ALINE MAZZA VIZULA

APRENDIZAGEM MATEMÁTICA DA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO: proposta de atividades para alunos do 6º ano

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
ABRIL DE 2020

ALINE MAZZA VIZULA

APRENDIZAGEM MATEMÁTICA DA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO: proposta de atividades para alunos do 6º ano

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Orientador: Prof. Oscar Alfredo Paz La Torre

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
ABRIL DE 2020

ALINE MAZZA VIZULA

APRENDIZAGEM MATEMÁTICA DA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO: proposta de atividades para alunos do 6º ano

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Aprovada em 03 de abril de 2020.

Profª. Silvia Cristina Freitas Batista
D.Sc. - IFFluminense

Prof. Luiz Henrique Zeferino
D.Sc. - UENF

Prof. Rigoberto Gregório Sanabria Castro
D.Sc. - UENF

Prof. Oscar Alfredo Paz La Torre
D.Sc. - UENF
(ORIENTADOR)

Este trabalho é dedicado a minha filha e meu marido, que foram meus alicerces durante esta caminhada. Obrigada, pelo carinho, apoio, incentivo, fé, e principalmente, pelo amor de vocês.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por me proporcionar a graça de ter chegado até aqui, e por me fortalecer em todos os momentos difíceis durante esta caminhada.

À minha filha Ana Lee, maior presente que a vida me deu, a quem dedico em especial este trabalho.

Ao meu marido Ramon, por todo amor, atenção, incentivo e por entender a minha ausência durante esse tempo que me dediquei ao Mestrado.

Aos meus pais e meus sogros, por todo incentivo e apoio, e por nunca pouparem esforços para me ajudar na realização deste Mestrado.

Ao Professor Oscar Alfredo Paz La Torre, pela grande orientação prestada, toda paciência e apoio neste percurso.

À UENF, pelo oferecimento deste curso e a todos os professores, por todo conhecimento compartilhado, paciência e dedicação para comigo e meus colegas de classe.

A todos os meus colegas do Profmat, principalmente, Prisciane, Isabela e Carina, pelo companheirismo, amizade e pelos grupos de estudo que enriqueceram ainda mais meu conhecimento.

Aos colegas de trabalho, em especial à Diretora do Colégio Estadual Luiz Tito de Almeida, Iracilda Dias Viana, pelo apoio e confiança neste trabalho.

Aos meus alunos da turma do 6º ano do Ensino Fundamental, 2019, por aceitarem este "desafio" com empenho e dedicação.

Enfim, a todos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho, meus agradecimentos.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

"A mente de um homem expandida por uma nova ideia não consegue nunca voltar às suas dimensões originais".

(Oliver Wendall Holmes)

Resumo

As dificuldades com as operações de multiplicação e divisão têm persistido em alunos de escola pública, pois, em grande parte, o ensino ainda se baseia em métodos mecanizados e pouco conceituais. Deste modo, buscou-se reforçar e ampliar o repertório numa turma de 6º ano do Ensino Regular Noturno, heterogênea e com perfil de Educação de Jovens e Adultos (EJA), tornando o aprendizado acessível aos alunos. Em vez da mera repetição de atividades no ensino-aprendizagem da multiplicação e do algoritmo da divisão, investe-se na adoção de uma metodologia participativa por parte do aluno, a das Mentalidades Matemáticas desenvolvida por Jo Boaler. Para tanto, o objetivo consistiu em investigar as contribuições de uma proposta pedagógica fundamentada na metodologia Mentalidades Matemáticas para o ensino da multiplicação e divisão, tornando-o suscetível de discernimento e realização e, portanto, capaz de motivar o aluno a seu aprendizado e à apreciação da beleza matemática. Quanto aos instrumentos, foram aplicados questionário e entrevista para o delineamento dos pesquisados e pré-teste como avaliação diagnóstica acerca dos conteúdos da multiplicação e divisão para a elaboração da proposta didática realizada no processo da pesquisa e, por fim, o pós-teste para a avaliação do progresso na aprendizagem. Lançou-se mão da pesquisa-ação, cuja abordagem é qualitativa e de natureza aplicada. Concluiu-se que aliar teoria à prática para a compreensão de tais operações é fundamental, como também o trabalho em grupo, com atividades lúdicas, incentivando os alunos a cada progresso (pelo mínimo que seja), desenvolvendo neles o pensamento crítico e o raciocínio lógico, além da autoestima. Essa metodologia possibilitou a produção do conhecimento indispensável à intervenção no problema visando minimizá-lo e, em muitas instâncias, repará-lo.

Palavras-chaves: Multiplicação, Divisão, Mentalidades Matemáticas, Ludicidade.

Abstract

The difficulties with the multiplication and division operations have persisted in students of public school, since, for the most part, teaching is still based on mechanized methods and not very conceptual. In this way, we sought to reinforce and expand the repertoire in a class 6th grade of Regular Night Teaching, heterogeneous and with an Education profile Youth and Adults (EJA), making learning accessible to students. Instead of the mere repetition of activities in the teaching-learning of multiplication and the division algorithm, we invest in the adoption of a participatory methodology by the student, that of Mathematical Mentalities developed by Jo Boaler. To this end, the objective was to investigate the contributions of a pedagogical proposal based on the Mathematical Mentalities methodology for teaching multiplication and division, making it susceptible to discernment and achievement and, therefore, able to motivate the student to his learning and appreciation of mathematical beauty. As for the instruments, a questionnaire and interview were applied to outline the respondents and pre-test as a diagnostic evaluation about the contents of multiplication and division for the preparation of the didactic proposal carried out in the research process and, finally, the post-test for the assessment of learning progress. Action research was used, whose approach is qualitative and applied in nature. It was concluded that combining theory with practice for the understanding of such operations is fundamental, as well as group work, with playful activities, encouraging students to progress (at least, at least), developing critical thinking and logical reasoning in them , in addition to self-esteem. This methodology made it possible to produce the knowledge essential to intervene in the problem in order to minimize it and, in many instances, repair it.

Key-words: Multiplication, Division, Mathematical Thinking, Playfulness.

Lista de ilustrações

Lista de tabelas

Lista de quadros

Lista de gráficos

Lista de abreviaturas e siglas

a.C.	antes de Cristo
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
EJA	Educação de Jovens e Adultos
EF	Ensino Fundamental
IFF	Instituto Federal Fluminense
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
Pnaic	Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa

Sumário

Introdução

“O saber ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou sua construção” (FREIRE, 2011, p. 47). Partindo-se desse pressuposto, as dificuldades de aprendizagem da matemática não incidem sobre o aprendente, mas sobre aquele que ensina. É de longa data e do senso comum que muitos estudiosos vêm tentando desconstruir o mito de que a matemática é uma disciplina difícil cuja aprendizagem é só para quem nasce com o talento para ela. A discussão em torno dessa crença e o esforço para superá-la têm sido a meta de muitos professores.

Com efeito, as metodologias usadas no passado pela maioria dos professores reforçavam o estigma negativo da disciplina e causaram evasão escolar em larga escala, sentimento de fracasso, vergonha, abortando cedo ideais e carreiras. Isso decorre, quase sempre, pelo modo como a matemática é ensinada. E tal concepção precisa mudar quando se quer tornar essa aprendizagem acessível a mais e mais pessoas (BOALER, 2018, p. 82).

Mesmo com muito empenho, a disciplina costuma ser ainda hoje a vilã em muitas instituições de ensino, pois, como já alertara os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), é frequente o professor apresentar conteúdos, definições, exemplos, demonstrações para o aluno exercitar pela repetição, pressupondo que a reprodução gere aprendizagem (BRASIL, 1998, p. 37). Essa forma mecanizada impossibilita vivenciar a matemática, aprender significados matemáticos para serem utilizados na vida, uma vez que toda aprendizagem passa por um processo de construção ativa do conhecimento.

A motivação para desenvolver o tema é perceber, com base na experiência de nove anos de regência em sala de aula, lecionando matemática no segundo segmento do ensino fundamental, que muitos alunos alcançam o 6º ano sem apresentar as habilidades necessárias das operações de multiplicação e divisão e resolução de problemas envolvendo os respectivos conceitos e raciocínio lógico, que teoricamente já deveriam estar consolidados na aprendizagem. Muitos apresentam uma mentalidade fixa em relação a seu potencial para aprendizagens em níveis mais altos, reagindo com desânimo e desistência perante os erros cometidos. Frequentemente, o ensino da matemática tem-se dado por meio da exposição oral dos conteúdos, demonstração de propriedades e resolução de exercícios, esperando que o aluno aprenda pela mera reprodução – uma prática evidentemente ineficaz, conforme os PCN orientam.

Opta-se pela aplicação da metodologia das mentalidades matemáticas (BOALER, 2018), no ensino das operações de multiplicação e divisão, que visa despertar o interesse dos alunos pela matemática. Essa proposta metodológica contribui para os alunos alcançarem um domínio satisfatório de tais operações, reduzindo as dificuldades e despertando o prazer e a motivação pelo estudo da matemática. O empenho nessa busca resulta em novos conhecimentos, fato que justifica cientificamente a pesquisa.

Vale esclarecer que a experiência de sala de aula em turmas de 6º ao 9º ano tem demonstrado notória dificuldade dos alunos nas operações de multiplicação e divisão, especialmente a divisão. A situação se complica mais ainda em turmas da Educação de Jovens e Adultos (EJA). Por vezes ao resolver uma questão de conteúdo específico do seu ano de escolaridade, o aluno sabia o conceito, porém errava cálculos em operações básicas como multiplicação e divisão. A propósito, o início formal da aprendizagem da multiplicação e divisão torna-se muito mecânico e desestimulante para o aluno, quando antes e durante esse processo ele sequer compreende os sentidos de número, de operações e respectivas relações; quando não lhe é apresentada propositadamente uma série de situações estabelecedoras de conexões de tais relações; também quando o professor não trabalha com uma gama informal de problemas com tais operações para, só depois de aprendidas, iniciar formalidades conceituais.

Em face dessa situação, parte-se do pressuposto de que o problema ora delineado persiste em decorrência de uma metodologia tradicional: a da mera repetição de atividades no ensino-aprendizagem da multiplicação e do algoritmo da divisão; todavia, investindo-se na adoção de uma metodologia participativa por parte do aluno, o cenário tende a ser alterado. Nesse sentido, pergunta-se de que modo a metodologia das Mentalidades Matemáticas podem contribuir para o ensino da multiplicação e divisão?

O trabalho ora desenvolvido apresenta uma proposta de atividades na aprendizagem da matemática sobre o conceito de multiplicação e divisão para alunos do 6º ano, mas que também pode ser aplicado no 5º ano. Trata- se de uma turma de 6º ano do ensino regular noturno, heterogênea e com perfil de EJA. Seu objetivo geral é o de investigar as contribuições de uma proposta pedagógica fundamentada na metodologia Mentalidades Matemáticas para o ensino da multiplicação e divisão, tornando-o suscetível de discernimento e realização e, portanto, capaz de motivar o aluno a seu aprendizado e à apreciação da beleza matemática.

Para atingir esse objetivo, foram traçados os seguintes objetivos específicos:

- Fundamentar teoricamente o trabalho com estudos e pesquisas sobre as operações de multiplicação e divisão e a relação entre elas, visando à elaboração e à análise de uma proposta didática;
- Incentivar uma mentalidade matemática progressista nos discentes, melhorando as

habilidades por meio de esforço e dedicação, desenvolvendo o pensamento crítico e o raciocínio lógico para que diante de situações-problema o discente possa persistir na construção de resposta;

- Analisar o processo de mediação do ensino da multiplicação e divisão por meio de recursos lúdicos, trabalhos em grupo e sequência de atividades abertas (com um “piso baixo” e um “teto alto”).

Para a elaboração do desenvolvimento da dissertação, estabeleceu-se uma estrutura de três capítulos, sobre os quais se passa a descrevê-lo sumariamente.

No Capítulo 1, há cinco seções de aporte teórico. Parte-se das civilizações antigas trazendo-se à tona os registros históricos primitivos da multiplicação e divisão. Na sequência são apresentados os algoritmos das referidas operações. Estabelece-se um diálogo com a literatura pertinente cujos autores de maior relevância incidem sobre Boaler (2018) e Tahan (1962). Por certo, a consulta a outros autores que se alinham a esta pesquisa foi fundamental, dentre os quais Azevedo (1993), Jordão e Betini (2014) e os PCN (BRASIL, 1998). Faz-se, desse modo, uma reflexão sobre o ensino das operações de multiplicação e divisão. Discorre-se sobre a importância do trabalho da matemática a partir de atividades lúdicas como ferramenta auxiliar e de trabalho em grupo. Depois, são apresentadas explicações pertinentes às Mentalidades Matemáticas, metodologia desenvolvida por Boaler (2018). Por fim, há mais uma seção em que se realizam reflexões de trabalhos relacionados a esta dissertação.

O Capítulo 2 é exclusivo da Metodologia, descreve a sua natureza – que, neste caso, quanto ao procedimento, é a pesquisa-ação embasada em Tripp (2005) –, os instrumentos (questionário e entrevista) utilizados aí especificamente para delinear o perfil dos participantes, que vem na sequência juntamente com a caracterização do *locus* de realização. Descreve-se outro instrumento, o pré-teste, aplicado para diagnosticar o nível da turma em relação aos conteúdos de multiplicação e divisão. Por fim, apresenta-se a proposta da sequência didática, o seu passo a passo.

O Capítulo 3 apresenta o relatório da pesquisa de campo com as atividades propostas envolvendo multiplicação e divisão. Expõe as intenções da professora e os benefícios que prevê, o reconhecimento da situação-problema. Neste capítulo foram seguidas as lições de Tripp (2005), que divide em ciclos o processo investigativo (planejamento, implementação, relatório), avaliação decorrente da mudança de prática de pesquisa, sumário das melhores práticas e da aprendizagem em todo o processo.

Na parte final, vem a Conclusão na qual é apresentada uma sumária recapitulação do desenvolvimento, enfatizando os pontos altos que sustentam o que fora justificado na Introdução do trabalho. Faz-se uma breve retomada aos resultados, sublinhando as dificuldades encontradas e o empenho em dirimi-las.

O trabalho é arrematado com as referências bibliográficas, seguidas do apêndice em que se encontra o material desenvolvido durante a aplicação da pesquisa e, por fim, o anexo.

Capítulo 1

Referencial teórico

Para a estruturação deste capítulo exclusivo de referencial teórico, optou-se pela divisão em cinco seções de modo que, em 1.1 Um pouco de história da multiplicação e divisão nas civilizações antigas, faz-se um apanhado de dados históricos envolvidos nos procedimentos de multiplicação e divisão utilizados por povos das civilizações antigas (egípcios e mesopotâmios). Em 1.2 Multiplicação e Divisão no ensino, apresentam-se ideias e algoritmos dessas operações, e em seguida, realiza-se um diálogo com os fundamentos de teóricos elencados para esse fim, reflexões estas que avançam em 1.3 Ludicidade e trabalho em grupo: recursos para o ensino da matemática, cuja abordagem reforça as atividades lúdicas e interativas, privilegiando os trabalhos em grupo. Em 1.4 Mentalidades Matemáticas, discorre-se sobre a importância de se trabalhar nessa vertente. Por fim, em 1.5 Estudos correlatos, apresentam-se quatro trabalhos que mantêm similitudes com esta dissertação sobre os quais de desenvolvem sumariamente alguns comentários.

1.1 Um pouco de história da multiplicação e divisão nas civilizações antigas

É frequente a associação da história dos números à ideia de contar objetos. Diversas civilizações da Antiguidade criaram um sistema de numeração próprio. Eves (2004, p. 30) conjectura ser o sistema de numeração mais antigo, o que é conhecido como “[...] *sistema de agrupamentos simples*. Nessa modalidade de sistema escolhe-se um número *b* como base e adotam-se símbolos para 1, b, b^2, b^3 etc. Então, qualquer número se expressa pelo uso desses símbolos aditivamente, repetindo-se cada um deles o número necessário de vezes”.

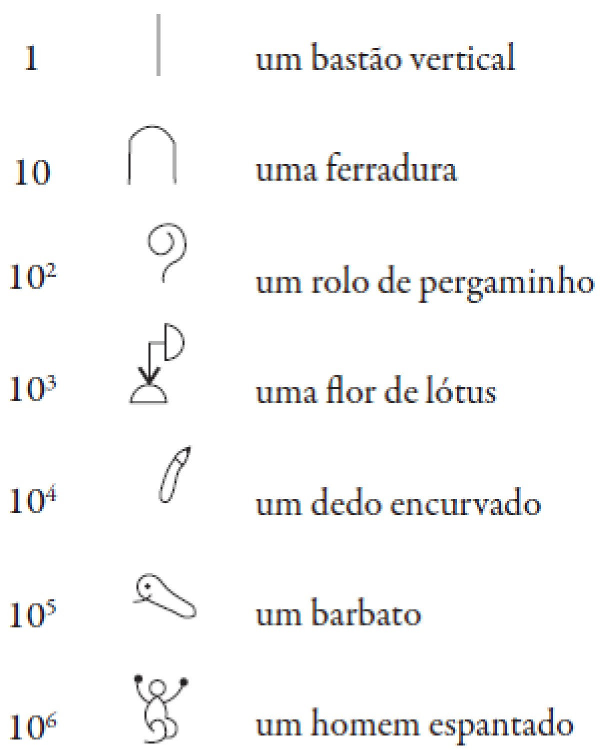
Para Roque (2012, p. 35), são escassas e fragmentadas as fontes para o estudo das civilizações antigas, sendo necessário, para compreensão da história dos números e de seus registros, levar em conta o surgimento da escrita. Assim sendo, esta abordagem dar-se-á nos sistemas de numeração e nos procedimentos de multiplicação e divisão de números naturais de "[...] duas civilizações antigas mais conhecidas que possuíam registros escritos: a da Mesopotâmia e a do antigo Egito" (ROQUE, 2012, p. 37).

No período faraônico, a escrita apresentava-se por meio de duas configurações: hieroglífica e hierática. A hierática se constituía em “[...] forma cursiva de escrita, empregada nos papiros e vasos relacionados a funções do dia a dia, como documentos administrativos, cartas e literatura”, e a hieroglífica comumente incisa em pedras (ROQUE, 2012, p. 38).

A civilização da Mesopotâmia é contemporânea à egípcia, e presumivelmente, tiveram algum contato, por volta do quarto milênio a.C., quando os egípcios, além de registrarem nomes de pessoas, lugares, bens materiais também registravam quantidades. Conforme Roque (2012, p. 37), “Os registros disponíveis são mais numerosos para a matemática mesopotâmica do que para a egípcia, provavelmente devido à maior facilidade na preservação da argila usada pelos mesopotâmicos do que do papiro, usado pelos egípcios”.

O sistema de numeração hieroglífico egípcio utilizava um sistema de agrupamentos simples, cuja base usada é a 10 (EVES, 2004). A Figura 1 apresenta os símbolos adotados para 1 e para as primeiras potências de 10.

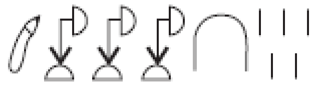
Figura 1 – Símbolos do sistema decimal egípcio



Fonte: (EVES, 2004, p. 31).

Desse modo, a representação de um dado número se dava pela repetição aditiva desses, o quanto fosse necessário, como exemplificado a seguir (Figura 2).

Figura 2 – Escrita de 13015 no sistema decimal egípcio

$$13015 = 1(10^4) + 3(10^3) + 1(10) + 5 =$$ 

Fonte: (EVES, 2004, p. 31).

No Egito antigo, a adição era a operação aritmética fundamental; por ela se efetuavam as operações de multiplicação e divisão, fazendo sucessivas duplicações. Boyer (1974, p. 11) explica:

> Uma multiplicação de, digamos, 69 por 19 seria efetuada somando 69 com ele mesmo para obter 138, depois adicionando a si próprio para alcançar 276, novamente duplicando para obter 552, e mais uma vez, dando 1104, que é, naturalmente, dezesseis vezes 69. Como 19 = 16 + 2 + 1, o resultado da multiplicação de 69 por 19 é 1104 + 138 + 69 - isto é, 1311. Ocasionalmente usava-se também uma multiplicação por dez, pois isto é natural na notação hieroglífica decimal.

Para a divisão, o processo é invertido: em vez do multiplicando, dobra-se sucessivamente o divisor. Silva (2019) faz a demonstração do cálculo 20 x 72, instruindo escrever 72 ao lado de 1 e assim dispor, em duas colunas, sucessivas multiplicações por 2 de modo a se obter o resultado sequencialmente. Assim ele explica e ilustra (Figura 3):

> [...] sucessivas multiplicações por 2 nas duas colunas, expressando o resultado sempre na sequência. As multiplicações na coluna iniciada pelo número 1 não devem ultrapassar 20. Assinale na coluna do número 1 as multiplicações em que a soma seja igual a 20. Na multiplicação que está sendo desenvolvida esses números são: 4 e 16, pois 4 + 16 = 20. O processo é finalizado adicionando os números correspondentes aos algarismos 4 e 16. (SILVA, 2019, p. 1).

Figura 3 – Multiplicação dos egípcios

1		72
2		144
4		288
8		576
16		1152

Fonte: (SILVA, 2019, p. 1).

A escassez de papiro e de pedras apropriadas para escrever levou os antigos babilônios a recorrerem essencialmente à argila. Assim, “Em tábuas cuneiformes do período 2000 a.C. a 200 a.C. os números menores do que 60 se expressavam por um sistema de agrupamentos simples de base 10, e é interessante que muitas vezes se simplificava a escrita pelo uso de um símbolo subtrativo” (EVES, 2004, p. 32). Informa Boyer (1974, p. 19): “A numeração cuneiforme babilônica, para os inteiros menores, seguia as mesmas linhas que a hieroglífica egípcia, com repetições dos símbolos para unidades e dezenas”.

Um fato notável lembrado por Boyer (1974, p. 17) é a instauração do sistema sexagesimal (cuja base fundamental é sessenta) utilizado na Mesopotâmia – que por algum tempo sucumbiu o sistema decimal, provavelmente por influências astronômicas ou então:

> que o sistema sexagesimal pode ter sido a combinação natural de dois mais antigos, um decimal e outro de base seis. Parece mais provável, porém, que a base sessenta fosse adotada conscientemente e legalizada no interesse da metrologia, pois uma grandeza de sessenta unidades pode ser facilmente subdividida em metades, terços, quartos, quintos, sextos, décimos, dozeavos, quinzeavos, vigésimos e trigésimos, fornecendo assim dez possíveis subdivisões. Qualquer que tenha sido a origem o sistema sexagesimal de numeração teve vida notavelmente longa, pois até hoje restos permanecem, infelizmente para a consistência, nas unidades de tempo e medida de ângulos, apesar da forma fundamentalmente decimal de nossa sociedade. (BOYER, 1974, p. 17).

Roque (2012, p. 49) presume que o uso desse sistema tenha sido anterior ao final do terceiro milênio a.C. Ela mostra a seguir (Figura 4), como os sinais cuneiformes representavam os números de 1 a 60:

Figura 4 – Representação cuneiforme dos números de 1 a 60

Fonte: (ROQUE, 2012, p. 49).

Era comum entre os babilônios o uso de *tabletes* (equivalente às nossas tabuadas), por meio dos quais realizavam desde os cálculos mais elementares como operações de “[...] multiplicação, quadrados, raízes quadradas, cubos, raízes cúbicas etc. No caso da multiplicação, seu uso era fundamental. Basta observar que os cálculos elementares, ou seja, aqueles que correspondem à nossa tabuada, incluem multiplicações até 59 x $59!$” (ROQUE, 2012). A autora exemplifica um tablete de multiplicação por 25:

1 (vezes 25 é igual a) 25

2 (vezes 25 é igual a) 50

3 (vezes 25 é igual a) $1;15$

4 (vezes 25 é igual a) $1;40$

5 (vezes 25 é igual a) $2;05$

6 (vezes 25 é igual a) $2;30$

7 (vezes 25 é igual a) $2;55$ etc. (ROQUE, 2012).

A autora explica que “o símbolo ‘;’ é usado como separador dentro da parte inteira ou dentro da parte fracionária. Usando os tabletes, os cálculos tornavam-se bastante simples”. Para compreender o algoritmo, Roque (2012) mostra (Figura 5) como fazer uma operação de multiplicação, de modo didático, usando algarismos indo-arábicos em vez de cuneiformes. Assim, para o calcular o produto de $37;28$ por 19, pode-se fazê-lo a partir de quatro colunas e indicar o multiplicando e a ordem de grandeza do resultado:

Figura 5 – Multiplicação no sistema sexagesimal usando algarismos indo-arábicos

ordem 60 x 60	ordem das sessentenas	unidades	multiplicando 37;28

Fonte: Elaboração própria.

Parte-se depois, no tablete de multiplicação por 19, à procura do correspondente à multiplicação por 28 (8 sessentenas e 52 unidades). Para isso, reproduz-se, nas colunas apropriadas o valor encontrado (Figura 6).

Figura 6 – Sequência de cálculo para o produto de 28 por 19

ordem 60 x 60	ordem das sessentenas 8	unidades 52	multiplicando 37;28

Fonte: Elaboração própria.

Ao apagar da coluna do multiplicando o 28, procura-se agora por 19, no tablete de multiplicação, o valor que corresponde a 37 $(11;43)$. Ocorre que 37 pertence a uma ordem superior à que fora utilizada até esse ponto. Assim, escreve-se 11 na coluna das ordens de 60^2 e 43 na coluna das sessentenas (Figura 7):

Figura 7 – Sequência de cálculo para o produto de 37 por 19

ordem 60 x 60	ordem das sessentenas	unidades	multiplicando
	8	52	37
11	43		

Fonte: Elaboração própria.

Quando se apaga o 37, deve-se tão somente simplificar cada coluna, como mostra a Figura 8, e assim se obtém o resultado $11;\,51;\,52$.

Figura 8 – Resultado simplificado da multiplicação

ordem 60 x 60	ordem das sessentenas	unidades	multiplicando
11	51	52	

Fonte: Elaboração própria.

Após esses procedimentos, Roque (2012, p. 69) informa que

> As divisões eram efetuadas com o auxílio dos tabletes de recíprocos. Trata-se de tabletes que contêm os recíprocos dos números N. Em linguagem atual, estamos falando das frações do tipo $1/N$, mas, no contexto babilônico, esse não era o inverso do número N, pois os recíprocos não estavam associados ao conceito de fração. A divisão de M por N era efetuada pela multiplicação de M pelo recíproco de N, correspondente a $1/N$. Traduzindo em linguagem atual, estamos falando da equivalência M/N = M x $1/N$.

Conforme Boyer (1974), os babilônios tratavam as operações matemáticas de modo comparável a hoje, e com similar facilidade. A divisão, por seu turno, enquanto os egípcios utilizavam o embaraçoso processo de duplicação, aos babilônios bastava multiplicar o dividendo pelo inverso do divisor, lançando mão dos itens apropriados contidos nas tabelas. “Assim como hoje o quociente de 34 por 5 é achado facilmente multiplicando 34 por 2 e colocando a vírgula [...]”, antigamente, esse processo era realizado pelos babilônios “[...] achando o produto de 34 por 12 e colocando uma casa sexagesimal, dando $6\ 48/60$. Tabelas de recíprocos, em geral, fornecia os de números ‘regulares’ apenas, isto é, os que são produtos de fatores dois, três e cinco, embora haja algumas exceções" (BOYER, 1974, p. 22).

1.2 Multiplicação e Divisão no ensino

Apresentam-se aqui algumas definições, propriedades com base em Hefez (2005) e algoritmos usuais das operações de multiplicação e divisão, assim como as ideias a elas associadas, apoiadas no livro didático de Silveira (2018). A escolha se dá pela afinidade que há entre a abordagem dos autores com o que se apresenta neste trabalho. Na sequência, parte-se para algumas reflexões sobre o ensino dessas operações.

Com base nestes autores deve-se considerar o conjunto dos números naturais a partir do zero, isto é, $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$ e $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \ldots\}$.

1.2.1 Multiplicação dos Números Naturais

Definição 1.1. *A multiplicação de números naturais é uma função,* $\cdot : \mathbb{N}\ x\ \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$*, que associa a cada par de números naturais* (a, b) *um número natural* $a \cdot b$*.*

Observação 1.1. *Esta operação está bem definida, pois se consideramos* a, a', b *e* b' *números naturais tais que* $a = a'$ *e* $b = b'$*, então* $a \cdot b = a' \cdot b'$*.*

Propriedades 1.1. *A multiplicação de números naturais satisfaz as seguintes propriedades:*

a. Comutatividade: *Sejam* a *e* b *números naturais, então* $a \cdot b = b \cdot a$

b. Associatividade: *Sejam* a*,* b *e* c *números naturais, então* $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

c. Elemento neutro: *O número* $1 \in \mathbb{N}$ *é o elemento neutro da multiplicação, pois satisfaz* $a \cdot 1 = a$*, para todo* $a \in \mathbb{N}$

d. Distributividade em relação à adição: *Sejam* a*,* b *e* c *números naturais, então* $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

Proposição 1.1. *A multiplicação é compatível e cancelativa com respeito à igualdade:*

$$\forall\, a, b \in \mathbb{N},\ c \in \mathbb{N}^*,\ a = b \Leftrightarrow a \cdot c = b \cdot c.$$

Proposição 1.2. $a \cdot 0 = 0$ *para todo* $a \in \mathbb{N}$*.*

Demonstração: Seja a um número natural, então $a \cdot 0 = a \cdot (0 + 0)$. Pela propriedade distributiva temos que:

$$a \cdot 0 = a \cdot 0 + a \cdot 0$$

Logo, $a \cdot 0 = 2a \cdot 0$. Se $a \cdot 0 \neq 0$, então, pela Proposição 1.1 temos que 1 = 2 que é um absurdo! Portanto, $a \cdot 0 = 0$. $\square$

1.2.1.1 Ideias relacionadas à multiplicação de Números Naturais

As ideias relacionadas à multiplicação são:

a. Adicionar parcelas iguais, por exemplo, $3+3+3+3+3+3=18$. Simplifica-se esse registro fazendo-se $6 \cdot 3 = 18$, onde os números 6 e 3 são os **fatores**, e 18, o **produto**.

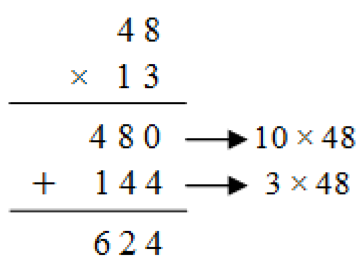
b. Combinar objetos, determinando-se a quantidade de possibilidades ou maneiras diferentes de montar tal combinação.

c. Proporção direta entre grandezas, fazendo-se a correspondência de um para muitos.

d. Disposição retangular como forma organizada de ordenar elementos.

A Figura 9 apresenta o algoritmo usual da multiplicação com os fatores 48 e 13:

Figura 9 – Algoritmo usual da multiplicação

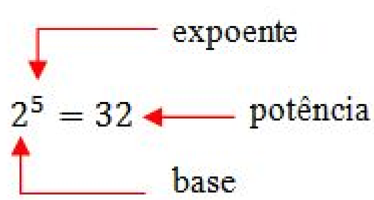


Fonte: Elaboração própria.

Definição 1.2. *Uma multiplicação em que todos os fatores são iguais, é uma operação denominada* ***potenciação****. Na potenciação com números naturais, a* ***base*** *é o fator que se repete na multiplicação, o* ***expoente*** *indica a quantidade de vezes que o fator se repete e a* ***potência*** *é o resultado da operação.*

Exemplo: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$ (lemos: "dois elevado à quinta potência" ou "dois à quinta"), como indica a Figura 10:

Figura 10 – Potenciação



Fonte: Elaboração própria.

1.2.2 Divisão de Números Naturais

Definição 1.3. *Dados dois números naturais a e b com a $\neq$ 0, diremos que a divide b, escrevendo $a|b$, quando existir $c \in \mathbb{N}$ tal que $b = a \cdot c$. Neste caso, diremos também que a é um divisor ou fator de b ou, ainda, que b é um múltiplo de a.*

Observação 1.2. *1. Segue da definição que:*

a) Não existe divisão por zero.

b) Zero dividido por qualquer número natural resulta sempre em zero.

2. A divisão de números naturais não é associativa, comutativa nem distributiva.

Propriedades 1.2. *A divisão de números naturais satisfaz as seguintes propriedades:*

a. *O número $1 \in \mathbb{N}$ é o elemento neutro da divisão de números naturais, pois $a \in \mathbb{N}$, $a : 1 = a$*

b. *Todo número natural dividido por ele mesmo resulta em 1, $a \in \mathbb{N}$, $a : a = 1$.*

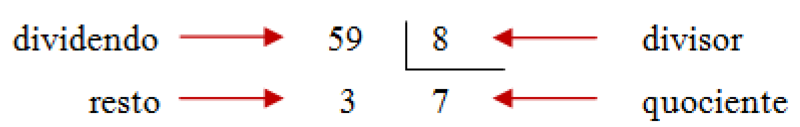
Teorema 1.1. *(Divisão Euclidiana): Sejam a e b dois números naturais com $0 < a < b$. Existem dois únicos números naturais q e r tais que:*

$$b = a \cdot q + r, \text{ com } r < a.$$

1.2.2.1 Algoritmo e ideias relacionadas à Divisão de Números Naturais

Na divisão de 59 por 8, por exemplo, tem-se que $59 = 8 \cdot 7 + 3$ e a Figura 11 representa essa situação por meio do algoritmo usual da divisão:

Figura 11 – Algoritmo usual da divisão



Fonte: Elaboração própria.

As ideias relacionadas à divisão são:

a. Repartir uma quantidade em partes iguais, determinando o tamanho de cada parte. Quando o resto da divisão é zero, dizemos que a divisão é exata.

b. Medir quantas vezes uma certa quantidade cabe em outra, determinando quantos grupos serão formados.

c. Encontrar o inverso da disposição retangular, determinando uma das dimensões de uma figura retangular.

1.2.3 Ensino da operações de multiplicação e divisão

O início da aprendizagem da Matemática estivera no percurso das escolas ao longo dos tempos atrelado ao ensino aritmético, o que correspondia que saber matemática se restringia a recitar tabuada e operar contas. Aliás, uma ótica que ainda encontra respaldo em certas instituições de ensino que enfatizam sobremaneira o cálculo (PEREIRA, 2016). Em contrapartida, estudos atualizados investem no entendimento e na construção do sentido de número e, subsequentemente, de suas relações com operação – o que se dá mediante uma gama de situações de aprendizagens preparadas com a finalidade do estabelecimento dessas conexões. Nesse sentido, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) espera que no 6º ano, o aluno desenvolva a habilidade de "Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora" (BRASIL, 2018, p. 301).

Não é apenas pela ótica do cálculo que multiplicação e divisão envolvem complexidades, mas também no nível cognitivo em que são abalizadas em condições de modelações contextuais, envolvendo significados novos para os números e relações também novas a serem exploradas entre eles. Configura-se, pois, uma esfera conceitual realmente complexa e distensa que insere o aluno em várias oportunidades de resolução de diferentes tipos de problemas que lhe chegam conduzindo-o a formalizar a devida operação. O que é bem distinto de quando se pratica a operação lidando tão somente com algoritmo decorado e sem sentido (VERGNAUD, 2011).

A propósito, desde muito cedo a criança se vê envolta em contextos reais de multiplicação e divisão e quase sempre ela encontra a devida resolução sem formalidade alguma, mas que lhe faz total sentido por esses contextos se relacionarem com a representação mental feita por ela (BOALER, 2018). Às vezes o recurso são materiais que lhes estão dispostos, ou outro mecanismo. Seja qual for a atividade desenvolvida, essa autora pontua:

> Quando propomos aos estudantes situações interessantes e os encorajamos a encontrar um sentido nelas, eles passam a ver a matemática de uma maneira diferente, não como um corpo de conhecimento fixo e fechado, mas como uma paisagem aberta que eles podem explorar, fazendo perguntas e pensando sobre relações. (BOALER, 2018, p. 50).

Continuando nessa linha de intelecção, para Vergnaud (1998), tais situações evocam no sujeito a sua organização e o seu comportamento, mediante ao que ele chama (recorrendo-se a Piaget, seu professor de doutorado) de *esquema*, porém muda a direção que Piaget dá ao sujeito (epistêmico, com foco em operações lógicas gerais) para o sujeito-em-situação, com contextualizações específicas (VERGNAUD, 1998).

Especificamente, em se tratando do ensino das operações matemáticas, volta-se à mesma questão: uma grande parte de alunos não consegue captar todas as etapas desse processo: resolver "contas" e/ou situações-problemas que lhe chegam no cotidiano das aulas. Possivelmente muitas lacunas no ensino da vida escolar pregressa estejam impedindo certas conexões indispensáveis à resolução do que aparentemente parece tão simples para outros alunos (BOALER, 2018). E assim, enquanto o aluno não vê significado no que está operando, ele não se envolve com o que lhe ensinam, seu cérebro não faz as conexões entre as diferentes áreas tão indispensáveis para o aprendizado e o êxito desse ensino. "As atividades nessa grande área são um convite a muitas conexões cerebrais, com os alunos desenvolvendo caminhos que irão ajudá-los enquanto avançam em suas carreiras matemáticas" (BOALER, 2018, p. 20). Nesse sentido Azevedo (1993, p. 13) explica que

> A construção do conceito da multiplicação depende das relações que envolvem as quatro operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão). Em vista disso, torna-se importante propiciar às crianças atividades que levem a perceber a relação entre adição e multiplicação e a relação entre multiplicação e divisão. Isso requer várias abordagens da multiplicação: multiplicação como soma de parcelas iguais; multiplicação como formação de todos os pares possíveis e multiplicação como troca.

Vergnaud (2011) demonstra como o aluno aprende em ação para se chegar a estruturas das operações matemáticas, uma teoria próxima dos conteúdos escolares e, por isso, relevante ao ambiente de ensino e aprendizagem, onde se compreendem avanços e rupturas da aquisição dos conhecimentos e das habilidades, a partir das informações expressas. É um processo longo, desenvolvido com as diferentes situações ocorridas dentro e fora da escola, e o aluno vai vencendo etapas, apoiando os conhecimentos novos nos anteriores ou, em algumas situações, rompendo com estes para construir novas competências, desenhar relações, explorar, criar hipóteses e verificá-las com o intento de obter solução.

É em ação também que Gray e Tell (1994), ao detectarem dificuldades matemáticas nos alunos repartiam os números tornando-os "amigáveis", como, por exemplo, os múltiplos de 10. No trabalho de multiplicação e divisão, flexionar os números é bem profícuo. Assim, numa questão como 17 x 19, uma estratégia de resolução é multiplicar 17 x 20 e, desse produto, subtrair 17, isto é, resolveu-se o problema com a flexibilidade numérica, um elemento indispensável do senso numérico, do estabelecimento de relações da multiplicação e divisão. Desse modo, "[...] o pensador matemático de sucesso usa uma estrutura mental que é um amálgama de processo e conceito que chamamos de *procept*" (GRAY; TELL, 1994, p. 115) (Grifo do autor).

Para esses autores, aqueles que operam a matemática com um tipo diferente como esse (o da flexibilização), relativamente simples, se tornam mais capazes, mais bem sucedidos nesse domínio; contrariamente, aqueles que não caminham nessa direção são os considerados menos capazes, pois trilham por um caminho insuportavelmente difícil. Quanto mais capaz for o pensador matemático, é maior a sua probabilidade de resolver as tarefas por um processo mais simples. "Assim, a contagem, a adição e a multiplicação estão operando no mesmo *procept*, que pode ser decomposto em processo para fins de cálculo, sempre que desejado" (GRAY; TELL, 1994, p. 138) (Grifo do autor). Por isso, "Os estudantes devem aprender métodos, como somar e multiplicar, não como fins em si mesmos, mas como parte de uma compreensão conceitual de números, somas e produtos e de como eles se relacionam uns com os outros" (BOALER, 2018, p. 34).

Para melhor entendimento das dificuldades dos alunos, é necessário que se entenda como eles desenvolvem o senso numérico, que embasa de modo integral a matemática do nível superior e se desenvolve juntamente com as mentalidades matemáticas, de modo que "[...] o aprendizado de um ajuda no desenvolvimento do outro" (BOALER, 2018, p. 33). Instauradas as dificuldades de multiplicação e divisão, elas serão grandes obstáculos para a aquisição de conceitos outros a elas relacionados, uma vez que, na matemática, os conceitos se entrelaçam regularmente.

Segundo Azevedo (1993, p. 5), "A construção dos conceitos dependerá da colocação de questões pelo professor nos momentos mais adequados, levando em conta as observações feitas pelos alunos, as situações vivenciadas por eles e seus questionamentos pessoais durante a ação". Na multiplicação e divisão, há relações, transformações, situações de proporcionalidade: "[...] situações em que o raciocínio obriga necessariamente que se faça uma multiplicação ou uma divisão, ou uma sequência dessas operações" (VERGNAUD, 2011, p. 21-22). Com efeito, a partir da aquisição da multiplicação, por exemplo, vêm as operações de pensamento não mais restritas a operações numéricas, porém transcendendo a raciocínios de quantidade e grandeza, que precedem a análise dimensional.

Para Pereira (2016), uma das grandes dificuldades encontradas pelos alunos é saber de cor a tabuada, requisito indispensável na resolução de operações matemáticas, afinal, as situações cotidianas demandam cálculos imediatos na resolução da vida de todos, e os alunos precisam interagir em tais situações. A memorização da tabuada é indispensável, mas antes dela deve haver o processo de sua construção por meio do qual o aluno entenda o significado do que está repetindo. Portanto, defende-se esta memorização (sublinha-se: previamente compreendida e construída) para que o aluno ganhe tempo na resolução de questões complexas que exijam as operações matemáticas. Pereira (2016), pauta-se nessa direção, advertindo sobre a delimitação da memorização e de

> [...] gravações de listas e exercícios, das quais muitas vezes ocasionam deles [alunos] nem saberem os fatos fundamentais da multiplicação por

> estarem ligados a tantas listas que só se servirão para memorizar e decorar sem trazer novos objetivos. Tornando assim uma dificuldade do aluno ir além das memorizações e partir daí conseguirem construir resultados de algumas multiplicações dentro de outros contextos dos quais não precisarão fixar na memorização mas sim em outras novas situações. (PEREIRA, 2016, p. 25).

Na verdade, quanto mais ênfase na memorização dos alunos, menor é a disposição deles para pensarem conceitos, números, relações e, consequentemente, para usarem e desenvolverem o senso numérico. Mesmo assim, grande parte de docentes e genitores considera indispensável que as crianças aprendam, por práticas mecânicas e repetitivas que desenvolvam a rapidez, áreas factuais da matemática como fatos numéricos. Pautando-se por essa diretriz já no início da aprendizagem dos números, os danos começam a surgir, pois muitos alunos passam a "[...] pensar que ser bem-sucedido em matemática envolve recordar-se de fatos com rapidez e impulsionando-os a uma rota procedimental que vai na contramão do desenvolvimento de uma mentalidade matemática" (BOALER, 2018, p. 35).

Portanto, em vez de uma memorização inicial da tabuada, deve-se trabalhar as situações-problema com figuras, tanto nas propostas dos exercícios quanto nas respostas dos alunos. Um modo interessante do trabalho da multiplicação pelo favorecimento de bons resultados é a utilização das Barras de Cuisenaire: "Material constituído por uma série de barras de madeira, sem divisão em unidades e com tamanhos variando de uma até dez unidades. Cada tamanho corresponde a uma cor específica" (BOLDRIN, 2009, p. 4). Há outras formas e matérias também como o uso do papel quadriculado com o fim de se chegar ao "[...] algoritmo da multiplicação relacionado ao ábaco de papel e as fichas ou com a ajuda do material dourado os alunos conseguem visualizar a propriedade distributiva da multiplicação quando se relaciona a adição" (PEREIRA, 2016, p. 25). Assim, se por um lado, a multiplicação se associa à adição, por outro, a divisão se associa à subtração.

Nessa mesma linha de pensamento, os PCN de Matemática já advertiam ser necessário "[...] superar a mera memorização de regras e de algoritmos (divide pelo de baixo e multiplica pelo de cima, inverte a segunda e multiplica) e os procedimentos mecânicos que limitam, de forma desastrosa, o ensino tradicional do cálculo" (BRASIL, 1998, p. 67). A propósito, também o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (Pnaic), no que concerne ao desenvolvimento do cálculo mental pela criança, destaca a construção de estratégias, enfatizando a necessidade de

> • Produzir as diferentes composições aditivas do total dez;
>
> • Resolver adições pela contagem progressiva a partir do valor de uma das parcelas (com possível apoio dos dedos da mão);
>
> • Resolver subtrações pela contagem regressiva do subtraendo a partir do valor do minuendo (com possível apoio dos dedos da mão);
>
> • Realizar estimativas, aproximando os resultados para dezenas, centenas e milhar;

> • Operar com base de soma de iguais;
>
> • Reconhecer a decomposição de quantidades pelo valor posicional como fundamento às estratégias de cálculo. (BRASIL, 2014, p. 50).

Sem tais habilidades de cálculo devidamente amadurecidas, as dificuldades se instauram. No caso do ensino da divisão[1], Tychanowicz (2016), empenhada para compreender o que subjaz a essa operação, partiu da linha do tempo, da história, do como essas questões eram resolvidas em cada contexto histórico, os modos de realização e ação do homem nesses propósitos. Aliás, a matemática vai se tornando mais complexa no tempo conforme o aumento da complexidade de vida do homem; seu desenvolvimento, portanto, se insere num processo sociocultural. Trata-se de um conhecimento que deve ser, dentre outros tantos, levado ao aluno.

Enfim, após esta subseção sobre a relação entre o ensino da multiplicação e divisão, passa-se, na subseção abaixo, a enriquecer a pesquisa enfatizando a produtividade dos recursos lúdicos e dos trabalhos em grupo no ensino da matemática (multiplicação e divisão).

1.3 Ludicidade e trabalho em grupo: recursos para o ensino da matemática

O ensino de matemática, valendo-se de metodologias ativas e lúdicas, insere o aluno num contexto em que ele seja o sujeito da aprendizagem. O que vai ao encontro da teoria de Vergnaud (1998) em que o processo de aprendizagem se dá com o sujeito-em-ação, aquele que aprende em situação. Como defendido por Rêgo, Rômulo; Rêgo, Rogéria (2000, p. 1), há de se considerar ainda "[...] aspectos recreativos e lúdicos das motivações próprias de sua idade, sua imensa curiosidade e desejo de realizar atividades em grupo" para que a manipulação do significado dos símbolos seja realizada de forma interessante.

> Os jogos e brincadeiras, contrariando o que alguns profissionais pensam, pode ser uma atividade agradável, prazerosa e séria, ao mesmo tempo, proporcionando um momento de investigação, de trabalho em equipe e de descontração, na medida em que essas atividades matemáticas auxiliam no desenvolvimento da criatividade, do conhecimento e do raciocínio de estudantes de todos os níveis, através de jogos, música, dança, teatro, filme, leituras, mímica, desafios, curiosidades, entre outros. (TAKASSI, 2014, p. 4).

Aliás, os jogos matemáticos, segundo Luckesi (2000), vêm sendo tema de estudos de profissionais da Psicologia, Pedagogia e Educação, em razão de seu emprego como

[1] É muito frequente os alunos aprenderem as operações de soma, subtração e multiplicação, mas não conseguirem entender a divisão.

mecanismo didático em questões desafiadoras, porém agradáveis, desenvolvidas em sala de aula, tanto porque deixam o aluno motivado para a aprendizagem da matemática quanto porque proporcionam ao professor qualidade na arte de ensino e faz desse processo algo interessante, divertido e atrativo. A ludicidade, nesse empenho, consoante Luckesi (2000, p. 52), é um atuar mais expandido relacionado não somente "[...] à presença das brincadeiras ou jogos, mas também a um sentimento, atitude do sujeito envolvido na ação, que se refere a um prazer de celebração em função do envolvimento genuíno com a atividade, a sensação de plenitude que acompanha as coisas significativas e verdadeiras". Como estratégia didática os jogos pedagógicos podem ser aplicados para a apresentação de um conteúdo novo da matemática e, dessa forma, despertar no aluno o interesse em aprendê-lo; podem ser aplicados, ainda, após a apresentação desse conteúdo objetivando o reforço da aprendizagem.

Lembra-se, porém, ser imprescindível ao professor manter-se dinâmico no momento de tais atividades, atuante como "[...] mediador e facilitador do processo de ensino aprendizagem através de uma metodologia alternativa e motivadora" (JORDÃO; BETINI, 2014, p. 6). Na proposição de jogos matemáticos como ferramenta de trabalho, o professor, atento, percebe as dificuldades de certos alunos, e pode a partir de então promover soluções e objetivos, promover outros estudos e reorientações em sua prática com o fim de melhorar o desempenho de todos, reforçar a interação com os alunos e tornar as aulas mais atrativas ainda. "O professor deve realizar atividades com os alunos que os vislumbre, em seguida, partir para a matematização levantando questionamentos, finalizando com o registro do que o aluno aprendeu, uma forma de teoria. Este é o caminho arquimediano" (LIMA, 2003, p. 126).

Jordão e Betini (2014, p. 3) destacam que "[...] o lúdico dos jogos estabelece relações lógicas, desenvolvendo a percepção, que resulta em estabelecer relações cognitivas com as experiências pelas quais o indivíduo vivenciou". E ainda afiançam a possibilidade de o ensino da matemática ser realizado de modo interessante e prazeroso, pautado por metodologias lúdicas, especialmente envolvendo jogos matemáticos. Os jogos se relacionam "[...] ao desenvolvimento do raciocínio lógico matemático, contendo regras, instruções, operações, definições e deduções que contribuirão com a organização do pensamento do aprendiz" (JORDÃO; BETINI, 2014, p. 1).

Portanto, favorecendo-se a aprendizagem da matemática, melhora-se o desempenho dos alunos, desenvolve-se a sua percepção, a qual é resultante do estabelecimento de relações cognitivas com práticas já por eles vivenciadas – o que leva os autores Rêgo, Rômulo; Rêgo, Rogéria (2000) a considerarem valores educacionais nos jogos que os tornam recursos pedagógicos eficientes desde, claro, transcendam a brincadeira para atingir o desenvolvimento de habilidades e potencialidades das crianças. Azevedo (1993, p. 7) afirma que, "Propondo e valorizando jogos com regras, o professor estará promovendo o desenvolvimento socioafetivo, motor e cognitivo das crianças".

Gómez-Granell (2006) chama a atenção para o papel da linguagem no processo de elaboração do pensamento matemático. É imprescindível atribuir sentido aos símbolos manipulados. Azevedo (1993, p. 5) destaca que quase sempre a dificuldade de se resolver "[...] um problema está mais na forma do enunciado, no número e tipo de perguntas e na necessidade de recorrer a informações não explícitas do que nas operações matemáticas em si". Eis uma questão que demanda diálogo entre professor e aluno, aluno e aluno, para a elucidação dos nós intrincados da linguagem e, assim, se chegar à interpretação devida do enunciado, extraindo dele o necessário e dispensando o desnecessário.

Santaló (2001) sublinha a importância de se aprender de modo natural as leis do raciocínio, como algo próprio da linguagem, assim como se dá com o aprendizado da fala, em que o falante desconhece a etimologia dos termos. Nesse sentido, Jordão e Betini (2014, p. 5) entendem que "O lúdico facilita a ação educativa e possibilita que a informação seja apresentada por meio de diferentes linguagens, abordagens ou entendimentos" E mais: tem grandes chances de levar o aluno a gostar de aprender. A propósito, continuam os autores:

> O uso dos jogos na matemática pode propiciar alguns benefícios como: permitir que o aluno aprenda através da manipulação de elementos; constituir em novas e ricas fontes de motivação; favorecer o desenvolvimento da capacidade de abstração; aproximar o aluno da realidade; visualizar ou concretizar os conteúdos da aprendizagem; oferecer informações e dados; ilustrar noções mais abstratas ;desenvolver a experimentação concreta da fixação da aprendizagem. (JORDÃO; BETINI, 2014, p. 22).

Santaló (2001, p. 18) expressa a premência de educar o aluno num transcurso iniciado nas primeiras séries e em todas as disciplinas, desenvolvendo-lhe o raciocínio indispensável para o ordenamento e a assimilação de todo o tipo de conhecimento. Ou seja: "[...] educar o aluno na linguagem adequada para compreender a nomenclatura e funcionamento da tecnologia atual, assim como na base científica que o sustenta".

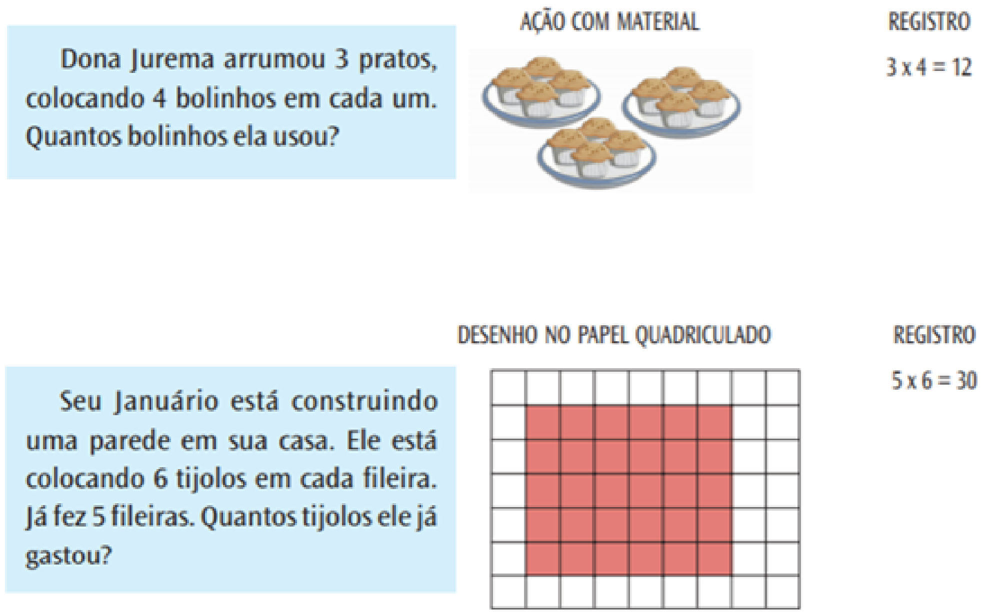
As situações-problema também – explica Azevedo (1993, p. 5) – trazidas para a sala de aula precisam ser significativas para os alunos, uma vez que o objetivo maior é que os alunos elaborem por si mesmos o seu conhecimento. Para tal, a expressão espontânea das soluções dadas pelos grupos de alunos deve ser valorizada pelo professor, o qual só deve intervir "[...] no sentido de ajudar os alunos a melhor expressarem seu pensamento e a progressivamente fazerem uso da linguagem matemática convencional, quando eles mesmos puderem perceber sua necessidade".

A problematização estabelecida no ensino matemático demanda do professor o conhecimento da realidade de seus alunos para só então levá-los à construção de novos conhecimentos. As situações-problema criadas escapam ao contexto clássico de aula e se alicerçam num contexto virtual, porém, muitas vezes, mais significativo por ser mais referenciado. Os jogos fazem exatamente isto: imprimem significado em uma realidade lúdica.

O lúdico, quando liberta o homem de suas amarras, pode levá-lo à criação (VIGOTSKY, 1989).

Em vez do estudo decorado da tabuada de multiplicação, Gestar (2007) propõe tornar essa tarefa muito mais assimilada com a manipulação de objetos (palitos, tampinhas, etc.) e/ou figuras, papel quadriculado para registrar as ações realizadas, como exposto na Figura 12.

Figura 12 – A Multiplicação



Fonte: (GESTAR, 2007, p. 49).

Não se quer dizer com isso que a memorização da tabuada seja dispensada; entretanto, ela pode ser efetivada de "[...] maneira gradativa e tranquila, por meio de jogos e atividades de cálculo mental, evitando-se que as crianças sejam obrigadas a decorar listas de tabuadas, sem saberem para que servem ou como foram organizadas" (GESTAR, 2007, p. 49). Aliás, ensina Boaler (2018, p. 31): "O melhor e mais importante impulso que podemos proporcionar a nossos alunos é incentivá-los a brincar com números e formas".

O ensino da divisão, como orientam os PCN (BRASIL, 1998) deve se iniciar simultaneamente ao da multiplicação para que o aluno evidencie a relação entre ambas operações, com a exploração, também, do material de manipulação e trabalhando sempre na resolução de situação-problema até que o aluno domine noções de divisão e de algoritmos, enfim, o significado da operação, as ideias de medida e de repartição.

Todavia, os PCN (BRASIL, 1998) lembram a inexistência de uma única maneira de se ensinar o que quer que seja, e insiste na necessidade de se conhecer inúmeras possibilidades de conduzir o aluno à construção do conhecimento. "Dentre elas, destaca-se a história da matemática, as tecnologias da comunicação e os jogos como recursos que podem fornecer os contextos dos problemas, como também os instrumentos para construção das estratégias de resolução” (BRASIL, 1998, p. 42).

Conforme Azevedo (1993, p. 3), é preciso que a criança construa o conhecimento a partir da reflexão das próprias ações, o que se dá num processo permanente de modo que a cada experiência introduzida se integre às precedentes tendo como resultado a produção de conceitos sempre mais elaborados e complexos. Portanto, a qualidade das experiências nesse percurso é um quesito bastante relevante e subordina-se a muitas condições, “[...] como a interação com os companheiros, a relação professor-aluno e os materiais didáticos”.

Antes da realização das atividades matemáticas, é indispensável “[...] tempo para observações, manipulação de materiais e discussões”. Assim a criança vai criando conceitos, os quais, após formados, dispensam a manipulação de materiais e ela chega ao ponto de prever resultados antecipadamente. Azevedo (1993, p. 4), porém, adverte que “Nenhum material por si só é capaz de ensinar matemática”.

Em fins do século XVII, John Napier (criador dos logaritmos) criou o instrumento conhecido como Barras de Napier – um recurso que já fora utilizado por mercadores auxiliando-os em cálculos que envolviam grandes quantias de multiplicação, divisão e, inclusive, de raiz quadrada, e que também pode ser utilizado como ferramenta pedagógica no ensino das operações matemáticas: multiplicação e divisão (TEIXEIRA; FONSECA, 2016). As Barras de Napier são assim definidas:

> São barras retangulares contendo inscrições de números que, dispostas lado a lado e seguindo determinadas regras, tornam possível fazer multiplicações, divisões e extrações de raízes quadradas de modo semimecânico. Utilizando estas barras a multiplicação se reduz a uma adição. (TEIXEIRA; FONSECA, 2016, p. 4).

Os autores supramencionados não apresentam a ferramenta como facilitadora de cálculos, mas como forma de reinventar artefatos matemáticos, isto é, uma perspectiva interessante de prática em sala de aula, que emociona e desafia, desenvolvendo a mentalidade criativa dos alunos pela oportunidade de entendimento do conteúdo e conceitos abstratos e que se dá por interações concretas e contextualizadas (TEIXEIRA; FONSECA, 2016, p. 11-12). Estratégias como essas não podem ser trabalhadas de modo aligeirado.

Silveira (2010) destaca a utilização do material dourado criado por Montessori, composto por “[...] peças de madeira com diferentes geometrias (cubos, placas, barras e cubinhos) e utilizado como ferramenta para facilitar a aprendizagem das quatro operações matemáticas. O uso desse material desperta no aluno a concentração, o interesse e a imaginação criadora”. Montessori esperava que esse material “[...] fosse concebido de forma a permitir a situação concreta e imediata e a favorecer a abstração” (RÖHRS, 2010, p. 26).

Nesse sentido, Boaler (2018, p. 117) se manifesta: “[...] não valorizo velocidade ou passar correndo pela matemática. Valorizo as pessoas mostrarem seu modo de pensar sobre a matemática, e gosto de representações criativas das ideias". A autora valoriza também o aspecto conceitual e investigativo da matemática e estimula essas mentalidades, pois crê que assim "[...] os alunos aprenderão a livrar-se de ideias nocivas de que a matemática envolve rapidez e memória, e de que eles ou tem isso ou não. Essa mudança é fundamental para o êxito e o prazer com a matemática, podendo acontecer em qualquer idade, inclusive em adultos" (BOALER, 2018, p. 50).

A propósito, uma das maiores dificuldades desse ensino é regar o conteúdo de significados para o aluno. No caso da divisão, por exemplo, há de se perguntar para que ela serve, onde será usada – a fim de que, em face dos problemas, o aluno seja capaz "[...] não só de repetir ou refazer, mas também de ressignificar em situações novas, de adaptar, de transferir seu conhecimento para resolver problemas" (CHARNAY, 1996, p. 38).

> O ensino direcionado à formalização é necessário, porém é preciso levar em conta que as ideias científicas evoluem no aluno, durante um longo período de desenvolvimento cognitivo, através de uma variedade de situações e atividades e que qualquer conhecimento formal e axiomatizado que o aluno apresenta pode não ser mais do que a parte visível de um iceberg formado basicamente por conhecimentos implícitos. (VERGNAUD, 1990, p. 21).

Nesse percurso didático, não se dispensam as percepções do aluno, as trocas de experiências com os colegas e as intervenções do docente numa interação permanente em que ocorram partilhas de informações em ambiente amistoso entre docente e discente, discente e discente, de modo que o desempenho cooperativo gere aprendizagens efetivamente significativas. A partir de jogos, instaura-se uma harmonia entre voluntariedade e regras, entre orientação espaço/tempo – particularidades fundamentais para o desenvolvimento do pensamento e do raciocínio lógico matemático (JORDÃO; BETINI, 2014). O lúdico, além de fazer com que o aluno goste de aprender, "[...] facilita a ação educativa e possibilita que a informação seja apresentada por meio de diferentes linguagens, abordagens ou entendimentos" (JORDÃO; BETINI, 2014, p. 5).

Entretanto, em muitas escolas, nas aulas de matemática, as atividades dos alunos consistem em completar, em silêncio, folhas de atividades de raciocínio repetitivo, usurpando o espaço das discussões em grupo, dificultando a compreensão de ideias e conceitos, já que a mudez é um óbice nessas situações. Impede-os, assim, a oportunidade de se dar "[...] vida à matéria", de envolver os alunos entre si, pois "[...] as discussões em grupo também são encontros em que os alunos aprendem a raciocinar e a criticar o raciocínio uns dos outros, ambos fundamentais nas empresas de alta tecnologia da atualidade" (BOALER, 2018, p.28). Complementa Azevedo (1993, p. 5): "Esse processo leva a uma Matemática viva, dinâmica e com significado. Devemos dar maior importância à construção dos conceitos e à compreensão dos processos de cálculo".

Na educação matemática do aluno, Boaler (2018, p. 160) acrescenta a arte argumentando que

> A arte e as representações visuais não desempenham apenas um papel terapêutico e criativo, embora ambos sejam importantes. Elas também exercem um papel fundamental ao abrir acesso à compreensão para todos os alunos. [...] Além de pedir aos alunos que desenhem ideias, métodos, soluções e problemas, os professores devem sempre relacionar representações visuais com estratégias e soluções numéricas ou algébricas (BOALER, 2018, p. 160).

Dentre as várias metodologias apresentadas em uma obra publicada em 1962 – *Didática da Matemática*, de autoria de Júlio César de Mello e Souza, porém com o pseudônimo Malba Tahan –, encontra-se o *método do laboratório*, sobre o qual o próprio autor afirma: "[...] o ensino da matemática é apresentado ao vivo, com auxílio de material adequado à maior eficiência da aprendizagem" (TAHAN, 1962, p. 61). Na sua obra, ele viabiliza esclarecimentos de como elaborar um laboratório em uma instituição de ensino, dispõe exemplos do emprego de recursos didático-pedagógicos no ensino de matemática, esclarece vantagens/desvantagens do método de laboratório, além disso fornece um míni-histórico do emprego deste recurso no Brasil no decorrer dos anos. Interessante é que não se pode dizer que seu autor fora bom aluno de matemática em sua adolescência, pois não concordava com "[...] o detestável método da salivação", por certo já havia despertado ali sua vocação para o ensino. Formou-se pela Escola Normal em professor primário e, mais tarde, pela Escola Politécnica em Engenharia Civil. Dentre as centenas de livros que publicou, quatro dezenas são de temas relacionados à didática/metodologia da matemática (LACAZ; OLIVEIRA, 2017, p. 425).

Nas aulas que ministrava no Colégio Pedro II, no Rio de Janeiro-RJ, além de estudo dirigido, trabalhava com manipulação de material concreto, o que é coerente com o que sempre criticara: aulas teórico-expositivas. Em vez disso, optava por material palpável, tornando as atividades de resolução de problemas recreativas e não mecânicas. Ainda na primeira metade do século XX, já explorava a possibilidade do uso do rádio no ensino, e mais tarde o da televisão, propiciando o ensino a distância, já incluindo o trabalho com a interdisciplinaridade e com o multiculturalismo (LACAZ; OLIVEIRA, 2017, p. 426).

Em *Didática da Matemática*, Tahan (1962, p. 76) relata que "[...] a ideia de aplicar o método do laboratório já é bem antiga. As primeiras tentativas, nesse sentido, foram feitas na França, em 1877" – fato que substancia a compreensão de que a demanda por um ensino e aprendizagem da matemática mais dinâmico, significativo e, portanto, até mesmo prazeroso. A propósito, nesse livro o autor menciona que já em 1929 o professor Euclides Roxo atentava o Método do Laboratório de Matemática, e que, associado ao método heurístico, possibilitam a experimentação e colaboram com a "[...] *self-discovery*, além de concorrer para dar vivacidade e interesse ao ensino e um certo apoio concreto e, talvez, um tanto divertido, ao raciocínio do adolescente, ajudando-o a galgar, o mais suavemente possível, a íngreme rampa da abstração matemática" (TAHAN, 1962, p. 77-78).

Enfim, a aprendizagem das operações de multiplicação e divisão pode ocorrer sem traumas, com metodologias lúdicas em que há a leveza do entretenimento enquanto forma de construção do conhecimento, relacionada "[...] ao desenvolvimento do raciocínio lógico matemático, contendo regras, instruções, operações, definições e deduções que contribuirão com a organização do pensamento do aprendiz" (JORDÃO; BETINI, 2014, p. 1). Desse modo, tais alternativas têm grandes chances de, no processo de ensino e aprendizagem, potencializar o desempenho do aluno desenvolvendo neste motivação e interesse pela matemática e consequente aprendizagem de suas complexidades.

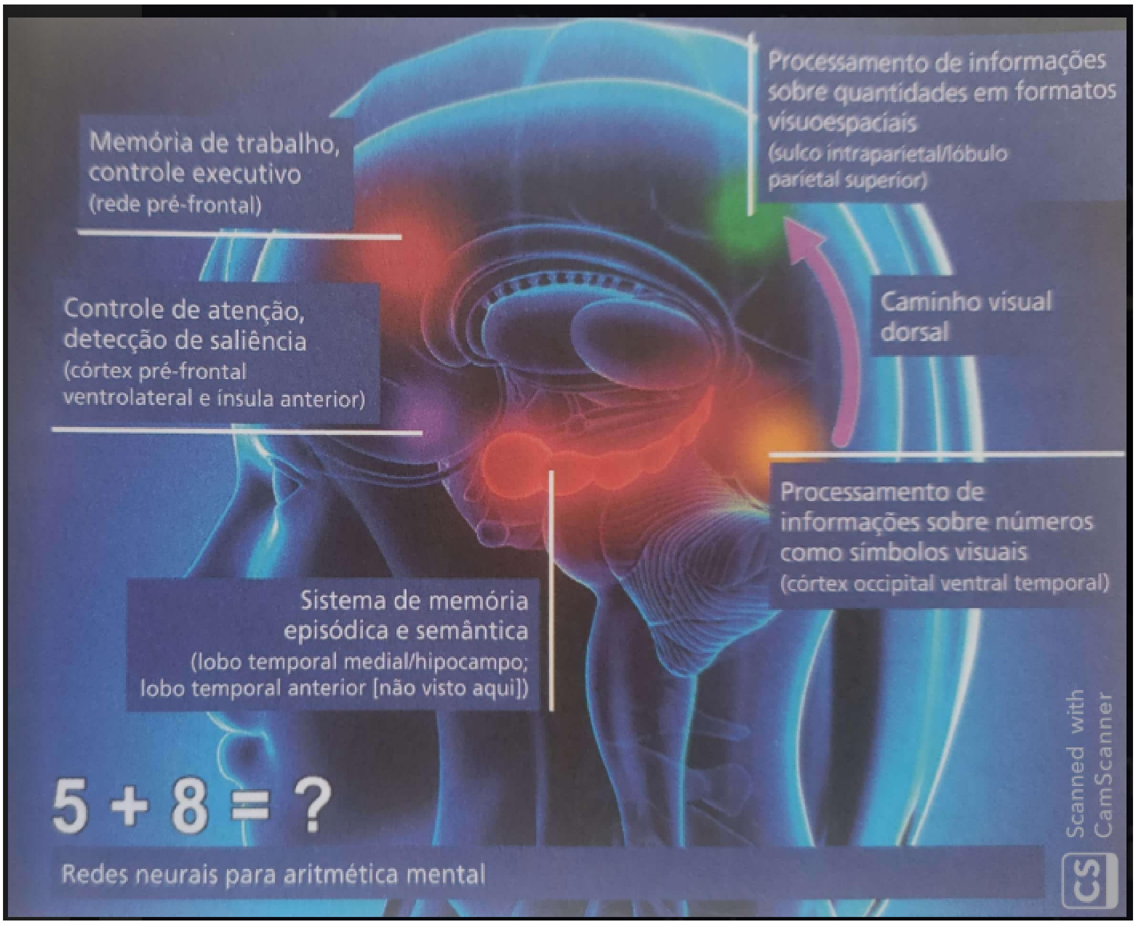
1.4 Mentalidades Matemáticas

Mentalidades Matemáticas é uma metodologia para ser utilizada em sala de aula de matemática, desenvolvida pela pesquisadora britânica Boaler (2018), professora de Educação Matemática da Universidade de Stanford. Essa inovação – que não é a reinvenção do ensino matemático, mas sim um modo efetivo de sustentar a atenção do aluno, reduzir-lhe a frustração e não deixar que ele desista desse aprendizado – veio para revolucionar o aprendizado da matemática com questionamento, problematização e provocação de reflexões sagazes em face de resultados de pesquisas acerca do processo de ensino-aprendizagem dessa disciplina aliados à neurociência. "As novas evidências da neurociência revelam que todas as pessoas, com a mensagem e o ensino adequados, podem ser bem-sucedidas em matemática e todos podem ter altos níveis de aprendizagem na escola" (BOALER, 2018, p. 4).

A neurociência acrescenta, como uma das etapas do método, a visualização; pois as imagens facilitam ao cérebro a assimilação de conteúdos, em vez da pura e simples abstração. Especialmente em matemática, a aprendizagem pode acelerar com o contato visual, pois as conexões cerebrais aumentam de modo significativo em presença de imagens, tabelas, gráficos, cores, palavras, algoritmos associados a números (BOALER, 2018, p. 6).

Com efeito, o trabalho da matemática, segundo Boaler, Munson e Williams (2018, p. 9), por mais simples que sejam os cálculos numéricos, envolvem cinco áreas do cérebro, como ilustra a Figura 13. Ressaltam os autores que a mais relevante região do cérebro para representar quantidade é o caminho visual dorsal. O estranhamento nisso é passar horas, semanas, meses anos de ensino matemático "[...] trabalhando com números, raramente nos envolvendo visualmente com a matemática".

Figura 13 – As cinco áreas do cérebro envolvidas em cálculos numéricos



Fonte: (BOALER; MUNSON; WILLIAMS, 2018, p. 9).

Diz Boaler (2018, p. 9-10): “Nosso cérebro quer pensar visualmente sobre matemática, embora poucos materiais curriculares engajem os alunos no pensamento visual. Alguns livros de matemática apresentam figuras, mas raramente convidam o aluno a fazer sua própria visualização e desenhar”. O método de Boaler também instiga a investigação e a colaboração entre os colegas de turma, aos quais cabe a responsabilidade de sugerir alternativas para a resolução de problemas, apresentá-las aos colegas e tentar ensiná-los.

Com sua larga experiência no exercício da docência da matemática, Boaler (2018), antes de apresentar princípios contemporâneos e inovadores, incialmente traz algumas justificativas que levaram a matemática a ser concebida como a suprema vilã das disciplinas escolares. Depois, procede ao desenvolvimento de indicações técnico-metodológicas a serem utilizadas dentro e fora da sala de aula, por professores e pais/gestores no intuito de colaborar para a transformação de ideias/experiências do domínio matemático de modo a desenvolver nos aprendizes uma mentalidade de crescimento, recorrendo a certas técnicas e atividades práticas capazes de tornar o aprendizado dessa disciplina, além de acessível, também agradável. Esse método adota uma conduta social e colaborativa no ensino, operada por meio de uma série de práticas que o associam a processos sociais e psicológicos dos aprendizes e, além do mais, contribui com a convivência social numa turma.

Para Boaler, Munson e Williams (2018, p. 2), grande parcela dos livros didáticos de matemática não acompanham as pesquisas inovadoras desse ensino, por isso continuam se restringindo à apresentação de questões nada atrativas para os alunos. E alertam: “É imperativo que os novos conhecimentos sobre a forma como nosso cérebro aprende matemática sejam incorporados às lições que os alunos recebem em sala de aula."

Essa metodologia, segundo Boaler (2018), redefine certos padrões de aprendizado estabelecidos acerca da matemática, tais como: é para aqueles “mais inteligentes”, de raciocínio mais rápido, que já nascem predispostos aos números; os meninos são mais propensos a aprenderem a disciplina; só admite respostas exatas; e outros. Na verdade, todos têm seu modo de aprender, de lidar com números regras, formas, padrões não apenas no ensino como também na vida extraescolar. Diz Boaler:

> A matemática é um fenômeno cultural; um conjunto de ideias, conexões e relações desenvolvidos para que as pessoas compreendam o mundo. Em sua essência, a matemática trata de padrões. Podemos colocar uma lente matemática sobre o mundo. E quando o fazemos, vemos padrões em toda parte; e é por meio de nossa compreensão dos padrões, desenvolvida mediante o estudo matemático, que se cria um novo e poderoso conhecimento. (BOALER, 2018, p. 22).

É, de fato, um modo diferente de ensinar no qual a força da interação age na dissolução das dificuldades instaladas, instaurando-se, assim, a concepção da matemática como matéria social. Boaler menciona o caso de um docente universitário que percebera que havia um número enorme de alunos reprovados em matemática, mas entre aqueles que se reuniam após as aulas para tirarem dúvidas entre si a reprovação era bem menor. A partir de então esse docente passou a ensinar por meio de grupos de estudos e o sucesso foi louvável. Isso demonstra que o conhecimento partilhado entre colegas torna a aprendizagem comum a todos (BOALER, 2018).

“No contexto educacional ver o aluno enquanto ser capaz de transformar o meio em que vive, é possibilitar que o mesmo seja o principal construtor do seu conhecimento” afirmam Lima e Brandão, ao utilizarem a linha metodológica de Boaler e ao perceberem que uma formulação matemática se firma quando elaborada por um grupo de pessoas, pois “[...] proporcionar a visão do conhecimento coletivo possibilita que o alunado debata e aceite a opinião dos demais colegas sobre determinado tema, criando assim um pensamento mais eficaz” (LIMA; BRANDÃO, 2019, p. 27894).

Os autores supracitados inferiram de seus pesquisados “[...] o quão essa metodologia pode ser transformadora no ambiente escolar”. Daí a necessidade de o docente lançar mão de mecanismos fundamentais para o desenvolvimento cognitivo e humano, pois “[...] somos os responsáveis por ofertar o melhor método possível para nosso alunado”. Portanto, o rompimento do ensino mecanizado é premente para que em seu lugar se oferte uma educação justa, fruto de pesquisa e planejamento para a aquisição de modos de práticas profícuas, modos de encorajar os alunos a querer saber. “Os resultados, tão esperados, somente acontecerão quando tivermos a ousadia em modificar nossa metodologia” (LIMA; BRANDÃO, 2019, p. 97900).

Boaler (2018) considera como aulas mais produtivas as que engajam os alunos em atividades que os direcionam à compreensão e resolução do problema, o que ocorre mediante utilização de várias estratégias dentre as quais o desenho é um recurso valioso na condução do pensamento à resolução de problemas difíceis, também o trabalho em grupo de compartilhamento de dúvidas para se chegarem à devida solução do problema. Cabe ao docente incentivar o empenho do aprendiz, fornecendo-lhe recursos e intervindo quando necessário rumo à efetivação da aprendizagem que se opera em meio ao embate de desafios (tentativas e erros) até se chegar às soluções buscadas. Porém, em geral, a muitos docentes só interessa o resultado final da operação, negligenciando todo esforço de raciocínio desenvolvido nesse processo, caso a resposta esteja errada.

Para Boaler (2018), o erro tem seu significado, faz parte do acerto. Não entendendo isso, “O aluno se priva de pensar livremente em aula por ter medo de errar e não parecer inteligente o suficiente”. É urgente abandonar o itinerário do estigma negativo dos erros e rumar para aquele em que os erros são como degraus de uma escada que levam à solução, instância denominada por Boaler (2018) de mentalidade de crescimento. Assim esclarece: “As diversas pesquisas sobre erros e o cérebro não somente nos mostram o valor dos erros para todos mas também indicam que estudantes com mentalidade de crescimento têm maior atividade cerebral relacionada ao reconhecimento de erros do que estudantes com mentalidade fixa”.

Ao lhe perguntarem “Qual a diferença entre cometer erros e acertar de primeira?”, Boaler responde:

> Quando a criança comete um erro e se esforça, ela aprende mais, pois o cérebro se desenvolve mais. Se o professor diminui a pressão sobre o acerto, a interação do aluno com o conteúdo e a disciplina mudam completamente. Os estudantes ficam mais abertos a compartilhar e veem que os desafios são bons para eles. Ao valorizar o erro e o esforço, os professores dão segurança às crianças. Uma atitude que vale a pena é, em vez de diminuir a nota em um teste quando o aluno erra, escrever a ele uma mensagem, dizendo que ali está uma nova oportunidade de aprender. (SISTEMATIZAÇÃO DO SEMINÁRIO MENTALIDADES MATEMÁTICAS, 2018, p. 21).

Boaler insiste nas atividades estratégicas do professor como um recurso por excelência, capaz de “[...] fazer a diferença entre estudantes inspirados e felizes e estudantes desmotivados e distantes” (BOALER, 2018, p. 51)– o que coloca em evidência o planejamento. Outro destaque da metodologia da autora é o trabalho com atividades de "piso baixo" e "teto alto", assim definidas por ela:

> Tarefas de "piso baixo" e "teto alto" permitem que todos os alunos acessem ideias e as elevem a níveis altíssimos. Felizmente, tarefas de "piso baixo" e "teto alto" também são os exercícios matemáticos mais envolventes e interessantes pelo fato de funcionarem para estudantes de diferentes níveis de desempenho anterior. São tarefas que ensinam matemática relevante, inspiram interesse e encorajam a criatividade. (BOALER, 2018, p. 103).

Em outras palavras: são tarefas que facultam uma farta variedade de interpretações, abrangendo tanto os níveis mais simples quanto os mais complexos, de modo que haja um envolvimento de todos os alunos numa mesma atividade, cada qual trabalhando em seu nível de desenvolvimento, ou seja, é um modo colaborativo de aprendizagem. Nessa perspectiva, Boaler, Munson e Williams (2018, p. 2) sublinham que o trabalho em grupo – momento em que surgem necessidades diferentes – desafia os alunos a partir de ideias diferentes. Assim, na tarefa de piso baixo e teto alto, o envolvimento pode ser de todos "[...] independentemente de seu entendimento ou conhecimento prévio, mas também é suficientemente aberta, para que possa se expandir até níveis mais altos, de forma que todos os alunos possam ser profundamente desafiados".

Ao ser questionada sobre como efetivar a avaliação na perspectiva de sua metodologia, Boaler, dentre alguns argumentos, exemplificou:

> Temos outra comprovação da eficácia da abordagem na oficina que fizemos com 81 alunos durante umas férias de verão, em que, depois de 18 aulas em que discutimos como o cérebro funciona e eles aprenderam de forma criativa e investigativa, eles fizeram a mesma prova que haviam realizado no primeiro dia de aula e o desempenho foi de 50% superior na segunda – o que corresponde a 2,4 anos de estudo na escola tradicional. (SISTEMATIZAÇÃO DO SEMINÁRIO MENTALIDADES MATEMÁTICAS, 2018, p. 20).

Boaler (2018) é enérgica quando diz da necessidade urgente de transformação da mentalidade do professor no tocante a seu modo de pensar e ensinar. A Figura 14 resume as diretrizes dadas pela autora, ou seja, o caminho a ser percorrido pelo professor: de onde ele deve partir e aonde precisa chegar.

Figura 14 – De onde partir para onde chegar

De	Para
Acreditar que existem "pessoas matemáticas".	Acreditar que o potencial das pessoas é ilimitado.
Valorizar a velocidade e os procedimentos.	Valorizar a profundidade e a criatividade.
Achar que só existe uma maneira de resolver o problema e apenas uma resposta.	Achar que há multiplicidade de ideias.
Enfatizar números e cálculos.	Enfatizar a visualização e a exploração.
Cultivar a cultura do desempenho.	Cultivar a cultura da aprendizagem.
Focar a correção.	Focar o esforço.
Oferecer trabalhos individuais.	Oferecer desafios colaborativos.

Fonte: (SISTEMATIZAÇÃO DO SEMINÁRIO MENTALIDADES MATEMÁTICAS, 2018, p. 11).

Antes de passar a estudos relacionados a esta dissertação sumariza-se a metodologia das Mentalidades Matemáticas na ênfase dada sobretudo a estas expressões: da visualização, questionamento, problematização, reflexão constante, encorajamento dos alunos em tarefas de "piso baixo" e "teto alto", compartilhamento de conhecimento, conduta colaborativa, o erro como nova oportunidade de aprendizagem, valorização do planejamento do professor, apoio na neurociência.

Em resumo, a metodologia proposta por Boaler (2018) consiste em desenvolver uma mentalidade progressista no aluno com mensagens inspiradoras, priorizar o trabalho em grupo com tarefas de "piso baixo" e "teto alto", que enfatizam visualização e, assim, despertar o gosto pela matemática, desconstruindo o mito de que a disciplina é um dom de alguns poucos privilegiados.

1.5 Estudos correlatos

Nesta seção são apresentados quatro trabalhos correlatos, decorrentes de buscas que datam do dia 24 de fevereiro de 2020.

Inicialmente, pesquisou-se no Banco de Dissertações e Teses da Capes, inserindo-se os descritores "ensino+multiplicação+divisão"e a fim de encontrar trabalhos mais recentes, delimitou-se a busca aos anos de 2015 até 2019; depois, foi marcado no filtro da Área de Concentração o campo Matemática, chegando-se a 892 resultados. Esclarece-se que os filtros disponíveis eram insuficientes para delimitar melhor a busca, então analisando um a um pelo título, pode-se descartar aqueles que apresentavam propostas sem relação com o tema aqui exposto, restando apenas três, os quais apresentavam alguns pontos de convergência com esta pesquisa.

Utilizando os mesmos descritores não foi encontrado qualquer resultado no banco de dissertações do Profmat. Mas, eliminando-se o descritor "ensino", isto é, deixando apenas "multiplicação e divisão", foi encontrado um (1) resultado, o de Cereja (2018) – que já fazia parte dos três acima mencionados. Em face desse único resultado, buscou-se, na sequência, substituir os descritores por apenas um: "operações fundamentais", do qual resultaram três trabalhos: dois também já faziam parte dos selecionados anteriormente, e só um trabalho foi incluído na seleção com a mudança de descritores.

Assim, foram selecionados quatro trabalhos (todos são dissertações) que tinham mais afinidade com a proposta desta pesquisa, quais sejam: Miranda (2016), Silva (2016), Santana (2016) e o já referido de Cereja (2018), sobre os quais se passa a comentários concisos, numa ordem cronológica de apresentação, acerca dos pontos de convergência com esta dissertação. Ao final desta seção, apresenta-se, no quadro 1, um resumo da análise desses trabalhos.

1.5.1 Multiplicar ou dividir: contribuições à prática pedagógica para a construção do conhecimento matemático nos anos iniciais da educação básica

O trabalho de Patrícia Feitosa Basso Miranda (2016) – *Multiplicar ou dividir: contribuições à prática pedagógica para a construção do conhecimento matemático nos anos iniciais da educação básica* – tem por objetivo "[...] identificar as principais competências e habilidades não assimiladas pelos alunos concluintes do 5º ano na disciplina de Matemática, segundo a percepção dos professores que lecionam no 6º ano" (MIRANDA, 2016, p. 13).

Realiza uma pesquisa aplicada pela metodologia da pesquisa-ação (embasada em Tripp (2005), em escolas públicas (Porto Velho, RO), cujos participantes são professores de matemática do 6º ano, que socializam suas percepções – acerca das dificuldades de seus alunos decorrentes de competências e habilidades não assimiladas nas séries anteriores – com professores das séries iniciais da educação básica. Sublinham-se as estratégias de unir jogos e demais atividades lúdicas à teoria lecionada com vista à obtenção de qualidade, tais como:

> [...] o uso de jogos confeccionados pelos próprios alunos, o uso de materiais concretos para desenvolvimento das atividades [...] e o desenvolvimento da comunicação Matemática através da interação e da cooperação entre os alunos para a realização de atividades coletivas e de resolução de problemas. (MIRANDA, 2016, p. 75-76).

Miranda (2016, p. 76) fecha sua redação pontuando sobre a abertura de "[...] espaços para pesquisas futuras que contribuam com o ensino da Matemática e auxiliem o aluno a obter um aprendizado eficiente, vivenciando e associando as atividades em sala de aula com a realidade do seu cotidiano".

Embora se trate do ensino da multiplicação e divisão, que é um ponto de convergência com a dissertação ora redigida, destoa desta (restrita ao conjunto dos números naturais) quando se estende a conjunto dos números racionais e no trabalho com frações.

1.5.2 Ideias/significados da multiplicação e divisão: o processo de aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas por alunos do 5º ano do ensino fundamental

Sheila Valéria Pereira da Silva (2016), autora de *Ideias/significados da multiplicação e divisão: o processo de aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas por alunos do 5º ano do ensino fundamental*, traça em sua dissertação o seguinte objetivo geral: investigar as potencialidades e o processo de ensino-aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas com ideias/significados e propriedades da *multiplicação* e *divisão* por alunos de uma turma do 5º ano do ensino fundamental.

A autora utiliza a metodologia conhecida resolução de problemas para a aprendizagem de Matemática, que demanda uma transformação no procedimento da ação pedagógica do docente, em face de um processo lento, uma vez que, para as resoluções serem bem exploradas, é fundamental o estímulo ao diálogo e à criatividade do aluno. "A exploração de problema permite o levantamento de questões, a especulação, o diálogo, além da própria contextualização" (SILVA, 2016, p. 37).

No trabalho, Silva não menciona trabalhar com jogos e atividades lúdicas em sala de aula, mas realiza muitas tarefas em grupo, em dupla, ou mesmo individual. O final das aulas era coroado com a socialização das resoluções, interação aluno/aluno e aluno/professor, isto é, um momento de diálogo. Sobre o trabalho em grupo para a resolução dos problemas, Silva (2016, p. 153) concluiu ser bastante proveitoso, pois possibilita "[...] a cooperação, o diálogo e o confronto de resoluções".

Em todo o processo da pesquisa de campo, uma convergência é a utilização do denominado diário de bordo. Sobre essa recurso, Silva (2016, p. 43) esclarece: "As anotações da pesquisadora sobre o desenvolvimento dos encontros, os registros dos alunos sobre as resoluções dos problemas e os diálogos surgidos durante as aulas, se constituíram em material de reflexão e análise para nossa investigação". Outra convergência é o tratamento dado ao erro do aluno, expresso por Silva (2016, p. 153), "[...] como uma fonte de informação e oportunidade de recomeço para se chegar ao acerto para os alunos".

1.5.3 Algoritmos utilizados para as Quatro Operações Elementares

O trabalho *Algoritmos utilizados para as Quatro Operações Elementares*, de Gracielly da Silva Santana (2016) é uma pesquisa exclusivamente bibliográfica, referente ao ensino das operações matemáticas, não só da multiplicação e divisão, na educação básica, desde as séries iniciais. Não há menção a atividades em grupo. Incluindo materiais lúdicos e jogos, o foco do recurso pedagógico para esse ensino recai sobre a utilização da técnica do Material Dourado – tudo isso direcionado apenas às séries iniciais.

Nessa proposta de ensino, para cada operação a autora seleciona certas técnicas de algoritmo. Assim:

- adição (algoritmo da adição usando expansão na base; método das somas parciais; método da gelosia; algoritmo convencional da adição);
- subtração (algoritmo convencional da subtração; algoritmo de igualdade de adições ou algoritmo de compensação; algoritmo de diferenças parciais; algoritmo *Adding up*; algoritmo da subtração da esquerda para direita);
- multiplicação (algoritmo da decomposição para a multiplicação; algoritmo usual da multiplicação; algoritmo de gelosia);
- divisão (algoritmo convencional da divisão; algoritmo de divisões sucessivas; algoritmo de decomposição).

Há semelhança do trabalho com os algoritmos tradicionais da multiplicação e divisão e também a decomposição dos números como alternativa aos algoritmos tradicionais com a dissertação ora em elaboração. Observou-se que a dissertação de Santana (2016) não apresenta uma sequência didática. Na introdução não é delineado o problema e/ou hipótese nem metodologia, apenas apresenta métodos de resolução.

Não havendo pesquisa empírica, a autora conclui sua dissertação acreditando ser seu trabalho, um grande aliado do professor no trabalho das diferentes técnicas para cada operação, por meio do preparo de materiais para auxílio tanto de professores quanto de alunos, com uma linguagem acessível também aos não matemáticos.

1.5.4 Criptografia Kid-RSA adaptada: uma abordagem didática no estudo das operações de multiplicação e divisão

A dissertação de Renata Santos Lopes Cereja (2018) – *Criptografia Kid-RSA adaptada: uma abordagem didática no estudo das operações de multiplicação e divisão* – expõe uma abordagem diferente no trabalho de multiplicações e divisões em sala de aula, evidenciando que, latente às tecnologias comumente utilizadas, há emprego da matemática. O objetivo delineado foi o de abordar, em sala de aula, as operações de multiplicação e divisão através da criptografia, mostrando que por trás das tecnologias comumente utilizadas há uso da matemática.

Partiu-se, então, de um histórico conciso da criptografia para logo após demonstrar o que propõe o método criptografia kid-RSA adaptado para a sala de aula, em turma de 6º ano – apesar de poder auxiliar aluno de qualquer série, dirimindo suas dificuldades nas operações de multiplicação e divisão, pois se trata, conforme Cereja (2018, p. 11) de "[...] atividade motivadora ao estudo das operações de multiplicação e divisão no conjunto dos números naturais".

Realizou-se uma pesquisa empírica em uma escola pública e em outra particular. O ensino por meio de criptografia, de vários algoritmos para a divisão e multiplicação, sem sequência didática não encontra eco na nossa dissertação. Também não se fala em ludicidade e trabalhos com jogos.

A seguir, apresenta-se um Quadro 1 para melhor visualização do que fora redigido nesta subseção e encerrar com ele este capítulo de referencial teórico, para dar lugar ao da metodologia.

Quadro 1 – Sinopse da análise dos estudos correlatos - Parte 1

Título	**Autor/Ano**	**Objetivo geral**	**Metodologia**	**Público-alvo e local de pesquisa**	**Convergências**	**Divergências**
Multiplicar ou dividir: contribuições à prática pedagógica para a construção do conhecimento matemático em anos iniciais da educação básica	Patrícia Feitosa Basso Miranda (2016)	Identificar as principais competências e habilidades não assimiladas pelos alunos concluiontes do 5° ano na disciplina de Matemática, segundo a percepção dos professores que lecionam no 6° ano.	Pesquisa-ação Metodologia da resolução de problemas, explorando a proposição de problemas no processo de ensino-aprendizagem de Matemática em sala de aula Qualitativa	Professores de escolas públicas de Porto Velho, RO.	Ensino da multiplicação e divisão na educação básica. Inclui o 6° ano. O local de ação é a escola pública. Privilegia o lúdico, jogos e a confecção de material.	Público-alvo é o professor, não é o aluno. Trascende o ensino da multiplicação e divisão com números naturais, abrangendo o conjunto dos números racionais e o trabalho com frações. Não inclui a EJA.
Ideias/significados da multiplicação e divisão: o processo de aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas por alunos do 5° ano do ensino fundamental.	Sheila Valéria Pereira da Silva (2016)	Investigar as potencialidades e o processo de ensino-aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas com ideias/significados e propriedades da multiplicação e divisão por alunos de uma turma do 5° ano do Ensino Fundamental.	Resolução, exploração e proposição de problemas da matemática. Pesquisa de campo Qualitativa	Alunos do 5° ano de escola pública em campina Grande, PB.	Ensino da multiplicação e divisão na educação básica. Realização de tarefas em grupo. Preocupação com a socialização das resoluções, interação dos alunos entre si.	O público-alvo são alunos do 5° ano. Não inclui a EJA. Não trabalha atividades com jogos ou lúdicas em sala de aula.

Quadro 1 – Sinopse da análise dos estudos correlatos - Parte 2

Título	**Autor/Ano**	**Objetivo geral**	**Metodologia**	**Público alvo e local de pesquisa**	**Convergências**	**Divergências**
Algoritmos utilizados para as Quatro Operações Elementares	Gracielly da Silva Santana (2016)	Demonstrar alguns algoritmos que podem ser utilizados para resolver cada uma das quatro operações: adição, subtração, multiplicação e divisão.	Pesquisa bibliográfica		Refere-se ao ensino das operações matemáticas na educação básica. Utilização da técnica Material Dourado no ensino das operações elementares e outros materiais lúdicos, como jogos, mas apenas nas séries iniciais.	Não há pesquisa empírica. O foco recai sobre as quatro operações. Não menciona trabalho em grupo. Não se comenta sobre a EJA.
Criptografia Kid-RSA adaptada: Uma abordagem didática no estudo das operações de multiplicação e divisão.	Renata Santos Lopes Cereja (2018)	Abordar, em sala de aula, as operações de multiplicação e divisão através da criptografia, mostrando que por trás das tecnologias comumente utilizadas há uso da matemática.	Criptografia kid-RSA (adaptada ao trabalho de sala de aula)	Uma escola pública e outra particular, na cidade do Rio de Janeiro, RJ.	Ensino de multiplicação e divisão no 6° ano, em uma escola pública (mas também em outra particular)	A pesquisa não menciona trabalho em grupo, socialização, atividades lúdicas e/ou jogos. Uma das aplicações da pesquisa foi em uma escola particular. Não inclui a EJA.

Fonte: Elaboração própria.

Capítulo 2

Metodologia

Este é o capítulo específico de descrição da metodologia e dos instrumentos da pesquisa desta dissertação. Ele se inicia com 2.1 Caracterização da pesquisa, apresentando a pesquisa-ação, frisando-se aí o procedimento da observação constante. O segundo momento 2.2 Questionário e entrevista, é específico desses instrumentos, utilizados para a descrição dos pesquisados. Sequencialmente vem 2.3 Local e sujeitos da pesquisa, seção que tem seus dois parágrafos iniciais referentes ao delineamento do local da pesquisa e em seguida traça o perfil dos sujeitos participantes. Em 2.4 Pré-teste, apresenta-se a eleboração, aplicação e análise deste istrumento, uma avaliação diagnóstica acerca do conteúdo exclusivo da multiplicação e divisão. E, por fim, em 2.5 Proposta didática, basando-se nos resultados do pré-teste, consta a proposta didática trabalhada.

2.1 Caracterização da pesquisa

Optou-se pela pesquisa-ação, que é um dos tipos de investigação-ação que se caracteriza pelo aprimoramento da prática (agir no campo) por meio da investigação sistemática e empírica.

> A pesquisa-ação educacional é principalmente uma estratégia para o desenvolvimento de professores e pesquisadores de modo que eles possam utilizar suas pesquisas para aprimorar seu ensino e, em decorrência, o aprendizado de seus alunos, mas mesmo no interior da pesquisa-ação educacional surgiram variedades distintas. (TRIPP, 2005, p. 445).

Tripp (2005, p. 447) atribui características básicas da pesquisa-ação, tais como:

inovadora: apresenta sempre algo novo,

contínua: não é repetida nem ocasional,

proativa estrategicamente: há mudança a partir da compreensão,

participativa: todos se envolvem no trabalho de modo colaborativo,

intervencionista: ocorre em cenários sociais não manipulados,

problematizada: parte de situações-problema,

deliberada: a intervenção na prática é uma aventura no desconhecido para aperfeiçoar a situação,

documentada: seu processo é rigorosamente documentado,

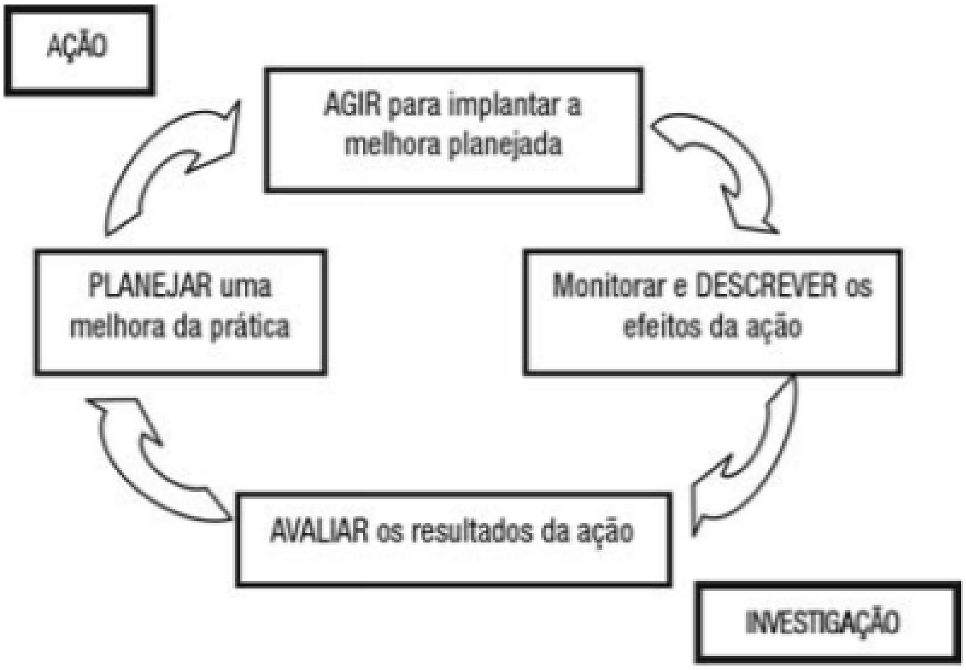
compreendida: apenas a partir da compreensão do problema ocorre a projeção de mudanças,

disseminada: há o compartilhamento do conhecimento entre pares.

Primeiro está o ato de PLANEJAR visando uma melhora da prática, depois o AGIR para implantar a melhora planejada, seguido das condutas de monitorar e DESCREVER os efeitos da ação, para, enfim AVALIAR os resultados da ação (Figura 15), num encadeamento espiralado, de modo que se aprende muito durante o processo tanto no tocante à prática quanto da investigação. Assim, "[...] o que se alcança em cada ciclo fornece o ponto de partida para mais melhora no seguinte" (TRIPP, 2005, p. 454). "Esse vai-e-vem da pesquisa exige do pesquisador estudo da teoria para equacionar problemas da prática. Dessa forma, ele e os pesquisados crescem em teorização" (PONTES, 2009, p. 70).

A Figura 15 representa o movimento espiralado da pesquisa-ação, ou seja, o círculo não se fecha porque sempre há algo a acrescentar (por meio da pesquisa) e algo a melhorar (por meio das ações).

Figura 15 – Diagrama 1: representação das fases do ciclo básico da investigação-ação



Fonte: (TRIPP, 2005, p. 446)

Aplicada na educação, o aluno evolui no processo de implementação; portanto, "O foco dessa metodologia não está no produto final da mudança, mas nas mudanças que ocorrem no processo" (PONTES, 2009, p. 71). Essa metodologia requer a observação direta e sistemática dos pesquisados, anotações do cotidiano em um diário de bordo, registrando avanços e recuos observados, reclamações, falas, dados.

> A observação é uma técnica de coleta de dados para conseguir informações e utiliza os sentidos na obtenção de determinados aspectos da realidade. Não consiste apenas em ver e ouvir, mas também em examinar fatos ou fenômenos que se desejam estudar.
> É um elemento básico de investigação científica, utilizado na pesquisa de campo [...] A observação ajuda o pesquisador a identificar e a obter provas a respeito de objetivos sobre os quais os indivíduos não têm consciência, mas que orientam seu comportamento. Desempenha papel importante nos processos observacionais, no contexto da descoberta [...] É o ponto de partida da investigação social. (LAKATOS; MARCONI, 2003, p. 190-191).

É oportuno esclarecer que o número de participantes de uma pesquisa-ação é sempre reduzido, isso porque tanto na própria condução da pesquisa quanto no tipo de coleta e análise dos dados, que demanda um aprofundamento interpretativo rigoroso. É, pois, uma pesquisa qualitativa. Caso o quantitativo de pesquisados seja numeroso, o pesquisador não consegue manter a qualidade da pesquisa, nem da coleta e da análise dos dados do início ao fim do processo; a exaustão do pesquisador resulta em baixa na qualidade da pesquisa.

“Embora haja um plano de ações a desenvolver, ocorre, em todo o processo, certa imprevisibilidade no tocante às estratégias. Isso porque o pesquisador é aquele que ouve os sujeitos e considera as situações emergentes para, se preciso for, redirecionar o planejado” (PONTES, 2009, p. 71). A flexibilidade do planejamento é uma característica marcante, mas que, nem por isso, abala o rigor científico do método. Simplesmente, “O pesquisador não deve ser um serviçal a cumprir às cegas um projeto preestabelecido, imposto, mas defensor de um interesse, de uma proposta” (PONTES, 2009, p. 71).

A reflexão é uma constante a permear o processo da pesquisa-ação; ocorre desde o início sobre o objeto a ser investigado, durante a implementação e monitoramento do planejamento e depois, sobre os resultados e novas investidas de planejamento. Convém esclarecer que “Os pesquisados não são objetos inertes, não são cobaias, mas sujeitos ativos e consciente das transformações que estão ocorrendo em prol de sua autonomia” (PONTES, 2009, p. 72). Assim,

> [...] quando um pesquisador consegue que alguém concorde em participar de seu projeto, a pessoa que coopera trabalha como parceiro sob muitos aspectos (uma vez que é regularmente consultado), mas num projeto que sempre “pertence” ao pesquisador (o “dono” do projeto). A maioria das pesquisas para dissertação é desse tipo. (TRIPP, 2005, p. 454).

“Na realização das tarefas, o pesquisador só intervém quando há necessidade. Se o grupo não consegue solucionar problemas, o pesquisador facilita o caminho para a descoberta de respostas” (PONTES, 2009, p. 72).

A natureza da pesquisa-ação, reiterando, é qualitativa: em vez de estatísticas e regras, há descrição, comparação e interpretação por parte do pesquisador; em vez de controle dos participantes, estes são participativos e interagem com o pesquisador. “A abordagem qualitativa parte do fundamento de que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, uma interdependência viva entre o sujeito e o objeto, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito” (CHIZZOTTI, 1998, p. 79).

Uma atitude frequente do pesquisador em qualquer tipo de pesquisa é a observação. Explicam (LAKATOS; MARCONI, 2003, p. 190) que “A observação direta intensiva é realizada através de duas técnicas: observação e entrevista”. Nesta pesquisa seguiu-se a orientação da observação constante e foram aplicados, inicialmente, o questionário e a entrevista.

2.2 Questionário e entrevista

O porquê do uso desses instrumentos (questionário e entrevista) é explicado pela facilidade de aplicação e pela coleta de dados essenciais daquilo que se quer saber. Quanto ao questionário, a sua opção se deu pela viabilidade de seu emprego em se tratando de coletar dados ora pontuais ora correspondentes

> [...] a questões de cunho empírico, envolvendo opinião, percepção, posicionamento e preferências dos pesquisados. Neste sentido, busca-se destacar a forma pela qual são construídas as perguntas do questionário, atentando-se para o conteúdo, número e ordem das questões, uma vez que as perguntas são as responsáveis pelo alcance das respostas ao desenvolvimento dos trabalhos. (CHAER; DINIZ; RIBEIRO, 2011, p. 251).

Como se nota, os dados coletados desse instrumento possibilitam ao pesquisador informações da realidade para conduzir sua pesquisa e devida tomada de decisões. Gil (2002, p. 128-129) já arrolara muitas vantagens desse instrumento das quais se sublinha o gasto com este, praticamente sem oneração e sem a necessidade de treinamento do pesquisador. Acrescenta-se aí a possibilidade de "sistematização dos resultados obtidos, tornando-se mais fácil automatizar o processo de análise e tratamento dos dados" (SANTOS, 2008, p. 1).

As questões utilizadas no questionário aplicado aqui são mistas, isto é, fechadas (há padronização e uniformização das respostas dos dados) e abertas ("[...] o informante responde livremente, da forma que desejar, e o entrevistador anota tudo o que for declarado") (GERHARDT et al., 2009, p. 70).

A entrevista (o outro instrumento utilizado) caracteriza-se pela conversação face a face, cujo objetivo é a obtenção de dados, que muito ajuda no tratamento de um problema social, sendo considerada por alguns autores uma ferramenta "[...] por excelência da investigação social" (LAKATOS; MARCONI, 2003, p. 195-196). Sendo escrita, como a ora aplicada, é "[...] uma modalidade que permite ainda um maior controle do investigador sobre o registro das respostas bem cômodos critérios de amostragem, facilitando sua análise posterior" (COLONESE; MÉLO, 1998, p. 146).

Optou-se pela entrevista semiestruturada, com perguntas abertas e fechadas, conforme explica (BONI; QUARESMA, 2005), o que possibilita ao pesquisador não se prender à pergunta formulada, assemelhando-se a uma conversa informal, tendo flexibilidade quanto à duração e facilitando entrevistar pessoas não alfabetizadas.

Esclarece-se que para esta pesquisa os instrumentos foram aplicados a partir da assinatura do documento Autorização dos Responsáveis (Apêndice B). Foram explicados aos participantes que o motivo da pesquisa era acerca do método a lhes ser adotado com o fim de melhorar seu desempenho matemático e que os dados coletados serviriam para uma pesquisa de Mestrado em Matemática. Todos aceitaram participar e assinar o documento. E só de posse desse documento se deram a aplicação do questionário e da entrevista. Reitera-se que a observação foi uma atitude constante do professor-pesquisador, como uma das características inerentes à pesquisa-ação.

A opção pela entrevista escrita se deu pela necessidade de se coletar dados mais peculiares, já que o questionário poderia não incitar certas manifestações. Por que não uma entrevista oral? Se por um lado, a utilização de gravador nesse momento poderia inibir os respondentes; por outro, sem a utilização do gravador, seria necessário contar apenas com a memória da professora, o que certamente falharia na transcrição dos dados. Restou, portanto, a modalidade escrita, mas o procedimento foi o mesmo da oral.

A professora esteve presente na aplicação desses instrumentos observando atentamente cada gesto, atitude, fala, silêncio (que posteriormente foram registrados no diário de bordo); além disso, procurou estimular, o tempo todo, os alunos para que lembrassem e escrevessem detalhes marcantes de sua vida escolar. Ainda assim houve alunos que não responderam a uma das questões.

De posse dos dados coletados, realizou-se a análise interpretativa destes, o que resultou no delineamento dos sujeitos desta investigação conforme apresentado na seção que se segue.

2.3 Local e sujeitos da pesquisa

Realizou-se uma pesquisa empírica numa escola da rede pública de ensino do estado do Rio de Janeiro, numa cidade do interior, Bom Jesus do Itabapoana. Foi selecionada uma turma de 6º ano de ensino regular noturno, onde a própria professora ministra suas aulas, efetivada pelo estado.

Trata-se de uma escola de zona rural, um distrito (Rosal) que se localiza a 30km do centro da cidade. Há ali um povoado com um pequeno comércio. Na região predominam as atividades agrícolas. A conexão com internet é precária, o que impossibilita contato midiático a todo momento em tempo real. A própria escola passa por diversos momentos desconectada da rede. O sinal de telefone celular é também precário, sendo necessário ao usuário buscar pontos de melhor cobertura. A comunidade faz uso mais frequente do telefone fixo. Tais circunstâncias geram uma comunidade cuja maioria dos membros não tem o hábito de “viver conectado”. Exemplo disso é que apenas um dos alunos possui celular pessoal, com sistema operacional Android. Os outros ou não possuem celular ou, quando muito, utilizam aparelhos dos pais.

A clientela de alunos dessa escola é oriunda de classe média baixa. Uns trabalham durante o dia em serviços domésticos e outros ajudam no trabalho da lavoura. A turma é composta de sete alunos. Todos participaram da pesquisa. Esta turma, apesar de estar no 6º ano do EF, constrangia-se ao falar com o professor, não queria responder ao questionário, e muito menos à entrevista, por achar tudo muito estranho. Esses alunos apresentavam (e ainda apresentam) sérios problemas de escrita, por isso houve casos de o professor-pesquisador ter de escrever por eles, conforme o que oralizavam. Na verdade, é uma turma com grande defasagem de conteúdos em todas as disciplinas.

Seu perfil assemelha-se ao de alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA) cuja trajetória é assinalada por desigualdades sociais. Reitera-se que os alunos participantes desta pesquisa pertencem ao ensino regular noturno, e não à EJA, entretanto suas características se identificam em muitos pontos com os alunos dessa modalidade de ensino. Como se observa, eles estudam à noite por trabalharem de dia, mas há também os que não trabalham de dia e estudam à noite. Estes, em geral, já não se sentem integrados aos horários diurnos, restando-lhes o horário noturno em que ainda percebem sua aceitação e inclusão social. A turma é composta de pessoas bastante heterogêneas em relação a certas características como origem, faixa etária, cultura, histórias de vida, conhecimentos prévios, experiências laborais e escolares, ritmos de aprendizagem dentre outras.

Dentre os alunos, há alguns que, mesmo não estando nas séries iniciais, não são devidamente alfabetizados, convivendo com outra parcela que já domina o código linguístico escrito e que ali estão em busca de conclusão, pelo menos, da Educação Básica e/ou outros conhecimentos necessários ao exercício de sua cidadania, pois “Ainda predomina no imaginário social a visão da escola como espaço de redenção e possibilidade de obter o que se espera na vida, através dos estudos, pela obtenção de conhecimentos” (SANTOS; CORRÊA, 2018, p. 143). Portanto, os alunos insistem nos bancos escolares em busca de transformação da própria realidade, pois concebem o conhecimento erudito/escolar como uma senha social para inserirem socialmente.

Diante desse público heterogêneo similar ao público de EJA, é crucial que o docente esteja atento para as necessidades desses alunos, ouvindo-os em seus questionamentos, possibilitando a instauração do diálogo em sala de aula, pois esse é um dos caminhos que ajudam a formar o de sujeito reflexivo, críticos e apto para transitar pelos meandros sociais. Isso demanda uma pedagogia inovadora e diferenciada de ensino, em face do desafio do docente para fazer com que todos os alunos da turma participem das atividades de modo integrado e, ao mesmo tempo, com um olhar sensível para cada um em particular. Além de tudo deve atentar-se para as peculiaridades no modo de aprender, pois um adulto não aprende da mesma forma que uma criança; ele, de acordo com (OLIVEIRA, 1999, p. 60-61),

> Traz consigo uma história mais longa (e provavelmente mais complexa) de experiências, conhecimentos acumulados e reflexões sobre o mundo externo, sobre si mesmo e sobre outras pessoas. Com relação à inserção em situações de aprendizagem, essas peculiaridades da etapa da vida em que se encontra o adulto fazem com que ele traga consigo diferentes

> habilidades e dificuldades (em comparação com a criança) e, provavelmente, maior capacidade de reflexão sobre o conhecimento e sobre seus próprios processos de aprendizagem.

Muitas dessas características descritas até aqui foram constatadas nesta investigação, como corrobora o Quadro 2, do perfil da turma pesquisada. Nele, constam mais detalhes, coletados por meio dos referidos instrumentos (questionário e entrevista), aplicados na primeira e na segunda semana de aula, respectivamente (Apêndice E). Em aula imediatamente posterior ao questionário, que ocorreu na semana seguinte, aplicou-se a entrevista escrita com o seguinte enunciado: *Explique o que você faz durante o dia que o/a impede de estudar à noite. Aproveite também para contar um pouco da sua trajetória escolar*.

Os alunos estão representados pela letra R acrescida de um número (distribuído aleatoriamente), em ordem crescente. Após a apresentação dos quadros, procede-se à leitura deles com algumas observações do professor-pesquisador.

Quadro 2 – Perfil da Turma - dados do Questionário

DADOS	RESPONDENTES						
	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7
Sexo	Feminino	Feminino	Masculino	Masculino	Masculino	Feminino	Feminino
Idade	52 anos	33 anos	16 anos	14 anos	15 anos	15 anos	60 anos
Estado civil	Casada	Casada	Solteiro	Solteiro	Solteiro	Solteira	Viúva
Grau de instrução dos pais	Analfabetos	Pai: 1ª série Mãe: Analfabeta	Analfabetos	1ª série	1ª série	1ª série	Analfabetos
Casa própria	Sim	Não	Sim	Não	Não	Sim	Sim
Tempo gasto de casa à escola	1h	20min	5min	1h	30min	10min	10min
Distância	50km	15km	200m	45km	40km	200m	200m
Condução usada	Kombi	Kombi	A pé	Kombi	Kombi	A pé	A pé
Gosta de estudar?	Sim	Sim	Mais ou menos	Sim	Mais ou menos	Mais ou menos	Sim
Por quê?	Quero aprender mais.	Importante para o meu futuro.	Tem hora que é bom Tem hora que é chato.	Os professores são muito bons com os alunos. Dão aula muito bem.	É cansativo	Tem hora que enjoa.	Quero aprender.
Gosta de matemática?	Sim	Sim	Sim	Não	Sim	Não	Sim
Por quê?	Útil no dia a dia para dar troco.	É a base de tudo.	Muito bom. Adoro.	É matéria muito difícil.	Gosto de fazer os exercícios.	É chato.	Porque gosto.
Idade de ingresso na escola	Aos 47 anos	Aos 7 anos	Aos 5 anos	Desde o presinho	Aos 7 anos	Aos 6 anos	Aos 55 anos
Já repetiu o ano?	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim 4X	Sim	Sim
Já parou de estudar?	Sim	Sim	Não	Não	Não	Não	Sim 2X
Se sim, por quê?	Doença do marido.	Mudança de residência e o trabalho.	-	-	-	-	Uma por doença. Outra por cansaço.
O que faz durante o dia que o impede de estudar à noite?	Trabalho na lavoura ou na pousada.	Trabalho fora e cuido da família.	Nada	Nada	Nada	Nada	Trabalho na lavoura ou na pousada.
Relate sua trajetória escolar.	Não relatou.	Não relatou.	Sempre estudei nesta escola.	Troquei de várias escolas por mudança de residência.	Estudava na Prata (localidade). Repeti o 3º ano 4X.	Não relatou.	Não relatou.

Fonte: Elaboração Própria.

A turma é composta por sete alunos: três do sexo masculino (todos adolescentes) e quatro do sexo feminino. É notável a discrepância na faixa etária desta turma. Quatro regulam entre 14 e 16 anos, mas há um com 33 (sem mais ninguém da sua geração), e entre os outros, um tem 52 anos e o outro 60. Quanto ao estado civil, os quatro adolescentes são solteiros, a de 33 e a de 52 são casadas, e apenas uma é viúva, exatamente a de 60 anos.

A predominância de pais analfabetos se dá entre os alunos adultos (os de 52 e de 60 anos), a de 33 anos somente a mãe é analfabeta e o pai tem a 1ª série do EF. Dos quatro adolescentes, o de 16 anos tem pais analfabetos e os pais dos demais têm apenas a 1ª série do EF. A maior parte tem casa própria (incluem-se aí as duas mais velhas), os demais não. Três dos alunos gastam entre 5 e 10 minutos para chegarem à escola, pois residem perto desta (os 3 a 200m), por isso vão a pé à aula. Já os outros quarto vão de Kombi escolar porque suas residências distam entre 15 e 50km da escola e demoram para lá chegar entre 20min e 1h. Esclarece-se que todos os alunos que vêm de Kombi para a escola residem na zona rural.

Ninguém manifestou *não gostar de estudar*, mas três adolescentes disseram *mais ou menos* (argumentando: *Tem hora que é bom. Tem hora que é chato; É cansativo; Tem hora que enjoa)*, os demais alunos responderam *sim*. Apenas dois adolescentes (quatorze e quinze anos) disseram não gostar de matemática argumentando *É matéria muito difícil* e *É chato*, respectivamente. Os demais (que responderam positivamente a esse respeito) assim se manifestaram: *Útil no dia a dia para dar troco; É a base de tudo; Muito bom. Adoro; Muito bom. Adoro; Porque gosto.*

As alunas de 51 e 60 anos entraram na escola apenas quando já tinham 47 e 55 anos de idade, respectivamente. As respostas dos demais variaram entre *desde o presinho*, 5 anos até 7 anos. Toda a turma já repetiu ano(s) de estudo e três já pararam de estudar, só os adolescentes que não. Os motivos da interrupção nos estudos foram: *Doença do marido; Mudança de residência e o trabalho; Uma por doença. Outra por cansaço* (Esta parou por duas vezes).

Sobre atividades que praticam durante o dia, quatro adolescentes disseram não fazer *Nada* durante o dia; já os adultos responderam: *Trabalho na lavoura ou na pousada; Trabalho fora e cuido da família; Cuido de casa e costuro*. Já quanto ao relato da trajetória escolar (também entrevista escrita), quatro nada responderam, mas três adolescentes assim o disseram: *Sempre estudei nesta escola; Troquei de várias escolas por mudança de residência; Estudava na Prata* [localidade]. *Repeti o 3º ano 4 vezes*.

Após o desenho do perfil da turma, procede-se a uma descrição de cada respondente, baseando-se em suas respostas e também em algumas observações do professor-pesquisador.

R1 é uma mulher de 52 anos, casada, filha de pais analfabetos e só começou seus estudos aos 47 anos, já repetiu ano e já parou de estudar por doença do marido; possui casa própria, que dista 50km da escola, por isso vem de Kombi estudar, gastando no trajeto 1 hora. Diz que gosta de estudar porque quer aprender mais; gosta também de matemática por considerá-la *útil no dia a dia para dar troco*. Não relatou sua trajetória escolar. R1 não foi alfabetizada, e os professores de outras disciplinas relataram levar atividades especiais para ela e R7.

R2 tem 33 anos, é casada, filha de mãe analfabeta e de pai que só cursou a 1ª série do EF. Ingressou-se aos 7 anos na escola, mas repetiu ano e interrompeu os estudos. Isto em decorrência de mudança de residência e por ter que trabalhar, aliás ainda trabalha fora e cuida da família durante o dia. Não tem casa própria e mora a 15km fora da escola, para onde vem de Kombi consumindo nesse itinerário 15min. Diz gostar de estudar por ser importante para o seu futuro. E gosta de matemática por ser *a base de tudo*. Não relatou sobre a trajetória escolar.

Solteiro e com 16 anos de idade, R3 é filho de pais analfabetos. Vem a pé e em 5min para a escola, pois sua residência (casa própria) dista 200m de onde estuda. Revelou gostar *mais ou menos* de estudar, por ser ora *bom* ora *chato*. Mas gosta muito de matemática: adora a disciplina. Estuda desde os 5 anos de idade. Já repetiu o ano escolar, mas nunca parou de estudar. Sobre sua trajetória escolar só disse que sempre estudou na escola onde está hoje.

Solteiro, pois R4 é um adolescente de apenas 14 anos, o mais novo da turma. Seus pais cursaram só a 1ª série do EF. A família não mora em casa própria, a qual fica a 45km da escola – um percurso de 1h de Kombi. Gosta de estudar porque *Os professores são muito bons, dão aula muito bem*; porém, não gosta de matemática por considerá-la muito difícil. Estuda desde a pré-escola; já repetiu o ano letivo, mas nunca parou de estudar. Durante o dia diz não fazer nada. Disse, no relato da trajetória escolar, ter trocado muito de escola devido a constantes mudanças de residência da família.

Também solteiro, o adolescente R5, de 15 anos, é filho de pais que cursaram apenas a 1ª série do EF. A família não mora em casa própria, distante a 40km da escola, aonde vai de Kombi – um trajeto de meia hora. Por achar cansativo, diz gostar mais ou menos de estudar; entretanto, gosta de matemática, de fazer os exercícios. Iniciou os estudos aos 7 anos; já repetiu ano 4 vezes, mas não parou de estudar. Alegou nada fazer durante o dia.

R6 é uma adolescente solteira, de 15 anos, filha de pais que cursaram apenas a 1ª série do EF. Mora a 200m da escola, em casa própria, gasta 10min, andando a pé para ir à aula. Gosta *mais ou menos* de estudar porque *tem hora que enjoa*. Não gosta de matemática porque é *chato*. Estuda desde os seus 6 anos. Já repetiu o ano sem, porém, parar de estudar. Diz não fazer *nada* durante o dia. Não fez o relato de sua trajetória escolar. Essa aluna relutou para preencher o questionário. A explicação que dava era querer ir para casa para assistir à novela.

R7 é viúva, filha de pais analfabetos, tem 60 anos e só iniciou os estudos aos 55 anos. Já repetiu o ano e também parou de estudar 2 vezes, uma por motivo de doença e outra por cansaço. Vai a pé para a escola e lá chega em 10min, pois a distância é de 200m. Diz gostar de estudar porque quer aprender; diz gostar de matemática porque gosta. Durante o dia diz cuidar da própria casa e costurar. Devido a aluna escrever precariamente, a professora teve que soletrar as palavras das questões abertas para preencher a questão 11 do questionário, conforme ela ia oralizando, pois o sinal de término da aula havia dado. Os demais professores fazem atividades especiais para ela, por não acompanhar a turma.

Tendo já delineado o perfil dos alunos passa-se a apresentar o pré-teste que lhes fora aplicado.

2.4 Pré-teste

O pré-teste (Apêndice D), no caso desta pesquisa, é um instrumento de avaliação diagnóstica cuja função é situar o pesquisador no início de seu trabalho que, neste caso, é conhecer o estágio de aprendizagem da turma no que concerne a conhecimentos mínimos indispensáveis para a elaboração e a prática das atividades posteriormente. Sobre esse instrumento, esclarecem (RAMPAZZO; JESUS, 2011, p. 6):

> Aplica-se ao início de um período específico, de uma unidade ou de um novo assunto a ser trabalhado, cuja função é diagnosticar os conhecimentos que os alunos já possuem sobre o conteúdo. Traduz-se em uma sondagem sobre o desenvolvimento e a aprendizagem do conteúdo a ser trabalhado, possibilitando definir o caminho e os pré-requisitos que ainda precisam ser construídos. Por meio da avaliação diagnóstica, o professor, pode averiguar as causas das dificuldades de aprendizagem apresentadas repetidamente pelo aluno.

Seguindo essas orientações, o pré-teste foi aplicado. As subseções a seguir discorrem sobre como se deu o processo de sua elaboração, aplicação e análise de dados.

2.4.1 Elaboração

A primeira questão (Figura 16) aborda os algortimos da multiplicação e divisão. O objetivo é verificar a familiaridade com esses, nos casos em que um dos fatores ou divisor é formado apenas pelo algarismo das unidades e também quando formado por números maiores que 10.

Figura 16 – Questão 1 da Avaliação Diagnóstica

1. Arme e efetue:

a) 802 x 2 =

b) 127 x 13 =

c) 105 ÷ 5 =

d) 876 ÷ 12 =

Fonte: Elaboração Própria.

A questão 2 (Figura 17) apresenta aborda uma situação-problema, com o intuito de verificar se o aluno sabe interpretá-la e solucioná-la usando o algoritmo ou a ideia de multiplicação como adição de parcelas iguais.

Figura 17 – Questão 2 da Avaliação Diagnóstica

2. Isaac ganhou quatro quites de carinhos, cada quite vem com 12 carrinhos. Quantos carrinhos Isaac ganhou ao todo?

Fonte: Elaboração Própria.

Na questão 3 (Figura 18), os alunos devem completar as sequências com os termos que não foram dados. O objetivo é verificar se ele consegue deduzir termos de sequências numéricas usando conhecimentos das operações básicas e raciocínio lógico.

Figura 18 – Questão 3 da Avaliação Diagnóstica

3. Siga a sequência:

a) 2 – 4 – _____ – 8 – _____ – _____ – _____ – 16

b) 6 – 12 – _____ – 24 – _____ – 36 – _____ – 48

c) 80 – 70 –_____ – 50 – 40 – _____ – 20 – ____

d) 32 – 16 – _____ – 4 – _____– 1

Fonte: Elaboração Própria.

Na questão 4 (Figura 19), apresenta-se uma situação-problema, cujo objetivo é verificar se o aluno sabe interpretar e solucionar situações-problema relacionadas à ideia de divisão como partição.

Figura 19 – Questão 4 da Avaliação Diagnóstica

4. João comprou 3 blusas de valores iguais por R$ 141,00. Qual o preço de cada blusa?

Fonte: Elaboração Própria.

A quinta e última questão (Figura 20), os alunos analisam uma nova situação-problema. Seu objetivo é verificar se o aluno sabe resolvê-la utilizando o algoritmo da divisão ou ideias associadas à divisão.

Figura 20 – Questão 5 da Avaliação Diagnóstica

5. Luciana comprou uma bicicleta que custou R$ 560,00. Ela vai pagar essa bicicleta em 8 prestações iguais. Qual será o valor de cada prestação?

Fonte: Elaboração Própria.

2.4.2 Aplicação e análise de dados

No dia 22 de agosto foi realizada a aplicação do pré-teste. Percebeu-se no início a tensão da turma, apesar de já se ter conversado previamente com os alunos em aulas anteriores sobre tal tarefa, alguns ficaram confusos achando que tal instrumento substituiria uma avaliação bimestral. Foi, então, necessário explicar novamente a natureza do instrumento utilizado. Inicialmente resistiram à instrução de se sentarem em filas para a realização do teste. Foi preciso que a professora intervisse em vários momentos para evitar conversa paralela. R5 quis por diversas vezes entregar a folha em branco, sem ter ao menos tentado resolver alguma questão teste. Com muito custo e “chantagem” (disse que havia preparado uma atividade ainda maior para aqueles que optassem por não participar), o aluno sossegou e tentou responder as questões.

A turma pedia auxílio várias vezes durante o teste. Foi necessário fazer a leitura para as alunas que não foram totalmente alfabetizadas: R1 e R7. Em um determinado momento, R7, o único que possui celular tentava utilizar o aparelho a fim de efetuar um item do número 1. A professora pediu que o aluno guardasse o aparelho dentro da mochila que estava no chão, ao que o aluno retrucou a permissão da ferramenta *para fazer as continhas*, pois era mais rápido e algumas ele não sabia. Por certo, tal concessão lhe fora negada.

Na primeira questão do pré-teste, que abordava os algoritmos da multiplicação e divisão, observou-se:

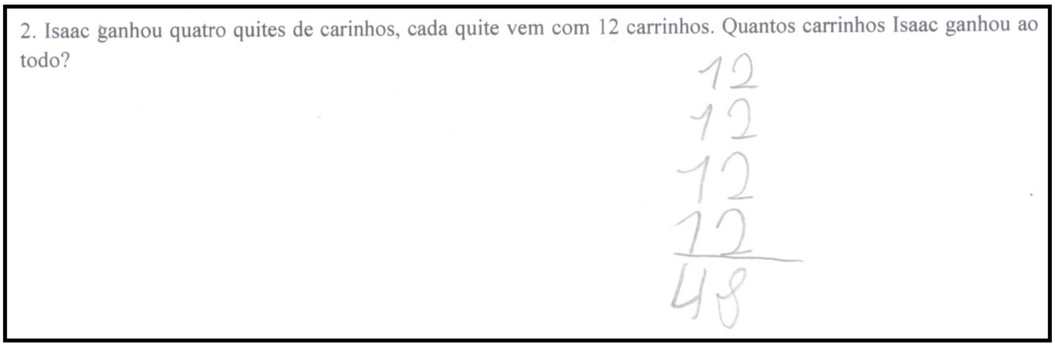
- Item **a**– os alunos foram bem, pois apenas R7 a errou e R1 deixou-a em branco. Ocorre que o raciocínio que se espera dos alunos nesta questão é mínimo.

- Item **b**– apenas R3 e R4 acertaram; R2, R5 e R7 a erraram; R1 e R6 a deixaram em branco.
- Item **c**– o único a acertar foi R4; R7 e R5 a erraram; R1, R2, R3 e R6 a deixaram em branco.
- Item **d**– o único a acertar foi R4; R5 e R7 a erraram; R1, R2, R3 e R6 a deixaram em branco.

À medida que as dificuldades de raciocínio se intensificavam, os alunos foram demonstrando seus embaraços nas operações de multiplicação de divisão, especialmente quando os fatores e o dividendo são números maiores do que 10. Vale lembrar que "Resolver e elaborar problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição equitativa e de medida, por meio de estratégias e registros pessoais" (BRASIL, 2018, p. 287), é uma habilidade cujo desenvolvimento é esperado do aluno no terceiro ano do ensino fundamental, portanto essas dificuldades evidenciam ainda mais as defasagens de ciclos anteriores.

Na questão 2, três alunos a deixaram em branco. Destaca-se a resposta da aluna R7 (Figura 21), que resolveu por tentativas a questões 2, adicionando as parcelas para chegar ao total gasto no problema.

Figura 21 – Resposta da aluna R7 para a questão 2



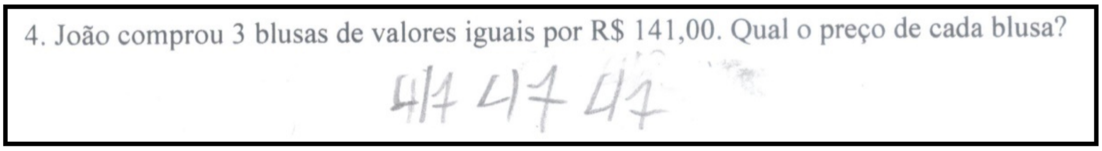
Fonte: Dados da pesquisa.

Com efeito, é comum se encontrar alunos com a inexperiência de resolução de problemas, mas é, "[...] é principalmente através da resolução de uma série de problemas escolhidos pelo professor que o aluno constrói seu saber, em interação com os outros alunos" (CHARNAY, 1996, p. 42).

Na questão 3, observou-se que os alunos mostraram maior facilidade nos itens de raciocínio lógico que poderiam ser associados a operações de adição, subtração e/ou tabuadas. Novamente, a maior dificuldade mostrou-se no item de raciocínio lógico ligado à divisão. Aliás, acerca desse entrave, afirma Charnay (1996, p. 38) que "o aluno deve ser capaz não só de repetir ou refazer, mas também de ressignificar em situações novas, de adaptar, de transferir seus conhecimentos para resolver novos problemas".

A questão 4, considerou-se que só R7 a acertou (Figura 22), mesmo não formulando sua resposta de maneira esperada pela professora, à sua maneira ela encontrou o valor pedido da prestação.

Figura 22 – Resposta da aluna R7 para a questão 4

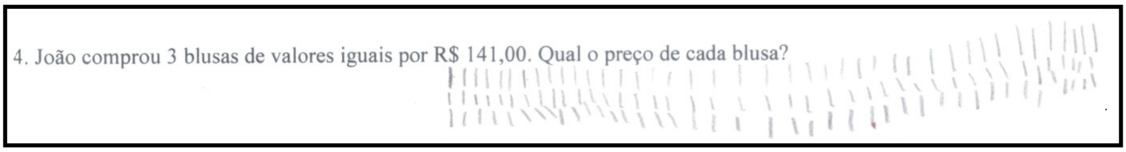

4. João comprou 3 blusas de valores iguais por R$ 141,00. Qual o preço de cada blusa?

47 47 47

Fonte: Dados da pesquisa.

Destaca-se também (Figura 23) que R3 se esforçou utilizando a técnica de contagem na estratégia de divisão.

Figura 23 – Resposta do aluno R3 para a questão 4

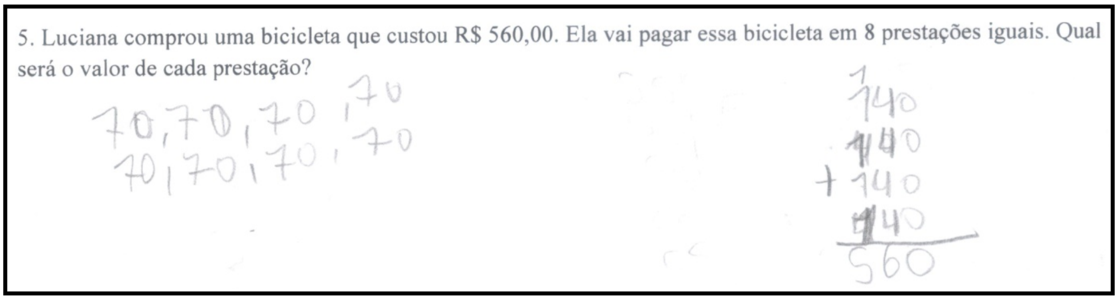

4. João comprou 3 blusas de valores iguais por R$ 141,00. Qual o preço de cada blusa?

Fonte: Dados da pesquisa.

Os alunos foram demonstrando suas deficiências para efetuar a operação de divisão com números grandes, mesmo com o divisor sendo um número natural menor do que 10. A propósito, Vergnaud (2011) adverte para a efetiva dificuldade apresentada pelos estudantes com a operação de divisão. Na verdade, é um alerta para o professor para a necessidade de trabalho intensivo e diversificado com situações que envolvam essa operação. É importante ressaltar que as dificuldades do estudante em relação à operação de divisão não se restringem ao domínio do algoritmo, mas estão ligadas também à compreensão das relações envolvidas nas situações. E esses óbices não podem passar despercebidos/negligenciados pelo professor.

Na questão 5 (Figura 24), considerou-se que apenas R3 a acertou, por tentativas, adicionando parcelas para chegar ao valor total, sem, contudo, formular a resposta final, que é o valor de cada prestação.

Figura 24 – Resposta do aluno R3 para a questão 5


5. Luciana comprou uma bicicleta que custou R$ 560,00. Ela vai pagar essa bicicleta em 8 prestações iguais. Qual será o valor de cada prestação?

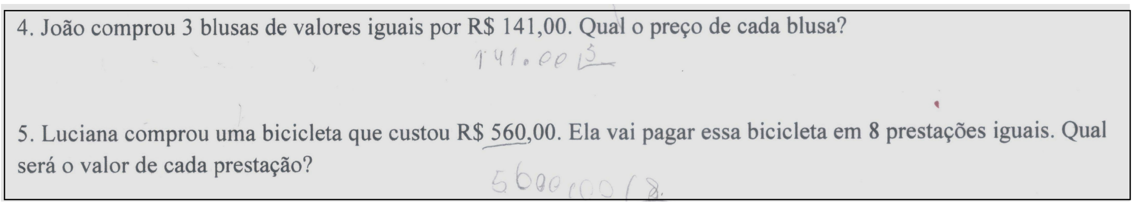
70, 70, 70, 70
70, 70, 70, 70

140
140
+ 140
140
560

Fonte: Dados da pesquisa.

R5 interpreta corretamente os problemas 4 e 5 identificando a operação a ser realizada para solucionar os problemas (Figura 25). O aluno apenas monta a operação de divisão pelo método de chaves, inserindo também a vírgula e os centavos no dividendo.

Figura 25 – Resposta do aluno R3 para as quetões 4 e 5


4. João comprou 3 blusas de valores iguais por R$ 141,00. Qual o preço de cada blusa?

141,00 |3

5. Luciana comprou uma bicicleta que custou R$ 560,00. Ela vai pagar essa bicicleta em 8 prestações iguais. Qual será o valor de cada prestação?

5600,00 |8

Fonte: Dados da pesquisa.

Chegou-se à última questão com os alunos demonstrando suas dificuldades em trabalhar situações-problema relacionadas à operação de divisão. “Evidentemente, a aprendizagem de um repertório básico de cálculos não se dá pela simples memorização de fatos de uma dada operação, mas sim pela realização de um trabalho que envolve a construção, a organização e, como consequência, a memorização compreensiva desses fatos” (BRASIL, 1998, p. 70). Com efeito, quando se relaciona interpretação à representação, esse processo se realiza levando o docente à reflexão acerca da premência de elaboração de conceitos por parte do discente visando a atribuição de sentido ao conteúdo que deve ser ensinado. Além do mais, o professor que assim procede passa a olhar diferente o seu aluno, o que o leva à melhor condução de resolução de problemas, nem todos especificamente por meio de algoritmo.

Esse mecanismo reforça a necessidade de adoção de procedimentos de cálculo que já deveriam estar consolidados, de acordo com um dos objetivos da matemática indicado pelos PCN para o terceiro ciclo, qual seja: “[...] selecionar e utilizar procedimentos de cálculo (exato ou aproximado, mental ou escrito) em função da situação-problema proposta” (BRASIL, 1988, p. 64).

Enfim, sobre o pré-teste, a Tabela 1 sintetiza a situação inicial dos sete alunos da turma, com a apresentação de acertos, erros e respostas deixadas em branco. De antemão, esclarece-se que as respostas nas quais o aluno armou, porém não efetuou a conta, foram consideradas "em branco".

Tabela 1 – Pré-teste

Questão	**Acertos**	**Erros**	**Em branco**
1a	05	01	01
1b	02	03	02
1c	01	02	04
1d	01	02	04
2	04	00	03
3a	06	01	00
3b	04	01	02
3c	04	01	02
3d	02	02	03
4	01	02	04
5	01	00	06
Total	31	15	31

Fonte: Elaboração Própria.

Depreende-se do pré-teste que as defasagens ficaram ainda mais perceptíveis e as dificuldades se intensificaram frente a problemas que exigem a compreensão dos processos de multiplicação e divisão, especialmente nas situações-problema que implicam interpretação e identificação de qual operação usar. Muitas vezes eles perguntavam *o que é para fazer aqui?, tenho que somar esses números? Multiplicar então?*, como se os números pudessem ser descontextualizados, tornando-se sem significado, como se estudar matemática se resumisse a processos repetitivos e mecanizados.

Nesse sentido, os PCN explicam que esse tipo de comportamento pode ser decorrente da prática adotada pelo professor, baseada na reprodução. Fato é que,

> Tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino de Matemática tem sido aquela em que o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupõe que o aluno aprenda pela reprodução. Assim, considera-se que uma reprodução correta é evidência de que ocorreu a aprendizagem. Essa prática de ensino tem se mostrado ineficaz, pois a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não apreendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos. (BRASIL, 1998, p. 37).

Enfim, o pré-teste foi um instrumento fundamental para se elaborar a proposta didática deste percurso, pois possibilitou constatar as dificuldades da turma ao trabalhar com os algoritmos da multiplicação e divisão, assim como situações-problema envolvendo envolvendo essas operações. É sobre a proposta didática, o foco da seção a seguir.

2.5 Proposta didática

A proposta didática elaborada para esta pesquisa é composta por cinco atividades e uma ficha de autoavaliação sempre preenchida no final de cada atividade.

2.5.1 Atividade 1

Tempo estimado: 2 tempos de aula

Organização da turma: Duplas

A elaboração desta tarefa foi adaptada após ler e assistir ao vídeo da Nova Escola[2], de 19 de dezembro de 2011, cujo título é “Tabuada: como usar a tabela pitagórica”. O objetivo da Atividade 1 (Apêndice F) é revisar e fixar de o conceito da tabuada, fundamental para efetuar as operações de multiplicação e divisão, construindo e utilizando fatos básicos da adição e da multiplicação para o cálculo mental ou escrito. Considera-se esta uma atividade "teto baixo e piso alto", pois para além da simples memorização da tabuada, ela permite ampliar visualmente a configuração retangular da multiplicação, e a construção de cálculos memorizados por meio da percepção de regularidades que estão apoiadas nas propriedades comutativas, distributiva e associativas explorando as relações multiplicativas. Reconstruir esses cálculos permite elevar o nível de conhecimento da tabuada, facilitando o cálculo mental e escrito.

Essa atividade (Figura 26) é composta por uma única questão, dividida em 6 subitens. No item a, aborda-se a disposição retangular da multiplicação, verificada por contagem e visualmente.

[2] Revista Nova Escola - 19 de Dezembro de 2011. Disponível em: https://bit.ly/3ak9X3M.

Figura 26 – Item **a** da atividade 1

1. Completaremos a tabela, colocando no quadradinho onde as linhas e as colunas se encontram o resultado da multiplicação dos números dispostos no quadradinho superior de cada coluna com o quadradinho inicial de cada linha.

Observe o exemplo: 7x3 = 21

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7			21							
8										
9										
10										

a) Conte os quadradinhos das colunas 1, 2 e 3 até a linha 7. O resultado coincide com o número inserido no encontro da coluna 3 com a linha 7? Porquê?

Fonte: Elaboração própria.

Nos itens b, c, e d (Figura 27), o objetivo é completar algumas colunas na tabela e em seguida levar o aluno a deduzir e construir resultados de outras tabuadas, apoiando-se nas propriedades multiplicativas.

Figura 27 – Itens **b**, **c** e **d** da atividade 1

b) Complete as colunas referentes a tabuada do 2 e do 3. Você conseguiria identificar outra tabuada que tenha como resultado a soma dos produtos que você preencheu agora?

c) Complete a coluna referente a tabuada do 4. A partir da tabuada do 2, qual cálculo seria necessário efetuar para encontrar a tabuada de 4? Usando raciocínio similar, a partir da tabuada do 4, construa a tabuada do 8.

d) Construa as tabuadas do 5 e do 6 como preferir e registre suas estratégias.

⇒ Tabuada do 5

⇒ Tabuada do 6

Fonte: Elaboração própria.

No item e (Figura 28), instiga-se os alunos a construírem as próprias estratégias para encontrar a tabuada do sete.

Figura 28 – Item **e** da atividade 1

e) Quais colunas de resultados devo somar para encontrar a tabuado do 7? Há outras possibilidades? Discuta com o grupo e registre as possibilidades encontradas.

Fonte: Elaboração própria.

No item f (Figura 29), o objetivo é mostrar estratégias de cálculo por meio das propriedades comutativa e distributiva, solicitando aos alunos a verificarem estratégias similares.

Figura 29 – Item **f** da atividade 1

f) Observe duas maneiras que alguém encontrou o resultado de 9x6:

- 9 x 6 = (9 x 3) x 2 = 27 x 2 = 54, pois 3 x 2 = 6
- 9 x 6 = (9x2) + (9x4) = 18 + 36 = 54, pois 2 + 4 = 6

Baseando-se no exemplo acima, encontre duas formas diferentes de calcular 9x8.

____

____

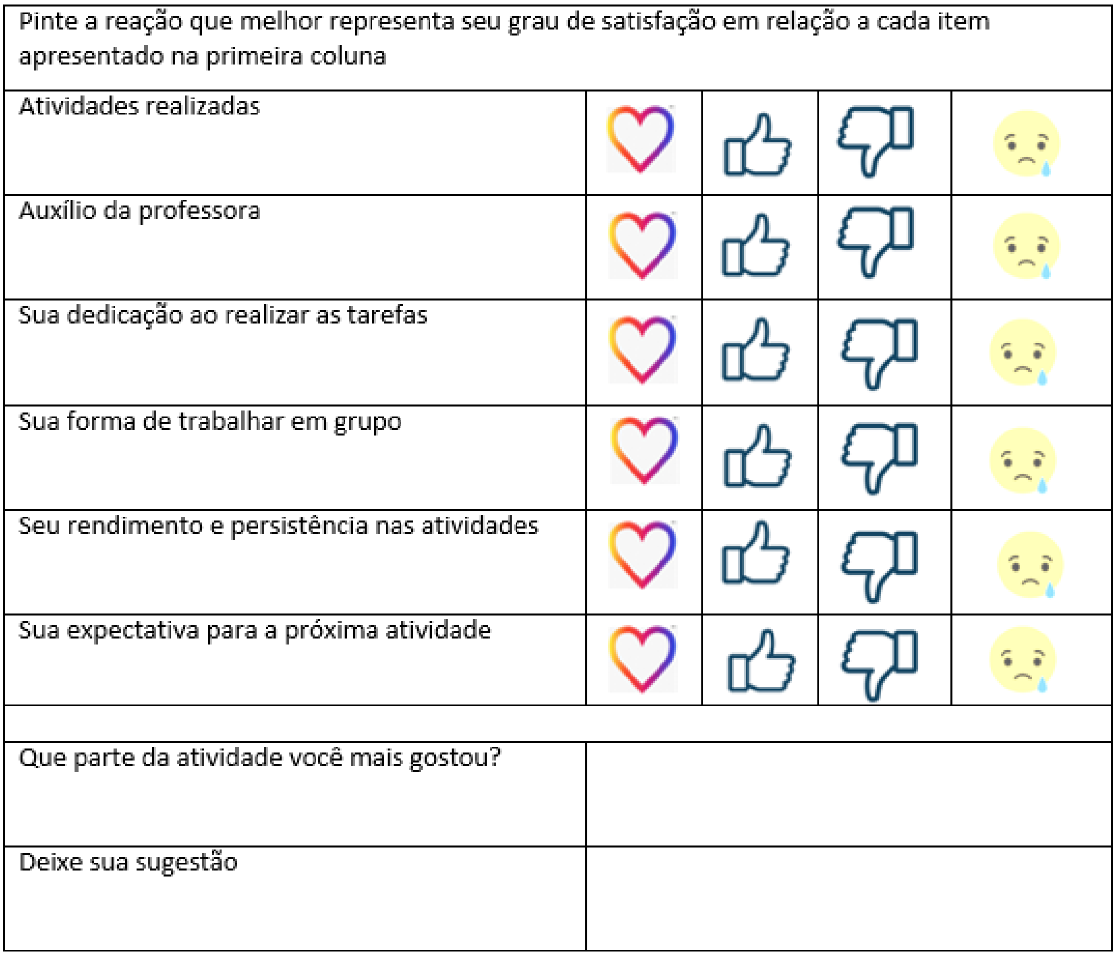
❖ Agora complete todos os quadradinhos restantes!

Fonte: Elaboração própria.

Com o objetivo de ter um feedback dos alunos, no final da aplicação de cada atividade da proposta didática, a professora oportunizou aos mesmos uma ficha de avaliação, disponível na Apêndice G.

Foi dado a cada aluno uma ficha solicitando, na primeira parte, que eles pintassem sua reação em relação ao grau de satisfação a cada item apresentado. Em segundo, que eles indicassem por escrito qual parte da atividade mais gostaram, deixando sugestões para a próxima atividade, conforme mostra a Figura 30.

Figura 30 – Ficha de Avaliação



Pinte a reação que melhor representa seu grau de satisfação em relação a cada item apresentado na primeira coluna				
Atividades realizadas				
Auxílio da professora				
Sua dedicação ao realizar as tarefas				
Sua forma de trabalhar em grupo				
Seu rendimento e persistência nas atividades				
Sua expectativa para a próxima atividade				
Que parte da atividade você mais gostou?				
Deixe sua sugestão				

Fonte: Elaboração própria.

2.5.2 Atividade 2

Tempo estimado: 2 tempos de aula

Organização da turma: Duplas

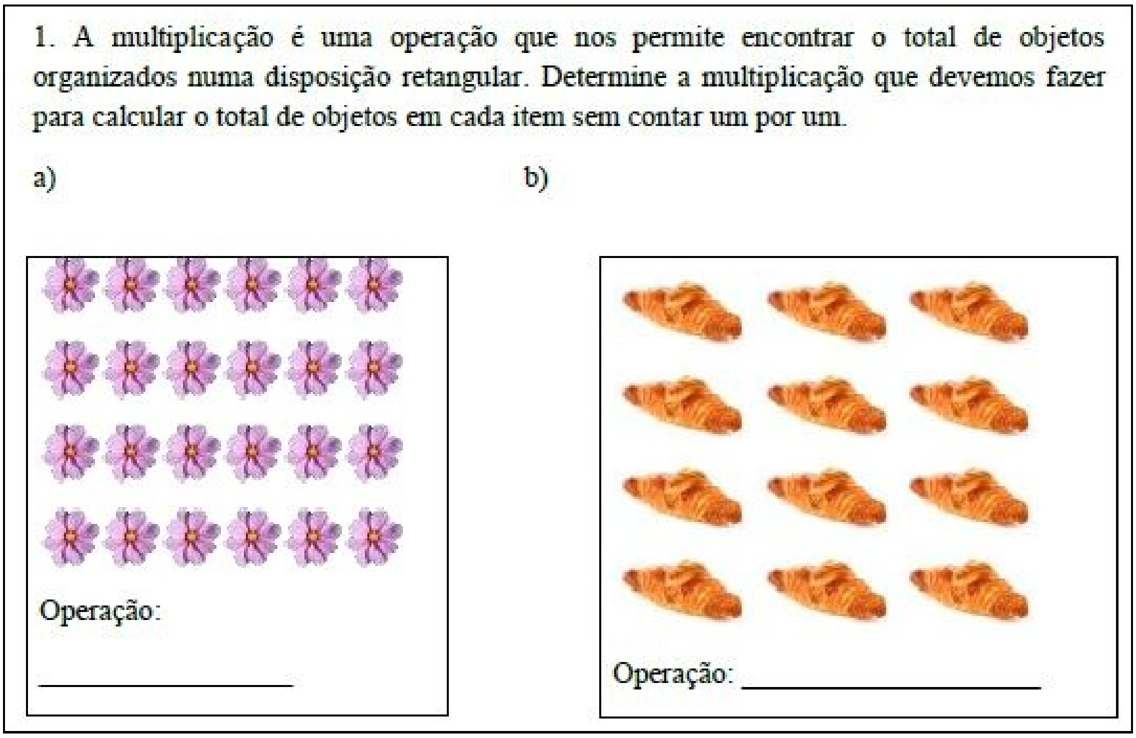
Recursos utilizados: Material Dourado e jogo "Quanto falta para 100"

A atividade 2 (Apêndice F) foi elaborada com o objetivo de reconhecer diversas representações de um mesmo número por meio de organização retangular e perceber a relação entre multiplicação e divisão por meio de situações-problema e uso de material manipulável para a construção visual da solução.

Esta atividade consiste em duas questões e um jogo retirado sugerido por Boaler (2002). Recorreu-se ao lúdico com o intuito de integrar mais a turma com atividades mais atrativas.

A primeira questão (Figura 31) foi inserida com o objetivo de fixar a associação dos fatores de uma multiplicação à visualização da disposição retangular.

Figura 31 – Questão 1 da atividade 2



1. A multiplicação é uma operação que nos permite encontrar o total de objetos organizados numa disposição retangular. Determine a multiplicação que devemos fazer para calcular o total de objetos em cada item sem contar um por um.

a) Operação: ______________

b) Operação: ______________

Fonte: Dados da pesquisa.

A segunda questão (Figura 32), insere uma situação-problema a ser solucionada acessando as ideias de multiplicação e divisão, com suporte do material dourado para representar as diferentes soluções.

Figura 32 – Questão 2 da atividade 2

2. A diretora Lúcia quer organizar no pátio em fila os alunos do ensino fundamental do turno noturno para cantar o hino nacional. Cada fila deve conter a mesma quantidade de alunos e sabendo que neste dia compareceram 36 alunos, determine:

a) Duas maneiras diferentes em que ela pode organizar as filas:

____

____

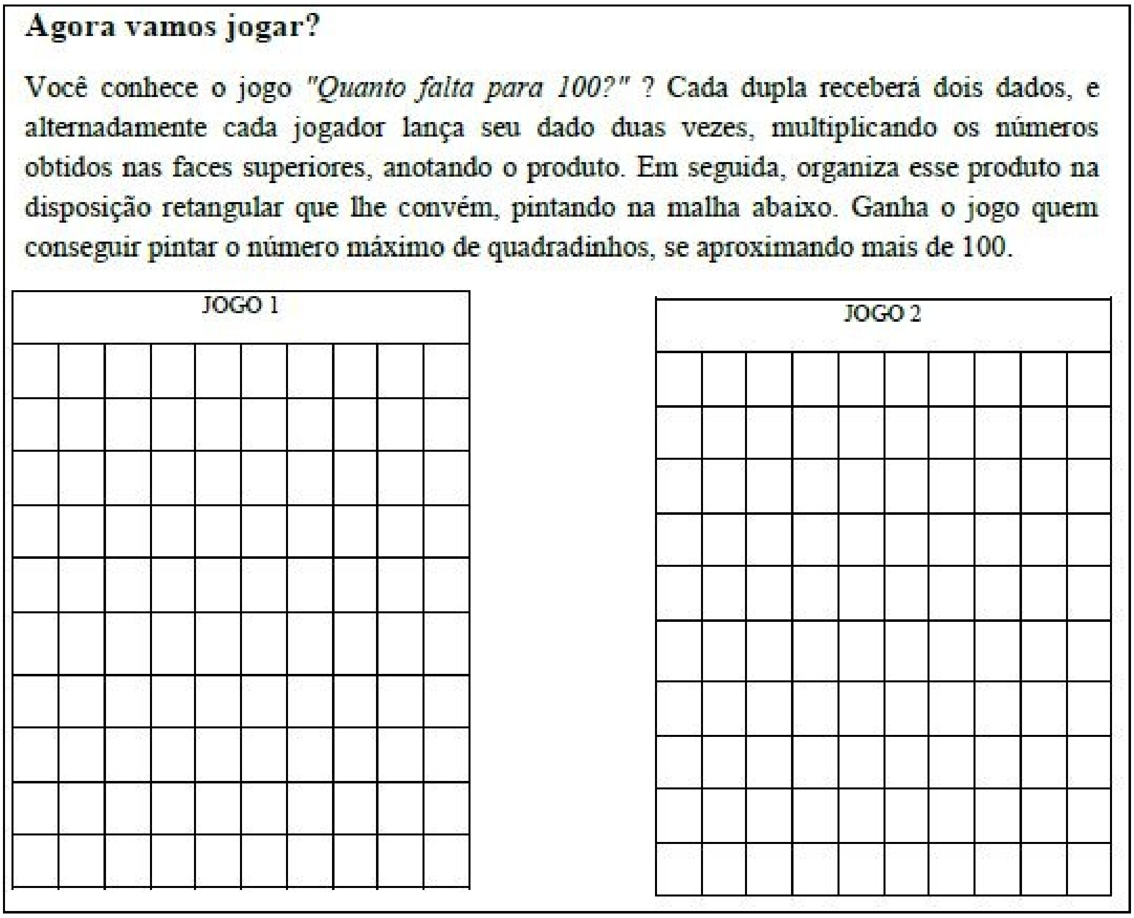
b) Quantas filas serão formadas caso disponha:

i. 6 alunos por fila: ____________
ii. 12 alunos por fila: ____________
iii. 9 alunos por fila: ____________

Fonte: Dados da pesquisa.

Por fim, realiza-se o jogo "Quanto falta para 100?" (Figura 33), uma atividade "teto baixo e piso alto" de Boaler (2002), com o objetivo de ampliar explorar visualmente e de maneira lúdica as possíveis configurações retangulares de um mesmo número, levando a fixar a tabuada de maneira prazerosa.

Figura 33 – Jogo "Quanto falta para 100"



Agora vamos jogar?

Você conhece o jogo *"Quanto falta para 100?"* ? Cada dupla receberá dois dados, e alternadamente cada jogador lança seu dado duas vezes, multiplicando os números obtidos nas faces superiores, anotando o produto. Em seguida, organiza esse produto na disposição retangular que lhe convém, pintando na malha abaixo. Ganha o jogo quem conseguir pintar o número máximo de quadradinhos, se aproximando mais de 100.

JOGO 1

JOGO 2

Fonte: Elaboração própria.

Ressalta-se que uma variação desse jogo se dá quando uma dupla utiliza a mesma malha quadriculada.

2.5.3 Atividade 3

Tempo estimado: 2 Tempos de aula

Recursos utilizados: Material manipulável de confecção própria

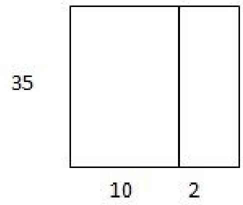
O objetivo desta atividade é trabalhar estratégias de cálculo mental e praticar o algoritmo da multiplicação com material manipulável.

Na primeira questão (Figura 34), inspirada em estratégias de cálculo mental sugerida por (BOALER, 2018, p. 59), sugere-se desenhar as estratégias de cálculo mental, possibilitando a exploração das propriedades comutativa, distributiva e associativa, e estabelecendo uma flexibilização e conexão visual.

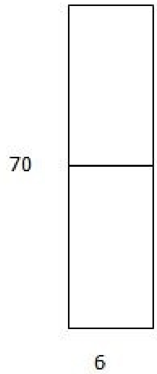
Figura 34 – Questão 1 da atividade 3

1. Observe as estratégias de cálculo mental da professora Aline:

- $35x12 = 35x(10 + 2) = 350 + 70 = 420$



- $35 \times 12 = (35x2)x6 = 70x6 = 420$



Agora é sua vez! Use estratégias para calcular 15 x 8. Faça desenhos, discuta com os colegas.

Fonte: Elaboração própria.

Na próxima questão (Figura 35), sugere-se o uso do material manipulável para efetuar as operações de multiplicação.

Figura 35 – Multiplicações a serem realizadas no material manipulável

Vamos brincar?

Efetue, usando o material manipulável oferecido, as multiplicações:

a) 46x5

b) 97x4

c) 124x8

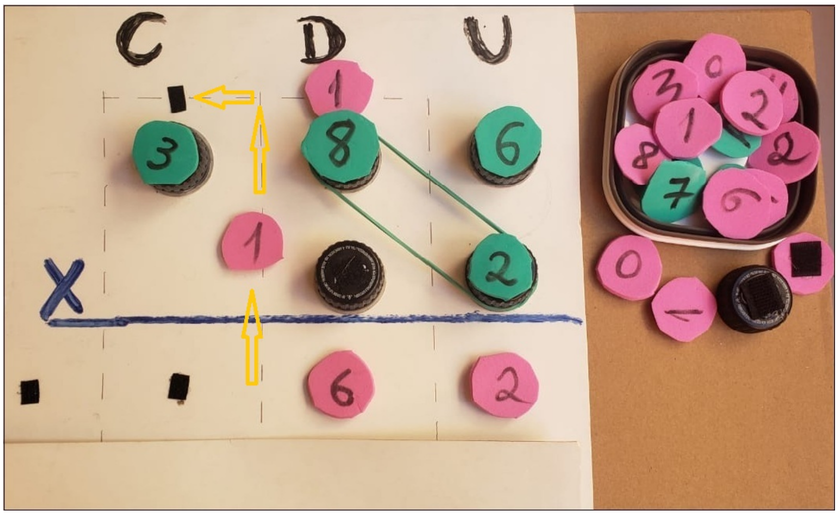
d) 360x12

e) 512x25

Fonte: Elaboração própria.

O material possui indicação superior de dezenas, centenas e unidades, além de algarismos que podem ser colados, decolados e conduzidos à coluna mais à esquerda para serem adicionados à uma nova ordem, como exemplifica a Figura 36 a seguir com as setas o percurso que o algarismo 1 deve seguir.

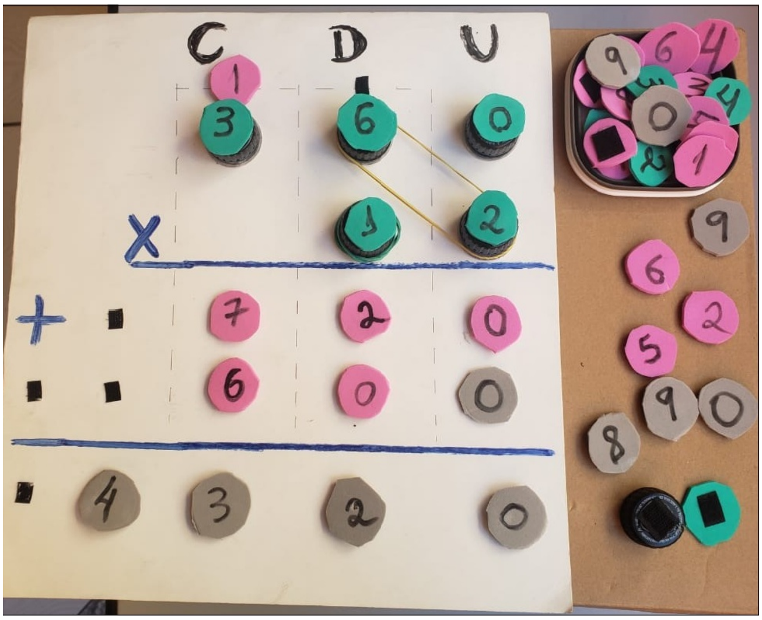
Figura 36 – Utilizando o material de multiplicação



Fonte: Elaboração própria.

O objetivo é possibilitar uma análise do algoritmo tradicional da multiplicação (Figura 37), percebendo na prática o sentido de expressões como o "vai um" e o "pula uma casa para a esquerda ao passar para o próximo algarismo".

Figura 37 – Multiplicação com os fatores 360 e 12



Fonte: Elaboração própria.

2.5.4 Atividade 4

Tempo estimado: 2 Tempos de aula

Recursos utilizados: Material Dourado e Jogo das Cartas

Divisão da turma: Trios ou duplas

O objetivo desta atividade é perceber a relação inversa das operações de multiplicação e divisão, por meio de situações-problema e jogos.

Para esta atividade utiliza-se o Jogo das Fichas de Jo Boaler (Apêndice A), que por meio de representações visuais, possibilita o aluno à percepção da relação entre as operações multiplicação/divisão, associando a um mesmo número diversas representações, como área, conjunto de objetos ou expressão numérica. É uma atividade que envolve a participação dos alunos sem provocar neles ansiedade de uma conclusão imediata, uma vez que a limitação de tempo é razoavelmente distensa. As instruções para o jogo são dadas a seguir:

Divisão da turma: Grupos com, no máximo, sete alunos.

Objetivo: Encontrar cartas com a mesma representação numérica, mostradas em diferentes configurações.

Desenvolvimento: Espalha-se todos os cartões na mesa, e cada aluno escolhe um dos cartões numéricos (36, 63, 42, 32, 49, 64 ou 48) e ordenadamente, cada aluno busca nos cartões que restaram aqueles que tem representação equivalente ao cartão escolhido inicialmente.

Na sequência, a atividade 4 apresenta quatro situações-problema, a serem resolvidas com o auxílio do material dourado para construir as respectivas representações visuais. No item a (Figura 38), o objetivo é solucionar o problema utilizando a disposição retangular.

Figura 38 – Item **a** da atividade 4

a) Em um auditório, deve-se distribuir 24 cadeiras em filas de 6 cadeiras cada. Quantas filas serão formadas?

Fonte: Dados da pesquisa.

No item b (Figura 39), o objetivo é solucionar o problema utilizando a ideia de partição associada à divisão.

Figura 39 – Item **b** da atividade 4

b) A professora Aline levou para a aula um pacote de pirulito com 30 unidades. Sabendo que frequentam 6 alunos nessa classe, e que os pirulitos serão distribuídos igualmente, quantos pirulitos cada aluno receberá? E se faltar um aluno, quantos pirulitos cada um dos alunos receberá?

Fonte: Dados da pesquisa.

No item c (Figura 40), o objetivo é resolver uma situação-problema envolvendo uma divisão não exata associada à ideia de partição.

Figura 40 – Item **c** da atividade 4

c) 18 brinquedos foram distribuídos igualmente entre um número de crianças, cada uma recebeu 4 brinquedos e sobraram 2. Quantas crianças estavam presentes?

Fonte: Dados da pesquisa.

Por fim, no item d (Figura 41), o objetivo é resolver as situações-problema utilizando as ideias de multiplicação como combinação e divisão como processo inverso da multiplicação.

Figura 41 – Item **d** da atividade 4

d) Numa classe com 7 alunos, quatro são meninas e 3 são meninos. Quantas duplas distintas compostas por um menino e uma menina podemos formar?

Considerando o problema anterior, e sabendo-se que em determinado dia pelo menos um aluno tenha faltado, pôde-se formar 9 duplas diferentes compostas por um menino e uma menina. Quantos alunos estiveram presentes? Qual a quantidade de meninos e meninas nesse dia?

Fonte: Dados da pesquisa.

2.5.5 Atividade 5

Tempo estimado: 2 tempos de aula

Organização da turma: Duplas

Recursos utilizados: Cartolina com personagens e dinheiro pedagógico

Esta atividade (Figura 42) foi adaptada do site Ensinando Matemática (PARMEGIANI, 2016).

O objetivo é praticar o algoritmo da divisão fazendo uso do material manipulável, para compreender cada etapa do processo. Solicita-se aos alunos pra montar as divisões pelo método das chaves na folha de atividade (onde todos os registros serão realizados), acrescentando indicações superiores ao divisor e dividendo, das ordens das centenas, dezenas e unidades (e das unidades de milhar quando necessário). Os alunos prosseguem separando em dinheiro a quantidade indicada pelo dividendo, e dobrando a cartolina (se necessário) deixando visível apenas a quantidade de personagem indicadas pelo divisor.

Figura 42 – Folha de registros da atividade 5

1. Efetue as divisões, com o auxílio do material manipulável, registrando suas respostas nesta ficha:	
a) 36 : 3	b) 38 : 3
c) 206 : 2	d) 400 : 4
e) 913 : 4	f) 7534 : 12

Fonte: Elaboração Própria.

Tomando-se por exemplo a divisão do item e) 913:4, num primeiro momento ocorre a divisão das 9 notas fictícias de 100 reais. Cada personagem recebe duas notas de 100, registra-se o dois no quociente (alinhado com a indicação superior das centenas) e sobra 1 nota fictícia de 100, e resgistra-se 1 no resto. Para continuar o processo, e efetuar a divisão na ordem das dezenas, troca-se a nota de 100 fictícia indicada no resto por 10 notas fictícias de 10 reais, totalizando agora 11 notas fictícias de 10 reais. Prossegue-se analogamente efetuando a divisão na ordem das dezenas e em seguida na ordem das unidades. A Figura 43 representa o resultado: 228 reais a cada personagem o resto de 1 real.

Figura 43 – Representação do resultado da divisão na cartolina

Fonte: Elaboração Própria.

Considera-se esta uma atividade "teto baixo e piso alto", pois é possível envolver os alunos, permitindo que eles visualizem as soluções, compreendendo as etapas do processo da divisão, e verificando os resultados utilizando por meio do material manipulável.

Capítulo 3

Relatório da pesquisa-ação

Este capítulo segue (não à risca) o esquema proposto por Tripp (2005, p. 460-461) para se relatar um estudo de caso de pesquisa-ação, consideradas pelo teórico-metodológico "adequado para dissertações". Por certo, algumas adaptações foram feitas para adaptarem a esta investigação.

3.1 Planejamento: da preocupação temática ao primeiro passo de ação

O primeiro contato com a turma foi em 29 de maio de 2019, quando a professora retornou às atividades após o período de licença maternidade (antes, a turma estivera com outra professora). O momento foi oportuno para a realização de uma dinâmica de apresentação cujo objetivo foi "quebrar o gelo" e deixá-los mais à vontade, pois não eram alunos unidos. As senhoras sentavam-se em dupla, afastadas da turma, não interagiam com os mais novos, por vezes se irritavam muito com R5 que, segundo elas, reclamava de tudo e atrapalhava a aula.

Na semana posterior houve um diálogo com os alunos para esclarecimento do trabalho de mestrado que se pretendia desenvolver com eles. Nenhum deles tinha a real noção do que significava um curso de mestrado. Com muita calma, foi-lhes explicado o necessário para que eles pudessem se posicionar a favor ou contra de participação na pesquisa e, sendo favorável, foi-lhes dito sobre a necessidade de assinar a autorização de consentimento para participar das atividades.

Os maiores de idade, ali presentes, assinaram o termo no mesmo dia, e os menores o levaram para a casa para que os pais assinarem. Nenhum trouxe o documento assinado na aula seguinte, sendo necessário providenciar duas vias para um deles, pois perdera/esquecera a folha. Mas, enfim, todos os documentos foram assinados.

Abrem-se aqui parênteses para alguns esclarecimentos de entraves intervenientes no processo investigativo. Por motivos pessoais, após os primeiros contatos com a turma, a professora necessitou se ausentar de suas atividades. Quando a mesma retornou, no mês de agosto, foi realocada em outra disciplina nesta turma, Resolução de Problemas Matemáticos, que são de apenas dois tempos semanais (anteriormente lecionava a disciplina de Matemática com quatro tempos semanais). Com a redução da carga horária, o planejamento das tarefas de cada aula foi adaptado ao número de encontros.

A aula do dia 05 de agosto deu início à primeira parte do questionário socioeconômico, mas a frequência foi baixíssima na escola, devido a chuvas, então muitos responderam ao questionário na aula posterior (12 de agosto), quando também foi aplicada a entrevista. Na semana posterior, uma paralisação no transporte escolar comprometeu a frequência dos alunos.

Conforme já informado, no dia 22 de agosto, foi aplicado o pré-teste. Nas semanas seguintes, após uma revisão com os alunos de conceitos básicos às operações de multiplicação e divisão, iniciou-se a aplicação da sequência didática, relatada na seção subsequente.

3.2 Implementação: relato discursivo da aplicação da proposta didática

O Quadro 3 apresenta o cronograma das atividades trabalhadas durante a pesquisa, e em seguida, são apresentados os relatos de aplicação de cada atividade e análise de dados.

Vale ressaltar que no turno da noite, a hora/aula equivale a quarenta e cinco minutos.

Quadro 3 – Cronograma das atividades

Atividades	**Tempo gasto**	**Data da aplicação**
1 - Tabela Pitagórica	4 Tempos de aula	02/09/2019 e 09/09/2019
2 - Multiplicação como Disposição Retangular	4 Tempos de aula	16/09/2019 e 23/09/2019
3 - Multiplicação Descolada	4 Tempos de aula	30/09 e 07/10/2019
4 - Multiplicação *versus* Divisão	2 Tempos de aula	28/10/2019
5 - Divisão na Prática	2 Tempos de aula	04/11/2019

Fonte: Elaboração Própria.

3.2.1 Aplicação da atividade 1: Tabela pitagórica

Dividiu-se a turma em duplas. Foi disponibilizada uma folha de atividade para cada grupo e cada aluno que quisesse também poderia pegar uma folha extra para registrar as próprias respostas, a maioria a pegou. R5 se recusou a sentar em trio para ficar em grupo. Foi muito resistente e quis fazer a atividade sozinho. A todo instante levantava e entregava a folha à professora dizendo: *acabei, posso embora?*. Como não lhe fora permitida a saída, ele se sentava e fazia a mesma pergunta de quando em quando tentando tumultuar o ambiente da sala e assim o deixassem sair. O mais curioso é que R5 é aluno de Kombi, portanto, mesmo sendo liberado, teria que aguardar os alunos restantes para ir embora.

É bom lembrar que,

> Se os alunos são deixados por conta própria e não são encorajados a desenvolver normas produtivas, o que tende a acontecer é o seguinte: alguns alunos farão a maior parte do trabalho, outros vão cruzar os braços e relaxar e há aqueles que podem ser deixados de fora porque não têm prestígio social com os demais. (BOALER, 2018, p. 104).

R3 se precipitou e começou a completar a tabela sem a orientação da professora, dizendo que se *empolgou por saber quase toda a tabuada de cor*. Continuava se antecipando, sem paciência de aguardar os colegas.

Para as alunas R1 e R7, foi necessário fazer uma leitura detalhada das questões. Sua dificuldade de leitura acentua a dificuldade de resolução de quaisquer questões.

De modo geral, os alunos não entenderam bem o item a (1). Foi necessário intervir e explicar o que estava sendo pedido. Ao final exclamaram: *Ah, era só isso!* Esperava-se que os alunos usassem a estratégia de multiplicar (3x7 ou 7x3, ou adicionar 3+3+3+3+3+3+3 ou 7+7+7) para verificar quantos quadradinhos estavam compreendidos nos espaços citados. Todos a adotaram, porém com a contagem um a um. No último item desta mesma atividade, mesmo com o exemplo, alguns insistiam em ir adicionando 9 unidades até chegar à multiplicação pedida o que indica que a maioria provavelmente não leu ou não entendeu o exemplo dado. Foi-lhes permitido que inicialmente chegassem ao resultado da forma mais trabalhosa, que é a adição de parcelas iguais; depois lhes foi mostrado como é muito mais rápido adotar estratégias como a do exemplo dado. Coube-lhes encontrar outras respostas além da explicada pelo professor.

Depreende-se que, além das dificuldades matemáticas, esses alunos apresentam sérios problemas de interpretação de enunciado, sendo necessário que o professor leia e explique cada questão, pois a todo momento pediam explicação do que fazer em cada item. Quando solicitados a lerem para tentar compreender e discutir com os colegas sobre o que fazer, mostravam-se desanimados e esperavam a ajuda do professor.

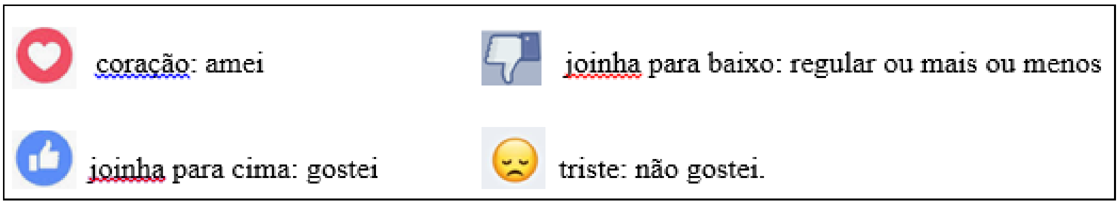
A maior dificuldade apresentada foi no item **f**, apesar do exemplo escrito. Foi necessário explicar a cada dupla detalhadamente a lógica da questão para que pudessem formular um exemplo parecido.

No final da atividade com a tabela completa, foi-lhes pedido que a observassem e citassem mais coisas interessantes que percebessem. R3,o impaciente do início, percebeu que os resultados *se repetiam em cima e em baixo, meio de lado*. Foi-lhe explicado, como também à turma, que aquela observação era a simetria da tabela, em relação à diagonal principal – obviamente, com esclarecimentos sobre os termos simetria e diagonal.

Foi-lhes solicitado a olharem para a diagonal principal e tentassem perceber o que todos aqueles números tinham em comum. Ninguém soube responder, então foi-lhes explicado o que eram números quadrados perfeitos, fazendo o desenho no quadro. Ao lhes pedirem que tentassem pegar outro número fora da diagonal principal para formar um quadrado perfeito sem que sobrasse nenhum quadradinho, verificaram não ser possível. R3 exclamou: *engraçado, sempre sobra!*.

Neste dia, faltaram R2 e R4, que responderam a atividade em outra aula.

Na avaliação sobre a atividade (que facultava aos alunos preenchê-la individualmente ou em grupo) foram utilizadas imagens de *emoticons*, assim:



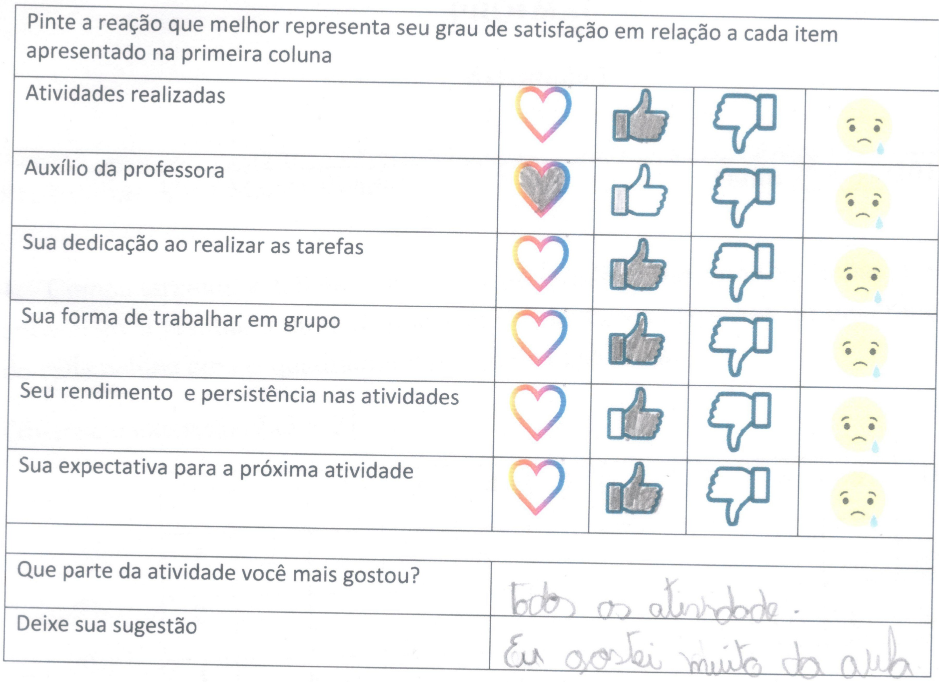
Fonte: Elaboração Própria.

R1 e R4 relataram que gostaram de todas as atividades e da aula. R3 disse que também gostou de tudo e deixou como sugestão que trouxesse jogos. R6 afirmou que o que mais gostou foi de trabalhar em grupo e que queria se esforçar mais – vale ressaltar que se trata de uma aluna muito resistente e quase sempre queria sair cedo para ver novela.

R7 escreveu que o que mais gostou foi fazer continhas e, como sugestão, queria mais continhas. R5 e R2 preencheram toda a avaliação com o símbolo que representava a maior satisfação (o coraçãozinho) e os outros intercalaram entre os dois melhores símbolos (coração e joinha para cima).

Abaixo seguem as Figura 44, Figura 45 e Figura 46 que são três exemplos colhidos aleatoriamente referentes à avaliação preenchida pelos alunos.

Figura 44 – Avaliação de R4 sobre a atividade 1

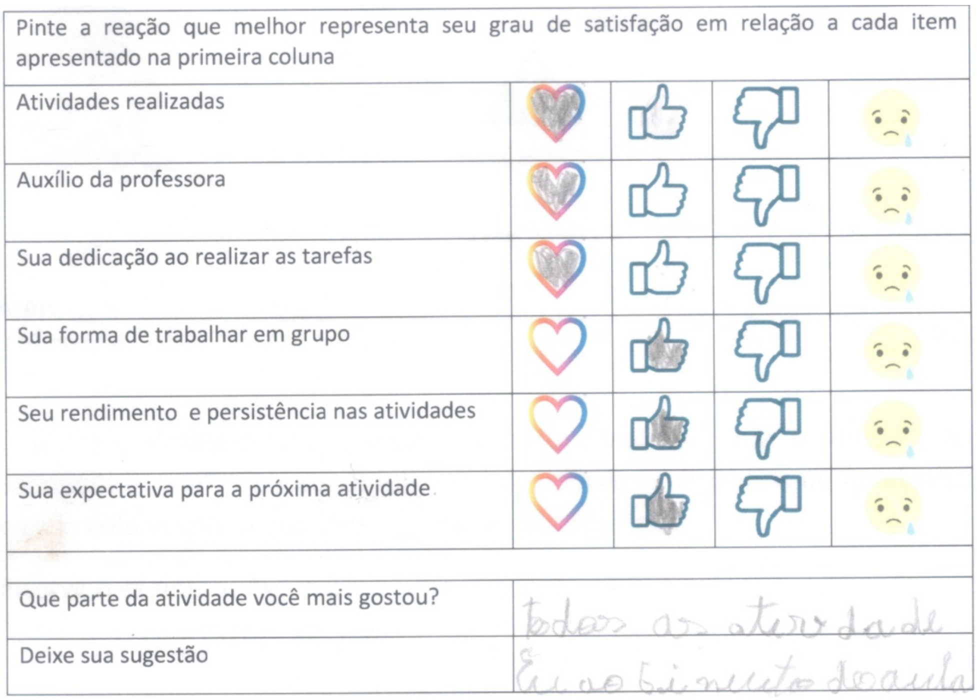


Pinte a reação que melhor representa seu grau de satisfação em relação a cada item apresentado na primeira coluna

Atividades realizadas	
Auxílio da professora	
Sua dedicação ao realizar as tarefas	
Sua forma de trabalhar em grupo	
Seu rendimento e persistência nas atividades	
Sua expectativa para a próxima atividade	
Que parte da atividade você mais gostou?	todos as atividade.
Deixe sua sugestão	Eu gostei muito da aula

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 45 – Avaliação de R1 sobre a atividade 1



Pinte a reação que melhor representa seu grau de satisfação em relação a cada item apresentado na primeira coluna

Atividades realizadas	
Auxílio da professora	
Sua dedicação ao realizar as tarefas	
Sua forma de trabalhar em grupo	
Seu rendimento e persistência nas atividades	
Sua expectativa para a próxima atividade	
Que parte da atividade você mais gostou?	todas as atividade
Deixe sua sugestão	Eu ao bi muito doaula

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 46 – Avaliação de R7 sobre a atividade 1

Pinte a reação que melhor representa seu grau de satisfação em relação a cada item apresentado na primeira coluna				
Atividades realizadas				
Auxílio da professora				
Sua dedicação ao realizar as tarefas				
Sua forma de trabalhar em grupo				
Seu rendimento e persistência nas atividades				
Sua expectativa para a próxima atividade				
Que parte da atividade você mais gostou?	fazer continha			
Deixe sua sugestão	Quero mais continha			

Fonte: Dados da pesquisa.

3.2.2 Aplicação da atividade 2: Multiplicação como disposição retangular

Para a realização desta atividade recorreu-se a Boaler (2018), estabelecendo-se as adaptações para a turma em foco. Formaram-se duas duplas (R1 e R7; R4 e R5) e um trio (R2, R3 e R6). Vale destacar que R5 (aluno que na atividade anterior optou por fazê-la individualmente, sentou-se em dupla desta vez, porém se recusou a preencher a folha com as atividades).

No exercício 1, os alunos insistiam em contar um a um, porém, quando efetuada a leitura detalhada do enunciado para eles, puderam perceber que a atividade pedia a operação (isto é, a escrita da multiplicação em fatores), e não o produto ou resultado da contagem. R5 exclamou: *Mas dá no mesmo!* e R4 o corrigiu: "*Mas a professora não está perguntando quantos têm!*".

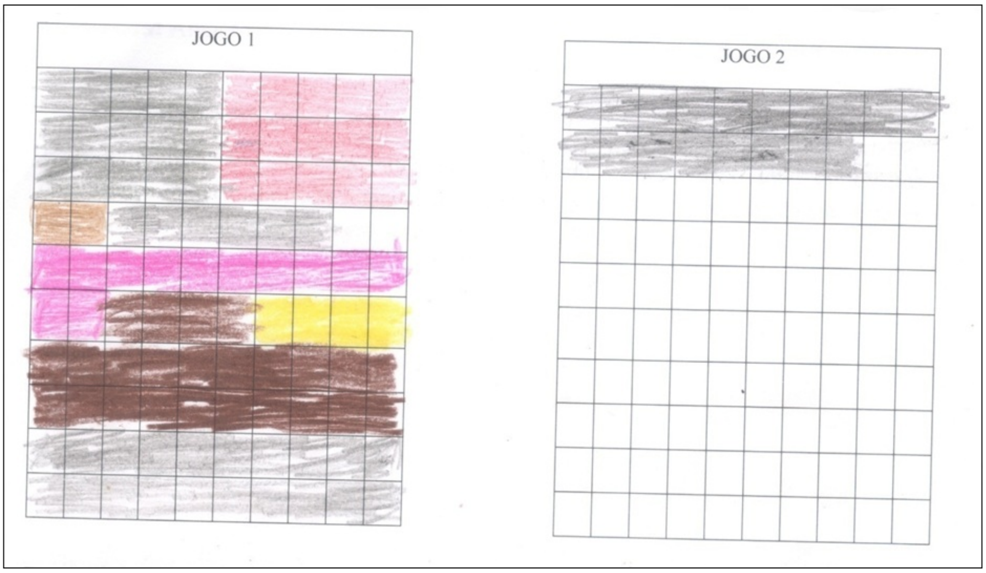
No exercício 2 foi utilizado material dourado para representar as soluções. Muitos não conheciam o material, o que requereu uma pausa da atividade para lhes mostrar como ele deve ser utilizado. Foi necessário relembrar o sistema de numeração decimal, fazendo representações e adições simples, utilizando o material; e, com muito esforço, as atenções se voltaram para o problema da atividade. Seguiu-se aqui a sugestão de Azevedo (1993, p. 5) de o professor encontrar o momento certo para retomar questões já vivenciadas pelos alunos, como, neste caso, os conceitos basilares para as quatro operações fundamentais, seguidos de manipulação do material, discussão de dúvidas para dirimi-las, entre outras medidas, mas sempre interagindo com a curiosidade e as considerações feitas pelos alunos, que enriqueceram ainda mais a abordagem.

R7 fez uso de 18 unidades em duas filas para dividir os 36 alunos. O professor sugeriu à turma que trocasse 10 unidades por uma dezena do material dourado. R1 quis fazer diferente de sua dupla, colocando 3 filas de 12 e trocando cada fila de doze unidades por 1 dezena e 2 unidades como fora sugerido anteriormente.

R1, a aluna que sempre alegava não trazer os óculos, desta vez os trouxe e fez questão de fazer sua folha individual. Quando os alunos viram os lápis de cor e os dados ficaram animados. R2 se sentiu mal, apenas sentou-se em trio e observou o que a equipe fazia, sem sequer preencher a folha individual; não quis sair da sala antes do jogo; resistiu ao mal-estar até quando as orientações do jogo, depois se retirou.

Os alunos ficaram muito empolgados com a atividade. Questionaram se realmente precisavam preencher a tabela das jogadas pois aquilo atrasava o jogo, porque o que queriam mesmo era jogar os dados e pintar e isso lhe foi permitido. Ficaram empolgadíssimos com a atividade e não houve tempo para preencher a avaliação, ficando para a aula subsequente. No término da aula todos lamentaram muito não poder continuar brincando. Eis uma amostra do jogo (Figura 47) realizado pelo aluno R6.

Figura 47 – Resposta do aluno R6



Fonte: Dados da pesquisa.

Sublinha-se o quão a memorização da tabuada foi propiciada por essa atividade, e de forma divertida, como sugere Gestar (2007). Era interessante vê-los se depararem com um produto que já haviam memorizado antes, por exemplo o 24, e de imediato eles se recordarem de 2x12, porém a borda máxima do papel quadriculado é de 10 unidades, e eles tinham que encontrar outros fatores. Em outras jogadas, analisavam o espaço quadriculado com interrogações do tipo: *Será que dá por 4? Tenta o 3!, Pra mim agora só serve se sair o*

2 ou 1 na próxima e olhe lá... chegando ao ponto de prever resultados antecipadamente.

Trabalhar com jogos em sala de aula é sempre enriquecedor, pois “[...] uso do lúdico no processo de ensino e aprendizagem tem o objetivo de fazer com que o aluno goste de aprender. É através da prática dos jogos que os alunos desenvolvem saberes, conhecimentos e apreensão do mundo e o interesse pela aprendizagem” (JORDÃO; BETINI, 2014, p. 6).

Insistindo na relevância do papel do jogo no ambiente de sala de aula, Charnay assim se expressa:

> Por um lado, permitem que comece a haver na aula mais trabalho independente por parte dos alunos: estes aprendem a respeitar as regras, a exercer papeis diferenciados e controles recíprocos, a discutir, achegar a acordos. Por outro lado, proporcionam ao professor maiores oportunidades de observação, a possibilidade de variar as propostas de acordo com os níveis de trabalho dos alunos e inclusive trabalhar mais intensamente com aqueles que mais o necessitam. (CHARNAY, 1996, p. 223).

Como combinado, na aula do dia 23 de setembro os alunos responderam a avaliação da atividade 2. Importa dizer que o tempo desta aula foi bastante reduzido devido à aula inaugural de um curso ofertado pelo IFF em parceria com a Escola. Sendo assim, os alunos, após preencherem a avaliação da aula passada, jogaram mais. A atividade 3 ficou para as aulas subsequentes.

Nesta aula também não foi feito registro fotográfico, pois os alunos ainda não se sentiram à vontade e estavam tão entretidos que o professor não insistiu.

Na avaliação da atividade 2, marcaram o coração (satisfação máxima: amei!) 6 alunos. Apenas R6 assinalou o joinha para cima para "Sua dedicação ao realizar as tarefas" e "Seu rendimento e persistência nas atividades", respectivamente. R4 relatou que gostou de todas as atividades, que estavam ótimas. R3 disse que a parte que mais gostou foi o jogo, porque é bom.

Mais uma constatação de que os recursos lúdicos e os trabalhos em grupo são produtivos no ensino da matemática (multiplicação e divisão), como aqui evidenciado, o que corrobora com o que diz Boaler (2018, p. 31): “O melhor e mais importante impulso que podemos proporcionar a nossos alunos é incentiva-los a brincar com números e formas, pensando sobre os padrões e ideias que eles são capazes de perceber”.

3.2.3 Aplicação da atividade 3: Multiplicação descolada

Ressalta-se que, ao imprimir a atividade na escola, ressalta-se que houve uma sobreposição de uma figura ao texto. Foi explicado aos alunos que, ao invés de 35 x 12 = (35x2)x6 = 70, o correto seria 35 x 12 = (35x2)x6 = 70x6 = 420.

A turma foi dividida em dois grupos. Cabia a cada um apresentar as dificuldades em interpretar a questão 1. Foi necessário auxiliar constantemente para eles visualizarem a solução por meio do desenho, contudo ao usar a estratégia de flexionar os números para solucionar o problema, como sugere Gray e Tell (1994), os grupos não tiveram grande dificuldade, e foram compartilhando ideias e até mesmo discutindo entre os grupos, usaram bem a flexibilidade numérica. Depois, usaram a tabela multiplicativa vista na atividade 1 e mais uma tabela complementar multiplicativa de 10 a 20.

R3, que se antecipara na atividade 1, também (sem que a professora percebesse) se precipitou em fazer a segunda parte da atividade, enquanto a explicação da primeira parte era passada a todos.

Na questão que usava o material concreto, fora explicado inicialmente que, para multiplicações de números por aqueles formados apenas por unidades, cobre-se o restante que não seria usado, dando destaque "ao vai um", pois o material mostrava o caminho que percorria a dezena para ser adicionada a unidade da multiplicação seguinte. Depois foi explicada a multiplicação de números formados por dezenas e centenas.

Com muito custo o grupo permitiu ser fotografado (Figura 48), mas R2 neste dia não quis aparecer, afastando sua carteira para o lado. R3 (à esquerda) e R5, o qual coloca o boné de modo a não aparecer seu rosto. Registra-se aí um momento de utilização do material concreto.

Figura 48 – Utilização do material manipulável de multiplicação na atividade 3

Fonte: Dados da pesquisa.

Todos chegaram muito felizes ao final da atividade solicitando que se trouxesse aquele material mais vezes. Inclusive, na avaliação, o grupo 1 disse que o que mais gostaram foi do material de multiplicação. Afinal, Tahan (1962) já alertava nesse sentido, buscando apoio no concreto para substanciar a compreensão, fazer um ensino ais dinâmico significativo e prazeroso. Foi assim que os alunos do grupo 1 avaliaram todas as questões com joinha para cima; além disso, deram o coraçãozinho para "Auxílio da professora". O grupo 2 deu o joinha para "Seu rendimento e persistência nas atividades" e "Sua expectativa para a próxima atividade", marcando o coração para todos os outros itens.

Percebeu-se que os alunos iam ganhando mais interesse e confiança no decorrer das atividades, já não estavam tão resistentes como no início. Valeu, portanto, apostar na mentalidade matemática progressista nos discentes, investir com esforço e dedicação irá melhorar as habilidades do público-alvo da pesquisa-ação.

Destaca-se que nas aulas subsequentes (14 e 21 de outubro) não se aplicou a atividade 4 por ser respectivamente recesso do feriado do dia do professor e realização, pelos alunos, de uma festa surpresa em comemoração ao dia dos professores.

3.2.4 Aplicação da atividade 4: Multiplicação versus Divisão

Para esta atividade utilizou-se um do jogo das fichas de Jo Boaler[3], porém foi conveniente inverter a ordem das atividades (deixar o jogo para o final) porque as aulas desse dia foram antecipadas para os primeiros horários devido à falta de um professor. Os alunos que vêm de Kombi chegam sempre atrasados para as primeiras aulas – razão pela qual o jogo ficou para depois.

Nesse dia, R2 não compareceu por motivo de doença, mas realizou a atividade sozinha em outra aula. Foram então formado dois trios de três elementos cada um. Utilizou-se material dourado para representar as soluções. A atividade apresentava um erro cometido pela professora na digitação de uma das perguntas da letra **d** da atividade proposta, mas, como a escola não dispunha de internet no dia, não foi possível corrigi-lo a tempo. O texto com a correção foi passado no quadro para os alunos.

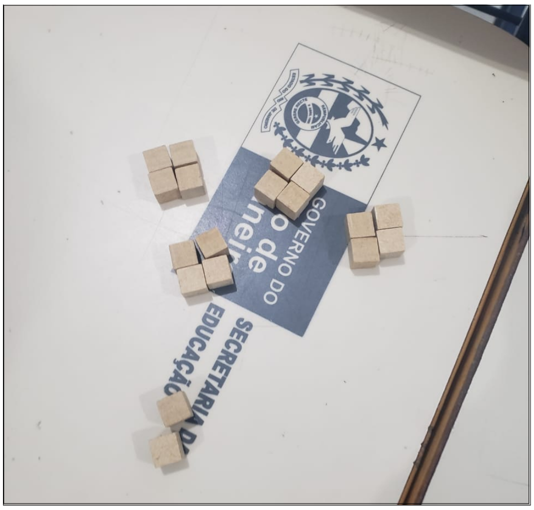
Os alunos não apresentaram dificuldades em fazer a representação geométrica dos itens **a**, **b** e **c**. Já na primeira pergunta do item **d**, eles pensaram um bom tempo e inicialmente perguntaram: *é só dividir? Então é de multiplicar...*. Acharam que a solução do problema seria apenas formar duplas com sete alunos, sendo como resposta dada por eles três duplas e a sobra de um. Foram estimulados a cada um pensar a solução do problema, quantas duplas diferentes se formariam com esse aluno que sobrou.

Na segunda pergunta do mesmo item, apresentaram ainda mais dificuldades, então foram estimulados a responder por tentativas, como por exemplo: *será que nesse dia faltaram duas meninas? Quantas duplas diferentes poderiam ser formadas caso faltassem essas duas?...* até eles chegarem à conclusão correta.

Abaixo, vem a Figura 49 que representa a solução encontrada pelo grupo 2 para o item **c** da atividade. Esclarece-se que esse grupo não quis ser fotografado.

3 Jogo das fichas retirado de Boaler (2018).

Figura 49 – Representação da solução do item c da atividade 4 pelo grupo 2



Fonte: Dados da pesquisa.

Para o jogo, formou-se um único grupo. Inicialmente eles estranharam as fichas pois achavam que jogariam como um dominó comum. Confundiram a ficha **8 x 6** com a ficha **9 x 8**, pois como fora feito um círculo para jogar, para alguns a ficha ficava de cabeça para baixo. O problema foi corrigido fazendo um traço na parte inferior da ficha para orientação. Os alunos não entenderam de imediato as fichas 7^2, 8^2 e 6^2. Um perguntou se era para multiplicar por 2. Foi então que se introduziu o conceito simples de potência e foi feito um quadrado de lado 7, traçando colunas e linhas para dividi-los em unidades e, logo lhes fora perguntado que número que um quadrado de lado 7 representava. Eles concluíram que era 49.

As fichas que dispunham estrelas em filas em aparente ziguezague e com dominó foram as que eles demoraram mais tempo a associar ao número que eles tinham em mãos. No início lhes fora orientado que não sobraria nenhuma peça, mas chegou um momento em que sobraram algumas peças e eles não achavam mais para quem estava faltando peças. Foi necessário intervenção do professor para finalizar o jogo, utilizando uns dois minutos do recreio para finalizar e eles não se importaram com isso – o que foi surpreendente.

Na ficha de avaliação, R4 preencheu com joinha para cima os seguintes itens: "Atividades realizadas", "Sua dedicação ao realizar as tarefas", "Sua forma de trabalhar em grupo" e "Sua expectativa para a próxima atividade"e os restantes com coração. Todos os outros alunos preencheram tudo com coração. Ninguém relatou a parte de que mais gostou ou deixou sugestão para a próxima atividade.

3.2.5 Aplicação da atividade 5: Divisão na Prática

Antes da aplicação dessa atividade, foi explicado aos alunos que deveriam formar 4 duplas (incluindo-se aí a participação de uma aluna que fora matriculada em outubro).

Os alunos mostravam-se muito ansiosos em receber as orientações para a atividade e usar o material. Os cartazes foram distribuídos com quatro personagens para efetuar a divisão inicialmente por no máximo quatro pessoas. Ao efetuar a divisão por dois ou três, dobrava-se o cartaz já usado escondendo os personagens que sobravam. Distribuiu-se o dinheiro pedagógico contendo notas de 10, 100 e moedas de 1 real para a divisão.

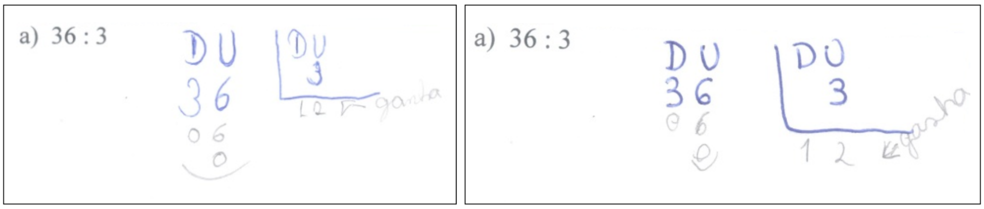
Depois, foram distribuídas as folhas de resposta com a orientação de que todos colocassem em cada divisão os símbolos de C (centena), D (dezena) e U (unidade) acima de cada dividendo e divisor (a inserção manual foi proposital). Foi necessário auxiliar R1 e R7, alunas que não estão alfabetizadas.

Em cada divisão os alunos separavam em dinheiro a quantidade que o dividendo indicava. Começavam a divisão pelas centenas, colocando em dinheiro no cartaz cada nota de 100 de cada personagem e inserindo no divisor da ficha de atividades esse número. Havendo resto, reservavam a sobra em dinheiro e inseriam abaixo da indicação de centena do dividendo.

Ao continuar as divisões na parte das dezenas, foi-lhes perguntado o que fariam com o resto das centenas. Ninguém soube responder. Então, o professor explicou que fariam a troca das notas de 100 que sobraram por notas de 10 para se trabalhar apenas com as dezenas eliminar de vez a divisão na casa das centenas.

Destacam-se as anotações dos alunos R4 e R5 (Figura 50) que anotaram, relacionando que no quociente se inseria a quantidade de notas que cada personagem do cartaz ganha.

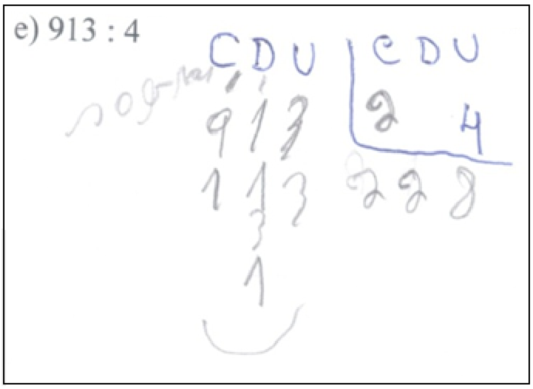
Figura 50 – Anotações do item **a** da atividade 5 por R4 e R5



Fonte: Dados da pesquisa.

Em anotação similar (Figura 51), a aluna R7 anota próximo onde ficam as sobras de cada processo da divisão:

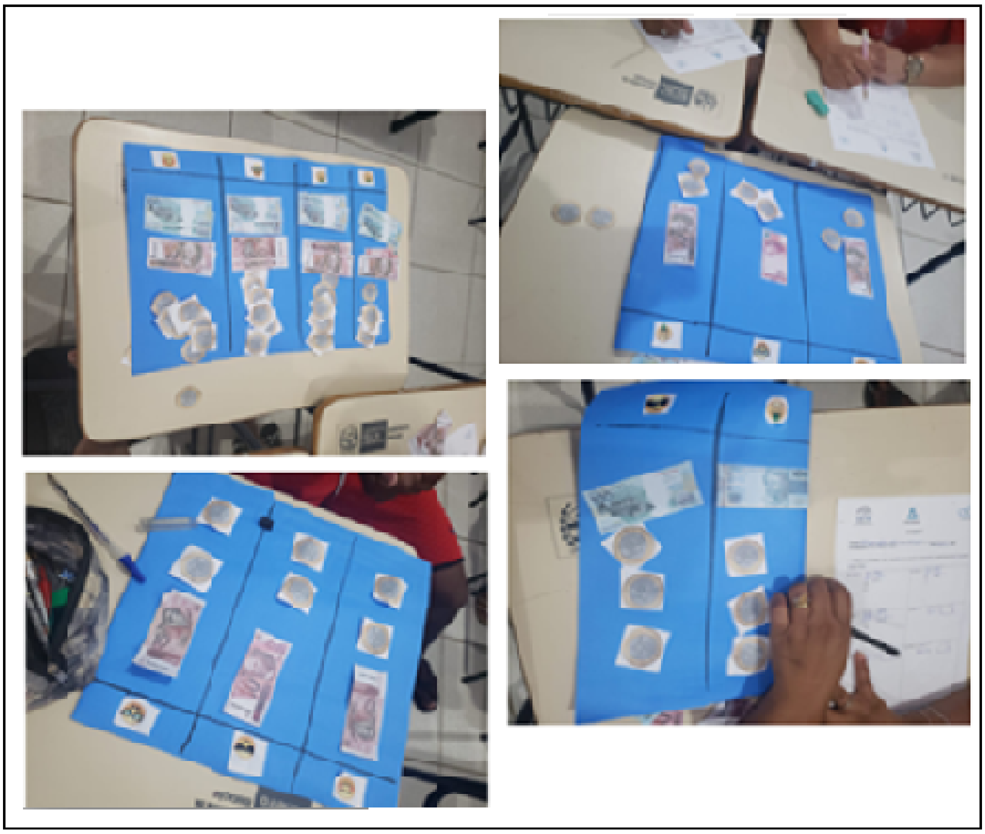
Figura 51 – Anotação na solução do item **e** da atividade 5 por R7



Fonte: Dados da pesquisa.

A Figura 52 mostra algumas soluções dos grupos.

Figura 52 – Algumas soluções dos Grupos utilizando o material manipulável.



Fonte: Dados da pesquisa.

A aula foi muito proveitosa, os alunos gostaram muito de manipular o dinheiro e ter o controle do processo de divisão. Seria profícuo ter prolongado esta atividade por mais uma aula, mas não foi possível pois a aula seguinte coincidiu com um temporal à tardezinha que alagou várias cidades e obstruiu várias estradas com alagamentos, deslizamentos e árvores na pista. Nenhum aluno compareceu.

Na avaliação da aula, dois grupos preencheram com coração todas as reações. O terceiro grupo preencheu com o coração apenas o item “Auxílio da professora” e “Seu rendimento e persistência nas atividades”, preenchendo com o joinha para cima os outros itens.

3.2.6 Aplicação do pós-teste

No dia 18 de novembro, realizou-se a aplicação do pós-teste, cujo intento é saber como os alunos se saíram após o percurso da pesquisa-ação. Para isso, utilizou-se exatamente a mesma avaliação do pré-teste.

Com efeito, os alunos se comportaram bem melhor aqui: menos conversa e mais concentração. A Tabela 2 evidencia o progresso conseguido.

Tabela 2 – Pós-teste

Questão	Acertos	Erros	Em branco
1a	07	00	00
1b	03	04	00
1c	06	01	00
1d	02	03	02
2	02	00	05
3a	07	00	00
3b	06	01	00
3c	07	00	00
3d	05	00	02
4	04	01	02
5	04	01	02
Total	53	11	13

Fonte: Elaboração Própria.

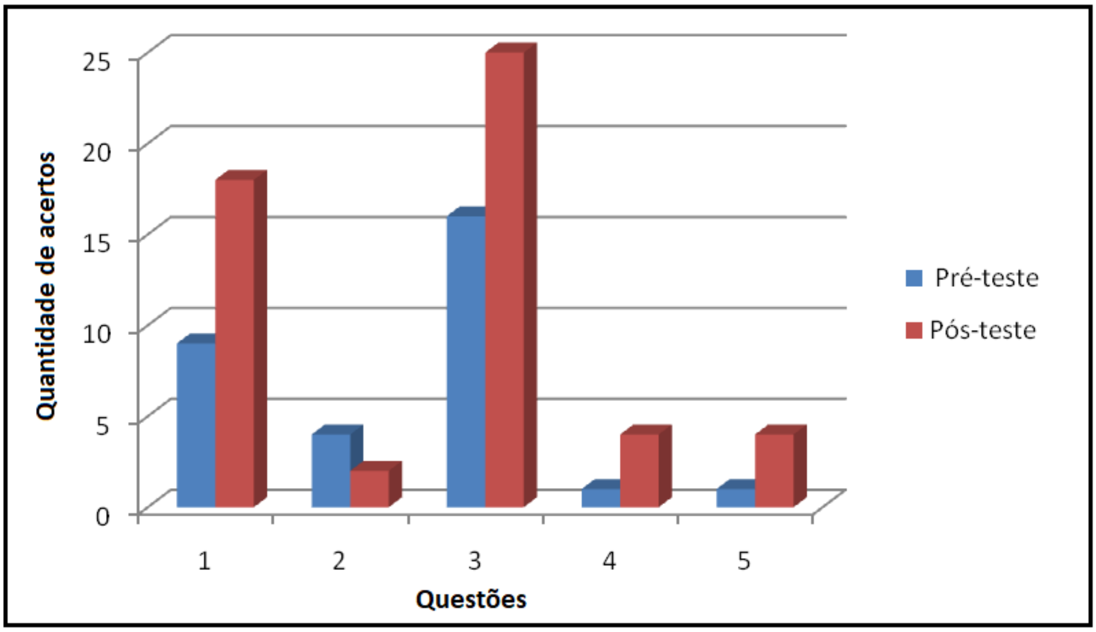
Como se vê, o número de questões em branco diminuiu consideravelmente, mas ainda foi necessário fazer a leitura para R1 e R7, entretanto pôde-se observar que R7 estava mais ágil com as operações. R1 estava com óculos e se esforçou mais em relação ao pré-teste. Também R2 mostrou mais interesse, pedindo até mesmo auxílio durante a aplicação.

R3 estava mais paciente, fazia as tarefas com atenção. Já R5 não perdia a vontade de ir embora cedo, perguntou se quando acabasse poderia ir embora. Porém não interrompeu a aplicação do teste em nenhum momento, mantendo o silêncio e deixando o celular na mochila desde o início. R4 não solicitou auxílio em nenhum momento, permanecendo silencioso e concentrado. R6 permaneceu mais tempo em relação ao pré-teste.

Alguns solicitaram auxílio em algumas questões, foi-lhes pedido que tentassem ao máximo resolver as questões em silêncio, se esforçando para recordar tudo que havia sido trabalhado nas aulas e explicado que em uma próxima oportunidade seria feita uma correção detalhada das questões para que avaliassem seus erros e acertos - momento muito especial para a aprendizagem do que ainda não fora apreendido. Boaler atribui grande importância a essa circunstância e a trata como "Mensagens de mentalidade" e reforça: "[...] quando são acompanhadas por diferentes oportunidades matemáticas, coisas incríveis acontecem, em qualquer idade" (BOALER, 2018, p. 46).

Acreditando, nessas palavras de Boaler e trilhando por suas lições e de demais teóricos que coadunam com seus preceitos, o percurso da pesquisa-ação realizado do pré-teste ao pós-teste pode ser visualizado no Gráfico 1. Apesar de se tratar de uma pesquisa de natureza qualitativa, não é aconselhável dicotomizá-la com a quantidade, principalmente quando necessário for.

Gráfico 1 – Resultado comparativo de aproveitamento do pré-teste e do pós-teste



Fonte: Elaboração Própria.

Observa-se, que com exceção da questão 2, em todas outras questões, o número de acertos se elevou significativamente. Em relação à questão 2 no pós-teste, pode-se observar comparando as tabelas de análise desses instrumentos que cinco alunos a deixaram em branco e os outros dois a acertaram. Para a professora, o motivo de os alunos não resolverem a questão se deu por esquecimento, já que eles, durante o processo da pesquisa, haviam demonstrado autonomia suficiente para tal resolução.

3.3 Relatório sobre os resultados da pesquisa

Neste item apontam-se as repercussões da pesquisa-ação das quais se pode validar que os objetivos específicos desta dissertação foram contemplados a contento.

3.3.1 Apresentação e análise da evolução de cada participante

R1, no início, revelara-se muito tímida, insegura e resistente a agrupar-se com colegas que não fosse R7. Em tudo inicialmente dizia *não sei se consigo*; pedia se poderia usar a aula para copiar o exercício da aula do professor anterior no caderno, pois o tempo de aula não era suficiente para copiar do quadro; por vezes esquecia os óculos, dificultando a escrita das respostas. No processo foi evoluindo devagar, o que demandou muita paciência da professora-pesquisadora, que, várias vezes, sentava-se ao lado da aluna ensinando-lhe, em detalhes, a ler o enunciado das atividades e motivando-a sempre, mostrando que ela era capaz e que não importava que ela demorasse mais que os outros colegas. Para motivá-la e aos demais alunos também e assim desencadear melhoria em sua trajetória escolar, dissera-lhes repetidas vezes – inspirada na leitura de Boaler (2018) – que nem sempre o mais rápido é melhor em matemática, e que a matemática é uma ciência muito bela para ser apreciada com pressa, pois assim podem passar despercebidos. Desse modo, provocava sorrisos de R1 e ainda ouvia-lhe advertir outros alunos: *Ouviu, Fulano, o que a professora falou? A pressa é inimiga da perfeição, né?*, afinal era comum alguns terminarem a atividade mais rápido e quererem provocar os que demoravam mais. A cada atividade R1 se mostrava mais interessada e queria auxílio para tirar dúvidas, fazendo questão de receber sua folha individual e registrar suas respostas, mesmo com toda dificuldade em escrevê-las. A mudança mais significativa foi de postura, atitude e integração, melhorando até mesmo a convivência com a turma – o que contribuiu para o desenvolvimento da mentalidade matemática, que, consoante Boaler, Munson e Williams (2018), o sucesso aí não significa rapidez e memorização.

R2 se mostrou inicialmente muito temerosa em relação a erro. Diversas vezes, quando encerrava a atividade e discutia com os colegas sobre o resultado de alguma questão e que supunha ter errado, voltava desesperada pedindo para deixá-la rever a atividade alegando que havia esquecido alguma coisa. Foi necessário conversar diversas vezes com ela, aproveitando e ampliando o assunto para a turma, sobre a questão do erro, dizendo que só erra quem tenta, que o erro faz parte do processo de aprendizagem. Foi o momento adequado para lembrar que, com base em Moser et al, Boaler alerta que “[...] o cérebro cresce dispara e cresce quando cometemos um erro, mesmo que não estejamos conscientes disso, porque é um momento de dificuldade; o cérebro é desafiado, e nesse momento ele cresce." (BOALER, 2018, p. 11). Com a insistência e devida paciência da professora, R2 se tornou mais segura na realização das atividades. Sempre muito concentrada e consciente da importância dos estudos em sua vida, em nenhum momento foi necessário chamar sua atenção para a atividade, pelo contrário, por vezes ela brigava com R4 e R5, pois queria mais silêncio para aproveitar melhor a aula. Conseguiu compreender o método de chaves da divisão e memorizou mais a tabuada se tornando mais habilidosa.

R3 apresentava poucas defasagens de conteúdo, mais especificamente em divisões com dividendos grandes e divisores com dezenas ou centenas. Mostrava-se muito impaciente, pois terminava mais rápido e queria sair por isso. Conversando muito com ele, tentava seguir a lição de Boaler (2018) ressaltando que a rapidez na recordação dos fatos e o impulso ao procedimento imediato contrariam o desenvolvimento da mentalidade matemática. Em algumas atividades, R3 se antecipava, por vezes ignorando que deveria trabalhar em grupo. Inclusive, em algumas atividades, propositalmente a professora, solicitando-lhe como auxiliar, o colocou com R1 e R7. E assim, muito respeitoso, passou a ter paciência em compartilhar seus conhecimentos. Vale registrar um fato quando, certo dia, R3 auxiliava R1 em uma atividade de multiplicação e, naquele momento, foi indagado por R1, em voz alta, quanto era 8x4. Irrefletidamente a professora deu a resposta, a qual foi retrucada por R3 assim: *Não, deixa ela chegar lá, ela consegue*. Esse incidente demonstra a maturidade a que R3 chegou no ensino matemático.

R4 também apresentava poucas defasagens, efetuava bem as operações simples e apresentava alguma dificuldade em resolução de problemas. Era quieto, exceto quando se juntava com R5 e acabava entrando no rebuliço da conversa. Prestava muita atenção em toda explicação e mostrava-se muito exigente ao se autoavaliar. Apresentou melhoras ao multiplicar e dividir com números grandes assim como na interpretação de situações-problema.

R5 no início era muito impaciente, alegando sempre estar cansado por acordar cedo e trabalhar, ou alegando querer terminar as atividades logo para ir embora. Por vezes, recusava-se a sentar em grupo, e boa parte dos alunos se incomodava com a postura de falar em excesso atrapalhando as aulas, inclusive nas avaliações. Apresentava dificuldades especialmente na operação de divisão e situações-problema que a relacionavam. Evoluiu muito no decorrer das atividades, respeitando os momentos de explicação dos conteúdos, sem interrupção, aceitando participar dos grupos, interagindo mais com os colegas. Até mesmo o comportamento antigo de usar o celular para tudo foi bem atenuado com as insistentes advertências do professor de que usar o próprio cérebro era muito mais vantajoso e que ele assim procedesse ao trabalhar com os algoritmos. No final, estava mais paciente, sem perguntar incessantemente o que era para fazer com aqueles números contidos no problema.

R6 apresentou uma mudança profunda de postura diante das atividades. Inicialmente, apresentava grande defasagem de conteúdos em todas as operações, com exceção da adição e sempre se vangloriava por não fazer nada na aula de ninguém e por demorar propositalmente a retornar para a sala quando solicitava permissão para beber água ou ir ao banheiro. O pré-teste comprovou essa postura, pois R6 resistia muito, mesmo com a insistência do professor, alegando que estava com preguiça; recusava-se a ler e interpretar. Na primeira atividade em grupo, diferentemente do pré-teste, não houve insistência para que R6 realizasse a tarefa, no máximo, ao passar perto dela, o professor, com muito carinho e um sorriso, perguntava se ela precisava de ajuda. Desde então, como ela relatou na avaliação da aula 1, gostava de trabalhar em grupo, mudou a postura passando a tentar fazer as atividades. No pós-teste se esforçou muito mais. Memorizou partes de algumas tabuadas e, no seu ritmo, passou a fazer operações de multiplicação e divisões bem simples.

R7 sempre foi muito quieta, quase não falava nas aulas e das poucas vezes que se expressou manifestou sua vontade em aprender continhas. Com toda sua dificuldade, sempre ajudava R1, pois escrevia um pouco melhor que esta; elas se sentavam juntas. No início, demonstrou operar bem apenas a adição. No decorrer das atividades, percebeu-se a memorização de várias multiplicações da tabuada, pois estava mais ágil em seus cálculos mentais. Vale lembrar que, numa das primeiras aulas, quando fora perguntado à turma quantos quilos havia em uma arroba e que ninguém soube responder, baixinho R7 perguntou a professora: *15?*. Esse momento foi bem aproveitado no sentido de levantar a autoestima da aluna perante todos. R7 mostrava-se boa em estimativas, por provavelmente lidar com trocos no cotidiano.

3.3.2 Discussão dos resultados: explicações e implicações

Chega-se ao final do processo da pesquisa-ação podendo-se inferir que os resultados foram satisfatórios, mas não se chegou a esse nível de satisfação com facilidade. Foi necessário um empenho diligente da professora, muita vontade de que tudo desse certo e uma busca diária para que resoluções de problemas verificados na aula anterior fossem solucionados, ou pelo menos amenizados, na aula subsequente.

Os resultados dessa empreitada foram visíveis apesar do número reduzido de encontros delimitados para esse fim. Não se quer dizer que esses alunos hoje não têm mais dificuldades nas operações de multiplicação e divisão. Longe dessa utopia. Mas que algo mudou favoravelmente na forma de pensar sobre tais operações é indiscutível. As atividades realizadas em aula indicam isso.

Trabalhar com o que propõe Boaler (2018), sobre desenvolver uma mentalidade progressista nos alunos, com mensagens inspiradoras, pensando conceitualmente a matemática foi compensador, pois a turma se abriu para abraçar o ensino matemático com novo olhar, o de simpatia e até mesmo o de prazer. Os alunos mostraram-se mais confiantes do decorrer das aulas, não se preocupavam tanto se poderia haver erros no raciocínio que eles verbalizavam. Isso abriu, com efeito, caminho para novas conexões e uma aprendizagem significativa.

Também seguir os ensinamentos de Charnay (1996) relativos ao trabalho em grupo valeu a pena. Como ele diz, cada aluno encontra suas lógicas próprias dentro do grupo de resolução de problemas, observando, propondo, confrontando soluções, defendendo-as e discutindo.

3.4 Avaliação

Avalia-se neste tópico a mudança de prática possibilitada pela pesquisa-ação, enfatizando-se as melhores práticas e o que foi aprendido a respeito do processo de pesquisa-ação.

3.4.1 Mudança de prática possibilitada pela pesquisa-ação

O fato de não se trabalhar com um planejamento rígido resultou numa mudança de prática considerável. Foi fundamental, em cada aula, observar as dificuldades apresentadas por cada aluno, intervindo somente quando necessário durante a aplicação, e posteriormente, ao planejar a atividade seguinte, acrescentar algo para reforçar o que anteriormente não havia fixado. Exemplo disso ocorreu na atividade 1, item a, ao observar que os alunos utilizavam contagem um a um ao invés de estratégias e algoritmos. Para tal, na atividade 2 foi inserida uma questão que não pedia o resultado final, o produto resultante da multiplicação, e sim que representasse a multiplicação dos fatores que daria a quantidade representada. Isso foi incluído para desenvolver nos alunos o raciocínio lógico por trás da operação de multiplicação, o que exigiu atenção constante/redobrada em cada etapa, em cada atividade, porém a evolução apresentada pelos alunos recompensou esse trabalho intenso.

O trabalho em grupo possibilitou enriquecimento da pesquisa, pois, no decorrer das atividades, percebeu-se que os alunos se ajudavam com mais paciência. Eles foram intensamente motivados a debater respostas divergentes, não apenas um aceitar a resposta de um único membro, e sim, a cada resposta formulada, refletir onde poderia estar o erro no raciocínio do colega. Foi seguindo a lição de Charnay que os alunos foram motivados a assim procederem:

> É preciso aceitar, e inclusive favorecer, em sala de aula, a pluralidade de procedimentos de resolução porque isso não só estimula os alunos a elabora sua própria resolução, como também pode ser fonte de progresso, de aprendizagem a partir das confrontações que se podem organizar entre eles. (CHARNAY, 1996, p. 210).

A partir da quarta atividade, a melhora era perceptível, pois a turma já estava mais integrada; era como se a aula corresse de uma maneira mais leve, e o trabalho fluía mais. Nem por isso a professora relaxou em relação à sua diligência a todo e qualquer aspecto de manifestação percebida. Foi a insistência em manter-se alerta e atuante, conforme recomenda a metodologia da pesquisa-ação, que, mesmo com poucos encontros com a turma, se conseguiu um resultado satisfatório.

Nesse sentido, trabalhar com a pesquisa-ação conforme orientam os teóricos-metodológicos faz uma grande diferença no ensino. Apesar de exigir um grande esforço do professor, que tem de se manter vigilante o tempo todo e buscar de modo incessante resoluções para cada dificuldade surgida, por menor que seja, a pesquisa foi útil porque conseguiu atingir os objetivos propostos de cada atividade, o que ficou comprovado com a aplicação do pós-teste.

Uma característica que colaborou para a utilidade da pesquisa foi a adequação de métodos e tarefas a cada situação embaraçosa percebida, a cada sujeito que não conseguia alcançar os propósitos das tarefas.

3.4.2 Sumário das melhores práticas alcançadas

Inferiu-se das práticas aplicadas que conscientizar os alunos de que todos eles têm capacidade de aprender a matemática, elevando sua autoestima e fazendo-os acreditar no potencial que têm foi a conduta que mais contribuiu para abrir caminhos para que as atividades pudessem ser aceitas com mais afinco e dedicação.

Os jogos e materiais concretos tiveram uma excelente aceitação, isso porque eles trazem implicações que despertam a curiosidade, quebram a rotina do ensino vivenciado no dia a dia por eles e proporcionam uma aula mais divertida de modo que o tempo passa sem que eles nem percebam; pelo contrário: eles lamentam quando a aula se encerra. Por conseguinte, quando se tem uma situação semelhante à pesquisada, é conveniente a aplicação dos jogos e materiais manipuláveis.

3.4.3 Sumário do que foi aprendido a respeito do processo de pesquisa-ação

Trabalhar com a pesquisa-ação resultou em grandes ensinamentos a respeito não só de conteúdos aplicados sob diversos métodos até se adaptar a cada aluno, mas também por tornar a professora uma observadora mais sensível e até mesmo mais humana. Ao conhecer mais as limitações dos sujeitos, a trajetória escolar, a vida cotidiana com seus embaraços fez com que se desenvolvesse no ser observador um sentimento de empatia, despertando-lhe uma vontade de transformação, verdadeiro idealismo – o que não passou despercebido pelos pesquisados, que também se tornaram mais afetivos e confiantes em sua professora.

Isso foi fundamental para estimular os estudantes a ter persistência e acreditarem em seu potencial, sem medo de errar e a não desanimarem frente a atividades mais complexas. A mudança de postura destes refletiu positivamente também na integração da turma, tornando-os mais solícitos entre si, o que fora constatado quando, no final de todas as atividades, eles lamentaram não terem programado um amigo oculto para o encerramento do ano letivo.

Ressalta-se que essa foi a experiência mais desafiadora de todo o tempo de exercício no magistério desta professora, talvez a mais árdua. Apesar de já ter trabalhado em turmas da EJA, não havia ainda a prática com turma tão heterogênea em especial no tocante à faixa etária e ao nível de letramento linguístico (alunos que mal sabiam ler e escrever num mesmo espaço com alunos que já dominavam o código escrito). Tal situação exigiu muita entrega, amor pela profissão e atenção constante. Integrar alunas não alfabetizadas nas atividades, de início, foi considerado como popularmente se diz “pendurar o chapéu onde a mão não pode alcançar”. Sim. Essa foi a sensação. Porém, observar nos alunos participantes desta pesquisa a evolução em cada atividade, a mudança de postura no decorrer da aplicação da sequência, o carinho recebido e o brilho no olhar daqueles que se consideravam incapazes diante da matemática compensou todo o empenho.

Conclusão

Sala de aula caracterizada por ensino lento e conflituoso – é o que se constatou no início deste trabalho no tocante à matemática, mas cujas dificuldades logo foram enfrentadas. Procurou-se desobstruir vícios, mitos nocivos (p.ex.: a matemática é muito difícil) e buscar soluções para construir e alargar conhecimentos contextualizados, sistematizar esse ensino pela revisão, reforço e ampliação das possibilidades de aprendizagem, focadas aqui na multiplicação e divisão, em turma de 6º ano da Educação Básica. Nessa concepção, foi possível tornar esse ensino entendível e suas descobertas prazerosas.

Investindo-se, com comprometimento, na aplicação da sequência didática elaborada e aliando-se à metodologia da pesquisa-ação adotada, conseguiu-se evidenciar, conseguiu-se evidenciar, a aprendizagem das operações de multiplicação e divisão com o despertar da motivação e do juízo positivo da matemática – objetivo geral desta dissertação. A interação promovida por trabalhos em grupo, utilização de recursos lúdicos e de elaboração de sequência de atividades abertas possibilitou a inserção da mentalidade matemática progressista nos alunos; oportunizou o pensamento crítico e o raciocínio lógico do aluno. Foi na pesquisa empírica que este trabalho procurou iluminar o que estava obscuro, impedindo a efetivação do raciocínio lógico e matemático dos alunos, com retificações, alterações sem, contudo, desprezar, no todo, as teorias anteriores ou considerálas inúteis, inválidas. Longe disso. Elas sustentaram esta dissertação na medida em que passaram por adaptações, ajustes à realidade em foco. Esse modo de proceder trouxe luz para uma nova forma de trabalho, cuja emersão contou com as características peculiares de cada membro participante da pesquisa.

O estudo incitou na professora uma autocrítica rigorosa que resultou numa transformação educadora que envolve nova maneira de pensar para melhor conduzir os alunos no seu processo de aprendizagem. Cada falha não resolvida instigava reflexões e buscas para deslindar os nós fixados – o que levava a própria professora a educar-se, fazer uma revisão crítica de sua atuação e uma retificação metodológica permanente. Quando encontrava a melhor solução, a professora já estava ciente da relativização daquele acerto que poderia não ter o mesmo efeito em outro objeto de investigação similar, sem as devidas adaptações. Essa constante busca de teoria para solucionar questões do cotidiano da sala de aula fez desta professora uma pesquisadora que, de fato, trouxe a sua contribuição científica, que, mesmo sem atingir a perfeição idealizada pôde contribuir com os pesquisados e, a partir da publicação (em parte ou no todo) deste trabalho pode impelir a promoção de mais pesquisas do gênero.

A professora ressalta a importância da mudança de prática, por meio da percepção que as metodologias utilizadas com atividades mecânicas que valorizam apenas a resposta final, sem atentar para todo o desenvolvimento, já estão ultrapassadas. Compensou apostar no trabalho em grupo, na integração em sala de aula, na valorização do erro para que os alunos perdessem a timidez de perguntar o que não entendiam, respeitarem-se mais e se valorizarem.

Foi uma recompensa sem tamanho conviver com alunos com menos defasagem (em seu processo de mudança comportamental), pacientemente ajudando o outro em suas dificuldades e, ao mesmo tempo, crescendo a partir da autocrítica que desenvolviam em face daquilo que julgavam saber, mas que, quando iam explicar, percebiam a necessidade de estudar mais, questionar a professora para prosseguir no seu papel de "monitor". Não tem preço ver a aprendizagem acontecendo, os olhos dos alunos brilhando em suas descobertas, a interação naturalmente vivenciada por eles, a autonomia se firmando, a autoestima resgatada.

Conclui-se que foi cumprido o objetivo geral delineado na Introdução deste trabalho como também foram fornecidas respostas significativas para a questão-problema – o que foi possível pela busca intermitentemente em cada aula da pesquisa, apesar de todos os entraves ocorridos reduzindo sobremaneira o número de aulas, de fato, trabalhadas.

Chega-se ao fim da pesquisa apresentando algumas recomendações para trabalhos futuros, tais como: a inserção do uso de tecnologias no ensino da multiplicação e divisão; a adoção da metodologia aplicada para o ensino de matemática; o trabalho em grupo, com frequência; a utilização de material manipulável para ensinar a matemática conceitualmente, valorizando cada etapa sem pressa; a inserção de mais jogos que não deem tanta ênfase à competição e/ou incentivem treino e memorização, mas sim voltados à integração e cooperação; o elogio a atitudes e ideias que os alunos sugerem para chegar à solução, valorizando os erros como etapa enriquecedora do processo. Assim procedendo, vislumbra-se uma certeza provisória do ensino matemático sem medo.

Por derradeiro, deixa-se clara esta inferência: o objeto científico de uma pesquisa não é definitivo, por isso este também não o é; ele está em construção, como a vida, que se modifica a cada fração de segundo; por isso, este objeto precisa sempre ser retocado, alterado, conforme as circunstâncias de sua aplicação num determinado contexto sócio-histórico. E assim se fecham estas palavras conclusivas, ciente de que as dificuldades instauradas no ensino da matemática são muito mais decorrentes de quem ensina a disciplina do que de quem a aprende – o que no leva a retomar a citação inicial de Paulo Freire presente na introdução deste trabalho: "Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou sua construção”.

Referências

AZEVEDO, Maria Verônica Rezende de. *Matemática através de jogos*: uma proposta metodológica. [s.n.], 1993. Acesso em: 28 mar. 2019. Disponível em: https://bit.ly/2uzuJtz. Citado 9 vezes nas páginas 19, 31, 32, 35, 36, 37, 38, 39 e 89.

BOALER, Jo. *Experiencing school mathematics: Traditional and reform approaches to teaching and their impact on student learning*. [S.l.]: Routledge, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 75 e 76.

BOALER, Jo. *Mentalidades Matemáticas*: Estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre, RS: Penso Editora, 2018. Citado 25 vezes nas páginas 17, 18, 19, 30, 31, 32, 33, 37, 38, 39, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 77, 86, 89, 91, 93, 98, 99, 100 e 101.

BOALER, Jo; MUNSON, Jen; WILLIAMS, Cathy. *Mentalidades Matemáticas na Sala de Aula*: Ensino fundamental. Porto Alegre, RS: Penso Editora, 2018. Citado 5 vezes nas páginas 41, 42, 43, 45 e 99.

BOLDRIN, Maria Inês. Barrinhas de cuisenaire: Introdução à construção dos fatos fundamentais da adição. São Paulo, 2009. Disponível em: https://bit.ly/2HxQYIE. Acesso em: 20 mar. 2016. Citado na página 33.

BONI, Valdete; QUARESMA, Sílvia Jurema. Aprendendo a entrevistar: como fazer entrevistas em Ciências Sociais. *Revista Eletrônica dos Pós-Graduandos em Sociologia Política da UFSC: Santa Catarina*, v. 2, n. 1, p. 68–80, 2005. Citado na página 57.

BOYER, Carl Benjamin. *História da matemática*. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974. Citado 3 vezes nas páginas 23, 24 e 26.

BRASIL. *Constituição Federal de 1988*. 1988. Acesso em: 02 fev. 2020. Disponível em: https://bit.ly/396p1C8. Citado na página 69.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (Ensino Fundamental)*. Brasília, DF: MEC/SE, 1998. Citado 6 vezes nas páginas 17, 19, 33, 37, 69 e 70.

BRASIL. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Pnaic. *Currículo na alfabetização: concepções e princípios*, Brasília: Ministério da Educação, 2014. Citado na página 33.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: Ministério da Educação: [s.n.], 2018. Acesso em: 29 ago. 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 67.

CEREJA, Renata Santos Lopes. *Criptografia Kid-RSA adaptada*: uma abordagem didática no estudo das operações de multiplicação e divisão. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) . Rio de Janeiro, RJ: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 50.

CHAER, Galdino; DINIZ, Rafael Rosa Pereira; RIBEIRO, Elisa Antônia. A técnica do questionário na pesquisa educacional. *Revista Evidência*, v. 7, n. 7, p. 251–266, 2011. Citado na página 57.

CHARNAY, Roland. Aprendendo (com) a solução de problemas. In: PARRA, C. ; SAIZ, I. (org.). *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas*, Porto Alegre: Artes Médicas, p. 48–72, 1996. Citado 5 vezes nas páginas 39, 67, 91, 101 e 102.

CHIZZOTTI, Antonio. *Pesquisa em ciências humanas e sociais*. 3. ed. São Paulo: Cortez: [s.n.], 1998. Citado na página 56.

COLONESE, Silvio Antonio; MÉLO, José Luiz Bica de. *A técnica da entrevista social.* Porto Alegre: Cadernos de Sociologia, 1998. p. 143-159 p. Citado na página 57.

EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: UNICAMP, 2004. Citado 4 vezes nas páginas 21, 22, 23 e 24.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da autonomia*: saberes necessários à prática educativa. 25. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2011. Citado na página 17.

GERHARDT, Tatiana Engel et al. Estrutura do projeto de pesquisa. *Métodos de pesquisa*, Editora da UFRGS: Porto Alegre, 2009. Citado na página 57.

GESTAR. *Gestão de Aprendizagem Escolar*. Brasília: Matemática. Caderno de teoria e prática 3, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 36, 37 e 90.

GIL, Antonio Carlos. *Como elaborar projetos de pesquisa*. 4. ed. São Paulo: Atlas: [s.n.], 2002. Citado na página 57.

GÓMEZ-GRANELL, Carmen. A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. *In: TEBEROSKI, A. ; TOLCHINSKY, L. (org.). Além da alfabetização: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática*, São Paulo: Ática, p. 257–295, 2006. Citado na página 35.

GRAY, Eddie M; TELL, David O. Duality, ambiguity and flexibility: a “proceptual” view ofsimple arithmetic. *Journal for Research in Mathmatics Education*, n. 25, p. 116–140, 1994. Disponível em: https://bit.ly/2FpgcXm. Acesso em: 20 mar. 2019. Citado 3 vezes nas páginas 31, 32 e 92.

HEFEZ, Abramo. *Elementos de aritmética*. Rio de Janeiro, RJ: Sociedade Brasileira de Matemática, 2005. Citado na página 26.

JORDÃO, Helani Daluz Cumim; BETINI, Roberto Cesar. Ensinando através de jogos matemáticos. 25p. Cadernos PDE. Artigos. *Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor*, Produções Didático-Pedagógicas. Governo do Estado do Paraná. Secretaria de Educação, 2014. Acesso em: 24 abr. 2019. Disponível em: https://bit.ly/2IRwwT4. Citado 6 vezes nas páginas 19, 35, 36, 39, 40 e 91.

LACAZ, Tânia Maria Vilela Salgado; OLIVEIRA, Juraci Conceição de Faria. *Pesquisa e uso de metodologias propostas por Malba Tahan para a melhoria do Ensino*, p. 424–444, 2017. Acesso em: 09 maio 2019. Disponível em: https://bit.ly/2VrRmjt. Citado na página 40.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. *Fundamentos da metodologia científica*. 5. ed. São Paulo: Atlas: [s.n.], 2003. Citado 3 vezes nas páginas 55, 56 e 57.

LIMA, Fabrício de Oliveira; BRANDÃO, Daniel Nicolau. Gamificação em matemática: umas das possíveis soluções em meio a tantas discussões. *Brazilian Journal of Development*, Curitiba, v. 5, n. 11, p. 27890–27901, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 44.

LIMA, Reginaldo N. de Souza. *Matemática*: contatos matemáticos de primeiro grau. Fascículo 1. Cuiabá-MT: UFMT: [s.n.], 2003. Citado na página 35.

LUCKESI, Carlos. Ludopedagogia: partilhando uma experiência e uma proposta. in: Luckesi, c. *Ludopedagogia Ensaios*, Educação e Ludicidade. Salvador: GEPEL/FACED/UFBA, 2000. Citado na página 34.

MIRANDA, Patrícia Feitosa Basso. *Multiplicar ou dividir*: contribuições à prática pedagógica para a do conhecimento matemático nos anos iniciais da educaç ao básica. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Porto Velho, RO: Fundação Universidade Federal de Rondônia, 2016. Citado na página 47.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. Jovens e adultos como sujeitos de conhecimento e aprendizagem. *Revista Brasileira de Educação*, n. 12, 1999. Citado na página 59.

PARMEGIANI, Roselice. *Ensinando Matemática*. 2016. Acesso em: 25 maio 2019. Disponível em: http://www.ensinandomatematica.com/operacao-divisao-passo-passo/. Citado na página 81.

PEREIRA, Marilene de Freitas. *Dificuldades nas operaçôes de multiplicação e divisão*: uma proposta de atividade baseada na história da matemática. Rio Tinto, PB: Universidade Federal da Paraíba, 2016. Acesso em: 20 jan. 2020. Disponível em: https://bit.ly/39gEtLB. Citado 3 vezes nas páginas 30, 32 e 33.

PONTES, Dulce Helena Ribeiro. *Do léxico ao texto*: processo de produção mediado por intervenções linguísticas. Tese de Doutorado (Letras Língua Portuguesa). Rio de Janeiro: Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), 2009. Citado 3 vezes nas páginas 54, 55 e 56.

RAMPAZZO, Sandra Regina dos Reis; JESUS, Adriana Regina de. *Instrumentos de avaliação*: reflexões e possibilidades de uso no processo de ensino e aprendizagem. Londrina: Programa de Desenvolvimento Educacional. Universidade Estadual de Londrina, 2011. Citado na página 64.

Rêgo, Rômulo; Rêgo, Rogéria. *Matemática ativa*. João Pessoa: Universitária/UFPB, INEP, Comped, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 35.

RÖHRS, Hermann. *Maria Montessori*. Tradução: Danilo Di Manno de Almeida, Maria Leila Alves. Recife: Massangana. (Coleção Educadores), 2010. Citado na página 38.

ROQUE, Tatiana. *História da Matemática*. Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2012. Citado 5 vezes nas páginas 21, 22, 24, 25 e 26.

SANTALÓ, Luis A. Matemática para não matemáticos. In: PARRA, C. ; SAIZ, I. (org.). *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas*, Porto Alegre, RS: Artmed, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 36.

SANTANA, Gracielly da Silva. *Algoritmos utilizados para as Quatro Operações Elementares*. Goiânia-GO: Universidade Federal de Goiás, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 49.

SANTOS, Juliana Silva dos; CORRÊA, Ivan Livindo de Senna. EJA Ensino Fundamental: a (re)inclusão na escola como perspectiva de inserção social no trabalho. *REVES-Revista Relações Sociais*, v. 1, n. 2, p. 0137–0148, 2018. Citado na página 59.

SANTOS, Mário. *Vantagens e desvantagens da utilização do Questionário como técnica de recolha de dados*. 2008. Acesso em: 20 jan. 2020. Disponível em: encurtador.com.br/CGKTW. Citado na página 57.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. *Conjuntos numéricos:*: a multiplicação dos egípcios. Mundo Educação, 2019. Acesso em: 28 mar. 2019. Disponível em: https://bit.ly/2Wye4CH. Citado na página 23.

SILVA, Sheila Valéria Pereira da. *Ideias/significados da multiplicação e divisão*: o processo de aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas por alunos do 5º ano do ensino fundamental. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Campina Grande, PB: Universidade Estadual da Paraíba, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 48.

SILVEIRA, Ênio. *Matemática compreensão e prática*. 5. ed. Manual do professor / Ênio Silveira. São Paulo: Moderna, 2018. Citado na página 27.

SILVEIRA, Joveliana Amado da. Material Dourado de Montessori: trabalhando com algoritmos de Adição, Subtração, Multiplicação ou Divisão. *Ensino em Re-Vista*, 2010. Citado na página 38.

SISTEMATIZAÇÃO DO SEMINÁRIO MENTALIDADES MATEMÁTICAS. 2018. Acesso em: 25 fev. 2020. Disponível em: https://bit.ly/2SWelAa. Citado 3 vezes nas páginas 44, 45 e 46.

TAHAN, Malba. *Didática da Matemática*. São Paulo: v. 2, 1962. Citado 3 vezes nas páginas 19, 40 e 92.

TAKASSI, Gilmar de Jesus Rosas. *Unidade didática: contribuições do lúdico para o ensino da matemática*. 28p. Curiúva-PR, Cadernos PDE. Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor, v. III. Produções Didático-Pedagógicas, 2014. Acesso em: 24 abr. 2019. Disponível em: https://bit.ly/2L7gd7c. Citado na página 34.

TEIXEIRA, Lenaldo de Castro Leitão; Hyasmin Dállia de Paiva; FONSECA, Jeneffe Vivian dos Santos. *O ensino da multiplicação e divisão utilizando os Ossos de Napier como recurso pedagógico*. 12p. IX Encontro Paraibano de Educação Matemática (EPBEM), 2016. Acesso em: 17 abr. 2019. Disponível em: http://twixar.me/4YjK. Citado na página 38.

TRIPP, David. *Pesquisa-ação:*. São Paulo: uma introdução metodológica, 2005. v. 31. Citado 7 vezes nas páginas 19, 47, 53, 54, 55, 56 e 84.

TYCHANOWICZ, Simone Danielle. O ensino de divisão: reunindo registros, 12p. *XX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática (Ebrapem)*, Curitiba-PR, 12 a 14 nov, 2016. Citado na página 33.

VERGNAUD, Gérard. *La théorie des champs conceptuels*. [S.l.]: Recherches en Didactique des Mathématiques, 1990. v. 10. 133-170 p. Citado na página 39.

VERGNAUD, Gérard. A comprehensive theroy of reprentation for mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, v. 17, n. 17, p. 167–181, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 34.

VERGNAUD, Gérard. O longo e o curto prazo na aprendizagem da matemática. *Educar em Revista*, Curitiba, Brasil, n. Especial 1/2011, p. 15–27, 2011. Citado 4 vezes nas páginas 30, 31, 32 e 68.

VIGOTSKY, Lev Semenovich. *Pensamentos e linguagem*. São Paulo: Martins Fontes: [s.n.], 1989. Citado na página 36.

Apêndices

APÊNDICE A

Autorização da Direção

TRABALHO DE PESQUISA CIENTÍFICA

AUTORIZAÇÃO

Prezada Diretora,

Os alunos das turmas 601, do Colégio Estadual Luiz Tito de Almeida, estão sendo convidados a participar de uma pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática, PROFMAT, da UENF, realizado pela mestranda e professora de matemática dos referidos alunos, Aline Mazza Vizula. A pesquisa será realizada no próprio Colégio, durante algumas aulas de matemática, com o seguinte tema: ENSINO-APRENDIZAGEM DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO POR MEIO DE RECURSOS LÚDICOS, onde os alunos irão aprender Multiplicação e Divisão por meio de aulas atrativas envolvendo jogos, materiais lúdicos e trabalho em grupo. Tendo como objetivo principal a melhora no ensino-aprendizagem dos alunos, gostaria de pedir sua autorização para que o Colégio e a referida turma possam participar da pesquisa, e que os registros das atividades possam ser publicados.

Desde já, agradeço, e se estiver de acordo, peço que destaque e preencha o formulário a seguir:

- -

Eu, ____, diretora do Colégio Estadual Luiz Tito de Almeida, autorizo a participação da turma 601 na pesquisa sobre ENSINO-APRENDIZAGEM DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO POR MEIO DE RECURSOS LÚDICOS, desenvolvida pela professora de Matemática Aline Mazza Vizula.

____

Assinatura

Bom Jesus do Itabapoana, 29 de Maio de 2019.

APÊNDICE B

Autorização dos Responsáveis

TRABALHO DE PESQUISA CIENTÍFICA

AUTORIZAÇÃO

Senhores Pais ou Responsáveis,

Os alunos das turma 601 do Colégio Estadual Luiz Tito de Almeida, estão sendo convidados a participar de uma pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática, PROFMAT, da UENF, realizado pela mestranda e professora de matemática dos referidos alunos, Aline Mazza Vizula. A pesquisa será realizada no próprio Colégio, durante algumas aulas de matemática, com o seguinte tema: ENSINO-APRENDIZAGEM DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO POR MEIO DE RECURSOS LÚDICOS, onde os alunos irão aprender Multiplicação e Divisão por meio de aulas atrativas envolvendo jogos, materiais lúdicos e trabalho em grupo. Tendo como objetivo principal a melhora no ensino aprendizagem do seu filho(a), pedimos sua autorização para que ele(a) possa participar das atividades, e que os registros das atividades possam ser publicados.

Desde já, agradeço, e peço que aprovando a participação do seu filho(a), destaque e preencha o formulário a seguir:

- -

Eu, ____, autorizo a participação de meu filho(a) na pesquisa desenvolvida pela professora de Matemática, Aline Mazza Vizula.

Nome do aluno:____

Bom Jesus do Itabapoana, 29 de Maio de 2019.

APÊNDICE C

Autorização dos Maiores

TRABALHO DE PESQUISA CIENTÍFICA

AUTORIZAÇÃO

Prezado aluno(a),

Os alunos das turma 601 do Colégio Estadual Luiz Tito de Almeida, estão sendo convidados a participar de uma pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática, PROFMAT, da UENF, realizado pela mestranda e professora de matemática dos referidos alunos, Aline Mazza Vizula. A pesquisa será realizada no próprio Colégio, durante algumas aulas de matemática, com o seguinte tema: ENSINO-APRENDIZAGEM DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO POR MEIO DE RECURSOS LÚDICOS, onde os alunos irão aprender Multiplicação e Divisão por meio de aulas atrativas envolvendo jogos, materiais lúdicos e trabalho em grupo. Tendo como objetivo principal a melhora no ensino aprendizagem, peço sua autorização para participar das atividades, e que os registros das atividades possam ser publicados.

Desde já, agradeço, e peço que aprovando a sua participação, destaque e preencha o formulário a seguir:

- -

Eu, ____, autorizo a minha participação na pesquisa desenvolvida pela professora de Matemática, Aline Mazza Vizula.

Bom Jesus do Itabapoana, 29 de Maio de 2019.

APÊNDICE D

Pré-teste e Pós-teste

UENF
Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

PROFMAT

CAPES

Pré-teste

Nome:____

Idade:_________________ Data:___/___/2019

1. Arme e efetue:

a) 802 x 2 =

b) 127 x 13 =

c) 105 ÷ 5 =

d) 876 ÷ 12 =

2. Isaac ganhou quatro quites de carinhos, cada quite vem com 12 carrinhos. Quantos carrinhos Isaac ganhou ao todo?

3. Siga a sequência:

a) 2 – 4 – _____ – 8 – _____ – _____ – _____ – 16

b) 6 – 12 – _____ – 24 – _____ – 36 – _____ – 48

c) 80 – 70 –_____ – 50 – 40 – _____ – 20 – ____

d) 32 – 16 – _____ – 4 – _____– 1

4. João comprou 3 blusas de valores iguais por R$ 141,00. Qual o preço de cada blusa?

5. Luciana comprou uma bicicleta que custou R$ 560,00. Ela vai pagar essa bicicleta em 8 prestações iguais. Qual será o valor de cada prestação?

APÊNDICE E

Questionário e Entrevista

QUESTIONÁRIO

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE DARCY RIBEIRO – UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS DO 6º ANO
INSTRUMENTO DA PESQUISA DE MESTRADO

Pesquisadora: Mestranda Aline Mazza Vizula
Orientador: Prof. Dr. Oscar Alfredo Paz la Torre

1. **Sexo**: ( ) masculino ( ) feminino

2. **Idade**: ____ anos

3. **Estado civil**:
( ) solteiro/a ( ) casado/a ( ) divorciado/a ( ) viúvo/a

4. **Grau de instrução dos pais**:

pai	mãe
( ) analfabeto	( ) analfabeta
( ) 1º ano do 1º grau	( ) 1º ano do 1º grau
( ) 1º grau completo	( ) 1º grau completo
( ) 2º grau	( ) 2º grau

5. **Mora em casa própria**: ( ) sim ( ) não

6. **Da sua casa à escola você gasta quanto tempo aproximadamente**? ______________________
Qual a distância aproximada? ____
De que condução você vem? ____

7. **Gosta de estudar?** ( ) sim ( ) não ( ) mais ou menos

Por quê? ____

____

8. **Gosta de matemática?** ( ) sim ( ) não ( ) mais ou menos

Por quê? ____

____

9**. Quando entrou na escola?** ____

10. **Já repetiu o ano?** ( ) sim ( ) não

11. **Parou de estudar durante algum tempo?**
( ) não.
( ) sim. **Porquê?**

ENTREVISTA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE DARCY RIBEIRO – UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

ENTREVISTA ESCRITA APLICADA AOS ALUNOS DO 6º ANO
INSTRUMENTO DA PESQUISA DE MESTRADO

Pesquisadora: mestranda Aline Mazza Vizula
Orientador: Prof. Dr. Oscar Alfredo Paz la Torre

Explique o que você faz durante o dia que o/a impede de estudar durante o dia. Aproveite também para contar um pouco da sua trajetória escolar.

APÊNDICE F

Atividades da Sequência Didática

F.1 Atividade 1

Atividade 1

Nome:____
Professora: Aline Mazza Vizula **Data:**___/___/2019

Tabela Pitagórica

1. Completaremos a tabela, colocando no quadradinho onde as linhas e as colunas se encontram o resultado da multiplicação dos números dispostos no quadradinho superior de cada coluna com o quadradinho inicial de cada linha.

Observe o exemplo: 7x3 = 21

x	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7			21							
8										
9										
10										

a) Conte os quadradinhos das colunas 1, 2 e 3 até a linha 7. O resultado coincide com o número inserido no encontro da coluna 3 com a linha 7? Porquê?

____

____

b) Complete as colunas referentes a tabuada do 2 e do 3. Você conseguiria identificar outra tabuada que tenha como resultado a soma dos produtos que você preencheu agora?

____
____
____

c) Complete a coluna referente a tabuada do 4. A partir da tabuada do 2, qual cálculo seria necessário efetuar para encontrar a tabuada de 4? Usando raciocínio similar, a partir da tabuada do 4, construa a tabuada do 8.

____
____
____

d) Construa as tabuadas do 5 e do 6 como preferir e registre suas estratégias.

⇒ Tabuada do 5____

____

⇒ Tabuada do 6____

____

e) Quais colunas de resultados devo somar para encontrar a tabuado do 7? Há outras possibilidades? Discuta com o grupo e registre as possibilidades encontradas.

____
____

f) Observe duas maneiras que alguém encontrou o resultado de 9x6:

- 9 x 6 = (9 x 3) x 2 = 27 x 2 = 54, pois 3 x 2 = 6
- 9 x 6 = (9x2) + (9x4) = 18 + 36 = 54, pois 2 + 4 = 6

Baseando-se no exemplo acima, encontre duas formas diferentes de calcular 9x8.

____
____

❖ Agora complete todos os quadradinhos restantes!

F.2 Atividade 2

Atividade 2

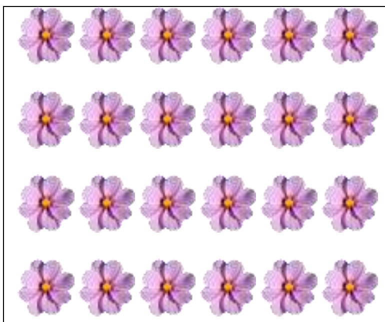
Nome:____

Professora: Aline Mazza Vizula **Data:**___/___/2019

Multiplicação como disposição retangular

1. A multiplicação é uma operação que nos permite encontrar o total de objetos organizados numa disposição retangular. Determine a multiplicação que devemos fazer para calcular o total de objetos em cada item sem contar um por um.

a)



Operação:

____

b)

Operação: ______________________

2. A diretora Lúcia quer organizar no pátio em fila os alunos do ensino fundamental do turno noturno para cantar o hino nacional. Cada fila deve conter a mesma quantidade de alunos e sabendo que neste dia compareceram 36 alunos, determine:

a) Duas maneiras diferentes em que ela pode organizar as filas: ____________________________________

____

b) Quantas filas serão formadas caso disponha:

i. 6 alunos por fila: _____________

ii. 12 alunos por fila: ____________

iii. 9 alunos por fila: _____________

Agora vamos jogar?

Você conhece o jogo *"Quanto falta para 100?"* ? Cada dupla receberá dois dados, e alternadamente cada jogador lança seu dado duas vezes, multiplicando os números obtidos nas faces superiores, anotando o produto. Em seguida, organiza esse produto na disposição retangular que lhe convém, pintando na malha abaixo. Ganha o jogo quem conseguir pintar o número máximo de quadradinhos, se aproximando mais de 100.

JOGO 1									

JOGO 2									

Jogadas	Números obtidos		Produto	Disposição retangular escolhida
1				( ) x ( )
2				( ) x ( )
3				( ) x ( )
4				( ) x ( )
5				( ) x ( )
6				( ) x ( )
7				( ) x ( )
8				( ) x ( )
9				( ) x ( )

Boa atividade!

F.3 Atividade 3

UENF Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro — PROFMAT — CAPES

Atividade 3

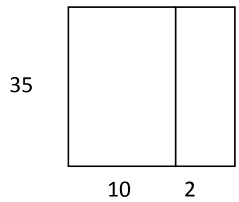
Nome:____

Professora: Aline Mazza Vizula **Data:___/___/2019**

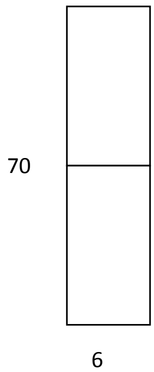
Multiplicação Descolada

1. Observe as estratégias de cálculo mental da professora Aline:

- 35x12 = 35x(10 + 2) = 350 + 70 = 420



- 35 x 12 = (35x2)x6 = 70x6 = 420



Agora é sua vez! Use estratégias para calcular 15 x 8. Faça desenhos, discuta com os colegas.

Vamos brincar?

Efetue, usando o material manipulável oferecido, as multiplicações:

a) 46x5

b) 97x4

c) 124x8

d) 360x12

e) 512x25

F.4 Atividade 4

Atividade 4

Nome:____
Professora: Aline Mazza Vizula **Data:**___/___/2019

Multiplicação *versus* Divisão

- Vamos brincar em grupo? Dados os cartões, cada integrante escolhe um dos cartões numéricos, e um por vez, procura e escolhe outro cartão correspondente ao cartão escolhido inicialmente. Mãos à obra!

  Disponível em: https://bhi61nm2cr3mkdgk1dtaov18-wpengine.netdna-ssl.com/wp-content/uploads/2017/03/COD127_CART%C3%95ES-MATEM%C3%81TICOS.pdf

- Agora, organizando-se em duplas, dadas as situações-problema abaixo, discutam e utilizem o material dourado para representar cada situação (por exemplo, com uma disposição retangular) e responder os probleminhas:

a) Em um auditório, deve-se distribuir 24 cadeiras em filas de 6 cadeiras cada. Quantas filas serão formadas?

b) A professora Aline levou para a aula um pacote de pirulito com 30 unidades. Sabendo que frequentam 6 alunos nessa classe, e que os pirulitos serão distribuídos igualmente, quantos pirulitos cada aluno receberá? E se faltar um aluno, quantos pirulitos cada um dos alunos receberá?

c) 18 brinquedos foram distribuídos igualmente entre um número de crianças, cada uma recebeu 4 brinquedos e sobraram 2. Quantas crianças estavam presentes?

d) Numa classe com 7 alunos, quatro são meninas e 3 são meninos. Quantas duplas distintas compostas por um menino e uma menina podemos formar?

Considerando o problema anterior, e sabendo-se que em determinado dia pelo menos um aluno tenha faltado, pôde-se formar 9 duplas diferentes compostas por um menino e uma menina. Quantos alunos estiveram presentes? Qual a quantidade de meninos e meninas nesse dia?

Boa atividade!

F.5 Atividade 5

UENF
Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

PROFMAT

CAPES

Atividade 5

Nome:____
Professora: Aline Mazza Vizula **Data:**___/___/2019

1. Efetue as divisões, com o auxílio do material manipulável, registrando suas respostas nesta ficha:

a) 36 : 3	b) 38 : 3
c) 206 : 2	d) 400 : 4
e) 913 : 4	f) 7534 : 12

Adaptado de http://www.ensinandomatematica.com/operacao-divisao-passo-passo/

APÊNDICE G

Ficha de Avaliação

Nome:____
Professora: Aline Mazza Vizula **Data:**___/___/2019

Ficha de Avaliação

Pinte a reação que melhor representa seu grau de satisfação em relação a cada item apresentado na primeira coluna				
Atividades realizadas				
Auxílio da professora				
Sua dedicação ao realizar as tarefas				
Sua forma de trabalhar em grupo				
Seu rendimento e persistência nas atividades				
Sua expectativa para a próxima atividade				
Que parte da atividade você mais gostou?				
Deixe sua sugestão				

ANEXO A

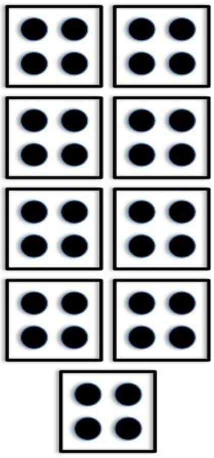
Jogo das fichas

youcubed at Stanford University

9×4

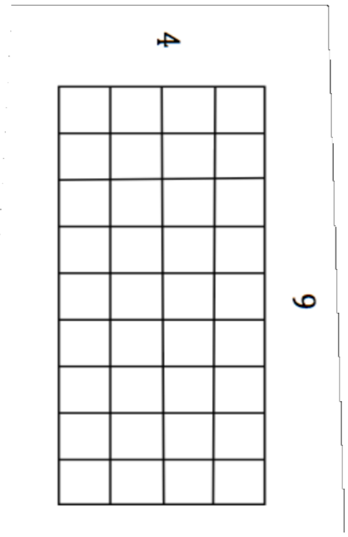
36

4×9

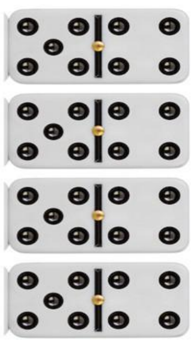


REALIZADOR Sidarta

APOIADOR Itaú Social



7 × 9

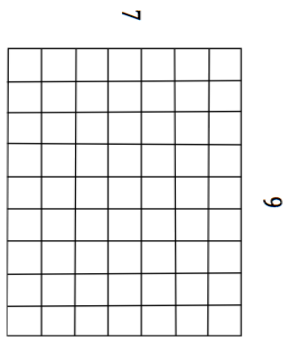


9 × 7

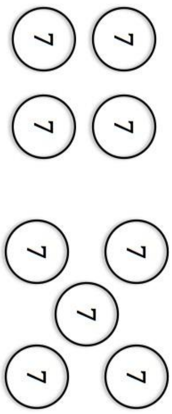
REALIZADOR
Sidarta

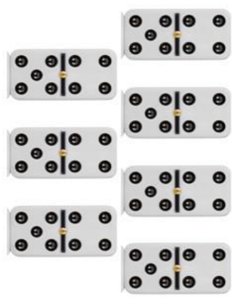
APOIADOR
Itaú Social

youcubed at Stanford University



63





REALIZADOR

Sidarta

APOIADOR

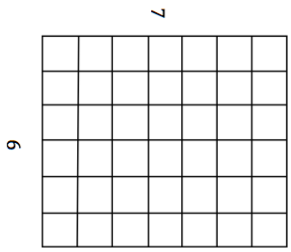
Itaú Social

youcubed at Stanford University

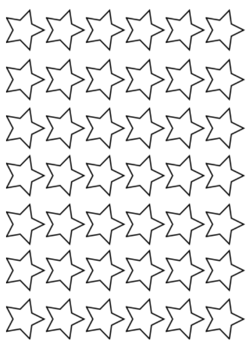
7×6	42
6×7	

REALIZADOR
Sidarta

APOIADOR
Itaú Social



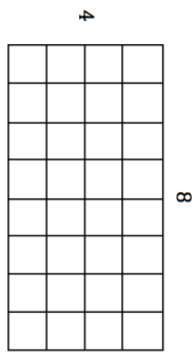
8×4

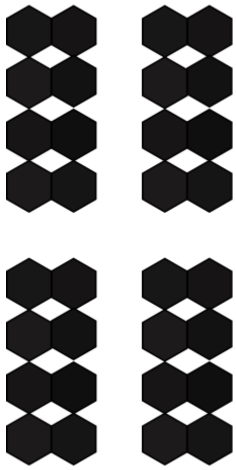


4×8

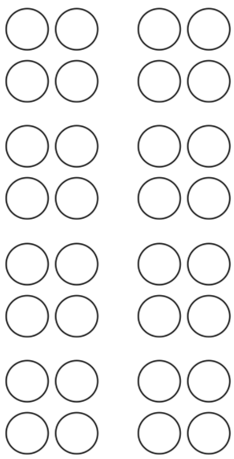
REALIZADOR

APOIADOR





32

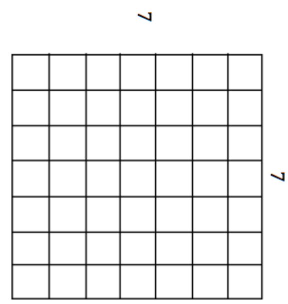


REALIZADOR

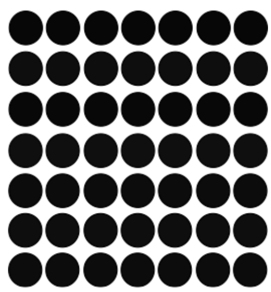
APOIADOR

youcubed at Stanford University

7×7



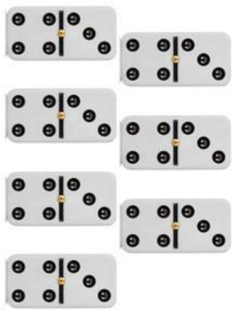
49



REALIZADOR
Sidarta

APOIADOR
Itaú Social

youcubed at Stanford University

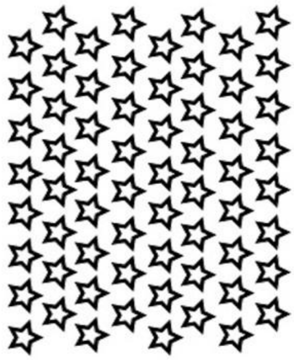
7^2	8×8
	64

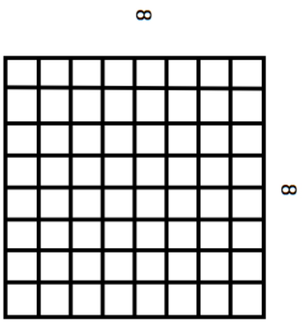
REALIZADOR Sidarta

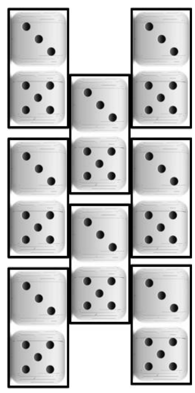
APOIADOR Itaú Social

youcubed at Stanford University

8^2





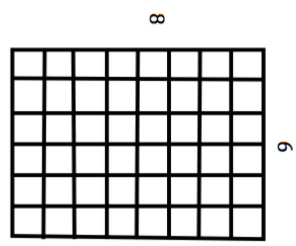


youcubed at Stanford University

6 × 8

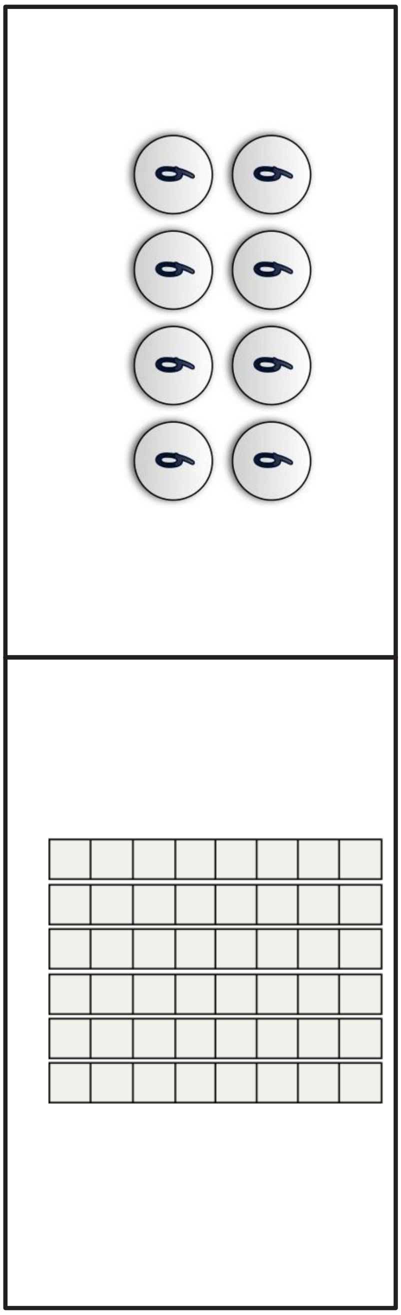
48

8 × 6



REALIZADOR Sidarta

APOIADOR Itaú Social



REALIZADOR

APOIADOR