UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO - UEMA

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PPG

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM

REDE NACIONAL - PROFMAT

RAFAEL CHAVES DA LUZ

O ENSINO DE ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL, UTILIZANDO A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS À LUZ DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

São Luís - MA

2020

RAFAEL CHAVES DA LUZ

O ENSINO DE ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL, UTILIZANDO A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS À LUZ DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Matemática do Ensino Básico.

Orientador: Prof. Dr. Raimundo J. Barbosa Brandão.

São Luís – MA
2020

RAFAEL CHAVES DA LUZ

O ENSINO DE ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL, UTILIZANDO A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS À LUZ DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Estadual do Maranhão (UEMA), como parte dos requisitos para obtenção do título de mestre em matemática.

Aprovada em: 22 / 05 / 2020

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Raimundo José Barbosa Brandão (Orientador)
Universidade Estadual do Maranhão (UEMA)

Prof. Dr. Sérgio Nolêto Turibus (Examinador Interno)
Universidade Estadual do Maranhão (UEMA)

Prof. Dr. Raimundo Luna Neres (Examinador Externo)
Universidade Federal do Maranhão (UFMA)

Luz, Rafael Chaves da.
O ensino de álgebra no ensino fundamental utilizando a resolução de problemas à luz dos registros de representação semiótica / Rafael Chaves da Luz. – São Luís, 2020.

68 f

Dissertação (Mestrado) – Curso de Matemática, Universidade Estadual do Maranhão, 2020.

Orientador: Prof. Dr. Raimundo José Barbosa Brandão.

1.Ensino da álgebra. 2.Matemática. 3.Semiótica. I.Título

CDU: 512:373.3

Elaborado por Giselle Frazão Tavares - CRB 13/665

A Deus.
À minha família.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelo dom da vida, por permitir superar todos os obstáculos que apareceram durante o período de estudo e pela oportunidade de concretizar este trabalho com saúde e paz.

Ao meu orientador, prof. Dr. Raimundo José Barbosa Brandão, pela atenção e ajuda na orientação e organização dos conceitos matemáticos deste trabalho, acompanhando-me em todas as etapas de forma segura e objetiva.

Ao prof. Dr. João Coelho, que com muita dedicação coordenou o curso PROFMAT, pela sua amizade e seu apoio durante essa pós-graduação.

À equipe de professores da UEMA/PROFMAT, por ter contribuído para minha formação acadêmica durante a pós-graduação.

Aos professores da banca examinadora, pela contribuição para melhoria deste estudo.

À secretária do curso PROFMAT, Ananda, pelo grande incentivo e apoio.

Aos colegas de turma, que sempre motivaram e ajudaram colaborando com os estudos. As nossas discussões ao longo desse período foram muito valiosas!

Aos meus familiares, por terem me ajudado nesta caminhada, contribuindo na concretização do mestrado e realização pessoal.

Agradeço ainda o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001, que possibilitou concluir o mestrado.

A Matemática é o alfabeto com
o qual Deus escreveu o Universo.

Galileu Galilei

RESUMO

A Álgebra permite encontrar soluções para determinadas situações problemas do dia a dia. Este estudo aborda os registros de representação semiótica no ensino de Álgebra a partir da resolução de problemas, tem como objetivo discutir as contribuições desses registros no nono ano do ensino fundamental. Destaca-se a importância do modo como os conceitos inicias de Álgebra têm sido construídos e a necessidade de promover reflexões aos professores sobre a metodologia de ensino por resolução de problemas para alcançar resultados relevantes no desenvolvimento da capacidade de compreensão de conceitos matemáticos. A pesquisa apresenta natureza qualitativa com intervenção. Foi realizada em uma escola pública estadual no município de São Miguel, estado do Tocantins, com intuito de investigar a aprendizagem dos alunos no uso didático da conversão, ou seja, da mudança de um registro em outros registros e, tratamento, que consiste numa operação dentro do próprio registro. O estudo permitiu verificar as dificuldades dos estudantes no aprendizado da Álgebra e de suas representações, bem como as da sua aplicação no dia a dia. Além disso, a Álgebra é um ramo da matemática intrinsicamente ligado à geometria que é necessário em demonstrações e tecnologias. Com isso, pôde-se levar adiante a reflexão quanto às metodologias utilizadas pelos professores, contribuindo para uma interlocução criativa que permitisse o avanço na direção dos objetivos que se propõe o ensino da Álgebra. Os dados foram analisados por tratamento estatístico, com auxílio do software de planilha eletrônica Microsoft Excel.

Palavras-chave: Ensino da álgebra. Matemática. Semiótica.

ABSTRACT

Algebra allows us to find solutions to certain problem situations in our daily lives. Thus, this work that addresses semiotic representation records in algebra teaching, through problem solving, aims to discuss the contributions of semiotic representation records in the ninth grade of elementary school in algebra learning, by solving problems. It highlights the importance of the way that the initial concepts of Algebra have been constructed and the need to promote reflections in teachers on the teaching methodology through Problem Solving to achieve relevant results in their classrooms, as well as the development of ability to understand future mathematical concepts. The research has a qualitative nature with intervention, was carried out in a state public school in the city of São Miguel, state of Tocantins, with the aim of investigating the students' learning in the didactic use of the conversion and treatment of records. The study made it possible to verify the students' difficulties in learning algebra and its representations, as well as their difficulties in applying it daily. In addition, algebra is a branch of mathematics intrinsically linked to geometry, as it is necessary in demonstrations and technologies. Thus, it is possible to carry on the reflection on the methodologies used by the teachers, contributing to a creative dialogue, which allows the progress towards the objectives proposed by the teaching of algebra. The data were analyzed by statistical treatment and with the help of Microsoft Excel.

Keywords: Algebra teaching. Mathematics. Semiotics,

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

INPE – Instituto Nacional de Pesquisa Espaciais

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais

MEC – Ministério da Educação

OCDE – Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PISA – *Programme for International Student Assessment*

PNUD – Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento

UEMA – Universidade Estadual do Maranhão

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Os conceitos de objetos matemáticos passaram por um processo de evolução desde o princípio da humanidade até os dias atuais. A álgebra tem papel fundamental no estudo de funções que é um dos objetos matemáticos que ao longo do tempo passou por várias concepções, se tornando um em um objeto matemático com conceito polissêmico. a propósito desta afirmação,

Para Rossini (2006):

> [...] os formadores de professores deveriam modificar suas práticas para o ensino e a aprendizagem de função, não mais seguindo o roteiro padrão dos livros, que partem de uma definição, mas pela construção coletiva de uma organização matemática, levando em consideração as diferentes concepções desse conceito que surgiram ao longo de sua história. Ao longo do tempo, os primeiros conceitos surgiram pela necessidade de o homem compreender os fenômenos da natureza em seu entorno. À medida que homem evoluía, as concepções dos objetos matemático também iam ganhando novas configurações. (ROSSINI, 2006, p. 337):

Com a necessidade de representar quantidades, surgiu a álgebra simbólica. No tempo de Euclides, aproximadamente 3000 a.C., a álgebra simbólica estava distante de ser inventada, por isso os matemáticos da época usavam construções geométricas para estudar as equações.

Por volta do ano 400 d. C., uma ideia simples e audaciosa do matemático Diofanto de Alexandria, iria começar a mudar todo o aspecto da Matemática: começavam a surgir os primeiros símbolos matemáticos, inicialmente na forma de abreviação de palavras (BOYER, 1996).

A comunicação matemática ao longo do tempo, por meio de símbolos e outras maneiras de representação, têm contribuído para a sua difusão, o seu desenvolvimento e sua aplicação nos diversos ramos do conhecimento humano, pois a linguagem é fundamental para a comunicação humana.

A linguagem exerce um papel fundamental no ensino sistematizado, uma vez que ensinar implica desenvolver processos de comunicação sobre o conhecimento acumulado das diferentes áreas, envolvendo professores e alunos. Por meio de explicações orais, estudos e produção de textos, diálogos e debates, possibilita-se a elaboração de conceitos e a compreensão de princípios e procedimentos de cada componente curricular. De acordo com Castro (2001), os processos de comunicação incluem os processos de ensino, não sendo possível ensinar sem realizar processos comunicativos. No entanto, a relação entre a matemática e a linguagem é bem maior que essa constatação sobre o processo de ensino. Para ampliarmos o debate, dois aspectos merecem ser ressaltados: a relação entre a Matemática e a língua materna e a compreensão da Matemática enquanto uma linguagem. Para saber o que é um objeto matemático é necessário inicialmente compreender o significado de seu conceito, suas propriedades, aplicações e transitar entre os diversos tipos de representações (AZEVEDO e REGO, P.159).

A importância da compreensão dos conceitos algébricos iniciais dá a base para a formação de diversos conceitos algébricos futuros, e quando não trabalhados o suficiente é provável que o baixo rendimento no ensino da álgebra se prolongue, constituindo um fator importante na dificuldade de aprendizagem de outros conceitos da Matemática. Além disso, o estudo da álgebra possibilita o estudo da geometria e suas demonstrações, bem como a resolução de equações complexas, padronização de fractais e ainda na evolução das tecnologias com algoritmos computacionais.

Os conceitos algébricos aprendidos no Ensino Fundamental serão utilizados até o final do Ensino Médio do nível escolar básico e muitas vezes também no ensino superior em determinadas disciplinas. Assim, é importante e necessário que o aluno consiga apropriar-se desses conceitos para que possa aplicá-los nas mais diversas situações que surgirão ao longo de sua caminhada acadêmica e posterior estrada da vida.

Para Schneider (2013):

> os conceitos algébricos iniciais são as bases para a formação de diversos conceitos algébricos posteriores, e quando não são trabalhados o suficiente, é provável que o déficit no ensino da Álgebra se prolongue, constituindo um fator importante na dificuldade de aprendizagem de outros conceitos da Matemática (SCHNEIDER, 2013, p. 11).

Esta investigação se justifica pelo fato de nas últimas décadas o processo de ensino e aprendizagem de Matemática ter sido motivo de preocupação por parte dos governantes, professores e pesquisadores, em virtude de os estudantes, em geral de todos os níveis de escolaridade, demonstrarem dificuldade de compreensão dos conteúdos relacionados a esse componente curricular. Os alunos chegam ao Ensino Médio com dificuldade de compreensão de determinados conceitos geométricos e algébricos, em especial da álgebra, que é alvo deste estudo.

Além disso, esta pesquisa busca subsídios que poderão ser utilizados pelos docentes de Matemática, para que possam compreender quais as dificuldades observadas e quais os pontos relevantes que precisam de mais enfoque no momento de desenvolver determinados conceitos algébricos, podendo, assim, buscar suporte e formas diferenciadas de sanar e preencher tais lacunas, contribuindo para uma melhor construção do conhecimento.

O trabalho está dividido em cinco seções para melhor organizar as ideias apresentadas, iniciando com a introdução na primeira seção. A segunda seção aborda a educação matemática; a formação do professor; a inserção das tecnologias no processo de formação; a álgebra e os registros de representação semiótica. A terceira seção descreve os procedimentos metodológicos e a quarta traz os resultados e a discussão. A quinta seção encerra o estudo com as considerações finais.

2 ENSINO DA MATEMÁTICA

A educação tem a finalidade formar os indivíduos para a cidadania e assegurar a transmissão de conhecimento. O investimento educativo é, portanto, inerente a todos e essencial para o desenvolvimento econômico e social em longo prazo.

Ao longo da história, a educação passou por grandes transformações em sua metodologia e também na forma de transmissão e assimilação de conhecimento. De origem burguesa, religiosa e extremamente ligada à história política do país, a educação vem se fazendo cada vez mais presente na sociedade.

Para Terra (2004), qualquer proposta de mudança deve ser orientada a perceber os condicionantes ideológicos que a cerca, realizando uma leitura crítica das proposições para evitar reforçar modismos pedagógicos ou atender a princípios legais que surgem de forma verticalizada, de cima para baixo. Esses princípios, longe de prestarem esclarecimentos e ajudarem na construção de propostas criativas e críticas, acabam confundindo e influenciando negativamente o trabalho docente.

De acordo com Nunes e*t al* (2005), o ensino da matemática se dava de forma pragmática na Aritmética e na Álgebra com uma sucessão de regras e fórmulas, o que não ocorria com a geometria, que era ensinada de forma dedutiva, pois era considerada uma disciplina que ensinava a pensar.

O ensino da matemática ainda é marcado pela tradição tecnicista. A propósito dessa ideia, para gomes e rodrigues (2014):

> “O foco do processo de ensino e aprendizagem passaram a ser os recursos e as técnicas de ensino (...) proporcionando ao aluno a capacidade de resolver exercícios e determinados problemas-padrão, porém no sentido mais mecânico e repetitivo” (GOMES e RODRIGUES, 2014, pp. 59-60).

A Matemática tem um valor formativo, que interfere na sistematização do pensamento e agiliza o raciocínio dedutivo do aluno. Também é uma ferramenta que serve para a leitura e compreensão dos problemas da vida cotidiana, relacionando-se com outras áreas do conhecimento.

Dessa forma, é preciso pensar na maneira mais conveniente de construir e de ensinar a Matemática, para que ela não se torne um instrumento meramente mecânico, mas sim um fazer matemático enquanto instrumento de transformação, educando para novas experiências, novas maneiras de ser e de contextualizar o tema em questão (FLORES; MORETTI, 2008).

Segundo as Diretrizes Curriculares (2014), o estudo da Matemática compreende a identificação e a descrição dos padrões da linguagem matemática por meio de notações, conceitos e procedimentos. A Matemática é usada de forma crescente, em uma relação com as mais diversas áreas da atividade humana, ao mesmo tempo em que é perceptível sua presença no cotidiano.

Sabe-se que a típica aula de matemática a nível de primeiro, segundo ou terceiro graus ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julgar importante. O aluno, por sua vez, copia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. Essa prática revela a concepção de que é possível aprender matemática através de um processo de transmissão de conhecimento. Mais ainda, de que a resolução de problemas reduz-se a procedimentos determinados pelo professor (D’AMBRÓSIO, 1989, p.15).

Nesse sentido, a educação matemática se estabelece com o objetivo de proporcionar a presença da disciplina nas mais diversas situações, promovendo a formação de cidadãos participativos, críticos e confiantes no trabalho com a Matemática.

Ainda de acordo com as Diretrizes Curriculares (2014), a Matemática no ensino superior tem como objetivo desenvolver nos alunos a criticidade, fazendo com que eles saibam analisar, decidir, planejar, expor suas ideias e ouvir a dos outros, fomentando, assim, a formação de um cidadão capaz de intervir na realidade complexa da qual faz parte.

Segundo Maranhão (2009), o conhecimento dos professores para ensinar Matemática está muito ligado a crenças e concepções que eles têm da Matemática e de seu ensino**:** concebem a Matemática a partir das experiências que tiveram como alunos e professores.

A partir da década de 1960 nasceu o movimento denominado Matemática Moderna. Isso proporcionou um impacto no ensino da Matemática, pois se propunha eliminar a ênfase na memorização de regras e treino de algoritmos. A teoria dos conjuntos foi introduzida para unificar a linguagem dos vários ramos da disciplina, enfatizando as estruturas algébricas ao invés de cálculos simples e implementado outros tópicos no currículo, como matrizes e probabilidades (MARANHÃO, 2009).

Houve maior preocupação com a formação do professor e novas teorias de aprendizagem com o construtivismo, inspirado na psicologia de Piaget. Apesar desse movimento, a Matemática moderna fracassou em razão do excesso de simbologia na linguagem, pela dificuldade de abstração das estruturas e pelo distanciamento da realidade cotidiana dos estudantes (FLORES; MORETTI, 2008).

Em 1990 o ensino da Matemática, baseado em novas propostas, deixou de lado regras e fórmulas, enfim as estruturas da matemática moderna foram abandonadas. Essa mudança foi impulsionada, em grande parte, pela valorização da pesquisa na educação matemática, que aponta caminhos integrados à realidade do aluno. Tudo isso ganha muito mais ênfase em 1996, sob a ótica da Lei de Diretrizes e Bases (LDB) e dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (FLORES; MORETTI, 2008).

A educação matemática é vista como uma linguagem capaz de traduzir a realidade e estabelecer diferenças. Profissionais da área de exatas, que se preocupam em desmistificar o ensino da Matemática, acreditam que é possível alcançar esses objetivos desde que seja levada em consideração a realidade das influências sofridas pelos alunos em sala de aula (FLORES; MORETTI, 2008).

Por isso, é necessária a participação efetiva dos docentes na formação inicial e continuada do professor para diminuir as distâncias entre a prática pedagógica, de modo a permear o conhecimento matemático.

Em sua formação inicial, na universidade, o futuro professor de Matemática tem contato simultâneo com a Matemática acadêmica e a Matemática escolar, no entanto, em seu exercício profissional o destaque será para a Matemática escolar: daí a relevância de mostrar a distinção entre ambas (MOREIRA; DAVID, 2003).

De acordo com Moreira e David (2003), a Matemática acadêmica, ou científica, é o corpo de conhecimentos produzido por matemáticos profissionais. Nesse caso, demonstrações, definições, provas de um fato e o rigor na linguagem utilizada ocupam papel relevante, visto que é por meio deles que determinado conhecimento é aceito como verdadeiro pela comunidade científica.

No caso da Matemática escolar, há dois aspectos fundamentais que modificam significativamente o papel do rigor nas demonstrações. O primeiro refere-se ao fato de a validade dos resultados matemáticos, que serão apresentados aos estudantes no processo de ensino-aprendizagem, não serem colocados em dúvida.

O segundo aspecto diz respeito à aprendizagem. Nesse caso, o mais importante é o desenvolvimento de uma prática pedagógica que assegure a compreensão dos conteúdos matemáticos essenciais, assim como a construção de justificativas que permitam ao jovem estudante utilizá-los de maneira coerente e conveniente, tanto na vida escolar quanto no cotidiano (MOREIRA; DAVI, 2003).

> A título de ilustração, tomemos os números reais como exemplo. Do ponto de vista da comunidade científica, o conjunto dos números reais é constituído por elementos que se relacionam segundo uma estrutura de corpo ordenado completo. Já para o professor de ensino fundamental e médio, o processo é contrário. Primeiro, entende-se o que é número, ou seja, como as coisas que já estão estabelecidas como tal, por exemplo, 1, 5, 7/8... E que os racionais são uma parte deles. Além disso, os números devem ter alguma finalidade, responder a alguma necessidade humana. Assim, a existência dos números, tanto para o aluno no processo de ensino e aprendizagem, como para o professor em sua prática profissional, só tem sentido na medida em que são números e não “qualquer coisa” que possua a estrutura de corpo ordenado completo (MOREIRA; DAVID, 2003, p. 67).

Isso significa que um objeto matemático no contexto educacional não é tratado da mesma forma como no contexto científico. A matemática escolar sofre forte influência da comunidade acadêmica, cuja legitimidade social é dada muito mais pela matemática científica do que por aquela conquistada pela comunidade de professores, ou seja, na maioria das vezes os saberes escolares tratados e gerados pelos professores, na prática docente, são vistos como uma má compreensão do conhecimento científico ou uma falha na formação docente (FLORES; MORETTI, 2008).

Isso não quer dizer que o professor não necessite da matemática acadêmica, mas que ele tenha a oportunidade de perceber a diferença entre o tratamento e os objetivos de estudo da matemática acadêmica e aquela ensinada na sala de aula.

Segundo os cálculos feitos pelo Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (PNUD), em 2013 o Brasil estava em desvantagem em relação aos países do Mercosul (Brasil, Argentina, Paraguai, Uruguai e Venezuela), lembrando que a Venezuela só passou a integrar esse bloco econômico a partir de 2006.

Dos estudantes que participaram das provas do Programa Internacional para Avaliação de Estudantes (PISA), em 2018, no Brasil, 43,74% não alcançaram o nível básico de competência em matemática, ficando muito abaixo da média dos países da Organização para Cooperação e Desenvolvimento (OCDE), que é de 8,47%.

De acordo com MEC/INEP, a OCDE é uma organização internacional composta por 34 países, com sede em Paris, França. A OCDE tem por objetivo promover políticas que visem o desenvolvimento econômico e o bem-estar social de pessoas por todo o mundo. O Brasil não é um país membro da OCDE, mas tem a distinção de membro pleno, com participação em algumas reuniões e plena cooperação em diálogos e negociações referentes ao desenvolvimento das economias mundiais.

O Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), desenvolvido pela OCDE e que no Brasil, é coordenado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP), é destinado a estudantes na faixa dos 15 anos, idade em que se pressupõe o término da escolaridade básica obrigatória no Brasil. A avaliação visa buscar informações quanto à capacidade de cada indivíduo em três áreas-chave: ciências, matemática e leitura. A Tabela 1 mostra os resultados brasileiros em matemática.

TABELA 1 - Resultados brasileiros nas edições do PISA e número de participantes

	Pisa 2000	**Pisa 2003**	**Pisa 2006**	**Pisa 2009**	**Pisa 2012**	**Pisa 2015**	**Pisa 2018**
Participantes	4.893	4.452	9.295	20.127	18.589	23.141	18.823
Matemática	334	356	370	386	389	377	384
Média OCDE	500	497	497	500	498	493	489

Fonte: Inpe: Relatório Nacional PISA 2018 - Resultados brasileiros.

No Brasil, cerca de 1% dos alunos obteve nota 5 ou superior em matemática (média da OCDE: 11%). Seis países e economias asiáticos tiveram a maior parcela de estudantes que fizeram isso: Pequim, Xangai, Jiangsu e Zhejiang (China) (44%), Cingapura (37%), Hong Kong (China) (29%), Macau (China) (28%), Taipé chinês (23%) e Coréia (21%). Esses alunos podem modelar situações complexas matematicamente e pode selecionar, comparar e avaliar estratégias apropriadas de solução de problemas para lidar com eles (PISA, 2018; INEP 2019).

O documento PISA 2018 *Assessment and Analytical Framework* (OCDE, 2019) apresenta definições e descrições mais detalhadas dos domínios avaliados no PISA 2018:

> Letramento em Matemática é definido como a capacidade de formular, empregar e interpretar a matemática em uma série de contextos, o que inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticos para descrever, explicar e prever fenômenos (PISA, 2018, p. 18).

Dessa forma, ajuda os indivíduos a reconhecerem o papel que a Matemática desempenha no mundo e faz com que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias.

O Brasil está na posição 70 entre os 79 países participantes da pesquisa e não demonstra avanços significativos. Essa constatação é apresentada na Tabela 1. Percebe-se, ainda, que o país, a partir de 2006, só alcança o nível 1 nas escalas de habilidades da OCDE. O Quadro 1 mostra a escala da OCDE para diagnosticar os estudantes.

Quadro 1 - Escala de proficiência em matemática (% em 2018).

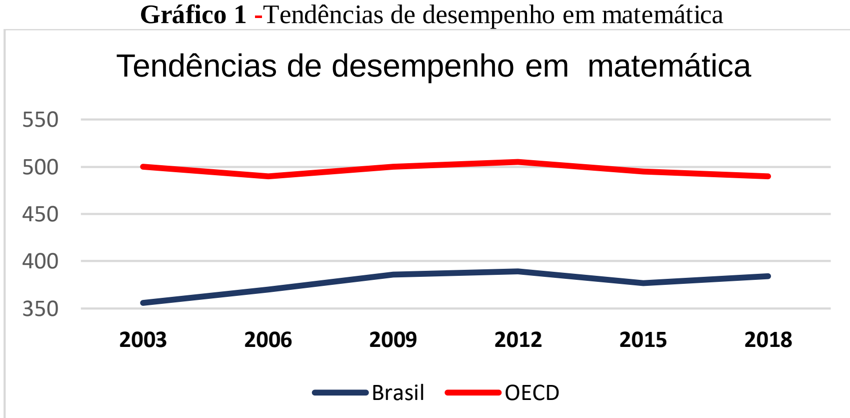
Nível	Escore mínimo	**Características das atividades**	Percentual de estudantes no nível
6	669	Os estudantes são capazes de conceituar, generalizar e utilizar informações com base em suas investigações e em modelagem de situações-problema complexas. São capazes de formular e comunicar com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como de adequá-las a situações originais.	OCDE: 2,4% Brasil: 0,1%
5	607	Os estudantes são capazes de desenvolver modelos para situações complexas e trabalhar com eles, identificando restrições e especificando hipóteses. São capazes de refletir sobre suas ações e de formular e comunicar suas interpretações e seu raciocínio.	OCDE: 8,5% Brasil: 0,8%
4	545	Os estudantes conseguem trabalhar de maneira eficaz com modelos explícitos para situações concretas complexas, que podem envolver restrições ou exigir formulação de hipóteses. São capazes de construir e comunicar explicações e argumentos com base em interpretações, argumentos e ações.	OCDE: 18,5% Brasil: 3,4%

3	482	Os estudantes são capazes de executar procedimentos descritos com clareza. Interpretar e utilizar representações baseadas em diferentes fontes de informação e de raciocinar diretamente a partir delas. Conseguem desenvolver comunicações curtas que relatam interpretações, resultados e raciocínio.	OCDE: 24,4% Brasil: 9,3%
2	420	Os estudantes são capazes de interpretar e reconhecer situações em contextos que não exigem mais do que inferência direta. São capazes de extrair informações relevantes de uma única fonte e de utilizar um modo simples de representação. São capazes de raciocinar diretamente e de fazer interpretações literais dos resultados.	OCDE: 22,2% Brasil: 18,2%
1	358	Os estudantes são capazes de responder a questões definidas com clareza, que envolvem contextos conhecidos, nas quais todas as informações relevantes estão presentes. São capazes de executar ações óbvias e dar continuidade imediata ao estímulo dado.	OCDE: 14,8% Brasil: 27,1%
Abaixo de 1		A OCDE não especifica as habilidades desenvolvidas	OCDE: 9,1% Brasil: 41,0%

Fonte: Adaptado do Relatório Nacional PISA 2018. Resultados brasileiros.

Quando são comparadas as diferenças nos níveis de proficiência entre as edições de 2000 e 2018, ambas com foco em matemática, observa-se uma redução no número de estudantes abaixo do nível 1, bem como um acréscimo no número daqueles situados no nível 2 ou acima desse nível, mas ainda não há aumento significativo para os níveis cinco ou seis.

Gráfico 1 -Tendências de desempenho em matemática

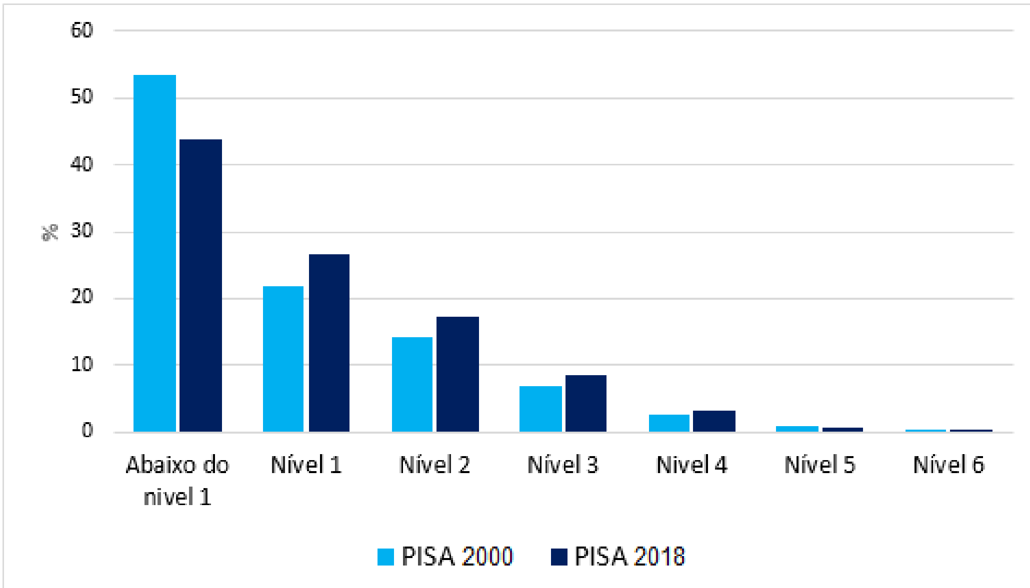


Fonte: Inep (2019).

Segundo a OCDE, um jovem letrado em matemática é capaz de formular, empregar e interpretá-la em uma variedade de contextos e não simplesmente atingir um mínimo de conhecimentos técnicos ou habilidades. No PISA 2018 foram poucos os estudantes brasileiros que demonstraram atingir esse patamar, evidenciando a falta de preparo dos jovens na hora de transformar um problema inserido em um dado contexto em um problema matemático.

Conclui-se que é muito importante que professores e toda comunidade escolar reflitam quanto aos resultados de matemática apresentados nesse relatório, com vistas à melhoria da qualidade da educação dos jovens brasileiros de 15 anos, conforme demonstrado no Gráfico 2.

Gráfico 2 - Distribuição percentual dos estudantes nos níveis de proficiência em matemática nas edições do PISA de 2000 e 2018 no Brasil.



Fonte: Relatório Nacional PISA 2018. Resultados brasileiros.

Cabe agora ao Brasil persistir na evolução e no crescimento do conhecimento, acelerando cada vez mais a inclusão de camadas sociais que ainda não conseguiram chegar ao Ensino Médio. Ainda que todos desejassem que tal inclusão ocorresse em ritmo mais rápido, o Brasil foi o país que mais avançou nesse período (CORTELLA, 2014).

Os estudantes brasileiros, porém, estão muito abaixo da média, segundo a OCDE (2018). São capazes apenas de responder a questões simples, que envolvam contextos conhecidos, executando ações óbvias, dando continuidade imediata ao estímulo dado. Um professor com as competências necessárias para o magistério seria um agente impulsionador de mudanças nesse cenário.

Ainda segundo a análise do Relatório Nacional PISA 2018, as piores médias são das regiões Norte e Nordeste, ficando bem abaixo da média brasileira. As regiões Centro-Oeste e Sudeste apresentam média igual à nacional e a região Sul já aparece com notas maiores que a média.

Os PCNs de matemática para o ensino fundamental propõem a divisão dos conteúdos em quatro grandes blocos, que são: números e operações (álgebra); espaço e forma; grandezas e medidas; e tratamento da informação.

No bloco números e operações, o ensino da álgebra no ensino fundamental tem objetivo de identificar, interpretar e utilizar diferentes representações dos números naturais, inteiros, racionais e irracionais indicados por diferentes notações, vinculando-as aos contextos matemáticos e não matemáticos.

Dessa forma, a preocupação em introduzir a álgebra tem sido bem distante do proposto, pois não deve ser trabalhada de modo isolado do cotidiano do estudante. Outro aspecto que dificulta a compreensão seria a ligação intrínseca com a aritmética, a geometria e a trigonometria.

A álgebra, nos atuais livros didáticos, tem lugar de destaque, mas ainda necessita de mais reflexões para minimizar as dificuldades de compreensão dos seus conceitos.

2.1 Formação do professor

Professores há aos milhares. Mas o professor é profissão, não é algo que se define por dentro, por amor. Educador, ao contrário, não é profissão; é vocação. E toda vocação nasce de um grande amor, de uma grande esperança. E responde: Os educadores possuem uma face, um nome, uma "estória" a ser contada. Habitam num mundo em que o que vale é a relação que os liga aos alunos, sendo que cada aluno é uma "entidade" sui gereris, portador de um nome, também de uma "estória", sofrendo tristezas e alimentando esperanças (ALVES, 2000, p. 19).

O profissionais que se tornavam docentes eram escolhidos por serem renomados, com sucesso em suas atividades profissionais. Até a década de 1970, praticamente se exigia apenas o bacharelado do candidato a professor. Nas décadas finais do século XX passou-se a exigir dos professores universitários, além do bacharelado, cursos de especialização na área atuante, e atualmente se exigem mestrado e doutorado (RODRIGUES, 2008).

> Essa situação fundamenta-se em uma crença inquestionável até há bem pouco tempo mantida tanto pela Instituição que convidava o profissional a ser professor quanto pela pessoa convidada a aceitar o convite feito: quem sabe, automaticamente sabe ensinar. Mesmo por que ensinar significava ministrar aulas expositivas ou palestras sobre determinado assunto dominado pelo conferencista, mostrar na prática com se fazia; e isso um profissional saberia fazer (MASETTO, 2012, p. 15).

Segundo Rodrigues (2006), não se pode esperar de imediato que esses profissionais tenham competências específicas para orientar e conduzir o processo de ensinar e de fazer aprender na sala de aula, já que alguns professores não trazem consigo elementos de formação efetiva com sua ação docente.

Em se tratando de competências do docente, as exigências vão se tornando cada vez maiores à medida que a sociedade progride tecnologicamente no que diz respeito à qualidade do ensino prestado pelos professores. Espera-se das instituições de ensino que satisfaçam as necessidades educativas de um público cada vez mais exigente e variado, e para isso necessitam de investimentos na preparação de professores e em sua formação pedagógica (DELORS, 2012).

> Encarar o século XXI como um tempo em que, por toda parte, indivíduos e poderes públicos considerarão a busca pelo conhecimento não apenas como meio para se alcançar um fim, mas como um fim em si mesmo. Todos serão encorajados a aproveitar as ocasiões de aprender que lhes oferecerem ao longo da vida e terão possibilidades de fazê-lo. Isso significa que se espera muito dos professores, que muito lhes será exigido, pois deles depende, em grande parte, a concretização dessa aspiração (DELORS, 2012, p. 123).

Com base na citação, percebe-se que as contribuições do professor são fundamentais para preparar os jovens não só para alcançar um futuro com confiança, mas também para construí-lo de maneira responsável.

Criatividade, autonomia, boa comunicação e cooperação são capacidades importantes para saber exercer a profissão voltada a promover o desenvolvimento humano, social, político e econômico do país (MASETTO, 2003).

> Para melhorar a qualidade da educação, é preciso melhorar o recrutamento, a formação, o estatuto social e as condições de trabalho dos professores, pois esses professores só poderão corresponder ao que se espera deles se possuírem os conhecimentos e as competências, as qualidades pessoais, as possibilidades profissionais e a motivação requeridas (DELORS, 2012, p.125).

O professor encontra grande dificuldade em se mobilizar continuamente na descoberta e na criação das possibilidades de ampliação de seu trabalho e de considerá-lo sempre como constituinte de uma proposta coletiva, que exige empenho e corresponsabilidade. Assim, pode-se afirmar que o professor está longe de ser um profissional acabado e madurecido no momento em que recebe a sua habilitação profissional (RODRIGUES, 2006).

> O trabalho docente – que muitas vezes pode nos parecer relativamente fácil porque o encaramos como uma oportunidade de comunicar aos outros nosso conhecimento e nossas experiências – merece séria revisão quando nos damos conta de que atualmente a qualidade da formação do profissional exige muito mais de nossos alunos que apenas uma reprodução das informações que eles receberam em aula (MASETTO, 2010, p. 11).

Na perspectiva de um novo século, muitas questões emergiram em relação à prática de ensino do docente, principalmente em função de sua responsabilidade de formar cidadãos e fornecer-lhes meios para progredir no trabalho e em estudos subsequentes.

Segundo o artigo 62 da LDB (1996):

> A formação de docentes para atuar na educação básica far-se-á em nível superior, em curso de licenciatura, de graduação plena, em universidades e institutos superiores de educação, admitida, como formação mínima para o exercício do magistério na educação infantil e nas quatro primeiras séries do ensino fundamental, a oferecida em nível médio, na modalidade normal.

Outras preocupações para melhoria na educação são descritas por Masetto (2002). Para o autor, nas últimas duas décadas tem havido grandes movimentos referentes à atividade docente, revelando significados e valores até então pouco considerados. Destaca-se que a docência exige competências próprias e profissionalismo, com a finalidade de contribuir efetivamente para colocar na sociedade cidadãos corretos e profissionais competentes.

Percebe-se, então, que a profissão docente se apresenta hoje como um desafio, talvez até maior que em outra profissão. Requer que o professor conheça profundamente o campo do saber que pretende ensinar e que seja detentor do necessário senso crítico e conhecimento da realidade que o cerca (RODRIGUES, 2006).

Diante dos fatos, o papel fundamental do educador nas últimas décadas admite a necessidade de explorar o termo competência como sinônimo daquilo que se faz bem no cumprimento do dever. Nesse caso o foco é o seu desempenho, que deve refletir compromisso com a qualificação de sua atuação, de maneira que sua prática se construa na união do dever e do saber técnico com o querer, que traduz o objetivo, a intenção e o poder no direcionamento da sua ação (RIOS, 2010).

Para Libâneo (2006), ao buscar soluções para os desafios da ação docente e refletir sua prática pedagógica, o professor deve se apropriar das teorias e tendências pedagógicas enquanto referências norteadoras da prática educativa, sem, no entanto, vincular-se apenas a uma delas. A partir de uma perspectiva versátil, o docente deve examinar as características de cada um, com vistas a identificar a que melhor convém a seu desempenho acadêmico em cada situação, seguindo uma operacionalização atenta que permita avaliar sua competência para agir com eficiência e gerar resultados de qualidade.

2.2 Uso de Tecnologias na formação do professor de Matemática

As tecnologias, que estão cada vez mais presentes na escola e na sala de aula, devem ser instrumentos determinantes na formação de professores, pois se tornam, às vezes, até instrumentos pedagógicos no processo ensino aprendizagem, o que aponta muitos aspectos positivos no ambiente escolar. Destacam-se, nesse processo, as tecnologias de informação e comunicação, portanto, se faz necessária uma boa infraestrutura para emergência de uma cultura de formação continuada.

Estar inserido nessas tecnologias e buscar cada vez mais aprimoramentos em tecnologias educacionais contribuem na formação do professor para desempenhar seu papel dentro da sala de aula, pois a tecnologia não funciona sozinha. Para Moraes (2002):

> O simples acesso à tecnologia em si não é o mais importante. O computador por si só não provoca mudanças desejadas. O importante é saber usar essas ferramentas para a criação de novos ambientes de aprendizagem que estimulem a interatividade, que desenvolvam a capacidade de formular e resolver questões, a busca de informações contextualizadas associadas às novas dinâmicas sociais de aprendizagem (MORAES 2002, p. 8).

Com o advento das novas tecnologias inseridas na educação estão sendo criadas novas formas de pensar as relações entre alunos e professores. Percebe-se que computadores e smartphones devem ser caracterizados como meios para fins educacionais, evitando serem vistos de modo isolado, pois oferecem informações rápidas aos alunos, podendo contribuir com o currículo escolar, e ainda oferecem oportunidades para o processo de construção coletiva.

O processo de ensino aprendizagem também é impulsionador do desenvolvimento econômico e criador de conhecimentos. É um instrumento de transmissão da experiência cultural e científica acumulada pelo homem ao longo do tempo. Em razão da inovação e do progresso tecnológico, a sociedade exigirá cada vez mais profissionais competentes e habilitados nos estudos e em sua formação continuada para melhor desempenharem sua função (DELORS, 2012).

Mesmo os professores mais conservadores não precisam resistir a essas mudanças, pois não se trata de uma opção exclusiva: não é preciso que a escola tecnológica destrua a escola tradicional. É possível ter um aproveitamento do que se tem de bom em uma e em outra e dar um salto para um novo patamar em qualidade de ensino (RODRIGUES, 2006).

A introdução das tecnologias na educação podem desenvolver atividades de interesse didático-pedagógico, como: intercâmbio de dados; realização de atividades on-line, debates em fóruns, produção de textos, envio de material, jogos interativos com aplicativos educacionais, etc. Esses novos recursos possibilitam trabalhos mais atrativos, que podem contribuir para maior motivação dos envolvidos no processo.

Feldmann (2009) acrescenta que não se pode esperar grandes mudanças de imediato, mas com advento dessas tecnologias, já inclusas na escola, pode-se ter a possibilidade de almejar mudanças circunscritas ao contexto de atuação do professor e do aluno.

Diante desse cenário, torna-se necessária a preparação de professores para atuar nessa nova realidade, portanto as novas tecnologias educacionais são fundamentais para que o professor se familiarize e possa agregá-las em sua metodologia de trabalho.

> A formação docente é perspectivada a partir do fazer docente no contexto social, político e cultural, tendo como cenário os avanços tecnológicos, as novas concepções do trabalho e da produção, que apontam para uma nova configuração mundial atrelando o saber à questão do poder entre as mais diversas culturas e nações (FELDMANN, 2009, p. 74).

A formação docente tem sido um grande desafio, pois o professor precisa estar em constante mudança e mente aberta para a sociedade e para o mundo, e não existe receita pronta. A formação docente é que dá significado ao que é ser professor no mundo hoje: é o sujeito que professa saberes, valores e atitudes.

Nesse contexto, formar professores no mundo atual é defrontar-se com a instabilidade e provisoriedade do conhecimento, pois as verdades científicas perderam seu valor na compreensão de fenômenos diversos, ou seja, na falta de articulação entre teoria e prática ((FELDMANN, 2009).

Os professores pesquisadores não são considerados mais corretos ou menos corretos em função do seu método, porém são mais suscetíveis, ao aprender e melhorar suas práticas pedagógicas, pela capacidade de dialogar com um trabalho científico, mantendo certa desenvoltura.

3 Álgebra: concepções

A representação de quantidades desconhecidas por meio de símbolos, fundamental na álgebra, evoluiu lentamente. Embora os antigos egípcios e os matemáticos sumérios tenham tratado de problemas que envolviam quantidades desconhecidas, eles não as expressavam na forma de equações, como se faz agora.

Sem dúvida, só depois do fim do século XVI evoluiu a forma familiar de equação. Para um estudante de hoje, a álgebra começa quando as quantidades desconhecidas passam a ser representadas por letras (ROONEY, 2012).

A álgebra é familiar para muitas pessoas na forma de equações que devem ser resolvidas, seja na forma de exercícios na escola ou na forma de equações para modelar problemas em economia, ciência ou alguma outra disciplina. A presença da matemática na escola é uma consequência de sua presença na sociedade e, portanto, as necessidades matemáticas que surgem na escola deveriam estar subordinadas às necessidades matemáticas da vida em sociedade (CHEVALLARD; BOSCH & GASCÓN, 2001 p. 45).

De acordo com Lins e Gimenez (1997), entende-se que a álgebra, a aritmética e a geometria constituem os alicerces da matemática escolar do ensino fundamental. Ensinar álgebra é possibilitar a formação do pensamento algébrico do indivíduo, mas na sala de aula a atividade algébrica se resume a um cálculo com letras que desenha uma sequência técnica e é encontrada na maioria dos livros didáticos. Essa técnica baseia-se no método de estudo tradicionalista e não em uma investigação ou reflexão, mostrando ser bastante ineficaz em termos de aprendizagem.

Segundo Lins e Gimenez (1997), essa prática é muito popular porque, de certo modo, os professores não estão preparados para lidar com esse assunto e simplesmente seguem os livros que lhe oferecem, não conhecendo alternativas para tratar o ensino da álgebra.

Parece ser provável que a repetição associada ao livro represente para os professores a verdadeira atividade algébrica da sala de aula. É preciso a colaboração de editoras e universidades para aumentar a produção de materiais que ofereçam alternativas de contextualização nos tempos atuais.

3.1 Importância do estudo de álgebra

Além de estimular o raciocínio lógico e dedutivo, o estudo da álgebra permite encontrar soluções de determinadas situações problemas do dia a dia.

Sabe-se que a Álgebra, em seu processo de construção e compreensão, torna-se muito complicada para os discentes devido ao seu grau de abstração. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs (BRASIL, 1998), um dos principais problemas encontrados na aprendizagem da Álgebra é a noção de variável. Nesse sentido, segundo Silva, Pereira e Resende (2013):

> De modo geral, os estudantes entendem que a letra usada em uma sentença algébrica serve apenas para indicar um valor desconhecido, ou seja, para eles a letra sempre significa uma incógnita. Não é um conceito errado, mas representa apenas uma das concepções da Álgebra. Esse conceito é fundamental e imprescindível ao estudo algébrico. O documento propõe que o professor trabalhe na sala de aula com as diferentes concepções da Álgebra, para tentar desmistificar esse conceito, além de estimular a utilização da geometria como recurso para compreensão desses fatos, que pode ajudar na generalização de padrões (SILVA, PEREIRA E RESENDE, 2013, p. 3).

Como os princípios algébricos contribuem para a sistematização de conceitos, são fundamentais para a construção do conhecimento e amadurecimento das ideias, podendo ser tomados como base para sustentar um conhecimento mais abstrato. Se a base para todos os demais conceitos não for bem estruturada, podem ocorrer dificuldades posteriores que atrapalharão o desenvolvimento do discente.

Segundo os PCNs (BRASIL, 1998), a Álgebra é um importante ramo da Matemática que deve ser trabalhada, tendo em vista que é um dos objetivos da matemática no Ensino Fundamental:

> [...] resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos. [...] é especialmente nas séries finais do Ensino Fundamental que as atividades algébricas serão ampliadas. Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a sintaxe (regras para resolução) de uma equação. (BRASIL, 1998, pp.48-50).

Dessa forma, percebe-se o grau de importância da álgebra para os anos finais, e com isso enfatiza-se a necessidade de o docente conhecer as dificuldades de seus alunos para que sejam adotadas formas diferenciadas, alternativas e coerentes de ensino e aprendizagem, a fim de atingir uma compreensão mais significativa dos mesmos.

Quanto à estrutura no ensino de álgebra, pode-se dizer que os conteúdos são apresentados como uma rígida sequência de regras que evidenciam a dependência de cada um dos tópicos em relação ao anterior, assim pode-se dizer que o ensino apresenta-se de forma fragmentada.

Cabe ao professor pensar seriamente no papel da álgebra na escola e principalmente na formação do pensamento algébrico do aluno, pois esse pensamento relaciona-se, no processo de escolarização, com o pensamento aritmético e geométrico e não se pode deixar uma defasagem no aprendizado e na construção matemática do estudante.

Apresentado de forma fragmentada, o ensino da álgebra é visto como um ente matemático que não se relaciona com a contextualização de conteúdos: ignora-se totalmente a formação das ideias onde a álgebra se apoia.

3.2 Aplicações da Álgebra

Em relação à álgebra é preciso respeitar as propriedades entre os números de um contexto, compreendendo, aceitando e aplicando regras. De certa forma, ela está inserida no cotidiano, como nas empresas onde frequentemente surgem problemas relacionados a custos, produção e divisão de lucros, e também laçam mão da álgebra para fazerem suas análises. Na medicina, os médicos utilizam muitas fórmulas matemáticas em manipulação de medicamentos e, principalmente, para calcular a dose de remédio que deve ser dada aos pacientes.

Além disso, a álgebra remete à capacidade de resolver e elaborar problemas relacionados a um contexto próximo, que possa ser representado por sistemas de equações, interpretados e, talvez, permitir alguma intervenção no seu ambiente de convívio. Possibilita, também, o estudo da geometria e suas demonstrações, mas, a álgebra é apenas uma ferramenta, a habilidade de resolver problemas desenvolve-se aos poucos.

3.3 Ensino da Álgebra no Brasil

Tal como ocorre nas demais subáreas da matemática, a álgebra faz parte da vida do ser humano. Algumas vezes no cotidiano e em outros momentos específicos na realização de alguma atividade profissional. Está presente no desenvolvimento humano, em suas práticas sob várias formas, por isso a BNCC aposta em acrescentar o seu ensino logo no primeiro ano do ensino fundamental. É provável que tenha surgido na tentativa de solucionar problemas de geometria, principalmente aqueles que envolviam divisão de área.

Segundo Rooney (2012), “Antigamente, problemas práticos específicos em álgebra não eram sistematizados nem representados de uma forma que hoje reconhecemos como álgebra – embora proporcionem as origens da álgebra como foi depois formulado” (ROONEY, 2012, p.126). Os babilônios e os egípcios não adotavam qualquer forma de notação em resolução de problemas, tinham métodos mais gerais e não notação formal para explicar o algoritmo utilizado para resolvê-los.

No início do século III d. C., o matemático helenístico Diofanto de Alexandria desenvolveu novos métodos para resolver problemas, que hoje seriam apresentados como equações lineares. Era um método mais sofisticado para representar equações, mas ainda não comparado com os métodos atuais. Diofanto adotou algumas variantes das letras gregas e usou símbolos para indicar elevação ao quadrado e ao cubo. Seu sistema de abreviação era rude, mas logo foi melhorado e deu origem à forma como se conhece hoje (ROONEY, 2012).

Com o desenvolvimento do sistema de numeração hindu-arábico e do zero tornou-se possível uma aproximação da álgebra moderna. Os matemáticos árabes lançaram os fundamentos de um sistema algébrico próprio e ainda criaram o termo álgebra.

> A palavra álgebra é derivada do título de um tratado escrito pelo matemático persa e membro da House of Wisdom, Muhammad ibn Musa al-Khwarismi, chamado *Al-Kitab al-Jabr wa’l-Muqabala* (The Compendious Book on Calculation by Completion and Balancing). Esse tratado apresentava métodos sistemáticos para resolver equações lineares e quadráticas. A palavra moderna “algorismo” também veio do nome”al-Khwarizmi. (ROONEY, 2012, p. 130).

Al-Khwarizmi escreveu todos os problemas e soluções em palavras e não tinha notação simbólica, mas com o seu desenvolvimento já no século XII os matemáticos europeus começaram a contribuir para o desenvolvimento da álgebra, apresentando símbolos e letras.

No século XVI iniciou-se a matemática moderna, a era de ouro da álgebra europeia, que começou com publicações da solução das equações cúbicas e quadráticas de Cardano. O progresso acelerou com esforço de talentosos matemáticos que se aplicaram ao desenvolvimento da Álgebra em suas novas direções.

No século XVII, René Descartes e Pierre de Fermat, trabalhavam paralelamente com álgebra e geometria. Descartes refinou a notação usando letras para incógnitas, e praticamente fez a simbologia que se conhece hoje. Foi um grande passo para o estudo da matemática e da geometria analítica.

Com esse longo percurso do surgimento da Álgebra, as dificuldades de ensino também são lentas. Tem sido cada vez mais difícil alfabetizar algebricamente os alunos do Ensino Fundamental. Grande parte dessa dificuldade é proveniente da forma como a Álgebra é introduzida na vida do estudante, de forma pronta, sem compreender a aplicação de modo significativo. Por esse motivo é comum ouvir dos estudantes a expressão ‘pra que serve isso?’ Ou, em termos matemáticos, quais são as aplicações práticas?

Constantemente profissionais das diversas áreas do conhecimento, bem como o cidadão comum, encontram-se diante de situações que exigem conhecimento em álgebra para resolverem problemas do cotidiano. Segundo Lins e Gimenez (1997), não existe conexão entre o ensino da aritmética e o ensino da álgebra, o que se aprende em aritmética está desvinculado do que é aprendido em álgebra e geometria.

Deve-se mostrar ao aluno, de forma compreensiva, a relação entre aritmética, álgebra e geometria. De modo que o aluno tem que ter em mente que a “álgebra é aritmética generalizada” ou “aritmética é a estrutura da álgebra” e a Geometria é está relacionada com a visualização da álgebra e aritmética, é através da Geometria que a aritmética e a álgebra são exportas de maneira que o aluno possa ver o que se pede nos estudos matemáticos é por isso que se deve unificar a disciplina torná-la única (matemática), precisa-se inseri-la em um quadro mais amplo, e analisar o processo de produção de significados de todas as suas áreas (LINS e GIMENEZ, 1997, p.9).

A partir da análise dessa necessidade, observa-se em sala de aula dos anos finais do ensino fundamental, grandes frustrações dos alunos que não conseguem alcançar um desempenho satisfatório e geralmente isso acontece por não compreenderem a importância do os PCNs (1997) de matemática no ensino fundamental estabelecem:

> Os adolescentes desenvolvem de forma significativa a habilidade de pensar “abstratamente”, se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a aritmética. Assim, os alunos adquirem base para uma aprendizagem de álgebra mais sólida e rica em significados (Brasil, 1997, p.117).

"É preciso começar mais cedo o trabalho com a álgebra, e de modo que a aritmética e álgebra desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra" (LINS e GIMENEZ, p. 10, 1997). Enquanto processos matemáticos, a álgebra e a aritmética precisam ser desenvolvidos a partir do desencadeamento dos processos de abstração e generalização. Tanto os conceitos aritméticos quanto os conceitos algébricos necessitam de uma representação e de uma lógica matemática que possibilitem sua elaboração.

Segundo Lane e Birkhoff (1967 *apud* USISKIN, 1988, p. 16):

> A álgebra começa com a arte de manipular somas, produtos e potências de números. As regras para essas multiplicações valem para todos os números, de modo que as manipulações podem ser levadas a efeito com letras que representam os números. Revela-se então que as mesmas regras valem para diferentes espécies de números [...] e que as regras inclusive se aplicam a coisas [...] que de maneira são números. Um sistema algébrico, como veremos, consiste em um conjunto de elementos de qualquer tipo sobre os quais operam funções como adição e a multiplicação, contanto que essas operações satisfaçam certas regras básicas.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (1998), os conceitos de pré-álgebra são desenvolvidos desde os anos iniciais, porém, o ensino da Álgebra é consolidado somente nos anos finais. Assim, considera-se fundamental que haja certa atenção para a formação dos conceitos nesse nível de escolaridade, uma vez que se forem mal construídos podem refletir negativamente nas séries subsequentes.

Os PCN orientam que "as atividades algébricas propostas no ensino fundamental devem possibilitar que os alunos construam seu conhecimento a partir de situações-problema que confiram significados à linguagem, aos conceitos e procedimentos referentes a esse tema [...]" (BRASIL, 1998, pp.121-122).

Nem sempre, entretanto, o ensino da álgebra concretiza-se a partir de situações-problema, uma vez que as práticas de ensino predominantes consistem em ensinar o conceito, procedimento ou técnica e, em seguida, apresentar um problema como exercício de fixação, ou como exercício de verificação da aprendizagem, visando avaliar se os alunos podem empregar o que lhes foi ensinado.

Com base nos PCNs, a álgebra incorpora esses conteúdos que são fundamentais nesse nível de ensino, pois inicia-se a sua abstração já nas primeiras séries de ensino com o significado de variável e se intensifica com o estudo de equações, chegando ao conceito de função. Isso é fundamental para que o aluno possa generalizar padrões aritméticos e estabelecer relações entre diversas grandezas.

O uso de situações significativas para o ensino da álgebra é particularmente interessante porque existem muitos professores de matemática que a consideram muito abstrata, sem qualquer correspondente em situações concretas. Quando é introduzida a simbolização algébrica nota-se uma ruptura do progresso de certos alunos no ensino da matemática, que pareciam, até então, muito capazes por sua habilidade de lidar com operações aritméticas. A álgebra, por introduzir notações distantes de significados específicos, parece pouco suscetível de ensino em situações significativas (SCHLIEMANN *et al*. 2006).

De acordo com Lins e Gimenez (1997), a álgebra visa à representação de fatos genéricos, ela nada mais é do que a busca da generalização de um determinado problema. O objetivo de desenvolver o estudo da álgebra na sala de aula é explorar e mobilizar o desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico: “A atividade algébrica consiste no processo de produção de significados para a álgebra” (LINS E GIMENEZ, 1997, p. 137).

A linguagem pela qual a álgebra se manifesta é composta por símbolos e regra rígidas. As letras são chamadas variáveis ou incógnitas e auxiliam na resolução de equações e sistemas. Inicialmente, o trabalho com a álgebra é dirigido a equações: as letras são aprendidas como um valor numérico que é desconhecido e que será determinado após alguns ou uma série de cálculos. Na sua abordagem mais elementar, as equações e os sistemas de equações têm um determinado conjunto solução dependendo de seu universo, pois a incógnita é somente um valor desconhecido a ser descoberto e não algo que varia (SORTISSO, 2001, p. 7).

A linguagem algébrica representa a manifestação do pensamento algébrico, porém, o pensar algébrico ainda não faz parte de muitos processos de aprendizagem que ocorrem em sala de aula, disso pode-se concluir que a álgebra perdeu seu valor como um instrumento rico para o desenvolvimento de um raciocínio abrangente e dinâmico. Conforme Lins e Gimenez (1997), há uma concordância entre os conteúdos algébricos que devem ser ensinados, porém não existe uma concordância do que seja pensar algebricamente.

Evidentemente, não se trata de contrapor o pensamento à linguagem; não se pode pretender considera-los desvinculada mente, ou estratificá-los, tratando-os um por vez, uma vez que é só na relação entre ambos que se pode aprendê-los. No entanto, em Matemática, com uma frequência muito grande, o pensamento situa-se a reboque da linguagem matemática. Numa parte considerável dos textos, mesmo nos didáticos, o caminho escolhido para a obtenção dos resultados é o mais curto, o mais cômodo ou o esteticamente mais agradável, sempre de um ponto de vista linguístico (Machado, 1991, pp. 97-98).

Quanto ao que dizem os PCNs de matemática no ensino fundamental:

> Os adolescentes desenvolvem de forma significativa a habilidade de pensar "abstratamente", se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a aritmética. Assim, os alunos adquirem base para uma aprendizagem de álgebra mais sólida e rica em significados (Brasil, 1997, p.117).

As dimensões propostas para o ensino da Álgebra encontram-se explicitadas na BNCC (BRASIL, 2018) e estabelecem que todos os estudantes devem estudar álgebra desde o primeiro ano do Ensino Fundamental. A BNCC propõe, para o primeiro ano, o estudo dos padrões figurais e numéricos e a investigação de regularidade ou padrões em sequências. A habilidade esperada com esse objeto de conhecimento é organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos como cor, forma e medida indicado pelo código EF01MA09 (BRASIL, 2018, P. 32).

No código, as letras EF significam a etapa de ensino, nesse caso Ensino Fundamental; 01 corresponde ao ano escolar (1º ano); as duas letras seguintes, no caso MA, referem-se à sigla utilizada para indicar matemática; e 09 é o número sequencial das habilidades. A álgebra deve ser ensinada de modo a desenvolver as formas de representação e escrita matemáticas, possibilitando a continuidade da aprendizagem (BNCC, 2018).

Em resumo, considera-se que a álgebra é uma ciência abstrata e de raciocínio lógico científico, que impacta fortemente no desenvolvimento humano, por isso deve ser inserida logo no início do currículo escolar, pois esse conhecimento será utilizado em todas as etapas das séries seguintes.

Com o propósito de superar essas dificuldades no ensino aprendizagem de álgebra, alguns pesquisadores em educação matemática sugerem que o estudo tenha como ponto de partida as representações numérica, gráfica e contextualizada, usando mais a intuição e a visualização.

4 TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS (TRRS)

A partir de 1995 uma abordagem teórica vem ocupando muito espaço no meio das discussões do processo de ensino e aprendizagem em matemática. Este quadro teórico denominado Teoria dos Registros de Representação Semiótica, foi criado pelo Filosofo Francês Raymond Duval (1995) e trouxe contribuições significativas no campo educativo tanto no ensino quanto na pesquisa.

Representação semiótica segundo Henriques e Almouloud (2016 p. 467) é uma representação de uma ideia ou um objeto do saber, construída a partir da mobilização de um sistema de sinais. Sua significação é determinada, de um lado, pela sua forma no sistema semiótica e de outro lado, pela referência do objeto representado. Neste estudo essa teoria dos registros de representação semiótica será utilizada para fazer as análises com respeito ao ensino e aprendizagem de Álgebra no do ensino fundamental.

4.1 Registros de representação semiótica

Para Schoen (1995, p.138), lançar os alunos precipitadamente ao simbolismo algébrico é ignorar a necessidade de uma fundamentação verbal e de uma simbolização gradual sugeridas pela história e apoiadas por pesquisas do ensino e aprendizagem de álgebra. Diante das dificuldades da compreensão do conceito de objetos algébricos, esta pesquisa lança mão dos registros de representação semiótica como ferramenta didática no ensino de álgebra.

Segundo Neres (2010, p. 28), a passagem de um sistema de representação a outro, ou seja, a mobilização simultânea de vários sistemas de representação no decorrer do mesmo percurso é usado em atividade matemática. Em geral, para a maioria dos alunos não se apresenta assim de forma tão evidente, visto que a passagem espontânea de uma representação semiótica a outra só acontece quando são congruentes. Essa passagem, segundo Duval (2009), só ocorre de forma espontânea, quando:

- Existe uma correspondência semântica entre as unidades significantes que as constituem;
- Há a mesma ordem possível de apreensão dessas unidades nas duas representações; e

- Há conversão de uma unidade significante da representação de saída em uma só unidade significante de chegada.

Para o autor, a conversão é uma atividade cognitiva diferente e não está sujeita às atividades de tratamento.

Do ponto de vista matemático, na representação de registros o uso de conversão, segundo Freitas (2003), desempenha um papel importante do ponto de vista cognitivo. Para Neres (2014), a originalidade da atividade matemática em termos cognitivos, para cada situação problema, está relacionada aos processos de conversão, pois é a conversão que leva a uma melhor compreensão.

Por outro lado, segundo Neres (2010), quando o professor utiliza novos recursos didáticos e procura representar o conteúdo ministrado de várias formas, a perspectiva de aprendizagem pode ter o resultado desejado. A atenção para com a linguagem matemática é, portanto, fundamental, pois tanto pode ser instrumento para a discussão racional de conceitos altamente matematizados como pode veicular metáforas realistas, pretensamente didáticas, que obstaculizam o conhecimento científico.

O descaso para com as rupturas existentes na linguagem científica apenas tende a reter o aluno no conhecimento comum e fazê-lo desconsiderar que a ciência sofre constantes mudanças e retifica seus erros (LOPES, 2007).

Uma das dificuldades para compreender os conceitos matemáticos se fundamenta no caso de a matemática ser abstrata e acesso a ela ocorrer a partir de suas representações. A compreensão da matemática implica na capacidade de os sujeitos mudarem de registros de representação semiótica. A dificuldade se deve ao fato de que o objeto representado não pode ser identificado com o conteúdo da representação que o torna acessível, ou seja, “o conteúdo de uma representação depende mais do registro de representação do que do objeto representado” (DUVAL, 2003, p. 22).

Passar de um registro a outro não é somente mudar o modo de tratamento, é preciso também explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto. Com essa teoria desenvolve-se toda a análise dos dados (RONCAGLIO e NEHRING, 2015. p. 200).

Conforme Santos (2009, p. 58), Duval (ano) assim define as representações semióticas:

> As representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos (sinais) pertencentes a um sistema de representação que têm suas dificuldades próprias de significância e de funcionamento. Uma figura, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico, são representações semióticas que salientam sistemas semióticos diferentes.

O estudo da álgebra, bem como de qualquer outro objeto matemático, dada a sua abstração é fundamental que as diversas formas de representação estejam presentes nas atividades de ensino para uma melhor compreensão do conceito e naturalmente sua apreensão.

Compreender o conceito é apreender o seu significado. Tal ação provavelmente será de generalização e de síntese de significados particulares da estrutura do conceito, que é a rede de significação dos enunciados que foram considerados. Esses particulares significados devem ser apreendidos com ações de compreensão. A metodologia dessas ações de compreensão preocupa-se principalmente com o processo da construção do significado dos conceitos (D'AMORE, 2005, pp.24-25 *apud* BRANDÃO, 2012, p. 71).

Os estudantes apresentam dificuldade na generalização de sentenças matemáticas consideradas simples, como, por exemplo 'o triplo de um número'. As dificuldades são, em grande parte, pelo distanciamento da teoria com a prática, bem como pela compreensão de conceitos e propriedades relacionadas, além da falta de entusiasmo, por parte do estudante, em aprender essas representações e seu contexto.

As dificuldades encontradas no processo de ensino e aprendizagem mediado pelo professor precisam ser investigadas para encontrar-se novas maneiras de ensinar e aprender matemática com visão crítica e social dos conceitos e seus significados.

A ação cognitiva possibilita ao aluno compreender, efetuar e controlar a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos. Dessa forma, observar e entender as condições e os problemas da aprendizagem em matemática podem se dar buscando descortinar quais vertentes cognitivas estão presentes na ação que se direciona aos objetos matemáticos e como se dão as várias transformações que constituem as representações dos saberes matemáticos.

Nesse caminho, deve-se também identificar a possibilidade da unicidade das representações em qualquer ação de construção de conhecimento em outros objetos de estudo (DUVAL, 2005).

Saber a distinção entre um objeto (DUVAL, 2003) e sua representação é fundamental para a compreensão dos conteúdos da matemática. Esse ponto é tão essencial para aprendizagem que na concepção de Deledieq e Lassavel (1979) é o objeto representado que importa e não as suas diversas representações semióticas possíveis.

A atividade de tratamento consiste na transformação de uma representação dentro do mesmo registro, já a atividade de conversão ocorre quando a transformação produz uma representação em outro registro.

Segundo Almouloud (2007), o tratamento pode ou não resultar em algoritmo. Aquele que resulta em algoritmo apresenta regras operatórias para resolução de uma equação qualquer. Já os tratamentos que não se reduzem a algoritmos, segundo Andrade Filho (2013), são aqueles puramente figurais ou visuais, como as figuras geométricas.

Para o autor, os objetos que se enquadram no segundo caso geralmente não se tornam objetos de ensino, por serem classificados como de segunda importância.

A paráfrase e a inferência são formas de tratamento em língua natural. O cálculo é uma forma de tratamento próprio das expressões simbólicas (cálculo numérico, cálculo algébrico, cálculo proposicional...). A reconfiguração é um tipo de tratamento particular para as figuras geométricas: é uma das numerosas operações que dá ao registro das figuras o seu papel heurístico. A anamorfose é uma forma de tratamento que se aplica a toda representação figural (DUVAL, 2012, p. 272).

Cada registro (DUVAL 2012) possui suas regras próprias de tratamento e a sua natureza e seu número há, naturalmente, regras de tratamento próprio a cada registro. Sua natureza e seu número variam consideravelmente de registro para registro.

A conversão é, ao contrário, uma transformação que faz passar de um registro a um outro. Ela requer a coordenação dos registros no sujeito que a efetua. Como exemplo de conversão pode-se considerar a passagem do registro gráfico para o algébrico (DUVAL, 2008).

A conversão de uma representação é a transformação desta função em uma interpretação em outro registro, conservando a totalidade ou uma parte somente do conteúdo da representação inicial. A conservação é uma transformação externa ao registro de início (o registro da representação a converter). A ilustração é a conversão de uma representação linguística em uma representação figural. A tradução é a conversão de uma representação linguística numa língua dada, em outra representação linguística de outro tipo de língua. A descrição é a conversão de uma representação não verbal (esquema, figura, gráfico) em uma função linguística. (Importa, neste propósito, não confundir esta situação com a descrição de um objeto ou de uma situação que não são ainda, semiticamente, representados: a seleção de traços não obedece aos mesmos entraves) (DUVAL, 2019, p. 272).

Duval ou definir tratamento e conversão mostra que ambas são atividades cognitivas distintas e independentes. No tratamento pode-se, por exemplo, efetuar determinadas operações com sua expressão decimal e com sua expressão fracionária sem a necessidade de converter.

A conversão (DUVAL, 2012) requer que se perceba a diferença entre o que Frege (1971) chamaria de sentido e referência dos símbolos ou dos signos.

5 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A resolução de problemas se inicia o aluno no modo de pensar matemático e nas aplicações da matemática no nível elementar. De acordo com as Diretrizes Curriculares da Educação Básica, as etapas da resolução de problemas são:

- Compreensão do problema: o enunciado deve ser lido detalhadamente para identificar os dados e o que se deve obter: a incógnita x;
- Montagem da equação: consiste em traduzir o enunciado do problema em linguagem matemática, por meio de expressões algébricas, para obter uma equação.
- Resolução da equação obtida; e
- Comprovação e análise da solução: é necessário comprovar se a solução obtida é correta e, depois, analisar se tal solução tem sentido no contexto do problema.

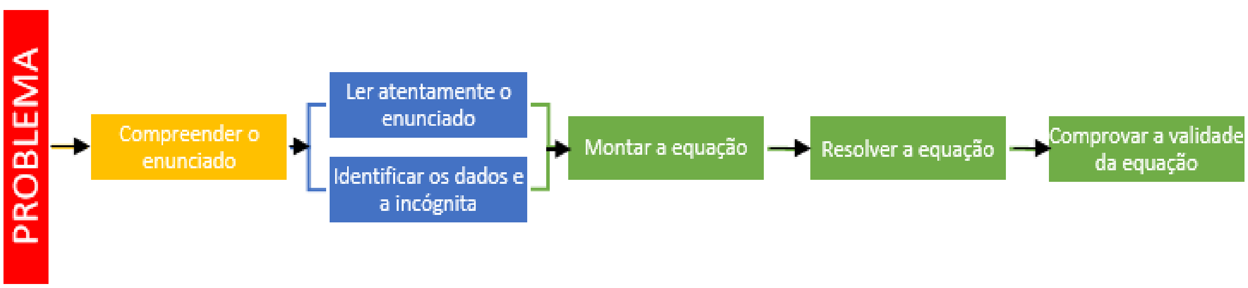


Figura 1 – Esquema para resolução de problemas
Fonte: elaborada pelo autor (2019).

Para que um aluno resolva um problema é fundamental que ele tenha: bom conhecimento dos termos matemáticos, interpretação e compreensão dos enunciados, e habilidade para enfrentar situações desafiadoras. Os alunos gostam de desafios, e as aulas de Matemática podem ser transformadas em momentos estimulantes, quando o estudante tem a oportunidade de aplicar os conhecimentos exigidos para a resolução de situações problema.

A álgebra, como parte da matemática, trabalha a generalização e abstração, representando quantidades por meio de símbolos. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacional do Ensino Médio, PCNEM (BRASIL, 2002), o currículo deve garantir espaço para que os alunos possam estender e aprofundar seus conhecimentos sobre números e álgebra, relacionando-os a outros conceitos e à sua perspectiva sócio histórica.

Esses conteúdos estão diretamente relacionados ao desenvolvimento de habilidades que dizem respeito à resolução de problemas, à apropriação da linguagem simbólica, à validação de argumentos, à descrição de modelos e à capacidade de utilizar a matemática na interpretação e intervenção no real. Se o aluno tem dificuldade em entender os conceitos algébricos, ele ao resolver um problema provavelmente usará a matemática não formalizada, envolvendo uma grande sequência de cálculos como estratégia de resolução.

A utilização da metodologia de resolução de problemas nos últimos anos tem ocupado um espaço cada vez maior em sala de aula pelos professores de matemática. É um procedimento metodológico que contribui para estimular e desafiar os alunos em busca da resposta dos problemas envolvidos no estudo.

Os problemas matemáticos permeiam toda a história da humanidade e os desafios em resolvê-los mobilizou por séculos grandes estudiosos. A matemática é um meio que conduz a um fim. Empregam-se conceitos e raciocínios para atingir resultados no tocante a coisas reais (KLINE, 1976).

Para Dante (1998), a resolução de problemas tem por objetivo fazer o aluno enfrentar situações novas; oportunizar o envolvimento com aplicações da matemática, subsidiar o alunos com conhecimentos que permitam seu desenvolvimento para a resolução de problemas. De acordo com Polya (1978, p. 65):

> Resolver problemas é uma habilidade prática, como nadar, esquiar ou tocar piano: você pode aprendê-la por meio de imitação e prática. (...) se você quer aprender a nadar você tem de ir à água e se você quer se tornar um bom 'revolvedor de problemas', tem que resolver problemas.

A solução de problemas baseia-se na apresentação de situações abertas e sugestivas que exijam dos alunos uma atitude ativa ou um esforço para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento. O ensino baseado na solução de problemas pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis para dar resposta a situações variáveis e diferentes (POZO e ECHEVERRÍA, 1998).

A metodologia de resolução de problemas consiste em quatro fases ou etapas: compreender o problema, elaborar estratégia, resolver o problema e verificar a solução. Compreender um problema implica em fazer a leitura cuidadosamente, identificar todas as variáveis existentes, quais são conhecidas e quais são desconhecidas, o que deverá ser discutido em sala de aula ou em grupo.

Para Dante (1998) e Polya (1978), compreender um problema consiste em identificar quais são os dados e as condições do problema, verificar se é possível construir uma figura, fazer um esquema ou um diagrama e se é possível estimar a resposta.

6 **PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

Segundo Lakatos e Marconi (2010), o método consiste no conjunto de atividades sistemáticas que permite discorrer ou alcançar, com maior segurança conhecimentos válidos e verdadeiros sobre um determinado fenômeno ou pesquisa, traçando o caminho a ser seguido, detectando erros e auxiliando as decisões dos cientistas.

Esta investigação tem uma abordagem de natureza qualitativa, pois considera o investigador como elemento principal da abordagem e tem como propósito de compreender os fenômenos quantificados e desvendar as questões ocultas que permeiam o cotidiano escolar.

A pesquisa qualitativa preocupa-se, portanto, com aspectos da realidade que não podem ser quantificados, centrando-se na compreensão e explicação da dinâmica das relações sociais. Para Minayo (2001), a pesquisa qualitativa trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis (GERHARDT e SILVEIRA, 2009).

A estratégia utilizada para realização deste estudo, quanto às atividades de ensino, é a resolução de problemas. Polya (1934) introduziu esta metodologia com a publicação do livro A arte de resolver problemas, empregada na construção do conhecimento matemático.

Assim, o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos se defrontam com situações desafiadoras e trabalham para desenvolver estratégias de resolução. Daí a importância de tomar a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática e não mais como uma série de exercícios para aferir se os alunos apreenderam determinado conteúdo ou não (LEITE, ARAÚJO, 2010).

Esta investigação discute as dificuldades do processo de ensino e aprendizagem da álgebra à luz dos registros de representação semiótica, por meio de resolução de problemas. O estudo foi realizado com alunos do nono ano da escola Estadual Bela Vista, situada em São Miguel do Tocantins (TO).

Os sujeitos de pesquisa são 35 alunos, selecionado de maneira aleatória, de um total de 70 de duas turmas regularmente matriculados na escola campo de pesquisa. As idades dos sujeitos de pesquisa variavam entre 15 e 16 anos. Para a coleta de dados utilizou-se a aplicação de questionário, análise das atividades do pré-teste e da intervenção, e ainda a observação dos alunos ao longo da realização das situações problemas. Também foram utilizados como instrumentos de coleta de dados, questionários fechados.

Após o diagnóstico e identificadas as dificuldades dos alunos em conteúdos básicos de álgebra iniciou-se o processo de intervenção. Essa etapa da pesquisa foi realizada por meio de resolução de problemas e se deu em cinco encontros. No primeiro encontro, realizado em 24 de agosto de 2019, foram levadas em consideração questões de caráter investigativo para diagnosticar o grau de conhecimento dos alunos em relação à álgebra, verificando a sua capacidade de realizar conversões de registros semióticos algébricas bem como o seu tratamento.

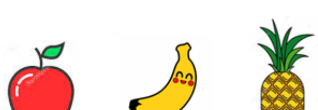
O segundo, terceiro, quarto e quinto encontros ocorreram nas seguintes datas 14, 20, 28 de setembro e dia 11 de outubro com o objetivo de verificar a capacidade de os alunos transitarem de um registro para outro, bem como o tratamento da informação.

7 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Aprender a resolver um problema matemático é um grande desafio da instrução matemática. Dessa forma, foram apresentados quatro problemas, com objetivo de verificar a capacidade dos alunos escreverem as situações-problemas apresentadas na linguagem algébrica.

Atividades 1

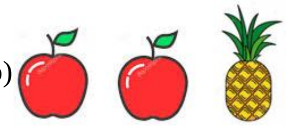
Observe as figuras abaixo e o símbolo que representa cada uma delas e faça o que se pede:

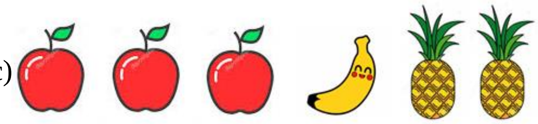


m b a

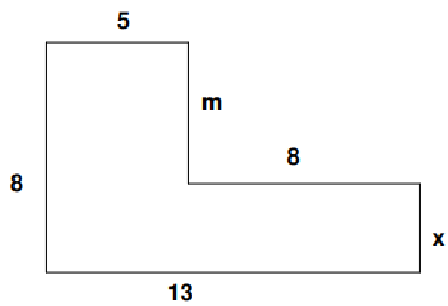
Represente simbolicamente cada uma das situações abaixo.
Escreva estas representações na forma reduzida, se possível

a) 

b) 

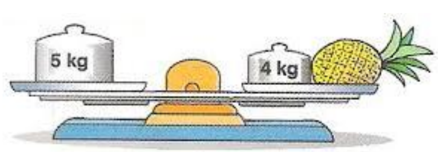
c) 

Atividades 2
Qual a expressão algébrica que representa o perímetro desta figura?



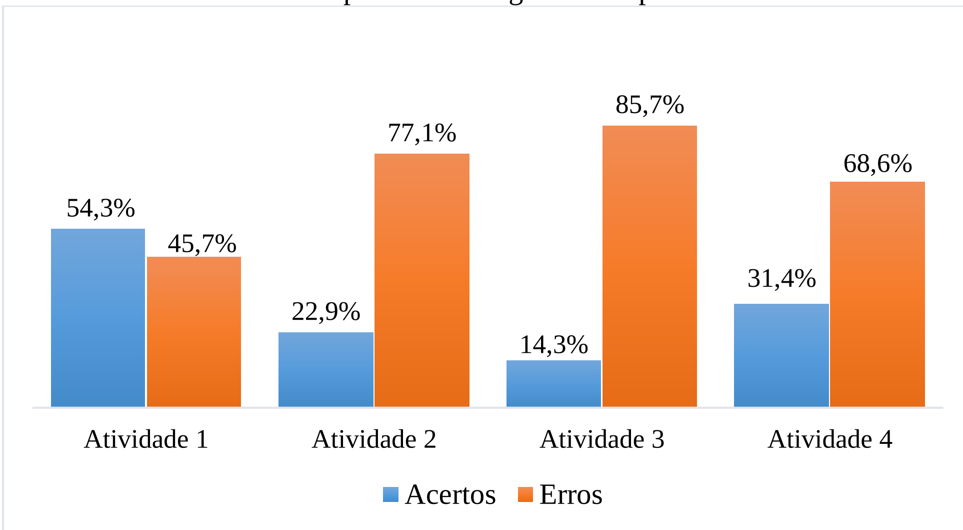
Atividade 3
Represente por meio de uma equação a seguinte situação: Um número, o seu dobro, a sua terça parte, todos ao juntar-se fazem 10. Diga-me, qual é o número?

Atividade 4
As balanças abaixo estão com os pratos em equilíbrio. Represente a equação e determine o valor desconhecido.



Os resultados mostram clara dificuldade dos alunos em álgebra.

Gráfico 3 – Resultados dos problemas diagnósticos aplicados aos alunos do 9º ano

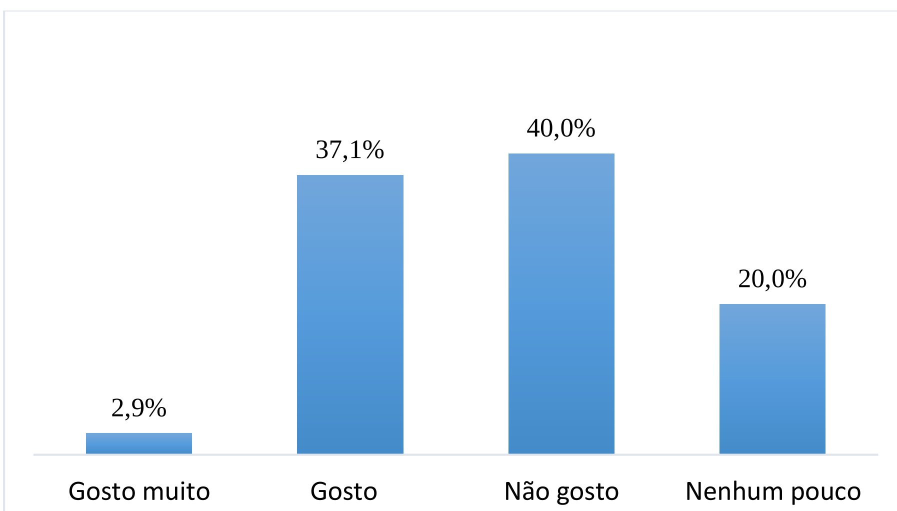


Fonte: Pesquisa de campo (2019).

Os resultados obtidos apontam que os conceitos e princípios da álgebra não estão sendo compreendidos nem aplicados de maneira correta para dar subsídio às séries seguintes na vida escolar dos estudantes.

O interesse pelo estudo é um fator fundamental para despertar a curiosidade e o apego à matemática, para que o aluno possa observar e compreender os fatos que ocorrem no dia a dia. Questionou-se, então, se os alunos gostam de estudar matemática. O Gráfico 4 traz os resultados.

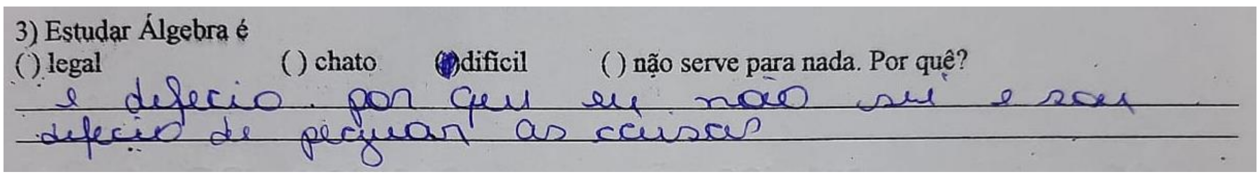
Gráfico 4 – Gosto ou interesse em estudar matemática



Fonte: Pesquisa de campo (2019).

Com esses resultados claramente percebe-se que os estudantes não costumam estudar matemática e demonstram pouco interesse com o seu envolvimento, mesmo sabendo a importância da disciplina na sua vida, pois ajuda a desenvolver o raciocínio lógico. Há muitos fatores que agregam essa dificuldade, como efetuar algoritmos com multiplicação ou divisão, etc. Os alunos completaram que não gostam muito de estudar matemática por que o conteúdo é difícil e na maioria das vezes não entendem nada, como mostra o trecho seguinte: "*É difícil por que eu não sei. E sou difícil de pegar as coisas".*

Figura 1 – A álgebra na visão do estudante


3) Estudar Álgebra é

( ) legal ( ) chato (●) dificil ( ) não serve para nada. Por quê?

e defecio. por que eu não sei e sou defecio de peguar as cousas

Fonte: Pesquisa de campo (2019).

Nesse contexto, os jovens, por falta de estímulo nos procedimentos didáticos, acabam por se afastarem da matemática e perdem o interesse pela álgebra. Conforme Maranhão *et al:*

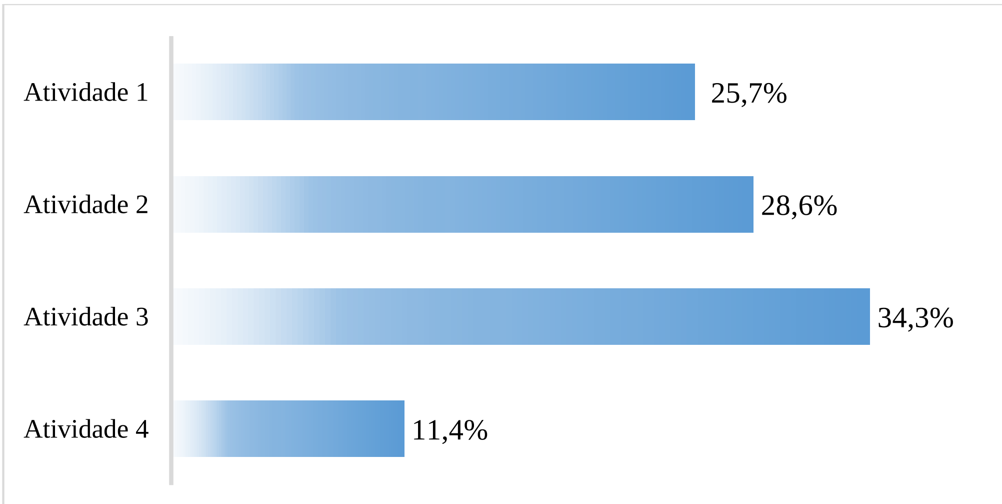
> O ensino da álgebra tem sido objeto de estudo de inúmeros pesquisadores, identificando concepções algébricas e apontando implicações de natureza didático metodológica referentes ao desenvolvimento da educação algébrica elementar [...]. Os professores esquecem a importância do papel do aprendiz no processo de ensino aprendizagem, atrelado a sequência de conteúdos com distanciamento entre do contexto das atividades, não havendo desse modo aprendizagem significativa (MARANHÃO *et al*, 2009, p. 104).

Também questionou-se se os alunos são incentivados a estudar matemática e se são cobradas as atividades escolares por parte dos pais. O resultado mostra que a maioria, 82,9%, não tem nenhum incentivo em casa para estudar matemática e também não são cobradas as atividades escolares. Apenas 17 (1%) disseram que os pais cobram e incentivam seus estudos na matemática.

Diante dessa realidade, os professores ficam ainda mais sobrecarregados para solucionar as dificuldades dos alunos, haja vista que o apoio em casa é mínimo. Por isso, devem sempre inovar suas práticas pedagógicas educativas. É preciso desenvolver no aluno a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu cotidiano na escola ou fora dela (DANTE, 2002).

Os estudantes afirmam que os problemas propostos para realização do diagnóstico foram difíceis. dos quatro problemas diagnósticos, os mais difíceis são, na ordem crescente de dificuldade: atividade 4, atividade 1, atividade 2 e atividade 3, conforme o gráfico 5.

Gráfico 5 - Ordem da questões consideradas mais difíceis pelos alunos



Fonte: Pesquisa de campo (2019).

Foi uma surpresa, de certo modo, ver que a maioria achou o problema 4 o mais fácil, pois para resolvê-lo é necessária a compreensão dos conceitos de álgebra da conversão da linguagem comum para a linguagem matemática, além do tratamento da informação. As respostas dos alunos não foram satisfatórias nesse item por não apresentarem soluções completas, apenas a solução final que era de fácil dedução, certamente por isso foi considerado fácil.

Maranhão *et al* (2009), ainda completam que a dificuldade da linguagem verbal, com a descrição dos esquemas operatórios de números e equações, em linguagem corrente, evidencia dificuldades conceituais dos estudantes com as equações somente por meio de símbolos.

No segundo encontro, realizado em 14 de setembro de 2019, já sabendo das reais dificuldades dos estudantes, foi proposta a resolução de problemas como forma de mostrar maior aproximação com a álgebra. As intervenções foram realizadas para que o aluno conseguisse pensar produtivamente, desenvolvendo seu raciocínio lógico, colocando situações novas, mas que estão presentes em suas vidas, facilitando a oportunidade de se envolver com as aplicações da matemática e consequentemente da álgebra (DANTE, 2002).

Nesse sentido não basta saber fazer mecanicamente as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. É preciso saber como e quando usá-las convenientemente na resolução de situações problema.

Nesse encontro apresentaram-se à turma três problemas envolvendo um sistema de equação do primeiro grau com duas variáveis, apresentando conceitos matemáticos do dia a dia para favorecer o desenvolvimento de uma atitude positiva dos alunos.

O problema apresentado e resolvido pela turma foi o seguinte:

Na praça da cidade de São Miguel, em determinado domingo, havia 18 veículos entre carros e motos, e a soma do número de rodas dava 52. Nessas condições, o estudante deveria:

a) Encontrar o número de motos e carros que estavam na praça no domingo; e
b) Representá-lo graficamente.

O objetivo proposto para esse problema era avaliar a capacidade de os alunos realizarem uma conversão: a mudança do registro da linguagem natural para o registro algébrico e do algébrico para o registro gráfico.

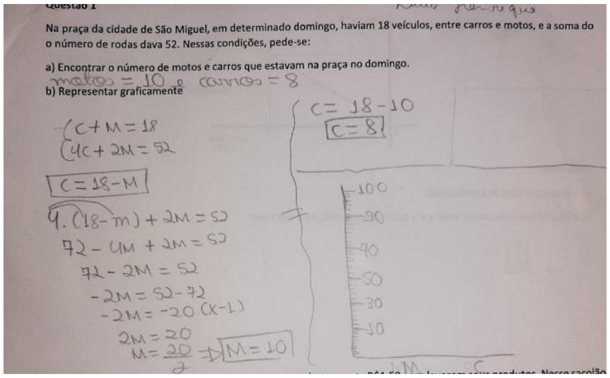
Nesse problema houve muitas dúvidas, e a principal era como escrever uma equação que relaciona o número de pneus com os automóveis (motos e carros). Alguns alunos perguntaram ao professor orientador se a equação montada estava correta e se poderiam seguir com a resolução. Boa parte dos alunos partiu para um método de tentativas e contagens e acabaram encontrando a solução correta.

É uma forma criativa de resolver o problema, contudo gastaram muito tempo e não utilizaram os conceitos algébricos abordados nas explicações e conceitos elementares. Ficou evidente a grande dificuldade dos alunos em utilizar a representação de registros semióticos para realizar uma conversão.

As intervenções foram trabalhadas de modo prioritário individual, ou em pequenos grupos, incentivando e orientando cada aluno para que chegasse à solução do problema, deixando o próprio aluno expor suas ideias e apenas lapidando-as com uma releitura do problema, principalmente solicitando um plano de ação para os estudantes.

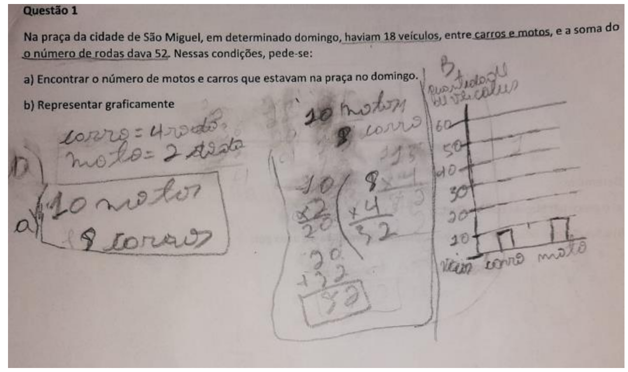
Alguns deles conseguiram realizar a conversão da linguagem textual para a linguagem matemática algébrica e desenvolveram a resolução do problema. Nas Figuras 2 e 3, a seguir, tem-se a resolução de dois estudantes.

Figura 02 – Resolução do estudante 1



Fonte: Pesquisa de Campo (2019).

Figura 03 – Resolução do estudante 2



Fonte: Pesquisa de Campo (2019).

Esse problema envolvia operações que não estão contidas no enunciado, e em geral não podem ser traduzidas diretamente para a linguagem matemática, nem resolvidas com aplicação automática de algoritmos, pois exigem do aluno um pouco de tempo para pensar em um plano de ação, uma estratégia que pode levá-lo à solução (DANTE, 2002).

Chegar à solução é importante, mas o caminho até ela deve ser estratégico e envolvente para o estudante, envolvendo principalmente os registros simbólicos que darão base ao longo de sua vida, principalmente a acadêmica.

Quanto à conversão do registro algébrico para o registro gráfico, foram encontradas muitas dificuldades. A princípio, somente três estudantes conseguiram desenvolver a conversão. Ao longo das orientações alguns conceitos foram explicitados para dar subsídios aos estudantes, que foram progredindo para chegar à solução correta do problema.

Considerou-se a seguinte resposta para o problema proposto:

1. Compreender o problema:

a) O que o problema pede? Resolvê-lo significa encontrar o número de carros e de motos na praça no domingo, a partir de uma representação gráfica.

b) Quais são os dados e as condições do problema? Os dados e condições estão descritos no texto que diz que havia 18 veículos e que a soma das rodas era 52.

c) Perceber que se trata de um problema que recai em um sistema de equações do primeiro grau.

2. Elaborar um plano:

a) Fazer uma conexão entre os dados do problema e o que ele pede, usar manipulação algébrica e fazer uma representação algébrica do problema, ou seja, montar as equação que satisfaça os dados, considerando que *m* seja o número de motos, *c* o número de carros, 2*m* o número de rodas por moto e 4*c* o número de rodas por carro, têm-se:

$$\begin{cases} m + c = 18 \\ 2m + 4c = 52 \end{cases}$$

Para o gráfico, atribuem-se valores a **m** para encontrar um **c** e assim formar o par ordenado que formará o gráfico.

3. Executar o plano:

a) Executar o plano verificando cada passo a ser dado, resolvendo o sistema de equações do primeiros grau em duas variáveis do exercício.

$\begin{cases} m + c = 18 \\ 2m + 4c = 52 \end{cases}$ (Simplificando a segunda equação)

$\begin{cases} m + c = 18 \\ m + 2c = 26 \end{cases}$ (Multiplicando por – 1 a primeira equação)

$\begin{cases} -m - c = -18 \\ m + 2c = 26 \end{cases}$ (Somando as equações, membro a membro)

$c = 8$

Substituindo o valor c = 8 na primeira equação, têm-se:

$m + 8 = 18$ (Somando -8 em ambos os membros)

$m = 10$

Dessa forma, na praça tem 10 motos e 8 carros.

Já o gráfico, segue:

Para equação I:

Para m = 0 → c = 18 par ordenado (0, 18)

Para m = 5 → c = 13 par ordenado (5, 13)

Para m = 8 → c = 10 par ordenado (8, 10)

Para m = 18 → c = 0 par ordenado (18, 0)

Para equação II:

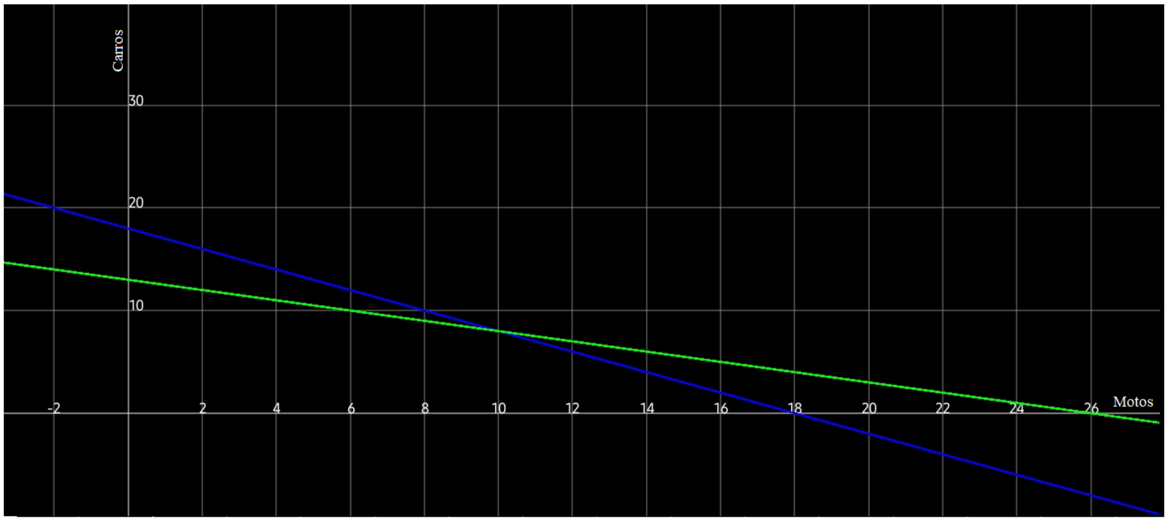
Para m = 0 → c = 13 par ordenado (0, 13)

Para m = 6 → c = 10 par ordenado (6, 10)

Para m = 8 → c = 9 par ordenado (8, 9)

Para m = 10 → c = 8 par ordenado (10, 8)

Gráfico 1 – registro gráfico do problema do 2º encontro.



Elaborado pelo autor com ajuda do aplicativo calculadora gráfica livre e disponível no play store (2019).

4) Fazer uma verificação:

Analisar o resultado obtido e verificar se os valores encontrados satisfazem as condições do problema:

10 motos + 8 carros = 18 veículos (correto).

20 pneus de moto + 32 pneus de carro = 52 veículos (correto).

No terceiro encontro, realizado no dia 20 de setembro de 2019, foram entregues três problemas aos alunos para o desenvolvimento das atividades. O objetivo era verificar a capacidade de realizar uma conversão da linguagem natural para algébrica.

Para isso, um dos problemas proposto foi:

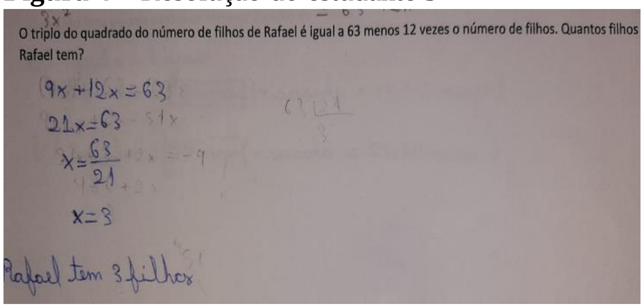
O do quadrado do número de filhos de Rafael é igual a 63 menos 12 vezes o número de filhos. Quantos filhos Rafael tem?

O problema, que recai em uma equação do 2º grau, busca desenvolver a capacidade de realizar uma conversão da linguagem natual para algébrica, bem como aplicá-la de forma pontual para chegar à solução do problema. Inicialmente foi muito alto o grau de dificuldade dos alunos nesse tipo de problema. Em muitos casos eles até conseguiam montar uma equação e resolvê-la com orientações.

Os alunos a princípio não conseguiram montar uma equação por falta de compreensão de conceitos matemáticos, como o triplo de um número e quadrado de um número. Foi necessária a intervenção do professor para dar continuidade à resolução e aprendizagem.

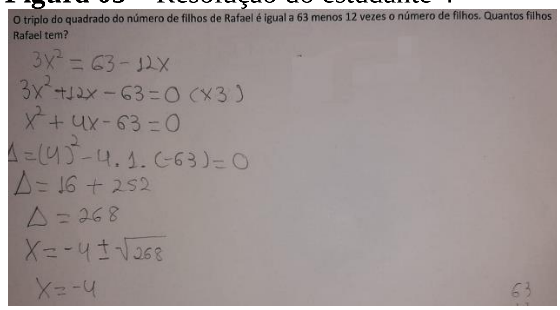
Abaixo estão as soluções dos estudantes:

Figura 4 – Resolução do estudante 3



Fonte: Pesquisa de campo (2019).

Figura 05 – Resolução do estudante 4



Fonte: Pesquisa de campo (2019).

Os estudantes estavam muito confusos com essa atividade, como equacionar a situação proposta formulando uma representação algébrica. Uma vez obtida a representação adequada, segue a resolução do exercícios, que seria executar o plano elaborado verificando cada passo a ser dado. Exclui-se desse caso o método de tentativa e erro, por se tornar muito amplo e de difícil compreensão lógica: o raciocínio algébrico deve prevalecer.

O domínio dos conceitos considerados básicos para a série é fundamental para conseguir manipular os dados, fazendo os cálculos e chegar à solução. Além disso, é necessário fazer uma verificação da resposta ou das respostas encontradas a fim de diagnosticar a verdadeira solução do problema.

Ensinar a resolver problemas é uma tarefa mais difícil do que ensinar conceitos, habilidades e algoritmos matemáticos, pois não é um mecanismo direto de ensino, mas uma variedade de processo de pensamentos que precisam ser desenvolvidos pelos alunos com o apoio do professor.

Os alunos foram encorajados a fazer perguntas entre eles para esclarecer os pontos fundamentais, destacando as informações do problema para compreenderem melhor e adequarem os conceitos algébricos.

Trabalhar com conceitos básicos, como a fórmula de Báskara, foi necessário para que o aluno se apropriasse desse instrumento de resolução de equações. Assim, de modo conjunto, com a orientação do professor e a interação com outros alunos do grupo, foi possível resolver o problema.

Pela proposta de resolução de problemas, têm-se:

1) Compreender o problema:

a) O que o problema pede? Resolver o problema significa encontrar o número de filhos de Rafael.

b) Quais são os dados e as condições do problema? Os dados e condições estão descritos no texto que diz que o triplo do quadrado do número de filhos de Rafael é igual a 63 menos 12 vezes o número de filhos.

c) Perceber que se trata de um problema que recai em uma equação do segundo grau.

2) Elaborar um plano:

a) Fazer uma conexão entre os dados do problema e o que ele pede; fazer uma representação algébrica; e montar uma equação que satisfaça os dados. No caso a equação é: $3x^2 = 63 - 12x \rightarrow 3x^2 + 12x - 63 = 0$

b) Utilizar a fórmula de Báskara

3) Executar o plano:

a) Executar o plano verificando cada passo a ser dado: Vamos resolver a equação dos exercícios

$3x^2 = 63 - 12x$

$3x^2 + 12x - 63 = 0$ (dividindo ambos os membro por 3), temos:

$x^2 + 4x - 21 = 0$

Recorrendo à fórmula de Báskara, Segue:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4.1.(-21)}}{2.1}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 84}}{2}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{100}}{2}$$

$$x = \frac{-4 \pm 10}{2} \rightarrow x = \begin{cases} x' = \dfrac{-4 + 10}{2} = +3 \\ x'' = \dfrac{-4 - 10}{2} = -7 \end{cases}$$

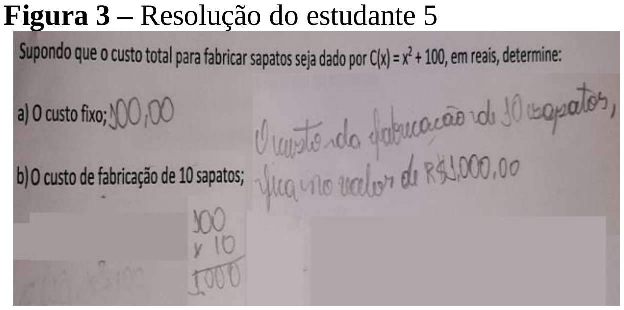
4) Fazer uma verificação: analisar o resultado obtido. O problema questiona o número de filhos de Rafael e, portanto, não há quantidade negativa de filhos, logo a resposta é 3. Rafael tem três filhos. Esse também é uma passo muito importante para detectar e corrigir possíveis erros.

No quarto encontro, em 28 de setembro de 2019, foram trabalhadas três atividades problemas, com o objetivo de verificar a capacidade de os alunos fazerem um tratamento algébrico, das quais abordou-se uma para ilustrar. Apresenta-se um dos problema trabalhado em sala de aula:

O custo total para fabricar sapatos seja dado por C(x) = x^2 + 100, em reais, determine: a) O custo fixo; e b) o custo de fabricação de 10 sapatos.

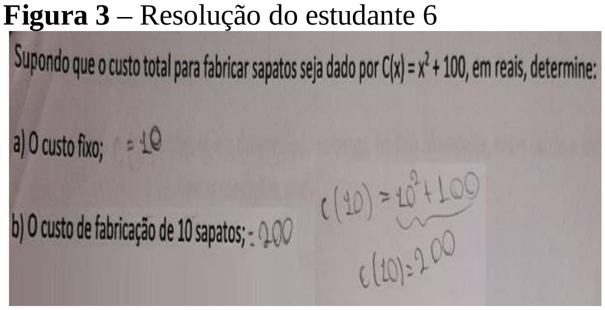
No início, ao se depararem com o exercício os estudantes ficaram um pouco perdidos, sem saber o que fazer. Não estava claro para eles o que buscar no exercício. De maneira tímida, com algumas perguntas foram esclarecidos os pontos fundamentais e destacadas as informações importantes. Assim, foram compreendendo melhor o problema, o que se pede e quais condições são dadas para resolvê-lo.

Figura 3 – Resolução do estudante 5



Fonte: Pesquisa de campo (2019).

Figura 3 – Resolução do estudante 6



Fonte: Pesquisa de campo(2019).

As imagens mostram os primeiros passos na construção das respostas. O problema foi entendido e os estudantes pensaram em um modo de resolvê-lo com poucas orientações, basicamente só foi feita uma releitura, mas demonstraram dificuldade em manipular os elementos algébricos.

Segue a solução esperada:

1) Compreender o problema:

a) O que o problema pede? Resolver o problema significa entender o significado de custo, e o que se quer saber é qual o custo fixo e qual o custo na produção de 10 sapatos.

b) Quais são os dados e as condições do problema? Esses elementos estão descritos em uma equação, da qual se pode retirar as informações necessárias para resolver o problema.

c) Perceber que se trata de um problema que recai em uma função do primeiro grau.

2) Elaborar um plano:

a) Fazer uma conexão entre os dados do problema e o que ele pede; fazer uma interpretação algébrica do problema. Usar manipulação algébrica para resolver o que é pedido no exercício com a equação.

b) Utilizar a técnicas de resolução de equação de primeiro grau.

No primeiro item deve-se achar o custo fixo. Isso é equivalente a dizer: qual o custo para produzir zero sapatos? Então tem-se que calcular C(0) na função.

No segundo item pede-se o custo para produzir 10 sapatos, ou seja, calcular C(10).

3) Executar o plano:

a) executar o plano verificando cada passo a ser dado: Vamos calcular o que se pede.

$C(x) = x^2 + 100$

$C(0) = 0^2 + 100$

C(0) = 100, dessa forma o custo fixo de produção é R$ 100,00.

Para produzir 10 sapatos:

$C(x) = x^2 + 100$

$C(10) = 10^2 + 100$

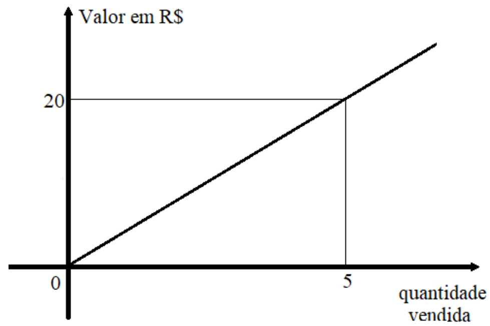
$C(10) = 100 + 100$

C(10) = 200, ou seja, para produzir 10 sapatos o custo será de R$ 200,00.

4) Fazer uma verificação: analisar o resultado obtido. O problema questiona o custo na produção de certas quantidades de sapatos e foi feita uma verificação nos cálculos. Os valores do custo são de fato R$ 100,00 e R$ 200,00 reais.

No quinto e último encontro, realizado no dia 11 de outubro de 2019, foram aplicadas três situações problemas, visando verificar a capacidade de conversão da linguagem gráfica para a linguagem algébrica. Começou-se com problemas considerados fáceis pelos próprios alunos, para evitar repetidos fracassos o que os levaria à desmotivação. Em seguida foram apresentados problemas que levassem os alunos a pensar um pouco mais.

A atividade proposta foi: em um posto de combustível o valor a ser pago em função do número de litros é dado pela gráfico seguinte:



Determine:

a) o preço por litro de combustível.

b) a função que relaciona o valor y e a quantidade vendida *x* é dada por:

Durante o processo de investigação verificou-se a evolução dos estudantes, que apresentaram dificuldades muito maior em questões de conversão da linguagem gráfica para a linguagem algébrica.

Pela proposta de resolução de problemas têm-se:

1) Compreender o problema:

a) O que o problema pede? Compreender o que significa o gráfico. Quais variáveis estão envolvidas? Calcular o preço por litro e determinar a sua função associa preço à quantidade de litros vendidos.

b) Quais são os dados e as condições do problema? Os dados e condições estão no próprio gráfico.

c) Perceber que se trata de um problema que recai em uma função de primeiro grau.

2) Elaborar um plano:

a) Fazer uma conexão entre os dados do problema e o que ele pede. Observar que 5 litros custam R$ 20,00.

b) Determinar a função do primeiro grau que forma essa lei.

3) Executar o plano:

a) Executar o plano verificando cada passo a ser dado:

No primeiro item bastar verificar, no gráfico, que 5 litros de combustível custam R$ 20,00 reais. Assim tem-se $\frac{20}{5} = 4$ e dessa forma o preço por litro é R$ 4,00

No segundo item deve-se determinar a função, pois pelo gráfico sabe-se que a função tem como pares ordenados (0, 0) e (5, 20) e do item anterior (1, 4)

Como f é uma função do primeiro grau, tem-se: $f(x) = ax + b$

Substituindo os pontos na função:

$f(0) = a.0 + b \rightarrow b = 0$ e,

$f(5) = a.5 + b \rightarrow 20 = a.5 + b \rightarrow 5.a = 20 \rightarrow a = \frac{20}{5} \rightarrow a = 4$

Dessa forma a função procurada é: $f(x) = 4x$

4) Fazer uma verificação: analisar o resultado obtido. Nota-se a veracidade do problema, que é o preço por litro de combustível. Nota-se, ainda, que não pode haver valores negativos.

Observou ao logo do processo de intervenção que os alunos participante do estudo tem muitas dificuldades de realizarem a conversão saindo da linguagem algébrica para o registro gráfico e a volta do registro gráfico para o algébrico o grau aumenta mais.

Saber elaborar de gráfico, ler e interpretá-lo tem uma grande importancia no mundo atual, pois neles se constituem uma da forma de se representar uma mensagem. a importancia desse conte tema pode ser reconhecida dada a sua presença nos conteúdos de matemática (brasil, 1997) .conteúdo conceitual para primeiros ciclos do ensino fundamental. ou seja, acredita-se na importância de se iniciar estudos relativos a esta área desde o início da aprendizagem formal de matemática.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante das preocupações voltadas ao aluno e à aprendizagem da matemática, nesta pesquisa visou-se atender à seguinte questão: como a teoria dos registros de representação semiótica pode contribuir no processo de ensino aprendizagem da álgebra por meio da resolução de problemas?

Para responder a essa questão buscou-se realizar estudos voltados aos pressupostos teóricos de resolução de problemas de Polya (ano) e aos registros de representação semiótica de Duval (ano), proporcionando aporte teórico e metodológico para realizar o trabalho com os estudantes alvos da pesquisa.

Considerado o problema, definiu-se como objetivo geral discutir as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra. Com o intuito de atender aos objetivos, propôs-se aos alunos que participassem de um experimento para melhorar o aprendizado da matemática, especificamente da álgebra. O estudo com os alunos foi realizado em horário diferente do escolar e consiste na intervenção por meio da resolução de problemas,

O uso de situações significativas para o ensino da álgebra é interessante, pois é considerada abstrata, sem relação com situações do dia a dia. A estratégia de ensino por meio de resolução de problemas aproxima mais o estudante da sua realidade, fazendo com que seja o próprio autor de sua aprendizagem.

A resolução de problemas não rotineiros pode deixar o estudante mais alerta e participativo, pois lhe é dada a oportunidade de tentar, por si próprio, a busca das soluções, focando naturalmente nas fórmulas.

Este estudo explorou conhecimentos básicos para apropriação do significados algébricos como as equações, sentenças matemáticas aritméticas e algébricas, membros e termos algébricos, e representação gráfica. A proposta se deu por resolução de problemas e apontou dificuldades para os estudantes seguirem para próxima série.

Os avanços teóricos alcançados pelos alunos podem ser contribuições muito positivas ao longo de sua caminhada escolar. Esse tipo de atividade proporcionou diferentes formas de expressão e representação dos estudantes à luz dos registros de representação semióticos.

A sociedade precisa de pessoas ativas e participantes que deverão tomar decisões rápidas, tanto o quanto possível precisas, portanto, é necessário formar cidadãos matematicamente alfabetizados, que saibam como resolver, de modo inteligente, problemas de comércio, economia, administração, engenharia, previsão do tempo e outros da vida diária. A resolução de problemas se apresenta como parte substancial, para que o indivíduo desenvolva sua capacidade de enfrentar situações-problema.

Além disso, ao final da pesquisa, percebeu-se a relevância do professor na organização do processo de ensino aprendizagem da álgebra, com propostas de melhoria metodológicas, uso de tecnologias, formação continuada e o estudo teórico da matemática, em busca de modos de organização de ensino que viabilizem ao aluno aprender. É importante que o professor reflita na linguagem matemática, as técnicas operatórias, cálculo mental e resolução de problemas.

Entende-se, dessa forma, que desafiar o aluno com problemas desenvolve a tomada de consciência e o esforço em encontrar uma solução. Estimular o aluno a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de outros problemas, evidencia a concepção de ensino aprendizagem não pela mera repetição, ou reprodução de conhecimento, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos.

Diante dos resultados, certamente o estudo foi enriquecedor para a formação docente, pois permitiu verificar e elaborar outro método de ensino da álgebra, com resolução de problemas contextualizados. Espera-se que este estudo venha a servir de novos problemas de pesquisa futuros.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Maria Margarida de. Introdução à metodologia do trabalho científico: elaboração de trabalhos na graduação. 10 ed. São Paulo: Atlas, 2010.

AZERÊDO, Maria Alves de.,RÊGO, Rogéria Gaudêncio do. Linguagem e matemática: a importância dos diferentes registros semióticos. Revista Temas em Educação, João Pessoa, 2016. v.25, Número Especial, p. 157-172

BRASIL. **Ministério da educação. Lei de Diretrizes e Base da educação Nacional/LDBEN**. Brasília, MEC, 1996.

CHACON, I. M. G**. Matemática Emocional: os afetos na aprendizagem matemática**. trad. Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2003

CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Mariana; GÁSCON, Josep. **Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Porto alegre: Aritmed, 2001.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Ática, 2002. D'AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasilia. 1989. P. 15-19.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem. eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.

DEMANA, F.; LEITZEL, J. **Estabelecendo conceitos fundamentais através da resolução de problemas numéricos.** IN: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. As ideias da álgebra. São Paulo: Atual, p. 70-79, 1995.

DRUCK, S. **Revista Ciência Hoje/especial/SBP**. São Paulo: 55.ª Reunião Anual da SBPC, v. 5, 2003.

DUVAL, R. Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas. Org. Tânia M. M. Campos. Trad. Marlene Alves Dias. São Paulo: Proem Editora, 2011.

FIORENTINI, D. (Org.). **Formação de professores de matemática**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2003. FIORENTINI, D. (org.). Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2010.

GERHARDT. Tatiana Engel; SILVEIRA. Denise Tolfo (orgs.). Métodos de pesquisa. Coord. Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. Porto Alegre: UFRGS, 2009.

HENRIQUES Afonso; ALMOULOUD, Saddo Ag. Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. Ciênc. Educ., Bauru, v. 22, n. 2, p. 465-487, 2016

IMENES, L. M. **O currículo tradicional e o problema: um descompasso. A Educação Matemática em Revista**, São Paulo, n. 2, p. 5-8. 1994.
LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, **Marina de Andrade. Técnicas de Pesquisa: planejamento e execução de pesquisas, amostragens e técnicas de pesquisa, elaboração, análise e interpretação de dados.** 7 ed. São Paulo: Atlas, 2010.

LINS, Rômulo Campos e GIMENEZ, Joaquim. Perspectivas em aritmética a álgebra para o século XXI. Campinas: Papirus, 1997.

MACHADO, N. J. Matemática e realidade: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino de matemática. 2.ed. São Paulo: Cortez, 1991.

MARCELO, Carlos. Aprender a enseñar para la sociedad del conocimiento. Educational Policy Analysis Archives, 2002 nº10 (35).

MARKOVITS, Z.; EYLON, B S.; BRUCKHEIMER, M. **Dificuldades dos alunos com o conceito de função**. IN: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. As ideias da álgebra, São Paulo: Atual, p. 49-69, 1995.

MORAES, Maria C. O paradigma educacional emergente. Campinas, SP: Papirus, 2002.

PAIS, Luiz Carlos. **Educação escolar e as tecnologias da informática**: Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PONTE, J. P. **Concepções dos professores de matemática e processos de formação. Educação Matemática: Temas de investigação.** Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, p. 185-239, 1992.

PONTE, J. P. **O desenvolvimento profissional do professor de matemática**. Educação e Matemática, v. 31, pgs. 9-12 e 20, 1994. Disponível em < http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/94-Ponte(Educ&Mat).rtf>. Acesso em 01 de jun. 2019.

PONTE, J. P. **A vertente profissional da formação inicial de professores de Matemática.** Educação Matemática em Revista, [S. l.], n.11A, p. 3-8, 2002. Disponível em:

PONTE, J. P. **O conceito de função no currículo de Matemática**. Revista Educação e Matemática, APM, Portugal, n.15, p. 3-9, 1990.

POLYA, G. A arte de resolver problemas. Rio de Janeiro, Interciência, 1977.

RONCAGLIO, Viviane. **Registros de Representação Semiótica – Atividades de Conversão e Tratamento em Vetores e suas Operações a partir da Argumentação de Estudantes de Engenharia**. Dissertação (Mestrado em Educação nas Ciências) da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul – 2011

RONCAGLIO Viviane.; NEHRING Catia Maria. **Entendimentos do conceito de vetor por estudantes de engenharia.** VIDYA, v. 35, n. 2, p. 197-214, jul./dez., 2015 - Santa Maria, 2015.

RONCAGLIO, Viviane.; NEHRING, Cátia Maria. **APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE VETOR POR ESTUDANTES DE ENGENHARIA – Análise de Registro**. XII Encontro Nacional de Educação Matemática, ISSN 2178-034X. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades São Paulo - SP, 13 a 16 de julho de 2016

ROSSINI, R. Evolução das organizações matemáticas e didáticas construídas em torno do conceito de função em formação de professores. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo. 2007. v.9, n.2, p. 205 – 247.

TOLEDO, Marília Barros de Almeida; TOLEDO Mauro de Almeida. Teoria e prática de matemática: como dois e dois. 1 ed. São Paulo: FTD, 2009.

SCHOEN, Harold L. **A resolução de problemas em álgebra**. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. As ideias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: Coxford, A. F.; Shulte, A. P. (Org.). As Idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995. p.9-22.

Site do Livro aberto: https://www.umlivroaberto.com/fr/GE101-0B.html

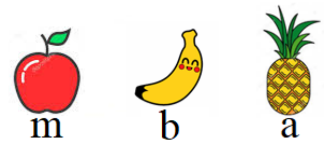
APENDICES

APENDICE A

ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

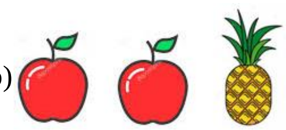
Atividades 1

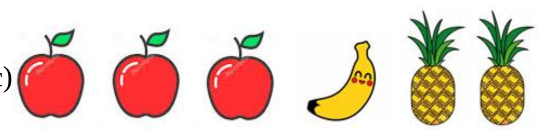
Observe as figuras abaixo e o símbolo que representa cada uma delas e faça o que se pede:



Represente simbolicamente cada uma das situações abaixo.
Escreva estas representações na forma reduzida, se possível

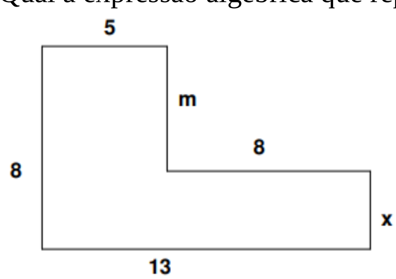
a) 

b) 

c) 

Atividades 2

Qual a expressão algébrica que representa o perímetro desta figura?

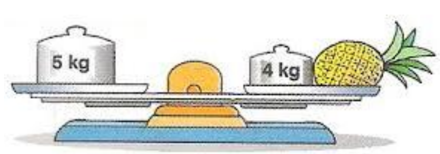


Atividade 3

Represente por meio de uma equação a seguinte situação: Um número, o seu dobro, a sua terça parte, todos ao juntar-se fazem 10. Diga-me, qual é o número?

Atividade 4

As balanças abaixo estão com os pratos em equilíbrio. Represente a equação e determine o valor desconhecido.



QUESTIONÁRIO COMPLEMENTAR

1) Você gosta de estudar Matemática?
( ) gosto muito
( ) gosto
( ) não gosto
( ) nem um pouco Por quê?

2) O que é álgebra?
____
____

3) Estudar Álgebra é
( ) legal ( ) chato ( )difícil ( ) não serve para nada. Por quê?
____
____

4) Representar algebricamente uma situação, você considera
( ) legal ( ) chato ( )difícil ( ) não serve para nada

5) Você acha que a Álgebra é útil no dia-a-dia?
( ) muito ( ) sim ( ) mais ou menos ( ) nem um pouco Por quê?
____
____

6) Após ter realizado as atividades propostas, marque com um *x* o valor que expressa o seu grau de dificuldade:
1 ( ) para muito fácil;
2 ( ) para fácil;
3 ( ) para médio;
4 ( ) para difícil;
5 ( ) para muito difícil.

7) qual a atividade que você achou mais difícil ? (marque apenas uma)
( ) Atividade 1
( ) Atividade 2
( ) Atividade 3
( ) Atividade 4

8) qual a atividade que você achou mais fácil ? (marque apenas uma)
( ) Atividade 1
( ) Atividade 2
( ) Atividade 3
( ) Atividade 4

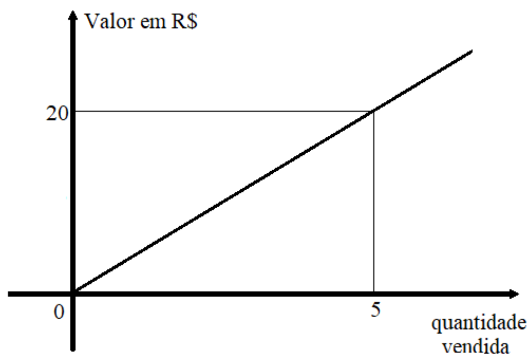
9) Você tem incentivo para estudar matemática ou é cobrado as atividades de matemática?
( ) sim
( ) não

PROBLEMAS PROPOSTOS AOS ALUNOS

Questão 1
Na praça da cidade de São Miguel, em determinado domingo, haviam 18 veículos, entre carros e motos, e a soma do o número de rodas dava 52. Nessas condições, pede-se:
a) Encontrar o número de motos e carros que estavam na praça no domingo.
b) Representar graficamente

Questão 2
Em um sacolão, os clientes precisam comprar uma sacola que custa R$1,50 para levarem seus produtos. Nesse sacolão um quilo de maçã custa R$ 3,00. Uma pessoa comprou 4 quilos que maçã e teve de comprar uma sacola. Determine:
a) Uma relação que dá o preço em função do número de maças compradas.
b) quanto uma pessoa pagará se comprar 8 quilos de maçãs?

Questão 3
Num posto de combustível o valor a ser pago em função do número de litros é dado pela gráfico abaixo:



Determine:
a) o preço por litro de combustível.
b) a função que relaciona o valor y e a quantidade vendida x é dada por:

Questão 4
A raiz da equação $x - 3.(x - 1) = \frac{x}{3} + 2$ é igual a:

Questão 5
Supondo que o custo total para fabricar sapatos seja dado por $C(x) = x^2 + 100$, em reais, determine:
a) O custo fixo;
b) O custo de fabricação de 10 sapatos;

Questão 6
O triplo do quadrado do número de filhos de Rafael é igual a 63 menos 12 vezes o número de filhos. Quantos filhos Rafael tem?