



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO - UNIRIO

CENTRO DE CIÊNCIAS E EXATAS E TECNOLOGIA - CCET

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

**UMA PROPOSTA DE PLANOS DE AULA PARA INTRODUÇÃO ÀS FUNÇÕES DO
LIVRO ABERTO: REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS**

RAFAEL GUSTAVO DA CONCEIÇÃO

RIO DE JANEIRO - RJ

2020

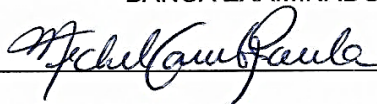
**UMA PROPOSTA DE PLANOS DE AULA PARA INTRODUÇÃO ÀS FUNÇÕES DO
LIVRO ABERTO: REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS**

RAFAEL GUSTAVO DA CONCEIÇÃO

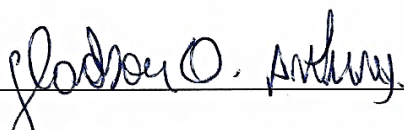
Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Programa de Pós-graduação em Matemática
PROFMAT da UNIRIO, como requisito para a
obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador: Michel Cambrinha de Paula
Doutor em Matemática - UNIRIO

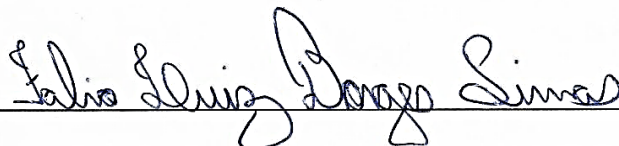
BANCA EXAMINADORA




Prof. Dr. Michel Cambrinha de Paula (UNIRIO)



Prof. Dr. Gladson Octaviano Antunes (UNIRIO)



Prof. Dr. Fábio Luiz Borges Simas (UNIRIO)



Prof. Dr. Leonardo Silveiras (UFF)

Catálogo informatizada pelo(a) autor(a)

D743 DA CONCEIÇÃO, RAFAEL GUSTAVO
UMA PROPOSTA DE PLANOS DE AULA PARA INTRODUÇÃO ÀS
FUNÇÕES DO LIVRO ABERTO: REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS /
RAFAEL GUSTAVO DA CONCEIÇÃO. -- Rio de Janeiro,
2020.
55 p.

Orientador: MICHEL CAMBRAINHA DE PAULA.
Coorientador: GLADSON OCTAVIANO ANTUNES.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do
Estado do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação
em Matemática, 2020.

1. Planejamento de aula. 2. A importância das
Funções. 3. Modelagem Matemática. 4. Garantia de
aprendizagem.. I. DE PAULA, MICHEL CAMBRAINHA ,
orient. II. ANTUNES, GLADSON OCTAVIANO, coorient.
III. Título.

RESUMO

O ato de planejar é uma atividade que está no dia a dia do professor e exige dele um trabalho de reflexão sobre o processo de ensino aprendizagem. O planejamento de uma aula no ensino da matemática constitui um valioso instrumento para professores e alunos, pois busca antecipar uma reação por meio de um conjunto de teorias da aprendizagem. Nessa perspectiva buscamos, por meio de uma pesquisa qualitativa de cunho bibliográfico, reflexões, que foram delineando nosso olhar sobre o que é o planejamento de aula como função docente essencial. O Projeto Livro Aberto de Matemática, serviu de base teórica para a elaboração dos planos de aula. Sobre o Planejamento, percebemos que o objetivo e a avaliação são características necessárias para que um plano de aula possa atender às expectativas de aprendizagem. A Modelagem Matemática em três atos de Dan Meyer foi utilizada como uma alternativa não convencional de elaborar questões matemáticas que despertassem o interesse e envolvimento dos alunos nas atividades.

Palavras-chave: Planejamento de aula. A importância das Funções. Modelagem Matemática. Garantia de aprendizagem.

ABSTRACT

The act of Planning is an activity that is in the teacher's daily life and requires him to reflect on the process of teaching and learning. Planning a class in math education is a valuable tool for teachers and students, as it seeks to anticipate a reaction through a set of learning theories. From this perspective, we sought, through a qualitative research of bibliographic nature, reflections, which were delineating our look on what is the planning of the class as an essential teaching function. The Open Book Project of Mathematics, served as theoretical basis for the elaboration of the lesson plans. About Planning, we realize that the goal and assessment are necessary characteristics for a lesson plan to meet learning expectations. Dan Meyer's Mathematical Modeling in Three Acts was used as an unconventional alternative to elaborate mathematical questions that arouse students' interest and involvement in the activities.

Keywords: Class planning. The importance of Functions. Mathematical modeling. Guaranteed learning.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
EPUB	Publicação Eletrônica
HTML	Linguagem de Marcação de Hipertexto
IMPA	Instituto de matemática pura e aplicada
LATEX	Sistema de edição de texto
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
PDF	Formato Portátil de Documento

Sumário

INTRODUÇÃO.....	4
O CONCEITO DE FUNÇÃO.....	5
PROJETO LIVRO ABERTO DE MATEMÁTICA.....	8
O PLANEJAMENTO DA AULA.....	9
INTRODUÇÃO ÀS FUNÇÕES NO LIVRO ABERTO DE MATEMÁTICA.....	11
NOSSA PROPOSTA DE PLANOS DE AULA: GRÁFICOS.....	12
ESTRUTURA DO PLANO DE AULA.....	14
OS PLANOS DE AULA.....	14
1. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	47
2. REFERÊNCIAS.....	49

INTRODUÇÃO

A matemática é considerada uma ciência em que a lógica é relacionada a situações habituais, utilizada pelo homem como forma de facilitar e organizar a vida em sociedade. Foi usada por vários povos antigos como os egípcios, babilônios e gregos, possuindo estreita relação com outras ciências, tais como: arquitetura, informática, medicina, química, física, entre outras (SANTOS, 2015). No campo da aprendizagem, a matemática contribui para desenvolver habilidades como criatividade, iniciativa pessoal, capacidade de trabalhar em grupos e resolver problemas, inserindo assim o aluno no mundo da relação social (MIRANDA, 2015).

Segundo Schewtschik (2019), um grande desafio para os professores nos dias atuais é prender a atenção dos alunos para a aula, que não parece ser o melhor lugar para eles. Pensando nisso, é necessário garantir o processo de ensino-aprendizagem, com aulas preparadas e planejadas, de modo a despertar o interesse do aluno pelo conteúdo, tornando-as estimulantes. Dessa forma, o uso de planos de aula é fundamental nesse processo de aprendizagem dos alunos. Além de orientar e organizar o trabalho em sala de aula é, também, um momento de aprendizagem do professor, pois leva à pesquisa, ao estudo e à reflexão. Sem planejamento, não sabemos onde queremos chegar e quais caminhos iremos percorrer (MANSANI, 2017). Dorta e Franco (2013) consideram que ainda hoje, de uma forma geral, o ato de planejar é difícil para alguns professores. Porém, o que há de ser previsto, são as consequências que a falta de planejamento pode trazer para os sujeitos envolvidos.

O livro didático também se coloca como parte fundamental durante o processo de planejamento do professor. Segundo Lajolo (1996), esse fato fica ainda mais evidente no Brasil, “onde uma precaríssima situação educacional faz com que ele [o livro didático] acabe determinando conteúdos e condicionando estratégias de ensino, marcando, pois, de forma decisiva, o que se ensina e como se ensina o que se ensina.” (p.4)

Durante o curso de mestrado tomei conhecimento do Projeto Livro Aberto de Matemática, uma iniciativa que visa o desenvolvimento de livros didáticos de matemática, com licença aberta e produzidos a partir de um trabalho colaborativo envolvendo

matemáticos e estatísticos, professores universitários e professores da educação básica. Um dos princípios desse projeto é que os materiais produzidos sejam fortemente baseados em pesquisa científica na área de Ensino de Matemática. A partir de conversas com os professores Michel Cambrainha e Gladson Antunes - que colaboram com o Projeto Livro Aberto de Matemática, elaborando e coordenando a elaboração do livro de Funções - surgiu o meu interesse em desenvolver o trabalho de conclusão de curso sobre esse tema. Os autores têm percebido, a partir de oficinas com professores e estudantes do Ensino Médio e Ensino Superior e do uso do material, que sua adoção por parte da comunidade de professores da educação básica não é trivial. De certa forma, esse é um aspecto já previsto pelo projeto, tendo em vista sua natureza inovadora e o fato do conteúdo ser pautado por atividades. A oferta de planos de aula pode ser um dos caminhos que facilitem a utilização desse material em sala de aula.

Nesse contexto, apresento neste trabalho uma proposta de planos de aula com o objetivo de introduzir o conceito de gráfico de função, elaborados a partir da segunda metade do capítulo Introdução às funções, do projeto Livro Aberto de Matemática. Este trabalho foi desenvolvido juntamente com o colega Bruno Tenório que aborda a introdução ao conceito de função que está na primeira metade do mesmo capítulo do livro aberto.

O CONCEITO DE FUNÇÃO

O conceito de função é um dos mais importantes não somente para a matemática, mas para toda a ciência, desde o século XVII. Seus conceitos estão presentes desde a realização das coisas mais simples do nosso cotidiano (ULISBOA, 2000) até nos algoritmos mais complicados dos avanços mais recentes da computação, passando pelas ciências biomédicas e humanas. Esse caráter unificador faz com que esse conceito ganhe destaque no currículo de matemática da escola básica. Contudo, o que se observa em diversos livros didáticos é uma abordagem superficial e abstrata do conceito seguindo uma tradição que foi apontada por Bourbaki em 1939, que apoia a definição de função em outra definição, a de relação. Assim, uma função é um tipo especial de relação que goza de características específicas (REZENDE & SILVA, 1999).

Sejam A e B conjuntos não vazios. Uma relação f de A em B é **função** se, e somente se, qualquer elemento de A está associado, através de f , a um único elemento de B .

Adotaremos a notação $f: A \rightarrow B$ para indicar que f é uma função de A em B .

Fonte: Matemática vol 1. Manoel Paiva. 2ª ed., ed. Moderna, 2010

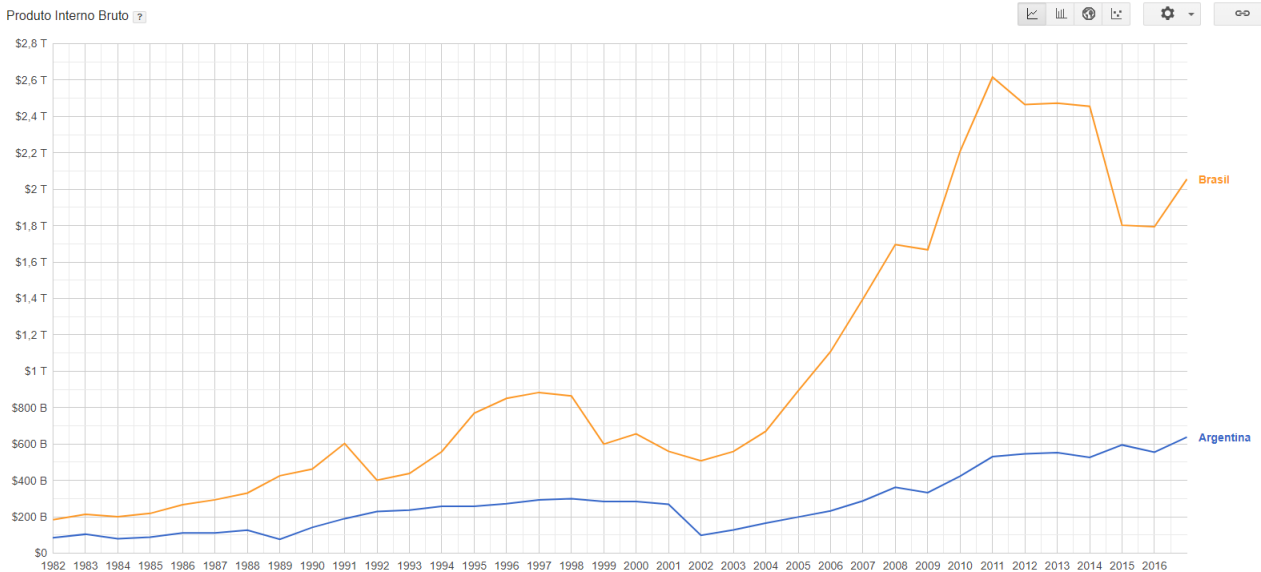
Dados dois conjuntos não vazios A e B , uma função de A em B é uma regra que indica como associar cada elemento $x \in A$ a um único elemento $y \in B$.

Fonte: Matemática vol único, parte 1. L. Roberto Dante. Projeto Voaz., ed. Ática, 2012

Para a melhor compreensão do conceito de função, é importante que o professor aborde diversas maneiras de interpretá-lo e de representá-lo, bem como ofereça aos estudantes subsídios para que sejam capazes de transitar entre as diversas representações. Silva e Rezende (1999) organizam as definições históricas do conceito de função em três “interpretações básicas”: relação entre quantidades variáveis, relação entre conjuntos (ou correspondência entre elementos) e transformação. Eles destacam que a primeira interpretação tem um caráter dinâmico, que vem da própria maneira como o conceito surge na física quantitativa, em contraponto com o caráter estático que a segunda abordagem apresenta - sendo esta a que podemos identificar de maneira mais presente nos livros didáticos de matemática.

Basicamente o conceito de função nos livros didáticos do ensino básico está apoiado sobre dois tipos de representações principais: algébrica e gráfica. A primeira essencialmente considera as fórmulas ou “leis” de associação entre conjuntos numéricos, enquanto a segunda engloba tabelas, gráficos cartesianos, séries temporais, etc. Ainda assim, há pesquisas que apontam que os estudantes em geral têm dificuldades em fazer conversões entre representações (SIERPINSKA, 1992, URSINI & TRIGUEIROS, 1992, EISENBERG, 1992). Essa deficiência se torna ainda mais evidente nos dias atuais em que há um grande volume de dados que precisa ser tratado e, em boa parte dos casos, a visualização permite extrair informações importantes sobre as variáveis envolvidas.

Imagem 1- comparação entre o PIB do Brasil e o da Argentina entre 1982 e 2017.



Fonte: www.google.com/publicdata.

Os livros didáticos para da Educação Básica abordam o assunto na maioria das vezes de forma abstrata, deixando à margem possíveis aplicações do cotidiano, voltados para o contexto do aluno. O Projeto Livro Aberto de Matemática, representa uma contribuição para elaboração dos conceitos matemáticos, com uma sequência didática que conduz o aluno ao domínio progressivo de um determinado assunto. O layout dos capítulos é atrativo, instigando a curiosidade e o desejo de aprender, um ótimo artifício para alunos com desejo de conhecimento e para professores que queiram um material diferenciado, pensado por professores, para professores e alunos.

PROJETO LIVRO ABERTO DE MATEMÁTICA

Conforme descrito por Fábio Simas, um dos idealizadores do Projeto Livro Aberto de Matemática e Letícia Rangel (SIMAS E RANGEL, 2019), o Projeto Livro Aberto de Matemática¹ é uma iniciativa da OBMEP/IMPA que objetiva produzir materiais didáticos para o ensino de Matemática, com licença aberta (*Creative Commons BY-SA*²), a partir de um trabalho colaborativo envolvendo professores do ensino superior de Matemática e de Estatística e professores da Educação Básica. As principais características dos materiais produzidos no âmbito do projeto são (i) proposta pedagógica ancorada e acompanhada por pesquisa científica em Ensino de Matemática; (ii) está conectada e reconheça os saberes advindos da prática da Educação Básica; (iii) contribua para a formação e o desenvolvimento profissional de professores e (iv) aponte avanços no uso de recursos tecnológicos para o ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica. Em particular, destaca-se o entendimento do potencial do projeto para enfrentar um reconhecido desafio do ensino de Matemática: estreitar o diálogo entre a realidade, as demandas próprias da prática docente e a formação acadêmica do professor. O próprio desenvolvimento desse trabalho pode ser visto como uma comprovação de tal potencial.

Todo o material desenvolvido está disponível em uma plataforma digital, desenvolvida exclusivamente para o projeto. Além disso, esse ambiente virtual dá apoio ao processo de elaboração do livro, oferece acesso público ao material à medida que está sendo elaborado, permite que visitantes façam sugestões de alteração e que criem suas próprias versões do livro. O material disponível pode ser acessado pelos visitantes em PDF, HTML ou em código LaTeX e toda comunidade pode colaborar postando considerações sobre os resultados obtidos do uso em sala de aula, correções, comentários e também produzindo conteúdo.

A redação do livro, composto pelo *livro do aluno* e pelo *manual do professor*, é feita simultaneamente pelo grupo de professores participantes, identificados como autores. O *livro do aluno* é organizado por temas em capítulos. O *manual do professor*, diferente do que é tradicionalmente observado nos livros didáticos brasileiros, é entrelaçado ao texto destinado ao aluno.

¹ <https://www.umlivroaberto.com/wp/>

² <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.0/br/>, garante direito de visualização, distribuição e derivação do material, exigindo-se a atribuição e que o material derivado tenha a mesma licença.

No processo de elaboração de cada capítulo, estão previstos: (i) a *realização de oficinas* que envolvam professores da Educação Básica. Essas oficinas têm como objetivos oferecer aos autores uma avaliação preliminar do material, incluindo o texto destinado ao professor e contribuir para a formação continuada; (ii) a *revisão* por professores de Matemática de diversas regiões do Brasil do Ensino Superior e da Educação Básica, que não sejam vinculados ao projeto, com a finalidade de avaliar e revisar o material e oferecer um panorama da percepção do material pela comunidade; (iii) testes do material em salas de aula de escolas públicas do país. Esses testes prevêem uma avaliação crítica realizada pelos alunos e professores diretamente envolvidos. Assim, são esperadas sugestões, identificação de eventuais dificuldades no uso do livro, indicação de correções, etc. (SIMAS E RANGEL, 2019)

O PLANEJAMENTO DA AULA

Segundo Veiga (2008, p.267), “a aula, lugar privilegiado da vida pedagógica, refere-se às dimensões do processo didático – ensinar, aprender, pesquisar e avaliar – preparado e organizado pelo professor e seus alunos”. É onde ocorre o processo de ensino aprendizagem, cujo o qual o professor transmite aos seus alunos conhecimentos específicos, experiências de vida e meios para a construção de seu próprio conhecimento.

Ao planejar uma aula, o professor deve se atentar para quais os objetivos daquela aula, e para o que é de grande relevância naquele momento. A estrutura didática do plano de aula tem como finalidade proporcionar um trabalho bem elaborado para a transmissão de conhecimentos, assim, proporcionando maior direcionamento do processo e uma orientação mais eficaz para os alunos (SOUZA, 2013).

Os planejamentos de aula são compostos por itens que possuem especificidades que devem ser consideradas: os objetivos, os conteúdos, os métodos de ensino e a avaliação. De acordo com Schewtschik (2017, p.10666), os objetivos são assim definidos:

Os objetivos são caracterizados por verbos no infinitivo e designam o produto final da nossa aula, aquilo que queremos que seja aprendido; precisam expressar a habilidade que será desenvolvida naquela aula e a razão pela qual ela deve ser desenvolvida.

Não há prática educativa sem objetivos, uma vez que estes integram o ponto de partida, as premissas gerais para o processo pedagógico (LIBÂNEO, 1994 apud SOUZA,

2013). Ou seja, os objetivos são o foco da atividade pedagógica, ele orienta a prática docente, sem estes essa prática não existiria.

Outro item essencial ao planejamento da aula é o conteúdo a ser ensinado. Segundo Libâneo (2013, apud SCHEWTSCHIK, 2017, p.10667),

os conteúdos são um conjunto de conhecimentos, habilidades, hábitos, modos valorativos e atitudinais de atuação histórico-social, organizados pedagogicamente e didaticamente em matérias de ensino, tendo em vista o processo de construção do conhecimento pelos alunos e suas relações com o contexto vivido.

Os conteúdos devem incluir vivência dos alunos para se tornarem mais significativos, de modo que os alunos possam assimilá-los de forma consciente e não representar uma mera seqüência lógica a ser transmitida.

Para que se atinja os objetivos do trabalho docente em relação aos conteúdos específicos, é necessário encontrar caminhos, que são os métodos de ensino.

Araújo (2008) diz

que Ela [a aula] é feita de prévias e planejadas escolhas de caminhos, que são diversos do ponto de vista dos métodos e técnicas de ensino; [...] também se constrói, em sua operacionalização, por percalços, que implicam correções de rota na ordem didática, bem como mudanças de rumo; [...] está sujeita a improvisos, porque não foram previstos, mas não pode constituir-se por improvisações (ARAUJO, 2008, p.60-62).

O ensino deve ser direcionado em busca da aprendizagem, do melhor caminho a ser percorrido, refletindo no planejamento de aula as escolhas determinadas, não deixando de considerar os improvisos, mas não se baseando somente neles.

E por fim, para um bom planejamento, temos a avaliação. A avaliação no plano de aula é a última etapa da aula, momento em que o professor irá verificar se os objetivos foram atingidos. Segundo Libâneo (2013 apud SCHEWTSCHIK, 2017), a avaliação está diretamente ligada aos objetivos de aprendizagem, é por meio dela que se tem maior clareza do que se quer atingir, permitindo inclusive um replanejamento das ações.

“A avaliação é concebida como processo/instrumento de coleta de informações, sistematização e interpretação das informações, julgamentos de valor do objeto avaliado através das informações tratadas e decifradas. (...) A avaliação cruza o trabalho pedagógico desde seu planejamento até a sua execução, coletando dados para

melhor compreensão da relação entre o planejamento, o ensino e a aprendizagem e poder orientar a intervenção didática para que seja qualitativa e contextualizada” (SILVA, 2003).

O plano de aula é um documento no qual o professor, ao planejar o que será lecionado, registra qual o tema da aula, qual objetivo dela, a metodologia que será utilizada, como irá avaliar o aprendizado dos alunos, as referências bibliográficas e muitas outras informações. É através do plano de aula e suas propriedades que ocorre o diferencial importante para guiar o aprendizado dos estudantes, além de levar o professor à reflexão e à pesquisa.

INTRODUÇÃO ÀS FUNÇÕES NO LIVRO ABERTO DE MATEMÁTICA

O Capítulo Introdução às Funções no Livro Aberto de Matemática foi concebido com o objetivo de desenvolver nos estudantes as seguintes habilidades:

(LAF1) Compreender função como uma relação de dependência entre duas variáveis, as ideias de domínio, contradomínio e imagem, e suas representações algébricas e gráficas e utilizá-las para analisar, interpretar e resolver problemas em contextos diversos, inclusive fenômenos naturais, sociais e de outras áreas.

(302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º grau, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

As habilidades (302) e (404) fazem parte da versão final da BNCC e a (LAF1) é uma habilidade proposta pela equipe de desenvolvimento do Projeto Livro Aberto de Matemática.

Os capítulos do Livro Aberto são estruturados em seções denominadas *explorando*, *organizando e praticando*. Nosso foco neste trabalho recai sobre a primeira metade do capítulo de Introdução às Funções, que é dedicada à introdução do conceito de função. Nosso objetivo é apresentar uma proposta de plano de aula contemplando o conteúdo dessa parte do capítulo. Esse trabalho complementa o trabalho desenvolvido pelo colega Rafael Gustavo, que aborda a segunda parte do capítulo.

O assunto é tratado de forma intuitiva no material e faz o leitor reconhecer em diversas situações cotidianas, matemáticas ou não, as ideias fundamentais para a construção do conceito de função.

O capítulo combate alguns dos principais distratores relacionados com o assunto e apontados pelas pesquisas científicas da área de Ensino e Educação Matemática, a saber: fazer a ligação entre as diferentes representações de funções (fórmulas, gráficos, diagramas, descrição por palavras); interpretar gráficos, manipular expressões algébricas e reconhecer os diferentes papéis que as variáveis (letras) representam nas expressões algébricas.

NOSSA PROPOSTA DE PLANOS DE AULA: GRÁFICOS

Os Planos de Aula propostos no presente trabalho são baseados no Capítulo de Introdução às Funções, voltado para o Ensino Médio e desenvolvido para o Projeto Livro Aberto de Matemática. A metodologia da Modelagem Matemática em três atos de Dan Meyer foi usada como inspiração.

Segundo Dan Meyer, o ensino da matemática precisa ser reformulado. Os livros (em especial os de matemática), propõem questões semelhantes, mudando apenas um dado ou outro, tornando-as repetitivas e transformando o ensino da matemática em algo pouco estimulante.

O currículo de matemática de hoje está ensinando os alunos a decodificar um livro-texto, tirando a habilidade dos alunos de formular o problema. A proposta de Dan Meyer através dos três atos é encorajar a intuição dos alunos, para que os mesmos procurem ferramentas para "desvendar aquele problema" e não buscar uma fórmula somente.

O exemplo a seguir ilustra a proposta de Dan Meyer, onde num primeiro momento os alunos são instigados a prever se o arremesso de uma bola de basquete em direção à cesta será ou não assertivo com base apenas em uma imagem e intuição. Num segundo momento, analisam a foto usando modelagem quadrática e atualizam suas previsões, obtendo a resposta, por fim (BLOGDANMEYER, 2016).

Imagem 2: Será que vai bater o aro?



Fonte: Blog.mrmeyer, 2016.

Descrevemos brevemente os três atos que mostram como construir atividades que engajam e colocam o aluno como ator principal.

Ato Um: O primeiro ato tenta diminuir as barreiras à entrada. É visual e requer pouca alfabetização do aluno (MEYER, 2013). É nesse momento que se abre espaço para que os alunos façam perguntas sobre a atividade apresentada. Os alunos são convidados a estimar uma resposta correta e a decidir como seria uma resposta incorreta.

Ato Dois: O estudante supera obstáculos, procura recursos e desenvolve novas ferramentas. No segundo ato o professor deixa que o aluno procure recursos para resolver seus conflitos, é quando o professor "pressiona" o aluno para esclarecer exatamente o que estão buscando (MEYER, 2013). Geralmente as ferramentas utilizadas neste segundo ato são geradas no primeiro, com a ajuda do professor, ao mostrar suas necessidades.

Ato Três: O terceiro ato compensa o trabalho duro do segundo ato e a motivação do primeiro ato. Em geral, o terceiro ato é onde a matemática é formalizada e consolidada. É nesse momento que o aluno recebe a resposta e reconhece possíveis fontes de erro podendo explicá-las com modelos melhores ou mais adequados. (MEYER, 2013).

ESTRUTURA DO PLANO DE AULA

Os planos de aula foram estruturados em sua maioria com: tempo de duração, orientação e propósito, sendo que alguns destes Planos são compostos também por “discuta com a turma”. O tempo de duração varia entre 5 minutos a 20 minutos, dependendo do conteúdo e complexidade do tópico abordado. Para o início do estudo foram organizadas as ideias sobre representação gráfica de funções, iniciando o plano de aula com o conceito de gráfico, passando para a construção de gráficos através de tabelas e a análise dos mesmos. Seguindo o estudo, vimos que os pares ordenados são fundamentais para a construção de gráficos de funções e que cada par identifica as grandezas ou variáveis relacionadas e a ordem no par distingue o papel de cada uma delas: elemento do domínio, abscissa, e imagem, ordenada. Para a correta representação gráfica de uma função é necessário a identificação das variáveis do problema e a identificação da relação estabelecida entre as variáveis.

Foi apresentado o conceito de domínio e imagem, sua representação gráfica no plano cartesiano como o conjunto dos pares ordenados $(x, f(x))$ em que x pertence ao domínio. Também foram abordados tópicos como função Crescente, Decrescente e Constante, além do uso da simbologia matemática para representar informações contidas em imagens.

OS PLANOS DE AULA

No livro aberto, a segunda metade do capítulo se inicia com três atividades que visam destacar as ideias fundamentais da noção de função. O objetivo comum dessas atividades é a percepção das diferentes possibilidades de representação para as funções, analisando-as e construindo argumentos a partir delas.

O capítulo é extenso, e faz com que o professor naturalmente tenha que selecionar algumas das atividades propostas, adequando-se ao tempo em sala de aula e a realidade de cada turma. A partir da nossa experiência, julgamos mais adequado iniciar o assunto com imagens ou questões que pudessem remeter aos alunos situações do seu dia a dia, e que sirvam de base para a construção e análise de gráficos, além de favorecer o debate entre a turma, por se tratar de situações próximas de sua realidade.

As atividades selecionadas foram: “Jornada até a escola”, “Qual é o gráfico?”, “Indo para escola”, “Leia no gráfico!”, que através de sua relação com o cotidiano, facilitam a visualização, entendimento e a correlação entre gráfico, tabelas e situações problema, o que favorece o professor na abertura de questionamentos com a turma, bem como a interação destes alunos.

Os planos de aula serão disponibilizados nos formatos PDF e PPTX, neste último contendo orientações e sugestões que podem nortear o docente durante a exposição da aula. (acesse clicando neste [link](#)³ ou pelo código QR ao lado).



Neste trabalho, os planos de aulas serão apresentados com os slides e as suas respectivas orientações e sugestões e serão subdivididos por aulas, de acordo com o quadro abaixo:

Aula	Slide	Atividade	Tempo (50 minutos)
Aula 1	1	Introdução	2
	2	O celular carregando	
	3	Gráfico do carregamento de uma bateria (Exemplo)	
	4 - 5	Conceituando gráficos	
	6	Tipos de Gráficos	
	7	Formalizando Gráficos	
	8-11	Atividade para a turma	
	12	Solução	
Aula 2	1	Explorar o conceito de Gráfico	2
	2 - 3	Relação de tabela e Gráfico	
	4	Relacionar o conceito de função com a construção de Gráficos	

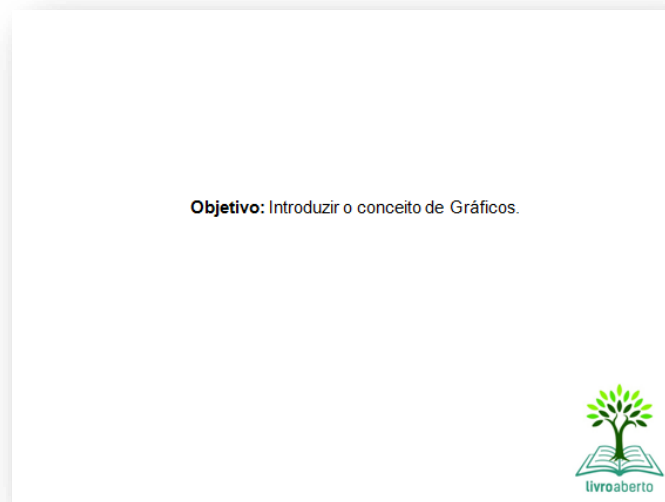
³ https://drive.google.com/drive/folders/1cFIMeLfefxnpvXfHFiCbZJZM6ttjbHV_?usp=sharing

	5 - 7	Atividade: Qual é o Gráfico	
	8	Formalizar o conceito de função e par ordenado.	
Aula 3	1	Analisar gráficos de uma ou mais funções.	3
	2 - 4	Exercitando com o ENEM	
	5 - 6	Analisando o Crescimento e o Decrescimento	
	7 - 8	Atividade: Leia no Gráfico	
	9	Soluções	
Aula 4	1	Exercitar a análise gráfica	4
	2 - 3	Atividade: Indo para a escola	
	4	Discutindo as soluções encontradas	
	5	Solução	
	6	Analisando os gráficos apresentados	
	7	Encontrando os valores de $f(x)$ através da representação gráfica	
	8	Discutindo as soluções encontradas	
	9	Solução	
	10	Refletindo sobre as interseções com o eixo das abscissas e com o eixo das ordenadas.	

6.1 AULA 1. INTRODUIZIR O CONCEITO DE GRÁFICOS

Tempo sugerido	05 minutos.
Orientação	Projete ou leia.
Propósito	<ul style="list-style-type: none"> Mostrar aos alunos a definição formal do conceito de função.

Imagem 27: Slide Inicial



Fonte: Própria, 2019.

Análise de Gráficos	
Orientação	<p>Ao analisar a imagem, é sugerido ao professor que provoque a turma a determinar:</p> <p>1° - Em quanto tempo um aparelho Celular é totalmente carregado?</p> <p>2° - Como seria um gráfico que determinasse o acúmulo de carga de um aparelho em relação ao tempo?</p> <p>3° - E por fim construir em seu caderno exemplos de como seriam esses possíveis gráficos.</p>

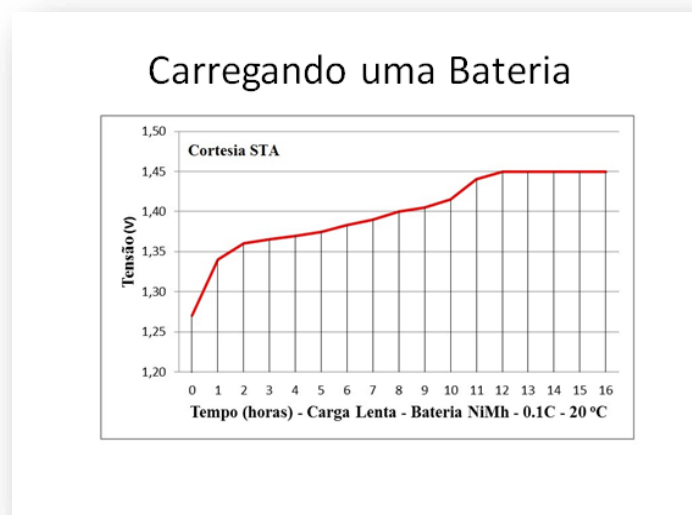
Imagem 28: Representação situação cotidiana



Fonte: Engenhariae, 2017.

Análise de Gráficos	
Orientação	<p>Ao mostrar o gráfico, é importante que os alunos percebam que o crescimento do gráfico não é linear. A medida que a bateria vai atingindo certos níveis de carga a inclinação do gráfico vai sofrendo variações. Este gráfico pode representar uma única relação linear?</p>

Imagem 29: Representação situação cotidiana



Fonte: Livro Aberto, 2017

Orientação	O professor deve ressaltar a importância da análise gráfica e da construção de gráficos para apresentar e analisar dados de maneira a favorecer a comunicação.
------------	--

Imagem 30: Representação situação cotidiana

- As palavras estimulam o lado esquerdo do cérebro e são um recurso essencial para a manutenção da memória. No entanto, as imagens são ainda mais eficazes, porque elas conseguem ativar os dois lados do cérebro simultaneamente e, assim, permitem o resgate de ideias e informações com maior precisão e agilidade.



Fonte: Livro Aberto, 2017

Imagem 31: Representação situação cotidiana

- Representar graficamente conjuntos de dados e suas relações pode fazer toda a diferença para transmitir informações. Há vários tipos de gráficos, cada um tem a sua particularidade e serve para transmitir as informações de forma específica.



Fonte: Livro Aberto, 2017

Imagem 32: Representação situação cotidiana



Fonte: Livro Aberto, 2017.

Orientação	O Professor deve formalizar através do quadro branco, apostila ou livro didático, os tipos de gráficos mais utilizados e suas respectivas utilizações.
------------	--

Imagem 33: Ilustração Quadro Negro



Fonte: Livre Saber, 2013.

Imagem 34: Representação situação cotidiana

Agora é a sua vez!

1. Leonardo mora a 66 km da escola onde estuda e utiliza o transporte escolar, que o busca na porta de sua casa. Em um certo dia, o percurso de Leonardo até sua escola foi assim: Ele estava na porta de casa às 7 horas, como de costume, mas o transporte escolar atrasou, passando em sua casa somente às 7h05min. Leonardo entrou na van e sentou no penúltimo lugar vago. Ainda faltava Marina. “Ela mora a 3 km da minha casa!”, lembrou Leonardo. Às 7h10min em ponto, o transporte escolar chegou à casa de Marina, que já estava pronta aguardando para embarcar. Para tentar compensar o atraso, o motorista resolveu tomar um atalho, mas a estratégia não funcionou. Às 7h15min precisou ficar parado por 5 minutos em frente a uma cancela aguardando um trem de carga passar. Finalmente, às 7h25min chegaram à escola, 5 minutos antes do sinal tocar.

Fonte: Livro Aberto, 2017

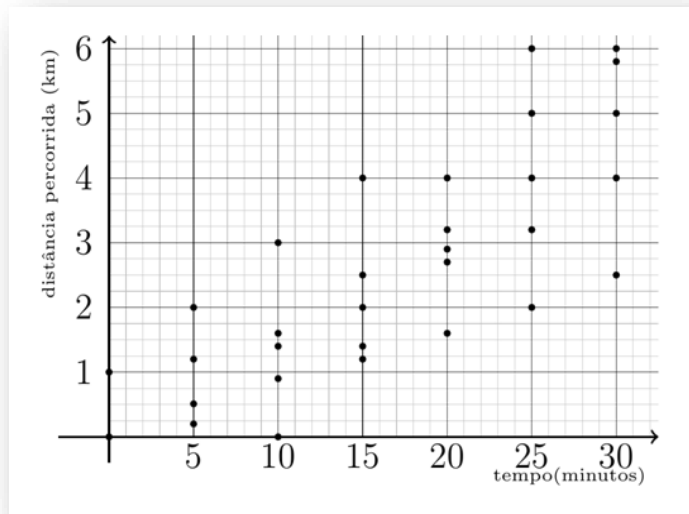
Imagem 35: Representação situação cotidiana

No plano cartesiano a seguir, o eixo horizontal indica o tempo em minutos e o eixo vertical a distância percorrida em quilômetros. Os pontos marcados correspondem às distâncias percorridas por diversos estudantes da escola a cada 5 minutos no período das 7h às 7h30min da mesma manhã descrita na situação acima.

Fonte: Livro Aberto, 2017

Orientação	O professor deve pedir que os alunos reproduzam o gráfico do Slide em seus cadernos, ou de acordo com a possibilidade, levar impresso para a realização da atividade.
------------	---

Imagem 36: Representação situação cotidiana



Fonte: Livro Aberto, 2017

Imagem 37: Representação situação cotidiana

- Conecte os pontos que correspondem à jornada de Leonardo, desde a porta da sua casa até a chegada à escola, no dia descrito acima.
- Faça uma estimativa da distância a que Leonardo estará de sua casa às 7h07min.
- Escolha um conjunto de pontos que possa representar a jornada de um outro estudante da sua casa à escola e descreva essa jornada.

Fonte: Livro Aberto, 2017

Orientação	O professor deve abrir para o debate comparando as soluções dos alunos, e verificando as diferentes formas de se obter o resultado apresentado na questão b).
------------	---

Imagem 38: Representação situação cotidiana



Fonte: Livro Aberto, 2017

6.2 AULA 2. EXPLORAR O CONCEITO DE GRÁFICOS

Tempo sugerido	05 minutos.
Orientação	Projete ou leia.
Propósito	<ul style="list-style-type: none"> Mostrar aos alunos o conceito de gráfico.

Imagem 3: Slide Inicial

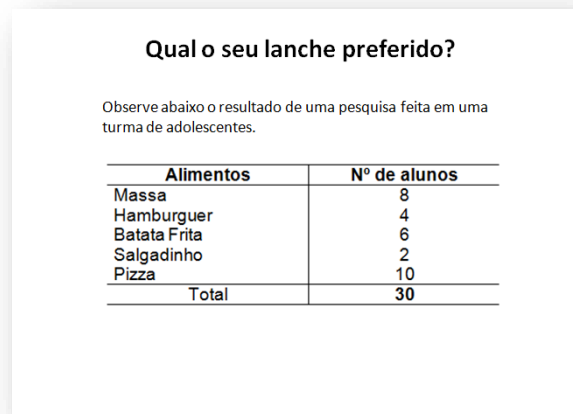


Fonte: Própria, 2019.

Tempo sugerido	20 minutos.
Objetivo	Analisar dados em tabelas e a partir destes construir gráficos.
Orientação	<p>O professor deve pedir para que ao observar a tabela, os alunos construam gráficos que representem da melhor forma possível a pesquisa acima.</p> <p>De acordo com a possibilidade, o professor pode utilizar através dos smartphones dos alunos o editor de planilhas</p>

	<p>do Google. Segue abaixo um link com um exemplo de tutorial.</p> <p>https://www.youtube.com/watch?v=M x-lazZXCW4</p>
Discuta com a turma:	<ul style="list-style-type: none"> • O professor deve então, analisar as escolhas dos alunos para a representação, e abrir o debate do gráfico que representaria de forma mais favorável possível a tabela acima.

Imagem 4: Representação situação cotidiana

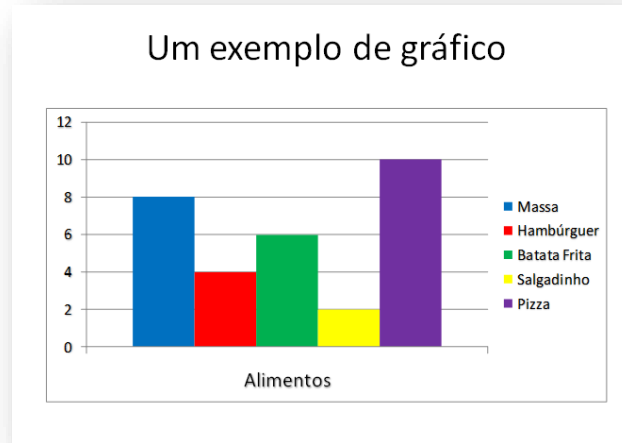


Fonte: Livro Aberto, 2017.

Tempo sugerido	10 minutos.
Objetivo	Analisar a leitura do gráfico dado.
Orientação	Após os alunos construírem seus gráficos o professor deve comparar com o exemplo dado e questionar os alunos sobre o gráfico apresentado neste slide.
Discuta com a turma:	<ul style="list-style-type: none"> • O gráfico apresentado é o ideal? • As informações são suficientes?

- É possível melhorar a estrutura do gráfico apresentado?

Imagem 5: Representação situação cotidiana



Fonte: Livro Aberto, 2017.

Tempo sugerido	05 minutos.
Objetivo	Relacionar a construção de gráficos com o conceito de funções.
Orientação	O professor deve relacionar o conceito de função com a construção de gráficos.
Discuta com a turma:	<ul style="list-style-type: none"> • O gráfico apresentado é o ideal? • As informações são suficientes? • É possível melhorar a estrutura do gráfico apresentado?

Imagem 6: Representação situação cotidiana

É hora de organizar as ideias sobre representação gráfica de uma função. Vimos que, para representar graficamente as funções, os pares ordenados são fundamentais. Cada par identifica as grandezas ou variáveis relacionadas e a ordem no par distingue o papel de cada uma delas: elemento do domínio, abscissa, e imagem, ordenada. Sendo assim, a representação gráfica de uma função exige: a identificação das variáveis do problema e a identificação da relação estabelecida entre as variáveis.



Fonte: Livro Aberto, 2017.

Tempo sugerido	05 minutos.
Objetivo	Relacionar grandezas e identificar a forma em que estas variam.
Orientação	O professor deve relacionar o conceito de função com a construção de gráficos.

Imagem 7: Representação situação cotidiana

Agora é a sua vez!
Observe a tabela abaixo.

a) Café esfriando

Tempo (minutos)	0	5	10	15	20	25	30
Temperatura (°C)	90	79	70	62	55	49	44

b) Preparando a ceia

Peso (quilos)	3	4	5	6	7	8	9
Tempo (horas)	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5


c) Depois de três canecas de cerveja...

Tempo (horas)	1	2	3	4	5	6	7
Álcool no sangue (mg/100ml)	90	75	60	45	30	15	0

d) Como um bebê cresce antes do nascimento

Tempo de gestação (meses)	2	3	4	5	6	7	8	9
Comprimento do bebê (cm)	4	9	16	24	30	34	38	42

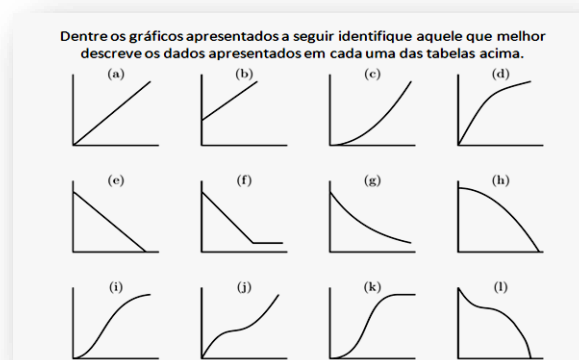
• Adaptado de *The Language of Functions and Graphs*, Shell Centre for Mathematical Education Publications Ltd., 1985.



Fonte: Livro Aberto, 2017.

Tempo sugerido	10 minutos.
Objetivo	Relacionar grandezas e identificar a forma em que estas variam.
Orientação	Os alunos devem analisar a partir da variação entre as relações das grandezas, qual gráfico se encaixaria melhor em cada uma das situações.

Imagem 8: Representação situação cotidiana




Fonte: Livro Aberto, 2017.

Tempo sugerido	20 minutos.
Objetivo	Analisar respostas dos alunos.
Orientação	Os alunos devem comparar suas respostas com a solução, enquanto o professor faz uma breve justificativa sobre o gabarito. O professor deve então sugerir que os alunos criem situações que possam ser utilizadas com outros gráficos que estão na questão, abrindo para um pequeno debate.

Imagem 9: Representação situação cotidiana

🤔 Então, você acertou?

RELAÇÃO	GRÁFICO
a)	(g)
b)	(a)
c)	(e)
d)	(k)



Fonte: Livro Aberto, 2017.

Tempo sugerido	20 minutos.
Objetivo	Formalizar o conceito de função e par ordenado.
Orientação	Apresentar o conceito formal de uma relação no plano cartesiano, dado que para funções reais de variável real, isto é, funções cujo domínio é um subconjunto de \mathbb{R} e o

	<p>contradomínio é \mathbb{R}, sua representação gráfica no plano cartesiano será o conjunto dos pares ordenados $(x, f(x))$ em que x pertence ao domínio da função.</p>
--	---

Imagem 10: Ilustração Quadro Negro



Fonte: Livre Saber, 2013.

6.3 AULA 3 - ANALISAR GRÁFICOS DE UMA OU MAIS FUNÇÕES

Tempo sugerido	05 minutos.
Orientação	Projete ou leia.
Propósito	Analisar gráficos de uma ou mais funções.

Imagem 11: Slide Inicial

Fonte: Própria, 2019.

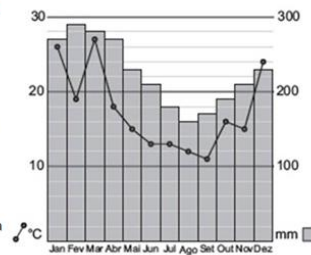
Tempo sugerido	15 minutos.
Objetivo	Analise a leitura do gráfico dado.
Orientação	O professor deve provocar a turma a resolver a questão, ressaltando as relações representadas neste gráfico.
Discuta com a turma	<ul style="list-style-type: none"> • O gráfico apresentado apresenta quantas relações? • Quais são elas? • A resolução foi rápida? • Quais as dificuldades encontradas? • O professor deve realizar a resolução da questão, a partir das observações feitas pelos alunos.

Imagem 12: Representação situação cotidiana

Exercitando

1. O gráfico mostra a temperatura média e a precipitação de chuva em Quixaiuba em cada um dos meses de 2009. Qual das afirmativas abaixo está correta?

- A) O mês mais chuvoso foi também o mais quente.
 B) O mês menos chuvoso foi também o mais frio.
 C) De outubro para novembro aumentaram tanto a precipitação quanto a temperatura.
 D) Os dois meses mais quentes foram também os de maior precipitação.
 E) Os dois meses mais frios foram também os de menor precipitação.




Fonte: Livro Aberto, 2017.


Tempo sugerido	20 minutos.
Objetivo	Relacionar a construção de gráficos com o conceito de funções.
Orientação	O professor deve pedir que os alunos respondam os seguintes questionamentos: A) Quanto pagaria em cada um dos planos, uma pessoa que utilizasse 300 minutos? B) É possível encontrar uma quantidade de minutos onde os dois planos cobram o mesmo valor? Qual seria?
Discuta com a turma	<ul style="list-style-type: none"> Deixe que os alunos respondam e logo após, faça a correção algebricamente, comparando com as soluções encontradas.

	<ul style="list-style-type: none"> • É importante ressaltar a relação entre os minutos excedentes e o valor pago, relacionando essa relação a uma função.
--	--

Imagem 13: Representação situação cotidiana

Exercitando com o 

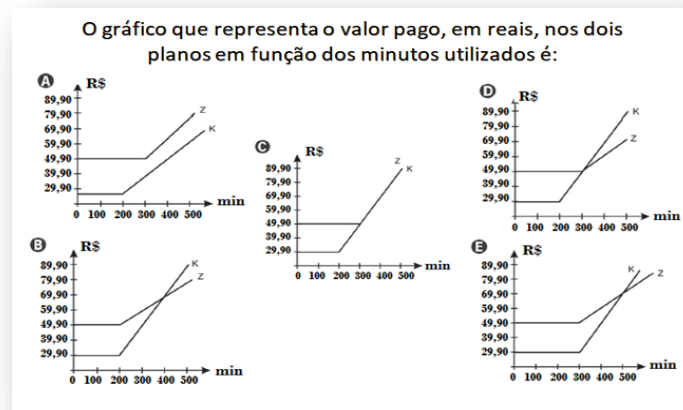
2. Uma empresa de telefone fixa oferece dois planos aos seus clientes: no plano K, o cliente paga R\$ 29,90 por 200 minutos mensais e R\$ 0,20 por cada minuto excedente; no plano Z, paga R\$ 49,90 por 300 minutos mensais e R\$ 0,10 por cada minuto excedente.



Fonte: Livro Aberto, 2017.

Tempo sugerido	15 minutos.
Objetivo	Relacionar a construção de gráficos com o conceito de funções.
Orientação	Os alunos devem observar os gráficos afim de determinar aquele que relaciona melhor com o problema. O professor deve fazer a relação entre as relações obtidas e os gráficos.

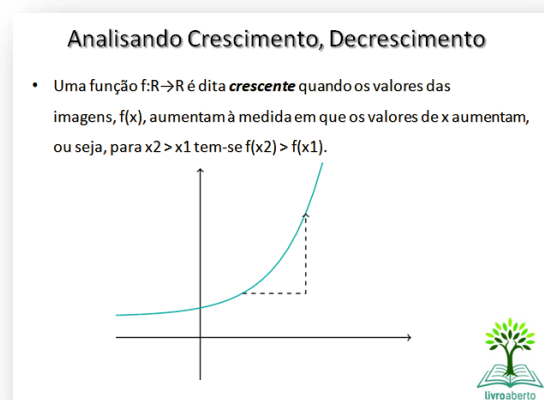
Imagem 14: Representação situação cotidiana



Fonte: Livro Aberto, 2017.

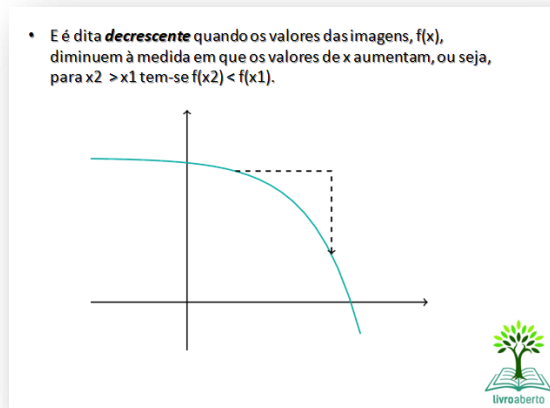
Tempo sugerido	10 minutos.
Objetivo	Analisar os momentos em que um gráfico representa uma função crescente ou decrescente
Orientação	Os alunos devem analisar a partir da variação entre as relações das grandezas, qual gráfico se encaixaria melhor em cada uma das situações.

Imagem 15: Representação situação cotidiana



Fonte: Livro Aberto, 2017.

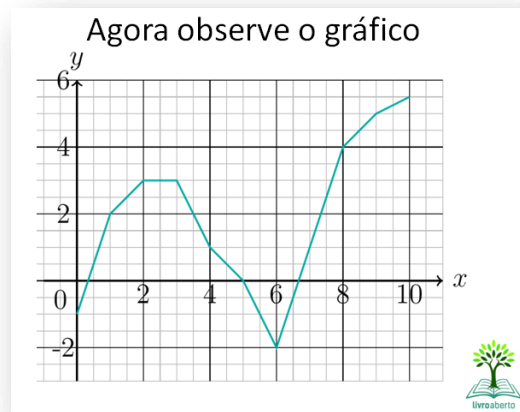
Imagem 16: Representação situação cotidiana



Fonte: Livro Aberto, 2017.

Tempo sugerido	15 minutos.
Objetivo	Analisar Crescimento, Decrescimento e momentos em que a função é constante.
Orientação	O Questionar a turma e mostrar no gráfico os momentos em que a função é Crescente, Decrescente e Constante. O professor deve também apresentar os pontos de coordenadas $(x, f(x))$, ressaltando o conceito de domínio e imagem.

Imagem 17: Representação situação cotidiana



Fonte: Livro Aberto, 2017.

Tempo sugerido	15 minutos.
Objetivo	Relacionar os pares ordenados com elementos do domínio e imagem de uma função.
Orientação	Pedir que a turma resolva as notações com base no gráfico apresentado. Peça que os alunos tomem nota da tabela e retorne a tela do gráfico.

Imagem 18: Representação situação cotidiana

A partir da representação gráfica calcule os seguintes valores:

NOTAÇÃO	VALOR
$f(1) - f(0)$	
$4 \cdot f(3)$	
$f(4) / f(2)$	
$f(6) \cdot f(2)$	
x quando $f(x) = -2$	
x quando $f(x) = 0$	
$f(6) - 4 \cdot f(\sqrt{81}) + 1$	

Fonte: Livro Aberto, 2017.

Tempo sugerido	05 minutos.
Orientação	Apresentar as soluções a turma.

Imagem 19: Representação situação cotidiana

SOLUÇÕES

NOTAÇÃO	VALOR
$f(1) - f(0)$	3
$4 \cdot f(3)$	12
$f(4) / f(2)$	$1/3$
$f(6) \cdot f(2)$	-6
x quando $f(x) = -2$	$X = 6$
x quando $f(x) = 0$	$X = 8$
$f(6) - 4 \cdot f(\sqrt{81}) + 1$	-21

Fonte: Livro Aberto, 2017.

6.4 AULA 4 - EXERCITAR A ANÁLISE GRÁFICA

Tempo sugerido	05 minutos.
----------------	-------------

Orientação	Projete ou leia.
Propósito	Exercitar a análise de gráficos.

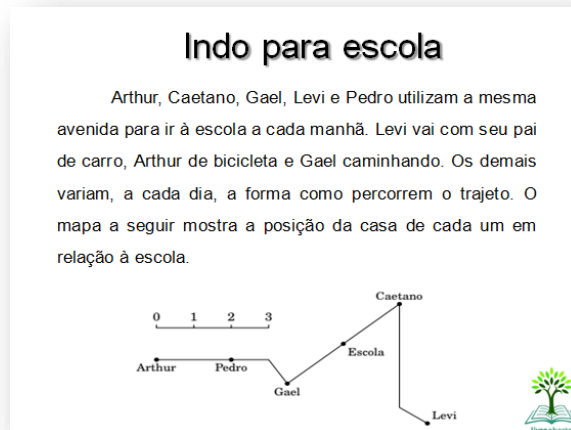
Imagem 20: Slide Inicial



Fonte: Própria, 2019.

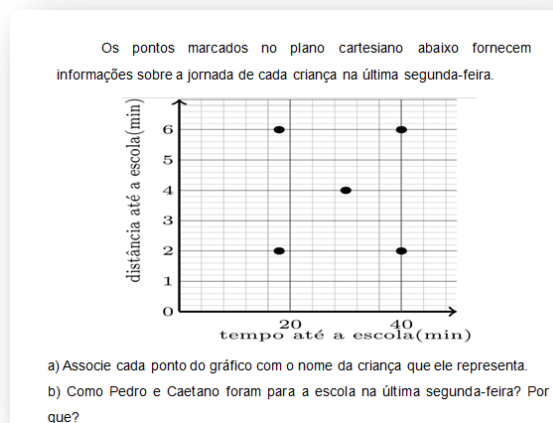
Atividade 1	
Tempo sugerido	20 minutos.
Orientação	É importante que os estudantes percebam o significado de dois pontos estarem na mesma horizontal ou na mesma vertical. Chame a atenção para o uso da escala.
Propósito	<ul style="list-style-type: none"> • Fazer uso de simbologia matemática para representar informações apresentadas pictórica e verbalmente. • Interpretar e relacionar informações a partir da representação gráfica apresentada.

Imagem 21: Representação situação cotidiana



Fonte: Livro Aberto, 2017.

Imagem 22: Representação situação cotidiana



Fonte: Livro Aberto, 2017.

Discussão da Solução:	
Tempo sugerido	15 minutos.

Orientação	<p>Peça aos alunos para compartilharem as suas respostas com outros colegas e que discutam diferentes tipos de respostas.</p> <p>Projete o plano do slide anterior no quadro branco e peça um aluno voluntário para ir marcar os pontos correspondentes no plano, usando um pilot.</p>
------------	--

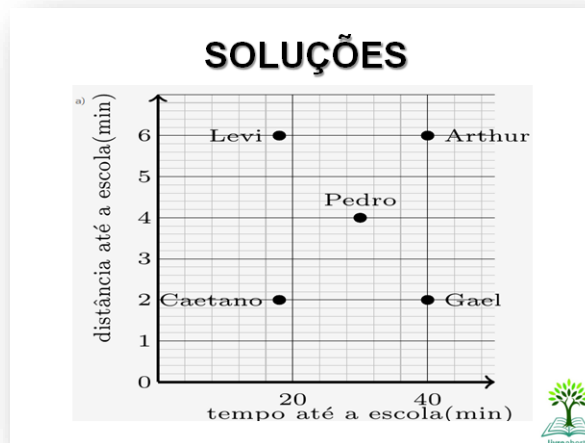
Imagem 23: Ilustração Quadro Negro



Fonte: Livre Saber, 2013.

b) Pedro e Caetano foram para a escola de bicicleta ou correndo (ou de alguma forma que seja mais rápida do que ir a pé e mais lenta que ir de carro). Caetano e Gael moram ambos a 2 km da escola. Como Gael, que foi caminhando, levou 40 minutos, Caetano que gastou aproximadamente 18 minutos não pode ter ido caminhando. Caetano também não pode ter ido de carro, pois Levi que mora a 6 km da escola demorou o mesmo tempo que ele e foi de carro.

Imagem 24: Representação situação cotidiana

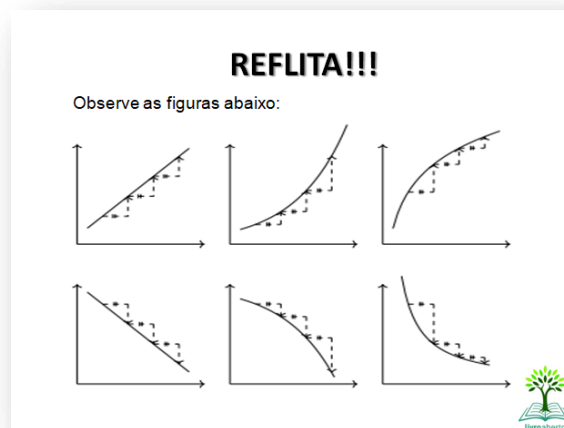


Fonte: Livro Aberto, 2017.

Reflexão 1	
Tempo sugerido	15 minutos.
Orientação	<p>Faça as seguintes interrogações aos alunos:</p> <p>a) O que os gráficos da primeira linha têm em comum? E as da segunda linha?</p> <p>b) Agora observe-os por coluna. Você consegue identificar algo em comum?</p> <p>Projete os gráficos no quadro branco e peça três alunos voluntários para irem ao quadro realizarem as discussões sobre as diferenças encontradas dos gráficos da 1ª linha com os da 2ª linha. Abra também a possibilidade do restante da turma darem as suas opiniões em relação ao que está sendo discutido.</p>
Propósito	<p>Aqui deseja-se que os alunos percebam que as funções que correspondem às representações gráficas da primeira linha são crescentes e as que correspondem às da segunda linha são decrescentes. Quanto às colunas, espera-se que tenham alguma ideia sobre a taxa de variação do</p>

	<p>crescimento (segunda derivada da função). Os da primeira coluna tem crescimento/decrescimento constante, os da segunda coluna, o crescimento/decrescimento é cada vez maior enquanto nos da terceira coluna é cada vez menor.</p>
--	--

Imagem 25: Representação situação cotidiana



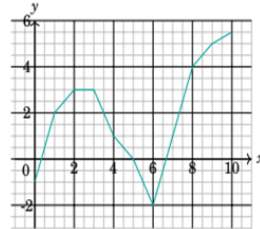
Fonte: Livro Aberto, 2017.

Atividade 2	
Tempo sugerido	20 minutos.
Orientação	Todos os valores solicitados são exatos, esta opção foi feita com o intuito de facilitar a feitura da atividade. Caso julgue adequado você poderá explorar a determinação de valores aproximados, como por exemplo: $f(0,5)$ ou os valores aproximados de x tais que $f(x)=0$.
Propósito	Calcular, a partir da representação gráfica de uma função real de variável real, os valores de $f(x)$ e x solicitados.

Imagem 26: Representação situação cotidiana

Leia no gráfico!

Seja f a função real cuja representação gráfica é apresentada a seguir.



Notação	Valor
$f(1) - f(0)$	
$4 \cdot f(3)$	
$f(4)/f(2)$	
$f(6) \cdot f(2)$	
x quando $f(x) = -2$	
x quando $f(x) = 0$	
$f(3 \cdot 2) - 4 \cdot f(\sqrt{81}) + 1$	

A partir da representação gráfica calcule os seguintes valores:



Fonte: Livro Aberto, 2017.

Discussão da solução:	
Tempo sugerido	20 minutos.
Orientação	Peça que os alunos compartilhem as suas respostas com o colega ao lado e discutam possíveis discordâncias. Responda os itens da atividade no quadro branco, projetando o gráfico do slide anterior no mesmo.

Imagem 27: Ilustração Quadro Negro




Fonte: Livre Saber, 2013.

Imagem 28: Representação situação cotidiana

SOLUÇÕES

Notação	Valor
$f(1) - f(0)$	3
$4 \cdot f(3)$	12
$f(4)/f(2)$	$1/3$
$f(6) \cdot f(2)$	-6
x quando $f(x) = -2$	$x = 6$
x quando $f(x) = 4$	$x = 8$
$f(3 \cdot 2) - 4 \cdot f(\sqrt{81}) + 1$	-21



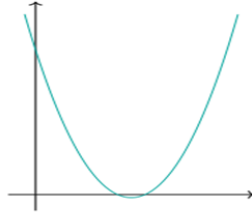
Fonte: Livro Aberto, 2017.

Reflexão 2	
Tempo sugerido	20 minutos.
Orientação	Lembre aos seus alunos que pontos que estão em cima do eixo das abscissas possuem ordenada zero, ou seja, é do tipo $(x, 0)$ e pontos que pertencem ao eixo das ordenadas possuem abscissa nula, ou seja, é do tipo $(0, y)$. Portanto para se calcular a interseção do gráfico com o eixo das abscissas, basta substituir $f(x) = 0$ na lei de formação e para calcular a interseção do gráfico com eixo das ordenadas basta substituir $x = 0$.

Imagem 29: Representação situação cotidiana

REFLITA!!!

Observe o gráfico da função real dada pela expressão $f(x) = 3x^2 - 15x + 18$. Veja que ele possui interseções com o eixo das abscissas e com o eixo das ordenadas. Qual procedimento você utilizaria para determinar esses pontos de interseção?



Os valores de x para os quais há interseção com o eixo das abscissas são chamados de zeros da função.

Fonte: Livro Aberto, 2017.

1. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho de conclusão de curso teve como principal objetivo elaborar uma proposta de planos de aula a partir do Capítulo de Introdução às funções do Projeto Livro Aberto de Matemática. Durante o desenvolvimento do trabalho, nos confrontamos com diversos questionamentos acerca da importância dos Planos de aula e em que medida eles de fato são utilizados pelo professor. Não resta dúvidas sobre a importância do planejamento para a preparação de uma aula, é nesse momento que nos deparamos com perguntas do tipo: que objetivos deverão ser alcançados, qual a melhor estratégia didática a ser adotada com a turma, qual o conteúdo a ser ensinado? Por outro lado, nas conversas que tivemos com os professores Michel Cambrinha e Gladson Antunes - autores do capítulo de Introdução às Funções e orientadores desse trabalho - ficou clara a preocupação dos mesmos com a forma como o capítulo poderia ser utilizado na sala de aula. Como o material é extenso, naturalmente ao preparar a aula, o professor deverá fazer algum tipo de recorte ou seleção de atividades. O que apresentamos aqui é um recorte possível do Capítulo Introdução às funções do Projeto Livro Aberto de Matemática, com a escolha de atividades que remetem o dia a dia do aluno, tornando mais acessíveis e aplicáveis as competências e habilidades propostas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), pois ela prevê que os alunos tenham a capacidade de aplicar o conhecimento adquirido em sala de aula no dia a dia.

Ao pensarmos em uma proposta de Planos de Aula como peça chave para aprimorar a prática pedagógica docente, buscamos uma proposta que fosse diferenciada, de modo que o professor pudesse ter a garantia de que seus alunos teriam acesso a um material de qualidade e que pudesse contribuir significativamente para o aprendizado sobre funções. Tendo em vista a confiabilidade do material disponível pelo Projeto Livro Aberto de Matemática e o fato de que ele é baseado em pesquisas científicas, para nós pareceu a escolha mais adequada. As atividades escolhidas foram disponibilizadas no Plano de Aula, de acordo com sua característica e classificadas como atividades disparadoras, avaliadoras ou exploradoras, visando proporcionar uma maneira *ativa* dos alunos alcançarem o conhecimento sobre funções, pois requer dos alunos a interação com o grupo, comparando soluções, discutindo possíveis discordâncias em relação aos cálculos, refletindo sobre outros caminhos a serem tomados, proporcionando a troca de informações dentro desse processo de ensino aprendizagem.

Ao se traçar um Planejamento, deve-se respeitar a realidade dos alunos e buscar a aprendizagem significativa como objetivo principal de suas ações. Levando essas reflexões em consideração, entendemos que os Planos de aula baseados no Projeto Livro Aberto de Matemática configuram uma metodologia facilitada no qual sem dúvidas poderá influenciar nos futuros resultados de ensino aprendizagem no quais professores e alunos estarão submetidos.

2. REFERÊNCIAS

ARAUJO, José Carlos Souza. **Disposição da aula: os sujeitos entre a tecnia e a polis.** In: VEIGA, I. P.A. (Org.) **Aula: gênese, dimensões, princípios e práticas.** Campinas: Papirus, 2008. p. 45-72.

Centro Universitário Internacional UNINTER. Disponível em: <https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2017/26724_13673.pdf>. Acesso em 05 de ago. de 2019.

DORTA, Greice Cristina da Ailva; FRANCO, Sandra Aparecida Pires. **A Influência do Plano de Aula na Práxis Docente: Uma Abordagem no Ensino Superior.** 2013. – Curso de Especialização em Docência na Educação Superior, Universidade Estadual de Londrina, Paraná. Disponível em: <<https://bit.ly/2POenrl>>. Acesso em 05 de ago. de 2019.

EISENBERG, T.: **On the development of a sense for functions.** In Guershon Harel and Ed Dubinsky, editors, *The Concept of Function: Aspects of Epistemology and Pedagogy.* Mathematical Association of America, USA, p. 153–174. 1992.

Funções: Um pouco de história. Universidade de Lisboa. 2000. Disponível em:<<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm28/hist.htm>>. Acesso em 06 de ago. de 2019.

LAJOLO, Marisa. **Livro didático: um (quase) manual de usuário.** Em Aberto, Brasília, ano 16, n.69, jan./mar. 1996

LIMA, Dylan Lopes. **A história da função.** Aquiculto. Disponível em: <<http://aquiculto.blogspot.com/2014/05/a-historia-da-funcao.html>>. Acesso em 07 de ago. de 2019.

MANSANI, Mara. **Como aprendi a fazer planos de aula.** Nova Escola. 2017. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/conteudo/6746/blog-alfabetizacao-como-fazer-plano-de-aula>>. Acesso em 05 de ago. de 2019.

MEYER, Dan. **Categoria: 3 atos.** Disponível em: <<https://blog.mrmeyer.com/category/3acts/page/2/>>. Acesso em 19 de ago. de 2019.

MEYER, Dan. **Ensinar com tarefas de três atos: Ato três e sequência.** Disponível em:<<https://blog.mrmeyer.com/2013/teaching-with-three-act-tasks-act-three-sequel/>>.

Acesso em 18 de ago. de 2019.

MEYER, Dan. **Ensinar com tarefas de três atos: ato um.** Disponível em:<<https://blog.mrmeyer.com/2013/teaching-with-three-act-tasks-act-one/>>. Acesso em

18 de ago. de 2019.

MEYER, Dan. **Ensinar com tarefas de três atos: segundo ato.** Disponível em:<<https://blog.mrmeyer.com/2013/teaching-with-three-act-tasks-act-two/>>. Acesso em 18

de ago. de 2019.

MIRANDA, Danielle de. **Estratégias de Ensino Aprendizagem.** Brasil Escola. Ano. Disponível em:

<<https://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/matematica.htm>>. Acesso em 05 de ago. de 2019.

Projeto do IMPA propõe livro didático aberto e colaborativo. IMPA. 2018. Disponível em:<<https://impa.br/noticias/projeto-do-impa-propoe-livro-didatico-aberto-e-colaborativo/>>.

Acesso em 08 de ago. de 2019.

REZENDE, Wanderley. SILVA, Maria Helena Moraes. **Análise Histórica do Conceito de Função.** Caderno Dá Licença. UFF. Número 2 - ano 2. 1999.

SANTOS, Soraiva Oliveira dos. **Práticas Inovadoras na Sala de Aula de Matemática: Um Exemplo com a Geometria Plana no Ensino Fundamental II.** 2015. 31 f. Monografia (Licenciatura em Matemática) Centro de Ensino do Seridó, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Rio Grande do Norte, 2015.

SCHEWTSCHIK, Annaly. **O Planejamento de Aula: Um Instrumento de Garantia de Aprendizagem.** Disponível em:

<https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2017/26724_13673.pdf>. Acesso em 16 de ago. de 2019.

SIERPINSKA, Anna.: **On understanding the notion of function.** In Guershon Harel and Ed Dubinsky, editors, *The Concept of Function: Aspects of Epistemology and Pedagogy.* Mathematical Association of America, USA, p. 25-58. 1992.

SILVA, Janssen. Felipe da. **Introdução: Avaliação do Ensino da Aprendizagem numa Perspectiva Formativa Reguladora.** IN: SILVA, J. F; HOFFMANN, J; ESTEBAN, M. T. (org.) Práticas avaliativas e aprendizagens significativas em diferentes áreas do currículo. 3. Ed. Porto Alegre: Mediação, 2003. p. 7-18.

SIMAS, F.L.B, RANGEL, L.G., Metodologia de desenvolvimento de um livro didático aberto e colaborativo, XIII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, Mato Grosso, 2019.

SOUZA, Mayane Leite da Silva. **O Processo Didático Educativo: Uma Análise Reflexiva sobre o Processo de Ensino e a Aprendizagem.** 2013. Disponível em:<<https://meuartigo.brasilecola.uol.com.br/pedagogia/processo-didatico-educativo-analise-reflexiva-sobre-processo-ensino-aprendizagem.htm>>. Acesso em 16 de ago. de 2019.

URSINI S. & TRIGUEIROS M.: **A model for the uses of variable in elementary algebra.** In M. van den Heuvel-Panhuizen(Ed.), Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, V. 4, p. 327-334. Utrecht: Utrecht University. 1992.

VEIGA, Ima Passos Alencastro. **Aula: Gênese, Dimensões, Princípios e Práticas.** 2008. Disponível em:<https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/3205897/mod_resource/content/3/Cap%C3%ADtulollmaPassosAlencastroVeiga.pdf>. Acesso em 11 de ago. de 2019.