COLÉGIO PEDRO II

Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

MARIA DE JESUS ROCHA PINHO

O ALGEPLAN: UMA PROPOSTA DE USO DE MATERIAL MANIPULATIVO NO ENSINO DA ÁLGEBRA

Rio de Janeiro
2020

Maria de Jesus Rocha Pinho

O ALGEPLAN: UMA PROPOSTA DE USO DE MATERIAL MANIPULATIVO NO ENSINO DA ÁLGEBRA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof.ª Drª. Andreia Carvalho Maciel Barbosa

Rio de Janeiro
2020

COLÉGIO PEDRO II

PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E CULTURA

BIBLIOTECA PROFESSORA SILVIA BECHER

CATALOGAÇÃO NA FONTE

P654 Pinho, Maria de Jesus Rocha
O Algeplan: uma proposta de uso de material manipulativo no ensino da álgebra / Maria de Jesus Rocha Pinho. – Rio de Janeiro, 2020.
77 f.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Colégio Pedro II. Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura.
Orientador: Andreia Carvalho Maciel Barbosa.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Álgebra. 3. Materiais manipulativos. 4. Polinômios – Propriedade básica. I. Barbosa, Andreia Carvalho Maciel. II. Colégio Pedro II. III. Título.

CDD 510

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Simone Alves – CRB7 5692.

Maria de Jesus Rocha Pinho

O ALGEPLAN: UMA PROPOSTA DE USO DE MATERIAL MANIPULATIVO NO ENSINO DA ÁLGEBRA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em: _____/_____/_____.

Banca Examinadora:

____
Prof.ª Drª. Andreia Carvalho Maciel Barbosa (Orientadora)
Colégio Pedro II

____
Prof.ª Drª. Marilis Bahr Karam Vescelau (Interno)
Colégio Pedro II

____
Prof.ª Drª. Dora Soraia Kindel (Externo)
UERRJ/Ppgeducimat

Rio de Janeiro
2020

Este trabalho é dedicado ao meu irmão Carlos Alberto Rocha Pinho (in memoriam) por acreditar que a educação nos torna pessoas melhores e mais sábias, e não me deixar desistir dos estudos.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por iluminar a minha vida, repleta de saúde, força de vontade para não desiste desse sonho.

A minha família em especial aos meus sobrinhos e afilhados que tenho um amor enorme, pois sem vocês não teria vencido essa batalha. Aos meus pais Luís Castro Pinho e Maria Celeste Rocha Pinho (in memoriam), pelos ensinamentos, pelo amor e exemplos de vida. Aos meus irmãos Norma, Carlos, Luís, Célia, Regina, Fábio, Gorete e Lucélia que me deram todo apoio e incentivo nos momentos em que pensei a desistir. As minhas primas e amigas de infância de Presidente Juscelino-Ma, que sempre dava força para continuar.

A minha orientadora Prof.ª Andreia Carvalho Maciel Barbosa, pela grandiosa orientação e dedicação nessa trajetória, pela confiança e ser uma grande amiga e incentivadora nesta trajetória.

Aos meus colegas do mestrado em especial a, Gisele, Felipe, Flávio, Jeferson, Diego e Evandro pois sempre estivemos juntos estudando e divertindo nessa longa jornada do curso.

Aos professores da turma Profmat-2017, Tânia Boffoni, Luciana Martino, Liliana Costa, Diego Nicodemos, Marílis Vesceslau, Patrícia Earthal, Daniel Martins e Andreia Maciel pelos ensinamentos e contribuições durante todo curso.

Aos funcionários do Colégio Pedro II pela paciência em muitos momentos de confraternização da turma. À CAPES, pelo financiamento da bolsa de estudos.

A todas as pessoas que, apesar de não citados, contribuíram de forma direta ou indireta para realização de mais uma importante etapa em minha vida.

Tudo posso naquele que me fortalece.
-Filipenses 4:13-

RESUMO

PINHO, Maria de Jesus Rocha. **O Algeplan: Uma proposta de uso de material manipulativo no ensino da Álgebra**. 2020. 78f. Dissertação (Mestrado) – Colégio Pedro II, Pró - Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Rio de Janeiro, 2020.

O Material Manipulativo pode ser um excelente recurso para o aluno construir seu conhecimento matemático. O objetivo desta dissertação foi apresentar uma proposta de atividades com o material manipulativo Algeplan para alunos da Educação Básica. A pesquisa foi aplicada em uma turma do 8° ano e três turmas da 1ª Série do Ensino Médio em escolas Estaduais de Nilópolis /RJ. Os resultados constataram que a utilização do material manipulativo Algeplan pode, contribuir para o processo de ensino e aprendizagem da Álgebra. As atividades propostas são baseadas em uma metodologia que permita aos estudantes construir seu conhecimento em um processo de interação entre as ações realizadas com o material e a mediação do professor. Para fundamentação, pautamos em Sérgio Lorenzato (2006), Lev Vygotsky (1998), além da Base Nacional Curricular Comum (BRASIL, 2017).

Palavras-chave: Materiais Manipuláveis; Algeplan; Polinômios; Ensino de Álgebra.

ABSTRACT

PINHO, Maria de Jesus Rocha. **O Algeplan: Uma proposta de uso de material manipulativo no ensino da Álgebra**.2020. 78f. Dissertação (Mestrado) – Colégio Pedro II, Pró - Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Rio de Janeiro, 2020.

The manipulative material can be a great resource for the students to construct their mathematical knowledge. This dissertation goal is to present an activity proposal with the manipulative material Algeplan, for the Basic Education students. The search was applied at 8th grade class and in three different classes of the 1st year of High School at Nilopolis/ RJ state schools. The results showed that the use of manipulative material Algeplan can really contribute to the teaching and learning process of the Algebra. The proposed activities are based on a methodology that let the students construct their knowledge in an interactive process between the actions taken with the material and the teachers' mediation. For substantiation, we rule: Sérgio Lorenzato (2006), Lev Vygotsky (1998) and the Nacional Common Curriculum Base (BRASIL, 2017).

Keywords: Manipulative Material; Algeplan; Monomials; Polynomials; Algebra Teaching.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC - Base Nacional Comum Curricular

ENA - Exame Nacional de Acesso

IDEB - Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

PNE - Plano Nacional de Educação

PROFMAT - Programa de Mestrado Profissional Matemática em Rede Nacional

SEEDUC - Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Para a construção do problema de pesquisa e para compreensão da relevância desta dissertação de desenvolvimento profissional, farei um breve relato do meu desenvolvimento acadêmico.

Iniciei minha jornada educacional no ano de 1981 na Escola Jardim Pato Donald, no município de Presidente Juscelino-MA, onde apenas estudei o antigo Jardim I e Fundamental I. Logo em seguida, meus pais me transferiram para a Escola Estadual Eleodora Jacinta, onde estudei durante o Ensino Fundamental I e II, e me lembro, com orgulho e lembranças, de professoras que marcaram a minha infância. O método utilizado era o tradicional. O ensino da matemática era voltado para o estudo da tabuada e a resolução das quatro operações, tudo muito tradicional, mas aprendi a ser disciplinada e a não desistir do estudo.

No ano de 1993, fui morar em São João de Meriti, no Rio de Janeiro para estudar. Comecei a estudar na Escola Estadual Aydano de Almeida em Nilópolis, no Ensino Médio. Nesta época, não foi fácil me adaptar a uma nova escola e a mudança de Estado, porém não tive dificuldades em relação aos estudos, pois, no Fundamental, tive uma boa preparação. Pois, o modelo de ensino, apesar de tradicional, foi ótimo. Nunca fiquei reprovada, minha família sempre teve essa preocupação e meu Pai sempre falava que a única coisa que ninguém tira da gente é o saber. Minha principal professora de matemática foi Madalena Magalhães no Ensino Fundamental II que, além de professora, era muito amiga e humana. Hoje fazendo uma avaliação do processo de ensino, percebo que o sistema educacional utilizado pelos professores daquela época era muito limitado a cálculos e procedimentos, não valorizando o pensar, pois isso faz com que o aluno repita procedimentos, para resolver as atividades proposta.

Em 1995, terminei o Ensino Médio, onde me deparei com o professor Antônio Carlos Cárdia, o qual me fez reforçar e amar mais a matemática. Ainda hoje sinto falta do ambiente escolar visto até esse momento, mesmo que, na época, tenho me sentido aliviada ao terminar essa etapa do estudo, porque achava que já tinha estudado o suficiente, só que o amadurecimento me fez pensar diferente. No ano seguinte, tentei fazer vestibular e não obtive êxito, então me dediquei ao trabalho com meu irmão, que tinha uma padaria. Logo em seguida, comecei a estudar Licenciatura em Matemática na faculdade UNIG-Universidade de Nova Iguaçu.

Em 1998, surgiu a oportunidade de participar da semana da matemática na mesma instituição, onde um palestrante falou da relação da Geometria com os demais assuntos da matemática, foi quando percebi o quanto essa ciência é importante e que nossa visão de mundo se modifica. Como Paulo Freire descreveu, em uma entrevista com o Prof. Ubiratan D'Ambrósio: “temos que nos assumir como um indivíduo que vive e depende da matemática, pois ela existe em todos os lugares”. Com isso, percebi que escolher Licenciatura em Matemática foi a certa. Agora, estou finalizando o curso o Mestrado, grande sonho para quem saiu do interior de Presidente Juscelino no Maranhão e que só almejava acabar o Ensino Médio para trabalhar. A oitava filha de uma família com nove irmãos, com pais apenas alfabetizados, lutando para que os filhos não ficassem fora da escola. Fui a primeira dos nove filhos a fazer faculdade e mestrado. Além do orgulho com essas conquistas, também com meus três irmãos, que posteriormente fizeram faculdade e atuam como professores, sou realizada profissionalmente, aliando à matemática a sala de aula e a possibilidade de mudar o mundo.

É importante ressaltar que a minha experiência como professora de Matemática da Educação Básica percebo uma série de bloqueios por parte dos alunos, fato este que procuro diminuir com a aplicação de atividade, que tem por objetivo motivar o aluno a construir seu conhecimento em relação à álgebra e potencializar o aprendizado na disciplina de Matemática.

O Ensino da Matemática no Brasil é, na maioria das vezes, feito com um viés tradicional, tal fato faz com que o professor escreva, no quadro, os conteúdos que julga importante para cada série do ensino. Isso geralmente não faz com que os alunos fiquem estimulados a aprender a disciplina. O grande exemplo disso pode ser verificado pelo baixo desempenho dos alunos na disciplina de matemática, escancarado no final do Ensino Médio, mas tem início no Fundamental I e II. Isso ocorre devido a algumas características dessa ciência, uma das principais é que se trata de uma área cumulativa de conteúdo, isto é, o aluno precisa aprender bem um conteúdo prévio para compreender um posterior. A matemática escolar é apresentada de forma sequencial, ou seja, na organização curricular não se aprende a multiplicar, se não aprendeu a somar. Portanto, uma etapa que não foi bem aprendida compromete o aprendizado seguinte.

Aulas pouco dinâmicas, mais alunos desinteressados e professores desmotivados podem ser motivos para explicar os resultados baixos no ensino da matemática no Brasil. Acreditamos que o ensino mecânico e com pouco significado pode ser um dos fatores que comprovam esse baixo desempenho. Pensando nesse processo, começamos a questionar as minhas práticas docentes e percebi que havia muitos alunos sem problemas cognitivos ou sociais, que apresentam dificuldades em relação à aprendizagem matemática.

A partir das reflexões sobre as dificuldades apresentadas pelo os alunos, sempre busquei trabalhar de forma mais lúdica em sala de aula. Uma das estratégias foi a inserção de materiais manipuláveis, tais como: cubo mágico, dominó (para trabalhar multiplicação e divisão), baralho (adaptado para trabalhar porcentagem e frações) e videoaulas.

Então, de forma incialmente tímida, os alunos começaram a mostrar mais interesse e uma postura mais ativa em sala de aula durante as atividades em grupo, o que favoreceu seus respectivos processos de aprendizagem. Alguns deles, inclusive, obtiveram um constante crescimento na produção durante as atividades propostas em sala de aula.

Entretanto, para atender a complexidade de conteúdos da álgebra, eram necessários mais recursos. Nesse caso no mestrado "PROFMAT" e apresentei essa inquietação a minha orientadora, mostrando uma busca por possibilidades de um trabalho que explorasse uma abordagem mais conceitual e ao mesmo tempo mais participativo. Assim, a orientadora desta dissertação, convidou-me a participar da disciplina Tendências em Educação Matemática, ministrado no ano de 2018 no curso de Especialização em Educação Matemática do Colégio Pedro II. Comecei a partir desse momento, a entender sobre o uso de outros materiais que pudessem apoiar e auxiliar o trabalho em sala de aula. Buscando um material que fosse apropriado para desenvolver o trabalho com a Álgebra.

Com isso, comecei a pensar na possibilidade de atuar com esse material, uma vez que iria trabalhar esse conteúdo, já que faz parte do currículo mínimo da SEEDUC-RJ das turmas de 8°ano do Ensino Fundamental, usando material manipulativo de forma mais conceitual, tornando a aula mais participativa e dinâmica, pois há certa resistência por parte dos alunos em estudar álgebra, talvez por julgarem ser muito difícil de entender, fazendo com que esses alunos se fechem a conteúdos novos.

Nesse contexto, o objetivo desta dissertação é apresentar uma proposta de atividades sobre o conceito de Álgebra, utilizando o material manipulativo Algeplan para alunos da Educação Básica. Especificamente, identificar como os alunos, ao realizar atividades elaboradas com o material e estabelecendo conexões matemática.

Para atender aos objetivos traçados na introdução, no Capítulo 2, mostramos um pouco da história da Álgebra, algumas mudanças Álgebra no PCN para BNCC e fundamentação teórica. No Capítulo 3, apresentamos o Material Manipulativo Algeplan e mostramos exemplos usando o material, em seguida apresento o aplicativo Algebra Tiles, o local da pesquisa e abordamos a metodologia usada na atividade.

No Capítulo 4, apresentamos a proposta realizadas pelos alunos e analisando questões envolvendo o Material Manipulativo Algeplan. Por fim, nas Considerações Finais, analisarmos sobre as atividades aplicada nas turmas para desenvolver a proposta, e refletir sobre novas metodologias de ensino, através do uso de materiais manipuláveis Algeplan.

2 UM POUCO DA HISTÓRIA DA ÁLGEBRA

A matemática muitas vezes se apresenta dividida em algumas subáreas: Geometria, Aritmética e Álgebra. Especificamente sobre a área de Álgebra, suas origens se encontram na antiga Babilônia, onde matemáticos desenvolveram um sistema aritmético avançado, com o qual puderam fazer cálculos algébricos. Com esse sistema, eles foram capazes de aplicar fórmulas e calcular soluções para incógnitas numa classe de problemas que, hoje, seriam resolvidos como equações lineares, equações quadráticas e equações indeterminadas.

Por outro lado, a maioria dos matemáticos egípcios desta era e a maioria dos matemáticos indianos, gregos e chineses do primeiro milênio a. C. normalmente resolviam estas equações por métodos geométricos, como descrito no Papiro de Rhind, Sulba Sutras, Elementos de Euclides e os Nove Capítulo da arte Matemática Os estudos geométricos dos gregos, consolidado nos *Elementos*, deram a base para a generalização de fórmula, indo além na solução de problemas particulares para sistemas gerais, para especificar e para resolver equações.

O termo Álgebra surge com o trabalho Al-Jabr wa-al-Muqabilah de al- Khwarizmi (século IX), matemático nascido na Pérsia. A palavra Al-jabr, da qual álgebra foi derivada, significada “reunião”, “conexão” ou “complementação”. A Al-jabr significa, ao pé da letra, a reunião de partes quebradas. Foi traduzida para o latim quase quatro séculos depois, com o título Ludus Algebrae et Almucgrabalaeque. A palavra álgebra é um substantivo feminino de origem árabe (al-jabr), também possui como significado, a ciência que generaliza as questões numéricas, calculando as grandezas representadas por letras. Além disso a Álgebra foi introduzida na Europa pelo Árabes, no século X com a obra de François Viète e foi configurada na forma atual por René Descartes (século XVII) (STRUIK, 1997 [1948], p.82).

Na data de 1140, Robert de Chester traduziu o título árabe para o latim, como Liber Algebrae et almucabala. No século XVI, é encontrado em inglês como Algiebar and Almachabel, e em várias outras formas.

No Kholâsat Al-Hisâb ("Essência da Aritmética"), Behâ Eddin (cerca de 1600 d.C.) escreve: "o membro que é afetado por um sinal de menos será aumentado e o mesmo adicionado ao outro membro, isto sendo álgebra; os termos homogêneos e iguais serão então cancelados, isto sendo al-muqâbala".

Os mouros levaram a palavra al-jabr para a Espanha, um algebrista sendo um restaurador ou alguém que conserta ossos quebrados. Por isso, Miguel de Cervantes em Dom Quixote (II, cap.15) é feita menção a "um algebrista que atendeu ao infeliz Sansão". Em certo tempo não era raro ver, sobre a entrada de uma barbearia, as palavras "Algebrista y sangrador" (SMITH, Vol. 2, p. 389-90).

O uso mais antigo da palavra álgebra, no inglês, em seu sentido matemático foi dado por Robert Recorde, no The Pathwaie to Knowledge ("O Caminho para o Conhecimento") em 1551: "também a regra da falsa posição, que traz exemplos não somente comuns, mas alguns pertinentes à regra da Álgebra".

2.1 Mudanças da Álgebra no PCN para BNCC

A Álgebra faz parte do desenvolvimento humano e, surge inicialmente para resolver problemas do cotidiano de várias formas, e ela é parte essencial no ensino de Matemática na Educação Básica, nos Ensino Fundamental e no Médio. Reconhecendo a sua relevância na formação do cidadão, em 20 de dezembro de 2017 foi homologada a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) no qual apresenta, em seus documentos, que a Unidade Temática Álgebra seja desenvolvida desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) surgiu para cumprimento dos princípios de metas e estratégias educacionais que encontram dispostos na lei nº13005, de junho de 2014, conhecida como Plano Nacional de Educação (PNE). Dentro do PNE. A BNCC corresponde à meta nº 7 estratégia 7.1 cujo objetivo é fomentar a qualidade de Educação Básica para atingir médias nacionais exigida pelo IDEB e, também, para:

> [...] estabelecer e implantar mediante pactuação Inter federativa, diretrizes pedagógicas para a educação básica e a base nacional comum dos currículos, com direitos e objetivos de aprendizagem e desenvolvimento dos(as) alunos(as) para cada ano do ensino fundamental e médio, respeitada a diversidade regional, estadual e local [...] Brasil, 2014 meta nº7 Estratégia 7.1. (BRASIL, 20014, p.33)

A BNCC, conforme sua elaboraçao consolida o que estava previsto na Constutituição da República Federativa do Brasil de 1988 artigo XXII, tem sido considerada uma das estrategias que reduzirá as desigualdades do Ensino Brasileiro. Sabemos que as escolas tem suas autonomias, poderão ensinar mais do que se pede na BNCC, mas não poderão ensinar menos.

Ao estabelecermos uma conexão com os documentos curriculares oficiais vigentes, a BNCC, por exemplo, destaca a aproximação do campo da geometria com o campo da álgebra, propiciando ao aluno, dos Anos Finais do Ensino Fundamental, a interação dos conteúdos desses dois campos matemáticos. Com isso, a Álgebra não pode ser ensinada apenas para empregar as regras algébricas ou fórmulas, nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas.

Em relação às habilidades de Matemática: muitos conteúdos foram reorganizados e alguns novos foram inseridos dentro do proposto pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Álgebra e Probabilidade e Estatística passam a fazer parte do cotidiano do Ensino Fundamental I e habilidades relacionadas a tecnologia, robótica e programação figuram no currículo.

As principais mudanças foram; a reorganização dos conteúdos nos Ano Iniciais do Ensino Fundamental; além das unidades Números, Geometria e Grandezas e medidas, aparecem duas novas: Álgebra, Probabilidade e Estatística. Antes, os conteúdos relacionados a essas unidades apareciam de forma mais destacada nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Não se trata de um adiantamento de conteúdo, mas sim, trabalhar desde o início do Ensino Fundamental II, um modo de pensar que será utilizado mais tarde, quando conteúdos como equações, típico da Algebra, ou cálculos de probabilidade, entrarem em cena.

As alterações que foram feitas no documento não propõem uma suspensão da visão sobre a disciplina desde a inserção dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), documento que durante anos serviu de referência para as escolas brasileiras. Ao estabelecer as competências específicas da disciplina, que indicam como as competências gerais da Base devem ser expressas naquele componente, a Matemática é conceituada como “ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos” e, ainda, “uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções”.

Comparando mudanças dos Parâmetros Curriculares Nacionais para a Base Nacional Comum Curricular na Unidade Temática Álgebra, observa-se que, nos PCNs (BRASIL, 1997, p.54) a Álgebra era contemplada no bloco de números e operações, trazendo como principais conteúdos: a utilização de representações algébricas para expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas e regularidades observadas em sequências numéricas, a compreensão da noção de variável pela interdependência da variação de grandezas e a construção de procedimentos para calcular o valor numérico de expressões algébricas simples: isso era encontrado a partir do 7º ano e não tinha nenhuma construção anterior ou posterior das habilidades do pensamento algébrico.

Já na BNCC (BRASIL, 2018, p.271) do 1º ao 5º ano, um dos cinco eixos temáticos no currículo de Matemática, apresentando um foco no pensamento algébrico e não nas operações algébricas, especialmente nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Os conteúdos se relacionam à percepção e ao estabelecimento de padrões e regularidade, às propriedades das operações e ao sinal de igualdade, às ideias de proporcionalidade e equivalência, entre outros. Na BNCC (BRASIL, 2018, p.273) do 6º ao 9º ano, as equações não são mais trabalhadas de forma repetitiva nos 8º e 9º anos, pois o destaque é dado para compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

A geometria era encontrada nos PCNs (BRASIL, 1997, p.56), com a denominação de Espaço e Forma, focado na geometria antiga, axiomática e suas relações internas. Não dava destaque às aplicações e relações da geometria com o espaço vivenciado pelos alunos no seu dia a dia. O conteúdo encontrado do 1º ao 5º ano, na geometria continua presente, porém dá um destaque maior na geometria das transformações, desde os Anos Iniciais até os Finais do Ensino Fundamental. Vale destacar que alguns conteúdos passam a ser tratados já nos Anos Iniciais, como o plano cartesiano, a simetria e a semelhança.

A BNCC (BRASIL, 2018, p.270) sugere o desenvolvimento de habilidades como “reconhecer movimentações de pessoas e objetos no espaço e suas representações no plano”, isso não encontrávamos nos PCNs (BRASIL ,1997). Do 6º ao 9º ano na BNCC (BRASIL 2018, p.269) conteúdos como “Algoritmos e fluxogramas”, passam a ser trabalhado a partir do 6° ano. Aparecem como forma de interpretar e desenvolver fluxogramas simples, identificando as relações entre os objetos representados. Também pode aparece para estruturar a classificação de figuras, utilizando para isso, as organizações próprias dos fluxogramas.

O Ensino da Matemática na Base Nacional Curricular Comum, teve algumas mudanças, focando na compreensão do mundo e nas práticas sociais. Nesse caso, insere-se no mundo do trabalho, sustentado pela capacidade de argumentação, segurança para lidar com problemas e desafios. Com isso, de acordo com a proposta, é fundamental que o ensino seja contextualizado e interdisciplinar, mas também que, tenha o desenvolvimento da capacidade de perceber o que pode se generalizado para outros contextos do dia a dia.

A BNCC (BRASIL, 2018, p.271) enfatiza, na álgebra a importância de desenvolver o pensamento algébrico. Desse modo, faz-se essencial a utilização de modelos na compreensão, na representação e na análise de relações entre grandezas, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, com as ideias de regularidade e de generalização de padrões.

2.2 Generalização na visão de Lins e Gimenez

Os autores Lins e Gimenez (1997) consideram que álgebra está relacionada a aprendizagem algébrica, isto é a atividade que leve ao pensamento generalizado, visando não apenas o pensamento do conteúdo, mas também compreender e conduzir o ensino de matemática às transformações constantes. É comum encontrarmos problemas que envolvem uma história, mas, na resolução acaba sempre deixando a história de lado e pedindo que os alunos pensem na matemática que está presente no problema. Além disso, os problemas que aparecem nos livros didáticos não consideram os fatos da realidade dos alunos.

Outra situação, de acordo com os autores Lins e Gimenez (1997) são os processos de nomenclatura, a visão de que a Álgebra é tudo aquilo que trabalha com incógnita e variável, que pode ser representado por qualquer letra do nosso alfabeto. De acordo com os autores, a álgebra é o ramo da matemática que estuda as generalizações dos conceitos e operações de aritmética, e essas generalizações são possíveis graças ao uso de símbolos e letras para representar incógnitas.

Os autores falam ainda que aritmética a álgebra e a geometria constituem a base da matemática escolar. Aritmética encontra-se nos currículos do ensino obrigatório em todos os países. Afirmam que tem se esquecido frequentemente que a aritmética inclui também representações e significados, além de diversos pontos de referência e núcleos, que ampliam as ideias simples do manipulativo, elementos conceituais, técnica, habilidades, descobertas, elaboração de conjecturas e processos de raciocínio. Com isso, tem-se um olhar diferenciado ao ensino e aprendizagem da álgebra e, por consequência, ao pensamento generalizante.

Portanto, não visa apenas pensar no conteúdo matemático, bem como compreender e transportar o ensino às transformações constantes e rápidas do mundo.

Como expressões na língua portuguesa, as palavras “genérico” e “generalizado”, que nomeiam pensamentos, parecem representar os mesmos objetos, porém é fundamental estabelecer distinções, pois, nas experiências, aparecem representando momentos diferentes. A generalização aparece quando os alunos passam a falar do que é comum a um conjunto de casos particulares, ao passo que a situação genérica emerge quando tratamos diretamente daquilo que é geral em uma situação, sem a intermediação de casos particulares, Lins e Gimenez (1997, p.114).

A generalização permite a passagem de situações concretas para aquilo que é comum a todas elas e a simbolização que é uma forma reduzida de expressar essa característica comum a todas as situações. O conceito de generalização pode ser desenvolvido ainda Ensino Fundamental I, por meio de atividades que trabalham com padrão sem a necessidade de apresentação formal da Álgebra. Quando o discente entende que as variáveis podem se comportar como incógnitas, também quando representam valores fixos, cujo valor varia de acordo com outra quantidade que também é variável, mas dependendo do contexto matemático, pode ser que fique mais clara essa ideia.

Segundo Lins e Gimenez (2001, p.89), existe “um certo consenso a respeito de quais são as coisas da álgebra: equações, cálculo literal, funções, por exemplo, mas mesmo aí há diferenças – gráficos são ou não parte da álgebra?” , ou seja, há um entendimento sobre os conteúdos a serem trabalhados na álgebra, porém não sobre o que é pensar algebricamente.

Inicialmente a álgebra se preocupa muito com o estudo das equações e suas incógnitas, talvez por isso, ainda hoje, quando se fala de álgebra, uma das primeiras situações que vem são esse pensamento se desenvolveu por várias áreas da Matemática e, atualmente, estuda desde situações mais simples e mais complexas.

Nessa visão o exemplo $\frac{(5+5+5)}{3} = 5$, não é álgebra, porque não possui na sua escrita alguma incógnita ou variável. Somente seria se decorresse da realização de um pensamento de forma algébrica. Nesse processo está sendo deixado de lado o conhecimento e vendo somente a representação escrita.

Com o objetivo de que os estudantes alcancem uma formação de conceitos algébricos satisfatórios e para que obtenham um desenvolvimento do pensamento algébrico consistente, é importante enfatizar as várias concepções da álgebra também dentro da Geometria, visando assim, um amplo desenvolvimento do pensamento abstrato e a capacidade para generalizar. Em uma atividade proposta a alunos do 7º ano de uma escola particular do Rio de janeiro do Ensino Fundamental, envolvendo generalização com conceitos geométricos, utilizando as peças do material dourado para formar quadrado perfeitos. Na Figura 1 abaixo temos o material usado no desenvolvimento da atividade.

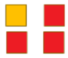
Figura 1- Material usado na atividade foi material dourado em EVA

Fonte: O autor,2019.

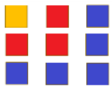
Para formar um novo quadrado, sempre é acrescentada uma “camada” com quantidades ímpares de peças, o que mostra visualmente que a soma dos n primeiros números ímpares é sempre um quadrado perfeito. Podemos mostrar a soma de uma sequência de números ímpares, começando do 1, é sempre igual a um número quadrado perfeito. É possível demonstrar por meio de um desenho. Observe:

O primeiro quadrado tem uma unidade:

O segundo quadrado tem duas unidades na base e duas unidades na altura, totalizando 4:



O terceiro quadrado tem três unidade na base e três na altura, somando 9:



Após ter mostrado os três primeiros quadrados perfeitos com menor medida com o material, foi lançado o seguinte desafio com alunos: Qual a soma dos dez primeiros números ímpares? Nas figuras 2 e 3 abaixo, vê-se os alunos usando o material.

Figura 2- Alunos manipulando peças para formar quadrados

Fonte: O autor, 2019.

Figura 3- Alunos manipulando as peças para formar quadrados

Fonte: O autor, 2019.

Observando os quadrados anteriores, alguns alunos notaram que o total de unidades que os compõem é dado pelo número da posição deste quadrado multiplicado por ele mesmo. Outros, argumentaram que o resultado pode ser obtido multiplicando o número de unidades da base pelo da altura. As duas soluções estão corretas com base no que foi mostrado por eles. Na Figura 4, podemos ver a aluna manipulando o material para formar um quadrado 5x5.

Figura 4- Aluna manipulado o material para forma quadrados

Fonte: O autor, 2019.

Com base nessas observações deles, nesse momento, foi mostrado a sistematização do tipo **t = n.n,** sendo **t** o total de unidades e **n** o número de unidades da base e da altura ou número da posição do quadrado na sequência.

Através dessas estratégias, foi usando a Geometria para contextualizar o ensino da Álgebra para tornar o ensino mais interessante e motivador, favorecer os processos de generalização associado a visualização. As representações geométricas feitas pelos alunos auxiliaram na organização do pensamento lógico, que é fundamental na resolução de problemas. As construções geométricas das áreas dos quadrados, além de representar a figura, ajuda na capacidade de expressar algebricamente um pensamento, estabelecer relações e fazer generalizações, e concluíram que a elaboração de fórmulas é a maneira convencional de generalizar um raciocínio. Aprendendo a montar as equações e sabendo o significado das letras que representam incógnitas e variáveis, eles entenderam melhor a lógica que estrutura a álgebra e comprovam suas utilidades.

Conclui-se, também que o objetivo da educação algébrica está no equilíbrio entre o desenvolvimento da capacidade de pôr em jogo nossas habilidades de resolver problemas e de investigar e explorar soluções, e, também, no desenvolver diferentes modos de produzir significados, o que poderíamos chamar de atividades de inserção e tematização.

3 APRESENTAÇÃO DO MATERIAL MANIPULATIVO “ALGEPLAN”

O Algeplan é um material manipulativo formado por 40 peças de seis tipos diferentes na forma de quadrados e retângulos e as unidades de medidas supostas são 1, x e y, todas diferentes e não múltiplas entre si, foi apresentado pela primeira vez em 1994, em um encontro de Psicologia de Educação Matemática em Lisboa (RÊGO, 2010). O Algeplan material pode ser usado como recurso pedagógico para que os estudantes possam entender melhor conteúdos relacionados aos polinômios de segundo grau, tais como: fatoração, monômios, produtos notáveis.

Na Figura 5, temos representadas as diferentes peças do Algeplan para trabalhar expressões algébricas.

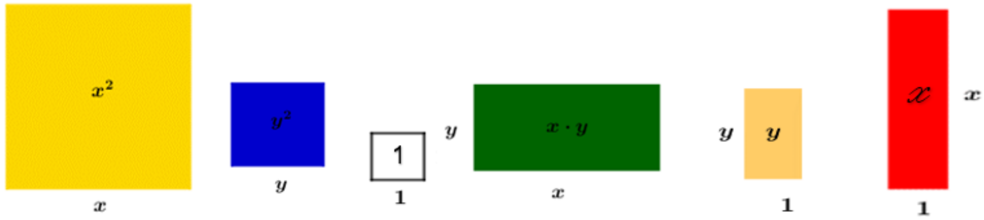
Figura 5- Peças do Algeplan

Fonte: O autor, 2019.

O conjunto dessas peças é uma variação do Algebloc, idealizado por Van Lierde e que, segundo Bezerra (1962, p. 41-110), “se presta enormemente para realizar a fixação da parte de Álgebra [...], com esse material podemos ensinar as operações algébricas, os produtos notáveis e a fatoração”.

Na Figura 6, apresentamos a quantidade, forma e cor de cada um dos tipos de peças que compõem o material:

Figura 6- Peças do Algeplan e suas áreas



Fonte: O autor, 2019.

- Existem quatro quadrados em que os lados medem x (com x > 0), e área igual a x^2;
- Quatro quadrados de medida y (com 0< y< x), e área igual a y^2;
- Doze quadrados de medida 1 (com 0<1< y< x), com área igual a 1;
- Quatro retângulos com lados medindo x e y, e área igual x.y;
- Oito retângulos lados y e 1, e área igual y;
- Oito retângulos lados x e 1, e área igual x

Para utilizar o material didático, convém adotar algumas regras como: a convenção dada para cada peça do Algeplan é denominada de acordo com a sua área, e que, não existe área de região negativas, cada peça do material representa um termo algébrico, obtido a partir da concepção de área de figures planas; utilizar as peças pretas criadas com mesma medidas das outras 6 peças que originou o Algeplan, para expressar os termos algébricos com sinais negativos

Figura 7- Peças do Algeplan para sinais negativos

Fonte: O autor, 2019.

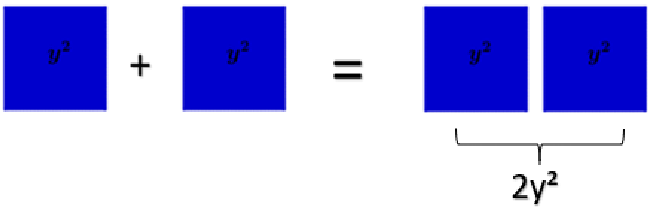
A equivalência de áreas, por exemplo, já praticada há milhares de anos pelos mesopotâmios e gregos antigos sem utilizar fórmulas, permite transformar qualquer região polinomial plana em um quadrado com mesma área (é o que os gregos chamavam “fazer a quadratura de uma Figura”). Isso permite, inclusive, resolver geometricamente problemas que podem ser traduzidos por uma equação do 2º grau (BRASIL,2017, p.228). Com o Algeplan é possível relacionar Figuras geométricas (quadrados e retângulos) com a álgebra e, possibilita a transição da aritmética para álgebra. Além disso,

> (...) considerar uma certa identidade entre a Álgebra e Geometria – seria didaticamente superior a qualquer forma de abordagem estritamente lógico simbólica. Valoriza o uso de blocos de madeira, de Figuras geométricas ou mesmo de modelos físicos, como balanças, que permitam visualizar ou justificar as passagens do transformismo algébrico (FIGUEREDO, 2007, p.45)

Em seguida, são propostas algumas ideias que viabilizam a utilização do material manipulativo.

Ao juntarmos uma peça azul (y^2) com outra peça azul (y^2), temos duas peças azuis. E para esta ação é possível representá-la como a adição de monômios $y^2 + y^2$. cujo resultado é a soma deles, ou seja, $2y^2$.

Figura 8- Resolução da soma de monômios com as peças do Algeplan



Fonte: O autor,2019.

Após escolher as peças de acordo com enunciado, é possível realizar a soma das áreas e determinar a expressão que representa:

$$(y.y) + (y.y) =$$

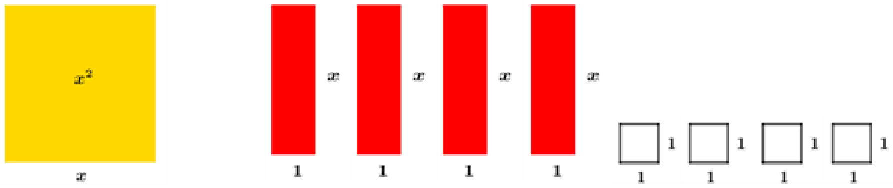
$$= y^2 + y^2 =$$

$$= 2y^2$$

Nas Figuras 9 e 10, apresentamos o material usado para fatoração do polinômio $x^2 + 4x + 4$ (trinômio do segundo grau) com o material manipulativo:

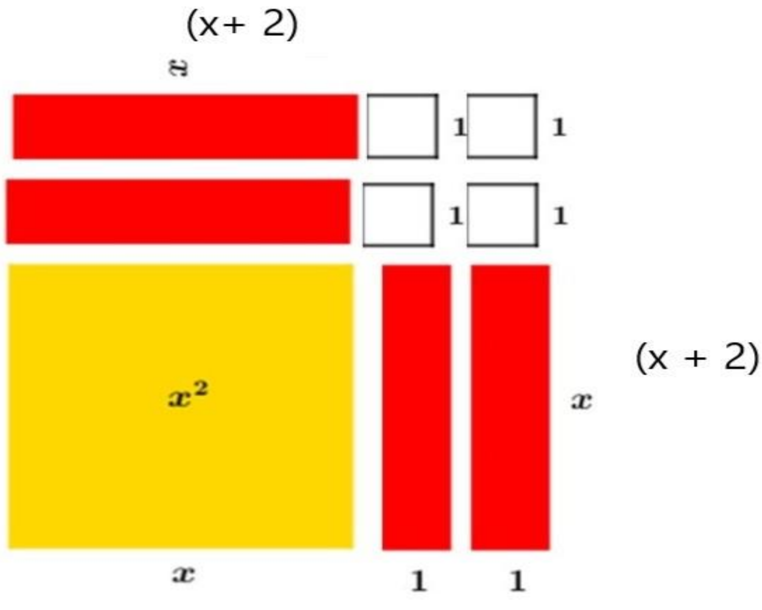
Escolhemos as peças que representa o polinômio, uma peça x², quatro peças x e quatro peças de 1 unidade, e organizando de maneira formem um quadrado, tomando cuidado de colocar as medidas coincidentes lado a lado.

Figura 9- Peças do Algeplan usada na atividade



Fonte: O autor, 2019.

Figura 10- Resolução usando o material manipulativo Algeplan



Fonte: O autor, 2019.

Montamos um quadrado com as peças que representa o polinômio, de modo que um dos lados equivale (x + 2) e outro lado do quadrado equivale (x + 2).

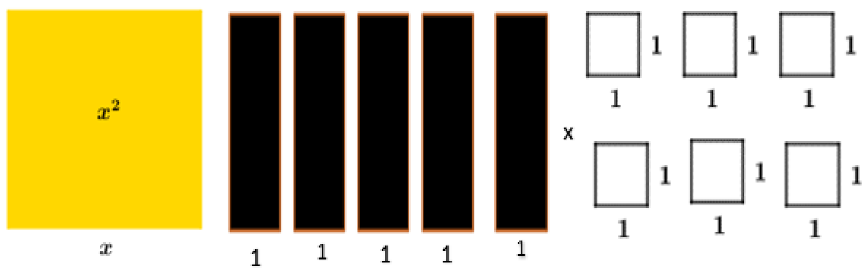
Fatorando os termos temos: (x + 2).(x + 2)

Portanto, o polinômio fatorado $x^2 + 4x + 4 = (x + 2).(x + 2)$

Nas Figuras 11 e 12, apresentamos o material usado para fatoração do polinômio $x^2 - 5x + 6$ (trinômio do segundo grau) com o material manipulativo é apresentado:

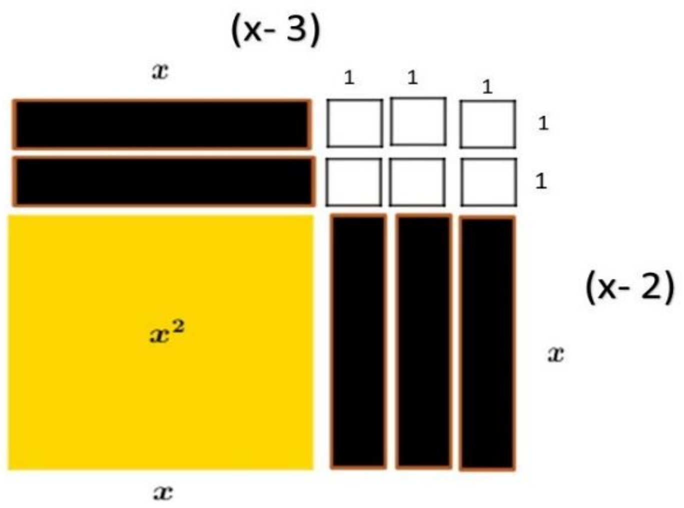
Para representar o polinômio temos que pegar as peças, uma peça x^2, cinco peças pretas (equivale a valores negativo) e seis peças de 1 unidade, e organizando de maneira formem um quadrado, tomando cuidado de colocar as medidas coincidentes lado a lado.

Figura 11- Pecas do Algeplan usada na atividade



Fonte: O autor, 2019.

Figura 12- Resolução usando o material manipulativo Algeplan



Fonte: O autor, 2019.

Montamos um quadrado com as peças que representa o polinômio, de modo que um dos lados equivale $(x - 3)$ e outro lado do quadrado equivale $(x - 2)$.

Fatorando os termos temos: $(x - 3).(x - 2)$

Portanto, o polinômio fatorado $x^2 - 5x + 6 = (x - 3).(x - 2)$

Podemos entender que o Algeplan, como um recurso didático, também pode ser visto como um jogo de linguagem. Isso porque o material se compõe a partir de regras que devem ser seguidas para entendê-los e poder trabalhar com ele diferentes modos de usar, manusear e entender os monômios e polinômios e suas operações. O manuseio do material Algeplan tem objetivo de manipular expressões algébricas de acordo com suas operações para encontramos resultados.

Na expressão $(x + 2)^2 + (x - 1)^2$ encontramos a habilidade EF09MA09 da Base Nacional Comum Curricular BNCC (20018, p.313): Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas com base em suas relações com produto notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2ºgrau.

A seguir mostramos que a expressão $(x + 2)^2 + (x - 1)^2$ é igual a:

$$(x + 2).(x + 2) + (x - 1).(x - 1) =$$

$$= x^2 + \underbrace{2x + 2x}_{} + 4 + x^2 \underbrace{-1x - 1x}_{} + 1 =$$

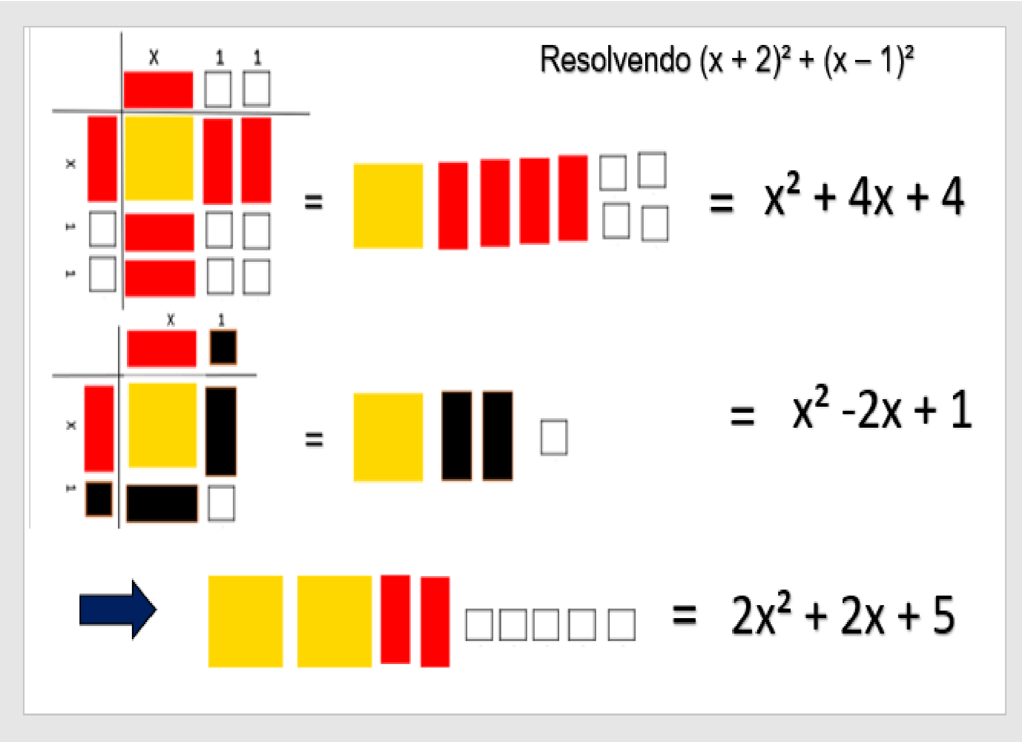
$$= x^2 + 4x + 4 \quad + \quad x^2 - 2x + 1 =$$

$$= \underbrace{x^2 + x^2}_{} + \underbrace{4x - 2x}_{} + \underbrace{4 + 1}_{}$$

$$= 2x^2 \;+\; 2x \;+\; 5$$

A Figura 13 mostra como foi utilizado o material manipulativo Algeplan para resolver a expressão $(x + 2)^2 + (x - 1)^2$.

Figura 13- Resolução representado com o material manipulativo

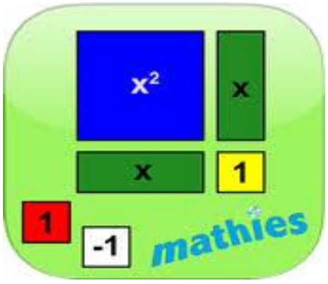


Fonte: O autor, 2019.

Para Turrioni (2004, p. 78), os usos de materiais manipuláveis durante o processo de ensino podem constituir um excelente recurso para auxiliar o aluno na construção de seus conhecimentos. As peças do Algeplan são materiais manipuláveis, permitindo o manuseio das peças pelo aluno, estes mecanismos servem para ensinar multiplicação de monômios. Realizando essa multiplicação com o material, por exemplo, pode-se introduzir conceitos iniciais de soma de monômios, termos semelhantes, inclusive demonstrando de uma forma mais concreta do que simplesmente apenas mostrar no quadro tal conceito. O aluno, quando submetido a situações concretas, tende a criar de forma mais objetiva seu conhecimento.

Também é possível encontrar o Algeplan em versão digital para Android gratuita denominado Algebra Tiles By Mathies no Google Play Store (Android), o aplicativo é um manipulador virtual.

Figura 14- Aplicativo Algebra Biles By Mathies



Fonte: bing.com/images/searc, 2019.

Ao encontrar o aplicativo que deseja baixar, toque sobre ele e selecione a opção "Instalar". Quando o download for concluído, o aplicativo estará disponível para uso.

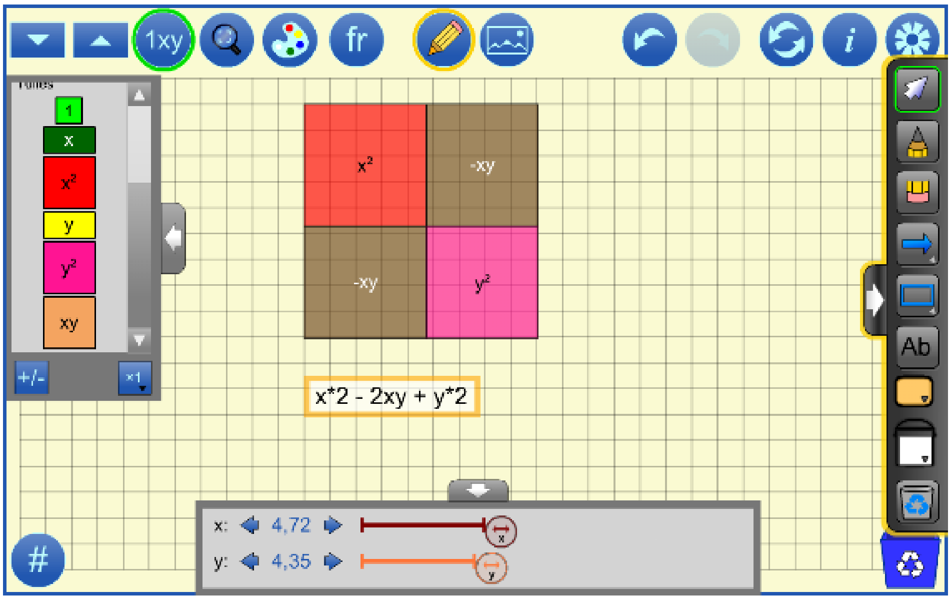
Figura 15- Aplicativo Algebra Tiles by Mathies

Fonte: bing.com/images/searc, 2019.

As peças do aplicativo são representadas 1, x, x², y, y² e x.y, juntamente com seus opostos e podem ser arrastados para a área de trabalho a partir do painel de seleção roláveis à esquerda. Uma vez no espaço de trabalho, eles podem ser movidos copiados, reorganizados ou negados individualmente ou em grupos. As peças podem ser configuradas para escala desejada pelo jogador no segmento de linha 1, x e y.

Na Figura 16, temos a tela do aplicativo que foi representado a seguinte expressão $x^2 - 2xy + y$:

Figura 16- Print da tela do aplicativo com a resolução



Fonte: O autor, 2019.

O Algeplan pode possibilitar a transição da aritmética para álgebra e, além disso, permite abordar o conceito de variável a partir do relacionamento entre formas e identidades algébricas que subjazem este material manipulativo. Através das identidades obtidas, é possível evidenciar as concepções de variável em seus vários aspectos como categorizadas por Usiskin (1995).

3.1 Por que usar material manipulativo ALGEPLAN nas atividades?

A Matemática escolar tem apresentando problemas, principalmente quando começamos a trabalhar a álgebra no Ensino Fundamental, com base nisso, justifica-se uma proposta que utiliza materiais manipuláveis com uma metodologia diferenciada, na qual, o material didático manipulável Algeplan, apoia essas e outras dificuldades de sala de aula.

Esses materiais podem ser utilizados em sala, muitas vezes, no momento de interferência, como uma opção de recurso para aprendizagem. Nesse sentido, tais recursos não podem ser apenas um experimento, uma tentativa de acerto, mas sim ações pensadas, planejadas, estudadas e inseridas com seriedade e com intencionalidade.

A utilização desses materiais, só acarretará reflexos do processo de aprendizagem, se for adequado para cada situação de aprendizagem desenvolvida. Vale ressaltar que a prática do uso dos materiais manipuláveis, sem o devido conhecimento do seu potencial pelo professor, pode ser prejudicial ao processo e, além disso, é necessário que haja um planejamento de aula.

A utilização de materiais manipuláveis em sala não é sinônimo de sucesso e de aprendizagem. A intenção desse trabalho, ao utilizar esse recurso, foi de intervir e apoiar os alunos para o ensino da álgebra, utilizando o Algeplan, de modo que haja uma ação pedagógica sobre o processo de aprendizagem do sujeito, proporcionando ao educando a possibilidade de atingir um objetivo determinado. Nesse intervim, é preciso introduzir novos elementos ao ensino, para que o sujeito pense e construa de diversas formas o conhecimento, permitindo, assim, um bom aprendizado do objeto de conhecimento abordado.

Há nomes variados dados pelos educadores aos materiais manipulativo, como por exemplo: instrumentos de aprendizagem; objetos de aprendizagem, materiais didáticos. A respeito dessas diferentes significações, Berman (2004, p. 46) esclarece que:

> aparentemente as expressões Materiais Manipulativos e Materiais Concretos podem significar coisas diferentes. Torna-se necessário, então, defini-los. O 34º Livro do Ano do National Council of Teacher of Mathematic descreve materiais manipulativos como ‘aqueles objetos concretos que quando manipulados ou operados pelo aluno e pelo professor, forneçam uma oportunidade para atingir certos objetivos’.

Com isso, adotamos a terminologia de materiais manipulativos, na perspectiva de que ocorre processo cognitivo na ação de manipulação. Lorenzato (2006, p. 21), afirma que o Material Manipulativo pode ser um excelente incentivador para o aluno construir o seu saber matemático, dependendo da forma que os conteúdos são conduzidos pelo professor. Ele deverá ter uma postura de mediador entre a teoria/material/realidade. Os materiais manipuláveis constituem um importante recurso didático a serviço do professor em sala de aula. Estes materiais permitem a aproximação da teoria matemática e a constatação a prática do estudante, por meio da ação manipulativa, contribuindo no processo de aprendizagem e mediando o tratamento do significado de conteúdos matemáticos.

3.2 Local de pesquisa

A pesquisa foi realizada com alunos de duas escolas estaduais do município de Nilópolis onde a pesquisadora desta dissertação leciona. O município de Nilópolis está localizado na Região Metropolitana do estado do Rio de Janeiro. É um dos treze municípios da Baixada Fluminense e um dos menores municípios do Brasil, temos 13 escolas estaduais de Ensino Fundamental e Médio, além de mais 23 escolas Municipais. Conta, também, com mais algumas escolas privadas e uma faculdade**.**

Figura 17- Localização Geográfica do Município de Nilópolis

Fonte: emarte.rj.gov.br,2019.

Desta forma a pesquisa foi realizada nas seguintes escolas:

3.2.1 Na escola A do Ensino Fundamental

Denominamos de Escola A do Ensino Fundamental, que está localizada em Nova Cidade, Nilópolis-RJ. As metas e programas elaborados pelo Governo do Estadual, nos termos da Legislação em vigor é regido por um Regimento Escolar. Este, construído pela comunidade escolar, tem a finalidade de garantir a unidade Filosófica, Político-pedagógica, estrutural e funcional deste Estabelecimento de Ensino, preservada a flexibilidade didática-pedagógica.

As atividades foram desenvolvidas em uma turma de 8° ano, no turno vespertino, com 43 alunos, idades de 13 a 15 anos, oriundos em sua maioria dos Bairros Nova Cidade, Novo Horizonte e Vila Norma, muitas vezes vão à escola para fazer alguma refeição, não têm uniforme, seus responsáveis são trabalhadores da construção civil e prestadores de serviços. Do ponto de vista sócio econômica do grupo, possuem bastante dificuldades financeiras e suas famílias têm índice elevados de desemprego.

3.2.2 Na escola B do Ensino Médio

A Escola B do Ensino Médio, é uma Escola de Formação de Professores. As atividades foram aplicadas em três turmas do 1ªsérie do Ensino Médio, no turno matutino, com um total de 103 alunos, idades de 15 a 17 anos, oriundos de bairros vizinho a Nilópolis, como Anchieta, Mesquita e São João de Meriti. Esta escola oferta o Ensino Médio, Anos Finais, período integral e EJA (Educação de Jovens e Adultos) no período noturno.

3.3 Metodologia

Tem-se pensado muito em materiais didáticos para serem usados em sala de aula no ensino de matemática, principalmente quando trabalhamos a álgebra nos diversos níveis de ensino. Aparentemente, para marco inicial, Lorenzato (2006) indica Comenius (1592-1670) como o primeiro a utilizar e defender a manipulação de objetos pedagógicos. Esse trabalho visou evidenciar as possíveis maneiras de inserir esse recurso em sala de aula e mostrar a importância do material manipulativo, pois acreditamos ser imprescindível pensar em estratégias que possam contribuir para uma possível melhoria do ensino da álgebra nas escolas brasileiras.

O aluno, quando submetido a situações com materiais manipulativos, tende a formalizar de forma mais objetiva seu conhecimento através da comprovação de um conceito matemático, assim fica mais efetivo de assimilar e construir seu aprendizado. Quando o professor propõe aos alunos o uso de materiais manipuláveis para se ensinar operações de monômios, como por exemplo, adição e subtração de monômios, possibilita que o aluno constate o que foi conceituado.

O professor tem um papel importante como intermediador do conhecimento matemático através dos materiais manipuláveis. Atua, também, como formador de um processo inovador, ao mesmo tempo em que está buscando facilitar o aprendizado, também está aprendendo. O material manipulativo "ALGEPLAN", utilizado nessa dissertação, foi usado como recurso metodológico para aula de matemática, no ensino da álgebra, trazendo uma nova dimensão, pois permite que o aluno construa processos cognitivos próprios e participe mais ativamente nas aulas. Tendo como objetivo trabalhar os conceitos e as operações com monômios e polinômios, o material foi produzido com o papel quadriculado, régua, tesoura e EVA, pela professora em conjunto com os alunos.

O método de ensino das atividades se baseia nos conceitos espontâneos segundo Vygotsky (1991), no qual os conceitos que o aluno desenvolve no decorrer das atividades práticas e de suas interações sociais imediatas, ou seja, de sua interação com outros indivíduos e com o meio, isso possibilita a geração de novos experiências e conhecimento. Acreditamos que, de forma geral, os professores têm valorizado pouco os conceitos espontâneos dos alunos, desenvolvendo um ensino mais voltado para a transmissão de informações sem um significado.

O desenvolvimento da linguagem algébrica é imprescindível tanto para análise e interpretação de situação do cotidiano, quanto para prosseguimentos dos estudos em matemática e nas demais áreas do conhecimento. De acordo com Vygotsky (1998), a linguagem determina o desenvolvimento do pensamento, através de instrumentos linguísticos e pela vivência sociocultural do indivíduo. Portanto, é fundamental o desenvolvimento da linguagem Algébrica, por meio de interações com os colegas e a associação o conhecimento empírico dos alunos aos conhecimentos sistematizados passados pela escola, para que o pensamento algébrico deste se desenvolva.

As dificuldades apresentadas pelos alunos no estudo da álgebra indicaram a necessidade de utilizar recursos didáticos manipuláveis para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo. Então, optou-se por aplicar uma sequência de atividades que utilizaria o material manipulável Algeplan e que trabalharia os diferentes papéis atribuídos a variável, segundo categorização de Usiskin (1995).

Para desenvolver as atividades na turma do 8º ano foi necessária de duas aulas com duração de 1h e 30 min cada. A atividade deu início com apresentação do material manipulativo Algeplan no slide (APÊNDICE A), para desenvolver as atividades de construção dos conceitos referentes a monômios e polinômios.

As ações com a turma do 8° ano foram iniciadas com a introdução monômios. Em seguida, apresentou-se o material manipulativo Algeplan para manuseio das peças. Em sequência, por slides, os conceitos teóricos são passados juntamente com os detalhes do material manipulativo. Com o intuito de não cansar os alunos a cada apresentação, eles interagiam com o material na busca das soluções do slide exibido no momento. Em outra aula, foi feito uma lista de atividades proposta com os alunos utilizando o material manipulável Algeplan.

Assim, para que houvesse a possibilidade da aprendizagem à aplicação do trabalho nas turmas do Ensino Médio, foi realizada em três aulas com 1h e 30min de durações.

Em um primeiro momento foi feito a construção das peças do Algeplan com papel milimetrado, tesoura e EVA. No segundo momento, houve o detalhamento do Algeplan no slide apresentado a eles. No terceiro momento, aplicação do material manipulativo construído pelos alunos para resolver as atividades proposta (APÊNDICE B). Ainda foi realizado um quarto momento para resolver uma questão do ENA (2017) e ENEM-2017 em que envolve o material Algeplan, oportunidade de discutir a complexidade do material.

A proposta para turma do Ensino Médio foi confeccionar Algeplan com (EVA), com cores e medidas diferentes divididos em grupos. Nas aulas seguintes a confecção do Algeplan, os alunos passaram a fazer uso do material para resolverem as atividades proposta apresentada nos slides (APÊNDICE A). Inicialmente, fazendo uso para a adição e subtração de monômio e, posteriormente foi lançado uma questão do ENA (2017) em que envolve o material Algeplan, aumentando o nível de complexidade do material e uma outra questão do ENEM-2017 envolvendo a habilidade (EF07MA13).

Na escola houve uma peculiaridade, uma vez que não se trata de uma sala de aula de Ensino Fundamental II, a abordagem do Algeplan precisou ser diferenciada. Isso porque os alunos do curso normal, além de aprender matemática para a formação deles, também necessitam saber como apresentar os conceitos adquiridos para aos seus futuros alunos, devendo ser estimulado pela sua curiosidade, pela vontade em aprender, de ser importante nesse processo construtivo do conhecimento.

Houve necessidade de ampliar a visão dos futuros professores, refletindo sobre a importância de usar materiais manipuláveis nas aulas de matemática, compreendendo seu uso, promovendo, então, diferentes tipos de conhecimentos necessários ao professor.

Carvalho (2011), destaca a importância de alunos do curso de habilitação ao magistério, ou seja, futuros professores que trabalharão conteúdos de matemática com alunos dos Anos Inicias do Ensino Fundamental, apreendam a manipular o material didático, pois, a partir dessa manipulação, poderão reformular alguns conhecimentos matemáticos que já possuem ou, até mesmo, abordar novos temas, para fazer uso deste com seus futuros alunos.

Neste contexto, utilizamos o Algeplan como material didático manipulativo nas turmas do Curso de Formação de Professores, como recurso didático, a fim que desperte a curiosidade dos alunos sobre o uso do material e incentivá-los a usar em suas aulas, sabendo que os materiais são pensados e construídos para realizar correspondência com uma ideia ou propriedades que se deseja ensinar aos alunos.

4 APRESENTAÇÃO DA PROPOSTA

Essas atividades, na turma do 8º ano, consistiram em apresentar o material manipulativo "Algeplan" para dar início ao estudo dos termos algébricos e suas operações com monômios. Nessa aula, a turma foi organizada em sua própria sala, pois na escola a sala de mídias não estava pronta nessa escola. A turma foi organizada, em um primeiro momento, em um grande círculo. Após esse momento, foram divididos em grupo, de modo que todos pudessem participar das atividades propostas. Fazendo isso, desenvolveu-se o trabalho em grupos e a utilização de técnicas para motivar, facilitar a aprendizagem e diminuir a timidez do aluno.

Neste primeiro momento, foram distribuídos aos alunos as seis peças que geraram o Algeplan, para que eles pudessem manipulá-las de modo que se sentissem mais confortáveis com os materiais. Assim pode-se acompanhar a atitude deles e ver qual a relação que eles fariam com as peças. Segundo Vygotsky (2001), o desenvolvimento cognitivo do aluno se dá por meio da interação social, as interações sociais assumem um papel importante, quando se pretende promover a aprendizagem. Assim, e tendo em conta que é através do desenvolvimento destas interações com os outros e com o meio, que desenvolvemos as competências sociais necessárias para crescimento de qualquer ser humano.

Em seguida, os alunos começaram a conversar e expor suas ideias sobre o material. Foram orientados que manipulassem inicialmente como quisessem, e, durante a manipulação, eles tentaram montar figuras com as peças do Algeplan. Após esse momento, foram feitos alguns questionamentos a eles: como representar os conceitos de geometria com a composição das peças do Algeplan? Que figuras geométricas são formadas com as peças? Existe alguma regra de composição?

Percebeu-se, após os questionamentos, as dificuldades dos alunos em relação ao conceito de geometria, como o material manipulativo Algeplan. Manter semelhanças com a Álgebra e com a Geometria, possui suas regras de significação, constituindo-se em um jogo de linguagem que deverá ser aprendido, tanto com relação a Álgebra, quanto com a Geometria. Dessa forma, durante essa atividade foi possível atentar-se e, que este aluno esteve envolvido na construção do seu conhecimento, em grupo, com participação ativa e com cooperação de todos os envolvidos. Na Figura 18, mostramos os alunos em um grande círculo manipulando o Algeplan durante a aula.

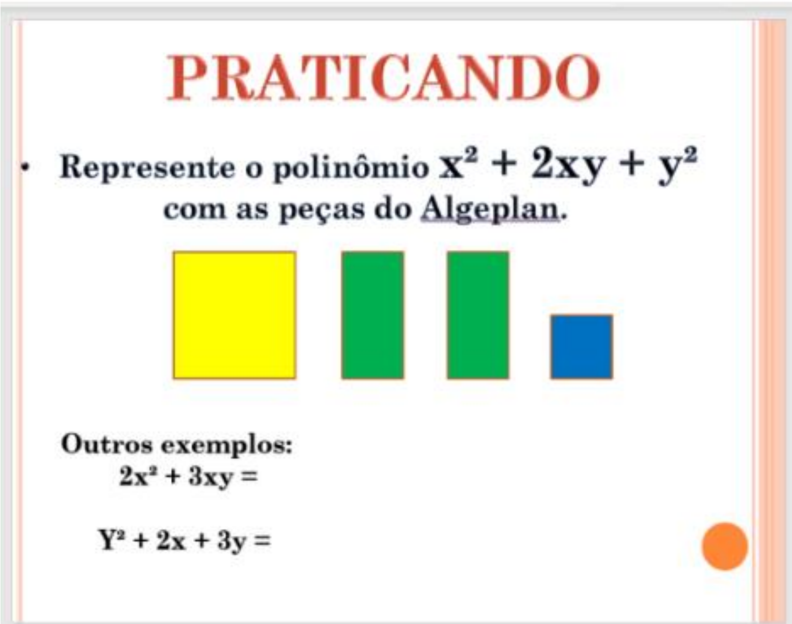
Figura 18- Alunos manipulando o Algeplan durante apresentação do material

Fonte: O autor, 2019.

Entretanto, a atividade não abordou apenas o manuseio do material, pois, para cada slide apresentado, foi explorado o conceito de áreas das figuras planas formada pelas peças. Cardoso (2002, p. 19) destaca que “o primeiro contato do aluno com o material deve ser de forma lúdica, para que ele possa explorá-lo livremente. É nesse momento que o discente percebe a forma, a constituição e os tipos de peça do material”.

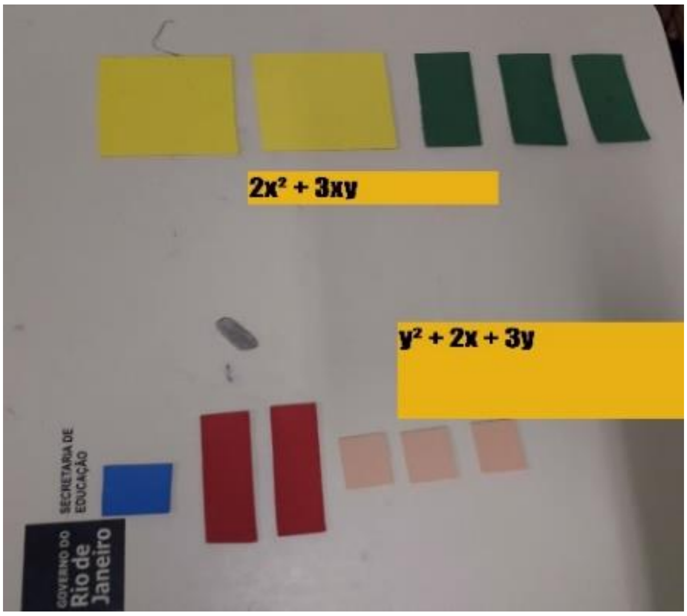
Essa estratégia foi uma forma para que os alunos compreendessem a legenda das peças, para usarmos nas atividades proposta nos slides apresentado em sala. Em seguida, pedimos aos alunos que representassem $2x^2 + 3xy$ e $y^2 + 2x + 3y$, que encontramos na Figura 19, tela do slide, utilizando as peças do Algeplan e, na Figura 20, temos a resposta dos alunos. Inicialmente, ainda encontramos alunos que mostraram dificuldades para relacionar a figura ao resultado algébrico, porém o resultado mostrou-se satisfatório, porque entenderam a lógica do uso desse material.

Figura 19- Tela do slide apresentado aos alunos



Fonte: O autor, 2019.

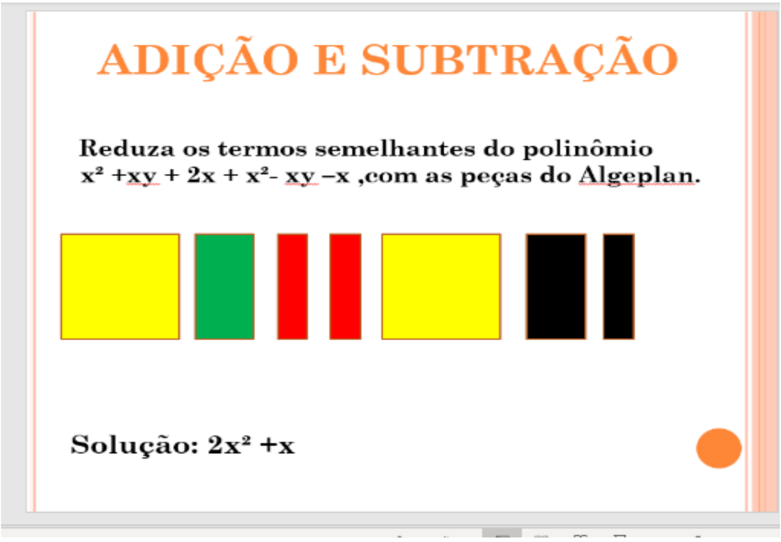
Figura 20- Resposta do aluno com o material



Fonte: O autor, 2019.

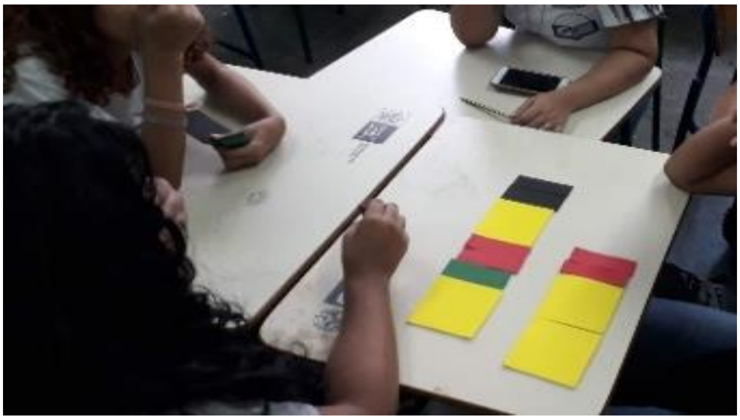
Na Figura 21, a seguir, pode ser verificado alunos manipulando o Algeplan para montar o polinômio, **$x^2 + xy + 2x + x^2 - xy - x$**. Foi muito interessante a participação dos alunos nessa atividade, porque começaram utilizar e manipular as peças do Algeplan pretas, para representar os monômios com valores negativos. Essa atividade tinha como objetivo reduzir o polinômio, agrupando os termos semelhantes. Durante percurso, os alunos, que tinham dificuldade em responder, recebiam ajuda dos demais colegas da turma. Assim, os discentes conseguiram, ao final da aula, manipular com sucesso as peças. Na Figura 22, temos o desenvolvimento de um grupo de alunos.

Figura 21- Tela do slide usada para interagir com os alunos



Fonte: O autor, 2019.

Figura 22- Resposta dos alunos em grupo com o material

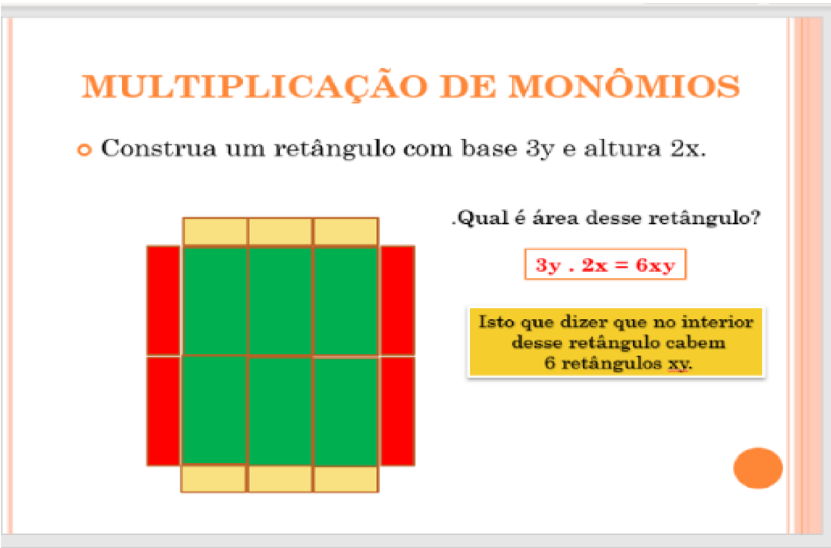


Fonte: O autor, 2019.

Observa-se, portanto, que quando os alunos foram submetidos a atividades com práticas inovadoras e interativas, houve mais facilidade na aprendizagem, já que gerou interação e socialização em sala de aula, no momento em que debatem com os colegas, trocaram materiais, tiraram dúvidas com o professor e com os outros estudantes. Esse processo também gerou autonomia e criatividade, uma vez que, durante a atividade, buscaram solucionar os desafios que lhes são colocados, para encontrar o resultado correto.

Outra atividade proposta está na Figura 23, tela do slide, foi multiplicação de monômios para construir um retângulo com base 3y e altura 2x. Inicialmente os alunos apresentaram o produto de 3y.2x, em seguida pegaram as peças para montar o retângulo. Na Figura 24, pode-se ver os alunos manipulando o material para solucionar o problema. Durante o desenvolvimento, foram investigadas as relações interpessoais dos sujeitos e as diferentes formas utilizadas para a resolução dos problemas que fazem parte das atividades, identificando a percepção dos alunos quanto ao resultado cognitivo, ao longo do processo da aprendizagem, acompanhando o desempenho.

Figura 23- Tela do slide com multiplicação de monômios



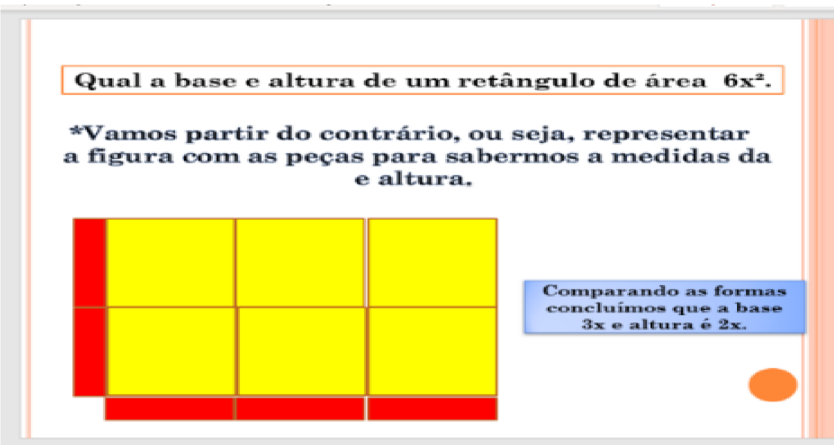
Fonte: O autor, 2019.

Figura 24- Alunos manipulando o material

Fonte: O autor, 2019.

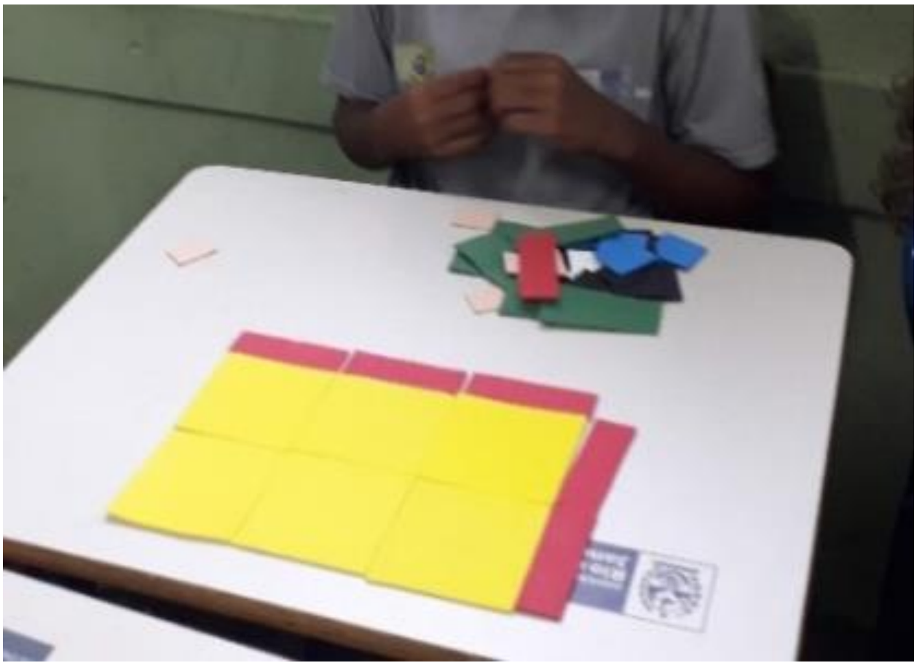
Na sequência das atividades do temos a Figura 25, tela do slide, foi dada a área da Figura $6x^2$. Em seguida, foi solicitado para que encontrassem a base e altura e durante a aplicação dessas atividades. Os alunos pegaram a peças para representar área e foram encaixando as peças para ver o que completava a figura. Tem-se na Figura 26, um aluno manipulando para encontrar a solução. Na realização dessa atividade com material manipulativo, demonstraram a multiplicação de monômios.

Figura 25- Tela do slide com área



Fonte: O autor, 2019.

Figura 26- Resposta dos alunos com o material

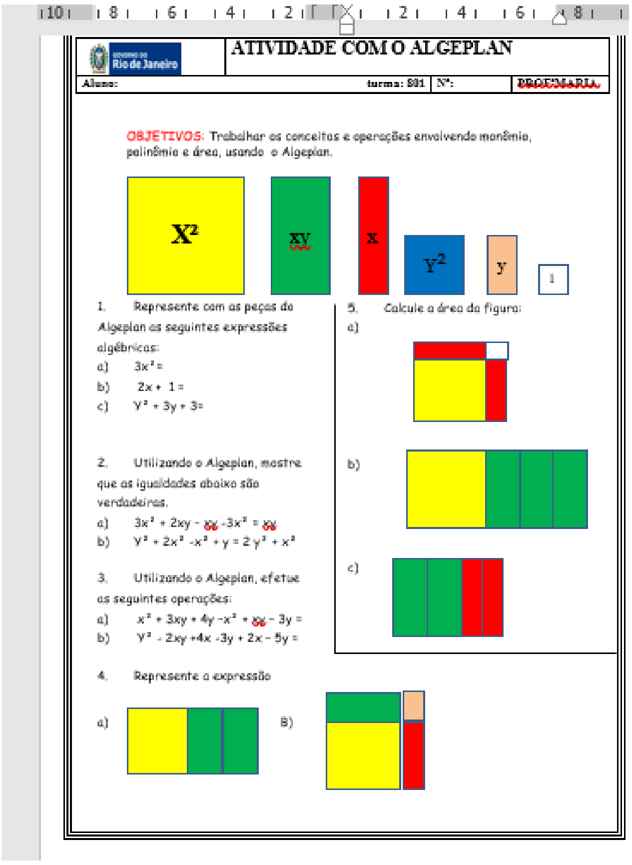


Fonte: O autor, 2019.

Depois da apresentação do Algeplan, na aula seguinte, foi feito o uso de uma atividade formativa apresentada na Figura 27 (e no APÊNDICE B). Podemos dizer que atividade formativa foi um processo que orientou e regulou a prática pedagógica, uma vez que se propôs analisar e identificar a adequação de ensino com o verdadeiro aprendizado dos alunos: professor e aluno, em uma relação de confiança, que partilham o conhecimento e ajustes de sua caminhada para aprender. Nesse processo, o professor reavaliou a sua prática e o aluno, além de desenvolver as suas habilidades, pode avaliar sua habilidade, não visando apenas resultados.

Dessa forma, com a avaliação formativa, o professor acompanhou as aprendizagens dos alunos e reajustou constante do processo de ensino.

Figura 27- Atividade formativa (APÊNDICE B)



ATIVIDADE COM O ALGEPLAN

Aluno: turma: 801 | Nº: | PROF.MARIA

OBJETIVOS: Trabalhar os conceitos e operações envolvendo monômio, polinômio e área, usando o Algeplan.

1. Represente com as peças do Algeplan as seguintes expressões algébricas:

a) $3x^2 =$

b) $2x + 1 =$

c) $Y^2 + 3y + 3=$

2. Utilizando o Algeplan, mostre que as igualdades abaixo são verdadeiras.

a) $3x^2 + 2xy - xy - 3x^2 = xy$

b) $Y^2 + 2x^2 - x^2 + y = 2y^2 + x^2$

3. Utilizando o Algeplan, efetue as seguintes operações:

a) $x^2 + 3xy + 4y - x^2 + xy - 3y =$

b) $Y^2 - 2xy + 4x - 3y + 2x - 5y =$

4. Represente a expressão

a)

B)

5. Calcule a área da figura:

a)

b)

c)

Fonte: O autor, 2019.

Como dissemos anteriormente, além da Escola A do Ensino Fundamental, esse trabalho foi desenvolvido em uma outra Escola B do Ensino Médio, onde foi feita a sequência didática descrita a seguir.

Inicialmente, foi feita a construção do Algeplan com três medidas quaisquer escolhidas por eles. Os materiais usados foram papel milimetrado, tesoura, régua e EVA. Foi proposto aos alunos que a turma fosse dividida em grupos. A explicação do funcionamento do material que iríamos utilizar foi feita a cada um dos grupos, passo a passo, construindo cada uma das peças. Os grupos escolheram três medidas diferentes para construção do Algeplan. Foi orientado que eles determinassem a primeira medida x (uma medida quaisquer no papel milimetrado), a segunda medida y (uma medida quaisquer no papel milimetrado) e terceira medida z (medida quaisquer no papel milimetrado), e a partir da escolha das medidas eles montarias quadrados com as medidas escolhidas por eles (x, y, e z) e retângulos fazendo combinação com as medidas (x, y e z) escolhidas por eles.

Observação: os lados x, y e z são lados genéricos, ou seja, são de medida qualquer e a regra “vale” para qualquer outro número. As medidas dos lados dos quadrados e retângulos representam números reais quaisquer. As Figuras 28, 29 e 30 mostram os alunos escolhendo as medidas para construindo o Algeplan.

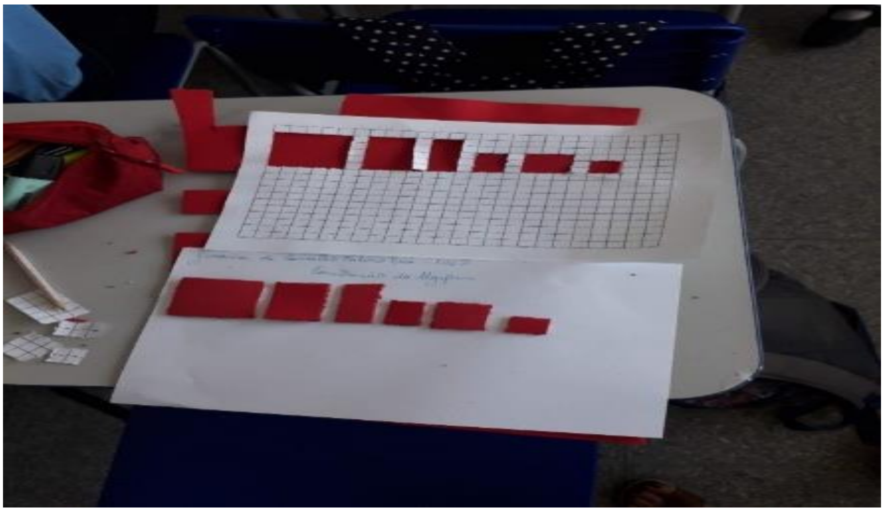
Figura 28- Alunos escolhendo as medidas do Algeplan no papel milimetrado

Fonte: O autor, 2019.

Figura 29- Alunos cortando o EVA para construir o Algeplan

Fonte: O autor, 2019.

Figura 30- Algeplan construído pelo alunos



Fonte: O autor, 2019.

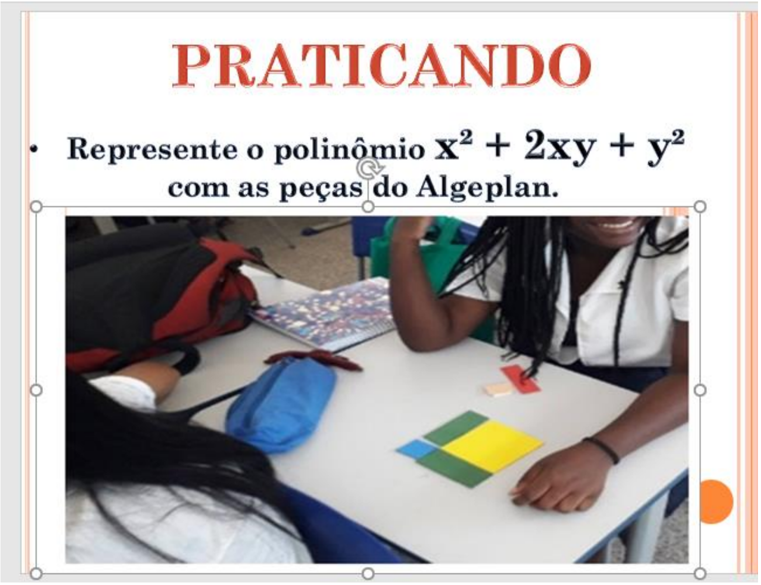
Com o material construindo por eles, foi possível trabalhar as atividades propostas com expressões algébricas ao passo que quando somassem, colocassem as peças colorida de EVA justapostas e, ao subtrair, usassem as peças do Algeplan pretas, do mesmo tamanho das coloridas e, assim, os alunos puderam representar qualquer expressão algébrica com valores negativos que lhes fossem propostas, apenas com o uso do Algeplan.

Foi proposto aos alunos, durante a apresentação dos slides (APÊNDICE A), que utilizassem o Algeplan construído por eles para resolver as atividades. Desta maneira, eles expressaram os resultados com o material que eles estavam usando.

Com essa atividade, foi possível comprovar que a utilização de recursos metodológicos só enriqueceu o aprendizado dos alunos com a matemática e, a capacidade de fazer matemática de um modo diferente e estimulante, foi desenvolvida, deixando de lado a prática de repetição que eles haviam vivenciado anteriormente.

No início percebemos certa resistência da parte dos alunos em relação à utilização do material manipulativo. Os alunos não acreditaram que a manipulação feita com o Algeplan correspondia à álgebra, da forma que eles estavam acostumados a empregar. Após alguma manipulação, eles se convenceram de que se tratava da mesma “conta” e o uso do ALGEPLAN se tornou cada vez mais efetivo. Mesmo receosos, os alunos foram receptivos e aceitaram a proposta de experimentar o novo material. Algumas dúvidas surgiram e, na maior parte das vezes, centravam-se na montagem do Algeplan, no local onde colocar cada peça. Depois de montado, o material foi facilmente manipulado pelos alunos. Na Figura 31, os alunos manipulam o material para mostrar a solução do polinômio $x^2 + 2xy + y^2$ com o material Algeplan.

Figura 31- Resposta das alunas com o material

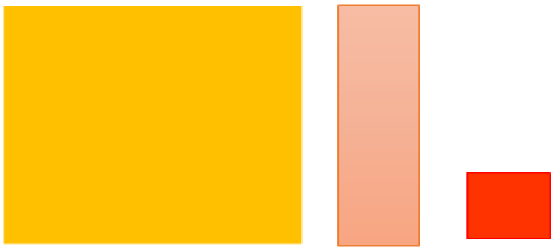


Fonte: O autor, 2019.

Um outro momento proposto aos alunos da Escola B do Ensino Médio, foi a resolução de uma questão do Exame Nacional de Acesso de 2017(ENA) do PROFMAT, que falava do Algeplan. Isso mostrou a eles a importância do nosso trabalho e que material manipulativo Algeplan pode ser usado em questões de avaliação.

Questão 8 do ENA 2017-Profmat: O Algeplan é um material manipulativo utilizado como ferramenta no ensino de polinômios. Em sua versão mais simples, ele consiste em 3 tipos de peças, conforme figura abaixo, que representam os monômios e a unidade. Um quadrado grande de área x^2, um retângulo de área x e um quadrado pequeno de área 1.

Figura 32- Peças do Algeplan da questão do ENA



Fonte: O autor, 2019.

Usando essas peças, sem sobreposição, é possível montar retângulos maiores cujas áreas podem ser calculadas de duas formas: pela soma das áreas das peças que compõem a figura e pelo produto da base pela altura, obtendo assim a fatoração, conforme o exemplo a seguir. Determine qual dos polinômios abaixo não é possível ser representado por um retângulo usando somente a peça do Algeplan.

a) x^2+5x+6
b) $3x^2+8x+4$
c) $2x^2+4x+2$
d) x^2+6x+9
e) $2x^2+5x+4$

Observe abaixo a apresentação feitas pelos alunos para resolução da questão com o material manipulativo Algeplan. A turma foi dividida em 5 grupos, no qual cada grupo ficaria com uma alternativa para representar a resolução com o material para os outros grupos da turma.

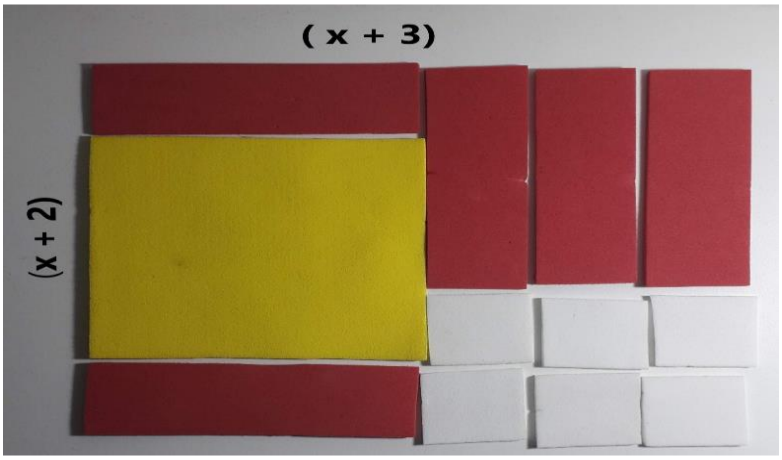
GRUPO 1. A equação representada pela alternativa a) $x^2 + 5x + 6 = 0$ possui as seguintes raízes de acordo com as expressões da soma e do produto:

Soma $= \frac{-5}{1} = -5$ $\quad$ $x' = -2$

Produto$= \frac{6}{1} = 6$ $\quad$ $x'' = -3$

Forma Geral: $(x - x').(x - x'') = 0 \Rightarrow (x + 2).(x + 3) = x^2 + 5x + 6$

Figura 33- Representação da letra a feita pelos alunos



Fonte: O autor, 2019.

Portanto as raízes da equação da alternativa a) $x^2 + 5x + 6 = 0$ possui como resultado o par ordenado, os números –2 e –3, então foi possível montar um retângulo com a equação $x^2 + 5x + 6 = 0$.

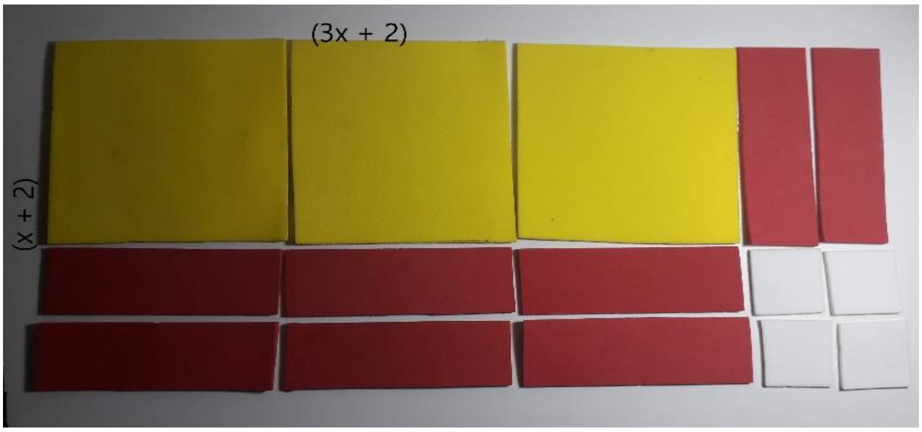
GRUPO 2. A equação representada pela alternativa b) $3x^2+8x+4= 0$, possui as seguintes raízes de acordo com as expressões da soma e do produto:

Soma = -8 $\quad$ $x' = -\frac{2}{3}$

Produto= $\frac{4}{3}$ $\quad$ $x'' = -2$

Forma Geral: $(x – x').(x - x'') = 0$ ➡ $(x + \frac{2}{3}).\ (x + 2) = 3x^2 + 8x + 4$

Figura 34- Representação da letra b feita pelos alunos



Fonte: O autor, 2019.

Portanto as raízes da equação da alternativa b) $3x^2 + 8x + 4 = 0$, possui como resultado o par ordenado, os números $-\frac{2}{3}$ e -2, então foi possível montar um retângulo com a equação $3x^2 + 8x + 4 = 0$.

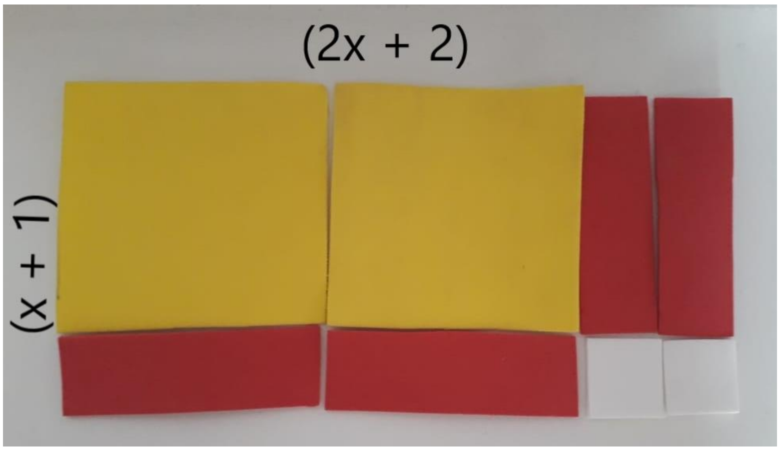
GRUPO 3. A equação representa pela alternativa c) $2x^2 + 4x + 2 = 0$ possui as seguintes raízes de acordo com as expressões da soma e do produto:

Soma = $-\frac{4}{2} = -2$ x’ = -1

Produto = $\frac{2}{2} = 1$ x’’ = -1

Forma Geral: $(x - x').(x - x'') = 0$ $\Rightarrow$ $2.(x + 1).(x + 1) = 2x^2 + 4x + 2$

Figura 35- Representação da letra c feita pelos alunos



Fonte: O autor, 2019.

Portanto as raízes da equação da alternativa c) $2x^2 + 4x + 2 = 0$ possui como resultado o par ordenado, os números -1 e -1, então foi possível montar um retângulo com a equação $2x^2 + 4x + 2 = 0$.

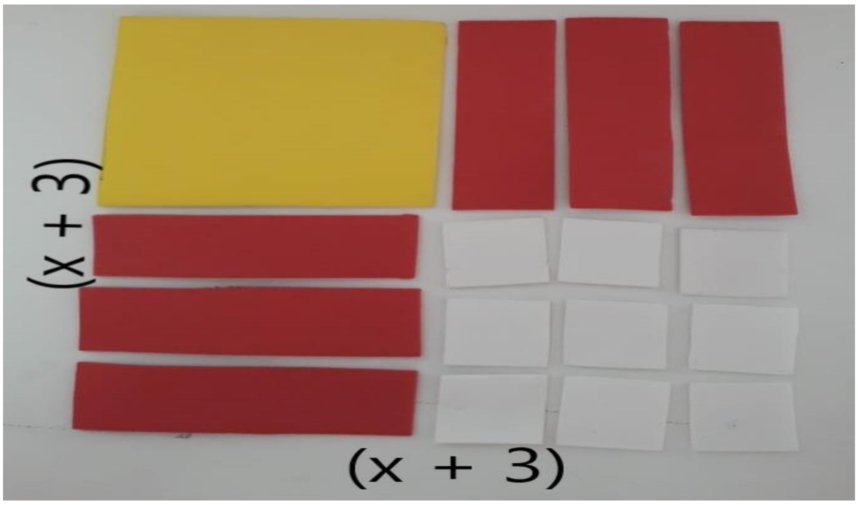
GRUPO 4. A equação representa pela alternativa d) $x^2+6x+9 = 0$ possui as seguintes raízes de acordo com as expressões da soma e do produto:

Soma = -6 $x' = -3$

Produto= 9 $x'' = -3$

Forma Geral: $(x - x').(x - x'') = 0$ $\Rightarrow$ $(x + 3).(x + 3) = x^2+6x+9$

Figura 36- Representação da letra d feita pelos alunos



Fonte: O autor, 2019.

Portanto as raízes da equação da alternativa d) $x^2 + 6x + 9 = 0$ possui como resultado o par ordenado, os números -3 e -3, então foi possível montar um retângulo com a equação $x^2 + 6x + 9 = 0$.

GRUPO 5. A equação representa pela alternativa e) $2x^2 + 5x + 4= 0$ não possui nenhuma raiz real de acordo com as expressões da soma e do produto:

Solução apresentada pelo grupo da alternativa e) $2x^2 + 5x + 4$:

Soma = $-\frac{5}{2}$

Produto = $\frac{4}{2}$ = 2

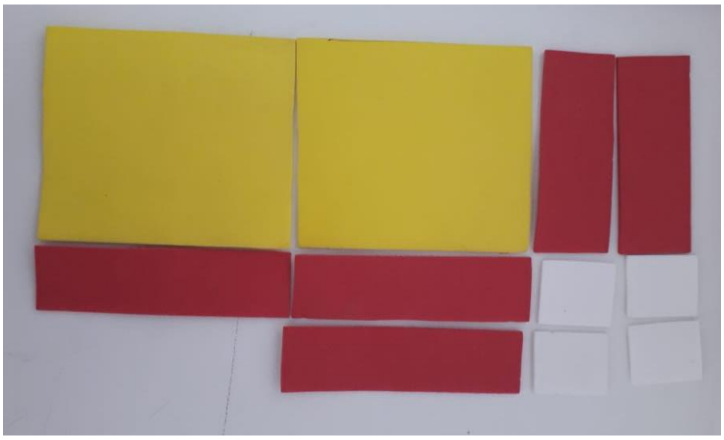
Usando $\Delta = b^2 - 4.a.c$ para mostrar que Δ < 0, não possui nenhuma raiz.

$$\Delta = b^2 - 4.a.c$$
$$\Delta = 5^2 - 4.2.4$$
$$\Delta = 25 - 32$$
$$\Delta = -7,$$
$$\Delta < 0$$

Portanto as raízes da equação da alternativa e) $2x^2 + 5x + 4 = 0$ não possui nenhuma raiz.

Forma Geral: $(x - x_1).(x - x_2) = 0 \Rightarrow (2x + 1).(x + 2) + 2 = 2x^2 + 5x + 4$

Figura 37- Representação da letra e feita pelos alunos



Fonte: O autor, 2019.

Figura 38- Representação da letra e feita pelos alunos

Fonte: O autor, 2019.

Como partiram da ideia de completar quadrados com o material para depois fazer a fatoração e descobrir as raízes da equação representada pelas alternativas, o grupo 5 percebeu que a alternativa e) $2x^2 + 5x + 4$ é o único polinômio que não pode ser representado e não pode ser fatorado como produto de monômios que apresentam coeficientes inteiros e positivos, as demais raízes da equação são complexas, então essa foi alternativa que não foi possível montar um retângulo com a equação $2x^2 + 5x + 4 = 0$.

Portanto, a fatoração da equação $2x^2 + 5x + 4 = (2x + 1).(x + 2) + 2$.

Uma outra proposta com os alunos do Ensino Médio foi a questão do Exame Nacional do Ensino Médio de 2017 (ENEM-2017), onde foi aplicada habilidade (EF07MA13) da BNCC que consiste em "compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita". A seguir apresentamos a questão do ENEM.

QUESTÃO: Chegando ao destino de uma mesma viagem, os turistas X e Y alugarão, cada um deles, um carro. Fizeram, previamente, cotações com as mesmas três locadoras de automóveis da região. Os valores dos alugueis estão representados pelas expressões dadas no quadro, sendo K o número de quilômetros percorridos, e N o número de diárias pagas pelo aluguel.

Empresa Valor cobrado, em real, pelo aluguel do carro:

I - 100 N + 0,8 K

II - 70 N + 1,2 K

III -120 N + 0,6 K

O turista X alugará um carro em uma mesma locadora por três dias e percorrerá 250 km. Já a pessoa Y usará o carro por apenas um dia e percorrerá 120 km. Com o intuito de economizarem com as locações dos carros, e mediante as informações, os turistas X e Y alugarão os carros, respectivamente, nas empresas:

a) I e II.

b) I e III.

c) II e II

d) II e III

e) III e I

Resolução apresentada por um aluno da turma do Ensino Médio:

*Com N = 3 e k = 250

C1= 100. 3 + 0,8. 250 = 500

C2 = 70. 3 + 1,2. 250 = 510

C3 = 120. 3 + 1,2. 250 = 510

Assim conclui-se que X alugará na empresa I.

*Com N = 1 e k = 120

C1 = 100. 1 + 0,8. 120 = 196

C2 = 70. 1 + 1,2. 120 = 214

C3= 120. 1 + 1,2. 120 = 192

Após fazer as substituições das variáveis pelo valores determinados na questão o aluno, percebeu que X alugará na empresa I, e que Y alugará na empresa III, como o intuito é economizar com as locações dos carros, então a alternativa b é a correta da questão.

Essa questão permitiu avaliar a habilidade de compreensão da ideia de variável com os alunos, representada por letra, para escrever a expressão algébrica correspondente a uma expressão escrita na linguagem comum.

No final da apresentação, com as turmas do Ensino Médio, foi feito um questionário para verificar se os objetivos foram alcançados nesse trabalho, as impressões dos alunos sobre o uso do material manipulável Algeplan no ensino e se houve aprendizagem da matemática.

Primeira questão proposta para a primeira turma do Ensino Médio, com 45 alunos, mais presente no dia tinha 32 alunos na aula para responder o questionário.

Questão1: O uso do material didático manipulável pode auxiliar os alunos a compreender o conteúdo de polinômios?

a) Sim, muito
b) Sim, um pouco
c) não

Tabela 1- Dados da resposta da questão 1.

Resposta	Números de alunos	Porcentagem
a) Sim, muito	22	68,75%
b) Sim, um pouco	8	25%
c) Não	2	6,25%

Fonte: O autor, 2019.

Analisando as respostas, percebe-se que, na Questão 1, a opinião dos alunos pode auxiliar a compreender melhor a álgebra. Os alunos que responderam que ajudava um pouco e que não, foram os que faltaram a uma aula e que menos participaram das atividades propostas.

Sendo assim, as respostas dadas pelos alunos na questão 1, reforçam a ideia de que o material didático manipulável pode ajudar a superar dificuldades e sanar suas dúvidas em polinômios.

A segunda questão proposta para a turma seguinte do Ensino Médio, com 46 alunos, mas que no dia do projeto havia 38 alunos em aula.

Questão 2. O uso do material didático manipulável tornou as aulas mais atrativas trazendo nova motivação para a aula de matemática.

a) Sim, muito
b) Sim, um pouco
c) Não

Tabela 2- Dados da resposta da questão 2.

Resposta	Números de alunos	Porcentagem
a) Sim, muito	26	68,42%
b) Sim, pouco	8	21,06%
c) Não	4	10,52%

Fonte: O autor, 2019.

Analisando as respostas, pode-se comprovar que, para grande parte dos alunos, o uso do material didático manipulável tornou as aulas mais atrativas.

A terceira questão proposta para a outra turma do Ensino Médio, com 36 alunos na aula para responder o questionário.

Questão 3. A visualização que o material didático manipulável pode facilitar a assimilação dos conteúdos da Matemática, especificamente dos polinômios?

a) Sim, muito
b) Sim, um pouco
c) Não

Tabela 3- Dados da resposta da questão 3.

Respostas	Números de alunos	Porcentagem
a) Sim, muito	28	77,77%
b) Sim, pouco	6	16,66%
c) Não	2	5,57%

Fonte: O autor, 2019.

Analisando as respostas da terceira pergunta, pode-se comprovar que, na opinião dos alunos, a visualização que o material didático manipulável proporcionou, a assimilação dos conteúdos de polinômios, por meio da manipulação do material.

Foi perceptível que os alunos, em sua maioria, gostaram e aprovaram o trabalho, conforme apontam os registros nos relatórios feito por eles. Seguem, a seguir, alguns dos relatos feitos por eles, sobre as aulas com o material:

Relato do Aluno 1. "*A nova aula, muito criativa por sinal, denominada aula prática, com o material manipulável Algeplan nas mãos foi possível visualizar e até formar figuras geométrica. A aula acaba sendo proveitosa e divertida*".

Relato do Aluno 2. "*Eu achei ótimo porque ajuda muito a fixar o conteúdo sem precisar gravar fórmulas. É um tipo de aula diferente, muito melhor do que ficar só escrevendo. Eu acho que isso deveria ser aplicado em todas as matérias, dessa forma ia despertar mais interesse dos alunos.*"

Relato do Aluno 3. "*Muitos alunos afirmaram que sentiram bastante diferença com a aula e uma facilidade maior no aprendizado através do Algeplan.*"

Relato do Aluno 4. "*Com o método adotado pela Professora o aprendizado se tornou mais claro, fácil e agradável de fazer as atividades.*"

Relato do Aluno 5. "*Essa maneira de trabalhar a matemática e bem mais fácil. As aulas ficam muito mais dinâmicas e fica rápido e divertido aprender. Aprendemos sobre as fórmulas e descobrimos como fica mais fácil de usar nos exercícios práticos.*"

Relato do Aluno 6. "*As aulas de Matemática em minha opinião estão muito melhores, pois tenho como comprovar o que estamos fazendo e assim fica mais fácil de compreender e aprender. Os alunos se interessam mais pela aula e nem vemos a hora passar.*"

Relato do Aluno 7. "*Enquanto aluno, posso dizer que a nossa maior dificuldade é conseguir ter concentração nas aulas e sei que se a gente fica cinco aulas só escutando o Professor falar, a gente acaba não aprendendo muito. O que me chamou mais a atenção nas aulas práticas foi a forma de trabalhar com o novo material, onde todos os colegas exercitaram e puderam aprender de forma simples e fácil.*"

As aulas práticas foram desenvolvidas em atividades em grupo. Os resultados destacaram a sua importância no processo de ensino aprendizagem. Não houve resistência na utilização dos materiais, ao contrário, foi muito bem recebido. Como mostram os relatos, o material agradou muito os alunos.

A partir da observação dos alunos, pode-se perceber que as trocas interpessoais para o desenvolvimento cognitivo do aluno se deram por meio da interação social e o quanto contribui para o desenvolvimento cognitivo de cada um. A interação entre os indivíduos possibilitou a geração de novas experiências e conhecimento. Isso mostrou que atividade é fundamental para o desenvolvimento cognitivo do aluno.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho buscou relatar a aplicação do material manipulativo Algeplan como motivador para o ensino da álgebra, em uma turma do Ensino Fundamental II e em três outras no Ensino Médio da rede estadual, ambas do município de Nilópolis-RJ. Inicialmente, alguns alunos apresentaram dificuldades para utilizar o material, relacionar as figuras aos resultados algébricos, porém o resultado da atividade mostrou-se satisfatório, já que grande parte dos alunos mostraram que entenderam a lógica do uso desse material e houve uma postura colaborativa nos grupos formados por eles.

O Algeplan foi uma ferramenta importante para mostrar aos alunos uma representação visual de problemas algébricos utilizando os cálculos de áreas para representar polinômios. Ao final das atividades, verificamos assim que o material manipulativo Algeplan proporcionou a compreensão geométrica e dos termos algébricos, mostrando a motivação dos alunos durante a atividade.

Os resultados constataram que a utilização do material manipulativo Algeplan pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem da Álgebra. As atividades propostas foram baseadas em uma metodologia que permitiu aos estudantes construir seu conhecimento em um processo de interação entre as ações realizadas com o material e a mediação do professor.

Uma importante contribuição dessa pesquisa foi a proposta de atividades com o Algeplan disponíveis nos Apêndices, as atividades envolveram, as composições e decomposições, adição e subtração com monômios, multiplicação de monômios, produtos notáveis e fatoração.

A Pesquisa proporcionou também, analisar e refletir sobre as novas perspectivas de se pensar na escola, assim como, as novas metodologias de ensino, através do uso de materiais manipuláveis, usados de forma inadequada pelos futuros professores do curso de formação de professores. Enfim, o uso dos materiais didáticos manipuláveis contribuiu de forma concreta na aprendizagem dos alunos e teve papel importante para tornar o ensino da matemática mais divertido e interativo.

Por fim, o uso dos recursos manipuláveis, deve ser mais comum no cotidiano ambiente escolar, para que propicie um ensino-aprendizagem significativo, e para que contribua na formação educacional do aluno.

Para o desenvolvimento de trabalhos futuros na área de Educação Matemática, e possam possibilitar (ao)a professor(a) de Matemática da Educação Básica para refletir sobre o uso do material manipulativo Algeplan no ensino da Álgebra.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. **Documento orientado do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID)**. Brasília: MEC/CAPES/PIBID, 2008. Disponível em: http://www.capes.gov.br/educacaobasica/capespibid. Acesso em: 25 out. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular:** Ensino Médio. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CARVALHO, C. A. A percepção da generalidade no trabalho com padrões em álgebra. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – ENEM, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais** [...] Belo Horizonte: UFRB, 2007.

FANTI, E.L.C., BAGNAM, T., BOCCARDO, M. **Explorando funções reais com o software Winplot**. São José do Rio Preto: UNESP, 2005.

FANTI, E.L.C. **Modelando expressões algébricas**: resoluções de equações do primeiro grau e fatoração de trinômios. São José do Rio Preto: UNESP, 2005.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia**: Saberes Necessários à Prática Educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1998.

LINS, R.C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. 4. ed. Campinas: Editora Papirus, 2001.

LORENZATO, Sérgio Apparecido. **Para aprender Matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006.

MOURA, M O. Jogo e a construção do conhecimento matemático. **Ideias**, São Paulo, n. 10, p. 45-53, 1991.

NOVA ESCOLA. Compare: As mudanças dos PCNs para a BNCC em matemática. **NOVA ESCOLA**, São Paulo. Disponível em: https://novaescola.org.br/bncc/conteudo/33/compare-as-mudancas-dos-pcns-para-a-bncc-em-matematica. Acesso em: 18 nov. 2019.

STRUIK, Dirk. **História concisa das Matemáticas**. 3. ed. Lisboa: Gradiva,1948.

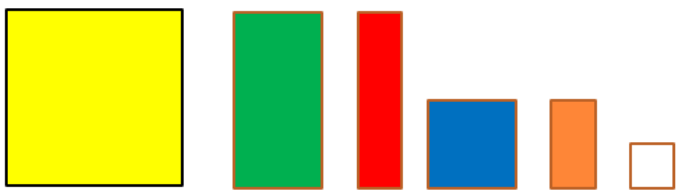
TURRIONI, Ana Maria Silveira. **O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores**. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

APÊNDICE A - TELAS DA APRESENTAÇÃO DE SLIDE

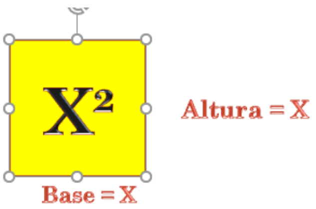
APRESENTAÇÃO DO ALGEPLAN

O Algeplan

- É um material manipulativo usado para que consigamos entender melhor conteúdos como, monômios, polinômios, fatoração e produto notáveis.
- É formado por quadrados e retângulos de várias cores e tamanhos diferente que se combinam que serão apresentados a seguir:



QUADRADO X^2

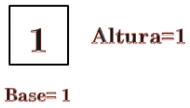


- É um quadrado de base x e altura x.
- Sua área é $x.x = x^2$

QUADRADO Y^2

- É um quadrado da base y e altura y.
- Sua área e $y.y = y^2$

QUADRADO 1



- É um quadrado de base 1 e altura 1.
- Sua área é 1.1 = 1

RETÂNGULO X.Y

- É um retângulo de base y e altura x.
- Sua área é x.y

RETÂNGULO 1.X

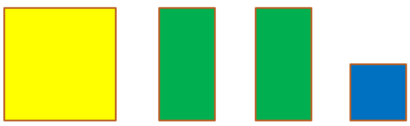
- É um retângulo de base 1 e altura x.
- Sua área é 1.x= x.

RETÂNGULO 1.Y

- É UM RETÂNGULO DE BASE 1 E ALTURA Y.
- SUA ÁREA É 1.Y =Y

PRATICANDO

- Representação do polinômio $x^2 + 2xy + y^2$ com as peças do Algeplan.



Outros exemplos:

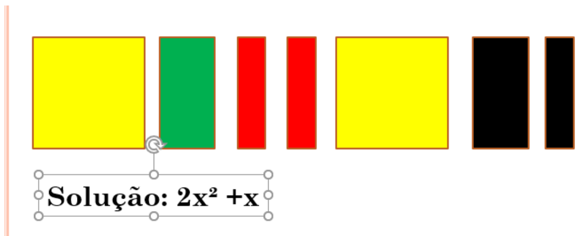
$2x^2 + 3xy =$

$Y^2 + 2x + 3y =$

- Represente o polinômio $x^2 -2xy + y^2$ com as peças do Algeplan.

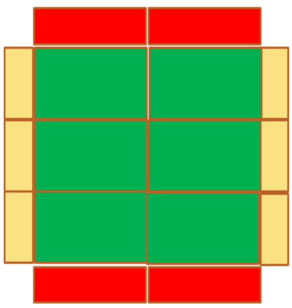
ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

- Reduza os termos semelhantes do polinômio $x^2 + xy + 2x + x^2 - xy - x$, com as peças do Algeplan.



MULTIPLICAÇÃO DE MONÔMIOS

- Construa um retângulo com base 3y e altura 2x.



Qual é área desse retângulo?

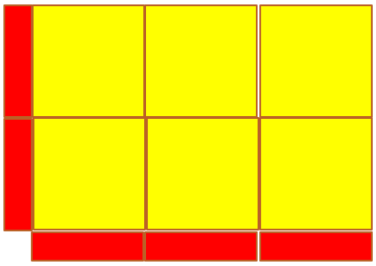
$3y \cdot 2x = 6xy$

Isto quer dizer que no interior desse retângulo cabem 6 retângulos x.y

- **Qual a base e altura de um retângulo de área $6.x^2$.**

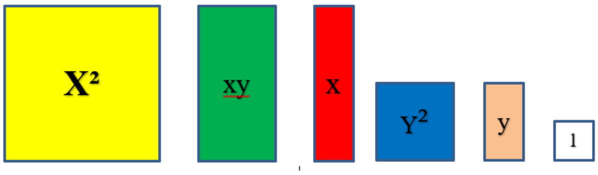
*Vamos partir do contrário, ou seja, representar a Figura com as peças para sabermos a medidas da e altura.

Comparando as formas concluímos que a base 3x e altura é 2x.



APÊNDICE B - ATIVIDADE FORMATIVA PARA TURMA DO 8ºANO

OBJETIVOS: Trabalhar os conceitos e operações envolvendo monômio, polinômio e área, usando o Algeplan.



1. Represente com as peças do Algeplan as seguintes expressões algébricas:
   a) $3x^2 =$
   b) $2x + 1 =$
   c) $y^2 + 3y + 3 =$

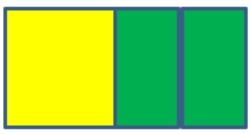
2. Utilizando o Algeplan, mostre que as igualdades abaixo são verdadeiras.

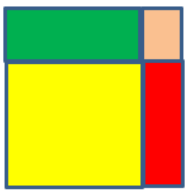
   a) $3x^2 + 2xy - xy - 3x^2 = xy$
   b) $y^2 + 2x^2 - x^2 + y = 2\,y^2 + x^2$

3. Utilizando o Algeplan, efetue as seguintes operações:

   a) $x^2 + 3xy + 4y - x^2 + xy - 3y =$
   b) $y^2 - 2xy + 4x - 3y + 2x - 5y =$

4. Represente a expressão abaixo:

a) 

B) 

5. Calcule a área de cada figura abaixo:

a)

b)

c)

APÊNDICE C- SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA TURMA DO 8º ANO

Apresentação do Material Manipulativo Algeplan

Objetivos:

- Reconhecer e explorar as peças do Algeplan (formas e dimensões)
- Reconhecer monômios;
- Identificar o coeficiente e a parte literal de um monômio;
- Identificar termos semelhantes e determinar o grau de um monômio;
- Efetuar adição e subtração de polinômios;
- Simplificar expressões algébricas.

Conteúdo: Monômios e Polinômios.

Ano: 8º ano

Tempo estimado: Quatro aulas

Material: Peças do Algeplan, slide e Atividade Proposta

Desenvolvimento:

1° momento: Inicialmente arrumamos a turma em um grande círculo e distribuímos o conjunto de peças do Algeplan para os alunos manusear do jeito que eles quisessem para conhecer o material melhor.

2º momento: Em seguida foram feitos alguns questionamentos sobre as peças: Quais as formas geométricas das peças? Quais os conceitos Geométricos? Existe alguma regra de composição?

3º momento: Apresentação do material manipulativo Algeplan no slide (anexo 1), e cada slide apresentado os alunos participavam respondendo com as peças estabelecendo uma correspondência entre as peças e as expressões algébricas.

4º momento: Foi feito um processo inverso, apresentamos expressões com as peças do Algeplan, e solicitamos que eles respondessem escrevendo a expressão representada pelas peças do Algeplan.

5º momento: Com a conclusão da apresentação do material, foi trabalho om eles uma avaliação formativa, essa atividade possibilita o professor acompanhar as aprendizagens dos alunos, e como objetivo o reajuste constante do processo de ensino.

APÊNDICE D - SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA TURMA DA 1ªSÉRIE DO CURSO DE FORMAÇÃO DE PROFESSOR.

Apresentação do Material Manipulativo Algeplan

Objetivos:

- Construir o Material Manipulativo Algeplan (com EVA/papel quadriculado/ tesoura)
- Reconhecer e explorar as peças do Algeplan (formas e dimensões)
- Apresentar o material manipulativo Algeplan
- Resolver questões com o material.

Conteúdo: Monômios, Polinômios, Equação do 2°grau.

Ano: 1ª série

Tempo estimado: seis aulas

Material: Peças do Algeplan, slide e Atividade Proposta, Questões extras do ENA e ENEM.

Desenvolvimento:

1° momento: Iniciamos a aula dividimos a turma em grupos para construir o material manipulativo Algeplan:

Construção do Algeplan com papel milimetrado, Eva e tesoura:

- escolha três medidas distintas
- determine três quadrado com essas medidas, e para construir o retângulo faça combinação entre essas três medidas.

2º momento: Apresentação do material manipulativo Algeplan no slide (anexo 1), e cada slide apresentado os alunos participavam respondendo com as peças estabelecendo uma correspondência entre as peças e as expressões algébricas.

3º momento: Em seguida a proposta para a turma foi a resolução da questão do ENA-2017 e e outra do ENEM-2017 com a habilidade (EF07MA13) da BNCC. Para mostra a importância do material para resolver as questões.

4º momento: Para concluir o trabalho, nesse momento foi feito um questionário para saber como usar o material manipulativo Algeplan nas atividades.