COLÉGIO PEDRO II

Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Gabriel Carneiro Silva

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA:

Um instrumento eficaz no esforço de aprofundamento dos conhecimentos em matemática básica

Rio de Janeiro

2020

Gabriel Carneiro

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA:
Um instrumento eficaz no esforço de aprofundamento dos conhecimentos em matemática básica

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador(a): Profª Drª. Liliana Manuela Gaspar Cerveira da Costa

Rio de Janeiro
2020

COLÉGIO PEDRO II

PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E CULTURA

BIBLIOTECA PROFESSORA SILVIA BECHER

CATALOGAÇÃO NA FONTE

S586 Silva, Gabriel Carneiro

Avaliação diagnóstica: um instrumento eficaz no esforço de aprofundamento dos conhecimentos em matemática básica / Gabriel Carneiro Silva. – Rio de Janeiro, 2020.

199 f.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Colégio Pedro II. Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura.

Orientador: Liliana Manuela Gaspar Cerveira da Costa.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Avaliação da aprendizagem. 3. Ensino médio – Estudo e ensino. I. Costa, Liliana Manuela Gaspar Cerveira da. II. Colégio Pedro II. III. Título.

CDD 510

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Simone Alves – CRB7 5692.

Gabriel Carneiro Silva

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA:
Um instrumento eficaz no esforço de aprofundamento dos conhecimentos em matemática básica

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em: _____/_____/_____.

Banca Examinadora:

____
Profª Dra Liliana Manuela Gaspar Cerveira da Costa (Orientadora)
Profmat - Colégio Pedro II

____
Profª Dra Aline de Lima Guedes
Universidade do Estado do Rio de Janeiro

____
Profª Dra Patrícia Erthal de Moraes
Colégio Pedro II

____
Profª Dra Andreia Carvalho Maciel Barbosa
Colégio Pedro II

Rio de Janeiro
2020

Dedico este trabalho aos meus alunos que tanto amo. Ainda que pensemos em nós mesmos (desenvolvimento profissional, condições de trabalho, carreira, etc.), o que me faz sair de casa todos os dias com um sorriso no rosto, o que me fez mudar de profissão mesmo contra diversas circunstâncias, é saber que auxiliarei vocês nessa jornada da educação, de extração do que existe de mais puro e belo em cada um de vocês. Essa é a minha missão, dela jamais fugirei

AGRADECIMENTOS

À minha amada esposa, que sempre me apoia, independente de quaisquer dificuldades.

À minha família e ao meu mestre que me forjaram enquanto ser humano. O caráter e o senso de justiça de vocês são importantíssimos para mim!

Aos meus amigos e colegas de profissão e de Soka Gakkai pelo apoio, incentivos e momentos de descontração que tanto são importantes em nossa caminhada.

Ao universo e à Soka Gakkai por tantas oportunidades que tenho ao longo de minha trajetória.

Às instituições de ensino que me formaram academicamente: Colégio Catatau, Colégio Tales de Mileto, EM Sun Yat Sen, Colégio da Imaculada Conceição, Curso Radical, Cefeteq (IFRJ), Curso Ponto de Ensino, EQ-UFRJ, UCAM e CPII.

Aos meus alunos que confiaram em meu trabalho e partilharam de sua implementação.

Às instituições que me deram à oportunidade de exercer meu trabalho e que confiaram plenamente em mim: Curso Radical, Cefeteq, IMA-UFRJ, Roche, CIES, Colégio Progressão, Prefeitura Municipal de Duque de Caxias e Escola Sesc de Ensino Médio.

À Escola Sesc de Ensino Médio, um agradecimento especial, não só por me fornecer a oportunidade de realizar essa pesquisa, mas também por ser a instituição que sempre desejei trabalhar e onde sinto que consigo, de fato, aplicar o máximo de minha energia pela excelência do trabalho em educação.

Aos meus colegas de trabalho que partilharam de meu trabalho, confiaram em mim e forneceram ajuda e opiniões sobre seu desenrolar: Isabel Bernardo, Ulício Júnior, Márcia Leite e Daniel Lima, sem esquecer de Carolina França que, além de todo esse apoio, me permitiu usar e adaptar uma série de materiais pedagógicos para essa pesquisa.

À todos e todas, muitíssimo obrigado!

“Existe uma estrada,
Essa é a estrada que eu amo.
Eu a escolhi.
Quando trilho nessa estrada,
as esperanças brotam,
e, o sorriso
se abre em meu rosto.
Dessa estrada nunca,
jamais fugirei.”

Daisaku Ikeda

RESUMO

SILVA, Gabriel Carneiro Silva. **Avaliação Diagnóstica:** Um instrumento eficaz no esforço de aprofundamento dos conhecimentos em matemática básica. 2020. 199 f.. Dissertação (Mestrado) – Colégio Pedro II, Pró-Reitora de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Rio de Janeiro, 2020.

A identificação dos conhecimentos básicos em matemática de cada estudante é fundamental para o apoio consistente do professor. Com essa preocupação, o presente trabalho apresenta um estudo de caso de aplicação de uma avaliação diagnóstica, em estudantes de origens bastante distintas, em seu primeiro ano em uma escola de ensino médio e o programa de apoio e retomada de conteúdos não adquiridos, ou adquiridos parcialmente. Uma extensa análise da confecção da avaliação diagnóstica, com espaço para resolução comentada e discussão dos possíveis erros cometidos é realizada. Acompanha-se um trabalho personalizado e de longo prazo, baseado nos resultados das avaliações, é desenvolvido com cada um, direcionados às suas características individuais. São utilizadas metodologias distintas como estudo dirigido, listas de estudo conceituais, monitorias, etc. Sempre que possível, foram evitados métodos mais comuns de ensino dos conteúdos, já que esses eram mais prováveis de terem sido aplicados sem sucesso anteriormente com eles. Cada habilidade aferida é foco de atenção com os alunos com dificuldade nas mesmas em encontros fora do horário regular de aulas. Uma segunda avaliação é aplicada para monitorar a eficácia do trabalho realizado e apontar possíveis novas ações. A análise comparativa dos resultados das duas diagnoses é efetuada.

Palavras-chave: Avaliação Diagnóstica; Matemática Básica; Ensino Médio e Acompanhamento.

ABSTRACT

SILVA, Gabriel Carneiro Silva. **Avaliação Diagnóstica:** Um instrumento eficaz no esforço de aprofundamento dos conhecimentos em matemática básica. 2020. 199 f.. Dissertação (Mestrado) – Colégio Pedro II, Pró-Reitora de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Rio de Janeiro, 2020.

It is extremely important to know the knowledge's level of each student in a classroom to allow the strong support by the teacher. Thinking about it, this work studies a case of diagnosis testing in students of very distinct backgrounds, in the first year of high school and a methodology of classes and study of the abilities not mastered or partially mastered. A long analysis is made about the creation of the evaluation and each question used. Not only a test is used, but a personalized and long term effort, based on the results of each boy or girl, is developed in all of them, with activities chose looking to the personal characteristics. Distincts methodologies are used, as self-directed study, conceptual exercises, instruction by pairs, etc. If it was possible common methods was avoided, because probably they were applied unsuccessfully. Each measured ability is focus of attention with all students bad in that issue. A second evaluation is applied seeking know about the efficacy of the job e show possible new actions.

Keywords: Diagnosis Evaluation; Basic Mathematics; High School and Monitoring.

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Muitos são os problemas encontrados no aprendizado de matemática no ensino médio causados pela incapacidade de lidar com operações básicas, raciocínio lógico, modelagem de problemas e demais aspectos da disciplina que, por motivos diversos, não são plenamente assimilados nos anos iniciais da escola.

A incapacidade em lidar com a matemática no ensino fundamental pode ser contornada em alguns períodos da escolarização, mas se esquivar constantemente da aprendizagem significativa de conteúdos pertinentes, pode gerar uma grande dificuldade para o estudo da disciplina nos anos finais da escola e no exercício de um papel social ativo e de cidadania.

Ao se deparar com temas de matemática básica não adquiridos, o estudante do ensino médio pode desenvolver uma angústia, ou sentimento de inferioridade, não apresentando o raciocínio lógico que ele é capaz. Assim, ainda que o estudante consiga acompanhar os pressupostos teóricos de um novo conteúdo, pode não conseguir se desenvolver satisfatoriamente, quando desemparado, por não possuir as ferramentas necessárias, tidas pelo professor como aprendidas previamente.

Muito do que é obstáculo no estudo de matemática, mas também na física, química e outras disciplinas no ensino médio, poderia ser suavizado, pelo conhecimento consistente de assuntos do ensino fundamental, relacionados à disciplina foco do presente trabalho.

Pensando nisso, a equipe de professores da Escola Sesc de Ensino Médio, frisou a importância do desenvolvimento de um trabalho com foco no aprimoramento de assuntos considerados pré-requisitos para os alunos ingressantes nessa instituição.

Por outro lado, como esta é uma escola com atuação exclusiva no segmento de ensino médio, os estudantes são desconhecidos para o corpo docente ao ingressarem, todos, na primeira série. Somado a isso, o histórico é de um corpo discente com naturezas muito distintas e com conhecimento acadêmico em níveis de disparidade significativos.

Uma avaliação prévia em aspectos básicos da escolarização foi sugerida como possibilidade de suavização para tal questão. Uma diagnose que apontasse para os aspectos mais sensíveis à série como um todo, mas que pela origem tão distinta dos estudantes, também revelasse os que possuíssem mais dificuldade. Além disso, seria também útil para identificar lacunas de muitos adolescentes que apesar de certa destreza, não tivessem tido contato com determinados assuntos específicos.

Tal avaliação diagnóstica forneceu informações quanto a 10 habilidades em matemática básica, tidas como pré-requisitos para o desenvolvimento seguro na disciplina no Ensino Médio. Os resultados nortearam os esforços direcionados ao aprofundamento de cada um desses temas, para fornecer ferramentas nessa nova etapa a se descortinar ao longo do ano.

O currículo da série, com seu planejamento semanal, apontaria as necessidades ou possíveis dificuldades de trabalho, a cada momento, e a avaliação diagnóstica indicaria os estudantes com aquele tipo de necessidade de suporte ao trabalho vindouro.

Um estudo orientado, com diferentes metodologias, tais como: estudo dirigido, listas de exercícios, monitorias, atendimento individual, etc. foi desenvolvido ao longo da série, em horários extracurriculares, com convocação específica para cada tema abordado. Diversas atividades desenvolvidas são apresentadas em Apêndice, na ordem em que foram utilizadas.

Cada grupo de estudantes com baixo rendimento em uma dessas habilidades era direcionado aos atendimentos específicos desses conteúdos, enquanto um trabalho de aprofundamento era realizado com os demais, na medida do possível.

Os alunos também foram subdivididos em 4 grupos por nível de proficiência na diagnose, afim de orientá-los de forma específica, não apenas nas habilidades em que não obtiveram êxito, mas de forma mais global.

O grupo 1, com 4 alunos que acertaram apenas algumas poucas questões (notas abaixo de 3,0) frequentou os encontros por 2 vezes por semana. O grupo 2, com, no primeiro momento, 11 alunos (notas entre 3,0 e 5,0) participou de 1 encontro semanal. Já os grupos 3 e 4, foram direcionados aos atendimentos apenas de habilidades em que tivessem resultados ruins no momento da diagnose.

Alguns alunos do grupo 2 foram realocados no grupo 3, após observação qualitativa do professor de que o estudante teria dificuldades mais pontuais e por motivos diversos teria se saído pior na avaliação diagnóstica do que seu desempenho nas aulas regulares poderia indicar.

Além dos encontros presenciais, uma série de atividades a serem realizadas individualmente, foram entregues aos alunos. Seria um mais conceitual e simples para os grupos 1 e 2 e de aprofundamento para os demais. Mais à frente parte do trabalho foi unificado, por diversos motivos, mas sempre buscando atender de forma personalizada as dificuldades de cada estudante.

Em julho, uma segunda diagnose foi realizada para identificar os avanços em diferentes áreas e ações a serem implementadas a posteriori. Os resultados foram avaliados e as metodologias repensadas.

Ao fim do ano, uma pesquisa foi realizada com os estudantes que foram inicialmente direcionados aos atendimentos especiais, para conhecer a opinião dos participantes e apontar possíveis melhorias.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A dificuldade com o aprendizado de matemática não é exclusividade apenas do Brasil ou da época atual. Piaget (1953, p.54, apud SCHLIEMAN et al, 1992, p.101) já discutia sobre o caráter emocional do aprendizado da matemática:

> Todo o aluno normal é capaz de um bom raciocínio matemático, desde que se apele para sua atividade e se consiga assim remover as inibições afetivas que lhe conferem com bastante frequência um sentimento de inferioridade nas aulas que versam sobre essa matéria.

Este trecho deixa clara a preocupação com a inclusão de todos no aprendizado da matemática, que pode gerar impactos emocionais. Por outro lado, claro que é desejo de qualquer professor a facilitação do ato de aprender por parte dos estudantes. Nesta perspectiva, o capítulo 2 visa uma reflexão sobre o que vem a ser a avaliação em educação e sua importância para o processo educativo, dando suporte ao aprendizado significativo.

Para muitas pessoas de fora do ambiente escolar, avaliação pode remeter a uma simples prova, com questões semelhantes às realizadas ao longo das aulas e traduzidas em classificação. O seu objetivo seria o de simplesmente conferir se o aluno é capaz de resolver aquele problema. Em especial, numa disciplina abstrata, com um imaginário social construído com traumas e medos, o momento da prova pode ser de forte envolvimento emocional.

Entretanto, a concepção de avaliação utilizada no presente trabalho, se distancia da “medição” do conhecimento já alcançado, ou não, pelo estudante e se aproxima de mais uma ferramenta no processo educativo, através da disciplina em foco.

Como apresentado por Moretto (2010, p.192):

> Avaliar a aprendizagem está profundamente relacionado com o processo de ensino e, portanto, deve ser conduzido como mais um momento em que o aluno aprende. Chamamos de “momento privilegiado” porque julgamos que, diante de tudo o que a tradição vem associando à prova, o aluno coloca suas energias em busca de sucesso, normalmente associado a uma boa nota. Se essa é a cultura estabelecida, por que não aproveitá-la e transformar a avaliação em um momento de construção de conhecimento? Nossa experiência mostra que alguns professores transformam as provas na “hora do acerto de contas” com seus alunos, reagindo dessa forma ao desinteresse pelas aulas, à indisciplina, à falta de estudo, à alienação escolar.

Se o professor desenvolve a avaliação como a “hora do acerto de contas”, conforme este autor apresenta, subutiliza-se o potencial que ela possui de contribuir para a aprendizagem, de participar do cotidiano escolar, não apenas de um momento específico. Além de fortalecer uma possível inibição ou sentimento de inferioridade.

Neste sentido, o presente trabalho, visou estudar uma vertente de avaliação que dialogasse com a prática após sua aplicação e não antes, como observado em inúmeros momentos da escolarização.

2.1 Avaliação como instrumento para aprendizagem

Luckesi (1998, p.26) critica o ensino que em lugar de priorizar a aprendizagem e despertar o prazer em aprender acaba por indicar o êxito como um resultado elevado ao fim do processo. Nesse caso, as provas são feitas para "provar" os alunos e não para ajudar sua aprendizagem, excluem, classificam e não incentivam o desenvolvimento pessoal. Quanto a isto, Luckesi (1998, p.26) diz:

> [...] sociologicamente, a avaliação da aprendizagem, [...] é bastante útil para os processos de seletividade social. Se os procedimentos da avaliação estivessem articulados com o processo ensino-aprendizagem propriamente dito, não haveria a possibilidade de dispor-se deles como se bem entende. No caso, a sociedade é estruturada em classes e, portanto, de modo desigual; a avaliação da aprendizagem, então, pode ser posta, sem a menor dificuldade, a favor do processo de seletividade, desde que utilizada independentemente da construção da própria aprendizagem. No caso, a avaliação está muito mais articulada com a reprovação do que com a aprovação e daí vem a sua contribuição para a seletividade social, que já existe independentemente dela. A seletividade social já está posta: a avaliação colabora com a correnteza, acrescentando mais um 'fio d'água'.

Nesta visão sociológica, a avaliação com tradicionalmente trabalhada, ao invés de contribuir para o processo de aprendizagem, serve à manutenção do processo de estratificação social e fornece mais um entrave ao desenvolvimento das habilidades lógico-matemáticas.

Por outro lado, uma concepção freiriana de educação aplicada à avaliação, há de se desenvolver uma avaliação que inclua o diverso e aceite o tempo de cada educando, compreendendo seu papel de auxílio à aprendizagem e direcionamento de futuras ações. Essa é uma distinção clara da avaliação associada à reprovação ou à seletividade social.

Compreender o diverso, o tempo de cada estudante e suas idiossincrasias, pressupõe o contato e o diálogo com todos. Em nada contribui tratar o estudante como apenas mais um dentro do grupo, sem conhecer suas características individuais, sem respeitar seus interesses, se nem ao menos se conhece o seu nome. Segundo Freire (1997, p.123):

> [...] o diálogo é uma espécie de postura necessária, na medida em que os seres humanos se encontram para refletir sobre sua realidade tal como a fazem e refazem[...] através do diálogo, refletindo juntos sobre o que sabermos e não sabermos, podemos a seguir, atuar criticamente para transformar a realidade.

É necessário se aproximar, estar aberto à escuta das angústias e sofrimentos que se desenvolvem nos estudantes, para que se possa apoiá-los de maneira produtiva, desenvolver novas atividades e direcionamentos, que atendam às especificidades de cada aluno.

Tal diálogo se conecta ao apresentado em uma avaliação, para além do escrito, numa visão mais completa do desempenho do aluno, mais comprometida com o sucesso acadêmico e a autoestima deles. Sobre isso, Saul (1986, P.129) escreve:

> É dimensão intrínseca do ato de conhecer e, portanto, fundamentalmente compromissada com o diagnóstico do avanço do conhecimento, quer na perspectiva da sistematização, quer na produção de outro conhecimento, de modo a se construir em estímulo para o avanço da produção do conhecimento.

Já para Hoffman (1993, p.120), avaliação e diálogo são definidos da seguinte forma:

> Avaliação significa ação provocativa do professor, desafiando o educando a refletir sobre as situações vividas, a formular e reformular hipóteses, encaminhando-se a um saber enriquecido.
>
> Dialogar é refletir em conjunto (professor e aluno) sobre o objeto de conhecimento. Exige aprofundamento em teorias de conhecimento e nas diferentes áreas do saber. Acompanhar é favorecer o 'vir a ser', desenvolvendo ações educativas que possibilitem novas descobertas.

Os autores são assertivos na necessidade de conhecermos verdadeiramente o estudante, através da troca, do diálogo, que não pode existir sem o trabalho próximo e interessado do professor com seus aprendentes. Nesta perspectiva, a contato com o estudante, discutindo seus resultados, apontando seus avanços e erros, torna-se fundamental para o processo de aprendizagem. É avaliar, pensando no que virá pela frente, em como modificar sua prática.

Sendo assim, a concepção de avaliação utilizada no presente trabalho se afasta da função classificatória e se aproxima da ideia de ferramenta necessária para a tomada de decisões futuras.

2.2 A avaliação diagnóstica

Segundo Blomm, Hasting e Madaus (1975) existem três tipos de avaliação: diagnóstica, formativa e somativa. A diagnóstica, como numa consulta médica, visa traçar um diagnóstico da situação do estudante. Já a formativa se dedica a observar aspectos subjetivos, é o "aprender a aprender". Por fim, a somativa tem como função principal, gerar valor, classificar, ordenar os estudantes.

A avaliação diagnóstica deve contribuir como elemento norteador: apontar quais caminhos seus alunos precisam seguir, quais ações o professor precisa tomar.

Conforme aponta Lima (2018, p.4), esta é uma ferramenta poderosa, pois nela se buscam subsídios para a ação pedagógica do professor. Abarca desde a percepção do conhecimento adquirido pelo aluno e os conhecimentos estabelecidos como pré-requisitos nos assuntos, até os objetivos esperados ao se terminar um conteúdo.

Naturalmente, alguns alunos têm facilidade em aprender, devido ao seu arcabouço cultural e social enquanto outros terão dificuldades em aprender pelas mesmas razões apresentadas. Pode-se assim, apontar quais caminhos seus alunos precisam tomar e como o professor pode auxiliar. A participação de todos os agentes do aprendizado é fundamental.

Sobre a avaliação participativa, Luckesi (1998, p.99) escreve:

> Por participativo, aqui, não estamos entendendo o espontaneísmo de certas condutas auto avaliativas, mas sim a conduta segundo a qual o professor, a partir de instrumentos adequados de avaliação, discute com os alunos o estado de aprendizagem que eles atingiram. O objetivo da participação é professor e alunos chegarem juntos a um entendimento da situação de aprendizagem que, por sua vez, está articulado com o processo de ensino.

Por isso, neste trecho vemos o momento de diálogo entre professor e aluno que identifica os êxitos e carências do processo de aprendizagem de matemática no ensino fundamental, como instrumento basal da compreensão do estado de aprendizagem do estudante. O mais importante nesse momento, é discutir com o estudante sua trajetória, suas inseguranças, ouvi-lo. A partir de então, pode-se construir uma trilha de aprendizagem a ser percorrida pelo estudante, com o apoio da equipe pedagógica.

Ainda Luckesi (1998, p.81), sobre a avaliação diagnóstica, aponta: “[...] a avaliação deverá ser assumida como um instrumento de compreensão do estágio de aprendizagem em que se encontra o aluno, tendo em vista tomar decisões suficientes e satisfatórias para que possa avançar no seu processo de aprendizagem.”

Note que a avaliação, mais uma vez, que o autor indica um olhar para o futuro, o que ainda será aprendido, ao contrário do trabalho hegemônico de aferição do que já foi realizado.

Sobre a avaliação diagnóstica, Esteban (1999, p.133) complementa:

> - O aluno é o parâmetro de si mesmo;

> - Respeita o processo de construção de conhecimento do aluno, considerando o acúmulo de conhecimentos deles;
>
> - Considera o erro construtivo como ponto de reflexão, busca de alternativa e desafio para novas construções. [...]
>
> "O caráter da avaliação tem, portanto, outra língua diferente, é ato político. Propicia e vivencia mudança, avanço, progressão, enfim, aprendizagem.

A autora deixa clara a função da avaliação como instrumento político de transformação da condição do estudante e de liberdade para se desenvolver como sujeito único, sem barreiras.

2.3 Avaliação por habilidades

Novas formas de avaliar devem ser, então almejadas. Não apenas o equilíbrio com os ideais pedagógicos de uma instituição, como a ousadia e também o ineditismo em avaliação são bem-vindos. Méndez (2002) levanta essa necessidade, revisitando o modelo tradicional, direcionando atenção a um modelo contínuo e processual. Luckesi (2013) aborda o processo investigativo para o desenvolvimento da avaliação: o que é investigar e produzir conhecimento, os limites da investigação e os serviços do conhecimento para a prática diária, tanto nas situações complexas com nas mais simples. É necessário investigar e compreender a realidade indicando a possibilidade de conhecer algo que ainda não é conhecido, torna o que é escuro em claro, permitindo uma análise mais profunda sobre o objeto de estudo. Já o limite da investigação está associado a maneira como se vê alguma coisa, possibilitando a produção de interpretações distintas.

Assim, a avaliação por habilidades, pode se tornar ferramenta útil de investigação sobre o percurso de aprendizagem do aluno. Desta forma, habilidades práticas, cognitivas e socioemocionais, atitudes e valores para resolver as demandas do cotidiano podem ser estimulados, sob a ideia de que a educação deveria apresentar valores e buscar ações que coadunem para o desenvolvimento social.

Cada habilidade será estudada por intermédio de um "descritor" que, como o nome diz, descreve a habilidade que se deseja aferir o grau de conhecimento. Por outro lado, na maior parte das questões, foram usados "distratores", em itens da cada questão, que apresentariam valores encontrados, caso o estudante cometesse um determinado erro específico esperado.

Assim, no presente trabalho, as questões são desenvolvidas com o objetivo de observar competências específicas em diferentes itens, para focar a atenção nas habilidades ainda não alcançadas, sem negligenciar as que já possuem nível satisfatório.

2.4 O Estudo de Caso

Por se tratar de uma situação específica, isolada em seu contexto e características próprias, a metodologia utilizada nessa pesquisa é a de Estudo de Caso. Tal processo se trata do estudo específico e consistente de um caso, ou de um grupo pequeno de casos e, por ser limitada, é fortemente influenciada pelo contexto em que se insere e não permite generalizações, apenas indica possibilidades para novos estudos e aplicações.

É importante observar que o Estudo de Caso não é uma amostragem e, por isso não permite inferir uma explicação que sirva para outros casos em diferentes aplicações. Tem por objetivo expandir significados e teorias ou testar a aplicabilidade de hipóteses já lançadas anteriormente, compreender os fatos que levam a cada decisão no percurso da situação base do objeto de estudo.

Segundo Schramm (apud YIN, 1971, p.29): "[...] a essência de um estudo de caso, a principal tendência em todos os tipos de estudo de caso, é que ela tenta esclarecer uma decisão ou um conjunto de decisões: o motivo pelo qual foram tomadas, como foram implementadas e com quais resultados."

Portanto, o estudo de caso se interessa pelo processo, pela sequência de fatos e decisões, analisando os resultados e a eficácia das mesmas, buscando possíveis alterações futuras e direcionando futuras ações viáveis.

O presente trabalho, discute uma ação aplicada, uma avaliação diagnóstica e um processo de atendimento personalizado, com balizamento nos dados da diagnose. Dado o descritivo, são discutidas as metodologias, processos de reforço ou aprofundamento nos conceitos básicos e as decisões e redirecionamentos tomados no decorrer do ano. Desta forma, pode-se analisar alterações exequíveis em aplicações vindouras, bem como a efetividade do que foi realizado.

Sendo assim, a pesquisa realizada neste texto se refere ao procedimento de Estudo de Caso e os detalhes serão abordados com maior clareza ao longo do capítulo 3.

3. METODOLOGIA DA EXPERIÊNCIA

Esse capítulo apresenta a conjuntura de trabalho e necessidades específicas da Escola Sesc de Ensino Médio, bem como a dinâmica de aplicação das duas avaliações diagnósticas (em março e julho) as ações tomadas, em consequência de seus resultados. Por fim, os resultados do trabalho são apresentados e discutidos.

3.1 A Escola Sesc de Ensino Médio

Antes de descrever os aspectos próprios da pesquisa realizada, é importante situar o leitor, quanto às características próprias da instituição em que foi aplicada, que é de natureza bastante particular.

A Escola Sesc de Ensino Médio (ESEM) é uma escola residência, polo de referência em educação do Sesc (Serviço Social do Comércio). Jovens de todas as unidades federativas do país mudam-se para o campus da instituição, localizado na cidade do Rio de Janeiro, tendo acesso a uma robusta estrutura, num campus de 130mil m², com turmas reduzidas, amplas ofertas culturais, esportivas e acadêmicas num modelo único no país.

O processo de seleção, conforme o edital do concurso de acesso à escola, é realizado com vagas direcionadas a cada uma das unidades federativas, divididas em igual quantidade por sexo e em quantidades parcialmente proporcionais à receita do Sesc regional. Uma prova de seleção escrita é realizada, somando às diversas etapas de entrevistas e dinâmicas de grupo, concedendo pontuação bônus aos alunos de baixa renda, oriundos de escolas públicas e filhos de associados ao Sesc.

Todo o trâmite de escolha dos estudantes favorece o perfil de aluno que melhor se adeque à instituição e que mais se aproxime do público que uma instituição com caráter social espera alcançar. Por outro lado, como o processo é realizado em cada estado, e no distrito federal, pelas unidades regionais do Sesc e a divulgação é feita de forma bastante distinta em cada localidade, diferentes grupos, demonstram características acadêmicas sensivelmente distintas.

Dessa forma, observa-se que os estudantes ingressantes possuam realidades socioculturais de diversas ordens, com fortes características regionais e com todo tipo de nível de conhecimento básico nas diversas áreas do conhecimento estudadas no Ensino Fundamental.

Eventualmente são ouvidos comentários de alunos recém-chegados, como:

“Esse x é o quê professor? ”- referindo-se à incógnita de uma equação.

“Professor, eu nunca tive geometria na minha escola”

Por outro lado, alguns alunos provêm de grandes capitais, com acesso a boas escolas e, inclusive, com histórico de estudo em preparatórios às escolas técnicas ou militares de ensino médio.

Dessa forma, a disparidade de conhecimentos em matemática básica é um elemento de grande relevância para se atentar durante todo o trabalho.

3.2 As avaliações diagnósticas

Para conhecermos bem as características do grupo de 164 alunos de primeira série e realizar a enturmação mais homogênea possível, duas avaliações diagnósticas foram realizadas para identificar de forma provisória e superficial o nível básico de conhecimento em matemática e língua portuguesa de cada estudante. Essas avaliações foram aplicadas no início e no meio do ano letivo, pelos professores de cada disciplina, com a previsão de se repetir ao fim de cada ano do ensino médio.

Partiu-se da avaliação da Prova Brasil, integrante do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) realizada pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) para pensar nas possibilidades de avaliação a ser realizada. A Prova Brasil, aplicada ao 9°ano do Ensino Fundamental, apresenta trinta e sete descritores de habilidades em Matemática. Foram selecionadas e adaptadas dez habilidades entendidas como fundamentais para o desenvolvimento do estudante ao longo de todo o ensino médio e utilizadas na íntegra, ou parcialmente, algumas questões da avaliação de 2017.

A prova foi dividida em três partes, com dez questões cada, cada uma delas realizada em 45 minutos. Os alunos foram divididos em grupos de 15 alunos, o tamanho de uma turma padrão da escola. Ao longo da semana esses grupos assistiam a aulas de todas as disciplinas e realizavam a diagnose nos tempos destinados à matemática e à língua portuguesa, únicas que participaram desse processo.

Do total de trinta questões, foram avaliadas dez habilidades:

H1 – Reconhecer, modelar e resolver um sistema de equações de 1° grau com duas incógnitas.

H2 – Reconhecer, modelar e resolver uma equação de 1° grau.

H3 – Resolver uma equação de 2° grau incompleta ou completa.

H4 – Resolver situações envolvendo cálculo de porcentagem.

H5 – Reconhecer, modelar e resolver situações envolvendo o conceito e/ou cálculo de frações.

H6 – Reconhecer números decimais, a partir de diferentes representações.

H7 – Identificar propriedades fundamentais de figuras geométricas.

H8 – Resolver problemas envolvendo conceitos elementares de Geometria Plana.

H9 – Resolver cálculos numéricos.

H10 – Resolver cálculos algébricos.

Para cada habilidade foram pensadas três questões com níveis de dificuldade crescente (fácil, médio e difícil).

Esta estratégia foi pensada para que as questões pudessem separar bem a ausência de destreza, do ligeiro conhecimento do conteúdo, do parcial e do total domínio daquela habilidade avaliada. Além disso, questões difíceis, poderiam separar melhor os alunos com desempenho mediano daquele que domina plenamente os tópicos nas 10 habilidades como um todo. Por outro lado, questões fáceis ou muito fáceis, poderiam separar melhor os alunos com muitíssimas lacunas de conhecimento básico, e talvez dificuldades de outra ordem, dos alunos que dominassem parcialmente questões simples de conteúdos mais básicos ou fáceis.

Para definição do que seria uma questão fácil, média ou difícil foi utilizada a experiência dos professores como base. Ainda que as questões fáceis fossem menos elaboradas e interpretativas ou com cálculos menores e mais simples e as médias e difíceis fossem progredindo de forma gradual, em termos de dificuldade, essa previsão é muito relativa e varia de grupo para grupo. Apesar desta dificuldade, os resultados se adequaram bem à previsão da equipe que elaborou a avaliação.

As três partes da prova foram elaboradas com uma questão referente a cada uma das dez habilidades. A primeira parte foi pensada como sendo ligeiramente mais fácil do que as outras duas, já que os alunos estavam sem ritmo de estudos, após cerca de três meses de férias, e, também, devido à preocupação da escola em não assustar os estudantes recém-chegados e que tivessem mais falhas em conteúdos prévios. Foram, então, quatro questões fáceis, quatro médias e duas difíceis na primeira parte e três fáceis, três médias e quatro difíceis em cada uma das outras duas partes.

Como existe um histórico de baixo conhecimento prévio de alunos ingressantes na escola, a 1ª série tem um currículo adaptado ao trabalho com conteúdos de álgebra, aritmética e, especialmente, geometria das séries do Ensino Fundamental II. A geometria plana é ensinada por completo, desde os conceitos mais rudimentares. Em paralelo a isso, conteúdos de álgebra e aritmética vão sendo inseridos em listas de exercícios e em atendimentos especiais, fora do horário regular das aulas, destinados aos alunos que apresentem maior dificuldade no tema abordado.

Sendo assim, o aferimento dos conteúdos de geometria não era o foco desta avaliação, apesar de ser abordado em duas habilidades distintas (H7 e H8).

O quadro abaixo apresenta a distribuição das questões, de acordo com as habilidades e níveis esperados de cada uma das trinta questões da avaliação. Os itens fáceis estão em verde, os médios em azul e os difíceis em vermelho.

Tabela 1 - Distribuição de questões por habilidade e nível de dificuldade

QUESTÃO	HABILIDADE	CONTEÚDO	NÍVEL
Q1	H2	Equação 1° grau	F
Q2	H8	Geometria problema	F
Q3	H1	Sistemas	F
Q4	H3	Equação 2° grau	M
Q5	H6	Decimais	D
Q6	H5	Frações	M
Q7	H4	Porcentagem	F
Q8	H7	Figuras geométricas	M
Q9	H9	Cálculo numérico	M
Q10	H10	Cálculo algébrico	D
Q11	H5	Frações	F
Q12	H9	Calculo numérico	F
Q13	H7	Figuras geométricas	F
Q14	H2	Equação 1° grau	D
Q15	H4	Porcentagem	M

Q16	H1	Sistemas	D
Q17	H6	Decimais	M
Q18	H3	Equação 2° grau	D
Q19	H8	Geometria problema	D
Q20	H10	Cálculo numérico	M
Q21	H6	Decimais	F
Q22	H2	Equação de 1° grau	M
Q23	H4	Porcentagem	D
Q24	H3	Equação de 2° grau	F
Q25	H7	Figuras geométricas	D
Q26	H8	Geometria Cálculo	M
Q27	H9	Calculo numérico	D
Q28	H10	Cálculo algébrico	F
Q29	H1	Sistemas	M
Q30	H5	Frações	D

Fonte - Equipe de professores de matemática da 1ª série de 2019 da Escola Sesc de Ensino Médio

Em muitas das questões, os distratores foram desenvolvidos para dar informações sobre os possíveis erros cometidos pelos estudantes.

Os cartões-resposta dos estudantes foram lidos e analisados pelo programa computacional Remark, específico para análises de resultados e estatística de avaliações objetivas, adquirido pela instituição. Tal programa lista, compila e analisa diversas possíveis informações, exportando-as para uma planilha editável, a partir das imagens dos cartões resposta dos estudantes.

Diversos dados foram extraídos desses resultados e organizaram-se várias informações específicas sobre o desempenho na série como um todo. Destas informações, retiramos não apenas média, ou desvio padrão, mas também as respostas para cada item, de cada aluno, as médias de acertos para cada questão, informações sobre a qualidade de preparo individual dos problemas, etc.

Além do que o programa Remark traz em suas análises, outras tantas foram realizadas em planilha de Excel, dentro deste trabalho. Uma análise de cada habilidade se fez necessária para planejar todo o acompanhamento desenvolvido após a diagnose. Separados os estudantes com dificuldade em cada habilidade e as médias de acertos em cada uma delas, possibilitou a discriminação, também, dos temas mais difíceis para a série como um todo.

Assim feito, era necessário estudar também a qualidade das questões utilizadas na avaliação. Como o Remark oferece um parâmetro de análise do item perante a prova como um todo, o coeficiente bisserial, foi utilizado esse resultado para avaliar os itens preparados e indicar uma possível distorção de dificuldade em um problema pela baixa qualidade da questão, em si.

O coeficiente bisserial é, então, calculado pela fórmula seguinte:

$$r = \frac{x_p - x_q}{\delta^2} . \sqrt{\frac{p}{q}}$$

Em que,

r é o coeficiente bisserial

p é a quantidade acertos no item

q é a quantidade de erros no item

x_p é a média das notas, em todo o exame, dos estudantes que acertaram este item

x_q é a média das notas, em todo o exame, dos estudantes que erraram este item

δ^2 é a variância das médias no exame

A variação de r permite categorizar as questões pela capacidade que elas demonstraram de separar os estudantes que possuem um conhecimento elevado dos que ainda demonstram mais dificuldade.

Um resultado menor que 25% demonstraria uma questão ruim, enquanto que maior que 75% um questão muito boa em distinguir um grau de proficiência baixo de um elevado, no conteúdo abordado no teste.

Antes de começarem as atividades foi esclarecido a todos os alunos que os resultados seriam tabulados por programa computacional, porém seria interessante que eles fizessem todos os cálculos e procedimentos necessários para a resolução de cada item, para que fosse mais fácil e preciso identificar os erros mais comuns por eles cometidos. Ao serem definidas as turmas, cada professor corrigiu as avaliações dos seus alunos.

Essa análise qualitativa possibilitou a identificação clara de erros significativos da realidade anterior de aprendizado, de cada estudante.

Já a avaliação de meio de ano possibilitou a observação das habilidades que obtiveram avanço no nível de conhecimento e as que ainda precisam de atenção especial. Como os temas não tinham todos sido abordados diretamente, era esperada a melhoria em determinadas habilidades de forma mais profunda do que de outras. Como será analisado mais adiante.

Tendo a diagnose sido realizada, a enturmação dos alunos foi feita de modo que as turmas tivessem equilíbrio em termos de conhecimento básico. Utilizando as avaliações de português e matemática, os estudantes foram divididos em três grupos de proficiência, utilizando as médias nas duas avaliações. Por fim os resultados de proficiência na língua inglesa foram utilizados, como descrito a seguir.

Cabe aqui comentar que os grupos de turmas [A, B, C e D]; [E, F, G e H] e [I, J e K] têm aula de língua inglesa simultaneamente. Somente nesse horário, os alunos se misturam formando grupos em níveis semelhantes de proficiência no idioma, o que é interessante para essa disciplina. Isso, para que não ocorra de a enturmação ser dada apenas pela proficiência na língua estrangeira, impactando em diferentes níveis também nas demais disciplinas.

Levando em consideração os resultados em Inglês, a terça parte da série com médias mais baixas em português e matemática foram primeiramente alocadas nas onze turmas da primeira série, em seguida os alunos com maiores notas são alocados, terminando com os demais estudantes. Também são consideradas as regiões de origem, os quartos e grupos de tutoria, para maximizar a interação dos alunos na escola.

Desta forma, as médias nas diagnoses de português e matemática das onze turmas se distinguiram em no máximo dois décimos e os trabalhos puderam ser realizados de maneira análoga nos diferentes grupos. Os alunos com conhecimentos mais sólidos puderam dar suporte aos com mais lacunas em conhecimentos básicos.

3.3 Os estudos em matemática básica

Com o resultado da avaliação diagnóstica em mãos, os alunos foram separados em quatro distintos grupos que chamaremos de 1, 2, 3 e 4, em ordem crescente de acertos na diagnose de matemática. Nesse momento, ficou decidido em equipe que cada professor trabalharia com seus alunos da forma que julgasse mais conveniente e que materiais e cronograma de conteúdos seriam compartilhados, na medida do possível. Desta forma, este trabalho estuda a metodologia aplicada apenas às turmas 1A, 1B, 1C e 1D, totalizando 60 alunos.

No início, o grupo 1 era composto por quatro alunos que obtiveram baixíssimo rendimento na avaliação diagnóstica (notas inferiores a 3); o grupo 2 por doze alunos com rendimento baixo, porém demonstrando conhecimento em diferentes áreas, apenas nas questões mais simples (notas entre 3 e 5); o grupo 3 por trinta e três estudantes com conhecimento básico na maioria das áreas (notas entre 5 e 8) e o grupo 4 com onze estudantes com alto grau de acertos na avaliação de matemática (notas acima de 8).

Os alunos não tinham acesso aos dados gerais dos demais estudantes da série, nem das classificações utilizadas, apenas eram informados de suas necessidades individuais e da frequência esperada nos encontros regulares. Vale lembrar que as notas não correspondem à proporção de acertos da avaliação e que, após o início dos trabalhos, os estudantes foram sendo observados mais de perto e se desenvolvendo em diferentes ritmos. Assim, constantemente a composição desses grupos se alterou.

O acompanhamento dos grupos 1, 2, 3 e 4 demandava atenção em graus diferentes. O primeiro grupo era convocado aos atendimentos uma ou duas vezes por semana para todos os assuntos estudados, em horário fora do conteúdo comum (de 8h às 15h) e com materiais específicos. O grupo 2 era chamado, ao menos, uma vez por semana para trabalhar todos os conteúdos abordados na diagnose. Além disso, esses dois primeiros grupos foram direcionados às monitorias por, no mínimo, uma vez por semana.

Por outro lado, os meninos e as meninas, pertencentes ao grupo 3, eram chamados aos atendimentos apenas nos conteúdos identificados com maior dificuldade. Já aos do grupo 4, bem como aos membros do grupo 3, com boa proficiência nessas habilidades, eram destinadas atividades individuais. Estas eram tarefas de aprofundamento em cada tópico, a serem realizadas nos ambientes de estudo da escola, ainda que os estudantes fossem convidados a tirar dúvidas nos diferentes espaços destinados a isso na grade curricular.

Além disso, os alunos com maior desempenho, aliado ao gosto pela disciplina, eram convidados a participar do Clube Olímpico da escola, numa atividade voluntária de discussão de conteúdos e estudo coletivo, que gerou bons frutos. E como alternativa, após o desenvolvimento do trabalho, o bom desempenho dos estudantes dos grupos 3 e 4, levou alguns a se candidatarem à monitoria acadêmica da disciplina, número que cresceu a um total de 10 ao fim do semestre.

Com o passar dos primeiros dias de trabalho, algumas verificações a respeito do desenvolvimento dos estudantes induziram a alguns ajustes. Alguns alunos do grupo 2 (num primeiro momento, três), com notas mais baixas na diagnose, demonstraram maior dificuldade na absorção de conteúdos, ou na abstração exigida pela matemática em determinados momentos. Eles foram, então, incorporados ao trabalho junto ao grupo 1. De forma análoga, foram observados alunos com grau de dificuldade supervalorizado na avaliação diagnóstica em relação à observação prática em sala de aula e ao desenvolvimento das habilidades em atividades individuais. Eles foram incorporados ao trabalho com o grupo 3.

Nesse momento se observou que alguns alunos não conseguiram ou não se esforçaram para um bom rendimento na avaliação inicial. Como a dinâmica e estrutura da Escola são bastante diferentes, muitas mudanças estão ocorrendo ao mesmo tempo, outro clima, outra cidade, outras pessoas e a distância da família assusta muitos e a tensão com a realização de uma avaliação nesse novo meio prejudicaram muitos alunos que não foram capazes de se expressar adequadamente na avaliação.

Como já elucidado, foram dez as habilidades aferidas e, de acordo com os conteúdos abordados, elas iam sendo desenvolvidas em horário extraclasse, de forma que pudessem dar ferramentas para o trabalho com assuntos do ensino médio e desenvolver a capacidade de resolução de problemas.

A ementa da primeira série (APÊNDICE T) serviu de referência para todo o desenvolvimento no conhecimento em matemática básica. Como os ingressantes na Escola Sesc têm diferentes origens socioculturais, os níveis de proficiência em conteúdos básicos se mostram sensivelmente díspares. Por conta disso, o conteúdo de geometria plana de ensino fundamental é abordado desde os conceitos mais fundamentais, no processo regular da disciplina, enquanto que os conteúdos de aritmética e álgebra elementares são abordados de forma integrada aos demais temas, ou em atividades extraclasse, que, em geral, são acompanhadas no que na escola se chama de “horário de atendimento”.

Nesses horários de atendimento, o professor, em momento fora do horário de aulas do currículo comum, recebe os alunos para realizar atividades que julgue pertinentes ao processo de aprendizado de um ou mais alunos, além de receber estudantes que, livremente, podem procura-lo para tirar dúvidas ou solicitar apoio em distintos tópicos que entendam necessários.

Assim, o conteúdo programático se iniciou com conceitos de ponto, reta e plano, seguido de noções primitivas de conjuntos, subconjuntos, operações e relações de pertinência e inclusão de forma a relacionar ideias geométricas e algébricas e revisar equações de primeiro grau e sistemas de equações. No APÊNDICES U, V e X podem-se observar as atividades complementares I, II e III, utilizadas nesse momento.

Como o trabalho com geometria plana se daria utilizando como ferramenta a resolução equações do primeiro grau, a primeira habilidade trabalhada no horário de atendimento, dentre as dez avaliadas inicialmente, foi a referente a esse tópico. Isso se deu antes mesmo do início do conteúdo formal, na semana seguinte à avaliação diagnóstica.

Nesse tópico, com a dinâmica de trabalho de revisão ainda não definida, um encontro inicial com uma abordagem tradicional foi realizado. Uma aula em que eram explicados os conceitos básicos de equações, a ideia da balança de pratos, os princípios de equivalência que justificam a realização de operações simultaneamente nos dois membros de uma equação, etc. O foco se deu nos conceitos, buscando transformar técnicas tradicionais memorizadas sem a sua compreensão básica, em construção consistente da justificativa por trás de cada processo de resolução de uma equação. Os estudantes convocados para esses encontros foram os quatro do grupo 1 e os do grupo 2.

Foram exemplificados casos simples de equação recorrendo à balança de pratos e indicados exercícios para os alunos resolverem e o professor corrigir um a um, sem utilizar regras previamente memorizadas. Por fim, alguns exercícios de resolução de equações com maior grau de dificuldade foram deixados para os alunos resolverem sozinhos fora de aula.

Num outro horário de atendimento nessa mesma semana, os alunos do grupo 1 foram convocados para resolver, com ajuda, as atividades do conteúdo regular dessa primeira semana, já incluídas as atividades com equações do primeiro grau.

Na segunda semana de trabalho, foi dada continuidade ao trabalho com *equações do primeiro grau*. Dessa vez, porém, foram apresentados problemas que exigiam a modelagem de equações simples e a posterior resolução das mesmas. Novamente foi referida a resolução através da ideia da balança de pratos, discutida na semana anterior e deixados problemas para resolução posterior dos alunos.

Para os alunos dos grupos 3 e 4, uma lista de exercícios mais elaborada, com problemas e incluindo outros temas como frações, decimais ou porcentagem, de maneira mais discreta, foi entregue para resolução no período de uma semana.

Durante todo esse processo, no currículo regular, os alunos trabalhavam os conceitos básicos de geometria plana e resolviam problemas que exigiam a modelagem e a resolução de equações.

Já na terceira semana, apesar do planejado anteriormente e das dúvidas ainda existentes por parte dos alunos, o tema de estudo abordado com os alunos mudou para *sistema de equações do primeiro grau*. A existência de pré-requisitos necessários para os novos conteúdos que chegariam em breve foi imperativa e o fato de os sistemas também incluírem as técnicas de resolução de equações que vinham sendo trabalhadas fez crer que essa seria a melhor opção.

Desta vez, com a forma de trabalho já definida para conteúdos de revisão em matemática básica, os quatro estudantes pertencentes ao grupo 1, e os demais, que mostraram um baixo aproveitamento nas questões de sistemas de equações na diagnose, foram convocados para um encontro presencial destinado à realização de um estudo dirigido sobre esse conteúdo e não uma aula.

O desejo de trabalhar com um estudo dirigido se deu pela preocupação em oferecer uma forma diferente de ensinar conteúdos que provavelmente teriam sido trabalhados em anos anteriores pelo método tradicional e que nós enxergávamos não terem sido exitosos.

Tal estudo se deu em quatro partes, APÊNDICES B, C, D e G. Nelas era proposto discutir conceitos de sistemas de equações e introduzir aos poucos os diferentes processos de resolução. Por meio de três exemplos simples de aplicação de sistema de equações as etapas e justificativas para cada operação foram abordadas. Em cada uma das três primeiras partes se trabalhou um método de resolução: na primeira parte o método de substituição foi usado, na segunda o de adição ordenada e por fim o de comparação, todos utilizando os mesmos exemplos iniciais e seguindo o mesmo processo, apesar das diferenças existentes entre os métodos.

A apresentação e discussão ocorreu com detalhe no primeiro exemplo, explicitando os cálculos realizados. O segundo exemplo já apresentava um problema semelhante, com o mesmo passo-a-passo e forma de escrita, mas com os resultados de cálculos e algumas substituições indicadas sem resolução, para que o aluno já pudesse participar do processo. Já no terceiro exemplo, apenas eram indicados os tipos de operação usados em cada passo, sem nenhuma substituição ou desenvolvimento realizado.

Após os exemplos, são apresentados alguns sistemas para resolução seguindo o mesmo raciocínio e são propostos alguns problemas que são modelados por sistemas para encerrar o material.

Assim, três semanas de estudo, nos horários posteriores ao período regular de aulas, foram cumpridas com o foco em sistemas de equações de primeiro grau. Concomitantemente, o conteúdo regular passava pelo estudo de ângulos e triângulos, aprofundando conceitos e resolvendo problemas, utilizando as ferramentas tratadas.

Por fim, uma quarta semana foi utilizada para a resolução de uma lista de problemas mais elaborados ou em maior grau de dificuldade foram abordados em encontro presencial e estudo individual.

Durante todo esse período, o grupo de alunos com mais dificuldade foi sendo convocado para um segundo encontro semanal para estudar os conteúdos regulares, já que esses estudantes demonstravam menor autonomia no acompanhamento das atividades e matérias discutidas em aula. Entretanto, para muitos, o comparecimento a esses encontros em diferentes dias era prejudicado pelas respectivas grades de matérias eletivas realizadas no mesmo horário.

Também, uma lista de exercícios aprofundada foi produzida para os grupos 3 e 4 dos estudantes que não demonstraram dificuldades na resolução de sistemas de equações (APÊNDICES E e F).

Na sequência, o conteúdo de *cálculos numéricos* foi estudado em atividades presenciais com os alunos do grupo com mais baixo rendimento na avaliação diagnóstica e o grupo que se deparou com maior dificuldade nesse item em especial.

Um trabalho realizado por uma professora da equipe de outra série, com alunos que possuíam dificuldades em matemática básica estava em fase de implementação e pareceu uma boa oportunidade de utilizar uma metodologia distinta da aplicada até então e que se apresentava como bastante promissora.

Todo material se baseia na ideia de aprofundar conceitos em matemática básica, desnaturalizando procedimentos ou algoritmos decorados pelos estudantes e que também os conduziam a erros. Inicia-se com exercícios bem simples, que talvez não ofereçam dificuldade num primeiro momento, mas que são ricos em termos conceituais. Seguidamente, perguntas a respeito das etapas de resolução desses exercícios são feitas com o intuito de gerar reflexão e aprofundar a compreensão sobre os temas relacionados a cada item.

São geradas situações, de aplicação dos temas, diferentes do habitual, para clarificar as relações entre os conteúdos e sua importância em diferentes momentos. Dessa forma, todos os diferentes casos que envolvem as ferramentas, até então não desenvolvidas, vão se mostrando, exercício após exercício, e as definições e justificativas vão mostrando sua razão de ser.

Assim, três atividades foram desenvolvidas para trabalhar cálculos com números inteiros (APÊNDICES H, I e J).

Na primeira semana foram tratadas as noções básicas de reta numérica, significado de números inteiros, aplicações e as justificativas para as regras, nem sempre abordadas pelos professores do ensino básico, que explicam, por exemplo, porque o produto de números de sinais iguais gera sempre resultado positivo e o contrário negativo. As questões são apresentadas sempre em grau crescente de dificuldade.

No encontro seguinte, outras operações numéricas são abordadas e pequenos problemas que as apliquem são trazidos para complementar os conceitos discutidos e mostra-los na prática, além de dar espaço para o desenvolvimento das habilidades de modelagem algébrica de problemas, tão deficitária para os estudantes com maior dificuldade de abstração.

No terceiro dia, questões simples de vestibular, em geral bem contextualizadas, foram trabalhadas para aproveitar a capacidade de relacionar temas reais e concretos com as operações numéricas estudadas anteriormente.

Ao fim do estudo em cálculos numéricos, começando o novo tema de frações e afins, foi realizada a diagnose de meio de ano, para verificar se existia avanço ou não dos alunos nos mesmos temas analisados antes de realizar a enturmação. Os resultados são apresentados e discutidos no capítulo seguinte.

A Escola Sesc tem um calendário diferente do padrão, suas aulas começam sempre mais tarde e terminam mais cedo, resultando em menos semanas acadêmicas, já que o currículo regular é maior e todos os sábados são letivos. Além disso, houve perda de alguns encontros por necessidade de realização de atividades extracurriculares solicitadas pela escola. Por fim, a suspensão da revisão em matemática básica em semanas de provas regulares, para que os alunos pudessem se focar no estudo da disciplina e utilizar com mais tranquilidade os horários de atendimento para tirar dúvidas referentes aos temas das avaliações, fez com que o semestre fosse se aproximando do fim quando começava a revisão do tema frações.

Tendo em vista a relação entre os conteúdos e a necessidade de ganhar tempo na revisão, os conteúdos referentes a frações, números decimais e porcentagem foram unidos num mesmo grupo de atividades (APÊNDICES K, L, M e N), para serem trabalhados simultaneamente e solidificar o que distingue e o que une os três temas. Por outro lado, são assuntos extremamente importantes para a resolução de problemas na grande maioria dos temas do ensino médio e que, quando não são dominados pelos estudantes, acabam por gerar uma fonte permanente de erros, não apenas em matemática, como em outras disciplinas.

O material utilizado foi gentilmente cedido por uma colega da outra equipe, porém adaptado para estudar os três assuntos concomitantemente, o que não ocorria no original. Iniciado ainda no mês de junho, com parada por conta da semana de encerramento de semestre e subsequente recesso, tal tema só pôde ser reapresentado na segunda semana de agosto, após o retorno dos alunos e reinício das aulas. Neste quesito, todos os estudantes foram direcionados à resolução das listas, sendo para alguns com a convocação para o trabalho parcial em encontros presenciais e para outros não.

Quanto às atividades realizadas, dessa vez destaca-se o longo processo de quatro encontros presenciais acompanhados das listas autoexplicativas. Dessas atividades, a primeira focou na discussão mais geral sobre frações, decimais e seus significados e usos genéricos, enquanto que a segunda usava as representações geométricas correspondentes, relacionando aos cálculos de frações de uma dada quantidade, o que dava uma perspectiva mais concreta a operações que nem sempre têm suas justificativas tão óbvias. Já na terceira semana se procurou trabalhar as diferentes representações de um mesmo número, relacionando frações, decimais e porcentagem em situações problema. Por fim, a última semana serviu para tirar dúvidas das listas cuja resolução acabou sendo mais demorada mais do que o planejado.

O material produzido ainda possui mais duas listas de trabalho, mas atendendo à dinâmica das aulas regulares e o adiantado no semestre, pareceu ser mais interessante deixar para um outro momento.

Sendo assim, uma nova etapa se iniciou com as atividades de *cálculo algébrico*. O tema em que os estudantes mais erraram na diagnose e de vultosa importância, que obrigava à uma abordagem ampla. Desta vez, o material utilizado pela colega, professora de outra equipe, não estava disponível e foi necessário elaborar outras atividades (APÊNDICES O, P, Q, R e S), que novamente foram recomendadas para todos os alunos, porém alguns destes seriam chamados para uma revisão oral em horário de atendimento, enquanto que outros apenas precisariam de entregá-las resolvidas.

Começando com conceitos bem básicos das quatro operações com monômios e polinômios, com seus respectivos valores numéricos. Avançando na semana seguinte, o trabalho chegou em produtos notáveis, com vários exercícios e problemas contextualizados. A terceira etapa trouxe diversos problemas mais elaborados e situações que exigiam conhecimentos prévios, como potências, áreas e de outros conceitos.

Um novo subtópico surgiu com o aparecimento da fatoração de expressões algébricas, abordando os diferentes tipos, à exceção do produto de Stevin, que foi deixado para o último encontro.

Logo na primeira semana de trabalho com esse tema, o estudo de função quadrática iria ser iniciado no conteúdo regular e a necessidade de versatilidade no trabalho com equação do segundo grau o acompanharia. Uma boa conexão se construiu na lista de atividades de produto de Stevin, já que muitas equações do segundo grau surgiram com a exigência de resolução através da fatoração pelo produto de Stevin.

Diferente do que ocorreu no restante do ano, uma revisão de equação do segundo grau foi desenvolvida dentro do período regular de aulas, dada a necessidade de um trabalho mais longo, profundo e veloz do tema.

Desta forma, pode-se dizer que os temas explorados na diagnose, foram trabalhados com os estudantes em discussões mais lentas ou mais profundas, no conteúdo regular ou fora dele. Seu foco, tempo de aplicação, necessidade de encontro presencial, ou grau de dificuldade das questões variou entre os alunos, mas todos passaram por algum tipo de revisão em cada uma das dez habilidades tratadas

4 ANÁLISE DOS RESUTADOS

Dadas as diferentes atividades realizadas ao longo da série, cabe nesse capítulo uma análise completa realizada sobre as mesmas. Começando pelas avaliações diagnósticas de início e meio de ano, passando pelo avanço dos estudantes ao longo do processo e finalizando com a pesquisa realizada com um grupo de estudantes mais frequente aos atendimentos específicos.

4.1 A Avaliação diagnóstica de início de ano

Tendo sido realizada uma avaliação objetiva e com o apoio da equipe de tecnologia da escola, os resultados foram quantificados e analisados em planilhas, que permitiam observar os números de forma genérica, mas também específica por questão e habilidade aferida em conjuntos de 3 questões.

Apenas 3 questões apresentaram coeficiente bisserial menor que 0,25 (questões 1, 10 e 13), que indicaria uma questão com baixa capacidade em distinguir os grupos de estudantes com baixa e com alta proficiência em matemática básica.

A seguir são analisadas as questões e distratores individualmente, bem como uma possibilidade de solução.

QUESTÃO 1

A equação $4x - 45 = 3$, apresenta como solução:

(A) $x = 0$
(B) $x = 3$
(C) $x = -1{,}5$
(D) $x = 1{,}5$
(E) $x = 12$

Questão de equação do 1º grau, aferida na habilidade H2, de autoria da equipe de matemática da Escola Sesc de Ensino Médio (ESEM). Pensada para ser a questão fácil dessa habilidade o que, na prática, se concretizou, sendo a questão mais acertada nessa habilidade. Sua resolução depende de apenas duas operações que conduzem à solução ou da substituição direta das possíveis soluções.

Uma sugestão de resposta é a seguinte:

$$4x - 45 = 3$$

$$4x - 45 + 45 = 3 + 45$$

$$4x = 48$$

$$\frac{1}{4}.(4x) = \frac{1}{4}.(48)$$

$$x = 12$$

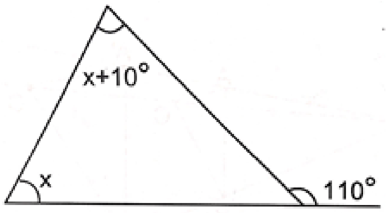
Essa questão foi acertada por 93% dos estudantes. Em percentual, os itens foram assinalados da seguinte forma: nenhum estudante marcou resposta A; 1,8% dos estudantes marcou item B; 3,1 % marcaram item C; 0,6% marcou item D e 93,87% dos alunos marcaram a resposta correta, letra E. Esse caso não foi elaborado levando em consideração possíveis distratores.

Dos acertos, sabe-se que 97,73% dos estudantes no grupo dos 27% com melhor resultado, acertaram a questão. Já no grupo de 27% dos alunos com pior resultado, 88,64% marcaram corretamente o item E, o que gera o coeficiente bisserial no valor de 0,17. Tal resultado indica que essa questão não separa bem o aluno que tem grande conhecimento em matemática básica do que não tem.

Cabe ressaltar também, que como o aluno poderia atribuir ao valor de x as opções apresentadas nas alternativas, ele poderia ter acertado sem necessariamente saber resolver uma equação quando a solução é totalmente desconhecida. Isso pode ser observado na análise qualitativa das resoluções das provas por escrito.

QUESTÃO 2

Observe o triângulo abaixo.



O valor de x é:

(A) 110°

(B) 80°

(C) 60°

(D) 50°

(E) 30°

Questão de resolução de problemas em geometria plana, avaliada na habilidade H8, extraída na íntegra da Prova Brasil e pensada para ser a questão fácil desse assunto, o que na prática se concretizou, sendo a questão mais acertada nessa habilidade.

Uma sugestão de resolução é a seguinte:

Pelo teorema do ângulo externo, sabemos que a soma das medidas de dois ângulos internos de um triângulo qualquer, é igual ao valor do ângulo externo não adjacente a algum deles. Sendo assim:

$$x + (x + 10°) = 110°$$

$$2x + 10° = 110°$$

$$2x + 10° - 10° = 110° - 10°$$

$$2x = 100°$$

$$\frac{1}{2}.(2x) = \frac{1}{2}.(100°)$$

$$x = 50°$$

Nessa questão, 2,5% dos estudantes marcaram o item A; 7,4% o item B; 12,3% o item C; 71,8% a resposta correta D e 4,9% assinalaram o item E. No grupo com 27% dos estudantes com maior quantidade de acertos, todos acertaram a questão e no grupo com 27% dos estudantes com menor quantidade de acertos, 29,55% dos alunos marcaram a resposta certa. Esse resultado gerou um valor de 0,58 para o coeficiente bisserial, o que indica uma questão que separa bem o estudante que possui bom conhecimento em matemática básica, do que não possui.

QUESTÃO 3

Lucas comprou 3 canetas e 2 lápis pagando R$ 7,20. Danilo comprou 2 canetas e 1 lápis pagando R$ 4,40. O sistema de equações do 1º grau que melhor representa a situação é:

(A) $\begin{cases} 3x + 2y = 7{,}20 \\ 2x + y = 4{,}40 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} 3x - 2y = 7{,}20 \\ 2x - y = 4{,}40 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x + y = 3{,}60 \\ x - y = 2{,}20 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} 3x + y = 7{,}20 \\ x + y = 4{,}40 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} 2x + y = 7{,}20 \\ 3x + 2y = 4{,}40 \end{cases}$

Questão de sistemas de equações do 1° grau extraída da prova do SAEB, na íntegra. Pensada para ser a questão fácil desse tema o que, na prática, se concretizou, sendo a questão mais acertada na habilidade H1. Nela bastava modelar algebricamente a situação-problema em duas equações, que formariam um sistema.

Sugestão de resolução:

A situação é dividida em duas partes. A primeira diz que Lucas comprou 3 canetas e 2 lápis, pagando R$7,20. Como não conhecemos o preço de cada caneta ou de cada lápis, os representaremos por x e y, respectivamente. Sendo assim, em reais, três canetas custariam $3.x$ e dois lápis, $2.y$. A soma dos dois valores é R$7,20, portanto: $3x + 2y = 7{,}20$. De maneira análoga, comprando 2 canetas e 3 lápis, o valor a ser pago será de R$4,40 e a equação resultante: $3x + 2y = 7,20$. A única opção cabível seria a da alternativa (A).

Nesse item, 98% dos estudantes marcaram a alternativa A e acertaram a questão. 0,6% marcaram as alternativas B, D e E. Ninguém marcou C. Desta forma a questão não distinguiu bem os alunos que conheciam o assunto dos que não conheciam.

Do grupo dos 27% de estudantes com melhor resultado, todos acertaram essa questão. Já no grupo dos 27% com menos acertos, 93% a acertaram. Como pouquíssimos alunos erraram essa questão, ela não foi capaz de separar bem os diferentes grupos, por isso o coeficiente bisserial foi de apenas 0,25.

QUESTÃO 4

A soma das raízes da equação $\boldsymbol{2x^2 - 3x - 2 = 0}$ é igual a:

(A) -3
(B) -1,5
(C) 1,5
(D) 3
(E) 0

Questão de equação do 2° grau, desenvolvida pela equipe de matemática da Escola Sesc, pensada para ser a questão média da habilidade da habilidade H3. O resultado, porém, a apontou como a questão mais acertada dessa habilidade. Sabe-se que a soma das raízes de uma equação do segundo grau é o simétrico do quociente do coeficiente do termo de primeiro grau, “b” pelo coeficiente do termo de segundo grau , “a” e é denotada por S.

De outra forma, $\mathbf{S} = -\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{a}}$, para $a \neq 0$. Entretanto, na análise qualitativa das provas não foi identificada essa solução, apenas foi utilizada a que envolvia a resolução da equação do 2° grau, encontrando as raízes e as somando ao final.

Sugestão de resolução:

$$\mathbf{S} = -\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{a}}$$

$$\mathbf{S} = -\frac{\mathbf{-3}}{\mathbf{2}}$$

$$S = \frac{3}{2} = 1,5$$

Nessa questão foram pensados os distratores na alternativa B por conta da possibilidade de o estudante se confundir com a composição dos dois sinais negativos na substituição na fórmula da soma (9,8% marcaram esse item). De maneira análoga, os itens A (6,1% a marcaram) e D (14,1% a marcaram) foram pensados considerando a possibilidade de não dividir pelo coeficiente de x^2. Na alternativa E não foi pensado distrator (15,3% a marcaram) e a resposta, alternativa C, foi marcada por 50,9% dos estudantes.

Por outro lado, a análise qualitativa das avaliações mostrou que dos alunos que a desenvolveram por escrito, acertando ou não, a grande maioria desenvolveu a equação por completo, encontrando as duas raízes, para depois somá-las. Nesse caso, portanto os distratores desenvolvidos não teriam relevância.

Do grupo de 27% dos estudantes com melhor desempenho, 75% acertaram este item. Já o grupo dos 27% com pior resultado, 27,3% assinalaram a resposta correta. Esta é, portanto, uma questão que separa os alunos que têm bom conhecimento do tema, ainda que com distorções, já que o coeficiente bisserial foi de 0,39.

QUESTÃO 5

Qual a notação científica correspondente ao número 0,00003024?

(A) 3,024 x 10

(B) 3024

(C) $30,24 \times 10^{-6}$

(D) $0,3024 \times 10^{-4}$

(E) $3,024 \times 10^{-5}$

Essa questão foi desenvolvida pela equipe de matemática da Escola Sesc para aferir a capacidade de representar números decimais, a partir de notação científica e pensada para ser a questão difícil da habilidade H6, o que aconteceu na prática, pois apenas 60% dos estudantes a acertaram. As demais questões dessa habilidade tiveram mais acertos, 65% e 86%, respectivamente.

Sugestão de resolução:

Como a notação científica exige a utilização de um número de 1 a 10 (exclusive) antes da vírgula, será preciso multiplicar o número pela potência 10^5, o que gera resultado 3,024. Para manter o mesmo valor original, faz-se necessária a operação inversa, ou seja, dividir por 10^5, que equivale a multiplicar por 10^{-5}. A resposta correta será então, a do item E.

Vale comentar sobre os distratores dos itens C e D. Já que os dois são equivalentes aos números da pergunta e da resposta no item E. Entretanto, como o enunciado é claro em solicitar a notação científica correspondente, os itens C e D não atendem, já que utilizam coeficientes fora do intervalo de 1 a 9.

Os resultados indicam que um número significativo de estudantes assinalou os itens com distratores. 3% marcaram o item A, 4% o item B, que não possuem distratores. Já o item C, com distrator, foi marcado por 8,6% e o item D, com um distrator mais forte, foi marcado por 20,9% dos estudantes. A opção correta (alternativa E) foi assinalada por 60,7% dos alunos.

Do grupo dos 27% de estudantes com melhor desempenho, 90,9% acertaram esse item, enquanto que do grupo dos 27% com pior rendimento, 34% marcaram corretamente, o que mostra, assim como o coeficiente bisserial 0,45, que esse item distinguiu bem os estudantes que têm um bom conhecimento da matemática básica dos que não têm.

Interessante notar, na análise qualitativa, a existência de alunos que sabiam utilizar corretamente os conceitos de números decimais, mas não conheciam a definição de notação científica e, ainda, alguns alunos que identificavam a equivalência dos itens C, D e E, sem saber qual seria a opção correta.

QUESTÃO 6

A estrada que liga Recife a Caruaru será recuperada em três etapas. Na primeira etapa, será recuperado $\frac{1}{6}$ da estrada e na segunda etapa $\frac{1}{4}$ da estrada. Uma fração que corresponda à terceira etapa é:

(A) $\frac{1}{5}$

(B) $\frac{5}{12}$

(C) $\frac{7}{12}$

(D) $\frac{12}{7}$

(E) $\frac{8}{10}$

Questão de frações selecionada da Prova Brasil do SAEB para ser a questão média da habilidade (H5). No entanto, os resultados indicaram (38% a acertaram) que ela foi ligeiramente mais difícil que as outras duas da mesma habilidade.

Sugestão de resolução:

Em $\frac{1}{6}+\frac{1}{4}$ calculamos o menor múltiplo comum entre os denominadores. mmc(4,6)=12.

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{4}$$

$$\frac{2.1}{2.6}+\frac{3.1}{3.4}$$

$$\frac{2}{12}+\frac{3}{12}=\frac{5}{12}$$

Um estudante que não realizou uma leitura atenta do enunciado, pode entender que $\frac{5}{12}$ é a resposta para a pergunta, entretanto essa seria a fração já realizada da obra, enquanto que devemos calcular a parte ainda a realizar. Assim, devemos retirar do todo, a parte já realizada:

$$1-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}$$

$$\frac{12.1}{12.1}-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}$$

$$\frac{12}{12}-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}$$

A resposta final é então, $\frac{7}{12}$. Alternativa C.

Interessante notar que a análise qualitativa das avaliações indica um grande número de estudantes que de fato encerrou suas resoluções em $\frac{5}{12}$, apontando como resposta correta o distrator presente na alternativa B.

A análise numérica indicou como distrator o item A (marcado por 22% dos estudantes), $\frac{1}{5}$, mas não foram encontradas justificativas de raciocínio para tal resposta nas análises qualitativas. Já o item B, que se esperava como distrator, foi assinalado por 22%, confirmando a expectativa. A resposta correta C, foi marcada por 38%, a alternativa D por 3% e E por 8,5%, não sendo distratores significativos, então.

Dentre o grupo de 27% dos alunos com maior pontuação, 77% acertou a questão, enquanto que dos 27% com menor pontuação, apenas 9% a acertaram. Isso gerou um coeficiente bisserial de 0,52, o que revela ser uma questão que separa muito bem o grupo com bom conhecimento em matemática básica do com mais dificuldades.

QUESTÃO 7

O valor de 75% de 240 é:

(A) 18
(B) 45
(C) 60
(D) 165
(E) 180

Questão de porcentagem elaborada pela equipe de professores da Escola Sesc e pensada para ser a questão fácil da habilidade H4, o que de fato demonstrou ser correto nos resultados aferidos.

Sugestão de solução:

$$75\% \text{ de } 240 = \frac{75}{100}.\ 240$$

$$\frac{75}{100}.\ 240 = \frac{75.24}{10}$$

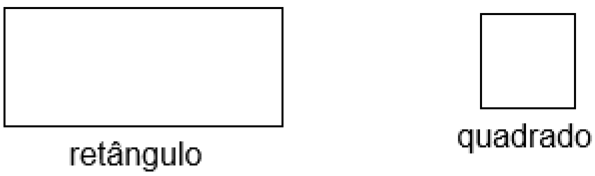
$$\frac{75.24}{10} = \frac{1800}{10} = 180$$

Ao se elaborar a questão, foram pensados em possíveis distratores que o cálculo geraria. Na alternativa A, foi escolhido o valor 18, considerando a possibilidade do estudante simplificar o numerador com o denominador, “cortando” um zero além do correto. Entretanto, essa alternativa foi escolhida por apenas 2% dos estudantes. Já para a letra B não foi pensado em nenhum distrator, foi marcado em 1,8% dos cartões. O item C foi escolhido considerando a possibilidade de calcular 25%, ao invés de 75%, foi selecionado por 1,8% dos adolescentes. Já o item D foi pensado em um caso mais remoto de subtração de 75 de 240, porém foi marcada em 7,4% dos casos. Por fim, a resposta certa, E, foi escolhida por 84,7% dos alunos.

Do grupo de 27% dos alunos com mais acertos, 93% marcou corretamente a resposta e 57% dos alunos de menor pontuação também acertaram essa questão. Dessa forma o coeficiente bisserial apresentou o valor de 0,43, indicando que essa questão consegue separar os grupos pela resposta a essa questão.

QUESTÃO 8

Observe as figuras e responda:



(A) Os ângulos do retângulo e do quadrado são diferentes.

(B) Somente o quadrado é um quadrilátero.

(C) O retângulo e o quadrado são paralelogramos.

(D) O retângulo tem todos os lados com a mesma medida.

(E) A soma dos ângulos internos do quadrado é diferente da soma dos ângulos internos do retângulo.

Questão conceitual de geometria plana, retirada na íntegra da Prova Brasil, pensada para ser a questão de nível médio da habilidade H7, mas se revelou um pouco mais difícil. Entretanto, esta foi uma das habilidades com melhor aproveitamento e o percentual de acertos, na questão, que foi a mais difícil, acabou sendo relativamente alto: 78%.

As respostas assinaladas foram: A, 2,5% dos estudantes; B, 9,2%; C, 78%; D, 3% e D, 3%. A questão não teve distratores utilizados deliberadamente por parte da equipe de professores da Escola Sesc e não foi modificada com essa intenção.

Do grupo dos 27% com melhor resultado, 97% acertou essa questão. Já do grupo dos 27% com menos acertos, 55% marcaram a opção correta. O coeficiente bisserial foi 0,43; o que indica que a questão conseguiu separar parcialmente os alunos de bom desempenho dos demais.

QUESTÃO 9

Dada a expressão:

$$x = \frac{a.b - c^2}{b + c}$$

Sendo a = 9, b = 4 e c = 1, o valor numérico de x é:

(A) 3,5

(B) 5,2

(C) 6,8

(D) 7

(E) 14

Questão de cálculo numérico, elaborada pelos professores da Escola Sesc, pensada para ser a questão de nível médio da habilidade H9. Ela foi uma das questões mais acertadas, dentre as três desse conteúdo, com a mesma quantidade de acertos de outra questão do mesmo assunto.

Sugestão de resolução:

$$x = \frac{9.4 - 1^2}{4 + 1}$$

$$x = \frac{36 - 1}{5} = \frac{35}{5}$$

$$x = 7$$

Esta questão foi muito acertada, 88% marcaram a resposta correta: alternativa D. As outras opções foram pensadas através de possíveis distratores.

O item A indicava a possibilidade de erro pela troca do valor de a, pelo valor de b e vice e versa. Foi marcado por apenas 3% dos estudantes.

O item B foi elaborado pela possibilidade de o aluno confundir valores da tabuada de 9. Este erro foi identificado em mais de uma avaliação na análise qualitativa, apesar de ter sido pouco assinalado, apenas 3%.

No item C foi pensado na possibilidade de erro também no numerador, porém mais uma vez foi marcado em poucos casos, apenas 4%.

O item E foi elaborado sem levar em consideração os distratores.

Do grupo dos alunos com maior quantidade de acertos, 97% acertaram essa questão e do grupo de menor quantidade de acertos, 68% assinalaram corretamente o item D como resposta. Desta forma, o coeficiente bisserial teve o valor 0,43, que mostra a capacidade dessa questão de separar bem os distintos grupos.

QUESTÃO 10

Se $a \neq -1,\ a \neq 0\ e\ a \neq 1$, simplifique a expressão $\frac{a-a^2}{a^2-1} : \left(\frac{a}{a+1} - a\right)$:

(A) 1

(B) $\frac{-1}{a}$

(C) $\frac{1}{a}$

(D) a

(E) $\frac{1}{a(a+1)}$

Questão de cálculo algébrico desenvolvida, pela equipe de matemática da Escola Sesc, para ser a mais difícil da habilidade H10, referente a tal tema, o que não só ocorreu, como foi a questão menos acertada de toda a prova.

Sugestão de resolução:

$$\frac{a-a^2}{a^2-1} : \left(\frac{a}{a+1} - a\right) =$$

$$= \frac{a.(1-a)}{a^2-1^2} : \left(\frac{a}{a+1} - \frac{a}{1}\right) =$$

$$= \frac{a.(1-a)}{(a-1).(a+1)} : \left(\frac{a}{a+1} - \frac{(a+1).a}{(a+1).1}\right) =$$

$$= \frac{-a.(a-1)}{(a-1).(a+1)} : \left(\frac{a}{a+1} - \frac{a^2+a}{a+1}\right) =$$

$$= \frac{-a}{(a+1)} : \left(\frac{a-(a^2+a)}{a+1}\right) =$$

$$= \frac{-a}{(a+1)} : \left(\frac{a-a^2-a)}{a+1}\right) =$$

$$= \frac{-a}{(a+1)} : \left(\frac{-a^2)}{a+1}\right) =$$

$$= \frac{-a}{(a+1)} . \left(\frac{a+1}{-a^2}\right) =$$

$$= \frac{-a\,(a+1)}{(a+1).(-a^2)} =$$

$$= \frac{-a}{(-a^2)} =$$

$$= \frac{a}{a^2} = \frac{1}{a}$$

A análise qualitativa indicou a dificuldade de resolução dos estudantes neste item. Interessante também foi notar que um número expressivo dos estudantes que acertaram tal item, o fizeram substituindo um valor diferente dos valores das restrições e calculando diretamente a expressão através desse valor, arbitrariamente escolhido, e levando à alternativa correta.

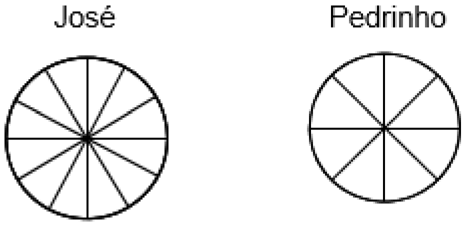
O item B foi mais selecionado (21% dos alunos) do que a resposta correta C (20%). Esse distrator foi pensado considerando a possibilidade de erro em composição de sinais, mas a análise qualitativa não indicou esse erro por parte dos alunos. Como as demais alternativas, A (14%), C (19%) e E (17%) foram marcadas em percentuais parecidos, e a análise qualitativa leva a crer, parecem respostas marcadas aleatoriamente.

Dentro do grupo de 27% de estudantes com melhor resultado, 31,8% marcou a resposta correta, enquanto que do grupo com menos acertos, apenas 11,4% a acertou. O coeficiente bisserial dessa questão foi de 0,21, indicando que ela não foi capaz de separar bem os estudantes de diferentes desempenhos na avaliação como um todo. Isso pode ser observado na análise qualitativa que mostrava que poucos estudantes resolveram a questão corretamente, mesmo dentre os que assinalaram a opção correta.

Interessante notar que, dentre os alunos que assinalaram a resposta correta, a análise qualitativa mostrou, que muitos o fizeram após substituir um valor qualquer, diferente de -1, 0 e 1, excluídos no enunciado. Ao fim, encontravam uma resposta facilmente relacionada com o item correto.

QUESTÃO 11

Observe as figuras:



Pedrinho e José fizeram uma aposta para ver quem comia mais pedaços de pizza. Pediram duas pizzas de igual tamanho. Pedrinho dividiu a sua em oito pedaços iguais e comeu seis; José dividiu a sua em doze pedaços iguais e comeu nove. Então,

(A) Pedrinho e José comeram a mesma quantidade de pizza.
(B) José comeu o dobro do que Pedrinho comeu.
(C) Pedrinho comeu o dobro do que José comeu.
(D) José comeu a metade do que Pedrinho comeu.
(E) O triplo do que Pedrinho comeu equivale ao dobro do que José comeu.

Esta questão foi selecionada da Prova Brasil, para ser a questão fácil da habilidade H5, referente ao conhecimento de frações, o que se confirmou na prática, com 84% de acertos neste item.

A análise das alternativas elaboradas pelo INEP nesta questão não parece ter desenvolvido distratores intencionais, já que nenhum deles indica algum erro interpretativo ou conceitual do enunciado.

Sugestão de resolução:

Para responder a esta questão, o estudante precisaria conhecer o conceito de representação de frações e a equivalência entre frações de diferentes denominadores.

Conhecendo a representação de frações, dada a situação problema, o adolescente encontraria as seguintes frações:

$$\frac{6}{8}\ e\ \frac{9}{12}$$

Para avaliar a relação entre as frações, podem se escrever frações equivalentes às dadas, mas com denominador igual, o que poderia ser feito de modo a originar um denominador menor que os iniciais:

$$\frac{6:2}{8:2}\ e\ \frac{9:3}{12:3}$$

$$\frac{3}{4}\ e\ \frac{3}{4}$$

Desta forma, as frações simplificadas são iguais indicando a mesma quantidade de pizza comida por cada um. Resposta certa é, portanto, a opção A.

Era também possível simplesmente colorir as duas figuras e observar diretamente que elas possuíam a mesma região marcada, porém com diferentes partes coloridas.

Dentre os participantes, 84% assinalaram corretamente o ítem A, os itens B, C e D não tiveram muitas marcações (1,8%, 1,8% e 0,6% foram os percentuais respectivos), entretanto o ítem E apresentou um distrator significativo (foi marcado em 11,66% dos casos), o que indica uma provável dificuldade em compreender o sentido de frações equivalentes e o algoritmo de multiplicação de um inteiro por uma fração.

No grupo dos alunos com mais acertos, todos assinalaram corretamente a resposta. Já no grupo com menos acertos, 65,9% marcaram o item certo, A. Isso gerou, então o coeficiente bisserial de 0,38. Isso pode fazer concluir que essa questão não separa bem os dois grupos de estudantes.

QUESTÃO 12

Ao resolver corretamente a expressão $-1-(-5).(-3)+(-4)^3:(-4)$, o resultado é:

(A) -32

(B) -2

(C) 0

(D) 4

(E) 3

Esta questão, elaborada pela equipe de matemática da Escola Sesc, foi pensada para ser o item fácil da habilidade H9, referente ao cálculo numérico, porém foi a menos acertada dessa habilidade (48% dos estudantes assinalaram a alternativa correta, C).

Sugestão de resolução:

$$-1-(-5).(-3)+(-4)^3:(-4)=$$

$$=-1-(15)+(-4)^2=$$

$$= -1 - 15 + 16 =$$
$$= -16 + 16 =$$
$$= 0$$

Essa questão foi desenvolvida pensando em possíveis erros cometidos pelos estudantes. Alternativas A e B se mostraram distratores muito fortes na análise quanti e qualitativa. Corrigindo as avaliações, foram identificados muitos erros em “sinais”, levando às respostas previstas pelos distratores.

A alternativa A (marcada por 25,8% dos estudantes), previa o erro do aluno na divisão das potências de -4, onde poderia ser encontrado -16, caso não fosse bem conhecido o procedimento de multiplicação e divisão de números inteiros. Somando (-16) ao outro (-16), seria encontrada a resposta -32, apresentada em A.

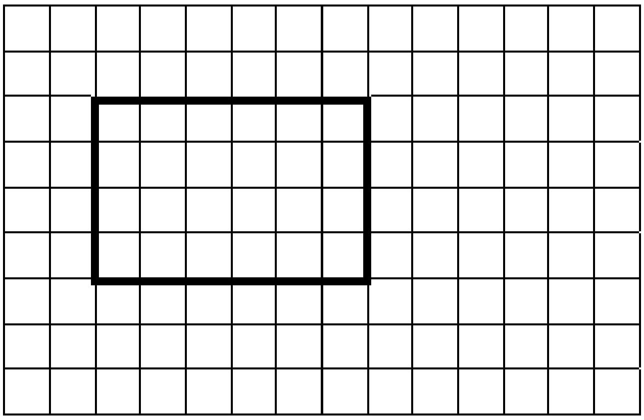
A alternativa B (marcada por 13,5% dos estudantes), previa o erro do aluno ao somar os números (-1) e (-15), onde poderia ser encontrado 14, se não é bem conhecido o procedimento correto de soma de números inteiros a posterior soma com (-16) geraria -2, apresentado em B.

As alternativas D e E não indicaram distratores, já que foram assinaladas em 6,8% e 1,8% dos casos, respectivamente.

Do grupo dos alunos com maior quantidade de acertos, 75% acertaram essa questão e do grupo de menor quantidade de acertos, 15,9% assinalaram corretamente o item C como resposta. Dessa forma, o coeficiente bisserial teve o valor de 0,44, que mostra a capacidade dessa questão de separar bem os alunos de diferentes performances.

QUESTÃO 13

Observe a figura abaixo.



Considere o lado de cada quadradinho como unidade de medida de comprimento. Para que o perímetro do retângulo destacado seja reduzido à metade, a medida de cada lado deverá ser:

(A) Dividida por 2.
(B) Multiplicada por 2.
(C) Aumentada em 2 unidades.
(D) Dividida por 3.
(E) Mantida.

Questão escolhida da Prova Brasil, para aferir os conhecimentos de geometria básica (H7). Pensada para ser a questão fácil dessa habilidade. Isto de fato ocorreu e 88% dos estudantes acertaram esta pergunta.

Sugestão de resolução:

Para resolver essa questão, bastava conhecer a definição de perímetro e sua relação de proporcionalidade com os lados em figuras semelhantes. É suficiente então, fazer a divisão por dois também dos lados. Resposta letra A.

Ainda que isso possa ser utilizado, bastaria contar os quadrados em cada lado e testar nas opções a correta, criando os desenhos correspondentes.

Essa questão foi acertada por 88% dos estudantes e os demais itens, B, C, D e E não apresentaram distratores significativos (foram marcados por 4,3%, 1,8%, 3,6% e 1,2%, respectivamente).

Do grupo dos alunos com maior quantidade de acertos, 97,7% acertaram essa questão e do grupo de menor quantidade de acertos, 79,6% assinalaram corretamente o item A como resposta. Dessa forma, o coeficiente bisserial teve o valor de 0,22, que mostra a incapacidade dessa questão de separar diferentes grupos de alunos quanto aos conhecimentos prévios em matemática.

QUESTÃO 14

Os setores contábil, atendimento e comercial de uma empresa receberão 850 mil reais para desenvolver suas atividades em 2019. Ficou decidido que o setor contábil receberá a mesma quantidade que a soma dos valores destinados aos setores de atendimento e comercial. Também decidiram que o setor de atendimento receberá 50 mil reais a mais do que o setor comercial. Assim sendo:

(A) Setor contábil receberá 420.000 reais.

(B) Setor de atendimento receberá 237.500 reais.

(C) Setor de atendimento receberá 225.000 reais.

(D) Setor contábil receberá 187.500 reais.

(E) Setor comercial receberá 175.000 reais.

Questão elaborada pela equipe de matemática da Escola Sesc Pensada para ser a questão difícil da habilidade H1, referente à equação do 1º grau, o que de fato ocorreu, já que apenas 44% dos respondentes marcaram a resposta correta, B. Além da dificuldade inerente à resolução, distratores foram desenvolvidos neste item.

Para a resolução desta questão, era necessário o domínio da modelagem algébrica da situação-problema, bem como a técnica de resolução de sistemas de equação com três incógnitas. Os dois conhecimentos deveriam ser para além do básico, o que acabou levando a uma grande quantidade de erros.

Sugestão de resolução:

Chamaremos os respectivos orçamentos e suas siglas da seguinte forma:

Ct: Orçamento do setor contábil

Cm: Orçamento do setor comercial

A: Orçamento do setor de atendimento

Organizando as informações em um sistema de equações:

$$\begin{cases} Ct + Cm + A = 850 \\ Ct = A + Cm \\ A = 50 + Cm \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} Ct + Cm + A = 850 \\ Ct = (50 + Cm) + Cm \\ A = 50 + Cm \end{cases} \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow \begin{cases} Ct + Cm + A = 850 \\ Ct = 50 + 2.Cm \\ A = 50 + Cm \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} (50 + 2.Cm) + Cm + (50 + Cm) = 850 \\ Ct = A + Cm \\ A = 50 + Cm \end{cases} \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow \begin{cases} 4.Cm + 100 = 850 \\ Ct = A + Cm \\ A = 50 + Cm \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} 4.Cm = 750 \\ Ct = A + Cm \\ A = 50 + Cm \end{cases} \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow \begin{cases} Cm = 187{,}50 \\ Ct = A + Cm \\ A = 50 + Cm \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} Cm = 187{,}50 \\ Ct = A + 187{,}50 \\ A = 50 + 187{,}50 \end{cases} \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow \begin{cases} Cm = 187{,}50 \\ Ct = A + 187{,}50 \\ A = 237{,}50 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} Cm = 187{,}50 \\ Ct = 237{,}50 + 187{,}50 \\ A = 237{,}50 \end{cases} \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow \begin{cases} Cm = 187,50 \\ Ct = 425,00 \\ A = 237,50 \end{cases}$$

As alternativas A e C parecem indicar distratores fortes, já que foram marcadas em 22,1% e 14,1% dos casos, respectivamente. Já os itens D e E foram marcados em 0,6% e 10,4%, respectivamente, desta forma fica mais difícil indicar um distrator em detrimento de uma marcação aleatória.

Do grupo dos alunos com maior quantidade de acertos, 77,3% acertaram essa questão e do grupo de menor quantidade de acertos, 18,18% assinalaram corretamente o item B como resposta. Assim, o coeficiente bisserial teve o valor de 0,48, que mostra a capacidade dessa questão de separar bem os alunos em distintos graus de conhecimento básico.

QUESTÃO 15

Distribuímos igualmente 120 cadernos entre as 20 crianças da 1ª série de uma escola. O número de cadernos que cada criança recebeu corresponde a que porcentagem do total de cadernos?

(A) 5%
(B) 6%
(C) 10%
(D) 20%
(E) 30%

Questão de porcentagem, elaborada pela equipe da Escola Sesc para a habilidade H4. Pensada para ser a questão média desse assunto, o que não ocorreu, já que foi a questão menos acertada desta habilidade (61% de acertos).

Sugestão de resolução:

120 cadernos são distribuídos a 20 crianças. Logo, dividindo, 120:20, encontramos o número de 6 cadernos para cada criança. Para saber a fração correspondente a 6 cadernos, basta dividir 6 por 120. Encontramos 0,05 como resposta, que escrito de outra forma é 5%.

Neste problema foi pensado distrator apenas no item B, que seria assinalado caso o estudante dividisse diretamente 120 por 20, encontrando 6, que é a quantidade de cadernos por aluno, não a porcentagem em si. Os resultados confirmaram a expectativa de erro, já que foi assinalada por 25,2% dos estudantes, contra 63,4% que acertaram a questão.

As demais alternativas, C, D e E não apresentaram grandes distratores. Foram marcadas por 6,1%, 5,5% e 0,6%, respectivamente.

Do grupo dos alunos com maior quantidade de acertos, 86,4% acertaram essa questão e do grupo de menor quantidade de acertos, 34,1% assinalaram corretamente o item A como resposta. Dessa forma, o coeficiente bisserial teve o valor de 0,44, que mostra a capacidade dessa questão de separar bem

QUESTÃO 16

A solução do sistema de equações $\begin{cases} x+y=2 \\ 3x+2y=9 \end{cases}$ é o par (x, y) tal que:

(A) $x \; e \; y \; são \; negativos$

(B) $x < y = -3$

(C) $y < x = 5$

(D) $x = 5 \; e \; y = 3$

(E) $4x + y = 11$

Questão da habilidade H1, referente à sistemas de equações do 1°grau, pensada para ser a questão difícil deste assunto, o que de fato ocorreu com apenas 53% de acertos.

Sugestão de solução:

$$\begin{cases} x+y=2 \\ 3x+2y=9 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} x=2-y \\ 3x+2y=9 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} x=2-y \\ 3.(2-y)+2y=9 \end{cases} \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow \begin{cases} x=2-y \\ 6-3y+2y=9 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} x=2-y \\ 6-y=9 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} x=2-y \\ -y=9-6 \end{cases} \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow \begin{cases} x=2-y \\ y=-3 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} x=2-(-3) \\ y=-3 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=-3 \end{cases} \leftrightarrow$$

A única alternativa que corresponde à resposta correta é a C.

Nesta questão foram desenvolvidos distratores para erros que levariam a trocas de ‘sinais’ (itens A e D) e dificuldade de aplicar corretamente os sinais de desigualdade (item B).

Os estudantes marcaram os itens A, B, C, D e E em 10,4%, 13,5%, 53,4%, 9,8% e 8,6%; respectivamente. O que não mostra grande concentração de erros de nenhum tipo específico.

Vale ressaltar que é possível excluir alternativas sem resolver diretamente o sistema. Dado que a soma de *x* e *y* é 2, não se pode ter dois números negativos simultaneamente. A mesma equação nos permite eliminar o item D, que teria soma 8. Da mesma forma, o item B também indica *x* e *y* negativos. A única não diretamente eliminável seria o item E, já que aparentemente não possui uma informação diretamente verificável no sistema. Entretanto, essa solução não foi encontrada na análise qualitativa das avaliações.

Essa questão consegue separar muito bem os alunos com muitos acertos, 97,8% de acertos, dos de menos, 22,7%. Por isso, o coeficiente bisserial foi de 0,58, o maior de todas as questões da prova.

QUESTÃO 17

O número 0,00023 x 10^{-2} corresponde a:

(A) 0,0000023
(B) 0,000023
(C) 0,023
(D) 2,03
(E) 23

Questão de identificação de números decimais, selecionada para a habilidade H6 pensada para ser a questão média deste conteúdo, o que de fato ocorreu, com 65% de acertos.

Sugestão de resolução:

Sabe-se que multiplicar um número por 10^{-1} significa dividi-lo por 10. Então, para cada unidade negativa no expoente o número é dividido por 10. Sendo assim, 0,00023 será dividido por 100 e se transformará em 0,0000023. A alternativa A é a resposta.

Os itens B e C foram pensados como distratores, o que realmente ocorreu, tendo em vista que 9,2% marcaram o item B e 20,9% o item C. Por outro lado, os itens D e E não demonstraram distrações significativas (0,6% e 1,2%, respectivamente).

O item B foi elaborado pensando na possibilidade de o estudante errar a contagem de zeros no novo número. Já o item C foi pensado na possibilidade de confundir se aumenta ou diminui a quantidade de zeros ao multiplicar pela potência dada.

No grupo de grande quantidade de questões certas, 90,9% conseguiu acertar essa questão, enquanto que a fração de alunos com menos acertos, 45,5% obtiveram êxito agora. Isso gerou um coeficiente bisserial de 0,42, demonstrando que separa parcialmente os estudantes com maior conhecimento em matemática básica, dos de maior quantidade de lacunas no ensino fundamental.

QUESTÃO 18

Em IR, a solução da equação $\mathbf{5x - 8x^2 + 3 = 2x^2 + 3}$ é dada por:

(A) $\frac{5}{6}$

(B) $\left\{0, \frac{5}{6}\right\}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\left\{0, \frac{1}{2}\right\}$

(E) Não existe solução real para equação

Questão da habilidade de equação do 2° grau (H3), elaborada para ser a questão difícil dessa habilidade, o que ocorreu na prática, pois foi acertada por 37% dos estudantes, apenas.

Sugestão de resolução:

$$\mathbf{5x - 8x^2 + 3 = 2x^2 + 3}$$

$$\mathbf{5x - 8x^2 - 2x^2 + 3 - 3 = 0}$$

$$\mathbf{-10x^2 + 5x = 0}$$

$$\mathbf{x.(-10x + 5) = 0}$$

Sendo o produto de dois números igual a zero, sabe-se que um dos dois é necessariamente zero. Portanto,

$$\mathbf{x = 0} \quad \text{ou} \quad \mathbf{(-10x + 5) = 0.}$$

$$\mathbf{-10x + 5 = 0}$$

$$\mathbf{-10x = -5}$$

$$\mathbf{x = \frac{-5}{-10}}$$

$$\boldsymbol{x = \frac{1}{2}}$$

A solução é, então, a alternativa D.

Interessante observar que o aluno poderia substituir as opções diretamente na equação, sem resolver diretamente. Entretanto essa estratégia não foi observada na análise qualitativa.

A alternativa C foi elaborada pensando na possibilidade de o estudante ignorar a raiz 0. Isso de fato foi observado na análise qualitativa, gerando uma porcentagem considerável de marcações em C, 16,6% dos cartões.

O item B foi calculado, levando em consideração a possibilidade de erro no desenvolvimento da equação, em que ao unir os termos com parte algébrica x^2, o aluno fizesse $-8x^2 + 2x^2$, ao invés de $-8x^2 - 2x^2$. Isso ocorreu, observado na análise qualitativa, e quantidade de estudantes que chegaram nesse valor foi de 10,4%.

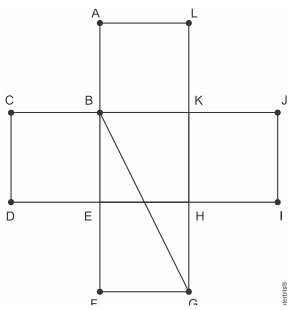
O item A seguiu a mesma lógica de desconsideração da raiz 0 e de erro na soma dos coeficientes de x^2. Porém foi muito menos marcada, 3,7% dos casos.

O item E não foi desenvolvido como distrator, mas acabou sendo na prática. 26,4% o marcaram. O que pode indicar que muitos desenvolveram a equação de forma errada, mas conseguiam dar algum seguimento às resoluções de equações desse tipo.

O Coeficiente bisserial de 0,48 representa uma boa separação de entre os grupos diferentes quanto ao conhecimento de matemática mais fundamental para o desenvolvimento do ensino médio. No grupo com mais acertos, 70,45% assinalaram corretamente essa questão também, já no de menos, apenas 11,4% marcaram corretamente também nesse caso.

QUESTÃO 19

O quintal de Manoel é formado pelos quadrados ABKL, BCDE, BEHK, HIJK e EFGH, de igual área e a forma da figura abaixo. Se $BG = \sqrt{20}$ m, a área do quintal é:



(A) 2 m^2

(B) 4 m^2

(C) 10 m^2

(D) 20 m^2

(E) 50 m^2

Questão da habilidade de resolução de problemas em geometria (H8), elaborada para ser a questão difícil dessa habilidade, o que realmente ocorreu. Apenas 33% dos alunos marcaram a alternativa correta, D.

Sugestão de resolução:

Considerando $\boldsymbol{x}$ o valor do lado do quadrado, como os cinco quadrados possuem a mesma área, os lados dos quadrados medem $\boldsymbol{x}$. Sendo assim, BE tem medida $\boldsymbol{x}$**,** assim, como EF e FG. Como o triângulo BFG possui um ângulo reto, podemos relacionar as medidas dos seus lados pelo teorema de Pitágoras:

$$\boldsymbol{FG^2 + BF^2 = BG^2}$$

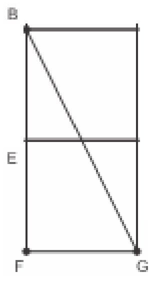
$$\boldsymbol{(2x)^2 + x^2 = (\sqrt{20})^2}$$

$$\boldsymbol{4x^2 + x^2 = 20}$$

$$\boldsymbol{5x^2 = 20}$$

$$\boldsymbol{x^2 = 4}$$

$$\boldsymbol{x = 2}$$



Como a área de um quadrado é calculada pelo quadrado da medida do lado ($\boldsymbol{x^2}$), e o quintal possui cinco quadrados de mesma área ($\boldsymbol{x^2}$), $5.2^2 = 20$ m² será a área do quintal.

Nesta questão os itens C e E se apresentaram como distratores fortes, os dois foram marcados em 22% dos casos.

O item E foi elaborado pensando na possibilidade de o estudante utilizar uma mesma variável para ambos os catetos do triângulo BFG, o que foi observado na análise qualitativa. Já o item C seria marcado caso o estudante tivesse considerado o valor da área de cada quadrado como 2 m², não o valor do lado, 2m.

Nos itens A e B não foi identificado distrator significativo (4,9% e 9,2% respectivamente). Como essa foi uma das questões menos acertadas, é de se esperar que tenha pouca eficácia na separação dos diferentes alunos. Isso fica claro observando o coeficiente bisserial de 0,33 e o percentual de acertos nos dois grupos analisados com maior profundidade: 56,8% e 20,5%, para os grupos de mais acertos e de menos, na prova como um todo.

QUESTÃO 20

A forma simplificada da expressão $(x+3)^2-(x-5)^2$ é:

(A) -16
(B) 34
(C) $16x-16$
(D) $-4x+34$
(E) $3x+25$

Questão de cálculo algébrico (H10), elaborada para ser a questão média da habilidade. Isso acabou ocorrendo, ainda que essa questão tenha sido muito pouco acertada (23%). Ao analisar o resultado final pudemos observar que cálculo algébrico foi a habilidade com pior desempenho na série, como veremos à frente.

Sugestão de resolução:

$$(x+3)^2-(x-5)^2 =$$

$$(x^2+2.3.x+3^2)-(x^2-2.5.x+5^2) =$$

$$(x^2+6x+9)-(x^2-10x+25) =$$

$$x^2+6x+9-x^2+10x-25 =$$

$$16x-16$$

A alternativa correta é, então, C.

Observando os resultados, vimos uma grande distribuição de respostas entre os 5 itens. As alternativas A, B e D foram elaboradas considerando os distratores.

No item A, foi considerada a possibilidade de o estudante apresentar como desenvolvimento dos quadrados os valores: $x^2 + 9$ e $x^2 - 25$. Como um quadrado subtraía o outro, o resultado final seria -16. Dos 163 participantes da avaliação, 19%, aproximadamente marcaram essa alternativa.

Já o item B considerava o mesmo tipo de erro do A, porém agora também errando a subtração, errando o sinal que precede o termo 25. Foi marcado, também, em 19% dos casos.

Por fim o item D que considerava a possibilidade de o estudante acertar o desenvolvimento dos produtos notáveis e errar nos sinais que precedem os termos 10x e 25. Essa alternativa foi assinalada em 20,9% dos casos.

O item E não foi pensado levando em consideração os distratores e foi marcado por 11,7% dos alunos.

A quantidade de acertos no grupo de melhor performance, 52,3%, comparada a quantidade no grupo com mais lacunas, 9,09%, mostra que não é possível separar bem os dois grupos, como fica claro com o valor do coeficiente bisserial de 0,39.

QUESTÃO 21

A fração $\frac{11}{2}$ corresponde à qual dos seguintes números?

(A) 11,2

(B) 5,5

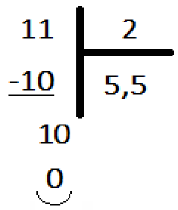
(C) 5,2

(D) 5

(E) 0,5

Questão de representação e identificação de números decimais, elaborada para ser a questão fácil dessa habilidade (H6). Isso ocorreu, realmente, já que alcançou 86% de acertos.

Sugestão de resolução:



Outra forma de resolver tal item seria encontrar a fração equivalente, com denominador igual a 10 ou uma potência dele. Dessa forma a resposta já seria a solicitada, escrita de outra forma:

$$\frac{11.5}{2.5} = \frac{55}{10}$$

Os distratores elaborados visam apenas a alunos com conhecimento muito baixo em matemática. No item A, foi adicionado um número que continha os mesmos algarismos que a fração, porém totalmente dissociado em sentido, entre as duas representações. Foi assinalado em 6,8% dos casos.

Outro possível distrator seria o item C, que apresentava a possibilidade de confusão no algoritmo de divisão. Foi marcado apenas em 4,3% dos casos. Os demais itens não tiveram marcações relevantes.

Como uma questão fácil, dada a grande quantidade de acertos, o coeficiente bisserial de 0,37, mostra a dificuldade em separar os grupos de diferentes níveis de conhecimento em matemática básica. É possível observar que se o grupo com mais acertos, tem 90,9% de estudantes que acertaram essa divisão e do grupo com resultado mais baixo, 68,2% obtiveram êxito nesse item, então não é possível diferenciar bem esses alunos.

QUESTÃO 22

A equação $-2(x+3) = 3(2x+5)$, apresenta como solução:

(A) $x = \frac{21}{8}$

(B) $x = \frac{-21}{8}$

(C) $x = \frac{-8}{21}$

(D) $x = \frac{9}{8}$

(E) $x = \frac{19}{8}$

Questão de equação do 1° grau (H2), elaborada para ser a média dessa habilidade, o que de fato ocorreu, com 64% de acertos.

Sugestão de resolução:

$$-2(x+3) = 3(2x+5)$$
$$-2x - 6 = 6x + 15$$
$$-2x - 6x = 15 + 6 \quad \text{(i)}$$
$$-8x = 21$$
$$x = \frac{-21}{8} \quad \text{(ii)}$$

Nessa questão a alternativa A foi pensada a possibilidade de confusão na operação com números inteiros e posterior troca entre sinais. Ela foi marcada por 16,6% dos estudantes.

Um distrator mais fraco, com apenas 8% dos alunos, foi a letra D. Ela foi pensada para a possibilidade de erro no algoritmo de resolução das equações. Os estudantes que não realizassem a operação adequada nas linhas assinaladas, (i) e (ii), chegariam a este resultado, conforme o apresentado abaixo:

$$-2x - 6x = 15 - 6 \quad \text{(i)}$$
$$-8x = 9$$
$$x = \frac{9}{8} \quad \text{(ii)}$$

Neste caso, seriam cometidos dois erros, ao escrever $15 - 6$ ao invés de $15 + 6$ e $x = \frac{9}{8}$ ao invés de $x = -\frac{9}{8}$.

Os itens C, com 4,9% dos alunos, e D, com 1,8%, não indicam distração grande.

Da fração de estudantes com maior desempenho na avaliação, 95,5% acertaram essa questão, por outro lado, apenas 22,7% da fração de menos acertos, assinalaram corretamente o item B, dessa forma o coeficiente bisserial gerado foi de 0,54. Sendo assim, essa é uma questão que separa bem os estudantes de bom desempenho dos que tiveram mais dificuldade de resolução.

QUESTÃO 23

Um determinado produto é vendido por R$ 1.200,00 à vista em uma loja física. Se esse mesmo produto for comprado no site da loja, há um desconto de 7%. O valor desse produto, quando comprado no site da loja é:

(A) R$ 84,00

(B) R$ 168,00

(C) R$ 1.032,00

(D) R$ 1.116,00

(E) R$ 1.216,00

Essa questão foi desenvolvida para ser a difícil da habilidade de porcentagem (H4). Entretanto, ela acabou sendo a de dificuldade média, atendendo ao resultado final dos estudantes, com 78% de acertos.

Sugestão de resolução:

O valor de um produto pode ser calculado pelo valor original subtraindo o desconto:

$$(100 - 7)\% \, . \, 1200 = 1116$$

Para o item A foi pensada a possibilidade de confusão do aluno entre desconto e preço final. R$84 é justamente o valor do desconto, mas não a resposta final. Dentre os 163 participantes, 14,1% assinalaram a opção A. Ela se mostrou um distrator, de fato.

Os itens B, C e E não demonstraram ser distratores relevantes. Eles foram escolhidos por 2,5%, 3,1% e 1,8%, respectivamente.

Dentre os participantes com melhor desempenho, todos acertaram essa pergunta, enquanto que, no grupo de menos acertos, 54,6% assinalaram o item D. Dada essa diferença considerável entre os 2 grupos, e o coeficiente bisserial de 0,46, pode-se dizer que ela foi capaz de separar os alunos dos diferentes grupos com alguma eficácia.

QUESTÃO 24

A solução real da equação $3x^2 - 27 = 0$ é:

(A) $\{3\}$

(B) $\{-3\}$

(C) $\{-3, 3\}$

(D) $\{\sqrt{24}\}$

(E) $\{-\sqrt{24}\}$

Essa questão de equação do 2° grau foi pensada para ser a questão fácil dessa habilidade, mas acabou sendo menos acertada que o esperado. Apenas 40,5% dos estudantes marcaram corretamente o item C. Entretanto, o item A se mostrou um distrator muito forte, sendo marcado por 41,7% dos alunos, mais que a própria resposta correta.

Sugestão de resolução:

$$3x^2 = 27$$
$$x^2 = 9$$
$$x = 3 \ ou \ x = -3$$

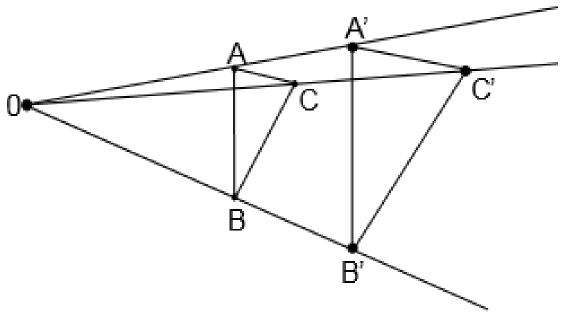
O item A apresenta uma possível solução, porém como se pode ver acima, existe mais de uma solução que atende à equação. Ao que tudo indica, inclusive a análise qualitativa, muitos alunos resolveram corretamente a equação até à última etapa, quando apenas se consideram a raiz positiva da equação. Outros, porém substituíram diretamente o número 3 na equação, constatando que de fato era uma raiz válida, mas sem observar que poderia haver uma segunda raiz.

As demais alternativas não se mostraram distratores relevantes. Os itens B, C e D foram marcados em 6%, 3,7% e 3,7%, respectivamente.

Esta questão, pouco acertada se mostrou ineficaz em separar os grupos de diferentes performances, como se pode observar pelo baixo coeficiente bisserial, 0,39. Dentre os estudantes de maiores notas, 70,45% acertaram este item, enquanto que isso ocorreu com apenas 25% do grupo com menos acertos. Pode-se entender que o item A se mostrou um fortíssimo distrator e que ele seria o principal fator na queda do coeficiente.

QUESTÃO 25

Ampliando-se o triângulo ABC se obtém um novo triângulo A'B'C', em que cada lado é o dobro do seu correspondente em ABC.



Em figuras ampliadas ou reduzidas os elementos que conservam a mesma medida são:

(A) As áreas.

(B) As diagonais.

(C) Os perímetros.

(D) Os lados.

(E) Os ângulos

Questão de propriedades básicas em geometria plana (H7), pensada para ser a questão fácil dessa habilidade. Porém obteve a mesma quantidade de acertos que outra questão da mesma habilidade, 88%.

Sugestão de resolução:

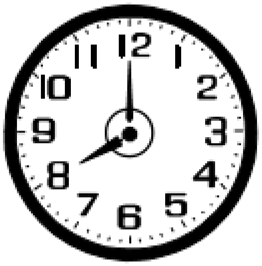
Conhecendo homotetia e semelhança de figuras geométricas, o aluno saberá que os triângulos da figura são semelhantes e, por isso, mantêm os ângulos homólogos. Alternativa correta: E.

Esta questão não apresentou distratores, dado que os itens errados A, B, C e D tiveram apenas 1%, 3,7%, 1,8% e 3,7% de acertos, respectivamente.

Dado o alto índice de acerto nessa questão e que 100% dos estudantes com mais acertos, assinalaram também essa de forma correta, contra 70,5% do grupo com mais erros, conclui-se que essa questão revela dificuldade em separar os diferentes grupos, correspondendo a um coeficiente bisserial de 0,42.

QUESTÃO 26

Os 2 ângulos formados pelos ponteiros de um relógio às 8 horas medem:



(A) 60º e 120º

(B) 90º e 270º

(C) 120º e 240º

(D) 140º e 220º

(E) 220º e 240º

Questão de problemas em geometria plana (H8), pensada para ser a questão média dessa habilidade, tendo se revelado a questão com menos acertos, 68%.

Sugestão de resolução:

Utilizando proporção, podemos dizer que o ponteiro das horas faz com o dos minutos dois ângulos proporcionais a $\frac{8}{12}$ e $\frac{12-8}{12}$. Como uma volta completa mede 360°, calculamos $\frac{8}{12}$ de 360° e $\frac{4}{12}$ de 360° e encontramos 240° e 120°, respectivamente.

Os itens errados não foram elaborados com o foco nos distratores, ainda que alguns cuidados tenham sido tomados.

O item A (marcado por 9% dos alunos) possui valores comuns de serem trabalhados em geometria, mas somavam 180°, não 360°, como o esperado.

Os itens B (com 13,5% de marcações) e D (com 8%) tomavam esse cuidado com a soma dos valores iguais a 360°, entretanto não obedeciam as proporções esperadas.

Por fim, a alternativa E foi assinalada por apenas 1 estudante e não tinha qualquer relação lógica com os dados do problema.

Pode-se dizer que essa questão foi capaz de separar os estudantes do grupo de mais acertos, do de menos. Isso fica claro, observando-se o valor do coeficiente bisserial de 0,48 da distribuição e os acertos dos diferentes grupos, 95,5% dos com melhor desempenho e, apenas, 43,2% do grupo com mais lacunas em matemática básica.

QUESTÃO 27

Dividindo 5607 por 7 encontramos:

(A) 18

(B) 71

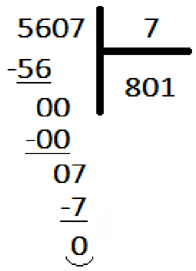
(C) 81

(D) 701

(E) 801

Questão de cálculo numérico, elaborada para ser a fácil dessa habilidade (H9). Isso realmente ocorreu, com 87% de acertos foi a mais acertada.

Sugestão de resolução:



Esta questão foi elaborada a partir dos distratores. Para identificar os alunos que não dominavam o algoritmo de divisão, os números foram escolhidos para propositalmente gerar um algarismo zero no quociente, pois o erro de ignorar tal algarismo já é conhecido como tradicional em sala de aula. Isso se mostrou verdadeiro, já que 10,5% dos estudantes cometeram justamente tal erro, marcando o item C.

Os outros itens, A, B e D não apresentaram distratores relevantes. Foram assinalados em 0%, 0,6% e 1,2%, respectivamente.

Com um coeficiente bisserial de 0,39, pode-se dizer que essa foi uma questão ineficaz na separação entre os grupos de diferentes níveis de conhecimento. Provavelmente por ser uma das questões mais fáceis, 100% dos estudantes de melhor resultado a acertaram, contra 61,4% dos de mais erros.

QUESTÃO 28

Simplificando a expressão $3xy + 7xy^4 - 6x^3y + 2xy - 10xy^4$, obtemos:

(A) $-4x^7y^{11}$

(B) $-4x^3y^4$

(C) $5xy - 3xy^4 - 6x^3y$

(D) $12xy^4 - 16x^3y^4$

(E) $3xy + 7xy^4 - 6x^3y + 2xy - 10xy^4$

Questão de cálculo algébrico (H9), elaborada para ser a questão fácil dessa habilidade. Isso realmente ocorreu, com 79% de acertos.

Sugestão de resolução:

$$3xy + 7xy^4 - 6x^3y + 2xy - 10xy^4$$
$$3xy + 2xy + 7xy^4 - 10xy^4 - 6x^3y$$
$$5xy - 3xy^4 - 6x^3y$$

Resposta correta: C.

Nesta questão não foram pensados distratores nas alternativas A, B, D e E. O resultado aponta equilíbrio entre elas, todas tiveram entre 4% e 5% de acertos.

O item C, resposta correta, foi marcado por todos os estudantes de melhor nota, porém por apenas 47,7% dos alunos com mais lacunas no ensino de matemática básica. Pode-se dizer que conseguiu, então separar bem os de desempenhos distintos, como o coeficiente bisserial, de 0,50, também indica.

QUESTÃO 29

Resolvendo o sistema de equações $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$ encontramos como solução o par ordenado:

(A) $(2,1)$

(B) $(-2,1)$

(C) $(2,-1)$

(D) $(-2,-1)$

(E) $(0,1)$

Questão de sistemas de equações de 1°grau (H1). Ela foi desenvolvida com o objetivo de ser a questão média dessa habilidade. Isso de fato ocorreu. Foram obtidos 74% de acertos.

Sugestão de resolução:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$

Somando as equações, membro a membro, obtemos:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 5x = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\,.\,2 + y = 5 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 + y = 5 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 5 - 4 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

A alternativa correta será A.

As alternativas foram elaboradas pensando apenas na possibilidade de erro em troca de sinais das operações com números inteiros. Os itens errados, B, C, D e E foram assinalados por 3,7%, 10,4%, 2,5% e 4,3% dos casos.

Acertaram essa questão quase todos os estudantes de melhor formação básica em matemática, 97,7% dos estudantes, contra 40,9% dos que tiveram notas menores. Isso gerou um coeficiente bisserial de 0,49, que indica uma bom desempenho na separação dos diferentes grupos que realizaram essa avaliação.

QUESTÃO 30

Calcule o valor da expressão:

$$3 \,.\, \frac{9}{4} - \left\{ \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 2 \right] : \sqrt{\frac{4}{9}} \right\}$$

(A) $\frac{37}{12}$

(B) $\frac{13}{4}$

(C) $\frac{23}{4}$

(D) $\frac{17}{12}$

(E) $\frac{12}{37}$

Questão de cálculo numérico (H9) criada para se tornar a difícil desse item, isso não ocorreu em valores absolutos, mas, mesmo assim, teve um índice de acertos bem abaixo da média das demais, apenas 45%.

Sugestão de resolução:

$$3 \,.\, \frac{9}{4} - \left[\left(\frac{4}{9} + 2\right) : \sqrt{\frac{4}{9}} \right] =$$

$$3 \,.\, \frac{9}{4} - \left[\left(\frac{4}{9} + \frac{18}{9}\right) : \sqrt{\frac{4}{9}} \right] =$$

$$3 \,.\, \frac{9}{4} - \left(\frac{22}{9} : \sqrt{\frac{4}{9}} \right) =$$

$$3 \,.\, \frac{9}{4} - \left(\frac{22}{9} : \frac{2}{3} \right) =$$

$$3 \,.\, \frac{9}{4} - \left(\frac{22}{9} \,.\, \frac{3}{2} \right) =$$

$$3\,.\frac{9}{4}-\left(\frac{66}{18}\right)=$$

Simplificando,

$$3\,.\frac{9}{4}-\frac{11}{3}=$$

$$\frac{27}{4}-\frac{11}{3}=$$

$$\frac{81}{12}-\frac{44}{12}=$$

$$\frac{37}{12}$$

A resposta será a alternativa A.

Observando as respostas dos alunos, os itens errados, B, C, D e E foram marcados em 14,1%, 11,7%, 14,7% e 5,5% dos casos, respectivamente. A análise qualitativa das provas mostrou que a grande maioria dos que marcaram esses itens o fizeram de forma aleatória, já que não havia conseguido desenvolver o cálculo.

Esta foi uma questão de extremos. Do grupo com melhor resultado, 97,7% a acertou, ampla maioria. Porém, do grupo com menos acertos, muito poucos a acertaram, 11,4% apenas. Isso é justamente o que indica o alto valor do coeficiente bisserial, 0,55.

4.2 A avaliação diagnóstica de meio de ano

Para a aferição do avanço dos alunos nos conteúdos da matemática, foi pensada uma avaliação a ser aplicada no meio do ano.

No entanto, não pareceu ser pertinente usar a mesma avaliação já aplicada anteriormente, para não se ter efeito de acerto ou erro devido à possibilidade de os estudantes se lembrarem de algum item.

Por outro lado, seria interessante ter uma avaliação comparável a uma reprodução da anterior, para a comparação ser efetiva e poder fornecer uma melhor noção do avanço dos estudantes. Por isso, as questões foram desenvolvidas, uma a uma, através de mudanças nos números envolvidos e de situação-problema, preservando o procedimento de resolução, da forma mais próxima possível. A exceção ficou para poucas questões conceituais, em que utilizar as mesmas definições não diferenciaria sensivelmente da pergunta original.

Abaixo são apresentadas as questões comparadas das duas avaliações.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 1

A equação $3x - 48 = 9$, apresenta como solução:

(A) $x = 13$
(B) $x = 19$
(C) $x = 33$
(D) $x = 54$
(E) $x = 57$

2ª Diagnose:

QUESTÃO 1

A equação $4x - 45 = 3$, apresenta como solução:

(A) $x = 0$
(B) $x = 3$
(C) $x = -1{,}5$
(D) $x = 1{,}5$
(E) $x = 12$

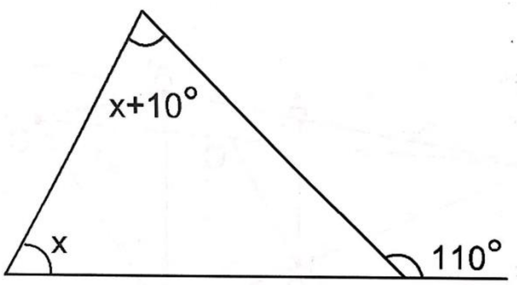
Nesta primeira questão, a solicitação é de cálculo da incógnita "x", com a alteração de apenas dois números envolvidos. Até mesmo o processo de resolução passa pela mesma quantidade de etapas e cálculos associados.

O resultado não apresentou grande diferença, mas já mostrava uma quantidade bem expressiva de acertos na primeira avaliação, de 96,7%, enquanto na segunda se manteve aproximadamente constante, 96,4%

1ª Diagnose:

QUESTÃO 2

Observe o triângulo abaixo.



O valor de x é:

(A) 110°

(B) 80°

(C) 60º

(D) 50º

(E) 30º

2ª Diagnose:

QUESTÃO 2

No triângulo abaixo. O valor de x é:

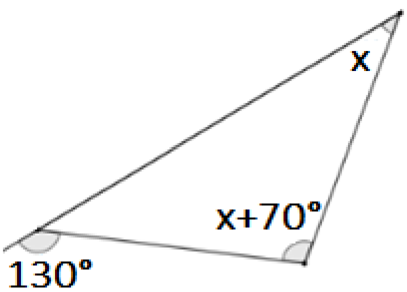
(A) 30°

(B) 60°

(C) 70°

(D) 100°

(E) 120°



Nesta segunda questão, de triângulos e ângulo externo, a solicitação é de cálculo da incógnita “x”, com a alteração de apenas dois números e das figuras envolvidas. Até mesmo o processo de resolução passa pela mesma quantidade de etapas e cálculos associados.

Sendo um conteúdo trabalhado dentro do currículo regular, o avanço se mostrou consistente de 68,3% para 98,2% quantidade de acertos.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 3

Lucas comprou 3 canetas e 2 lápis pagando R$ 7,20. Danilo comprou 2 canetas e 1 lápis pagando R$ 4,40. O sistema de equações do 1º grau que melhor representa a situação é:

(A) $\begin{cases} 3x + 2y = 7{,}20 \\ 2x + y = 4{,}40 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} 3x - 2y = 7{,}20 \\ 2x - y = 4{,}40 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x + y = 3{,}60 \\ x - y = 2{,}20 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} 3x + y = 7{,}20 \\ x + y = 4{,}40 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} 2x + y = 7{,}20 \\ 3x + 2y = 4{,}40 \end{cases}$

2ª Diagnose:

QUESTÃO 3

No restaurante, Laura pagou a quantia de R$ 7,00 por uma refeição e um suco. Rafael pagou a quantia de R$ 9,00 por uma refeição e dois sucos. Qual sistema representa essa situação?

(A) $\begin{cases} x + y = 7{,}00 \\ x + 2y = 9{,}00 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} 2x + y = 7{,}00 \\ x + 2y = 9{,}00 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x + 2y = 7{,}00 \\ 2x + y = 9{,}00 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} 2x + 2y = 7{,}00 \\ 2x + y = 9{,}00 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} 2x + y = 7{,}00 \\ 3x + 2y = 9{,}00 \end{cases}$

Na terceira questão, de sistemas de equações do primeiro grau, apesar da mudança de números e da situação problema, o tipo de raciocínio utilizado passa pelas mesmas etapas. É uma das questões mais acertadas.

Sendo uma questão bem simples, dentre os alunos das turmas pesquisadas no presente trabalho, todos acertaram esse item nas duas oportunidades.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 4

A soma das raízes da equação $\boldsymbol{2x^2 - 3x - 2 = 0}$ é igual a:

(A) -3
(B) -1,5
(C) 1,5
(D) 3
(E) 0

2ª Diagnose:

QUESTÃO 4

A soma das raízes da equação $\boldsymbol{4x^2 - 4x - 3 = 0}$ é igual a:

(A) -1

(B) -0,75

(C) 0,75

(D) 1

(E) 4

Questão de aplicação direta da fórmula de soma das raízes de uma equação de segundo grau, que também poderia ser resolvida utilizando o processo de resolução de equações, somando as raízes ao final. Mais uma vez, alteram-se apenas os números envolvidos, mas o processo de resolução é o mesmo, com número e gênero de operações semelhantes às questões anteriores.

Ainda que este tenha sido um tema estudado em horário extracurricular apenas em setembro, após a segunda diagnose, dentro do currículo regular uma rápida revisão foi realizada em dois momentos em que equações do segundo grau foram utilizadas e o aumento de acertos de 48,3% para 76,8% se deve a esse trabalho, acredita-se.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 5

Qual a notação científica correspondente ao número 0,00003024?

(A) 3,024 x 10

(B) 3024

(C) $30{,}24 \times 10^{-6}$

(D) $0{,}3024 \times 10^{-4}$

(E) $3{,}024 \times 10^{-5}$

2ª Diagnose:

QUESTÃO 5

Qual a notação científica correspondente ao número 0,0005079?

(A) 5,079 x 10

(B) 5079

(C) 50,79 x 10^{-5}

(D) 0,50279 x 10^{-3}

(E) 5,079 x 10^{-4}

A quinta questão, de identificação de notação científica, segue o mesmo raciocínio, mudando apenas os algarismos envolvidos. Inclusive os distratores tem a mesma lógica de escolha.

Não foram trabalhadas com calma as habilidades de frações e números decimais. Como descrito anteriormente, no começo da revisão desses temas foi realizada a segunda diagnose. Entretanto, em conteúdos de ciência da natureza, foi necessária, por parte dos professores da outra equipe, uma revisão de conceitos de notação científica, oque pode explicar o avanço dos estudantes de 56,7% para 85,7% de acertos.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 6

A estrada que liga Recife a Caruaru será recuperada em três etapas. Na primeira etapa, será recuperado $\frac{1}{6}$ da estrada e na segunda etapa $\frac{1}{4}$ da estrada. Uma fração que corresponda à terceira etapa é:

(A) $\frac{1}{5}$

(B) $\frac{5}{12}$

(C) $\frac{7}{12}$

(D) $\frac{12}{7}$

(E) $\frac{8}{10}$

2ª Diagnose:

QUESTÃO 6

Paulo precisa ler um livro, em três dias. No primeiro dia ele leu $\frac{2}{5}$ do texto, no segundo dia $\frac{1}{4}$ do total do livro e no último leu o restante. Qual a fração correspondente ao terceiro dia?

(A) $\frac{2}{5}$

(B) $\frac{7}{20}$

(C) $\frac{13}{20}$

(D) $\frac{3}{5}$

(E) $\frac{3}{9}$

Problema com diferentes frações, abordando operações básicas com as mesmas. Possui o histórico de baixo aproveitamento pelos estudantes e, por isso, tem sua presença nas duas avaliações. Também tem contextualização distinta, mas formas semelhantes de resolução.

Não foi estudado especificamente o conteúdo de frações nos atendimentos de apoio aos alunos que apresentaram dificuldade nesse tema. Entretanto, ao estudar conjuntos numéricos, uma lista de revisão de operações com frações foi trabalhada e, provavelmente por causa dela e de outras pequenas práticas, os acertos evoluíram de 36,7% para 66,1% dos alunos.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 7

O valor de 75% de 240 é:

(A) 18
(B) 45
(C) 60
(D) 165
(E) 180

2ª Diagnose:

QUESTÃO 7

O valor de 60% de 350 é:

(A) 21
(B) 45
(C) 70
(D) 95
(E) 210

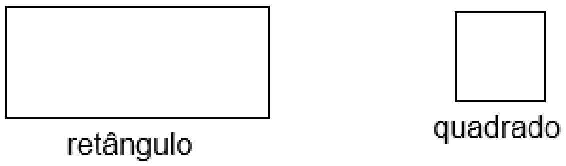
Questão direta de porcentagem. Não possui uma contextualização, já que o objetivo era de aferir a capacidade de cálculo apenas. Nas duas aplicações, houve apenas mudança nos valores envolvidos.

Por ter apresentado um bom rendimento na primeira avaliação, o conteúdo de porcentagem não foi incluído nos temas abordados fora do currículo comum. Porém, acreditava-se que existia a possibilidade de acrescentarmos porcentagem em diferentes questões para que o assunto fosse aprofundado. Parece ter surtido efeito positivo, já que a quantidade de acertos avançou de 85% para 96,4% dos alunos.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 8

Considerando essas figuras,



(A) Os ângulos do retângulo e do quadrado são diferentes.

(B) Somente o quadrado é um quadrilátero.

(C) O retângulo e o quadrado são paralelogramos.

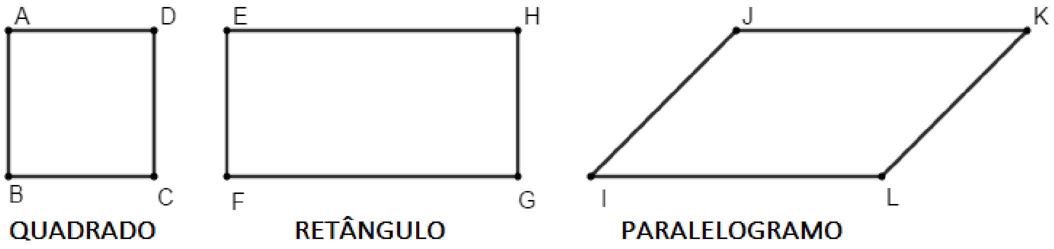
(D) O retângulo tem todos os lados com a mesma medida.

(E) A soma dos ângulos internos do quadrado é diferente da soma dos ângulos internos do retângulo.

2ª Diagnose:

QUESTÃO 8

Observe as figuras e responda:



(A) Todo quadrilátero é paralelogramo;

(B) Todo retângulo é também quadrado;

(C) Todo quadrilátero é também quadrado;

(D) Todo quadrado é também quadrilátero;

(E) Nem todo quadrilátero que possui lados opostos congruentes é quadrado.

A oitava questão, que objetivava testar os conhecimentos em geometria plana básica, mudar apenas uma contextualização, ou os números envolvidos, não era possível, as questões eram bastante distintas, mas procuravam medir o mesmo conhecimento. Entretanto, na segunda avaliação, a questão apresentou erro conceitual e teve de ser anulada, já que possuía duas alternativas corretas, D e E.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 9

Dada a expressão:

$$x = \frac{a.b - c^2}{b + c}$$

Sendo a = 9, b = 4 e c = 1, o valor numérico de x é:

(A) 3,5

(B) 5,2

(C) 6,8

(D) 7

(E) 14

2ª Diagnose:

QUESTÃO 9

Dada a expressão:

$$x = \frac{b - c}{b^2 + a.c}$$

Sendo a = 1, b = 3 e c = 10, o valor numérico de x é:

(A) 3,5

(B) $\frac{-7}{19}$

(C) $\frac{7}{19}$

(D) $\frac{2}{19}$

(E) 7

Questão de cálculo numérico, com substituição de variáveis, mantendo a mesma estrutura de cálculo com alteração das variáveis.

Tal tema foi abordado em discussões de com os alunos que demonstravam dificuldade nesse assunto, mas além de não serem muitos estudantes, dentre as três questões de cálculo numérico essa foi a mais acertada. Talvez por isso a quantidade de acertos não mostrou grande alteração, de 90% para 89,3%.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 10

Sabendo que $a \neq -1,\ a \neq 0\ e\ a \neq 1,$ ao simplificar $\frac{a-a^2}{a^2-1} : \left(\frac{a}{a+1} - a\right),$ obtemos:

(A) 1

(B) $\frac{-1}{a}$

(C) $\frac{1}{a}$

(D) a

(E) $\frac{1}{a(a+1)}$

2ª Diagnose:

QUESTÃO 10

Sabendo que $x, y \neq 0\ e\ x \neq y,$ ao simplificar $\frac{y^2-x^2}{y^2-xy} : \left(\frac{y}{x} + 1\right),$ obtemos:

(A) 1

(B) $\frac{-x}{y}$

(C) $\frac{x}{y}$

(D) x

(E) $\frac{x^2}{y^2+x.y}$

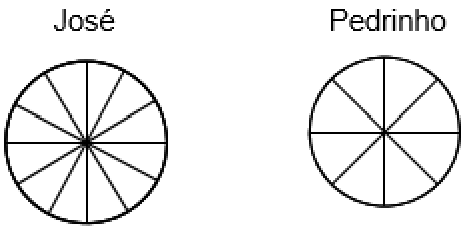
Poucos estudantes acertaram essa questão na primeira oportunidade, 23,3% assinalaram corretamente a resposta, mas a análise qualitativa mostrou que muitos o fizeram por marcação aleatória no cartão de respostas, pouquíssimos conseguiram, de fato, apresentar uma resolução satisfatória.

O conteúdo de cálculo algébrico foi estudado com ênfase apenas em fins do mês de agosto, após a segunda diagnose, portanto. Apesar disso, cálculo algébrico é um tema de aplicação frequente em outros momentos do aprendizado da disciplina, e, por isso, pequenas revisões foram apresentadas em diferentes oportunidades, o que deve ter contribuído para um aumento significativo de acertos, 10%, ainda que o resultado não tenha sido o considerado satisfatório, apenas 32,1% a acertaram. Foi, então, o item menos acertado de todas na avaliação.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 11

Observe as figuras:



Pedrinho e José fizeram uma aposta para ver quem comia mais pedaços de pizza. Pediram duas pizzas de igual tamanho. Pedrinho dividiu a sua em oito pedaços iguais e comeu seis; José dividiu a sua em doze pedaços iguais e comeu nove. Então,

(A) Pedrinho e José comeram a mesma quantidade de pizza.
(B) José comeu o dobro do que Pedrinho comeu.
(C) Pedrinho comeu o dobro do que José comeu.
(D) José comeu a metade do que Pedrinho comeu.
(E) O triplo do que Pedrinho comeu equivale ao dobro do que José comeu.

2ª Diagnose:

QUESTÃO 11

Pedrinho e José fizeram uma aposta para ver quem comia mais pizza. Compraram duas de mesmo tamanho, porém divididas de forma distinta. A pizza de Pedrinho era dividida em 6 fatias e ele comeu 4, enquanto a de José em 8 fatias, das quais comeu 5. Então, pode-se afirmar que:

(A) Pedrinho e José comeram a mesma quantidade de pizza.
(B) José comeu mais do que Pedrinho comeu.
(C) Pedrinho comeu mais do que José comeu.
(D) José comeu a metade do que Pedrinho comeu.
(E) O triplo do que Pedrinho comeu equivale ao dobro do que José comeu.

Questão de frações, bem acertada na primeira oportunidade, 86,7% dos estudantes. Já foi dito anteriormente que frações é um dos temas não estudado plenamente antes da segunda avaliação, apesar de inserções eventuais em outros conteúdos. Entretanto, houve uma redução dos acertos substancial entre as duas oportunidades para 58,9% dos alunos.

Apesar de a questão 11 ter sido elaborada em correspondência direta entre as duas avaliações, com uma situação problema também parecida, os números diferentes podem ter gerado alguma confusão na etapa de equiparação de denominadores, como também a ausência da representação gráfica na segunda aplicação. O cálculo do menor múltiplo comum pode ser contornado na primeira situação, porém dificilmente isso aconteceria na segunda. Acredita-se que esse resultado não indique uma regressão das habilidades em compreensão das frações.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 12

Ao resolver a expressão $-1-(-5).(-3)+(-4)^3:(-4)$, o resultado é:

(A) -32
(B) -2
(C) 0
(D) 4
(E) 3

2ª Diagnose:

QUESTÃO 12

Ao resolver a expressão $5-(-7).(-2)+(-3)^3:(-3)$, o resultado é:

(A) -18

(B) 0

(C) 10

(D) 28

(E) 3

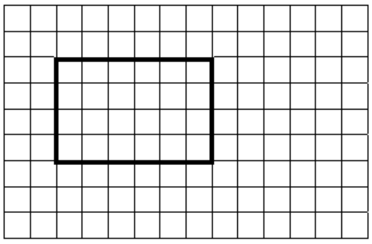
Mais uma vez uma questão em que, apenas, foram alterados os valores numéricos envolvidos na resolução. Já no princípio do ano letivo, foi identificada a necessidade de trabalhar as operações com cálculos de números inteiros, como pode se observar pelo índice de 53,3% de acertos apenas, nesse momento.

O processo de acompanhamento das dificuldades em matemática básica foi realizado e os efeitos positivos são visíveis com o aumento de acertos para 66,1%, que, por outro lado, indica a necessidade de insistir nesse assunto em outras oportunidades.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 13

Considere, na figura abaixo, o lado de cada quadrado como unidade de medida de comprimento. Para que o perímetro do retângulo destacado seja reduzido à metade, a medida de cada lado deverá ser:



(A) Dividida por 2.

(B) Multiplicada por 2.

(C) Aumentada em 2 unidades.

(D) Dividida por 3.

(E) Mantida.

2ª Diagnose:

QUESTÃO 13

Dados dois polígonos de mesmo formato, porém tamanhos diferentes, sabe-se que o perímetro do primeiro equivale ao dobro do perímetro do segundo. Sobre os lados desses polígonos, pode-se afirmar que:

(A) Tem o mesmo valor para a medida
(B) As medidas têm uma relação de 1:2
(C) São diferentes, porém suas áreas são as mesmas
(D) Os do primeiro equivalem ao dobro dos do segundo
(E) Nada se pode afirmar

A questão 13 se mostrou relativamente simples à luz dos resultados no primeiro encontro, 86,7%. Como os conceitos de geometria plana foram trabalhados a partir de ideias bastante elementares e de forma ampla no planejamento regular da série, seu desenvolvimento aparenta ter sido sensivelmente exitoso, dado o acerto por todos os alunos na segunda oportunidade de avaliação.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 14

Os setores contábil, atendimento e comercial de uma empresa receberão 850 mil reais para desenvolver suas atividades em 2019. Ficou decidido que o setor contábil receberá a mesma quantidade que a soma dos valores destinados aos setores de atendimento e comercial. Também decidiram que o setor de atendimento receberá 50 mil reais a mais do que o setor comercial. Assim sendo:

(A) Setor contábil receberá 420.000 reais.
(B) Setor de atendimento receberá 237.500 reais.
(C) Setor de atendimento receberá 225.000 reais.
(D) Setor contábil receberá 187.500 reais.
(E) Setor comercial receberá 175.000 reais.

2ª Diagnose:

QUESTÃO 14

Uma prefeitura do interior recebe R$900 000 do governo federal para construção de uma ponte no município. Todo o processo é constituído por 3 etapas: planejamento, projeto e execução. Sabe-se que a o valor cobrado na etapa de projeto é calculado como a terça parte do necessário para a execução. Além disso, a execução exige o dobro dos recursos destinados ao planejamento e ao projeto juntos. Assim sendo, pode-se afirmar que:

(A) A etapa de planejamento receberá R$200 000.
(B) A etapa de planejamento receberá mais recursos que as outras.
(C) O setor de execução receberá R$337500.
(D) A etapa de execução e projeto utilizam mais que o triplo dos recursos de planejamento.
(E) Os recursos serão insuficientes.

Esta questão, de sistema de equações do primeiro grau, exige uma habilidade não imediata de resolução, com um procedimento mais longo que a maioria das questões aqui discutidas. Na primeira diagnose esperava-se um rendimento mais baixo, que de fato ocorreu, já que apenas 48,3% dos estudantes obtiveram êxito em seu desenvolvimento.

Sendo assim, o estudo amplo dos processos de modelagem e desenvolvimento de sistemas foi realizado logo entre os primeiros temas de discussão. O índice de acerto foi significativamente mais alto: 57,1%, mas ainda abaixo do que se deseja para eles.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 15

Distribuímos igualmente 120 cadernos entre as 20 crianças da 1ª série de uma escola. O número de cadernos que cada criança recebeu corresponde a que porcentagem do total de cadernos?

(A) 5%
(B) 6%
(C) 10%
(D) 20%
(E) 30%

2ª Diagnose:

QUESTÃO 15

Noemi esqueceu de pagar em dia a conta de água de sua casa no mês passado no valor de R$ 120,00. No entanto, esse mês veio a cobrança de uma multa de R$ 15,00. A quantos por cento do valor da conta vencida corresponde a multa?

(A) 8%

(B) 12,5%

(C) 15%

(D) 25%

(E) 40%

O tema de porcentagem não foi diretamente abordado durante as revisões programadas. Entretanto, esta questão poderia ser resolvida por meio de uma proporção direta entre os elementos envolvidos. Razão e proporção foi um tema abordado com substancialidade para dar suporte ao estudo introdutório de teorema de Tales. Isso parece justificar o avanço na quantidade de acertos nessa questão de 61,7% para 87,5% dos estudantes.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 16

A solução do sistema de equações $\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases}$ é o par (x, y) tal que:

(A) $x\ e\ y\ são\ negativos$

(B) $x < y = -3$

(C) $y < x = 5$

(D) $x = 5\ e\ y = 3$

(E) $4x + y = 11$

2ª Diagnose:

QUESTÃO 16

A solução do sistema de equações $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 2y = -2 \end{cases}$ é o par (x, y) tal que:

(A) $x\ e\ y\ são\ negativos$

(B) $x < y = -3$

(C) $y < x = 2$

(D) $x = 2\ e\ y = 3$

(E) $4x + y = 11$

Os conteúdos de sistema de equações do primeiro grau foram amplamente trabalhados em atendimentos específicos para tal. Entretanto, a questão número 16 exigia a manipulação de sinais de desigualdade, pouco vistos ao longo do ano. Talvez por isso, não tenha demonstrado aumento na quantidade de acertos. Pelo contrário, um pequena redução de 60% para 53,7% foi observada entre o início e o meio do ano.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 17

O número 0,00023 x 10^{-2} corresponde a:

(A) 0,0000023

(B) 0,000023

(C) 0,023

(D) 2,03

(E) 23

2ª Diagnose:

QUESTÃO 17

O número 0,000 047 x 10^{-3} corresponde a:

(A) 0,000 000 004 7

(B) 0,000 000 047

(C) 0,047

(D) 0,47

(E) 47

Questão de identificação e manipulação de números decimais. Tema parcialmente estudado como revisão pelos estudantes que demonstravam maior dificuldade no conteúdo. Houve um avanço sensível dos estudantes, de 61,7% para 73,2%, em especial observando que não foi um assunto estudado diretamente no processo de estudo em matemática básica.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 18

Em IR, a solução da equação $\boldsymbol{5x - 8x^2 + 3 = 2x^2 + 3}$ é dada por:

(A) $\frac{5}{6}$

(B) $\left\{0, \frac{5}{6}\right\}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\left\{0, \frac{1}{2}\right\}$

(E) Não existe solução real para equação

2ª Diagnose:

QUESTÃO 18

Em IR, a solução da equação $\mathbf{3x^2 - 7.(x + 1) = 3.(2x + 4) - 19}$ é:

(A) $\frac{13}{3}$

(B) $\left\{0, \frac{13}{3}\right\}$

(C) $\frac{1}{3}$

(D) $\left\{0, \frac{1}{3}\right\}$

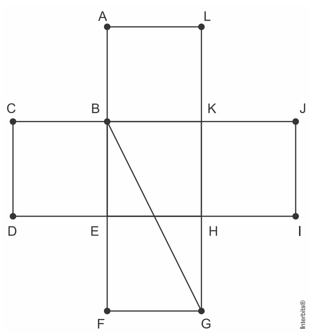
(E) 0

Questão de equação do segundo grau incompleta. Tema não estudado no processo de revisão, mas abordado dentro de conteúdos regulares da 1ª série. O aumento da quantidade de acertos foi substancial, de 35% para 58,9%. Bastante satisfatório diante do esforço dedicado a esse objetivo.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 19

O quintal da casa de Manoel é formado por cinco quadrados ABKL, BCDE, BEHK, HIJK e EFGH, de igual área e tem a forma da figura abaixo. Se $BG = \sqrt{20}$ m, então a área do quintal é:



(A) 2 m^2

(B) 4 m^2

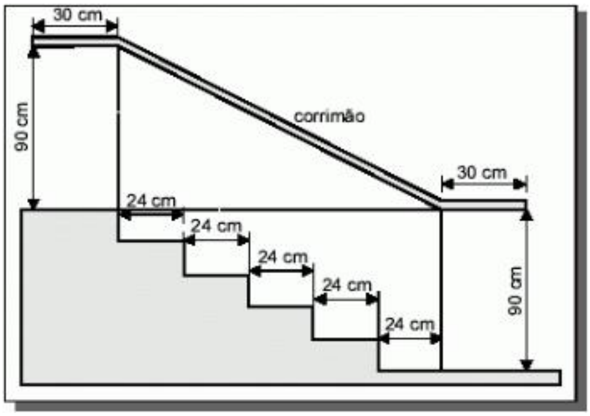
(C) 10 m^2

(D) 20 m^2

(E) 50 m^2

2ª Diagnose:

QUESTÃO 19



Na figura acima, que representa o projeto de uma escada com 5 degraus de mesma altura, o comprimento total do corrimão é igual a:

(A) 1,8 m

(B) 1,9 m

(C) 2,0 m

(D) 2,1 m

(E) 2,2 m

Problema de geometria plana aplicando o teorema de Pitágoras para sua resolução. Apesar de geometria plana ter sido bastante discutida, o teorema de Pitágoras não foi um dos temas estudados. A questão se mostrou bastante difícil, mas um avanço significativo foi visto, de 28,3% para 41,14% de acertos. Espera-se um resultado mais consistente após o estudo do teorema específico.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 20

A forma simplificada da expressão $(x+3)^2-(x-5)^2$ é:

(A) -16
(B) 34
(C) $16x-16$
(D) $-4x+34$
(E) $3x+25$

2ª Diagnose:

QUESTÃO 20

A forma simplificada da expressão $(x+4)^2-(x-3)^2$ é:

(A) 25
(B) $2x+25$
(C) $14x+25$
(D) $-4x+34$
(E) $14x+7$

Cálculo algébrico foi o grande foco de erros nas duas avaliações, mas não foi estudado a tempo da segunda avaliação com a ênfase merecida. Apesar disso, de 25% a 30,4% de acertos foram observados, sendo a estrutura bastante paralela entre as duas oportunidades de avaliação.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 21

A fração $\frac{11}{2}$ corresponde à qual dos seguintes números?

(A) 11,2

(B) 5,5

(C) 5,2

(D) 5

(E) 0,5

2ª Diagnose:

QUESTÃO 21

A fração $\frac{21}{2}$ corresponde à qual dos seguintes números?

(A) 0,5

(B) 1,5

(C) 10

(D) 10,5

(E) 21,2

Esta questão tinha como objetivo sondar a capacidade de resolução de divisões numéricas simples, com resultados decimais. É histórica a dificuldade de resolução de operações básicas, em especial em divisões. Não houve a oportunidade de efetuar um estudo rigoroso em operações básicas, como as dessas questões, mas após o estudo de conjuntos numéricos, com suas respectivas discussões em números decimais, foram utilizados números que geravam operações cada vez mais exigentes nos algoritmos de divisão. Entretanto, isso não gerou mudanças significativas no volume de respostas corretas para esse item. De 66,7% de alunos que acertaram essa questão na primeira avaliação, o resultado foi a 67,9%.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 22

A equação $-2(x+3) = 3(2x+5)$, apresenta como solução:

(A) $x = \frac{21}{8}$

(B) $x = \frac{-21}{8}$

(C) $x = \frac{-8}{21}$

(D) $x = \frac{9}{8}$

(E) $x = \frac{19}{8}$

2ª Diagnose:

QUESTÃO 22

A equação $-2(x+3) = 3(2x+5)$, apresenta como solução:

(A) $x = \frac{-24}{17}$

(B) $x = \frac{-16}{17}$

(C) $x = \frac{3}{17}$

(D) $x = \frac{16}{17}$

(E) $x = \frac{24}{17}$

Esta questão objetivava aferir a capacidade de resolução de equações do primeiro grau utilizando a propriedade distributiva no desenvolvimento. Os cálculos algébricos ainda não haviam sido trabalhados, mas a propriedade distributiva foi aplicada exaustivamente ao longo de todo o ano letivo. Acredita-se que por isso, o avanço de 66,7% para 76,8% de acertos entre as duas diagnoses.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 23

Um determinado produto é vendido por R$ 1.200,00 à vista em uma loja física. Se esse mesmo produto for comprado no site da loja, há um desconto de 7%. O valor desse produto, quando comprado no site da loja é:

(A) R$ 84,00

(B) R$ 168,00

(C) R$ 1.032,00

(D) R$ 1.116,00

(E) R$ 1.216,00

2ª Diagnose:

QUESTÃO 23

Uma TV é vendida por R$ 990,00 à vista na Loja DuJuca. Se esse mesmo produto for comprado no site da loja, há um desconto de 8%. O valor desse produto, quando comprado no site da loja é:

(A) R$ 70,20

(B) R$ 140,40

(C) R$ 919,80

(D) R$ 982,00

(E) R$ 1.060,20

Mais uma questão de porcentagem com alto índice de acertos. Nesse item foram apenas modificados valores a serem calculados, mas o procedimento é rigorosamente o mesmo. Como dito, a porcentagem foi aplicada em diferentes momentos ao longo do ano, mas não como foco de atenção. O ínice de acertos subiu de 75% para 82,1%.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 24

A solução real da equação $\mathbf{3x^2 - 27 = 0}$ é:

(A) $\{3\}$

(B) $\{-3\}$

(C) $\{-3, 3\}$

(D) $\{\sqrt{24}\}$

(E) $\{-\sqrt{24}\}$

2ª Diagnose:

QUESTÃO 24

A solução real da equação $\mathbf{5x^2 - 180 = 0}$ é:

(A) {-6}

(B) $\{6\}$

(C) $\{-6, 6\}$

(D) { -$\sqrt{175}$}

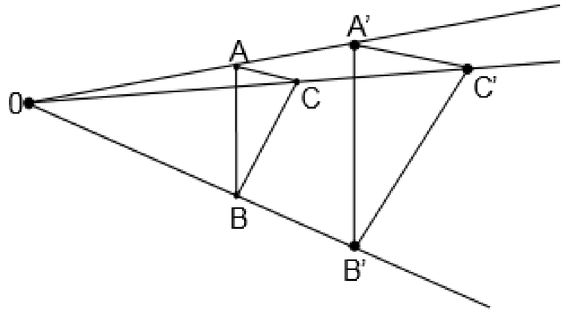
(E) $\{\sqrt{175}\}$

Assim como nos outros dois itens que focavam na resolução de equação do segundo grau, o aumento do índice de acertos foi bastante significativo. A porcentagem correspondente subiu de 41,7% para 66,1%, em uma questão simples de resolução de equação incompleta.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 25

Ampliando-se o triângulo ABC se obtém um novo triângulo A’B’C’, em que cada lado é o dobro do seu correspondente em ABC.



Em figuras ampliadas ou reduzidas os elementos que conservam a mesma medida são:

(A) As áreas.

(B) As diagonais.

(C) Os perímetros.

(D) Os lados.

(E) Os ângulos.

2ª Diagnose:

QUESTÃO 25

Em uma rua reta, a padaria fica entre o mercado e a banca de jornal, e o mercado fica entre a banca de jornal e a sapataria. Logo,

(A) A sapataria fica entre a banca de jornal e a padaria.

(B) A banca de jornal fica entre o mercado e a padaria.

(C) A padaria fica entre a sapataria e o mercado.

(D) O mercado fica entre a sapataria e a padaria.

(E) Nada se pode afirmar.

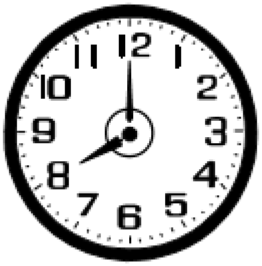
A questão procurava ser de identificação simples de conceitos geométricos. Entretanto, como a reprodução semelhante, sem ser igual, era difícil, optou-se por esse segundo modelo que acabou se mostrando mais difícil, ou menos direto que o primeiro. Além disto, a ausência de representação gráfica na segunda questão pode ter influenciado o processo de resolução.

Acredita-se, que por isso, não foi possível observar avanço no item, de 88,3% dos estudantes acertando na primeira avaliação, o índice decresceu para 76,1%.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 26

Os 2 ângulos formados pelos ponteiros de um relógio às 8 horas medem:



(A) 60º e 120º

(B) 90º e 270º

(C) 120º e 240º

(D) 140º e 220º

(E) 220º e 240º

2ª Diagnose:

QUESTÃO 26

Os 2 ângulos formados pelos ponteiros de um relógio às 2 horas medem:

(A) 60° e 120°

(B) 120° e 240°

(C) 140° e 220°

(D) 60° e 300°

(E) 220° e 240°

Esta questão procurava verificar a capacidade de relacionar ângulos e proporção em um círculo. As questões são relativamente semelhantes e simples. Entretanto, os resultados não foram como o esperado de uma quantidade de acertos de 68,3% o valor foi a 66,1%.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 27

Dividindo 5607 por 7 encontramos:

(A) 18
(B) 71
(C) 81
(D) 701
(E) 801

2ª Diagnose:

QUESTÃO 27

Dividindo 5608 por 8 encontramos:
(A) 16
(B) 71
(C) 61
(D) 701
(E) 601

Questão de divisão de números inteiros com o objetivo de observar a destreza em relação à operação de divisão. Nessas duas questões de mesmo procedimento, os números foram cuidadosamente escolhidos para o surgimento de um algarismo 0 no quociente, que era um erro bastante observado no cotidiano escolar com outros grupos.

Houve uma melhora considerável de 85% de acertos na primeira avaliação, o percentual subiu para 94,6% na segunda.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 28

Simplificando a expressão $3xy + 7xy^4 - 6x^3y + 2xy - 10xy^4$, obtemos:

(A) $-4x^7y^{11}$

(B) $-4x^3y^4$

(C) $5xy - 3xy^4 - 6x^3y$

(D) $12xy^4 - 16x^3y^4$

(E) $3xy + 7xy^4 - 6x^3y + 2xy - 10xy^4$

2ª Diagnose:

QUESTÃO 28

Simplificando a expressão $6ab + 3a^2b^3 - 4a^3b^2 + 5ab - 7a^2b^3$, obtemos:

(A) $-4a^8b^{10}$

(B) $13a^2b - 12ab$

(C) $11ab - 4a^2b^3 - 4a^3b^2$

(D) $14a^2b^3 - 11a^3b^2$

(E) $6ab + 3a^2b^3 - 4a^3b^2 + 5ab - 7a^2b^3$

Esta era uma questão mais simples de cálculo algébrico, que tinha por objetivo apenas somar e subtrair diferentes monômios. Nas duas questões os procedimentos forem exatamente iguais, as alterações se deram apenas no uso das letras a e b, no lugar de x e y. Houve considerável melhora nos resultados. De 80% de acertos o número subiu para 91,1%.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 29

Resolvendo o sistema de equações $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$ encontramos como solução o par ordenado:

(A) $(2,1)$

(B) $(-2,1)$

(C) $(2,-1)$

(D) $(-2,-1)$

(E) $(0,1)$

2ª Diagnose:

QUESTÃO 29

A solução do sistema de equações $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ é:

(A) $(2,1)$

(B) $(-2,1)$

(C) $(2,-1)$

(D) $(-2,-1)$

(E) $(0,1)$

Nesta questão, o objetivo era resolver um sistema de equações do primeiro grau simples. Pouco foi alterado de uma questão para outra, basicamente os números. Apesar de ter sido foco de trabalho no início do ano, não mostrou um avanço significativo em volume de acertos, de 76,7% foi a 78,6%.

1ª Diagnose:

QUESTÃO 30

Calcule o valor da expressão:

$$3 \cdot \frac{9}{4} - \left\{ \left[\left(\frac{2}{3} \right)^2 + 2 \right] : \sqrt{\frac{4}{9}} \right\}$$

(A) $\frac{37}{12}$

(B) $\frac{13}{4}$

(C) $\frac{23}{4}$

(D) $\frac{17}{12}$

(E) $\frac{12}{37}$

2ª Diagnose:

QUESTÃO 30

Calcule o valor da expressão:

$$4\,.\,\frac{7}{5} - \left\{\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 1\right] : \sqrt{\frac{9}{4}}\right\}$$

(A) $\frac{87}{30}$

(B) $\frac{13}{4}$

(C) $\frac{23}{4}$

(D) $\frac{17}{12}$

(E) $\frac{12}{37}$

A questão foi pensada para compreender a capacidade de resolução de expressões numéricas com frações. Porém na segunda aplicação, as alternativas não apresentavam a resposta correta, dentre as opções, na segunda aplicação. Teve de ser anulada.

4.3 Progressão dos resultados

Nesta seção será analisado o desempenho dos estudantes em questões que avaliam habilidades trabalhadas ou não, na diagnose de meio de ano.

Conforme referido anteriormente, o trabalho de revisão de conteúdos de matemática básica, iniciado ainda em fins de março, foi desenvolvido de forma paulatina e, no momento da segunda diagnose, em junho, já haviam sido abordados de forma isolada em período extracurricular: *equação do primeiro grau, sistema de equações* e *cálculo numérico*.

Entretanto cabe ressaltar que outros tópicos foram trabalhados no horário padrão mediante sua necessidade, como *equação do segundo grau*, no estudo de polígonos, *conceitos básicos de geometria* e *problemas em geometria plana*, que foram conteúdos trabalhados de forma completa, como foco da disciplina em determinados momentos. *Cálculo algébrico* esteve presente em diversos momentos de resolução de questões, os tópicos referentes a *frações e afins* foram tratados em diferentes oportunidades, ainda que com exemplos mais simples; de forma que uma evolução, também nessas habilidades, era esperada.

Convém ressaltar que, o fato de a diagnose ser realizada na última semana de aulas, antes das férias, levou alguns estudantes a sinalizarem uma possível perda de rendimento por conta do cansaço e da ansiedade. Alguns alunos, inclusive, não realizaram a avaliação por terem regressado para casa mais cedo, do que o calendário oficial sugeria.

Portanto, muitas variáveis se mostraram presentes e tiveram influência no resultado da segunda diagnose. Por isso, um processo avaliativo mais longo e durante um período maior pode ser mais efetivo na aferição dos resultados. Para complementar esta avaliação, foram fundamentais a observação participante do professor, os demais resultados em outras avaliações escritas e a própria manifestação de autoestima de diversos estudantes, com resultados positivos na melhoria de suas competências na disciplina. Dessa maneira, a consolidação das dinâmicas de suporte aos alunos, da forma mais personalizada possível, se viabilizou, levando ao aperfeiçoamento constante das práticas educativas utilizadas, além da formação sólida de uma consciência crítica a respeito dos resultados alcançados.

Tabela 2 - Resultados das habilidades em cada diagnose e o percentual de melhora.

HABILIDADE	MARÇO (MÉDIA DAS NOTAS)	JULHO (MÉDIA DAS NOTAS)	MELHORA
H1 – Sistema de eq. 1°grau	2,53	2,45	-3%
H2 – Equação do 1° grau	2,18	2,40	+10%
H3 – Equação do 2° grau	1,41	1,96	+39%
H4 – Porcentagem	2,35	2,82	+20%
H5 – Frações	1,76	1,75	-0,6%
H6 – Números decimais	2,12	2,15	+2%
H7 – Conceitos geometria	2,69	1,93	-28%
H8 – Probl. em geometria	1,74	2,13	+23%
H9 – Cálculos numéricos	2,04	2,62	+28%
H10 – Cálculos algébricos	1,33	1,49	+12%
MÉDIA FINAL	5,99	6,89	+15%

Fonte - O autor

Na Tabela 2 são apresentados os resultados dos alunos que realizaram as duas avaliações, com suas respectivas notas e percentual de melhora no período de fim de março à início de julho.

Considerando agora os estudantes com seus respectivos grupos de trabalho, pode-se observar que: o grupo 1, com rendimento mais baixo (4 alunos), o aumento médio foi de 144% e o grupo 2, com rendimento ainda baixo (12 alunos), porém acima do grupo anterior, a melhora média foi de 39%.

Os demais grupos também avançaram, ainda que de modo mais discreto. Ao fim, os 57 estudantes avaliados, dos 4 grupos, nas duas oportunidades aumentaram suas notas médias em 15%.

Quanto à habilidade de *conceitos elementares em geometria plana*, pode-se comentar que foi a única que teve uma queda no resultado significativa. Observando as questões correspondentes, nota-se a ausência de uma delas no resultado analisado, já que foi anulada, e uma mudança significativa nas outras duas em termos de contextualização e resolução. De fato, essa habilidade possuía as questões de mais difícil adaptação, por ser eminentemente teórica e por sua natureza ser de difícil emparelhamento às demais.

Observando as demais habilidades, os resultados foram bastante satisfatórios em *equação do 2°grau* e *porcentagem*, com avanço de 39% e 20%, respectivamente. Temas abordados indiretamente no conteúdo regular, porém frequentes durante as aulas. Não foram estudados em momento fora do horário regular.

O avanço também foi muito satisfatório em problemas envolvendo *geometria plana* e *cálculos numéricos*, com 23% e 28%, respectivamente. No caso de *problemas em geometria plana*, apesar de o conteúdo ter sido amplamente abordado, inclusive com diversos problemas, uma delas envolvia triângulos retângulos e teorema de Pitágoras, que não foi diretamente estudado a tempo da avaliação diagnóstica de julho, mesmo assim, a melhoria se mostrou significativa. Já os *cálculos numéricos* foram abordados tanto em aulas regulares, quanto no reforço dos grupos com mais dificuldade no tema.

Obtiveram sensível melhora, também, as habilidades de *equação do 1°grau* e cálculos algébricos, com 10% e 12%, respectivamente. Essa primeira, abordada em horário de atendimento, logo após os resultados da primeira avaliação, em março, enquanto que a última, apenas foi trabalhada após a segunda diagnose. Esperava-se um avanço maior quanto aos conhecimentos em *equações do 1°grau*, por ter sido trabalhada em diversos contextos (atendimentos, novamente em sistemas de equações e, a todo momento, em aulas regulares). Por outro lado, o conteúdo de *cálculo algébrico*, não teve muito espaço para estudo antes da segunda avaliação, mas alcançou 12% de melhoria, esperava-se menos.

Por fim, sistemas de equações do 1° grau, frações e números decimais, se mantiveram relativamente estáveis com -3%, -0,6% e +2% de resultado, respectivamente. Enquanto *sistema de equações do 1° grau* teve abordagem longa e completa nos horários de atendimento e listas de exercícios, *frações* e *números decimais* estavam começando a ser abordadas em horário específico, não se esperava destas duas uma melhora expressiva, mas sim de sistemas.

Analisando especificamente as questões referentes à *sistema de equações do 1° grau*, pode-se observar que não obtiveram um coeficiente bisserial (bom, ou seja, não separavam bem os estudantes com grande conhecimento dos com maiores deficiências nos conteúdos de matemática fundamental. Essa pode ser uma possível explicação para esse resultado aquém do esperado.

Um olhar mais amplo indica que os estudantes como um todo, chegam à escola com um baixo conhecimento em *equações do segundo grau* e *cálculos algébricos* e uma dificuldade em realizar interpretação de problemas. Uma expressiva melhora é observada no meio do ano nessas habilidades específicas, bem como na habilidade de *problemas em geometria* e *porcentagem*, que se entendem como reflexo dessa melhora na capacidade interpretativa.

4.4 Questionário de impressões sobre o trabalho de acompanhamento

Para uma compreensão mais profunda do trabalho, os 16 alunos dos dois grupos com maior dificuldade (1 e 2) foram questionados sobre o andamento do trabalho ao longo do ano e como ele afetou o aprendizado da disciplina ao longo do ano. Desses, 11 estudantes atenderam voluntariamente à solicitação e apresentaram as seguintes respostas:

1. <u>Você acha que conseguiu avançar nos conhecimentos de matemática básica este ano?</u>

Respostas:

A1: “Sim, porque com os atendimentos e atividades extras consegui aprimorar mais”

A2: ”Sim, pois tive várias formas de estudo e vários estímulos ao longo do ano”

A3: “Sim, cheguei com muitas dificuldades , mas compareci a muitos atendimentos , e isso me ajudou com muitos conteúdos , principalmente com matemática básica”

A4: “Muito, até mais do que consegui aprender em alguns anos do ensino fundamental”

A5: “Sim, consegui preencher as lacunas que ficaram durante o ensino fundamental”

A6: “Sim”

A7: “Sim”

A8: “Sim, apesar da minha dificuldade pude relembrar alguns conteúdos e melhorar meu aprendizado”

A9: “Sim”

A10: “Sim”

A11: “Sim, bastante pra ser sincera. Os atendimentos esse ano foram essenciais para que eu conseguisse evoluir e recuperar os assuntos esquecidos.”

2. <u>Oque você achou do trabalho realizado sobre os conteúdos de matemática básica, no horário extraclasse? Esses materiais e aulas contribuíram para melhorar nessa área?</u>

A1: “Muito bons, com métodos de aprendizagem que realmente ajuda. sim, bastante”

A2: “Foi essencial para meu ano, pois exercitei os conteúdos dados de forma que esclarecesse os detalhes que não compreendi em sala”

A3: “Muito bons, ele contribuíram muito para o aprendizado que eu precisava, ajudando muito na área da matemática”

A4: “Foi muito bem aplicado com um ótimo material”

A5: “Os conteúdos aplicados nos atendimentos foram de extrema importância, principalmente para os conteúdos vistos em sala, mas também ajudaram muito nos conteúdos perdidos.”

A6: “O processo de diagnose é muito interessante e importante, uma vez que este consegue avaliar possíveis problemas ou dificuldades do aluno a serem solucionados com o auxílio do professor que analisa os resultados da prova diagnóstica.”

A7: “Achei os atendimentos muito bons, mesmo que eu n pudesse comparecer a alguns, achei muito bons os conteúdos e a forma como foram apresentadas.”

A8: “Achei muito proveitoso pois abrangeram vários assuntos os quais eu não tinha domínio.

Os materiais e aulas me deram uma base para entender melhor os conteúdos ministrados”

A9: “as diagnoses, aplicadas ao longo do ano letivo, evidenciam o meu progresso no conhecimento e familiarização do conteúdo elementar de matemática, que, consequentemente, ainda teve extrema importância para a aprendizagem dos novos assuntos da ciência, pois essa reestruturação de saberes matemáticos facilitou a mesma. esse já citado progresso se deve aos atendimentos realizados fora do horário curricular comum, em que, nos tais, pude realmente aprender o também já dito conteúdo elementar de matemática de maneira eficaz, pois o processo é baseado na autonomia e na quebra do que chamaria de demonização da matemática, o que me fez olhar para a mesma através de um novo ponto de vista.”

A10: “Achei o trabalho bom, pois funcionava como um reforço, ajudando naquilo que tínhamos mais dificuldade”

A11: “Mas sobre os materiais usados/aulas sinto que o esforço que vocês tiveram em fazer as listas para praticar, ajudaram muito, pois assim conseguimos ver os assuntos que tínhamos dúvidas e vocês (professores) estavam à disposição para tirar as dúvidas e caso não conseguíssemos entender, arrumavam outro método para aprenderem, devido a algumas aulas dinâmicas tive mais facilidade em aprender alguns assuntos”

3. <u>Como você acha que teria sido o ano sem essas atividades?</u>

A1: “Bem difícil porque iria dificultar mais a aprendizagem dos outros conteúdos e cansativo por não conseguir ir pra frente com a matéria”

A2: “Teria tido dificuldades muitas dificuldades ao longo do ano, acho que teria corrido atrás mas não teria a facilidade que tive de sanar as dúvidas pois não teria um professor do lado”

A3: “Ruim , pois eu tinha muita dificuldade com os conteúdos , e sem a matemática básica seria muito pior”

A4: “Teria sido muito mais difícil de entender os conteúdos q aprendemos esse ano”

A5: “Não conseguiria avançar, provavelmente teria que procurar os conteúdos na internet, mas não teria sido a mesma coisa. É sempre bom ter alguém para tirar dúvidas”

A6: “Para minha pessoa, o processo identificou dificuldades em matemática básica que ao longo do ano de 2019 foram identificados e trabalhados, possibilitando a resolução dos problemas e uma evolução dos meus conhecimentos básicos.”

A7: “-“

A8: ”Não seria tão satisfatório porque deixaria de obter conhecimentos essências para meu andamento”

A9: “-“

A10: “Acho que teria sido um ano mais difícil, pois esse atendimento nos auxilia e sem ele acho que teria tirado notas mais baixas e assim ficasse com muito mais dificuldade.”

A11: “Sem esse “reforço” eu não teria conseguido fazer uma conta sequer que tenha fração, graças a essas atividades consegui fazer contas básicas. Teria sido mais difícil e provavelmente esse o segundo ano seria muito mais complicado”

4. <u>Você sentiu que essas atividades contribuíram também para melhora nos conteúdos regulares da disciplina, não necessariamente relacionados às atividades de matemática básica?</u>

A1: “Sim”

A2: “Sim, pois tirando as lacunas q tinha no básico ficou bem mais fácil de entender várias coisas”

A3: “Sim , pois todos os conteúdos tem a base de matemática base , oque me ajudou muito”

A4: “Contribuíram bastante”

A5: “Achei sim, pois como fui aprendendo mais coisas, senti mais facilidade em entender novos conteúdos”

A6: “Sim”

A7: “-“

A8: “Sim, pois sabendo os conhecimentos básicos posso adquirir maior domínio e entendimento na disciplina”

A9: “-“

A10: “Acho que sim, pois essas atividades acabam contribuindo para criarmos uma própria rotina de estudos pelo motivo de estar necessitando de um reforço, etc.”

A11: “Claro”

Como é possível observar nas respostas, os alunos acharam satisfatório o trabalho realizado de aprofundamento dos conteúdos de matemática básica e apontaram, inclusive a importância do mesmo para o melhor avanço nos conteúdos específicos do ensino médio. Não foram apresentadas críticas ao trabalho neste questionário.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tendo em vista os resultados da diagnose de meio de ano, a hipótese de que uma avaliação no princípio do ano poderia indicar uma atuação específica nas dificuldades levantadas, forjar, a partir dela, uma metodologia de trabalho e, consequentemente, um avanço maior dos estudantes, parece ter sido confirmada.

Ainda que seis meses possa ser considerado apenas no começo do trabalho, evoluções já puderam ser identificadas em diversas áreas. Os temas de *Cálculos Numéricos, Equação do 2°grau* e *Problemas em geometria básica* apresentaram uma melhoria expressiva nos resultados.

Por outro lado, problemas em uma questão de *conceitos de geometria* e a retirada de uma figura em um item de *frações*, parecem ter afetado os resultados destas duas habilidades, não permitindo um comparativo fidedigno entre as duas aplicações da diagnose e o desenvolvimento correspondente quanto ao estudo no primeiro semestre.

A observação subjetiva, em sala de aula, também apontou a superação de diversas dificuldades em conteúdos específicos, mas, principalmente, na capacidade de acompanhar o grupo, resolver questões em novos assuntos e com mais autoconfiança. Além disso, o questionário aplicado aos alunos, indica um sucesso no trabalho de acompanhamento individualizado.

Cabe ressaltar, também, que apenas foi possível observar o fortalecimento dos conhecimentos básicos dos estudantes, pois um trabalho planejado de acompanhamento e de atividades específicas para cada aluno foi desenvolvido.

Materiais direcionados à cada habilidade básica entendida, pela equipe de professores de matemática da primeira série, como fundamental para o desenvolvimento pleno na disciplina no Ensino Médio, foram preparados e aplicados nos grupos de estudante com aquela lacuna em especial. O momento de estudo dos conteúdos era acompanhado pelo professor regular, que retirava dúvidas pontuais e os acompanhava semanalmente neste trabalho de fortalecimento.

Sem estes encontros programados e materiais específicos todo o processo de ensino da matemática, como também, os resultados das avaliações teriam sido bastante prejudicados.

Sendo assim, tudo aponta para o desdobramento dessa metodologia em novas ações e a um avanço ainda mais consistente até o desfecho do ensino médio desse grupo em 2021.

Ao fim do ano de 2019 foi realizada uma terceira avaliação, agora incluindo conteúdos estudados ao longo da 1ª série. Infelizmente, como o período de defesa se aproximava e os resultados apenas ficaram disponíveis em fevereiro, não foi possível analisar e incluir os dados da última avaliação, ficarão para um próximo trabalho.

Vale comentar sobre a melhoria dos temas de *equação do 2° grau* e *frações e afins* entre a primeira e a terceira avaliações. Houve ainda, avanço no número de acertos em *cálculo algébrico*, apesar de não tão evidente quanto os demais. A última habilidade mantida em todas as diagnoses, *sistemas de equações do 1°grau*, permaneceu estável em quantidade de acertos, cabe uma análise posterior. As outras 6 habilidades versavam sobre conteúdos estudados ao longo da 1ª série. Os resultados estiveram consistentes com as avaliações regulares da disciplina durante todo o ano.

REFERÊNCIAS

BLOOM, B. S.; HASTINGS, J. T.; MADAUS, G. F. *Evaluación del aprendizagen*. Argentina: Troquel, 1975, Tomo 1.

ESTEBAN, Maria Teresa, et.al. *Avaliação: uma prática em busca de novos sentidos.* Rio de Janeiro: DP&A, 1999.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da autonomia: Saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra, 1997.

HOFFMANN, Jussara. *Avaliação mediadora: Uma prática em construção da pré-escola à universidade.* Porto Alegre: Editora Mediação, 1993.

LIMA, Daniel de Oliveira. *A avaliação por habilidades e competências: um caminha para repensar a sala de aula.* 2018. 74 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.

LUCKESI, Cipriano Carlos. *Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições.* 8a ed. São Paulo: Cortez, 1998.

LUCKESI, Cipriano C. *Avaliação da aprendizagem na escola: reelaborando conceitos e recriando a prática*. Salvador: Malabares Comunicação e Eventos, 2013.

MORETTO, Vasco Pedro. *Prova: um momento privilegiado de estudo, não um acerto de contas*. 9. ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2010.

PIAGET apud SCHLIEMAN, Analúcia D. et al. *Da compreensão do Sistema decimal à construção de algoritmos.* In: ALENCAR, Eunice M. S. de (Org.) *Novas contribuições da psicologia aos processos de ensino e aprendizagem.* São Paulo: Cortez, 1992. Página 112.

SAUL, D.M. *Avaliação emancipatória: Desafio à teoria e à prática de avaliação e reformulação do currículo.* São Paulo: Cortez, 1995.

SERVIÇO SOCIAL DO COMÉRCIO (SESC). *Regulamento do processo de admissão de estudantes para a Escola Sesc de Ensino Médio para o ano letivo de 2019*. 2019. Serviço Social do Comércio – Escola Sesc de Ensino Médio. Disponível em < www.escolasesc.com.br >. Acessado em 27/11/2019.

YIN, Robert K. *Estudo de Caso: planejamento e métodos*. Tradução de Daniel Grassi. Porto Alegre, 2001.

APÊNDICE A – REVISÃO DE EQUAÇÕES PARA GRUPO DE ALUNOS DO GRUPO 4

REVISÃO DE EQUAÇÕES – Profº Gabriel Carneiro

1. (Fuvest 2019) Em uma família, o número de irmãs de cada filha é igual à metade do número de irmãos. Cada filho tem o mesmo número de irmãos e irmãs. O número total de filhos e filhas da família é

a) 4

b) 5

c) 7

d) 10

e) 15

2. (Uefs 2018) Gabriela possuía uma quantia, em reais, que correspondia a $\frac{21}{25}$ do que possuía sua irmã Heloísa. No dia das crianças, cada uma dessas irmãs ganhou R\$ 20,00 e, com isso, Gabriela passou a ter o correspondente a $\frac{22}{25}$ da quantia de sua irmã. A diferença entre as quantias que essas irmãs possuem é igual a:

a) R\$ 9,30.

b) R\$ 9,60.

c) R\$ 9,90.

d) R\$ 10,20.

e) R\$ 10,50.

3. (Efomm 2018) Um aluno do 1º ano da EFOMM fez compras em 5 lojas. Em cada loja, gastou metade do que possuía e pagou, após cada compra, R\$ 2,00 de estacionamento. Se, após toda essa atividade, ainda ficou com R\$ 20,00, a quantia que ele possuía inicialmente era de

a) R\$ 814,00.

b) R\$ 804,00.

c) R\$ 764,00.

d) R\$ 714,00.

e) R\$ 704,00.

4. (G1 - ifba 2018) Sendo x a solução da equação $\frac{x+4}{6}+\frac{2x-3}{2}=1,$ então o valor correspondente ao valor de $E,$ na equação $E=49x,$ é?

a) 7

b) 11

c) $11/7$

d) 111

e) 77

5. (G1 - ifal 2018) Determine o valor da raiz da equação $3x+5=2.$

a) 2.

b) 1.

c) 0.

d) $-1.$

e) $-2.$

6. (Puccamp 2017) Na equação, $7x - 5 = 5 \cdot (x + 9) - 28,$ o *equilíbrio* (a igualdade) se estabelece entre os dois membros na presença de um valor determinado de $x,$ usualmente chamado de solução da equação. Atribuindo a $x,$ não o valor que corresponde à solução da equação, mas um valor 6 unidades menor que a solução dessa equação, obtém-se uma diferença numérica entre os dois membros da equação original, que, em valor absoluto, é igual a
a) $23.$
b) $0.$
c) $17.$
d) $5.$
e) $12.$

7. (G1 - ifsc 2017) Considerando a equação $-5(3x - 8) = -45,$ é CORRETO afirmar que ela é equivalente a
a) $-8x - 32 = 0$
b) $-15x + 5 = 0$
c) $-8x - 58 = 0$
d) $-15x + 85 = 0$
e) $-15x - 53 = 0$

8. (G1 - utfpr 2016) A raiz da equação $x - 3(x - 1) = \frac{x}{3} + 2$ é igual a:
a) $\frac{1}{2}$
b) $-\frac{3}{5}$
c) $\frac{1}{7}$
d) $-\frac{3}{2}$
e) $\frac{3}{7}$

9. (G1 - ifsp 2016) Em uma sala de aula com 40 alunos, o dobro do número de meninas excede o triplo do número de meninos em 5 unidades. Sendo assim, nessa sala, o número de meninas supera o número de meninos em:
a) 11 unidades.
b) 12 unidades.
c) 10 unidades.
d) 13 unidades.
e) 14 unidades.

10. (Uece 2016) Num certo instante, uma caixa-d'água está com um volume de líquido correspondente a um terço de sua capacidade total. Ao retirarmos 80 litros de água, o volume de água restante na caixa corresponde a um quarto de sua capacidade total. Nesse instante, o volume de água, em litros, necessário para encher totalmente a caixa-d'água é
a) $720.$
b) $740.$
c) $700.$
d) 760.

Gabarito:

1: [C]	**2:** [B]	**3:** [C]	**4:** [E]
5: [D]	**6:** [E]	**7:** [D]	**8:** [E]
9: [C]	**10:** [A]		

APÊNDICE B – ESTUDO DIRIGIDO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1°GRAU – PARTE I

ESTUDO DIRIGIDO
SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1° GRAU COM DUAS INCÓGNITAS
PARTE I – Equipe de matemática da 2ª série - 2019

Observe a sentença matemática $\boxed{x + y = 4}$

De acordo com ela, complete o quadro abaixo de forma que essa igualdade seja verdadeira:

x	**y**	**(x, y)**
3	1	(3, 1)
2	---	----
---	2	----
10	---	----

IMPORTANTE

Uma equação do 1° grau com 2 incógnitas tem infinitas soluções. Cada solução da equação é um par ordenado de números e indica-se esse par ordenado por (X, Y)

A sentença matemática

$x + y = 4$ é chamada de equação do 1° grau com duas incógnitas.

Você pode atribuir inúmeros valores para **x** e **y** que tornam verdadeira essa igualdade. Cada par ordenado (x, y) representa uma solução para essa equação.

Logo, podemos afirmar que uma equação do 1º grau com duas incógnitas possui ____________ (finitas/infinitas) soluções.

Veja essa situação problema:

1. Ana cria apenas galinhas e coelhos em seu sítio. São 17 animais e 48 patas. Quantas galinhas e quantos coelhos há nesse sítio?

Representando por **g** o número de **galinhas** e por **c** o número de **coelhos** complete adequadamente as sentenças abaixo:

$g + c =$ ____ (pois há um total de ___ animais)

$2g + 4c =$____ (pois cada galinha possui ___ patas; cada coelho possui ___ patas e temos um total de ___ patas nesse sítio).

Ao descobrirmos os valores de g e c, teremos descoberto respectivamente quantas ____________ e quantos ____________ há no sítio de Ana.

Chamaremos de:

equação (1) $\rightarrow$ $g + c = 17$

equação (2) $\rightarrow$ $2g + 4c = 48$

Observamos que o valor de g deverá satisfazer a equação (___) e a equação (___), **ao mesmo tempo**. Essas duas equações formam o que chamamos de <u>sistema de equações</u> com duas incógnitas. Podemos representá-lo da seguinte forma:

$$\boxed{\begin{cases} g + c = 17 \\ 2g + 4c = 48 \end{cases}}$$

Existem vários métodos de resolução de um sistema de equações. Nesse estudo iremos apresentar três métodos:

Substituição → **Adição** → **Comparação**

MÉTODO 1 - SUBSTITUIÇÃO

<u>**1º passo**</u>: Escolher a equação mais simples e isolar o valor de uma das incógnitas (___ou___). No caso em questão vamos escolher a equação (___).

$g + c = 17$

$g = 17 - c$

<u>**2º passo:**</u> Na outra equação (___) vamos substituir a incógnita g por seu valor isolado

$\rightarrow$ $\boxed{g = 17 - c}$

Substituindo g por (17 – c):

2g + 4c = 48

$2(17 - c) + 4c = 48$

$34 - 2c + 4c = 48$

$2c = 48 - 34$

$2c = 14$

$c = 7$

<u>**3º passo:**</u> Substituir o valor encontrado para c na equação

$\rightarrow$ $\boxed{g = 17 - c}$

Logo, $g = 17 - 7$

$g = 10$

A solução do problema é dada pelo par ordenado (10,7), o que implica em dizer que no sítio da Ana temos, ___________ galinhas e __________ coelhos.

<u>Agora vamos resolver essa outra situação problema:</u>

2.Em um estacionamento estão parados motocicletas e carros, num total de 30 automóveis e 100 rodas. Quantos carros há nesse pátio?

Representaremos por (_____) o número de **motocicletas** e por (_____) o número de **carros.** Essas serão nossas incógnitas. Complete adequadamente as sentenças abaixo:

__ + __ = ____ (pois há um total de __ automóveis)

2__ + 4__ =____ (pois cada __________ possui__ rodas; cada ____________ possui __ rodas e temos um total de __ rodas nesse estacionamento).

Ao descobrirmos os valores das incógnitas, teremos descoberto respectivamente quantas ____________ e quantos ____________ há no estacionamento.

Chamaremos de:

equação (1) →

equação (2) →

Observamos que o valor da incógnita referente às motocicletas (___) deverá satisfazer a equação 1 e a equação 2, **ao mesmo tempo**. O mesmo vale para o carro.

Essas duas equações formam o que chamamos de <u>sistema de equações</u> com duas incógnitas. Podemos representá-lo da seguinte forma:

$$\begin{cases} \_ + \_ = \_ \\ \_ + \_ = \_ \end{cases}$$

<u>1º passo</u>: Escolher a equação mais simples e isolar o valor de uma das incógnitas (__ou__). No caso em questão vamos escolher a equação (__).

+ =

__ = ___ − ___

<u>2º passo:</u> Na outra equação (__) vamos substituir a incógnita (___) por seu valor isolado

→ ___ = ___ − ___

Substituindo a incógnita (__) por (__ – __):

<u>3º passo:</u> Substituir o valor encontrado para a incógnita (____) na equação:

→ Digite a equação aqui.

Logo, ___ = ___ − ___

__ = __

A solução do problema é dada pelo par ordenado (__,__), o que implica em dizer que no estacionamento temos, ___________ motocicletas e __________ carros.

<u>Agora resolva o seguinte problema pelo método 1 (substituição), que acabamos de estudar:</u>

3. A população de uma cidade é 3 vezes maior que a população da cidade vizinha. Somando a população das 2 cidades o total é de 200.000 habitantes. Qual a população de cada cidade?

Incógnitas: ____ e ____

Para a relação entre as duas cidades:

equação (1) →

Para o total de habitantes:

equação (2) →

O sistema será, então:

$$\begin{cases} \_ + \_ = \_ \\ \_ + \_ = \_ \end{cases}$$

1º passo:

____

____

2º passo:

____

____

3º passo:

____

____

Resposta: ____________________________________

Por fim, resolva os seguintes problemas:

4. Resolva as equações abaixo:

a) $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 2y = 10 \\ x + 2y = 11 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -3x - 2y = 8 \\ x - 5y = 3 \end{cases}$

5. Cláudio usou apenas notas de R$20 e R$5 para fazer um pagamento de R$140. Quantas notas de cada tipo ele usou, sabendo que no total foram 10 notas?

6. Os atletas de um clube foram divididos em grupos. Para os jogos de futebol, os grupos são de 11 atletas e, para os jogos de vôlei, os grupos são de 6 atletas. No total, foram formados 16 grupos. O clube tem 126 atletas participando dos jogos. Quantos grupos participarão de cada modalidade esportiva?

7. Um supermercado adquiriu detergentes nos aromas limão e coco. A compra foi entregue, embalada em 10 caixas, com 24 frascos em cada caixa. Sabendo-se que cada caixa continha 2 frascos de detergentes a mais no aroma limão do que no aroma coco, o número de frascos entregues, no aroma limão, foi:

APÊNDICE C – ESTUDO DIRIGIDO DE EQUAÇÕES DO 1°GRAU COM DUAS INCÓGNITAS – PARTE II

ESTUDO DIRIGIDO
SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS
PARTE II – Equipe de matemática da 2ª série - 2019

MÉTODO 2 - ADIÇÃO

8. Numa turma de Hackeado na ESEM, temos 8 estudantes. Se tivéssemos uma menina a mais na turma, o número de alunas seria o dobro do número de alunos. Quantas alunas tem essa disciplina?

Representando por **Na** o número de **alunas** e **No** de **alunos**, completaremos:

Na + **No** = _____ (pois há um total de ___ estudantes)

1 + _____ = 2 . _____

Ao descobrirmos os valores de **Na** e **No**, teremos descoberto respectivamente quantas _______________ e quantos _______________ há na turma de Hackeado.

Chamaremos de:

equação (1) $\longrightarrow$ $Na + No = 8$

Já para a outra equação $1 + Na = 2.No$ ou:

equação (2) $\longrightarrow$ $Na - 2.No = -1$

Observamos que o valor de Na deverá satisfazer a equação (___) e a equação (___), **ao mesmo tempo**. Essas duas equações formam o que chamamos de <u>sistema de equações</u> com duas incógnitas.

Podemos representá-lo da seguinte forma:

$$\boxed{\begin{cases} Na + No = 8 \\ Na - 2.No = -1 \end{cases}}$$

Resolvendo pelo método da adição:

<u>1º passo:</u> Devemos adicionar membro a membro as equações de modo a anular uma das incógnitas.

Veja que da forma que o sistema se apresenta ao efetuar a soma membro a membro não anularemos nenhuma variável.

$$\begin{cases} Na + No = 8 \\ Na - 2.No = -1 \end{cases}$$

____

$$2Na - No = 7$$

Essa equação é válida, porém não apresenta nenhuma facilidade em relação às duas anteriores.

Para que a incógnita **Na** se anule devemos subtrair uma equação da outra. Observe:

$$\begin{cases} Na + No = 8 \\ -(Na - 2.No = -1) \end{cases}$$

____

$$3.No = 9$$

$$No = 3$$

Obs.: Não se esqueça que ao subtrair a segunda linha, todas parcelas mudam o sinal.

$$-(Na - 2.No = -1) \longmapsto -Na + 2.No = 1$$

<u>2º passo:</u> Agora que já temos o valor de No = 3, podemos voltar a qualquer das duas equações e substituir o valor de No por 3 e obter o valor de Na.

Observe:

$Na + No = 8$

$Na + 3 = 8$

$Na = 5$

Logo, mais uma vez, obtemos o par ordenado (____,____) como solução desse sistema.

9. Retomando o exemplo 1:

Ana cria apenas galinhas e coelhos em seu sítio. São 17 animais e 48 patas. Quantas galinhas e quantos coelhos há nesse sítio?

Representando por **g** o número de **galinhas** e por **c** o número de **coelhos** complete adequadamente as sentenças abaixo:

$g + c =$ ______ (pois há um total de ____ animais)

$2g + 4c =$______ (pois cada galinha possui ____ patas; cada coelho possui ____ patas e temos um total de ____ patas nesse sítio).

Ao descobrirmos os valores de g e c, teremos descoberto respectivamente quantas ________________ e quantos ________________ há no sítio de Ana.

Chamaremos de:

equação (1) $\rightarrow$ $g + c = 17$

equação (2) $\rightarrow$ $2g + 4c = 48$

Observamos que o valor de g deverá satisfazer a equação (____) e a equação (____), **ao mesmo tempo**. Essas duas equações formam o que chamamos de <u>sistema de equações</u> com duas incógnitas. Podemos representá-lo da seguinte forma:

$$\boxed{\begin{cases} g + c = 17 \\ 2g + 4c = 48 \end{cases}}$$

Resolvendo pelo método da adição:

<u>1º passo:</u> Devemos adicionar membro a membro as equações de modo a anular uma das incógnitas.

Veja que da forma que o sistema se apresenta ao efetuar a soma membro a membro não anularemos nenhuma variável.

$$\begin{cases} g + c = 17 \\ 2g + 4c = 48 \end{cases}$$

$$3g + 5c = 65$$

Para que a incógnita g se anule devemos multiplicar a equação g + c = 17 por (-2). Observe:

$$\begin{cases} -2g - 2c = -34 \\ \ \ 2g + 4c = 48 \end{cases}$$

$$2c = 14$$

$$c = 7$$

<u>2º passo:</u> Agora que já temos o valor de c = 7, podemos voltar a equação $g + c = 17$, substituir o valor de c por 7 e obter o valor de . Observe:

$g + c = 17$

$g = 17 - 7$

$g = 10$

Logo, mais uma vez, obtemos o par ordenado (__,__) como solução desse sistema.

Agora resolva os seguintes problemas:

10. Resolva os sistemas abaixo:

a) $\begin{cases} -3x - 2y = 8 \\ x - 5y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ 2x + 5y = 12 \end{cases}$

c) $\begin{cases} a - 2c = -4 \\ 2a + 4c = 48 \end{cases}$

11. Em um pátio estão estacionados carros e motos, que totalizam 40 veículos e 140 rodas. Quantas motos há nesse pátio?

12. Um grupo de 20 jovens foi a uma lanchonete. Os rapazes gastaram em média R$ 24,00 cada um e as garotas, R$ 16,00 cada uma. No final, o total gasto pelos rapazes foi igual ao total gasto pelas garotas. Quantos rapazes havia nesse grupo?

13. (Unifor-CE) Paguei R$ 35,00 por uma calça e uma camiseta. Se eu tivesse pagado R$ 8,00 a menos pela calça e R$ 7,00 a mais pela camiseta, seus preços teriam sido iguais. Quanto paguei pela calça?

APÊNDICE D – ESTUDO DIRIGIDO SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1°GRAU COM DUAS INCÓGNITAS – PARTE III

ESTUDO DIRIGIDO
SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS
PARTE III – Equipe de matemática da 2ª série - 2019

MÉTODO 3 - COMPARAÇÃO

Questão 14: Em um campeonato de futsal, se um time vence, marca 3 pontos; se empata, marca 1 ponto e se perde não marca nenhum ponto. Admita que, nesse campeonato, o time **A** tenha participado de 16 jogos e perdido apenas dois jogos. Se o time **A**, nesses jogos, obteve 24 pontos, então a diferença entre o número de jogos que o time **A** venceu e o número de jogos que empatou, nessa ordem, é:

Representando por **v** o número de **vitórias** e por **e** o número de **empates** complete adequadamente as sentenças abaixo:

$v + e =$ _____ (pois há um total de ___ jogos pontuando)

$2v + 4e =$_____ (pois cada vitória gera ___ pontos; cada empate gera ___ ponto(s) e esse time apresenta um total de ___ pontos).

Ao descobrirmos os valores de **v** e **e**, teremos descoberto respectivamente quantas _______________ e quantos _______________ há no sítio de Ana.

Chamaremos de:

equação (1) $\rightarrow$ $v + e = 14$

equação (2) $\rightarrow$ $2v + 4e = 24$

Observamos que o valor de v deverá satisfazer a equação (___) e a equação (___), **ao mesmo tempo**. Essas duas

equações formam o que chamamos de <u>sistema de equações</u> com duas incógnitas. Podemos representá-lo da seguinte forma:

$$\boxed{\begin{cases} v + e = 14 \\ 2v + 4e = 24 \end{cases}}$$

<u>Resolvendo pelo método da comparação:</u>

<u>1º passo:</u> Esse método consiste em isolar a mesma incógnita nas duas equações. Vamos optar por isolar a incógnita **e**. Observe:

$$\begin{cases} v + e = 14 \\ 2v + 4e = 24 \end{cases}$$

$$e = 14 - v$$

$$e = \frac{24 - 2v}{4}$$

Como temos o valor de **e** isolado nas duas equações, podemos construir a seguinte igualdade:

$$14 - v = \frac{24 - 2v}{4}$$

<u>2º passo:</u> Agora precisamos resolver essa equação e determinar o valor de x. Para isso, vamos calcular o mmc entre (1 e 4), calcular então os novos numeradores e, **por**

se tratar de uma igualdade, podemos cancelar os denominadores. Veja:

$$\frac{14}{1} - \frac{v}{1} = \frac{48 - 2v}{4}$$

$$56 - 4v = 48 - 2v$$

$$-2v = -8$$

$$v = 4$$

Como já possuímos o valor de **v**, retornamos em uma das duas equações iniciais e determinamos o valor de **e**.

$$e = 17 - v$$

$$e = 14 - 4$$

$$e = 10$$

A solução do problema é dada pelo par ordenado (__,__), o que implica em dizer que o time obteve ______________ vitórias e _____________ empates.

Questão 15: Retomando o exemplo 1:

Ana cria apenas galinhas e coelhos em seu sítio. São 17 animais e 48 patas. Quantas galinhas e quantos coelhos há nesse sítio?

Já vimos que o sistema correspondente seria o seguinte:

$$\boxed{\begin{cases} g + c = 17 \\ 2g + 4c = 48 \end{cases}}$$

<u>Resolvendo pelo método da comparação:</u>

<u>1º passo:</u> Esse método consiste em isolar a mesma incógnita nas duas equações. Vamos optar por isolar a incógnita c. Observe:

$$\begin{cases} g + c = 17 \\ 2g + 4c = 48 \end{cases}$$

$$c = 17 - g$$

$$c = \frac{48 - 2g}{4}$$

Como temos o valor de c isolado nas duas equações, podemos construir a seguinte igualdade:

$$17 - g = \frac{48 - 2g}{4}$$

<u>2º passo:</u> Agora precisamos resolver essa equação e determinar o valor de g. Para isso, vamos calcular o mmc entre (1 e 4), calcular então os novos numeradores e por se tratar de uma igualdade, podemos cancelar os denominadores. Veja:

$$\frac{17}{1} - \frac{g}{1} = \frac{48 - 2g}{4}$$

$$68 - 4g = 48 - 2g$$

$$-2g = -20$$

$$g = 10$$

Como já possuímos o valor de g, retornamos em uma das duas equações iniciais e determinamos o valor de c.

$$c = 17 - g$$

$$c = 17 - 10$$

$c = 7$

Agora, tente você resolver os sistemas por comparação:

Questão 16: João gosta muito de animais de estimação e de charadas. Certo dia um amigo perguntou-lhe quantos cachorros e quantos gatos ele tinha. Prontamente João respondeu com o seguinte enigma: “A soma do dobro do número de cachorros e do triplo do número de gatos é igual a 17. E a diferença entre o número de cachorros e de gatos é apenas 1”. Será que você consegue desvendar esse enigma e descobrir quantos cachorros e quantos gatos João possui?

Agora que você já aprendeu os 3 métodos de resolução de sistemas de equações, resolva as questões abaixo pelo método que lhe parecer melhor:

Questão 17: Resolva os sistemas abaixo:

a) $\begin{cases} -3x - 2y = 8 \\ x - 5y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ 2x + 5y = 12 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{4} = -\dfrac{1}{3} \\ x - \dfrac{y}{8} = \dfrac{5}{2} \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x - \dfrac{4y}{5} = 2 - \dfrac{x}{3} \\ y - 5x = -\dfrac{3y}{5} - 6 \end{cases}$

Questão 18: A soma de um número x com o dobro de um número y é - 7; e a diferença entre o triplo desse número x e número y é igual a 7. Sendo assim, é correto afirmar que o produto xy é igual a:

Questão 19: Um trem viaja de uma cidade a outra sempre com velocidade constante. Quando a viagem é feita com 16 km/h a mais na velocidade, o tempo gasto diminui em duas horas e meia, e quando á feita com 5

km/h a menos na velocidade, o tempo gasto aumenta
em uma hora. Qual é a distância entre estas cidades?

Questão 20: Um estudante pagou um lanche de 8 reais em moedas de 50 centavos e 1 real. Sabendo que, para este pagamento, o estudante utilizou 12 moedas, determine, respectivamente, as quantidades de moedas de 50 centavos e de um real que foram utilizadas no pagamento do lanche e assinale a opção correta.

Questão 21: Carlos resolveu, em um final de semana, 36 exercícios de matemática a mais que Nilton. Sabendo que o total de exercícios resolvidos por ambos foi 90, o número de exercícios que Carlos resolveu é igual a:

Questão 22: Uma barraca de tiro ao alvo de um parque de diversões dará um prêmio de R$ 20,00 ao participante, cada vez que ele acertar o alvo. Por outro lado, cada vez que ele errar o alvo, deverá pagar R$ 10,00. Não há cobrança inicial para participar do jogo. Um participante deu 80 tiros, e, ao final, recebeu R$ 100,00. Qual foi o número de vezes que esse participante acertou o alvo?

APÊNDICE E – ESTUDO DIRIGIDO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1° GRAU PARA ALUNOS DO GRUPO 3

ESTUDO DIRIGIDO
SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS 1º TRIMESTRE

Observe a sentença matemática $\boxed{x + y = 4}$

De acordo com ela, complete o quadro abaixo de forma que essa igualdade seja verdadeira:

x	**y**	**(x, y)**
3	1	(3, 1)
2	---	----
---	2	----
10	---	----

IMPORTANTE

Uma equação do 1º grau com 2 incógnitas tem infinitas soluções. Cada solução da equação é um par ordenado de números e indica-se esse par ordenado por (X, Y)

A sentença matemática x + y = 4 é chamada de equação do 1º grau com duas incógnitas.

Você pode atribuir inúmeros valores para **x** e **y** que tornam verdadeira essa igualdade. Cada par ordenado (x, y) representa uma solução para essa equação.

Logo, podemos afirmar que uma equação do 1º grau com duas incógnitas possui ____________ (finitas/infinitas) soluções.

Veja essa situação problema:

Ana cria apenas galinhas e coelhos em seu sítio. São 17 animais e 48 patas. Quantas galinhas e quantos coelhos há nesse sítio?

Representando por **x** o número de **galinhas** e por **y** o número de **coelhos** complete adequadamente as sentenças abaixo:

$x + y = =$ ____ (pois há um total de ___ animais)

$2x + 4y =$____ (pois cada galinha possui ___ patas; cada coelho possui ___ patas e temos um total de ___ patas nesse sítio).

Ao descobrirmos os valores de x e y, teremos descoberto respectivamente quantas ________ e quantos __________ há no sítio de Ana.

Chamando de:

equação (1) → $x + y = 17$

equação (2) → $2x + 4y = 48$

Observamos que o valor de x deverá satisfazer a equação (___) e a equação (___) **simultaneamente**. Essas duas equações formam o que chamamos de <u>sistema de equações</u> com duas incógnitas. Podemos representá-lo da seguinte forma:

$$\boxed{\begin{cases} x + y = 17 \\ 2x + 4y = 48 \end{cases}}$$

Existem vários métodos de resolução de um sistema de equações. Nesse estudo iremos apresentar três métodos:

MÉTODO 1 - SUBSTITUIÇÃO

<u>1º passo</u>: Escolher a equação mais simples e isolar o valor de uma das incógnitas (___ou___). No caso em questão vamos escolher a equação (___).

$x + y = 17$

$x = 17 - y$

<u>2º passo:</u> Na outra equação (___) vamos substituir a incógnita x por seu valor isolado

→ $\boxed{x = 17 - y}$

Logo teremos:

$2(17 - y) + 4y = 48$

$34 - 2y + 4y = 48$

$2y = 48 - 34$

$2y = 14$

$y = 7$

<u>3º passo:</u> Substituir o valor encontrado para y na equação

→ $\boxed{x = 17 - y}$

Logo, $x = 17 - 7$

$x = 10$

A solução do problema é dada pelo par ordenado (10,7), o que implica em dizer que no sítio da Ana temos, ___________ galinhas e __________ coelhos.

MÉTODO 2 - ADIÇÃO

<u>1º passo:</u> Devemos adicionar membro a membro as equações de modo a anular uma das incógnitas.

Veja que da forma que o sistema se apresenta ao efetuar a soma membro a membro não anularemos nenhuma variável.

$$\begin{cases} x + y = 17 \\ 2x + 4y = 48 \end{cases}$$

$3x + 5y = 65$

Para que a incógnita x se anule devemos multiplicar a equação x + y = 17 por (-2). Observe:

$$\begin{cases} -2x - 2y = -34 \\ \quad 2x + 4y = 48 \end{cases}$$

$2y = 14$

$y = 7$

<u>2º passo:</u> Agora que já temos o valor de y = 7, podemos voltar a equação $x + y = 17$, substituir o valor de y por 7 e obter o valor de x.

Observe:

$x + y = 17$

$x = 17 - 7$

$x = 10$

Logo, mais uma vez, obtemos o par ordenado (__,__) como solução desse sistema.

Agora é a sua vez. Experimente resolver esse mesmo sistema, de forma a anular a variável y.

MÉTODO 3 - COMPARAÇÃO

<u>1º passo:</u> Esse método consiste em isolar a mesma incógnita nas duas equações. Vamos optar por isolar a incógnita y. Observe:

$$\begin{cases} x + y = 17 \\ 2x + 4y = 48 \end{cases}$$

$y = 17 - x$

e

$$y = \frac{48 - 2x}{4}$$

Como temos o valor de y isolado nas duas equações, podemos construir a seguinte igualdade:

$$17 - x = \frac{48 - 2x}{4}$$

<u>2º passo:</u> Agora precisamos resolver essa equação e determinar o valor de x. Para isso, vamos calcular o mmc entre (1 e 4), calcular então os novos numeradores e por se tratar de uma igualdade, podemos cancelar os denominadores. Veja:

$$\frac{17}{1} - \frac{x}{1} = \frac{48 - 2x}{4}$$

$68 - 4x = 48 - 2x$

$-2x = -20$

$x = 10$

Como já possuímos o valor de x, retornamos em uma das duas equações iniciais e determinamos o valor de y.

$y = 17 - x$

$y = 17 - 10$

$y = 7$

Questão 1: Resolva os sistemas abaixo:

a) $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 2y = 10 \\ x + 2y = 11 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 7 \\ x + 2y = 11 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -3x - 2y = 8 \\ x - 5y = 3 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ 2x + 5y = 12 \end{cases}$

f) $\begin{cases} \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{4} = -\dfrac{1}{3} \\ x - \dfrac{y}{8} = \dfrac{5}{2} \end{cases}$

g) $\begin{cases} 2x - \dfrac{4y}{5} = 2 - \dfrac{x}{3} \\ y - 5x = -\dfrac{3y}{5} - 6 \end{cases}$

Questão 2: Em um pátio estão estacionados carros e motos, que totalizam 40 veículos e 140 rodas. Quantas motos há nesse pátio?

Questão 3: Os atletas de um clube foram divididos em grupos. Para os jogos de futebol, os grupos são de 11 atletas e, para os jogos de vôlei, os grupos são de 6 atletas. No total, foram formados 16 grupos. O clube tem 126 atletas participando dos jogos. Quantos grupos participarão de cada modalidade esportiva?

Questão 4: Um grupo de 20 jovens foi a uma lanchonete. Os rapazes gastaram em média R$ 24,00 cada um e as garotas, R$ 16,00 cada uma. No final, o total gasto pelos rapazes foi igual ao total gasto pelas garotas. Quantos rapazes havia nesse grupo?

Questão 5: (Unifor-CE) Paguei R$ 35,00 por uma calça e uma camiseta. Se eu tivesse pagado R$ 8,00 a menos pela calça e R$ 7,00 a mais pela camiseta, seus preços teriam sido iguais. Quanto paguei pela calça?

a) R$ 25,00   b) R$ 22,00   c) R$ 20,00

d) R$ 18,00   e) R$ 15,00

<u>GABARITO:</u>

1a) (6,-3)   1b) (7,2)   1c) (3,4)   1d) (-2,-1)

1e) (1,2)   1f) (2,-4)   1g) (6,15)

2) 10

3) Volei:10 e Futebol: 6

4) 8

5) A

APÊNDICE F – SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1°GRAU PARA ALUNOS DO GRUPO 4

ESTUDO DIRIGIDO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU B
Equipe de matemática da 2ª série - 2019

Veja essa situação problema:

Ana cria apenas galinhas e coelhos em seu sítio. São 17 animais e 48 patas. Quantas galinhas e quantos coelhos há nesse sítio?

Representando por **x** o número de **galinhas** e por **y** o número de **coelhos** complete adequadamente as sentenças abaixo:

$x + y = =$ _____ (pois há um total de ___ animais)

$2x + 4y =$_____ (pois cada galinha possui ___ patas; cada coelho possui ___ patas e temos um total de ___ patas nesse sítio).

Ao descobrirmos os valores de x e y, teremos descoberto respectivamente quantas _________ e quantos ____________ há no sítio de Ana.

Chamando de:

equação (1) $\rightarrow$ $x + y = 17$

equação (2) $\rightarrow$ $2x + 4y = 48$

Observamos que o valor de x deverá satisfazer a equação (___) e a equação (___) **simultaneamente**. Essas duas equações formam o que chamamos de sistema de equações com duas incógnitas. Podemos representá-lo da seguinte forma:

$$\boxed{\begin{cases} x + y = 17 \\ 2x + 4y = 48 \end{cases}}$$

Existem vários métodos de resolução de um sistema de equações. Nesse estudo iremos apresentar três métodos:

Substituição | Adição | Comparação

MÉTODO 1 - SUBSTITUIÇÃO

1º passo: Escolher a equação mais simples e isolar o valor de uma das incógnitas (___ou___). No caso em questão vamos escolher a equação (___).

$x + y = 17$

$x = 17 - y$

2º passo: Na outra equação (___) vamos substituir a incógnita x por seu valor isolado

$\rightarrow$ $\boxed{x = 17 - y}$

Logo teremos:

$2(17 - y) + 4y = 48$

$34 - 2y + 4y = 48$

$2y = 48 - 34$

$2y = 14$

$y = 7$

3º passo: Substituir o valor encontrado para y na equação

$\rightarrow$ $\boxed{x = 17 - y}$

Logo, $x = 17 - 7$

$x = 10$

A solução do problema é dada pelo par ordenado (10,7), o que implica em dizer que no sítio da Ana temos, ______________ galinhas e _____________ coelhos.

MÉTODO 2 - ADIÇÃO

<u>1º passo:</u> Devemos adicionar membro a membro as equações de modo a anular uma das incógnitas.

Veja que da forma que o sistema se apresenta ao efetuar a soma membro a membro não anularemos nenhuma variável.

$$\begin{cases} x + y = 17 \\ 2x + 4y = 48 \end{cases}$$

____

$3x + 5y = 65$

Para que a incógnita x se anule devemos multiplicar a equação x + y = 17 por (-2). Observe:

$$\begin{cases} -2x - 2y = -34 \\ 2x + 4y = 48 \end{cases}$$

____

$2y = 14$

$y = 7$

<u>2º passo:</u> Agora que já temos o valor de y = 7, podemos voltar a equação $x + y = 17$, substituir o valor de y por 7 e obter o valor de x.

Observe:

$x + y = 17$

$x = 17 - 7$

$x = 10$

Logo, mais uma vez, obtemos o par ordenado (__,__) como solução desse sistema.

Agora é a sua vez. Experimente resolver esse mesmo sistema, de forma a anular a variável y.

MÉTODO 3 - COMPARAÇÃO

<u>1º passo:</u> Esse método consiste em isolar a mesma incógnita nas duas equações. Vamos optar por isolar a incógnita y. Observe:

$$\begin{cases} x + y = 17 \\ 2x + 4y = 48 \end{cases}$$

$y = 17 - x$

e

$$y = \frac{48 - 2x}{4}$$

Como temos o valor de y isolado nas duas equações, podemos construir a seguinte igualdade:

$$17 - x = \frac{48 - 2x}{4}$$

<u>2º passo:</u> Agora precisamos resolver essa equação e determinar o valor de x. Para isso, vamos calcular o mmc entre (1 e 4), calcular então os novos numeradores e por se tratar de uma igualdade, podemos cancelar os denominadores. Veja:

$$\frac{17}{1} - \frac{x}{1} = \frac{48 - 2x}{4}$$

$68 - 4x = 48 - 2x$

$-2x = -20$

$x = 10$

Como já possuímos o valor de x, retornamos em uma das duas equações iniciais e determinamos o valor de y.

$y = 17 - x$

$y = 17 - 10$

$y = 7$

Questão 1: Resolva os sistemas abaixo:

a) $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 2y = 10 \\ x + 2y = 11 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ 2x + 5y = 12 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{4} = -\dfrac{1}{3} \\ x - \dfrac{y}{8} = \dfrac{5}{2} \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2x - \dfrac{4y}{5} = 2 - \dfrac{x}{3} \\ y - 5x = -\dfrac{3y}{5} - 6 \end{cases}$

Questão 2: Em um pátio estão estacionados carros e motos, que totalizam 40 veículos e 140 rodas. Quantas motos há nesse pátio?

Questão 3: Os atletas de um clube foram divididos em grupos. Para os jogos de futebol, os grupos são de 11 atletas e, para os jogos de vôlei, os grupos são de 6 atletas. No total, foram formados 16 grupos. O clube tem 126 atletas participando dos jogos. Quantos grupos participarão de cada modalidade esportiva?

Questão 4: Um grupo de 20 jovens foi a uma lanchonete. Os rapazes gastaram em média R$ 24,00 cada um e as garotas, R$ 16,00 cada uma. No final, o total gasto pelos rapazes foi igual ao total gasto pelas garotas. Quantos rapazes havia nesse grupo?

Questão 5: (Unifor-CE) Paguei R$ 35,00 por uma calça e uma camiseta. Se eu tivesse pagado R$ 8,00 a menos pela calça e R$ 7,00 a mais pela camiseta, seus preços teriam sido iguais. Quanto paguei pela calça?

Questão 6: Um dia, curiosamente, Tiago percebeu que havia veículos de 1, 2, 3 e 4 rodas na garagem de seu prédio: carrinhos de mão, bicicletas, triciclos e automóveis. Ele, o irmão e o pai decidiram contar o número de rodas que estavam na garagem. Tiago contou 26 rodas mas esqueceu-se de contar as dos automóveis. O irmão dele contou também 26 rodas, mas não contou as dos triciclos e o pai contou 26 rodas, mas não contou as rodas das bicicletas. Determine a quantidade de veículos que estavam na garagem.

Questão 7: Resolva os sistemas de equações:

a) $\begin{cases} 13p - 92q = 237 \\ 12p - 91q = 237 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{5}{x} - \dfrac{3}{y} = -1 \\ \dfrac{15}{x} + \dfrac{7}{y} = 5 \end{cases}$

Questão 8: A sequência (2, x, y, 29) é chamada de progressão aritmética pois a diferença entre cada termo, com exceção do primeiro, e seu antecessor é constante. Determine x e y.

Questão 10: Usando uma balança de dois pratos, verificamos que 4 abacates pesam o mesmo que 9 bananas e que 3 bananas pesam o mesmo que 2 laranjas. Se colocarmos 9 laranjas num prato da balança, quantos abacates deveremos colocar no outro prato, para equilibrar a balança?

Questão 11: Quando João vai para a escola a pé e volta de ônibus, ele gasta uma hora e quinze minutos; quando vai e volta de ônibus, ele gasta meia hora. Para cada meio de transporte, o tempo gasto na ida é igual ao tempo gasto na volta. Quanto tempo ele gasta quando vai e volta a pé?

Questão 12: Oito vasos iguais, encaixados, formam uma pilha de 36cm de altura. Dezesseis vasos iguais aos primeiros, também encaixados, formam outra pilha de 60cm de altura. Qual ´e a altura de cada vaso?

Questão 13: João e Ana são irmãos. João tem cinco irmãos a mais do que irmãs. Quantos irmãos Ana tem a mais do que irmãs?

Questão 14: Uma balança de dois pratos está equilibrada, onde de um lado estão dois copos cheios e do outro três copos pela metade. Os copos são idênticos e contêm, ao todo, 1400 gramas de farinha. Qual ´e o peso, em gramas de um copo vazio?

<u>GABARITO:</u>

1a) (6,-3)   1b) (7,2)   1c) (3,4)   1d) (-2,-1)

1e) (1,2)   1f) (2,-4)   1g) (6,15)

2) 10

3) Volei:10 e Futebol: 6

4) 8

5) A

APÊNDICE G – PROBLEMAS COM SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1° GRAU PARA OS ALUNOS DOS GRUPOS 1, 2, 3 E 4

MATEMÁTICA BÁSICA – EQUAÇÃO POLINOMIAL DO PRIMEIRO GRAU E SISTEMAS
QUESTÕES DE VESTIBULAR – Profº Gabriel Carneiro

1. (Fepar 2019) O Papiro de Ahmés (ou Papiro Rhind) é uma das mais antigas obras matemáticas de que se tem registro. Consiste em 84 problemas matemáticos resolvidos pelos métodos adotados no Egito Antigo, época em que foi escrito. Acredita-se que esse papiro foi usado como material didático na época. São $5,36$ metros de comprimento por $0,32$ de largura, dispostos em 14 folhas, escrito em cor preta, com partes importantes destacadas em vermelho.

Os problemas buscavam resolver situações do cotidiano da época, como preço do pão, armazenamento do trigo, alimentação do gado, além de problemas mais abstratos e algébricos, que podem ser comparados atualmente à resolução de equações. O que hoje tratamos como a incógnita "x", na época, era nomeado por um termo sinônimo da palavra “montão”.

Por exemplo, o problema 26 do Papiro de Ahmés diz o seguinte: um montão e sua quarta parte, todos juntos são 15. Diga-me quanto é esse montão?

Papiro exposto no Museu Britânico de Londres

Considere o texto e avalie as sentenças que se seguem.

( ) Equação é toda sentença matemática aberta que expressa uma igualdade.
( ) O problema descrito pode ser expresso por uma equação do segundo grau.
( ) A equação que descreve o problema do papiro é $x + \frac{x}{4} = 15$.
( ) Uma equação equivalente à situação é $\frac{x + 4x}{4} = \frac{60}{4}$.
( ) Um “montão” é 12.

2. (Fatec 2019) Entre as tarefas de um professor, está a elaboração de exercícios. Professores de Matemática ainda hoje se inspiram em Diofanto, matemático grego do século III, para criar desafios para seus alunos. Um exemplo de problema diofantino é: “Para o nascimento do primeiro filho, o pai esperou um sexto de sua vida;

para o nascimento do segundo, a espera foi de um terço de sua vida. Quando o pai morreu, a soma das idades do pai e dos dois filhos era de 240 anos. Com quantos anos o pai morreu?”

Considerando que, quando o pai morreu, ele tinha x anos, assinale a equação matemática que permite resolver esse problema.

a) $x+\frac{5x}{6}+\frac{2x}{3}=240$
b) $x+\frac{x}{6}+\frac{x}{3}=240$
c) $x+\frac{4x}{5}+\frac{3x}{4}=240$
d) $x+\frac{x}{6}+\frac{3x}{2}=240$
e) $x+\frac{6x}{5}+\frac{3x}{4}=240$

3. (UEG 2019) Para a inauguração da Sorveteria “Picolé Gelado”, foi feita a seguinte promoção:

PICOLÉ GELADO PROMOÇÃO DE INAUGURAÇÃO Dia: 12/12/18 Moças R$ 5,00 e Rapazes R$ 7,00 Válido até às 15 horas

Após o encerramento da promoção, verificou-se que 312 pessoas haviam comprado os ingressos e a arrecadação total foi de R$ 1.880,00. O número de moças e de rapazes que compraram os ingressos nesse dia foi, respectivamente, igual a

a) 148 e 150
b) 152 e 200
c) 160 e 182
d) 152 e 160
e) 160 e 148

4. (IFBA 2018) Sendo x a solução da equação $\frac{x+4}{6}+\frac{2x-3}{2}=1,$ então o valor correspondente ao valor de $E,$ na equação $E=49x,$ é?
a) 7
b) 11
c) $11/7$
d) 111
e) 77

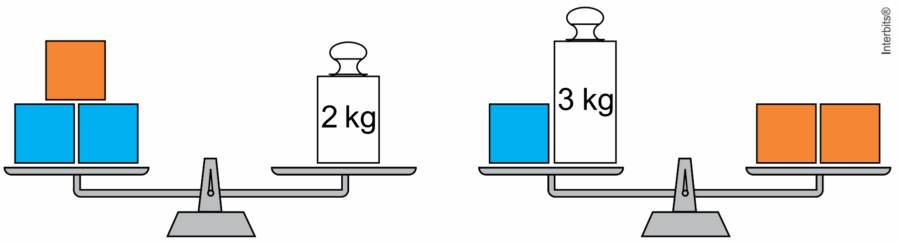
5. (UTFPR 2018) Quando José estava indo ao ponto de ônibus que fica a $420\,m$ de sua casa, parou para conversar com um amigo. Em seguida, andou o triplo do que já havia caminhado chegando ao ponto de ônibus. Assinale a alternativa que apresenta quanto faltava em metros para ele chegar ao ponto de ônibus.

a) 105.
b) 125.
c) 150.
d) 350.
e) 315.

6. (UEPG 2017) Uma loja de cosméticos comprou 60 vidros de esmalte da marca M e 40 vidros da marca R, pagando no total R$ 190,00. Se a razão entre os preços unitários dos esmaltes M e R é de 3 para 5, nessa ordem, assinale o que for correto.

01) A diferença entre os preços unitários das duas marcas é de R$ 1,50.
02) Se a loja tivesse comprado 50 vidros de cada marca, teria pago R$ 10,00 a mais.
04) Se a loja tivesse comprado todos os 100 vidros de esmalte da marca M, teria pago R$ 40,00 a menos.
08) Se a loja tivesse comprado todos os 100 vidros de esmalte da marca R, teria pago R$ 40,00 a mais.

7. (UNESP 2017) Três cubos laranjas idênticos e três cubos azuis idênticos estão equilibrados em duas balanças de pratos, também idênticas, conforme indicam as figuras.



A massa de um cubo laranja supera a de um cubo azul em exato

a) 1,3 kg.
b) 1,5 kg.
c) 1,2 kg.
d) 1,4 kg.
e) 1,6 kg.

8. (IFPE 2017) Um professor do curso técnico em química do IFPE *Campus* Ipojuca, lançou um desafio para os seus estudantes. Eles receberam 25 equações para balancear - a cada acerto, o estudante ganhava 4 pontos; e, a cada erro, perdia 1 ponto. Hugo é estudante desse curso e, ao terminar de balancear as 25 equações, obteve um total de 60 pontos. Podemos afirmar que Hugo acertou

a) 17 questões.
b) 15 questões.
c) 8 questões.
d) 10 questões.
e) 19 questões.

9. (Enem (Libras) 2017) Para incentivar a reciclagem e evitar lixo espalhado durante as festas de final de ano, a prefeitura de uma cidade fez uma campanha com sorteio de prêmios. Para participar do sorteio, era necessário entregar cinco latinhas de alumínio ou três garrafas de vidro vazias para ter direito a um cupom. Um grupo de estudantes de uma escola trocou suas latinhas e garrafas de vidro e com isso adquiriram dez cupons; outro grupo trocou o triplo das garrafas e a mesma quantia de latinhas do primeiro grupo, conseguindo vinte cupons.

Quantas garrafas de vidro e quantas latinhas, respectivamente, o segundo grupo trocou?

a) 5 e 5
b) 15 e 5
c) 15 e 25
d) 45 e 25
e) 45 e 75

10. (UEMA 2016) Um vendedor oferece suco e sanduíche natural nas praias de São Luís durante os fins de semana. Num determinado sábado, ele vendeu 50 sanduíches e 75 copos de suco, arrecadando R\$ 300,00. Já, no domingo, totalizou R\$ 305,00 com a venda de 65 sanduíches e 55 copos de suco.

a) Monte um sistema que represente a situação descrita acima para o fim de semana de vendas realizadas.

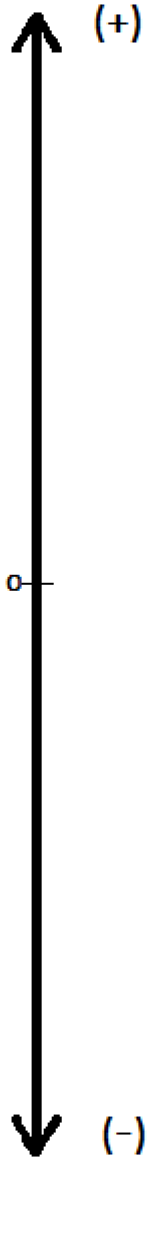
b) Encontre os valores de venda dos copos de suco e dos sanduíches, praticados no fim de semana.

APÊNDICE H – OPERAÇÕES BÁSICAS COM NÚMEROS INTEIROS PARA GRUPOS 1 E 2

OPERAÇÕES BÁSICAS COM NÚMEROS INTEIROS

OPERACÕES COM SINAIS – Profº Gabriel Carneiro

1. Complete a reta numérica e nela marque os números: 0, 1, 2, 8, 10, 13 e os simétricos de cada um.



2. Continue o processo de tabuada abaixo para os inteiros negativos. Que padrão você verifica a partir disso? Que inferências você pode fazer sobre a multiplicação de sinais?

2 x 4 = 8	5 x 4 = 20
2 x 3 = 6	5 x 3 = 15
2 x 2 = 4	5 x 2 = 10
2 x 1 = 2	5 x 1 = 5
2 x 0 = 0	5 x 0 = 0
2 x(-1) =	5 x(-1) =
2 x (-2) =	5 x (-2) =
2 x (-3) =	5 x (-3) =
2 x (-4) =	5 x (-4) =

8 x 4 = 32	13 x 4 = 52
8 x 3 = 24	13 x 3 = 39
8 x 2 = 16	13 x 2 = 26
8 x 1 = 8	13 x 1 = 13
8 x 0 = 0	13 x 0 = 0
8 x(-1) =	13 x (-1) =
8 x (-2) =	13 x (-2) =
8 x (-3) =	13 x (-3) =
8 x (-4) =	13 x (-4) =

3. Faça o exercício de se auto-justificar matematicamente para cada operação que fizer. Faça cada cálculo com muita atenção, organização e calma. Pesquise quando for necessário.

a) $5.4 + 3 =$

b) $2 + 98.4$-1=

c) $(2 + 98)$.4-1=

d) $(2 + 98)$.(4-1)=

e) $98 + 45.2$ + 45.0=

*Como você explica a ordem de execução das operações em uma expressão numérica? Como o parênteses interfere nesse processo?

RESPOSTA:____

____

____

f) 3.(-3) +(-2).3=

g) 9.(-7) – (-3).(-4)=

h) (−5).(4) + (-3).5=

i) 198.(-2) + (200).(-2)=

j) 78.(-1) – (-5).18=

*O que ocorre quando dois números de sinais distintos se multiplicam? Por que isso ocorre?

RESPOSTA:____

____

____

k) (−2).(-56) + (-4).(-2) =

l) (−3).(-4) + (-3).(12)=

m) (−5).(-2) + (-6).(-3)=

n) 5.2 + 6.3=

o) 3.4 + 3.12=

*O que ocorre quando dois números de sinais iguais se multiplicam? Por que isso ocorre?

RESPOSTA:____

____

____

p) -4 + (-4) =

q) - 4 - 4 =

r) – 2 – 10 – 78 =

s) 98 – (-2) =

t) 7 + 18 + 23 + 12=

*O que ocorre quando dois números de sinais iguais estão somando? Por que isso ocorre?

RESPOSTA:____

____

____

u) – 10 + 2=

v) 10 – 2=

w) 4 – 123 =

x) -4 + 123 =

y) – 4 + 32 – 16 =

z) 4 – 32 + 16 =

*O que ocorre quando dois números de sinais diferentes entre si estão na operação de adição? Por que isso ocorre?

RESPOSTA:____

____

____

4. Os mesmos procedimentos aplicados a multiplicação dos sinais devem ser aplicados também a divisão? Por que?

a) (-400) : (-2) + 100 : (-4) =

b) (-32) : (16) – (52) : (-13) =

c) (-28) : (-7) + (-90) : (-10) =

Você teve dúvidas ao resolver esta tarefa? Quais? Conseguiu superá-las? Faça uma auto-avaliação: ____

____

____

____

____

APÊNDICE I – CÁLCULO NUMÉRICO – PARTE II

MATEMÁTICA BÁSICA

MÓDULO I – 4 OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS

OPERAÇÕES COM SINAIS – Profº Gabriel Carneiro

I) Desenhe uma reta numérica e nela marque os números: 0, 1, 2, 8, 10, 13 e os simétricos de cada um.

II) Continue o processo de tabuada abaixo para os inteiros negativos. Que padrão você verifica a partir disso? Que inferências você pode fazer sobre a multiplicação de sinais?

2 x 4 = 8	5 x 4 = 20	8 x 4 = 32	13 x 4 = 52
2 x 3 = 6	5 x 3 = 15	8 x 3 = 24	13 x 3 = 39
2 x 2 = 4	5 x 2 = 10	8 x 2 = 16	13 x 2 = 26
2 x 1 = 2	5 x 1 = 5	8 x 1 = 8	13 x 1 = 13
2 x 0 = 0	5 x 0 = 0	8 x 0 = 0	13 x 0 = 0
2 x(-1) =	5 x(-1) =	8 x(-1) =	13 x (-1) =
2 x (-2) =	5 x (-2) =	8 x (-2) =	13 x (-2) =
2 x (-3) =	5 x (-3) =	8 x (-3) =	13 x (-3) =
2 x (-4) =	5 x (-4) =	8 x (-4) =	13 x (-4) =

III) Faça o exercício de se auto-justificar matematicamente para cada operação que fizer. Faça cada cálculo com muita atenção, organização e calma. Pesquise quando for necessário.

a) $5.4 + 3 =$
b) $2 + 98.4-1=$
c) $(2 + 98).4-1=$
d) $(2 + 98).(4-1)=$
e) $98 + 45.2 + 45.0=$

Como você explica a ordem de execução das operações em uma expressão numérica? Como o parênteses interfere nesse processo?

f) 3.(-3) +(-2).3=
g) 9.(-7) – (-3).(-4)=
h) (−5).(4) + (-3).5=

i) 198.(-2) + (200).(-2)=
j) 78.(-1) – (-5).18=

O que ocorre quando dois números de sinais distintos se multiplicam? Por que isso ocorre?

k) (−2).(-56) + (-4).(-2) =
l) (−3).(-4) + (-3).(12)=
m) (−5).(-2) + (-6).(-3)=
n) 5.2 + 6.3=
o) 3.4 + 3.12=

O que ocorre quando dois números de sinais iguais se multiplicam? Por que isso ocorre?

p) -4 + (-4) =
q) - 4 - 4 =
r) – 2 – 10 – 78 =
s) 98 – (-2) =
t) 7 + 18 + 23 + 12=

O que ocorre quando dois números de sinais iguais estão somando? Por que isso ocorre?

u) – 10 + 2=
v) 10 – 2=
w) 4 – 123 =
x) -4 + 123 =
y) – 4 + 32 – 16 =
z) 4 – 32 + 16 =

O que ocorre quando dois números de sinais diferentes entre si estão na operação de adição? Por que isso ocorre?

IV) Os mesmos procedimentos aplicados a multiplicação dos sinais devem ser aplicados também a divisão? Por que?

a) (-400) : (-2) + 100 : (-4) =
b) (-32) : (16) – (52) : (-13) =
c) (-28) : (-7) + (-90) : (-10) =

Você teve dúvidas ao resolver esta tarefa? Quais? Conseguiu superá-las? Faça uma auto-avaliação: ____
____
____
____
____

APÊNDICE J – CÁLCULO NUMÉRICO – PARTE III

MATEMÁTICA BÁSICA MÓDULO I

4 OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS – Profº Gabriel Carneiro

I) Faça o exercício de se auto-justificar matematicamente para cada operação que fizer. Faça cada cálculo com muita atenção, organização e calma. Pesquise quando for necessário.

a) 1531 + 23009 =
b) 500 – 99 =
c) 1905 – 576 =
d) 996430 + 989 =
e) 2980 – 101 =
f) 579 + 101 =
g) 2089 – 799 =
h) 2089 + 799 =

Para refletir: O que é o “vai um”? O que estamos fazendo matematicamente quando dizemos “pegamos emprestado” na subtração?

a) 3678 x 12 =
b) 316 x 50 =
c) 7898 x 23 =
d) 506 : 5 =
e) 678 : 4 =
f) 12.898 :24 =

Para refletir: Em qual momento do cálculo da divisão há a necessidade, se houver, de colocar o zero no quociente?

a) 2672 x 10 =
b) 2672 X 100 =
c) 2672 X 10000 =
d) 567.000 : 100 =
e) 768.900 : 10 =
f) 5.840 : 10 =
g) 1.000.000 : 10.000=

Para refletir: Como podemos calcular, de modo prática e rápido, uma multiplicação de um número inteiro por uma potência de 10? E uma divisão de um número inteiro por uma potência de 10?

II) **Resolva cada problema buscando sempre aprimorar sua maneira de organizar e comunicar sua resolução. Essa é a chave para o seu desenvolvimento e evolução nas Resoluções de Problemas**.

1-Um fogão foi ofertado com o preço de R$ 670,00 à vista ou 6x de R$ 143,00. Qual é a diferença entre o preço à vista e o preço a prazo?

2- Um rolo com 150 metros de corda foi dividido em quatro partes. Duas dessas partes tinham 36 metros cada. As outras partes tinham o mesmo comprimento entre si. Quantos metros tinha cada parte restante?

3- Carlos e Daniel têm, juntos, 129 anos. Determine a idade de cada um sabendo que Carlos tem 23 anos a mais que Daniel.

4- Um paciente deverá tomar um comprimido de 8 em 8 horas durante 14 dias. Quantas cartelas iguais a da figura abaixo ele irá usar?

Sobrará comprimido na última cartela? Quantos?

5- Laura pensou em um número, multiplicou-o por 3 e o resultado foi 840. Em que número Laura pensou?

6- Felipe tem um caminhão do tipo baú com o qual faz transporte de diversos materiais. A carga máxima que ele pode carregar por viagem é de 8000 quilogramas. Um supermercado contratou os serviços de Felipe para o transporte de 2500 sacos de batata de 100 quilogramas. Quantas viagens Felipe deverá fazer para transportar essas batatas?

7- Mariana precisa tomar um medicamento três vezes por dia, em doses de 5 mililitros cada vez, durante 10 dias. Se cada frasco contém 100 mililitros do medicamento, quantos frascos são necessários?

8- No aeroporto Afonso Pena, em São José dos Pinhais, os aviões da Companhia Aérea Céu Azul partem para a cidade de Porto Alegre de 4 em 4 horas, para a cidade do Rio de Janeiro de 3 em 3 horas e para a cidade de São Paulo de 2 em 2 horas. No domingo passado, os voos para as três cidades partiram juntos às 9 horas. Em que horário ocorrerá uma nova coincidência entre as partidas?

10- Albert Einstein é considerado um dos maiores gênios da humanidade. Ele nasceu em 14 de março de 1879, na Alemanha, e morreu em 18 de abril de 1955, em New Jersey, nos Estados Unidos. Em 1901 naturalizou-se suíço e, em 1921, ganhou o Prêmio Nobel da Física.

De acordo com as informações acima, coloque “F” se a alternativa for falsa, e “V” se a alternativa for verdadeira.

(   ) Albert Einstein tinha 42 anos quando recebeu o Prêmio Nobel.

(   ) Albert Einstein Einstein se naturalizou suíço com 22 anos de idade.

(   ) Albert Einstein viveu 86 anos.

(   ) Albert Einstein morreu há 54 anos.

Você teve dúvidas ao resolver esta tarefa? Quais? Conseguiu superá-las? Faça uma auto-avaliação:

APÊNDICE K – FRAÇÕES, NÚMEROS DECIMAIS E PORCENTAGEM – PARTE I

MATEMÁTICA BÁSICA – FRAÇÕES, NÚMEROS DECIMAIS E PORCENTAGEM I
Profº Gabriel Carneiro

1) Informalmente descreva: O que é uma fração? E o que é um número decimal? O que os distingue?

2) O que é uma porcentagem?

3) Represente geometricamente (com desenho) as seguintes frações e indique o número decimal correspondente:

a) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{1}{5}$

c) $\frac{8}{4}$

d) $\frac{7}{5}$

e) $\frac{20}{100}$

f) 50%

Com base nos desenhos, como você pode definir os tipos de frações que existem?

4) Represente geometricamente (com desenho) os seguintes pares de frações, tomando como um inteiro um retângulo de 16 cm de comprimento para a letra **a** e de 20 cm de comprimento para as letras **b** e **c**. Como seriam os números decimais correspondentes a cada fração representada?

a) $\frac{1}{2}\ e\ \frac{4}{8}$

b) $\frac{2}{5}\ e\ \frac{4}{10}$

c) $\frac{6}{10}\ e\ \frac{3}{5}$

d) $\frac{30}{100}\ e\ \frac{6}{20}$

e) 40% e $\frac{2}{5}$

Com base nos desenhos obtidos, o que você observa de comum entre as frações? Como podemos então definir frações equivalentes?

5) Represente geometricamente (com desenho) as seguintes operações de frações:

a) $\frac{6}{10}$ de 80

b) $\frac{1}{4}+\frac{2}{4}$

c) $\frac{2}{5}-10\%$

d) 50% de $\frac{1}{2}$

e) $\frac{5}{10}$: 2

O que é necessário para somar ou subtrair frações?

Como deve-se efetuar então uma soma ou subtração de frações?

Como se efetua uma multiplicação de frações?

Como se efetua uma divisão envolvendo frações?

6) Realize as seguintes operações de números decimais:

f) $0{,}6\ de\ 80$

g) $0{,}25 + 0{,}5$

h) $0{,}4 + \ 0{,}1$

i) $0{,}5\ de\ 0{,}5$

j) $0{,}5 : 2$

O que é necessário para somar ou subtrair números decimais?

Como deve-se efetuar então uma soma ou subtração de números decimais?

Como se efetua uma multiplicação de números decimais?

Compare as questões 4 e 5. Oque você observa e conclui?

APÊNDICE L – FRAÇÕES, NÚMEROS DECIMAIS E PORCENTAGEM – PARTE II

MATEMÁTICA BÁSICA – FRAÇÕES, NÚMEROS DECIMAIS E PORCENTAGEM II

Profº Gabriel Carneiro

Resolva cada problema abaixo experimentando os diferentes caminhos e representações!

1) Represente graficamente nos retângulos abaixo cada uma das situações, colocando as quantidades correspondentes nas partes que surgirem e calcule cada fração pedida:

a) $\frac{2}{3}$ de 90 –

b) $\frac{3}{4}$ de 100 –

c) $\frac{11}{12}$ de 144 –

Desafio:

$\frac{9}{7}$ de 84

2) Responda. Caso necessite utilize desenhos.

a) Se $\frac{2}{3}$ de um nº é 24, qual é o nº ? _____________

b) Se $\frac{1}{4}$ de um nº é 32, qual é o nº ? ____________

c) Se $\frac{5}{7}$ de um nº é 15, qual é o nº ? _____________

d) Se $\frac{12}{13}$ de um nº é 144, qual é o nº ? ____________

e) Se $\frac{8}{10}$ de um nº é 64, qual é o nº ? _______________

3) MARQUE (V) ou (F)

( ) Frações equivalentes são aquelas que representam a mesma parte de um todo.

( ) $\frac{4}{12}$ é equivalente a $\frac{2}{6}$.

( ) As frações equivalentes correspondem a uma mesma quantidade.

( ) $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{5}{10}, \frac{10}{100}$ são frações equivalentes.

Qual é o erro da(s) frase(s) falsa(s)?

____

____

____

4) Na aula de Educação Física, em volta de uma pista de atletismo medindo 400 metros, Cláudio correu $\frac{1}{5}$ da pista, Maria correu $\frac{12}{3}$ da pista, Paulo correu $\frac{8}{4}$ da pista e Sérgio correu $\frac{1}{2}$ da pista.

a) Quem deu duas voltas na pista? ____

b) Quantos corredores não completaram uma volta completa? ______________________________

c) Quem correu exatamente metade de uma volta? _______________________________________

d) Quem completou quatro voltas? ____

e) Calcule quantos metros cada um correu.

____

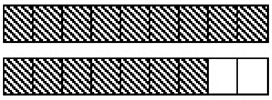
____

5) De uma rua de 2 400 metros de comprimento, foram asfaltados $\frac{3}{8}$. Quantos metros dessa rua já foram asfaltados?

Resposta: ____

6) Para cada opção, você pode ter 1, 2 ou 3 respostas corretas. Leia e marque com X as opções corretas:

Perguntas	OPÇÃO A	OPÇÃO B	OPÇÃO C
1) A fração menor que o inteiro é:	$\frac{11}{11}$	$\frac{12}{17}$	$\frac{10}{13}$
2) Rose usou $2\frac{1}{4}$ xícaras de açúcar para fazer um doce. Isso significa que ela utilizou:	$\frac{7}{4}$ de açúcar.	$\frac{9}{4}$ de açúcar.	$\frac{8}{4}$ de açúcar.
3) Numa fração aparente:	O numerador é múltiplo do denominador.	O numerador pode ser igual ao denominador.	O numerador dividido pelo denominador sempre dá resto zero.
4) Preste atenção: a fração $\frac{15}{3}$ representa um número que fica:	Entre 1 e 4.	Entre 3 e 6.	Entre 6 e 8.
5) Dona Maria fez alguns bolos para uma festa. Ela cortou cada bolo em 10 pedaços iguais, conseguindo um total de 30 pedaços. Com base nessa situação, podemos afirmar que:	A fração que representa todos os bolos é $\frac{10}{30}$.	A fração que representa todos os bolos é $\frac{30}{10}$.	A fração que representa todos os bolos é $\frac{30}{30}$.
6) Que fração vale 7 inteiros?	$\frac{14}{2}$	$\frac{7}{7}$	$\frac{35}{5}$
7) Para fazer um jogo de frações, a professora Helen usou $\frac{22}{6}$ de folhas de cartolina. Sobre a situação, podemos afirmar que:	Ela usou 1 folha de cartolina e $\frac{4}{6}$ da outra.	Ela usou mais de 3 cartolinas.	Ela usou 3 folhas de cartolina e $\frac{4}{6}$ da outra.
8) Leonardo comprou uma pizza, dividiu em pedaços iguais e comeu tudinho! Que fração pode representar o que ele comeu?	$\frac{10}{8}$	$\frac{16}{8}$	$\frac{8}{8}$

9) Em que coluna temos somente frações maiores que um inteiro?	$\frac{13}{5}$ e $\frac{17}{16}$	$\frac{31}{4}$ e $\frac{9}{8}$	$\frac{11}{12}$ e $\frac{40}{20}$
10) Como podemos representas a imagem abaixo? 	$\frac{16}{9}$	$\frac{18}{18}$	$1\frac{7}{9}$
11) Que fração pode ser transformada em número misto?	$\frac{24}{3}$	$\frac{26}{3}$	$\frac{21}{3}$
12) Em que opção temos uma fração aparente?	$\frac{28}{7}$	$\frac{15}{4}$	$\frac{19}{6}$

7) Complete com os sinais < (menor que), > (maior que) ou = (igual):

a) $\frac{3}{6}$ $\qquad$ $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{17}$ $\qquad$ $\frac{1}{3}$

8) Quais possíveis representações podemos fazer para uma única fração?

APÊNDICE M – FRAÇÕES, NÚMEROS DECIMAIS E PORCENTAGEM – PARTE III

MATEMÁTICA BÁSICA – FRAÇÕES, NÚMEROS DECIMAIS E PORCENTAGEM - PARTE III

Profº Gabriel Carneiro

Represente em porcentagem, número decimal e em duas frações equivalentes cada fração abaixo.

	PORCENTAGEM	NÚMERO DECIMAL	FRAÇÃO EQUIVALENTE I	FRAÇÃO EQUIVALENTE II
a) $\frac{3}{4}$				
b) $\frac{2}{5}$				
c) $\frac{1}{20}$				
d) $\frac{2}{100}$				
e) $\frac{2}{1000}$				
f) $\frac{3}{25}$				
g) $\frac{2}{3}$				

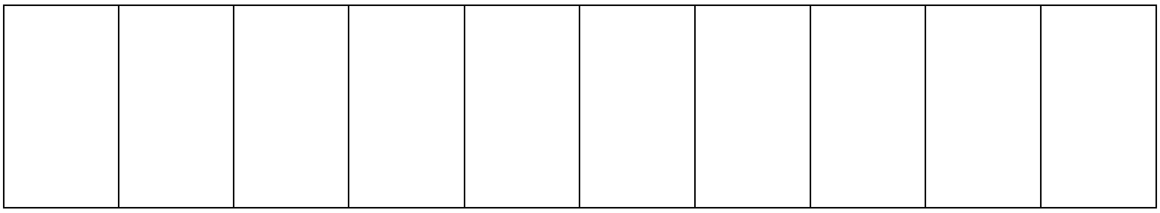
Resolva cada problema abaixo experimentando dos retângulos como possíveis representações para as frações. Lembre-se que podemos ter diferentes caminhos e representações, explore-os!

1) Um time de futebol arrumou os seus 42 jogadores em 6 grupos iguais para treinar. Jogaram de camisa branca, dois sextos. Jogaram de camisas pretas, três sextos. O restante não usou camisa.

Quantos jogadores usaram camisas brancas? ____Quantos jogadores usaram camisas pretas?_____

Que fração dos jogadores não usou camisa?________ Quantos jogadores não usaram camisas?____

2) Numa central de correios do Rio de Janeiro, $\frac{3}{10}$ das cartas vão para a Bahia, $\frac{5}{10}$ vão para Minas Gerais e as restantes ficam no Rio.

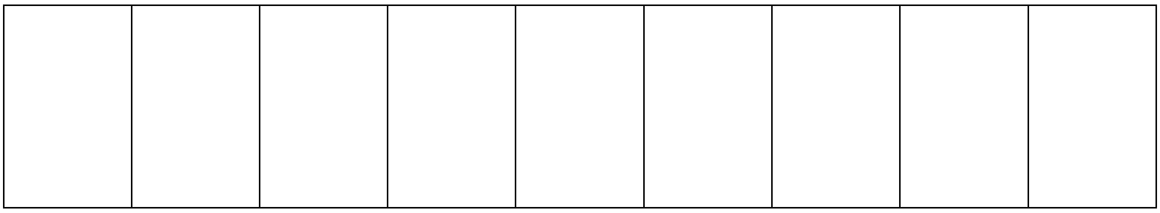


Que fração do total de cartas fica no Rio? ______ Que porcentagem essa fração representa? _____

Que fração do total de cartas não fica no RJ?____ Que porcentagem essa fração representa? _____

Mostre a operação matemática que calcula a fração de cartas que não ficam no RJ:

3) Uma caixa tinha 45 bombons. João comeu $\frac{1}{9}$ dos bombons. Pedro comeu $\frac{3}{9}$ dos bombons da mesma caixa.



Que fração representa a quantidade comida pelos dois?__________

Mostre a operação matemática que calcula a fração acima: __________

Que fração representa a quantidade de bombons não comida?_________

Mostre a operação matemática que calcula a fração acima: __________

4) Um comerciante comprou 135 caixas com 1 dúzia de ovos em cada caixa. No caminho $\frac{2}{3}$ das caixas caíram e os ovos quebraram.

Quantas caixas de ovos quebraram?___________ Quantos ovos quebraram? _______

Que fração das caixas **não** caiu? ___________

5) Jorge ganha R$1.235,00 por mês. Vai pagar $\frac{1}{5}$ de aluguel, $\frac{2}{5}$ de contas extras.

Que fração de seu salário vai sobrar após pagar o aluguel e as contas extras?______

Qual o valor de seu aluguel?_____________ Qual o valor das contas extras?________________

6) Manuel gastou R$500,00 no seu aluguel. Este valor corresponde a $\frac{5}{7}$ de seu salário.

- Que fração de seu salário sobrou após pagar o aluguel?______

- Qual o valor de seu salário?_____________

7) Numa fazenda $\frac{2}{5}$ dos animais são vacas, $\frac{2}{5}$ são cavalos e o restante são cabras. Sabendo que há 12 cabras na fazenda, preencha os espaços do retângulo com as quantidades e responda.

Quantos animais há na fazenda?________

				12

Que fração do total de animais as cabras representam? _______

Que percentual do total as cabras representam? ______

Que percentual do total não são cabras? ______

8) Um comprador vai comprar uma geladeira que custa R$2.840,00 pagando a quarta parte desse valor na entrada e parcelando o restante em cinco prestações iguais.

a) Qual o valor da entrada? ________________ b) Qual o valor da prestação? ______________

9) Numa partida de basquete contra a Argentina, o jogador Oscar, que era da nossa seleção, marcou $\frac{2}{5}$ dos pontos feitos pela seleção brasileira. Se Oscar marcou 40 pontos, qual o total de pontos brasileiros nessa partida?

10) A produção de automóveis anual de uma fábrica foi de 90.000 unidades. Desse total foram exportados $\frac{5}{9}$. Esta fábrica vendeu mais no mercado externo ou interno? Justifique sua resposta utilizando informações numérica:

11) Numa fábrica, $\frac{3}{7}$ do total de empregados são mulheres. Sabendo que nessa fábrica trabalham 360 mulheres, qual é o total de empregados dessa fábrica?

Resposta: ____

APÊNDICE N – FRAÇÕES, NÚMEROS DECIMAIS E PORCENTAGEM – PARTE IV

MATEMÁTICA BÁSICA – FRAÇÕES, NÚMEROS DECIMAIS E PORCENTAGEM IV

Profº Gabriel Carneiro

Resolva cada problema abaixo experimentando dos retângulos como possíveis representações para as frações. Lembre-se que podemos ter diferentes caminhos e representações, explore-os!

1) Um time de futebol arrumou os seus 42 jogadores em 6 grupos iguais para treinar. Jogaram de camisa branca, dois sextos. Jogaram de camisas pretas, três sextos. O restante não usou camisa.

Quantos jogadores usaram camisas brancas? ____Quantos jogadores usaram camisas pretas?_____

Que fração dos jogadores não usou camisa?________ Quantos jogadores não usaram camisas?____

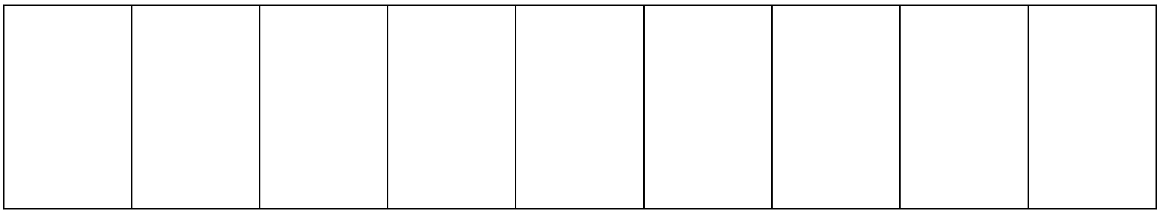
2) Numa central de correios do Rio de Janeiro, $\frac{3}{10}$ das cartas vão para a Bahia, $\frac{5}{10}$ vão para Minas Gerais e as restantes ficam no Rio.

Que fração do total de cartas fica no Rio? ______ Que porcentagem essa fração representa? _____

Que fração do total de cartas não fica no RJ?____ Que porcentagem essa fração representa? _____

Mostre a operação matemática que calcula a fração de cartas que não ficam no RJ:

3) Uma caixa tinha 45 bombons. João comeu $\frac{1}{9}$ dos bombons. Pedro comeu $\frac{3}{9}$ dos bombons da mesma caixa.



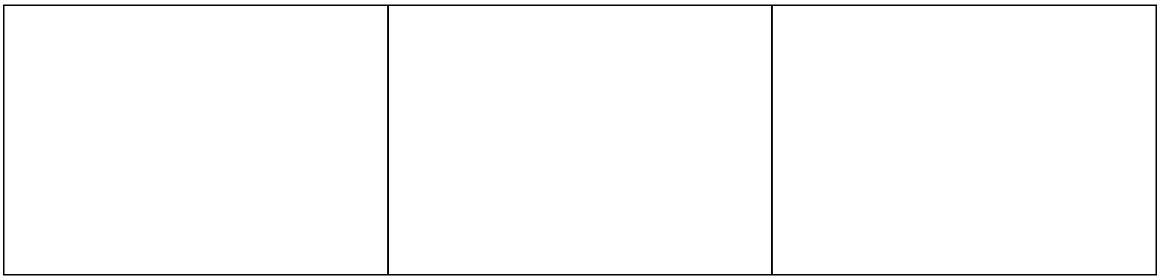
Que fração representa a quantidade comida pelos dois?___________

Mostre a operação matemática que calcula a fração acima: ___________

Que fração representa a quantidade de bombons não comida?__________

Mostre a operação matemática que calcula a fração acima: ___________

4) Um comerciante comprou 135 caixas com 1 dúzia de ovos em cada caixa. No caminho $\frac{2}{3}$ das caixas caíram e os ovos quebraram.



Quantas caixas de ovos quebraram?___________ Quantos ovos quebraram? ________

Que fração das caixas **não** caiu? ____________

5) Jorge ganha R$1.235,00 por mês. Vai pagar $\frac{1}{5}$ de aluguel, $\frac{2}{5}$ de contas extras.

Que fração de seu salário vai sobrar após pagar o aluguel e as contas extras?______

Qual o valor de seu aluguel?____________ Qual o valor das contas extras?_______________

6) Manuel gastou R$500,00 no seu aluguel. Este valor corresponde a $\frac{5}{7}$ de seu salário.

- Que fração de seu salário sobrou após pagar o aluguel?______

- Qual o valor de seu salário?____________

7) Numa fazenda $\frac{2}{5}$ dos animais são vacas, $\frac{2}{5}$ são cavalos e o restante são cabras. Sabendo que há 12 cabras na fazenda, preencha os espaços do retângulo com as quantidades e responda.

Quantos animais há na fazenda?________

				12

Que fração do total de animais as cabras representam? _______

Que percentual do total as cabras representam? ______

Que percentual do total não são cabras? ______

8) Um comprador vai comprar uma geladeira que custa R$2.840,00 pagando a quarta parte desse valor na entrada e parcelando o restante em cinco prestações iguais.

a) Qual o valor da entrada? _______________ b) Qual o valor da prestação? _____________

9) Numa partida de basquete contra a Argentina, o jogador Oscar, que era da nossa seleção, marcou $\frac{2}{5}$ dos pontos feitos pela seleção brasileira. Se Oscar marcou 40 pontos, qual o total de pontos brasileiros nessa partida?

Resposta: ____

10) A produção de automóveis anual de uma fábrica foi de 90.000 unidades. Desse total foram exportados $\frac{5}{9}$. Esta fábrica vendeu mais no mercado externo ou interno? Justifique sua resposta utilizando informações numérica:

11) Numa fábrica, $\frac{3}{7}$ do total de empregados são mulheres. Sabendo que nessa fábrica trabalham 360 mulheres, qual é o total de empregados dessa fábrica?

Resposta: ____

APÊNDICE O – CÁLCULO ALGÉBRICO – PARTE I

Cálculo Algébrico I – Profº Gabriel Carneiro

1. Considere a expressão algébrica

$$A = X^3 - Y^3$$

Determine o valor numérico que essa expressão algébrica assume para:

(A) $X = 2$ e $Y = 1$

(B) $X = -2$ e $Y = 1$

(C) $X = -2$ e $Y = -1$

(D) $X = 2$ e $Y = -1$

2. São dadas as seguintes expressões algébricas:

$A = 4x^2 - 5$

$B = 2x^2 - 4x + 1$

$C = -x^2 + 10x + 2$

Determine a expressão correspondente a:

(A) A + B + C

(B) A – B

(C) 2B – C

(D) A + 4C

3. Dado polinômio $P = 4x^4 - 2x^3 + 10$, obtenha:

(A) O polinômio oposto do polinômio P

(B) O polinômio correspondente a 2P

4. Dados:

$A = 2x + 4y + 5$; $B = 2x + 2y - 3$; $C = +4x - y + 4$

Então A – B + C é igual a:

(A) $+ x + y + 12$

(B) $+x + 2y + 12$

(C) $+ 4x + y + 12$

(D) $+ 4x + 4y + 12$

5. Resolva a expressão

$$[3.(x^2y).(x^2y)] : (x^2y^2)$$

Assinale a alternativa que apresenta a solução correta:

(A) $3x$
(B) $3x^3$
(C) x^2
(D) $3x^2$

6. $A = 12x + 7y + 15$; $B = 3x - 4y$; $C = 24x - 3y + 5$
Qual é o correspondente da expressão 5A – 3B + 2C?

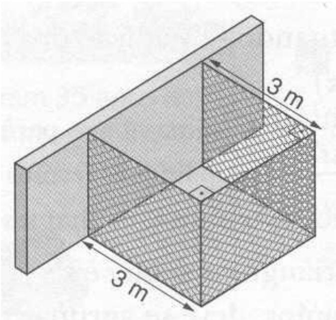
7. As redes de *fast food* têm nas suas caixas registradoras teclas associadas a alguns produtos que são muito pedidos. Basta apertar uma tecla e indicar a quantidade daquele produto que o preço já sai calculado.

Produto	X - Bolão	Oba Cola	Sorvetão
Preço (R$)	5	1,5	3

(A) Qual o gasto da turma se, ao todo, foram pedidos 15 sanduíches X-Bolão. 11 refrigerantes Oba Cola e 10 sorvetes?

(B) Escreva uma expressão algébrica que indica o valor gasto ao serem pedidos **x** sanduíches, **y** refrigerantes e **z** sorvetes.

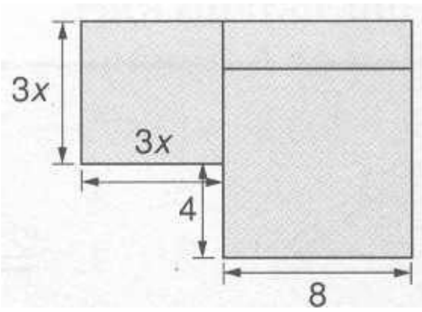
8. Jorge quer construir um galinheiro aproveitando um muro de seu quintal e alguns metros de tela que possui.



(A) Se Jorge tivesse 9m de tela, qual seria a área do quintal ocupada pelo galinheiro?

(B) Supondo que o comprimento da tela seja desconhecido e indicado por **c**, **c > 6m**, escreva uma expressão algébrica para o cálculo da área do galinheiro dependendo do comprimento **c** da tela.

9. Sendo o perímetro da figura igual a 48cm, determine:



a) o valor de x.

b) o polinômio(a expressão)que representa a área em função de x

10. O número **S** do sapato que uma pessoa calça está relacionado com o comprimento **p,** em centímetros, de seu pé pela fórmula: $S = \frac{5P + 28}{4}$

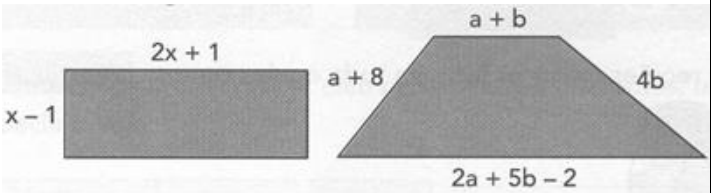
Qual é o comprimento do pé de uma pessoa que calça sapatos de número 41?

11. Num retângulo de base (x + 5) e altura (2x).

a) Escreva uma expressão algébrica que represente o seu perímetro.

b) Escreva uma expressão algébrica que represente a sua área.

12. Observe as formas planas:



(A)Escreva seus perímetros na forma de polinômios (um, dois, três ou mais termos)

(B)Se o perímetro da forma retangular é de 24 cm, qual é o valor de x?

(C)Se a outra tem perímetro de 84 cm e a + 7cm, qual é o valor de b?

13. Se A = $x^2 + 1$ e B = $-2x^2 + x + 2$, determine o valor de:

a) A + B

b) A – B

c) B – A

d) 3 . A

e) – 5.B

f) – 2.A + 3.B

14. Calcule os seguintes produtos:

a) – 2 a.(x + 4)

b) 2x.(3x + 4y – 2)

c) $(x + 5).(x^2 + 2x - 10)$

d) $(x + 1).(x^2 + 2x - 1)$

e) $(x + 7).(x + 3)$

Gabarito

1. (A) 7 (B) – 9 (C) – 7 (D) 9

2. (A) $5x^2 + 6x - 2$ (B) $2x^2 + 4x - 6$

(C) $5x^2 - 18$ (D) $40x + 3$

3. (A) $-P = -4x^4 + 2x^3 - 10$

(B) $2P = 8x^4 - 4x^3 + 20$

4. (C)

5. (D)

6. $99x + 41y + 85$

7.a) R$ 121,50 b) $5x + 1{,}5y + 3z$

8.a) $9m^2$ b) $A = 3c - 18$

9. a) 2 m b) $9x^2 + 8x + 64$

10. 27,2cm

11. a) $6x + 10$ b) $2x^2 + 10x$

12. a) $6x$ e $4a + 10b + 6$

b) 4 cm c) 5 cm

13. a) $-x^2 + x + 3$ b) $3x^2 - x - 1$

c) $-3x^2 + x + 1$ d) $3x^2 + 3$

e) $10x^2 - 5x - 10$ f) $-8x^2 + 3x + 4$

14. a) – 2ax – 8ª b) $6x^2 + 8xy - 4x$

c) $x^3 + 7x^2 - 50$ d) $x^3 + 3x^2 + x - 1$

e) $x^2 + 10x + 21$

APÊNDICE P – CÁLCULO ALGÉBRICO – PARTE II

Cálculo Algébrico II – Profº Gabriel Carneiro

PRODUTOS NOTÁVEIS

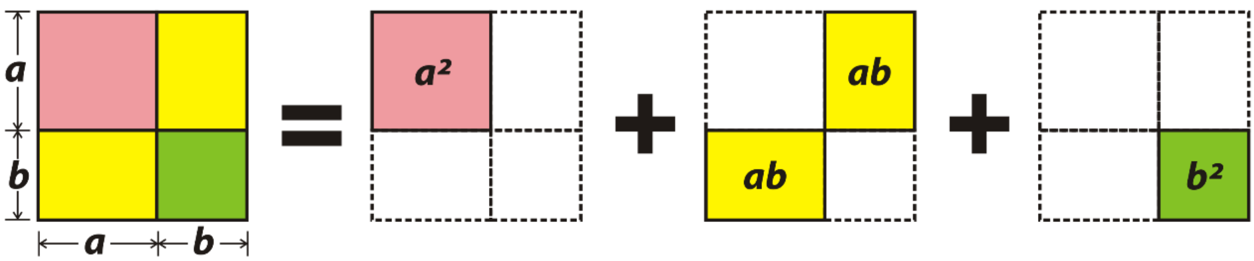
$$(a+b)^2 = a^2 + 2\,ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2\,ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)\,.\,(a-b)$$

$$a^2 + b^2 = \text{Não Tem}$$

Observe o cálculo da área de um quadrado de lado (a + b):



$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Observe: $(a + b)^2 = (a + b) . (a + b)$

____________________ $= a^2 + ab + ab + b^2$

____________________ $= a^2 + 2ab + b^2$

Conclusão:

$(\text{primeiro termo})^2 + 2.(\text{primeiro termo}) . (\text{segundo termo}) + (\text{segundo termo})^2$

Calcule conforme os exemplos :

- $(5 + x)^2 = 5^2 + 2.5.x + x^2 = 25 + 10x + x^2$

- $(2x + 3y)^2 = (2x)^2 + 2.(2x).(3y) + (3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$

a) $(3 + x)^2 =$

b) $(x + 5)^2 =$

c) $(x + y)^2 =$

d) $(x + 2)^2 =$

e) $(3x + 2)^2 =$

f) $(2x + 1)^2 =$

g) $(5+ 3x)^2 =$

h) $(2x + y)^2 =$

i) $(r + 4s)^2 =$

j) $(a + ab)^2 =$

k) $(2x + xy)^2 =$

l) $(a^2 + 1)^2 =$

m) $(y^3 + 3)^2 =$

n) $(a^2 + b^2)^2 =$

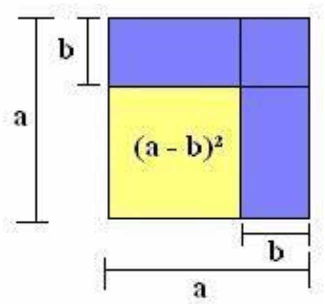
o) $(x + 2y^3)^2 =$

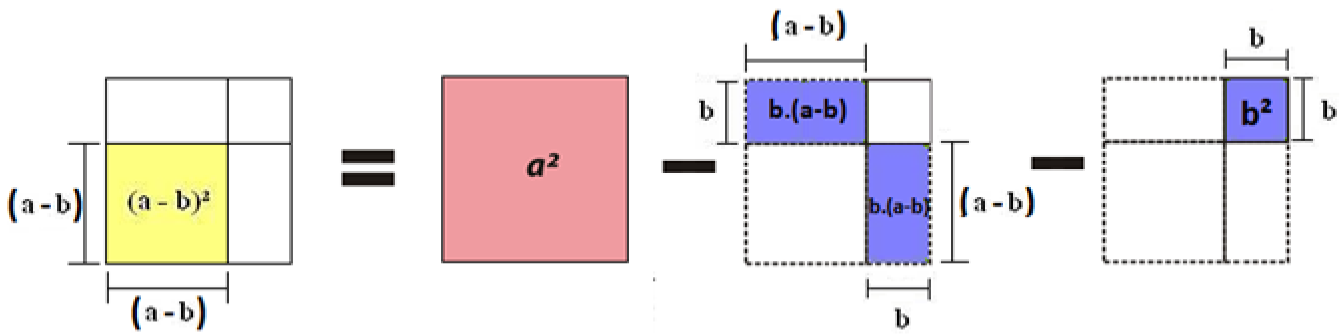
p) $(x + ½)^2 =$

q) $(2x + ½)^2 =$

r) $(x/2 +y/2)^2 =$

Agora utilizando uma figura semelhante a anterior, vamos calcular o quadrado da diferença:





$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Observe: $(a - b)^2 = (a - b) . (a - b)$

________________$= a^2 - ab- ab + b^2$

________________$= a^2 - 2ab + b^2$

Conclusão:

(primeiro termo)² - 2.(primeiro termo) . (segundo termo) + (segundo termo)²

- $(3 – X)^2 = 3^2 + 2.3.X + X^2 = 9– 6x + x^2$
- $(2x -3y)^2 = (2x)^2 -2.(2x).(3y) + (3y)^2 = 4x^2 - 12xy+ 9y^2$

Conforme os exemplos acima, calcule:

a) $(5 – x)^2 =$

b) $(y – 3)^2 =$

c) $(x – y)^2 =$

d) $(x – 7)^2 =$

e) $(2x – 5)^2 =$

f) $(6y – 4)^2 =$

g) $(3x – 2y)^2 =$

h) $(2x – b)^2 =$

i) $(5x^2 - 1)^2 =$

j) $(x^2 - 1)^2 =$

k) $(9x^2 - 1)^2 =$

l) $(x^3 - 2)^2 =$

m) $(x – 5y^3)^2 =$

n) $(1 - mx)^2 =$

o) $(x – ½)^2 =$

p) $(2x – ½)^2 =$

q) $(x/2 – y/2)^2 =$

$$(a + b).(a - b) = a^2 - b^2$$

conclusão:

(primeiro termo)² - (segundo termo)²

<u>Exemplos :</u>

1) $(x + 5) . (x – 5) = x^2 - 5^2 = x^2 - 25$

2) $(3x + 7y) . (3x – 7y) = (3x)^2 - (7y)^2 = 9x^2 - 49y^2$

EXERCÍCIOS

1) Calcule o produto da soma pela diferença de dois termos:

a) $(x + y) . (x - y) =$

b) $(y – 7) . (y + 7) =$

c) $(x + 3) . (x – 3) =$

d) $(2x + 5) . (2x – 5) =$

e) $(3x – 2) . (3x + 2) =$

f) $(2x + 3y) . (2x – 3y) =$

g) $(7 – 6x) . (7 + 6x) =$

h) $(1 + 7x^2) . (1 – 7x^2) =$

i) $(3x^2 - 4) (3x^2 + 4) =$

j) $(3x^2 - y^2) . (3x^2 + y^2) =$

k) $(x + 1/2) . (x – 1/2) =$

l) $(x – 2/3) . (x + 2/3) =$

m) $(x/4 + 2/3) . (x/4 – 2/3) =$

2) Se $x - y = 7$ e $xy = 60$, então o valor da expressão $x^2 + y^2$ é:

a) 53

b) 109

c) 169

d) 420

3) A expressão $(x - y)^2 - (x + y)^2$ é equivalente a:

a) 0

b) $2y^2$

c) $-2y^3$

d) $-4xy$

4) (TRT-2011) Indagado sobre o número de processos que havia arquivado certo dia, um Técnico Judiciário, que gostava muito de Matemática, respondeu:

- O número de processos que arquivei é igual a $(12,25)^2 - (10,25)^2$

Chamando X o total de processos que ele arquivou, então é correto afirmar que:

a) $38 < X < 42$

.

b) $X > 42$

.

c) $X < 20$

.

d) $20 < X < 30$

.

e) $30 < X < 38$

5) Seja N o resultado da operação $375^2 - 374^2$. A soma dos algarismos de N é:

a) 18

b) 19

c) 20

d) 21

e) 22

6) Efetuando-se $(1045)^2 - (1043)^2$, obtém-se:

GABARITO

- $(x+y)^2$

(A) $9+6x+x^2$

(B) $x^2+10x+25$

(C) $x^2+2xy+y^2$

(D) x^2+4x+4

(E) $9x^2+12x+4$

(F) $4x^2+4x+1$

(G) $25+30x+9x^2$

(H) $4x^2+8xy+y^2$

(I) $r^2+8rs+16s^2$

(J) $a^2+2a^2b+a^2b^2$

(K) $4x^2+4x^2y+x^2y^2$

(L) a^4+2a^2+1

(M) y^6+6y^3+9

(N) $a^4+2a^2b^2+b^4$

(O) $x^2+4xy^3+4y^6$

(P) $x^2+x+1/4$

(Q) $4x^2+2x+1/4$

(R) $x^2/4+xy/2+y^2/4$

- $(x-y)^2$

(A) $25-10x+x^2$

(B) y^2-6y+9

(C) $x^2-2xy+y^2$

(D) $x^2-14x+49$

(E) $4x^2-20x+25$

(F) $36y^2-48y+16$

(G) $9x^2-12xy+4y^2$

(H) $4x^2-4xb+b^2$

(I) $25x^4-10x^2+1$

(J) x^4-2x^2+1

(K) $81x^4-18x^2+1$

(L) x^6-4x^3+4

(M) $x^2-10xy^3+25y^3$

(N) $1-2mx+m^2x^2$

(O) $x^2-x+1/4$

(P) $4x^2-2x+1/4$

(Q) $x^2/4-xy/2+y^2/4$

- $(x+y).(x-y)$

1 (A) x^2-y^2

(B) y^2-49

(C) x^2-9

(D) $4x^2-25$

(E) $9x^2-4$

(F) $4x^2-9y^2$

(G) $49-36x^2$

(H) $1-49x^4$

(I) $9x^4-16$

(J) $9x^4-y^4$

(K) $x^2-1/4$

(L) $x^2-4/9$

(M) $x^2/16-4/9$

2 $x-y=7$ $xy=60$

$(x-y)^2=49$

$x^2-2xy+y^2=49$

$x^2+y^2-2\boxed{xy}=49$

$x^2+y^2-2\ 60=49$

$x^2+y^2=169$

(C)

3 $(x-y)^2-(x+y)^2$

$(x^2-2xy+y^2)-(x^2+2xy+y^2)$

$\cancel{x^2}-2xy+\cancel{y^2}-\cancel{x^2}-2xy-\cancel{y^2}$

$-4xy$ (D)

4 $12{,}25^2-10{,}25^2=$

$(12{,}25+10{,}25).(12{,}25-10{,}25)$

$22{,}50 . 2=\boxed{45}$ (B)

5 375^2-374^2

$(375+374).(375-374)$

$749 . 1=\boxed{749}$

(C) $7+4+9=20$

6 1045^2-1043^2

$(1045+1043).(1045-1043)$

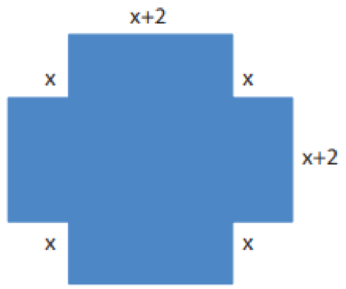
$2088 . 2=4176$

APÊNDICE Q – CÁLCULO ALGÉBRICO – PARTE III

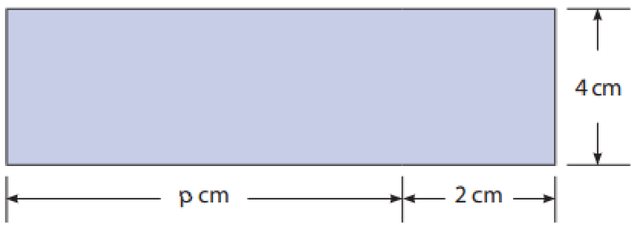
Cálculo Algébrico III – Profº Gabriel Carneiro

<u>Questão 1:</u> Dada a expressão algébrica: $x^{-1} - x^{\frac{1}{2}}$ determine seu valor quando $x = 4/9$.

<u>Questão 2:</u> Determine a expressão que representa o perímetro (soma dos lados de qualquer polígono) das seguintes figuras:



<u>Questão 3:</u> Represente, utilizando uma expressão algébrica, a área do retângulo a seguir:



<u>Questão 4:</u> Complete a tabela abaixo com expressões algébricas, de acordo com as informações:

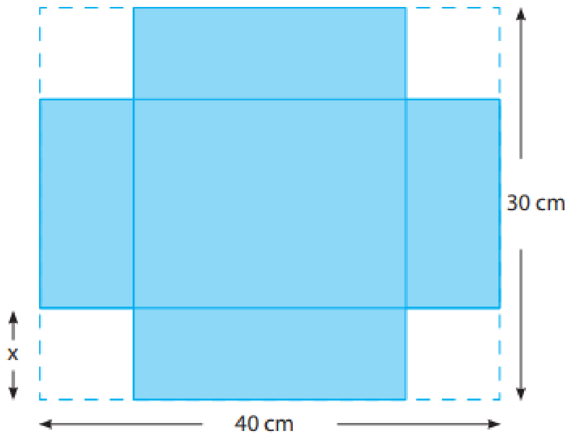
- Tainá recebe de mesada reais.
- Mara recebe o dobro do que recebe Tainá menos R$10,00.
- Eliana recebe R$40,00 reais a mais que Mara.

	Mesada
Tainá	x
Mara	
Eliana	

<u>Questão 5:</u> Associe cada sentença à expressão algébrica que a representa. Para isso, numere adequadamente as linhas da tabela II.

	Tabela I	Tabela II	
1	A metade de um número, menos 3	$\frac{x-3}{2}$	
2	O triplo da soma de um número com 4	$3x+\frac{x}{2}$	
3	O quociente de um número por seu consecutivo	$\frac{x}{2}-3$	
4	A metade da diferença entre um número e 3	$\frac{x}{x+1}$	
5	O triplo de um número somado com sua metade	$3.(x+4)$	

Questão 6: João comprou uma folha de papel cartão retangular para confeccionar uma caixa sem tampa. Para isso, ele cortou em cada canto da folha um quadrado de mesma área, conforme mostra a figura a seguir.



a. Qual é a expressão algébrica que representa a área do fundo da caixa?

b. Se a área de cada quadrado cortado dos cantos é de 36 cm², qual será a área da caixa?

Questão 7: Traduza para a linguagem algébrica cada frase abaixo onde **n** representa um número natural não – nulo.:

a) O dobro de um número natural, mais cinco.

b) A metade de um número natural, menos o quadrado desse mesmo número natural.

c) A terça parte do sucessor de um número natural.

d) O quadrado de um número natural, menos o antecessor desse mesmo número natural.

Questão 8: Elimine os parênteses em cada expressão abaixo:

a) $-(-2x-5)$

b) $-(-x^2+6x-8)$

c) $-(-2x^3-x^2-7x+3)$

d) $-(3x^3-0{,}5x^2-7{,}2x+9)$

Questão 9: Simplifique as expressões abaixo:

a) $E=5x^2+2x-1-(x^2-3x)$

b) $E=(6x^2-1)+3.(2x^2-x-3)$

c) $E=2.(x^2-2x)-2.(2x^2-1)$

d) $E=2.(2x^2+2x-1)+3.(x^2-x-4)$

e) $E=(3x-5)(4-2x)-22x$

f) $E=\frac{6-x}{2x+1}+10x-3$

g) $E=(a+2)(a-1)-(a-2)(a+1)$

h) $E=\frac{p+q}{p-q}-\frac{p-q}{p+q}$

Questão 10: Determine o valor da incógnita em cada equação:

a) 5(x – 8) + x = 4x – 50

b) $\frac{x}{3}+5=\frac{x-1}{2}$

c) $\frac{x}{5}=\frac{x}{3}-2.\frac{x-1}{5}$

d) $\frac{x}{3}+4=\frac{3x}{2}$

e) $6+x=\frac{4x-1}{3}$

f) (4x + 3).(x + 2) = 0

g) $\frac{x}{3}=\frac{x+3}{2}-1+x$

h) $\frac{x}{2}+x=2+\frac{x}{2}$

i) $\frac{x}{3}-5=\frac{-x-4}{3}$

j) $\frac{x}{3}+1=x-\frac{5x+2}{3}$

k) $\frac{2x+3}{x-1}-\frac{1}{x}=2$

Questão 11: Dado os polinômios: J(x) = x^4 + $2x^3$+ 3x – 2 e Q(x) = x^3+ 2x – 1:

a) Calcule P(x) = J(x) . Q(x)
b) Calcule P(2)

GABARITO

1. $\frac{19}{12}$

2. $12X + 8$

3. (4P+8) cm²

4. Mara: 2x – 10
   Eliana: 2x + 30

5. (4)
   (5)
   (1)
   (3)
   (2)

6. $4x^2 - 140x + 1200$

7. (a) $2n + 5$

   (b) $n/2 - n^2$

   (c) $(n + 1)/3$

   (d) $n^2 - (n - 1)$

8. (a) $2x + 5$

   (b) $x^2 - 6x + 8$

   (c) $2x^3 + x^2 + 7x - 3$

   (d) $-3x^3 + 0{,}5x^2 + 7{,}2x - 9$

9. (a) $4x^2 + 5x - 1$

   (b) $12x^2 - 3x - 10$

   (c) $-2x^2 - 4x + 2$

   (d) $7x^2 + x - 14$

   (e) $-6x^2 - 20$

   (f) $\frac{20x^2-7x+6}{2x+1}$

   (g) 2^a

   (h) $\frac{4pq}{p^2-q^2}$

10. (a) – 5

   (b) 33

   (c) 1,5

   (d) 24/7

   (e) 19

   (f) – 2 ou – ¾

   (g) – 3

   (h) 2

   (i) 5,5

   (j) – 1/3

   (k) – 1/4

11. $x^7 + 2x^6 + 2x^5 + 6x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 7x + 2$

APÊNDICE R – PRODUTOS NOTÁVEIS E FATORAÇÃO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

PRODUTOS NOTÁVEIS E FATORAÇÃO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS
QUESTÕES DE VESTIBULAR – Profº Gabriel Carneiro

1. (UTFPR 2018) Dados $A = x + y$, $B = x - y$ e $C = x \cdot y$, para $x \neq y$, $x \neq 0$ e $y \neq 0$. Simplificando a expressão algébrica $\frac{A^2 - B^2}{C}$, obtém-se:

a) 0.
b) $\frac{2y}{x}$.
c) 4.
d) $-\frac{2x}{y}$.
e) $-\frac{2x}{y}$.

2. (IFSC 2017) Após analisar as afirmações a seguir sobre produtos notáveis e fatoração, marque com (V) o que for verdadeiro e, com (F), o que for falso.

( ) $(3a^2 - 2b)^2 = 9a^4 - 12a^2b + 4b^2$
( ) $(a - b)^3 = a^3 - b^3$
( ) $64a^2 - 49b^2 = (8a - 7b)(8a + 7b)$
( ) $4a^2 - 16b^2 = (2a - 4b)^2$
( ) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

Assinale a alternativa que contém a ordem CORRETA de preenchimento dos parênteses, de cima para baixo.

a) V – F – V – F – V.
b) V – V – F – F – F.
c) V – F – V – V – F.
d) F – F – V – V – V.
e) F – V – F – V – V.

3. (UNIOESTE 2017) Considere as seguintes afirmações:

I. $\frac{x^2 + 1}{x + 2} = \frac{x + 1}{2}$, para todo $x \in \mathbb{R}$.
II. $2x + 5 = 2(x + 5)$, para todo $x \in \mathbb{R}$.
III. $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

Assim, é CORRETO afirmar que:
a) somente a afirmação I está correta.

b) somente a afirmação II está correta.
c) somente as afirmações I e II estão corretas.
d) somente a afirmação III está correta.
e) as três afirmações estão corretas.

4. (IFAL 2017) Determine o valor do produto $(3x+2y)^2$, sabendo que $9x^2+4y^2=25$ e $xy=2$.

a) 27.
b) 31.
c) 38.
d) 49.
e) 54.

5. (UTFPR 2017) Um fazendeiro possui dois terrenos quadrados de lados a e b, sendo $a>b$. Represente na forma de um produto notável a diferença das áreas destes quadrados.

a) $(a+b)\cdot(a+b)$
b) $(a+b)\cdot(a-b)$
c) $(a-b)\cdot(a-b)$
d) $(a+b)^2$
e) $(a-b)^2$

6. (IFSC 2018) Considere x o resultado da operação 525^2-523^2.

Assinale a alternativa CORRETA, que representa a soma dos algarismos de x.
a) 18
b) 13
c) 02
d) 17
e) 04

7. (UPE-SSA 2 2017) Quando resolvemos a expressão $(7.777)^2-(2.223)^2$, encontramos o seguinte resultado:

a) $5{,}554\cdot 10^0$
b) $5{,}554\cdot 10^2$
c) $5{,}554\cdot 10^4$
d) $5{,}554\cdot 10^7$
e) $5{,}554\cdot 10^8$

8. (CFTMG 2017) Simplificando a expressão $\dfrac{a^4+b^4+ab^3+a^3b+ab^2+a^2b}{a^2-b^2}$, $a\neq b$, obtém-se:

a) $\dfrac{a}{b}$
b) $\dfrac{a+b}{a-b}$

c) $\dfrac{a^3+ab+b^3}{a-b}$

d) $\dfrac{3(a+ab+b)}{a+b}$

9. (UTFPR 2016) Simplificando a expressão $\dfrac{(x+y)^2-4xy}{x^2-y^2}$, com $x \neq y$, obtém-se:

a) $2-4xy$

b) $\dfrac{x-y}{x+y}$

c) $\dfrac{2xy}{x+y}$

d) $-2xy$

e) $-\dfrac{4xy}{x-y}$

10. (CFTMG 2014) O valor numérico da expressão $\sqrt{68^2-32^2}$ está compreendido no intervalo

a) [30,40[
b) [40,50[
c) [50,60[
d) [60,70[

APÊNDICE S – FATORAÇÃO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS E PRODUTO DE STEVIN

Fatoração de expressões algébricas/Produto de Stevin – Profº Gabriel Carneiro

1. Determine os valores de x que tornam as equações a seguir verdadeiras.

a) $(x + 4)(x - 2) = 0$
b) $(2x + 6)(x - 1) = 0$
c) $(x + 1)(6x - 9) = 0$
d) $4x(x - 3) = 0$
e) $7x(3x - 2) = 0$

2. Determine o conjunto solução das equações a seguir.

a) $\left(\frac{x}{4}+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{x}{9}-\frac{2}{5}\right)=0$

b) $\left(\frac{x}{7}+\frac{2}{5}\right)\left(\frac{x}{10}+\frac{1}{5}\right)=0$

c) $\left(\frac{x}{11}-\frac{3}{44}\right)\left(\frac{3x}{5}-\frac{12}{25}\right)=0$

d) $\left(\frac{5x}{13}-\frac{2}{3}\right)\left(\frac{x}{17}+\frac{6}{7}\right)=0$

e) $\left(\frac{6x}{21}+\frac{5}{7}\right)\left(\frac{13x}{11}+\frac{26}{3}\right)=0$

3. Usando os processos de fatoração, encontre as soluções para as equações abaixo.

a) $4x^2 + 12x + 9 = 0$
b) $25x^2 - 10x + 1 = 0$
c) $196x^2 - 144 = 0$
d) $x^2 + 4x = 0$
e) $x^2 + \frac{x}{9} = 0$
f) $\frac{x^2}{16} + \frac{7x}{2} + 49 = 0$

4. Qual o número racional, diferente de zero, tem o seu quadrado igual à décima parte do seu triplo?

5. Qual o número inteiro que tem o seu quadrado igual a quatro vezes a sua sétima parte?

6. Determine o conjunto solução da seguinte equação:

$$7x + 2x = 9x^2 - 3(x^2 + 2x)$$

7. Resolva as equações.

a) $(2x + 3)(7x + 8)(9x + 3) = 0$
b) $x(11x + 121)(27x + 15) = 0$
c) $(5x + 12)(10x + 26)(x - 16) = 0$
d) $5x(4x - 24)(3x - 36) = 0$
e) $2x(x^2 + x)(13x - 39) = 0$

8. Resolva as equações.

a) $\left(x - \frac{1}{11}\right)\left(3x - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{5x}{2} + \frac{7}{3}\right) = 0$

b) $\left(\frac{2x}{19} + 4\right)\left(\frac{9x}{23} - 18\right)(7x + 8) = 0$

c) $x(9x + 12)\left(\frac{x}{4} - 16\right)\left(x + \frac{7}{4}\right) = 0$

d) $5x(6x - 7)\left(\frac{8x}{9} - \frac{10}{11}\right)\left(12x + \frac{14}{13}\right) = 0$

9. Resolva as equações usando a fatoração e o produto.

a) $(x^2 + 3x + x)(x^2 - 7x)(x^2 - 9) = 0$
b) $(2x + 5)(x^2 + 24x + 144)(9x^2 - 121) = 0$

10. Desenvolva os seguintes produtos de Stevin.

a) $(x + 2)(x - 4)$
b) $(x - 8)(x - 5)$
c) $(x + 6)(x + 7)$
d) $(x - 11)(x + 1)$

11. Desenvolva os seguintes produtos de Stevin.

a) $\left(x + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(x - \frac{5}{2}\right)$

b) $\left(x - \frac{1}{8}\right) \cdot \left(x - \frac{1}{4}\right)$

c) $\left(x + \frac{1}{9}\right) \cdot \left(x + \frac{2}{5}\right)$

d) $\left(x - \frac{2}{5}\right) \cdot \left(x + \frac{2}{9}\right)$

12. Desenvolva os produtos de Stevin a seguir.

a) $(x + 10)(x + K) = x^2 + 18x + 80$

b) $(x - 12)(x - K) = x^2 - 15x + 36$

c) $(x + K)(x + 7) = x^2 + 18x + 77$

d) $(x - K)(x + 3)(x + 4) = x^3 + 6x^2 + 5x - 12$

13. Em cada um dos itens, encontre dois números que resultem na soma e no produto dados.

	X	Y	X + Y	X · Y
a)			12	35
b)			11	24
c)			14	24
d)			19	78

14. Resolva as equações do 2º grau, utilizando a regra da soma e do produto.

a) $x^2 - 7x + 12 = 0$

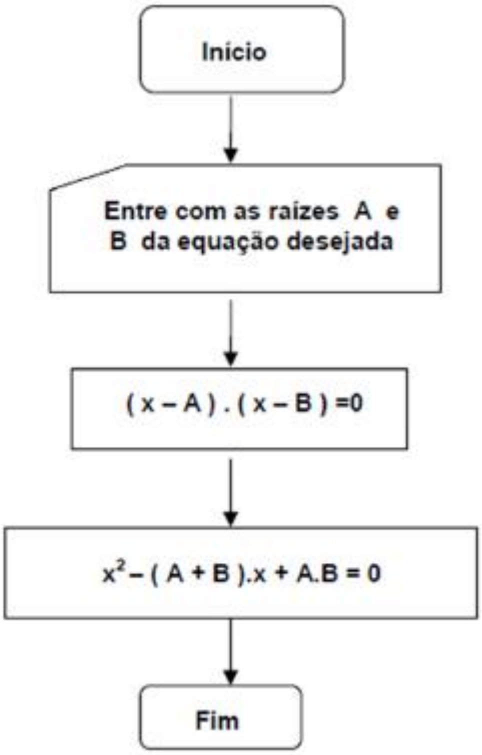
b) $x^2 + 7x - 18 = 0$

c) $x^2 - 10x - 39 = 0$

d) $x^2 - 22x + 105 = 0$

15. Colégio Pedro II 2010 Um *algoritmo* é um procedimento computacional que serve de apoio para a programação de computadores, por meio da descrição de tarefas que devem ser efetuadas. Seguindo pré-determinadas instruções, a partir de valores ou expressões de entrada, é produzido um valor ou expressão de saída.

Considere o algoritmo abaixo que determina uma equação do 2º grau, cujas raízes reais são dois números A e B conhecidos.



a) Observando o algoritmo acima, determine uma equação do 2º grau com raízes 2 e 5.

b) Quais são os valores A e B que devem ser considerados na entrada para que a equação de saída seja $x^2 - 3x - 28 = 0$?

APÊNDICE T – EMENTA DO CURRÍCULO COMUM DA ÁREA DE MATEMÁTICA DA PRIMEIRA SÉRIA DE 2019

EMENTA DO CURRÍCULO COMUM DA ÁREA DE MATEMÁTICA

1ª série

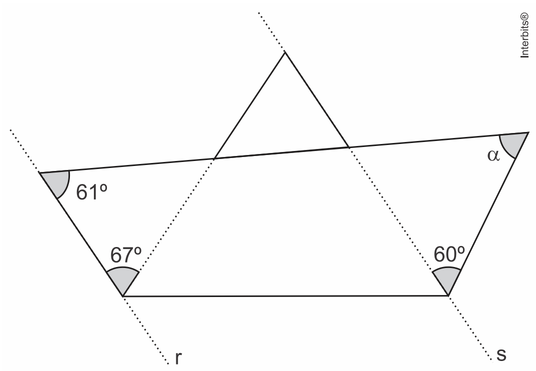
Geometria: conceitos iniciais – Ponto, reta, plano, ângulos. Modelagem geométrica. Retas paralelas cortadas por transversal. Estudo dos triângulos. Estudo de Conjuntos. Teorema de Tales. Teorema das Bissetrizes. Semelhança de Triângulos. Conjuntos Numéricos. Intervalos Reais. Funções: conceitos iniciais. Função Afim. Função Quadrática. Quadriláteros e propriedades. Relações métricas no triângulo retângulo. Teorema de Pitágoras. Circunferência e círculo: definições e elementos. Posições relativas entre duas circunferências. Posições relativas entre reta e circunferência. Teorema de Pitot. Ângulos na circunferência. Relações métricas na circunferência***. Introdução a Matemática Financeira (porcentagem, aumentos e descontos e variação porcentual).***

APÊNDICE U – ATIVIDADE DE ESTUDO DE CONCEITOS FUNDAMENTAIS DE GEOMETRIA UTILIZANDO ELEMENTOS DE EQUAÇÕES DO 1°GRAU E CONJUNTOS – I

Equipe de matemática da 2ª série - 2019

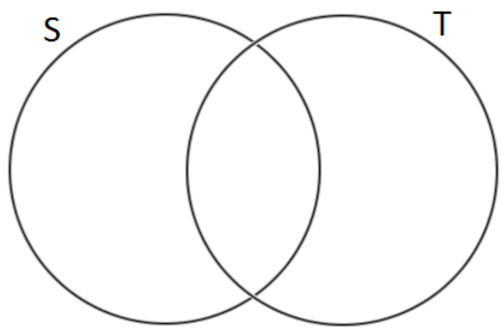
ATIVIDADE COMPLEMENTAR 1

Questão 1: (G1 - ifpe 2018) Eva é aluna do curso de Construção Naval do campus Ipojuca e tem mania de construir barquinhos de papel. Durante a aula de desenho técnico, resolveu medir os ângulos do último barquinho que fez, representado na imagem a seguir. Sabendo que as retas suportes, r e s, são paralelas, qual a medida do ângulo α destacado?



a) $52°$.
b) $60°$.
c) $61°$.
d) $67°$.
e) $59°$.

Questão 2: Sabe-se que S é um círculo, contido em um plano α, T é um outro círculo, contido no mesmo plano α e que A, B, C, D, E, F e G são pontos pertencentes ao mesmo plano. Dados os conjuntos S∩T = {A, B, D}, S = {A, B, C, D} e S∪T = {A, B, C, D, E, F,G}, represente no diagrama abaixo os conjuntos S e T.



Questão 3: (G1 - cftmg 2017) Sejam dois ângulos x e y tais que $(2x)$ e $(y+10°)$ são ângulos complementares e

$(5x)$ e $(3y - 40°)$ são suplementares.

O ângulo x mede
a) $5°$.
b) $10°$.
c) $15°$.
d) $20°$.

Questão 4: A figura a seguir apresenta quatro pontos distintos e colineares, A, B, C e D. Marque V ou F:

a) ( ) $\overline{AB} \cup \overline{BC} = \overline{AC}$

b) ( ) $\overline{AC} \cap \overline{BD} = \overline{BC}$

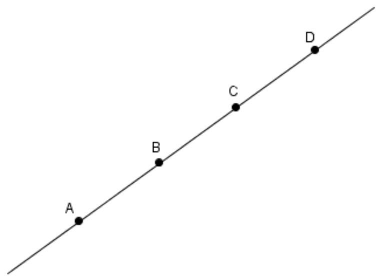
c) ( ) $\overline{BC} \cup \overline{AB} = \overrightarrow{AC}$

d) ( ) $\overrightarrow{BC} \cup \overrightarrow{CB} = r$

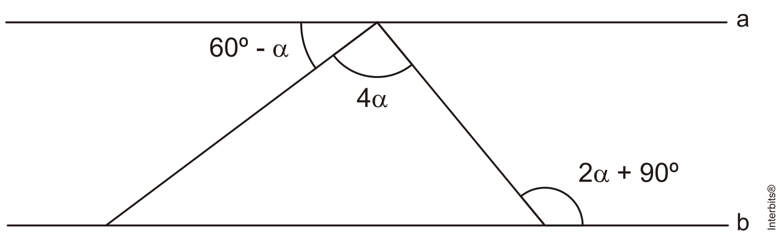
e) ( ) $\overrightarrow{CD} \cup \overrightarrow{BA} = r - \overline{BC}$

f) ( ) $\overline{AD} \cap \overline{BC} = \overline{BC}$

g) ( ) $\overrightarrow{CD} \cup \overrightarrow{BD} = \overline{BD}$



Questão 5: (Mackenzie 2014) Na figura abaixo, a e b são retas paralelas.



A afirmação correta a respeito do número que expressa, em graus, a medida do ângulo α é

a) um número primo maior que 23.

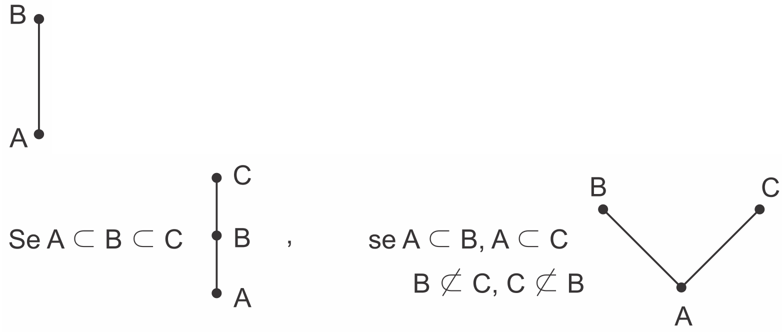
b) um número ímpar.

c) um múltiplo de 4.

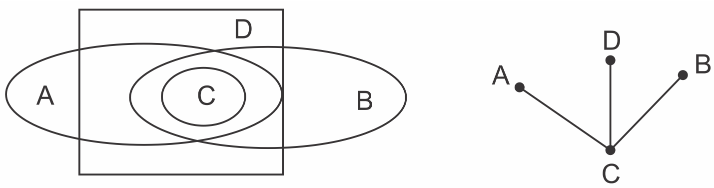
d) um divisor de 60.

e) um múltiplo comum entre 5 e 7.

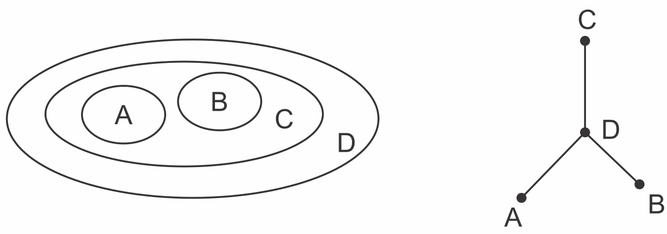
Questão 6: 1. (Ufla 2006) Um modo prático e instrutivo de ilustrar as relações entre conjuntos é por meio dos chamados diagramas de linhas.
Se A é um subconjunto de B, $A \subset B$, o diagrama é da forma



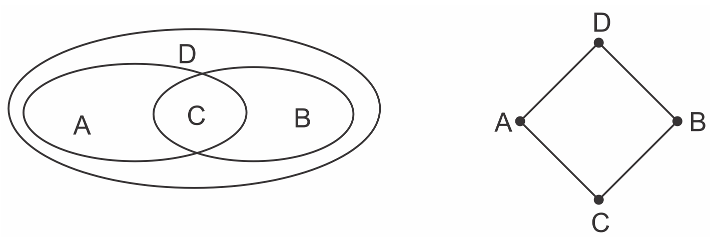
Uma outra forma de expressar tais relações é o diagrama de Venn. Nas opções abaixo, o diagrama de Venn está relacionado ao diagrama de linhas. Assinale a opção INCORRETA.



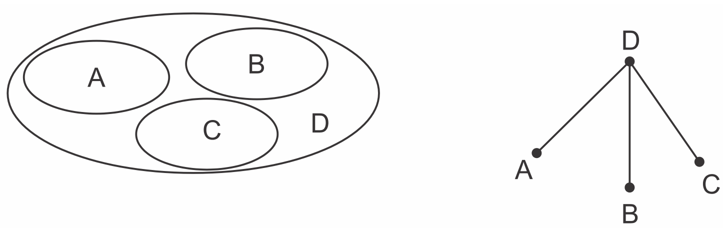
a)



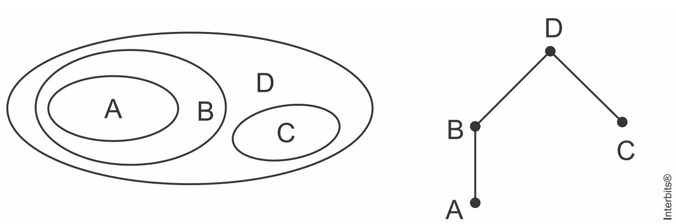
b)



c)

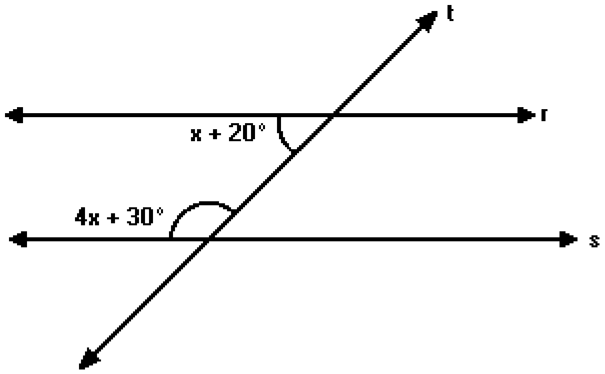


d)



e)

Questão 7: (Unaerp 1996) As retas r e s são interceptadas pela transversal "t", conforme a figura. O valor de x para que r e s seja, paralelas é:



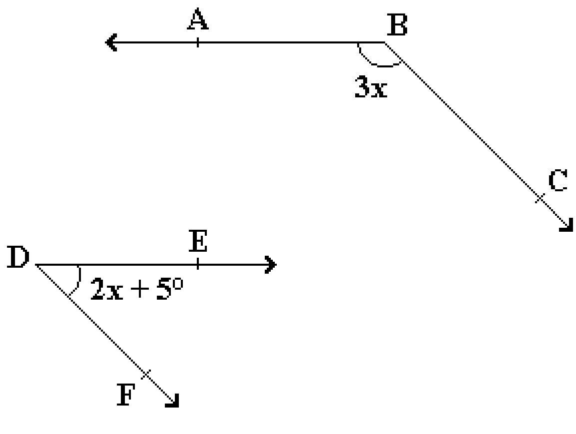
a) 20°
b) 26°
c) 28°
d) 30°
e) 35°

Questão 8: (G1 1996)

a) A metade de um ângulo menos a quinta parte do seu complemento mede 38°. Qual é esse ângulo?

b) 2/3 do complemento de um ângulo mais 1/5 do suplemento do mesmo ângulo perfazem 70°. Qual é esse ângulo?

Questão 9: (G1 1996) Calcule os ângulos B e D; onde AB//DE e BC//DF.



GABARITO:

1. E
2.
3. D
4. Todas verdadeiras, exceto a C
5. D
6. B
7. B
8. (a) 80º (b) 30º
9. 35º

APÊNDICE V – ATIVIDADE DE ESTUDO DE CONCEITOS FUNDAMENTAIS DE GEOMETRIA UTILIZANDO ELEMENTOS DE EQUAÇÕES DO 1°GRAU E CONJUNTOS – II

Equipe de matemática da 2ª série - 2019

ATIVIDADE COMPLEMENTAR 2

Questão 1: (G1 1996) Observe a figura a seguir e classifique em verdadeira ou falsa cada uma das afirmações:

a) ( ) $A \in r$

b) ( ) $AE \cup EB = AB$

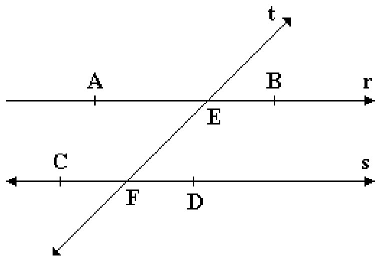
c) ( ) $EB \subset r$

d) ( ) AB e EB são segmentos colineares

e) ( ) AE e EF são segmentos consecutivos

f) ( ) r, s e t são retas paralelas

g) ( ) $r \cap s = \{ F \}$



Questão 2: (Fuvest 1998) As retas t e s são paralelas. A medida do ângulo x, em graus, é

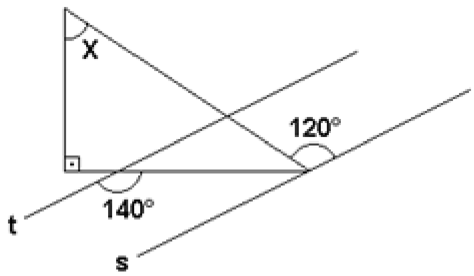
a) 30

b) 40

c) 50

d) 60

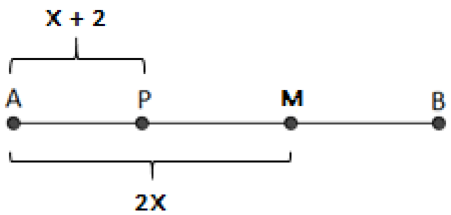
e) 70



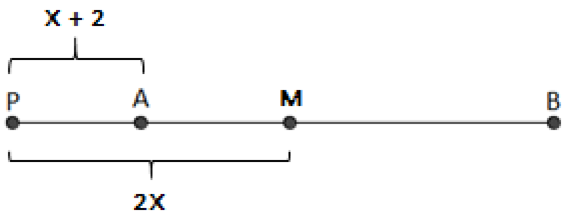
Questão 3: (G1 1996) Dados dois pontos distintos A e B responda:

a) Quantas retas você pode traçar passando pelo ponto A?
b) Quantas retas você pode traçar passando pelo ponto B ?
c) Quantas retas você pode traçar passando por A e B ao mesmo tempo?

Questão 4: (G1 1996) Nas figuras seguintes **M** é ponto médio de **PB** e **AB =** 25 cm. Encontre x:

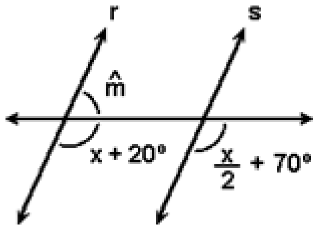


(a)

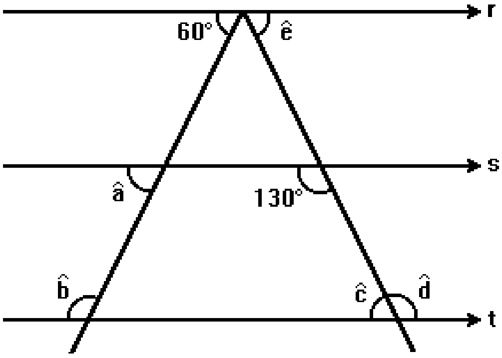


(b)

Questão 5: (G1 1996) Sendo r//s calcule o ângulo m. Justifique.



Questão 6: (G1 1996) Na figura a seguir r//s e s//t. Nestas condições determine as medidas indicadas. Justifique.



Questão 7: (G1 1996) Dois ângulos são complementares e suas medidas são x e y. Sabe-se também, que o dobro da medida do menor ângulo é igual a medida do maior aumentada de 30°. Calcule x e y.

Questão 8: (G1 1996) Observe a figura e complete com os símbolos ∈, ∉, ⊂, ⊄

a) A_____r

b) B_____r

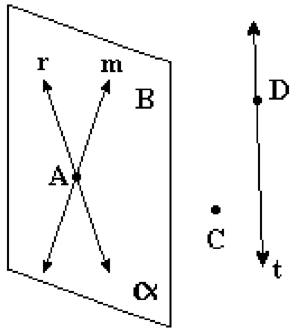
c) r_____α

d) c_____ α

e) t_____ α

f) D_____t

g) A_____m



Questão 9: (Fuvest 1996) Na figura adiante, as retas r e s são paralelas, o ângulo 1 mede 45° e o ângulo 2 mede 55°. A medida, em graus, do ângulo 3 é:

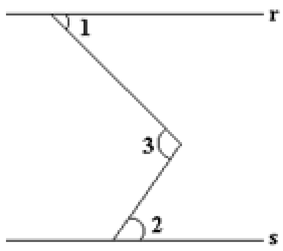
a) 50

b) 55

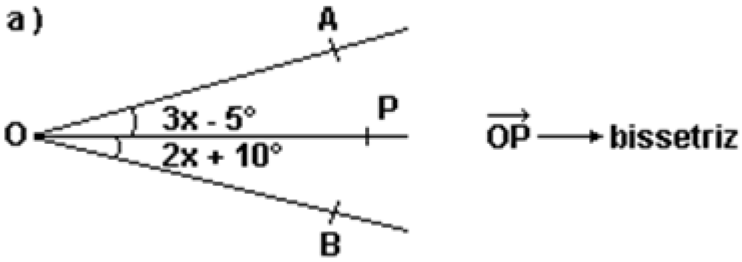
c) 60

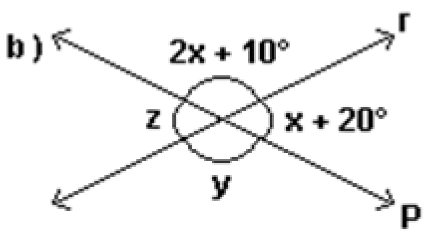
d) 80

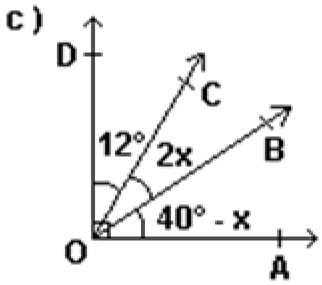
e) 100



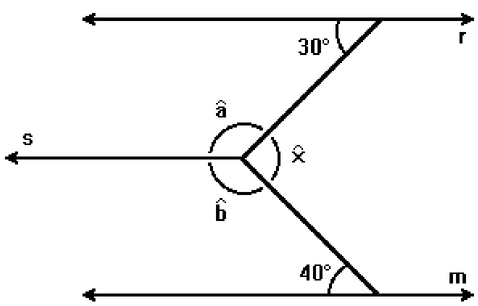
Questão 10: (G1 1996) Determine x, y, z nas figuras a seguir:







Questão 11: (G1 1996) Na figura a seguir determine x sabendo que r//s e s//m. Justifique.

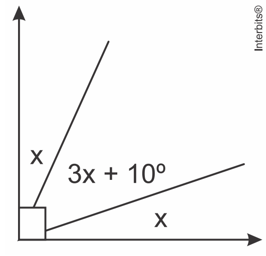


Questão 12: (G1 - utfpr 2015) Calcule o valor de x, em graus, na figura:

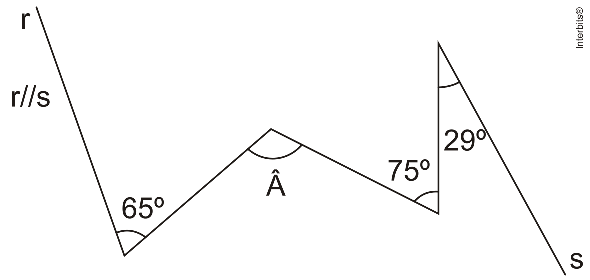
a) 16.

b) 10.

c) 20.
d) 58.
e) 32.



Questão 13: (G1 - cftpr 2006) Numa gincana, a equipe "Já Ganhou" recebeu o seguinte desafio:
Na cidade de Curitiba, fotografar a construção localizada na rua Marechal Hermes no número igual à nove vezes o valor do ângulo Â da figura a seguir:



Se a Equipe resolver corretamente o problema irá fotografar a construção localizada no número:
a) 990.
b) 261.
c) 999.
d) 1026.
e) 1260.

Questão 14: (G1 - cftce 2006) Dois ângulos são suplementares. Os 2/3 do maior excedem os 3/4 do menor em 69°. Determine os ângulos.

<u>Gabarito</u>:

1. (a) V
   (b) V
   (c) V
   (d) V
   (e) V
   (f) F
   (g) F

2. A

3. (a) Infinitas
   (b) Infinitas
   (c) 1

4. (a) x = 9 cm
   (b) x = 9 cm

5. m = 60º

6. a = 60º
   b = 120º
   c = e = 50º
   d = 130º

7. x = 40º
   Y = 50º

9. E

10. (a) x = 15º
    (b) x = 50º
    (c) z = 70º, y = 110º

11. x = 70º, a = 150º e b = 140º

12. x = 16º

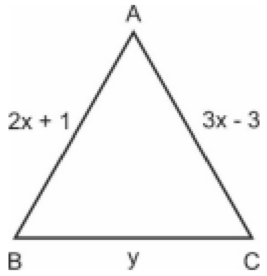
13. C

14. x = 144º

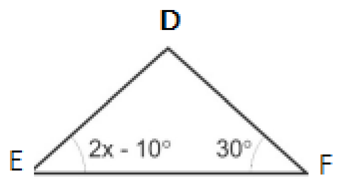
APÊNDICE X – ATIVIDADE COMPLEMENTAR DE TRIÂNGULOS ENVOLVENDO CONCEITOS DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1°GRAU - III

Atividade complementar - Triângulos
Equipe de matemática da 2ª série - 2019

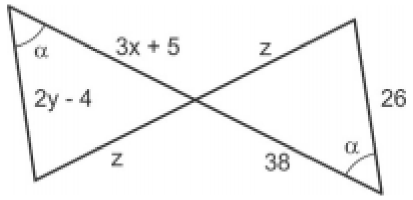
Questão 1: Sabendo que ABC é equilátero e DEF é isósceles, calcule os valores desconhecidos:



(a)



(b)

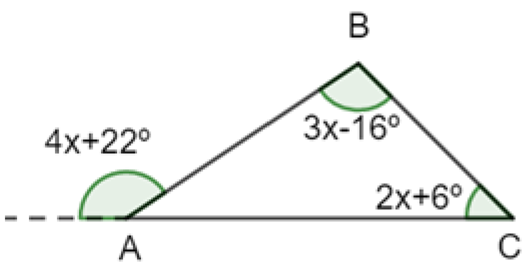


(c)

Questão 2: Um triângulo ABC possui lados AB = BC = 30 cm. Além disso, a bissetriz BD desse triângulo, relativa ao lado AC, divide o ângulo B em dois ângulos de 60º. Qual é a medida dos segmentos AD e CD?

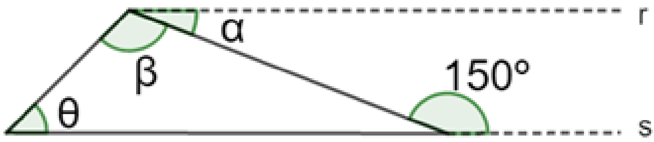
Questão 3: Um triângulo isósceles ABC, com AB = AC, possui lado AB que mede 6 cm. Sabendo que o ângulo A mede 60°, qual é a medida da base BC desse triângulo?

Questão 4: Calcule o valor de x no triângulo abaixo.

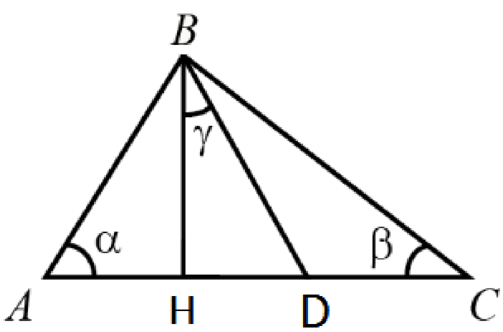


<u>Questão 5</u>: Em um triângulo isósceles o ângulo do vértice é a metade de cada um dos ângulos da base. Quanto mede cada um dos ângulos do triângulo.

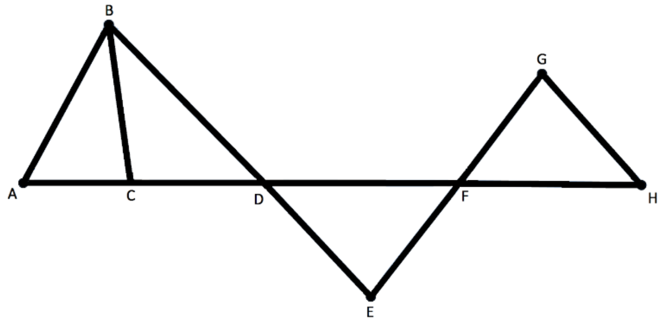
<u>Questão 6</u>: Na figura abaixo, em que r//s. Sabe-se que α + β = 135º. Calcule as medidas de α, β, e θ.



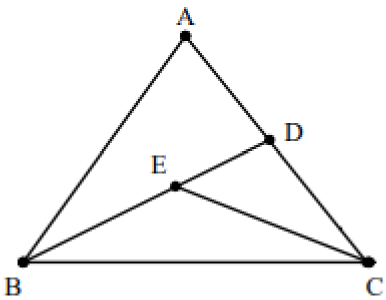
<u>Questão 7</u>: No triângulo ABC abaixo, sabe-se que BD uma bissetriz e BH é uma altura do triângulo ABC, α = 50º e β = 40º. Calcule γ.



<u>Questão 8</u>: Na figura abaixo, BC é bissetriz do triângulo ABD, os ângulos CAB, ABC, DEF, FGH e GHF medem, respectivamente, 3x, 2x, 5x, 6x e 2x. Quanto vale x?

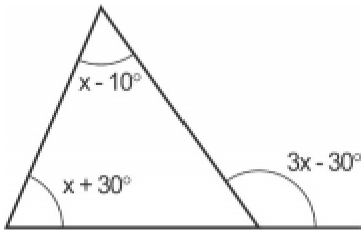


<u>Questão 9</u>: No triângulo ABC, AB mede o dobro do valor de AD, que por sua vez tem a mesma medida de DC. Sabe-se também que DE mede 5cm, enquanto que BE 10cm. Quanto mede EF, sendo F o ponto de encontro entre AB e o prolongamento de CE?

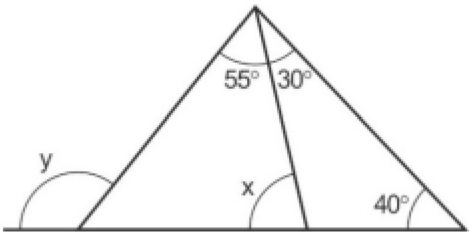


<u>Questão 10</u>: Nas figuras abaixo, qual o valor de x?

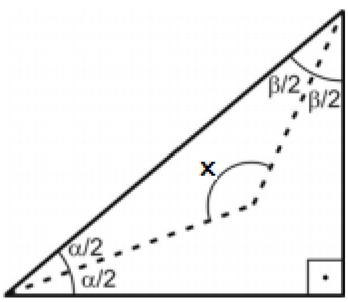
(a)



(b)



(c)



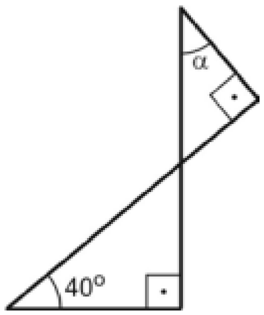
<u>Questão 11</u>: É possível construir um triângulo com lados que medem 8 cm, 5 cm e 18 cm? Por que?

<u>Questão 12</u>: Um triângulo isósceles tem um lado com 10 cm e outro com 24 cm. Determine o comprimento do terceiro lado.

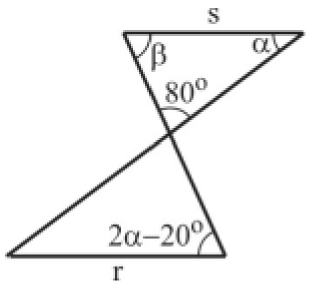
<u>Questão 13</u>: As bissetrizes de dois ângulos adjacentes a um lado de um triângulo formam um ângulo de 120º. Sabendo que um desses dois ângulos mede 70º, determine a medida do outro.

Questão 14: Encontre os valores desconhecidos:

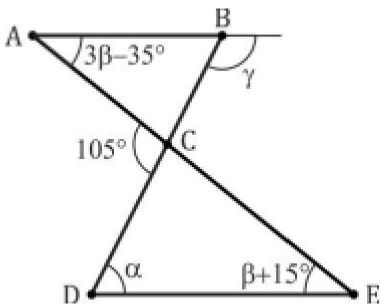
(a)



(b)



(c)



(d)