



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Investigação matemática no ensino fundamental: relato de
atividades com estudantes do sexto e oitavo anos.

Marcelo Barbosa Felix

RIO DE JANEIRO

2020

Marcclo Barbosa Felix

Investigação matemática no ensino fundamental: relato de
atividades com estudantes do sexto e oitavo anos.

Dissertação apresentada ao Programa de
Pós-graduação em Matemática PROFMAT
da UNIRIO, como pré-requisito para a
obtenção do grau de MESTRE em
Matemática.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Michel Cambrinha – Orientador
UNIRIO



Prof. Dr. Gladson Antunes – Co-orientador
UNIRIO



Prof. Dr. Victor Giraldo
UERJ

Rio de Janeiro
2020

Catálogo informatizada pelo(a) autor(a)

FF316 FELIX, MARCELO BARBOSA
INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL:
RELATO DE ATIVIDADES COM ESTUDANTES DO SEXTO E
OITAVO ANOS. / MARCELO BARBOSA FELIX. -- Rio de
Janeiro, 2020.
79 p.

Orientador: MICHEL CAMBRAINHA DE PAULA.
Coorientador: GLADSON OCTAVIANO ANTUNES.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do
Estado do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação
em Matemática, 2020.

1. Investigação Matemática. 2. Metodologias
Ativas. 3. Aprendizagem Matemática. I. DE PAULA,
MICHEL CAMBRAINHA , orient. II. ANTUNES, GLADSON
OCTAVIANO , coorient. III. Título.

Dedicatória

*À minha amada família que sempre me ajudou
nesta caminhada.*

Resumo

Neste trabalho de conclusão de curso do programa de Pós-Graduação em matemática PROFMAT da UNIRIO, apresentamos um breve resumo sobre a história da educação no Brasil, desde o descobrimento até o século XX. É feita uma síntese evolutiva do processo educacional no país desde a chegada dos Jesuítas até o manifesto dos pioneiros de 1930. Quando surge as ideias sobre a escola nova. Nessa nova concepção de educação discutimos as metodologias de ensino escolanovista mais comumente chamadas de metodologias ativas nas quais se inserem as investigações matemáticas em sala de aula.

Por fim o objetivo principal deste trabalho é analisar de maneira prática como o método de investigação matemática em sala de aula pode aproximar o aluno da disciplina. De maneira mais específica, procura-se verificar neste trabalho como esta abordagem de ensino pode contribuir, de maneira significativa, na aprendizagem do aluno no tocante a matemática. Para alcançar esse objetivo, foram realizadas atividades em sala de aula no Colégio São Vicente de Paulo e no Colégio São Bento e num trabalho conjunto o Professor Thiago Duarte Nascimento realizou as mesmas atividades no Colégio Brigadeiro Newton Braga.

Palavras-chaves: Investigação matemática, metodologias ativas, aprendizagem matemática.

Abstract

In this course conclusion paper from the UNIRIO PROFMAT Graduate Program in mathematics, we present a brief summary of the history of education in Brazil, from its discovery to the 20th century. An evolutionary synthesis of the educational process in the country is made, from the arrival of the Jesuits to the manifesto of the pioneers of 1930. When ideas about the new school arise. In this new conception of education, we discuss the methodologies of school-teaching teaching most commonly called active methodologies in which mathematical investigations are inserted as a task in the classroom.

The main objective of this work is to empirically analyze how a method of mathematical investigation in the classroom can bring the student closer to the discipline. More specifically, we seek to verify in this work how this teaching approach can contribute, in a significant way, in the student's learning regarding mathematics. To achieve this goal, activities were carried out in the classroom at Colégio Brigadeiro Newton Braga and in a joint work Professor Marcelo Félix carried out the same activities at the São Vicente de Paulo and São Bento schools.

Keywords: Mathematical research, active methodologies, mathematical learning.

Agradecimentos

Em primeiro lugar devo agradecer a Deus no qual eu confio.

Agradeço a minha mãe que é um exemplo de mãe e aos meus irmãos.

Agradeço a minha maravilhosa esposa LIGIA que esteve sempre nos momentos mais complicados da minha vida e por ter sempre me incentivado nos meus estudos.

Agradeço a Deus mais uma vez por ter me abençoado com a vinda dessa princesinha que é a minha filha SOFIA.

Agradeço a duas professoras, MÔNICA SOUZA e ANNA CATHERINA, que sem elas essa minha trajetória seria muito mais complicada.

Gostaria MUITO de agradecer a uma turma que ficará marcada no meu coração. A turma PROFMAT 2017, vocês são demais. Cada um teve uma contribuição na minha trajetória no mestrado. Um especial muito obrigado à duas LENDAS DA MATEMÁTICA. MESTRES SÉRGIO NOBREGA e UBIRAJARA - O NOSSO BIRÃO. Eu só tenho gratidão por vocês.

Devo agradecer também aos meus mestres Gladson Antunes e Michel Cambrinha, que me orientaram com muita inteligência e muita paciência neste trabalho.

Por fim meus amigos, sou grato a cada um de vocês por terem de alguma forma colaborado com a minha formação.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	11
CAPITULO I	
1 – UMA BREVE ABORDAGEM HISTÓRICA DA EDUCAÇÃO E DAS IDEIAS PEDAGÓGICAS NO BRASIL	16
1.1 – Do descobrimento até a chegada do primeiro governador geral (1500-1549)	17
1.2 – A chegada dos jesuítas (1549)	18
1.2.1 – A educação nas sociedades indígenas	19
1.2.2 – As ordens religiosas no Brasil colonial	20
1.2.3 – A pedagogia Jesuítica	21
1.3 – Da expulsão dos jesuítas até a vinda da família real para o Brasil (1759 – 1808)	23
1.3.1 – Contextualização histórica	23
1.3.2 – A expulsão dos Jesuítas	24
1.3.3 – As reformas pombalinas na educação	24
1.4 – A vinda da família real (1808)	26
1.4.1 – Contextualização histórica	26
1.4.2 – As ideias pedagógicas na fase Joanina	26
1.5 – Independência do Brasil (1822)	28
1.5.1 – Contextualização histórica	28
1.5.2 – A Assembleia Constituinte Legislativa de 1823	29
1.5.3 – O problema nacional da instrução pública	30
1.5.4 – A primeira lei de educação do Brasil independente	30
1.5.5 – O método mútuo	31
1.5.6 – A reforma Couto Ferraz	31
1.5.7 – A reforma Leôncio de Carvalho	33
1.6 – Proclamação da República (1889)	34
1.6.1 – Contextualização histórica	34
1.6.2 – Educação no Brasil na primeira República (1889-1930)	35
1.6.3 – O movimento da Escola Nova	36

CAPÍTULO II

2 – CONCEPÇÕES SOBRE A METODOLOGIA DO ENSINO	38
2.1 – A metodologia tradicional	38
2.2 – Metodologia Escolanovista	39
2.2.1 – Metodologias Ativas	39
2.3 – Investigação Matemática	40
2.3.1 – Duas investigações notáveis	41
2.3.2 – As faces da matemática	43
2.3.3 – Os processos existentes numa investigação matemática	44
2.3.4 – As investigações como tarefas matemáticas	44
2.3.5 – A aula de investigação	45
2.3.6 - Relato de uma investigação numérica	49

CAPÍTULO III

3 – A ATIVIDADE EMPÍRICA	52
3.1 – Organização da atividade	52
3.2 – As atividades escolhidas	53
3.3 – Relatos da primeira atividade	55
3.3.1 – Turma 801	55
3.3.2 – Turma 803	56
3.3.3 – Turma 802	57
3.4 – Relato da segunda atividade	58
3.4.1 – Turma 801	58
3.4.2 – Turma 803	61
3.4.3 – Turma 802	64
3.4.4 – Turma 602	66

CAPÍTULO IV

4 – ANÁLISE DAS ATIVIDADES	69
4.1 – As atividades na turma 801	69
4.2 – As atividades da turma 802	70
4.3 - As atividades da turma 803	70
4.4 – A atividade da turma 602	71

CAPÍTULO V

5 - CONCLUSÃO 72

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 75

APÊNDICE A 78

Documento de autorização dos Colégios São Vicente de Paulo e São Bento para a realização da atividade empírica com os alunos.

INTRODUÇÃO

Os jovens de hoje são fascinados por tecnologia. Eles nasceram numa nova era, uma época em que tudo é tecnológico. Os vídeo games, por exemplo, tem gráficos de alta resolução com histórias e dublagens fantásticas. Até as amizades são tecnológicas, muitas das vezes surgem por intermédio das redes sociais, num cenário totalmente virtual onde os amigos não se conhecem na vida real. O acesso aos smartphones se torna cada vez mais precoce, os jovens têm acesso a um mundo de informações, músicas, jogos, redes sociais e diversos aplicativos num imediatismo surreal. Eles não podem imaginar o que era precisar de um livro a uns quinze anos atrás e ter que procurar pelo exemplar numa biblioteca. É óbvio que os tempos mudaram, a reação de um aluno hoje num cenário de aula tradicional não pode ser a mesma do aluno à quinze anos atrás. Segundo a professora April Burton¹ as crianças de hoje são diferentes das gerações anteriores, que se sentavam em suas carteiras e recebiam as informações que os professores os davam. “Elas estão o tempo todo jogando, enviando mensagens de texto para os amigos, vendo vídeos no Youtube. Não se pode esperar que se sentem em uma sala de aula e escutem”. Nesse contexto é notório que ensinar matemática, num modelo tradicional de aula, se tornou uma tarefa árdua para o professor e extremamente maçante para o aluno, que se torna desmotivado. Uma aula, puramente, expositiva e dialogada não é suficiente para fazer o aluno se interessar pela disciplina, alcançando o máximo de proveito para sua vida.

Um fato relevante

Basta o professor de matemática entrar em sala, a expressão no olhar do aluno não esconde a sua insatisfação com a aula que vai começar. A apresentação de um novo conteúdo somado a falta de domínio de um conteúdo anterior é a certeza de mais uma aula fracassada, o que justifica a falta de motivação recorrente do aluno. Na obrigação de cumprir um cronograma, o professor, muitas das vezes, é forçado a ignorar o real aprendizado e apresenta uma enxurrada de conteúdo sem sentido para o discente, e assim o processo se repete várias vezes durante o ano letivo. Isso significa que a maior parte da vida escolar do aluno é desperdiçada, são mais de dez anos na escola e muitos concluem o ensino médio sem estar apto para resolver problemas

¹ <https://exame.abril.com.br/carreira/aula-tradicional-perde-espaco-para-alunos-cada-vez-mais-conectados/>

simples do cotidiano e operações numéricas simples, como porcentagem ou até mesmo multiplicação de números inteiros, por exemplo.

D'Ambrosio (1989) já relatava que na típica aula expositiva de matemática o professor escreve no quadro aquilo que ele julga importante. O aluno copia e em seguida procura fazer exercícios, que nada mais são do que uma repetição de um modelo de solução apresentado pelo professor. Essa prática revela a concepção de que é possível aprender matemática através de um processo de transmissão de conhecimento e que a resolução de problemas se reduz a procedimentos determinados pelo professor. Nesse contexto o aluno acredita que a aprendizagem da matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos. Ou seja, seguir e aplicar regras que foram transmitidas pelo professor. Em segundo lugar os alunos acham que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, do qual não se dúvida ou questiona, nem mesmo nos preocupamos em compreender porque funciona. Em geral acreditam que os conceitos matemáticos foram descobertos ou criados por gênios. O aluno supervaloriza o poder da matemática formal e perde qualquer autoconfiança na sua intuição matemática. A autora cita ainda que é comum o aluno desistir de solucionar um problema matemático, afirmando não ter aprendido como resolver aquele tipo de questão ainda. Falta aos alunos uma flexibilidade de solução e a coragem de tentar soluções alternativas, diferentes das propostas pelos professores.

Ainda segundo a autora, no entendimento de muitos professores o aluno aprende na medida que pratica mais exercícios, isso faz com que o aluno tenha uma percepção da matemática como um corpo de conhecimento acabado e polido. Em nenhum momento o aluno tem a oportunidade de participar do processo de ensino como um sujeito ativo, sendo assim ele passa a acreditar que na aula de matemática, o seu papel é passivo e desinteressante. Uma das grandes preocupações dos professores refere-se à quantidade de conteúdo trabalhado, sendo esse conteúdo prioridade na ação pedagógica ao invés da aprendizagem do aluno. Esse problema acerca da aprendizagem matemática não é de hoje. Nas linhas acima fica claro que o problema atravessa décadas. Em 2015, o Brasil configurou um dos últimos lugares no PISA², num total de 70 países, ele figurou entre os dez últimos.

Para Kipper, a falta de motivação e interesse dos alunos pela matemática é um dos principais problemas que faz com que o rendimento escolar nessa disciplina seja desastroso em

² Disponível em: <https://g1.globo.com/mato-grosso-do-sul/especial-publicitario/eleva-educacao/noticia/como-tirar-o-brasil-dos-ultimos-lugares-no-ranking-de-educacao.ghtml>

todos os níveis de ensino. Isto ocorre porque, na grande maioria das vezes, as aulas são monótonas, sem relação com o cotidiano do aluno e nada desafiadoras.

Já em 1996 D'Ambrósio alertava que estávamos entrando na era do que se costuma chamar a “sociedade do conhecimento”. Onde a escola não se justifica pela apresentação de conhecimento obsoleto e ultrapassado e muitas vezes morto, sobretudo, ao se falar em ciências e tecnologia. Segundo a autora seria essencial para a escola estimular a aquisição, a organização, a geração e a difusão do conhecimento vivo, integrado nos valores e expectativas da sociedade. De lá pra cá vimos a intensificação desses fatos.

A busca por novas metodologias

A busca por novas metodologias de ensino se tornaram frente de pesquisa para diversos estudiosos. Segundo Lamonato (2012) há algum tempo a resolução de problemas ocupa um lugar de destaque quando o assunto é ensinar matemática. Em inúmeras pesquisas, ela é veiculada como objetivo de ensino e aprendizagem nos cursos superiores e na educação básica e também é um dos principais objetivos dos professores que ensinam matemática, conforme recomendam diversos documentos curriculares. Por sua vez, no Brasil, a investigação matemática e, mais especificamente, a exploração por meio da investigação matemática tem tido espaço crescente nas discussões sobre o ensino de Matemática

Ponte et.al (2016) cita que, diversos estudos em educação mostram que investigar constitui uma poderosa forma de adquirir conhecimento, e em numerosas experiências já empreendidas com o trabalho investigativo os alunos tem mostrado um grande entusiasmo com a matemática. O autor cita ainda a carência de estudos voltados para a investigação matemática e sendo assim esta dissertação tem também o intuito de colaborar de alguma maneira com o preenchimento dessa lacuna nessa linha de pesquisa.

Nesse contexto, nesta dissertação objetiva-se fazer uma análise empírica acerca do tema *Investigação matemática em sala de aula*, ampliando assim o debate sobre esse tipo de abordagem. Esse estudo norteou-se pela seguinte questão:

- I) Qual a recepção dos alunos frente a essa metodologia e como ela pode aproximar o aluno da matemática escolar contribuindo para sua aprendizagem?

Importante ressaltar que a atividade empírica objetiva-se avaliar a desenvoltura de um grupo de alunos como um todo e não cada aluno individualmente. Deseja-se observar o comportamento da turma diante de uma atividade de investigação matemática.

Justificativa

De acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei n.º 9.394/96), o ensino médio tem como finalidades centrais não apenas a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos durante o nível fundamental, no intuito de garantir a continuidade de estudos, mas também a preparação para o trabalho e para o exercício da cidadania, a formação ética, o desenvolvimento da autonomia intelectual e a compreensão dos processos produtivos.

Nessa definição de propósitos, percebe-se que a escola de hoje não pode mais ficar restrita ao ensino disciplinar de natureza enciclopédica. De acordo com as Diretrizes Curriculares para o Ensino Médio, deve-se considerar um amplo espectro de competências e habilidades a serem desenvolvidas no conjunto das disciplinas. O trabalho disciplinar pode e deve contribuir para esse desenvolvimento. Conforme destacam os PCNEM (2002) e os PCN+ (2002), o ensino da Matemática pode contribuir para que os alunos desenvolvam habilidades relacionadas à representação, compreensão, comunicação, **investigação** e, também, à contextualização sociocultural. Visando à contribuição ao debate sobre as orientações curriculares, este documento trata de três aspectos: a escolha de conteúdo; a forma de trabalhar os conteúdos; o projeto pedagógico e a organização curricular. Para a escolha de conteúdo, é importante que se levem em consideração os diferentes propósitos da formação matemática na educação básica. Ao final do ensino médio, espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do cotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico. A forma de trabalhar os conteúdos deve sempre agregar um valor formativo no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento matemático. Isso significa colocar os alunos em um processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático – nos aspectos de formular questões, perguntar-se sobre a existência de solução, estabelecer hipóteses e tirar conclusões, apresentar exemplos e contraexemplos, generalizar situações, abstrair regularidades, criar modelos, argumentar com fundamentação lógico-dedutiva. Também significa um processo de ensino que valorize tanto a apresentação de

propriedades matemáticas acompanhadas de explicação quanto a de fórmulas acompanhadas de dedução, e que valorize o uso da Matemática para a resolução de problemas interessantes, quer sejam de aplicação ou de natureza simplesmente teórica. Toda situação de ensino e aprendizagem deve agregar o desenvolvimento de habilidades que caracterizem o “pensar matematicamente” Nesse sentido, é preciso dar prioridade à qualidade do processo e não à quantidade de conteúdo a serem trabalhados. A escolha de conteúdos deve ser cuidadosa e criteriosa, propiciando ao aluno um “fazer matemático” por meio de um processo investigativo que o auxilie na apropriação de conhecimento. (Orientações curriculares para o ensino médio, MEC-2006)

Organização do trabalho

Visando responder à questão que norteia esta pesquisa, esta dissertação foi desenvolvida em cinco capítulos.

No primeiro capítulo é feita uma breve abordagem histórica da educação no Brasil, desde a chegada dos jesuítas até o movimento da escola nova na década de 30, nessa abordagem tentasse resgatar as mudanças nas ideias pedagógicas nos respectivos períodos. Como afirma Demerval Saviani³: “Se o educador quiser compreender a fundo o significado essencial de sua profissão eles devem se abrir, sem reservas, para a história da educação”. Nesse sentido esse capítulo é uma tentativa de compreender o surgimento do pensamento escolanovista, de onde surgem as ideias das metodologias ativas na qual as investigações matemáticas se inserem. O segundo capítulo visa buscar o entendimento sobre os tipos de metodologias em particular nos interessa as metodologias ativas, contexto na qual a investigação matemática está inserida. Esse capítulo também é destinado ao entendimento do uso de investigação matemática para sala de aula. Usamos como referencial teórico a obra *Investigações Matemática na Sala de Aula* de João Pedro da Ponte, Joana Brocardo e Hélia Oliveira, onde os autores apresentam uma discussão detalhada, com base em inúmeros exemplos, efetivamente vividos, dentro da sala de aula e também em diversos estudos, já realizados, sobre o assunto. O terceiro capítulo é sobre a atividade empírica realizada em sala, que tem o papel de experimentar e observar, empiricamente, o modelo de aula pautado numa atividade de investigação matemática e tirar conclusões. O quarto capítulo é destinado a compactação e análise dos dados coletados na

³ Demerval Saviani, disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=gxXk9ZWrxTc>

atividade empírica. O quinto capítulo versa sobre a conclusão e considerações finais desse trabalho.

CAPÍTULO I

1 – UMA BREVE ABORDAGEM HISTÓRICA DA EDUCAÇÃO E DAS IDEIAS PEDAGÓGICAS NO BRASIL. (Da Pedagogia dos Jesuítas até a Pedagogia Nova)

Na história da educação brasileira, alguns momentos são marcados por acontecimentos históricos relevantes. Esses períodos são destacados abaixo junto com as ideias pedagógicas predominantes em seu tempo.

- (1500-1549) – Nesse período já era percebido algumas tentativas de catequização e ensinamento dos índios, por motivação de alguns religiosos que aportaram no território brasileiro nos primeiros anos pós-descobrimento.
- (1549-1759) – Esse período é dividido em duas fases. A primeira (1549-1599) é marcada pela chegada dos primeiros jesuítas junto com o primeiro governador geral na embarcação comandada por Manuel da Nóbrega. Essa primeira fase é chamada de período heroico. A segunda fase (1599-1759), é caracterizada pela institucionalização da pedagogia jesuítica com o *Ratio Studiorum*.
- (1759-1808) – Com as reformas pombalinas esse período (1759-1772) se inicia pela expulsão dos jesuítas e pela reformulação dos Estudos Menores. Posteriormente a 1772, ocorre a reformulação dos Estudos Maiores a partir de mudanças na Universidade de Coimbra. As reformas de Pombal são marcadas pela pedagogia do despotismo esclarecido.
- (1808-1822) – Esse período inicia-se pela vinda da família para o Brasil. Pedagogicamente é uma extensão das reformas pombalinas.
- (1822-1889) – Essa fase inicia-se pela proclamação da Independência, no ensino ocorre a criação da Lei de primeiras Letras, seguida das Reformas Couto Ferraz e Leôncio de Carvalho.
- (1889-1930) – Esse período conhecido como República velha, inicia-se com a proclamação da república em 1889, nele ocorrem várias reformas importantes na educação, iniciando-se com a reforma Benjamin Constant e fechando em 1925 com a última reforma conhecida como Reforma João Luís Alves/Rocha Vaz.

A partir de 1930 começa o período que ficou conhecido como a Era Vargas. Nele ocorre um movimento importante na educação conhecido como “Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova”. (Saviani, 2008).

1.1 Do descobrimento até a chegada do primeiro governador geral (1500-1549).

Com a chegada da nau de Cabral as terras tupiniquins em 26 de abril de 1500, Portugal teve que se preocupar com a defesa e reconhecimento do território brasileiro, por meio das expedições exploradoras. No início, salvo o pau-brasil, Portugal não havia encontrado produtos tão valiosos quanto aqueles que obtinham no Oriente Médio. Por esse motivo o Brasil sofreu um relativo abandono pela coroa Portuguesa. Passados os trinta anos da descoberta, Portugal passava por uma crise comercial no Oriente o que fez com que a coroa passasse a se importar mais com sua colônia. Nesse sentido a partir de 1530, o Brasil assume de fato sua função complementar na economia metropolitana. (Vicentino et. al., 1997)

Entretanto, junto com Cabral, chegaram ao Brasil oito missionários, já com intuito da catequização, que não se concretiza de maneira contundente devido a partida de Cabral em 2 de maio com destino às Índias. Em 1503 outros frades franciscanos chegam ao Brasil e também em 1534 junto com a Martin Afonso de Souza. Esses frades andavam pelas aldeias indígenas, catequisando e ensinando os povos indígenas. Havia uma estreita relação entre a educação e a catequese na colonização do Brasil. A emergência da educação como um fenômeno de aculturação tinha na catequese a sua ideia-força, o que fica claramente evidente no regimento de Dom João III estatuído em 1549, que continha as diretrizes a serem seguidas e implementadas na colônia brasileira pelo primeiro governador geral. (Saviani, 2008)

“Porque parece que será grande inconveniente os gentios que se tomaram cristãos morarem na povoação dos outros e andarem misturados com eles e que será muito serviço de Deus e meu apartarem-nos de sua conversação vos encomendo e mando que trabalheis muito por dar ordem como os que forem cristãos morem juntos perto das povoações das ditas capitâneas para que conversem com os cristão e não com os gentios e possam ser doutrinados e ensinados nas coisas da nossa Santa Fé e aos meninos porque neles imprimirão melhor a doutrina trabalhareis por dar ordem como se façam cristãos e que sejam ensinados e tirados da conversação dos gentios e aos capitães das outras capitâneas direis de minha parte que lhes agradecerei muito ter cada um cuidado de assim o fazer em sua capitania e os meninos estarão na povoação dos portugueses e em seu ensino folgaria de se ter a maneira que os disse. (Regimento

de D. João III, item n.º46). Disponível em: <<https://www.historia-brasil.com/colonia/constituicao-1548.htm>> Acesso em: 23 de julho de 2019.

1.2 A chegada dos jesuítas (1549).

Em 1549, junto com de Thomé de Souza, chegam ao Brasil os primeiros mestres jesuítas, chefiados por Manoel da Nóbrega, que além da catequização vinham com a missão de ensinar a ler, escrever e contar. (Soares, 2007)

O eixo do trabalho catequético era pedagógico, uma vez que os jesuítas consideravam que a primeira alternativa de conversão era o de convencimento que implicava práticas pedagógicas institucionais (escolas) e não institucionais (o exemplo). As primeiras eram mais visíveis, no entanto as forças não-institucionalizadas do saber foram muito mais eficazes, onipresentes, radicais, em sua enganadora múltipla pequenez do que se passava nos colégios, pelo menos do ponto de vista de instalação de uma dominação cultural. (Saviani, 2008)

“Graças ao trabalho de convencimento dos jesuítas, os índios se aproximaram do colégio dos padres. Eram levados sobretudo pelos caciques Tibiriçá e Cauibi, chefe da aldeia de Jeribatiba (*Yaritibá-tyba*, o sítio dos *jiribás*, vulgarizada como Jurubatuba), a “6 léguas” de distância. Em setembro de 1554, Anchieta contava em Piratininga 130 catequizados “de todo sexo e idade” e 36 batizados.” (Guaracy, 2015)

A educação colonial no Brasil compreendeu etapas distintas, a primeira corresponde ao período de 1549, quando chegaram os primeiros jesuítas, até o final do século XVI, quando morre José de Anchieta - em 1597 - e a promulgação do *Ratio Studiorum*, em 1599. A segunda etapa (1599-1759) é marcada pela organização e consolidação da educação jesuítica centrada no *Ratio Studiorum* e a terceira etapa (1759-1808) corresponde a fase pombalina, que inaugura o segundo período da história das ideias pedagógicas no Brasil. (Saviani, 2008)

Segundo Ribeiro (2001), o *Ratio atque Institutio Studiorum Societatis Iesu* (Plano e Organização de Estudos da Companhia de Jesus), normalmente abreviada como *Ratio Studiorum*, é uma espécie de coletânea, fundamentada em experiências vivenciadas no Colégio Romano, a que foram adicionadas observações pedagógicas de diversos outros colégios, cujo objetivo era instruir rapidamente todo o jesuíta docente sobre a natureza, a extensão e as obrigações do seu cargo.

1.2.1 A educação nas sociedades indígenas.

Na época em que a nau Cabral chegou ao Brasil, habitavam no território recém descoberto sociedades com características particulares. Usavam de maneira coletiva da caça, pesca, coleta de frutas e plantas nativas, tratava-se então de uma economia natural e de subsistência. (Fernandes 1989, pp.26 apud Saviani, 2008).

Obviamente, como haviam populações no território descoberto pelos portugueses, que viviam sobre determinada ordem social, a educação também se fazia presente nessas sociedades. Considerando-se que a denominação Tupinambá abrangia vários grupos tupis desde o Norte até o sul do país, pode-se considerar que a educação da sociedade Tupinambá era representativa no conjunto daquelas populações. Os Tupinambás se dividiam em determinados grupos de idades classificados em: recém-nascidos, crianças até 8 anos, meninos e meninas dos 8 aos 15 anos, moças e rapazes dos 15 aos 25 anos, homens e mulheres dos 25 aos 40 anos e homens e mulheres com mais de 40 anos. Embora a formação atingisse os primeiros três grupos de idades, de alguma forma ela também abrangia os dois últimos, de certa o processo educativo estendia-se por toda vida. Até os 8 anos as crianças dependiam muito dos pais, os meninos ainda não podiam acompanhar os pais, mas ganhava desde cedo arcos e flechas e junto com outras crianças da mesma idade uniam-se em grupos para brincar e ganhar intimidade com os instrumentos. As meninas da mesma forma que os meninos se juntavam com meninas da mesma idade e brincavam de fiar algodão e amassavam barro criando utensílios como potes e panelas. A partir dos 15 anos os meninos já passavam a acompanhar os pais que se tornavam seu modelo e iniciavam a preparação para a vida adulta. As meninas tinham a mãe como mestra e também modelo a ser seguido. Elas aprendiam a semear, plantar, fiar e cozinhar. Dos 15 aos 25 anos os jovens passavam a se relacionar e podiam contrair matrimônio, os homens passavam a acompanhar os pais nas expedições guerreiras, na caça e na pesca e as moças auxiliava a família nas atividades domésticas. Dos 25 aos 40 anos os homens passavam a participar plenamente na vida dos adultos, sendo admitidos nas formações militares. As mulheres nessa faixa etária, por outro lado, ocupavam-se das numerosas tarefas domésticas e cuidavam diretamente da educação dos filhos. A partir dos 40 anos os homens viviam a fase mais bela da vida, era nessa idade que eles tinham a oportunidade de se tornar chefes das tribos, líderes guerreiros ou chegar na condição de pajé. Eram admirados e respeitados por todos os membros das tribos. (Saviani, 2008)

Saviani (2008) faz observar que havia clara igualdade de participação na vida da sociedade por parte de todos os seus membros, não havendo diferença senão aquelas da divisão sexual do trabalho. Cabe ressaltar que esta, colocava as mulheres em desvantagem. A sobrecarga dos trabalhos domésticos provocava-lhes um envelhecimento precoce.

“Entre os velhos e velhas nota-se a diferença de serem os velhos veneráveis e apresentarem gravidade e autoridade, e as velhas encolhidas e enrugadas como o pergaminho exposto ao fogo.” (Fernandes 1989, pp. 247 apud SAVIANI, 2008).

O conhecimento era acessível a todos, não havendo nenhuma forma de monopólio da educação. A cultura transmitia-se, oralmente, por meio de contatos primários. Em qualquer idade era possível aprender, convertendo a todos, de alguma forma, à posição de mestre. Certamente, ocupavam posição de destaque aqueles com mais de 40 anos, que eram os chefes, líderes militares e religiosos dentro daquela sociedade. A sociedade Tupinambá mostra o entendimento de que numa sociedade sem classes, como era o caso dessas comunidades primitivas, os fins da educação coincidem. Não havia instituições previstas para atingir os fins da educação, a educação era espontânea. Cada integrante da tribo assimilava tudo que era possível, o que configurava uma educação integral. Nesse contexto ainda não discute a questão das ideias pedagógicas nem da pedagogia, porém havia uma educação em ato, que se apoiava em três princípios básicos, a tradição, a força da ação e a força do exemplo. A tradição constituída pelo saber puro passado aos mais novos, a força da ação, que possibilitava a aprendizagem por meio da prática e o a força do exemplo que cabiam aos velhos serem modelos em suas ações para os mais novos seguirem. Nesse sentido, as ideias educacionais convergiam com a prática educativa não havendo espaço nem necessidade para mediação das ideias pedagógicas, nem pensamentos intervencionistas nas práticas educativas. (SAVIANI, 2008)

1.2.2 As ordens religiosas no Brasil Colonial.

A colonização do Brasil contou com a contribuição das ordens religiosas. Os primeiros evangelizadores o Brasil foram os franciscanos. Eles percorriam as aldeias de juntando a catequese à instrução. Técnica que mais tarde caracterizou a ação dos jesuítas. Os franciscanos constituíram recolhimentos que funcionavam em regime de internato, eles ensinavam, além da doutrina, a lavrar a terra e outros pequenos ofícios. Mesmo os franciscanos tendo participado

de alguma forma na história da educação brasileira, a participação dos jesuítas é hegemônica. (SAGENIS, 2006 apud SAVIANI, 2008)

Uma outra ordem que se instalou no Brasil foi a dos Beneditinos em 1581, chegaram em Salvador e tinham o objetivo de construir um mosteiro. Depois disso fundaram outros mosteiros, em Olinda, Rio de Janeiro, São Paulo e Paraíba. Porém os mosteiros eram voltados para a contemplação, os beneditinos não tinham como meta principal a instrução. No entanto o surgimento dos colégios de São Bento foi decorrência do apelo da população que ora se instalava nas proximidades do mosteiro. Essas congregações operavam de maneira intermitente e dispersa, já que não contavam com o apoio financeiro da coroa. Já os jesuítas, diferentemente, contavam com o apoio do rei de Portugal. Nessas condições os jesuítas puderam proceder de maneira mais orgânica, monopolizando a educação nos dois primeiros séculos da colonização. Os jesuítas estenderam seu trabalho ao longo de todo território brasileiro. (SAVIANI, 2008)

1.2.3 – A pedagogia jesuítica (1549 – 1599).

A primeira fase da educação jesuítica foi marcada pelo plano de instrução de Nóbrega, o plano iniciava-se com ensino de português para os indígenas, leitura e escrita. Por um lado, tinha o aprendizado profissional voltado normalmente para a agricultura por outro a gramática latina para aqueles que se destinavam à realização de estudos superiores na Europa. Contudo a aplicação desse plano foi precária, logo encontrou resistência dentro da própria ordem jesuítica. Finalmente o plano de Nóbrega foi substituído pelo plano geral de estudos organizado pela Companhia de Jesus. Nóbrega tinha o plano de criar escolas por todo litoral brasileiro e a partir dessas ramificações para o interior do Brasil. O plano de Nóbrega incluía, a pedido dos próprios indígenas, a educação feminina. (SAVIANI, 2008, pp.43)

“Os Jesuítas começaram na colônia o trabalho de catequese e ensino. Inúmeros colégios onde se ministrava o ensino gratuito e público foram fundados no Brasil. Para tanto foram auxiliados financeiramente pelo governo português. Nos colégios os cursos eram organizados em classes inferiores e superiores. Havia cinco classes inferiores: uma de retórica, uma de humanidades e três de gramática. Nas classes inferiores o ensino durava de cinco a seis anos. Nas classes superiores faziam-se os estudos de filosofia, que abrangia matemática, moral, física, metafísica e lógica.” (SILVA, 1937, pp. 59)

Sem contato com a mentalidade europeia, que vedava ao sexo feminino qualquer instrução além da doutrina cristã e das artes domésticas, os indígenas não viam razão para se estabelecer uma diferença de oportunidades educacionais a favor do sexo masculino. Ideia originalíssima, inédita até mesmo para Nóbrega e Tomé de Souza. Mas Nóbrega a acatou e a

defendeu - conseguindo até mesmo a adesão de Tomé de Souza -, solicitando à Rainha Catarina, uma das poucas mulheres a valorizar as tradições humanistas, para apoiá-lo junto a D. João III. Porém nada pôde ser feito, apesar do empenho da Rainha:

“Aparentemente, o Brasil estava pedindo mais do que as próprias filhas da alta nobreza do reino, com raras exceções podiam ter”. (Mattos, 1958, p. 90).

“A mentalidade da época ainda era incompatível com a igualdade de oportunidades de instrução para os dois sexos.” (PALMA, J.C., 2005)

. A principal estratégia para aproximar os indígenas para a organização do ensino era agir sobre as crianças. Meninos órfãos, brancos, foram trazidos de Portugal na intenção de atrair as crianças indígenas e de maneira indireta atingir seus pais, em especial os caciques para a fé católica. (SAVIANI, 2008, pp.43)

Para Saviani, em Manoel da Nóbrega percebe-se, claramente, a articulação das ideias educacionais em três aspectos: a filosofia da educação, a teoria da educação e a prática pedagógica. O padre José de Anchieta compartilhava dessas mesmas ideias educacionais, ele logo dominou a língua dos índios e organizou uma gramática para servir no trabalho pedagógico realizado no Brasil.

Para realizar seu trabalho pedagógico, Anchieta utilizou-se largamente do idioma tupi tanto para se dirigir aos nativos com aos colonos que já entendiam a língua geral falada ao longo da costa brasileira. Para tanto produziu poesias e teatros que faziam uso de um dualismo ontológico estranho a visão do índio que era constituído de alegorias da luta do bem contra o mal em que condenavam os gestos e os ritmos da cultura indígena. (SAVIANI, 2008, pp.43)

Para Mattos (1958) esse primeiro período da educação no Brasil é um período heroico, pois foi o mais frutífero e chega a impressionar os estudiosos.

“pelo valor pessoal e pela fibra heroica dos personagens que lhe dão relevo, num país agreste e em grande parte ignoto, no qual a par da quase total carência de recursos, tudo estava ainda por fazer”. (MATTOS, 1958, p. 15-16).

Saviani, (2008) classifica esse período como uma verdadeira pedagogia brasileira, isto é, uma pedagogia formulada e praticada sob medida para as condições encontradas pelos jesuítas nas terras brasileiras.

1.3 – Da expulsão dos jesuítas até a vinda da família real para o Brasil (1759 – 1808).

1.3.1 – Contextualização histórica

“Apesar de toda onda de religiosidade que enfrentou o século XVII, muitos estudos continuaram sendo feitos nesse período no campo das ciências e filosofia. Pensadores e filósofos como Francis Bacon (1561-1627), Descartes (1596-1650), Locke (1632-1704) e Isaac Newton (1642-1727) deram, de alguma forma, continuidade ao racionalismo da Renascença e aos estudos científicos de Copérnico e Galileu. ” (CEREJA et. al, 2000)

No século XVIII, ao mesmo tempo em que a metrópole portuguesa reforçava o controle fiscal e administrativo sobre a colônia nasciam ideias contrárias ao colonialismo mercantilista. Esse movimento de ideias chamado de iluminismo foi marcado por um grande movimento cultural, cujos intelectuais, entre os quais se destacaram Voltaire, Montesquieu e Rousseau, condenavam as estruturas absolutistas, colonialistas e de privilégios. Defendiam a reorganização da sociedade com base numa lei básica, a Constituição, que garantiria a liberdade individual e econômica, cabendo ao Estado apenas cuidar da segurança e do aprimoramento nacional. Afinado com o desenvolvimento do capitalismo, o iluminismo defendia a criação de um Estado liberal. Nesse contexto, a luz das ideias iluministas, uma série de reformas político-administrativas são implantadas no império português e por consequência nas suas colônias. Uma das ações dessa reforma mudou o rumo da educação em Portugal e conseqüentemente na sua colônia, Brasil. No âmbito dessas alterações destacou-se o ministro do rei D. José I, Sebastião José de Carvalho e Melo, o marquês de Pombal. Este, percebendo a extrema dependência econômica de seu país em relação a Inglaterra, preocupou-se em reequilibrar a deficitária balança comercial lusa, adotando medidas que, se de um lado foram inspiradas no racionalismo iluminista, buscando maior eficiência administrativa e desenvolvimento econômico no reino, de outro, reforçaram as práticas mercantilistas no que se refere ao Brasil. Ao assumir os ideais iluministas na metrópole, Pombal se torna adversário ideológico da grande nobreza e do clero. Essa oposição culminou com a execução – a mando de Pombal - de alguns membros da alta aristocracia e a expulsão dos jesuítas de Portugal e de suas colônias. (VICENTINO, et. al., 1997)

“Portugal saíra arruinado da dominação espanhola (1580-1640), sendo-lhe necessário tirar maior proveito possível do Brasil, uma vez que as posses que ainda estavam na África só valeriam como fornecedoras de escravos para a colônia (Brasil). Quando D.José I assumiu o governo de Portugal, a situação econômico-financeira era extremamente grave e a nomeação de Sebastião José de Carvalho e Mello, Conde de Oeiras e futuro Marquês de Pombal – conhecido pelo seu ódio aos jesuítas e pela sua sede de poder – para ministro real, foi uma tentativa de encarar e superar a crise existente.” (Cunha, 1978, p.38-39 apud PALMA 2005)

1.3.2 – A expulsão dos jesuítas.

Enquanto os primeiros duzentos anos do Brasil tiveram a educação nas mãos dos jesuítas, a partir de Pombal a educação passa a caminhar por rumos diferentes. Na Europa surgiam nessa época discussões sobre a extinção da Companhia de Jesus. Argumentava-se que o ensino jesuítico tinha se tornado obsoleto, a companhia estava dominada pela ambição de poder e riqueza, perdendo assim o antigo espírito do seu fundador. O reino passava por um momento de miséria econômica e intelectual. Obviamente Pombal culpava responsabilizava os jesuítas. (PALMA 2005)

De acordo com Cunha (apud Palma 2005) pode ser que tenha havido certo conteúdo anticapitalista na pregação e no ensino jesuítico, já que a sua ética econômica, expressa na disciplina de Teologia Moral, discutia, entre outros, problemas tais como a justiça da venda de uma mercadoria a prazo, a moralidade da escravidão e o da cobrança de juros.

Os jesuítas eram acusados de educar os índios a serviço da ordem religiosa e não para os interesses da metrópole, eram acusados também de não reconhecer a soberania do rei e de não reconhecer outra nação senão sua própria sociedade. Pombal então resolve destituir das ordens religiosas a atribuição da educação. Não de maneira exclusiva, mas ele atribui a responsabilidade da educação ao poder real. Por meio do alvará de 28 de junho de 1759, a coroa determinou o fechamento dos colégios jesuítas. Ressalta-se, porém, que, quando o alvará foi expedido pela coroa e as reformas pombalinas e começavam a ser impostas, a colonização já estava consolidada, a língua portuguesa e a religião cristã já estavam divulgadas entre os indígenas. (PALMA 2005)

1.3.3 – As reformas pombalinas na educação.

As ideias pedagógicas pombalinas, almejavam sobretudo, modernizar Portugal, colocá-la no seio do século das luzes, como ficou conhecido o século XVIII. Isso significava desenvolvimento da sociedade pautada na produção capitalista, como acontecia na Inglaterra. Por isso foram tomadas medidas de reestruturação da instrução pública com a criação das aulas régias de primeiras letras, à racionalização das aulas de gramática latina, grego, retórica e filosofia. E obviamente esse pensamento se estendia as suas colônias. (SAVIANI, 2008).

As reformas de Pombal se dividiram em duas fases, a primeira em 1759 com a expulsão dos jesuítas e a reformulação dos Estudos Menores, constituídos do estudo das primeiras letras

e da cadeira de humanidades – similar ao ensino médio – e a segunda fase em 1772 é marcada com a reformulação dos Estudos Maiores (Ensino Superior). (Soares, 2007)

No Brasil, as reformas de Pombal iniciaram-se logo após o alvará de 1759 com os concursos realizados na Bahia para as cadeiras de latim e retórica e a nomeação dos professores régios em Pernambuco. Porém é válido ressaltar que o desenvolvimento das aulas régias ocorreu em ritmo lento, devido à falta de recursos financeiros e pelas resistências encontradas.

Na análise de Azevedo, (apud SOARES 2007.) as reformas pombalinas fazem regredir a educação no Brasil, pois elas rompem com o modelo jesuítico que já estava organizado – criando um vácuo de 13 anos - e não é capaz de colocar um modelo melhor no lugar. Palma (2005) afirma que em 1759 os jesuítas possuíam, além das escolas de ler e escrever, diversos seminários e 24 colégios. Para Azevedo o sistema jesuítico tinha várias falhas, mas a instrução se desenvolvia desde 1549 com progressos consideráveis.

Apenas em 1772, após a criação Subsídio Literário (espécie de imposto para financiar a educação), a educação no Brasil volta a receber um novo impulso. Porém os números previstos no plano de metas de distribuição de aulas régias só são ultrapassados no reinado de Dona Maria I (1777-1815). Isso pode ter acontecido por dois motivos: primeiro ao aspecto mais qualitativo do que quantitativo que era apresentado para educação nas reformas pombalinas, tinham o objetivo de criar escolas úteis aos fins do Estado em substituição àquelas que atendiam aos interesses eclesiásticos. De acordo com Sanches (apud Saviani 2008) tratava-se de construir poucas escolas bem aparelhadas voltadas para setores estratégicos antes de multiplicar seu número. O segundo motivo, seria devido ao fato de no reinado de Dona Maria I, os religiosos de alguma forma voltarem ao magistério, como professores de aulas régias. Isso fez com que a resistência - que ainda existia com o afastamento dos jesuítas - diminuísse e contribuiu com a diminuição dos gastos com o magistério. (Saviani, 2008).

As aulas régias foram se estendendo pelo Brasil, embora sob condições precárias de funcionamento. Os professores recebiam mal e atrasado. Eram aulas de disciplinas isoladas e sem articulação entre si. Normalmente ocorriam na casa do professor régio ou nas escolas régias (sinônimo das aulas régias). As aulas não eram organizadas de maneira coerente dada a ausência de um plano sistemático e falta de motivação discente. O funcionamento dessas aulas não impediu o estudo nos seminários ou em colégios religiosos, inclusive, algumas instituições foram criadas nos princípios das reformas pombalinas, foi o caso do Convento de Santo Antônio

do Rio de Janeiro. Outra instituição criada no espírito iluminista e em consonância com as reformas de Pombal foi o seminário de Olinda, fundado pelo Bispo José Joaquim da Cunha Azeredo Coutinho. (Saviani, 2008)

1.4 – A vinda da família real (1808).

1.4.1 – Contextualização histórica

Enquanto a Revolução Francesa de 1789 estava em curso, com a derrubada do absolutismo (o rei da França Luís XVI, fora guilhotinado em 1793), vários países europeus de tendência absolutista declararam guerra à França tentando combater o seu exemplo. Em meio a esses conflitos destacou-se a competência militar de Napoleão Bonaparte, que assumiu o governo francês com um golpe de estado e fez da França uma potência no continente europeu. Porém posição esbarrava na Inglaterra, maior centro capitalista e industrial do período. Para superá-la Napoleão buscou um confronto direto, no entanto acabou derrotado. O que tornou evidente a superioridade inglesa. Buscou então, uma nova estratégia para derrotar os Ingleses. Como França dominava quase toda a Europa, em 1806, Napoleão decretou o Bloqueio continental, pelo decreto os países da Europa sob seu domínio ficavam proibidos de comercializar com a Inglaterra. Devido a dependência econômica que Portugal em relação a Inglaterra, o príncipe regente, D. João, substituto de sua mãe D. Maria I, não acatou a imediato a imposição do Bloqueio continental. Diante da hesitação do regente português, Napoleão em parceria com a Espanha, sua aliada, determina a invasão a Portugal em novembro de 1807. A família real e umas 15 mil pessoas abandonaram em pânico o país, fugindo para o Brasil. A frota que trazia a família Real aportou em Salvador a 22 de janeiro de 1808. (Vicentino, 1997)

1.4.2 As ideias pedagógicas na fase “joanina”.

Com a chegada da família real, chefiada pelo príncipe regente que se tornou o rei D. João VI em 1816, o Brasil passa pela fase “joanina”. Nessa nova fase as ideias pedagógicas oriundas do pombalismo continuam inspirando as iniciativas de D. João VI, ainda que sua prioridade seja administrativa. (Saviani, 2008)

Em razão do baixo número de homens cultos que frequentavam a corte do século XIX, D. João VI, ao instalar-se no Rio de Janeiro, viu-se na necessidade de estimular o surgimento de um ambiente propício à formação de uma elite capaz de prover os quadros administrativos da nova sede do governo imperial e formar profissionais liberais. Os cursos que preparavam os

burocratas para o Estado eram os dos estabelecimentos militares, os cursos de Medicina e Cirurgia e o de matemática. (Cunha apud Soares, 2007)

Houve a necessidade da criação de quadros para a administração e para a defesa militar do reino, cuja sede agora seria no Rio de Janeiro. D. João conduziu a criação de cursos nos moldes das aulas régias, já em 1808 foi criada a Academia Real de Marinha e em 1810 a Academia Real Militar, destinadas a formar engenheiros civis e militares. Também em 1808, na Bahia, foram instituídas as aulas de cirurgia, no mesmo ano aulas de cirurgia e anatomia no Rio de Janeiro, que em 1809 daria origem ao curso de medicina. Em 1812 o laboratório de química no Rio de Janeiro. (Saviani, 2008).

Outros cursos foram criados para a formação de profissionais para o Estado, como agronomia, desenho técnico, economia política e arquitetura. (Cunha, 1980, apud Soares, 2007)

Silvestre Pinheiro Ferreira, além de filósofo e filósofo político, foi também um político que veio para o Brasil junto com a família real em 1808. Pinheiro, tendo se tornado figura importante na fase final de permanência de D. João VI no Brasil, quando ocupou pastas do exterior e da guerra. Visando contribuir para completar as reformas iniciadas por Pombal, ele buscava encontrar um lugar para o liberalismo político num sistema filosófico coerente que se harmonizasse com o pensamento tradicional incorporado à cultura portuguesa. Manifestando clara preferência pela monarquia constitucional sobre o regime republicano e reconhecendo a necessidade da reforma das instituições, afastava a via revolucionária, optando pela transição sem lutas nem ruptura. Político reformista guiado pela estratégia da conciliação, pode-se concluir que Silvestre Pinheiro se definia, em filosofia política, por um liberalismo moderado e, em filosofia, encaminhava-se para o ecletismo. Ele foi a grande figura que formou o espírito dos conservadores brasileiros. (Saviani, 2008)

As reformas pombalinas da instrução pública se estenderam no Brasil de 1759 a 1834. Algumas características básicas são citadas abaixo:

- I) Concentração da gerência dos assuntos estudantis na figura do diretor-geral de estudos;
- II) Estatização e transformação do magistério, com organização dos exames para o exercício docente. Ficando proibido de lecionar quem não fosse aprovado nesse exame;

- III) Estatização e transformação do conteúdo de ensino que passou a ser controlado pela Real Mesa Censória, mediante a censura de livros antes utilizada pelo Santo Ofício.
- IV) Estatização e transformação da estrutura organizacional dos estudos mediante a criação das aulas régias de primeiras letras e de humanidades mantidas pelo estado com os recursos provenientes do “Subsídio Literário”.
- V) Estatização e transformação dos estudos superiores por meio de uma ampla reforma da Universidade de Coimbra. (Saviani, 2008)

1.5 Independência do Brasil (1822).

1.5.1 – Contextualização Histórica

Em fevereiro de 1815, O Brasil foi elevado à categoria de Reino Unido de Portugal e Algarves, deixando oficialmente de ser colônia, medida acertada no Congresso de Viena, reunião das potências que venceram Bonaparte. Com isso, buscou-se restabelecer o equilíbrio de forças na Europa e legitimar a permanência de D. João no Rio de Janeiro. Em Portugal, mesmo com a expulsão dos franceses ampliavam-se cada vez mais as dificuldades econômicas e, dada a ausência do monarca, o governo local era exercido pelo comandante militar inglês, Lord Beresford. Essa situação e a difusão intensa dos ideais iluministas determinaram a eclosão, na cidade do Porto, em 1820, de uma revolução liberal. A luta anti-absolutista ganhava força na Europa e os princípios constitucionais eram proclamados em vários pontos do continente. Em Portugal, os rebeldes do Porto decidiram pela convocação das Cortes, assembleia encarregada de redigir uma constituição para Portugal. Ao mesmo tempo, exigiram o imediato regresso de D. João VI e o afastamento de Beresford. O sucesso da revolução liberal do Porto e o receio de perder a coroa obrigaram D. João VI a retornar à Portugal, em 1821, deixando em seu lugar seu filho D. Pedro como príncipe regente.

As cortes portuguesas de um lado defendiam o liberalismo em Portugal, reformulando a estrutura política lusa segundo os princípios europeus. Por outro lado, no entanto, vislumbravam que a solução para as dificuldades econômicas passava pelo restabelecimento do pacto colonial. Para isso procuravam instituir medidas visando à recolonização do Brasil, como restaurar antigos monopólios, reimplantar privilégios portugueses e anular autonomia administrativa implantada por diversos órgãos criados por D. João. Ordens vindas de Lisboa promoveram a transferência de várias repartições governamentais e exigiram o imediato

regresso de D. Pedro a Portugal, sob a justificativa de que era preciso completar sua formação cultural. Tais medidas foram mal recebidas pelos brasileiros, que perceberam as reais intenções das Cortes de Lisboa e não estavam dispostos a retornar à situação anterior a 1808.

D. Pedro apoiado por grupos pró-independência resolveu não acatar a ordem vinda de Portugal fazendo com que algumas tropas Portuguesas, comandadas por Jorge de Avilez, se manifestassem contra ele. A intervenção pessoal de D. Pedro forçou Avilez a abandonar o Rio de Janeiro, pouco tempo depois, os ministros portugueses se demitiram levando D. Pedro a organizar um novo ministério, formado só por brasileiros, sob a chefia de José Bonifácio, um dos mais ativos defensores da independência. Em 7 de setembro de 1822, D. Pedro proclama a independência do Brasil às margens do rio Ipiranga em São Paulo, oficializando a separação do Brasil frente a Portugal. Em seguida foram derrotadas as tropas portuguesas sediadas no Brasil e contrárias à independência e D. Pedro foi coroado imperador do Brasil com o título de D. Pedro I. (Vicentino, 1997)

1.5.2 – A Assembleia Constituinte e Legislativa de 1823.

Após a proclamação da independência, a tarefa de dar estrutura jurídico-administrativa para o novo país impunha, como primeiro passo, a elaboração e promulgação de uma constituição. Por decreto baixado em 3 de junho de 1822, D. Pedro I convocou a Assembleia Geral Constituinte e Legislativa. No discurso o imperador destacou a necessidade de uma legislação especial sobre instrução pública. A Comissão de Instrução Pública da Assembleia Geral Constituinte e Legislativa apresentou um projeto que procurava, mediante a instituição de um prêmio à melhor proposta, estimular o surgimento de um Tratado Completo de Educação da Mocidade Brasileira”.

As discussões que travaram em torno desse projeto revelam a importância do tema que requeria uma solução urgente e prioritária: a organização de um sistema de escolas públicas, segundo um plano comum, a ser implantado em todo território do novo Estado.

No entanto o projeto de estímulo ao Tratado Completo de Educação da Mocidade Brasileira foi deixado de lado. A Assembleia Constituinte e Legislativa foi dissolvida por Dom Pedro I em 12 de novembro de 1823. Com a dissolução da Assembleia Constituinte, o imperador outorgou, em 25 de março de 1824, a primeira Constituição do Império do Brasil, que se limitou a afirmar, no inciso 32 do último artigo (179) do último título (VIII), que a instrução primária seria gratuita a todos os cidadãos. (Saviani, 2008)

1.5.3 O problema nacional da instrução pública.

Reaberto o parlamento em 1826 sobressaiu-se um projeto que pretendia o regular o ensino em quatro graus.

O 1º grau – a pedagogias – abrangia os conhecimentos elementares necessários a todos independentemente da sua situação social ou profissão, compreendendo a escrita, princípios de matemática e os conhecimentos morais, físicos e econômicos, indispensáveis em todas as circunstâncias e empregos.

O 2º grau – os liceus – voltava-se para a formação profissional compreendendo os conhecimentos relativos à agricultura, à arte e ao comércio, na forma como são desenvolvidos pelas ciências morais e econômicas. A duração do curso seria de três anos.

O 3º grau – os ginásios – Compreendia os conhecimentos científicos gerais, como introdução o estudo aprofundado das ciências.

Finalmente o 4º grau – as academias – destinava-se ao ensino das ciências abstratas e de observação, consideradas em sua maior extensão e em todas as mais diversas relações com a ordem social, compreendendo-se, além disso, o estudo das ciências morais e políticas.

Infelizmente essa ambiciosa proposta não entrou em discussão. Porém para Saviani (2008) seu registro é importante porque sinaliza a presença das ideias modernas que preconizavam a educação pública.

1.5.4 A primeira lei de educação do Brasil independente.

Ao invés de um projeto abrangente e minucioso a Câmara dos deputados preferiu ater-se a um modesto projeto limitado à escola elementar que resultou na lei de 15 de outubro de 1827, que determinava a criação de Escolas de primeiras letras. Havia na lei a obrigatoriedade do método e da forma de organização preconizados pelo “ensino mútuo”. No artigo 6º estava estipulado os tópicos que os professores deveriam ensinar: ler, escrever, as quatro operações de aritmética, proporções, noções de geometria, gramática, doutrina da religião católica, entre outros. Essa primeira lei de educação do Brasil independente tratava de difundir a luzes, garantindo, em todos os povoados, o acesso aos rudimentos do saber que a modernidade considerava indispensáveis para afastar a ignorância. (Saviani, 2008)

1.5.5 O método mútuo.

Proposto e difundido pelos ingleses Andrew Bell, pastor da igreja Anglicana e Joseph Lancaster, da seita dos Quakers, o método mútuo, também chamado de monitorial ou lancastariano, baseava-se no aproveitamento dos alunos mais adiantados como auxiliares do professor no ensino de classes numerosas. Embora esses alunos tivessem papel central na efetivação desse método pedagógico, o foco não era posto na atividade do aluno. Na verdade, os alunos guindados à posição de monitores eram investidos de função docente. O método supunha regras rigorosas de disciplina. Esse método erigia a competição em princípio ativo do funcionamento da escola. (Saviani, 2008)

1.5.6 A Reforma Couto Ferraz.

Se a lei das escolas de primeiras letras tivesse viabilizado, de fato, a instalação de escolas elementares em todas os locais populosos, como se propunha, teria dado origem a um sistema nacional de instrução pública. Entretanto, isso não ocorreu. Em 1834, por força da aprovação do Ato Adicional à Constituição do Império, o governo central desobrigou-se de cuidar das escolas primárias e secundárias transferindo essa incumbência para os governos provinciais.

Na primeira metade do século XIX, portanto, sob vigência da Lei das Escolas de Primeiras Letras, a instrução pública caminhou a passos lentos. As críticas principais recaíam sobre a insuficiência quantitativa, falta de preparo, baixa remuneração, pouca dedicação dos professores, ineficiência do método mútuo, entre outras. A situação estava precisando de uma ampla reforma da instrução pública.

Coube a Luiz Pedreira do Couto de Ferraz, ministro do império, em 17 de fevereiro de 1854, aprovar o Regulamento para a reforma do ensino primário e secundário do Município da Corte. Esse regulamento ficou conhecido como “Reforma Couto Ferraz”.

Minucioso documento que tratava da inspeção dos estabelecimentos de ensino, públicos e particulares de instrução primária e secundária, das faltas de professores e diretores. Outro aspecto característico desse regulamento refere-se à adoção do princípio da obrigatoriedade do ensino. Havia a determinação do pagamento de multa para os pais ou responsáveis por crianças de mais de 7 anos que a elas não garantissem o ensino elementar. Esse aspecto associado a figura do inspetor geral de estudos, responsável controlar informações importantes sobre o ensino, indica que a ideia de um sistema nacional de ensino começava a se estruturar a partir dessa reforma.

A concepção pedagógica era centralizadora, fato atestado pelo papel do Inspetor geral. A finalidade das escolas absorvia as ideias iluministas, com o derramamento das luzes “conhecimento” por todos os habitantes do país. Importante ressaltar que esse conhecimento deveria se difundir a todos os habitantes livres, nesse caso os escravos estavam explicitamente excluídos. Eles não podiam efetuar matrículas nem frequentar escolas.

A organização do ensino tinha por base um currículo elementar compreendendo a instrução moral e religiosa, a leitura e escrita, as noções essenciais de gramática, os princípios elementares de aritmética, o sistema de pesos e medidas do município, a serem desenvolvidos nas escolas primárias. Esse currículo básico deveria ser enriquecido nas escolas primárias de segundo grau. No que se refere a formação de professores, as escolas normais eram consideradas onerosas e ineficientes, assim estava previsto a substituição das escolas normais pelos professores adjuntos. A ideia pedagógica aí presente era a de formação prática. Destaca-se que esse entendimento de um ensino estreitamente ligado à prática pode ser reconhecido como a ideia-força da Reforma Couto Ferraz. Ela se faz presente não apenas no que se refere à formação de professores, mas também é explicitada no centro do currículo que prevê: o estudo do sistema de pesos e medidas do município e das províncias, o desenvolvimento da aritmética em suas aplicações práticas, as ciências físicas e história natural aplicáveis aos usos da vida. Do ponto de vista didático-pedagógico, o regulamento prevê um exame rigoroso para os candidatos a docência. Assim a reforma afasta-se oficialmente do método mútuo proposto na legislação desde 1827. Tanto a instrução primária quanto a secundária na realidade eram muito diferentes do que se previa no regulamento de 1854. Porém a reforma serviu como referência de instrução pública em outras províncias principalmente no tocante a obrigatoriedade do ensino primário. Os vários e sucessivos projetos de reforma do ensino apresentados nos anos subsequentes ao regulamento de 1854 mostram sua pouca efetividade prática. Entre os vários dispositivos não implementados estava a substituição das escolas normais pelos professores adjuntos. Assim os anseios de reformas prosseguiram e ganham força especialmente no meado da década de 1860. (Saviani, 2008)

1.5.7 A Reforma de Leôncio de Carvalho.

O decreto de n. 7.247, de 19 de abril de 1879, reforma o ensino primário, secundário e superior no município da Corte, o documento ficou conhecido como Reforma Leôncio de Carvalho. A essência da reforma fica explícita nos primeiros parágrafos quando torna livre o ensino primário e secundário no município da Corte e o superior em todo Império.

Em continuidade com a Reforma Couto Ferraz, a Reforma Leôncio de Carvalho mantém a obrigatoriedade do ensino primário dos 7 aos 14 anos, a assistência do Estado aos alunos pobres, a organização primária em dois graus com um currículo semelhante. Em ruptura com a reforma anterior, regulamenta o funcionamento das Escolas Normais fixando o seu currículo, nomeação dos docentes, o órgão dirigente e a nomeação dos funcionários. Inovando, prevê a criação de jardins de infância para as crianças de 3 a 7 anos, bibliotecas e museus escolares, permissão a particulares para abrir cursos livres em salas dos edifícios em salas dos edifícios das Escolas ou Faculdades do Estado. Em relação a reforma anterior, a Reforma Leôncio Carvalho levou bem mais longe a inclusão de dispositivos referente ao funcionamento da educação nas províncias.

Se a Lei de Primeiras Letras procurou equacionar a questão didático-pedagógica com o método do ensino mútuo e a Reforma Couto Ferraz o fez pela via do ensino simultâneo, a Reforma Leôncio de Carvalho sinaliza na direção do método do ensino intuitivo. Esse dispositivo pedagógico conhecido como método intuitivo foi concebido com o intuito de resolver o problema da ineficiência do ensino. Segundo o método intuitivo o ensino deve partir de uma percepção sensível. O princípio da intuição exige o oferecimento de dados sensíveis a observação e à percepção do aluno. Desenvolve-se, então, todos os processos de ilustração com objetos, animais ou suas figuras.

A reforma Leôncio de Carvalho foi o último dispositivo legal na política educacional do Império Brasileiro. O ensino livre de Leôncio de Carvalho expressa a culminância no final do Império de uma tendência que já se manifestara logo após a independência quando uma Lei de 20 de outubro de 1823 abria caminho à iniciativa privada ao tornar livre a instrução, permitindo a qualquer um abrir escola independentemente de exame ou licença. Embora a iniciativa privada não chegasse a suplantiar as escolas públicas no âmbito da instrução elementar, no nível secundário sua supremacia era total. Aí a iniciativa pública limitava-se ao Colégio Pedro II, ficando todos os cursos preparatórios, além de alguns renomados colégios, na esfera privada. (Saviani, 2008)

1.6 – Proclamação da República (1889).

1.6.1 – Contextualização Histórica

A situação financeira do Brasil durante o primeiro reinado (1822-31), foi de dificuldade. A dívida externa do Brasil, junto à Inglaterra, aumentava. Havia também um descontentamento por parte dos setores da elite agrária e dos grupos urbanos com o autoritarismo do imperador. D. Pedro I passou a ser alvo de críticas constantemente. A participação de D. Pedro I na questão sucessória de Portugal, por ocasião da morte de D. João VI, em 1826, foi outro elemento que acarretou a oposição ao imperador. A morte do rei de Portugal fazia de D. Pedro I o herdeiro natural ao trono lusitano, o que reacendeu entre os brasileiros o temor da recolonização. Pressionado por brasileiros, D. Pedro abdicou à Coroa portuguesa em favor da sua filha Maria da Glória, de apenas 7 anos de idade, determinando que seu irmão e pretendente ao trono, exercesse a regência até a maioridade de Maria da Glória. Entretanto, D. Miguel proclamou-se o novo rei de Portugal. D. Pedro moveu uma guerra contra o irmão financiando tropas que trouxe um enorme prejuízo ao Brasil. Em meio à radicalização das oposições D. Pedro I abdica o trono em favor do seu filho de 5 anos, D. Pedro de Alcântara e embarca para Portugal. Em Portugal D. Pedro I enfrenta D. Miguel e recupera o trono tornando-se D. Pedro IV. No Brasil o governo passa a ser governado por uma regência e o futuro imperador fica sob os cuidados de José de Bonifácio. Encerrado a fase regencial em 1840, por intermédio do golpe da maioria, D. Pedro II inaugura a fase do segundo reinado no Brasil. A partir dos anos 70 do século XIX teve início a decadência do Segundo Reinado, repleta de crises que desembocaram no movimento republicano de 1889. O desgaste do regime imperial pode ser atribuído a diversos fatores, destacando-se o fim da escravidão (1888), os choques com a igreja, o avanço do movimento republicano e o conflito com o exército. Os republicanos aproveitaram a crise para divulgar o boato segundo o qual o governo iria desencadear violenta repressão aos oficiais do exército, incluindo as prisões de Deodoro da Fonseca. Então no dia 14 de novembro de 1889, à noite, rebelaram-se as unidades militares estacionadas em São Cristóvão, no Rio de Janeiro e na manhã do dia seguinte, sob comando de Deodoro da Fonseca, D. Pedro II foi deposto. Na tarde do mesmo dia, na Câmara Municipal do Rio de Janeiro, José do Patrocínio, declarava a proclamação da República. (Vicentino, 1997)

1.6.2 – Educação no Brasil na primeira República (1889-1930).

A pedagogia do método intuitivo manteve-se como referência durante a Primeira república, sendo que na década de 1920 ganha corpo o movimento da Escola Nova, que irá influenciar várias reformas da instrução pública no final dessa década. (Saviani, 2008). Durante o período conhecido como República Velha (1889-1930) o governo federal empreendeu diversas reformas na educação principalmente nos, atuais, ensinos médio e superior. (Palma Filho, 2005)

É importante salientar as dificuldades que o Brasil passava para a implementação da ideia de um sistema nacional de ensino no século XIX. Assim, a ideia de sistema nacional de ensino foi pensada no século XIX enquanto forma de organização prática da educação, constituindo-se numa ampla rede de escolas que abrangia todo o território nacional. Essa implementação requeria, portanto, significativo investimento financeiro. Surge daí uma primeira hipótese explicativa das dificuldades para a realização da ideia de sistema nacional de ensino no Brasil do século XIX: as condições materiais precárias decorrentes do insuficiente financiamento do ensino. Para se ter uma ideia, durante os quarenta e nove anos do período referente ao Segundo Império (1840-1888), a média anual dos recursos investidos em educação foi de 1,8% do orçamento do governo imperial, investimento irrisório. Dessa forma o sistema nacional de ensino não se implementou e o país foi acumulando um déficit histórico em matéria de educação. (Saviani, 2008)

Além dos problemas financeiros existe também o problema relacionado a mentalidade pedagógica. Assim, numa sociedade determinada, dependendo das posições ocupadas pelas diferentes forças sociais, estruturam-se diferentes concepções filosófico-educativas às quais correspondem específicas mentalidades pedagógicas. No Brasil da segunda metade do século XIX, três mentalidades pedagógicas delinearam-se com razoável nitidez: a tradicionalista, liberal e cientificista. As duas correspondiam com o espírito moderno que se expressava no laicismo do Estado, da cultura e da educação. Era de se esperar que os mentores dessas mentalidades formulassem as condições para a realização da ideia de sistema nacional de educação. No entanto, a mentalidade cientificista, de orientação positivista, declarando-se adepta da completa “desoficialização” do ensino, acabou por converter-se em mais um obstáculo à realização da ideia de sistema nacional de ensino. Na mesma direção comportou-se a mentalidade liberal que, em nome do princípio de que o Estado não tem doutrina, chegava a

advogar seu afastamento do âmbito educativo. A referida tensão balizou o pensamento pedagógico e a política educacional o longo da Primeira República. (Saviani, 2008)

Logo após a proclamação, José Veríssimo publica, em 1890, a obra *A educação nacional*, em que pretende dar indicações da reforma educativa. No plano federal o regime republicano expressou essa tensão na política educacional oscilando entre a centralização (oficialização) e descentralização (desoficialização). Assim, após a reforma Benjamin Constant, de 1890, cuja tensão passou antes pela organização curricular do que pelo aspecto administrativo, já que, em contraposição à predominância dos estudos literários procurou introduzir as matérias científicas. O então presidente Campos Sales (1898-1902), achava necessário consolidar a legislação que se caracterizava por enorme dispersão, assim providenciou a elaboração de um Código Civil. Tarefa semelhante foi imposta no campo da educação, o que deu origem a Lei Orgânica do Ensino que ficou conhecida como Código Epitácio Pessoa. Esse Código, se bem ratificasse o princípio de liberdade de ensino da Reforma Leôncio de Carvalho, equiparou as escolas privadas às oficiais, mediante rigorosa inspeção dos currículos, e pôs fim à liberdade de frequência que havia sido instituída em 1879 por Leôncio de Carvalho. Mas a Reforma Rivadávia Correa, em 1911, volta a reforçar a liberdade de ensino e a desoficialização. Diante das consequências desastrosas, uma nova reforma, a de Carlos Maximiliano, instituída em 1915, reoficializou o ensino e introduziu o exame vestibular a ser realizado nas próprias faculdades, podendo a ele submeter-se apenas os candidatos que dispusessem de diploma de conclusão do curso secundário. O ciclo das reformas federais do ensino na Primeira República fecha-se em 1925, com a Reforma João Luís Alves/Rocha Vaz. Entre as várias características que marcaram essa reforma, a principal, conforme reconhecimento geral, foi a introdução do regime seriado no ensino secundário. (Saviani, 2008)

1.6.3 – O movimento da Escola Nova.

Com a quebra da bolsa de Nova Iorque, em 1929, o Brasil se torna incapaz de sustentar a política econômica adotada em 1910 em relação ao café. Este fato, somado a uma série de outros descontentamentos, de que fora palco a nação brasileira durante o período de 1920 a 1930, culminou na chamada Revolução de 1930, tendo à frente o político gaúcho Getúlio Vargas.

Foram muitas as iniciativas tomadas por Getúlio Vargas no terreno da educação. Em 14 de novembro de 1930, criou o Ministério da Educação e da Saúde Pública.

Os principais acontecimentos no campo educacional ou com repercussão no setor educacional foram: criação no Ministério da Educação e Saúde Pública, Reforma do Ensino Secundário e do Ensino Superior, Manifesto dos Pioneiros pela Educação Nova (1932), Constituição Federal de 1934 e Projetos de reforma educacional oriundos da sociedade civil.

Os anos de 1930 são marcados por intensa disputa ideológica no campo político, econômico e, como não poderia deixar de ser, também, no âmbito educacional. Trata-se de uma conjuntura que não é apenas brasileira. Na Europa, assiste-se à consolidação do fascismo na Itália, do stalinismo na URSS e à ascensão do nazismo na Alemanha.

Essa situação na Europa não poderia deixar de influenciar os ânimos também em nosso país, particularmente, no campo político e na esfera educacional. Assim é que, no campo político, rivalizam-se a ANL (Aliança Nacional Libertadora), sob a principal influência dos comunistas liderados por Luiz Carlos Prestes, o cavaleiro da esperança, e a AIB (Ação Integralista Brasileira), sob a liderança de Plínio Salgado e com forte apoio da igreja católica.

Essa divisão no campo político repercute no âmbito educacional. De um lado, estão intelectuais liberais, socialistas e comunistas, alguns deles, protagonistas de reformas educacionais em seus estados de origem, agrupados em torno do movimento conhecido como Escola Nova; de outro lado, católicos e conservadores de diferentes matizes ideológicos, reunidos em torno de um projeto conservador de renovação educacional.

As divergências concentram-se, basicamente, ao redor de quatro pontos: Obrigatoriedade para todos do ensino elementar; gratuidade desse mesmo ensino; currículo escolar laico; coeducação dos sexos. Incontestemente é o fato de que a igreja católica não aceitava perder a grande influência que ainda detinha no campo educacional.

Reunidos na Conferência Nacional de Educação, convocada no mês de dezembro de 1931 e instados por Vargas a apresentarem diretrizes para a elaboração de um projeto educacional para o país, os dois grupos não chegaram a um acordo. Diante da ocorrência, 26 participantes encarregam Fernando de Azevedo de escrever o que ficou sendo conhecido como “Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova”. (Palma Filho, 2005)

CAPÍTULO II

2 – CONCEPÇÕES SOBRE A METODOLOGIA DO ENSINO E INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

Etimologicamente, considerando a sua origem grega, a palavra metodologia advém de *methodos*, que significa META (objetivo, finalidade) e *HODOS* (caminho, intermediação), isto é caminho para se atingir um objetivo. Por sua vez, *LOGIA* quer dizer conhecimento, estudo. Assim, metodologia significaria o estudo dos métodos, dos caminhos a percorrer, tendo em vista o alcance de uma meta, objetivo ou finalidade. (Manfredi, 1993)

Para a pesquisadora, a metodologia do ensino seria, então, de maneira simplista, o estudo das diferentes trajetórias traçadas/planejadas e vivenciadas pelos educadores para orientar/direcionar o processo de ensino-aprendizagem em função de certos objetivos ou fins educativos/formativos. Definição, segundo ela, conceitual e abstrata, que cabe a prática de qualquer educador como se todas as concepções e práticas metodológicas fossem semelhantes e pouco importasse diferenciá-las. Para ela o conceito de metodologia do ensino, tal como qualquer outro conhecimento, é fruto do contexto e do momento histórico em que é produzido. Sendo assim, talvez não exista apenas um conceito geral, universalmente válido de metodologia, mas sim vários, que têm por referência as diferentes concepções e práticas educativas que historicamente lhes deram suporte.

2.1– A metodologia tradicional.

A concepção tradicional de educação se baseia no princípio de que a metodologia do ensino permite ensinar tudo a todos de forma lógica. Lógica essa que seria atributo das inteligências adultas, plenamente amadurecidas e desenvolvidas e que possuem certa posição de classe, como pesquisadores, intelectuais, cientistas e etc. (Veiga, et. al, 1996, apud Manfredi 1993).

Os métodos de ensino neste tipo de metodologia baseiam-se na repetição de exercícios, memorização de conceitos ou fórmulas. Assim a aprendizagem nesse caso é mecânica e a transferência da aprendizagem depende do treino. (Libâneo, 1992)

Manfredi (1993) afirma que o movimento Escolanovista surge para romper essa lógica universal que escondia o totalitarismo do modelo de ensino.

2.2 - Metodologia Escolanovista.

A concepção de educação Escolanovista se baseia em alguns princípios que vão sustentar a sua metodologia de ensino. Esta é entendida como um conjunto de procedimentos e técnicas que visam desenvolver as potencialidades dos educandos, baseando-se nos princípios de aprender fazendo, experimentando, observando, considerando os ritmos diferenciais de um aluno para outro. Nessa concepção o aluno se torna o centro da aprendizagem. (Manfredi, 1993).

De acordo com Libâneo (1992), como o conhecimento resulta da ação a partir dos interesses e necessidades, os conteúdos de ensino são estabelecidos em função de experiências que o sujeito vivencia frente a desafios cognitivos e situações problemáticas. Assim é dado mais valor ao processo mental e habilidades cognitivas do que aos conteúdos organizados racionalmente. Trata-se de aprender a aprender, sendo mais importante a aquisição do saber do que o saber propriamente dito.

Nessa concepção metodológica não existe lugar privilegiado para o professor, seu papel é garantir o desenvolvimento livre e espontâneo da criança. A disciplina surge de uma tomada de consciência dos limites da vida grupal.

O método de ensino nas escolas novas ou ativas é conhecido como métodos ativos ou metodologias ativas.

2.2.1 - Metodologias ativas.

Para Manfredi (1993), as defesas dos métodos ativos e a proposta de dar vez e voz aos alunos na relação de ensino aprendizagem representam ideias chaves na concepção Escolanovista, subvertendo assim a relação poder-submissão, transformando a relação pedagógica numa relação mais simétrica de afeto camaradagem.

Para Libâneo (1992), na ideia do “aprender fazendo” valoriza-se as tentativas experimentais, a pesquisa, a descoberta, o método de solução de problemas. Embora os métodos variem as escolas ativas ou novas partem sempre de atividades adequadas à natureza do aluno e às etapas do seu desenvolvimento. Na maioria delas, acentua-se a importância do trabalho em grupo.

Os passos básicos do método ativo são:

- I – Colocar o aluno numa situação de experiência que tenha um interesse por si mesma;
- II- O problema deve ser desafiante, como estímulo a reflexão;
- III – O aluno deve dispor de informações e instruções que lhe permitam pesquisar a descoberta de soluções;
- IV – Soluções provisórias devem ser incentivada e ordenadas, com ajuda discreta do professor;
- V – Deve-se garantir a oportunidade de colocar as soluções à prova, a fim de determinar sua utilidade para a vida.

De acordo com o autor a motivação depende da força de estimulação do problema e das disposições internas e interesse do aluno. Assim aprender se torna uma atividade de descoberta, é uma autoaprendizagem, sendo o ambiente apenas o meio estimulador. Fica retido com o aluno o que se incorpora à atividade do aluno pela descoberta pessoal.

“A aprendizagem é mais significativa quando motivamos os alunos intimamente, quando eles acham sentido nas atividades que propomos, quando consultamos suas motivações profundas, quando se engajam em projetos em que trazem contribuições, quando há diálogo sobre as atividades e a forma de realizá-las.” (Moran, 2015)

Segundo Moran (2015) uma via muito interessante para a aprendizagem ativa é a da investigação. Nela o estudante, sob orientação do professor, desenvolve a habilidade de levantar questões e problemas que buscam. Isso envolve pesquisar, avaliar situações, pontos de vistas diferentes, aprender pela descoberta, caminhar do simples para o complexo.

2.3 – Investigação Matemática.

De acordo com o dicionário Michaellis (2019), do Latim *Investigare*, investigar significa, etimologicamente, fazer investigações acerca de alguma coisa, seguir vestígios ou sinais, averiguar, procurar com aplicação, com diligência, examinar.

Segundo Ponte et.al (2016) investigar é procurar conhecer o que não se sabe, significado semelhante ao termo pesquisar. Para os matemáticos profissionais, investigar é descobrir relações entre objetos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades matemáticas. Nesse sentido, investigar não significa que o aluno necessariamente tenha de lidar com problemas extremamente difíceis, significa sim trabalhar com questões

intrigantes, que inicialmente se apresentam de maneira confusa, mas que procurasse entender e estudar de modo organizado. Investigar em matemática assume características muito, próprias, conduzindo rapidamente à formulação de conjecturas, que se procuram testar e provar, mas o que marca de maneira veemente essa metodologia é o estilo conjectura-teste-demonstração.

Diversos estudos confirmam que investigar constitui uma excelente ferramenta na obtenção do conhecimento, os alunos têm mostrado realizar aprendizagens de grande alcance e desenvolver um grande entusiasmo pela matemática. Contudo, trata-se de uma ideia complexa com vários aspectos problemáticos, por exemplo, não é bem definida as atitudes e competências tanto dos alunos quanto dos professores no processo investigativo. Além disso existe sempre o risco de uma atividade investigativa regredir ao mero preenchimento de tabelas, ou seja, na simples aplicação de procedimentos rotineiros, fugindo dessa forma do viés proposto pelo trabalho investigativo. (Ponte et. al, 2016)

Em resumo, ensinar matemática usando a resolução de problemas é uma abordagem onde o aluno assume o lugar do matemático diante de uma situação problema. Ao se deparar com o problema ele experimenta resultados e compila informações, devendo chegar a alguma conclusão. A próxima fase, é a fase da verificação dos resultados. Embasado no princípio de que todos podem produzir matemática, a descrição desse tipo de abordagem na resolução de problemas é intitulada **Investigação Matemática**.

2.3.1 – Duas investigações notáveis.

As Investigações de Henry Poincaré

Henry Poincaré foi um matemático nascido em 1854 que contribuiu de maneira relevante para os estudos de análise infinitesimal além ser o pioneiro do estudo de topologia. Num processo investigativo, talvez não com a abordagem sistemática que se conhece hoje sobre investigação matemática, ele começa seus estudos tentando provar a inexistência de determinado tipo de função e conclui exatamente o contrário. No relato da sua investigação, citado por Ponte et al. (2016), o matemático passa por três fases bem distintas, a primeira experimentação de resultados e compilação de informações, sem produzir resultados palpáveis. Numa segunda fase ele passa por uma iluminação de ideias e no terceiro momento a sistematização e verificação de resultados.

“Havia já quinze dias que me esforçava por demonstrar que não podia existir nenhuma função análoga às que depois vim chamar de funções fuchsianas. Estava, então, na mais completa ignorância; sentava-me todos os dias à minha mesa de trabalho e ali permanecia uma ou duas horas ensaiando um grande número de combinações e não chegava a nenhum resultado. Uma tarde, contra meu costume, tomei um café preto e não consegui adormecer; as ideias surgiam em tropel, sentia que me escapavam, até que duas delas, por assim dizer, se encaixaram formando uma combinação estável. De madrugada tinha estabelecido a existência de uma classe de funções fuchsianas, as que derivam da série hipergeométrica. Não tive mais que redigir os resultados, o que me levou algumas horas. Quis em continuação, representar estas funções pelo quociente de duas séries: esta ideia foi completamente consciente e deliberada, era guiado pela analogia com as funções elípticas. Perguntava a mim mesmo quais seriam as propriedades destas séries, se é que existiam, e logrei sem dificuldade formar as séries que chamei tetafuchsianas.” (Poincaré, 1996 apud Ponte et. al, 2016)

Fato interessante, também observado por Ponte et. al, no relato de Poincaré é o momento em que a ideia chave surge, quando ele estava sonolento. Não são poucas as pessoas, que costumam lidar com problemas matemáticos, que afirmam tiveram a ideia para resolver um problema em sonho. Ponte et. al. (2016) sugere que o inconsciente desempenha um papel de grande relevo no trabalho criativo dos matemáticos.

As investigações de Andrew Wiles

Andrew Wiles é um matemático que se tornou famoso após conseguir resolver o famoso problema conhecido como O Último Teorema de Fermat. Fermat teria deixado o problema enunciado e no rodapé da página um escrito afirmando que não deixaria a demonstração por não caber ali. Cabe ressaltar que o problema desafiou a inteligência de diversos matemáticos por mais de trezentos anos. Muitas demonstrações foram propostas, porém todas refutadas pela comunidade matemática. Alguns, inclusive, chegaram a achar que Fermat teria se enganado e que de fato não teria chegado a demonstração do seu problema, enunciado abaixo:

Se n é um número natural maior que 2, não existe nenhum terno de números naturais x, y e z que satisfaça a equação: $x^n = y^n + z^n$

Mas em 1994, Wiles conseguiu encontrar uma demonstração convincente. Ele já havia apresentado uma demonstração em 1993, porém estava incompleta, então no ano seguinte ele apresentou uma nova demonstração que foi aceita pela comunidade matemática.

Num relato de Wiles, ele deixa claro a sua paixão por problemas matemáticos, despertara esse sentimento desde cedo pois havia tido um professor que usava investigação matemática em sala de aula. Esse poderoso processo de construção de conhecimento certamente foi fator crucial para que ele demonstrasse o famoso Último Teorema de Fermat.

Ponte et. al (2016) afirma que, descobertas realizadas por matemáticos, que se valeram de processos investigativos, sugere que os jovens devem ter contato com esse tipo de abordagem o quanto antes. Os alunos podem experimentar um sabor diferente da matemática em sala de aula. O sabor da criação. Ele afirma ainda que aprender matemática não é simplesmente compreender a matemática já feita, mas ser capaz de investigar os conceitos numéricos, obviamente, possíveis dentro de cada faixa etária. E somente dessa forma é possível despertar a paixão pelas descobertas. (Ponte et. al, 2016)

“Aprender matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar”. (Brauman, 2002, apud Ponte et. al 2016)

2.3.2 As faces da matemática.

A grandeza da matemática chega a assustar algumas pessoas, principalmente o aluno quando na sua formação escolar. Devido a essa relevância para sociedade, muitos a enxergam como algo intangível, a colocam numa posição de exclusividade para gênios. Essa visão da matemática termina por afastar, principalmente, os alunos. Eles a encaram como uma disciplina extremamente difícil e, portanto, impossível de aprender.

Porém a matemática não se resume a contas complicadas, encadeadas num raciocínio lógico sistematizado. Ela é muito maior que isso.

Ponte et. al. (2016), constata que o trabalho de Poincaré ilustra o processo de criação fértil em acontecimentos inesperados. Contrastando fortemente com a imagem usual dessa ciência, como um corpo de conhecimento organizado de forma lógica e dedutiva, paradigma do rigor e das certezas absolutas.

Polya (apud Ponte et. al 2016), afirma que a matemática tem duas faces; é a ciência rigorosa de Euclides, mas é também algo mais.

“A ciência pode ser encarada sob dois aspectos diferentes. Ou se olha para ela tal como vem exposta nos livros de ensino, como coisa criada, e o aspecto é o de um todo harmonioso, onde os capítulos se encadeiam em ordem, sem contradições. Ou se procura acompanhá-la no seu desenvolvimento progressivo, assistir à maneira como foi sendo elaborada, e o aspecto é totalmente diferente – descobrem-se hesitações, dúvidas, contradições, que só um longo trabalho de reflexão e apuramento consegue eliminar, para que logo surjam outras hesitações, outras dúvidas, outras contradições [...] Encarada assim, aparece-nos como um organismo vivo, impregnado de condição humana, com as suas necessidades do homem na sua luta pelo entendimento e pela libertação; aparece-nos, enfim, como um grande capítulo da vida humana social.” (Caraça, 1958, apud Ponte et. al, 2016)

2.3.3 Os processos existentes numa investigação matemática.

Uma investigação matemática envolve quatro momentos principais. O primeiro é o momento em que toma conhecimento de uma situação, nessa fase ocorre a sua exploração e a formulação de questões. O segundo momento diz respeito a elaboração das conjecturas. O terceiro momento é quando ocorre a realização de testes e o refinamento das conjecturas e o no quarto momento ocorre a demonstração do trabalho realizado. Em todos os momentos descritos pode haver interação entre vários matemáticos interessado nas mesmas questões. Essa interação se torna obrigatória na fase final, quando da divulgação e confirmação dos resultados. Apenas quando a comunidade científica valida a demonstração o resultado torna-se um teorema. Antes disso tudo não passa de conjecturas ou hipóteses. (Ponte et. al, 2016)

2.3.4 As investigações como tarefas matemáticas.

Existe diferença entre um exercício, um problema e uma investigação matemática. Um exercício é uma questão onde o aluno dispõe de um método para a sua resolução imediata. Obviamente, existem exercícios em vários níveis de dificuldade o que pode necessitar de conhecimentos mais sofisticados de outros métodos resolutivos para a sua aplicação. Já um problema é uma questão que não apresenta um método de resolução. Tanto nos exercícios quanto nos problemas existe a clareza do que é dado e o que é pedido, a solução é sabida de antemão pelo professor e a resposta do aluno é dicotômica – certa ou errada. No caso da investigação, não existe uma definição exata da questão, cabendo a quem investiga o papel de definir melhor o que se quer investigar. (Ponte et. al, 2016)

Segundo Ponte et. al, em qualquer disciplina o envolvimento ativo do aluno é condição necessária para o desenvolvimento da aprendizagem. O conceito de investigação matemática

ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade genuína. O aluno é convidado a agir como matemático, não só na formulação de questões, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com seus colegas e professor.

2.3.5 – A aula de investigação.

Numa aula de investigação nunca é possível prever os acontecimentos, devido aos diversos rumos que a atividade pode tomar. Até porque não existe uma pergunta pronta como no caso de um problema matemático, também não existe uma resposta certa previamente determinada. Numa investigação os alunos podem inclusive chegar a resultados desconhecidos pelo professor.

Uma atividade investigativa é dividida em três etapas, que pode ser desenvolvida em apenas uma aula ou dividida em mais aulas. A primeira fase constitui a introdução da atividade pelo professor que pode ser feita de forma escrita ou oral. A segunda fase é a fase da investigação que pode ser realizada aos pares, em grupos ou com toda a turma. Já na terceira fase ocorre a discussão dos resultados, onde os alunos relatam aos colegas sobre os resultados encontrados. (Ponte et. al., 2016)

A primeira fase da aula

Nesta fase o professor precisa estar certo que o aluno está em condições de praticar uma atividade investigativa. A medida que o aluno vai ganhando experiência com esse tipo de abordagem esta fase vai se tornando mais fácil e o aluno se sente mais confortável para desenvolver. Porém, se o entendimento sobre esse modelo de atividade não ficar claro para o aluno, todo o andamento da aula ficará comprometido. E a aula pode se reduzir a um mero preenchimento de tabelas. Então convém que o professor antes de introduzir a atividade, propriamente dita, perca algum tempo explicando a atividade investigativa para os alunos. (Ponte et. al, 2016)

A segunda fase da aula

Nessa fase o professor passa a ser um observador. O aluno é o sujeito ativo da aula, cabe ao professor prestar o apoio necessário, porém deixando o aluno exercer o esforço intelectual. No caso das formações em grupos, à medida que os alunos começam a interagir entre si, vai se definindo o rumo da investigação que eles estão seguindo. Outros grupos, por exemplo, podem seguir para caminhos distintos. É importante salientar que nesse momento o professor deve

ficar atento ao desenrolar da atividade, pois tanto trabalhar em grupo como investigar, sendo inédito aos alunos, pode atrapalhar a gestão do professor em sala de aula e por todo um trabalho a perder. Nessa fase espera-se que os alunos explorem e formulem questões, formulem conjecturas e testem as conjecturas.

A terceira fase da aula

Nessa fase ocorre a discussão da investigação, o momento em que os alunos partilham os conhecimentos. Os alunos podem pôr em confronto suas estratégias, cabendo ao professor desempenhar o papel de moderador. O professor deve dar voz aos resultados mais significativos da investigação e estimular os alunos a questionarem-se mutuamente. Essa fase deve primar também por uma reflexão sobre o trabalho realizado e a sistematização das principais ideias. É um momento importante para a justificação matemática das suas conjecturas na tentativa de fazer o aluno perceber o sentido de uma demonstração matemática. Essa discussão é muito importante pois cria no aluno um significado mais rico sobre investigação além de fazê-lo refletir sobre seu trabalho e ampliar o seu poder de argumentação. Sem essa discussão final corre-se o risco de se perder o sentido da investigação. Daí a necessidade do professor planejar a aula com maestria, se preocupando com o espaço da aula, o tempo e o conteúdo a ser explorado.

A escolha certa do problema

Num processo de investigação matemática o primeiro passo é a escolha do problema. O professor não deve escolher um problema de extrema dificuldade a ponto de desmotivar o aluno. O problema ideal é aquele que o caminho da sua solução passa por diversos momentos de aprendizagens.

Quando trabalhamos num problema, o nosso objetivo é naturalmente resolvê-lo. No entanto, para além de resolver o problema proposto, podemos fazer outras descobertas que, em alguns casos, se revelam tão ou mais importantes que a solução do problema original. Outras vezes não conseguindo resolver o problema, o trabalho não deixa de valer a pena pelas descobertas imprevistas que proporciona. (Ponte et. al, 2016)

O papel do professor na atividade investigativa

Numa aula de investigação, o professor desempenha um papel diferente do que ocorre numa aula tradicional o que pode levá-lo a encontrar algumas dificuldades. A aula pode tomar rumos não previstos pelo professor, representando desafios adicionais à sua prática. (Ponte et. al, 2016)

Para Ponte et.al. (2016), o professor deve dar autonomia para o aluno afim de que flua o processo investigativo. Por outro lado, o professor deve garantir que o processo seja relevante para a aprendizagem da disciplina matemática. Assim no processo da investigação o professor deve desempenhar papéis diversos. Desafiar os alunos, avaliar seu progresso, raciocinar matematicamente e apoiar o trabalho deles.

Desafiando os alunos

Na introdução da atividade investigativa é necessário que os alunos estejam motivados. O professor precisa criar o ambiente adequado, por outro lado o professor precisa escolher adequadamente a tarefa que seja capaz de desafiar o aluno. Essa fase da aula é fundamental para criar o espírito interrogativo perante as ideias matemáticas. Nessa fase é muito comum que os alunos busquem respostas para as questões colocadas pelo professor – os alunos demoram a entender que a investigação não se reduz a certo e errado – o que leva os alunos a serem mais afirmativos do que interrogativos. O professor deve procurar combater essa ideia mostrando como é possível formular boas questões sobre a proposta apresentada.

A tarefa de desafiar o aluno não se limita a essa parte da investigação. O professor deve continuar desafiando o aluno durante a atividade, principalmente quando surge um impasse entre eles. Por isso o professor deve estar sempre atento ao trabalho dos alunos. (Ponte et. al, 2016).

Progresso dos alunos

Uma outra tarefa importante desenvolvida pelo professor é a de avaliar o progresso dos alunos. É necessário ficar atento com a forma que os alunos estão encarando a atividade, pois pode acontecer deles encararem a tarefa como um exercício buscando uma resposta. Trabalhando nesse caso de maneira puramente tradicional. Isso vai acontecer quando os alunos ainda não estiverem acostumados com a investigação matemática. Considerando que

geralmente as investigações são realizadas em pequenos grupos, o professor deve ficar o mais próximo de cada um deles, recolhendo o máximo de informações possíveis, procurando compreender o pensamento de cada aluno. Constitui um desafio para o professor perceber aonde os alunos querem chegar, pois, certamente, os alunos não têm maturidade para produzir uma escrita organizada, apresentam muitas limitações na comunicação matemática oral e além do mais o professor não tem como acompanhar todo o processo. Assim o professor deve ter paciência para escutá-los e fazer um esforço sério para compreendê-los, evitando corrigir cada afirmação ou conceito matemático pouco correto. (Ponte et. al, 2016)

Apoiando o trabalho dos alunos

O apoio dado pelo professor assume várias formas, como colocar questões mais ou menos diretas, fornecer ou recordar informações relevantes, fazer sínteses e promover a reflexão dos alunos.

Numa aula com investigações, o professor deve, sem dúvida, privilegiar uma postura interrogativa. As questões que o professor deve fazer, muitas das vezes deve ter a intenção de clarificar ideias, que é o caso quando o aluno tentar conjecturar alguma coisa, mas sua fala não é muito clara. Outro caso é quando o aluno faz pergunta direta ao professor lhe colocando uma questão, nesse caso a melhor estratégia é devolver a pergunta levando a refletir mais sobre o seu problema. Uma das grandes vantagens de apresentar uma postura investigativa é a de ajudar os alunos a compreenderem que o papel do professor em sala é o de apoiar o aluno e não de validar. Assim perguntas como “Está certo professor?”, “É isso que é para fazer?” Devem ouvir-se cada vez menos à medida que os alunos interiorizam qual é o papel do professor nessas aulas.

As vezes também é necessário que o professor recorde determinadas informações de conteúdo para garantir que o fluxo da investigação não seja prejudicado. Até porque os alunos, por vezes, não compreendem certos conceitos importantes para a atividade.

Outro aspecto importante do papel do professor ao apoiar os alunos é de promover a reflexão desses sobre o seu trabalho. É importante ajudá-los a fazer uma síntese da atividade, descrevendo os seus avanços e recuos, os objetivos que tinham em mente e as estratégias que seguiram. Mais uma vez, torna-se necessário que o professor questione para que os alunos compreendam que aquilo que se pretende não é dizer se está certo ou errado, mas que reflitam sobre o processo investigativo, de forma a aprenderem com e sobre ele. A busca de justificações matemáticas para as suas conjecturas é uma das formas que ajuda a dar sentido à investigação

realizada e que na medida do possível não deve ser negligenciada pelo professor. (Ponte et. al, 2016)

2.3.6 - Relato de uma investigação numérica.

O processo investigativo as vezes acontece de maneira espontânea. Em alguns casos mesmo o professor não tendo preparado uma aula específica, voltada para o método investigativo em sala de aula, o processo investigativo surge de maneira natural quando, de alguma forma, o professor consegue despertar no aluno a natureza investigativa. Foi o que aconteceu numa aula do professor Leonardo de Oliveira Muniz.

Numa turma do 1º ano do ensino médio, numa aula cujo tema era sobre função quadrática o professor ensinava aos alunos a fazer o esboço da função do 2º grau. Para isso o professor utilizava de 5 passos para que o aluno conseguisse realizar tal exercício. Os passos eram os seguintes:

- 1º - Observar a concavidade da função quadrática (quando $a > 0$ ou $a < 0$);
- 2º - Verificar a existência de raízes, caso existam denotar por x_1 e x_2 ;
- 3º - Calcular as coordenadas do vértice da parábola $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$ e traçar o eixo de simetria;
- 4º - Obter a intersecção da parábola com o eixo das ordenadas $(0, c)$
- 5º - Plotar o ponto P, simétrico ao ponto $(0, c)$ em relação ao eixo de simetria.

A figura seguinte ilustra os cinco pontos a serem plotados no plano cartesiano com os passos citados acima, numa função quadrática com $a > 0$ e $\Delta > 0$.

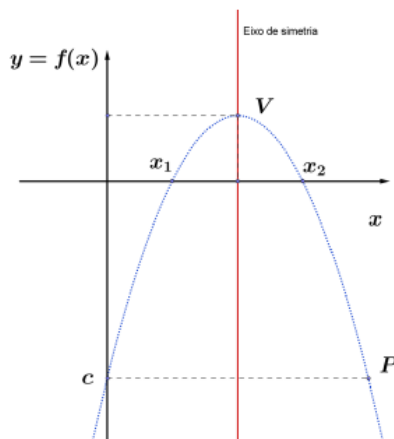


Figura 1: Esboço de pontos no plano cartesiano

Após o esboço dos pontos fica fácil esboçar a parábola, conforme figura 2.

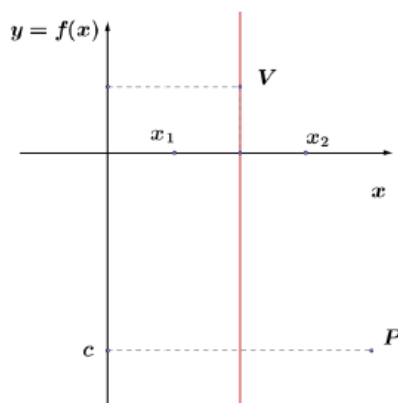


Figura 2: Esboço da parábola, após o esboço dos pontos

Muniz (2019) relata que a aula seguia normalmente até a resolução do exercício. Os alunos discutiam entre eles o passo 5 referente a marcação do ponto P, simétrico a $(0, c)$, em relação ao eixo de simetria, quando, inesperadamente, uma aluna chamada Camille Etienne afirma: “É só somar as raízes”. A aluna tinha percebido que bastava somar as raízes para encontrar o ponto P. Nesse instante surge uma discussão ainda maior entre os alunos, alguns iniciam testes em outras funções, na tentativa de refutar Camille, mas falham. O professor continua a incitar a discussão do problema surgido, questionando se a tal descoberta valeria sempre, “E quando não houver raízes?”, perguntou ele. Nesse momento o professor aproveita para inserir a noção de conjectura e a ideia de contraexemplo e deixa claro para os alunos a necessidade da demonstração matemática.

O professor pede atenção da turma e começa o processo de demonstração a partir da afirmativa:

“O Ponto P, simétrico do ponto $(0, c)$, com relação ao eixo de simetria da parábola, tem como abscissa o número real $x_p = x_1 + x_2$, onde, x_1 e x_2 são as raízes da função quadrática

$$f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$$

Em seguida o professor demonstra que tal afirmativa é verdadeira. A aula termina com a formulação do Teorema de Etienne, que, obviamente, levou esse nome em homenagem a aluna.

(Teorema de Etiene) Considere a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Então o ponto $P = (x_e, c)$ simétrico, com relação ao eixo de simetria da parábola, ao ponto $(0, c)$ é tal que o número x_e é igual a soma das raízes da função $y = f(x)$, ou, equivalentemente, $x_e = -\frac{b}{a}$

O professor relata ainda que o teorema, ainda que de natureza simples, mudou o modo como Camille enxergava a matemática, não só ela mas todos os colegas da turma ficaram contagiados com o resultado da atividade.

Fica muito claro que Leonardo Muniz utilizara do método investigativo na sua aula. O fato é atestado pela sua afirmação no artigo em questão:

“A função quadrática, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, tem como gráfico a curva parábola, uma curva recheada de propriedades interessantes, que devem ser investigadas, conjecturadas e provadas, tornando o ensino de funções justificável”
(Muniz, 2019)

Apesar de não concordar que o método foi suficiente para justificar o ensino de funções, fica claro que o método foi eficiente em algum aspecto. Conseguiu de alguma forma motivar os alunos. No seu relato fica claro que os alunos tiveram prazer em aprender.

Em entrevista realizada com a aluna Etiene⁴, ela conta que superou as dificuldades em matemática e agora passou a tirar dúvidas dos amigos, o que a faz sentir-se especial. Ela garante que “ficou boa nas matérias de exatas”. Tímida, Camille conta que sempre teve vergonha de fazer perguntas aos professores e, após a experiência em sala de aula, tem mais segurança para apresentar seus questionamentos não só em matemática, mas também nas demais disciplinas do ensino médio e técnico. Começou, ainda, a se interessar por Olimpíadas do Conhecimento, como a OBMEP, e já se prepara para as provas que pretende fazer. Segundo ela, as questões que antes pareciam “bichos de sete cabeças”, agora são resolvidas com facilidade.

⁴ Disponível em: <http://portal1.iff.edu.br/nossos-campi/bom-jesus-do-itabapoana/noticias/teorema-de-etiene-estudante-do-curso-tecnico-em-quimica-cria-teorema-matematico>

CAPÍTULO III

3 – A ATIVIDADE EMPÍRICA

Este capítulo é o resumo da atividade de investigação matemática realizada nos Colégios São Vicente de Paulo e São Bento, situados na cidade do Rio de Janeiro. Esta atividade foi realizada em quatro turmas, uma de 6º ano do ensino fundamental e três do 8º ano do ensino fundamental. Como essas turmas do 8º ano foram meus alunos no 6º ano de 2017, quando entrei no PROFMAT, aquilo que eu apreendia de novo e que era possível mostra-los eu fazia. Então, esses alunos já estavam de alguma maneira vivenciando essas metodologias e além disso, para essas turmas apresentei minha monografia de graduação que possui a mesma linha metodológica, ou seja, apresentava atividades para chegar em determinadas conclusões.

Esta atividade tem como principal objetivo fazer uma análise empírica do tema investigação matemática em sala de aula, assim como verificar como essa metodologia pode aproximar o aluno da matemática contribuindo para o seu desenvolvimento escolar - como foi proposto na introdução deste trabalho.

3.1 Organização da atividade.

É importante ressaltar que para a realização da atividade, foi solicitado autorização da direção pedagógica, que entendendo que o trabalho colabora com os anseios da comunidade acadêmica, autorizou de imediato. O documento que autorizou a realização deste trabalho encontra-se no apêndice A.

As atividades foram realizadas conforme ilustra a tabela abaixo.

Turmas	Número de atividades	Número de Aulas	Tempo de cada aula	Número de alunos por turma
801	2	3	45 min	25
802	2	3	45 min	30
803	2	3	45 min	28
602	1	1	45 min	27

Tabela 1: Tabela sobre a organização das atividades

No Colégio São Vicente, a atividade foi realizada em três aulas de 45 minutos cada, sendo que o primeiro tempo de aula foi destinado para esclarecer aos alunos o que seria uma investigação matemática. Quando comecei a falar sobre do que se tratava alguns alunos lembraram das aulas de desafio aritméticos do 6º ano. Pois, naquela época eu já falava muito sobre a importância de entender alguns padrões e regularidades, principalmente de sequências numéricas.

Nessa primeira aula foi realizada uma atividade para introduzir as ideias de investigação matemática. A atividade escolhida foi uma adaptação da tarefa proposta na revista Nova Escola⁵

Já nas duas últimas aulas, realizadas num outro dia, foram realizadas as atividades investigativas, objetivo dessa pesquisa.

Em ambas atividades as turmas foram divididas em grupos de quatro alunos, porém todos receberam a lista de atividades para que registrassem tudo que julgassem importante. Sendo assim os dados referente a atividade foram coletados por meio desses relatórios, feito pelos alunos.

No Colégio São Bento, não realizei essa atividade para introduzir as ideias de investigação matemática. Eu realizei em um tempo a atividade investigativa, objetivo dessa pesquisa. A atividade foi realizada em uma turma do 6º ano e nesse caso fiz a gravação em áudio dos alunos explicando aquilo que eles haviam encontrado.

3.2. As atividades escolhidas.

1º atividade.

No primeiro tempo de aula, com o intuito de introduzir as ideias acerca da investigação matemática em sala de aula foi utilizada a seguinte atividade:

Desenhe polígonos convexos de 3, 4, 5 e 6 lados, trace todas as diagonais internas que partem de um vértice qualquer dos polígonos, de modo a decompor a figura em triângulos justapostos e depois preencha a tabela a seguir.

⁵ <https://novaescola.org.br/conteudo/15759/aprender-matematica-atraves-deresolucao-de-problemas>

Número de lados do polígono convexo	Número máximo de triângulo(s) justapostos	Soma das medidas dos ângulos internos do polígono
3		
4		
5		
6		

Tabela 2: Tabela utilizada na primeira atividade

Agora para um polígono de 7 lados, qual será a soma das medidas dos ângulos internos?

Para um polígono de 8 lados, quanto será essa soma?

Para um polígono de 10 lados, quanto será essa soma?

Agora baseado nas experiências anteriores tente encontrar uma forma de calcular essa soma para um polígono de 100 lados.

2º atividade

Para as duas últimas aulas, realizadas no mesmo dia, escolheu-se uma atividade que os alunos, provavelmente, nunca tiveram contato. Foi apresentado para eles o triângulo de Pascal. Propositalmente o nome original do triângulo foi omitido, deixando a eles apenas o aglomerado de números conforme a figura (3) abaixo acompanhada da frase “Procure descobrir relações entre os números”.



Figura 3

Vale ressaltar que essa atividade foi proposta justamente por não haver a necessidade de pré-requisitos muito sofisticados da matemática, ficando limitados a simples operações aritméticas. A simplicidade do pré-requisito, no entanto, não ofusca e pelo contrário, abrilhanta a grandeza da atividade. Com isso, os alunos considerados de inclusão poderiam facilmente participar da atividade.

3.3 Relatos da primeira atividade.

3.3.1 Turma 801

Na aula anterior, havia mencionado para a turma que na aula seguinte teríamos uma abordagem diferente. Como essa turma é bastante competitiva os alunos estavam apreensivos para saber do que se tratava. Primeiro solicitei que a turma se dividisse em grupos de quatro ou cinco alunos. Posteriormente eu comecei explicando o que seria uma atividade investigativa. Perguntei para eles se eles tinham alguma ideia do que seria isso. Disse para eles que essa aula seria uma preparação para uma outra aula de mesmo propósito.

A folha com a atividade foi entregue para todos os alunos e foi lida para os alunos. Como eles já haviam trabalhados comigo sobre polígonos convexos o único termo que causou um estranhamento foi a palavra: JUSTAPOSTOS. Depois de tudo ter sido esclarecido demos início a atividade.

Eles começaram fazendo os desenhos conforme propunha atividade.

A aluna B⁶ concluiu que o número de triângulos justapostos dentro dos polígonos era igual à quantidade lados menos dois. Nesse momento todos ficaram atentos, pois fiz uma indagação em cima do que “B” havia dito. Perguntei se o que a “B” e seu grupo havia encontrado serviria para qualquer polígono. Após isso, os alunos voltaram para atividade para testar os polígonos maiores.

Passeando pela sala e olhando que eles haviam encontrado percebi que quase todos os grupos estavam convencidos de que o número de triângulos justapostos era igual ao número de lados menos dois. Os grupos que ainda não tinham conseguido observar esta conjectura foram ajudados pelos grupos mais avançados. Após esta etapa os alunos começaram a buscar a soma dos ângulos internos para polígonos convexos.

⁶ O nome dos alunos foi substituído pela letra inicial do nome.

Não demorou muito para o grupo da aluna “B” deduzir a soma dos ângulos internos para os polígonos que eles haviam desenhado. Em seguida os demais grupos também foram deduzindo a soma buscada.

Depois de analisar todos os grupos notei que eles tinham conseguido calcular a soma dos ângulos internos para os polígonos desenhados, então fiz uma sugestão: Que tal vocês tentassem generalizar para qualquer polígono? Em seguida, o grupo de “D” disse: O senhor quer que nós encontremos uma fórmula? Eu disse: Sim.

Não demorou muito para que os grupos conjecturarem uma fórmula que na cabeça deles serviria para qualquer polígono. O Grupo do aluno “M” escreveu: “O número de lados menos 2 é o número de triângulos. Cada triângulo soma 180° nos ângulos internos. Logo, 180° vezes o n° de triângulos é a soma dos ângulos internos”.

Nesse instante expliquei sobre a necessidade de uma demonstração matemática e fiz com eles uma demonstração elementar.

Por fim, o saldo foi muito positivo, pois toda turma participou muito bem da atividade, inclusive os alunos que são de inclusão. Sobre os alunos de inclusão, mesmo com as suas limitações demonstraram um grande entusiasmo na feitura da atividade. Os alunos no geral se mostraram bem motivados com essa nova abordagem, tanto que relataram isso no conselho de classe. Nesse momento fui para a próxima turma com a sensação de dever cumprido, pois percebi que eles haviam entendido o método de investigação matemática.

3.3.2 Turma 803

Ao chegar na turma percebi que os alunos já estavam apreensivos, pois a turma anterior havia dito que a aula tinha sido muito bacana e diferente. Iniciei solicitando que a turma se dividisse em grupos de quatro ou cinco alunos. Eu fiquei um pouco preocupado por que essa turma é mais agitada do que a anterior. Distribuí a atividade para todos e comecei falando sobre investigação matemática. Os alunos rapidamente entraram no clima da atividade e um aluno disse: “Marcelo hoje nós seremos detetives”? Eu disse: Digamos que sim. Depois de ter dito isso pedi para que a aluna “M” pudesse ler a atividade. Mas, uma vez quando chegou na palavra JUSTAPOSTOS eles fizeram cara feia. Rapidamente expliquei do que se tratava e fomos para atividade.

Fiquei passeando pela sala para ver se alguém falava alguma coisa e nada. Passados uns 10 minutos, o grupo da aluna “M” falou: “Marcelo vamos utilizar como base para os demais polígonos a soma dos ângulos internos do triângulo”. Eu disse: porque? E ela continuou: “por que os outros polígonos podem ser divididos em triângulos”. Não demorou muito para que o grupo da “M” conjecturasse: “Eu diminuí 2 números da quantidade de lados dos polígonos e depois multipliquei por 180°, já que a soma de todos os ângulos internos de qualquer triângulo dá 180°.” Andando pela sala percebi que os demais estavam chegando na mesma ideia. O grupo do aluno “M” percebeu o seguinte: “A cada mais um lado, somamos mais 180° para a soma das medidas dos ângulos internos do polígono. Concluiu: “Após achar o primeiro triângulo justaposto, fica fácil achar os outros”.

No final da aula, percebendo que quase todos os grupos haviam chegado nos mesmos resultados falei com eles sobre a diferença entre Conjectura e Demonstração. Perguntei se o que eles haviam encontrado serviria para um polígono de (n) lados. Depois disso, o aluno “T” disse: “Lógico que serve...” eu disse: porque? Ele respondeu: “É simples, basta colocar (n) sendo o número de lados”, aí eu perguntei: de que maneira? Ele prontamente disse:

“(n-2) * 180”. Dessa forma, a aula havia terminado com um gostinho de quero mais, pois os alunos ficaram querendo saber se de fato aquilo era verdade e não tive tempo de fazer uma demonstração mesmo que de maneira elementar.

3.3.3 Turma 802

Chegando na turma 802 os alunos foram logo perguntando sobre a atividade, nessa altura do campeonato a rádio corredor já havia passado as informações. Mas, quando fui começar a aula percebi que as outras turmas não haviam falado nada, pois havia um combinado prévio de não comentar sobre a atividade para não prejudicar a pesquisa. A turma 802 foi um pouco mais complicada para a dinâmica do trabalho. Primeiro que a turma é a maior em número de alunos do segmento e é a turma com a maior quantidade de alunos de inclusão do segmento. O desafio aqui era muito grande, porém, ao meu comando foram logo se organizando em grupos de quatro ou cinco alunos e eles mesmos incluíram em cada grupo pelo menos um aluno de inclusão que particularmente achei o máximo.

A atividade foi distribuída e eles começaram a trabalhar. Para a minha surpresa não demorou muito e o grupo da aluna “C” logo disse: “Marcelo vamos trabalhar com soma dos ângulos internos de um triângulo”? Eu disse: Por quê? E ela respondeu: “Porque, percebemos

que os polígonos que estão aqui podem ser divididos em triângulos e dessa forma podemos encontrar a soma dos ângulos internos deles”. E eu pedi para que eles desenhassem os polígonos para tentar comprovar essa hipótese. Depois disso, comecei a passear pela sala para saber o que os outros estavam fazendo. Foi quando o grupo da aluna “E” disse: “Professor percebemos uma coisa o senhor pode vir até aqui”?

Chegando na mesa desse grupo eles me disseram que: “*O número de triângulos dentro de cada polígono era sempre o número de lados menos 2 e sabendo disso era só multiplicar por 180*”. E eu os indaguei: *Podemos dizer que isso servirá para todos os polígonos convexos?* E um dos componentes do grupo disse que sim. Aí eu falei com eles sobre a importância da demonstração matemática. Fui ao quadro para mostrá-los de maneira elementar que de fato funcionava.

Dessa forma percebi que a grande maioria dos grupos tinham chegado aos mesmos resultados e a mesma relação.

3.4 Relato da segunda atividade.

3.4.1 Turma 801 - CSVP

Começar a segunda atividade foi muito mais tranquilo que a primeira, pois eles já haviam tido uma experiência anterior. E a ansiedade para o começo foi enorme, tanto que todos os alunos já estavam separados em grupos sem a necessidade da minha interferência.

Comecei a distribuir a atividade e antes de começar a ler com eles um grupo perguntou: “Marcelo esses pontinhos significa que é infinito”? Eu disse: sim. Eu pensei que eles perguntariam sobre as linhas, colunas ou diagonais, mas não tiveram problemas com esses termos.

Como eles já sabiam pela experiência anterior que deveriam encontrar relações, padrões, não demorou para surgirem as primeiras.

A primeira afirmação não demorou para surgir, o grupo das alunas “B”, “C”, “L” e “M” afirmaram o seguinte: “Ao somarmos o número com o que está ao seu lado, resultará no que está abaixo”.

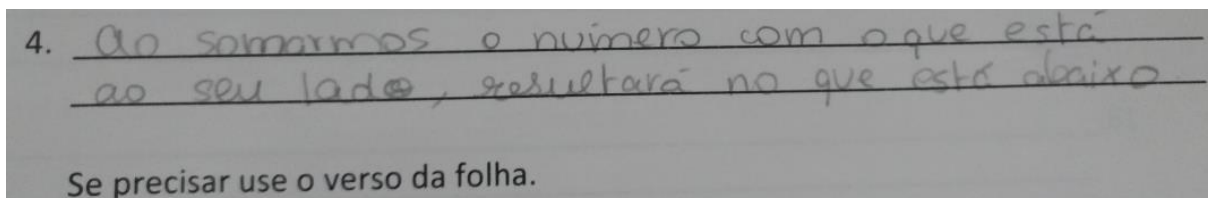


Figura 4

Nesse momento percebendo que os outros grupos também haviam encontrado a mesma relação, perguntei se essa relação valeria para todas as fileiras, pois a quantidade de fileiras era infinita.

Dessa forma solicitei que eles continuassem a construção das fileiras para verificar se estava valendo essa relação. Disse também que a conjectura que eles acabaram de encontrar era possível se demonstrar e recebia o nome de RELAÇÃO DE STIFFEL e que sua demonstração envolvia números binomiais e por esse motivo eu acabei omitindo a demonstração.

Além disso eles também perceberam outras propriedades elementares como por exemplo o fato das linhas começarem e terminarem com o algarismo 1.

A segunda afirmação importante veio do grupo dos alunos “D”, “L” e “L”: “A soma dos números de uma fileira é a metade da próxima fileira. Ou seja, a fileira seguinte (a soma de seus números) será o dobro de sua predecessora”.

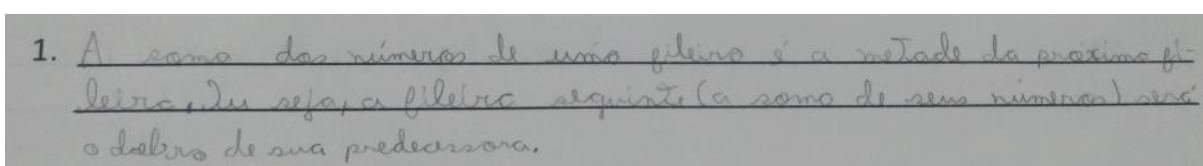
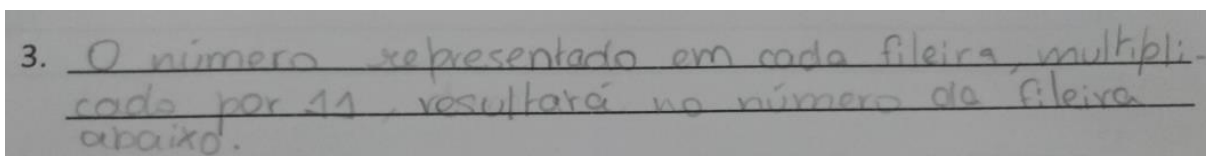


Figura 5

Nesse momento fiquei muito emocionado pois, os alunos sem perceber acabaram de encontrar o que nós na matemática conhecemos como Teorema das linhas. E quando eu fui falar se valia para as demais fileiras (linhas) foi assim que eles chamaram, eles prontamente disseram que sim.

Passeando pelos outros grupos fui percebendo coisas bem interessantes e deixei que eles fossem em busca de mais propriedades. Foi quando o grupo de “B” e companhia disseram:

“O número representado em cada fileira, multiplicado por 11, resultará no número da fileira abaixo”.



3. O número representado em cada fileira, multiplicado por 11, resultará no número da fileira abaixo.

Figura 6

Quando escutei isso fiquei anestesiado pois eu nunca tinha ouvido falar nisso, mesmo tendo estudado isso no ensino médio, graduação e mestrado, essa relação jamais havia passado pela minha cabeça. Foi quando elas me perguntaram se isso era verdade. Fui até a minha mesa e pensei: E agora o que fazer? Pois, eu não tinha a resposta. Eu chamei as meninas até a minha mesa e fui tentar junto com elas entender o que elas haviam encontrado. Nesse momento abri a calculadora no computador e fizemos as contas, onde percebi que até a fileira 4 (1 4 6 4 6 1) funcionava perfeitamente, porém, na seguinte já não funcionava. Pedi para que elas registrassem isso no papel e que eu iria perguntar aos professores do mestrado.

No encontro que tivemos com os orientadores Gladson e Michel eles esclareceram essa situação e de fato era verdade.

O trabalho estava sendo tão proveitoso que não me liguei no tempo e tive que interromper a atividade. Os alunos estavam muito empolgados com tantas descobertas, tanto que antes de recolher a atividade outro grupo havia encontrado simetria em relação as extremidades. Esse grupo nem imaginava que o que eles haviam encontrado eram as combinações complementares no triângulo de Pascal.

Os cinco minutos que me restava falei com eles sobre a importância de todas as descobertas que eles tiveram na aula de hoje. Inclusive que o assunto que nós estudaríamos no trimestre seguinte usaria algumas das descobertas de hoje, como por exemplo: a relação entres os números de cada linha do triângulo com os coeficientes binomiais.

Em seguida disse para eles como essas descobertas foram importantes para os matemáticos. Eles ficaram se sentindo o máximo.

3.4.2 Turma 803 – CSVP

Ao chegar na turma mais uma vez os alunos já estavam prontos para começar a atividade, pois eles gostaram tanto da primeira que queriam fazer bonito na segunda também. Cabe ressaltar que essa turma é bastante competitiva principalmente entres os meninos. Não perdi tempo em distribuir a atividade, pois todos já estavam em grupos.

E passados cinco minutos de atividade ninguém tinha me chamado para falar nada. Fiquei preocupado, pois não sabia o que estava acontecendo. Pensei logo: Será que está muito simples? Ou será que eles não entenderam nada?

Quando completou dez minutos de atividade a primeira afirmação surgiu, e foi a aluna “M” que afirmou: *“Todos são múltiplos de onze”*.

Fui até a mesa do grupo para saber o que de fato eles haviam encontrado. Perguntei se o que eles haviam encontrados serviria para todas as linhas. E ela disse que sim pois, havia

testado. Eu perguntei, mas você testou para todas as linhas? Foi quando ela percebeu que os pontinhos significavam continuação. Pedi que continuasse com a sequência numérica.

Em seguida o grupo do aluno “R” encontrou uma relação importante: “*As linhas representam as potências de 2, que é $2^0 = 1$, $2^1 = 2$, $2^2 = 4$...*”. Fui até a mesa do grupo e percebi que na verdade o que eles estavam querendo dizer é que a soma dos elementos das linhas tem como resultado potência de 2.

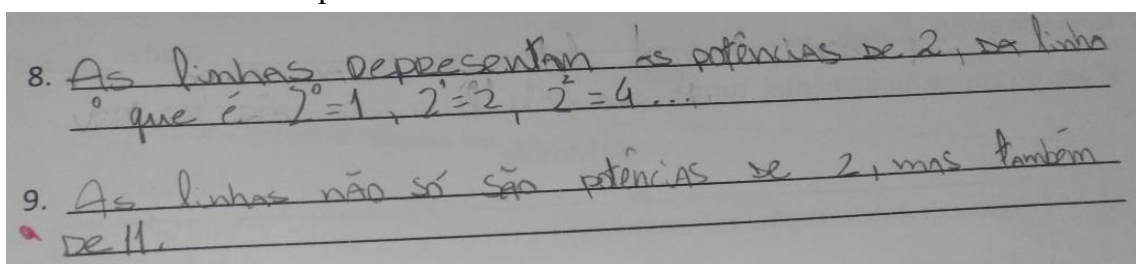


Figura 7

Esse mesmo grupo também disse: “*As linhas não só são potências de 2, mas também de 11*”. O mesmo que o grupo da aluna “M” havia encontrado.

Com o passar do tempo os grupos foram encontrando mais resultados e não demorou muito para que outras afirmações surgissem. Como a afirmação feita pelo aluno “J”: “*A soma dos números ao lado resultam o número abaixo do primeiro número escolhido*”. Nesse momento o aluno havia encontrado a relação de Stiffel.

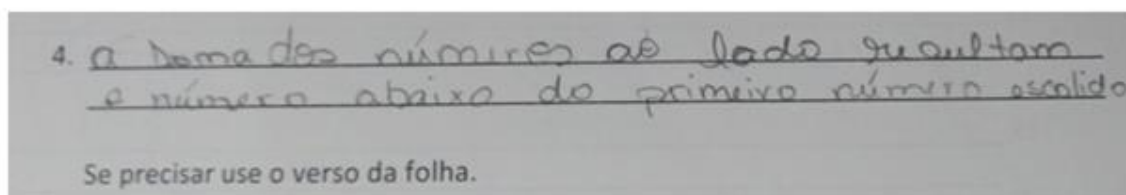


Figura 8

E ele disse mais ainda: “*A soma dos números em uma coluna até o penúltimo número é igual ao último da coluna direita*”.

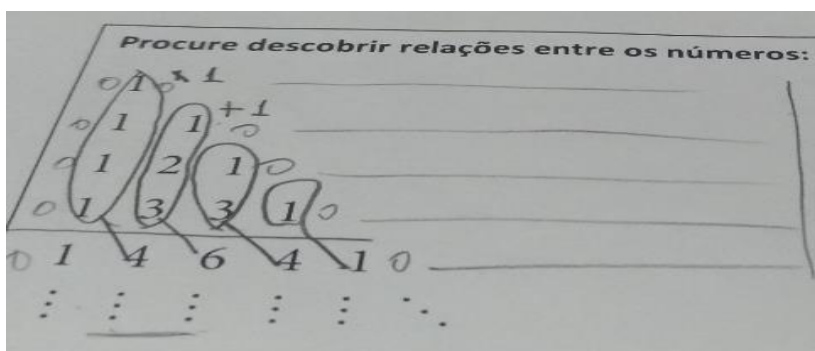


Figura 9

Perguntei para eles se tudo isso que eles tinham encontrado serviria para todas as linhas e colunas. Nesse instante, pedi para que os que ainda não haviam encontrado completassem as linhas e as colunas para fazer a verificação.

Logo depois desse meu comentário o aluno “T” disse: *“A soma de 2 números em cada linha é igual ao número abaixo do número da direita. Isso se repete em todas partes da linha”*.

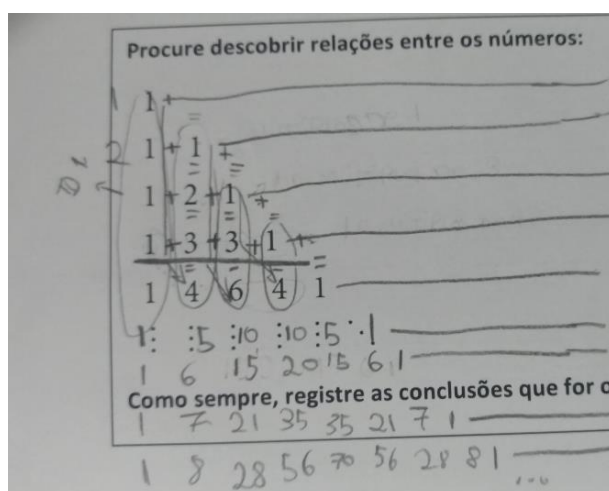


Figura 10

Fui até a mesa dele para perguntar como ele tinha tanta certeza que isso que havia acabado de dizer valia para todos. Foi nesse momento que expliquei a importância de demonstrar as coisas na matemática, pois poderia não valer para a linha de número 1001 por

exemplo. E disse que a demonstração desse fato fazia uso de números binomiais e que nesse momento não tinha muito sentido fazer tal demonstração.

Já se aproximava do final da atividade e os grupos estavam empolgados com tantas descobertas e outras relações foram aparecendo. Eles disseram que: “A linha sempre começa com o algarismo 1 e termina com o algarismo 1”. Praticamente todos os grupos perceberam isso. O grupo do aluno “H” disse o seguinte: “Todas linhas são espelhadas pelo número do meio, por exemplo: (121) ou (1 7 21 35 35 21 7 1).”

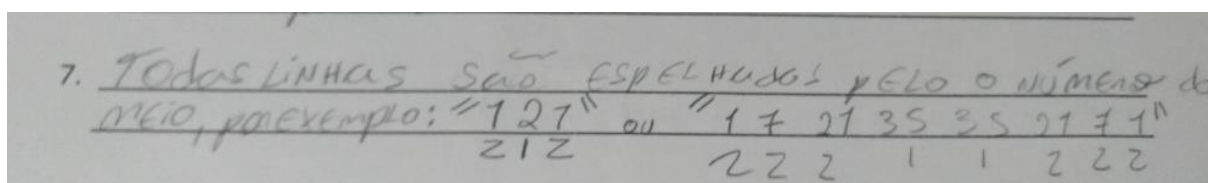


Figura 11

Nesse instante fiquei orgulhoso, porque sem perceber eles haviam encontrados as *combinações complementares*.

Mais uma vez, a atividade estava tão intensa que não percebi o horário e disse para os alunos que eles deveriam entregar. Foi quando uma aluna que normalmente é muito dispersa disse: “*poxa acabou na melhor hora*”. Eu nunca tinha visto ela tão concentrada fazendo uma atividade minha. Fiquei muito feliz por ter atingido ela de alguma forma, e de ter percebido que ela junto com seu grupo participou com muita desenvoltura.

3.4.3 Turma 802 – CSVP

Ao chegar a turma fiquei preocupado, pois essa turma teve aula comigo depois do recreio. Fiquei receoso de ter havido alguma interferência dos outros alunos. Mas, como eu já tinha mencionado antes, fiz um combinado com eles sobre as atividades. Então tive que acreditar neles. E assim, chegando em sala eles estavam vindo da aula de educação física. E quando isso acontece é muito complicado dá aula para eles. Mesmo assim, comecei separando

a turma em grupos, alguns já estavam outros não e fui distribuindo a atividade. Lembrando que essa turma é a maior e que tem mais alunos de inclusão. Levei uns seis minutos para começar a atividade. Porém, quando começou os alunos já foram fazendo afirmações. Não demorou muito para a aluna “C” fazer a seguinte afirmação: “Os dois números de cima somados formam o número (ou os números) entre os uns”. Fiquei refletindo no que a aluna havia acabado de dizer e fui até a mesa dela para saber o que de fato ela e seu grupo tinham encontrado. E percebi que na verdade o que eles haviam encontrado era a relação de Stiffel.

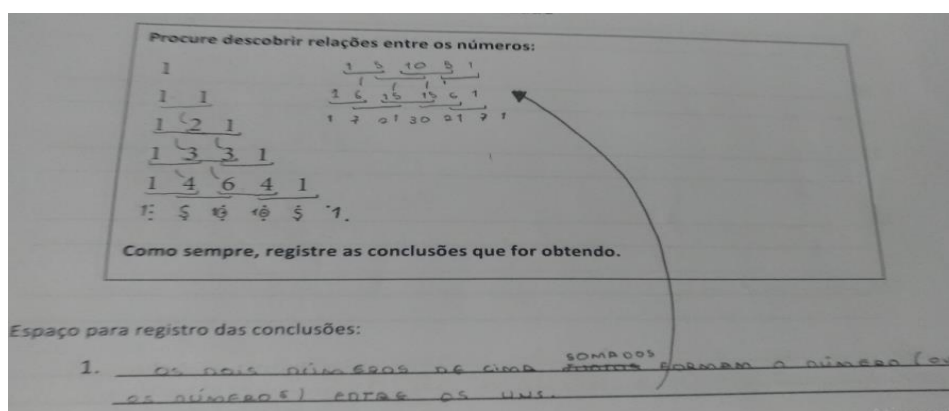


Figura 12

Com o passar do tempo mais resultados começaram a surgir. Foi quando o grupo das alunas “C”, “B” e “L” afirmaram que: “A soma dos números resultam em potências de 2”. O que “C” e seu grupo quis dizer é que a soma dos números das linhas resultam em potências de 2. Isso fica claro na figura abaixo.

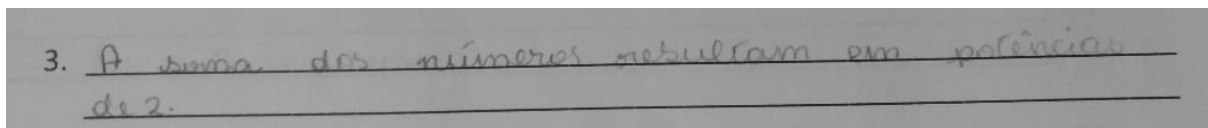


Figura 13

Nesse caso, o grupo encontrou o Teorema das Linhas. E quando eu estava passeando pela sala o mesmo grupo disse: “A soma de dois números de cima é resultante ao próximo número da sequência de baixo da fileira”. O que o grupo de “C” acabará de encontrar era a relação de Stiffel.

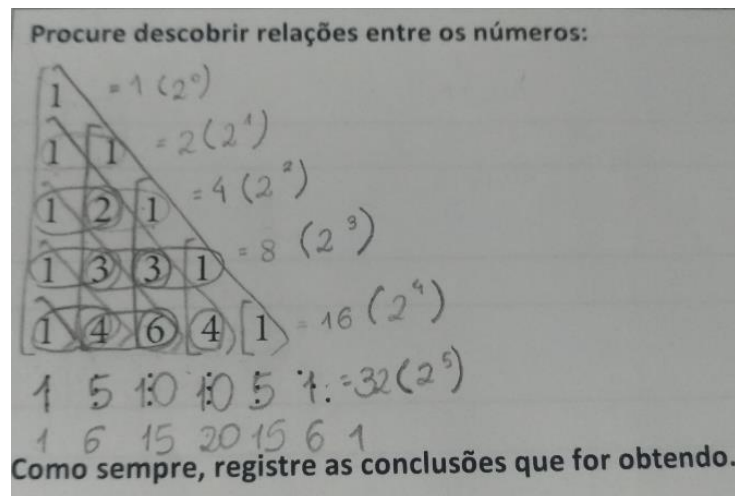


Figura 14

Como a atividade começou um pouco mais tarde nessa turma o tempo nos limitou na execução da atividade. Porém, em pouco tempo tivemos excelentes resultados. Fazendo uma última passada nas mesas percebi que muitos tinham encontrados as mesmas relações.

3.4.4 Turma 602 – CSB

Cabe uma ressalva aqui, pois essa turma não teve a atividade de apresentação sobre investigação matemática, fui direto para atividade proposta. Fiz essa escolha por se tratar de alunos muito tecnológico e com uma rapidez de raciocínio grande. Da mesma maneira que nas turmas mencionadas anteriormente, não fiz qualquer menção a nomes técnicos como por exemplo: Triângulo de Pascal. Chamei a atividade de desafio numérico. Diferentemente das outras turmas nessa os alunos não receberam a atividade impressa coloquei no quadro a mesma imagem que as outras turmas receberam em papel.

Os alunos se dividiram em grupos e pedi para que eles olhassem para o quadro para que em seguida tentasse encontrar o máximo possível de relações.

Alguns alunos acharam estranho, mas começaram o trabalho. E ao final da aula eles deveriam apresentar para toda a classe aquilo que eles haviam encontrado. Porém, antes disso alguns alunos me chamaram na mesa para perguntar o que significava os pontinhos. Prontamente respondi dizendo que aqueles números continuavam seguindo a mesma lógica.

E o primeiro grupo dos alunos (“L”, “GS”, “I”, “B” e “L”) a apresentar foi o do “B”. Eles encontram algumas relações, e uma delas foi: *“O nosso grupo reparou que os números das linhas estavam multiplicados por 11”*. E também disseram que *“a mesma regra vale para a divisão”*.

O segundo grupo formado pelos alunos (“V”, “JG”, “M”, “V” e “R”) esse grupo também encontrou a relação dos números das linhas com as potências de onze. Os alunos também encontraram a relação que nós da matemática chamamos de Relação de Stiffel, onde a soma de dois números da linha anterior é igual ao número imediatamente abaixo. Quando eles fizeram essa afirmação em seguida perguntei: Quais seriam os números da linha 5? E o aluno “V” disse: “1 5 10 10 5 1”. Em seguida, ele afirmou que isso continuaria para as demais linhas.

O terceiro grupo formado pelos alunos (“AV”, “A”, “LM” e “JP”) esse grupo fez uma afirmação falsa, pois afirmaram que os números estavam crescendo como múltiplos de 6. Essa afirmação foi logo derrubada pelos próprios colegas de classe. Em seguida, eles afirmaram: *“que a soma dos números das linhas resulta em uma potência de 2”*.

O quarto grupo formado pelos alunos (“M”, “LA”, “MN”, “H”) esse grupo também chegou ao resultado conhecido como Relação de Stiffel. E eles também repararam que os números das linhas são potências de onze.

O quinto grupo formado pelos alunos (“LF”, “G”, “B” e “G”) esse grupo reparou no espelhamento dos valores, ou seja, o que nós chamamos de números binomiais complementares. O aluno “B” reparou que a soma de dois números da linha anterior resulta no número da linha logo abaixo.

O Sexto grupo formado pelos alunos (“LE”, “M”, “GF”) esse grupo também chegou ao resultado de que os números das linhas são potências de onze.

Ao final de todas as apresentações fiz uma breve explicação sobre os números que estavam naquele desafio. Mostrei para eles que a soma dos elementos de qualquer coluna, do 1º elemento até um qualquer, é igual ao elemento situado na coluna à direita da considerada e na linha imediatamente abaixo.

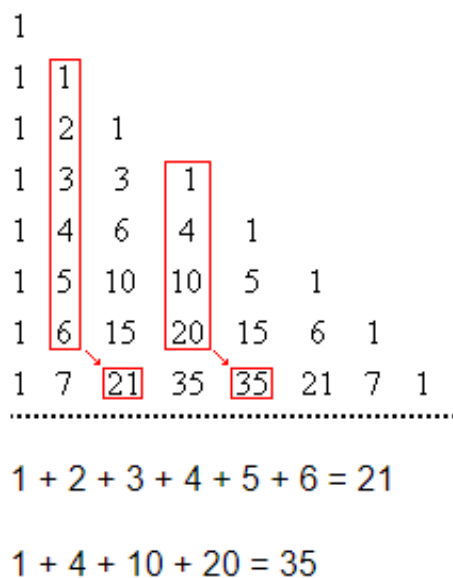


Figura 15

Fiz uma explicação também sobre a soma das linhas resultar em um número potência de 2, que nós chamamos de Teorema das Linhas.

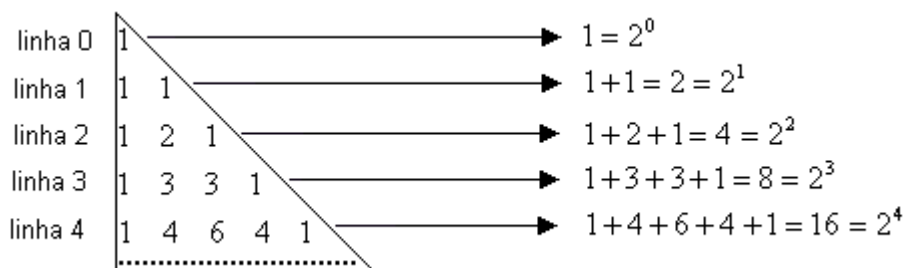


Figura 16

Cabe uma ressalva que não fiz numa demonstração para os meninos pois, na minha opinião não caberia nesse momento.

CAPÍTULO IV

4 – ANÁLISE DAS ATIVIDADES

4.1 Turma 801 - CSVP

Analisando as atividades realizada na turma 801 a primeira observação que devo fazer foi a dedicação dos alunos. Desde o início quando iniciei falando do que se tratava o trabalho todos prestaram uma atenção que eu fiquei muito surpreso inclusive os alunos que são considerados de inclusão que nessa turma possui 4 desses alunos. Percebi que o diferente deixou com uma expectativa. O que ajudou muito é o fato da turma ter 25 alunos, que para os padrões do hoje é um fator muito positivo. Não tive problema de indisciplina, pelo contrário eles querem fazer outros trabalhos como esse.

Na minha opinião a atividade escolhida para ser trabalhada funcionou perfeitamente nessa turma pois, como eles são curiosos isso contribuiu na investigação. A atividade fluiu muito bem tanto que o tempo planejado para a feitura da atividade foi suficiente.

Os alunos de inclusão foram totalmente integrados nos grupos de trabalho e participaram com muita desenvoltura nas atividades.

Um fato interessante que deve ser colocado é que os alunos como estavam motivados para fazer a atividade eles ficaram preocupados em mostrar todas as descobertas.

Essa motivação comprova uma das ideias principais da Escola Nova, diz respeito ao estímulo das observações e experiências da criança, levando-a a desenvolver o trabalho com interesse e prazerosamente, satisfazendo sua curiosidade intelectual. (Saviani, 2008)

Usando a escala multidimensional de avaliação de relatórios sugerida por Ponte et. al. (2016), para avaliar de maneira geral os trabalhos desenvolvidos pelos alunos, observa-se o seguinte:

Sendo assim, na escala unidimensional, também sugerida por Ponte et. al (2016, os trabalhos desenvolvidos pela turma 801, em geral, classificam-se como nível 1, muito deficientes.

4.2 Turma 802 - CSVP

Como as turmas são bem diferentes inclusive no seu tamanho, o início dos trabalhos na 802 demorou um pouco mais do que o planejado. Os trabalhos começaram em marcha lenta, mas quando começou saíram resultados bem interessantes. Como essa turma é a maior do oitavo ano, tive um pouco de dificuldade para separá-los em grupos, pois eles queriam ficar com os amigos. Então, deixei com eles a separação dos grupos. Os alunos de inclusão que nessa turma temos pelo menos 4 alunos, foram incluídos sem problemas nos grupos.

O grupo das alunas “C”, “C”, “B” e “L” foi o que teve mais destaque dentre todos outros, pois ficaram atentos a tudo que eu havia falado sobre investigação matemática. Elas encontram os resultados do Teorema das Linhas e da Relação de Stiffel.

Essa turma por mais que tenham começados um pouco mais devagar, conseguiram encontrar relações interessantes.

4.3 Turma 803 - CSVP

Na turma 803 achei a produção deles bem interessantes. Pois, se trata de uma turma bem complicada, de acordo com alguns professores. O meu desafio era manter a atenção deles. Como fazer isso? Propondo desafios para eles. Esse era o meu pensamento. Quando comecei a explicação sobre investigação matemática percebi que os alunos estavam atentos a tudo que era falado, inclusive uma aluna que é bem complicada. Porém, ela se saiu muito bem.

Quando os resultados começaram a surgir fui pego de surpresa, quando um aluno o “R” me faz uma colocação: “Marcelo, eu posso dizer que as linhas são potências de 11”? Como eu não esperava tal pergunta fiquei sem saber responder. Foi quando tentamos utilizando computador para mostrar se era verdade ou não. E disse para ele que não sabia responder naquele momento, mas parecia que era verdade. E quando me reuni com os meus orientadores eles me mostraram que de fato era verdade.

Somente uma atividade de investigação pode proporcionar uma situação desse tipo inusitada para mim pelo menos. A turma trabalhou muito bem e chegaram aos resultados esperados.

4.4 Turma 602 - CSB

Como foi bom ter feito esse trabalho com os meus alunos do 6º ano, e como nós professores estamos sempre nos surpreendendo. Quando tive a ideia de aplicar essa atividade no 6º ano eu sabia que poderia sair tudo errado, pois não teria tempo de fazer uma boa explicação sobre tema e também não conseguiria aplicar a atividade de apresentação como foi feito com as outras turmas. Foi quando eu tive uma ideia de propor como um desafio numérico. E como deu muito certo, os meninos se dividiram em grupos rapidamente e ao final do tempo estipulado eles apresentaram os seus resultados para os outros colegas de turma. Ficou parecido com um seminário. Fiquei muito emocionado como aqueles meninos de pouca idade conseguiram chegar a resultados que muitos alunos de ensino médio não conseguem chegar.

Eles chegaram ao Teorema das Linhas, encontraram que as linhas são potências de 11, enxergaram a relação de Stiffel. Como o tempo não era muito o pouco tempo que tive foi muito proveitoso e muito gratificante.

Ainda sobre a atividade, os alunos por mais que estudam em um colégio tradicional receberam muito bem essa proposta de atividade e na minha opinião conseguiram desenvolver muito bem aquilo que havia sido proposto.

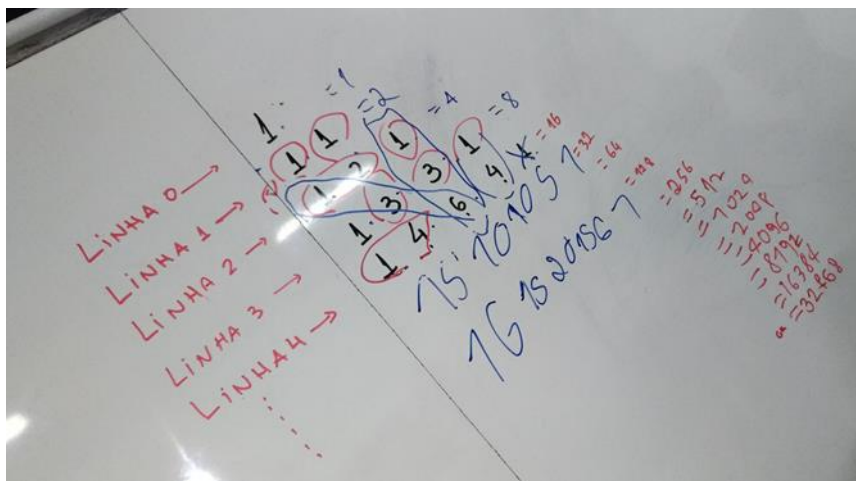


Figura 17

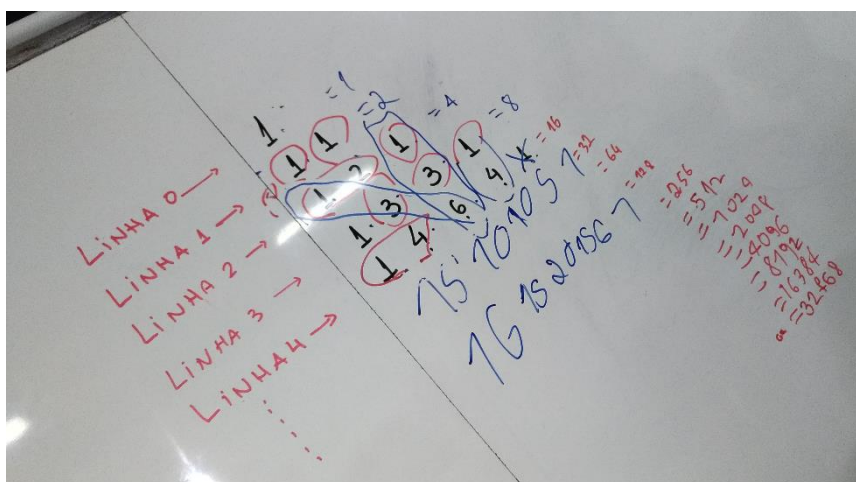
CAPÍTULO V

5 – CONCLUSÃO

Esta dissertação teve como objetivo principal analisar o método de investigação matemática na sala de aula e observar como essa metodologia pode aproximar o aluno da matemática assim como contribuir para sua aprendizagem. Desta forma, o presente trabalho ampliou os estudos acerca do tema investigação matemática, diminuindo as lacunas existentes sobre o assunto.

"A educação tem que surpreender, cativar, conquistar os estudantes a todo momento. A educação precisa encantar, entusiasmar, seduzir, apontar possibilidades e realizar novos conhecimentos e práticas. O conhecimento se constrói a partir de constantes desafios, de atividades significativas, que excitam a curiosidade, a imaginação e a criatividade" *José Manuel Moran (trecho do texto: A escola que desejamos)*

Em cada turma do 8º ano foi feito primeiramente uma atividade inicial para apresentar a ideia da proposta de trabalho. Houve uma explicação sobre o que vem a ser investigação matemática. Utilizei a atividade “Soma das medidas dos ângulos internos do polígono convexo” para apresentá-lo ao tema. Com a turma do 6º ano não fiz essa atividade, eu reproduzir no quadro a atividade do triângulo de Pascoal sem fazer menção ao nome é claro. Simplesmente disse que era um desafio do triângulo numérico e a partir disso os alunos se dividiram em grupos para desvendar as relações. Ao final, todos os grupos apresentaram suas descobertas para os colegas de turma. Essa parte do trabalho foi gravada em áudio apenas, pois eu não tinha autorização para imagens dos alunos.



Durante a realização da metodologia investigativa, os estudantes se mostraram sempre motivados, curiosos e interessados em explorar as possibilidades propostas. Em grupos ou de maneira individual, as crianças participaram significativamente das vivências e tiveram oportunidade de se expressarem e de construir conceitos e significados para os conteúdos.

“As experiências de aprendizagem devem despertar a curiosidade do aluno, permitindo que, ao pensar o concreto, conscientize-se da realidade, possa questioná-la e, assim, a construção de conhecimentos possa ser realmente transformadora.”
John Dewey (1959).

Nas atividades que foram aplicadas ficou claro que a investigação matemática em sala de aula, como metodologia de ensino, contribuiu muito para a aprendizagem, uma vez que aproxima o aluno da Matemática.

O epistemólogo Jean Piaget, ao abordar a questão do desenvolvimento, fala sobre a interação entre sujeito e objeto, ou seja, que a aprendizagem e o conhecimento derivam de situações em que o indivíduo se depara com situações que possam instigá-lo a pensar, a questionar, assim se desenvolve e aproveita experiências anteriores para construir novas aprendizagens.

É claro e evidente que atualmente nós professores temos que buscar mecanismos para que nossas aulas sejam mais interessantes. Dessa forma, as metodologias ativas, em particular as investigações matemáticas, são capazes de transformar uma aula tradicional expositiva numa aula mais interessante, que contribui não só com a capacidade de raciocinar e pensar logicamente, como também no desenvolvimento da comunicação escrita e oral dos resultados.

“Se queremos que os alunos sejam proativos, precisamos adotar metodologias em que os alunos se envolvam em atividades cada vez mais complexas, em que tenham que tomar decisões e avaliar os resultados, com apoio de matérias relevantes. Se queremos que sejam criativos, eles precisam experimentar inúmeras novas possibilidades de mostrar sua iniciativa. As metodologias ativas são caminhos para avançar mais no conhecimento profundo, nas competências socioemocionais e em novas práticas. http://www2.eca.usp.br/moran/wp-content/uploads/2013/12/metodologias_moran1.pdf

Outra conclusão que o trabalho nos traz é que por mais que o professor queira fazer uso de novas metodologias de ensino, sua atitude muitas vezes é impedida pelo próprio sistema de

ensino em que ele está inserido. O cumprimento obrigatório de conteúdo engessa o trabalho do professor contribuindo com a mera reprodução do sistema tradicional de ensino. Em 1981, Saviani havia percebido isso e quase quarenta anos depois, percebe-se que o quadro não mudou muito.

Uma outra conclusão que faço depois de ter aplicado as atividades nos colégios São Bento e São Vicente de Paulo é que, essas atividades podem e devem ser aplicadas nas escolas públicas, pois essas atividades me ajudaram muito na minha formação como professor.

“Os professores têm na cabeça o movimento e os princípios da escola nova. A realidade, porém, não oferece aos professores condições de instaurar a escola nova, porque a realidade em que atuam é tradicional.” (Saviani, 1981)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. Investigações matemáticas na sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica Editora – 2016.

MORAN, José Manoel, BACICH, Lilian, Metodologias Ativas para uma educação inovadora. Porto Alegre: Penso 2018.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Educação matemática: da teoria à prática*. Campinas, SP: Papyrus, 1996, p. 17-28. Coleção Perspectivas em Educação Matemática.

Maria Passos, Arilda & Amilton de Góes, Luiz. (2019). O ENSINO DA MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DAS METODOLOGIAS PROPOSTAS NAS DIRETRIZES CURRICULARES DO PARANÁ.

D'AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. P. 15-19.

KIPPER, Cristine Maria; RAMIRES, Janaína Iochims, ROOS, Liane Teresinha Wendling. Geometria e Natureza: Uma Associação Perfeita para Trabalhar Conceitos Geométricos. Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade de Santa Cruz do Sul - UNISC. Disponível em.

https://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Encontro_Gaucho_Ed_Matem/cientificos/C85.pdf Acesso em 09 de junho 2019.

Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias / Secretaria de Educação Básica.

– Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006.

135 p. (Orientações curriculares para o ensino médio; volume 2)

ISBN 85-98171-43-3

<http://michaelis.uol.com.br/busca?r=0&f=0&t=0&palavra=investigar> acesso em 08/07/2019

2019 Editora Melhoramentos Ltda. Todos os direitos reservados.

TITONE, R. Metodologia didáctica. Madrid: Rialp, 1966.

VEIGA, I.P.A. et al. Didática: O ensino e suas relações. Papyrus: Campinas. 13 ed. 1996.

Sílvia Maria Manfredi; METODOLOGIA DO ENSINO - diferentes concepções. 1993

SAVIANI, Demerval, História das ideias pedagógicas no Brasil, 2. ed. rev., e ampl. – Campinas, SP: Autores associados, 2008. – (Coleção memória da educação)

RIBEIRO, Maria Luisa Santos: História da Educação Brasileira- A Organização Escolar 17ª ed. Campinas, Editora Autores Associados, 2001.

MATTOS, Luiz Alves de. **Primórdios da Educação no Brasil: o período heroico (1549-1570)**. Rio de Janeiro: Editora Aurora, 1958.

PALMA FILHO, J. C. (organizador) Pedagogia Cidadã –Cadernos de Formação – História da Educação – 3. ed. São Paulo: UNESP- Pró-reitora de Graduação/ Santa Clara Editora, 2005.

Silva, Francisco de Assis, História do Brasil: Colônia, Império, República, São Paulo ed. Moderna, 1992.

(CEREJA et. al, 2000) (LIVRO DE LITERATURA)

VICENTINO, 1997 (LIVRO DE HISTÓRIA AZUL)

SOARES, Flávia dos Santos. O professor de matemática no Brasil (1759 – 1879): aspectos históricos, Tese de Doutorado em Educação – PUC, 2007.

(Regimento de D. João III, item n.º46) disponível em: <<https://www.historia-brasil.com/colonia/constituicao-1548.htm>> Acesso em: 23 de julho de 2019.

Saviani, Demerval, Por que estudar história da educação?

Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=qxXk9ZWvXTc> (14 de novembro de 2013). Acesso em: (08 de setembro de 2019).

Muniz, Leonardo de Oliveira, Revista do professor de matemática - RPM nº 99, ano 37, p.32-33.

<http://portal1.iff.edu.br/nossos-campi/bom-jesus-do-itabapoana/noticias/teorema-de-etiene-estudante-do-curso-tecnico-em-quimica-cria-teorema-matematico> - acesso em 18 de agosto de 2019

http://www2.eca.usp.br/moran/wp-content/uploads/2013/12/metodologias_moran1.pdf

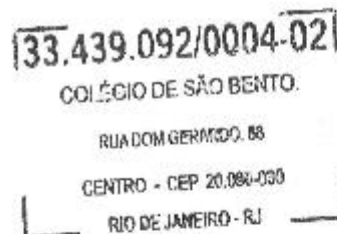
(Acesso: 15 de outubro de 2019).

Texto originariamente publicado em PALMA FILHO, J. C. Pedagogia Cidadã – Cadernos de Formação – História da Educação – 3. ed. São Paulo: PROGRAD/UNESP/ Santa Clara Editora. 2005, p. 49-60.

MANFREDI, S. M.; Metodologia do Ensino - Diferentes concepções. Campinas -1993

AQUINO, J. G. (Org.). Autoridade e Autoritarismo na Escola: alternativas teóricas e práticas. 3ª Ed. – São Paulo: Summus, 1999.

APÊNDICE A



DIRETORIA DE ENSINO
COLÉGIO DE SÃO BENTO

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA REALIZAÇÃO DE ATIVIDADE EMPÍRICA EM SALA DE AULA

A Direção Pedagógica deste colégio, depois de entender os riscos e benefícios que a pesquisa intitulada *Investigação matemática no ensino fundamental: relato de atividades com estudantes do sexto e oitavo anos* poderá trazer e, entender especialmente os métodos que serão usados para a coleta de dados, assim como, estar ciente da necessidade da gravação das vozes dos alunos, **AUTORIZA**, por meio deste termo, o pesquisador MARCELO BARBOSA FELIX (Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro) a realizar a gravação do áudio da aula sem custos financeiros a nenhuma parte.

Esta **AUTORIZAÇÃO** foi concedida mediante o compromisso do pesquisador acima em garantir à esta Direção os seguintes direitos:

1. a Direção poderá ler a transcrição da gravação;
2. os dados coletados serão usados exclusivamente para gerar informações para a dissertação de mestrado do pesquisador e outras publicações dela decorrentes, quais sejam: artigos, revistas científicas, congressos e jornais.
3. a identificação dos alunos não será revelada em nenhuma das vias de publicação das informações geradas;
4. qualquer outra forma de utilização dessas informações somente poderá ser feita mediante autorização desta Direção;

Rio de Janeiro, 04 de abril de 2019

Maria Elira Medeiros

Direção Acadêmica



COLÉGIO SÃO VICENTE DE PAULO

Província Brasileira da Congregação da Missão

Rua Osiana Vieira, 241 - Cx. Postal 22241-040 - Rio de Janeiro - RJ

Tele: (21) 3233-2760 - Fax: (21) 2781-7360/3263-8349

E-mail: colpsvp@colpsvp.org.br - Site: www.colpsvp.org.br

DIRETORIA DE ENSINO COLÉGIO SÃO VICENTE DE PAULO


TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA REALIZAÇÃO DE ATIVIDADE EMPÍRICA EM SALA DE AULA

A Direção Pedagógica deste colégio, depois de entender os riscos e benefícios que a pesquisa intitulada Investigação matemática no ensino fundamental: relato de atividades com estudantes do sexto e oitavo anos poderá trazer e, entender especialmente os métodos que serão usados para a coleta de dados, assim como, estar ciente da necessidade da gravação das vozes dos alunos, AUTORIZA, por meio deste termo, o pesquisador MARCELO BARBOSA FELIX (Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro) a realizar a gravação do áudio da aula sem custos financeiros a nenhuma parte.

Esta AUTORIZAÇÃO foi concedida mediante o compromisso do pesquisador acima em garantir à esta Direção os seguintes direitos:

1. a Direção poderá ler a transcrição da gravação;
2. os dados coletados serão usados exclusivamente para gerar informações para a dissertação de mestrado do pesquisador e outras publicações dela decorrentes, quais sejam: artigos, revistas científicas, congressos e jornais;
3. a identificação dos alunos não será revelada em nenhuma das vias de publicação das informações geradas;
4. qualquer outra forma de utilização dessas informações somente poderá ser feita mediante autorização desta Direção.

Rio de Janeiro, 04 de abril de 2019



Pe. Agnaldo Aparecido de Paula, CM

Diretor

Pe. Agnaldo Aparecido de Paula

Diretor

Proc.: E-03/015/416/2019