me permitiu chegar até aqui. Aos meus pais Ruy Fernando Garcia e Maria Berenice Borges que sempre estiveram me apoiando no caminho dos estudos e evolução. À minha companheira Mauren Trindade por sua disponibilidade, paciência, pelos incentivos para a conclusão deste curso. Aos meus colegas de curso que foram desde o início incentivadores nos momentos difíceis. Aos professores que com sua enorme paciência conseguiram despertar o interesse pela matemática e o ensino. Ao meu orientador Celso Melchiades Doria que foi extremamente solícito e preocupado tanto com o andamento deste trabalho quanto do curso.

"Há um ditado chinês que diz que, se dois homens vêm andando por uma estrada, cada um carregando um pão, ao se encontrarem, eles trocam os pães; cada um vai embora com um. Porém, se dois homens vêm andando por uma estrada, cada um carregando uma ideia, ao se encontrarem, trocam as ideias; cada um vai embora com duas. Quem sabe, é esse mesmo o sentido do nosso fazer: repartir ideias, para todos terem pão..."

Mario Sergio Cortella

RESUMO

O ensino da matemática tem se tornado um desafio para os professores em sala de aula, devido ao desinteresse e desmotivação dos alunos quanto à aplicabilidade dos conteúdos lecionados. Este trabalho surge do interesse de superar tal descontentamento, aproximando os conteúdos programáticos do ensino regular com as suas aplicações no cotidiano, através de exemplos. O objetivo deste trabalho é trazer o conhecimento da geometria espacial aplicada no ensino médio motivado pela cristalografia, mostrando sua enorme contribuição para a ciência, indústria, medicina e tecnologia, buscando gerar interesse e curiosidade nos alunos. A partir dos estudos sobre a cristalografia e sua importância, foram elaboradas propostas didáticas a fim de auxiliarem docentes no ensino de tais conceitos.

Palavras-chave: Geometria espacial. Cristalografia. Ensino. Matemática.

ABSTRACT

Multiple mathematical concepts have limited real-life applicability, leading to a lack of interest and motivation in students to learn math. There is great interest in developing techniques to overcome such challenges; such techniques are based on the principle of approximating mathematical concepts to examples drawn from everyday activities. The aim of this study is to demonstrate the applicability of special geometry motivated by crystallography, taught in high school, in multiple areas of knowledge such as science, industry, medicine and technology. The ultimate goal is to increase interest and curiosity about these concepts among students. We elaborated a didactic proposal based on previous studies on the importance of crystallography, in order to help teachers to explain such concepts.

Keywords: Special geometry. Crystallography. Teaching. Mathematics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	estrutura cristalina e estrutura do vidro	20
Figura 2	cristais de sal $NaCl$	21
Figura 3	estrutura molecular do sal $NaCl$	21
Figura 4	representação da espectrografia	23
Figura 5	experimento espectrográfico	24
Figura 6	Representação da técnica de difração de raios -X.	27
Figura 7	(a) Rede espacial de um sólido cristalino (b) Célula unitária	28
Figura 8	Classificação das redes espaciais por sistemas cristalográficos.	30
Figura 9	Mineral Calcite sujeito a uma pancada partindo-se segundo superfícies geométricas (Clivagem).	31
Figura 10	Mineral Quartzo sujeito a uma pancada partindo-se de forma irregular (Fractura).	32
Figura 11	Adultos atingidos pelo uso da talidomida	44
Figura 12	Geometria molecular da talidomida	46
Figura 13	Tabela com exemplos de atividades biológicas exercidas por formas enantiométricas.	47
Figura 14	Isômeros de cadeira (aberta e fechada)	48
Figura 15	Isômeros de função	48
Figura 16	isomeria dinâmica entre uma cetona e um enol	48
Figura 17	isômeros enantiômeros	49
Figura 18	diastereoisômeros cis-trans	49
Figura 19	Eixos ortogonais x, y, z utilizados para localizar as posições dos átomos nas células unitárias cúbicas.	50
Figura 20	Ladrilhamento com polígonos regulares	51
Figura 21	Justificativa geométrica	56
Figura 22	Ladrilhamento com combinação de polígonos regulares.	56
Figura 23	Estrutura do grafite e diamante	57
Figura 24	Estrutura cristalina do grafeno	58
Figura 25	Poliedro Cristalino apresentando vértice, aresta e faces.	58
Figura 26	Sólidos de Platão e suas planificações	59

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	17
1 CRISTALOGRAFIA	19
1.1 BREVE HISTÓRICO DO ESTUDO DOS CRISTAIS	21
1.2 PRÊMIOS NOBÉIS RECEBIDOS PELO ESTUDO DA CRISTALIZAÇÃO	24
1.3 DIFRAÇÃO DE RAIOS-X: A GRANDE DESCOBERTA	26
1.4 RETÍCULO CRISTALINO	28
1.5 PROPRIEDADES GERAIS DOS SÓLIDOS	29
2 APLICAÇÕES DA CRISTALOGRAFIA	35
2.1 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS	35
2.2 A CRISTALOGRAFIA NO COTIDIANO	35
2.3 NA INDÚSTRIA AGRO-ALIMENTAR	36
2.4 ABASTECIMENTO DE ÁGUA	36
2.5 INDÚSTRIA QUÍMICA	37
2.6 GEOLOGIA PLANETÁRIA	38
2.7 ELETRO-MECÂNICA	38
2.8 MEDICINA E SAÚDE	39
2.9 MINERAÇÃO	41
2.10 TECIDOS	41
2.11 LAPIDAÇÃO DE PEDRAS PRECIOSAS	41
2.12 CRIAÇÃO DE NOVOS COMPOSTOS	42
2.13 DESENVOLVIMENTO E REGISTROS DE MEDICA- MENTOS	43
2.14 A TRAGÉDIA QUE PODERIA TER SIDO EVITADA COM O USO DA CRISTALOGRAFIA	43
2.15 RELAÇÃO ENTRE E CRISTALOGRAFIA GEOMETRIA ESPACIAL DO ENSINO MÉDIO	50
3 APOSTILA DE TEORIA E ATIVIDADES DE GEOMETRIA ESPACIAL: ABORDANDO A GE- OMETRIA ESPACIAL MOTIVADA PELO ES- TUDO DOS SÓLIDOS CRISTALINOS.	61
4 CONCLUSÃO	107
Referências	109

INTRODUÇÃO

O ensino de matemática sofre com a resistência devida a sua linguagem, complexidade e até mesmo ao preconceito criado por parte dos alunos. É rotineiro ouvir perguntas dos alunos buscando a aplicabilidade da disciplina, que na maioria das vezes é resumida a fórmulas e cálculos sem uma aproximação com o mundo externo; seus exercícios fictícios, alguns muito fora da realidade vivida pela maioria, e a dificuldade em solucioná-los traz uma grande desmotivação por parte dos alunos e também dos professores. Superar todas essas dificuldades pode ser algo trabalhoso, mas muito gratificante.

Neste trabalho buscaremos uma motivação para o estudo da geometria espacial trabalhada no ensino médio, seguindo a Proposta Curricular de Santa Catarina (2014). O ensino da geometria na formação integral da educação básica está previsto e destaca a importância conceitual no aprendizado geométrico, incluindo neste a geometria plana, espacial e euclidiana. Para este estudo, pensou-se em uma forma de apresentar o conteúdo sobre poliedros e simetrias de forma a trazer alguma praticidade aos alunos, surgindo a ideia de trabalhar a matéria aliada ao estudo da cristalografia.

Neste processo, além de apresentar a disciplina de geometria, introduz-se um novo conceito, proporcionando a pesquisa desta nova área de estudo que trata da classificação dos cristais. Esta utiliza-se de critérios de refração da luz, que ao ser projetada sobre os cristais e passar através dos mesmos, terá seu ângulo de entrada e saída analisado.

Sendo assim, o objetivo deste trabalho é realizar um estudo da geometria espacial motivada pelo estudo dos cristais. Na complementação deste estudo será desenvolvida uma apostila segmentada em aulas que possibilite ao professor de ensino médio motivar o estudo da geometria espacial com aplicações, buscando sempre a conexão com o cotidiano, experiência e a vivência dos alunos. Serão ocultadas algumas demonstrações e apresentadas outras na medida que os alunos tenham maturidade e conhecimento para compreendê-las, de maneira a proporcionar um rigor matemático, mas sem criar barreiras no ensino. Também foi apresentado o conceito de cristalografia, suas aplicações e a importância da cristalografia em vários segmentos dos setores da

indústria, pesquisa e novas tecnologias.

1 CRISTALOGRAFIA

Cristalografia é a ciência que estuda e descreve a formação e organização dos átomos que formam os sólidos. Tais conhecimentos nos permitem compreender as propriedades dos materiais visando aplicá-los em determinadas áreas.

Os estudos sobre cristalografia apresentam algumas subdivisões, sendo elas: Cristalografia Geométrica, que estuda a morfologia e disposição interna dos átomos; Estrutural, que descreve e determina a geometria da estrutura; Química, que estuda as ligações químicas e disposição dos átomos e Física, a qual busca descrever e explicar as propriedades dos cristais. Tais campos de estudos estão embasados em quatro ciências básicas: a Matemática com as contribuições da álgebra linear, trigonometria e geometria espacial; a Física com estados físicos, centro de massa, energia atômica e propriedades; a Química com o estudo da estrutura interna, natureza atômica e ligações químicas; e a Mineralogia com as contribuições da petrografia, minerais, gênese e propriedades diagnósticas.

Os materiais sólidos diferenciam-se principalmente pelo arranjo dos átomos, íons ou moléculas que os formam, como também a força de ligação entre os mesmos (ver figura 1). Quando átomos ou íons de um sólido apresentam um arranjo padronizado repetido nas três dimensões através de uma simetria, seja ela, simetria de translação, reflexão, rotação, inversão, ou combinados, forma-se um sólido com a chamada estrutura cristalina, e é classificado como sólido cristalino ou material cristalino. A forma do cristal é muito importante na identificação do mineral. Em alguns casos o cristal é tão simétrico e perfeito em suas faces que coloca em dúvida se sua origem é natural ou lapidada artificialmente. Em sua grande maioria os cristais perfeitos são muito raros, no geral desenvolvem apenas uma de suas faces. Quando não ocorre a padronização dos átomos, íons ou moléculas, o sólido não é considerado um cristal, sendo classificado como sólido amorfo. Um sólido amorfo pode ser entendido como um líquido que foi super-resfriado bem abaixo do seu ponto de congelamento. Um exemplo comum de sólido amorfo é o vidro, e por isso os sólidos amorfos são comumente chamados de vidros.

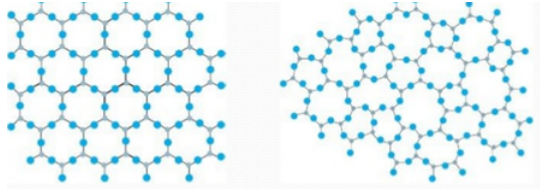


Figura 1 – estrutura cristalina e estrutura do vidro

A massa apresenta duas formas básicas no universo: a radiação e a matéria. Sobre as condições do meio ambiente, a matéria apresenta-se classicamente em três estados físicos: sólido, líquido e gasoso. O estado físico varia conforme as condições a que é submetida a matéria, seja pela temperatura, pressão ou ambos. O estado gasoso apresenta uma quantidade pequena de átomos, íons e moléculas por unidade de volume; os líquidos, por sua vez, apresentam uma maior quantidade de átomos por unidade de volume, já os sólidos apresentam uma enorme quantidade de átomos, íons e moléculas por unidade de volume sendo em média 10^{22} a 10^{23} átomos por cm^3 .

A matéria sólida pode ser encontrada ou sintetizada em formatos variados e assim classificados conforme seu formato. Um cristal pode ser compreendido como um sólido poliédrico formado por faces planas que apresentam uma estrutura atômica e molecular organizada. Por outro lado, sólidos que não apresentam tais propriedades são classificados em substâncias amorfas.

Os estudos sobre cristais se desenvolveram através das técnicas dos raios X. O fundamento de tal técnica consiste em submeter o cristal que deseja ser estudado a incidência de um feixe de raios X, onde são avaliados os ângulos das difrações obtidas e por meio desta avaliação se torna possível identificar a organização atômica da substância.

Um cristal é considerado perfeito ou ideal quando a repetição regular de uma estrutura molecular chamada cela unitária ocorre nas três dimensões estudadas (Figura 3). Em sua maioria os cristais são imperfeitos apresentando desenvolvimentos maiores para algumas faces, mas ao avaliar internamente tais sólidos o modelo interno permanece idêntico (Figura 2).



Figura 2 – cristais de sal $NaCl$

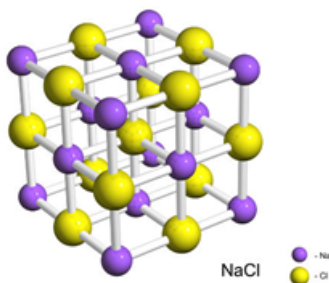


Figura 3 – estrutura molecular do sal $NaCl$

1.1 BREVE HISTÓRICO DO ESTUDO DOS CRISTAIS

Os cristais são sólidos que desde os povos antigos causavam grande fascínio por sua beleza, brilho e curiosidades. Por tais motivos os cristais eram utilizados como utensílios e objetos decorativos. Foi só no ano de 1611 que o primeiro observador astrônomo e matemático Johannes Kepler reparou a forma simétrica que os flocos de neve apresentavam e a partir de então conjecturou sua estrutura. Outras observações importantes foram sendo feitas como em 1781 quando um padre chamado Rene-Just Hauy deixou, por acidente, que um cristal de calcite caísse o qual se partiu em vários pedaços. Ao observar tais pedaços verificou que todos tinham planos bem definidos os quais posteriormente chamou de planos cristalográficos.

A grande evolução no estudo dos cristais foi iniciada somente em

1895 quando Wilhelm Conrad Rontgen, Professor de Física descobriu um novo tipo de radiação através de uma observação casual. Wilhelm estava realizando experiências com tubos de raios catódicos e observou que uma superfície fluorescente distante apresentava luminosidade quando atravessavam objetos opacos. Como a natureza desta radiação era desconhecida decidiu nomeá-la por raios-X. Anos mais tarde em 1901 Wilhelm Conrad Rontgen recebe o primeiro prêmio Nobel da Física, por reconhecimento aos extraordinários serviços prestados com tal descoberta.

Já em 1912, Max Von Laue, Walter Friedrich e Paul Knipping sujeitaram vários cristais a incidência dos raios-X e, ao colocar uma chapa fotográfica por trás do cristal, conseguiram demonstrar que nos cristais os átomos estavam organizados numa rede espacial e em 1914 recebeu o prêmio Nobel da Física pela sua descoberta da difração dos raios-X por cristais.

Os resultados obtidos por Laue, Friedrich e Knipping possibilitaram a criação da teoria do ponto de vista matemático conhecida como lei de Bragg. Tal teoria foi desenvolvida por William Henry Bragg e seu filho William Lawrence Bragg, que em 1915 recebem o prêmio Nobel da Física. Os métodos desenvolvidos pela dupla pai e filho para analisar as estruturas cristalinas foram batizados de Cristalografia por raios-X.

Muitas foram as evoluções através da Cristalografia que até então era vista apenas no ponto de vista de substâncias inorgânicas, mas a descoberta da Cristalografia por raios-X possibilitou também a determinação direta das estruturas moleculares e assim revolucionou a Química Orgânica. Foi a partir de então que as estruturas cristalinas passaram a ser utilizadas para validar a síntese química. Antes da descoberta dos raios-X, as análises de minerais eram realizadas apenas recorrendo ao microscópio de luz polarizada que permitia reconhecer a característica morfológica. Com a utilização dos raios-x, houve um aumento do número de estruturas de minerais determinadas.

Por volta de 1951, Linus Pauling e colaboradores utilizando a estrutura cristalina de aminoácidos observam a existência de elementos estruturais em proteínas, tendo um enorme impacto na química estrutural recebendo em 1954 o Prêmio Nobel da Química. Paralelamente, trabalhos voltados a interpretar a estrutura do DNA foram realizados analisando por Cristalografia de fibras de DNA, evoluindo e criando

o modelo da dupla hélice. E então, em 1962 James Watson e Francis Crick recebem o prêmio Nobel da Fisiologia ou Medicina pela descoberta da estrutura do DNA impactando no desenvolvimento da biologia molecular. Dentro de tais evoluções, pode-se destacar a Cristalografia na investigação biomédica, na caracterização das estruturas dos vírus, que ao serem estudados puderam fornecer informações sobre como o vírus interage com a célula hospedeira. Outros ramos da ciência foram evoluindo juntamente com as descobertas da Cristalografia por raios-X, dentre elas métodos (Figura 5) que permitiram criar novos compostos como o caso dos compostos em sandwich com metais e diferentes sistemas aromáticos. Tal importância levou o prêmio Nobel da Química em 1973 por Ernst Otto Fischer e Geoffrey Wilkinson. Fica evidente no decorrer da história, pelo grande número de Prêmios Nobel recebidos com estudos baseados na cristalografia, que este ramo da ciência ainda irá evoluir muito, sendo 2014 considerado o ano da cristalografia no mundo.

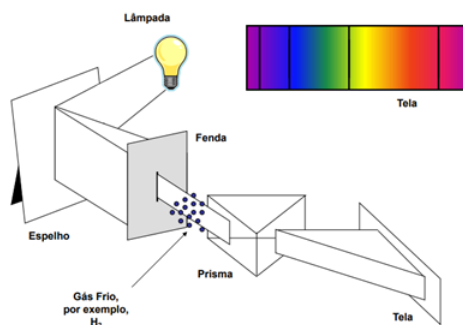


Figura 4 – representação da espectrografia

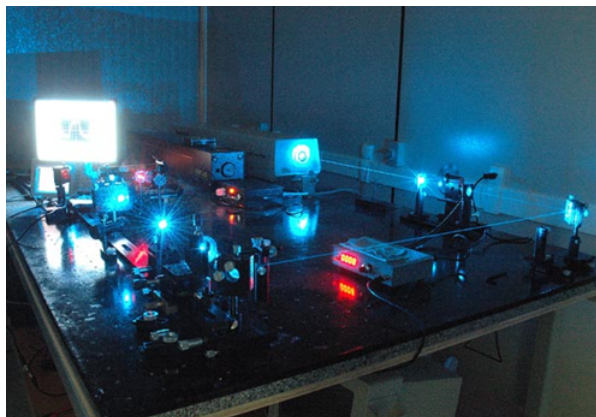


Figura 5 – experimento espectrográfico

Cada átomo, quando submetido a altas temperaturas ou a uma descarga elétrica, emite radiação eletromagnética em frequências características ou cada átomo apresenta um espectro característico (Figura 4).

1.2 PRÊMIOS NOBÉIS RECEBIDOS PELO ESTUDO DA CRISTALIZAÇÃO

O prêmio Nobel foi idealizado por

"Alfred Nobel (1833-1896) nasceu em Estocolmo, Suécia, em 21 de outubro de 1833. Sua família era descendente de Olof Rudbeck, o gênio técnico mais conhecido na Suécia no século XVII, época em que a Suécia era uma grande potência no norte da Europa. Nobel era fluente em várias línguas e escreveu poesia e drama. Nobel também estava muito interessado em questões sociais e relacionadas à paz, e defendia opiniões que eram consideradas radicais durante seu tempo. Os interesses de Alfred Nobel estão refletidos no prêmio que ele estabeleceu". (Nobel Media, 2019, online).

"O prêmio fora criado em decorrência de uma notícia errada publicada em 1888 na França onde o jornal dizia que Alfred Nobel havia falecido, e o condenava pelo inventão da dinamite. Na realidade, quem falecera era seu irmão

Ludvig. Nobel não gostando da forma que seria lembrado reservou uma grande parte de seu patrimônio para estabelecer os Prêmios Nobel para homenagear homens e mulheres por realizações notáveis em física, química, medicina, literatura e por trabalhar em prol da paz."(BIOGRAPHY.COM EDITORS, 2014).

O prêmio é administrado pela Fundação Nobel, adjudicado por um comitê constituído por cinco membros eleitos pelo Academia Real das Ciências da Suécia, desde 1900 conforme constava no inventário de Nobel.

Conforme Nobel (2019), o primeiro prêmio Nobel de química, física, fisiologia ou medicina, literatura, paz foi concedido em 1901, já o prêmio Nobel em economia foi implantado a partir de 1968. Segue abaixo a lista do Laureados ao Prêmio Nobel relacionados com estudos cristalográficos, a ciência que mais ganhou prêmios:

2013 - Prêmio Nobel em Química concedido a Martin Karplus, Michael Levitt e Arieh Warshel pelo desenvolvimento dos modelos multiescala para sistemas químicos complexos. No seu discurso de posse do Nobel Martin Karplus declara que seus resultados só foram possíveis porque estava "sobre ombros de gigantes" que são os citados abaixo e muitos outros pesquisadores que proveram inúmeros dados cristalográficos.

2012 - Prêmio Nobel em Química concedido a Brian K. Kobilka and Robert J. Lefkowitz por estudos dos receptores acoplados à G-proteína.

2011 - Prêmio Nobel em Química concedido a Dan Shechtman "pela descoberta dos quasi-cristais".

2009 - Prêmio Nobel em Química concedido a Venkatraman Ramakrishnan, Thomas A. Steitz and Ada E. Yonath "por seus estudos da estrutura e função do ribossomo".

1988 Prêmio Nobel em Química concedido a Johann Deisenhofer, Robert Huber e Hartmut Michel "pela determinação da estrutura tridimensional do centro da reação fotossintética "

1985 Prêmio Nobel em Química concedido a Herbert Hauptman

e Jerome Karle "pelos seus importantes resultados no desenvolvimento dos métodos diretos para a determinação de estruturas cristalinas".

1982 Prêmio Nobel em Química concedido a Aaron Klug "pelo desenvolvimento do microscópio eletrônico cristalográfico e pela sua elucidação estrutural de importantes complexos de proteínas-ácidos nucleicos?

1976 Prêmio Nobel em Química concedido a W.N. Lipscomb "por seus estudos sobre a estrutura dos boranos esclarecendo problemas de ligação química".

1964 Prêmio Nobel em Química concedido a Dorothy Crowfoot Hodgkin "por suas determinações de estruturas de importantes substâncias bioquímicas por técnicas de raios X. "

1962 Prêmio Nobel em Química concedido a Max Perutz e John Kendrew "por seus estudos de estruturas de proteínas globulares."

1915 Prêmio Nobel em Física concedido a Sir William Henry Bragg e William Lawrence Bragg "pelos seus serviços na análise de estruturas de cristais por meio de raios X".

1914 Prêmio Nobel em Física concedido a Max von Laue "por sua descoberta da difração de raios X pelos cristais". Descoberta que possibilitou inúmeras evoluções no estudo dos sólidos em geral.

1.3 DIFRAÇÃO DE RAIOS-X: A GRANDE DESCOBERTA

Mesmo que a forma externa de um cristal possa fornecer indicações sobre sua estrutura interna, a maioria dos conhecimentos sobre a estrutura dos cristais foram desenvolvidos após a utilização da difração do raio x. Segundo a hipótese de De Broglie, que foi sustentada por dois grupos de físicos, C. Davisson e L.H. Germer, nos Estados Unidos, e G.P. Thomson e A. Reid, na Escócia, é possível conseguir a difração dos elétrons por uma grade de difração colocados de maneira regular, a uma distância aproximadamente igual à do comprimento de onda da radiação.

Os raios x são difratados por um cristal pelo fato de que os elé-

trons dos seus átomos absorvem a radiação e então servem como fontes secundárias que reemitem radiação em todas as direções (Figura 6). Em 1913, William e Lawrence Bragg, uma equipe formada por pai e filho, conseguiu mostrar que a difração dos raios x ocorre como se eles fossem refletidos pelas camadas de átomos de um cristal, e assim demonstraram que existe uma relação muito simples entre a distância entre as camadas de átomos, o comprimento de onda da radiação x e o ângulo de difração.

Tal relação é conhecida como Equação de Bragg:

$n\lambda = 2dsen\theta$, com n = número inteiro positivo (geralmente igual a 1)

λ = comprimento de onda do raio x

d = distância entre camadas adjacentes de átomos

θ = angulo entre o raio incidente e os planos refletidos

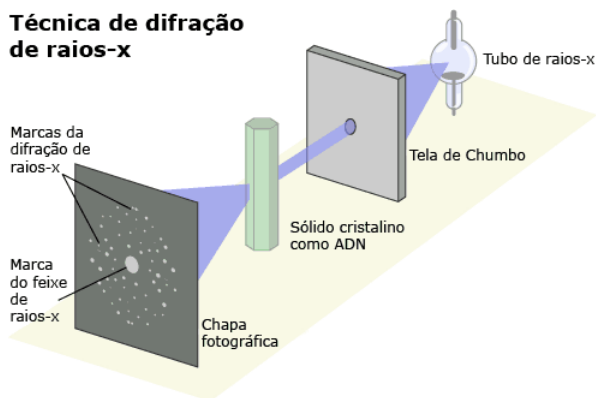


Figura 6 – Representação da técnica de difração de raios -X

Exemplo:

Numa experiência de difração foram utilizados raios x de comprimento de onda de $0,154nm$ sobre um cristal de $NaCl$. Uma difração de primeira ordem teve lugar no ângulo θ de $22,77^\circ$. Qual a distância

entre as camadas de átomos responsáveis por esse raio?

Solução:

Com calculadora de bolso achamos $\text{sen}22,77^\circ = 0,3870$ radianos. Então, resolvendo a equação de Bragg para d , obtemos:

$$d = \frac{n\lambda}{2\text{sen}\theta} = \frac{1(0,154\text{nm})}{2(0,3870)} = 0,199\text{nm} \quad (1.1)$$

Foi através das aplicações da difração de raios x que surgiram métodos como o método do diagrama de pó, que utiliza os raios difratados como um diagrama característico, servindo como uma impressão digital para identificar o composto por comparação. Compara-se com diagramas de pó de substâncias conhecidas, que permitem determinar a própria estrutura tridimensional do cristal.

1.4 RETÍCULO CRISTALINO

O arranjo tridimensional dos átomos de um sólido é o chamado retículo cristalino. Este é bem descrito em termos de um retículo espacial, que nada mais é do que um arranjo geometricamente regular de pontos no espaço (Figura 7a). Pode-se imaginar um retículo cristalino como sendo um retículo espacial nos quais os pontos são ocupados por átomos, íons, moléculas ou grupo destes, que são repetidos em três dimensões, até o limite físico do sólido. Para simplificar a descrição de um retículo cristalino é importante o conhecimento de célula unitária, a qual é uma pequena fração do retículo que pode ser utilizada para montar o retículo inteiro. A cela unitária (Figura 7b) pode gerar uma rede inteira que nada mais é do que um arranjo regular e repetido de ponto no plano, com distanciamento igual e paralelo.

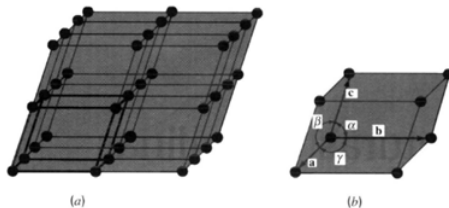


Figura 7 – (a) Rede espacial de um sólido cristalino (b) Célula unitária

De acordo com a disposição espacial dos pontos reticulares as células unitárias podem ser: Cúbica, tetragonal, hexagonal, ortorrôm-bico, monoclinico, triclinico e trigonal.

Cúbico - Inclui cristais em que os três eixos têm o mesmo comprimento com ângulos retos (90°) entre estes, como um cubo. Exemplos: galena, pirita, halita (sal de cozinha)

Tetragonal - Todos os cristais com três eixos perpendiculares entre si, dois iguais e um maior ou menor do que os outros dois, pertencem a este sistema. Exemplos: zircônio, rutilo e cassiterita.

Hexagonal - Abrange os cristais com três eixos formando ângulos de 120° e um quarto eixo formando 90° com os demais. Exemplos: quartzo, berílio, calcita e turmalina.

Ortorrômico - São cristais com três eixos de tamanhos diferentes, formando ângulos de 90° entre si. Exemplos: enxofre, topázio, barita olivina.

Monoclinico - São cristais com três eixos de tamanhos diferentes, dos quais dois formam ângulos de 90° entre si e o terceiro um ângulo diferente com o plano dos outros dois. Exemplos: ortoclásio, gipsita e micas.

Triclinico - Apresentam três eixos de simetria de comprimentos diferentes sem formar ângulos retos entre eles. Exemplo: plagioclásio, feldspato e rodonita.

Romboédrico - São cristais que apresentam três eixos de comprimentos iguais, igualmente inclinados diferentes de um ângulo reto.

1.5 PROPRIEDADES GERAIS DOS SÓLIDOS

Consideramos que os sólidos possuem volumes e formas definidas, pois mesmo muitos sólidos podendo expandir conforme a temperatura e pressão sua variação é muito pequena em comparação com líquidos e gases. Os sólidos são substâncias rígidas que, ao serem comparadas com os líquidos e gases, apresentam velocidades de fluxo e de difusão

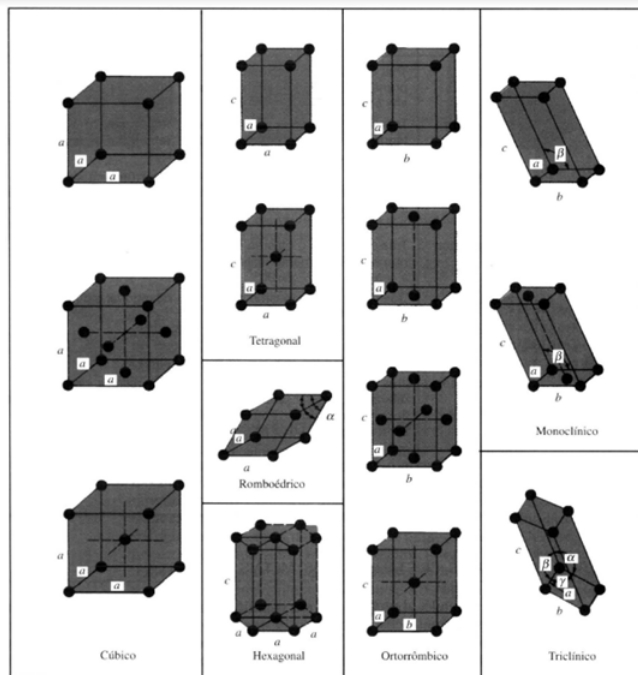


Figura 8 – Classificação das redes espaciais por sistemas cristalográficos.

extremamente baixas. Isto é verdadeiro porque os sólidos consistem em partículas muito próximas umas das outras e ligadas fortemente entre si, enquanto um gás apresenta moléculas muito espaçadas.

Os minerais podem se desenvolver segundo formas geométricas definidas de acordo com um sistema. Existem sete sistemas cristalinos conhecidos (Figura 8). Cada um deles comporta inúmeras formas, mas sempre dentro de determinadas leis que caracterizam os eixos e os ângulos formadores da figura geométrica. Cada cristal se desenvolve segundo um dos sistemas, e esta é uma propriedade física inerente ao cristal.

Cada cristal apresenta uma propriedade física particular. Dentre elas, estão:

Peso específico: Relação que compara o peso de um mineral com

igual volume de água. Para obter tal informação o cristal deve ser pesado imerso e fora da água utilizando a balança de Jolly, segundo a seguinte fórmula:

$$G = \frac{b - a}{b - c} \quad (1.2)$$

onde b = peso do cristal fora da água

a = referência inicial da balança ou calibragem em zero

c = peso do mineral dentro da água

Assim, por exemplo, quando um mineral apresenta densidade x , significa que ele pesa x vezes mais que um igual volume de água.

Clivagem (Figura 9): é a forma como muitos minerais se quebram seguindo planos relacionados com a estrutura molecular interna e paralelos às possíveis faces do cristal. A mesma é descrita em cinco modalidades: pobre, moderada, boa, perfeita e proeminente. Tais tipos são descritos pelo número e direções dos planos de clivagem auxiliando na identificação dos minerais.



Figura 9 – Mineral Calcite sujeito a uma pancada partindo-se segundo superfícies geométricas (Clivagem).

Fractura (Figura 10): é a forma com que um determinado mineral se quebra além daqueles planos da clivagem. As fraturas mostram a verdadeira cor do mineral. Os principais tipos de fratura são: conchoidal, plana e irregular.



Figura 10 – Mineral Quartzo sujeito a uma pancada partindo-se de forma irregular (Fractura).

Cor: É um caráter muito importante do mineral que em muitos casos auxilia bastante na identificação, podendo variar conforme a quantidade de impurezas até o ponto de não ser possível identificar a verdadeira cor.

Risco: A cor do risco do mineral é vista quando este é riscado, por exemplo, o ferro limonita, quando usado para riscar uma placa de porcelana deixa um traço amarelo-ocre que auxilia na identificação do mineral.

Brilho: Depende da absorção, refração ou reflexão da luz pela superfície do cristal, podendo também auxiliar na identificação do material. O brilho pode ser adamantino, vítreo e metálico.

Magnetismo: ocorre em materiais que são atraídos pelo ímã.

Dureza: Esta propriedade expressa a resistência à abrasão e ao risco, refletindo a força de ligação entre os átomos da estrutura em si. A escala de dureza mais utilizada é a escala de Mohs, que apresenta em ordem crescente: Talco, Gesso, Calcita, Fluorita, Apatita, Ortoclásio, Quartzo, Topázio, Coríndon e Diamante, não sendo uma variação gradativa, tão pouco proporcional. São utilizados três materiais para a verificação de dureza:

Unha 2,5

Vidro 5,0 - 5,5

Canivete 6,0 - 6,5

2 APLICAÇÕES DA CRISTALOGRAFIA

Neste capítulo vamos reunir o máximo de informações sobre as aplicações dos conhecimentos sobre cristalografia na ciência.

2.1 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

Os cristais são arranjos atômicos ou moleculares cuja estrutura se repete numa forma periódica tridimensional. Um cristal pode ser formado por diversas células unitárias, que é a menor estrutura que representa um cristal. Conhecer o arranjo dos átomos de uma molécula e a posição que essas moléculas ocupam no espaço em um cristal para substâncias sintéticas ou de fontes naturais, é fundamental para o entendimento das propriedades químicas, físico-químicas e biológicas para vários segmentos da ciência. Nas propriedades físicas existe uma relação direta entre a estrutura interna dos sólidos. Na química as características estéricas de novos compostos só podem na maioria dos casos ser conhecida após a determinação de sua estrutura. Em biologia e bioquímica conhecer a sua estrutura tridimensional nos fornece parâmetros para a atividade funcional de uma biomolécula. Dentro da medicina e farmacologia a ação de certos fármacos está diretamente ligada ao receptor e a maneira que isto acontece é determinada pela estrutura de ambos.

2.2 A CRISTALOGRAFIA NO COTIDIANO

A cristalografia é fundamental para o desenvolvimento de praticamente todos os novos materiais, com inúmeras aplicações. Ela influencia as nossas vidas cotidianas e consiste na espinha dorsal de indústrias que dependem cada vez mais da criação e desenvolvimento de novos produtos. Entre as grandes beneficiadas pela cristalografia, temos as indústrias agroalimentar, aeronáutica, automobilística, informática, eletromecânica, farmacêutica, de minas e de produtos cosméticos.

Portanto, os cristalógrafos não estudam só a estrutura dos materiais, mas também usam o seu conhecimento para modificar a estrutura, para lhes dar novas propriedades ou proporcionar-lhes um comportamento diferente. (GEOLOGIA E MINERALOGIA. s/a, online.).

2.3 NA INDÚSTRIA AGRO-ALIMENTAR

No setor agroalimentar as técnicas cristalográficas são imprescindíveis nas pesquisas desta área, com esta técnica pode-se auxiliar estudos para analisar os solos. Neste estudo pode-se verificar quais as causas da deterioração dos solos tentando constar se isto ocorre em função da salinização que no meio ambiente pode ocorrer de forma natural ou ser induzida por atividades humanas. (SCHNEEGANS, 2013).

Segundo a mesma autora é essencial o estudo das estruturas das proteínas dos vegetais - isto pode auxiliar no desenvolvimento de plantas com maior resistência a ambientes com maior concentração de sal.

A cristalografia pode também contribuir para o desenvolvimento de tratamentos contra as pragas das plantas e doenças dos animais, sendo um exemplo a investigação sobre câncer em espécies vegetais como tomate, ou o desenvolvimento de vacinas para prevenir doenças como a gripe aviária ou suína. A manteiga de cacau, o ingrediente mais importante do chocolate, cristaliza em seis formas diferentes. Contudo, apenas uma derrete na boca e tem o brilho e a estrutura crocante que o tornam tão saboroso. Esta forma cristalina ?apetitosa? não é, todavia, muito estável, pelo que tende a converter-se numa estrutura diferente, muito mais maçuda, que se derrete lentamente na boca e que deixa a sensação de areia grossa na língua. Felizmente, a conversão é lenta, mas, se o chocolate for guardado durante muito tempo ou a altas temperaturas, pode desenvolver um resíduo branco e transparente que resulta da recristalização. Assim, os produtores de chocolate devem usar um processo sofisticado de cristalização, de forma a obterem a forma cristalina mais desejável, a única aceita pelos apreciadores e consumidores. (UNESCO, 2014, p. 5).

2.4 ABASTECIMENTO DE ÁGUA

O Relatório Mundial de Desenvolvimento da Água (2012), produzido pela Organização das Nações Unidas, tinha como objetivo reduzir pela metade o número de pessoas que não tinha acesso à água potável até 2015, especificamente na região da África Subsaariana e os estados árabes. Está também neste relatório o objetivo de expandir e melhorar o saneamento básico para a população das regiões em desen-

volvimento que ainda não tem acesso. Como a previsão da população urbana é de quase dobrar entre 2009 e 2050, a cristalografia pode ajudar a melhorar a qualidade da água em comunidades pobres, através da identificação de novos materiais que possam purificar a água por muitos meses, como filtros nanoesponjas e nanotablets. Ela também pode ajudar a desenvolver soluções ecológicas para melhorar as instalações sanitárias. (SCHNEEGANS, 2013).

2.5 INDÚSTRIA QUÍMICA

Ter uma indústria química verde será fundamental para uma economia global verde. A indústria química produz mais de 70.000 produtos diferentes, que vão desde plásticos e fertilizantes a detergentes e medicamentos. Ela é altamente dependente do petróleo, pois consome 10% da produção mundial para fazer de 80% a 90% por cento de seus produtos. A indústria química é, portanto, uma grande consumidora de energia e recursos. Além disso, muitos solventes e catalisadores são tóxicos e o descarte de resíduos químicos é complicado e caro. As substâncias tóxicas e cancerígenas são liberadas no ar, solo e água. De acordo com o Programa das Nações Unidas para o Meio Ambiente, a Europa Ocidental produziu um total de 42 milhões de toneladas de resíduos tóxicos em 2000, dos quais cinco milhões foram exportados, um ano depois. A cristalografia pode contribuir para o desenvolvimento de materiais de construção ecológicos em países desenvolvidos e em desenvolvimento. Ela também pode ajudar a reduzir a poluição através da substituição dos solventes químicos por solventes inorgânicos "verdes" à base de líquidos iônicos e de CO_2 . Pode auxiliar ainda na redução dos dejetos minerais e custos relacionados, contribuindo com o desenvolvimento de métodos que permitam extrair somente o material necessário. (SCHNEEGANS, 2013).

Para Ambrosio e Franchini (2017, online)

"identificar condições químicas que favoreçam o crescimento de cristais com qualidade suficiente para experimentos de difração, é necessária a produção de grandes quantidades da proteína de interesse, tipicamente na ordem de miligramas, com altíssimo grau de pureza e homogeneidade de espécies. No passado, as proteínas eram extraídas de fontes naturais, como plantas, microrganismos e tecidos, o que

impunha limitações importantes ao tipo de proteína e de organismo fonte e também no rendimento da preparação. Com o advento de técnicas de biologia molecular (reação de polimerização de DNA em cadeia, técnicas de corte e ligação de porções de DNA, entre outros), o desenvolvimento de sistemas de expressão heterólogos (em bactérias ou leveduras, por exemplo) e culturas de células em larga escala, praticamente qualquer proteína, independente da origem, pode hoje ser produzida com alto rendimento, viabilizando assim a realização de tentativas iniciais de cristalização?.

Conforme Teixeira et al (2007, online) ?tem sido explorada a formação de dendrites pela cristalização do vapor de água da atmosfera em pedaços de gelo seco CO₂, com formação de ?ácido carbônico?; a formação de cristais de açúcar em paus de madeira; a cristalização do salol por fusão/solidificação [18c,28]; do mesmo por evaporação a partir de soluções de etanol (métodos de cristalização); a glicina em rocha vulcânica [1] e também por evaporação de soluções aquosas e observação à lupa [28]; o ácido bórico por arrefecimento de soluções sobressaturadas?.

2.6 GEOLOGIA PLANETÁRIA

Através do difratômetro equipado pela NASA, o robot Curiosity Rover usou, em Outubro de 2012, cristalografia de raios-X para analisar amostras do solo de Marte. Os resultados obtidos mostraram que estas eram semelhantes aos resistentes solos basálticos dos vulcões do tipo Havaiano. (UNESCO, 2014, p. 6).

2.7 ELETRO-MECÂNICA

Conforme Mascarenhas (2002, online) iniciou-se uma pesquisa sobre área de determinação de estrutura de substâncias inorgânicas com interessantes propriedades magnéticas ou ferroelétricas, de moléculas orgânicas naturais e sintéticas de interesse biológico e de complexos de metais com ligantes orgânicos com potencial aplicação como descontaminantes de metais pesados em ambientes poluídos.

2.8 MEDICINA E SAÚDE

Para Ambrosio e Franchin (2017, online) ?estruturas atômicas ajudam a entender como as proteínas funcionam e, de maneira importante, como encontrar ou projetar pequenos compostos químicos que se encaixem de maneira a modular seletivamente as funções das proteínas?

A concepção de medicamentos depende fortemente da cristalografia. Quando uma empresa farmacêutica procura um novo medicamento para combater uma bactéria ou um vírus específico, necessita primeiro encontrar uma pequena molécula capaz de bloquear as proteínas ativas (enzimas) que estão envolvidas no ataque às células humanas. O conhecimento preciso da proteína permite aos cientistas criar compostos farmacêuticos capazes de se fixarem nos postos ativos da substância perigosa e, assim, lhe retirarem a atividade nociva. A cristalografia é também essencial para distinguir formas sólidas de um medicamento, dado que estes podem ser solúveis em diferentes condições, o que afeta a eficácia do fármaco. Isto é particularmente importante na produção de medicamentos genéricos, nomeadamente na Ásia e em África, onde os anti-HIV são produzidos com uma licença forçada (compulsory licensing) para os tornar acessíveis para os mais pobres (UNESCO, 2014, p. 4).

Os anticorpos ligam-se a um vírus. A cristalografia é usada para controlar a qualidade dos medicamentos (incluindo antivirais) durante a sua fabricação, de forma a assegurar que as normas de saúde e de segurança sejam cumpridas. (UNESCO, 2014, p. 4).

Os desafios na área da saúde continuarão a ser tremendos nas próximas décadas. Por exemplo, continua sem haver vacina ou cura para pandemias como HIV, o dengue e a malária, que continuam a devastar principalmente os países em desenvolvimento. Muitos dos problemas de saúde nos países em desenvolvimento estão ligados à falta de acesso à água potável e a serviços de saneamento. É o que sucede com as doenças diarreicas, como a cólera ou as esquistossomoses crônicas, cujas estimativas apontam para que pelo menos 90% dos casos aconteçam na África. Contudo, os países em desenvolvimento estão também expostos aos mesmos problemas crônicos que os países desenvolvidos, tais como doenças cardíacas, câncer e, cada vez mais, diabetes. Outras situações graves de saúde que afetam simultaneamente países ricos e pobres incluem o aparecimento de novas patologias e a resistência cres-

cente das bactérias aos tratamentos médicos existentes. A Cristalografia pode, por exemplo, contrariar a resistência crescente das bactérias aos antibióticos. Juntamente com Venkatraman Ramakrishnan e Thomas Steitz, a cristalógrafa Ada Yonath liderou os trabalhos de determinação da estrutura do ribossoma e de análise à forma como o seu funcionamento é perturbado pelos antibióticos. Os ribossomas são responsáveis pela produção de todas as proteínas nas células vivas, nomeadamente nos humanos, nas plantas e nas bactérias. Se a função do ribossoma é bloqueada, a célula morre. Assim, o conhecimento sobre os ribossomas é fundamental na produção de antibióticos, para que estes sejam capazes de atacar a atividade das bactérias nocivas sem perturbar a atividade dos ribossomas humanos. Em 2008, este trabalho valeu à Professora Ada Yonath o Prémio L'Óreal-UNESCO para as Mulheres na Ciência e, um ano mais tarde, os três investigadores receberam o Prémio Nobel da Química em 2009. As zonas tropicais têm uma particular e muito rica biodiversidade que permanece pouco explorada. A cristalografia pode ajudar os países a identificar as propriedades e o comportamento de plantas endógenas, contribuindo para o desenvolvimento de produtos de saúde e de beleza, remédios naturais, etc. (UNESCO, 2014, p. 8).

A nova ciência baseada na cristalografia de raios X continuou crescendo e o mundo viu a possibilidade de sintetizar princípios ativos de medicamentos essenciais, como a vitamina B12, a penicilina e a insulina, a partir da contribuição de cristalógrafos excepcionais, como Dorothy Crowfoot Hodgkin, que resolveu essas estruturas e 50 anos atrás ganhou o prémio Nobel de Química, por ter desenvolvido métodos de análise capazes de determinar a estrutura atômica de macromoléculas de importância biológica. (TORRIANI, 2014, online).

Um marco nas descobertas dentro das ciências biológicas foi a determinação da estrutura do complexo molecular que compõem os ribossomos. De importância fundamental na síntese proteica, eles são formados por subunidades independentes, de diferentes tamanhos, difíceis de isolar e formar cristais para realizar experiências de cristalografia de raios X. Uma tarefa considerada quase impossível. (TORRIANI, 2014, online).

"A representação tridimensional da estrutura cristalográfica da glicoproteína por Rey e colaboradores, em 1995, significou "um salto quântico" na compreensão dos flavivírus, e confirmou a suspeita de que as mutações responsáveis pela atenuação do vírus Asibi estão localiza-

das em sítios expostos na superfície do glicopeptídeo E" (BENCHIMOL, 2001, p. 428).

"Através da análise cristalográfica dos cálculos foram identificados 8 tipos diferentes de cristais na amostra estudada: oxalato de cálcio monohidratado, estruvita, carbonato apatita, oxalato de cálcio hidratado, hidroxiapatita, bruchita, ácido úrico e urato ácido de amônia (sendo este último identificado, em proporção reduzida, em 7 cálculos sem constituir um grupo de classificação). Assim, os cálculos estudados foram classificados em 7 grupos de acordo com seu componente principal." (SILVA, p. 40-41).

2.9 MINERAÇÃO

A arte da mineração, nos registros arqueológicos, já era amplamente conhecida pelas civilizações chinesa, babilônia, egípcia e grega. (CEARA, s/a). Dentro do processo de produção mineral no Brasil, destacam-se o ferro, o ouro, o nióbio, o cobre, a bauxita e o manganês. (CARVALHO et al., 2018).

2.10 TECIDOS

Novos materiais têm sido usados para desenvolver um tipo de vestuário peculiar. Tecidos inteligentes permitem a entrada de ar ou reter o calor, consoante quem o usa esteja a suar ou a tremer de frio. Roupas interiores podem estar equipadas com sensores para medir a temperatura corporal, a taxa de respiração e a pulsação cardíaca, transmitindo essas informações para o smartphone do utilizador. Roupas exteriores podem ser elaboradas para detectar certas ameaças, como gases tóxicos, bactérias novas ou calor extremo. Os cristalógrafos podem identificar as propriedades necessárias para desenvolver estes novos materiais. (UNESCO, 2014, p. 4)

2.11 LAPIDAÇÃO DE PEDRAS PRECIOSAS

Para Ribeiro e Silva (2010, p. 88), o Brasil produz, regularmente, quatro tipos de pedras altamente valorizadas no mercado internacional: diamante, alexandrita, esmeralda e turmalina Paraíba. Além destas, têm tido destaque outras variedades como o olho-de-gato, o to-

pázio imperial, a água-marinha, a rubelita, a indicolita, a turmalina verde, a opala e o crisoberilo. Em termos de distribuição regional, há concentração nas regiões Nordeste, com destaque para Bahia; Sudeste, com destaque para Minas Gerais?. Segundo Mol (2009), lapidação de gemas é o conjunto de técnicas de corte e polimento que tem como objetivo ressaltar as características ópticas das gemas e permitir sua utilização em objetos de adorno. Segundo Nadur (2009), existem cinco estilos básicos usados hoje: a) cabochão simples. b) cabochão duplo. c) cabochão lentilha. d) cabochão oco. e) O cabochão reverso.

2.12 CRIAÇÃO DE NOVOS COMPOSTOS

Produção de materiais avançados a partir de argilas. As argilas são uma ampla e diversificada classe de matérias-primas de origem mineral cuja importância cresceu nos últimos anos, por comporem a base de produtos nanotecnológicos inovadores. Ao mesmo tempo, continuam sendo usadas em suas aplicações industriais tradicionais, onde foram observadas inovações incrementais importantes, tais como a produção de cerâmicas especiais. (MATERIAIS, 2010, p.263)

Vários compostos minerais existentes na argila bruta afetam suas propriedades e podem reduzir seu valor, porém existem exemplos de argilas positivamente diferenciadas nas suas propriedades e no seu preço, devido exatamente à presença de substâncias que são, a rigor, impurezas da sua composição cristalográfica e/ou presentes na massa mineral. (MATERIAIS, 2010, p. 263)

O sucesso da transformação de uma fibra natural em um insumo avançado dependerá do conhecimento de suas características estruturais e mecânicas e das necessidades finais do composto (MATERIAIS, 2010, p. 271)

Melhora da adesão fibra/matriz: A adesão de fibras às suas matrizes em compósitos avançados pode ser melhorada pelo tratamento químico das fibras. Entender o mecanismo e as influências causadas pelas fibras na cristalinidade da matriz durante a formação de um composto e pesquisar novos agentes de adesão/acoplamento permitirá a criação de compósitos combinados, fundidos ou moldados a outros materiais que não polímeros, como vidros, cerâmicas e metais. (MATERIAIS, 2010, p. 271)

2.13 DESENVOLVIMENTO E REGISTROS DE MEDICAMENTOS

A indústria farmacêutica e bioquímica visa sintetizar e caracterizar compostos químicos que possuem atividade biológica para utilizá-los no controle de doenças e sintomas provocados por elas. Os medicamentos podem ser administrados nos três estados físicos da matéria. Tais estados apresentam arranjos diferentes de moléculas que estão associados às propriedades físico-químicas, as quais apresentam fundamental importância para caracterizar os efeitos dos fármacos.

O desenvolvimento de novos medicamentos passa por um processo de regulamentação rigoroso que deve cumprir muitas etapas. Essas etapas estão organizadas em descoberta, triagem, investigação, formulação e produção, pesquisa pré-clínica, pesquisa clínica e por fim pesquisa pós-comercialização e farmacovigilância, todos com objetivos claros e específicos buscando compreender os efeitos benéficos, como também os efeitos colaterais. Para que um medicamento possa ser comercializado em território nacional é necessário ter o registro na ANVISA (Agência Nacional de Vigilância Sanitária).

Os medicamentos obedecem a algumas classificações, são elas: Amorfos: consistem em arranjos desordenados de moléculas do insumo farmacêutico; Polimorfos: apresentam a mesma fórmula química, mas com diferentes estruturas cristalinas; Solvatos: contêm solvente agregado à rede cristalina do insumo farmacêutico ativo; Sais: apresentam o insumo farmacêutico ativo cristalizado com ácidos ou bases; Cocrystalais: seus insumos farmacêuticos ativos são cristalizados com substâncias sólidas e neutras.

A cristalização tem fator definitivo dentre as propriedades físico-químicas destacando a solubilidade a qual tem enorme importância, pois define desde a absorção do fármaco até a toxicidade no organismo.

2.14 A TRAGÉDIA QUE PODERIA TER SIDO EVITADA COM O USO DA CRISTALOGRAFIA

TALIDOMIDA

A talidomida é uma droga que entrou no mercado farmacêutico na Alemanha em 1957 como um medicamento seguro que poderia ser

comprado mesmo sem receita. Era usado inicialmente como um tranquilizante para melhorar o sono e para enjoo das gestantes.

O medicamento logo se transformou em um líder em vendas, mas em 1959 foram detectados bebês que haviam sido afetados adversamente pelo uso da talidomida, levando até o banimento do medicamento nos países onde era comercializado.

Os bebês atingidos nasciam com deficiências nos membros superiores e inferiores, defeitos visuais, auditivos, na coluna vertebral e, alguns com defeitos cardíacos e no tubo digestivo (Figura 11).



Figura 11 – Adultos atingidos pelo uso da talidomida

A tragédia da talidomida ocorreu, porque os medicamentos à época eram lançados comercialmente apenas com estudos de toxicidade e só uma minoria passava por testes de teratogenicidade, a capacidade de induzir malformações congênitas no bebê ainda no ventre materno.

Foi nesse momento que a farmacologia clínica torna-se uma especialidade médica visando uma maior segurança dos medicamentos. Só na década de 60 foi divulgado o real tamanho da tragédia, cerca de 10 mil crianças foram afetadas pelo mundo.

No Brasil, a comercialização da talidomida começou em 1958 com o nome Sedalis depois com outros nomes como Sedalis 100, Sedin e Slip, sendo anunciada em propagandas de jornais de grande circulação.

Já, em 1962, os jornais divulgaram que, 300 bebês foram vítimas da droga e mesmo assim a suspensão do seu uso só se deu em 1965, com pelo menos quatro anos de atraso em relação à Alemanha.

O que é talidomida?

A talidomida é derivada do ácido glutâmico e estruturalmente contém dois anéis amida e um único centro quiral. Este composto existe na forma de mistura equivalente dos isômeros S(-) e R(-) que se interconvertem rapidamente em condições fisiológicas. O enantiômero S está relacionado com os efeitos teratogênicos da talidomida, enquanto o enantiômero R é responsável pelas propriedades sedativas do fármaco. A talidomida ou N-ftalimidoglutarimida é uma substância química que foi sintetizada na Alemanha Ocidental, em 1953, nos laboratórios da Ciba, e depois pela empresa alemã Chemie Grünenthal, em 1954. Os enantiômeros da talidomida possuem atividade óptica (Figura 12), sendo que o dextrogiro ou enantiômero (R) desvia o plano de luz polarizada para a direita, e o levogiro ou enantiômero (S) desvia o plano de luz polarizada para a esquerda. No entanto, essa diferença na conformação espacial dos átomos acaba por resultar em diferentes propriedades biológicas, ou seja, diferentes atividades exercidas em um organismo vivo. Com o tempo, descobriu-se que somente o isômero dextrogiro ou (R) era responsável pelas propriedades analgésicas, sedativas e antessentires, enquanto a talidomida levogira (S) é teratogênica, isto é, provoca mutações no feto.

Atualmente a talidomida ainda é utilizada, mas o Ministério da Saúde emitiu um manual de orientação médica para uso controlado. As doenças na qual a talidomida é indicada são: Hanseníase, lúpus eritematoso sistêmico, lúpus eritematoso discóide, lúpus eritematoso cutâneo subagudo, doença enxerto contra hospedeiro e úlceras aftoide idiopáticas em pacientes HIV/AIDS. Foi só em abril de 2010 que cientistas japoneses anunciaram a descoberta de como a talidomida age no desenvolvimento dos fetos provocando às más formações. O estudo aponta que a talidomida liga-se a uma enzima chamada cereblon, importante no desenvolvimento dos membros, tornando a mesma inativa e provo-

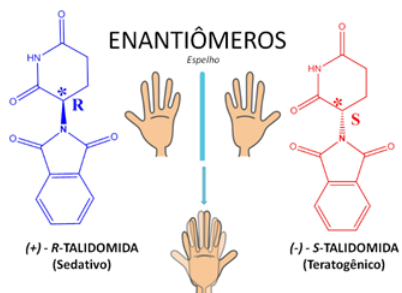


Figura 12 – Geometria molecular da talidomida

cando a malformação. Com tal descoberta acredita-se que será possível produzir alternativas seguras ao medicamento.

Segue na tabela abaixo (Figura 13) exemplos de atividades biológicas exercidas por formas enantioméricas.

Fármaco	Efeito
etambutol	forma <i>SS</i> : tuberculostático forma <i>RR</i> : pode provocar cegueira
penicilamina	forma <i>S</i> : anti-artrítico forma <i>R</i> : extremamente tóxico
estrona	forma (+): hormônio estrogênico forma (-): inativo
adrenalina	a forma levógira é 20 vezes mais ativa e igualmente mais tóxica
talidomida	forma <i>R</i> : sedativo forma <i>S</i> : teratogênico
salbutamol	forma <i>R</i> (-) é 80 vezes mais ativo que a forma <i>S</i> (+)
bupivacaina	forma (\pm): ambos os isômeros possuem atividade anestésica local, mas apenas o isômero (-) apresenta ação vasoconstritora, prolongando assim a ação anestésica local
anfetamina	a forma dextrógira é 2 vezes mais ativa que o enantiômero (-)
indacrinona	forma (+): ação diurética e retenção do ácido úrico forma (-): efeito uricosúrico

Figura 13 – Tabela com exemplos de atividades biológicas exercidas por formas enantioméricas

Tais diferenças são atividades observadas pelo fenômeno chamado Isomeria óptica - quando duas ou mais substâncias orgânicas têm a mesma fórmula molecular, mas estrutura molecular (geometria) e propriedades diferentes. A isomeria óptica estuda o comportamento das substâncias quando submetidas a um feixe de luz polarizada. A isomeria pode ocorrer de várias formas, são algumas delas:

Isomeria de cadeia (Figura 14): quando os isômeros pertencem à mesma função e se diferenciam pelo tipo de cadeia.

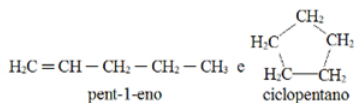


Figura 14 – Isômeros de cadeia (aberta e fechada)

Isomeria de função (Figura 15): é a isomeria na qual os isômeros se diferenciam por pertencerem a funções diferentes.

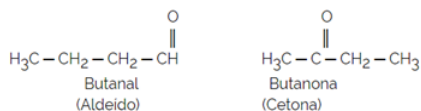


Figura 15 – Isômeros de função

Isomeria dinâmica ou tautomeria (Figura 16): só ocorre com compostos que possuam elementos altamente eletronegativos. O elemento eletronegativo atrai os elétrons da dupla ligação, deslocando-a, formando outro composto pertencente à outra função.

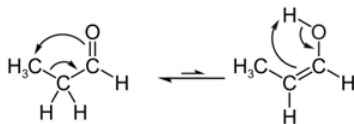


Figura 16 – isomeria dinâmica entre uma cetona e um enol

Enantiomeria (Figura 17) Os isômeros que apresentam atividade óptica são chamados de enantiômeros. Possuem três características principais:

Sua molécula é assimétrica;

Os enantiômeros são a imagem especular um do outro;

Eles não são sobreponíveis.

Esses enantiômeros, cujas moléculas são assimétricas e não sobreponíveis, são chamados de moléculas quirais, pois a palavra "quiral" vem do grego *cheiral* que significa "mão", pois as mãos são assimétricas e não sobreponíveis.

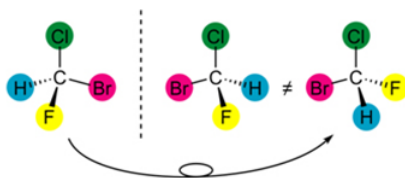


Figura 17 – isômeros enantiômeros

Diastereomeria (Figura 18) Os diastereoisômeros são isômeros cujos ligantes mudam de posição no espaço, mas permanecem ligados aos mesmos átomos.

De acordo com a IUPAC, os diastereômeros podem ser classificados como *cis* ou *trans*. Os isômeros *cis* apresentam os substituintes no mesmo lado da molécula; os *trans* apresentam os substituintes em lados contrários:

Um exemplo é a molécula 1,2-dicloroeteno, que também apresenta isomeria *cis-trans*:

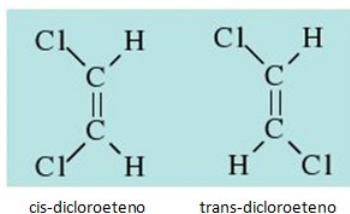


Figura 18 – diastereoisômeros *cis-trans*

Ao contrário dos enantiômeros, os diastereômeros não possuem a capacidade de desviar o plano de vibração da luz. Portanto, são substâncias opticamente inativas.

2.15 RELAÇÃO ENTRE E CRISTALOGRAFIA GEOMETRIA ESPACIAL DO ENSINO MÉDIO

Para localizar as posições atômicas em células unitárias usam-se os eixos ortogonais x , y e z (Figura 19). Em cristalografia, o sentido positivo do eixo x tem geralmente a direção que sai do papel, o sentido positivo do eixo y aponta para a direita do papel, e o sentido positivo do eixo z aponta para cima.

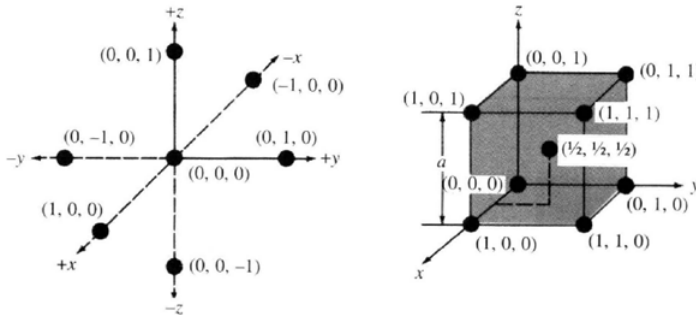


Figura 19 – Eixos ortogonais x , y , z utilizados para localizar as posições dos átomos nas células unitárias cúbicas.

Visto as posições atômicas nas células unitárias dos sistemas cristalográficos, nos remetemos as três dimensões do espaço - altura, profundidade e largura - sendo as mesmas de extrema importância para o estudo dos sólidos geométricos, pois é dependendo de suas dimensões que as áreas de superfícies e volumes se modificam.

O ensino tradicional de Geometria Espacial é restrito ao estudo das medidas dos sólidos, com o cálculo de volume e áreas, muitas vezes apresentado de maneira direta sem uma introdução ou motivação que faça sentido para os alunos.

Segundo o documento preliminar da nova base nacional comum curricular BNCC (2018) para o ensino médio está prevista a habilidade:

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos (cilindro e cone) em situações reais, como o cálculo do gasto

de material para forrações ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados (BRASIL, 2018, p.529).

Sendo assim faremos uma relação entre a Geometria espacial e a tão curiosa Cristalografia.

Pelo exposto até o momento, nota-se que a cristalografia está intimamente ligada à geometria espacial, ao observar que os retículos cristalinos são sólidos geométricos formados por vértices (átomos), arestas (ligações químicas) e planos (repetição das células unitárias). Para que ocorra a repetição perfeita das células unitárias formando o retículo cristalino e por fim o cristal é necessário que as células respeitem determinadas regras geométricas semelhantes às regras de preenchimento do plano por polígonos regulares, o que podemos chamar de ladrilhamento.

Ladrilhar consiste em preencher o plano por moldes sem superposição ou buracos.

Para um plano ser completamente preenchido por polígonos regulares estes devem seguir três condições:

- a) os ladrilhos são polígonos regulares
- b) a intersecção de dois polígonos é sempre um lado ou um vértice ou vazia
- c) o tipo de cada vértice é sempre o mesmo, isto é, a distribuição ao redor de cada vértice é sempre a mesma.

Com tais regras verificamos apenas três polígonos regulares possíveis para ladrilhar um plano (Figura 20), sendo eles: o quadrado, o triângulo equilátero e o hexágono.



Figura 20 – Ladrilhamento com polígonos regulares

O raciocínio para demonstrar tal afirmação utiliza conhecimentos básicos de álgebra e geometria plana.

Demonstração:

Um polígono regular de n lados tem seus ângulos internos iguais a $\frac{180(n-2)}{n}$. Logo para existir um ladrilhamento regular com m polígonos de n lados devemos ter:

$$m \left[\frac{180(n-2)}{n} \right] = 360 \Leftrightarrow m \left[\frac{(n-2)}{n} \right] = \frac{360}{180} \Leftrightarrow m(n-2) = 2n \quad (2.1)$$

$$\Leftrightarrow mn - 2m - 2n = 0 \Leftrightarrow (m-2)(n-2) - 4 = 0 \Leftrightarrow m-2 = \frac{4}{n-2} \quad (2.2)$$

como $m-2$ é inteiro, então $n-2$ é divisor de 4, logo as únicas possibilidades são:

Número de polígonos	Número de lados dos polígonos
6	3
4	4
3	6

Com base no que foi demonstrado e um pouco de curiosidade podemos buscar outras maneiras de ladrilhar o plano, sendo estas com combinações de polígonos regulares.

E neste momento surge um questionamento importante.

Quantas e quais são as formas de ladrilhar o plano utilizando combinações de polígonos regulares?

Embora tais polígonos regulares não tenham obrigatoriamente o mesmo número de lados, os mosaicos exigem que os lados de todos os polígonos regulares que compõem na cobertura tenham o mesmo comprimento.

Seja m o número de polígonos regulares ao redor de um ponto, temos que $m \geq 3$. Como a menor medida do ângulo interno de um polígono regular é 60° , o maior valor de m é $\frac{360}{60} = 6$. Assim temos que $3 \leq m \leq 6$.

Vamos considerar o primeiro caso onde $m = 3$

Seja n_i o número de lados de cada um dos três polígonos inci-

dindo num vértice, para cada $i = 1, 2, 3$, temos:

$$\Sigma(180 - \frac{360}{n_i}) = 360 \Rightarrow \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3} = \frac{1}{2}$$

Supondo $n_1 \leq n_2 \leq n_3$, temos $3 \leq n_1 \leq 6$

Para $n_1 = 3$ e $n_1 = 4$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3} = \frac{1}{6} \leq \frac{2}{n_2} \\ \frac{1}{n_3} = \frac{1}{6} - \frac{1}{n_2} = \frac{n_2 - 6}{n_2} \end{array} \right\} \Rightarrow 7 \leq n_2 \leq 12$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3} = \frac{1}{4} \leq \frac{2}{n_2} \\ \frac{1}{n_3} = \frac{1}{4} - \frac{1}{n_2} = \frac{n_2 - 4}{4n_2} \end{array} \right\} \Rightarrow 5 \leq n_2 \leq 8$$

Para $n_1 = 5$ temos $5 \leq n_2 \leq 6$ e para $n_1 = 6$ temos $n_2 = 6$

Abaixo temos a tabela com as soluções inteiras da equação sendo apenas as assinaladas como possíveis soluções para o problema.

$m=3$	n_1	n_2	n_3
	3	7	42
	3	8	24
	3	9	18
	3	10	15
*	3	12	12
	4	5	20
*	4	6	12
*	4	8	8
	5	5	10
*	6	6	6

Segundo caso com $m = 4$.

Sendo n_i o número de lados de cada um desses 4 polígonos regulares com $n_1 \leq n_2 \leq n_3 \leq n_4$ temos:

$$\sum (180 - \frac{360}{n_i}) = 360 \Rightarrow \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3} + \frac{1}{n_4} = 1 \Rightarrow 1 \leq \frac{4}{n_1} \Rightarrow 3 \leq n_1 \leq 4$$

$$n_1 = 3 \Rightarrow \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3} + \frac{1}{n_4} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} \leq \frac{3}{n_2} \Rightarrow 3 \leq n_2 \leq 4$$

$$n_1 = n_2 = 3 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{n_3} + \frac{1}{n_4} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} \leq \frac{2}{n_3} \Rightarrow 4 \leq n_3 \leq 6 \\ \frac{1}{n_4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{n_3} = \frac{n_3 - 3}{3n_3} \Rightarrow n_3 = 4, n_4 = 12 \text{ ou } n_3 = 6 = n_4 \end{cases}$$

$$n_1 = 3, n_2 = 4 \Rightarrow \frac{1}{n_3} + \frac{1}{n_4} = \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{5}{12} \leq \frac{2}{n_3} \Rightarrow n_3 = 4 \text{ e } n_4 = 6$$

$$n_1 = n_2 = 4 \Rightarrow \frac{1}{n_3} + \frac{1}{n_4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \leq \frac{2}{n_3} \Rightarrow n_3 = 4 = n_4$$

Abaixo segue a tabela com as possíveis soluções inteiras da equação sendo apenas as assinaladas como possíveis para solucionar o problema.

$m=4$	n_1	n_2	n_3	n_4
	3	3	4	12
	3	3	6	6
*	3	6	3	6
	3	4	3	12
*	3	4	6	4
	3	4	4	6
*	4	4	4	4

Terceiro caso com $m = 5$

Seendo n_i o número de lados de cada um desses polígonos regulares incidindo num vértice, com $n_1 \leq n_2 \leq n_3 \leq n_4 \leq n_5$, temos que ter:

$$\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3} + \frac{1}{n_4} + \frac{1}{n_5} = \frac{3}{2} \leq \frac{5}{n_1} \Rightarrow n_1 = 3,$$

$$\frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3} + \frac{1}{n_4} + \frac{1}{n_5} = \frac{3}{2} - \frac{1}{3} = \frac{7}{6} \leq \frac{4}{n_2} \Rightarrow n_2 = 3,$$

$$\frac{1}{n_3} + \frac{1}{n_4} + \frac{1}{n_5} = \frac{7}{6} - \frac{1}{3} = \frac{5}{6} \leq \frac{3}{n_3} \Rightarrow n_3 = 3,$$

$$\frac{1}{n_4} + \frac{1}{n_5} = \frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \leq \frac{2}{n_4} \Rightarrow n_4 = 3, n_5 = 6 \quad \text{ou} \quad n_4 = n_5 = 4.$$

A tabela abaixo apresenta as possíveis soluções para este caso.

$m=5$	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5
*	3	3	3	3	6
*	3	3	3	4	4
*	3	3	4	3	4

Quarto caso com $m = 6$. Como nos casos anteriores,

$$\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3} + \frac{1}{n_4} + \frac{1}{n_5} + \frac{1}{n_6} = 2 \Rightarrow n_i = 3, \forall i = 1, 2, \dots, 6.$$

E o único tipo possível é 3.3.3.3.3.3.

$m=6$	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6
*	3	3	3	3	3	3

As considerações feitas até agora nos permitem concluir a existência de vinte e uma soluções algébricas que indicam soluções para lacrilhar o plano com polígonos arranjados ao redor de um vértice comum de modo que não haja nem lacunas nem superposições.

A questão crucial que surge é justificar quais combinações acima podem ser estendidas de modo a obtermos um mosaico do plano.

Observando a figura abaixo é possível distinguir que na esquerda

temos um caso de três polígonos por vértice que se mostra possível enquanto que na direita um caso impossível.

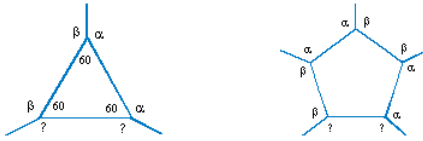


Figura 21 – Justificativa geométrica

De maneira análoga justificamos as outras exclusões de soluções, totalizando apenas 11 possibilidades ao todo. Como segue a imagem abaixo.

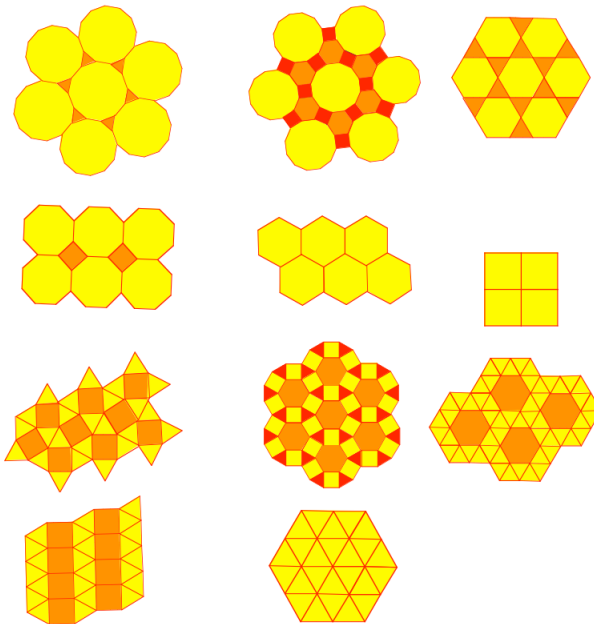


Figura 22 – Ladrilhamento com combinação de polígonos regulares

Estas onze combinações foram estudadas por J. Kepler, em um

trabalho publicado em 1619, hoje conhecido como Teorema de Kepler.

Com base no que foi demonstrado acima podemos estender a ideia para o campo tridimensional. Assim podemos visualizar que os retículos cristalinos também seguem propriedades geométricas completando o espaço tridimensional. Tal peculiaridade não confere apenas beleza, mas também propriedades aos cristais. Um exemplo é o Carbono que, dependendo das condições como temperatura e pressão, pode ser encontrado na forma de grafite ou diamante (Figura 23).

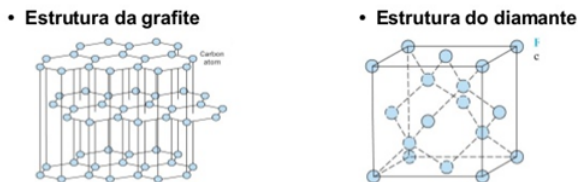


Figura 23 – Estrutura do grafite e diamante

Outra estrutura muito importante que pode ser obtida através do Carbono é o grafeno (Figura 23). Sua importância se dá por este possuir propriedades eletrônicas, térmicas e mecânicas de alta condutibilidade que oferecem à indústria de nanomateriais uma alternativa potencial ao silício e ao diamante. O grafeno é um alótropo do carbono composto por átomos ligados em estruturas cristalinas hexagonais, obtido por pesquisadores que conseguiram isolar pequenos fragmentos esfoliados a partir do grafite. Após análises, verificou-se tratar de uma única camada de átomos de carbono que mesmo sendo extremamente fino é mais forte que elementos como diamante e o aço. Além de tudo, o grafeno possui grande elasticidade e impermeabilidade. Apesar de todas as propriedades fascinantes do grafeno, o maior desafio das empresas é tornar a produção do material viável comercialmente.

Observando que os cristais (Figura 24) podem ser representados por sólidos geométricos, a ideia de utilizar a cristalografia como motivação para o estudo dos sólidos se sustenta como uma maneira diferente de motivar o ensino de geometria espacial nas aulas de matemática do ensino médio.

É possível verificar na figura acima que além do formato poliédrico da estrutura cristalina, a relação de Euler se faz presente, podendo fazer uma ligação direta como o ensino dos Sólidos de Platão.

Relação de Euler

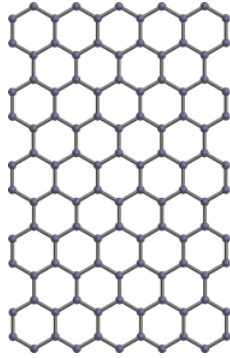


Figura 24 – Estrutura cristalina do grafeno

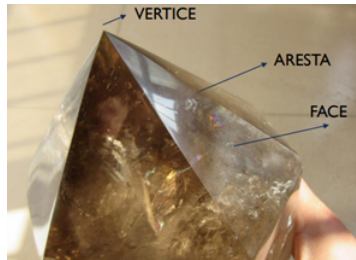


Figura 25 – Poliedro Cristalino apresentando vértice, aresta e faces.

$$V + F = A + 2 \quad (2.3)$$

V : número de vértices

F : número de faces

A : número de arestas

Sólidos de Platão

Foi a partir dos conhecimentos possíveis de se extrair da cristalografia e da sua interessante relação com as propriedades dos materiais que propusemos a apostila com a sequência didática de geometria espacial aplicada atualmente no ensino médio.

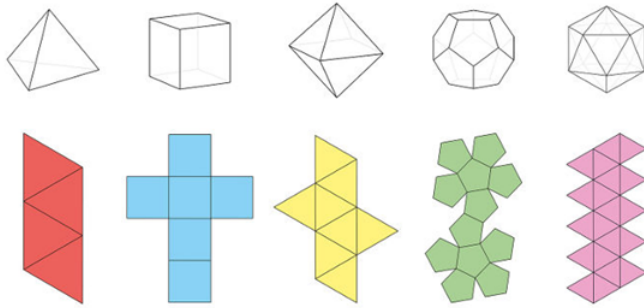


Figura 26 – Sólidos de Platão e suas planificações

**3 APOSTILA DE TEORIA E ATIVIDADES DE
GEOMETRIA ESPACIAL: ABORDANDO A
GEOMETRIA ESPACIAL MOTIVADA PELO
ESTUDO DOS SÓLIDOS CRISTALINOS.**

Sequência didática

Introdução

Aula 1: Conhecendo a cristalografia

Aula 2: Observando e montando sólidos

Aula 3: A relação de Euler nos sólidos e atividades

Aula 4: Prismas

Aula 5: Cilindros

Aula 6: Pirâmides

Aula 7: Cones

Aula 8: Esfera

Aula 9: Tópicos de geometria plana importantes para resolução de vestibulares

Aula 10: Simulando provas de vestibulares

Introdução

O estudo da matemática no mundo é de fundamental importância para o desenvolvimento de vários setores da sociedade, seja na área das engenharias, saúde, economia, educação, tecnologia, agricultura, energia e até do meio ambiente. A matemática apresenta sua grande contribuição em todas as áreas, no entanto é necessário que a importância da presença da matemática na tecnologia seja apresentada através de exemplos, pois muitas vezes não é percebida como importante pelos alunos. Foi na busca de demonstrar a importância da matemática e suas contribuições, que esta apostila foi pensada e desenvolvida, sem esquecer os requisitos básicos para o entendimento do conteúdo abordado e das provas e exames que cobram os mesmos.

AULA 1 - CONHECENDO A CRISTALOGRAFIA

O que é cristalografia?

É uma ciência matemática que estuda e descreve os cristais e suas propriedades.

Os cristais são sólidos compostos por átomos, moléculas ou íons organizados em um padrão tridimensional que se repete no espaço formando uma estrutura regular que chamamos de estrutura cristalina.

Veja exemplos:



O **Gálio** é um elemento químico de símbolo **Ga**, de número atômico 31 e massa atômica igual a 69,7 u. É um metal pertencente ao grupo 13 da classificação periódica dos elementos.



O **bismuto** é um elemento químico de símbolo **Bi**, de número atômico 83, de massa atômica igual a 208,9 u, encontrado no grupo 15 da classificação periódica dos elementos. À temperatura ambiente, o bismuto encontra-se no estado sólido.



O **quartzo** é o segundo mineral mais abundante da Terra. Possui estrutura cristalina trigonal composta por tetraedros de sílica (dióxido de silício, SiO_2), onde cada oxigênio fica dividido entre dois tetraedros. Existem diversas variedades de quartzo, alguns chegando a ser considerados pedras semipreciosas.

Qual a importância do estudo da cristalografia?

A cristalografia se desenvolveu após a descoberta dos raios-X com o qual se tornou possível observar a organização dos átomos de cada cristal sendo esta uma forma de identificar cada material.

"A cristalografia é a base do desenvolvimento de praticamente todos os novos materiais, e compreende os produtos de consumo diário, como cartões de memória do computador, as telas de televisão plana e os componentes de veículos e aviões. Os cristalógrafos não só estudam a estrutura dos materiais, mas também utilizam seus conhecimentos para modificar uma estrutura e lhe conferir novas propriedades ou fazê-la se comportar de forma diferente. Os cristalógrafos podem também estabelecer as "impressões digitais" dos materiais assim obtidos. Uma empresa pode, então, usar essa "impressão digital" para provar que a nova substância é única quando se candidata a uma patente. Na verdade, a cristalografia tem muitas aplicações. Ela permeia nossa vida diária e forma a espinha dorsal da indústria que é cada vez mais dependente da geração e do desenvolvimento de novos produtos. Por exemplo, as indústrias agro-alimentar, aeronáutica, automobilística, cuidados de beleza, de informática, eletro-mecânica, farmacêutica e de mineração são beneficiárias diretas das aplicações da cristalografia. Abaixo seguem alguns exemplos: A mineralogia é, sem dúvida, o ramo mais antigo da cristalografia. Cristalografia de raios-X tem sido o principal método de determinar a estrutura atômica dos minerais e metais desde 1920. Praticamente tudo o que sabemos sobre rochas, formações geológicas e história da Terra é baseado em cristalografia. Mesmo o nosso conhecimento dos "visitantes cósmicos", como meteoritos vem da cristalografia. Este conhecimento é, obviamente,

essencial para a mineração e qualquer indústria que perfura a Terra, tais como as indústrias de água, petróleo, gás e energia geotérmica.

Este conhecimento é, obviamente, essencial para a mineração e qualquer indústria que perfura a Terra, tais como as indústrias de água, petróleo, gás e energia geotérmica. Projetos de medicamentos dependem fortemente do uso das técnicas da cristalografia. Uma empresa farmacêutica procurando um novo medicamento para combater uma bactéria ou um vírus precisa inicialmente encontrar uma molécula capaz de inibir as proteínas ativas (enzimas) que são envolvidas no ataque das células humanas. Conhecer a forma exata da proteína permite aos cientistas conceber a composição das substâncias ativas do medicamento que podem se fixar sobre os locais ativos da proteína, e assim, parar sua atividade prejudicial. A cristalografia é também essencial para a distinção de diferentes formas sólidas de um medicamento. Estas formas podem ser solúveis sob diferentes condições, o que influencia a eficácia do medicamento. Isso é importante para as indústrias farmacêuticas produtoras de medicamentos genéricos, especialmente na África e na Ásia onde as drogas anti-HIV são produzidas com um licenciamento compulsório, tornando-as acessíveis aos mais pobres."

Fonte: https://www.iycr2014.org/_data/assets/pdf_file/0011/98309/Cristalografia-e-aplicacoes_no-intimo-da-materia_final-2.pdf

Sugestões digitais para aprofundamento

Vídeo



Revista online



Atividades

1. Com os conhecimentos adquiridos sobre a cristalografia cite três exemplos de objetos utilizados no seu cotidiano que possam ser estudados/desenvolvidos com o auxílio da cristalografia.

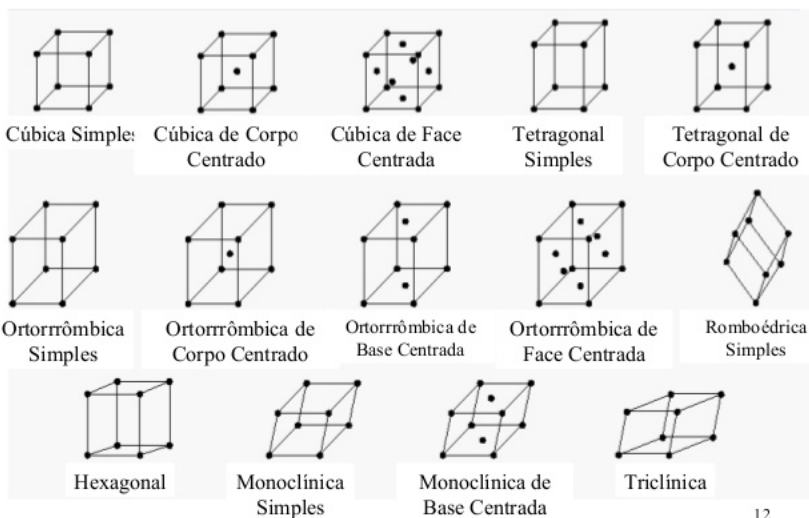
2. Faça uma pesquisa na internet sobre como são produzidos os objetos citados no exercício anterior e registre abaixo.

Aula 2: OBSERVANDO E MONTANDO SÓLIDOS.

Na aula anterior vimos a grande importância da cristalografia, nesta aula vamos conhecer os 14 tipos de células unitárias conhecidas como rede de Bravais. Seu nome foi dado em homenagem a Auguste Bravais que propôs o sistema de classificação em 1850.

Célula unitária é a menor unidade que permite descrever a estrutura completa pela sua repetição no espaço.

As 14 Redes de Bravais



12

Atividades

1. Monte as 14 células unitárias de Bravais com palitos de madeira unindo-os com massa de modelar.
2. Reúna os moldes montados pelo seu grupo com os moldes dos outros e monte um padrão cristalográfico observando as três dimensões.
3. Pesquise em livros ou na internet cristais que apresentem cada uma das células unitárias conhecidas nesta aula.

Aula 3: A RELAÇÃO DE EULER NOS SÓLIDOS

Você conhece a tradicional “Bola da Times Square” ?

ESTADOS UNIDOS

Nova York prepara tradicional bola luminosa para virada de ano



Famosa bola luminosa de Ano-Novo é testada em Times Square, em Nova York, nesta segunda-feira. A icônica esfera de 5,3 toneladas, coberta com 2,688 cristais, descerá de um poste de 130 pés de altura (cerca de 40 metros) para marcar a virada de ano na cidade americana. A celebração, que atrai centenas de milhares de pessoas às ruas de Nova York, ocorre desde a virada de 1907 para 1908. A bola começará a descer quando faltar 60 segundos para o novo ano.

Fonte: <https://www.terra.com.br/noticias/mundo/estados-unidos/nova-york-prepara-tradicional-bola-luminosa-para- virada-de-ano.8193fa1872543410VqnVCM500009ccceb0aRCRD.html>

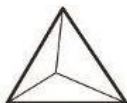
Vídeo



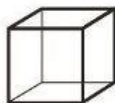
Observe que, assim como os sólidos cristalinos, a famosa “Bola da Times Square” apresenta uma estrutura com formação regular.

Sólidos formados por regiões poligonais e pela região do espaço limitada por elas são chamados poliedros.

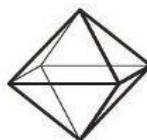
Exemplos:



Fogo



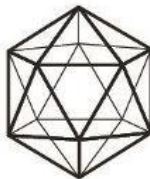
Terra



Ar



Água



Ar

Os sólidos apresentados são conhecidos como sólidos de Platão.

Platão foi um filósofo grego, que viveu entre os séculos V e IV a.c. e o primeiro matemático a demonstrar que existem apenas cinco poliedros regulares: o **cu**bo, o **tetraedro** o **octaedro**, o **dodecaedro** e o **icosaedro**. Ele associou os poliedros, aos elementos terra, água, fogo e ar; e o dodecaedro foi associado ao universo.

Os poliedros são formados por vértices, arestas e faces da seguinte maneira:

Cada uma das regiões poligonais que limitam o poliedro são chamadas de face do poliedro.

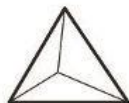
A intersecção de duas faces dá origem a uma aresta do poliedro.

A intersecção de três ou mais arestas dá origem a um vértice do poliedro.

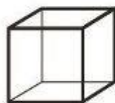
A relação de Euler

O matemático suíço Leonhard Euler descobriu uma importante relação entre o número de faces, vértices e arestas de um poliedro convexo.

Observe os sólidos abaixo e tente descobrir esta relação.



Fogo



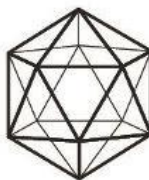
Terra



Ar



Água



Ar

	Tetraedro	Cubo	octaedro
Vértices			
Faces			
Arestas			

Veja que, para cada um dos poliedros, o número de arestas é exatamente duas unidades menos que a soma do número de faces com o número de vértices, logo:

$$V + F = A + 2$$

Demonstração

Seguiremos a demonstração realizada por Zoroastro Azambuja Filho publicada na RPM número 3 em 1983.

Inicialmente vamos calcular a soma dos ângulos internos de todas as faces de um poliedro convexo P . As faces serão enumeradas de 1 até F e seja n_k o gênero da k -ésima face, ($1 \leq k \leq F$). Como a soma dos ângulos internos de um polígono convexo de n lados é dada por $\pi(n - 2)$ e observando que se um poliedro é convexo então todas as faces são polígonos convexos.

Portanto a soma dos ângulos internos de todas as faces de P é dada por:

$$S = \pi(n_1 - 2) + \pi(n_2 - 2) + \dots + \pi(n_k - 2) = \pi(n_1 + n_2 + \dots + n_k) - (2 + 2 + \dots + 2)$$

Observe que a soma do número de lados de todas as faces $(n_1 + n_2 + \dots + n_k)$ do poliedro é igual ao dobro do número de arestas $2A$, pois cada aresta de uma face é aresta ou outra face adjacente a ela, logo temos:

$$S = \pi(2A - 2F) = 2\pi(A - F) \quad (i)$$

Vamos agora calcular de outra forma a soma de todos os ângulos internos das faces do poliedro. Começaremos escolhendo uma reta r , que não seja paralela a nenhuma das faces do poliedro convexo P , tomemos também um plano horizontal H , que não intersekte P e que seja perpendicular à reta r .

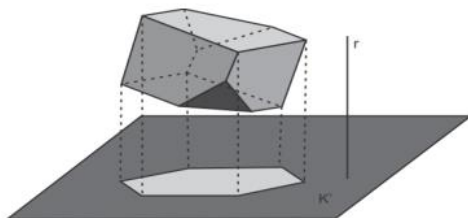


Figura n xx: projeção ortogonal do poliedro sobre o plano H.

As projeções ortogonais dos pontos do poliedro formarão sobre o plano um polígono K com contorno K' . Cada ponto K' é projeção de um único ponto de P e cada ponto no interior de K é projeção de dois pontos de P , um da parte superior e outro da parte inferior. Assim, o poliedro P se decompõe em 3 partes disjuntas: o conjunto dos pontos superiores, o conjunto dos pontos inferiores e o contorno aparente.

Depois dessas considerações, vamos calcular novamente a soma de todos os ângulos das faces de P , observando que a soma dos ângulos internos de uma face é a mesma soma dos ângulos internos de sua projeção (ambos polígonos de mesmo gênero). Sejam V_1 o número de vértices superiores, V_2 o número de vértices inferiores e V_0 o número de vértices do contorno aparente K' . Então,

$$V = V_0 + V_1 + V_2$$

Notemos ainda que V_0 é o número de vértices e de lados da poligonal K' .

Observe que a projeção da parte superior é um polígono convexo com V_0 vértices em seu contorno e V_1 pontos interiores.

Somando todos os ângulos da parte superior anterior temos:

$$S_1 = 2\pi V_1 + \pi(V_0 - 2)$$

De forma análoga, obteríamos para a soma de todos os ângulos da parte inferior

$$S_2 = 2\pi V_2 + \pi(V_0 - 2)$$

Somando as duas igualdades, obtemos:

$$S = 2\pi V_1 + \pi(V_0 - 2) + 2\pi V_2 + \pi(V_0 - 2) = 2\pi(V_1 + V_2 + V_0 - 2) = 2\pi(V - 2) \quad (ii)$$

Comparando (i) e (ii) e dividindo por 2π , resulta $A - F = V - 2$ ou seja,

$$V + F = A + 2$$

Atividades

1. Utilize a relação de Euler e responda:

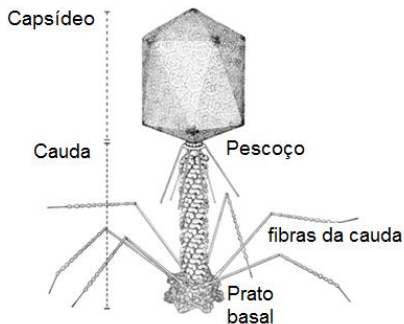
a. Num poliedro, o número de vértices é 5 e o de arestas é 10. Qual é o número de faces?

b. Em um poliedro de 20 arestas, o número de faces é igual ao número de vértices. Quantas faces tem esse poliedro?

c. Determine o número de vértices de um poliedro que tem três faces triangulares, uma face quadrangular, uma pentagonal e duas hexagonais.

2. (PUC-MG) Um poliedro convexo tem 3 faces pentagonais e algumas faces triangulares. Qual o número de faces desse poliedro, sabendo que o número de aresta é o quádruplo do número de faces triangulares?

3. Os vírus são seres muito simples e pequenos, formados basicamente por uma cápsula proteica envolvendo o material genético chamada capsídeo, que, dependendo do tipo de vírus, pode ser o **DNA**, **RNA** ou os dois juntos. Observe a estrutura de um vírus bacteriófago abaixo. O pescoço faz a ligação entre o capsídeo e a cauda e as fibras da cauda são responsáveis pela ligação com receptores específicos da célula bacteriana.



Veja que o capsídeo deste vírus apresenta estrutura poliédrica.

Sabendo que o capsídeo deste vírus apresenta 20 faces triangulares, encontre o número total de vértices dessa estrutura.

Aula 4: PRISMAS

Você já está familiarizado com a palavra cristal. A palavra cristal tem origem grega *krystallos* e significa tanto gelo quanto quartzo. Os cristais são poliedros convexos, pois suas faces são planas e não apresentam reentrâncias.

Você sabia?

Existe um material amplamente conhecido como cristal, mas que não se trata de matéria cristalina. Quando se fala em copo de cristal, lustre de cristal ou vaso de cristal o que se está descrevendo é um vidro de alta qualidade, ao qual se adiciona elevada porcentagem de óxido de chumbo para obter mais brilho.

Pela semelhança com os cristais incolores é chamado de cristal, mas são objetos que não possuem estrutura cristalina, e sim amorfa. Os famosos cristais da Boêmia e os cristais Swarovski são vidros de alta qualidade, não cristais.

Agora observe o cristal de quartzo, o segundo mineral mais abundante na terra.



Figura n xx: cristal de quartzo

Veja que este cristal é um poliedro que pode ser decomposto em outros dois tipos de poliedros que estudaremos a seguir.

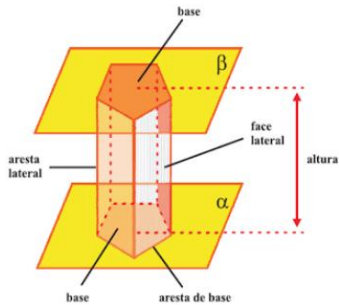
Prismas

Entre os poliedros mais conhecidos, destacamos os prismas.

Definição e elementos

Vamos considerar dois planos paralelos, uma região poligonal em um dos planos e uma reta que intersecta os dois planos.

O conjunto de todos os segmentos paralelos à reta que ligam um ponto da região poligonal a um ponto do outro plano forma um prisma.



Concluindo: prismas são poliedros que têm duas faces paralelas e congruentes, chamadas bases, as demais faces têm a forma de paralelogramos e são chamadas faces laterais.

De acordo com a inclinação das arestas laterais um prisma pode ser reto ou oblíquo. O prisma é reto quando as arestas laterais são perpendiculares às bases, e oblíquo quando não são.

Área da superfície de um prisma

superfície lateral: formada pelas faces laterais.

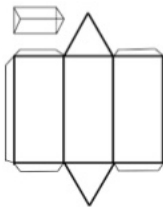
área lateral (Al): a área da superfície lateral.

superfície total: formada pelas faces laterais e pelas bases.

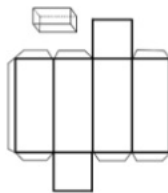
área total (At): a área da superfície total.

área da base (Ab): a área da superfície da base.

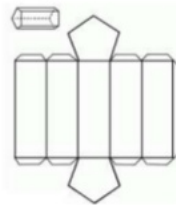
Para uma boa compreensão de área lateral e área total se faz necessário o conhecimento sobre as planificações dos prismas. Observe-as abaixo



Prisma Reto de Base Triangular



Prisma Reto de Base Quadrangular



Prisma Reto de Base Pentagonal

Concluimos que:

$\text{Área da Base} = \text{área do polígono que forma a base}$

$\text{Área Lateral} = \text{aresta da base} \cdot \text{altura} \cdot \text{número de arestas da base}$

$\text{Área Total} = \text{Área Lateral} + 2 \cdot \text{Área da Base}$

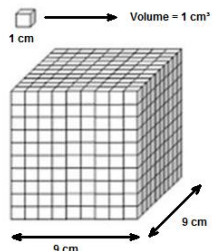
Volume de um prisma

O volume de um prisma é dado pelo produto da área da base pela altura.

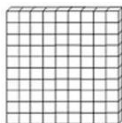
$$\text{Volume} = \text{área da base} \cdot \text{altura}$$

Entenda como chegamos a esta fórmula:

Vamos definir que um cubo de 1 cm de aresta tenha volume igual à 1 cm^3 .



Veja que ao contar a quantidade de cubos de 1 cm^3 na vista frontal e lateral temos 9, totalizando 9 cm em cada dimensão, o que nos leva a conclusão que em cada camada de cubos temos um total de 81 cubos de 1 cm^3 totalizando assim 81 cm^3 de volume para a primeira "linha de cubos".



Agora basta observar que teremos 9 "andares" de 81 cm^3 . Sendo assim temos:

$$81 \text{ cm}^3 \cdot 9 = 729 \text{ cm}^3$$

Ao aplicarmos a fórmula obtemos:

$$\text{Volume} = 9 \cdot 9 \cdot 9 = 729 \text{ cm}^3$$

Atividades

O problema do alvéolos das colméias.



“No livro *As maravilhas da Matemática*, o genial Malba Tahan, cujo verdadeiro nome era Júlio César de Mello e Souza (1895-1974), comentou o trabalho do matemático belga Maurice Maeterlinek (1862-1949) sobre a Geometria que as abelhas praticam em sua vida diária. Como se sabe, esses insetos usam cera para construir os alvéolos das colméias, que servem depois de depósito para o mel que fabricam. Maeterlinek observou que, ao contrário de muitos planejadores humanos, as abelhas constroem os alvéolos procurando uma forma que otimize a economia, isto é, que apresente o maior volume para a menos porção de material gasto. Para isso, os alvéolos não poderiam ser cilíndricos, pois a falta de Paredes comuns entre eles deixaria uma grande quantidade de espaços inaproveitados.

Assim, para que a parede de um alvéolo servisse também ao alvéolo vizinho, eles deveriam, obviamente, ter a forma de um prisma. E os únicos prismas regulares que se justapõem sem deixar buracos são os prismas triangulares, os quadrangulares e os hexagonais.

Tente fazer a experiência usando uma mesma quantidade de cartolina para fazer três prismas (abertos nas duas extremidades): um de base triangular, um de base quadrada e outro de base hexagonal.

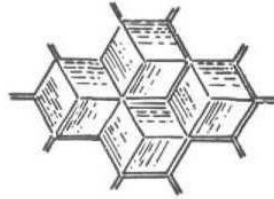
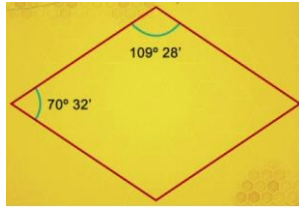
Como as áreas laterais dos três são equivalentes (as tiras de cartolina são do mesmo tamanho), o de maior volume será aquele cujo polígono da base tiver a maior área. Mas não esqueça: esses polígonos devem ter o mesmo perímetro (comprimento da cartolina).

Com um simples cálculo de área, supondo que as tiras de cartolina tenham 12 centímetros de comprimento, você vai verificar que os polígonos das bases terão respectiva e aproximadamente 6,92 centímetros quadrados, 9 centímetros quadrados e 10,38 centímetros quadrados (considerando que a raiz de 3 é igual a 1,73). Assim, a escolha da base hexagonal para o alvéolo é uma questão de pura economia. Para o mesmo gasto de material, elas constroem o recipiente de maior volume.

Mas o problema realmente interessante acontece no fechamento dos alvéolos. Em vez de construir um hexágono (plano) para cobrir o fundo, as abelhas economizam cerca de um alvéolo em cada cinquenta, utilizando três losangos iguais colocados inclinadamente.

Pode parecer pouco, mas a economia de 2 por cento que elas conseguem com o fechamento de milhões de alvéolos representa uma grande quantidade. Os ângulos dos losangos de fechamento, inclinados em relação ao eixo radial dos alvéolos, acabaram provocando uma controvérsia que foi didaticamente exposta por Malba Tahan em seu livro. Ele conta que o físico francês René-Antonie Ferchault de Réaumur (1683-1757) observou que o ângulo agudo e, conseqüentemente, seu suplemento (obtusos) não variavam. Isto é, suas medidas eram constantes.

Intrigado, Réaumur mandou buscar alvéolos em várias partes do mundo, como a Alemanha, Suíça, Inglaterra, Canadá e Guiana. Todos apresentavam losangos de mesmo ângulo. O astrônomo francês Jean-Dominique Maraldi (1709-1788) efetuou as medições dos ângulos agudos e encontrou o mesmo valor em todos eles: $70^{\circ}32'$.



Surpreendido com o resultado, Réaumur propôs ao seu amigo Samuel König, matemático alemão, que resolvesse o seguinte problema: dado um prisma de base hexagonal, devemos fechá-lo em uma das extremidades com três losangos iguais, colocados inclinadamente, para obter o maior volume com um gasto mínimo de material. Qual é o ângulo dos losangos que satisfaz a condição?

Sem saber a origem do problema, König calculou o ângulo como sendo $70^{\circ}34'$. Embora a diferença fosse insignificante, de apenas dois minutos em relação aos cálculos efetuados por Maraldi, conclui-se que as abelhas estavam erradas. Isso provocou um verdadeiro rebuliço entre os cientistas que tentavam explicar a questão. O fato chegou ao conhecimento do matemático escocês Colin Maclaurin (1698-1746), que utilizando os recursos do cálculo diferencial recalculou o ângulo e encontrou $70^{\circ}32'$. Então, as abelhas estavam certas. Maclaurin mostrou ainda que o engano de König era explicável: ele havia usado uma tabela de logaritmos contendo um erro, daí a diferença de dois minutos.”

Fonte: Superinteressante Publicado em 31 dez 1990, 22h00

1. Utilizando 12 cm de perímetro, calcule a área obtida caso as abelhas utilizassem triângulos equiláteros, quadrados e hexágonos na construção dos seus alvéolos e organize em ordem crescente os valores obtidos.
2. Calcule o volume de mel armazenado em um alvéolo de 2 cm de altura com cada um dos polígonos do exercício anterior.

Aula 5: CILINDROS



Você já deve ter visto pessoalmente, pela televisão ou na internet estes objetos gigantescos. Eles são chamados de Silos.

Silo é uma benfeitoria agrícola destinada ao armazenamento de produtos agrícolas, geralmente depositados no seu interior sem estarem ensacados.

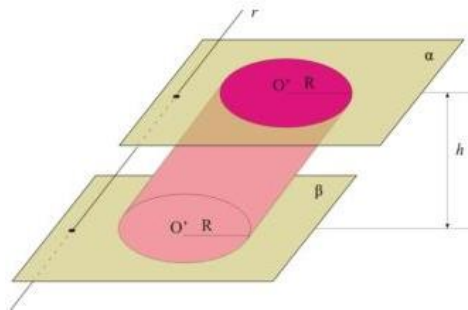
Observando a sua utilidade é evidente que o homem necessita calcular a quantidade de material utilizada para confecção dos silos como também a capacidade de cada um e para isso necessitamos conhecer a forma geométrica e suas propriedades.

Definição e elementos

Vamos considerar dois planos paralelos, uma região circular contida num dos planos e uma reta que intersecta os planos.

O conjunto de todos os segmentos de reta paralelos a reta dada, que ligam um ponto da região circular a um ponto do outro plano forma um cilindro.

O eixo do cilindro é o segmento de reta que liga os centros das bases. De acordo com a inclinação do eixo o cilindro pode ser reto ou oblíquo.



Área da superfície de um cilindro reto

$$\text{Área lateral} = 2 \cdot \text{raio} \cdot \text{altura}$$

$$\text{Área da base} = \pi \cdot r^2$$

$$\text{Área total} = \text{Área lateral} + 2 \cdot \text{Área da base}$$

Volume do Cilindro

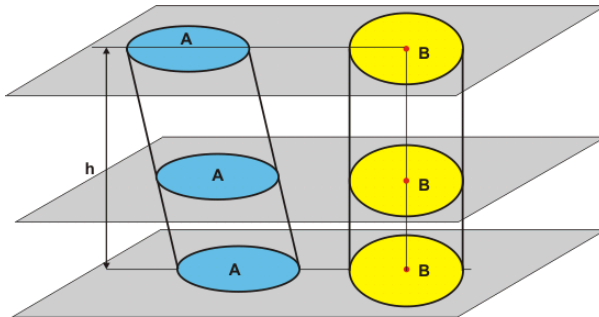
$$\text{Volume do cilindro} = \text{área da base} \cdot \text{altura}$$

Obs.: Você percebeu que as fórmulas do volume do cilindro e do prisma são as mesmas?

Isso quer dizer que ao compararmos um cilindro e um prisma de mesma área da base e altura, ambos terão o mesmo volume. Esta afirmação é conhecida como **Princípio de Cavalieri**.

Bonaventura Cavalieri foi um matemático italiano, discípulo de Galileu, que criou um método capaz de determinar áreas e volumes de sólidos com muita facilidade, denominado princípio de Cavalieri. Este princípio consiste em estabelecer que dois sólidos com a mesma altura têm volumes iguais se as secções planas de iguais altura possuírem a mesma área.

Veja agora a comparação de dois cilindros um oblíquo e outro reto:



O princípio de Cavalieri garante que caso os cilindros tenham a mesma área da base e mesma altura seus volumes são iguais.



Veja na prática!!!

Atividades

1. Um silo de 30 metros de diâmetro por 10 metros de altura será construído em um terreno para armazenar soja. Qual a quantidade de metal utilizada para construir a lateral e a base? Qual o volume que este silo comporta?
2. Uma seringa tem 2 cm de diâmetro por 8 cm de comprimento. Quando o êmbolo se afastar 5 cm da extremidade da seringa próxima a agulha, qual o volume, em mililitros, de remédio líquido que a seringa pode conter?

Aula 6: PIRÂMIDES

Quando falamos em pirâmides logo surge em nossas mentes a imagem das pirâmides do Egito, mas se observarmos com calma e atenção verificamos muitas outras pirâmides conhecidas.

Você já ouviu falar do Museu do Louvre?

Inaugurado no século XVIII, o Museu do Louvre é o museu mais importante da França e um dos mais visitados do mundo.

Entre as pinturas e esculturas mais importantes que o museu reserva destacam-se: Mona Lisa de Leonardo da Vinci; A Liberdade Guiando o Povo de Delacroix; As bodas de Caná de Veronese; Venus de Milo da Antiga Grécia; O escriba sentado do Antigo Egito e Vitória de Samotrácia do período Helenístico da Antiga Grécia.



Top 20 obras imperdíveis do Museu do Louvre



No ano de 1989 foi construída a belíssima pirâmide de cristal que atualmente serve como porta de entrada do museu.

Veja que externamente é possível verificar uma estrutura geométrica regular assim como nos cristais.



Outro exemplo muito conhecido de pirâmides são as jóias e pedras preciosas. Na imagem podemos ver um cristal de quartzo lapidado.



Veja outro exemplo de estrutura piramidal que muitas vezes é contratada para proteção contra chuva e sol em eventos.

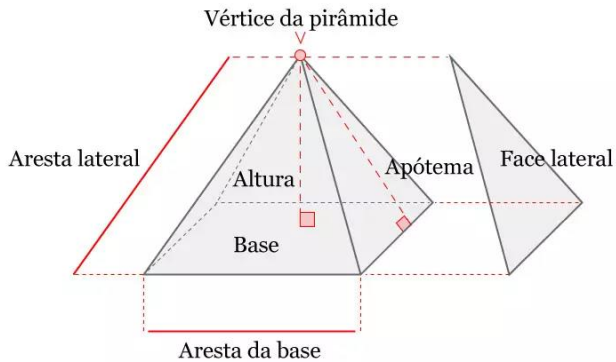


Definição e elementos

Uma pirâmide pode ser definida assim:

Considere um plano, uma região poligonal contida neste plano e um ponto fora deste plano. O conjunto de todos os segmentos que ligam o ponto fora do plano a um ponto da região poligonal forma a pirâmide.

Elementos



obs.: o segmento de reta que liga perpendicularmente o vértice da pirâmide a um ponto da aresta da base é chamado de apótema da pirâmide.

Classificação

Com relação à base, as pirâmides classificam-se em:

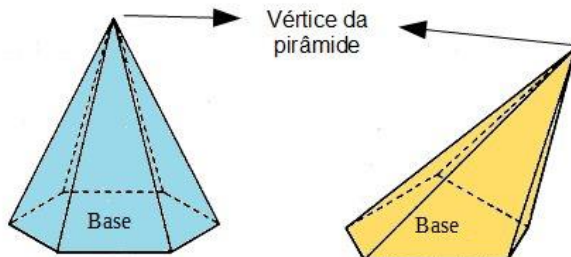
pirâmide triangular: a base é uma região triangular.

pirâmide quadrangular: a base é uma região quadrangular.

pirâmide pentagonal: a base é uma região pentagonal.

e assim por diante dependendo da região poligonal que forma a base da pirâmide.

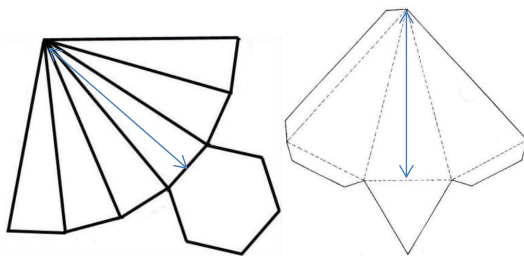
Com relação às arestas laterais, se todas são congruentes, a pirâmide é reta, caso contrário é oblíqua.



Área da superfície de uma pirâmide

Como foi visto nos prismas, nas pirâmides também temos superfície lateral e superfície total.

Veja as planificações de algumas pirâmides para compreender as fórmulas de superfície.



$\text{Área lateral} = \text{aresta da base} \cdot \text{apótema da pirâmide} \cdot \text{número de arestas da base}$

$\text{Área da base} = \text{área da região poligonal da base}$

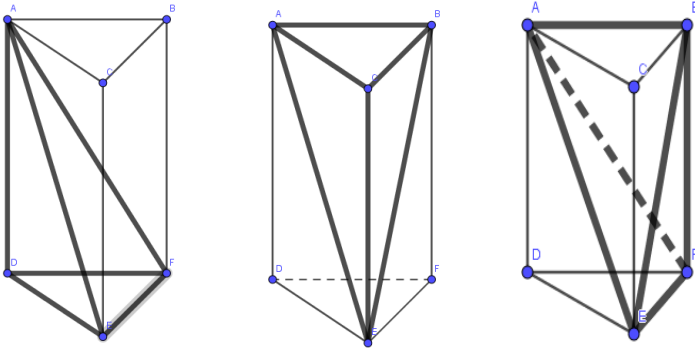
$\text{Área total} = \text{área lateral} + \text{área da base}$

Volume de uma pirâmide qualquer

$$\text{Volume da pirâmide} = \frac{\text{área da base} \cdot \text{altura da pirâmide}}{3}$$

Para compreender a fórmula do volume de uma pirâmide vamos fazer a seguinte dedução:

- i) Sabemos que o volume de um prisma é calculado multiplicando a área da base pela altura.
- ii) Pelo princípio de Cavalieri temos que sólidos com a mesma altura têm volumes iguais, se as secções planas de iguais altura, possuírem a mesma área.
- iii) Observe o prisma $ABCDEF$ e as três pirâmides disjuntas formadas em três momentos diferentes $P_1(ADEF)$, $P_2(ABCE)$ e $P_3(BAEF)$.



$$P_1(ADEF) \begin{cases} \text{base: triângulo } \triangle DEF \\ \text{altura: } \overline{DA} \end{cases}; P_2(ABCE) \begin{cases} \text{base: } \triangle ABC \equiv \triangle DEF \\ \text{altura: } \overline{CE} \equiv \overline{DA} \end{cases}$$

Assim concluímos que volume de P_1 é igual ao volume de P_2 .

Por outro lado podemos tomar como base de P_2 o $\triangle BCE$. Comparando com a base de P_3 o $\triangle BEF$ concluímos que são congruentes. Observando que as alturas também são congruentes temos que o volume de P_2 é igual ao volume de P_3 .

Com esta observação podemos confirmar que dentro deste prisma temos três pirâmides de mesma base e altura.

Sendo assim, concluímos que o volume de uma pirâmide é igual a um terço do volume do prisma de mesma base e altura.

 **Vídeo**



Atividades

1. A parte mais alta de torre de uma igreja é uma pirâmide de base quadrada (figura abaixo). A aresta da base tem 6 m e a altura da pirâmide é 4 m. Qual é o volume dessa parte da torre?



2. A pirâmide de Quéops (figura abaixo) é conhecida como a Grande pirâmide do Egito. Sua base tem aproximadamente 230 m de aresta e sua altura é de 147 m. Qual a área total e o volume dessa famosa pirâmide?



Aula 7: CONES



A composição do sorvete é bastante variada, normalmente apresentando de 8 a 20% de gordura, 8 a 15% de sólidos não gordurosos do leite, 13 a 20% de açúcar e 0 a 0,7% de emulsifi cante-estabilizante, porém pode haver variabilidade de acordo com a região e em diferentes mercados. Quando consumido de forma equilibrada pode trazer benefícios do ponto de vista nutricional, pois fornece proteínas, carboidratos, lipídeos e algumas vitaminas.

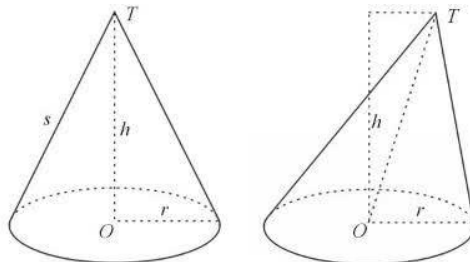


Uma casquinha de sorvete de forma cônica tem 6 cm de diâmetro e altura de 12 cm. Qual a sua capacidade?

Esta pergunta poderá ser respondida com o estudo desta aula.

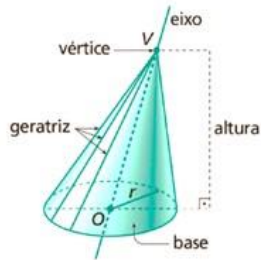
Definição e elementos

Vamos considerar um plano, uma região circular contida neste plano e um ponto não pertencente a este plano. O conjunto de todos os segmentos que ligam os pontos da região circular ao ponto dado fora do plano determinam um cone.



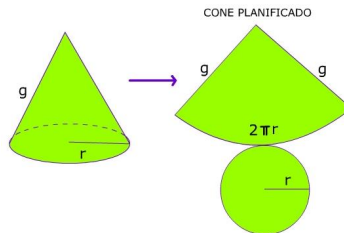
obs.: Assim como as pirâmides os cones podem ser retos ou oblíquos.

Veja os **elementos** de um cone.



Área da superfície de um cone reto

A superfície total de um cone é formada por uma região circular (base) e por um setor circular (superfície lateral).



$$\text{Área lateral} = \pi \cdot r \cdot g$$

Para compreender esta fórmula basta observar que a lateral de um cone é um setor circular de raio g e arco medindo $2 \cdot \pi \cdot r$

Calculando a área do setor teremos:

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot g}{2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{\pi \cdot g^2}{\text{Área do setor}}$$

$$\text{Área do setor} \cdot (2 \cdot \pi \cdot g) = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \pi \cdot g^2$$

$$\text{Área do setor} = \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot r \cdot g^2}{2 \cdot \pi \cdot g} = \pi \cdot r \cdot g$$

Como a área do setor é igual a área lateral temos que:

$$\text{Área lateral} = \pi \cdot r \cdot g$$

$$\text{Área da base} = \pi \cdot r^2$$

$$\text{Área total} = \pi \cdot r (g + r)$$

Volume do cone

O volume de um cone é obtido da mesma maneira que o volume de uma pirâmide:

$$\text{Volume} = \frac{\text{área da base} \cdot \text{altura}}{3}$$

Para justificar esta fórmula usamos novamente o princípio de Cavalieri, basta comparar uma pirâmide e um cone de mesma área da base e altura.

Atividades

1. Você lembra da pergunta geradora desta aula? Com os conhecimentos adquiridos responda.



Uma casquinha de sorvete de forma cônica tem 6 cm de diâmetro e altura de 12 cm. Qual a sua capacidade?

2. Há um pirulito em forma de guarda chuva, com 7 cm de altura e 2 cm de diâmetro. Qual o volume desse pirulito?



3. Observe a ampulheta cuja altura mede 20 cm e o diâmetro mede 8 cm. Qual o volume de areia necessário para encher completamente um dos cones dessa ampulheta? Quantos cm³ de areia devem descer para que esta ampulheta marque um tempo de 2 minutos?

Aula 8: ESFERA



Sabemos que o planeta terra se apresenta com uma superfície **quase** esférica. Você sabia que três quartos da Terra são cobertos por água? E que a linha do equador mede, aproximadamente, 40 000 km?

Definição e elementos

Uma esfera pode ser entendida como o conjunto de todos os pontos do espaço que estão a uma distância menor ou igual a um raio (R) dado.

Área da superfície esférica

$$\text{Área} = 4 \cdot \pi \cdot R^2$$

Volume

O volume de uma esfera de raio R é dado por:

$$\text{Volume} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$

Compreender a fórmula do volume de uma esfera requer uma visão mais detalhada da geometria espacial. Neste vídeo temos uma explicação clara e detalhada.



Vídeo



Atividades

1. Qual a quantidade de couro necessário para a fabricação de uma bola de futebol de 11 cm de diâmetro?



2. Qual o volume de uma laranja que apresenta superfície esférica com 10 cm de diâmetro?

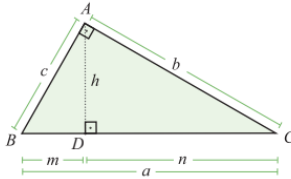


Aula 9: Tópicos de geometria plana importantes para resolução de vestibulares

9.1 Teorema de Pitágoras

Seja a a hipotenusa, b e c os catetos num triângulo retângulo qualquer, vale a identidade:

$$a^2 = b^2 + c^2$$



Demonstração:

Temos que os triângulos $\triangle ABC$ e $\triangle DBA$ são semelhantes pelo caso ângulo-ângulo assim como os $\triangle DBA$ e $\triangle DAC$. Com estas semelhanças obtemos:

$$1) \triangle ABC \sim \triangle DBA$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{h} = \frac{c}{m} \Rightarrow \begin{cases} bc = ah \text{ (i)} \\ c^2 = am \text{ (ii)} \\ bm = ch \text{ (iii)} \end{cases}$$

$$2) \triangle DBA \sim \triangle DAC$$

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{n} = \frac{c}{h} \Rightarrow \begin{cases} b^2 = an \text{ (iv)} \\ cn = bh \text{ (v)} \end{cases}$$

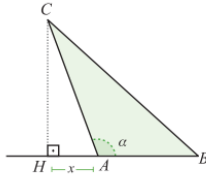
de (ii) e (iv) temos:

$$b^2 + c^2 = an + am = a(n + m) = a \cdot a = a^2$$

Logo a igualdade $a^2 = b^2 + c^2$ é verdadeira.

9.2 Lei do seno e cosseno

Observe o triângulo $\triangle ABC$ abaixo. Suponha que desejamos encontrar o valor de \overline{CB} . Para isso traçamos a altura \overline{CH} do triângulo $\triangle ABC$ criando dois novos triângulos $\triangle HBC$ e $\triangle HAC$.



Aplicando o teorema de pitágoras em ambos temos que:

$$\overline{CB}^2 = \overline{HB}^2 + \overline{CH}^2 \quad (i),$$

$$\overline{CA}^2 = \overline{CH}^2 + \overline{HA}^2 \quad (ii) \text{ e pela razão trigonométrica chegamos a}$$

$$\overline{HA} = \text{Cos} (180 - \alpha) \cdot \overline{CA} = -\text{Cos} (\alpha) \cdot \overline{CA} \quad (iii)$$

De (i) e (ii) segue que:

$$\overline{CB}^2 = \overline{HB}^2 + \overline{CA}^2 - \overline{HA}^2, \text{ como } \overline{HB} = \overline{HA} + \overline{AB} \text{ aplicando a substituição e o produto notável ficaremos com}$$

$$\begin{aligned} \overline{CB}^2 &= (\overline{HA} + \overline{AB})^2 + \overline{CA}^2 - \overline{HA}^2 = \overline{AH}^2 + 2 \cdot \overline{HA} \cdot \overline{AB} + \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 - \overline{HA}^2 \\ &= 2 \cdot \overline{HA} \cdot \overline{AB} + \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 \end{aligned}$$

substituindo (iii) na equação obtemos:

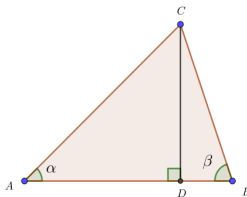
$$\overline{CB}^2 = 2 \cdot -\text{Cos} (\alpha) \cdot \overline{CA} \cdot \overline{AB} + \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$$

e por fim teremos:

$$\overline{CB}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{CA} \cdot \text{Cos} (\alpha)$$

(Lei dos Cossenos).

Para obter a Lei dos senos faremos o seguinte:
traçamos a altura \overline{CD} e aplicaremos as razões trigonométricas conhecidas.



Assim temos:

$$\text{Sen}(\alpha) = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}} \text{ (i) e}$$

$$\text{Sen}(\beta) = \frac{\overline{CD}}{\overline{CB}} \text{ (ii)}$$

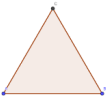

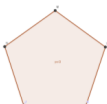

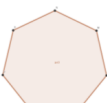
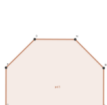
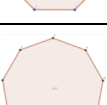
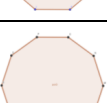
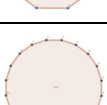
de (i) e (ii) temos que:

$\text{Sen}(\alpha) \cdot \overline{AC} = \overline{CD}$ e $\text{Sen}(\beta) \cdot \overline{CB} = \overline{CD}$, igualando as expressões chegamos a

$$\text{Sen}(\alpha) \cdot \overline{AC} = \text{Sen}(\beta) \cdot \overline{CB} \text{ e por fim}$$

$$\frac{\overline{AC}}{\text{Sen}(\beta)} = \frac{\overline{CB}}{\text{Sen}(\alpha)} \text{ (Lei dos senos)}$$

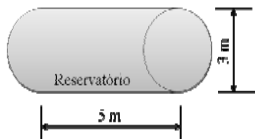
9.3 Tabela como nome de figuras planas mais citadas

Nome	Número de lados	Imagem
Triângulo	três	
Quadrilátero	quatro	
Pentágono	cinco	
Hexágono	seis	
Heptágono	sete	
Octógono	oito	
Eneágono	nove	
Decágono	dez	
Icoságono	vinte	

Aula 10: Exercícios de vestibulares sobre geometria espacial

QUESTÃO 01 (ACAFE 2012/1)

Um posto de combustíveis abastece mensalmente seu reservatório cilíndrico subterrâneo, cujas medidas estão indicadas no esquema a seguir.



Considerando que o reservatório esteja vazio e que será abastecido com 80% de sua capacidade por um caminhão tanque, a uma vazão de 10 L por segundo, em aproximadamente quantos minutos o reservatório será abastecido?

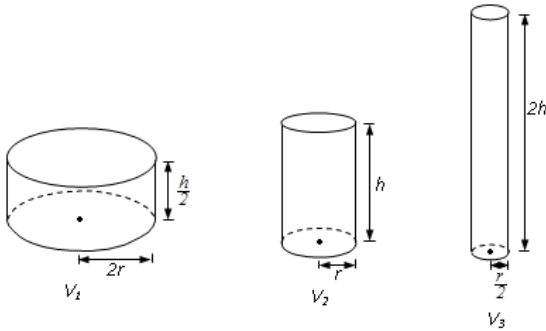
- a) 59 min.
- b) 51 min.
- c) 47 min.
- d) 48 min.

Gabarito: C

QUESTÃO 02 (UFSC 2010)

Assinale a(s) proposição(ões) **CORRETA(S)**.

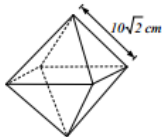
01) Com base nos dados das figuras abaixo, pode-se afirmar que a relação entre os volumes dos três tanques é $V_1 < V_2 < V_3$.



02) É mais vantajoso para o consumidor comprar uma barra de goiabada, na forma de paralelepípedo retângulo, com 8 cm x 6 cm x 9 cm e que custa R\$ 2,16, do que outra de mesma forma, com 6 cm x 5 cm x 8 cm e que custa R\$ 0,96.

04) O volume da esfera é três vezes o volume do cone, que tem o raio da esfera, e cuja altura é o raio da esfera.

08) Uma fábrica lançou uma nova linha de bombons de chocolate. A quantidade de chocolate necessária para a fabricação de um bombom maciço em forma de octaedro regular, conforme a figura abaixo, é de $\frac{4000}{3} \text{ cm}^3$.



16) O valor de $81 \log_9 3$ é igual a 9.

Gabarito: 08+16

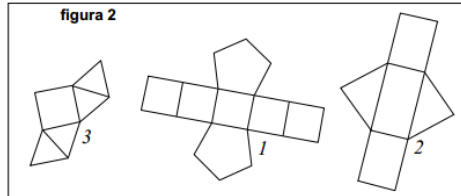
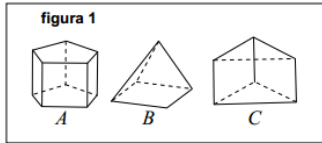
QUESTÃO 03 (UFSC 2009)

Assinale a(s) proposição(ões) **CORRETA(S)**.

01) Considere duas caixas-d'água de mesma altura: uma em forma de cubo e a outra, em forma de paralelepípedo retângulo com área da base de 6 m^2 . Se o volume da caixa cúbica tem 4 m^3 a menos que o volume da outra caixa, então a única medida possível da aresta da caixa cúbica é 2 m .

02) É possível construir um poliedro regular, utilizando-se seis triângulos equiláteros.

04) Na figura 1, estão representados três sólidos e, na figura 2, estão representadas três planificações. Fazendo corresponder cada sólido com sua planificação, tem-se a relação $A \rightarrow 1$, $B \rightarrow 3$ e $C \rightarrow 2$.



08) Um retângulo, quando girado em torno de seu lado maior, descreve um cilindro cujo volume tem $432\pi \text{ cm}^3$. Se o lado maior do retângulo mede o dobro da medida do lado menor, então a área desse retângulo é de 72 cm^2 .

Gabarito: 04+08

QUESTÃO 04 (UFSC 2008)

Assinale a(s) proposição(ões) **CORRETA(S)**.

01) A lenda do altar de Apolo, que tinha a forma de um cubo, conta a história da **duplicação do volume desse altar**, exigida pelo oráculo da cidade de Delfos para acabar com a peste que assolava Atenas. Para cumprir a ordem, basta fazer como os habitantes de Atenas: dobrar as medidas dos lados do altar.

02) Um cone, cuja superfície lateral é construída com um semicírculo de raio r , é semelhante a outro cone cuja superfície lateral é formada por um quarto de círculo de mesmo raio r .

04) Se uma esfera está inscrita num cubo de 4 cm de aresta, então a área da superfície esférica é igual a $16\pi \text{ cm}^2$.

08) Um paralelepípedo reto, de base retangular, tem uma de suas arestas da base medindo 3 cm a mais do que a altura do sólido, e a outra aresta da base mede 5 cm a mais do que essa altura. Se o volume do sólido é de 144 cm^3 , então sua altura mede 2 cm.

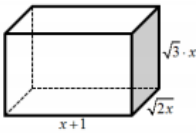
16) Se um poliedro convexo tem 4 faces triangulares e 3 faces quadrangulares, então esse poliedro tem 7 vértices.

Gabarito: 04+16

QUESTÃO 05 (UFSC 2016)

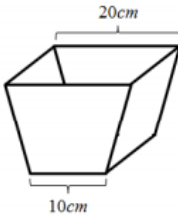
Em relação às proposições abaixo, é CORRETO afirmar que:

01) No paralelepípedo abaixo, a medida da sua diagonal é expressa por uma função quadrática.



02) Se um reservatório de água tem a forma de cilindro equilátero e seu diâmetro interno mede 4 m , então, considerando $\pi = 3,14$, a capacidade desse reservatório é de 50.240 L .

04) Um pequeno cesto de lixo tem a forma de tronco de pirâmide e suas dimensões internas estão indicadas na figura. Se a altura do cesto é 15 cm , então seu volume é 3.500 cm^3 .



08) Um pote para guardar alimentos tem a forma de um prisma reto de base triangular. Sua base é um triângulo retângulo e suas dimensões formam uma progressão aritmética de razão 5 cm . Se sua altura mede 10 cm , então a área total desse prisma é 750 cm^2 .

16) Um filtro de café tem a forma de um cone cuja medida interna de seu diâmetro é 20 cm . Se a medida interna da geratriz é 26 cm , então sua capacidade é menor que 2 L .

Gabarito: 02+04

QUESTÃO 06 (UFSC 2017)

Em relação às proposições abaixo, é correto afirmar que:

01) Um designer de joias, motivado pelo lançamento das medalhas comemorativas dos Jogos Olímpicos Rio 2016, resolveu fazer uma medalha de ouro maciço na forma de um cilindro circular reto com diâmetro de 28 mm e espessura de 2 mm para comemorar suas bodas de ouro em 2016. Considerando

a massa específica do ouro como $20 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ e $\pi = 3$, então serão necessárias 23,52g de ouro para confeccionar a medalha.

02) Uma lanchonete vende sucos em copos completamente cheios com a forma de um cone circular reto. Um cliente solicitou um copo de suco de morango. O atendente serviu o suco até atingir 80% do nível do copo cheio, como mostra a figura 8, abaixo. Nesse caso, é correto afirmar que o cliente já terá

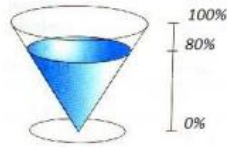


Figura 8

sido lesado em mais do que a metade do volume de suco do copo.

04) Numa pirâmide de base quadrada cujo lado mede 8 cm e cujas arestas laterais medem 9 cm, a altura mede 7 cm.

08) A expressão matemática, em função de $x (x > 1)$, para o cálculo da capacidade do prisma reto de

$$C = \frac{\sqrt{3}}{4}x^3 + \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}x.$$

base hexagonal regular representado na figura 9, é

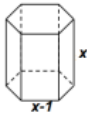


Figura 9

Gabarito: 01+04

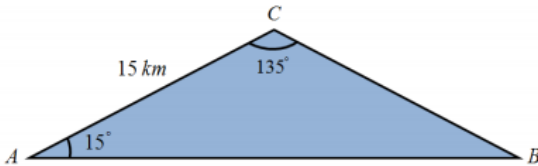
QUESTÃO 07 (UFSC 2018/1)

Some os números associados às proposições corretas.

01) Considere uma esfera, um cone e um cilindro, todos com raio de medida r . Sabe-se que a altura do cone tem medida $h = r$ e a altura do cilindro mede o dobro da altura do cone. Nessas condições, a soma do volume da esfera com o dobro do volume do cone é igual ao volume do cilindro.

02) Um poliedro convexo possui seis faces triangulares e quatro faces hexagonais, então o número de vértices desse poliedro é 34.

04) Três cidades A, B e C estão localizadas de tal maneira que formam um triângulo, conforme a representação na figura abaixo. Um ciclista sai da cidade A para a cidade B numa velocidade média de 14 km/h percorrendo o caminho mais curto.



Considerando $\sqrt{2} = 1,4$, o ciclista levaria 90 minutos para percorrer essa distância nessas condições.

08) Um objeto decorativo é formado pela junção de uma pirâmide com um cubo, conforme indica a figura abaixo. Se as arestas da pirâmide e do cubo têm medida igual a 3 ????????, então a área total da superfície desse sólido é maior do que 63 dm^2 .

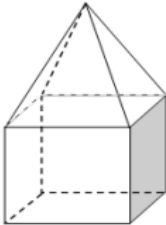


Figura ilustrativa; fora de escala.

Gabarito: 01+04

QUESTÃO 08 (UFSC 2018/2)

Some os números associados às proposições corretas.

01) As dimensões de uma piscina olímpica, na forma de paralelepípedo, são 50 m de comprimento, 25 m de largura e 3 m de profundidade. Se essa piscina olímpica está com 2.750.000 litros de água, então faltam 1.000 litros de água para que a piscina fique completamente cheia.

02) Se um aquário com forma de cubo tem capacidade de 216 litros, então a medida de sua área lateral é 144 dm^2 .

04) Uma pirâmide hexagonal regular de $(x + 2)$ cm de altura tem o apótema da base medindo $(x - 5)$ cm e a medida do apótema da pirâmide $(x + 3)$ cm. Dessa forma, existem dois valores possíveis para x .

08) A expressão que fornece a área lateral A de um cilindro circular reto cujo volume é V e o raio da base

é r pode ser representada por $A = \frac{2V}{r}$.

Gabarito: 02+08

QUESTÃO 09 (UDESC 2011/1)

A Figura 1 ilustra duas moedas brasileiras, a de R\$ 1,00 e a de R\$ 0,50, descritas abaixo.



Figura 1: Moedas brasileiras

Moeda de R\$ 1,00 – As faces da moeda são compostas por dois círculos concêntricos. O diâmetro do círculo maior é igual a 2,8 cm e o diâmetro do círculo menor é igual a 1,8 cm. A espessura desta moeda é igual a 1,5 mm.

Moeda de R\$ 0,50 – As faces da moeda são compostas por um círculo de diâmetro igual a 2,2 cm. A espessura desta moeda é igual a 3 mm.

Com base nestas informações, analise as proposições abaixo.

I. O volume de metal necessário para cunhar a região situada entre os círculos concêntricos da moeda de R\$ 1,00 é aproximadamente $0,1725\pi \text{ cm}^3$.

II. Para cunhar uma moeda de R\$ 1,00 é necessário aproximadamente $0,069\pi \text{ cm}^3$ de metal a mais que para cunhar uma moeda de R\$ 0,50.

III. A área entre os círculos concêntricos da moeda de R\$ 1,00 é $0,34\pi \text{ cm}^2$ maior que a do círculo interno.

Assinale a alternativa correta

- a) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
- b) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
- c) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
- d) Todas as afirmativas são verdadeiras.
- e) Todas as afirmativas são falsas.

Gabarito: B

QUESTÃO 10 (UESC 2010/1)

A planificação da superfície lateral de um cilindro circular reto de altura h e raio r gera a região retangular ABCD, conforme é ilustrado na Figura 1. Suponha que esta região seja utilizada para construir um novo cilindro, cuja altura é a medida do segmento AB, sem haver sobreposição.

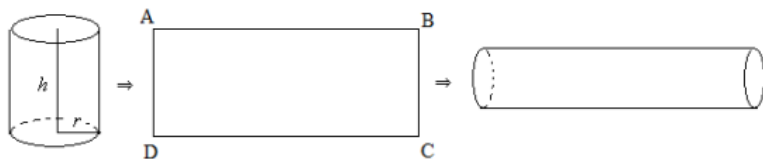


Figura 1: Planificação e construção de um cilindro

O volume do novo cilindro é:

- a) $\frac{rh^2}{2}$
b) $\frac{r^2h}{2}$
c) $\frac{rh^2\pi}{2}$
d) $\frac{r^2h\pi}{2}$
e) πr^2h

Gabarito: A

QUESTÃO 11 (UDESC 2012/2)

Seja **S** uma seção de uma esfera determinada pela interseção com um plano, conforme **Figura 2**.

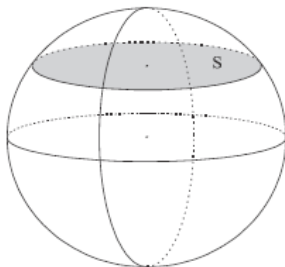


Figura 2

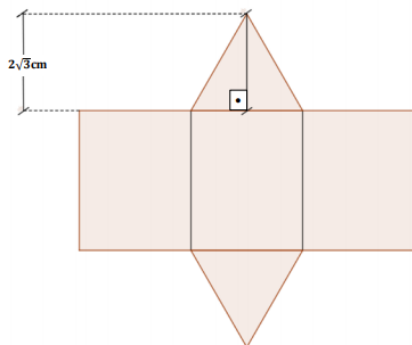
Se **S** está a 3 cm do centro da esfera e tem área igual a $16\pi \text{ cm}^2$, então o volume desta esfera é:

- a) $36\pi \text{ cm}^3$
- b) $\frac{256\pi}{3} \text{ cm}^3$
- c) $100\pi \text{ cm}^3$
- d) $16\pi \text{ cm}^3$
- e) $\frac{500\pi}{3} \text{ cm}^3$

Gabarito: E

QUESTÃO 12 (UFSC 2020)

Uma fábrica precisa embalar seus produtos para comercialização. Para tanto, deve construir caixas no formato de prisma regular reto, conforme a planificação apresentada a seguir.



Seja a cm a medida da aresta da base do prisma. Se a altura do prisma é $a\sqrt{3}$ cm, determine o volume desse prisma, em cm^3 , e passe seu resultado para o cartão-resposta.

RESPOSTA

4 CONCLUSÃO

Durante a realização da pesquisa e das leituras a respeito do tema deste trabalho pude observar que a educação matemática precisa evoluir muito, pois nos livros texto e apostilas de ensino fundamental e médio pesquisados, além dos usados durante dez anos letivos como professor, visualizo a matemática exatamente como reclamada pelos alunos e ex-alunos, apenas um conjunto de regras e fórmulas desvinculadas do cotidiano. Dentro das poucas vezes que os conteúdos aparecem aplicados ao cotidiano, estes são encontrados nas páginas finais dos capítulos ou intitulados como ensino extra, o que distancia ainda mais os alunos destes conhecimentos. É papel do professor, para realizar um trabalho de excelência, motivar os alunos para o estudo da matemática buscando mostrá-la através de exemplos reais, mesmo que em alguns momentos oculte detalhes muito complexos para a faixa etária e o nível de ensino. O profissional deve buscar o desenvolvimento da curiosidade em seus alunos, pois este é o combustível da ciência.

Despertar o interesse dos meus alunos sempre foi o objetivo que me moveu a trabalhar este assunto de extrema importância para toda a ciência e tecnologia.

Sendo assim a proposta de trabalho desenvolvida neste último capítulo poderá ser seguida ou adaptada a realidade de cada sala de aula. Espera-se que esse trabalho contribua para o processo de ensino e aprendizagem e sirva como um ponto de reflexão para os professores e leitores.

REFERÊNCIAS

AMBROSIO, André Luis Berteli; FRANCHINI, Kleber Gomes. *Cristalografia macromolecular: a biologia sob a ótica dos raios X*. Revista Ciencia e Cultura. v.69. n.3. São Paulo. July/Sept. 2017. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.21800/2317-66602017000300009>. Acesso em 10 out. 2019.

BENCHIMOL, JL., coord. *Febre amarela: a doença e a vacina, uma história inacabada* [online]. Rio de Janeiro: Editora FIOCRUZ, 2001. Disponível em: <http://books.scielo.org/id/4nktq/pdf/benchimol-9788575413951-07.pdf>. Acesso em: 30/10/2019.

BIOGRAPHY.COM EDITORS. *Alfred Nobel Biography*. 2014. Disponível em: <https://www.biography.com/inventor/alfred-nobel>. Acesso em 16 set. 2019.

BLEICHER, Lucas; SASAKI, José Marcos. *Introdução à Difração de Raios-X em Cristais*. Universidade Federal do Ceará. Setembro de 2000. Disponível em: <http://www.raiosx.ufc.br/site/wp-content/uploads/downloads/2013/01/apostila.pdf>. Acesso em 30/10/2019.

CARAM JR. Rubens. *Estrutura e Propriedades do Materiais*. Material Didático. Departamento de Engenharia de Materiais. Universidade Estadual de Campinas. Campinas : São Paulo, 2000. Disponível em: <http://www.fem.unicamp.br/~caram/ensino.htm>. Acesso em 09 set. 2019.

CARVALHO; Pedro Sérgio Landim de; MESQUITA, Pedro Paulo Dias; REGIS, Rafael Dirques David; MEIRELLIS, Thamyris de Lima. *Sustentabilidade Socioambiental da Mineração*. Mineração. BNDES, 2018. Setorial 47, p. 333-390. disponível em: https://web.bndes.gov.br/bib/jspui/bitstream/1408/15361/1/BS47__Mineracao__FECHADO.pdf. Acesso em: 30/10/2019.

CEARÁ. Secretaria de Educação. *Escola Estadual de Educação Profissional. Curso Técnico em Mineralogia*. s/a.

CHAVES, Mario Luiz de Sá Carneiro. CARDOSO, Luis Manuel Chambel F. Rodrigues. *Diamante: a pedra, a gema, a lenda*. São Paulo: Oficina de Textos. 2003.

GIAROLA, Neyde Fabíola Balarezo et al. *Mineralogia e cristalografia da fração argila de horizontes coesos de solos nos tabuleiros costeiros*. Rev. Bras. Ciênc. Solo [online]. 2009, vol.33, n.1, pp.33-40. <http://dx.doi.org/10.1590/S0100-06832009000100004>. Acesso em 30/10/2019.

GEOLOGIA E MINERAÇÃO. *que a Cristalografia pode fazer por você?* Disponível em: <https://www.ofitexto.com.br/comunitexto/o-que-e-cristalografia-pode-fazer-por-voce/>. Acesso em 30/10/2019.

LICCARDO, Antonio. *A cristalografia e sua correlação com a gemologia*. Área de Mineralogia-Gemologia. UFOP. s/d. Disponível em: <http://www.geoturismobrasil.com/Material%20didatico/02%20-%20Cristalografia%20e%20gemologia.pdf>. Acesso em: 30 out. 2019.

LICCARDO, Antonio. *A cristalografia e sua correlação com a gemologia*. Área de Mineralogia-Gemologia. UFOP. s/d. Disponível em:

<http://www.geoturismobrasil.com/Material%20didatico/02%20-%20Cristalografia%20e%20gemologia.pdf>. Acesso em: 30 out. 2019.

MATERIAIS avançados no Brasil 2010-2022. Brasília: Centro de Gestão e Estudos Estratégicos, 2010. Disponível em: https://www.cgge.org.br/documents/10182/734063/Livro_Materiais_Avancados_2010_6367.pdf. Acesso em 30/10/2019.

Mol, A. (2009). Manual de Lapidação Diferenciada de Gemas. IBGM. Ed. Athalaia. Brasília.12-38p.

MORA, Nora Diaz; LUCAS, Juliana Fenner R.; MARAN, Maycon A.. MAYCON A. Apostila De Materiais Elétricos. LAMAT - Laboratório de Materiais. Centro de Engenharias e Ciências Exatas. Universidade Estadual do Oeste do Paraná. Campus de Foz do Iguaçu. 2010. Disponível em: <http://www.foz.unioeste.br/~lamat/downmateriais/materiaiscap1.pdf>. Acesso em: 30 out. 2019.

NOBEL MEDIA. Alfred Nobel's life. 2019. Disponível em: <https://www.nobelprize.org/alfred-nobel/biographical-information/>. Acesso em: 16 set. 2019.

NOBEL. Nobel Prizes and Laureates. 2019. Disponível em <https://www.nobelprize.org/prizes/lists/all-nobel-prizes>. Acesso em; 16 set. 2019.

NADUR, Ângela Vido. A Lapidação de gemas no panorama brasileiro. 2009. Dissertação apresentada ao Instituto de Geociências da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências. Programa de Pós-Graduação em Mineralogia e Petrologia. Disponível em: <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/44/44144/tde-05052010-161420/publico/AVN.pdf>. Acesso em: 30/10/2019.

RIBEIRO, Hilton Manoel Dias; SILVA, Orlando Monteiro da. O desempenho do Brasil no mercado internacional de pedras preciosas. Unimontes Científica. Montes Claros, v.12, n1/2 - jan./dez. 2010. Disponível em: <http://www.ruc.unimontes.br/index.php/unicientifica/article/view/247/239>. Acesso em 30/10/2019.

SANTA CATARINA. Governo do Estado. Secretaria de Estado da Educação. Proposta curricular de Santa Catarina: Formação integral na educação básica. 2014. Disponível em: http://nela.cce.ufsc.br/files/2014/12/Proposta_Curricular-de-Santa-Catarina.pdf. Acesso em 30/10/2019.

SARDINHA, Nina do Amaral; BRANDÃO, Luiz Paulo. COMPARAÇÃO DA TEXTURA CRISTALOGRÁFICA DE UM AÇO IF APÓS LAMINAÇÃO CONVENCIONAL E ASSIMÉTRICA. Revista Militar de Artigos Ciência e Tecnologia. Vol. XXXI - 1o Trimestre de 2014. Versão on-line. Disponível em : http://rmct.ime.br/arquivos/revistas/RMCT_1_tri_2014.pdf. Acesso em 30/10/2019.

SHACKELFORD, James f. Introdução à ciência dos materiais para engenheiros. Trad. Daniel Vieira. São Paulo : Pearson Prentice Hall, 2008.

SILVA, Tennyson Rene. Estudo da Correlação entre a Medida de Atenuação de Raios-X por Tomografia Computadorizada e a Cristalografia do Cálculo Urinário. Campinas. SP. 2016. Tese Doutorado. Universidade Estadual de Campinas. Disponível em: http://repositorio.unicamp.br/bitstream/REPOSIP/312856/1/Silva_TennysonRen_e_D.pdf. Acesso em: 30/10/2019.

SMITH, William F. Fundamentos de engenharia e ciência dos materiais. Porto Alegre : AMGH, 2012.

SCHNEEGANS, Susan. Cristalografia e aplicações: no íntimo da matéria!. Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura. Paris, França, 2013.

TANAKA, Julia Sawaki; SANTOS, Carlos de O. Paiva; ANTONIO, Selma Gutierrez. Desenvolvimento de um software para gerar difratogramas de raios X a partir de informações de referências bibliográficas. Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 3, N. 1, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.5540/03.2015.003.01.0091>. Acesso em ; 30/10/2019.

TEIXEIRA, Clementina; ANDRÉ, Vânia; LOURENÇO, Nuno; RODRIGUES, Maria José. Crescimento De Cristais Por Nucleação Heterogénea: “On The Rocks” Revisited. Universidade Técnica De Lisboa, Instituto Superior Técnico, 2007. Disponível em: <http://www.scielo.mec.pt/pdf/ctm/v19n1-2/19n1-2a11.pdf>. Acesso em: 30/10/2019

TORRIANI, Iris L. Cristalografia: uma ciência multidisciplinar. Ciência e Cultura. Cult. vol.66 no.3. São Paulo. Sept. 2014. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.21800/S0009-67252014000300002>. Acesso em 30/10/2019.

VAN VLACK, Lawrence Hall. Princípios de ciência dos materiais. Trad. Enbg. Luiz Paulo Camargo Ferrão. São Paulo : Blucher, 2014.