



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM  
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

JOELSON ALVES LIMA FORMIGA

**A EDUCAÇÃO FINANCEIRA E SUA RELEVÂNCIA NO ENSINO MÉDIO**

BELÉM-PA

2019

JOELSON ALVES LIMA FORMIGA

**A EDUCAÇÃO FINANCEIRA E SUA RELEVÂNCIA NO ENSINO MÉDIO**

Dissertação apresentada como requisito básico para obtenção de título de Mestre em Matemática no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Instituto de Ciências Exatas e Naturais da Universidade Federal do Pará.

Orientador: Prof. Dr. Renato Fabrício Costa Lobato.

BELÉM-PA

2019

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD  
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará  
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a)  
autor(a)**

---

A474e Alves Lima Formiga, Joelson  
A Educação Financeira e sua relevância no Ensino  
Médio / Joelson Alves Lima Formiga. — 2019.  
89 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Renato F Costa Lobato  
Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em  
Matemática em Rede Nacional, Instituto de Ciências Exatas  
e Naturais, Universidade Federal do Pará, Belém, 2019.

1. Cidadania Financeira. Educação Financeira.  
Matemática Financeira. Tecnologia da Informação e  
Comunicação.. I. Título.

---

CDD 510

**Joelson Alves Lima Formiga**

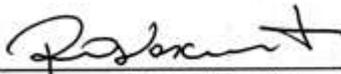
**A EDUCAÇÃO FINANCEIRA E SUA RELEVÂNCIA NO ENSINO MÉDIO**

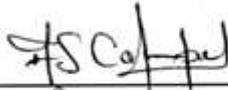
Dissertação apresentada como requisito básico para obtenção de título de Mestre em Matemática no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Instituto de Ciências Exatas e Naturais da Universidade Federal do Pará.  
Orientador: Prof. Dr. Renato Fabrício Costa Lobato.

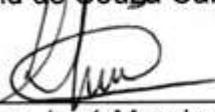
Data de aprovação: 17/12/2019

Banca Examinadora

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Renato Fabrício da Costa Lobato – PROFMAT/ICEN/UFPA

  
\_\_\_\_\_  
Profa. Dra. Rúbia Gonçalves Nascimento – PROFMAT/ICEN/UFPA

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Anderson David de Souza Campelo – PROFMAT/ICEN/UFPA

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Gesson José Mendes Lima – SEDUC PARÁ

Belém-Pa

2019

Dedico este trabalho à minha mãe, minha esposa e meu filho que sempre estão ao meu lado em todos os momentos da minha vida.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus pela minha saúde e por essa etapa conquistada.

À minha mãe, esposa e filho, por participarem desse objetivo alcançado.

À Universidade Federal do Pará pela oportunidade de participar desse programa de mestrado profissional em matemática através da dedicação dos docentes que transmitiram os seus conhecimentos e suas experiências.

Ao Prof. Dr. Renato Fabrício Costa Lobato, pela sua disponibilidade em trazer orientações para esse trabalho.

Ao Coordenador Prof. Dr. Valcir João da Cunha Farias e a atual coordenadora Prof<sup>a</sup>. Dra. Rubia, pelo empenho a esse programa de mestrado.

A equipe da secretaria do (PROFMAT – Belém) pelo o atendimento e demandas dos discentes

Aos colegas de turma (PROFMAT – Belém/2017) que contribuíram com as suas experiências e conhecimentos em Matemática.

*“A Matemática apresenta invenções tão sutis que poderão servir não só para satisfazer os curiosos como, também, para auxiliar as artes e poupar trabalho aos homens”.*

*René Descartes.*

## RESUMO

A proposta deste estudo é mostrar a importância da Educação Financeira para os discentes do Ensino Médio iniciando pelo programa desenvolvido através do Banco Central do Brasil, Cidadania Financeira, e seus progressos dentro dos eixos: inclusão financeira, proteção ao consumidor e educação financeira dentro do ambiente escolar, sendo a educação financeira a abordagem principal nesse trabalho com uso da matemática financeira de forma enfática nas resoluções de problemas, mas não de forma enfadonha, mas usando Tecnologia de Informação e Comunicação (TICs) como as planilhas eletrônicas através da função financeira e os simuladores on-line e aplicativos, por exemplo: A Calculadora Cidadã do Banco Central do Brasil (BACEN) nas resoluções de problemas para tomada decisão conforme a BNCC está determinando.

**Palavras-chave:** Cidadania Financeira. Educação Financeira. Matemática Financeira. Tecnologia da Informação e Comunicação.

## **ABSTRACT**

The purpose of this study is to show the importance of Financial Education for High School students starting with the program developed through the Central Bank of Brazil, Financial Citizenship, and its progress within the axes: financial inclusion, consumer protection and financial education within the environment. financial education being the main approach in this work with the use of financial mathematics emphatically in problem solving, but not tiresome, but using Information and Communication Technology (ICTs) as spreadsheets through the financial function and online simulators and applications, for example: The Central Bank Citizen Calculator (BACEN) in problem-solving decision making as the BNCC is mandating.

**Keywords:** Financial Citizenship. Financial education. Financial math. Communication and Information Technology.

## **LISTA DE SIGLAS**

SFN	Sistema Financeiro Internacional
BACEN	Banco Central do Brasil
BNCC	Base Nacional Curricular Comum.
COREMEC	Comitê de Regulação e Fiscalização dos Mercados Financeiros, de Capitais, de Seguros, de Previdência e Capitalização.
CVM	Comissão de Valores Imobiliários
OCDE	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico
ENEF	Estratégia Nacional de Educação Financeira
MEC	Ministério de Educação e Cultura.
SUSEPE	Superintendência de Seguros Privados.
SPC	Serviço de Proteção ao Consumidor
CDNL	Confederação Nacional dos Dirigentes Lojistas

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Cidadania Financeira	19
Figura 2 - BANCARIZAÇÃO X IPCA acum.12 meses	20
Figura 3 - BANCO CENTRAL DO BRASIL	21
Figura 4 - Calculadora Online de Juros Simples	41
Figura 5 - Calculadora online de Juros Simples 2	41
Figura 6 - Valor Futuro em Juros Compostos	43
Figura 7 - Calculadora do cidadão – Valor futuro de um capital	44
Figura 8 - Calculadora Online de Juros Composto	44
Figura 9 - Comparação gráfica entre os Sistemas de Capitalizações	45
Figura 10 - Fluxo de Caixa em Pagamentos Postecipadas	47
Figura 11 - Cálculo da Prestação	49
Figura 12 - Financiamento com Prestações Fixas	50
Figura 13 - Cálculo da Prestação	51
Figura 14 - Calculadora do cidadão - Financiamento com Prestações Fixas	51
Figura 15 - Fluxo de Caixa em Pagamentos Antecipados	52
Figura 16 - Cálculo da Prestação	53
Figura 17 - Fluxo de Caixa em Pagamentos Diferidos	54
Figura 18 - Cálculo do Valor Presente 1	55
Figura 19 - Cálculo do Valor Presente 2	56
Figura 20 - Financiamento	61
Figura 21 - Simulador –Tabela Price	61
Figura 22 - Tabela SAC 1	63
Figura 23 - Tabela SAC 2	63
Figura 24 - Tabela Price 1	65
Figura 25 - Tabela Price 2	66
Figura 26 - Comparação entre SAC e PRICE	67
Figura 27 - Taxa Mensal - Vs - Anual	69
Figura 28 - Taxas Equivalentes	69
Figura 29 - Taxa Nominal x Taxa Efetiva	71
Figura 30 - Boleto Bancário	77
Figura 31 - Taxas Equivalentes	77
Figura 32 - Juros Simples	77

Figura 33 - Comprar ou Alugar 1	78
Figura 34 - Comprar ou Alugar 2	79
Figura 35 - Caso 1	79
Figura 36 - Caso 2	80
Figura 37 - Oferta de Financiamento	80
Figura 38 - Valor Presente	81
Figura 39 - Saldo Devedor	82
Figura 40 - Simulador 1	82
Figura 41 - Simulador 2	83

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Regime de Capitalização Simples	40
Quadro 2 - Regime de Capitalização Composta	42
Quadro 3 - Sistema Price	59
Quadro 4 - SAC	62

## SUMÁRIO

<b>1.</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>14</b>
1.1.	Tema de Investigação	14
1.2.	Objetivo Geral	15
1.3.	Objetivos específicos	15
1.4.	Procedimentos Metodológicos	15
<b>2.</b>	<b>O PROCESSO DE FORMAÇÃO DA CIDADANIA FINANCEIRA NO BRASIL</b>	<b>17</b>
2.1.	Cidadania	17
2.2.	Cidadania Financeira	18
2.2.1.	Inclusão Financeira	22
2.2.2.	O Que é Meu Score?	24
2.2.3.	Proteção ao Consumidor	25
2.3.	A trajetória da Educação Financeira no Brasil	26
<b>3.</b>	<b>EDUCAÇÃO FINANCEIRA E O ENSINO DA MATEMÁTICA</b>	<b>31</b>
3.1.	Educação Financeira e Escolar	31
3.2.	Educação Financeira e a BNCC	34
3.3.	Educação Financeira X Matemática Financeira	36
3.4.	Ferramentas da Matemática Financeira na Educação Financeira	38
3.4.1.	Conceitos de Capital, Taxa, Juros e Montante.	38
3.4.2.	Regime de Capitalização	39
3.4.3.	Séries de Pagamentos	46
3.4.4.	Séries Uniformes de Pagamentos Postecipados	47
3.4.5.	Amortizações	58
3.4.6.	Taxas de Juros	67
<b>4.</b>	<b>AS TIC'S NA MATEMÁTICA: PLANILHAS ELETRÔNICAS E SIMULADORES</b>	<b>75</b>

<b>5. PROPOSTA DE RESOLUÇÕES DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA PARA TOMADA DE DECISÕES</b>	<b>76</b>
<b>6. CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>84</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>85</b>

## **1. INTRODUÇÃO**

A Educação Financeira estuda o controle do dinheiro, a entrada e saída de recursos. Quando falamos em dinheiro, as pessoas, no geral, dizem: “dinheiro é feito para gastar”. No entanto, sabemos que na prática, a maioria não tem controle sobre as suas finanças, logo, a Educação Financeira ensinada no ambiente escolar brasileiro pretende contribuir para uma mudança, sobre o uso do dinheiro de uma forma coerente, por isso que órgãos governamentais começaram a trabalhar e formar parceria com outros setores da sociedade em relação a esse tema tão importante. O cidadão que possui uma boa educação financeira tem uma melhor qualidade de vida.

Com a implantação do Plano Real a economia brasileira começou a melhorar, pois, a inflação foi controlada. As instituições financeiras expandiram créditos a vários setores da economia inclusive as pessoas físicas, nesse sentido, pela oportunidade do crédito elas entraram num processo de endividamento, devido isto, entra a importância do tema educação financeira.

Nesse contexto o Banco Central do Brasil é o responsável pelo andamento de funcionamento do crédito no Brasil, viu a necessidade de trabalhar esse tema, a partir disto, em 2003, surgiu o Programa de Educação Financeira, cujo objetivo é formar um cidadão administrador de suas finanças.

Diante disso, foi criado o Estratégia Nacional Educação Financeira (ENEF), cujo desenvolve o programa de educação financeira nas escolas brasileiras, para formar cidadãos conscientes em relação a economia e tomar decisões coerentes sobre suas finanças.

### **1.1. Tema de Investigação**

A proposta deste estudo é mostrar a importância da Educação Financeira para os discentes do Ensino Médio, iniciando pelo programa desenvolvido através do Banco Central do Brasil, Cidadania Financeira, e seus progressos dentro dos eixos: inclusão financeira, proteção ao consumidor e educação financeira dentro do ambiente escolar.

## **1.2. Objetivo Geral**

Apresentar a educação financeira concomitante ao uso dos conhecimentos de matemática financeira através dos recursos pedagógicos das TICs (Tecnologia de Comunicação e Informação).

## **1.3. Objetivos específicos**

1. Demonstrar a Matemática Financeira como ferramenta na Educação Financeira;
2. Trabalhar situações práticas com conhecimento das tecnologias para decidir sobre finanças no ambiente escolar;
3. Demonstrar o ensino da Matemática no espaço escolar da educação básica, com a criação de diretrizes para educação financeira, e a matemática financeira como elo importante nesse processo.

## **1.4. Procedimentos Metodológicos**

Esta pesquisa partiu de um estudo bibliográfico, pautado em autores que pesquisam e discutem a educação financeira, apontada nesta pesquisa, concomitante ao uso dos conhecimentos de matemática financeira através dos recursos pedagógicos das TICs.

A nossa proposta é trabalhar a educação financeira através de situações reais por meio de resoluções de problemas matemáticos, que utilizarão ferramentas on-line e off-line das TICs, para agilizar o resultado e conscientizar os alunos da importância do tema e trazer uma forma simples para os professores de matemática usarem com os alunos na sala de aula com o uso da calculadora simples e aplicativo dos celulares dos alunos e levá-los a sala de informática para trabalhar as planilhas eletrônicas, usando as funções financeiras para solucionar resoluções de problemas. Nesse sentido, este trabalho foi dividido em 4 capítulos:

O capítulo 2, relata sobre a formação da cidadania financeira no Brasil, em que mostra a questão da inclusão financeira dos brasileiros no sistema financeiro, e como esse cidadão teria assegurado os seus direitos contra qualquer irregularidade

realizada pelas instituições, e o processo do tema Educação Financeira no Brasil até a implantação da BNCC, e o seu andamento atual.

O capítulo 3, traz o tema relacionado com o ensino da Matemática no espaço escolar da educação básica, com a criação de diretrizes para educação financeira, no sentido da matemática financeira como elo importante para exemplificação desse tema.

O capítulo 4, explicita uma breve abordagem sobre o uso da TICs no ambiente escolar, especificamente no ensino da matemática.

O capítulo 5, mostramos as resoluções de problemas, com uso da tecnologia disponível na escola, para as tomadas de decisões.

## **2. O PROCESSO DE FORMAÇÃO DA CIDADANIA FINANCEIRA NO BRASIL**

### **2.1. Cidadania**

A origem da palavra cidadania, de acordo com o Banco Central do Brasil (2018), está relacionada ao período antigo grego, pois, para ser considerado cidadão, tinha que fazer parte de um grupo seletivo de pessoas que tinham participação nas decisões, as quais refletiam na coletividade, isso significava que pessoas do sexo masculino de um grupo inferior, as mulheres e estrangeiros não eram considerados cidadãos.

Na definição atual do conceito, herdou-se da Grécia Antiga a ideia de exercício do poder na esfera pública, por meio, por exemplo, da participação em eleições e audiências públicas. Contudo, além de perder seu caráter elitista, estendendo-se à quase totalidade dos residentes de um país, o escopo da “cidadania” ampliou-se significativamente, passando a abarcar, além dos direitos políticos (participação no governo da coisa pública), os direitos civis (direito à vida, direitos de ir e vir, liberdade de consciência e expressão, direito à justiça) e sociais (moradia, trabalho, saúde, educação (BACEN, 2018, p.14).

Como foi citado acima, o conceito de ‘cidadania’ adquiriu uma outra roupagem no período dos séculos 17 e 18, onde ocorreram as revoluções burguesas, como a Revolução Francesa, que caracterizou o início do cidadão moderno, este teria uma participação mais efetiva com as autoridades da nação pela qual prevalece a vontade popular e o término dos privilégios estatutivos, com isso, surgem de maneira codificada deveres e direitos dos que participam em comunidade.

Segundo Carvalho (2012), após a queda da ditadura militar em 1985, buscou-se a implantação da democracia no estado brasileiro, um dos carimbos desse movimento realizado por vários segmentos da sociedade - intelectuais, políticos, dirigentes de associações e outros - é a palavra cidadania, na qual foi usada no lugar da palavra povo, como o trecho do livro diz, não se utiliza mais “o povo isto ou aquilo”, diz “a cidadania quer”. Nesse contexto, com a visibilidade dessa palavra, a Constituição é chamada de Cidadã.

Carvalho, relata no seu livro que mesmo com o inesperado falecimento de Tancredo, a retomada da democracia, em 1985, reconstruiu-se com razoável ordem e até momentos de 2012, sem involução, essa constituição é considerada a mais avançada que esta nação já praticou, por isso o seu nome é Constituição Cidadã.

## 2.2. Cidadania Financeira

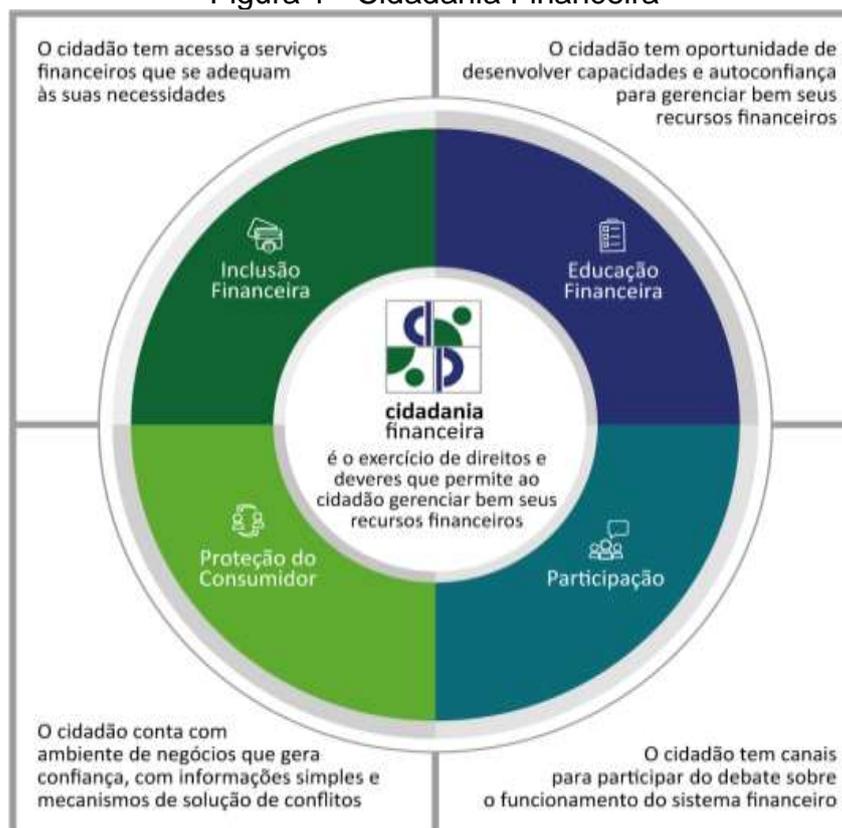
Realizado um breve relato sobre cidadania, nos aspectos históricos, entraremos agora em um tema bem atual que se chama Cidadania Financeira, cujo é um braço da cidadania, pois trabalha com a questão de finanças. O seu conceito foi fruto do trabalho do Banco Central do Brasil, através de uma equipe experiente no assunto que teve a iniciativa desse projeto, mas percebeu que esse tema é de interesse de outros segmentos da sociedade. Para colocar esse projeto em ação, o primeiro passo foi o conhecimento em literaturas e a busca de um debate sobre o tema abordado, tanto no âmbito nacional e internacional, cuja pauta é a de inclusão financeira e educação financeira, a questão da proteção do consumidor com relação a serviços financeiros e a participação no diálogo no sistema financeiro. Assim chegaram a um conceito, “Cidadania financeira é o exercício de direitos e deveres que permite ao cidadão gerenciar bem seus recursos financeiros” (BACEN, 2018, p. 7).

Conforme BACEN (2018), um debate nacional sobre cidadania financeira fez uma publicação a respeito de educação financeira no Brasil com sustentabilidade, em 2012, ele relatou o conceito de cidadania financeira na questão de direitos e deveres, nesse contexto, no fórum realizado pelo BACEN, em 2013, sobre inclusão financeira, fez o lançamento do Programa de Cidadania. No ano de 2014, na finalização dos períodos dos fóruns sobre o tema de inclusão financeira, ampliou-se o debate com um novo conceito de Cidadania Financeira, fruto do aumento do alvo e com um atual tratamento.

O desenvolvimento da cidadania financeira se dá por meio de um contexto de inclusão financeira, de educação financeira, de proteção do consumidor de serviços financeiros e de participação no diálogo sobre o sistema financeiro. (BACEN, 2018, p. 7)

Nesse contexto, temos uma logomarca desse projeto que também faz um arcabouço mais claro desses quatro contextos, nos quais iremos trazer informações breves sobre inclusão financeira e proteção do consumidor, pois o enfoque será do trabalho a trajetória da educação financeira no Brasil.

Figura 1 - Cidadania Financeira



Fonte: BACEN (2018).

No princípio dos anos 90, a economia brasileira começou a se estabilizar através do Plano Real, deixamos naquele momento um passado inflacionário e, com isso, ampliou-se a questão da oferta do crédito, esta expansão do poder de compra do cidadão, somou-se com outros elementos como a bancarização e serviços financeiros mais disponíveis à população.

Figura 2 - BANCARIZAÇÃO X IPCA acum.12 meses



Fonte: Febraban e IBGE.

Quando analisamos o gráfico sobre a questão da bancarização, confirma-se a estabilização econômica do país e, com isso, o aumento do acesso aos serviços das instituições financeiras.

Podemos citar tópicos dessa trajetória, BACEN (2018), realizou um retoque sobre regulamentação das cooperativas de créditos no decênio 1990 a 2000. No final dos anos 90, fez uma otimização dos regulamentos das empresas não bancárias com a ampliação de serviços e intermediários cobertos, assim, em 2003, estabeleceu uma normativa que obrigava as entidades financeiras a operarem na solução de crédito para pequenas empresas e trabalhadores, tendo um percentual mínimo de 2%, pois caso contrário, o Banco Central aplicaria uma punição, que seria a recolhida desse valor. No ano seguinte, criou “as contas simplificadas”, eram isentas de tarifas, com menos imposição documental e fixou um limite de R\$ 3.000,00 além da publicação de normas pelo Banco Central a contar de 2000, com propósito do melhoramento dos serviços oferecidos, divulgação simples e nascimento de ferramentas, como canais de atendimento para diversas necessidades dos clientes.

Em 2016, o BACEN realizou um lançamento na sua agenda BC+, onde um dos pilares foi “Mais Cidadania Financeira” que tem como ação, como a expansão do grau de educação e inclusão financeira trazer mais proteção ao consumidor e a continuação desse trabalho, bem como a conscientização da população em relação aos direitos e deveres e uma melhor transparência com as instituições.

Hoje, o BACEN oferece, no seu site, várias ferramentas que representam formas de inclusão financeira da população, como forma de serviços:

- Cidadania Financeira;
- Registrato;
- Encontre uma instituição financeira;
- Fale conosco;
- Calculadora do Cidadão;
- Museu e Galeria.

Todos têm explicações simples para o cidadão buscar informações para as suas necessidades. Tudo isso é encontrado na página do BACEN, abaixo:

Figura 3 - BANCO CENTRAL DO BRASIL

The screenshot displays the website of the Banco Central do Brasil. At the top, there is a navigation bar with the bank's logo and social media icons. Below this, the 'Cotação' (Exchange Rates) section shows rates for the US Dollar (Dólar EUA) and Euro (Euro) with columns for 'Compra (R\$)' and 'Venda (R\$)'. The 'Euro' section shows rates for 26/07 (PTAX) and 26/07-13:00. Below the exchange rates is a 'Conversor de moedas' (Currency Converter) section with dropdown menus for 'Converter de' (Real (BRL), Dólar (USD), Euro (EUR)) and 'para' (Dólar (USD), Euro (EUR)). A 'Data de referência' (Reference Date) of 26/07/2018 is also visible. On the right side, there is a 'Serviços' (Services) menu with icons and labels for 'Cidadão', 'Instituições supervisionadas', 'Analistas de Mercado', 'Cidadania Financeira', 'Registrato', 'Perguntas frequentes', 'Fale conosco', 'Calculadora do Cidadão', and 'Museu e Galeria'.

Fonte: BACEN (2018).

Um relatório do BACEN, em 2018, diz que a bancarização no Brasil estabilizou-se. Em 2017, 140 milhões de cidadãos possuíam algum relacionamento com as instituições financeiras.

### 2.2.1. Inclusão Financeira

No final de 90, o BACEN veio estimulando a questão da inclusão financeira da população de uma maneira consistente. Nesse período, o banco concentrou seu esforço na inclusão financeira, ou seja, um sistema financeiro mais inclusivo. De acordo com BACEN (2018), o conceito de inclusão financeira passou por três significados, em 2009, era a princípio a ideia do provimento do acesso de serviços financeiros com objetivo de suprir as necessidades do povo. No ano de 2010, foi crescendo a efetividade do acesso, pois assim, geraria a qualidade de vida à população, em 2015, temos o conceito a seguir:

o BCB (2015) definiu a inclusão financeira plena como o “estado no qual toda a população tenha acesso e faça uso, de maneira simples, equilibrada e consciente, de serviços financeiros que tragam ganhos de bem-estar ao cidadão, de maneira conveniente e por preços acessíveis”(BACEN, 2018, *caput*, 2015, p. 14).

Notamos um aprimoramento do BACEN nesse período em busca, sempre, de melhorar essa inclusão, pois temos dados do próprio banco em 2017, sobre a evolução dessa inclusão financeira no Brasil, em que de 2005 até 2017, os adultos que criaram contas nas instituições financeiras, passaram aproximadamente de 61% para 87%, em 2017. O fator predominante disso foi a transferência da renda realizada pelo governo e a participação efetiva dos bancos públicos conforme BACEN (2018).

De acordo com BACEN apud IPA (2017), a participação dos cidadãos no sistema financeiro faz um direcionamento a fim de torná-los capacitados na administração dos riscos, iniciando ou investindo no comércio e nos financiamentos gigantes, como em educação ou em habitação.

Conforme BACEN (2018), o Banco Mundial, tem uma posição quanto à inclusão financeira e faz um alerta sobre o uso exagerado de crédito ao cidadão e com isso, correr o risco do sistema financeiro ter perdas. Isto, relatado pelo Banco Mundial, que tudo em excesso poderá surtir efeitos não desejados. Esse tema é tratado no âmbito interno de algumas nações, mas existe uma parceria internacional para a ampliação e medição da inclusão financeira no sentido global e temos como exemplo disso a GPFI (Parceria Global para Inclusão Financeira) possui trabalhos nesse sentido, onde foram no encontro do G20, em 2016, na China, através de um documento traz uma afirmação de inclusão financeira como uma forma de incluir os

adultos em atividade, mas não excluindo os demais como os jovens, idosos e empresas de pequeno e médio porte, tenham o acesso concreto de atividades realizadas por instituições financeiras com o uso de créditos, poupanças, investimentos e seguros.

Desse modo, nasceu em 2011, a Lei Federal 12.414, chamada de Cadastro Positivo, significa um conjunto de informações de negociações e pagamentos obrigatórios das pessoas físicas e jurídicas, no qual mostra todo mapa comportamental e descrição do pagador. Esse cadastro era opcional e tinha pouca procura, mas em 2019, foi sancionada a lei pelo Presidente da República que expandiu o Cadastro Positivo, para todos os cidadãos, basta ter o CPF que já é incluído automaticamente, caso a pessoa não queira ficar no cadastro, deve solicitar a sua saída.

Essa lei tem previsão de entrar em vigor, em outubro de 2019 e para o Governo essa expansão traz benefícios as pessoas que não tinham oportunidade de obter crédito com as instituições financeiras pelo processo tradicional, pois não tinham como comprovar as suas movimentações financeiras, agora com o pagamento de água, energia, cartão de crédito e outros incluídos nesse banco de dados, porque anteriormente as empresas de crédito consultavam o cadastro negativo no Serasa, Boa vista e SPC Brasil, informando as dívidas não pagas pelas pessoas.

O cadastro mostra a rotina de pagamento de cada usuário, quantas compras foram assumidas por ele, quais débitos foram pagos em dia, quantos foram pagos com atraso, mas sem constar o que cada um comprou. Por exemplo, se um consumidor adquiriu em determinada loja uma geladeira e dividiu em 10 vezes, o que vai constar no cadastro é que a pessoa possui uma obrigação de pagar determinada conta, que foi dividida em 10 vezes e terá o vencimento no dia 'x' de cada mês. A cada momento que o usuário pagar a prestação, essa conta e o score serão atualizados e vinculados ao seu histórico" (ESTADÃO, Economia & Negócios, maio, 2019).

As empresas de crédito usam a pontuação do score para analisar a liberação do crédito, e de acordo com reportagem o economista relata que para usar positivamente o Cadastro Positivo é necessário cumprir com as obrigações em dia e gerando um bom *score*.

### 2.2.2. O Que é Meu Score?

O score é a pontuação que mede a confiança do mercado na capacidade de cada pessoa honrar seus compromissos financeiros nos próximos 12 meses. Com base nessa nota, os bancos e empresas vão aprovar a liberação ou não de crédito. (ESTADÃO, Economia & Negócios, maio, 2019)

Temos um exemplo do cálculo do score retirado do livro de Sicsú (2010): utilizando técnicas de análise estatísticas, os scores são geralmente calculados atribuindo-se a pesos variáveis que caracterizaram o solicitante<sup>3</sup> e a operação. A seleção das variáveis a serem utilizadas e os respectivos pesos são obtidos com auxílio softwares estatísticos. Por exemplo, podemos ter uma função do tipo:

$$Z = 25 + 2 \times X_1 - 5 \times X_2 - 8 \times X_3 - 6 \times X_4$$

Em que

$X^1$  = Idade.

$X^2$  = Comprometimento de Renda.

$X^3$  = Número de protesto em aberto.

$X^4$  = Número de parcelas do financiamento (SICUSÚ, 2010, p .7).

Quanto maior a pontuação do score, melhor o cliente é avaliado pelas instituições de crédito. Não entraremos no aprofundamento do score sobre como é realizado o cálculo, pois, não é a finalidade desse trabalho, mas as instituições usam para a liberação do recurso.

O relatório do BACEN (2018) as principais vantagens esperadas com o cadastro positivo:

- I. A diminuição da inadimplência provocará a baixa do Spreads e a utilização do crédito com responsabilidade;
- II. O aumento da concorrência creditícia;
- III. A inserção de uma parte da população que não tinha oportunidade ao crédito.

### 2.2.3. Proteção ao Consumidor

Este outro fator conforme BACEN (2018) a Constituição de 1988, promove dois pontos importantes: o SFN dentro de praticidade social, que significa oferecer o desdobramento balanceado da nação e com a busca assistir a coletividade interessada, o segundo refere-se dentro de uma ordem econômica e de direito fundamental, a segurança dada ao consumidor com regulamentações dentro disto, os serviços financeiros.

Art. 192. O sistema financeiro nacional, estruturado de forma a promover desenvolvimento equilibrado do País e a servir aos interesses da coletividade, em todas as partes que o compõem, abrangendo as cooperativas de crédito, será regulado por leis complementares que disporão, inclusive, sobre a participação do capital estrangeiro nas instituições que o integram (EC no 13/96 e EC no 40/2003) (CF/88. p. 114).

Isto mostra como a nossa constituição cidadã, mesmo com mudanças que vieram através de Emendas Constitucionais dão seguridade ao consumidor, como prova disso foi publicada em pouco tempo depois uma lei foi aprovada em 1990, o Código de Defesa do Consumidor (lei nº. 8.078/90) que trouxe mais segurança jurídica ao consumidor, isto está de forma clara bem no parágrafo único do seu artigo 42 mencionado a seguir:

Art. 42. Na cobrança de débitos, o consumidor inadimplente não será exposto a ridículo, nem será submetido a qualquer tipo de constrangimento ou ameaça.

Parágrafo único. O consumidor cobrado em quantia indevida tem direito à repetição do indébito, por valor igual ao dobro do que pagou em excesso, acrescido de correção monetária e juros legais, salvo hipótese de engano justificável.

Art. 42 - A. Em todos os documentos de cobrança de débitos apresentados ao consumidor, deverão constar o nome, o endereço e o número de inscrição no Cadastro de Pessoas Físicas – CPF ou no Cadastro Nacional de Pessoa Jurídica – CNPJ do fornecedor do produto ou serviço correspondente (Incluído pela Lei nº 12.039, de 2009). (BRASIL, CDC.p.25).

O Brasil em conjunto com outras nações assume a importância da proteção do consumidor não somente a questão da inclusão financeira em conjunto com a educação financeira, cujo a relação entre o consumidor e as instituições esteja com qualidade, e com isso venha trazer o bem-estar, a lisura das instituições e a economia desenvolvida, ou seja, gerando inclusão financeira.

Apesar do BACEN não está inserido Sistema Nacional de Defesa do Consumidor, mas trabalha na busca de um melhor tratamento dessas instituições com

os consumidores, colocando em prática condutas éticas e com isso repercute o bem-estar às pessoas.

O Sistema Nacional de Defesa do Consumidor (SNDC) está regulamentado pelo Decreto Presidencial nº 2.181, de 20 de março de 1997, e congrega Procons, Ministério Público, Defensoria Pública, Delegacias de Defesa do Consumidor, Juizados Especiais Cíveis e Organizações Cíveis de defesa do consumidor, que atuam de forma articulada e integrada com a Secretaria Nacional do Consumidor (Senacon) e se reúnem trimestralmente nas seguintes grandes associações (BRASIL, Ministério da Justiça, 2019).

De acordo com Ministério da Justiça e Segurança Pública, em página, todos esses órgãos possuem capacidade sincrônica e atuam de maneira adicional para solucionar qualquer descontinuação, denúncia em relação ao consumidor. Conforme BACEN apud OCED (2018), em um estudo realizado pelos países membros da OCED, dando destaque a esse tema, afirma a credibilidade dos serviços oferecidos pelas instituições financeiras junto ao consumidor, gera num tempo maior, a imobilidade no campo financeiro, um progresso, a competência e a mudança.

### **2.3. A trajetória da Educação Financeira no Brasil**

Segundo Araújo e Calife (2014), no início dos anos 90, o tema: educação financeira começou uma roupagem de trabalhar o seu dinheiro como forma de investimentos junto a uma parcela de pessoas com muitos recursos financeiros, ou seja, tinham capital para aplicar no mercado financeiro, oferecendo produtos.

Na opinião dos autores a educação financeira veio ao Brasil no sentido contrário, pois começou da forma anteriormente explicada acima, e não de um trabalho conjunto entre o governo e outros segmentos da sociedade. Nesse mesmo texto, os autores citam o surgimento das primeiras literaturas no Brasil que falam prosperidade financeira, tendo como exemplo o livro “Pai rico pai pobre”, que naquele momento foi umas das obras mais vendidas, dos autores Robert T. Kiyosak e Sharon Lechter, sendo que esta obra não tinha o propósito de instruir o eixo do planejamento financeiro.

No entanto, o livro chamado de “Casais inteligentes enriquecem juntos” de Gustavo Cerbasi, fez grande sucesso entre os brasileiros acerca do tema, este livro foi lançado em 2004. Os mesmos autores relatam, em 1999, com a economia

melhorada a questão da educação financeira teve uma mudança na sua definição e praticidade e cita dois fatores relevantes: o controle inflacionário e expansão bancária.

Para eles, a educação financeira passou por três fases no Brasil, a primeira fase foi voltada as pessoas que tinham recursos financeiros disponíveis para investir com objetivo de uma aposentadoria com tranquilidade e uma libertação financeira, pois a questão da oferta de crédito estava restrito devido a questão econômica da época, ou seja, era melhor fazer esses investimentos, diante disso, a segunda fase foi o momento da estabilidade econômica e a geração de empregos, assim, o crédito sofreu uma expansão, mediante a isto as pessoas tiveram acesso ao crédito, e começaram a gastar mais do que o seu rendimento, gerando aumento das dívidas e a insolvabilidade, logo, a importância da educação financeira como salvação dos inadimplentes e endividados. Devido a estes fatores chegamos na terceira fase, onde a educação financeira chega na verdadeira identidade, que é oportunizar ao brasileiro uma relação saldável com as finanças, através de um bom planejamento para o bem-estar da sociedade.

De acordo com os autores Santos & Fama. (2007) depois que o Plano Real foi implantado em junho de 1994, a economia brasileira começou a viver novos fatos, com o controle da inflação em queda, os bancos precisaram deslocar os seus investimentos que aconteciam no período curto por causa da alta inflacionária para segmentos que gerariam mais receitas. Eles afirmam que o resultado deste fato foi a expansão do crédito aos vários setores da economia tendo como destaque as pessoas físicas devido a taxa de retorno agradável, chamada de spread, cujo significa a diferença entre a taxa de proficuidade e capitação junto ao mercado financeiro, mas também relatam um ponto negativo desse movimento, a questão do uso do cartão de crédito e cheque especial às pessoas físicas, expõem aos bancos a não receber os juros e o capital emprestado.

Com essa expansão do crédito, o uso adequado dessa oferta era necessário orientar o cidadão sobre uso desses serviços, a educação financeira tornou-se um instrumento importante para isso, explica sobre os riscos da escolha e como tomar uma decisão consistente, assim fez-se uma complementação à inclusão financeira e a proteção do consumidor.

Teixeira (2015) diz que a inclusão financeira do cidadão está concatenada as informações que possuem sobre os produtos financeiros oferecidos, pois, relata que o Instituto Mundial dos Bancos de Poupança no ano de 2004, chegou a uma

conclusão de uma pesquisa, na qual a falta de inclusão financeira em nações em desenvolvimento se dá pela ausência de entendimento sobre o dinheiro.

Seguindo este entendimento a Educação Financeira é a maneira mais adequada para expansão da inclusão financeira, afirmando: uma conta bancária traz um melhoramento da administração do rendimento e o monitoramento do consumo.

O BACEN começou a trajetória da educação financeira através da Comunicação Educativa em 1998, que tinha uma visão de exageração da questão econômica e a atividade dos bancos centrais já em 2003, o banco conseguiu uma aproximação ao conceito de educação financeira, através do ensinamento para o uso dos produtos financeiros, mas ainda não tinha direcionamento de ensino para mudança de comportamento e práticas dos cidadãos. Neste momento o banco adota o conceito de educação financeira da OCDE, que diz:

o processo mediante o qual consumidores e investidores financeiros melhoram a sua compreensão sobre produtos, conceitos e riscos financeiros e, por meio de informação, instrução ou aconselhamento objetivo, desenvolvam as habilidades e a confiança necessárias para se tornarem mais cientes dos riscos e oportunidades financeiras, para fazerem escolhas baseadas em informação, para saberem onde procurar ajuda e para realizarem outras ações efetivas que melhorem o seu bem-estar financeiro "e acrescenta que "a educação financeira, portanto, vai além da provisão de informação e aconselhamento financeiro, que deve ser regulamentada, como geralmente já é o caso, em especial para fins de proteção aos clientes financeiros (BACEN, 2018. *apud* OCDE, 2005. Tradução livre. p. 17).

No texto o autor afirma que a ausência de uma alfabetização financeira, trás consequências para crise financeira mundial, sendo uma das variáveis contributiva e isso foi diagnosticado pelos governos, por isso a sua importância.

Teixeira (2015) na sua tese de doutorado, reafirma a notabilidade recente deste tema em defluência da escalada do negócio pecuniário e as transformações nos campos políticos, econômicos e geográficos.

Ele também diz que é necessário o ensino deste tema desde o início do fundamental, ou seja, a obrigatoriedade na grade curricular das escolas, pois esse agente econômico na família não possui informação sobre finanças, ou seja, os adultos não tem domínio para repassar aos filhos, a partir daí surge a importância do professor dentro desse processo. O autor afirma que em 2004, a OCED, realizou um estudo sobre educação financeira em alguns países, como no Japão, cujo não tinha

informação sobre títulos e ações, já nos Estados Unidos e Coréia do Sul, os estudantes secundaristas foram rejeitados em teste que buscavam avaliar os seus conhecimentos no quesito: uso do cartão de crédito e guardar recursos em pró da sua aposentadoria.

Surgiu no BACEN, em 2003, o Programa de Educação Financeira em que o foco principal foi buscar uma forma em que o cidadão pudesse administrar as suas finanças de forma equilibrada e fosse trabalhado este conceito. Assim, a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) adotou como pilar para sua atuação, e as nações do G20 demonstraram apoio a essa iniciativa, sobre a importância da educação financeira no Brasil, pois temos uma cultura ainda enraizada sobre o descontrole financeiro da população.

Nesse sentido, a revista brasileira de contabilidade, edição de 2019, editada pelo Conselho Federal de Contabilidade afirma no seu texto, que no ano 2018, conforme a Confederação Nacional dos Lojistas e o Serasa confirmam que aproximadamente 63 milhões de pessoas no Brasil estão com restrições ao crédito por causa de dívidas financeiras e os principais responsáveis por isso são o cartão de crédito e o cheque especial, com uma taxa exorbitante de 300% ao ano. Por isso, o próprio conselho percebeu a prioridade da educação financeira, como ferramenta para o tratamento das finanças do cidadão, com utilização equilibrada do cartão de crédito e o cheque especial.

De acordo a revista RBC (2019), um dos contadores que participa do Programa de Voluntariado da Classe Contábil (PVCC), esse programa ajuda as pessoas de forma gratuita a organizarem as suas finanças, atualmente tem aproximadamente, no Brasil, 8 mil contadores participando e a Educação Financeira está inserida. Diante disso, a RBC afirma que a grande dificuldade das pessoas tem de fazer poupança ou algum investimento no mercado é a ausência da educação financeira na educação básica, pois quando chegam a maior de idade não sabem lidar com o dinheiro.

Na edição Série Cidadania Financeira, elaborada pelo BACEN (2018), afirma o saber em relação as finanças poderia servir as pessoas a realizarem escolhas e comparar o que é oferecido pelas instituições e somado com a capacidade em algoritmia, assim, neste mesmo texto os autores Lusard e Mitchel, em 2014, enfatizam três definições que relatam sobre a certeza de poupar, bem como a opção de investir pelos consumidores:

- I. o uso da matemática básica e a habilidade para calcular taxas de juros no sistema de capitalização simples e composta;
- II. conhecer o significado de inflação e
- III. a sapiência em relação as variedades de riscos.

Nesse contexto, foi realizada uma pesquisa relacionando o conhecimento que a população tinha sobre essas definições acrescentando o tema, educação financeira, em que os indivíduos faziam uma avaliação deles mesmo sobre esse assunto, dessa forma, chegaram a uma observação importante, as perguntas relacionadas ao cálculo de juros e inflação estavam com menor taxa percentual de acertos, ou seja, as perguntas que não envolviam diretamente domínio matemático foram as que obtiveram o maior percentual de acertos. Isso mostra a importância do trabalho educacional na área de finanças na formação básica do cidadão.

### **3. EDUCAÇÃO FINANCEIRA E O ENSINO DA MATEMÁTICA**

#### **3.1. Educação Financeira e Escolar**

O ENEF tem como um das ações é a motivação deste tema entre as crianças e os jovens em toda a sua formação na educação básica e criou o Programa Educação Financeira nas Escolas, está no eixo transversal do ENEF, tem como um estímulo a entrada desse assunto no ambiente escolar com informações e debates de forma que impactasse a rotina desses cidadãos, ou seja, o foco está no desenvolvimento de uma cultura do planejar, prevenir, poupar, investir e consumir de maneira sóbria com a posteridade futura de brasileiros.

Desde a sua instituição em 2010, a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) desenvolve o Programa de Educação Financeira nas Escolas.

A primeira ação nesse sentido foi a realização de Programa-Piloto de Educação Financeira no Ensino Médio, cujo escopo abrangeu o treinamento de 1.200 professores, o desenvolvimento de livros didáticos e o ensino da temática para 27.000 alunos ao longo de três semestres. A iniciativa foi avaliada pelo Banco Mundial e indicou melhora na proficiência financeira e no comportamento de poupança por parte dos alunos, bem como efeitos intergeracionais positivos nos país, que melhoraram seus conhecimentos e comportamentos financeiros, entre eles aumento nos níveis de poupança. Por outro lado, o estudo indicou resultados cautelosos quanto ao comportamento de consumo dos alunos associado ao uso do cartão de crédito (BACEN, Relatório Cidadania Financeira, 2018, p. 122).

Conforme Melo (2016), órgãos do governo federal como BACEN, SUSEPE, CMV e SPC, formam uma equipe em 2007 com o foco de impulsionar culturalmente a educação financeira no território brasileiro, com o desenvolvimento de uma Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) fazendo um mapeamento sobre o conhecimento desse assunto em carácter nacional. Em 2009, já com uma estrutura montada, criou um programa e plano pilotos, no qual seletou escolas públicas com apresentação de materiais didáticos elaborados pela equipe do ENEF.

Vital (2014) relata sobre a proposta da criação da ENEF pelo governo do Brasil, no qual está seguindo um roteiro mundial sobre essa educação financeira como política de estado, ou seja, a implantação nas escolas públicas brasileiras do ensino fundamental e médio. Diante disso, o COREMEC foi criado pelo decreto nº 5685, em 2006, onde faziam partes desse comitê o tripé formado pelos representantes do estado, do setor privado e a sociedade civil, no ano posterior. Depois de aprovado,

criou-se um grupo de apoio pedagógico em 2009, ficou na incumbência de produzir o registro da diretriz para Educação Financeira no colégio público. O projeto piloto abrangeu 891 escolas em seis Estados da federação entre o segundo semestre de 2010 e 2011, já em 2013 foi elaborado para o ensino fundamental.

Na dissertação de Gravina (2014) afirma que no estudo de Silva e Powell (2013) reitera que a Educação Financeira Escolar é um agrupamento de notícias que os alunos receberão de início, o mundo do numerário e serão estimulados a compreender de forma produtiva sobre o erário e economia através do ensino, a partir disto, com esses conhecimentos adquiridos podem julgar, decidir e posicionar em relação ao financeiro no campo pessoal, social e familiar.

Nesse contexto, Salles (2018) na sua dissertação descreve que ainda não tem um trabalho cultural sobre Educação Financeira nas escolas públicas, mas sim, nas instituições privadas que fazem trabalhos direcionados com o alunado sobre o uso do dinheiro desde as séries iniciais.

Segundo os pressupostos de Barbosa (2015), afirma na sua dissertação que Silva Powell (2013) na educação financeira escolar consiste em um grupo de conhecimentos cujos alunos são colocados ao universo das moedas e provocados a construir o entendimento no campo da finança e economia pelo método de ensino que os tornarão habilitados a julgar, analisar, decidir e se posicionar de forma crítica, assuntos fazendários na sua vivência pessoal, familiar e com ambiente onde vive. Dentro desse trabalho de Barbosa (2015), Silva, Powell (2013) traz propostas para estudantes e não para compradores, assim, tornam-se educados financeiramente e com essa mentalidade no momento em que:

- I. Frente a uma demanda de consumo ou de alguma questão a ser desenvolvida, o estudante analisa e avalia a situação de maneira fundamentada, orientando sua tomada de decisão valendo-se de conhecimentos de finanças, economia e matemática;
- II. Opera segundo um planejamento financeiro e uma metodologia de gestão financeira para orientar as suas ações (de consumo, de investimento) e a tomada de decisões financeiras a curto, médio e longo prazo;
- III. Desenvolveu uma leitura crítica das informações financeiras veiculadas na sociedade (BARBOSA *apud* SILVA; POWEL, 2013, p. 13).

O relatório do BACEN (2018) afirma que o Brasil começou a sua caminhada na educação financeira na escola, pelo trabalho realizado pelo ENEF e sua

implantação na BNCC, agora o avanço dessa temática é trabalhar nos temas “A base no usuário”, “Escala” e “Monitoramento e avaliação”:

- A base no usuário: aluno e professor.

Aos alunos, para que a educação financeira obtenha resultados positivos a metodologia usada deve estar alinhada ao tripé: necessitar, interessar e aspirar os discentes, pois, o Pisa (Sistema de Avaliação Internacional) explicita que umas das carências dos estudantes no que concerne à aprendizagem, é a leitura e a matemática. Verifica-se quando existe evidências dessa melhora para as crianças, acaba refletindo na vida adulta resultados positivos financeiramente. Porque essa dificuldade de leitura e matemática é um cuidado da educação de maneira global e também da educação financeira. Por isso, o relatório confirma que quando a educação formal se aproxima dos assuntos da realidade desse público jovem, existe uma tendência à aprendizagem e o interesse pelo estudo formal, pois existe a procura dos jovens por temas: trabalho, renda, consumo desejado e com temos um prato cheio para trabalhar a educação financeira. Temos o exemplo do trabalho desenvolvido por Paulo Costa.

Projeto-piloto conduzido a partir de pesquisa desenvolvida por Paulo Costa, economista e doutorando em Harvard, e pela BM&F Bovespa avaliou a relação entre o ensino da matemática e a educação financeira. Conduzido em parceria com a Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro em escolas públicas, o projeto consistiu em duas horas semanais de aulas de matemática com conceitos financeiros ao longo de doze semanas. Ao fim do período, notou-se que os alunos não só aprendiam mais matemática como também aprendiam mais educação financeira, o que ajudou a mudar o comportamento deles em relação ao dinheiro. Segundo o economista, essa abordagem aumenta o engajamento dos alunos porque parte de exemplos práticos do cotidiano dos jovens para o ensino da teoria de matemática. Atualmente, o projeto está sendo implementado em escolas públicas de Goiás e será expandido para Pernambuco e São Paulo em 2019 (BACEN, Relatório Cidadania Financeira, 2018, p. 125).

Para a OCED, os professores devem estar inseridos como peça central do plano de educação financeira escolar, desde do início até o ato implementado, pois, o docente possui informação técnica e tato que tem com os estudantes, ou seja, o professor precisa abraçar a ideia e utilizar os materiais disponíveis através de formações, e formando parcerias com os educadores financeiros fazendo a integração do plano de aula de educação financeira em conjunto coma matemática, como

também outras áreas conhecimento, usando as competências da Base Nacional Curricular Comum (BNCC).

- Escala

O Brasil é um país de uma grande dimensão territorial a escala deve ser um dos princípios a serem desejados, sendo um imenso desafio de obter a escalada através dos programas de educação financeira, “Fatores como custo e tempo para implementação, canais de distribuição, formas de financiamento, entre outros, têm papel central para que a política seja efetiva.”(BACEN, Relatório de Cidadania Financeira, 2018, p. 126).

- Monitoramento e avaliação

Uma das formas de incluir esse foco com os demais acima, é a educação financeira ser mensurada através das realizações de pesquisas qualitativas e quantitativas pelo Estado e o uso da ferramenta do Censo Escolar. Pois, a obrigatoriedade das instituições de ensino no acompanhamento deste tema e as informações adquiridas, cria as estratégias, principalmente em áreas restritas.

### **3.2. Educação Financeira e a BNCC**

BRASIL (2017), a BNCC é uma declaração de característica normativa que elucida um combo natural gradativo de instrução, fundamental a todos os estudantes da educação básica, assegurando os direitos ao conhecimento e o desenvolvimento, conforme o Plano Nacional de Educação (PNE). Assim, a educação financeira é encaixada nos temas transversais dessa normativa, como relatado abaixo no texto da BNCC:

Por fim, cabe aos sistemas e redes de ensino, assim como às escolas, em suas respectivas esferas de autonomia e competência, incorporar aos currículos e às propostas pedagógicas a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global, preferencialmente de forma transversal e integradora. [...] bem como saúde, vida familiar e social, educação para o consumo, educação financeira e fiscal, trabalho, ciência e tecnologia e diversidade cultural [...]. Na BNCC, essas temáticas são contempladas em habilidades dos componentes curriculares (BRASIL, BNCC, p. 19-20).

A revista Nova Escola (2018) afirma que a BNCC traz a Educação Financeira como tema de transversalidade que será trabalhada na base curricular dos entes federativos da mesma maneira como a educação no trânsito, ambiental, entre outras. Diante disso, segundo Reinaldo Domingos afirma em março de 2018:

Você sabia que a educação financeira nas escolas é uma das habilidades obrigatórias entre os componentes curriculares? A regra é da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que estabelece referências para o ensino no Brasil. Centenas de escolas em todo o País já ensinavam educação financeira para crianças e jovens antes mesmo de virar regra (DOMINGOS, 2018).

O autor deste artigo fala que o Programa DSOP de Educação Financeira nas Escolas trabalha esse assunto de uma maneira comportamental e que usa ferramentas lúdicas a ensinar economizar para alcançar metas, ele afirma que 45% das pessoas no Brasil são incontroláveis com as suas rendas e isso é preocupante, sendo a fonte da pesquisa SPC e CDNL

O relatório do BACEN (2018) afirma que a educação financeira obteve mais vigor com inclusão da educação financeira na BNCC, como tema transversal no ensino fundamental em 2017, sendo uma grande conquista da ENEF.

A BNCC “estabelece com clareza o conjunto de aprendizagens essenciais e indispensáveis a que todos os estudantes, crianças, jovens e adultos, têm direito. Com ela, redes de ensino e instituições escolares públicas e particulares passam a ter uma referência nacional obrigatória para a elaboração ou adequação de seus currículos e propostas pedagógicas”. (BACEN, Relatório Cidadania Financeira, 2018, p. 122).

No texto da BNCC, temos:

Outro aspecto a ser considerado nessa unidade temática é o estudo de conceitos básicos de economia e finanças, visando à educação financeira dos alunos. Assim, podem ser discutidos assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos (BRASIL, BNCC, p. 269).

Neste trecho percebemos o uso dos elementos da matemática financeira na educação financeira em temas amplos como economia e finanças.

De acordo com Regonha (2019), a BNCC é cabida ao conjunto formado por escolas, sistemas e redes de ensino na inclusão curricular e na proposta pedagógica

com temas atualizados que abrange os cidadãos relacionado a educação para o dispêndio, pecuniário e fiscal. Com isso podem ser debatidos assuntos como inflação, tributos, investimentos, juros, trazendo contextualização da matemática financeira.

BRASIL (2017a) BNCC comenta que esse trecho pode-se trabalhar a educação financeira como incremento de um aprendizado com várias disciplinas ligando-se nos aspectos econômicos, sociais, políticos e psicológicos sobre o consumir, o trabalhar e o dinheiro.

Há hoje mais espaço para o empreendedorismo individual, em todas as classes sociais, e cresce a importância da educação financeira e da compreensão do sistema monetário contemporâneo nacional e mundial, imprescindíveis para uma inserção crítica e consciente no mundo atual (BRASIL, BNCC, p. 568).

A BNCC relata nas habilidades de Matemática e suas Tecnologias para o ensino médio, um tópico que a educação financeira tem afinidade do uso.

(EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e análise das ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle do orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões (BNCC, p. 534).

O nosso trabalho traz o uso de recursos, como o exercício das funções financeiras que estão prontas do Excel, as calculadoras em forma de aplicativo ou on-line e os simuladores on-line, disponíveis na internet.

### **3.3. Educação Financeira X Matemática Financeira**

Perciano (2014) afirma que a educação financeira e a matemática financeira são coisas diferentes, pois pela definição esta educação relaciona-se ao objetivo de ajudar as pessoas no controle dos seus erários, bem como decidir entre poupar ou investir, e até mesmo consumir de forma equilibrada. Assim, a matemática financeira remete aos os usos de definições matemáticas cujo são utilizadas para analisar informações financeiras ampliadas, ou seja, a educação financeira está associada a fatores pessoais no aspecto emocional, comportamental e costume. Haja visto que a matemática financeira é uma ideia técnica sobre o uso de fórmulas da matemática para calcular juros, financiamentos ou empréstimos, ou seja, verifica o dinheiro no

tempo. Ele cita que existem pessoas leigas em conhecimentos matemáticos, mas são educados financeiramente na sua vida e, no entanto, acontece ao contrário, um exemplo disto é que existe pessoas que possuem habilidades com matemática financeira, porém são pessoas endividadas, então o ideal era unir as duas áreas.

Schneider (2008) na sua dissertação de mestrado relata a pesquisa de Stephani (2005) em Educação financeira, como uma perspectiva interdisciplinar na construção da autonomia do aluno em que a educação financeira realizou parceria com outras áreas do conhecimento, ou seja, com disciplinas diferentes. Assim, a turma do 2º ano do ensino médio foi escolhida para esse projeto cujo tema era o orçamento familiar, no qual os estudantes foram motivados a trazer informações de gastos de água, luz, educação e financiamento, cujos assuntos tratados das disciplinas foram juros e porcentagem em matemática, a trajetória da economia brasileira, a parte jurídica da economia e investimentos financeiros. O autor da pesquisa concluiu que quando os estudantes conseguem debater os assuntos que aprenderam, eles levarão isso para seu futuro na questão de planejamento, consumo e o campo profissional.

Barbosa (2015) afirma que nos objetivos colocados por Silva, Powell (2013) para capacitar os estudantes é:

Compreender as noções básicas de finanças e economia para que desenvolvam uma leitura crítica das informações financeiras presentes na sociedade;  
Aprender a utilizar conhecimentos matemática (escolar e financeira) para fundamentar a tomada de decisões em questões financeiras;  
Desenvolver um pensamento analítico sobre questões financeiras;  
Desenvolver uma metodologia de planejamento, administração e investimentos de suas finanças através de tomada de decisões fundamentadas matematicamente em sua vida pessoal e no auxílio ao seu núcleo familiar;  
Analisar criticamente os temas atuais da sociedade de consumo (BARBOSA *apud* SILVA; POWELL, 2013, p. 13).

Barbosa (2015) relata com a posse desses objetivos iriam construir um currículo pautado nas pessoas, na parentela e na sociedade e tendo quatro segmentos para serem debatidos na trajetória do aluno na escola.

I. Noções básicas de Finanças e Economia: Os temas de discussão são por exemplo, o dinheiro e sua função na sociedade; a relação entre o dinheiro e tempo- um conceito fundamental de Finanças; as noções de juros, poupança, inflação, rentabilidade e

liquidez de um investimento, as instituições financeiras, a noção de ativos e passivos e aplicações financeiras;

II. Finança pessoal e familiar: Serão discutidos temas, como: planejamento financeiro; administração das finanças pessoais e familiares; estratégias para gestão do dinheiro; poupança e investimentos das finanças; orçamento doméstico; impostos.

III. As oportunidades, os riscos e as armadilhas na gestão do dinheiro numa sociedade do consumo: Serão discutidos temas, como: oportunidade de investimento; os riscos no investimento do dinheiro; as armadilhas do consumo por trás das estratégias de marketing e como a mídia incentiva o consumo das pessoas.

IV. As dimensões sociais, econômicas, políticas, culturais e psicológicas que envolvem a Educação Financeira: Serão discutidos temas, como: consumismo e consumo; as relações entre o consumismo, produção de lixo e impacto ambiental; salários, classes sociais e desigualdade social; necessidade versus desejo; ética e dinheiro (BARBOSA *apud* SILVA; POWELL, 2013, p. 14).

Não vamos nos aprofundar em todos esses objetivos, mas iremos mostrar algumas ferramentas da matemática financeira que auxiliam na tomada de decisões.

### **3.4. Ferramentas da Matemática Financeira na Educação Financeira**

#### **3.4.1. Conceitos de Capital, Taxa, Juros e Montante.**

Dos Santos (2018), usa as seguintes definições:

Capital (C) ou Valor Presente (VP) é a quantia de dinheiro que ainda não sofreu a influência dos juros no tempo.

Taxa (i) é a razão entre o juro (J) e o capital (C) em forma percentual.

Juros (J) é a quantia em dinheiro paga pelo uso do capital.

Montante (M) ou Valor Futuro (VF) é a soma do capital com os juros.

Para Santos (2016), no seu livro, o conceito de juros é:

Juros (J): são as compensações financeiras nas operações realizadas, representando um acréscimo. Pode ser o rendimento de uma aplicação financeira, o valor referente ao atraso no pagamento de uma prestação ou também uma quantia paga pelo empréstimo de um capital. (SANTOS, 2016, p. 12)

Para Castelo Branco (2008) temos as seguintes definições:

Juros(J) é a remuneração obtida a partir do capital de terceiros. Esta remuneração pode ocorrer a partir de dois pontos de vista: de quem paga: nesse caso, o juro pode ser chamado de despesa financeira; de quem recebe: podemos entender como sendo o rendimento, receita financeira, ganho etc.

Capital (C) ou Valor Presente (VP) ou Present Value (PV) ou Principal (P) é o recurso financeiro transacionado na data focal zero de uma determinada operação financeira;

Taxa (i) é o coeficiente obtido na relação dos juros(J) com o capital(C) que pode ser representado em forma percentual ou unitária.

Prazo ou Tempo ou Períodos (n) é o tempo necessário que um certo capital(C) aplicado a uma taxa(i), necessita para produzir um montante(M)

período inteiro: 1 dia; 1 mês comercial (30 dias), 1 ano comercial (360 dias) etc.

período fracionário: 3,5 meses, 15,8 dias, 5 anos e 2 meses etc.

Montante (M) ou Valor Futuro (VF) ou Future Value (FV) ou Soma (S) é a quantidade monetária acumulada resultante de uma operação comercial ou financeira após um determinado período de tempo, ou seja, é soma do capital(C) com os juros(J).

Diagrama de Fluxo de Caixa: Definimos fluxo de caixa como sendo a movimentação de recursos financeiros (entradas e saídas de caixa) ao longo de um período de tempo (CASTELO BRANCO, 2008, p. 10-13).

### 3.4.2. Regime de Capitalização

Santos (2018) diz que o regime de capitalização é a maneira de capitalizar o dinheiro no tempo (n) com envolvimento de uma taxa de juros (i) com uma garantia formal ou informal no provento ou no abatimento de quantias sobre o principal aplicado. Diante disso, para Castelo Branco (2008) o regime de capitalização tem dois métodos que são chamados também de linear ou exponencial.

Temos dois regimes de capitalização: simples e compostos. Assim, Martins (2016) afirma que o simples tem seu uso de forma restrita em atividades comerciais e financeiras, pois trabalha no prazo menor e já os compostos é usado de forma habitual.

#### 3.4.2.1. Simples

Castelo Branco (2008) chama de sistema de capitalização linear, cujo significado é que a taxa de juros incide somente no capital inicial, ou seja, essa taxa não incidirá nos juros dos próximos períodos.

Fórmula dos juros simples:

Considerando: Capital ( $C$ ), Taxa ( $i$ ) e ( $n$ ) como período inteiro. Temos então:

Juros para o 1º período:

$$J_1 = Ci$$

Juros para o 2º período:

$$J_2 = Ci + Ci = Ci.2$$

Juros para n período:

$$J_n = Ci + Ci + \dots + Ci = Ci.n$$

$$\text{Fórmula1: } J = Ci.n$$

Como o Montante é soma do capital com os juros, temos:

$$M = C + J = C + Ci.n = C.(1 + i.n)$$

$$\text{Fórmula2: } VF = VP.(1 + i.n)$$

Obs.: A taxa e o período devem estar na mesma unidade de tempo, para serem usados nas fórmulas.

**Exemplo 01.** Seja um capital de R\$1.000,00 aplicado à uma taxa de 5% a.m. durante 3 meses. Qual o valor acumulado no final de cada período pelo regime de capitalização simples?

Quadro 1 - Regime de Capitalização Simples

$n$	$C$	$J$	$M$
1	1.000,00	1.000,00x0,05	1.050,00
2	1.000,00	1.000,00x0,05	1.100,00
3	1.000,00	1.000,00x0,05	1.150,00

Fonte: Balestri 2016.

Foi retirado do livro de matemática do Balestri (2016) em que traz uma utilização dos juros simples nas relações comerciais, como caso dos juros de mora, são juros recolhidos espaço curto de tempo no atraso de pagamentos.

**Exemplo 02.** Uma dívida no valor de R\$ 240,00 foi paga com atraso de 15 dias. Determine o valor pago, considerando uma taxa de juros de mora de 1% ao mês.

**Solução algébrica:**

$$C = 240$$

$$I = 1\%a.m. = \frac{0,01}{30}a.d.$$

$$n = 15d$$

$$J = ?$$

$$M = ?$$

$$J = C.i.n$$

$$J = 240 \cdot \frac{0,01}{30} \cdot 15$$

$$j = 1,20$$

$$M = C + J$$

$$M = 240 + 1,20$$

$$M = 241,20$$

Assim o valor pago foi de R\$ 241,20.

**Solução pelo Simulador on-line:**

Figura 4 - Calculadora Online de Juros Simples

5. Juros:  $J = P.i.n$

valor presente:  taxa de juros:  número de períodos:

Juros: 1,20 x = 240\*0,03333%\*15

Fonte: <<https://fazaconta.com/juros-compostos.htm>> Acesso em 06 set 2019.

Encontrou os juros, colocando os valores no simulador, mas realizando a transformação da taxa de mês para dia e depois calculando o montante através de  $M = C + J = 240,00 + 1,20 = 241,20$ , ou realizando diretamente no simulador abaixo.

Figura 5 - Calculadora online de Juros Simples 2

Podemos utilizar variações da fórmula do valor futuro, para descobrir qualquer uma das 4 variáveis a partir dos valores das outras 3:

1. Valor Futuro (ou Montante):  $F = P.(1 + i.n)$

valor presente:  taxa de juros:  número de períodos:

Valor Futuro: 241,20 x = 240\*(1 + 0,03333%\*15)

Fonte: <<https://fazaconta.com/juros-compostos.htm>>. Acesso em 06 set. 2019.

## 3.4.2.2. Composto

Castelo Branco (2008) o regime de capitalização compostos é o mais utilizado no sistema financeiro, ou seja, os juros são incididos a partir do 2º período em cima do montante anterior.

Considerando: Capital ( $VP$ ), Taxa ( $i$ ) e ( $n$ ) como período inteiro. Temos então:

Montante após o 1º período:

$$VF_1 = VP + VP.i.1 = VP.(1+i)^1$$

Montante após o 2º período:

$$VF_2 = VF_1 + VF_1.i = VF_1.(1+i)^1 = VP.(1+i)^1.(1+i)^1 = VP.(1+i)^2$$

Montante após o  $n$  período:

$$VF_n = VF_{n-1} + VF_{n-1}.i = VF_{n-1}.(1+i)^1 = VP.(1+i)^{n-1}.(1+i)^1 = VP.(1+i)^n$$

$$\text{Fórmula 3: } VF = VP.(1+i)^n$$

**Exemplo 03.** Seja um capital aplicado à uma taxa de 5% a.m. durante 3 meses. Qual o valor acumulado no final de cada período pelo regime de capitalização composta?

Quadro 2 - Regime de Capitalização Composta

$n$	$VP$	$J$	$VF$
1	1.000,00	$1.000,00 \times 0,05 = 50,00$	1.050,00
2	1.050,00	$1.050,00 \times 0,05 = 52,50$	1.102,50
3	1.102,50	$1.102,50 \times 0,05 = 55,13$	1.157,63

**Exemplo 04.** Calcular o montante de um capital de R\$ 5.000,00, aplicado à taxa de 4% ao mês, durante 5 meses.

**Solução algébrica:**

$$VF = ?$$

$$VP = 5.000,00$$

$$i = 4\%a.m.$$

$$n = 5m$$

$$VF = VP.(1 + i)^n$$

$$VF = 5.000,00.(1 + 0,04)^5$$

$$VF = 5.000,00.(1,04)^5$$

$$VF = 6.083,26$$

**Solução em Planilha Eletrônica:**

Deseja-se saber o valor futuro (VF, que é uma função financeira na planilha), informando a taxa, o número do período e o valor presente.

$$TAXA = 4\%a.m.$$

$$NPER = 5m.$$

$$PGTO$$

$$VP = -5000$$

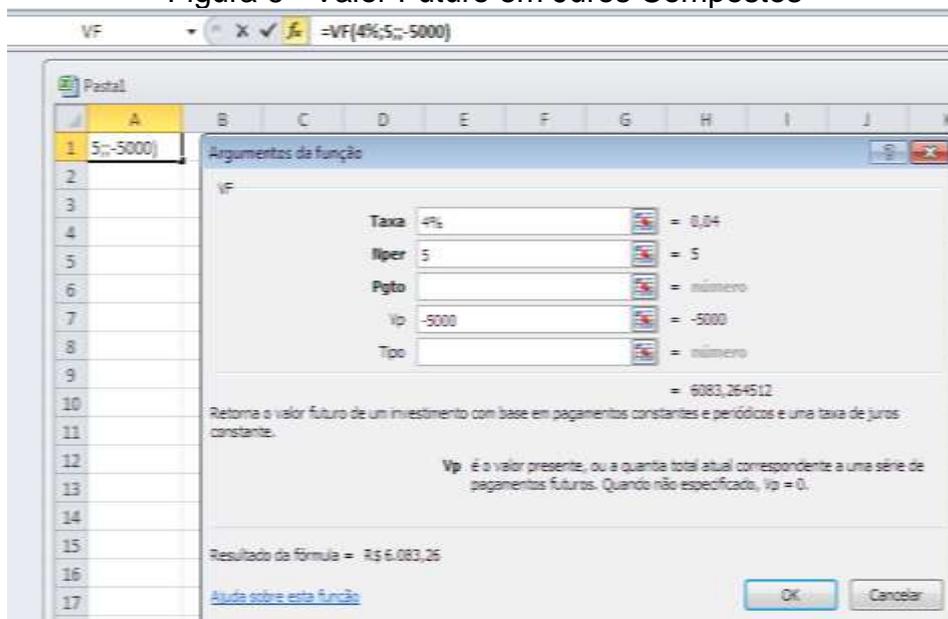
$$TIPO$$

$$VF = ?$$

$$= VF(TAXA; NPER; PGTO; VP; TIPO)$$

$$= VF(4\%; 5; ; -5.000) = 6.083,26$$

Figura 6 - Valor Futuro em Juros Compostos



Fonte: Autoral

Omitindo P<sub>gto.</sub>, deve ser incluído o valor presente, como aconteceu nesse exemplo, para não ocorrer um erro.

### Solução com simuladores:

Figura 7 - Calculadora do cidadão – Valor futuro de um capital

The screenshot shows a web browser window with the URL <https://www3.bcb.gov.br/CALCIDADAO/publico/calculaValorFuturo...>. The page title is 'Calculadora do cidadão'. Below the title, there are navigation links: 'do cidadão', 'Ajude a melhorar a calculadora do', and 'Ajuda'. The main content area is titled 'Valor futuro de um capital' and 'Simule o valor futuro de um capital'. It contains the following fields and values:

- Número de meses: 5
- Taxa de juros mensal: 4,000000 %
- Capital atual (depois realizado no início de mês): 5.000,00
- Valor obtido ao final: 6.083,26

At the bottom right, there is a 'Meteorlogia' logo. At the bottom, there are four buttons: 'Calcular', 'Limpar', 'Voltar', and 'Imprimir'.

Fonte: <<https://www3.bcb.gov.br/CALCIDADAO/publico/exibirFormCalculoValorFuturoCapital.do?method=exibirFormCalculoValorFuturoCapital.>> Acesso em: 15 jul. 2019.

O simulador (Calculadora Cidadã) tem limitação no seu uso, não aceita o tempo de forma fracionada, ou seja, só podemos usar tempo em meses.

Figura 8 - Calculadora Online de Juros Composto

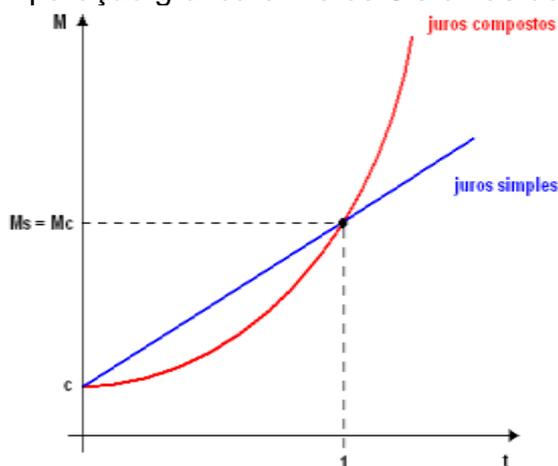
The screenshot shows a web browser window with the title 'Calculadora Online de Juros Compostos'. Below the title, there is a text box: 'Podemos utilizar variações da fórmula do valor futuro, para descobrir qualquer uma das 4 variáveis a partir dos valores das outras 3:'. Below this, there is a formula: '1. Valor Futuro (ou Montante):  $F = P \cdot (1 + i)^n$ '. There are three input fields: 'valor presente: 5000', 'taxa de juros: 4%', and 'número de períodos: 5'. Below these fields, there is a button with the text 'Valor Futuro: 6.083,26' and a green icon. To the right of the button, the formula is displayed: '=5000\*POTÊNCIA(1 + 4%; 5)'. The background is light gray.

Fonte: <<https://fazaconta.com/juros-compostos.htm>> Acesso em 06 set 2019.

### 3.4.2.3. Diferença entre Juros Simples e Juros Compostos

Trabalhos no PROFMAT realizaram a demonstração da relação entre os dois sistemas, usando a desigualdade de Bernoulli, ficaremos com a ilustração gráfica.

Figura 9 - Comparação gráfica entre os Sistemas de Capitalizações



Fonte: Google

A análise desse gráfico diz que acima da unidade unitária do tempo os juros compostos são maiores que os juros simples e abaixo de um é o inverso.

Castelo Branco (2008) faz algumas análises e finalizações sobre os Regimes de Capitalização:

- 1) Quando o período de tempo (prazo) for inferior ao tempo da taxa, será mais vantajoso utilizar o regime de capitalização simples.
- 2) Quando o período de tempo (prazo) for superior ao tempo da taxa, será mais vantajoso utilizar o regime de capitalização composto.
- 3) Quando o período de tempo (prazo) for igual ao tempo da taxa, os dois regimes apresentarão o mesmo resultado (Castelo Branco, 2008, p. 33).

Morgado (2001), na realidade os juros simples são usados de maneira rara, ou seja, somente em juros de mora, que são cobrados em espaços tempos curtos, pois dão um valor maior ao montante comparado aos juros compostos como mostra o gráfico, com isso os donos do capital são interessados nos juros compostos.

**Exemplo 05.** Calcular o montante de um capital de R\$ 10.000,00, aplicado à taxa de 1% ao mês, para 29 dias, 30 dias e 31 dias, pelos regimes de juros simples e juros compostos.

**Juros Simples:**

$$a) \quad n = 29 \text{ dias} : VF = 10.000x \left( 1 + 0,01x \frac{29}{30} \right) = 10.096,67$$

$$b) \quad n = 30 \text{ dias} : VF = 10.000x \left( 1 + 0,01x \frac{30}{30} \right) = 10.100,00$$

$$c) \quad n = 31 \text{ dias} : VF = 10.000x \left( 1 + 0,01x \frac{31}{30} \right) = 10.103,33$$

**Juros Compostos**

$$a) \quad n = 29 \text{ dias} : VF = 10.000x(1 + 0,01)^{\frac{29}{30}} = 10.096,65$$

$$b) \quad n = 30 \text{ dias} : VF = 10.000x(1 + 0,01)^{\frac{30}{30}} = 10.100,00$$

$$c) \quad n = 31 \text{ dias} : VF = 10.000x(1 + 0,01)^{\frac{31}{30}} = 10.103,35$$

Analisando os dois regimes temos:

Para  $n < 30$  dias, juros simples  $>$  juros compostos

Para  $n = 30$  dias, juros simples = juros compostos

Para  $n > 30$  dias, juros simples  $<$  juros compostos

**3.4.3. Séries de Pagamentos**

Segundo Martins *apud* Iezzi, Hazzan e Degenszajn, (2013. 2016) as séries são classificadas de três formas:

- a) Postecipadas: ocorrem o desembolso no final de cada prazo e não no início, tendo como exemplo: pagamento do cartão de crédito
- b) Antecipadas: o desembolso acontece no início do prazo, tendo como exemplo: financiamento com pagamento da 1ª parcela à vista.
- c) Diferidas: é o intervalo de carência que significa o princípio da transação até o desembolso da primeira prestação, tendo como exemplo: compre hoje e pague daqui a 60 dias.

Iremos realizar neste trabalho somente as séries de pagamentos uniformes, cujo explicitaremos exemplos para serem resolvidos com o uso das planilhas e os simuladores

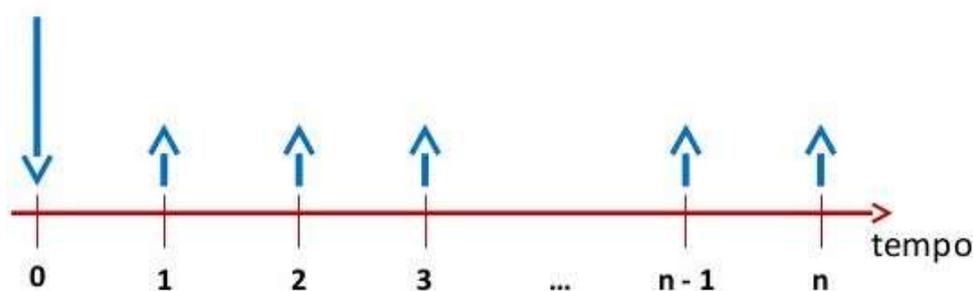
Para Castelo Branco (2008) faz uma classificação detalhada das séries de pagamentos:

- a) Quanto ao tempo. **Temporário** – quando tem um número limitado de pagamentos; **Infinito** – quando tem um número infinito de pagamentos.
- b) Quanto à constância ou periodicidade. **Periódicas** – quando os pagamentos ocorrem em intervalos de tempo iguais; **Não periódicas** – quando os pagamentos ocorrem em intervalos de tempo variáveis.
- c) Quanto ao valor dos pagamentos. **Fixos ou Uniformes** – quando todos os pagamentos são iguais; **Variáveis** – quando os valores dos pagamentos variam.
- d) Quanto ao vencimento do primeiro pagamento. **Imediata** – quando o primeiro pagamento ocorre exatamente no primeiro período da série; **Diferida** – quando o primeiro pagamento não ocorre no primeiro período da série, ou seja, ocorrerá em períodos subsequentes.
- e) Quanto ao momento dos pagamentos. **Antecipadas** – quando o primeiro pagamento ocorre no momento “0” (zero) da série de pagamentos. **Postecipadas** – quando os pagamentos ocorrem no final dos períodos (CASTELO BRANCO, 2008, p. 92).

#### 3.4.4. Séries Uniformes de Pagamentos Postecipados

Castelo Branco (2008) afirma que nesta série não existe a entrada, ou seja, o pagamento acontece no instante 1, como mostra o fluxo de caixa abaixo.

Figura 10 - Fluxo de Caixa em Pagamentos Postecipadas



Fonte: Google

Considerando:

$P$ : prestação ou pagamento;

$i$ : taxa de juros;

$n$ : tempo;

$VP$ : valor presente.

Determinando o valor presente de cada prestação, em cada tempo, temos:

$$VP = \frac{P}{(1+i)^1} + \frac{P}{(1+i)^2} + \dots + \frac{P}{(1+i)^n} = \sum_{k=1}^n \frac{P}{(1+i)^k}$$

Usando a maneira de chegar a uma fórmula que se encontra no livro: Temas e Problemas: E. L. Lima, P. C. P. Carvalho, E. Wagner e A. C. Morgado (2003, p. 120).

Para determinar o valor presente de cada pagamento temos que retroceder em cada tempo:

Sendo a equação (I):

$$VP = \frac{P}{(1+i)^1} + \frac{P}{(1+i)^2} + \dots + \frac{P}{(1+i)^n}$$

Multiplicando a equação (I) por  $(1+i)$ , temos a equação (II):

$$VP \cdot (1+i) = P + \frac{P}{(1+i)^1} + \dots + \frac{P}{(1+i)^{n-1}}$$

Fazendo a subtração entre as equações (II) – (I), teremos:

$$VP \cdot (1+i) - VP = P - \frac{P}{(1+i)^n} \Leftrightarrow VP \cdot i = P - \frac{P}{(1+i)^n} \Leftrightarrow VP = P \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

$$\text{Fórmula 4: } VP = P \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

Morgado (2001,) demonstra de uma outra maneira, a fórmula 4:

Teorema 3.3. O valor de uma série uniformes de pagamento de  $n$  pagamentos iguais a  $P$ , uma unidade de tempo antes do primeiro pagamento, é, sendo  $i$  a taxa de juros, igual a

$$A = P \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

Prova:

$$\begin{aligned} A &= P \cdot (1+i)^{-1} + P \cdot (1+i)^{-2} + P \cdot (1+i)^{-3} \dots + P \cdot (1+i)^{-n} = \\ &= P \cdot (1+i)^{-1} \frac{1 - (1+i)^{-n}}{1 - (1+i)^{-1}} = P \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \end{aligned}$$

**Exemplo 06.** Uma televisão custa R\$ 1.200,00 à vista, é vendida em 8 prestações mensais iguais, sendo a primeira prestação paga um mês após. Se a taxa de juros é de 8% ao mês, qual será o valor da prestação?

**Solução algébrica:**

$$VP = 1.200,00$$

$$n = 8m$$

$$i = 8\%a.m. = 0,08a.m.$$

$$P = ?$$

$$VP = P \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

$$1.200 = P \cdot \frac{1 - 1,08^{-8}}{0,08}$$

$$P = 208,82$$

As prestações são de R\$ 208,82.

**Solução com planilha:**

A resolução da questão no Excel está conforme Tirbúcio Silva (2013) seria utilizar função financeira em uma planilha eletrônica:

$$TAXA = 8\%a.m.$$

$$NPER = 8m.$$

$$VP = 1.200$$

$$VF$$

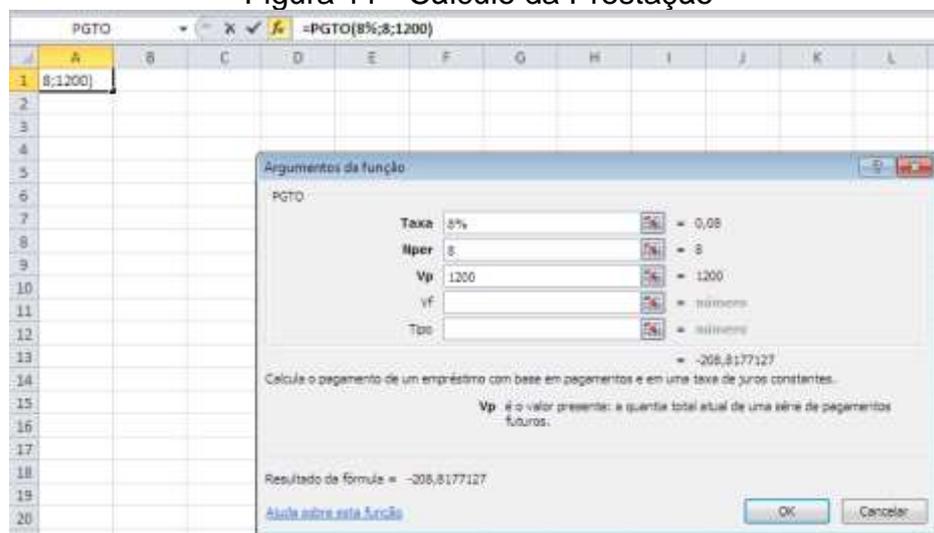
$$TIPO$$

$$PGTO = ?$$

$$= PGTO(TAXA; NPER; VP; VF; TIPO)$$

$$= PGTO(8\%; 8; 1.200) = -208,82$$

Figura 11 - Cálculo da Prestação



Fonte: Autoral.

Neste exemplo foram preenchidos os três valores obrigatórios, para não ocorrer o erro.

### Solução com simulador:

Figura 12 - Financiamento com Prestações Fixas

BANCO CENTRAL DO BRASIL [BR] | <https://www3.bcb.gov.br/CALCIDADAO/publico/calcularFinanciame...>

**Calculadora do cidadão**

o cidadão | Ajude a melhorar a calculadora do | Ajuda

dadão → Financiamento com prestações fixas

**Financiamento com prestações fixas**  
**Simule o financiamento com prestações fixas**

Nº. de meses

Taxa de juros mensal  %

Valor da prestação   
(Considera-se que a 1a. prestação não seja no ato)

Valor financiado   
(O valor financiado não inclui o valor da entrada)

[Metodologia](#)

O total desse financiamento de 8,00 parcelas de 208,82 reais é 1.670,56 reais, sendo 470,56 de juros.

Fonte: Calculadora do cidadão – Financiamento com prestações fixas <<https://www3.bcb.gov.br/CALCIDADAO/publico/exibirFormFinanciamentoPrestacoesFixas.do?method=exibirFormFinanciamentoPrestacoesFixas>>. Acesso em 16 jul. 2019.

**Exemplo 07.** Adaptada do livro dos Santos (2016, p. 124). Você deseja financiar um veículo cujo valor à vista é R\$ 38.000,00, sendo que seu salário é de R\$ 2.700,00. Sabe-se que o financiamento será aprovado se o valor das parcelas for, no máximo, de 1/3 do salário do comprador. Sendo assim, o vendedor da JK Veículos apresenta a seguinte proposta:

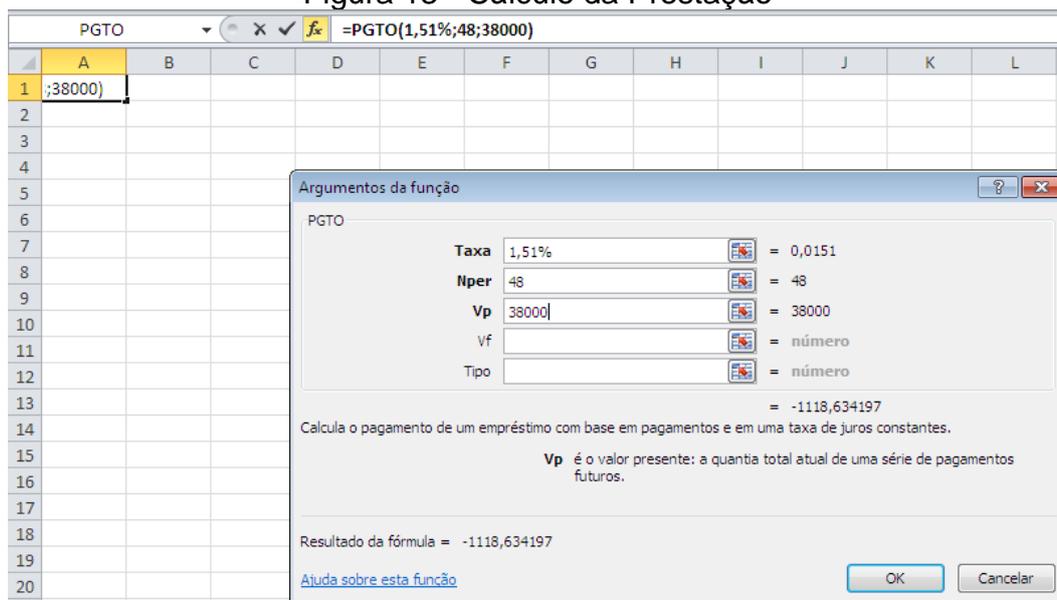
- 48 vezes mensais e iguais sob a taxa efetiva 1,51%a.m.

### Solução com planilha:

Utilizando a função financeira da planilha eletrônica:

$$\begin{aligned}
 TAXA &= 1,51\%a.m. \\
 NPER &= 48m. \\
 VP &= 38.000 \\
 VF & \\
 TIPO & \\
 PGTO &= ? \\
 &= PGTO(TAXA;NPER;VP;VF;TIPO) \\
 &= PGTO(1,51\%;48;38.000) = -1.118,63
 \end{aligned}$$

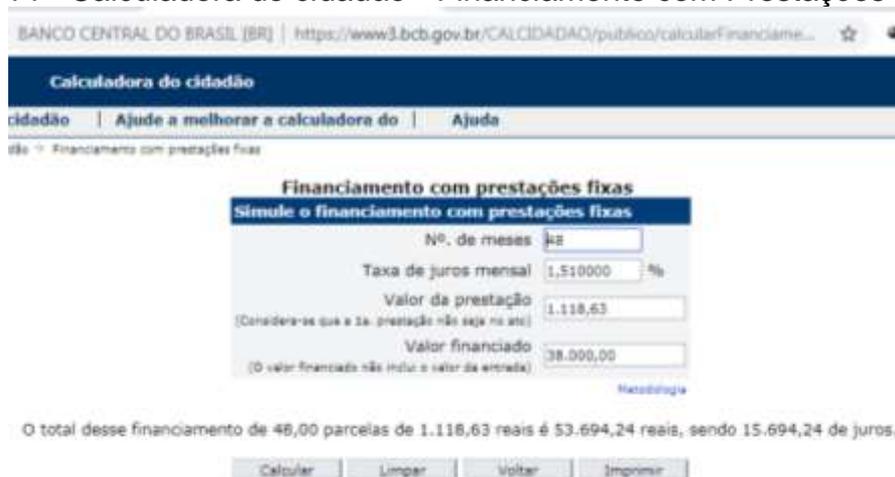
Figura 13 - Cálculo da Prestação



Fonte: Autoral.

### Solução com simulador:

Figura 14 - Calculadora do cidadão - Financiamento com Prestações Fixas



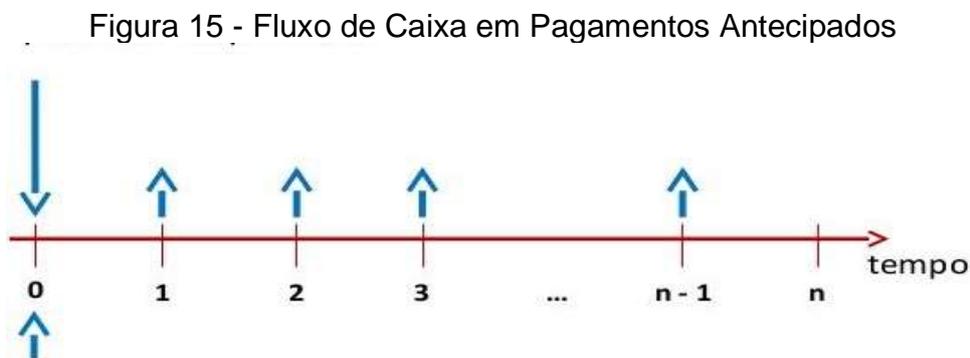
Fonte: Calculadora do cidadão – Financiamento com prestações fixas <<https://www3.bcb.gov.br/CALCIDADAQ/publico/exibirFormFinanciamentoPrestacoesFixas.do?method=exibirFormFinanciamentoPrestacoesFixas>> Acesso em 16 jul. 2019.

Como 1/3 de R\$ 2.700,00 é R\$ 900,00, o financiamento não será aprovado.

A calculadora cidadã do BACEN, realiza somente em série de pagamentos uniformes postecipadas, pois, ela traz a informação que não há pagamento no ato da compra.

### 3.4.4.1. Séries Uniformes de Pagamentos Antecipados

Castelo Branco (2008) afirma que nesta série é dada a entrada no momento zero (0), com a primeira prestação paga.



Fonte: Google.

Usando a fórmula 4, teremos a fórmula 5 em séries antecipadas:

$$\text{Fórmula 5: } \frac{VP}{(1+i)} = P \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

**Exemplo 08.** Um carro custa à vista R\$ 50.000,00, realizando um financiamento em 36 meses com a primeira prestação paga na entrada, sendo a taxa de financiamento de 1,85% ao mês, quanto ficará a prestação?

**Solução com a fórmula 5:**

$$VP = 50.000$$

$$n = 36m$$

$$i = 1,85\%a.m.$$

$$P = ?$$

$$\frac{50.000}{1+0,0185} = P \cdot \frac{1-(1+0,0185)^{-36}}{0,0185}$$

$$P = 1.879,92$$

**Solução com planilha:**

Usando a planilha financeira da função: PGTO.

$$TAXA = 1,85\%a.m.$$

$$NPER = 36m.$$

$$VP = -50.000$$

$$VF$$

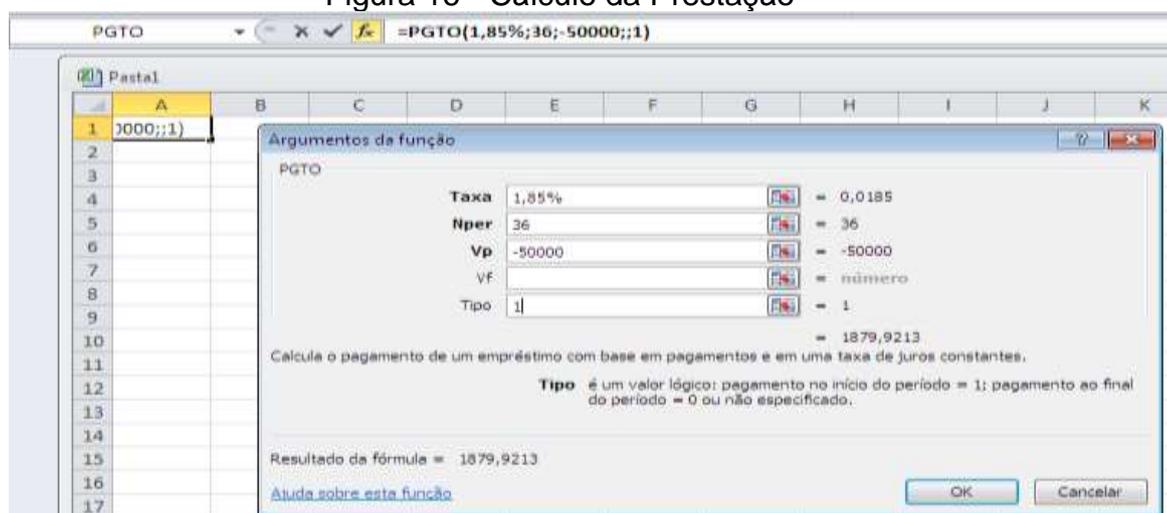
$$TIPO = 1$$

$$PGTO = ?$$

$$= PGTO(TAXA; NPER; VP; VF; TIPO)$$

$$= PGTO(1,85\%;36;-50.000; ;1) = 1.879,92$$

Figura 16 - Cálculo da Prestação



Fonte: Autoral.

#### 3.4.4.2. Séries Uniformes de Pagamentos Diferidos

Existe um intervalo de tempo entre o fechamento da compra e as prestações, ou seja, existe uma carência como afirma Martins (2016).

Considerando: (VP): valor presente no tempo focal (0); (i): taxa; (n): período das prestações; ©: meses de carência; (P): prestação. Temos as duas fórmulas: antecipadas e postecipadas.

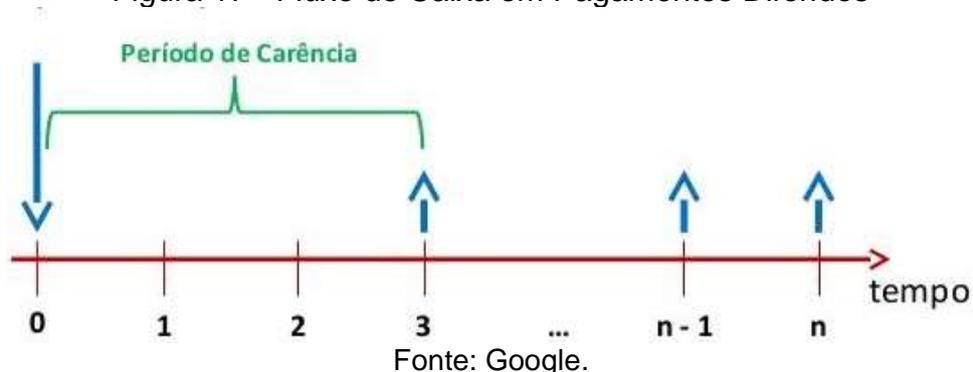
Antecipadas:

$$\text{Fórmula 6: } VP_0(1+i)^{c-1} = P \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Postecipadas:

$$\text{Fórmula 7: } VP_0 \cdot (1+i)^c = P \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Figura 17 - Fluxo de Caixa em Pagamentos Diferidos



Usando o exemplo do livro de Castelo Branco (2008)

**Exemplo 09.** Uma mercadoria encontra-se em promoção e é comercializada em 5 prestações iguais de R\$ 150,00; a loja está oferecendo ainda uma carência de 5 meses para o primeiro pagamento. Determine o valor à vista desta mercadoria, sabendo-se que a taxa de juros praticados pela loja é de 3% ao mês.

Pela fórmula 6:

Antecipadas

$$P = 150$$

$$n = 5m$$

$$c = 5$$

$$i = 3\%a.m.$$

$$VP_0 = ?$$

$$VP_0 \cdot (1,03)^{(5-1)} = 150 \cdot \frac{1-(1,03)^{-5}}{0,03}$$

$$VP_0 = 610,35$$

Pela planilha eletrônica temos duas etapas:

1ª etapa: Usando função financeira:

$TAXA = 3\%a.m.$

$NPER = 5m.$

$PGTO = 5m.$

$VF$

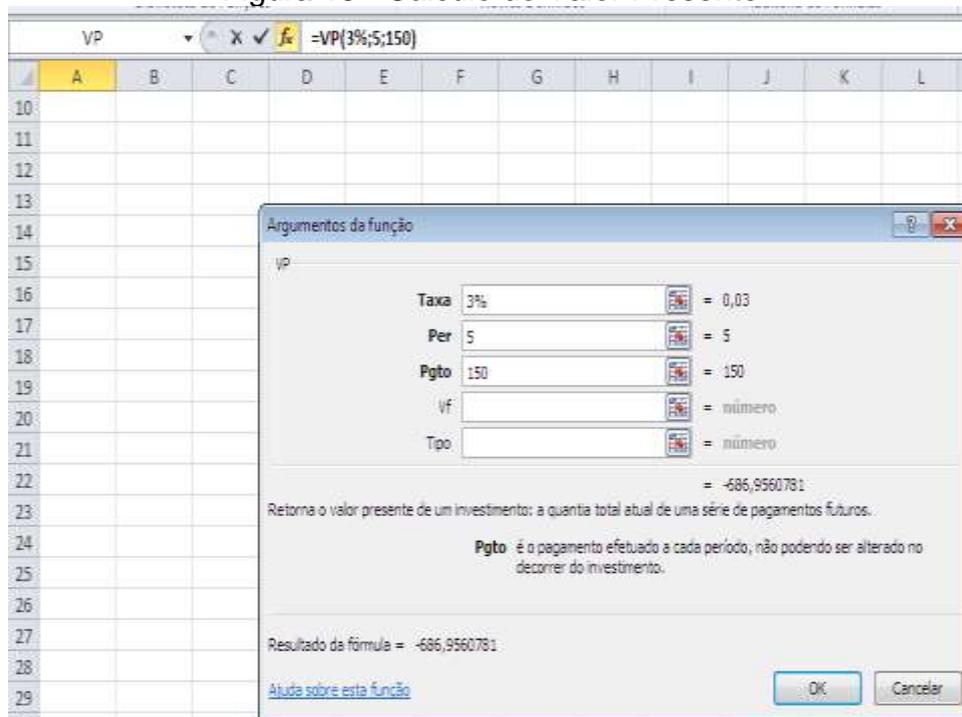
$TIPO$

$VP = ?$

$= VP(TAXA; NPER; PGTO; VF; TIPO)$

$= VP(3\%; 5; 150) = -686,96$

Figura 18 - Cálculo do Valor Presente



Fonte: Autoral.

2ª etapa: Usando a função financeira:

$$TAXA = 3\%a.m.$$

$$NPER = 4m.$$

$$PGTO =$$

$$VF = 686,96$$

$$TIPO$$

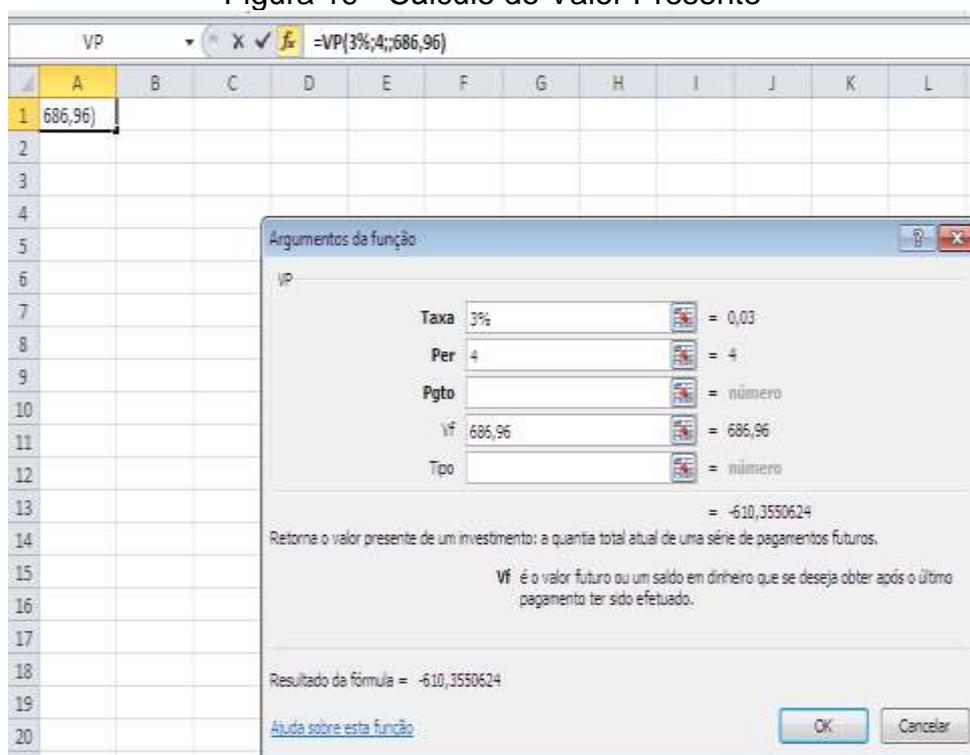
$$VP = ?$$

$$= VP(TAXA; NPER; PGTO; VF; TIPO)$$

$$= VP(3\%; 4; ; 686,96) = -610,36$$

Logo o valor à vista da mercadoria é R\$ 610,36. Por questão de aproximação.

Figura 19 - Cálculo do Valor Presente



Fonte: Autoral.

De acordo com Tibúrcio Silva (2013) temos uma série chamada de perpetuidade é um caso específico de série de pagamentos uniformes, no qual o prazo (n) tem um valor alto, por isso, o valor presente (VP) desta série infinita é dado pela expressão:

$$VP = \frac{P}{i}$$

O autor afirma que o prazo (n) a ser usado na expressão não tem necessidade de ser perpétuo para que venha ser utilizado suficientemente grande o valor de n.

Sendo o valor presente da série infinita abaixo:

$$VP = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P}{(1+i)^n} = \frac{P}{(1+i)} + \frac{P}{(1+i)^2} + \dots$$

Forma uma Soma da Progressão

Geométrica Infinita, cuja fórmula para ser calculada é  $S = \frac{a_1}{1-q}$ , onde  $a_1$  é o primeiro termo e q é a razão. Demonstrada pelo teorema 2.7 do livro Morgado (2001):

Teorema 2.7. O limite da soma  $S^n$  dos n primeiros termos da progressão geométrica ( $a^n$ ), razão que q tal que  $|q| < 1$ , é igual a  $S =$

$$\frac{a_1}{1-q} \quad (\text{MORGADO, 2001, p. 26}).$$

Considerando  $a_1 = \frac{P}{(1+i)}$  e  $q = \frac{1}{(1+i)} < 1$ , pois,  $i > 0$ .

$$VP = \frac{\frac{P}{(1+i)}}{1 - \frac{1}{(1+i)}} = \frac{\frac{P}{(1+i)}}{\frac{1+i-1}{1+i}} = \frac{P}{i}$$

$$\text{Fórmula 8: } VP = \frac{P}{i}$$

Usando na integra o exemplo do livro de Tibúrcio Silva (2013), temos

Exemplo - Um apartamento é alugado a \$ 500 por 40 anos, com pagamentos mensais. O valor presente desse aluguel, que expressa, de certa forma, o valor do imóvel, pode ser calculado usando uma taxa de desconto de 0,8% ao mês:  $800/0,8\% = \$ 100.000$ . Usando a expressão do valor presente da periodicidade de uma planilha eletrônica, tem-se:

$$=PGTO(0,80\%; 500; 800) = -98.139,05$$

Observe que o resultado não foi exatamente aquele obtido com a perpetuidade. Entretanto, quanto maior o número, mas próximo o resultado estará do valor obtido na perpetuidade. De igual modo, quanto maior a taxa de desconto, melhor será a aproximação dada pela perpetuidade (Tibúrcio Silva, 2013, p. 131-132).

### 3.4.5. Amortizações

De acordo com Balaestri (2016), o significado de amortizar no dicionário, está no sentido de fazer pagamentos de déficit de maneira gradual. Os dois sistemas que são mais usados é o Sistema de Amortização Constante (SAC) e o Sistema Price. Esses sistemas utilizam os juros compostos no saldo da dívida, sendo assim, cada pagamento é a junção da amortização e os juros da dívida.

Conforme Balaestri (2016), o sistema Price é o cotidiano no uso da compra financiada dos bens de consumo. Ele afirma que as parcelas ou prestações são todas do mesmo valor, cujo as parcelas iniciais são compostas dos rendimentos com maior evidencia e a amortização do empréstimo ou financiamento no princípio, baixa. Em relação ao sistema SAC é mais usual em financiamento imobiliários, assim as amortizações de mesmo valor e a prestação fica em função dos juros, que em cada período vai reduzindo de valor, devido a incidência em cima do saldo devedor menor a cada período.

Conforme Castelo Branco (2008), financiamento é diferente de empréstimo: financiamento significa auxílio financeiro que está atrelado a um bem ou serviço, como um carro ou imóvel. E empréstimo significa auxílio financeiro que não é obrigatório especificar a finalidade do empréstimo.

Segundo, Castelo Branco (2008) cita os conceitos dos elementos que fazem parte do desenvolvimento dos processos de amortizações usados em planilhas ou tabelas.

Saldo Devedor – é o valor nominal do empréstimo ou financiamento, ou simplesmente o valor presente (PV) na data focal “0” (zero), que é diminuído da parcela da amortização a cada período (n);

Amortização – parcela que é deduzida do saldo devedor a cada pagamento;

Juros Compensatórios – é o valor calculado a partir do saldo devedor e posteriormente somado à parcela de amortização;

Prestação – popularmente entende-se a prestação como sendo o pagamento a cada período de tempo (n), composto da parcela da amortização mais juros compensatórios(J), ou seja, é o valor que pagamos no caixa do banco, das lojas etc (CASTELO BRANCO, 2008, p. 157).

**Exemplo 10.** Sendo um financiamento de R\$ 30.000,00 a ser pago em 5 prestações mensais à taxa de 1% a.m. Faça a planilha no Sistema Price e no Sistema SAC:

**Sistema Price:**

1º passo: Calcula a prestação fixa (P) através da fórmula de série de pagamentos uniformes postecipadas;

$$VP = 30.000$$

$$n = 5m$$

$$i = 1\%a.m.$$

$$P = ?$$

$$30.000 = P \cdot \frac{1 - (1 + 0,01)^{-5}}{0,01}$$

$$P = 6.181,19$$

Sendo a prestação fixa de R\$ 6.181,19

2º passo: Construir a tabela, onde mostramos todas as etapas dos pagamentos:

Quadro 3 - Sistema Price

Pr azo	Juros	Amortização	Pr estação	Saldo devedor
0	–	–	–	30.000,00
1	$30.000,00 \times 0,01 = 300,00$	5.881,19	6.181,19	24.118,81
2	$24.118,81 \times 0,01 = 241,19$	5.940,00	6.181,19	18.178,81
3	$18.178,81 \times 0,01 = 181,79$	5.999,40	6.181,19	12.179,41
4	$12.179,41 \times 0,01 = 121,79$	6.059,40	6.181,19	6.119,99
5	$6.119,99 \times 0,01 = 61,20$	6.119,99	6.181,19	–
Total (R\$)	905,97	30.000,00	30.905,97	–

Os juros ( $J$ ) serão calculados em cima de cada saldo devedor:

$$J_1 = 30.000,00 \times 0,01 = 300,00;$$

$$J_2 = 24.118,81 \times 0,01 = 241,19;$$

$$J_3 = 18.178,81 \times 0,01 = 181,79;$$

$$J_4 = 12.179,41 \times 0,01 = 121,79;$$

$$J_5 = 6.120,01 \times 0,01 = 61,20.$$

A amortização ( $A_k$ ) é diferença entre a prestação e os juros em cada período:

$$A_1 = 6.181,19 - 300,00 = 5.881,19;$$

$$A_2 = 6.181,19 - 241,19 = 5.940,00;$$

$$A_3 = 6.181,19 - 181,19 = 5.999,40;$$

$$A_4 = 6.181,19 - 121,79 = 6.059,40;$$

$$A_5 = 6.181,19 - 61,20 = 6.120,01.$$

O saldo devedor ( $SD_k$ ) é a diferença entre o saldo devedor anterior e amortização do período:

$$SD_1 = 30.000,00 - 5.881,19 = 24.118,81;$$

$$SD_2 = 24.118,81 - 5.940,00 = 18.178,81;$$

$$SD_3 = 18.178,81 - 5.999,40 = 12.179,41;$$

$$SD_4 = 12.179,41 - 6.059,40 = 6.120,01;$$

$$SD_5 = 6.120,01 - 6.120,01 = 0.$$

Podemos utilizar um simulador de Sistema Price para mostrar a planilha pronta, inserindo os valores dados na questão.

Figura 20 - Financiamento

Dados do financiamento	
Valor financiado	30.000,00
Taxas de abertura crédito + IOF	-
Número de Prestações	5
Taxa de juros CET	
Taxa CET Mensal ou Anual?	
Juros Mensal Efetivo	1.0000%
Total pago	30.905,97
Total de Juros pagos	905,97

# Parcela	Saldo Inicial	Juros	Saldo Inicial + Juros	Amortização	Prestação	Saldo Pós-Pagamento
0	0	0	0	0	0	30.000,00
1	30.000,00	300,00	30.300,00	R\$ 5.881,19	R\$ 6.181,19	24.118,81
2	24.118,81	241,19	24.359,99	R\$ 5.940,01	R\$ 6.181,19	18.178,80
3	18.178,80	181,79	18.360,59	R\$ 5.999,41	R\$ 6.181,19	12.179,39
4	12.179,39	121,79	12.301,19	R\$ 6.059,40	R\$ 6.181,19	6.119,99
5	6.119,99	61,20	6.181,19	R\$ 6.119,99	R\$ 6.181,19	0,00

Fonte: <https://www.clubedospoupadores.com/ferramentas/planilha-simulador-tabela-sac-excel.html>. Acesso em 20 de jul. 2019.

Figura 21 - Simulador –Tabela Price

Valor Financiado:	30000		Número de Meses:	5	
Taxa de Juros (%):	1%		Período da Taxa:	Mensal	
			Parcelas:	Fixas (Tabela Price)	
<b>Calcular</b>					
#	Parcelas	Amortizações	Juros	Saldo Devedor	
1	6.181,19	5.881,19	300,00	24.118,80	
2	6.181,19	5.940,00	241,18	18.178,80	
3	6.181,19	5.999,40	181,78	12.179,39	
4	6.181,19	6.059,40	121,79	6.119,99	
5	6.181,19	6.119,99	61,19	0,00	
»	30.905,96	29.999,99	905,96	« TOTAIS	

Observação: Parcela = Amortização + Juros

Fonte: <<https://fazaconta.com/financiamentos-pmt-rate-nper.>>. Acesso em 06 set. 2019.

Notamos pequenas diferenças na casa dos centavos, devido a questão de aproximação.

Sistema SAC:

1º passo: É calcular a amortização ( $A_n$ ) constante, que é a divisão da dívida

pele número de prestação:  $A_n = \frac{30.000}{5} = 6.000$

2º passo: Construir a tabela, onde mostramos todas as etapas dos pagamentos:

Quadro 4 - SAC

Prazo	Juros	Amortização	Prestação	Saldo Devedor
0	–	–	–	30.000,00
1	$30.000,00 \times 0,01 = 300$	6.000,00	6.300,00	24.000,00
2	$24.000,00 \times 0,01 = 240$	6.000,00	6.240,00	18.000,00
3	$18.000,00 \times 0,01 = 180$	6.000,00	6.180,00	12.000,00
4	$12.000,00 \times 0,01 = 120$	6.000,00	6.120,00	6.000,00
5	$6.000,00 \times 0,01 = 60$	6.000,00	6.060,00	0
Total(R\$)	900,00	30.000,00	30.900,00	–

Os juros(J) serão calculados em cima de cada saldo devedor, como exemplo:

$$J = 30.000 \times 0,01 = 300,00;$$

A prestação(P) será calculada pela soma da amortização e o juros em cada período, como exemplo:  $P = 6.000,00 + 300,00 = 6.300,00$ ;

O saldo devedor é a diferença entre o saldo devedor anterior e amortização do período, como exemplo:  $30.000,00 - 6.300,00 = 23.700,00$ .

Todo esse trabalho pode ser resolvido pelo simulador que usa o sistema SAC, baixado da internet pelo site:

Figura 22 - Tabela SAC

Financiamento	Prazo (meses)	Taxa Anual (C.E.)	Taxa Mensal	Prestação Máxim.	Previdência Mínima
R\$ 30.000,00	5	12,88%	1,000%	R\$ 6.300,00	R\$ 25.200,00

Parcela	Saldo Inicial	Juros	do Atualizado	Amortização	Prestação	Saldo Devedor
1	30.000,00	300,00	30.300,00	6.000,00	6.300,00	24.000,00
2	24.000,00	240,00	24.240,00	6.000,00	6.240,00	18.000,00
3	18.000,00	180,00	18.180,00	6.000,00	6.180,00	12.000,00
4	12.000,00	120,00	12.120,00	6.000,00	6.120,00	6.000,00
5	6.000,00	60,00	6.060,00	6.000,00	6.060,00	0,00

Fonte: <<https://www.clubedospoupadores.com/ferramentas/planilha-simulador-tabela-sac-excel.html>>. Acesso em 18 de jul.2019.

Figura 23 - Tabela SAC

#	Parcelas	Amortizações	Juros	Saldo Devedor
1	6.300,00	6.000,00	300,00	24.000,00
2	6.240,00	6.000,00	240,00	18.000,00
3	6.180,00	6.000,00	180,00	12.000,00
4	6.120,00	6.000,00	120,00	6.000,00
5	6.060,00	6.000,00	60,00	0,00
»	30.900,00	30.000,00	900,00	« TOTAIS

Observação: Parcela = Amortização + Juros

Fonte: <<https://fazaconta.com/financiamentos-tabela-sac.htm>>. Acesso em 06 set. 2019.

Balaestri (2016) faz uma análise em um exemplo semelhante:

Apesar de as condições serem as mesmas para ambos os financiamentos (o valor do empréstimo; taxa de juros; número de prestações), no sistema de amortização Price, os juros cobrados são maiores. Esse fato fica mais evidente à medida que o valor do empréstimo ou do bem é o número de prestações aumentam, como nos casos de financiamentos imobiliários. No entanto, no sistema SAC, os valores das primeiras parcelas são maiores, é isso também deve ser avaliado juntamente com a condição financeira de cada pessoa (BALAESTRI, 2016, p. 223).

Morgado (2001) traz no seu livro duas demonstrações de teoremas relacionados ao sistema SAC e Sistema de Amortização Francês de uma maneira geral:

Teorema 3.4. No SAC, sendo  $n$  o número de pagamentos e  $i$  a taxa de juros.

$$A_k = \frac{D_0}{n}, \quad D_k = \frac{n-k}{n} D_0, \quad J_k = i D_{k-1}, \quad P_k = A_k + J_k.$$

Prova: Se a dívida é  $D_0$  é amortizada em  $n$  quotas iguais, cada quota vale  $A_k = D_0/n$  e o estado da dívida, após  $k$  amortizações, é:

$$D_k = D_0 - k.A_k = D_0 \frac{n-k}{n}.$$

As duas últimas fórmulas são óbvias.

Teorema 3.5. No sistema francês de amortização, sendo  $i$  a taxa de juros e  $n$  o número de pagamentos, temos:

$$P_k = D_0 \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}},$$

$$D_k = D_0 \frac{1 - (1+i)^{-(n-k)}}{1 - (1+i)^{-n}},$$

$$J_k = i D_{k-1}, \quad P_k = A_k + J_k.$$

Prova: A primeira fórmula é simplesmente o teorema 3.3. e as duas últimas são óbvias. Quanto à segunda, observe que a dívida  $D_k$  será liquidada, por  $n-k$  pagamentos, sucessivos e postecipados, iguais a  $P_k$ . Portanto, novamente pelo teorema 3.3, temos

$$D_k = P_k \frac{1 - (1+i)^{-(n-k)}}{i}.$$

Substituindo o valor de  $P_k$ , obteremos a segunda fórmula (MORGADO, 2001, p. 60-61).

Castelo Branco (2008) faz um detalhamento sobre sistema de amortização: o Sistema de Amortização Francês (SFA) trabalha com obrigações de prestações de mesmo valor e com intervalos tempo iguais. Este sistema é o mais empregado pelas entidades financeiras e na mercancia geral. Esse sistema foi criado pelo francês, Richard Price, no século XVIII, por isso o nome Sistema Price e é chamada comumente de Tabela Price. O mesmo autor afirma que a Tabela Price é uma particularidade do SFA, pois as suas diferenças são relatadas a seguir:

A taxa é dada em termos nominais e normalmente é apresentada ao ano;

O período do financiamento normalmente é menor do que o tempo da taxa, quase sempre é dado ao mês;

Para transformar as taxas, usa-se o critério da proporcionalidade (CASTELO BRANCO, 2008, p. 160).

Este autor afirma que todos os sistemas de amortização trabalham com juros exponenciais e diz que é bom para quem empresta e ruim para quem pega emprestado.

Usando o exemplo nº 71 do seu livro.

**Exemplo11.** Um banco empresta o valor de R\$ 10.000,00, com a taxa de 12% ao ano, para ser pago em 7 parcelas mensais sem prazo de carência, calculado pelo Sistema Price de Amortização ou Tabela Price. Pede-se elaborar a planilha de financiamento.

**Solução pelo simulador on-line:**

Figura 24 - Tabela Price

Dados do financiamento				
Valor financiado	10.000,00			
Taxas de abertura crédito + IOF	0,00			
Número de Prestações	7			
Taxa de juros CET	12,0000%			
Taxa CET Mensal ou Anual?	Anual			
Juros Mensal Efeito	1,0000%			
Taxa Total	12,4000%			
Total de Juros Pagos	861,37			
Juros	Saldo Inicial + Juros	Amortização	Prestação	Saldo Pós-Pagamento
100,00	10.100,00	R\$ 1.386,28	R\$ 1.486,28	10.000,00
86,14	8.699,85	R\$ 1.400,15	R\$ 1.486,28	8.613,72
72,14	7.285,71	R\$ 1.414,15	R\$ 1.486,28	7.213,57
57,99	5.857,42	R\$ 1.428,29	R\$ 1.486,28	5.799,42
43,71	4.414,85	R\$ 1.442,57	R\$ 1.486,28	4.371,14
29,29	2.957,85	R\$ 1.457,00	R\$ 1.486,28	2.928,56
14,72	1.486,28	R\$ 1.471,57	R\$ 1.486,28	1.471,57
				0,00

Fonte: <<https://carteirarica.com.br/tabela-price/>>.

Conseguiremos realizar várias situações com juros e valores financiados no Sistema Price. Neste exemplo, nós omitimos taxa de abertura de crédito, por não constar no comando da questão, preenchendo nas colunas os dados do financiamento extraídos da questão.

Figura 25 - Tabela Price

Valor Financiado:		Número de Meses:		
10000		7		
Taxa de Juros (%):		Período da Taxa:	Parcelas:	
1%		Mensal	Fixas (Tabela Price)	
<b>Calcular</b>				
#	Parcelas	Amortizações	Juros	Saldo Devedor
1	1.486,28	1.386,28	100,00	8.613,71
2	1.486,28	1.400,14	86,13	7.213,57
3	1.486,28	1.414,14	72,13	5.799,42
4	1.486,28	1.428,28	57,99	4.371,13
5	1.486,28	1.442,57	43,71	2.928,56
6	1.486,28	1.456,99	29,28	1.471,56
7	1.486,28	1.471,56	14,71	0,00
=	10.403,97	9.999,99	403,97	= TOTAIS

Observação: Parcela = Amortização + Juros

<https://fazaconta.com/financiamentos-pmt-rate-nper.htm>

Fonte: <<https://fazaconta.com/financiamentos-pmt-rate-nper.htm>>.

Acesso em: 08. set. 2019.

A comparação entre dois os sistemas de amortizações: SAC x Price

De acordo com site fazAconta.com indica de acordo com a imagem abaixo, traz a comparação entre os sistemas em dois requisitos: parcelas e saldo devedor.

- Progresso das Parcelas

De uma maneira global as parcelas no SAC são maiores que as parcelas no Price, no princípio dos pagamentos, mas vão diminuindo com em cada pagamento que chegam em determinado período com parcelas menores em relação ao Price, a imagem abaixo mostra um exemplo.

Figura 26 - Comparação entre SAC e PRICE



Fonte: fazAconta.com. Dados deste exemplo: Valor Financiado= 10.000; Juros=6% (ao mês); Número de Parcelas = 36.

- Progresso do Saldo Devedor

Conforme o site fazAconta.com, para o Sistema SAC o saldo devedor vai decrescendo de maneira linear, mas no Sistema Price, o pagamento das primeiras prestações não faz efetividade no saldo devedor, ou seja, o saldo não reduz de forma significativa.

### 3.4.6. Taxas de Juros

#### 3.4.6.1. Taxas Proporcionais

Para Tibúrcio Silva (2013):

Taxas proporcionais quando há uma relação entre elas e os intervalos de tempo, está relacionada ao sistema de capitalização simples;

As taxas  $i_p$  e  $i_q$  e os tempos  $n_p$  e  $n_q$  são proporcionais, com os tempos na mesma unidade:

$$\text{Fórmula 10: } \frac{i_p}{i_q} = \frac{n_p}{n_q}$$

Exemplo: 12) Qual é a taxa anual ( $i_a$ ) proporcional a  $i_m = 2\% \text{ a.m.}$  ?

$$\frac{i_a}{i_m} = \frac{n_a}{n_m}$$

$$\frac{i_a}{2\%} = \frac{12m}{1m}$$

$$i_a = 2\% \cdot 12$$

$$i_a = 24\%a.a.$$

### 3.4.6.2. Taxas Equivalentes

Para Cesar (2004) Taxa equivalentes são as taxas que se encontram em intervalos de tempos diferenciados, porém quando usadas em um mesmo valor presente, o mesmo período, darão os resultados iguais ao valor futuro. Lima et al (2001) afirma que taxas equivalentes não são taxas proporcionais. Tibúrcio Silva (2013) a taxa equivalente opera no sistema de capitalização composta. Diante disso, Morgado (2001) traz um teorema sobre as taxas equivalentes:

Teorema 3.2. Se a taxa de juros relativamente a um determinado período de tempo igual a  $i$ , a taxas de juros relativamente a  $n$  períodos de tempo é  $I$  tal que  $1 + I = (1 + i)^n$  (MORGADO, 2001, p. 49).

Pelo teorema podemos visualizar as principais (semestral, quadrimestral, trimestral, mensal e diária) taxas equivalentes à taxa anual:

$$1 + i_a = (1 + i_s)^2 = (1 + i_q)^3 = (1 + i_t)^4 = (1 + i_m)^{12} = (1 + i_d)^{360}$$

**Exemplo 13.** Qual é taxa anual equivalente a  $i_m = 2\%a.m.$ ?

**Solução Algébrica:**

$$1 + i_a = (1 + i_m)^{12}$$

$$1 + i_a = (1 + 2\%)^{12}$$

$$1 + i_a = (1,02)^{12}$$

$$1 + i_a = 1,2682$$

$$i_a = 26,82\%a.a.$$

### Solução por Simulador:

Figura 27 - Taxa Mensal - Vs - Anual

taxa de juros: 2% de: ao mês para: ao ano

Taxa de Juros: 26,8241% =POTÊNCIA(1 + 2%; 12) - 1

Fonte: <<https://fazaconta.com/taxa-mensal-vs-anual.htm>> Acesso em 08.set.2019.

Santos (2016) mostra as taxas equivalentes por esse modo:

Período Comercial:

1 mês = 30 dias em qualquer mês do ano.

1 ano = 360 dias.

A Taxa Equivalente  $(i_{eq})$  em Juros Compostos é dada por:

$$i_{eq} = (1 + i)^{\frac{p}{a}} - 1$$

Onde:

$a$  = período apresentado.

$p$  = período pedido, ou desejado.

Atenção: para executar o cálculo devemos trabalhar com uma única unidade, a menor entre apresentada e pedida. (SANTOS, 2016, p. 38).

### Solução 2:

$$\begin{aligned}
 a &= 1 \text{ mês}; & i_{eq} &= (1 + i)^{\frac{p}{a}} - 1 \\
 p &= 1 \text{ ano} = 12 \text{ meses}; & i_{eq} &= (1 + 2\%)^{\frac{12}{1}} - 1 \\
 i &= 2\% \text{ a.m.} & i_{eq} &= (1,02)^{12} - 1 \\
 i_{eq} &= ? & i_{eq} &= 26,82\% \text{ a.a.}
 \end{aligned}$$

### Solução 3:

Pode ser usado um simulador na internet.

Figura 28 - Taxas Equivalentes

<https://www.clubedospoupadores.com/simulador-taxas-equivalentes>

Taxas equivalentes:

		Períodos
Taxa de juros	2,00%	1
Taxa equivalente	26,8242%	12

Fonte: <https://www.clubedospoupadores.com/simulador-taxas-equivalentes>.

### 3.4.6.3. Taxa Nominal

Para Tibúrcio Silva (2013) Taxa Nominal é a taxa em forma de contrato em negociação financeira, ela aparece numa unidade de tempo diferente do prazo de capitalização e tem uma frequência de uso em forma anual. Já César (2004) Taxa Nominal significa, a taxa que se encontra em intervalo de tempo diferenciado do prazo de capitalização;

**Exemplo 14.** 45% a.a. com capitalização mensal.

### 3.4.6.4. Taxa Efetiva

Conforme explicita Tibúrcio Silva (2013), Taxa Efetiva realmente participa da operação financeira, essa taxa é encontrada pela taxa nominal ou por outra taxa efetiva equivalente. Para Castelo Branco (2008) Taxa Efetiva é uma taxa semelhante a uma taxa equivalente e tem um ganho real desconsiderando a taxa inflacionária. Segundo Neves (2019, p.13),

Há um mau hábito em Matemática Financeira de anunciar taxas proporcionais (no regime composto) como se fossem equivalentes. Uma expressão do tipo “24% ao ano com capitalização mensal” significa na realidade “2% ao mês”. Entretanto, 2% ao mês NÃO EQUIVALE a 24% ao ano. Deixe-me detalhar um pouco mais essa história de trás para frente. Você vai comprar um carro. O banco financia carros a uma taxa de 2% ao mês. Você, que sabe Matemática Financeira, calcula então o custo anual desse financiamento, ou seja, calcula a taxa anual equivalente.

$$(1 + i_{\text{anual}})^1 = (1 + i_{\text{mensal}})^{12}$$

$$1 + i_{\text{anual}} = (1 + 0,02)^{12}$$

$$1 + i_{\text{anual}} = 1,2682$$

$$i_{\text{anual}} = 0,2682$$

$$i_{\text{anual}} = 26,82\% \text{ ao ano.}$$

Assim, o banco pode te informar que cobra juros de 2% ao mês ou equivalentemente cobra 26,82% ao ano. Entretanto, não é isso que os bancos e instituições financeiras fazem. Eles fazem uma proporção, como se fosse uma situação de juros simples:  $12 \times 2\% = 24\%$  ao ano.

O que Neves relata o fato de que se paga uma taxa anual maior em relação a taxa anual anunciada. Sendo 24%a. a com capitalização mensal é a taxa nominal,

enquanto 2%a.m. com capitalização mensal é a taxa efetiva. De acordo com Neves (2019), mostra a relação entre as taxas nominais e efetivas através da fórmula (adaptada) abaixo:

$i_{ef}$  = taxa efetiva;

$i_n$  = taxa nominal;

$P_n$  = números de períodos de capitalização contidos na taxa nominal

$$\text{Fórmula 11: } i_{ef} = \frac{i_n}{P_n}$$

Santos (2016) traz no seu livro a relação entre taxa nominal (juros simples) e a taxa efetiva (juros compostos), faz a uma transformação do simples para o composto, existindo ou não a mudança no tempo.

**Exemplo 16.** Baseado ao exemplo do site:fazaconta.com, temos: Ao aplicar R\$ 20.000,00 à taxa nominal de 10% ao ano com capitalização mensal, quanto terá daqui a 2 anos?

**Solução com simulador:**

Figura 29 - Taxa Nominal x Taxa Efetiva

The image shows a web-based financial calculator interface. The top section is for converting a nominal rate to an effective rate. It has input fields for 'taxa de juros' (10%), 'ao ano', and 'com capitalização' (ao mês). Below these, it displays 'Taxa Efetiva: 0,833%' and a formula:  $\frac{10\%}{12}$ . A green button says 'Altere com seus valores!'. The bottom section is for calculating future value. It has input fields for 'valor presente' (20.000), 'taxa de juros' (0,833%), and 'número de períodos' (12). Below these, it displays 'Valor Futuro: 22.893,38' and a formula:  $20000 * POTÊNCIA(1 + 0,833\%, 12)$ . A green button says 'Altere com seus valores!'.

Fonte: <https://fazaconta.com/taxa-nominal-efetiva.htm>

#### 3.4.6.5. Taxa Real

Castelo Branco (2008), a taxa real é um apuramento alcançado ou perdido em relação a taxa inflacionária ou custo de oportunidade, ou seja, quando alcançado é o legítimo ganho financeiro.

Para Tibúrcio Silva (2013), existe uma diferença entre Taxa Real e Taxa Nominal ou Aparente, em relação a consequências variacionais dos preços na

economia, ou seja, a taxa real é subtraída aos efeitos inflacionários e já a taxa nominal é a soma da taxa real com a inflação.

Temos uma relação entre as taxas nominal ( $i_n$ ), reais ( $i_r$ ) e índice de inflação ( $i_i$ ) através da fórmula a seguir.

$$\text{Fórmula 13: } i_n = (1+i_r).(1+i_i) - 1$$

Morgado mostra essa relação pelo um teorema:

Teorema 3.6. Se  $i_a$  é a taxa aparente de juros,  $i_r$  a taxa real de juros e  $\theta$  a taxa de inflação, todas referidas ao mesmo período de tempo, então  $1+i_n = (1+\theta).(1+i_r)$ .

Prova: Se  $A$  u.m. compravam  $[A/p]$  artigos de preço  $p$ ,  $[(1+i_n).A]$  u.m. comprarão  $[(1+i_n).A/(1+\theta).p]$  artigos de preço  $[(1+i_n).p]$ . Logo, a taxa de crescimento da quantidade comprada é

$$i_r = \left[ \frac{(1+i_n).A}{(1+\theta).p} - \frac{A}{p} \right] \div \frac{A}{p} = \frac{1+i_n}{1+\theta} - 1.$$

Daí,  $1+i_r = \frac{1+i_n}{1+\theta}$  e a tese segue facilmente.

Usando o exemplo de Neves (2019, p. 16).

**Exemplo 17.** Imagine que Guilherme fez uma aplicação financeira durante 2 anos e obteve um rendimento total de 80%. Mas, nesse período de 2 anos houve uma inflação total de 60%. Então, na verdade, o ganho real não foi de 80%, pois se assim fosse, não estaríamos levando em conta a perda causada pela inflação!

A taxa de 80% do nosso problema é denominada taxa aparente.

A taxa real é aquela que leva em consideração a perda influenciada pela inflação.

E como calcular a taxa real nessa situação?

$$\begin{aligned}
 i_n &= (1 + i_r) \cdot (1 + i_i) - 1 \\
 0,80 &= (1 + i_r) \cdot (1 + 0,60) - 1 \\
 1,80 &= (1 + i_r) \cdot (1,60) \\
 (1 + i_r) &= \frac{1,80}{1,60} \\
 1 + i_r &= 1,125 \\
 i_r &= 0,125 \\
 i_r &= 12,5\%
 \end{aligned}$$

#### 3.4.6.6. Taxa Inflacionária

Para Neves (2019), inflação significa um crescimento geral dos preços, no qual mostra em fórmula a inflação acumulada ( $I$ ) em k-ésimo período ( $i_k$ ).

$$I = (1 + i_1) \cdot (1 + i_2) \dots (1 + i_k) - 1$$

Exemplo:18) Qual a taxa acumulada da inflação em 2010, 2011, 2012 com as respectivas taxas: 5,04%, 6,63% e 5,40%?

$$\begin{aligned}
 I &= (1 + 0,0504) \cdot (1 + 0,0663) \cdot (1 + 0,054) - 1 \\
 I &= (1,0504) \cdot (1,0663) \cdot (1,054) - 1 \\
 I &= 1,1805 - 1 \\
 I &= 0,1805 \\
 I &= 18,05\%
 \end{aligned}$$

No livro de educação financeira nas escolas do MEC (2014, p. 69) faz um resumo sobre a inflação.

Uma passagem de ônibus, um lanche, um quilo de feijão não custam hoje o mesmo que custavam cinco anos atrás. Em 1994, uma latinha de refrigerante custava R\$ 1,00, enquanto hoje, em muitos lugares, ela custa R\$ 2,00. Se com R\$ 10,00 em 1994 você comprava dez latinhas de refrigerante, hoje compra cinco. Se isso tivesse acontecido só com o refrigerante, o problema seria dos consumidores da bebida, mas aconteceu com refrigerante, feijão, ônibus, lanches etc. Ou seja, o aumento de preços foi geral, afetou vários produtos. O aumento contínuo e generalizado dos preços tem um nome: inflação. Como o nome diz, os preços dos produtos estão inflados.

Como Salles (2018) afirmou sobre as taxas relatadas acima, as mais importantes de se trabalharem na última etapa da educação básica são as taxas nominais, reais e equivalentes relacionadas com a inflação.

#### 4. AS TIC'S NA MATEMÁTICA: PLANILHAS ELETRÔNICAS E SIMULADORES

Dalcol (2018) afirma que a utilização da TIC's ajuda para o ensinamento e a aprendizagem em Matemática de uma forma dinâmica através do contato dos estudantes com as ferramentas tecnológicas, porém é de fato necessário um preparo do professor para desenvolver com segurança o uso desses recursos. Ele afirma que a utilização de simuladores, aplicativos é viável nas aulas de matemática.

Segundo Balestri (2016), a utilização das ferramentas tecnológicas (computador, calculadora...) torna a aprendizagem de matemática mais empírica, ou seja, mais próxima das pessoas, com isso não permitiremos a ausência dessas ferramentas no ambiente escolar, pois a escola tem a responsabilidade na preparação desse estudante para seu uso.

Em sua dissertação sobre a inserção da educação financeira no currículo escolar, Amadeu (2009), diz que a utilização dos computadores já é uma realidade nas instituições de ensino no Brasil e o aumento da oferta de Softwares educativos, porém, a utilização adequada dessas ferramentas fará a diferença entre auxiliar ou não na peculiaridade do ensino. Nesse trabalho foi citado a experiência positiva sobre o uso da planilha realizado por Paniz (2002) que chegou a um resultado.

O autor concluiu que a "A planilha eletrônica poderá ser instrumento de apoio à construção do conhecimento se for articulado em contexto de ensino-aprendizagem, onde o aluno é levado a construir algo concreto de interesse pessoal e vinculado à realidade (AMADEU, *apud* PANIZ, 2002, p. 21).

## 5. PROPOSTA DE RESOLUÇÕES DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA PARA TOMADA DE DECISÕES

Neste capítulo usarei na proposta de resoluções de problemas, usando conceitos matemáticos e a tecnologia de informação e comunicação (TIC) através do uso de uma planilha, calculadora e simuladores. Esses instrumentos usados em sala de aula através de aplicativo no celular ou na sala de informática com a internet ou não, sendo o professor como mediador desse conhecimento, ajudarão os alunos a tomarem decisões.

Assim, a BNCC traz essa temática de resolução de problemas:

Convém reiterar a justificativa do uso na BNCC de “Resolver e Elaborar Problemas” em lugar de “Resolver Problemas”. Essa opção amplia e aprofunda o significado dado à resolução de problemas: a elaboração pressupõe que os estudantes investiguem outros problemas que envolvem os conceitos tratados; sua finalidade é também promover a reflexão e o questionamento sobre o que ocorreria se algum dado fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescentada ou retirada.

Cabe ainda destacar que o uso de tecnologias possibilita aos estudantes alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e construir argumentações. (BRASIL, BNCC, p. 536).

Os simuladores que podem ser usados para resolver problemas matemáticos que já foram mostrados em exemplos do capítulo anterior, se encaixa bem dentro dessa ideia da relatada na BNCC. Objetivo é compreender os cálculos de juros simples usados na prática.

**Problema 1.** De acordo com imagem retirada no Google, usando conhecimento de juros simples, qual foi tempo de atraso, em dias, no pagamento desse boleto bancário?

Figura 30 - Boleto Bancário

<b>Banco ABC</b>				<b>756</b>	75691.	02003.114309	.100009 1 47490000005500
Local de Pagamento <b>PAGÁVEL EM QUALQUER BANCO ATÉ O VENCIMENTO</b>							Vencimento <b>20/05/2015</b>
Cedente Paulo C. Neuer							Agência / Código Cedente 3054/31143
Data do Documento 24/06/2010	Nº do Documento 102030	Espécie RC	Acerto N	Data do Processamento 07/10/2010		Nosso Número / Código do Documento 137391-0	
Uso do Banco	Carteira 1	Espécie Moeda R\$	Quantidade Moeda	Valor Moeda X		(+*) Valor do Documento 1.000,00	
Instruções (Texto de responsabilidade do cedente)							(-) Desconto / Abatimento
Após o vencimento pagável somente na Cooperativa							(-) Outras Deduções
Após o Vencimento Cobrar Multa de 2%							(+) Mora / Multa R\$ 10 (Mora) + 20 (Multas)
Após o Vencimento Cobrar Mora de 3% a.m							(+) Outros Acréscimo
Unidade Cedente SACADO Loja de Moveis S/A Rua. 01 São Paulo - SP							(=) Valor Cobrado 1.030,00
SACADOR / AVALISTA							Código de Baixa Autenticação Mecânica - FICHA DE COMPENSAÇÃO

Fonte: Google.

## Solução com simuladores:

$$VP = 1.000,00$$

$$i = 3\% a.m. = ? a.d.$$

$$J_{mora} = 20,00$$

$$n = ? dias$$

Figura 31 - Taxas Equivalentes

**Taxas Equivalentes**

Veja como converter taxas efetivas equivalentes representadas em diferentes unidades de tempo:

Conversor de Taxas Equivalentes:

taxa de juros: 3% de: ao mês para: ao dia

Taxa de Juros: 0,8985%  $-POTÊNCIA(1 + 3\% / 12) - 1$

Fonte: <https://fazaconta.com/taxa-nominal-efetiva.htm>A taxa é aproximadamente de  $i = 0,1\% a.d.$ 

Figura 32 - Juros Simples

8. Número de Períodos:  $n = 1 / (P-1)$

valor presente: 1.000  $- 20$  taxa de juros: 0,1%

número de Períodos: 20,00  $- 20 / (1000 * 0,1\%)$

Fonte: <https://fazaconta.com/juros-simples.htm>

O tempo foi de 20 dias.

Exemplos baseado ao site fazaconta.com:

**Problema 2.** Comprar um terreno no valor de R\$100.000,00, com a entrada de R\$ 10.000,00, ou alugar pelo mesmo período de 10 anos, com o valor de R\$ 1.000,00? Tendo a variação percentual do aluguel de 1% a.m., o investimento de 1,2% a.m. e o financiamento de 0,7% a.m.

**Solução pelo simulador:**

Figura 33 - Comprar ou Alugar

Características do Imóvel:			
Valor do imóvel:	Valor do aluguel:	Valorização mensal:	
100.000	1.000	1%	
Condições de Financiamento:			
Juros mensais:	Anos de financiamento:	Valor da entrada:	Valor da prestação (Pisca):
0,7%	10	10.000	1.111
Condições de Investimento:			
Rendimento mensal:	Depósito inicial (valor da entrada):	Depósito mensal (prestação - aluguel):	
0,8%	10.000	111	
<span style="background-color: #4CAF50; color: white; padding: 2px 10px; border-radius: 5px;">➡ Altere com seus valores e veja os resultados abaixo! ⬅</span>			
Resultado para quem optar pelo financiamento:			
valor do imóvel após 10 anos: <b>330.039</b>			
Resultados para quem optar pelo aluguel:			
Investimento acumulado após 10 anos: <b>48.242</b>			
Poder de compra do investimento acumulado: <b>0,1</b> imóveis			
Melhor opção nesse cenário:			
<b>COMPRAR</b>			

Fonte: <https://fazaconta.com/financiamentos-comprar-alugar.htm>.

**Problema 3.** Comprar um terreno no valor de R\$400.000,00, com a entrada de R\$ 50.000,00, ou alugar pelo mesmo período de 10 anos, com o valor de R\$ 1.000,00? Tendo a variação percentual do aluguel de 0,5% a.m., o investimento de 0,8% a.m. e o financiamento de 0,9% a.m.

Figura 34 - Comprar ou Alugar

Características do Imóvel:			
Valor do imóvel:	Valor do aluguel:	Valorização mensal:	
400.000	1.000	0,5%	
Condições de Financiamento:			
Juros mensais:	Anos de financiamento:	Valor da entrada:	Valor da prestação (Paga):
0,9%	10	50.000	4.782
Condições de Investimento:			
Rendimento mensal:	Depósito inicial (valor da entrada):	Depósito mensal (prestação - aluguel):	
0,6%	50.000	3.782	
<input type="button" value="Altere com novos valores e veja os resultados abaixo!"/>			
Resultado para quem optar pelo financiamento:			
Valor do imóvel após 10 anos: <b>727.759</b>			
Resultados para quem optar pelo aluguel:			
Investimento acumulado após 10 anos: <b>887.369</b>			
Poder de compra do Investimento acumulado: <b>1,2</b> imóveis			
Melhor opção nesse cenário:			
<b>ALUGAR</b>			

Fonte: <https://fazaconta.com/financiamentos-comprar-alugar.htm>.

**Problema 4.** O que é preferível: Comprar uma geladeira por \$5.000,00 em 5 prestações mensais de mesmo valor, sem acréscimo, sendo a primeira dada como entrada, com a taxa de 3% a.m. ou comprar a mesma geladeira em 10 prestações mensais de mesmo valor, com a primeira prestação paga em 30 dias após a compra, sendo a taxa de juros de 5% a.m. Quais os valores das prestações nos dois casos acima? Se a renda da pessoa for R\$ 1.500,00, qual é a prestação mais viável, pois a prestação deve ser no máximo 30% da renda?

Figura 35 - Caso 1

PGTO

X  fx =PGTO(3%;5;5000;;1)

Argumentos da função

PGTO

Taxa 3% = 0,03

Nper 5 = 5

Vp 5000 = 5000

Vf = número

Tipo 1 = 1

= -1059,973648

Calcula o pagamento de um empréstimo com base em pagamentos e em uma taxa de juros constantes.

Tipo é um valor lógico: pagamento no início do período = 1; pagamento ao final do período = 0 ou não especificado.

Resultado da fórmula = -1059,973648

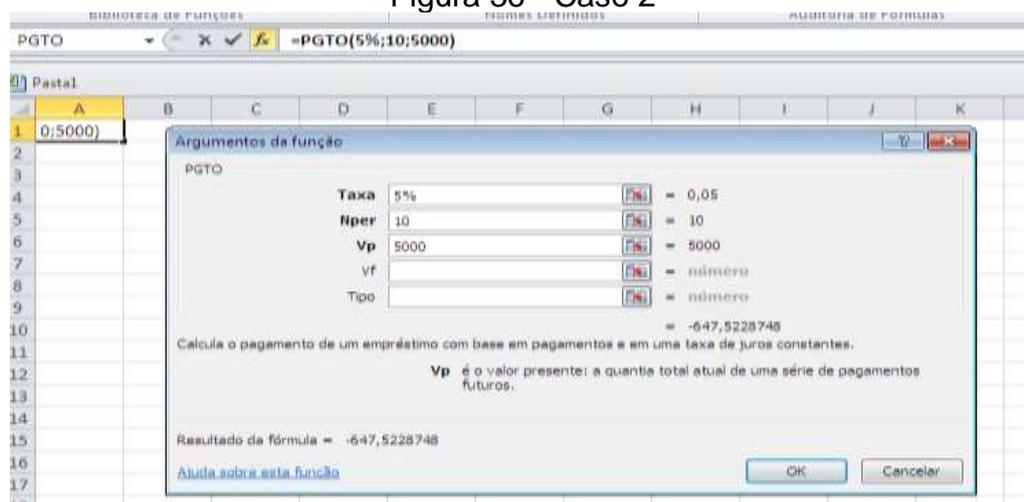
[Ajuda sobre esta função](#)

OK Cancelar

Fonte: Autoral.

A prestação fica R\$ 1.059,97.

Figura 36 - Caso 2



Fonte: Autoral.

A prestação fica R\$ 647, 52

Exemplo baseado na dissertação de Salles (2018).

**Problema 5.** No anúncio mostrado na figura abaixo é apresentado a venda de um carro, nas seguintes condições:

À vista R\$ 195.990,00;

Entrada de 70%, saldo em 18x e taxa zero.

Figura 37 - Oferta de Financiamento

Fonte: Google.

Considerando a taxa de 0,5% a.m. (juros de poupança), qual a opção mais vantajosa (à vista ou a prazo)?

**Solução em planilha:**

$$TAXA = 0,5\% a.m.$$

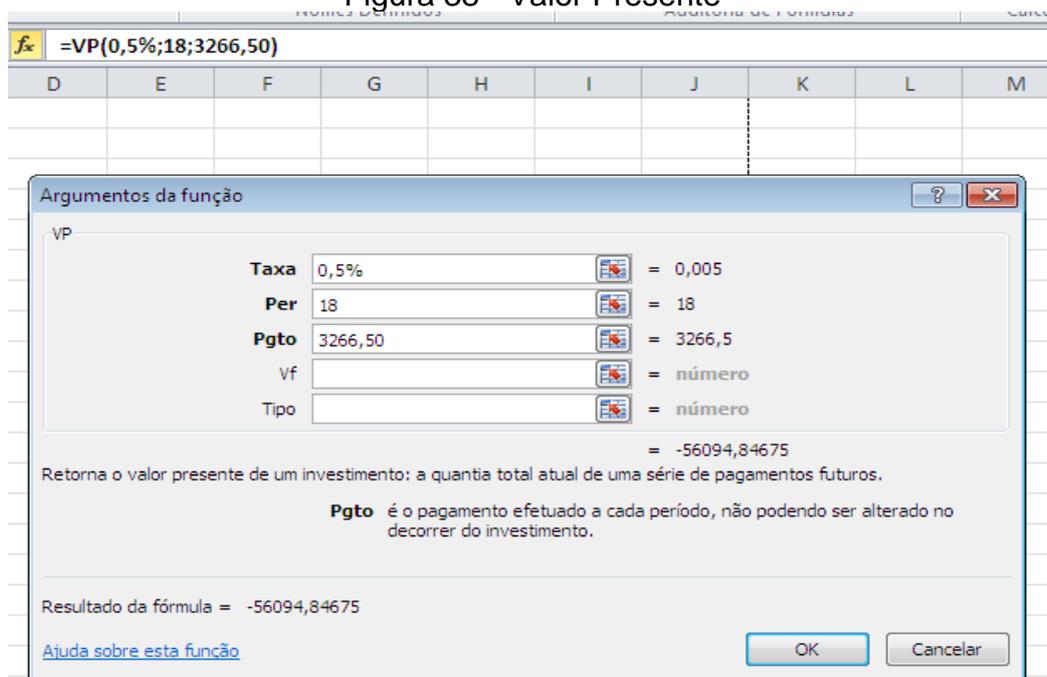
$$PER = 18m$$

$$PGTO = \frac{195.990 - 137.193}{18} = 3.266,50$$

$$VP = ?$$

$$VP_1 = ENTRADA + VP = ?$$

Figura 38 - Valor Presente



Fonte: Autoral.

$$VP_1 = ENTRADA + VP$$

$$VP_1 = 137.193 + 56.094,85$$

$$VP_1 = 193.287,85$$

Portanto, como o valor presente ( $VP_1$ ) é inferior ao valor à vista, comprar a prazo é mais vantajoso para esse caso.

**Problema 6.** Um cliente comprou um celular de R\$ 5.000,00, em 12 x 500,00 e já pagou 5 parcelas. O cliente recebeu um valor de R\$ 2.000,00 gostaria de quitar as parcelas restantes. É possível?

### Solução pelo simulador:

Figura 39 - Saldo Devedor

parcelas: 12 valor da parcela: 500 valor total: 5.000

Taxa de Juros: 2,92%  $+TAA(12;500;-5000)$

Agora trazendo as parcelas restantes ao valor presente, encontramos o **saldo devedor**:

parcelas restantes: 7

Saldo Devedor: 3.134,56  $+VA(2,92\%;7;-500)$

Se apenas somar as parcelas restantes, sem descontar os juros, temos um **saldo incorreto**:

Parcelas Restantes: 3.500,00  $+7*500$

Fonte: <https://fazaconta.com/financiamentos-saldo-devedor.htm>.

Como o saldo devedor é maior que R\$ 2.000,00, não conseguiria quitar a dívida.

**Problema 7.** O financiamento de um terreno no valor de R\$ 50.000,00, com a taxa de 6,5% ao ano, em 5 anos, onde se pagaria menos juros no SAC ou no PRICE?

Pelo SAC:

Figura 40 - Simulador

Empréstimo: 100.000 Número de Meses: 60

Taxa de Juros (%): 6,5% Período da Taxa: Anual Parcelas: Decrescentes (Tabela SAC)

Calcular

#	Parcelas	Amortização	Juros	Saldo Devedor
1	2.102,83	1.000,00	520,16	98.122,33
2	2.104,06	1.000,00	517,39	96.608,66
3	2.175,29	1.000,00	540,63	94.909,09
4	2.169,52	1.000,00	499,88	93.133,33
5	2.157,75	1.000,00	491,09	91.600,66
6	2.148,00	1.000,00	482,32	89.909,09
7	2.140,21	1.000,00	473,55	88.133,33
8	2.132,44	1.000,00	464,78	86.500,66
9	2.122,68	1.000,00	456,01	84.909,09
10	2.113,91	1.000,00	447,24	83.133,33
11	2.105,14	1.000,00	438,47	81.500,66
12	2.096,37	1.000,00	429,70	79.909,09
13	2.087,60	1.000,00	420,93	78.133,33
14	2.078,83	1.000,00	412,16	76.600,66
15	2.070,06	1.000,00	403,39	74.909,09
16	2.061,29	1.000,00	394,62	73.133,33
17	2.052,52	1.000,00	385,85	71.600,66
18	2.043,75	1.000,00	377,08	69.909,09
19	2.034,98	1.000,00	368,31	68.133,33
20	2.026,21	1.000,00	359,54	66.600,66
21	2.017,44	1.000,00	350,77	64.909,09
22	2.008,67	1.000,00	342,00	63.133,33
23	2.000,00	1.000,00	333,23	61.600,66
24	1.991,23	1.000,00	324,46	59.909,09
25	1.982,46	1.000,00	315,69	58.133,33
26	1.973,69	1.000,00	306,92	56.600,66
27	1.964,92	1.000,00	298,15	54.909,09
28	1.956,15	1.000,00	289,38	53.133,33
29	1.947,38	1.000,00	280,61	51.600,66
30	1.938,61	1.000,00	271,84	49.909,09
31	1.929,84	1.000,00	263,07	48.133,33
32	1.921,07	1.000,00	254,30	46.600,66
33	1.912,30	1.000,00	245,53	44.909,09
34	1.903,53	1.000,00	236,76	43.133,33
35	1.894,76	1.000,00	228,00	41.600,66
36	1.886,00	1.000,00	219,23	39.909,09
37	1.877,23	1.000,00	210,46	38.133,33
38	1.868,46	1.000,00	201,69	36.600,66
39	1.859,69	1.000,00	192,92	34.909,09
40	1.850,92	1.000,00	184,15	33.133,33
41	1.842,15	1.000,00	175,38	31.600,66
42	1.833,38	1.000,00	166,61	29.909,09
43	1.824,61	1.000,00	157,84	28.133,33
44	1.815,84	1.000,00	149,07	26.600,66
45	1.807,07	1.000,00	140,30	24.909,09
46	1.798,30	1.000,00	131,53	23.133,33
47	1.789,53	1.000,00	122,76	21.600,66
48	1.780,76	1.000,00	114,00	19.909,09
49	1.772,00	1.000,00	105,23	18.133,33
50	1.763,23	1.000,00	96,46	16.600,66
51	1.754,46	1.000,00	87,69	14.909,09
52	1.745,69	1.000,00	78,92	13.133,33
53	1.736,92	1.000,00	70,15	11.600,66
54	1.728,15	1.000,00	61,38	9.909,09
55	1.719,38	1.000,00	52,61	8.133,33
56	1.710,61	1.000,00	43,84	6.600,66
57	1.701,84	1.000,00	35,07	4.909,09
58	1.693,07	1.000,00	26,30	3.133,33
59	1.684,30	1.000,00	17,53	1.600,66
60	1.675,53	1.000,00	8,76	-0,00
+	118.948,16	100.000,00	18.948,16	= TOTAL

Fonte: <https://fazaconta.com/simulador-financiamento.htm>

Juros de R\$ 16.048,16 pelo Sistema SAC.

Pelo PRICE:

Figura 41 - Simulador

100 000		60		
Taxa de Juros (%)	Período da Taxa	Parcelas:		
6,5%	Anual	Fixas (Tabata Price)		
<b>Calcular</b>				
#	Parcelas	Amortizações	Juros	Saldo Devidor
1	1.947,91	1.421,74	526,16	98.578,25
2	1.947,91	1.429,22	518,68	97.148,83
3	1.947,91	1.436,74	511,16	95.712,27
4	1.947,91	1.444,38	503,58	94.267,97
5	1.947,91	1.452,08	496,00	92.815,86
6	1.947,91	1.459,84	488,38	91.356,51
7	1.947,91	1.467,62	480,69	89.889,29
8	1.947,91	1.475,44	472,96	88.414,34
9	1.947,91	1.483,28	465,28	86.931,64
10	1.947,91	1.491,16	457,60	85.441,13
11	1.947,91	1.499,06	450,00	83.942,81
12	1.947,91	1.507,00	442,48	82.436,61
13	1.947,91	1.515,00	435,00	80.922,54
14	1.947,91	1.523,02	427,58	79.400,62
15	1.947,91	1.531,08	420,22	77.870,85
16	1.947,91	1.539,18	412,92	76.333,33
17	1.947,91	1.547,30	405,68	74.788,33
18	1.947,91	1.555,46	398,50	73.235,24
19	1.947,91	1.563,64	391,38	71.674,42
20	1.947,91	1.571,86	384,32	70.105,34
21	1.947,91	1.580,10	377,32	68.528,56
22	1.947,91	1.588,38	370,38	66.944,54
23	1.947,91	1.596,68	363,50	65.352,81
24	1.947,91	1.605,02	356,68	63.753,01
25	1.947,91	1.613,38	349,92	62.145,78
26	1.947,91	1.621,78	343,22	60.530,66
27	1.947,91	1.630,20	336,58	58.907,20
28	1.947,91	1.638,66	330,00	57.275,16
29	1.947,91	1.647,14	323,48	55.635,08
30	1.947,91	1.655,66	317,02	53.986,60
31	1.947,91	1.664,20	310,62	52.329,46
32	1.947,91	1.672,78	304,28	50.663,42
33	1.947,91	1.681,38	298,00	48.988,24
34	1.947,91	1.690,02	291,78	47.304,68
35	1.947,91	1.698,68	285,62	45.612,30
36	1.947,91	1.707,38	279,52	43.911,76
37	1.947,91	1.716,10	273,48	42.202,72
38	1.947,91	1.724,86	267,50	40.485,74
39	1.947,91	1.733,64	261,58	38.760,46
40	1.947,91	1.742,46	255,72	37.027,44
41	1.947,91	1.751,30	249,92	35.286,34
42	1.947,91	1.760,18	244,18	33.536,82
43	1.947,91	1.769,08	238,50	31.778,54
44	1.947,91	1.778,02	232,88	30.011,26
45	1.947,91	1.787,00	227,32	28.235,64
46	1.947,91	1.796,00	221,82	26.451,34
47	1.947,91	1.805,04	216,38	24.658,12
48	1.947,91	1.814,10	211,00	22.855,74
49	1.947,91	1.823,20	205,68	21.044,96
50	1.947,91	1.832,32	200,42	19.226,42
51	1.947,91	1.841,48	195,22	17.400,88
52	1.947,91	1.850,66	190,08	15.568,08
53	1.947,91	1.860,00	185,00	13.727,76
54	1.947,91	1.869,46	180,00	11.879,66
55	1.947,91	1.879,00	175,08	10.023,44
56	1.947,91	1.888,68	170,22	8.158,86
57	1.947,91	1.898,40	165,42	6.285,70
58	1.947,91	1.908,20	160,68	4.403,64
59	1.947,91	1.918,00	156,00	2.512,34
60	1.947,91	1.927,86	151,38	0,00
=	116.874,95	99.000,00	16.874,95	= TOTALS

Fonte: <https://fazaconta.com/simulador-financiamento.htm>

Juros de R\$ 16.874,95 pelo Sistema PRICE.

No SAC se pagaria menos juros.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A proposta desse trabalho foi mostrar como é importante trabalharmos a educação financeira na educação básica, através de conceitos da Matemática Financeira e exemplos para ser usado pelo professor do ensino médio, não só pelo processo tradicional, o uso das fórmulas, porém estimando a utilização dos recursos tecnológicos: os programas instalados nos computadores na sala de informática, com a internet ou não, e aplicativos para celulares e tablets no propósito de agilizar os resultados que são resolvidos de forma complexa pelas fórmulas usuais da matemática financeira, no intuito de chegar ao resultado de forma segura e com isso tomar a decisão mais adequada no momento sobre a questão das finanças.

## REFERÊNCIAS

AMADEU, J. Ri. **A Educação Financeira e Sua Influência nas Decisões de Consumo e Investimento**: Proposta De Inserção Da Disciplina Na Matriz Curricular. 2009. 91 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação, Pró-reitoria de Pesquisa e Pós-graduação Mestrado em Educação, Universidade do Oeste Paulista – Unoeste, Presidente Prudente, 2009.

ANNUNCIATO, P. **BNCC inclui Educação financeira em Matemática**. Nova Escola. 07 mar. 2018. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/conteudo/9798/bncc-inclui-educacao-financeira-em-matematica>>. Acesso em: 02 jul. 2019.

ARAÚJO, F. C.; CALIFE, F. E. A história não contada da Educação Financeira no Brasil. *In*: ROQUE, J. R. R. **OTIMIZAÇÃO NA RECUPERAÇÃO DE ATIVOS FINANCEIROS**. São Paulo: Ibegi, 2014. (Otimização na Recuperação de Ativos Financeiros, v. 1). Disponível em: <<https://www.boavistaservicos.com.br/wp-content/uploads/2014/08/A-hist%C3%B3ria-n%C3%A3o-contada-da-educac%C3%A7%C3%A3o-financeira-no-Brasil.pdf>>. Acesso em: 05 fev. 2019.

ÁVILA, L. **Planilha simulador Tabela SAC para EXCEL**. Clube dos Populares. Disponível em: <<https://www.clubedospoupadores.com/ferramentas/planilha-simulador-tabela-sac-excel.html>>. Acesso em: 20 jul. 2019.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Estudos Sobre Educação, Proteção e Inclusão**. 5. ed. Brasília: Banco Central do Brasil, 2017. (Série Cidadania Financeira, n. 5).

BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Jornada da cidadania financeira no Brasil**. Brasília, maio 2018a. Disponível em: <[https://www.bcb.gov.br/content/cidadaniafinanceira/Documents/Jornada%20Educa%C3%A7%C3%A3o%20Financeira/jornada\\_educacao\\_financeira.pdf](https://www.bcb.gov.br/content/cidadaniafinanceira/Documents/Jornada%20Educa%C3%A7%C3%A3o%20Financeira/jornada_educacao_financeira.pdf)>. Acesso em: 05 mar. 2019.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Relatório da Cidadania Financeira 2018**. Brasília, 2018b. Disponível em: <<https://www.bcb.gov.br/nor/relcidfin/index.html>>. Acesso em: 29 jul. 2019.

BRASIL. Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil**: texto constitucional promulgado em 5 de outubro de 1988, com as alterações determinadas pelas Emendas Constitucionais de Revisão nos 1 a 6/94, pelas Emendas Constitucionais nos 1/92 a 91/2016 e pelo Decreto Legislativo no 186/2008.– Brasília: Senado Federal, Coordenação de Edições Técnicas, 2016.

BRASIL. LEI Nº 8.078, DE 11 DE SETEMBRO DE 1990. Dispõe sobre a proteção do consumidor e dá outras providências. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 12 set. 1990. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/L8078.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L8078.htm)> Acesso em: 09 mar. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR: EDUCAÇÃO É A BASE**. Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <

[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_sit e.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit e.pdf) >. Acesso em: 20 set. 2019.

BRASIL. Ministério Público do Trabalho, Procuradoria Regional do Trabalho da 17ª Região, PCD Legal. **Código de Defesa do Consumidor (1990) e decretos**. Vitória: Procuradoria Regional do Trabalho da 17ª Região, 2014. Disponível em: <<http://www.pcdlegal.com.br/cdc/wp-content/themes/pcdlegal/livrodigital/files/assets/basic-html/index.html#4>>. Acesso em: 05 abr. 2019.

CARVALHO, J. M. de. **Cidadania no Brasil: O longo caminho**. 15. ed. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2012.

CASTELO BRANCO, A. C. **Matemática financeira aplicada: método algébrico**, HP-12C, Microsoft Excel. 2. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2008.

DACOL, C. I. G. **Formação docente em matemática: um olhar sobre a abordagem tecnológica nos currículos das licenciaturas em Matemática da UAB**. 2018. 87 f. Dissertação (Mestrado). Curso de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Juiz de Fora, 2018.

DOMINGOS, R. **Educação financeira nas escolas é exigência da BNCC**. DSOP Educação Financeira, 13 mar. 2018. Disponível em: <<https://www.dsop.com.br/artigos/2018/03/educacao-financeira-nas-escolas-bncc/>>. Acesso em: 03 jul. 2019.

ESTRATÉGIA concursos. Livro eletrônico do curso **Matemática Financeira p/ SEFAZ-SP (Agente Fiscal de Rendas) Com Videoaulas – 2019**. Disponível em: <<https://www.estrategiaconcursos.com.br/curso/matematica-financeira-p-sefaz-sp-agente-fiscal-de-rendas-com-videoaulas-2020/>>. Acesso em: 29 jul. 2019

ESTRATÉGIA NACIONAL DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA. **Programas Transversais**. Disponível em: <<http://www.vidaedinheiro.gov.br/programas-transversais/>>. Acesso em: 05 abr. 2019.

FAZACONTA.COM. **Comparativo Price versus SAC**. Disponível em: <<https://fazaconta.com/financiamentos-tabela-price-sac.htm>>. Acesso em: 31 ago. 2019.

FAZACONTA.COM. **Saldo Devedor/Cálculo online**. Disponível em: <<https://fazaconta.com/financiamentos-saldo-devedor.htm>>. Acesso em: 02 jul. 2019.

GOVERNO FEDERAL (Brasil). Justiça e Segurança Pública. **Sistema Nacional de Defesa do Consumidor SNDC**. Disponível em: <<https://www.justica.gov.br/seus-direitos/consumidor/a-defesa-do-consumidor-no-brasil/anexos/sistema-nacional-de-defesa-do-consumidor-sndc>>. Acesso em: 05 abr. 2019.

Lima, E. L.; CARVALHO, P.C.P.; WAGNER, E.; MORGADO, A.C. **Temas e Problemas elementares**. 3. ed. [Rio de Janeiro]: SBM, 2010. (Coleção PROFMAT).

MARTINS, H. A. **Matemática financeira com abordagem em educação financeira para o ensino médio**. 2016. 69 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissionalizante em Matemática e Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Roraima – UFRR, Boa Vista, 2016.

MELO, M. A. F. **Educação financeira: educação financeira, poupança e investimento**. 2016. 136 f. Dissertação (Mestrado) - Curso em Gestão Empresarial e Mestrado Profissional em Administração, Fundação Getúlio Vargas - FGV, Rio de Janeiro, 2016.

MORGADO, A. C.; WAGNER, E.; ZANI, S. C. **Progressões e Matemática Financeira**. 4. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2001.

PERCIANO, Á. **Diferença entre Educação Financeira e Matemática Financeira**. 05 jun. 2014. Disponível em: <<http://alvaroperciano.com.br/diferenca-entre-educacao-financeira-e-matematica-financeira/>>. Acesso em: 25 jun. 2019.

REGONHA, M. R. **Matemática Financeira: uma proposta utilizando a BNCC**. 2019. 93 f. Dissertação (Mestrado) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista – Unesp, Rio Claro, 2019.

REVISTA BRASILEIRA DE CONTABILIDADE. Brasília: Conselho Federal de Contabilidade. a. 48, n. 235, jan./fev. 2019.

SALLES, M. R. **Uma proposta de plano de aula em educação financeira para o ensino médio**. 2018. 77f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Espírito – UFE, Vitória, 2018.

SANTANA, P.; SANTIAGO, M. **Cadastro Positivo: entenda o que é e como funciona**. Estadão, 10 jan. 2020. Disponível em: <<https://economia.estadao.com.br/noticias/geral,cadastro-positivo-entenda-o-que-e-e-como-funciona,70002830374>>. Acesso em: 14 maio 2020.

SANTOS, E. C. dos. **Educação financeira: uma prática na escola**. 2018. 96 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal do Espírito Santo - UFES, Vitória, 2018.

SANTOS, J. C. dos. **Matemática financeira**. Londrina: Educacional, 2016.

SANTOS, J. O. dos; FAMA, R. Avaliação da aplicabilidade de um modelo de credit scoring com variáveis sistêmicas e não-sistêmicas em carteiras de crédito bancário rotativo de pessoas físicas. **Rev. Contabilidade e Finanças**, São Paulo, v. 18, n. 44, p. 105-117, 2007.

SCHNEIDER, I. J. **Matemática financeira: um conhecimento importante e necessário para a vida das pessoas**. 2008. 111 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Passo Fundo – UFPF, Passo Fundo, 2008.

SICSÚ, A. L. **Credit scoring: desenvolvimento, implantação, acompanhamento**. São Paulo: Blucher, 2010.

TEIXEIRA, J. **Um estudo diagnóstico sobre a percepção da relação entre educação financeira e matemática financeira.** Tese de Doutorado em Educação Matemática. São Paulo: PUCSP, 2015.