

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL - PROFMAT

RAFAEL FERNANDES DE LARA CORDEIRO

**COMPREENSÃO DOS CONCEITOS DE ÁREA DO CÍRCULO E VOLUME COM O
USO DE TENDÊNCIAS METODOLÓGICAS NA EDUCAÇÃO DO CAMPO**

**PONTA GROSSA
2020**

RAFAEL FERNANDES DE LARA CORDEIRO

**COMPREENSÃO DOS CONCEITOS DE ÁREA DO CÍRCULO E VOLUME COM O
USO DE TENDÊNCIAS METODOLÓGICAS NA EDUCAÇÃO DO CAMPO**

Dissertação apresentada para obtenção do título de mestre na Universidade Estadual de Ponta Grossa, Área de Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dra. Marli Terezinha Van Kan

PONTA GROSSA

2020

C794 Cordeiro, Rafael Fernandes de Lara
Compreensão dos conceitos de área do círculo e volume com o uso de
tendências metodológicas na educação do campo / Rafael Fernandes de Lara
Cordeiro. Ponta Grossa, 2020.
75 f.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Área
de Concentração: Matemática), Universidade Estadual de Ponta Grossa.

Orientadora: Profa. Dra. Marli Terezinha Van Kan.

1. Educação do campo. 2. Modelagem matemática. 3. Resolução de
problemas. I. Kan, Marli Terezinha Van. II. Universidade Estadual de Ponta
Grossa. Matemática. III.T.

CDD: 510.7



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA

Av. General Carlos Cavalcanti, 4748 - Bairro Uvaranas - CEP 84030-900 - Ponta Grossa - PR - <https://uepg.br>**TERMO****TERMO DE APROVAÇÃO*****RAFAEL FERNANDES DE LARA CORDEIRO***

“COMPREENSÃO DOS CONCEITOS DE ÁREA DO CÍRCULO E VOLUME COM O USO DE TENDÊNCIAS METODOLÓGICAS NA EDUCAÇÃO DO CAMPO”

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual de Ponta Grossa, pela seguinte banca examinadora:

Ponta Grossa 08 de Maio de 2020.

Membros da Banca:

Dra. Marli Terezinha Van Kan (UEPG) – Presidente

Dr. Marciano Pereira (UEPG)

Dr. Márcio André Martins (UNICENTRO)



Documento assinado eletronicamente por **Adriana Aparecida Telles, Secretário(a)**, em 06/05/2020, às 13:07, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.

Documento assinado eletronicamente por **Marciano Pereira, Professor(a)**, em 08/05/2020, às 15:31, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **Marli Terezinha Van Kan, Professor(a)**, em 08/05/2020, às 15:50, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



A autenticidade do documento pode ser conferida no site <https://sei.uepg.br/autenticidade> informando o código verificador **0212105** e o código CRC **439AA2F3**.

Dedico este trabalho ao meu amado filho Nathan

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, que me dá força em todos os momentos.

A minha esposa Cláudia e meu filho Nathan, pela compreensão nos momentos de ausência dedicados ao mestrado.

A minha saudosa mãe do coração Zulmira, que sempre me incentivou a estudar.

A minha orientadora professora Doutora Marli Terezinha Van Kan, por suas valiosas sugestões e paciência.

Aos meus colegas de estudo do PROFMAT, por suas contribuições e trocas de experiências.

A diretora Vera da Escola Estadual Professora Darlene de Jesus Pissaia Moreira, por permitir a realização do trabalho na escola.

A pedagoga Eliara, por sua contribuição na realização da aula de campo para aplicação da teoria desenvolvida na sala de aula.

Aos meus alunos e seus familiares, que contribuíram com a pesquisa que direcionou todo esse trabalho, em especial aos do 9º ano que desenvolveram as atividades propostas.

Aos proprietários das fazendas que disponibilizaram seus equipamentos para a aula de campo.

Aos professores do PROFMAT da UEPG, por todos os ensinamentos transmitidos.

À Sociedade Brasileira de Matemática, pela implementação do PROFMAT.

***“A matemática é o alfabeto com o qual Deus escreveu o universo”
(Galileu Galilei)***

RESUMO

O grande desafio para os educadores que atuam na Educação Básica, em particular no ensino da matemática, é desenvolver os conteúdos na sala de aula de maneira que o aluno possa ver sentido em aprender, e usar os conhecimentos no seu dia a dia. Professores que atuam na Educação do Campo enfrentam tal desafio. Nessa perspectiva desenvolvemos esse trabalho com o objetivo geral de investigar e aplicar uma proposta constituída de algumas atividades experimentais e contextualizadas em relação ao meio rural, o campo, onde os alunos moram, trabalham e estudam. As atividades foram desenvolvidas em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental em uma escola rural pertencente ao município de Carambeí no Estado do Paraná. Um questionário foi elaborado para conhecer as atividades de trabalho realizadas pelas famílias dos alunos e identificar os conteúdos de matemática presentes dentre as atividades. No diálogo estabelecido pelo professor entre os conhecimentos matemáticos determinados pela escola e o trabalho das famílias em que os alunos pertencem, no caso, o trabalho na leiteria, é que surgiu a problematização para a pesquisa: verificar o aprendizado do aluno, o quanto se aprende e quais as vantagens quando se usa a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas para ensinar conteúdos como comprimento da circunferência, área do círculo, régua graduada para medição da altura do recipiente e volume do recipiente cilíndrico. Os resultados da pesquisa demonstram que o uso de tendências metodológicas permite um processo de ensino e aprendizagem mais dinâmico e voltado à realidade dos alunos do campo.

Palavras-chave: Educação do Campo. Modelagem Matemática. Resolução de Problemas.

ABSTRACT

The biggest challenge for educators who work in Basic Education, particularly in Math education, is to develop the contents in a classroom in a way that the student can see the meaning in learning, and use the knowledge in their routine. Teachers who work in Rural Education face this challenge. With this perspective we developed this work with the general objective of investigating and applying a consisting proposal of some experimental and contextualized activities in relation to the rural area, the countryside, where students live, work and study. The activities were developed in a class of 9th grade of Elementary School in a rural school pertaining to Carambeí city in the State of Paraná. A questionnaire was elaborated to know about projects activities carried out by students' families and to identify the Math content among other activities. In a dialogue established by teacher about the Math knowledge determined by school and the work of students' families, in this case, their work in the dairy, that it arose the problematization of the research: to verify the students' learning, how much they learn e what are the advantages when they use the Mathematical Modelling and the Problem Solving to teach contents like the length of the circumference, area of the circle, graduated ruler to measure the height of the vessel and the volume of the cylindrical vessel. The results of the research demonstrate that the use of methodological trends allows a process of teaching and learning more dynamic and based on students of the field's reality.

Key-words: Rural Education. Mathematical Modelling. Problem Solving.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	–	Passos para determinar o diâmetro de um círculo.....	42
Figura 2	–	Pentágono regular dividido em cinco triângulos congruentes	70
Figura 3	–	Hexágono regular dividido em seis triângulos congruentes	71
Figura 4	–	Apótemas do pentágono e do hexágono coincidem com os raios dos círculos.....	72
Figura 5	–	Área de um polígono regular de 96 lados e de um círculo inscrito no mesmo.....	73
Figura 6	–	Zoom aplicado na figura 5.....	73

LISTA DE FOTOGRAFIAS

Fotografia 1	– Fachada da Escola Estadual Professora Darlene de Jesus Pissaia Moreira.....	30
Fotografia 2	– Tanque cilíndrico para armazenar leite	38
Fotografia 3	– Régua graduada para medir a capacidade em litros do tanque da fotografia 2	39
Fotografia 4	– Baldes utilizados para aplicar as questões do quadro 5.....	40
Fotografia 5	– Alunos encontrando o diâmetro da base do balde com régua e compasso.....	43
Fotografia 6	– Alunos medindo o comprimento da circunferência da base do cilindro.....	44
Fotografia 7	– Alunos medindo o comprimento da circunferência da base maior do tronco de cone.....	45
Fotografia 8	– Alunos medindo o comprimento da circunferência da base do cone.....	45
Fotografia 9	– Alunos pintando o círculo dividido em setores	47
Fotografia 10	– Comparando as figuras obtidas com os círculos divididos em setores.....	48
Fotografia 11	– Alunos medindo o volume do cilindro.....	49
Fotografia 12	– Alunos medindo a altura da água para 500 cm^3	50
Fotografia 13	– Roteiro para construir a régua para cada balde.....	51
Fotografia 14	– Alunos medindo o comprimento da circunferência do balde	52
Fotografia 15	– Réguas prontas para cada balde.....	53
Fotografia 16	– Alunos realizando as medições do tanque da fazenda 1	55
Fotografia 17	– Alunos medindo a escala da régua utilizada no tanque da fazenda 1.....	56
Fotografia 18	– Tabela de transformação de milímetros cúbicos para litros utilizada junto com a régua da fotografia 17.....	56
Fotografia 19	– Alunos realizando as medições do tanque da fazenda 2.....	57
Fotografia 20	– Alunos medindo a escala da régua utilizada no tanque da fazenda 2.....	58
Fotografia 21	– Silo reservatório de leite da fazenda 3.....	59

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Relação de alunos submetidos à pesquisa.....	33
Gráfico 2 – Distribuição dos alunos por turma.....	33
Gráfico 3 – Distribuição dos trabalhos no campo	34
Gráfico 4 – Ficam ou não no campo	36
Gráfico 5 – Profissões pretendidas	36
Gráfico 6 – Destino depois de formado	37

LISTA DE QUADROS

Quadro 1	–	Objetivos presentes no PPP da Escola Estadual Professora Darlene de Jesus Pissaia Moreira	31
Quadro 2	–	Questionário aplicado aos alunos e seus familiares.....	32
Quadro 3	–	Respostas das famílias para a questão 3 do quadro 2.....	34
Quadro 4	–	Respostas dos alunos para a questão 5 do quadro 2.....	35
Quadro 5	–	Questionário aplicado aos alunos antes de desenvolver as atividades	40
Quadro 6	–	Algumas respostas dos alunos para as questões do quadro 5.....	41

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	–	Medidas da base do balde de inox obtidas pelos alunos	44
Tabela 2	–	Medidas da base do cilindro de acrílico obtidas pelos alunos.....	44
Tabela 3	–	Medidas da base maior do tronco de cone de acrílico obtidas pelos alunos.....	45
Tabela 4	–	Medidas da base do cone de acrílico obtidas pelos alunos	46
Tabela 5	–	Medidas do cilindro de acrílico obtidas pelos alunos.....	50
Tabela 6	–	Medidas das bases dos baldes de inox obtidas pelos alunos.....	52
Tabela 7	–	Cálculo do volume do tanque da propriedade 1 com os dados coletados pelos alunos.....	55
Tabela 8	–	Cálculo do volume do tanque da fazenda 2 com os dados coletados pelos alunos.....	58
Tabela 9	–	Dimensões do silo de armazenamento de leite da fazenda 3.....	59

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	18
2.1	EDUCAÇÃO DO CAMPO NO BRASIL: ASPECTOS HISTÓRICOS.....	18
2.2	UMA PROPOSTA PARA TRABALHAR NA EDUCAÇÃO DO CAMPO	19
2.3	MODELAGEM MATEMÁTICA	25
2.4	RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	28
3	METODOLOGIA: DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES	30
3.1	ESCOLA ESTADUAL PROFESSORA DARLENE DE JESUS PISSAIA MOREIRA.....	30
3.2	QUESTIONÁRIO – COLETA DE INFORMAÇÕES.....	32
3.3	SÍNTESE DOS DADOS EM TABELAS E GRÁFICOS	33
3.4	DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES.....	37
3.4.1	Atividade 1: Determinando o Diâmetro de um Círculo	42
3.4.2	Atividade 2: Descobrimo o Número π	43
3.4.3	Atividade 3: Descobrimo a Fórmula para Calcular a Área do Círculo	47
3.4.4	Atividade 4: Conversão de cm^3 para Litros.....	49
3.4.5	Atividade 5: Construindo uma Régua Graduada para um Balde de Transporte de Leite.....	51
3.5	APLICAÇÃO DOS CONHECIMENTOS ADQUIRIDOS EM SALA NAS FAZENDAS DA REGIÃO.....	54
3.6	DISCUSSÃO DAS ATIVIDADES REALIZADAS	60
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	61
	REFERÊNCIAS	63
	APÊNDICE A – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA DIREÇÃO DA ESCOLA	65
	APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS, SEUS PAIS OU RESPONSÁVEIS	67
	APÊNDICE C – DEMONSTRAÇÃO DAS FÓRMULAS DAS ÁREAS DE POLÍGONOS REGULARES E DO CÍRCULO	69

1 INTRODUÇÃO

A Educação Matemática surgiu da necessidade de rever a função do professor frente aos alunos considerados capazes de produzir conhecimento matemático. Considera-se a Educação Matemática como área de saber que propõe uma sistematização para investigar problemas ou formas de como resolver as questões relativas ao ensino e à aprendizagem da Matemática.

O processo de ensino vai adquirindo novos formatos ao longo da história. A maneira como ensinamos hoje é diferente da utilizada nos séculos XVIII, XIX e XX. Porém, a forma de ensino que ainda está muito presente nas salas de aula é a tradicional, em que o professor é o detentor do conhecimento e os alunos são meros receptores. Isso fica bastante evidente no ensino da matemática, uma vez que os conteúdos são trabalhados de forma mecanizada, não passando da simples memorização de fórmulas e suas aplicações.

Alguns encaminhamentos e ações estão sendo utilizados para se conseguir metodologias que sejam capazes de proporcionar um ensino, em especial na Educação Básica, que resultem na aprendizagem significativa para os educandos estimulando a uma nova postura para o professor. A Educação Matemática contempla propostas de tendências metodológicas presentes nas Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná, como a Modelagem Matemática, a Resolução de Problemas, a Investigação Matemática, a Etnomatemática, a História da Matemática e as Mídias Tecnológicas (PARANÁ, 2008).

O ensino de Matemática, quando mediado por algum tipo de tendência, traz contribuições que podem ser comparadas com a forma tradicional de ensino. Destaca-se que o fato de se iniciar um tema do interesse do ambiente dos alunos, irá permitir-lhes ações de pesquisa, de criar estratégias, de interações com os colegas da sala de aula, no sentido de criar habilidade de resolver problemas e de verificar situações do seu dia a dia.

Entende-se que as tendências metodológicas podem ser consideradas formas para superar a crise na aprendizagem da Matemática, e pesquisadores como Bassanezi (1994) e Biembengut (1999) se dedicaram a estudar e propor formas de trabalho por meio da Modelagem Matemática. Um levantamento sobre a tendência metodológica Modelagem Matemática conduz a muitas dissertações, teses, livros, pesquisas por esses autores. Entretanto, as ações por meio da tendência

Modelagem Matemática resultaram muito pouco em mudanças na prática de sala de aula, pois vários problemas tendem a dificultar o uso da Modelagem Matemática por parte dos professores, que podem ser a insegurança, o entendimento da Modelagem, dificuldades em perceber o conteúdo matemático no tema a escolher e em conseguir resultados em sala de aula.

Embora encontrando dificuldades e limitações, usando essa tendência os professores podem conseguir motivar os alunos para aprender matemática. Neste sentido, atividades são planejadas tendo como alvo a participação do aluno, a relação do conhecimento matemático imposto na escola com as situações que ele vivencia no seu dia a dia.

Dessa forma, entendemos que tendências metodológicas para o ensino da matemática, como a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas, são defendidas para que o aluno se torne sujeito ativo no processo de ensino e aprendizagem e que podem ser aplicadas na Educação do Campo, uma vez que deste meio é possível extrair várias situações do seu cotidiano e transformá-las em objeto de estudo na sala de aula com a intenção de mostrar as aplicações dos conteúdos matemáticos na vida do homem do campo. Os alunos do campo possuem um conhecimento próprio de acordo com o trabalho exercido pelas famílias em cada comunidade.

Nesta perspectiva, o objetivo geral desse trabalho é investigar e aplicar uma proposta constituída de algumas atividades experimentais e contextualizadas com alunos do Ensino Fundamental de uma escola inserida na Educação do Campo.

No diálogo estabelecido pelo professor entre os conhecimentos matemáticos determinados pela escola e o trabalho da maioria das famílias que os alunos pertencem, no caso, o trabalho na leiteria, é que surgiu a problematização para a pesquisa: verificar o aprendizado do aluno, o quanto se aprende, quais as vantagens quando se usa a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas para ensinar conteúdos como comprimento da circunferência, área do círculo, régua graduada para medição da altura do recipiente e volume do recipiente cilíndrico.

A escolha pelo estudo do volume de recipiente cilíndrico, entender o uso da régua graduada para medir a capacidade de um tanque cilíndrico, justificou-se pelo fato de ser o mais apontado na coleta de dados realizada com alunos e pais, além da possibilidade de explorar os elementos de um círculo, sendo este um conteúdo previsto na grade curricular do 9º ano do Ensino Fundamental. Neste sentido,

pretende-se que os alunos da pesquisa compreendam os conceitos matemáticos de modo a utilizar a Modelagem Matemática, que podem conduzir para o ensino e aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas.

No Capítulo 2, descrevemos alguns aspectos históricos referentes à Educação do Campo no Brasil, para entender como foi tratada pelas autoridades desde a criação da primeira Constituição Federal de 1824. Na sequência trazemos uma proposta de trabalho na Educação do Campo para elaborar o Plano de Trabalho Docente, bem como planejamentos para as aulas, baseados na análise do Projeto Político Pedagógico da escola, tendo em vista que este documento norteia todos os aspectos relacionados com o meio escolar. Para tanto, abordamos as definições das metodologias de ensino da matemática utilizada para o desenvolvimento desse trabalho, que são a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas, através das contribuições dos autores Allevato (2009); Bassanezi (1994); Biembengut (1995); Dante (1991); Onuchic (1999) e Polya (1985).

No Capítulo 3, apresentamos as características da Escola Estadual Professora Darlene de Jesus Pissaia Moreira, unidade de ensino pertencente à zona rural, no município de Carambeí, Paraná, na qual as atividades propostas na pesquisa foram realizadas e que para direcioná-las aplicamos um questionário aos alunos e seus familiares. Os resultados obtidos foram expostos através de quadros e gráficos. Esses dados nos conduziram a realizar atividades que foram planejadas de forma que possibilitasse ao aluno construir os conceitos de comprimento da circunferência, origem do número π , área do círculo e volume do cilindro. E finalmente, no quarto Capítulo, apresentamos as considerações finais.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesse capítulo apresentamos um breve histórico sobre a Educação do Campo no Brasil e uma proposta para o professor realizar o seu trabalho nesse meio. Toda investigação precisa ter uma metodologia que oriente as etapas a serem desenvolvidas. Nesta direção, foram consideradas a Modelagem Matemática e Resolução de Problemas, com o objetivo de identificar a que melhor atendesse ao desenvolvimento desta pesquisa.

2.1 EDUCAÇÃO DO CAMPO NO BRASIL: ASPECTOS HISTÓRICOS

Sobre a Educação do Campo no Brasil, pode-se observar que as constituições de 1824 e de 1891 não fazem referência ou menção sobre esta forma de educação. Entretanto, devido ao processo de industrialização ocorrido no país entre 1910 e 1920, fez com que muitas pessoas deixassem sua vida no campo em busca de trabalho nas cidades, isso ficou conhecido como Êxodo Rural. Surgiu então a necessidade de manter o homem no campo e para tanto foi criada em 1937 a Sociedade Brasileira de Educação Rural, com o objetivo de manter a cultura desse meio e ainda de diminuir o analfabetismo.

No ano de 1945 os governos do Brasil e dos Estados Unidos firmaram um acordo dando origem à Comissão Brasileiro-Americana de Educação das Populações Rurais, sendo esta o resultado de fortes alianças políticas geradas no período da Segunda Guerra Mundial. Em 1952 foi instituída a Campanha Nacional de Educação Rural (CNER) com a finalidade de difundir a Educação de Base no meio rural brasileiro. Em 1955 foi criado pela lei nº 2.613, de 23 de setembro, o Serviço Social Rural, que somado com a CNER tinham por objetivo formar técnicos para melhorar a vida do homem do campo.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira (LDB n. 4024/61) foi sancionada em 20 de dezembro de 1961 pelo Presidente da República João Goulart e teve em sua redação artigos que mencionavam a Educação Rural, como podemos observar na sequência:

Art. 29. Cada município fará, anualmente, a chamada da população escolar de sete anos de idade, para matrícula na escola primária.
Art. 32. Os proprietários rurais que não puderem manter escolas primárias para as crianças residentes em suas glebas deverão facilitar-lhes a

frequência às escolas mais próximas, ou propiciar a instalação e funcionamento de escolas públicas em suas propriedades. Art. 105. Os poderes públicos instituirão e ampararão serviços e entidades, que mantenham na zona rural escolas ou centros de educação, capazes de favorecer a adaptação do homem ao meio e o estímulo de vocações e atividades profissionais (LDB n. 4024/61).

Nesse período da educação brasileira a Educação Rural não era contemplada no Ensino de 2º Grau (atual Ensino Médio), dessa forma ficou a cargo dos municípios, como é possível observar nos artigos 29 e 105 da (LDB n. 4024/61).

Dessa forma, o maior avanço para a educação brasileira aconteceu com a Constituição Federal de 1988, que tem em seu texto um enfoque voltado para a educação como um direito de todos.

A Educação do Campo pode apresentar algumas características que diferem da Educação Urbana. Sendo assim, o Senado Federal da República Federativa do Brasil redigiu um artigo específico para a Educação do Campo na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), sendo esta a Lei nº 9394, de 20 de dezembro de 1996, sancionada pelo Presidente da República Fernando Henrique Cardoso que menciona em seu Artigo 28:

Na oferta de educação básica para a população rural, os sistemas de ensino promoverão as adaptações necessárias à sua adequação às peculiaridades da vida rural e de cada região, especialmente:
I – conteúdos curriculares e metodologias apropriadas às reais necessidades e interesses dos alunos da zona rural;
II – organização escolar própria, incluindo adequação do calendário escolar às fases do ciclo agrícola e às condições climáticas;
III – adequação à natureza do trabalho na zona rural (LDB n. 9394/96).

2.2 UMA PROPOSTA PARA TRABALHAR NA EDUCAÇÃO DO CAMPO

Considerando o inciso I do artigo 28 da LDB de 1996 é necessário que o professor realize os planejamentos dos conteúdos, bem como das atividades a serem desenvolvidas com as turmas inseridas na Educação do Campo tomando o cuidado para que possa torná-las significativas para os educandos, para que consigam aplicá-los em seu dia a dia no campo. Entretanto, sabemos que não são todos os conteúdos propostos nos Parâmetros Curriculares Nacionais que podem ser abordados de forma contextualizada com o meio, com a realidade social, porém na medida do possível, os recursos devem controlar ou influenciar as características das ações do professor em relação ao trabalho de ensino.

Sendo assim, o docente que for para Educação do Campo precisa inicialmente conhecer esse meio já no primeiro ano de atuação em uma escola do campo, visto que está familiarizado com a Educação Urbana. Nessa perspectiva, é importante o professor conhecer o Projeto Político Pedagógico (PPP) da escola antes de realizar o seu planejamento, tendo em vista que esse documento é um conjunto de princípios orientadores que apresentam as características da escola, como a missão, a visão e os objetivos institucionais que fornecem a identidade do meio educacional. Além disso, é por meio de documentos de organização que se deve iniciar o trabalho relacionado com a escola, que segundo Resende e Veiga (1998, p.13-14):

O projeto político pedagógico, ao se constituir em processo democrático, preocupa-se em instaurar uma forma de organização do trabalho pedagógico que supere os conflitos, buscando eliminar as relações competitivas, corporativas e autoritárias, rompendo com a rotina do mando impessoal e racionalizado da burocracia que permeia as relações no interior da escola, diminuindo os efeitos fragmentários da divisão do trabalho que reforça as diferenças e hierarquiza os poderes de decisão.

O documento é constituído de um conjunto de fundamentos divididos em ético-político, epistemológicos e relações didático-pedagógicas, sendo que este último fornece sugestões para o professor na busca de uma construção interativa do conhecimento. Todo conhecimento é uma construção social, por isso os professores devem ter clareza ao tratar do conhecimento com competência e fundamentado em argumentos que evidenciam modelos que representam o mundo adquirindo uma nova visão.

Na elaboração do Projeto Político Pedagógico é preciso considerar as características que existem na Educação do Campo, sendo que o conhecimento e informações podem auxiliar os professores no planejamento e execução do trabalho na escola. Nos primeiros dias de aula em uma turma, o professor terá condições de fazer uma sondagem quanto ao comportamento dos alunos, observar as diferenças e outros detalhes os quais o auxiliarão na elaboração do planejamento de suas aulas.

O professor pode estabelecer um diálogo com os alunos para verificar a afinidade e as dificuldades com a disciplina, para elaborar as aulas buscando alternativas e métodos que proporcionem aos alunos a compreensão e significado na aprendizagem, em que:

deve conduzir os alunos à exploração de uma grande variedade de ideias e de estabelecimento de relações entre fatos e conceitos de modo a incorporar os contextos do mundo real, as experiências e o modo natural de envolvimento para o desenvolvimento das noções matemáticas com vistas à aquisição de diferentes formas de percepção da realidade. (MIGUEL, 2005, p.377).

Para cada aula é necessário um planejamento, pois, trata-se de uma organização do trabalho que será desenvolvido com os alunos. Para tanto, é preciso fazer uma observação nas turmas a fim de ter um direcionamento de como será planejada cada aula, pois com os conhecimentos prévios de cada turma o docente pode empregar a metodologia a ser trabalhada de acordo com a necessidade de cada uma delas, ou seja, este é um processo de reflexão que segundo Saviani (1987, p.23):

a palavra reflexão vem do verbo latino 'reflectire' que significa 'voltar atrás'. É, pois um (re) pensar, ou seja, um pensamento em segundo grau. [...] Refletir é o ato de retomar, reconsiderar os dados disponíveis, revisar, vasculhar numa busca constante de significado. É examinar detidamente, prestar atenção, analisar com cuidado.

Precisamos trabalhar de maneira a estimular o aluno a aprender, não utilizando somente os livros didáticos e/ou o manual do professor como metodologia, mas buscando formas que viabilizem o aprendizado. Vivemos na era da internet onde aplicativos e programas são bastante atrativos para as crianças e jovens. Portanto devemos elaborar planos de aula sempre tentando tornar o conhecimento científico algo desafiador e motivador para os alunos, porém nessa concepção percebemos que:

A motivação escolar é algo complexo, processual e contextual, mas alguma coisa se pode fazer para que os alunos recuperem ou mantenham seu interesse em aprender. [...] O que um professor pode fazer para que seus alunos se interessem por sua matéria? Como poderia conseguir que o interesse que determinado aluno tem por outra matéria o tivesse também pela minha? (FITA; TAPIA, 2006, p.9).

Entretanto, para se alcançar uma motivação nos alunos é preciso primeiro que o professor esteja disposto a mudar sua prática em sala de aula, substituindo em determinados momentos o método tradicional de ensino por uma metodologia que torne o processo de ensino-aprendizagem cada vez mais atrativo, de modo que os educandos possam ver um verdadeiro significado no aprendizado da matemática.

Logo, a Educação do Campo necessita de uma linha de ensino que permita formar indivíduos capazes de produzirem novos conhecimentos, ou seja, pessoas

que não estejam restritas em apenas resolver problemas que elas já conheçam, mas que possam enfrentar várias outras situações que talvez surjam no seu trabalho no dia a dia.

Portanto, é necessário que o professor durante o processo de ensino-aprendizagem elabore suas estratégias que são “uma maneira de se decidir sobre um conjunto de disposições, ou seja, são os meios que o docente utiliza para facilitar a aprendizagem dos estudantes” (MASETTO, 2003, p.88). Cada etapa do planejamento possui determinada importância, sendo que ao final quando somadas proporcione observar e vivenciar o meio escolar de uma forma diferente, em que os alunos notem sentido no seu aprendizado. No processo de planejamento o docente pode decidir não adotar somente a metodologia tradicional em que o professor “é um ser superior que ensina a ignorantes. Isto forma uma consciência bancária. O educando recebe passivamente os conhecimentos, tornando-se um depósito do educador. Educa-se para arquivar o que se deposita” (FREIRE, 1979, p. 38).

Desse modo, neste processo o aluno se torna um elemento passivo, onde é visto apenas como um receptor em que:

registra palavras ou fórmulas sem compreendê-las. Repete-as simplesmente para conseguir boas classificações ou para agradar ao professor [...] habitua-se a crer que existe uma ‘língua do professor’, que tem de aceitar sem a compreender, um pouco como a missa em latim. [...] O verbalismo estende-se até as matemáticas; pode-se passar a vida inteira sem saber por que é que se faz um transporte numa operação; aprendeu-se, mas não se compreendeu; contenta-se em saber aplicar uma fórmula mágica. (REBOUL, 1982, p.27).

Nessa perspectiva, o professor pode ser desafiado a tornar o aluno sujeito da ação e elemento central no processo de aprendizagem, portanto o professor precisa:

se adaptar ao meio e tentar transmitir sua didática, partindo de um princípio onde o meio em que o aluno vive deve ser levado em conta, assim buscando sua cultura e sua realidade. Daí então o professor começa a apresentar para o aluno o mundo que ele não conhece (CANDAU, 1999, p.52).

O docente deve organizar o planejamento de suas aulas e utilizá-lo de acordo com as especificidades de cada turma, quando da mesma série, pois uma turma de alunos é visivelmente diferente de outra, tanto em conhecimento prévio como facilidade para aprender, vontade de aprender entre outros fatores, que podem contribuir para a aprendizagem de um determinado conteúdo. Assim:

[...] o trabalho pedagógico precisa se orientar por uma visão das crianças como seres sociais, indivíduos que vivem em sociedade, cidadãos e cidadãs. Isso exige que levemos em consideração suas diferentes características, não só em termos de histórias de vida ou de região geográfica, mas também de classe social, etnia e sexo. Reconhecer as crianças como seres sociais que são implica em não ignorar as diferenças. (KRAMER, 1989, p.19).

Sabendo disso, é necessário que o docente avalie cada turma e cada aluno, na busca de encontrar as diferenças que existem entre elas, sendo que ao final dessa análise o professor possa conduzir o seu trabalho de forma a atender as dificuldades e facilidades dos alunos para uma melhor aprendizagem. As diversidades entre as turmas não são somente em termos de classe social ou faixa etária, mas também do ritmo de aprendizado de cada turma e de cada aluno, devendo o professor respeitar o tempo de aprendizado que segundo Paes (2001, p.25):

é aquele que está mais vinculado com as rupturas e conflitos do conhecimento, exigindo uma permanente reorganização de informações e que caracteriza toda a complexidade do ato de aprender. É o tempo necessário para o aluno superar os bloqueios e atingir uma nova posição de equilíbrio. Trata-se de um tempo que não é sequencial e nem pode ser linear na medida em que é sempre necessário retomar concepções precedentes para poder transformá-las e cada sujeito tem o seu próprio ritmo para conseguir fazer isto.

Com base no comentário acima, o professor pode realizar seu planejamento para as aulas, levando em conta que cada turma e que cada aluno possui um ritmo diferente de aprendizado. Alguns alunos não conseguem acompanhar o ritmo da turma e precisam de mais atenção. Esta situação deve ser levada em consideração no momento de realizar os planos de aulas, na intenção de alcançar os objetivos propostos para os discentes. Portanto, trabalhando nessa perspectiva, o aluno conseguirá um verdadeiro aprendizado matemático, em que:

O aluno deve ser estimulado a realizar um trabalho voltado para uma iniciação à 'investigação científica'. Nesse sentido, sua atividade intelectual guarda semelhança com o trabalho do matemático diante da pesquisa, entretanto, sem se identificar com ele. Assim, aprender a valorizar o raciocínio lógico e argumentativo torna-se um dos objetivos da educação matemática, ou seja, despertar no aluno o hábito de fazer uso de seu raciocínio e de cultivar o gosto pela resolução de problemas. Não se trata de problemas que exigem o simples exercício da repetição e do automatismo. É preciso buscar problemas que permitam mais de uma solução. Que valorizem a criatividade e admitam estratégias pessoais de pesquisa. (PAES, 2001, p.35).

Para tanto, é necessário que o professor realize seus planejamentos de forma que desperte o interesse nos alunos em aprender os conteúdos matemáticos propostos para o ano letivo. O momento de incentivo presente no planejamento de cada aula deve ser elaborado de forma que desperte no educando uma motivação para que o estudo se torne significativo.

Um exemplo para as aulas de matemática é mostrar para os alunos que esta ciência está presente em várias atividades do dia a dia, entre elas os aplicativos do celular, o próprio aparelho, nas redes sociais, em tecnologias que são atrativas para as crianças e jovens dos dias atuais.

Entretanto, torna-se necessário que o professor pesquise sobre o assunto a fim de conseguir assimilar o conteúdo trabalhado em sala, com os conhecimentos científicos matemáticos utilizados para desenvolver essas tecnologias.

Às vezes, professores na tentativa de incentivar os alunos a se dedicarem mais em sua disciplina utilizam o discurso de que o estudo será bom para o seu futuro ou vai lhe garantir um bom emprego. Porém, sabemos que os alunos, em algumas circunstâncias, não se sentem preocupados com o dia de amanhã, querem viver o momento, e se o que lhe está sendo exposto ou explicado naquele momento não fizer sentido, não irão se interessar pelo conteúdo e pela aula. Nessa perspectiva, surge então algo desafiador para os professores que segundo Freire e Shor (1986, p.12):

Nunca consegui entender o processo de motivação fora da prática, antes da prática. E como se, primeiro, se devesse estar motivado para, depois, entrar em ação! Você percebe? Essa é uma forma muito antidialética de entender a motivação. A motivação faz parte da ação, um momento da própria ação. Isto é, você se motiva à medida que está atuando, e não antes de atuar.

A motivação no processo de ensino-aprendizagem é fundamental e deve ser trabalhada no contexto em que os alunos estão. É notória a falta de interesse dos alunos durante as aulas, por isso, o professor deve buscar métodos e alternativas em suas aulas para fazer com que o aluno desperte o interesse e aproveite o momento para aprender. A cada aula que o professor ministra e que consegue atingir de forma satisfatória os objetivos propostos, obtém condições favoráveis para as demais aulas se tornarem melhores.

Na busca da motivação, o professor pode inserir em seu planejamento, oficinas e/ou projetos de ensino, os quais podem abordar determinado conteúdo em que alunos apresentem certa dificuldade em aprender. Ao realizar oficinas e/ou

projetos o docente deve utilizar recursos adequados e convenientes às necessidades específicas no processo de aprendizagem.

Para desenvolver atividades contextualizadas com a vida no campo, precisamos estabelecer uma situação didática-pedagógica, pois segundo Paes (2001, p.65):

Uma situação didática é formada pelas múltiplas relações pedagógicas estabelecidas entre professor, alunos e o saber, com a finalidade de desenvolver atividades voltadas para o ensino e para a aprendizagem de um conteúdo específico. Somente com estes três elementos é que teremos uma situação didática.

Com conhecimento, estudo e envolvimento nas atividades pedagógicas, é possível desenvolver atividades diferenciadas voltadas para o ensino de determinado conteúdo de modo satisfatório. Salientamos nesta seção a formação do conhecimento para além da sala de aula que rompa com o saber limitado ao ambiente escolar, que proporcione um conhecimento mais significativo para o aluno com possibilidades de uma formação crítica e alinhada às realidades dentro e fora da escola. É fundamental a relação escola, sociedade e troca de saberes. A educação pode tornar-se uma proposta para a promoção da forma participativa para a formação crítica dos alunos em relação ao ambiente em que vivem.

2.3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Pressupondo que o ensino e a aprendizagem da Matemática possam ser fortalecidos a partir de situações do cotidiano, cabem aqui algumas considerações referentes à Modelagem Matemática e Resolução de Problemas, tendências metodológicas que se confrontam entre si.

A Modelagem Matemática surge como uma metodologia de ensino que permite refletir sobre a realidade, ou seja, se aplica em situações do cotidiano, em que um determinado tema pode ser traduzido em linguagem matemática, mais precisamente, em um modelo matemático. É uma metodologia que segundo Bassanezi (1994, p.1):

Modelagem Matemática é um processo que consiste em traduzir uma situação ou tema do meio em que vivemos para uma linguagem matemática. Essa linguagem, que denominamos Modelo Matemático, pressupõe um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam o fenômeno em questão.

Tendo em vista a importância dessa tendência metodológica em sala de aula, cabe ao professor ser o mediador, ou seja, orientar seus alunos para que se tornem sujeitos da ação no processo de ensino e aprendizagem, fazendo com que utilizem conhecimentos anteriores. Trata-se de buscar uma educação voltada para autonomia do educando quebrando o paradigma de que a matemática é disciplina de exercício e de decorar várias fórmulas em que:

O aprender tem sido visto como emissão de respostas imediatas seguidas a estímulos, e não como compreensão, como estados de entendimento de um conhecimento científico que vão sendo atingidos a partir do conhecimento que o aluno já possui (MEDEIROS, *apud* IMENES, 1987, p. 27).

Portanto, pouco adianta ao aluno resolver listas de exercícios em que apenas reproduz uma maneira exposta pelo professor para chegar às respostas corretas. O educando pode até aprender a resolver vários exercícios, porém isso ocorrerá de forma mecânica sem um verdadeiro significado de como aplicar o conhecimento científico na prática do dia a dia.

A Modelagem Matemática está diretamente ligada à metodologia de Resolução de Problemas do cotidiano como podemos notar na definição de Bassanezi (2002, p.16) “Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Dessa forma, entendemos que nem todos os problemas matemáticos terão sua solução através da Modelagem Matemática, porém para que essa metodologia seja aplicada é necessário que haja uma situação problema que possa ser solucionada através de um modelo matemático.

A Modelagem Matemática certamente surgiu com a própria matemática, pois ao recordarmos da história do pastor de ovelhas que precisava de uma maneira para contá-las, criou com os riscos em ossos nada mais do que um modelo, que foi a solução para resolver o problema de contagem.

Para usar a Modelagem Matemática na sala de aula o professor ou os alunos podem escolher o tema a ser investigado. O importante é que a situação problema possa ser resolvida, investigada por meio de um modelo matemático. Na sequência o docente deve fazer as orientações necessárias para a investigação, coleta de dados e informações que sejam relevantes para a solução do problema. A modelagem pode ser considerada como ambiente de investigação, de fazer

matemática. Os alunos devem ser desafiados a questionar ou investigar situações referentes à realidade por meio da matemática. De acordo com Polya (1985, p.13):

A Matemática não é um esporte para espectadores: não pode ser apreciada e aprendida sem participação ativa, de modo que o princípio da aprendizagem ativa é particularmente importante para nós, matemáticos e professores, tanto mais se tivermos como objetivo principal, ou como um dos objetivos mais importantes, ensinar as crianças a pensar.

A Modelagem Matemática tem como objetivo resolver uma situação problema a partir dos conceitos da Matemática. O uso da Modelagem Matemática em sala de aula tem sido discutido e defendido por vários autores, entre eles Bassanezi e Biembengut (1995, p.1-5) que fornecem como sugestão, alguns passos para trabalhar com a Modelagem Matemática em sala de aula:

1. escolher um tema central para ser desenvolvido pelos alunos;
2. recolher dados gerais e quantitativos que ajudem na elaboração de hipóteses;
3. elaborar problemas conforme interesse dos grupos;
4. selecionar as variáveis envolvidas nos problemas e formular as hipóteses;
5. sistematizar os conceitos que serão utilizados para resolução dos modelos que fazem parte do conteúdo programático.
6. interpretar a solução (analítica e, se possível, graficamente);
7. validar os modelos.

Para serem realizadas as etapas da Modelagem Matemática em uma sala de aula é necessário dar uma ideia aos alunos no que consiste essa metodologia, para que entendam como funciona o processo durante a sua aplicação. Além disso, o professor pode formular situações que atendam ao interesse dos alunos, ou seja, é preciso fazer uma relação entre a teoria desenvolvida em sala de aula com o cotidiano dos alunos.

Desse modo, consideramos que a Modelagem Matemática é uma metodologia que pode ser utilizada na Educação do Campo para que o aprendizado dos alunos possa ser mais significativo uma vez que:

A Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (BASSANEZI, 2004, p.24)

Portanto, a Modelagem Matemática utilizada como metodologia de ensino na Educação do Campo possibilitará ao professor propor situações problemas para dar

significado matemático relacionando com as atividades de trabalho desenvolvidas no meio Rural.

2.4 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A disciplina de matemática, na maioria das vezes é vista como disciplina muito difícil de entender, com muitas fórmulas e abstrações que fazem pouco sentido estudá-la e isso acaba interferindo na aprendizagem de grande parte dos alunos.

Uma maneira de tentar quebrar esse paradigma é trabalhar com a Resolução de Problemas, que não pode ser confundida com resolução de exercícios como podemos perceber na definição de Dante (1991, p.43).

Exercício, como o próprio nome diz, serve para exercitar, para praticar um determinado algoritmo ou processo. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas. Problema – processo [...] é a descrição de uma situação onde se procura algo desconhecido e não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta sua solução.

Portanto ao se trabalhar com a resolução de problemas o professor precisa ter em mente de que esse método se aplica para os conteúdos em que os alunos ainda não tiveram nenhum contato. A ideia principal é fazer com que os educandos busquem por si só, maneiras de resolvê-los, caso contrário, se o aluno já conhecer os conteúdos estará apenas resolvendo um exercício. Resolver uma situação problema em que já se sabe a maneira para tanto se torna apenas em exercitar o conhecimento adquirido, e isso pode acontecer dentro de uma mesma turma, uma vez que algum aluno pode já saber o método de solução do problema proposto.

Assim, para verificar se essa metodologia poderá ser usada ao lançar uma situação problema para a turma o docente necessita inicialmente avaliar de uma forma geral se os alunos já conhecem ou não a sua solução. Caso perceba que um, ou ainda que poucos alunos conheçam a solução, pode dialogar para que não divulguem para o restante da turma, a fim de aplicar a metodologia com os demais alunos.

O professor deve criar situações com o intuito de desafiar o aluno de maneira que possa fazê-lo pensar, investigar e analisar de uma forma que possa chegar à solução do problema. Dessa forma, ao utilizar a Resolução de Problemas

o professor precisa seguir algumas etapas. Allevato e Onuchic (2009, p.8) organizam essas etapas da seguinte forma:

1. Preparação do problema;
2. Leitura individual;
3. Leitura em conjunto;
4. Resolução do problema;
5. Observar e incentivar;
6. Registro das resoluções na lousa;
7. Plenária;
8. Busca do consenso;
9. Formalização do conteúdo.

Notamos que historicamente as grandes descobertas da humanidade surgiram através de uma situação problema, que intrigavam as pessoas fazendo com que buscassem a sua solução. Isso continua acontecendo, uma vez que o ser humano é capaz de produzir novos conhecimentos através de sua curiosidade e investigação. Dessa forma, ao fazer uso da Resolução de Problemas o professor precisa apresentar situações que estimulem o aluno a pensar e buscar uma solução através do seu próprio conhecimento. Assim, a metodologia de Resolução de Problemas é uma alternativa que pode ser utilizada na Educação Básica com o objetivo de promover a autonomia no educando, tendo em vista que esse tipo de abordagem faz com que o aluno busque maneiras de resolver os problemas propostos. Isso proporciona ao aluno desenvolver um pensamento mais produtivo, o que atualmente é muito relevante uma vez que:

Mais do que nunca precisamos de pessoas ativas e participantes, que deverão tomar decisões rápidas e, tanto quanto possível, precisas. Assim, é necessário formar cidadãos matematicamente alfabetizados, que saibam como resolver, de modo inteligente, seus problemas de comércio, economia, administração, engenharia, medicina, previsão do tempo e outros da vida diária. (DANTE, 2000, p. 15).

Portanto, ao fazer uso dessa tendência metodológica em suas aulas, o professor estará contribuindo na formação do aluno enquanto cidadão, uma vez que a teoria desenvolvida na sala de aula poderá ser utilizada na sua vida em diversas situações. Com as considerações a respeito das tendências metodológicas verifica-se que a finalidade da metodologia Resolução de Problemas vai de encontro à finalidade da Modelagem Matemática, uma vez que na Modelagem Matemática, oferece-se oportunidade para os alunos participarem da construção do conhecimento, formalizando um problema referente a um tema que será resolvido no contexto em que estão inseridos.

3 METODOLOGIA: DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES

Nesse capítulo apresentamos as características da escola onde a pesquisa foi desenvolvida, destacando os objetivos presentes no Projeto Político Pedagógico. Para a realização desta pesquisa foi utilizada a Modelagem Matemática como metodologia. O tema definido com base em coleta de informações por meio de questionário trata da área do círculo e volume do cilindro, recipiente para armazenar o leite na leiteria, sendo a atividade da maioria das famílias em que os alunos estão inseridos. Os dados da pesquisa estão organizados em tabelas e gráficos. Destacamos as atividades desenvolvidas pelos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental da Escola Professora Darlene de Jesus Pissaia Moreira, com os procedimentos utilizados, aplicação dos conhecimentos e discussão.

3.1 ESCOLA ESTADUAL PROFESSORA DARLENE DE JESUS PISSAIA MOREIRA

A Escola Estadual Professora Darlene de Jesus Pissaia Moreira, onde as atividades para a pesquisa foram realizadas, está localizada em Limpo Grande na estrada de Catanduva de Fora em uma área rural pertencente ao município de Carambeí distante 18 quilômetros da sua área urbana, sendo este no Estado do Paraná. A escola foi inaugurada em 15 de fevereiro de 2006 e utiliza a estrutura física que pertence à Escola Rural Municipal de Limpo Grande que foi construída no ano de 1950 como podemos observar na fotografia 1, que apresenta a sua fachada.

Fotografia 1 – Fachada da Escola Estadual Professora Darlene de Jesus Pissaia Moreira



Fonte: O autor

A Escola Estadual Professora Darlene de Jesus Pissaia Moreira oferta os anos finais do Ensino Fundamental. No ano letivo de 2019, ano em que a pesquisa foi desenvolvida, a escola comportava duas turmas de 6º ano, duas de 7º ano, uma de 8º ano, uma de 9º ano e duas turmas de Sala de Recursos Multifuncionais, sendo distribuídas nos períodos matutino e vespertino.

Ao todo 20 profissionais integravam o quadro da escola, sendo 13 professores em que apenas um era lotado na escola, ou seja, seu vínculo era através do Quadro Próprio do Magistério (QPM), outros quatro QPM com aulas extraordinárias, oito professores com Contrato de Regime Especial (CRES) contratados através do Processo Seletivo Simplificado (PSS), uma pedagoga QPM lotada em um período e no outro extraordinário, uma diretora QPM, três agentes educacionais I PSS e dois agentes educacionais II também PSS. Dessa forma, apenas 10% dos profissionais são efetivos na escola, situação característica nas escolas do campo devido a distâncias que ficam das cidades.

A escola atendeu ao todo 123 alunos, distribuídos nos quatro anos finais do Ensino Fundamental, sendo que 97% dependiam do transporte escolar por morarem mais de dois quilômetros da escola, pois além de atender a demanda da localidade de Limpo Grande, também havia alunos da Vila Esperança, do Tronco, do Ronca Porco, dos Ribeiros, da Catinha entre outros.

A escola possui o Projeto Político Pedagógico que foi elaborado com o coletivo da mesma, conforme disposto no artigo 12, inciso I da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Objetivando delinear as ações e organizar o trabalho pedagógico, tendo em vista a efetivação dos objetivos escolares, respaldados na legislação vigente, respeitando a identidade do estabelecimento. O documento é composto de 147 páginas que abordam as atividades relacionadas com o funcionamento da escola. Destacamos no quadro 1 apenas os seus objetivos.

Quadro 1 – Objetivos presentes no PPP da Escola Estadual Professora Darlene de Jesus Pissaia Moreira

(continua)

5. OBJETIVOS, FUNDAMENTOS, PRINCÍPIOS E CONCEPÇÕES ORIENTADORAS DAS AÇÕES EDUCACIONAIS.

5.1 OBJETIVOS

A Escola Estadual Professora Darlene de Jesus Pissaia Moreira, objetiva em âmbito geral, dentro de seu contexto escolar, proporcionar aos alunos, meios

Quadro 1 – Objetivos presentes no PPP da Escola Estadual Professora Darlene de Jesus Pissaia Moreira

(conclusão)

para entrarem em contato com o conhecimento sistematizado, partindo da sua realidade local, respeitando as peculiaridades do homem do campo, tendo em vista que nossa escola faz parte da Educação do Campo e esta concepção de educação, torna-se por si necessária.

Almejamos que nossos alunos, sintam-se respeitados e possam desenvolver-se, excluindo aquela imagem de que o homem do campo é atrasado ou submisso, visando que eles aprendam a valorizar-se dentro deste mundo capitalista, criando formas alternativas de mover-se como sujeito sem ter que negar sua cultura e submeter-se às relações de opressão.

Desta forma, acreditamos que conseguiremos fazer com que nossos alunos tenham uma autoestima positiva, tornando-os sensíveis, solidários, e respeitosos quanto às diferenças ideológicas, religiosas e culturais.

Fonte: PPP da Escola Estadual Professora Darlene de Jesus Pissaia Moreira

3.2 QUESTIONÁRIO – COLETA DE INFORMAÇÕES

Para a escolha do tema a ser investigado na atividade de Modelagem relacionada com as atividades realizadas no campo para o ensino de conteúdos de matemática, foi elaborado um questionário apresentado no quadro 2. O questionário foi respondido pelos alunos com a ajuda dos pais. O público alvo da pesquisa foram os 123 alunos da Escola Estadual Professora Darlene de Jesus Pissaia Moreira.

Quadro 2 – Questionário aplicado aos alunos e seus familiares

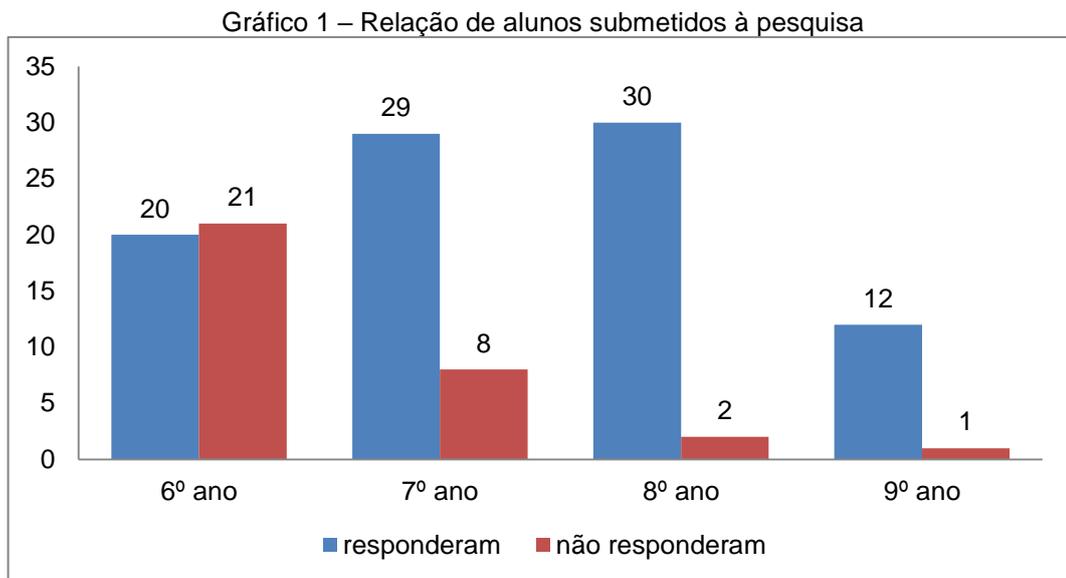
Questão	
1	Você considera que a Matemática está presente no dia a dia de trabalho no campo? O que você sugere como exemplo?
2	Qual é a atividade de trabalho no campo da sua família?
3	Em sua opinião, a atividade desenvolvida por você requer o conhecimento da Matemática? De que forma isto pode acontecer?
4	O conhecimento de Matemática que seu filho tem na escola é útil para que possa viver no campo? De que maneira?
5	Você aluno consegue identificar um conteúdo matemático no trabalho do campo? Qual?
6	Você aluno pretende continuar no campo ou pretende buscar conhecimento na cidade?
7	Futuramente, na profissão escolhida, você acha que precisará de conhecimentos de Matemática?

Fonte: O autor

De posse das informações coletadas, fizemos uma análise dos dados que estão destacados por meio de gráficos apresentados na próxima subseção.

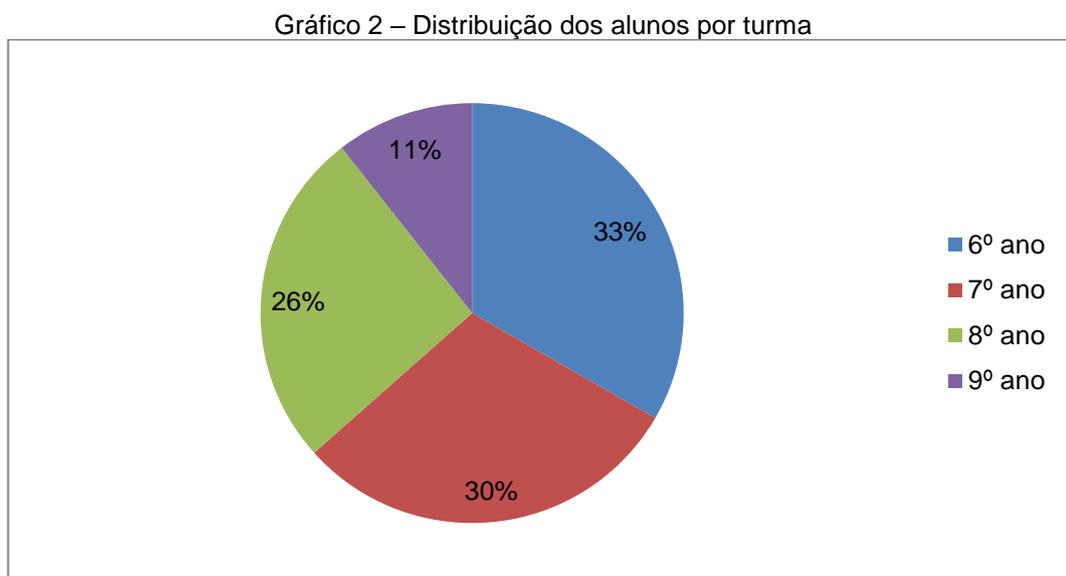
3.3 SÍNTESE DOS DADOS EM TABELAS E GRÁFICOS

A adesão dos alunos e seus familiares é apresentada no gráfico 1, bem como a distribuição dos alunos nos quatro anos finais do Ensino Fundamental.



Fonte: O autor

Os alunos estão matriculados nos anos finais do ensino fundamental da Educação Básica. A distribuição dos alunos nos anos é apresentada no gráfico 2

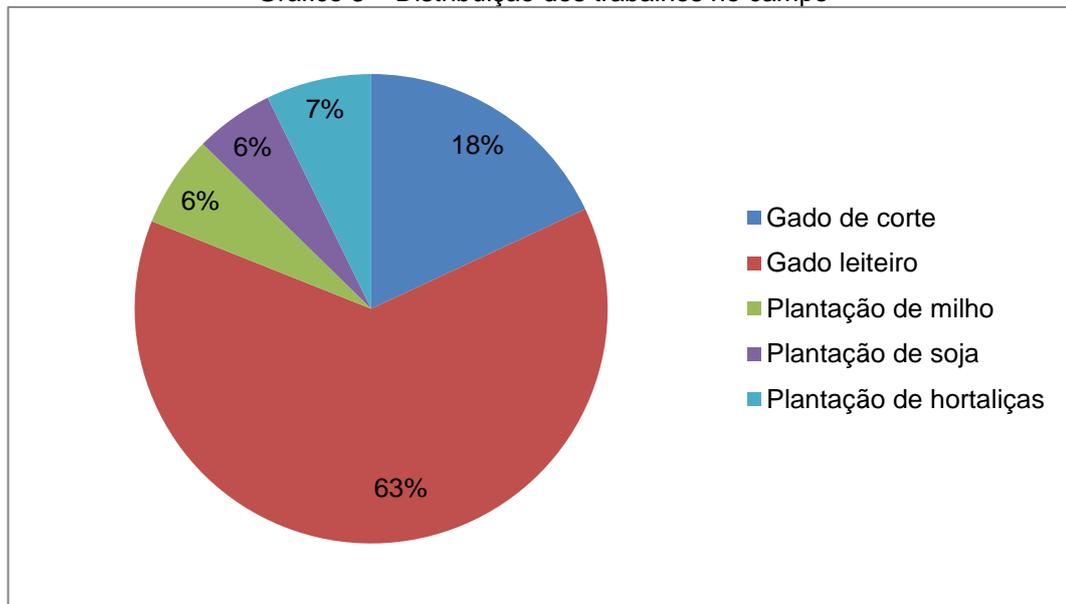


Fonte: O autor

O questionário foi elaborado com a intenção de identificar nas atividades do campo os conteúdos matemáticos mais comuns na vida dos alunos.

Dentre as atividades citadas pelos alunos na questão 2 temos a pecuária, com destaque na criação de animais para o abate e para a produção de leite, sendo esta a atividade mais comum entre as famílias dos alunos entrevistados. Há também famílias que trabalham no setor agrícola com plantações de soja, milho e hortaliças. A distribuição dessas atividades pode ser observada no gráfico 3.

Gráfico 3 – Distribuição dos trabalhos no campo



Fonte: O autor

Com o intuito de verificar se as famílias conseguem observar a matemática nas suas atividades diárias no campo foi formulada a questão 3 do quadro 2. As respostas de algumas famílias estão apresentadas no quadro 3.

Quadro 3 – Respostas das famílias para a questão 3 do quadro 2

Família	Respostas das famílias.
A	“Sim de várias formas como calculando a quantidade de semente por m^2 , como sabendo a quantidade de verduras a serem plantadas por canteiro”.
B	“Nós temos que informar toda a semana o peso das aves, temos que pesar 2% da quantidade de aves que tem no aviário”.
C	“Sim contagem de rebanhos nos lotes, medidas dos medicamentos”.
D	“Sim, usamos a matemática tanto na parte da leiteria, como na agricultura, nas duas atividades sempre se usa a matemática”.
E	“Sim, todos os animais precisam de vacinas, por isso, temos que saber a quantidade de animais para comprar a medida certa de vacina”.

Fonte: O autor

De acordo com as informações coletadas verificamos que as famílias percebem que a matemática está presente nas suas atividades. Aplicamos a questão 5 do quadro 2 direcionada aos alunos, com a intenção de que pudessem relatar os conteúdos matemáticos presentes nessas atividades. As respostas dos alunos estão apresentadas no quadro 4.

Quadro 4 – Respostas dos alunos para a questão 5 do quadro 2

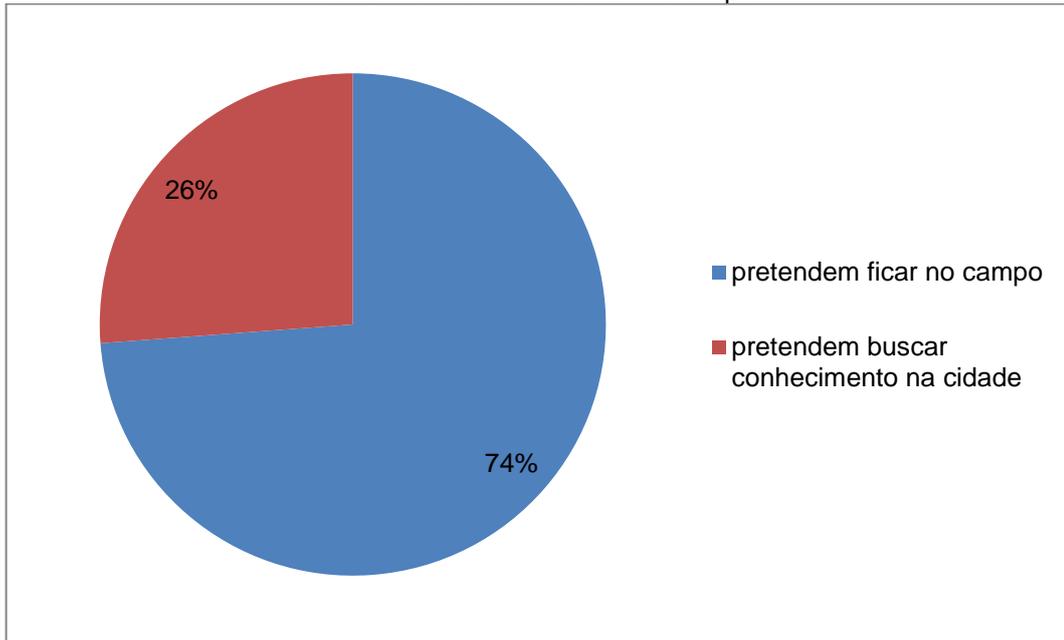
Aluno	Respostas dos alunos.
A	“Sim, sabendo medidas para fazer um bolo, para ajudar a mãe a contar o dinheiro para pagar uma conta”.
B	“Sim, eu ajudo na conta, aí tem que saber a quantia certa de sementes, adubo e ureia para cair certo da plantadeira para usar em cada m^2 ”.
C	“Sim, quando a gente vai vender um boi, por exemplo, nós precisamos saber quanto tá a arroba do boi no dia, a arroba significa 15 kg de carne”.
D	“Sim, a quantidade de canteiros plantados, as linhas que a plantadeira faz no solo para plantio”.
E	“Sim, cálculo em gramas de adubo por hectare”.

Fonte: O autor

Observou-se que os alunos conseguem citar exemplos em que a matemática está presente no trabalho do campo, porém não conseguem identificar o conteúdo matemático. O Aluno C que comentou sobre o preço da arroba do boi não falou do conteúdo, que nesse caso, seria a regra de três para transformar o peso do animal em arroba. Assim como o Aluno B que fala em quantia de semente, adubo e ureia a ser usado por m^2 , mas em nenhum momento consegue pensar em proporção. Alguns alunos relatam atividades que a matemática está presente, porém não são necessariamente relacionadas diretamente com o trabalho no campo como é possível observar na resposta do Aluno A.

Na sequência do questionário, a questão 6 tem o objetivo de saber se os alunos pretendem continuar a vida no campo ou preferem ir para a cidade. Pois, além de buscar um ensino contextualizado com a vida no campo é preciso considerar também os casos em que os alunos pretendem deixar o meio Rural, na intenção de prepará-los para essa mudança no sentido de orientá-los sobre possíveis preparações para ingressarem no Ensino Superior se for o caso. O gráfico 4 apresenta em porcentagem os dados obtidos.

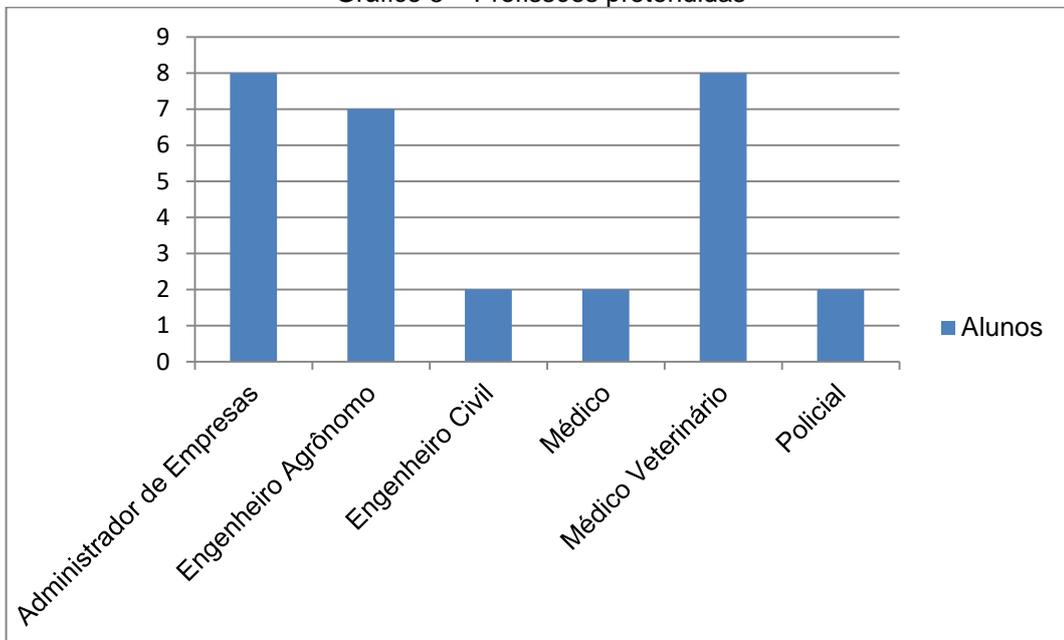
Gráfico 4 – Ficam ou não no campo



Fonte: O autor

Para aqueles educandos que pretendem ir para a cidade buscar conhecimentos, elaboramos a questão 7 para identificar as profissões que almejam no futuro, as quais são apresentadas no gráfico 5.

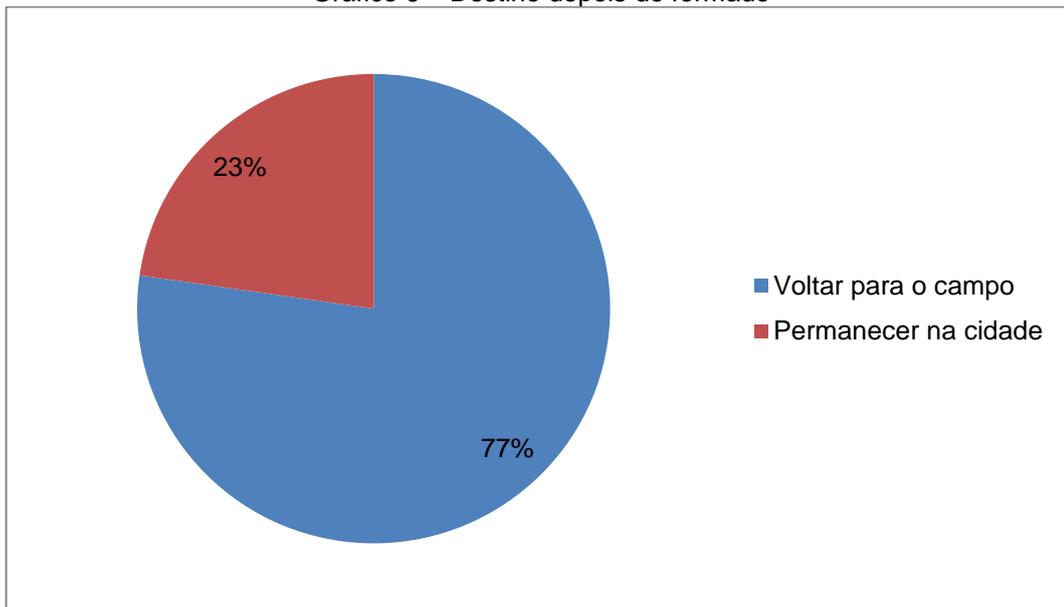
Gráfico 5 – Profissões pretendidas



Fonte: O autor

Dos 26% dos alunos que pretendem ir para a cidade, a maioria quer buscar conhecimento e retornar para o campo como mostra o gráfico 6, pois as profissões escolhidas estão relacionadas com as atividades exercidas no campo.

Gráfico 6 – Destino depois de formado



Fonte: O autor

3.4 DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES

No desenvolvimento do conteúdo matemático seguiram-se os passos da Modelagem Matemática. O tema da pesquisa foi escolhido com base no trabalho da maioria das famílias dos alunos, que é a leiteria, como observado no gráfico 3. Primeiro, os alunos tiveram contato com a situação problema, depois foram levantadas as questões, selecionadas as mais apropriadas para que fosse possível trabalhar o conteúdo como a área do círculo, régua graduada, volume do cilindro. Foram propostas atividades para que pudessem encontrar a solução. O ponto central quando se trabalhou a matemática, no contexto da Modelagem Matemática, baseou-se na ideia de que a razão mais importante é a de auxiliar os alunos a enxergarem o sentido da matemática no seu ambiente.

Os conceitos de área do círculo e volume foram estendidos no ambiente de algumas fazendas que tem produção de leite o qual fica armazenado em tanques de formato cilíndrico como mostra a fotografia 2.

Fotografia 2 – Tanque cilíndrico para armazenar leite



Fonte: O autor

Para medir o volume dos tanques, na maioria das leiterias, são utilizadas réguas que são personalizadas para cada tanque e as escalas que as mesmas são construídas dependem do fabricante. Existem réguas em que as escalas fornecem diretamente o volume do tanque em litros, porém esse modelo traz poucas divisões, ou seja, é mais precisa para informar valores apenas inteiros. Por outro lado, há outras réguas que apresentam mais subdivisões, o que possibilita obter o volume exato, pois fornece valores tanto em litros quanto em mililitros. No entanto esse tipo de modelo necessita de uma tabela de conversão, pois sua escala não fornece diretamente o valor do volume do tanque em litros.

O tanque da fotografia 2 vem de fábrica com uma régua graduada, como mostra a fotografia 3, para calcular o volume do leite em litros. Para que o proprietário possa medir a quantidade de leite antes de carregar no caminhão, utiliza esta régua graduada, pois ele recebe das fábricas por litro.

Fotografia 3 – Régua graduada para medir a capacidade em litros do tanque da fotografia 2



Fonte: O autor

Sabemos que para calcular o volume de um cilindro precisamos da seguinte fórmula: $V_{cilindro} = \pi \cdot r^2 \cdot h$, ou seja, área da base multiplicada pela altura. Sendo assim, a régua que acompanha o tanque só pode ser usada em outro tanque que tenha a mesma medida da área da base e o mesmo formato.

Foram levantadas as questões e as atividades que poderiam auxiliar os alunos sobre como construir uma régua graduada para entender o volume em litros de alguns baldes usados para o transporte de leite.

Destaca-se que inicialmente fizemos um breve questionário, que está organizado no quadro 4, para observar os conhecimentos prévios dos alunos a respeito do tema proposto. Para tanto, foram expostos dois baldes de inox que são utilizados nas propriedades produtoras de leite para o transporte. Os baldes foram levados à escola por alunos pertencentes às famílias que trabalham nesse ramo e podem ser observados na fotografia 4.

Fotografia 4 – Baldes utilizados para aplicar as questões do quadro 5



Fonte: O autor

Quadro 5 – Questionário aplicado aos alunos antes de desenvolver as atividades

Questão	
1	Como você mediria a quantidade de leite nesses baldes?
2	Quais são os sólidos geométricos que estão presentes nesses baldes?
3	O volume do cilindro é igual ao do cone?
4	Qual é a forma geométrica das bases desses baldes?
5	Se você calcular a superfície dessas bases o que estaria calculando?

Fonte: O autor

As questões do quadro 5 foram expostas no quadro de giz de forma gradativa, pois inicialmente as mesmas foram debatidas com os alunos de forma oral e somente após o professor obter por parte dos alunos uma resposta satisfatória partia para a questão seguinte. Na sequência os alunos registraram por escrito suas respostas para entregar ao professor. Obteve-se com esse questionário respostas variadas sendo algumas delas expostas no quadro 6.

Quadro 6 – Algumas respostas dos alunos para as questões do quadro 5

Questão	Respostas dos alunos
1	Usando uma garrafa de dois litros.
	Pega uma garrafa ou uma jarra que tenha medida e vai colocando no balde.
	Despejaria o leite do balde em garrafas pet de 1 litro e dependendo da quantidade de garrafas cheias saberia qual a medida do balde.
2	Tem a forma de um cilindro e em cima é triangular só que sem a ponta.
	Cilindro e cone.
	As formas do balde são cilindro e a parte de cima é a metade de um cone.
3	Não porque vai diminuindo do cilindro para o cone.
	Não porque o cilindro é maior que o cone e não vai dar o mesmo resultado.
	Não, do cilindro é maior que o do cone se o círculo for o mesmo.
4	É uma circunferência ou círculo.
	Redondo.
	Tem a forma arredondada.
5	A área de uma circunferência.
	É a área dele.
	A área que ele ocupa.

Fonte: O autor

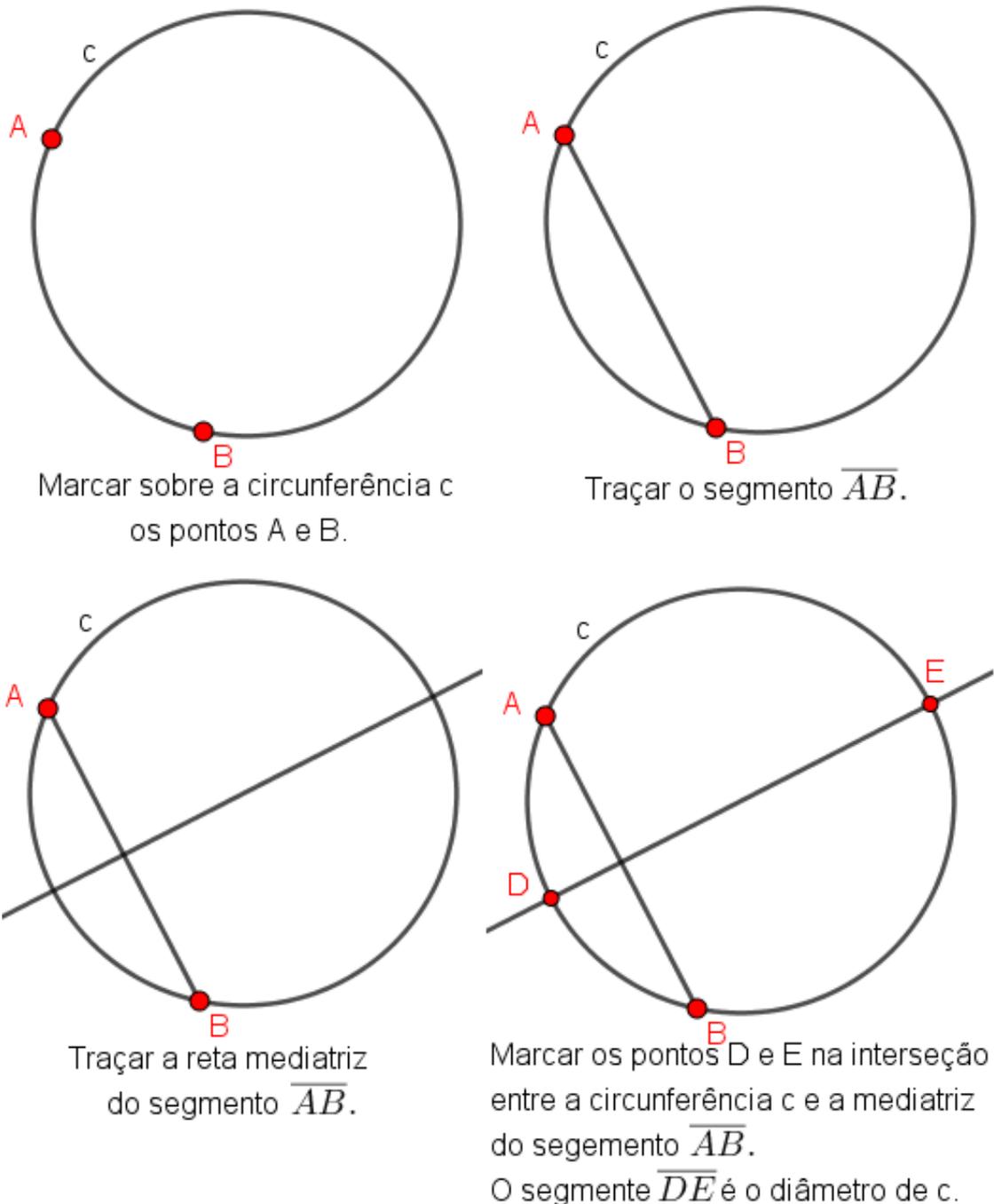
Podemos observar com as respostas dos alunos que não mencionaram a existência de uma fórmula para o cálculo do volume, porém já mostraram ter pelo menos uma ideia sobre o assunto, uma vez que no 6º ano o conteúdo sobre volume do paralelepípedo e do cubo está previsto, tendo inclusive um capítulo dedicado a esse assunto na coleção do Plano Nacional do Livro Didático que a escola adotou.

Após a análise das respostas, da discussão inicial sobre o tema, criaram-se condições para o desenvolvimento de cinco atividades com o propósito de conduzir os alunos a chegarem à fórmula do cálculo do volume de um cilindro, bem como entender todos os elementos nela envolvidos. Assim, os objetivos dessas atividades são de levar os alunos a desenvolver progressivamente competências que permitam calcular o volume do recipiente utilizado para armazenar o leite no local de trabalho.

3.4.1 Atividade 1: Determinando o Diâmetro de um Círculo

Nessa atividade os alunos utilizaram o balde de inox para fazer em uma cartolina o molde do contorno da sua base, que é uma circunferência, para na sequência determinar o seu diâmetro, utilizando régua e compasso. Para desenvolver essa atividade os alunos seguiram os passos de construção conforme a figura 1.

Figura 1 – Passos para determinar o diâmetro de um círculo



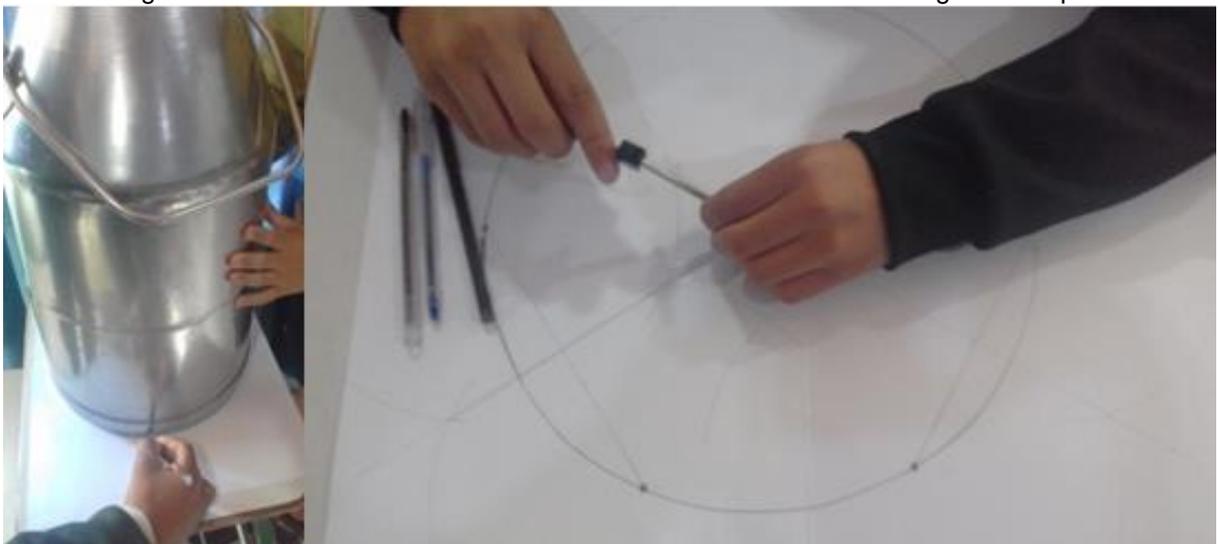
Fonte: O autor

Para realização dessa atividade, partimos do pressuposto que os alunos já tinham em algum momento nas séries anteriores, utilizado o compasso para fazer algumas construções, porém o que se pode notar foi totalmente o contrário, pois os alunos apresentaram certa dificuldade em manipular esse instrumento. Diante disso o professor questionou os educandos sobre se tinham tido contato com o compasso e a maioria deles relatou que não e os poucos que já tinham usado falaram que apenas utilizaram para desenhar circunferências. Assim, foi necessário retomar com os alunos algumas construções geométricas com régua e compasso. Superada essa defasagem os alunos conseguiram concluir a atividade.

3.4.2 Atividade 2: Descobrimo o Número π

Nessa atividade os alunos calcularam a razão entre o comprimento da circunferência formada pela base do balde de inox e o diâmetro ($2r$). A mesma tarefa de medição foi feita com sólidos de acrílico como cilindro, tronco de cone e um cone, com o objetivo de compararem os valores obtidos nas divisões entre o comprimento da circunferência e o diâmetro e verificarem que são bem próximos, na intenção de encontrarem aproximações do número π . O número π ainda era desconhecido pelos alunos. Para esta atividade, utilizaram um barbante para contornar a circunferência, e depois verificar a medida do barbante. Os valores que conseguiram foram colocados em uma tabela para fazer uma comparação.

Fotografia 5 – Alunos encontrando o diâmetro da base do balde com régua e compasso



Fonte: O autor

Tabela 1 – Medidas da base do balde de inox obtidas pelos alunos

Grupo	Medida do comprimento da circunferência da base do balde de inox	Medida do diâmetro da base do balde	Razão entre o comprimento da circunferência pelo diâmetro
1	99 <i>cm</i>	31,4 <i>cm</i>	3,1428571429 <i>cm</i>
2	98,5 <i>cm</i>	31,3 <i>cm</i>	3,1469648562 <i>cm</i>
3	98,7 <i>cm</i>	31,4 <i>cm</i>	3,1433121019 <i>cm</i>
4	99,3 <i>cm</i>	31,6 <i>cm</i>	3,1424050633 <i>cm</i>

Fonte: O autor

Fotografia 6 – Alunos medindo o comprimento da circunferência da base do cilindro



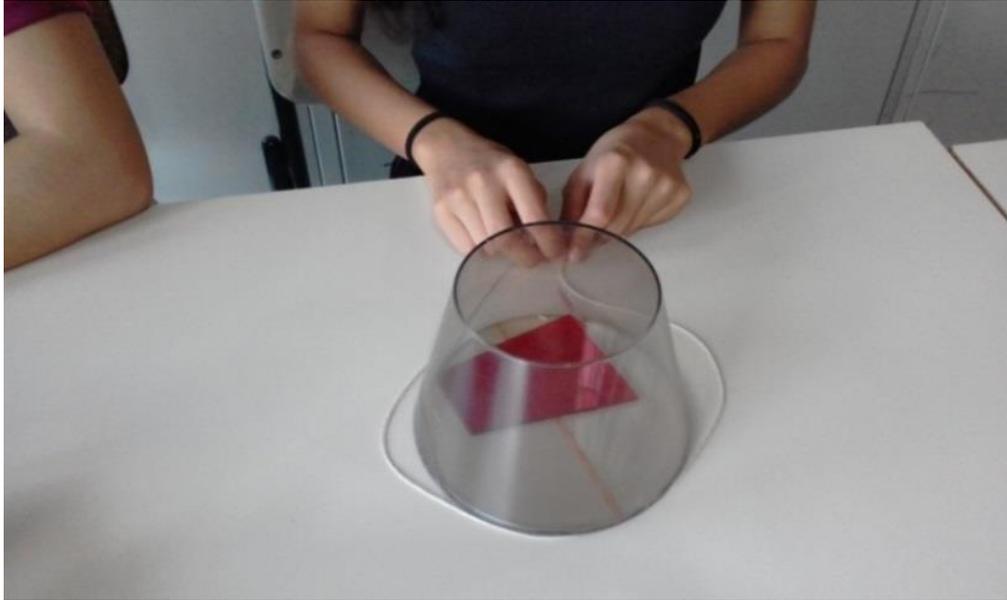
Fonte: O autor

Tabela 2 – Medidas da base do cilindro de acrílico obtidas pelos alunos

Grupo	Medida do comprimento da circunferência da base do cilindro	Medida do diâmetro da base do cilindro	Razão entre o comprimento da circunferência pelo diâmetro
1	34,24 <i>cm</i>	10,9 <i>cm</i>	3,1412844037 <i>cm</i>
2	34 <i>cm</i>	10,8 <i>cm</i>	3,1481481481 <i>cm</i>
3	34,6 <i>cm</i>	11 <i>cm</i>	3,145454 <i>cm</i>
4	35 <i>cm</i>	11,1 <i>cm</i>	3,1531531532 <i>cm</i>

Fonte: O autor

Fotografia 7 – Alunos medindo o comprimento da circunferência da base maior do tronco de cone



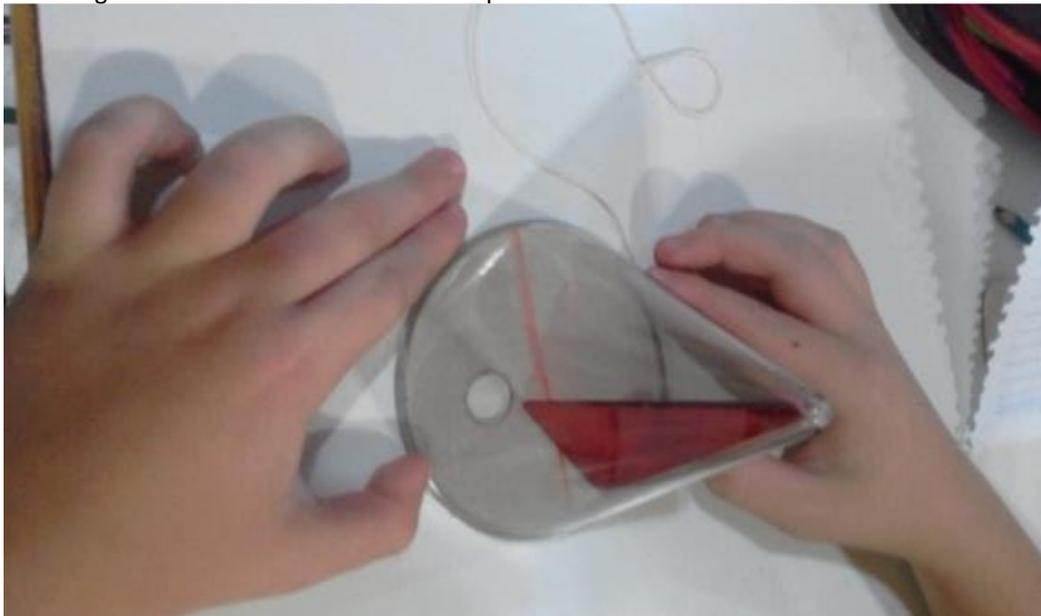
Fonte: O autor

Tabela 3 – Medidas da base maior do tronco de cone de acrílico obtidas pelos alunos

Grupo	Medida do comprimento da circunferência da base maior do tronco de cone	Medida do diâmetro da base maior do tronco de cone	Razão entre o comprimento da circunferência pelo diâmetro
1	48,4 <i>cm</i>	15,4 <i>cm</i>	3,1428571429 <i>cm</i>
2	47,2 <i>cm</i>	15 <i>cm</i>	3,1466666667 <i>cm</i>
3	49 <i>cm</i>	15,6 <i>cm</i>	3,141025641 <i>cm</i>
4	49,4 <i>cm</i>	15,7 <i>cm</i>	3,1464968153 <i>cm</i>

Fonte: O autor

Fotografia 8 – Alunos medindo o comprimento da circunferência da base do cone



Fonte: O autor

Tabela 4 – Medidas da base do cone de acrílico obtidas pelos alunos

Grupo	Medida do comprimento da circunferência da base do cone	Medida do diâmetro da base do cone	Razão entre o comprimento da circunferência pelo diâmetro
1	32,9 <i>cm</i>	10,5 <i>cm</i>	3,1333333333 <i>cm</i>
2	33 <i>cm</i>	10,5 <i>cm</i>	3,1428571429 <i>cm</i>
3	34 <i>cm</i>	10,8 <i>cm</i>	3,1481481481 <i>cm</i>
4	33 <i>cm</i>	10,5 <i>cm</i>	3,1428571429 <i>cm</i>

Fonte: O autor

No início dessa atividade os alunos encontraram valores não muito próximos do número π , pois estavam fazendo suas medições sem muito rigor. O professor orientou os alunos a refazer as medições para depois efetuar os cálculos. Em determinado momento um dos grupos chegou a um resultado bem próximo de π , que foi imediatamente anotado no quadro de giz pelo professor e comunicado aos demais grupos que esse era um valor a ser considerado. Os grupos passaram a melhorar suas medições o que resultou nos valores registrados nas tabelas 1, 2, 3 e 4. Podemos perceber que todos os grupos conseguiram resultados bastante próximos do número π .

Todos os dados obtidos pelos alunos nessa atividade foram registrados pelo professor no quadro de giz. Na sequência foram discutidos, analisados e observou-se que independentemente do comprimento de uma circunferência, a razão entre essa medida e o diâmetro correspondente é constante e vale aproximadamente 3,14, conhecido pela letra grega π , observada em todos os cálculos realizados pelos alunos.

A atividade desenvolvida teve um caráter de investigação para promover a exploração e descobrir que a razão entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro ($2r$) é uma constante igual ao valor do número conhecido por π , independente da medida do raio da circunferência.

A simulação de situações de comparação entre o comprimento da circunferência e o seu diâmetro forneceu condições que levaram os alunos a formular e concluir que o comprimento da circunferência é igual ao produto do diâmetro por π , ou seja, $C = 2 \cdot \pi \cdot r$. Na situação que tem por objetivo promover a aprendizagem, os alunos juntos, concentram esforços para agir, formular e validar os resultados.

3.4.3 Atividade 3: Descobrimo a Fórmula para Calcular a Área do Círculo

Nessa atividade, cada grupo dividiu o círculo em um número de partes iguais constituindo setores ou fatias. As divisões foram feitas de tal forma que os alunos puderam observar que à medida que o número de divisões aumentava, os setores ficavam próximos de triângulos. Na sequência, os alunos pintaram os setores com cores alternadas como pode ser observado na fotografia 9.

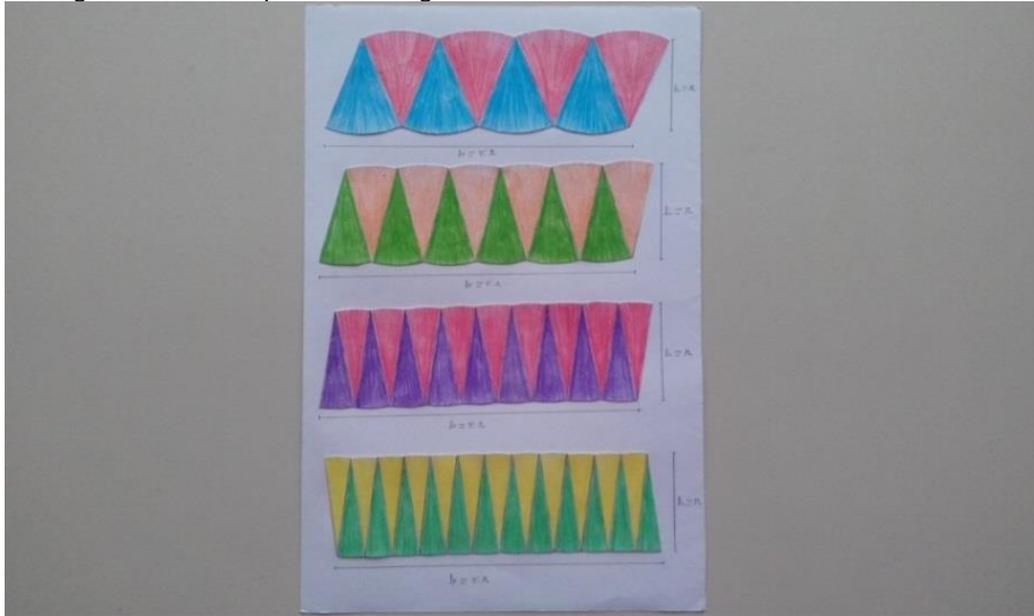
Fotografia 9 – Alunos pintando o círculo dividido em setores



Fonte: O autor

Os alunos recortaram os setores e colaram em uma cartolina de forma alternada de cores, o que pode ser visto na fotografia 10. Os setores (fatias) do círculo depois de recortados ficaram alinhados e justapostos formando uma figura muito próxima de um paralelogramo com a medida da base aproximadamente igual à metade do comprimento da circunferência, ou seja, $b \cong \pi \cdot r$ e altura medindo aproximadamente a medida do raio do círculo, ou em símbolos $h \cong r$. Lembrando que a área do paralelogramo é dada pela fórmula, $A_{\text{paralelogramo}} = b \cdot h$, assim intuitivamente a área da figura muito próxima de um paralelogramo é igual à área do círculo. Dessa forma, temos $A_{\text{círculo}} = \pi \cdot r \cdot r$. Assim, $A_{\text{círculo}} = \pi \cdot r^2$ é a fórmula para calcular a área do círculo de raio r .

Fotografia 10 – Comparando as figuras obtidas com os círculos divididos em setores



Fonte: O autor

Esse método de mostrar intuitivamente como obter a fórmula para a área do círculo é abordado no livro didático que os alunos utilizaram durante o ano letivo o qual faz parte da coleção Matemática Compreensão e Prática sendo esta de autoria de Ênio Silveira.

Com essa atividade, os alunos compreenderam a decomposição do círculo em setores, muito próximos de triângulos, e entenderam a relação entre a área da região circular e a área da figura próxima de um paralelogramo formado pela justaposição dos “quase triângulos”, possibilitando uma melhor compreensão da área do círculo.

Nas atividades 2 e 3 foram consideradas duas variáveis: comprimento da circunferência como contorno da figura e área do círculo como região colorida. As atividades foram preparadas de modo a exigir dos alunos uma reflexão sobre os dois tipos de variáveis para saber discernir e aprender.

Uma demonstração mais rigorosa e com conteúdos matemáticos mais elaborados foi apresentada para os alunos, uma vez que estes não fazem parte da grade curricular do 9º ano do Ensino Fundamental. Elaboramos uma atividade extracurricular que foi desenvolvida com o objetivo de mostrar para os alunos que as fórmulas matemáticas são utilizadas depois de comprovadas a sua veracidade. É importante fazer com que os educandos adquiram curiosidade em saber a comprovação dos conteúdos, das fórmulas que se apresentam no conhecimento matemático. Sendo assim, apresentamos tal demonstração no apêndice C.

3.4.4 Atividade 4: Conversão de cm^3 para Litros

Uma ideia intuitiva de volume é: O volume de um recipiente é a quantidade de espaço por ele ocupado. Estamos interessados em medir a grandeza volume e para isso devemos comparar com uma unidade de medida. Assim, teremos um número que é a medida do volume.

Foi escolhido o cilindro como sólido para ser objeto de estudo porque faz parte do trabalho das famílias dos alunos. O volume de um cilindro é dado pelo produto da área da base pela altura, ou seja, $V_{cilindro} = A_{circulo} \cdot h$, ou ainda $V_{cilindro} = \pi \cdot r^2 \cdot h$. A ideia de volume é o preenchimento de seu espaço, por exemplo, com água.

Para entender a ideia de volume, os alunos utilizaram um cilindro de acrílico e um béquer para comprovar que 1000 cm^3 são iguais a 1 litro. O líquido utilizado para a comprovação foi a água.

Fotografia 11 – Alunos medindo o volume do cilindro



Fonte: O autor

O cilindro de acrílico da fotografia 11 tem $raio = 5,2\text{ cm}$ e $altura = 10,4\text{ cm}$. Utilizando a fórmula para o cálculo do volume do cilindro, temos:

$V_{cilindro} = \pi \cdot 5,2^2 \cdot 10,4$ que resulta em $V_{cilindro} = 883,4661196722\text{ cm}^3$, ou seja, aproximadamente $0,883$ litros ou ainda 883 mililitros. Assim, para comprovar a conversão de cm^3 para litros os alunos usaram como referência $0,5$ litros e podemos observar os resultados obtidos na tabela 5.

Tabela 5 – Medidas do cilindro de acrílico obtidas pelos alunos

Grupo	Medida do raio do cilindro	Área da base	Altura para obter $V = 500 \text{ cm}^3$
1	5,3 cm	88,2 cm ²	5,6 cm
2	5,5 cm	92 cm ²	5,6 cm
3	5,1 cm	81,6 cm ²	6,1 cm
4	5,3 cm	88,2026 cm ²	5,66 cm

FONTE: Autor

O objetivo da atividade é manipular a expressão do volume do cilindro $V_{cilindro} = \pi \cdot r^2 \cdot h$ para obter outra expressão, em que a altura fique em função do raio do cilindro, usando $V_{cilindro} = 500 \text{ cm}^3$, ou seja, $h = \frac{500}{\pi \cdot r^2}$.

Após realizar os cálculos os alunos mediram a altura da água no cilindro de acrílico com 0,5 litros de água, ou seja, com 500 cm^3 obtendo $h = 5,8 \text{ cm}$ como podemos observar na fotografia 12, para na sequência comparar com os valores obtidos na tabela 5.

Fotografia 12 – Alunos medindo a altura da água para 500 cm^3 

Fonte: O autor

Nessa atividade os alunos puderam observar na prática que a transformação de cm^3 para litros é possível se utilizarem uma regra de três simples. De início, os alunos acharam estranho medir uma substância líquida em cm^3 ou ainda em m^3 . O professor citou como exemplo o consumo de água de uma residência que é medida pela empresa de distribuição por m^3 , e diante do comentário, os alunos relataram que não haviam observado esta medida de volume no talão de água de suas casas.

3.4.5 Atividade 5: Construindo uma Régua Graduada para um Balde de Transporte de Leite

Conhecimentos necessários: Cálculo de área do círculo, transformação de medidas, operação de multiplicação.

Materiais utilizados: Balde de inox, fita métrica, régua graduada em centímetros, isopor e folhas de EVA para construir a régua de medida de volume para cada balde, apenas de sua parte cilíndrica, cola, lápis, caneta, lousa e giz para demonstração de fórmulas e suas aplicações.

Desenvolvimento: a turma foi dividida em grupos, cada grupo construiu uma régua para o seu balde.

Na sequência os grupos compararam as régua construídas para cada balde para verificar se existia diferença entre as escalas de volume entre elas. As etapas com as devidas fórmulas foram expostas na lousa na forma de roteiro, como podemos notar na fotografia 13.

Fotografia 13 – Roteiro para construir a régua para cada balde



Fonte: O autor

Na primeira etapa os alunos mediram o comprimento da circunferência da base de cada balde com uma fita métrica, conforme podemos notar na fotografia 14. Na atividade 2 em que foi utilizado o barbante para obter a medida do comprimento da circunferência dos sólidos de acrílico pode-se constatar que houve divergência entre os dados coletados para um mesmo sólido, por esta razão, o uso da fita

métrica para conseguir os dados para a atividade a ser realizada. Os dados obtidos pelos alunos estão na tabela 6.

Fotografia 14 – Alunos medindo o comprimento da circunferência do balde



Fonte: O autor

Tabela 6 – Medidas das bases dos baldes de inox obtidas pelos alunos

Balde	Comprimento da circunferência	Medida do raio	Área da base	Altura para obter 1000 cm^3
1	99,1 <i>cm</i>	15,7722548 <i>cm</i>	781,515228 <i>cm</i> ²	1,2795655974 <i>cm</i>
2	99,4 <i>cm</i>	15,8200013 <i>cm</i>	786,254066 <i>cm</i> ²	1,2718535169 <i>cm</i>
3	99,1 <i>cm</i>	15,7722548 <i>cm</i>	781,515228 <i>cm</i> ²	1,2795655974 <i>cm</i>

Fonte: O autor

Para construir a régua, que é o objetivo final das atividades, os três grupos utilizaram $1,3 \text{ cm}$, fazendo uso da regra de arredondamento em casas decimais, para representar 1000 cm^3 , ou seja, 1 litro de volume em cada balde como podemos observar na fotografia 15.

Fotografia 15 – Régua pronta para cada balde



Fonte: O autor

Depois que cada grupo construiu sua régua eles fizeram uma comparação entre elas e notaram que mesmo tendo realizados os cálculos com baldes diferentes a escala utilizada para as régua foi a mesma, ou seja, para cada $1,3\text{ cm}$ obtém-se 1 litro. Após essa análise o professor indagou os educandos a respeito desse valor idêntico que foi prontamente respondido por um dos alunos que sinalizou que os baldes possuíam o comprimento da base igual nos baldes 1 e 3 e que no balde 2 a diferença para os demais era na primeira casa decimal e que isso afetaria pouco no cálculo.

Sendo assim, ao final dessa atividade os alunos puderam notar que para determinar a escala da régua não importa a altura do balde e sim o comprimento da circunferência da sua base.

Cabe ressaltar que o recipiente utilizado para transportar o leite é composto de um cilindro e de um tronco de cone, porém, a pesquisa foi realizada com foco no cilindro como recipiente principal, pois o cilindro é o sólido que está presente na maioria dos tanques de armazenamento nas fazendas produtoras de leite na região onde os alunos moram.

3.5 APLICAÇÃO DOS CONHECIMENTOS ADQUIRIDOS EM SALA NAS FAZENDAS DA REGIÃO

Depois de abordar as relações entre os objetos de trabalho das famílias do campo e os conteúdos de matemática da escola como área do círculo e volume do cilindro, o papel do professor deixou de ser passador da informação para ser o de facilitador, mediador, supervisor do aluno no processo de resolver um problema de matemática. Os alunos aplicaram todo o conhecimento em visitas a três fazendas produtoras de leite da região, que armazenam o leite em tanques de inox na forma cilíndrica. Uma situação de ensino foi estabelecida entre um grupo de alunos e o professor permitindo que os alunos construam e reconstruam algum conhecimento, como por exemplo, comprimento da circunferência, área do círculo e volume do cilindro.

Os alunos tiveram a oportunidade de fazer as medições necessárias para poder calcular o volume de cada um dos tanques em duas fazendas, visto que agora tinham o entendimento de volume de um recipiente. As dimensões do reservatório de leite da terceira propriedade visitada foram fornecidas pelo proprietário da fazenda, pois o reservatório tem *14* metros de altura o que inviabilizou a verificação de suas medições.

Para essa atividade os alunos foram distribuídos em três grupos, onde dois desses ficaram responsáveis por fazer as medições e o outro por fazer uma breve entrevista com os proprietários das fazendas.

Assim, antes de efetuar as medições os alunos se organizaram para ouvir o proprietário de cada fazenda, a fim de verificar com o mesmo a capacidade em litros dos tanques, bem como a maneira em que eles fazem essa mensura. Nas duas fazendas que foram realizadas as medições, os proprietários responderam que a capacidade do tanque é verificada com o auxílio de uma régua, sendo que a mesma foi adquirida junto com o tanque, dessa forma ela possui uma escala própria, podendo ser utilizada apenas nesse tanque.

Fazenda 1: O proprietário informou que a capacidade do tanque da fotografia 16 é de *3000* litros, ou seja, *3000000 cm³*.

Fotografia 16 – Alunos realizando as medições do tanque da fazenda 1



Fonte: O autor

Tabela 7 – Cálculo do volume do tanque da propriedade 1 com os dados coletados pelos alunos

Grupo	Altura	Espessura	Comprimento externo	Comprimento interno	Raio	Área	Volume
1	107,1 <i>cm</i>	5,8 <i>cm</i>	599 <i>cm</i>	593,2 <i>cm</i>	94,4 <i>cm</i>	27995,8 <i>cm</i> ²	2998356 <i>cm</i> ³
2	107 <i>cm</i>	5,7 <i>cm</i>	600 <i>cm</i>	594,3 <i>cm</i>	94,5 <i>cm</i>	28055,2 <i>cm</i> ²	3000190 <i>cm</i> ³

Fonte: O autor

Os alunos mediram a régua utilizada pelo produtor de leite para medir a volume diário de produção antes de carregá-lo no caminhão. Esse método é realizado nas fazendas 1 e 2 e na fazenda 3 o controle é feito pelo peso do caminhão aferido na empresa que compra essa produção.

Na fotografia 17 podemos observar a régua utilizada na fazenda 1 para medir o volume do tanque da fotografia 16.

Fotografia 17 – Alunos medindo a escala da régua utilizada no tanque da fazenda 1



Fonte: O autor

A régua da fotografia 17 teve sua escala construída em milímetros, dessa forma a empresa que a construiu disponibilizou para o proprietário uma tabela que traz a conversão de milímetros para litros como podemos observar na fotografia 18.

Fotografia 18 – Tabela de transformação de milímetros cúbicos para litros utilizada junto com a régua da fotografia 17

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	125,7	126,2	130,6	133,3	135,9	138,4	141,0	143,5	146,0	148,6
10	151,1	153,7	156,2	158,8	161,3	163,9	166,4	168,9	171,5	174,0
20	176,6	179,1	181,7	184,2	186,8	189,3	191,9	194,4	196,9	199,5
30	202,0	204,6	207,1	209,7	212,2	214,8	217,3	219,8	222,4	224,9
40	227,5	230,0	232,6	235,1	237,7	240,2	242,7	245,3	247,8	250,4
50	252,0	254,5	257,0	259,6	262,1	264,6	267,2	269,7	272,3	274,8
60	278,4	280,9	283,5	286,0	288,5	291,1	293,6	296,2	298,7	301,3
70	303,8	306,4	308,9	311,5	314,0	316,5	319,1	321,6	324,2	326,7
80	329,3	331,8	334,4	336,9	339,4	342,0	344,5	347,1	349,6	352,2
90	354,7	357,3	359,8	362,3	364,9	367,4	370,0	372,5	375,1	377,6
100	380,2	382,7	385,2	387,8	390,3	392,9	395,4	398,0	400,5	403,1
110	405,6	408,1	410,7	413,2	415,8	418,3	420,9	423,4	426,0	428,5
120	431,1	433,6	436,1	438,7	441,2	443,8	446,3	448,9	451,4	454,0
130	459,5	459,0	461,6	464,1	466,7	469,2	471,8	474,3	476,9	479,4
140	481,0	484,5	487,0	489,6	492,1	494,7	497,2	499,8	502,3	504,8
150	507,4	509,9	512,5	515,0	517,6	520,1	522,7	525,2	527,8	530,3
160	532,8	535,4	537,9	540,5	543,0	545,6	548,1	550,7	553,2	555,7
170	558,3	560,8	563,4	565,9	568,5	571,0	573,6	576,1	578,6	581,2
180	583,7	586,3	588,8	591,4	593,9	596,5	599,0	601,5	604,1	606,6
190	609,2	611,7	614,3	616,8	619,4	621,9	624,4	627,0	629,5	632,1
200	634,6	637,2	639,7	642,3	644,8	647,4	649,9	652,4	655,0	657,5
210	660,1	662,6	665,2	667,7	670,3	672,8	675,3	677,9	680,4	683,0
220	688,5	691,0	693,6	696,1	698,7	701,2	703,8	706,3	708,9	711,4
230	711,0	713,5	716,1	718,6	721,1	723,7	726,2	728,8	731,3	733,9
240	738,4	739,0	741,5	744,0	746,6	749,1	751,7	754,2	756,8	759,3
250	761,9	764,4	767,0	769,5	772,0	774,6	777,1	779,7	782,2	784,8
260	787,3	789,9	792,4	794,9	797,5	800,0	802,6	805,1	807,7	810,2
270	812,8	815,3	817,8	820,4	822,9	825,5	828,0	830,6	833,1	835,7
280	838,2	840,7	843,3	845,8	848,4	850,9	853,5	856,0	858,6	861,1
290	863,7	866,2	868,7	871,3	873,8	876,4	878,9	881,5	884,0	886,6
300	889,1	891,6	894,2	896,7	899,3	901,8	904,4	906,9	909,5	912,0
310	914,5	917,1	919,6	922,2	924,7	927,3	929,8	932,4	934,9	937,4
320	940,0	942,5	945,1	947,6	950,2	952,7	955,3	957,8	960,3	962,9
330	965,4	968,0	970,5	973,1	975,6	978,2	980,7	983,3	985,8	988,3
340	990,9	993,4	996,0	998,5	1001,1	1003,6	1006,2	1008,7	1011,2	1013,8
350	1016,3	1018,9	1021,4	1024,0	1026,5	1029,1	1031,6	1034,1	1036,7	1039,2
360	1041,8	1044,3	1046,9	1049,4	1052,0	1054,5	1057,0	1059,6	1062,1	1064,7
370	1067,2	1069,8	1072,3	1074,9	1077,4	1079,9	1082,5	1085,0	1087,6	1090,1
380	1092,7	1095,2	1097,8	1100,3	1102,9	1105,4	1107,9	1110,5	1113,0	1115,6
390	1118,1	1120,7	1123,2	1125,8	1128,3	1130,8	1133,4	1135,9	1138,5	1141,0
400	1143,6	1146,1	1148,7	1151,2	1153,8	1156,3	1158,8	1161,4	1163,9	1166,5
410	1169,0	1171,6	1174,1	1176,6	1179,2	1181,7	1184,3	1186,8	1189,4	1191,9
420	1194,5	1197,0	1199,6	1202,1	1204,6	1207,2	1209,7	1212,3	1214,8	1217,4
430	1219,9	1222,5	1225,0	1227,5	1230,1	1232,6	1235,2	1237,7	1240,3	1242,8
440	1245,4	1247,9	1250,4	1253,0	1255,5	1258,1	1260,6	1263,2	1265,7	1268,3
450	1270,8	1273,3	1275,9	1278,4	1281,0	1283,5	1286,1	1288,6	1291,2	1293,7
460	1296,2	1298,8	1301,3	1303,9	1306,4	1309,0	1311,5	1314,1	1316,6	1319,2
470	1321,7	1324,2	1326,8	1329,3	1331,9	1334,4	1337,0	1339,5	1342,1	1344,6
480	1347,1	1349,7	1352,2	1354,8	1357,3	1359,9	1362,4	1365,0	1367,5	1370,1
490	1372,6	1375,1	1377,7	1380,2	1382,8	1385,3	1387,9	1390,4	1392,9	1395,5
500	1398,0	1400,6	1403,1	1405,7	1408,2	1410,8	1413,3	1415,8	1418,4	1420,9
510	1423,5	1426,0	1428,6	1431,1	1433,7	1436,2	1438,8	1441,3	1443,8	1446,4
520	1448,9	1451,5	1454,0	1456,6	1459,1	1461,7	1464,2	1466,8	1469,3	1471,8
530	1474,4	1476,9	1479,5	1482,0	1484,6	1487,1	1489,7	1492,2	1494,7	1497,3
540	1499,8	1502,4	1504,9	1507,5	1510,0	1512,5	1515,1	1517,6	1520,2	1522,7
550	1525,3	1527,8	1530,4	1532,9	1535,4	1538,0	1540,5	1543,1	1545,6	1548,2
560	1550,7	1553,3	1555,8	1558,4	1560,9	1563,4	1566,0	1568,5	1571,1	1573,6
570	1578,2	1580,7	1583,3	1585,8	1588,3	1590,9	1593,4	1596,0	1598,5	1601,1
580	1601,6	1604,2	1606,7	1609,2	1611,8	1614,3	1616,9	1619,4	1622,0	1624,5

Fonte: O autor

Dessa forma, antes de carregar o leite no caminhão, o funcionário faz a medição da altura do leite presente no tanque de inox utilizando a régua da fotografia 17, na sequência ele utiliza a tabela para saber a quantidade de leite em litros que está enviando para fábrica e anota o valor em uma ficha de controle para posteriormente receber pela sua produção.

Fazenda 2: O proprietário informou que a capacidade do tanque da fotografia 19 é de *1000* litros, ou seja, *1000000 cm³*.

Fotografia 19 – Alunos realizando as medições do tanque da fazenda 2



Fonte: O autor

A tabela 8 apresenta os dados coletados pelos alunos na fazenda 2, bem como os cálculos desenvolvidos com as mesmas. Podemos observar que os dois grupos obtiveram um valor para o volume do tanque bem próximo ao informado pelo proprietário.

Tabela 8 – Cálculo do volume do tanque da fazenda 2 com os dados coletados pelos alunos

Grupo	Altura	Espessura	Comprimento externo	Comprimento interno	Raio	Área	Volume
1	75,7 cm	4 cm	411,2 cm	407,2 cm	64,8 cm	13194,8 cm ²	998852 cm ³
2	76 cm	3,8 cm	411,8 cm	408 cm	64,9 cm	13246,7 cm ²	1006755 cm ³

Fonte: O autor

Na fotografia 20 podemos observar a régua utilizada na fazenda 2 que possui uma escala de 3,1 centímetros para cada 40 litros de leite, assim ela tem 77,5 cm de comprimento sendo divididos em 25 partes iguais conforme a escala citada. Dessa forma, essa régua fornece o volume diretamente em litros dispensando a conversão de milímetros cúbicos para litros.

Fotografia 20 – Alunos medindo a escala da régua utilizada no tanque da fazenda 2



Fonte: O autor

Os cálculos dessa atividade foram realizados pelos alunos em sala de aula, que puderam comparar o valor obtido para o volume dos tanques com as informações coletadas junto aos proprietários das fazendas 1 e 2. Isso resultou em uma convergência, assim os educandos concluíram que a régua utilizada para aferir o volume de ambos os tanques está correta, cumprindo assim com o objetivo da pesquisa proposta pelo professor.

Fazenda 3: Essa propriedade, segundo um dos sócios, é a segunda maior produtora de leite do Brasil, que para armazenar sua produção diária é necessário um tanque que possui 14 metros de altura o que podemos observar na fotografia 21. Os alunos por questão de segurança, não puderam realizar as medições do tanque, assim o proprietário forneceu todas as medidas que podem ser observadas na tabela 9.

Tabela 9 – Dimensões do silo de armazenamento de leite da fazenda 3

Diâmetro externo	Diâmetro interno	Raio	Área da base	Altura	Volume
3,1m	2,95m	1,474m	6,83m ²	14m	95,688m ³

Fonte: Proprietário da fazenda 3

Fotografia 21 – Silo reservatório de leite da fazenda 3



Fonte: O autor

Nessa propriedade além dos alunos verificarem que o tanque para o armazenamento da produção de leite é no formato de um cilindro e aplicar os conhecimentos para o cálculo do volume, também tiveram a oportunidade de conhecer todo o ambiente da fazenda. Começaram observando a alimentação dos quase dois mil animais, o local de confinamento dos mesmos, o carrossel utilizado para fazer a ordenha, o berçário onde ficam os novilhos, o hospital onde são

tratadas as vacas com alguma doença, os espaços de armazenamento dos alimentos dos animais, o laboratório onde são separados os embriões e até mesmo uma inseminação artificial realizada por um veterinário.

3.6 DISCUSSÃO DAS ATIVIDADES REALIZADAS

Adotamos uma situação de investigação organizada e composta por uma sequência de atividades para a compreensão dos conceitos de comprimento da circunferência, área do círculo e volume do cilindro, a fim de dar condições ao aluno para resolver o problema.

As atividades foram planejadas e desenvolvidas com o intuito de tornar os educandos sujeitos ativos no processo de ensino-aprendizagem. Na situação de ação, os alunos são desafiados e agem de acordo com o que sabem, surgindo um conhecimento não formulado matematicamente pelo professor. No estudo do comprimento da circunferência, um barbante serviu para medir o seu contorno, e a régua o seu diâmetro para na sequência efetuar uma divisão entre esses valores. Simulações foram feitas com o objetivo de comparação entre o comprimento da circunferência e o diâmetro, que levaram os alunos a formular que o comprimento da circunferência é o produto do diâmetro por π , ou seja, $C = 2 \cdot \pi \cdot r$.

Com relação à determinação da área do círculo a partir de uma figura semelhante a um paralelogramo de dimensões ($\pi \cdot r$ e r) formado pela justaposição dos setores (quase triângulos) os alunos compreenderam com facilidade a determinação da fórmula da área do círculo.

A aplicação das fórmulas para o cálculo do volume de um cilindro, em uma situação real, no caso nas fazendas, foi importante para que os alunos colocassem em prática todo o conhecimento adquirido na sala de aula. Além disso, puderam verificar como a matemática está presente na tecnologia, uma vez que tiveram a oportunidade de visitar uma fazenda produtora de leite em que todo o seu processo é automatizado.

A partir das atividades desenvolvidas para a pesquisa, pudemos analisar como se estabelece a organização do conhecimento entre professor e aluno e como acontece à passagem da linguagem natural para a linguagem matemática.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A leitura permite observar pesquisas que destacam a importância do aluno ser o personagem principal no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos da matemática, porém, na prática pouco se verifica e ao aluno resta a função de executar os procedimentos estabelecidos pelo professor.

De início, pudemos conhecer as atividades de trabalho realizadas pelas famílias dos alunos e identificar os conteúdos de matemática presentes dentre as mesmas. Sobre a matemática, percebeu-se que os alunos e famílias reconhecem a aplicação dos conteúdos em suas práticas. O questionário, a informação direta coletada, possibilitou ao professor um estudo contextualizado com exemplos concretos da realidade dos alunos na busca de dados, modelos e estratégias do problema de pesquisa.

Deste modo, a Educação no Campo pode contar com uma metodologia diferenciada daquela empregada nas escolas em geral. Os educandos inseridos no ambiente do campo possuem conhecimentos específicos com a vida no campo, sendo assim possível se ter uma educação transformadora que busque tornar o aluno sujeito da ação no processo de ensino-aprendizagem.

A condução na construção do conhecimento ao usar uma tendência metodológica, como a Modelagem Matemática, proporcionou a busca de modelos matemáticos e possibilitou a simulação de várias situações onde os alunos descobriram o valor numérico aproximado de π , o comprimento da circunferência, a área do círculo e, por fim, o volume do recipiente cilíndrico. Tornaram-se conscientes dos elementos que constituem um recipiente no formato cilíndrico para armazenar o leite e das formas como conseguiram a aprendizagem dos conceitos de perímetro e área do círculo para poder calcular o volume do cilindro.

Ao longo da execução do trabalho, na condição de pesquisador, pudemos observar que os alunos mostraram atenção, entusiasmo e motivação no desenvolvimento das atividades propostas, permitindo um amadurecimento individual e em grupo dos alunos submetidos a este tipo de ensino contextualizado. Foi concedida aos alunos a oportunidade de aprender conceitos e conteúdos matemáticos de modo significativo, participando e compreendendo de verdade, diferentemente de um aprender mecânico e com repetição, de resolver problemas sem saber por que faz e sem saber interpretar os resultados.

Acreditamos que os resultados de todo este estudo indicam que os alunos precisam desenvolver certas capacidades para então, serem capazes de utilizar e compreender as fórmulas para o cálculo da área do círculo e do volume do recipiente cilíndrico. Quando na etapa do cálculo do volume do recipiente cilíndrico que tiveram que calcular a área da base e multiplicar o valor pela altura é que compreenderam a importância do uso da régua graduada utilizada para conseguir o volume do balde cilíndrico. Os alunos, motivados pelo tema abordado, visitaram fazendas nas proximidades e puderam colocar em prática todo o conhecimento adquirido.

O docente deve estar preparado, organizar um planejamento para novas possibilidades de interação e participação dos alunos. Daí a necessidade de trabalhar os conteúdos matemáticos por meio de tendências metodológicas como a Modelagem Matemática e Resolução de Problemas. O objetivo proposto no trabalho foi alcançado, pois conseguimos levar uma forma diferente de ensino para uma escola do campo. Os alunos que se envolveram neste trabalho relataram a preferência por aprender por meio de atividades deste tipo, desejando que outros assuntos de matemática sejam desenvolvidos desta forma ao invés de decorar fórmulas pelo método tradicional.

REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n.55, p. 1-19, jul./dez. 2009.
- BASSANEZI, R. C. **Modelagem como estratégia metodológica no ensino da matemática**. Boletim de Educação da SBMAC, São Paulo: IMECC/Unicamp, 1994.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2004.
- BASSANEZI, R. C.; BIEMBENGUT, M. S. Modelação matemática: uma alternativa para o ensino aprendizagem de matemática em cursos regulares. **Bol. Informativo do Dep. Matem**, Blumenau, v.10, n.33, p. 1-5, maio 1995.
- BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática**. Blumenau: FURB, 1999.
- CANDAU, V. M. **A Didática em Questão**. 17. ed. Petrópolis: Vozes, 1999.
- DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. São Paulo: Ática, 1991.
- DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática: 1ª a 5ª series**. 12. ed. São Paulo: Ática, 2000.
- EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução de Hygino H. D. Campinas: Unicamp, 2004.
- FITA, E. C; TAPIA, J. A. **A motivação em sala de aula: o que é, como se faz**. São Paulo: Loyola, 2006.
- FREIRE, P.; SHOR, I. **Medo e ousadia: O cotidiano do professor**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1986.
- FREIRE, P. **Educação e Mudança**. 23. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1979.
- IMENES, L. M. **Um estudo sobre o fracasso do ensino e da aprendizagem matemática**. São Paulo: FNBECC, 1987.
- KRAMER, S. **Com a pré-escola nas mãos: Uma proposta curricular**. São Paulo: Ática, 1989.
- MASETTO, M. T. **Competência Pedagógica do Professor Universitário**. São Paulo: Summus, 2003.

MIGUEL, J. C. **O ensino de Matemática na perspectiva da formação de conceitos:** implicações teórico-metodológicas. Editora UNESP 1 edição, 2005.

PAES, L. C. **Didática da Matemática:** Uma análise da influência francesa. Coleção: Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares Públicas do Estado do Paraná – Matemática.** Curitiba: SEED, 2008.

POLYA, G. O Ensino por meio de problemas. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo: SBM, n. 7, p. 11-16, 1985.

REBOUL, O. **O que é Aprender.** Coimbra, Portugal: Livraria Almedina, 1982.

RESENDE, L. M. G; VEIGA, I. P. **Escola:** espaço do projeto político- pedagógico. Campinas: Papirus, 1998.

SAVIANI, D. **Educação:** do senso comum à consciência filosófica. São Paulo: Cortez/Autores Associados, 1987.

APÊNDICE A – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA DIREÇÃO DA ESCOLA

	Universidade Estadual de Ponta Grossa	 PROFMAT
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA-PROFMAT Mestrando: Rafael Fernandes de Lara Cordeiro Orientadora: Professora Dr ^a Marli Terezinha Van Kan		

À direção da Escola Estadual Professora Darlene de Jesus Pissaia Moreira

Eu, Rafael Fernandes de Lara Cordeiro, aluno do mestrado acima citado venho à presença de Vossa Senhoria para:

REQUERER:

Autorização para realizar uma pesquisa através da coleta de dados por meio de um questionário com os alunos, seus pais ou responsáveis. **O objetivo do estudo é identificar um ou mais conteúdos matemáticos presentes nas atividades das famílias do campo, os quais servirão de base para a elaboração da dissertação.** Solicito ainda a permissão para a divulgação desses resultados e suas respectivas conclusões, em forma de pesquisa, preservando sigilo e ética.

Nestes Termos

Pede Deferimento

Carambeí, 11 de junho de 2019.

Vera Lúcia Cardoso
 Res: 741/2016 - DOE: 04/03/2016
 Diretora

Professora Vera Lucia Cardoso – Diretora

Esc. Est. Darlene de J. P. Moreira
 Catanduvas de Fora - Limpo Grande
 Cep 84145-000 - Fone: (42) 99132-7203
 e-mail: cbqdarlenemoreira@seed.pr.gov.br

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS, SEUS PAIS OU RESPONSÁVEIS

	<p>Universidade Estadual de Ponta Grossa</p>	 PROFMAT
<p>UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA-PROFMAT Mestrando: Rafael Fernandes de Lara Cordeiro Orientadora: Professora Dr^a Marli Terezinha Van Kan</p>		

Prezados Pais.

Sou Rafael Fernandes de Lara Cordeiro, mestrando do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Estadual de Ponta Grossa, Paraná.

Para contribuir com a minha dissertação, estamos fazendo um levantamento de dados sobre as atividades de trabalho realizadas no campo, por meio de um questionário. O objetivo do trabalho é identificar os conteúdos de matemática presentes dentre as atividades de trabalho realizadas no campo.

As informações coletadas neste questionário serão objetos de estudo para o desenvolvimento de uma dissertação e será preservado o anonimato dos respondentes, bem como o local onde trabalham. O questionário poderá ser respondido pelos pais com os filhos, alunos da escola.

A sua participação é muito importante!

- 1) Você considera que a Matemática está presente no dia a dia de trabalho no campo? O que você sugere como exemplo?
- 2) Qual é a atividade de trabalho no campo da sua família?
- 3) Em sua opinião, a atividade desenvolvida por você requer o conhecimento da Matemática? De que forma isto pode acontecer?
- 4) O conhecimento de Matemática que seu filho tem na escola é útil para que possa viver no campo? De que maneira?
- 5) Você aluno consegue identificar um conteúdo de matemático no trabalho do campo? Qual?
- 6) Você aluno pretende continuar no campo ou pretende buscar conhecimento na cidade?
- 7) Futuramente, na profissão escolhida, você acha que precisará de conhecimentos de Matemática?

**APÊNDICE C – DEMONSTRAÇÃO DAS FÓRMULAS DAS ÁREAS DE
POLÍGONOS REGULARES E DO CÍRCULO**

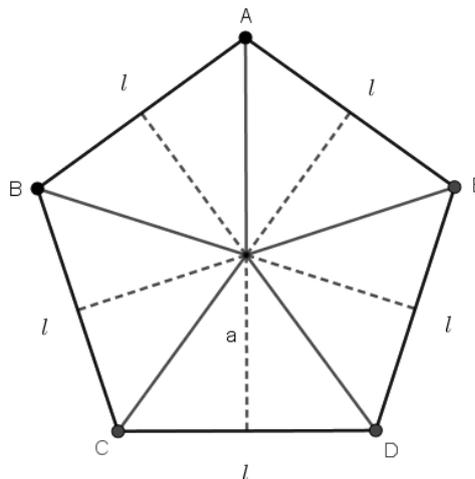
ÁREA DE POLÍGONOS REGULARES

Com o objetivo de demonstrar a fórmula para o cálculo da área do círculo, vamos utilizar as fórmulas para calcular as áreas dos polígonos regulares, partindo do pentágono regular, passando pelo hexágono regular para na sequência generalizar para um polígono regular com n lados. Esse processo é abordado no livro didático da coleção, Matemática Compreensão e Prática de autoria de Ênio Silveira, que os alunos utilizaram durante o ano letivo.

FÓRMULA DA ÁREA DO PENTÁGONO REGULAR

Considere o pentágono ABCDE, representado na figura 2.

Figura 2 – Pentágono regular dividido em cinco triângulos congruentes



Fonte: O autor

Observe que o pentágono ABCDE foi decomposto em cinco triângulos congruentes, sabemos que a área do triângulo pode ser calculada pela equação:

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{b \cdot h}{2}, \quad (1)$$

onde b é a medida da base do triângulo e h é a medida da altura do triângulo. Aplicando a equação (1) nos triângulos do pentágono da figura 2 onde temos $b = l$ e $h = a$ obtemos:

$$A_{\text{pentágono}} = 5 \cdot \frac{l \cdot a}{2}. \quad (2)$$

O segmento de medida a é o apótema do polígono. Apótema é o segmento do centro do polígono até o ponto médio do lado do polígono. Podemos reescrever a equação (2) da seguinte maneira:

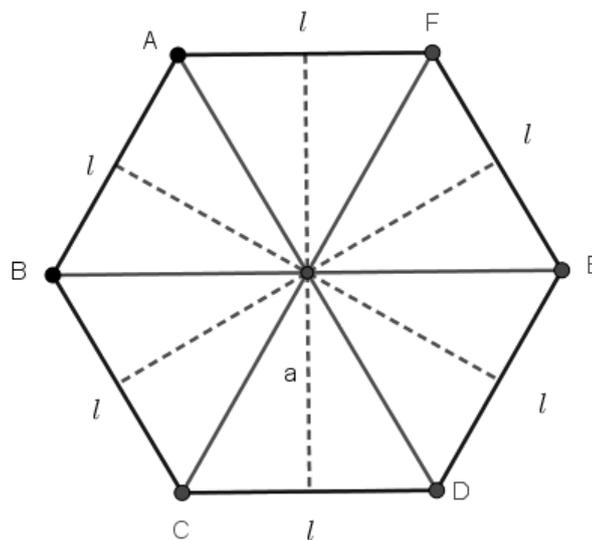
$$A_{\text{pentágono}} = 5 \cdot l \cdot \frac{a}{2}. \quad (3)$$

A equação (3) é a fórmula para calcular a área de um pentágono regular, de perímetro $5 \cdot l$.

FÓRMULA DA ÁREA DO HEXÁGONO REGULAR

Considere o hexágono ABCDEF, representado na figura 3.

Figura 3 – Hexágono regular dividido em seis triângulos congruentes



Fonte: O autor

Observe que o hexágono ABCDEF foi decomposto em seis triângulos congruentes. Aplicando a equação (1) nos triângulos do hexágono da figura 3 obtemos:

$$A_{\text{hexágono}} = 6 \cdot \frac{l \cdot a}{2}. \quad (4)$$

Ou ainda podemos reescrevê-la da seguinte maneira:

$$A_{\text{hexágono}} = 6 \cdot l \cdot \frac{a}{2}. \quad (5)$$

Note que a equação (5) é a fórmula para calcular a área de um hexágono regular, observe ainda que $6 \cdot l$ é igual à medida do seu perímetro.

FÓRMULA DA ÁREA DE UM POLÍGONO REGULAR DE N LADOS

O procedimento anterior pode ser aplicado a um polígono regular de n lados:

$$A_{\text{polígono de } n \text{ lados}} = n \cdot \frac{l \cdot a}{2}. \quad (6)$$

Ou ainda podemos reescrever a equação (6) da seguinte maneira:

$$A_{\text{polígono de } n \text{ lados}} = n \cdot l \cdot \frac{a}{2}. \quad (7)$$

A equação (7) é a fórmula para calcular a área de um polígono regular de n lados e temos que $n \cdot l$ é igual à medida do seu perímetro.

FÓRMULA DA ÁREA DO CÍRCULO

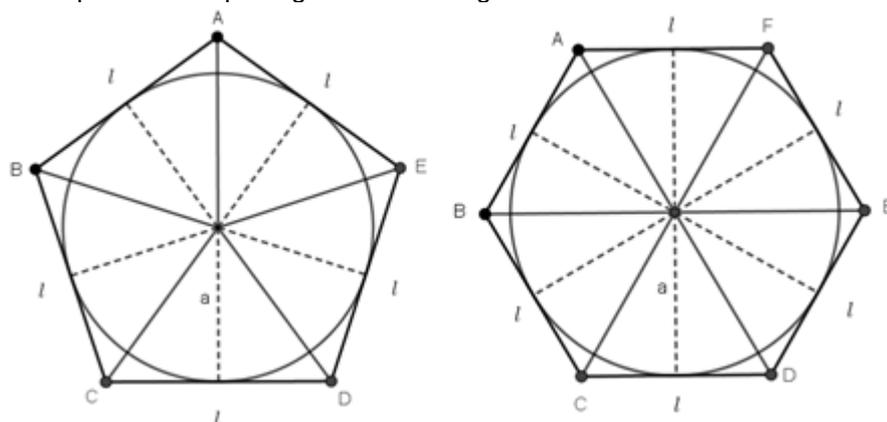
Para calcular a área de um círculo utilizamos a seguinte fórmula:

$$A_{\text{círculo}} = \pi \cdot r^2. \quad (8)$$

Para demonstrar a fórmula da equação (8) utilizaremos polígonos circunscritos em uma circunferência e, além disso, uma ideia intuitiva de limites.

Observe na figura 4 que ao desenhar uma circunferência inscrita no pentágono ABCDE e no hexágono ABCDEF, a medida do raio é igual à medida dos apótemas dos polígonos. Para um polígono regular de n lados, também podemos observar que o apótema e o raio coincidem.

Figura 4 – Apótemas do pentágono e do hexágono coincidem com os raios dos círculos

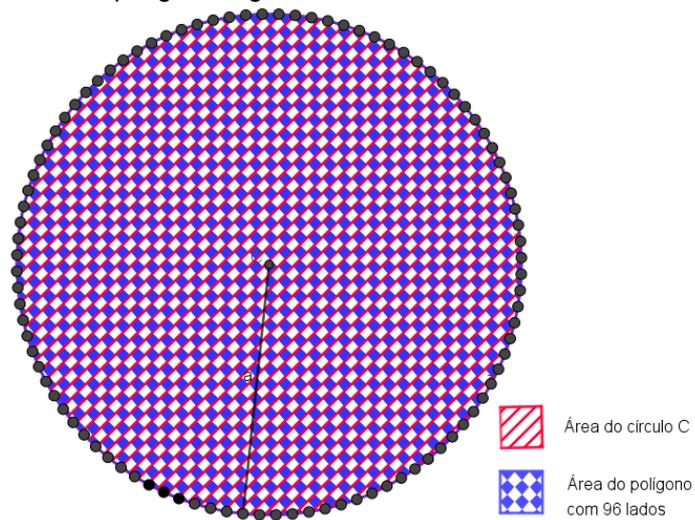


Fonte: O autor

Dessa forma utilizando o software Geogebra desenhamos uma circunferência inscrita em um polígono de 96 lados, polígono usado por Arquimedes para obter uma aproximação para a área do círculo. Na ocasião, Arquimedes utilizou

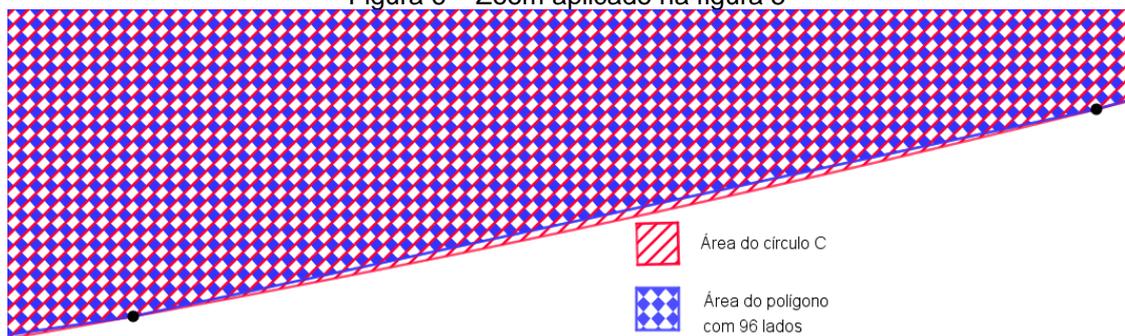
um polígono inscrito e um circunscrito de mesmo número de lados em um círculo, buscando assim limitar a área do círculo entre dois valores, a área do polígono inscrito e a área do polígono circunscrito. Podemos observar que as áreas ocupadas pelo círculo e pelo polígono de 96 lados parecem ser a mesma, porém ao aplicar um zoom na figura 5 notamos que a área do círculo é maior que a do polígono de 96 lados, como podemos observar na figura 6. A escola não possui laboratório de informática. Essas atividades foram desenvolvidas pelo professor na sala de aula e acompanhadas pelos alunos no data show.

Figura 5 – Área de um polígono regular de 96 lados e de um círculo inscrito no mesmo



Fonte: O autor

Figura 6 – Zoom aplicado na figura 5



Fonte: O autor

Portanto, para chegar mais próximo da área do círculo utilizando a área de um polígono circunscrito, precisamos aumentar o número de lados do polígono. Considerando que o número de lados seja muito grande ainda assim a área do círculo será maior que a do polígono.

Para resolver esse problema, podemos utilizar uma ideia intuitiva de limite, pois quanto maior for o número de lados do polígono circunscrito mais próxima a sua área ficará da área do círculo.

DEMONSTRAÇÃO DA FÓRMULA DA ÁREA DO CÍRCULO

Para a demonstração utilizaremos os conhecimentos obtidos nas atividades desenvolvidas anteriormente. Os alunos já sabem que o número π é igual à razão entre o perímetro de um círculo pelo seu diâmetro

$$\pi = \frac{C}{D} = \frac{C}{2r}, \quad (9)$$

ou seja

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r, \quad (10)$$

onde C é a medida do perímetro do círculo, ou da sua circunferência, e r é a medida do seu raio.

Segundo Eves (2004), umas das primeiras tentativas de calcular o valor de π foi atribuída ao matemático Arquimedes que em sua obra *A medida de um círculo*, utilizou polígonos regulares inscritos e circunscritos em um círculo. Inicialmente Arquimedes utilizou um hexágono regular, na sequência subdividiu os seus lados até obter um polígono regular com 96 lados. Esse procedimento ficou conhecido como método da exaustão em que o matemático buscou limitar superior e inferiormente a área do círculo. Vamos retomar agora a equação obtida anteriormente que resulta na fórmula para calcular a área de um polígono regular de n lados.

$$A_{\text{polígono de } n \text{ lados}} = n \cdot l \cdot \frac{a}{2}. \quad (7)$$

Note que $n \cdot l$ é igual ao perímetro de um polígono de n lados e quanto maior for o valor de n teremos que:

$$n \cdot l \cong C. \quad (11)$$

Ou seja, quanto maior for n o perímetro do polígono ficará mais próximo do comprimento do círculo. Dessa forma aplicando o *limite* e fazendo n tender ao infinito, ou seja, considerar n suficientemente grande na equação (11) teremos:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot l = C \quad (12)$$

Da mesma maneira quanto maior for o valor de n na equação (7) teremos que:

$$A_{\text{círculo}} \cong A_{\text{polígono de } n \text{ lados}} \quad (13)$$

Assim aplicando o *limite* e fazendo n tender ao infinito na equação (7) teremos:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot l \cdot \frac{a}{2} = C \cdot \frac{a}{2} \quad (14)$$

Como a medida do apótema de um polígono circunscrito a um círculo é igual à medida do raio do mesmo, escrevemos:

$$a = r \quad (15)$$

Agora substituindo as equações (10) e (15) na (14) obtemos:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot l \cdot \frac{a}{2} = C \cdot \frac{a}{2} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{r}{2} = \pi \cdot r^2 = A_{\text{círculo}} \quad (16)$$

Logo, $A_{\text{círculo}} = \pi \cdot r^2$ é a fórmula para calcular a área do círculo de raio r .