UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS-UFGD
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS-FACET

LIN MING FENG

DISTÂNCIAS ASTRONÔMICAS E GEOMETRIA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

DOURADOS-MS

AGOSTO-2013

LIN MING FENG

DISTÂNCIAS ASTRONÔMICAS E GEOMETRIA

ORIENTADOR: PROF.DR. ROGÉRIO DE OLIVEIRA

Dissertação apresentada ao final do Programa de Mestrado Profissional em Matemática da Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD) como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

DOURADOS-MS
AGOSTO-2013

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central - UFGD

510 L735d	Lin, Ming Feng. Distâncias astronômicas e geometria / Lin Ming Feng – Dourados-MS : UFGD, 2013. 63 f. Orientador: Prof. Dr. Rogério de Oliveira. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) Universidade Federal da Grande Dourados. 1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Educação matemática. I. Título.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

Termo de Aprovação

Após a apresentação, arguição e apreciação pela banca examinadora foi emitido o parecer APROVADO, para a dissertação intitulada: **"Distâncias Astronômicas e Geometria"**, de autoria de **Lin Ming Feng**, apresentada ao Programa de Mestrado em Matemática da Universidade Federal da Grande Dourados.

Prof. Dr. Rogério de Oliveira (Orientador-UFGD)
Presidente da Banca Examinadora

Profª Dra. Irene Magalhães Craveiro
Membro Examinador (UFGD)

Prof. Dr. Vando Narciso
Membro Examinador (UEMS)

Dourados/MS, 20 de agosto de 2013

Dedico este trabalho a Deus, aos meus pais,
a minha tia Sonia e minha namorada Elena
e ao amigo e professor Rogério de Oliveira.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente aos Professores Doutores que são exemplos de profissionais a serem seguidos, especialmente a Irene Magalhães Careiro,Sérgio Rodrigues, Lino Sanábria e a Rogério de Oliveira cuja dedicação para com as aulas foram visíveis e me inspiram ainda mais à carreira docente.

Agradeço a Deus pelo dom da vida que tem guiado meus caminhos dando-me a fé e perseverança para concluir o curso.

Agradeço aos meus pais Lin Shou Jen & Huang Yueh Shuang, a minha tia Sonia pelo incentivo e pela presença constante em minha vida. A vocês, minha eterna gratidão.

Agradeço a minha namorada Elena pelo apoio e paciência nos momentos de inquietação e cansaço.

Aos meus amigos, que sempre me deram apoio e muito companheirismo, um agradecimento especial ao amigo João Henrique, Roney Garcia e a professora Irene pela revisão e correção deste trabalho

Agradeço ao amigo e professor Rogério de Oliveira pela orientação e paciência.

"Há três maneiras de conquistar sabedoria: por reflexão, a mais nobre; por imitação, a mais fácil; e por experiência, a mais amarga.”

Confúcio (551 a.C - 479 a.C)

Resumo

A cada instante nos deparamos com situações que nos levam a refletir sobre conceitos, cálculos e processos referentes ao conhecimento matemático. Assim, o tema para a realização deste trabalho surgiu após a Olimpíada de Astronomia realizada na escola. A professora de Geografia mostrou-se preocupada com as dificuldades encontradas pelos alunos na resolução de problemas que exigem o conhecimento de matemática básica. Partindo da ideia de que o estudo de trigonometria está relacionado às aplicações, isto permite explorar a interdisciplinalidade deste conteúdo integrando com a Astronomia, área que desperta muita curiosidade entre os alunos.

Este trabalho apresenta uma experiência pedagódica realizada em sala de aula com alunos da educação técnica, o qual foi desenvolvido de maneira reflexiva sobre a necessidade de interpretar e resolver matematicamente problemas que envolvem distâncias inacessíveis. Para isso foi necessário trabalhar inicialmente uma sequência de conteúdos: teorema de Tales, razões trigonométricas, geometria plana e geometria espacial, para então apresentar o problema do cálculo do diâmetro da Terra, da distância entre a Terra e Lua e da distância entre a Terra e Sol. Com esta proposta os alunos tiveram a oportunidade de superar algumas dificuldades que estavam enfrentando com a geometria e matemática básica utilizadas na Astronomia. Durante o processo os alunos apresentaram soluções diferentes para o problema da ilustração comparativa entre as distâncias astronômicas mencionadas acima. Para ilustrar os tamanhos da Terra, Lua e Sol e suas respectivas distâncias em escala, criou-se situações em que os alunos foram capazes de mostrar criatividade e capacidade de raciocínio.

Como instrumento avaliativo foram aplicadas atividades com questões da Olimpíada de Astronomia em sala de aula após a experiência pedagódica. O resultado dos alunos foi bastante satisfatório, pois mostraram melhoria na interpretação e na resolução de problemas que haviam sido apontados pela professora de Geografia.

Palavras-chave: astronomia. distâncias inacessíveis. geometria.matemática

ABSTRACT

At every moment we have to front ourselves with some situations which make us to reflect about concepts, calculations and processes related to mathematical knowledge. Therefore, the theme for this work came after the Astronomy Olympic Contest, held at school, where the geography teacher expressed concern about the difficulties found out by the students to solve problems which require basic knowledge in mathematics. Considering the idea that the trigonometry studies are related to applications, it is possible to explore the interdisciplinarity of this content integrating it to Astronomy, which is an area that arouses much curiosity on students. This work presents a pedagogical experience carried out in a classroom with students of a technical school, and it was developed in a reflexive way about the needs of interpreting and solving mathematically problems which involve inaccessible distances. For that it was necessary to work initially with sequenced contents: Thales Theoreme, trigonometric equations, plane geometry and spatial geometry and then present the problem with the calculation of the Earth diameter, the distance between the Earth and the Moon as well as the distance between the Earth and the Sun. Starting from this point, the students had the opportunity of overcoming some difficulties they had been facing with basic mathematics and geometry used in Astronomy. Along the process, the students have presented different solutions for the comparative illustration between the astronomic distances indicated above. For illustrating the sizes of the Earth, the Moon and the Sun and their respective distances in scales, we created situations which made the students able to show creativity and reasoning capacity. For evaluating, activities with questions of the Astronomy Olympic Contest were applied in the classroom after the pedagogical experience. The results of the students were very satisfactory, once they showed a better performance in interpreting and solving problems which had been pointed out initially.

Keywords: Astronomy. Inaccessible distances. Geometry. Mathematics.

Sumário

Lista de Figuras

Introdução

A Matemática foi criada pelo homem devido às necessidades sociais. Há milhões de anos atrás o homem vivia da caça e da coleta e, para isso, ele precisava apenas das noções de matemática mais - menos, maior - menor.

Mais tarde, quando começou a construir habitações, passou a precisar de alguns números e figuras. E construindo escoras, travessas, cunhas e dar inclinações, utilizava o conceito de triângulo. Ao arredondar objetos, girá-lo para acender o fogo ou fazer furos, chegou à circunferência. Os símbolos passaram a ser utilizados com maior frequência, surgindo a ideografia e, a partir daí, o surgimento dos números. A Matemática, então, sempre esteve presente na vida do homem, mesmo que estes conceitos fossem formalizados muito tempo depois.

Os antigos egípcios, babilônios e chineses já conseguiam efetuar cálculos e medidas com grande precisão. Mas foram os gregos que introduziram provas rigorosas e o encadeamento sistemático de teoremas, que fizeram com que a Matemática se tornasse uma ciência. Antigamente, os gregos consideravam apenas a Aritmética e a Geometria como ciências puramente matemáticas, mais tarde a Astronomia e a Mecânica também foram inseridas.

A proposta deste trabalho é justamente integrar o ensino de Matemática com a Astronomia para despertar o interesse dos alunos na Matemática, a partir da determinação de distâncias consideradas inacessíveis. Com a revisão da matemática básica, sanando as dúvidas, aprofundando os saberes, chega-se aos resultados positivos e carregados de conhecimento. A interdisciplinaridade deve ser aplicada, pois faz com que os alunos obtenham novos conhecimentos a partir do que já sabem.

Segundo PCNEM/Parâmetro Curricular Nacional de Ensino Médio (página 7) [1]:

> *"Um Ensino Médio concebido para universalização da Educação Básica precisa desenvolver o saber matemático, científico e tecnológico como condição de cidadania e não como prerrogativa de especialistas. O aprendizado não deve ser centrado na interação individual de alunos com materiais instrucionais, nem se resumir à exposição de alunos ao discurso professoral, mas se realizar pela participação ativa de cada um e do coletivo educacional numa prática de elaboração cultural."*

E na página 12, vemos o texto abaixo que cita alguns itens que exploraremos neste trabalho:

> *"Desenvolver a capacidade de questionar processos naturais e tecnológicos, identificando regularidades, apresentando interpretações e prevendo evoluções. Desenvolver o raciocínio e a capacidade de aprender.*
>
> > ** Formular questões a partir de situações reais e compreender aquelas já enunciadas.*
> > ** Desenvolver modelos explicativos para sistemas tecnológicos e naturais.*
> > ** Utilizar instrumentos de medição e de cálculo.*
> > ** Procurar e sistematizar informações relevantes para a compreensão da situação-problema.*
> > ** Formular hipóteses e prever resultados*
> > ** Elaborar estratégias de enfrentamento das questões.*
> > ** Interpretar e criticar resultados a partir de experimentos e demonstrações.*
> > ** Articular o conhecimento científico e tecnológico numa perspectiva interdisciplinar.*
> > ** Entender e aplicar métodos e procedimentos próprios das Ciências Naturais."*

O trabalho foi estruturado e organizado de forma que o Capítulo 1 tem o objetivo de apresentar um pouco da história dos astrônomos da antiguidade.

O capítulo 2 mostra o cálculo do diâmetro da Terra de Erastótenes e os cálculos das velocidades de rotação e translação da Terra.

O capítulo 3 mostra as distâncias entre a Terra e a Lua, entre a Terra e o Sol e distância de uma estrela à Terra

O capítulo 4 apresenta como calcular distâncias inacessíveis através de exemplos da medição da largura de um rio e da distância entre dois pontos com um obstáculo entre eles.

O capítulo 5 apresenta o plano de aula com os objetivos e de como as aulas podem ser trabalhadas.

O capítulo 6 mostra a experiência pedagógica e as atividades aplicadas em sala, apresenta a avaliação final, o resultado e análise das atividades aplicadas.

Finalmente apresentamos a conclusão do trabalho.

Capítulo 1

Um pouco sobre a história dos astrônomos da Grécia antiga

Cálculos e estudos para responder perguntas sobre as distâncias astronômicas sempres foram feitas. Desde a antiguidade, séculos antes de Cristo, onde muitos cientistas como Aristarco, Erastótenes, Ptolomeu e outros, baseados em ideias muito simples e sustentados por noções de Geometria chegaram a brilhantes resultados.

Os astrônomos da Grécia antiga

Segundo o site *http://astro.if.ufrgs.br/antiga/antiga.htm* apresenta histórias de alguns astrônomos importantes da Grécia antiga.

Tales de Mileto (624-546 a.C.) pensava que a Terra era um disco plano e introduziu na Grécia os fundamentos da geometria e da astronomia. Pitágoras de Samos (572-497 a.C.) acreditava que a Terra e outros corpos celestes fossem esféricos e foi o primeiro a chamar o céu de cosmos. Aristóteles de Estagia(384-322 a.C) explicou que as fases da Lua dependem de quanto da parte da face da Lua iluminada pelo Sol está voltada para a Terra. Explicou, também, os eclipses: um eclipse do Sol ocorre quando a Lua passa entre a Terra e o Sol; um eclipse da Lua ocorre quando a Lua entra na sombra da Terra. Aristóteles argumentou a favor da esfericidade da Terra, já que a sombra da Terra na Lua durante um eclipse lunar é sempre arredondada. Afirmava que o Universo é esférico e finito. Aperfeiçoou a teoria das esferas concêntricas de Eudoxus de Cnidus (408-355 a.C.), propondo o seu livro De Caelo, que "o Universo é finito e esférico, ou não terá centro e não pode se mover."

Heraclides de Pontus (388-315 a.C.) propôs a existência de epciclos e que a Terra gira diariamente sobre seu próprio eixo, que Vênus e Mercúrio orbitam o Sol,

Aristarco de Samos (310-230 a.C.) desenvolveu um método para determinar as distâncias relativas do Sol e da Lua à Terra, foi o primeiro a propor que a Terra se movia em volta do Sol, antecipando Copérnico em quase 2000 anos e mediu os tamanhos relativos da Terra, do Sol e da Lua. Eratóstenes de Cirência (276-194 a.C.) foi o primeiro a medir o diâmetro da Terra e foi bibliotecário e diretor da Bibiloteca Alexandrina de 240a.C. a 197 a.C.

Hiparco de Nicéia (160-125 a.C.) considerado o maior astrônomo da era pré-cristã, compilou um catálogo com a posição no céu. Ele deduziu corretamente a direção dos pólos celestes, e até mesmo a precessão, que é a variação da direção do eixo de rotação da Terra devido á influência gravitacional da Lua e do Sol, que leva 26000 anos para completar um ciclo. Hiparco ainda deduziu o valor correto de 8/3 para a razão entre o tamanho da sombra da Terra e o tamanho da Lua e também que a Lua estava a 59 vezes o raio da Terra de distância; o valor correto é 60. Ele determinou a duração do ano com uma margem de erro de 6 minutos.

Ptolomeu (85 d.C. - 165 d.C.) (Claudius Ptolemaeus) compilou uma série de treze volumes sobre astronomia, conhecida como o Almagesto que é a maior fonte de conhecimento sobre a astronomia na Grécia. Ptolomeu foi o último astrônomo importante da antiguidade.

Capítulo 2

É possível medir o raio da Terra?

Há quantos anos que vivemos na Terra? Será que a conhecemos suficiente? Três séculos antes de Cristo, um grego matemático descobriu um método para medir as distâncias relativas da Terra ao Sol e da Terra à Lua e comparou o tamanho da Terra com o da Lua. Mais ou menos cem anos depois, outro brilhante matemático grego conseguiu comparar o tamanho da Lua com o tamanho do Sol. Pergunta-se: Como foi possível obter todas estas medidas de distâncias inacessíveis?

2.1 Diâmetro da Terra

O primeiro cálculo do tamanho do diâmetro da Terra foi obtido por Erastóstenes (277-196 A.C) filósofo, astrônomo e matemático grego da escola de Alexandria, Bibliotecário-Chefe do Museu de Alexandria. O método que ele utilizou consiste seguinte: o sábio soube que no solstício de verão[1] no dia 21 de junho um gnomom[2]não apresentava sombra na cidade de Siena (hoje Asuam), mas na cidade de Alexandria um estilete nas mesmas condições apresentava uma sombra. Este fato ele atribuiu à esfericidade da Terra. Conta a "história" que Eratóstenes mandou um escravo a pé, medir a distância entre as duas cidades.

No mesmo dia de 21 de junho, Erastóstenes mediu o comprimento

[1]solstício de verão: dia mais longo- noite mais curta
[2]gnomom: um estilete vertical fincado no solo na direção perpendicular

da sombra de um obelisco em Alexandria e verificou que naquele exato momento o raio solar projetou um ângulo de 7,2º ao sul do zênite[3]. Com a simples proporção de que a circunferência da Terra está para a distância entre as duas cidades assim como o ângulo da circunferência (360º) está para o ângulo medido, o sábio determinou a circunferência da Terra (veja figura 2.1).

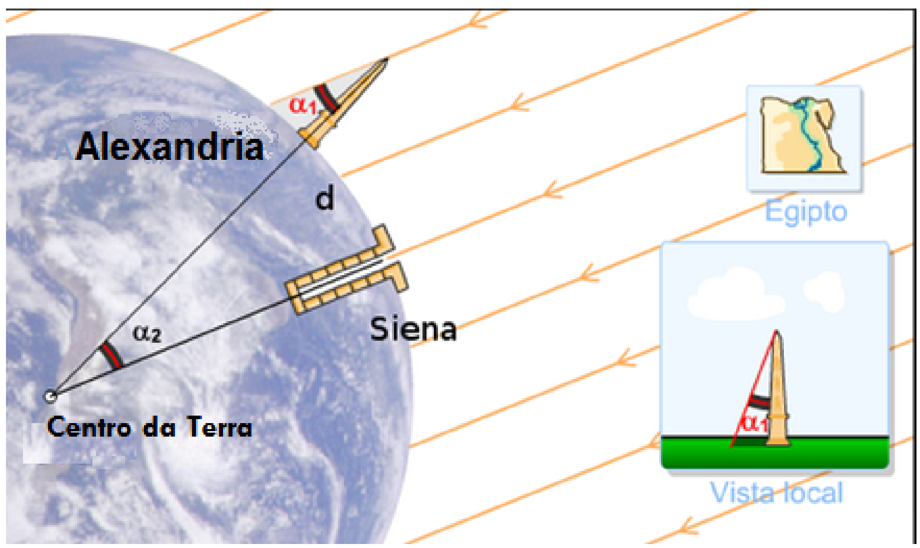


Figura 2.1: Raio da Terra

Fonte:http://profeblog.es/blog/jcarpint/2012/09/16/%C2%BFcomo-midio-eratostenes-el-radio-de-la-tierra/

A unidade de medida utilizada nesta época era em estádios e o matemático computou 252.520 estádios, o que equivalente a 40.000 km. o que resultou para o raio da Terra aproximadamente 6400km. É cerca de 6378km.

Observe como os raios solares são praticamente paralelos entre si, então o ângulo central também mede 7,2º.

Seja C_{Terra} a circunferência da Terra e d a distância entre a cidade Alexandria e Siena.

Usando a proporcionalidade entre arcos e ãngulos o sábio chegou a seguinte relação:

[3]zênite: o nome dado ao ponto mais elevado do firmamento, aquele que miramos ao olhar diretamente para cima.

$$\frac{C_{Terra}}{d} = \frac{360^{\underline{o}}}{7,2^{\underline{o}}}$$

$$\frac{C_{Terra}}{800km} = 50$$

Resolvendo a igualdade chega-se aproximadamente C_{Terra}= 40000 km, onde C_{Terra}=2πr, logo temos o r = 6366,203km o qual é o tamanho do raio da Terra.

2.2 Velocidade de rotação e translação da Terra

Como todos os corpos do Universo, a Terra também não está parada. Ela realiza inúmeros movimentos. Os dois movimentos principais do nosso planeta são o de rotação e o de translação, cujos efeitos sentimos no cotidiano.

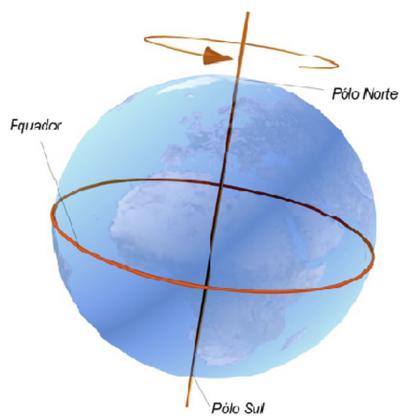


Figura 2.2: Velocidade de rotação da Terra

Fonte:http://dicascuriosidadesemais.blogspot.com.br/2009_04_01_archive.html

2.2.1 Movimento de Rotação

O giro que o planeta realiza ao redor de si mesmo é chamado de movimento de rotação da Terra. Ele se faz no sentido anti-horário, de oeste para leste e dura aproximadamente 24 horas. Devido a esse movimento de rotação, a luz do Sol vai iluminando progressivamente diferentes áreas e o resultado é a sucessão de dias e noites nos sinais diferentes pontos da superfície da Terra. "Durante um ano, o Sol não ilumina igualmente em todos os lugares da Terra, porque o eixo imaginário, em torno do qual a Terra faz a sua rotação, tem uma inclinação de 23º27, em relação ao plano da orbita da Terra.

O movimento aparente do Sol ocorre do leste para o oeste, por isso que há milhares de anos, o Sol serve como referência de posição. Aparece pela manhã a leste ou nascente e ao final da tarde desaparece no oeste ou poente.

Determina-se a velocidade de rotação com os seguintes dados:

1) A Terra é uma esfera;

2) O raio equatorial é aproximadamente 6.378km;

3) Um dia são 24 horas.

Primeiro passo: vamos determinar a comprimento da circunferência equatorial:

$$C_{Terra} = 2\pi \mathrm{r}$$

$$C_{Terra} = 2\pi \cdot 6378km$$

tomamos o valor do $\pi = 3{,}14$

$$C_{Terra} \cong 40053,84km$$

A velocidade média é definida pelo quociente da variação do espaço pelo tempo:

$$Vm = \frac{\triangle x}{\triangle t}$$

onde Δx é o comprimento da circunferência equatorial e Δt é o tempo em que a Terra leva para completar uma volta de 360° em torno de seu eixo. Então temos:

$$Vm = \frac{40074,16}{24} = 1669,76km/h$$

Como 1 hora equivale a 3.600s, podemos verificar a velocidade em m/s:

$$Vm \backsimeq 463m/s$$

Se chegamos ao resultado de que a velocidade da rotação da Terra é tão grande porque não percebemos o seu deslocamento? Imagine um veículo que se desloca numa velocidade constante. Se estivermos dentro deste veículo, não perceberemos o seu movimento, porque adquirimos a mesma velocidade. Se olharmos pela janela, vamos ver a paisagem se movimentando.

Mas a Terra desenvolve uma velocidade uniforme, por estarmos "presos" a ela por causa da força gravitacional. Por isso giramos na mesma velocidade, fazemos parte de um só sistema.

Não percebemos sua rotação porque não existe nenhum corpo referencial perto da Terra. Como esse movimento é circular, é interessante calcular sua velocidade angular. Considere um ponto P que se encontra

Considere um ponto P que se encontra em ϑ_0 no instante inicial t_0= 0. Num outro instante qualquer t, o ponto P encontra-se em ϑ, então o ponto deslocou-se de ϑ_0 até ϑ, ou seja:

$$\triangle\theta = \theta - \theta_0$$

num intervalo de tempo:

$$\triangle t = t - t_0$$

Podemos definir a velocidade angular como:

$$\omega = \frac{\triangle\theta}{\triangle t} rad/s$$

Para uma partícula que realiza movimento circular, notamos que esta partícula percorre uma distância linear dada pelo comprimento do arco:

$$V = \frac{\Delta x}{\triangle t} = \frac{r \cdot \Delta\theta}{\Delta t} = r \cdot \frac{\Delta\theta}{\triangle t} = r \cdot \omega$$

Então, a velocidade angular da rotação da Terra será:

$$\omega = \frac{v}{r} rad/s$$

$$\omega = \frac{463 m/s}{166976000 m}$$

$$\omega = 7,259 \times 10^{-5} rad/s$$

2.2.2 Movimento de Translação

Um grande matemático chamado Kepler (1571 – 1630) dedicou a maior parte de sua vida analisando as posições das planetas. Ele descobriu que os planetas descrevem órbitas elípticas e não circulares como eram reconhecidas. Com essa contribuição a ciência teve um avanço incrível na Astronomia.

O movimento que a Terra realiza ao redor do Sol junto com os outros planetas é chamado de Movimento de Translação, no qual a Terra percorre um caminho ou órbita em forma de um eclipse. A velocidade média da Terra ao descrever essa órbita é de 107.000 km/h e ela completa uma volta ao redor do Sol em 365 dias, 5horas e cerca de 48 minutos. É o chamado ano. Adotado por convenção, o ano civil tem 365 dias e a cada 4 anos temos um ano de 366 dias, chamado ano bissexto.

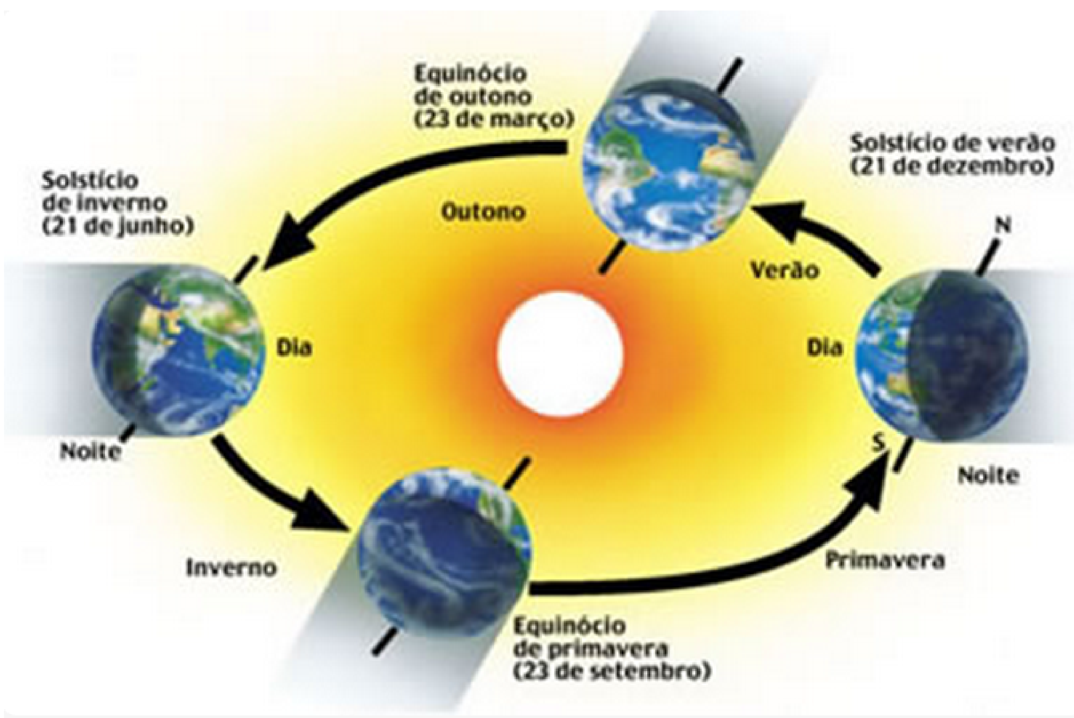


Figura 2.3: Velocidade de traslação da Terra

Fonte:http://profjopa.no.comunidades.net/index.php?pagina=1748394540

2.2.2.1 Equinócio - noites iguais aos dias

O dia e a noite de 21 de setembro tem a mesma duração na maior parte dos lugares da Terra, porque os raios do Sol refletem perpendicularmente sobre a linha do Equador. Nesse dia é o equinócio da primavera no hemisfério norte e equinócio de outono no hemisférico sul. Já no dia 23 de setembro acontece o contrário; é o equinócio de primavera no hemisférico sul e de outono no hemisférico norte.

2.2.2.2 Solstício - Dias mais longos e noites mais curtas

Os solstícios acontecem nos dias 21 de junho e 21 de dezembro. No dia 21 de junho, os raios do Sol refletem perpendicularmente sobre o trópico de Câncer que se situa a 23º 27, 30 no hemisférico norte. É o solstício de verão, onde se tem o dia mais longo e a noite mais curta do ano, início do verão.

No hemisférico sul ocorre o solstício de inverno, com a noite mais longa do ano, início da estação fria.

No dia 21 de dezembro os raios do Sol ficam exatamente perpendiculares ao trópico de Capricórnio, que se situa 23º 27, 30, no hemisférico sul e ocorre aí o solstício de verão. A parte sul do planeta nesse dia recebe maior quantidade de luz do Sol do que a parte norte, é o dia mais longo do ano e começa o verão. Já no hemisférico norte é o início do inverno e acontece a noite mais longa do ano.

A Terra desenvolve sua órbita por causa da atração gravitacional que o Sol exerce. Quanto mais perto do Sol, maior é a velocidade orbital, porque segundo a Lei da Gravitação de Newton, a força de atração é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre dois corpos.

Determina-se a velocidade média orbital considerando:

1) A órbita da Terra como sendo uma circunferência;

2) O raio orbital médio sendo 150.000.000km;

3) Um ano como equivalendo a 365 dias, ou 8.760 horas. Vamos determinar o comprimento da circunferência orbital:

$$C_o = 2\pi \mathrm{R}$$

$$C_o = 2\pi \cdot 150.000.000$$

$$C_o = 942.477.796km$$

Tomamos a fórmula para cálculo da velocidade média:

$$Vm = \frac{\triangle x}{\triangle t}$$

onde Δx é o comprimento da circunferência orbital e Δt é o tempo em que a Terra leva para completar uma volta de 360° em torno do Sol. Então temos:

$$Vm = \frac{942.477.796}{8.760} = 107.588.79 km/h$$

$$Vm = 29.885.775 m/s$$

Vamos calcular, agora, a velocidade angular da Terra em sua órbita:

$$\omega = \frac{29.885.775}{150.000.000.000} = 1,992385 \times 10^{-7} rad/s$$

Capítulo 3

Distâncias astronômicas

3.1 Distância entre a Terra e a Lua e Terra e o Sol

3.1.1 A brilhante ideia de Aristarco

Aristarco de Samos (310-230 a.C.) calculou as distâncias relativas entre a Terra e a Lua e a Terra e o Sol, verificou que no quarto crescente (ou no quarto minguante), quando o disco lunar apresenta-se para um observador terrestre, com metade iluminada e outra metade escura. Quando isso acontece, a Terra-Lua-Sol, esse triângulo é retângulo, com ângulo reto no vértice ocupado pela lua. Nessa configuração o ângulo $\alpha = \angle LTS$ (figura 3.2) é muito próximo de 90° e isso indica que o Sol está muito mais longe da Terra que a Lua. Pode-se notar facilmente ao nascer e ao pôr do Sol. Mas isso se a Lua estiver em quarto crescente ou quarto minguante.[10]

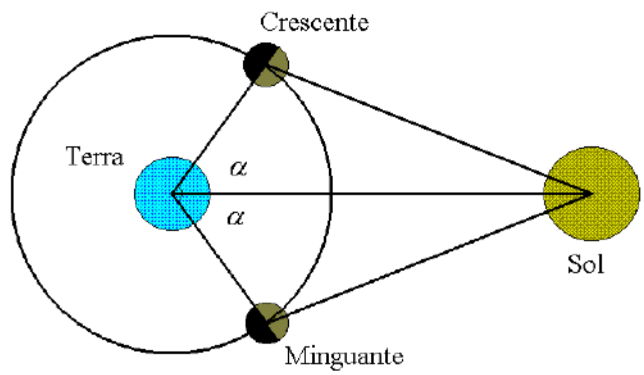


Figura 3.1: Distância entre a Terra e a Lua e a Terra e o Sol
Fonte:http://www.fund198.ufba.br/trigo-pa/5-1aplic.pdf

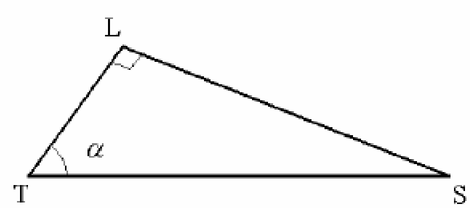


Figura 3.2: Distância entre a Terra e a Lua e a Terra e o Sol
Fonte:http://www.fund198.ufba.br/trigo-pa/5-1aplic.pdf

Para calcular o ângulo α basta observar o tempo necessário pela Lua para completar uma volta em torno da Terra e o tempo da passagem de minguante para crescente. O ciclo lunar se completa em pouco mais de 29,5 dias. Isto ocorre em função do movimento de translação da Terra. Com este fenômeno Aristarco ainda observou que a passagem de minguante para crescente durava 14,25 dias. Admitindo que a velocidade da Lua é uniforme em sua órbita, podemos escrever a proporção

$$\frac{360}{2\alpha} = \frac{29,5}{14,25}$$

Donde obtemos

$$2\alpha = \frac{14,25 \cdot 360}{29,5}$$

logo

$$\alpha = 86,95^{\underline{o}}$$

Portanto $\frac{TL}{TS} = cos\alpha = 0,053$. Isto é, TL=0,053 TS. Então, a relação entre as distâncias da Terra ao Sol e da Terra à Lua deve ser TS=18,8 TL. Ou seja, a distância da Terra ao Sol é aproximadamente 20 vezes a distância da Terra à Lua.

Hoje sabemos que a distância do Sol a Terra é aproximadamente 400 vezes à da Lua a Terra, o que está muito longe do resultado de Aristarco. Entretanto, este erro se originou na medida do ângulo α, que é bem próximo de 89,86$^{\underline{o}}$, ou seja, um erro na precisão da medida do ângulo resultou nesta discrepância, mas como disse o Geraldo Ávila, *"isso não empana o mérito de Aristarco",* que está no raciocínio utilizado.[3]

3.1.2 Tamanhos do Sol e da Lua

Uma coincidência muito interessante é o fato do Sol e a Lua terem o mesmo tamanho angular. Como ilustra a Figura 3.3, o ângulo 2γ sob o qual vemos a Lua é o mesmo sob o qual vemos o Sol. A própria Natureza exibe para nós essa coincidência exata quando há eclipse total do Sol.

Aristarco fez a estimativa sobre o ângulo 2γ, como sendo 2°, mas na verdade é de cerca 0,5°. Mas isso não altera o resultado que se obtém, baseado na semelhança dos triângulos retângulos TLL' e TSS'. Esta semelhança permite escrever

$$\frac{SS'}{LL'} = \frac{TS}{TL}$$

D_S= distância da Terra ao Sol;
D_L= distância da Terra à Lua;

R_S= raio do Sol;
R_L= raio da Lua;
R_T= raio da Terra

Vamos introduzir os parâmetros a e b assim definidos. Veja a Figura 3.3 para entender a igualdade das razões $\frac{R_S}{D_S}$ e $\frac{R_L}{D_L}$.

$$a = \frac{R_S}{D_S} = \frac{R_L}{D_L};$$

$$b = \frac{D_S}{D_L}$$

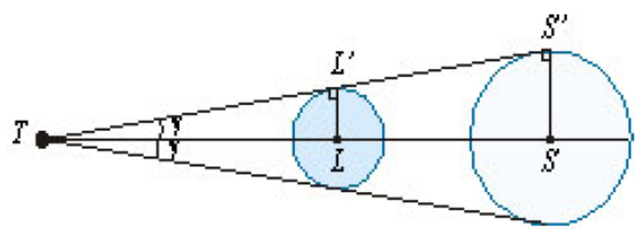


Figura 3.3: As distâncias relativas da Terra ao Sol e à Lua
Fonte:http://www.ime.usp.br/~pleite/pub/artigos/avila/rpm55.pdf

Para Aristarco, como $b \approx 20$. Para obter o parâmetro a, como o ângulo γ era conhecido, ele teria de medir os lados SS' e TS no triângulo TSS' (figura 3.3) Hoje a razão SS'/TS é o que chamamos de seno do ângulo g, de sorte que a = senγ. Ele completou a determinação das grandezas D_T, D_L, R_S e R_L em termos do raio da Terra R_T, observando-se de um eclipse da Lua. [3]

Como o Aristarco utilizou um eclipse da Lua para desenvolver o seu raciocínio: Ele observou o eclipse da Lua quando ela atravessava o cone de sombra da Terra (figura 3.4). Usaremos a notação moderna, de que Aristarco não dispunha.

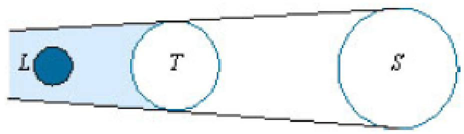


Figura 3.4: As distâncias relativas da Terra ao Sol e à Lua
Fonte:http://www.ime.usp.br/~pleite/pub/artigos/avila/rpm55.pdf

O tempo que a Lua levou para atravessar o cone de sombra da Terra, Aristarco determinou o diâmetro desse cone na altura da Lua-LD na figura 3.5 como sendo 8/3 do diâmetro da Lua.

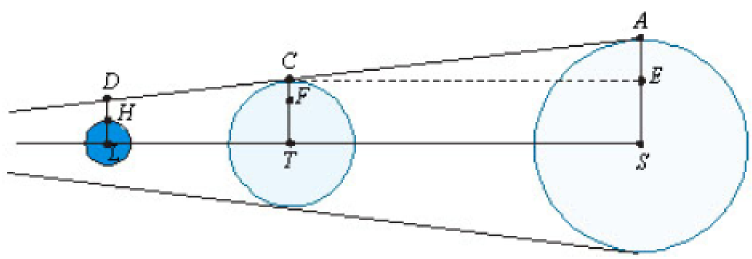


Figura 3.5: As distâncias relativas da Terra ao Sol e à Lua
Fonte:http://www.ime.usp.br/~pleite/pub/artigos/avila/rpm55.pdf

Na figura 3.5, L, T e S são os centros da Lua, da Terra e do Sol, respectivamente; LH=R_T, TC=R_T e SA=R_S são respectivos raios.

De acordo com Aristarco, LD=$8R_L/3$. Da semelhança dos triângulos DFC e CEA resulta CF/DF=AE/CE. Observe que

$$CF = TC - TF = R_T - LD, = R_T - 8R_L/3, DF = D_L,$$

$$AE = AS - SE = R_S - R_T, CE = D_S$$

Substituindo esses valores na proporção anterior, obtemos

$$\frac{R_T - 8R_L/3}{D_L} = \frac{R_S - R_T}{D_S}$$

Por outro lado, já sabemos que

$$D_S = bD_L, RS = aD_S = abD_L = aD_L,$$

também a igualdade anterior pode ser escrita assim:

$$\frac{R_T - 8aD_L/3}{D_L} = \frac{abD_L - R_T}{bD_L},$$

donde

$$\frac{R_T}{D_L} - \frac{8a}{3} = a - \frac{R_T}{bD_T}$$

que também se escreve

$$(1 + 1/b)\frac{R_T}{D_L} = 11a/3$$

donde

$$D_L = \frac{3(b+1)R_T}{11ab}$$

Portanto

$$D_L = \frac{3(b+1)R_T}{11ab}$$

$$D_S = bD_L = \frac{3(b+1)R_T}{11a},$$

$$R_S = abD_L = \frac{3(b+1)R_T}{11},$$

$$R_T = aD_L = \frac{3(b+1)R_T}{11b},$$

Com os dados de Aristarco,

$$D_L \approx 16,8R_T,$$

$$D_S \approx 337R_T,$$

$$R_S \approx 5,7R_T,$$

$$R_L \approx 0,29 R_T.$$

Ao contrário, com valores mais corretos para os ângulos β e γ, obtemos os resultados bem mais próximos dos valores modernos:
de sorte que a igualdade anterior pode ser escrita assim: [3]

$$D_L \approx 62 R_T,$$

$$D_S \approx 24855 R_T,$$

$$R_S \approx 109 R_T,$$

$$R_L \approx 0,27 R_T.$$

As distâncias estão em função do raio da Terra, pois naquela época ainda não se sabia o seu tamanho. O capítulo anterior apresentou a solução do Erastóstenes, sabendo que o valor do raio da Terra é estimado hoje aproximadamente 6378km com esse resultado temos:

$$D_L \approx 695.436 km$$

$$D_S \approx 158.525.190 km,$$

$$R_S \approx 695.202 km,$$

$$R_L \approx 1772,06 km.$$

3.2 Distância de uma estrela à Terra

3.2.1 Paralaxe

A paralaxe é a variação da posição angular de uma estrela em relação à Esfera Celeste, devido ao movimento de translação da Terra em torno do Sol. Há duas observações para determinar a distância aproximada de uma estrela à Terra, com 6 meses de intervalo, a partir de dois pontos opostos da órbita da Terra. Nessas observações visualiza-se a estrela em duas diferentes direções, relativamente às estrelas vizinhas e mais distantes, há assim um aparente deslocamento da estrela. A paralaxe de uma estrela é metade da amplitude do ângulo definido entre a direção da primeira observação e a direção da segunda observação.[2]

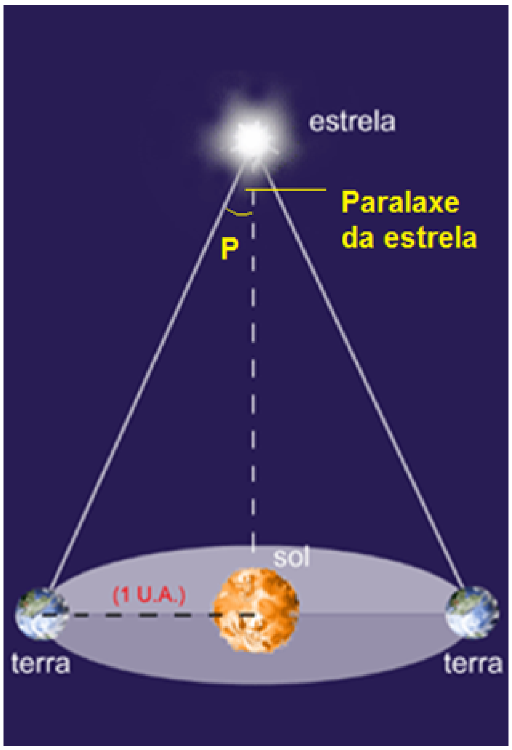


Figura 3.6: Paralaxe

Fonte:http://efisica.if.usp.br/mecanica/ensinomedio/distancia/grandes/

Na figura 3.6, 1 U.A. representa uma unidade astronômica, ou seja, a distância média da Terra ao Sol. Sabendo que 1 U.A. $\cong$1,5x10^8 km e que 1 parsec[1] = 206265 U.A.

Segue o seguinte exemplo: O cálculo da distância entre a estrela Próxima de Centauro e Terra, esta estrela é a segunda mais próxima da Terra, a estrela mais próxima é o Sol.

Sabemos que o ângulo de paralaxe desta estrela é 0,764º, então seja d a distância da estrela à Terra e α a amplitude da paralaxe, pela relação trigonométrica conclui-se facilmente que

$$sen(\alpha) = \frac{1}{d}$$

Tem-se que o ângulo de paralaxe da estrela Próxima de Centauro à Terra é 0,764º, substituindo o α por este valor e isolando a variável d segue que

$$d = \frac{1}{sen(0,764)}$$

Conclui que d≅269980 U.A. sabe-se que 1U.A≅1,5×$10^8 km$, finalmente a distância da estrela e Terra é de aproximadamente d≅4,0497×$10^{23} km$ ou 1,3 parsecs[1]. [2]

[1]parsec: é uma unidade de distância usada em trabalhos científicos de astronomia para representar distâncias estelares. Equivale à distância de um objeto cuja paralaxe anual média vale um segundo de arco (1").1 Devido à definição da paralaxe anual, o parsec também pode ser entendido como a distância à qual se deveria situar um observador para ver uma unidade astronómica (UA) – equivalente à distância da Terra ao Sol – sob o ângulo de um segundo de arco.

Capítulo 4

Calculando distâncias inacessíveis

Às vezes, acontecem com frequência problemas com medidas que não podemos resolver com ajuda da Trena. No campo por exemplo, a largura de um rio, distância entre dois pontos se acaso existir um morro no meio.

4.1 Calcular a largura de um rio

Pega-se como exemplo, uma fazenda cortada por um rio muito largo. Como calcular sua largura? Com uma trena de 20 m, um esquadro grande de madeira, quatro estacas e um rolo de barbante.

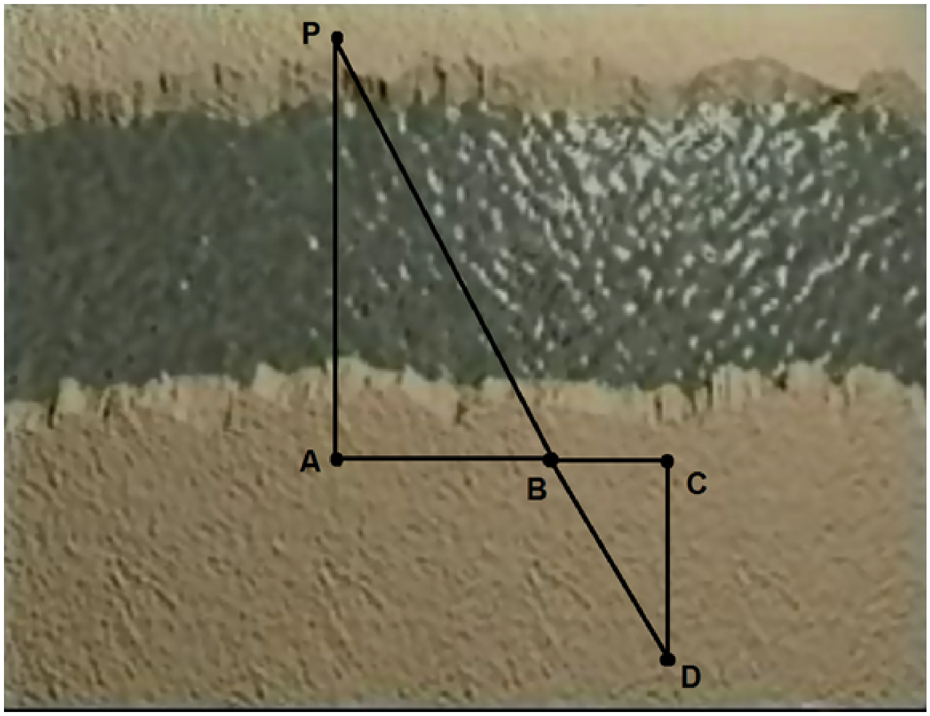


Figura 4.1: Largura de um rio

Fonte: Elaborada pelo autor

Segue-se os seguintes passos:

Primeiro passo: Procuramos um ponto referencial do outro lado de rio, pode ser uma árvore, uma pedra grande ou um tronco de árvore e chamamos de ponto P.

Segundo passo: fixamos uma estaca no ponto A e amarramos nela um barbante. O barbante é esticado até um ponto C qualquer, de forma que o ângulo $P\hat{A}C$ seja reto.

Terceiro passo: Fixamos mais uma estaca em C. Sobre o barbante esticado AC devemos agora escolher um ponto B qualquer, que, de preferência, esteja mais próximo de C que de A.

Quarto passo: Fixamos uma estaca em B e riscamos agora no chão uma reta que parte de C e faz ângulo reto com o barbante, como mostra o desenho. Vamos caminhando sobre essa reta até que a estaca B esconda atrás de si a pedra P que está do outro lado do rio. Isto faz com que os pontos P, B e D do desenho fiquem em linha reta. Ora, na margem de baixo todas as distâncias podem ser medidas. Suponha então que os valores encontrados tenham sido os seguintes:

AB=15 m, BC=4m e CD=12,80m

Observe o próximo desenho já com as medidas encontradas e os ângulos iguais assinalados.

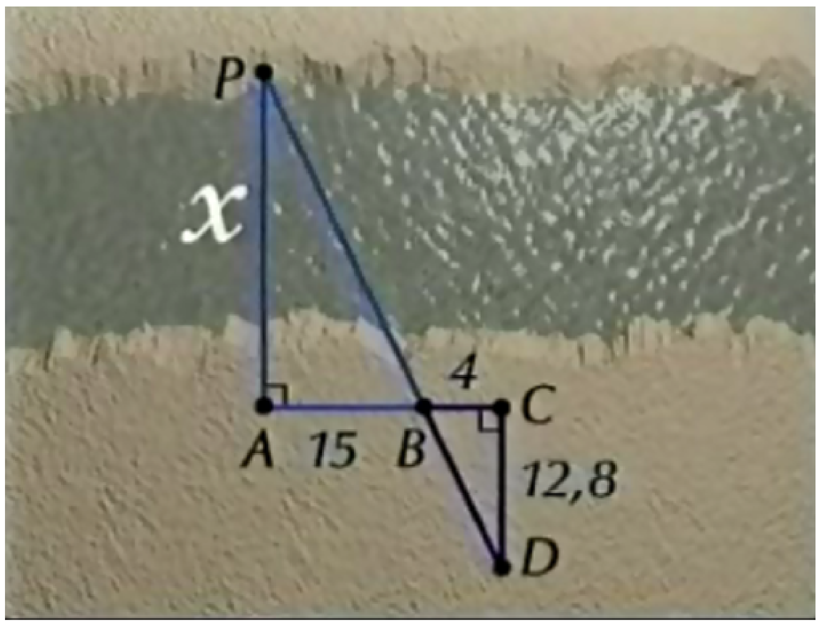


Figura 4.2: Cálculo da largura de um rio

Fonte: Elaborada pelo autor

Os triângulos ABP e CBD são semelhantes porque possuem os mesmos ângulos. Logo, seus lados são proporcionais. Fazendo a distância AP igual a x temos a proporção:

$$\frac{x}{12,8} = \frac{15}{4}$$

$$x = \frac{12,8 \times 15}{4} = 48m$$

Mas, esta medida ainda não é a medida da largura do rio, pois este valor contém a distância da estaca A ao rio, suponhamos que a distância entre a estaca A ao rio é de 1,6m (Figura 4.2). Então, a largura do rio é de 48-1,6=46,6m

4.2 A distância entre dois pontos com um obstáculo no meio

Suponhamos ainda que estamos fazendo medições na mesma fazenda. Temos agora que calcular a distância entre dois pontos A e B situados de tal maneira que, se você estiver em um deles, não aviste o outro.

Figura 4.3: Distância entre dois pontos com obstáculo no meio
Fonte:http://webventureuol.uol.com.br/destinoaventura/pr/guaratuba/atracoes/atr/303

Neste caso, o que podemos fazer para medir, sabendo que o terreno em volta do morro é razoavelmente plano, mas os pontos A e B estão de tal forma localizados que medir diretamente a distância entre eles em linha reta é impossível. Como do ponto A não podemos ver o ponto B, a solução não pode ser feita da mesma forma que no problema anterior. Procuramos então encontrar um ponto C de onde se possa avistar os pontos A e B. A figura a seguir mostra a nossa situação vista de cima.

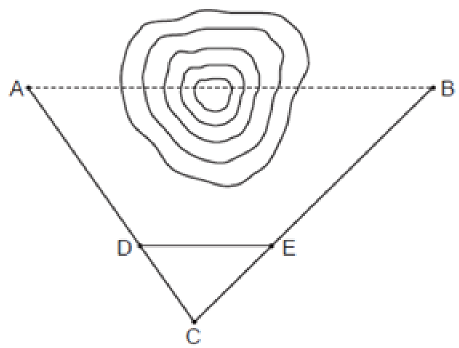


Figura 4.4: Triângulos semelhantes

Fonte: Telecurso 2000

Fixamos então uma estaca em C e medimos as distâncias AC e BC com uma trena. Suponhamos que encontramos os seguintes valores:

BC=115m

AC=72m

Agora, vamos dividir essas distâncias por um número qualquer, para facilitar o nosso cálculo vamos dividir por dez. Temos então:

$$\frac{72}{10} = 7,2$$

e

$$\frac{115}{10} = 11,5$$

Sobre a reta BC fixamos uma estaca no ponto E, sobre a reta AC fixamos uma estaca no ponto D, onde DC=7,2m. onde EC=11,5m.

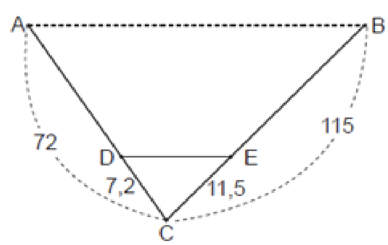


Figura 4.5: Triângulos semelhantes

Fonte: Telecurso 2000

Sendo desta forma criamos o triângulo CDE que é semelhante e de razão 1/10 em relação ao triângulo CAB. Podemos medir agora a distância DE.

Se encontrarmos DE=12,3 m, como sabemos que AB é dez vezes maior que DE, temos que AB=123m. A estratégia da resolução deste problema é construir dois triângulos semelhantes. Com as medidas obtidas com o triângulo menor podemos chegar a distância desconhecida no triângulo maior utilizando apenas a semelhança dos triângulos.

Capítulo 5

Plano de aula

5.1 Objetivos

Desenvolver o raciocínio lógico do aluno, fazer com que eles possam adquirir o conhecimento necessário sobre os conteúdos oferecidos. Fornecer ao aluno, uma bagagem de conhecimento que lhes permita resolver problemas colocados na vida corrente ou em outras disciplinas.

5.2 Objetivos específicos

Assim, através de problemas ligados à Astronomia, o estudante sistematizará conhecimentos básicos da Matemática e resolverá problemas geométricos, analisando figuras, efetuando medições, discutindo estratégias, justificando raciocínio e interpretando resultados.

Optamos por adotar uma metodologia baseada em atividades de trabalho orientadas com o propósito de:

- Permitir que fossem os alunos a descobrir os resultados, fomentando deste modo um ensino por descoberta;
- Desenvolver a autonomia dos alunos;
- Desenvolver competências de resolução de problemas;
- Promover um ensino centrado no aluno.

A utilização das atividades de trabalho permite que os alunos progridam em pequenos passos, segundo um cuidadoso plano, ajudando-os alcançar a solução dos problemas. É relevante mostrar que a Astronomia necessita de vários conceitos e propriedades de conteúdos matemáticos . É importante que os estudantes observem como a Matemática é uma ferramenta importante para a vida real. Ambiciona-se aplicar conhecimentos matemáticos em problemas e situações ligados à Astronomia.

PLANO DE ENSINO

01	IDENTIFICAÇÃO	
	CURSO:	PERÍODO: 2013/1
	UNIDADE CURRICULAR: Matemática 5	
	PROFESSOR(ª): Lin Ming Feng	
Carga horária total: 10h/a Nº de semanas: 4	N.º total de aulas teóricas: 6 h/a N.º total de aulas práticas: 4 h/a	

02	EMENTA

- Determinação do diâmetro da Terra
- Determinação das distâncias astronômicas

03	OBJETIVO GERAL

Desenvolver o raciocínio lógico do aluno, fazer com que eles possam adquirir o conhecimento necessário sobre os conteúdos oferecidos. Fornecer ao aluno, uma bagagem de conhecimento que lhes permita resolver problemas colocados na vida corrente ou em outras disciplinas. Incitá-los ao rigor lógico nos pensamentos dedutivo e indutivo.

04	OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Analisar informações contidas em enunciados escritos em língua materna, destacando elementos importantes para a compreensão do texto e para a formulação de equações matemáticas; utilizar a linguagem matemática para expressar as condições descritas em situações-problema contextualizadas; resolver sistemas lineares, interpretando os resultados de acordo com o contexto fornecido pela situação-problema.
- Reconhecer e nomear um prisma; relacionar elementos geométricos e algébricos; visualizar figuras espaciais no plano; sintetizar e generalizar fatos obtidos de forma concreta.
- Estabelecer analogias entre prismas e cilindros; visualizar sólidos formados por rotação; generalizar fatos observados em situações concretas; analisar dados e tomada de decisão.
- A aptidão para visualizar e descrever propriedades e relações geométricas, através da análise e comparação de figuras, para fazer conjecturas e justificar os seus raciocínios.
- A sensibilidade para apreciar a geometria no mundo real e o reconhecimento e a utilização de idéias geométricas em diversas áreas, nomeadamente na Astronomia.

05	AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

Instrumentos de avaliação	
- Apresentação da confecção da maquete	
- Apresentação de slide e do trabalho escrito	
- Atividades aplicadas	

06 CONTÉUDO A SER DESENVOLVIDO	OBJETIVO ESPECÍFICO	Nº DE AULAS
1. Determinação do diâmetro da Terra ● **Teorema de Tales;** ● **Regra de três simples** ● **Perímetro de uma circunferência;** ● **Arcos e ângulos ao centro de uma circunferência** ● **Noções fundamentais de esfera e sólidos semelhantes**	Reconhecer a relação do arco e ângulo; interpretar e localizar pontos na esfera; enfrentar situações-problema, interpretar dados para tomada de decisões; aplicar conhecimentos sobre esfera em situações de contexto relacionado com a determinação do diâmetro da Terra.	3
2. Determinação das distâncias entre Terra , Lua e Sol, e da distância de uma estrela à Terra ● **Relações trigonométricas** ● **Funções** ● **Triângulos semelhantes** ● **Arredondamentos e valores aproximados** ● **Proporcionalidade inversa**	- Saber reconhecer a semelhança entre figuras planas a partir da igualdade das medidas dos ângulos e da proporcionalidade entre as medidas lineares correspondentes; -Saber identificar triângulos semelhantes e resolver situações-problema envolvendo a determinação das distâncias astronômicas	3
3. Apresentação do trabalho dos alunos e resolução de exercícios	- Permitir que fossem os alunos a descobrir os resultados, fomentando deste modo um ensino por descoberta; Desenvolver a autonomia dos alunos; Desenvolver competências de resolução de problemas; - Promover um ensino centrado no aluno.	4

Capítulo 6

Experiência pedagógica

Neste capítulo são apresentadas conclusões de uma experiência pedagógica na Educação Profissional de Nível Médio Integrado do Instituto Federal de Mato Grosso do Sul. Nos capítulos anteriores (Medindo o Mundo e Distâncias Astronômicas) foram apresentadas as soluções dos problemas entregues aos alunos. Os alunos inicialmente revelaram, uma visão de pouco conhecimento e dificuldades na aplicabilidade dos cálculos da Matemática e sobre o conhecimento de Astronomia. Mas, mostraram-se interessados nas atividades e desafios implementados. Durante este processo, a realização desta experiência contribuiu muito para incentivar o interesse dos alunos com essa ciência. O fascínio que a Astronomia habitualmente exerce nos alunos, motiva-nos a mostrar-lhes a aplicabilidade da Matemática, bem como a interligação desta ciência com outras áreas, tais como Astronomia, Física e Geografia.

Foi solicitado aos alunos de 5º período dos cursos de Técnico em Informática e Técnico em Agricultura da educação profissional de nível médio integrado divididos em grupos de cinco alunos, as seguintes tarefas:

- Montar maquetes ou buscar outras formas de ilustrar as proporções dos diâmetros da Terra, Lua e Sol e das distâncias entre eles.
- Elaborar uma apresentação digital que deve mostrar os cálculos realizados, um pouco da história sobre a origem das estimativas das distâncias astronômicas e o registro fotográfico da execução da tarefa anterior.

Apêndice A- Fotos da realização dos trabalhos

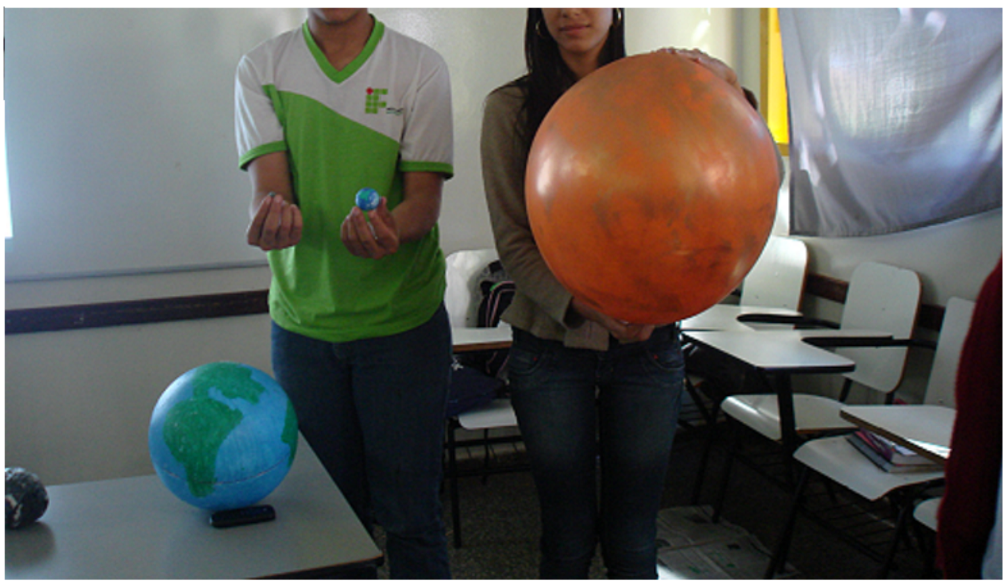


Figura 6.1: Alunos do curso de Técnico em Agricultura mostrando a comparação entre os tamanhos da Terra, Lua e Sol

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 6.2: Mostrando distância entre Terra, Lua e Sol em escala

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 6.3: Mostrando a distância entre a Terra e a Lua em escala

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 6.4: Grupos de alunos apresentando maquete da Terra, Lua e Sol

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 6.5: Apresentação de slide e maquete deste grupo que destacou o porquê da cor branca do Sol

Figura 6.6: Os alunos do curso de Técnico em Informática mostrando o trabalho do grupo

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 6.7: Alunos apresentando os cálculos da escala, e distância entre Terra - Lua e Terra - Sol
Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 6.8: Grupo explicando a origem da Lua e o eixo da Terra
Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 6.9: Mostrando a distância entre a Terra e a Lua em escala real.
Fonte: Elaborada pelo autor

Apêndice B- Atividades aplicadas

6.0.1 Atividade 1: Tamanhos da Terra e Lua

Objetivo: Calcular a distância entre modelos em escala da Terra e da Lua.

1. Use a lista abaixo e responda se a Terra tivesse o tamanho de uma bola de basquete, então a Lua seria o tamanho de uma bola de:

____

	Diâmetro em cm
Bola de basquete oficial	24
Bola de futebol	22
Bola de beisebol oficial	7,3
Bola de tênis	6,9
Bola de golfe	4,3
Bolinha de gude	0,6

2. O diâmetro da Terra em quilômetros é de:

____

3. O diâmetro da Lua em quilômetros é de:

____

4. Qual é a porcentagem do diâmetro da Lua em relação ao da Terra?

____

5. Qual é a razão do volume da Terra em relação à da Lua?

____

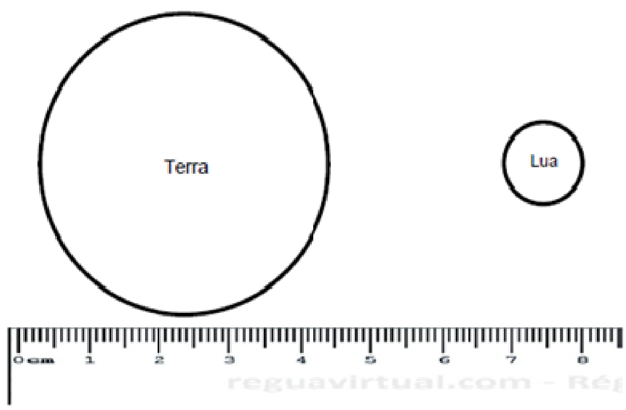
6.0.2 Atividade 2: Calcular o diâmetro da Terra

Questão 1

Aparentemente a Lua e o Sol têm o mesmo tamanho, pelo menos é o que parece quando comparamos os dois lá no céu, mas isso porque a Lua está muito mais próxima da Terra. Sabemos que o diâmetro aproximado da Terra é 12.756 km e o da Lua é 3.476 km. Usamos estes dados para fazer a gira a abaixo.

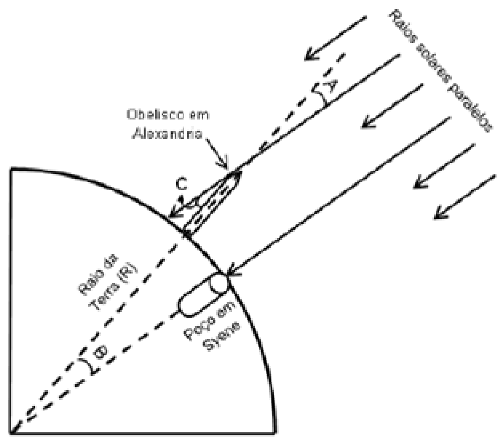
a) Quantas vezes o diâmetro da Terra é maior do que o da Lua?

b) A distância entre as superfícies da Terra e da Lua é de aproximadamente 384000km. Quantas Terras caberiam enfileiradas lado a lado, entre ambas?



Questão 2

Num circulo, de raio R.
Erastóstenes (cerca de 276 a.C. - 193 a. C.), sábio grego,nascido em Cirene e falecido em Alexandria, diretor da grande biblioteca desta cidade, no Egito, sabia disso. E também sabia que num certo dia, ao meio dia, em Syene, atual Assuã, uma cidade a 800 km de Alexandria, ao Sul do Egito, o Sol incidia diretamente no fundo de um poço e nenhum obelisco projetava sombra neste instante.



Porém no mesmo dia, em Alexandria, um obelisco projetava uma sombra! Tal fato só seria possível se a Terra fosse esférica, concluiu ele. Erastóstenes mediu o ângulo C, indicado na figura e encontrou o valor de 7º (sete graus). Com isso ele determinou o raio da Terra (R). Determine o valor encontrado por Erastóstenes para o raio da Terra. (usando $\pi=3$)

Questão 3

Para girarem ao redor da Terra, a 350 km de altura, os satélites artificiais necessitam atingir velocidade de 28.000 km/h. Essa velocidade é atingida a partir da queima do combustível de grandes foguetes. O tempo decorrido entre o lançamento do foguete e a colocação do satélite em órbita é de 10 minutos, ou seja, é o tempo que você leva para tomar banho.

a) Uma vez em órbita da Terra, o satélite fica girando numa trajetória que se assemelha à circunferência tracejada mostrada na figura ao lado Determine a distância percorrida de uma volta do satélite em torno da Terra.

b) Quanto tempo o satélite gasta para dar uma volta em torno dela?

6.1 O resultado das atividades aplicadas

Com a aplicação dos trabalhos mencionados obtiveram-se seguintes resultados:

- Utilização adequada de conhecimentos geométricos para determinar o diâmetro da Terra;
- Uso adequado de variáveis diretamente proporcionais na resolução do diâmetro da Lua e do Sol;
- Uso adequado de arredondamento e das medidas utilizadas;
- Razões trigonométricas aplicadas corretamente na resolução de problemas;
- Evolução na capacidade para enfrentar problemas ocorridos com o conhecimento apropriado;

A nível do processo de aprendizagem os alunos mostraram-se motivados, aprendendo de forma prazerosa e participativa;

6.2 Análise crítica

Desta experiência pedagógica destacam-se vários aspectos positivos e negativos destacando-se:

- Percepção da importância do domínio do conhecimento matemático
- O empenho dos alunos resultou não apenas na compreensão dos cálcuclos das distâncias inacessíveis, mas também obtiveram informações sobre temas relacionados, reforçando o carácter interdisciplinar das atividades. Um dos grupos explicou porque sua maquete do Sol era branca, dizendo que a aparência amarelada do Sol se deve ao espalhamento de luz azul na atmosfera. Outro grupo falou sobre uma teoria para a origem da Lua em que esta seria uma parte da Terra que se desprendeu após impacto de um grande meteoro que, além disso, teria causado a inclinação do eixo de rotação da Terra.
- Com a apresentação do trabalho dos alunos, identificamos a criatividade dos mesmos, pois cada grupo apresentou a confecção da maquete de maneira diferente. Para vencer o desafio,

foram utilizados diversos materiais como balões, isopor, argila, papelão entre outros. Alguns grupos apresentaram as distâncias entre a Terra e Lua à escala dentro da sala, no corredor e no campo mostrando assim as proporções entre as distâncias de maneira visível e compreensível.

- Os alunos mostraram bastante entusiasmo, interesse e participação diante do trabalho solicitado, tanto na parte de pesquisa quanto na apresentação dos temas relacionados em slides.
- Através dos resultados das atividades aplicadas em sala, observamos que os alunos conseguiram melhor compreensão a compreensão dos aspectos matemáticos aplicados aos problemas propostos, pois a maioria conseguiu responder as questões propostas nas atividades.

Salientamos dois aspectos negativos:

- Dificuldades ao articular conhecimentos matemáticos e conhecimentos da astronomia.
- Curto intervalo de tempo para apresentação dos trabalhos, dificultando assim a integração dos alunos em relação aos conhecimentos abordados.

Capítulo 7

Conclusão

O resultado foi bastante positivo, os alunos mostraram entusiasmo, interesse e principalmente identificaram a importância do domínio da Matemática e criatividade dos sábios filósofos da antiguidade. Tanto estudante quanto professor, ambos tiveram um crescimento bastante significativo durante o processo, aproximando o mundo em que vivemos e o conhecimento da natureza que nós envolve.

Os alunos perceberam com as atividades realizadas, a aplicação do ensino da Matemática ao longo do semestre. Puderam aplicar, aos dados obtidos nesse trabalho, alguns conceitos de Geometria e Trigonometria, a partir da experimentação e resolução de problemas, onde foram protagonistas. Ao utilizar esta estratégia, conseguiu-se cativá-los obtendo-se melhores resultados, permitindo assim que os alunos observassem a Matemática como uma ferramenta útil e importante para compreender a realidade.

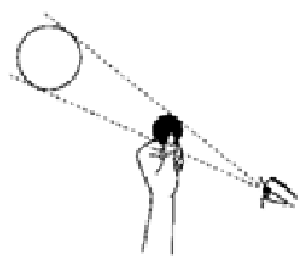
Anexo C

Atividade complementar -Diâmetro da Lua

Objetivo: Calcular o diâmetro da Lua usando proporções

Materiais necessários:

- Disco de papelão de 2 cm de largura
- Estaca de madeira (opcional)
- Metro de madeira
- Calcuradora
- Barbante.



•

Procedimento

1. Em um dia em que você consiga enxergar bem a Lua cheia, coloque o disco de papelão no topo de uma estaca de madeira ou em uma janela para que ele cubra completamente a Lua a partir de onde você olhando, por trás do disco.

2. Peça para um colega medir a distância entre seus olhos e o disco. Calcule a distância A e escreva o valor aqui: l=_ _ _

3. A distância entre a Terra e a Lua varia entre 360.000 km e 405.000 km. Encontre a distância, na data de hoje ou use a distância média para seus cálculos, ou seja, 383.500 km. Escreva o valor que você escolheu para usar aqui: L:_ _ _ _ _

4. Qual é o diâmetro do disco de papelão? D=_ _ _ _ _ _

5. O diâmetro da Lua é proporcional ao diâmetro de seu disco de papelão através desta equação:

$$d = D$$

$$l = L$$

A relação é a seguinte:

$$D = L\left(\frac{d}{l}\right)$$

Em que
D= diâmetro da lua
d= diâmetro do disco de papelão
L= distância até a lua
l= distância ao disco de papelão

6. Através de seus cálculos, o diâmetro da Lua é de: D=_ _ _ _ _

7. Compare seu resultado com o diâmetro aceito como sendo da Lua. Qual a proximidade?

8. Quantas vezes o diâmetro da Lua é menor que o da Terra?

9.Quando você calculou o diâmetro da Lua, você usou as mesmas unidades dos dois lados da equação?

10. Como e quando você encontrou a medida da distância da Lua para o dia de hoje?

Referências Bibliográficas

[1] MEC, **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM)**, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologia (PCN).

[2] GONÇALVES, F. I. R.; MAGALHÃES, L. M. A; PEREIRA, S. C. R. **Matemática na Astronomia**. Disponível em: <http://w3.math.uminho.pt/~fmena/tp30maio.pdf> Acesso em: 08/2013

[3] Ávila, Geraldo . **A Geometria e as distâncias astronômicas na Grécia Antiga.** In: MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA. EXPLORANDO O ENSINO DA MATEMÁTICA. ATIVIDADES VOLUME II. Brasìlia, 2004. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/EnsMed/expensmat_iicap1.pdf> Acesso em: 08/2013.

[4] Canalle, J. B. G. **EXPERIMENTOS DIDÁTICOS PARA O ENSINO DE ASTRONOMIA**. Disponível em: <http://educacaoespacial.files.wordpress.com/2010/10/astronomia.pdf> Acesso em: 08/2013.

[5] Física da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: <http://www.biblioteca.pucminas.br/teses/EnCiMat_DiasMB_1.pdf> Acesso em: 08/2013.

[6] DIAS, M. B. **ASTRONOMIA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS**: uma proposta.Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Astronomia

[7] Silva. S. A. **TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO**: Construindo uma aprendizagem significativa. Dissertação de mestrado. SP. 2005. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/silvio_alves_silva.pdf>Acesso em: 08/2013.

[8] Nogueira, Salvador. **Astronomia** : ensino fundamental e médio / Salvador Nogueira, João Batista Garcia Canalle. Brasília : MEC, SEB ; MCT ; AEB, 2009.

[9] http://astro.if.ufrgs.br/antiga/antiga.htm

[10] http://www.fund198.ufba.br/trigo-pa/5-1aplic.pdf

[11] http://www.ime.usp.br/~pleite/pub/artigos/avila/rpm55.pdf