



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL

ANTONIO CARLOS FERREIRA

O USO DE MATERIAL MANIPULÁVEL NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL:
Um Olhar Investigativo Sobre a BNCC para o Ensino Médio

BELÉM - PA
2020

ANTONIO CARLOS FERREIRA

O USO DE MATERIAL MANIPULÁVEL NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL:

Um Olhar Investigativo Sobre a BNCC para o Ensino Médio

Dissertação apresentada ao Programa De Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Federal do Pará – UFPA, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Cristiane Ruiz Gomes

Coorientador: Prof. Dr. Paulo Vilhena da Silva

BELÉM - PA

2020

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a)
autor(a)**

F383u Ferreira, Antonio Carlos
Uso de Materiais Manipuláveis no Ensino de Geometria
Espacial : um olhar investigativo sobre a BNCC para o
Ensino Médio / Antonio Carlos Ferreira. — 2020.
103 f. : il. color.

Orientador(a): Prof^a. Dra. Cristiane Ruiz Gomes
Coorientador(a): Prof. Dr. Paulo Vilhena da Silva
Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em
Matemática em Rede Nacional, Instituto de Ciências Exatas
e Naturais, Universidade Federal do Pará, Belém, 2020.

1. Material Manipulável. 2. Geometria Espacial. I.
Título.

CDD 516.23

ANTONIO CARLOS FERREIRA

O USO DE MATERIAL MANIPULÁVEL NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL:

Um Olhar Investigativo Sobre a BNCC para o Ensino Médio

Dissertação apresentada ao Programa De Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Federal do Pará – UFPA, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

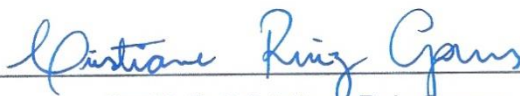
Orientadora: Profa. Dra. Cristiane Ruiz Gomes

Coorientador: Prof. Dr. Paulo Vilhena da Silva

Data de aprovação: 4/3/2020

Conceito: APROVADO

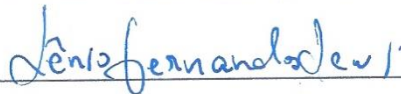
BANCA EXAMINADORA



Prof.^a. Dr.^a Cristiane Ruiz Gomes
Professora Orientadora (Presidente/PROFMAT)



Prof. Dr. Paulo Vilhena da Silva
Professor Coorientador (Membro Interno/PROFMAT)



Prof. Dr. Lênio Fernandes Levy
Membro Titular Interno (PROFMAT)



Prof. Dr. Pedro Franco de Sá
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
(Membro Externo – UEPA)

À minha mãe, Maria Ferreira.
À minha esposa, Katia Ferreira.
Aos meus filhos, Alan e Karen.

AGRADECIMENTOS

Os agradecimentos são direcionados para Deus, em primeiro lugar, por haver proporcionado a realização deste tão almejado sonho, concedendo-me saúde, tempo e inteligência para conclusão deste trabalho. Agradeço à minha mãe, que, por tanto tempo, acreditou em meus sonhos e investiu em meus estudos. À minha família, que suportou a dedicação ao longo deste período de estudos, sabendo renunciar muitas vezes à minha presença em momentos tão especiais de nossas vidas. Agradeço à minha irmã pela colaboração nas aulas de dobraduras e origami. Agradeço de forma especial à Universidade Federal do Pará por haver me proporcionado a conclusão do curso. Agradeço a Coordenação do PROFMAT-Belém/PA pelas colaborações ao longo do curso, assim como aos professores que, sempre dedicados, contribuíram para a conclusão deste projeto. Agradeço à minha orientadora, Professora Doutora Cristiane Ruiz Gomes e ao meu coorientador, Professor Doutor Paulo Vilhena, por me aceitarem como orientando e colaborarem com oportunas e indispensáveis correções no desenvolvimento das pesquisas necessárias à consecução desta dissertação. Agradeço aos colegas do Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT-Belém/PA) pelo companheirismo constante, necessário e exemplar com que nos relacionamos dentro e fora da sala de aula. Agradeço à Escola Luiz Nunes Direito por permitir a realização de atividades necessárias ao desenvolvimento do projeto com alunos do segundo ano do Ensino Médio. Agradeço à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo apoio financeiro prestado durante o período de curso e pesquisa.

“Se é ensinar, haja dedicação ao ensino”.
(Apóstolo Paulo, Carta aos Romanos 12.7.b).

RESUMO

O presente trabalho tem como justificativa o baixo desempenho de alunos do Ensino Médio em exames de larga escala, como Sistema Paraense de Avaliação Educacional, Sistema de Avaliação da Educação Básica e Exame Nacional do Ensino Médio, assim como em avaliações bimestrais comuns em escolas da Educação Básica, em especial quando aplicadas aos alunos do 2º ano do Nível Médio, abordando o tema Geometria Espacial. Em consulta ao acervo de dissertações do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, observa-se que, do total de dissertações registradas, somente cerca de 1,3% trata de temas associados ao processo de ensino e aprendizagem de Geometria Espacial, sendo que destes apenas 10% alcançam a utilização de material manipulável como elemento específico na construção de conhecimento. Neste cenário, observamos a necessidade de nos apropriarmos, mediante investigação, dos princípios norteadores descritos na proposta em discussão da Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Médio como instrumentos que permitirão construir um novo caminho para o domínio do saber neste campo da Matemática. Considerando que a prática docente de explorar conteúdos através de aulas meramente expositivas tem se mostrado insuficiente para atender as novas demandas da Educação, essa dissertação tem por fim avaliar a efetividade do uso de material manipulável no ensino de Geometria Espacial, com ênfase no desenvolvimento das habilidades definidas na BNCC Ensino Médio que se reportam a elementos desse campo de estudo da Matemática. Assim este trabalho pretende se estabelecer como fonte de pesquisas aos demais docentes que buscam aprimorar o processo de ensino e de aprendizagem neste tão importante segmento do conhecimento matemático, denominado Geometria Espacial.

Palavras-chave: Material Manipulável. Geometria Espacial.

ABSTRACT

This work is justified by the low performance of high school students in large-scale exams such as *Sistema Paraense de Avaliação Educacional*, *Sistema de Avaliação da Educação Básica* and *Exame Nacional do Ensino Médio* as well as in common bimonthly assessments in basic education schools, especially when applied to high school students on second year, addressing the topic of Spatial Geometry. The collection of dissertations of the *Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional*, it can be observed that, of the total number of dissertations registered, only about 1.3% deals with themes associated with the teaching-learning process of spatial geometry, of which only 10% reaches the use of manipulable material as a specific element in the construction of knowledge. In this scenario, we observe the need to appropriate, through research, the guiding principles described in the proposal under discussion of the *Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Médio* as instruments that will allow us to build a new path to knowledge in this field of mathematics. Considering that teaching practice of exposing contents through mere lectures has proved to be insufficient to meet the new demands of education, this dissertation aims evaluate the effectiveness of manipulable material in teaching of Spatial Geometry, with a focus on the development of skills defined in BNCC High School that refer to elements of this field of study of Mathematics. This, this work aims to establish itself as a source of research for the other teachers who seek to improve the teaching and learning process in this so important segment of mathematical knowledge called Spatial Geometry.

Keywords: Manipulable Material. Spatial Geometry.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Quadro 1 – BNCC Ensino Médio – Competências e Habilidades de Matemática com foco em Geometria.....	21
Quadro 2 – A Organização do Ensino nas Disposições Normativas das Diversas Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.....	32
Figura 1 – Interligação entre Áreas de Conhecimento.....	39
Figura 2 – Tangram.....	71
Figura 3 – Geoplano.....	71
Figura 4 – Construção de Poliedros.....	73
Figura 5 – Trabalhando com Origami.....	75
Figura 6 – Trabalhos com Origami.....	75
Figura 7 – Construindo sólidos geométricos com Origami.....	76
Figura 8 – Planificações para construção de sólidos geométricos.....	77
Figura 9 – Atividade com Tangram.....	79
Figura 10 – Construção de Poliedros.....	79
Figura 11 – Instrumentos do LAPEPE I.....	79
Figura 12 – Sólidos Geométricos LAPEPE I.....	80
Figura 13 – Construção de sólidos geométricos.....	80
Figura 14 – Demonstração com laser de sólidos de rotação.....	80
Figura 15 – Jogo de cartas.....	82
Figura 16 – Jogo de cartas.....	82
Figura 17 – Medição de sólidos geométricos.....	88
Figura 18 – Atividades de cálculo de volumes.....	88
Figura 19 – Métrica em sólidos geométricos.....	88
Figura 20 – Planificando sólido.....	88
Figura 21 – Trabalhando com prismas.....	89
Figura 22 – Conjunto de sólidos de acrílico manipulados na aula 9.....	89
Figura 23 – Problema resolvido.....	90
Figura 24 – Problema resolvido.....	91
Figura 25 – Problema resolvido.....	92
Figura 26 – Problema resolvido.....	93
Figura 27 – Problema resolvido.....	94

LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
EEEFM	Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
LAPEPE I	Laboratório Pedagógico de Ensino, Pesquisa e Extensão
LDB	Lei de Diretrizes e Bases
MEC	Ministério da Educação
PROFMAT	Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCN+	Parâmetros Curriculares Nacionais – Orientações Complementares
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
Saeb	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SEDUC	Secretaria de Estado de Educação
SisPAE	Sistema Paraense de Avaliação Educacional
TIC	Tecnologias da Informação e Comunicação
TIM	Teoria de Inteligências Múltiplas

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	11
2	DIFICULDADES NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL.....	15
2.1	Orientações para o Ensino de Matemática.....	15
2.2	O Ensino de Geometria e o Currículo.....	18
2.3	Alternativas para o Ensino de Geometria.....	22
2.4	O Professor e o Ensino de Geometria.....	24
3	A BNCC PARA O ENSINO MÉDIO.....	29
3.1	Breve Histórico da Legislação Brasileira para a Educação.....	29
3.2	A Lei de Diretrizes e Bases de 1996.....	32
3.3	Parâmetros Curriculares Nacionais.....	34
3.4	Base Nacional Comum Curricular.....	42
4	METODOLOGIAS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL....	47
4.1	Tendências Metodológicas Para o Ensino de Geometria Espacial	49
5	SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL.....	64
5.1	Público Alvo.....	65
5.2	Aulas Propostas.....	65
5.3	Análise dos Resultados das Atividades.....	84
6	CONCLUSÃO.....	95
	REFERÊNCIAS.....	97
	APÊNDICE A.....	102

1 INTRODUÇÃO

No exercício profissional como professor da Educação Básica, há 17 anos, tenho observado as dificuldades inerentes ao ensino de Matemática, no que se refere aos tópicos de Geometria Espacial, tais como diferenciação entre arestas, vértices e faces, validação da relação de Euler, cálculo de volumes e, de forma recorrente, a aplicação correta desses conceitos na solução de situações-problemas.

Não obstante os esforços desenvolvidos pelos sistemas educacionais, nas esferas federal, estadual ou municipal, observamos nos índices de avaliações relacionados aos diversos indicadores de Educação, pequenos avanços nos níveis de proficiência relacionados à Geometria.

Apesar da evolução dos indicadores da Educação brasileira, com o Ideb (Índice de Desenvolvimento da Educação brasileira)¹ variando de 3,4 em 2005 para 3,8 em 2017, ainda se conserva o mito de que Matemática é matéria de difícil compreensão e que apenas alguns iluminados são capazes de compreender seus princípios.

Neste entendimento, o ensino de Geometria parece ter destaque, pois diferentemente de Aritmética e Álgebra, não se limita à realização de contas e à resolução de equações, mas se utiliza desses conhecimentos associando-os com representação de figuras planas ou espaciais, fato que exige outras habilidades do aluno, tais como percepção visual e capacidade de relacionar o abstrato com o concreto de modo a não descaracterizar o objeto em estudo.

Deste modo, o presente trabalho discute o processo de ensino e aprendizagem de Geometria Espacial alinhado às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Médio e tem como justificativa o baixo desempenho, em Matemática, de alunos observados em exames de larga escala, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e o Sistema Paraense de Avaliação Educacional (SisPAE), assim como nas provas realizadas em turmas de Nível Médio, em especial quando aplicadas aos alunos do 2º ano do Nível Médio envolvendo tópicos relacionados à Geometria.

¹ Dados disponíveis em <http://ideb.inep.gov.br/resultado>. Acesso em 19/2/2020.

Em consulta aos dados disponíveis no portal SisPAE², observamos que alunos do 2º ano, Nível Médio, na avaliação realizada pelo Sispae, no biênio 2016-2018, em que se percebe, aumento na porcentagem de alunos classificados como abaixo do nível básico de 64,3% em 2016 para 67,8% em 2018, enquanto em relação àqueles classificados no nível básico, houve uma redução em sua representatividade, passando de 33,9% para 30%.

O baixo desempenho dos alunos aponta de forma clara e incisiva para a existência de deficiências no ensino dessa disciplina de fundamental importância na formação do indivíduo como cidadão que busca uma inserção social conforme indicado pela Lei de Diretrizes e Bases (LDB), isto é, preparo para o trabalho e para a vida, pois, neste sentido, declara o referido documento:

Art. 2º. A educação, dever da família e do Estado, inspirada nos princípios de liberdade e nos ideais de solidariedade humana, tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho (CARNEIRO, 1998, p. 30).

Por outro lado, em consulta ao acervo de dissertações do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), observa-se que, do total de dissertações registradas, somente cerca de 1,3% trata de temas associados ao processo de ensino e aprendizagem de Geometria Espacial, sendo que destes apenas 10% alcançam a utilização de material manipulável como elemento específico na construção de conhecimento. Fato esse que expõe a carência de exploração do assunto de modo mais frequente nesse importante espaço de formação de professores para a Educação Básica.

Com a aprovação da BNCC para o Ensino Médio, em dezembro de 2018, faz-se premente a necessidade de nos apropriarmos dos princípios norteadores descritos naquele importante documento para a Educação nacional, que permitirão construir um novo caminho para o domínio do saber matemático, alcançando sua história, seu conteúdo e aplicações.

Considerando que a prática docente de apresentar conteúdos relacionados à Geometria através de aulas meramente expositivas pouco tem contribuído para a construção do saber no ambiente escolar, este trabalho se propõe a discutir diversas

² Dados disponíveis em <http://sispae.vunesp.com.br>. Acesso em 12/2/2020.

formas de abordar os principais conceitos e aplicações associados ao estudo da Geometria Espacial.

Assim, o presente trabalho tem como perspectiva se colocar como fonte de pesquisas aos docentes que buscam aprimorar de modo diferenciado a construção do conhecimento neste campo de estudo da Matemática, harmonizando suas práticas com as propostas delineadas na BNCC para o Ensino Médio.

Certamente, esta pesquisa não tem a pretensão de esgotar o assunto em todas as suas possibilidades, deixando aos interessados no constante aperfeiçoamento dos métodos de ensino de Geometria Espacial os passos iniciais para novas pesquisas com vistas a tornar o processo de ensino e aprendizagem nessa área algo tão cativante que os alunos se deixem encantar pelo prazer de aprender.

Este trabalho compreende a análise dos resultados decorrentes de práticas diferenciadas na construção do conhecimento matemático, mediante o desenvolvimento de competências e habilidades discriminadas na BNCC para o Ensino Médio diretamente relacionadas com o ensino de Geometria Espacial a partir do uso de material manipulável.

Definimos como objetivo dessa dissertação, avaliar a efetividade do uso de material manipulável no desenvolvimento de competências e habilidades propostas na BNCC para o Ensino Médio relacionadas aos elementos de Geometria Espacial.

Para alcançar estes objetivos foi aplicada uma metodologia de natureza qualitativa interpretativa, por se caracterizar pelo envolvimento imediato do pesquisador com a situação encontrada para a obtenção de dados, destacando mais o processo do que o produto, evidenciando a visão dos participantes.

No presente trabalho, observamos a relação entre os resultados do uso de materiais manipuláveis no ensino da Geometria Espacial e os níveis de domínio das habilidades definidas na BNCC selecionadas para estudo.

Nessa linha de pesquisa, analisamos os principais tópicos citados na proposta da BNCC para o Ensino Médio como forma de construir um método de ensino que busque otimizar o aproveitamento dos alunos no domínio de competências e habilidades próprias daquela área de ensino na Matemática.

O trabalho será desenvolvido com a participação dos alunos de uma turma do Ensino Médio Regular de uma escola da rede pública estadual localizada em Ananindeua, município do estado do Pará.

Nesse sentido, aplicamos uma sequência didática que contempla uma avaliação de diagnose, conforme descrito no Apêndice A, previamente ao início dos trabalhos com a turma com o objetivo de identificarmos o nível de conhecimento dos alunos na área de Geometria Plana e Geometria Espacial.

Nas etapas seguintes, utilizamos material manipulável, como por exemplo: Tangram, Geoplano, Material Dourado, Jogos de Cartas, Dobraduras/Origami, Sólidos em Acrílico, Canudinhos, Embalagens. Estes momentos serviram para explorar a visualização de elementos fundamentais no estudo da Geometria Espacial, tais como: vértice, aresta, face.

A partir do domínio desses elementos, iniciamos procedimentos relacionados à métrica. Para tanto, utilizamos instrumentos diversos, tais como: régua, compasso, esquadro, fita métrica, trenas, paquímetro, revisando as principais unidades de medidas e a relação entre múltiplos e submúltiplos de grandezas como comprimento, área e volume.

Na sequência, os alunos foram iniciados na resolução de problemas utilizando os conceitos sob discussão, as medidas obtidas e as fórmulas específicas para cada situação estudada.

Concluimos o trabalho, após avaliar as respostas do grupo ao questionário final abordando temas particularmente associados ao estudo de Geometria Espacial. Desse modo, foi feita uma avaliação comparativa das habilidades, observadas as diretrizes da BNCC para o Ensino Médio, desenvolvidas pelos estudantes no período em que as atividades foram realizadas.

Para esse fim, o trabalho foi estruturado da seguinte forma: no capítulo 1, destacamos as principais dificuldades enfrentadas no processo de ensino e aprendizagem de Geometria Espacial; no capítulo 2, foram analisadas as competências e habilidades da BNCC para o Ensino Médio que se instrumentalizam de elementos da Geometria Espacial, identificando os conhecimentos que devem ser construídos com alunos de modo a atender as propostas regulamentares expressas naquele documento; no capítulo 3, discutimos metodologias diferenciadas utilizadas no ensino de Geometria e seus resultados à luz da BNCC para o Ensino Médio; no capítulo 4, apresentamos uma sequência didática, compreendendo o uso de material manipulável, a fim de alcançar os objetivos discriminados na BNCC para o Ensino Médio relacionados à Geometria Espacial; por fim, concluímos com a avaliação dos resultados obtidos.

2 DIFICULDADES NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL

Neste capítulo, trataremos dos aspectos que se apresentam como obstáculos e limitadores do ensino de Geometria, ressaltando a importância do professor como principal agente na coordenação do processo de ensino e aprendizagem.

2.1 Orientações para o Ensino de Matemática

A tarefa de ensinar Matemática tem se qualificado ao longo dos anos como uma atividade essencialmente desafiadora, considerando os baixos resultados obtidos nas avaliações de larga escala, quer seja no âmbito regional (Sispae), nacional (Saeb) ou Internacional (PISA). Conforme (SCHÖN, 1995 apud MURARI, 2011):

O fracasso escolar na disciplina Matemática, revelado por indicadores externos (Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), [...] e Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM)) e pelos internos, produzidos nas escolas, ocasiona uma enorme pressão para que sejam implementadas inovações educacionais, importantes para o desenvolvimento profissional do professor e para diminuição do insucesso dos alunos. Nesse sentido, é preciso conceber o professor como um pesquisador no ambiente escolar, aquele que reflete continuamente sobre sua própria prática e que se transforma a partir daí. (SCHÖN, 1995 apud MURARI, 2011, p. 27).

Por sua importância na resolução de inúmeros problemas da vida cotidiana, o ensino dessa disciplina tem provocado a criação de diversos grupos de estudo com o objetivo de buscar solução para minimizar as deficiências observadas na prática docente nessa área do conhecimento humano.

Nesse sentido, em 1997, o Ministério da Educação publicou os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) específicos por área de conhecimento. Contemplada nesse documento, a Matemática, por se destacar como parte importante na construção da cidadania, deve estar ao alcance de todos e relacionada com diversos outros temas, pois não se concebe o conhecimento matemático isolado das demais áreas. Fortaleceu-se, assim, a interação da Matemática com os chamados Temas Transversais, tais como: Ética, Orientação Sexual, Meio Ambiente, Saúde e Pluralidade Cultural, dentre outros. Em síntese, a Matemática deve estar conectada com a realidade, como forma de ter significado que facilite sua compreensão.

Com essa finalidade, os PCN já arrazoavam que o ensino da Matemática deve lançar mão de diversos recursos, tais como livros, jogos, vídeos, calculadoras, computadores e outros materiais como instrumentos importantes no processo de ensino e aprendizagem.

Já nesse documento, caracteriza-se a necessidade, no 1º ciclo, de conduzir o aluno a identificar e estabelecer pontos de referência, estimando distâncias ao construir representações de formas espaciais assim como identificar características de figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais, identificando seus principais elementos.

No 2º ciclo, deve ser reforçado não somente o estudo das formas, mas também noções de posição e localização.

No 3º ciclo, o aluno deve ser capaz de estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, aprimorar a observação de figuras sob diferentes pontos de vista, resolvendo problemas que envolvam grandezas diversas, selecionando unidades de medidas e instrumentos adequados à precisão requerida.

Encerrando essa fase da Educação Básica, ao concluir o 4º ciclo, era esperado que o aluno desenvolvesse a habilidade de como obter fórmula para o cálculo da área de superfícies planas e volume de prismas retos.

Os PCN do Ensino Médio, ao integrarem a Matemática à área das Ciências da Natureza e Tecnologia do Ensino Médio, descrevem as diretrizes para esse período da Educação Básica, apontando como competências próprias dessa etapa: Representação e Comunicação; Investigação e Compreensão; Contextualização Sociocultural. Sendo esses os três eixos que devem orientar o trabalho integrado de professores na formação do aluno. Em harmonia com esse princípio, são reforçados os critérios da contextualização e da interdisciplinaridade.

Nesse contexto, são valorizadas habilidades de visualização, de modo que o aluno possa reconhecer as formas existentes no seu espaço, identificando suas propriedades geométricas, relacionando seus elementos na representação do ambiente que o cerca.

As circunstâncias apontam para um novo modelo de avaliação, uma vez que, de acordo com o documento em pauta:

É pobre a avaliação que se constitua em cobrança da repetição do que foi ensinado, pois deveria representar situações em que os alunos utilizem e

vejam que realmente podem utilizar os conhecimentos, valores e habilidades que desenvolveram. (BRASIL, 2000, p. 51).

Portanto, a aplicação de provas isoladas agrega pouco, ou nenhum sentido, à avaliação do desenvolvimento do potencial cognitivo do aluno. Como orientação para essa mudança, é sugerida a prática de registros contínuos que sirvam de orientação à prática docente, de modo que, à medida que os diversos conteúdos são desenvolvidos, as atividades dos alunos devem ser acompanhadas e valorizadas.

Em relação ao desenvolvimento dessa prática docente, ainda nos são referenciadas restrições ao modelo de aulas expositivas como algo antiquado e inadequado às realidades vivenciadas pelos alunos no seu cotidiano, composto de imagens, movimentos e símbolos que remetem ao dinamismo da vida, declarando os PCNEM: Quanto às aulas expositivas, é comum que sejam o único meio utilizado, ao mesmo tempo em que deixam a ideia de que correspondem a uma técnica pedagógica sempre cansativa e desinteressante. Não precisa ser assim. (BRASIL, 2006, p. 53).

Aulas assim não devem ser excluídas do processo de ensino e aprendizagem, mas podem se constituir em oportunidades para fornecer informações para debates, jogos, dinâmicas, análise de dados e demais atividades em classe com vistas ao domínio de competências e habilidades específicas, promovendo assim alegria no aprendizado.

As Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais de 2006, PCN+Ensino Médio, apresentaram uma nova abordagem do Ensino Médio, passando a identificar essa etapa da Educação Básica não como exclusivamente preparatória para o ensino superior, mas sim constituindo-se em instrumento que deve preparar para a vida, qualificar para a cidadania e capacitar para o aprendizado permanente.

A Matemática do Ensino Médio deve se constituir em elemento essencial na formação dos jovens, contribuindo para uma visão de mundo, leitura de realidades e construção de novas propostas de transformação da sociedade.

Atualmente, percebe-se uma discussão acalorada entre correntes de professores que defendem o domínio de competências e habilidades em detrimento do conhecimento baseado em conteúdo. Acredito que essas não são ideias conflitantes, mas sim complementares, constituindo-se em dimensões de

aprendizagem que devem harmonizar-se conjuntamente, pois, de acordo com o PCNEM+Ensino Médio:

A maneira como se organizam as atividades e a sala de aula, a escolha de materiais didáticos apropriados e a metodologia de ensino é que poderão permitir o trabalho simultâneo dos conteúdos e competências. Se o professor insistir em cumprir programas extensos, com conteúdos sem significados e fragmentados, transmitindo-os de uma única maneira a alunos que apenas ouvem e repetem, sem dúvida as competências estarão fora de alcance (BRASIL, 2006, p. 113).

Pelo acima exposto, o conjunto de ações propostas na elaboração do planejamento se constitui de grande importância para o alcance dos objetivos a que se propõe o profissional da educação em suas atividades com os alunos.

2.2 O Ensino de Geometria e o Currículo

Especificamente no estudo de Geometria, destaca-se a habilidade de fazer uso de diferentes formas e instrumentos apropriados para efetuar medidas ou cálculos, bem como usar adequadamente réguas, esquadros, transferidores, compassos, calculadoras e outros instrumentos ou aparelhos.

Nesse sentido, os temas em discussão devem ter relevância nos contextos científico, cultural e prático, guardando alguma relação com o cotidiano do aluno. Portanto, o tratamento tradicional baseado na dedução de fórmulas e cálculos do volume de alguns sólidos desenhados no quadro branco não satisfazem as exigências imanentes ao domínio das competências e habilidades determinantes para a formação do aluno do Nível Médio.

No Ensino Médio, a Geometria alcança quatro unidades temáticas, quais sejam: Geometria Plana, Espacial, Métrica e Analítica. Sendo que a Geometria Espacial deve contemplar o estudo de posições relativas de objetos geométricos assim como relações entre figuras espaciais e planas.

Enquanto no Ensino Fundamental, a ênfase deve ser nas propriedades relativas a lados, ângulos e diagonais de polígonos, no Ensino Médio deve haver um aprofundamento desse estudo, analisando-se axiomas, postulados e teoremas, reconhecendo-se, assim, o valor das demonstrações.

Na métrica, o estudo pode ser modelado de modo a conduzir o aluno ao aprendizado de como efetuar medições com precisão, aplicando-as no cálculo de perímetros, área e volume.

Assim, os conteúdos e habilidades a serem desenvolvidos no campo da Geometria Espacial, de acordo com PCNEM+, compreendem:

- a) Usar formas geométricas espaciais para representar ou visualizar partes do mundo real, como peças mecânicas, embalagens, etc;
- b) Interpretar e associar objetos sólidos e suas diferentes representações bidimensionais, como projeções, planificações, cortes, desenhos;
- c) Utilizar o conhecimento geométrico para leitura, compreensão e ação sobre a realidade;
- d) Compreender o significado de postulados ou axiomas e teoremas e reconhecer o valor de demonstrações para perceber a Matemática como ciência com forma específica para validar resultados.

Relativamente à métrica, buscamos desenvolver no aluno habilidades que propiciem:

- a) Identificar e fazer uso de diferentes formas para realizar medidas e cálculos;
- b) Utilizar propriedades geométricas para medir, quantificar e fazer estimativas de comprimentos, áreas e volumes em situações reais;
- c) Efetuar medições, estimando margens de erro.

A BNCC de Matemática do Ensino Fundamental, na área de Geometria, busca desenvolver habilidades tais como: interpretar e representar a localização e o deslocamento de figuras no plano e calcular a área e o volume de alguns sólidos geométricos, além de aplicar o conhecimento de conceitos relacionados à congruência e à semelhança na formulação e resolução de problemas.

Na sequência a esse objetivo, a BNCC de Matemática no Ensino Médio tem como meta a integração da Matemática aplica à realidade em diferentes contextos. Nesse aspecto, a realidade do aluno tem forte influência na escolha dos objetos de estudo, permitindo, inclusive, o uso de tecnologias digitais e aplicativos para auxiliar no desenvolvimento do pensar matemático.

Para o alcance dessas metas, devem ser desenvolvidas habilidades relativas ao processo investigativo, a construção de modelos e à resolução de problemas,

além de construção de raciocínio lógico fundamentado em argumentos capazes de justificar os resultados obtidos na resolução de situação problema.

Relacionadas à Geometria Espacial, objeto principal desta dissertação, selecionamos as competências e habilidades da BNCC para o Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, para serem trabalhadas mediante uso de material manipulável descritas no Quadro 1, na página seguinte:

Quadro 1 – BNCC Ensino Médio – Competências e Habilidades de Matemática com foco em Geometria

COMPETÊNCIAS	HABILIDADES	CONTEÚDOS AFINS
<p>Competência 2 - Articular conhecimentos matemáticos ao propor e/ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas de urgência social, como os voltados para situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, recorrendo a conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.</p>	<p>(EM13MAT201) Propor ações comunitárias, como as voltadas para os locais de moradia dos estudantes, dentre outras, envolvendo cálculos das medidas de área, de volume, de capacidade ou de massa, adequados às demandas da região.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Poliedros: Prismas e Pirâmides; - Corpos redondos: Cilindro, Cone e esfera - Área de figuras planas; - Volumes de sólidos geométricos.
<p>Competência 3 - Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos - Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.</p>	<p>(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos (cilindro e cone) em situações reais, como o cálculo do gasto de material para forrações ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Poliedros: Prismas e Pirâmides - Corpos redondos: Cilindro, Cone e esfera - Área de figuras planas. - Volumes de sólidos geométricos.
<p>Competência 5 - Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades Matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.</p>	<p>(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Poliedros: Prismas e Pirâmides - Corpos redondos: Cilindro, Cone e esfera - Área de figuras planas. - Volumes de sólidos geométricos. - Princípio de Cavalieri.

Fonte: BRASIL, 2018, p. 526,529,533.

2.3 Alternativas para o Ensino de Geometria

Por se tratar de elemento-chave neste projeto, passaremos a analisar uso de material manipulável no ensino de Matemática, mais especificamente na área de Geometria Espacial.

Conforme estudos realizados por Monteiro (2016, p. 32), se, no decorrer de uma aula de Geometria Espacial, o aluno tem em mãos o objeto representado por uma figura de modo que possa explorá-lo matematicamente, é certo que seu aprendizado será mais eficaz.

No entanto, segundo Murari (2011, p. 193), a seleção de material manipulável deve ser precedida de criteriosa avaliação quanto à utilidade deste para os fins a que se propõe. Desse modo, torna-se inconveniente e sem sentido a utilização de material sólido não passível de cortes, quando se deseja trabalhar o conceito de planificação.

Nesse sentido, é recomendável separar previamente os materiais a serem utilizados em sala de aula com os alunos de acordo com o fim que as respectivas atividades se propõem a alcançar.

Assim, na escolha de materiais manipulativos devem ser observados os seguintes critérios, conforme Passos (2006 apud MURARI, 2011, p. 193-195):

- a) Os materiais devem proporcionar uma verdadeira personificação do conceito matemático ou das ideias a serem exploradas;
- b) Os materiais devem representar claramente o conceito matemático;
- c) Os materiais devem ser motivadores;
- d) Os materiais, se possível, devem ser apropriados para serem usados quer em diferentes anos de escolaridade, quer em diferentes níveis de conceitos;
- e) Os materiais devem formar uma base para a abstração;
- f) Os materiais devem proporcionar manipulação individual.

É natural que alunos do 2º ano do Nível Médio apresentem dificuldades na visualização e na representação de sólidos geométricos, e percebemos isso com facilidade em nossas atividades diárias como professores. As respostas observadas em exames em larga escala (ENEM, Saeb, etc.) apenas confirmam esse fato.

Considerando que o manuseio de sólidos geométricos pode contribuir para uma melhor visualização de seus principais elementos, é de se esperar que essa prática venha a proporcionar bons resultados na resolução de situações-problema que exijam tais habilidades por parte dos alunos.

Notadamente quanto aos temas relacionados com planificação, em que a visualização dos objetos é considerada de suma importância para relacionar de forma correta superfícies no espaço com suas respectivas representações no plano, a utilização de embalagens, de acordo com Moraes (2014, p.19), constitui-se em processo relevante.

Tendo em vista os aspectos abordados, e considerando as barreiras vivenciadas na prática da docência diretamente relacionadas ao ensino da Geometria Espacial, ratificamos a questão em que se fundamenta este trabalho como sendo: De que modo o uso de material manipulável pode contribuir para o domínio por parte dos alunos das competências e habilidades definidas na Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio? Ao tentar responder essa pergunta, portanto, encontramos motivação para realizar esse trabalho.

A escola, como centro de saberes, tem contribuído de modo especial e singular para o desenvolvimento e para a aplicação dos princípios geométricos. Observa-se, desde os anos iniciais do 1º ciclo do Ensino Fundamental, a inserção de competências e habilidades, expressas na BNCC, inerentes à formação do aluno.

Não obstante essa exigência normativa, a experiência em sala de aula tem demonstrado que a *praxis* docente vem colocando esse importante tema como assunto de segunda importância.

Desse modo, e partindo do princípio de que a aprendizagem em Matemática ocorre em uma sequência de níveis de domínios de competências e habilidades intercomunicáveis entre si, fazendo com que a supressão de partes precedentes comprometam substancialmente o aprendizado dos conteúdos subsequentes, a supressão de saberes nos anos iniciais prejudica sobretudo o aprendizado nos anos finais do Ensino Fundamental e, conseqüentemente, o aprofundamento exigido na forma da BNCC para o Nível Médio.

No entanto, com a Lei 5.692/71, foi concedida liberdade às escolas para montarem seus próprios programas nas diversas disciplinas. Tal prática permitiu que grupos de professores, ao não dominarem determinado assunto, como por exemplo

Geometria Plana, privassem os alunos de terem contato com o mesmo, sob o argumento de “falta de tempo” para cumprir todo o programa do ano letivo.

Outro fator que contribuiu para o abandono do estudo da Geometria nos anos iniciais foi, ao longo do tempo, o procedimento editorial de incluir os capítulos de Geometria no final do livro-texto. Esse aspecto, associado à decisão dos professores em obedecer à sequência didática do livro adotado pela escola, via de regra, eliminava o assunto Geometria de suas aulas.

Há de se considerar, neste cenário, a criticidade da formação de professores dos anos iniciais concernente à Geometria. Quando confrontados com o tema em pauta, não é raro que demonstrem pouco domínio do assunto. Ora, nenhum docente sente-se à vontade para motivar seus alunos a enfrentar desafios em áreas que venham a expor suas fragilidades. Logo, na seleção de temas a serem objeto de ensino, a Geometria, quase sempre, não está entre os priorizados.

2.4 O Professor e o Ensino de Geometria

Conforme citado por (ALVES, 2016, p. 14), em uma pesquisa realizada por Lorenzato, em 1993, com 225 professores do Ensino Fundamental, em que foram submetidos a um questionário com 8 questões, propostas por alunos relacionadas com Geometria Plana, envolvendo conceitos de ângulos, perímetro, círculo, área e volume, o resultado foi assustador, pois ocorreram 2040 erros, além do mais, apenas 8% deles admitiram que tentavam ensinar a Geometria a seus alunos. Resultados como esse são preocupantes, uma vez que a Geometria é muito importante para a formação de um cidadão.

De acordo com Gutierrez (1996 apud MOARES, 2014), a visualização espacial, em particular, é simultaneamente facilitadora de uma aprendizagem da Geometria e desenvolvida pelas experiências geométricas na sala de aula.

Nesse sentido, Gutierrez (1996) destaca as seguintes capacidades que contribuem para um aprimoramento da visualização espacial:

- a) Coordenação visual-motora;
- b) Memória visual;
- c) Percepção figura-fundo;
- d) Constância perceptual;

- e) Percepção da posição no espaço;
- f) Percepção de relações espaciais;
- g) Discriminação visual.

O não desenvolvimento adequado das atividades acima comprometem de modo drástico o domínio de conceitos e propriedades associadas a elementos próprios de Geometria.

Nesse sentido, há de se considerar que um dos fatores que contribuem para o baixo nível de aprendizagem de Geometria Espacial no Nível Médio tem se caracterizado por deficiências no desenvolvimento das capacidades elencadas.

De acordo com Gravina(1996), o pouco domínio por parte de alunos ingressantes no ensino superior demonstra fragilidades no ensino de Geometria Espacial nos cursos de Nível Fundamental ou de Nível Médio, pois assim descreve a autora:

Aos alunos ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS é oferecido como obrigatório, no primeiro ano, uma disciplina de Geometria Plana e Espacial. Constata-se nesta disciplina que os alunos chegam à universidade sem terem atingido os níveis mentais da dedução e do rigor. Raciocínio dedutivo, métodos e generalizações - processos característicos e fundamentais da Geometria - os alunos pouco dominam. Até mesmo apresentam pouca compreensão dos objetos geométricos, confundindo propriedades do desenho com propriedades do objeto.

Esse fato apenas corrobora o efeito cascata que se origina com a problemática enfrentada nos anos iniciais do Ensino Fundamental e atinge seu apogeu na formação de professores de Matemática nos cursos superiores.

A referida autora ainda destaca que o perfil dos alunos nessa situação é decorrente, sobretudo, de situações como:

- a) Tratamento estereotipado dado a objetos geométricos;
- b) Apresentação de demonstração que não admite contraponto;
- c) Livros escolares com definições nem sempre claras;
- d) Desenhos prototípicos (quadrados com lados paralelos às margens da folha; retângulo sempre com dois lados diferentes; alturas em triângulos sempre acutângulos, etc.) nos livros-texto.

- e) Ausência, no livro-texto, de atividades relacionadas à construção de objetos geométricos ou à discussão de suas propriedades, desafiando o aluno a desenvolver estratégias de investigação.

Não obstante o corpo de axiomas e teoremas próprios da área, porém diferentemente de outras disciplinas eminentemente teóricas, a Geometria goza de atributos que permitem o manuseio de objetos, permitindo, assim, ao aprendiz especular, duvidar, testar, avaliar e concluir com base em proposições dedutivas e experimentais.

Na era da informação, tem sido comum a utilização de aparelhos celulares, em especial os smartphone, em sala de aula. É a geração dos conectados. Apesar da quantidade de aplicativos voltados para a Geometria, ainda se observa baixa inserção desses equipamentos como instrumentos auxiliares no processo de ensino e aprendizagem.

Considerando que a visualização se constitui em uma capacidade necessária ao domínio das propriedades específicas de um determinado objeto geométrico, a partir da mobilidade deste, na tela dos aparelhos, conceitos como rotação e translação podem ser expostos de forma mais dinâmica, produzindo resultados mais eficientes.

Nesse aspecto, discute-se o contraponto da ausência em muitas escolas da rede pública, responsável por cerca de 85% dos alunos nos anos finais do Ensino Fundamental no país³, de salas de Informática ou laboratório de Matemática.

Essa realidade, constituindo-se em fator restritivo ao desenvolvimento das competências e habilidades vinculadas ao estudo de objetos no espaço através de software de Geometria Dinâmica, por exemplo, configura-se em uma dificuldade no processo de ensino e aprendizagem de Geometria.

Entretanto, mesmo que a Geometria permita a manipulação de objetos, há de se adotarem cautelas na utilização desse método para o desenvolvimento de habilidades no cognitivo do aluno, ao trabalhar com desenhos, pois, de acordo com Fischbein (1993, apud GRAVINA, 1996).

³ Informação disponível em http://portal.inep.gov.br/artigo/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/dados-do-censo-escolar-mais-de-77-das-escolas-brasileiras-de-ensino-fundamental-anos-finais-sao-publicas/21206, acesso em 16/02/2020.

A dificuldade em manipular objetos geométricos, a saber, a tendência em negligenciar o aspecto conceitual pela pressão de restrições do desenho, é um dos maiores obstáculos para o aprendizado da Geometria. Frequentemente condições figurais (de desenho) escapam do controle conceitual, e impõem a linha de pensamento, interpretações que do ponto de vista de desenho são consistentes, mas que não são condições conceituais (FISCHBEIN,1993, apud GRAVINA, 1996, p.3).

Assim, há uma tendência de o aluno transferir para o objeto propriedades do desenho, sendo que este apenas é uma representação daquele e quase sempre não contém, em sua essência, a totalidade das características do objeto representado.

Essa prática, portanto, recomenda certa prudência ao trabalhar com representação geométrica para deduzir conceitos e propriedades de modo generalizado a partir de objetos desenhados, sobretudo quando há deficiência na turma quanto à visualização.

De acordo com Santa Helena (2013, p. 5), a teoria estabelecida por Van Hiele, há, em Geometria, diversos níveis de aprendizagem, sendo estes:

- a) 0 - Nível de Reconhecimento (visualização);
- b) 1 - Nível de Análise (avaliação, reconhecimento e uso das propriedades);
- c) 2 - Nível de Percepção (ordenação das propriedades e construção de definições);
- d) 3 - Nível de Dedução (demonstração de propriedades);
- e) 4 - Nível de Rigor (comparação e estabelecimento de teoremas).

Na análise de Moraes (2014, p.17), o processo de aprendizagem de Geometria Espacial no Ensino Médio apresenta deficiências em virtude de fragilidades identificadas na prática de sala de aula, pois:

observa-se que as aulas de Geometria Espacial no 2º ano do Ensino Médio contemplam apenas os três primeiros níveis, e muitas vezes não há a construção da aprendizagem através de cada nível. O que ocorre é a apresentação do conteúdo de forma expositiva, o que resulta numa memorização dos sólidos geométricos que é posteriormente esquecida pelos alunos.

Em consequência, por ser o modelo de Van Hiele hierarquizado, isto é, o aluno não alcança o nível seguinte sem concluir o anterior, o professor deve aplicar

a linguagem adequada de acordo com o desenvolvimento cognitivo do aluno ao longo das diversas etapas a serem trabalhadas.

Sendo esse o modelo de ensino em prática na sala de aula, e por se tratar a Geometria de um sistema ordenado de princípios, a ocorrência de fragilidades em qualquer um dos níveis anteriores produzirá resultados insuficientes nos níveis subsequentes.

Tendo em vista os aspectos abordados, faz-se necessário avaliar constantemente as metodologias de ensino de Geometria, de forma a se construir uma aprendizagem significativa⁴. Identificar ferramentas que possibilitem essa construção será objeto de discussão no próximo capítulo.

⁴ Nesta Dissertação o termo “aprendizagem significativa” será tomado como todo processo de aprendizado que tenha como resultado o desenvolvimento de habilidades.

3 A BNCC PARA O ENSINO MÉDIO

Neste capítulo, faremos um breve histórico das legislações que normatizam a Educação brasileira, assim como analisaremos as diretrizes norteadoras a partir da Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), passando pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), até alcançarmos a Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Médio (BNCC Ensino Médio), destacando nessa última as competências e habilidades que se relacionam diretamente com o domínio de conceitos e propriedades inerentes ao ensino de Geometria Espacial.

3.1 Breve Histórico da Legislação Brasileira para a Educação

A Educação de fato, no modo sistematizado, teve início no Brasil com a chegada dos Jesuítas, na primeira metade do séc. XVI, mediante autorização concedida pelos colonizadores portugueses. Era de caráter religioso, estruturada no modelo europeu. Tinha como público-alvo os índios, os homens brancos e os cristãos. Aos negros, o direito de estudar não era permitido.

A primeira instituição de ensino fundada no Brasil foi o colégio de Salvador na Bahia, em 1549. Naquele tempo, a Educação consistia em ensinar a ler, contar e honrar a doutrina católica.

A educação no período colonial tomou novos contornos com a chegada da família real portuguesa, em 1808, fundando as primeiras faculdades de Medicina na Bahia e no Rio de Janeiro. Entretanto, as primeiras universidades somente foram estabelecidas no princípio do século XX e a primeira Lei de Diretrizes e Bases da Educação somente viria a ser promulgada em 1961, a segunda em 1971 e a terceira em 1996 (Vide Quadro 2 na p. 31).

A educação, como direito inalienável de todos os cidadãos, sempre esteve presente nas diversas constituições do país.

Conforme Carneiro (1998), a primeira constituição, de 1824, concedia à sociedade o direito de criar colégios e universidades, bem como determinava a gratuidade do ensino primário. A constituição de 1891 outorgava ao Congresso Nacional a prerrogativa de legislar sobre ensino superior e criar escolas secundárias e superiores nos Estados.

Em 1934, a Constituição definiu como atribuição exclusiva da União a competência para decidir sobre as diretrizes e bases da Educação Nacional e criou o Conselho Nacional de Educação, deliberando aos Estados a competências para criar, de igual forma, seus respectivos Conselhos Estaduais de Educação.

No período compreendido entre 1934 e 1935, Alves(2016, p. 17) cita que:

foram criadas as Universidades de São Paulo e do Rio de Janeiro, respectivamente. Nelas foram criados os primeiros cursos de formação de professor de diversas disciplinas. No curso de Matemática, observa-se a tentativa de unificá-lo atribuindo à disciplina a um único professor. No entanto, os livros didáticos da época mostram que álgebra, aritmética e Geometria eram divididas por ano não havendo uma integração entre elas.

A constituição de 1946 instituiu a compulsoriedade do ensino primário para todos e concurso público para ingresso no magistério. Como destaque, essa Carta Magna também criou a obrigatoriedade de oferta de ensino primário gratuito por parte de empresa com mais de cem empregados. A educação passou a ser responsabilidade compartilhada da família e da escola.

Com os princípios ordinários da educação definidos na constituição de 1946, foi criada uma comissão de educadores com o objetivo de propor uma reforma do sistema educacional, culminando com a primeira Lei de Diretrizes e Bases da Educação, a Lei 4026/61.

A constituição de 1967 garantiu espaço para a expansão do ensino particular, inclusive mediante redirecionamento de recursos públicos.

Em 1971, a Lei 5692/71 (BRASIL, 1971), ao reestruturar o sistema de ensino no país, concedeu liberdade aos professores na definição do currículo, o que, para o ensino de Geometria, foi frustrante, pois como é indicado por Alves (2016, p.19):

A criação da lei 5692/71 (BRASIL, 1971) facilitou para que o professor estructure seu programa, assim a maioria dos alunos de 1º grau não aprende Geometria, pois os professores limitam-se apenas à aritmética e às noções de conjuntos, o ensino de Geometria é ensinado apenas no 2º grau. A partir de 1968, a rede pública de ensino de 1º e 2º grau é ampliada, mostrando a necessidade de mais profissionais para o ensino. Assim, as instituições de ensino percebendo esta carência, investem na formação de professores para o magistério de 1º e 2º graus.

É nesse cenário da História da Educação brasileira que ocorre o início de uma ruptura do ensino de Geometria, que estende suas consequências até os dias atuais, pois segundo Neves Junior *et al.*(2013, p. 4):

A partir desse contexto histórico começava o declínio do ensino de Geometria no Brasil, que chega a nossos dias resultando no trabalho aqui exposto. Esses acontecimentos implicam num declínio de aprendizado, não apenas nesse conteúdo, mas em outras matérias que possuem suas respectivas compreensões baseadas em gráficos estatísticos, mapas. E como nossos alunos compreenderão tais dados se eles não são apresentados formalmente aos símbolos e nomenclatura exigidos para tal? Se mesmo na época em que o ensino geométrico era valorizado os alunos já apresentavam algumas dificuldades, o que podemos dizer do hoje? Talvez as elites já tenham ficado satisfeitas por produzir um só Niemeyer, quando nega a seus cidadãos desenvolver suas potencialidades de visualização espacial.

Com o advento da constituição de 1988, a Educação recebeu destaque especial, e houve uma mobilização nacional para essa causa comum. Entre os pontos mais relevantes, Carneiro (1998, p.20) destaca:

- a) Igualdade de condições para o acesso e permanência na escola;
- b) Liberdade de aprender, ensinar, pesquisar e divulgar o pensamento, a arte e o saber;
- c) Pluralismo de ideias e de concepções pedagógicas;
- d) Gratuidade do ensino público;
- e) Valorização dos profissionais do ensino;
- f) Gestão democrática do ensino público;
- g) Garantia do padrão de qualidade.

O conhecimento do longo caminho trilhado pela Educação brasileira deixa como legado a certeza de que não devemos jamais nos contentar com as dificuldades impostas pelas circunstâncias, mas sempre avançar em busca de novos modelos que transformem os indivíduos em cidadãos capazes de construir o futuro, pois, como nos declara Ribeiro (1993, p.14),

Não se pode ignorar a bagagem educacional que o tempo nos legou, pois, se assim o fizermos, estaremos regredindo historicamente. Os governos devem aproveitar as ideias e projetos que deram ou estão dando certo, aperfeiçoando cada trabalho, mesmo se forem de adversários políticos, pois a História nos tem mostrado que, no Brasil, se julga uma obra ou um trabalho não pelo seu mérito ou pelo benefício que está trazendo, mas sim pelo seu autor e pela ideologia que este traz.

Para melhor compreensão da organização do regime educacional no Brasil, na vigência das diversas LBD, observemos o quadro nº 2, abaixo:

Quadro 2 - A Organização do Ensino nas Disposições Normativas das Diversas Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

Lei 4.024/61	Duração	Lei 5.692/71	Duração	Lei 9.394/96	Duração
<ul style="list-style-type: none"> • Ensino Primário • Ensino Ginásial do Ensino Médio • Ciclo Colegial do Ensino Médio • Ensino Superior 	4 anos 4 anos 3 anos variável	<ul style="list-style-type: none"> • Ensino de Primeiro Grau • Ensino de Segundo Grau • Ensino Superior 	8 anos 3 a 4 anos variável	<ul style="list-style-type: none"> • Educação Básica <ul style="list-style-type: none"> - Educação Infantil - Ensino Fundamental - Ensino Médio • Educação Superior 	Variável 8 anos 3 anos variável
OBS.		OBS.		OBS.	
a) A passagem do primário para o Ginásial era feita através de uma prova de acesso: O Exame de Admissão. b) Os ciclos Ginásial e Colegial eram divididos em ramos de ensino, a saber: Secundário, Comercial, Industrial, Agrícola, Normal e outros.		a) Com a junção dos antigos Primário e Ginásial, desapareceu o exame de Admissão. b) A duração normal do 2º grau era de 3 anos. Ultrapassava, no entanto, este limite quando se tratava de curso profissionalizante. c) O Ensino de 1º grau e 2º grau tinham uma carga horária mínima anual de 720 horas e o ano letivo duração mínima de 180 dias.		a) Os níveis da Educação Escolar passam a ser dois: Educação Básica e educação superior. b) A educação de jovens e adultos, a educação profissional e a educação especial são modalidades de educação. c) A Educação Básica, nos níveis fundamental e médio, passam a ter carga horária mínima de 800 horas anuais, distribuídas em 200 dias letivos anuais, no mínimo.	

Fonte: Carneiro, 1998, p.26.

A leitura comparativa do quadro 2 revela a evolução nos números de dias letivos a partir da Lei 9394/96 em relação à Lei 5692/71, passando de 180 h para 200h a carga horária mínima. Dessa forma, o legislador ampliava o período de permanência do aluno na escola.

3.2 A Lei de Diretrizes e Bases de 1996

O artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação – LDB, Lei 9.394/96 (BRASIL,2017), assim expressa em seu parágrafo 2º: “A educação escolar deverá vincular-se ao mundo do trabalho e à prática social.” Esse princípio deixa claro que o conhecimento construído no ambiente da escola deve buscar em seus fundamentos preparar o aluno para uma convivência saudável e produtiva na comunidade em que se faz sujeito.

Para esse fim, a escola, na qualidade de espaço formativo de cidadãos, deve, necessariamente, vincular suas práticas pedagógicas, independentemente da área de conhecimento a que se referir, ao saber que disponibilize ao discente a oportunidade de desenvolver atributos que colaborem para o desempenho capaz de responder às demandas decorrente do exercício profissional.

Observa-se que a Educação, segundo os preceitos dessa Lei, ampara-se em quatro eixos estruturantes do novo padrão de ensino: prática social; mundo do trabalho; movimentos sociais e manifestações culturais. Essas referências apontam para um rompimento com a antiga máxima de que, na escola, o aluno deve aprender somente ler e somar.

O artigo 2º da LDB/96 assim declara: “A educação, dever da família e do Estado, inspirada nos princípios de liberdade e nos ideais de solidariedade humana, tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho.” Portanto, o saber produzido no chão da escola deve priorizar atividades que motivem os alunos a buscar sentido no aprender, e isso somente é possível com uma intervenção pedagógica que coopere para uma aprendizagem significativa.

É na LDB que encontramos os princípios norteadores da Educação, os objetivos, a formação e as diretrizes sobre a carreira dos profissionais da Educação.

Tendo em vista a mutação constante por que passa a sociedade, tem sido frequente e necessária a atualização dessa lei. Desse modo, o Ensino Fundamental, que era de 8 anos, passou a ser de 9 anos (BRASIL, 2006). Outras alterações foram feitas com respeito ao Ensino Médio, a exemplo da revogação dos parágrafos 2º e 4º do artigo 36. A última alteração ocorreu em 2017, por meio da lei nº 13.415.

Sendo a LDB uma lei que abrange vários níveis de Educação, faziam-se necessários instrumentos que se aprofundassem no detalhamento da Educação Básica. Assim, foram elaborados os Parâmetros Curriculares Nacionais, que serão tratados na próxima seção.

3.3 Parâmetros Curriculares Nacionais

Com o propósito de cumprir o disposto na constituição de 1988, artigo 210, que determina a normatização de conteúdo mínimo para o Ensino Fundamental; buscando qualificar a formação básica, respeitando os valores culturais, artísticos, nacionais e regionais, assim como proporcionar melhorias na qualidade do ensino e unificar as reformas curriculares que ocorriam nas diversas regiões do país, em 1996 são apresentados pelo MEC os Parâmetros Curriculares Nacionais para os anos iniciais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997), e em 1998 para os anos finais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998).

O primeiro dos documentos acima apresenta, como uma de suas novidades, temas transversais que devem ser abordados nas diversas áreas de conhecimento. Sendo eles: Ética, saúde, meio ambiente, orientação sexual e pluralidade cultural. Sobre estes, Macedo (1999, p.7) afirma:

Os temas transversais propostos pelo MEC apresentam-se como mais uma tentativa de articulação entre as diferentes disciplinas que compõem o currículo, tendo por justificativa a incapacidade dessas mesmas disciplinas de dar conta da realidade social. A forma de articulação não está bem definida, o que nos leva a imaginar que dificilmente se efetivará no currículo vivido das diferentes escolas do país (MACEDO, 1999, p.7).

Assim, na prática, percebeu-se um distanciamento do corpo docente dessa diretriz estabelecida pelos PCN em relação aos temas transversais, tendo como causa a ausência de formação para os docentes, bem como de uniformidade nas interpretações produzidas nas diversas unidades escolares.

De acordo com o MEC, os PCN buscam aprimorar o conceito de currículo, estabelecendo linhas de ação para que as escolas em todo o país uniformizem, dentro de determinados limites, os diversos conteúdos disciplinares a serem abordados, pois assim expressa o documento:

Os Parâmetros Curriculares Nacionais foram elaborados procurando, de um lado, respeitar diversidades regionais, culturais, políticas existentes no país e, de outro, considerar a necessidade de construir referências nacionais comuns ao processo educativo em todas as regiões brasileiras. Com isso, pretende-se criar condições, nas escolas, que permitam aos nossos jovens ter acesso ao conjunto de conhecimentos socialmente elaborados e reconhecidos como necessários ao exercício da cidadania.[...] Esperamos que os Parâmetros sirvam de apoio às discussões e ao desenvolvimento do projeto educativo de sua escola, à reflexão sobre a prática pedagógica, ao planejamento de suas aulas, à análise e seleção de materiais didáticos e de

recursos tecnológicos e, em especial, que possam contribuir para sua formação e atualização profissional (BRASIL, 1998, p. 5).

Em 2000, a Educação brasileira é contemplada com a publicação pelo MEC dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM (BRASIL, 2000) que, semelhantemente aos PCN anteriores, apresentam em seu contexto uma proposta para reformulação de currículo na última etapa de formação da Educação Básica.

Com os PCN, o conhecimento escolar foi organizado em três grandes áreas: Linguagem, Códigos e suas Tecnologias; Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias e Ciências Humanas e suas Tecnologias.

Essas áreas não devem permanecer isoladas, mas devem se inter-relacionar, pois a reorganização curricular proposta tem o objetivo de construção do conhecimento através da Interdisciplinaridade e da contextualização.

Nesse documento, o Ensino Médio, como etapa final da Educação Básica, deve oferecer ao educando a formação como pessoa, priorizando o desenvolvimento de valores e competências que proporcionem um pensamento autônomo e crítico em outros níveis de estudo.

A partir desse propósito, a Educação foi estruturada em quatro eixos: Aprender a conhecer; aprender a fazer; aprender a viver e aprender a ser.

Consciente das transformações que a sociedade contemporânea tem enfrentado e do conhecimento que o aluno dessa etapa da Educação Básica deve construir no decorrer dos anos, assim se expressa o Ministério da Educação em tal documento:

O volume de informações, produzido em decorrência das novas tecnologias, é constantemente superado, colocando novos parâmetros para a formação dos cidadãos. Não se trata de acumular conhecimentos. A formação do aluno deve ter como alvo principal a aquisição de conhecimentos básicos, a preparação científica e a capacidade de utilizar as diferentes tecnologias relativas às áreas de atuação. Propõe-se, no nível do Ensino Médio, a formação geral, em oposição à formação específica; o desenvolvimento de capacidades de pesquisar, buscar informações, analisá-las e selecioná-las; a capacidade de aprender, criar, formular, ao invés do simples exercício de memorização (BRASIL, 2000, p. 50).

Portanto, e quanto a isso parece haver concordância entre os pesquisadores, em relação às mudanças decorrentes da excessiva quantidade de informações geradas a partir das novas tecnologias. Entretanto, compete aos espaços

educativos, em especial os da Educação Básica, prover, no âmbito de suas respectivas competências, aos educandos condições para utilizar, de modo consciente e racional, os meios de produção disponíveis.

Na sua originalidade, os PCN buscavam a interdisciplinaridade como base para o processo de formação do conhecimento, tendo em vista que este deve responder às necessidades da vida contemporânea de forma contextualizada.

Ao acrescentar o termo “*tecnologias*” às respectivas áreas de conhecimento, como, por exemplo, “*Matemática e suas tecnologias*”, os PCN vinculam o conhecimento não somente ao entendimento do abstrato, mas incluem a obrigatoriedade de desenvolver competências e habilidades que conduzam o aprendiz ao domínio de conhecimentos técnicos subjacentes às análises circunstanciais e avaliação de riscos subjacentes ao exercício da cidadania e à vida profissional.

Nos termos em que os PCN/Ensino Médio foram construídos, o aprendizado na fase terminal da Educação Básica, no que diz respeito à Matemática, deve extrapolar procedimentos que valorizem de forma enfática a memorização, conforme destacam:

O desenvolvimento dos instrumentos matemáticos de expressão e raciocínio, contudo, não deve ser preocupação exclusiva do professor de Matemática, mas dos das quatro disciplinas científico-tecnológicas, preferencialmente de forma coordenada, permitindo-se que o aluno construa efetivamente as abstrações Matemáticas, evitando-se a memorização indiscriminada de algoritmos, de forma prejudicial ao aprendizado. A pertinente presença da Matemática no desenvolvimento de competências essenciais, envolvendo habilidades de caráter gráfico, geométrico, algébrico, estatístico, probabilístico, é claramente expressa nos objetivos educacionais da Resolução CNE/98 (BRASIL, 2000, p.9).

Dessa forma, não há espaço para o desenvolvimento isolado de disciplinas na formação do aluno, porquanto deve haver uma integração de saberes em sala de aula, posto que, no cotidiano, os fatos não ocorrem de maneira segmentada. A interdisciplinaridade goza, portanto, nos PCN, de extraordinária relevância.

Nessa fase de formação, isto é, no Ensino Médio, em que devem ser tratados com mais profundidade temas introduzidos no período do Ensino Fundamental, a Matemática deve caminhar continuamente em direção às abstrações. No entanto, não pode haver um rompimento abrupto com o aprendizado a partir do concreto, visto que o aluno, ainda incipiente em sua forma de raciocinar, pode apresentar

lacunas cognitivas no processo de analisar, construir argumentos e formação de novas ideias de modo consistente.

A linguagem Matemática, rica em seus valores, é composta de elementos que instrumentalizam o aluno na interpretação de outras ciências, uma vez que:

A Matemática, por sua universalidade de quantificação e expressão, como linguagem, portanto, ocupa uma posição singular. No Ensino Médio, quando nas ciências torna-se essencial uma construção abstrata mais elaborada, os instrumentos matemáticos são especialmente importantes. Mas não é só nesse sentido que a Matemática é fundamental. Possivelmente, não existe nenhuma atividade da vida contemporânea, da música à informática, do comércio à meteorologia, da medicina à cartografia, das engenharias às comunicações, em que a Matemática não compareça de maneira insubstituível para codificar, ordenar, quantificar e interpretar compassos, taxas, dosagens, coordenadas, tensões, frequências e quantas outras variáveis houver (BRASIL, 2000, p.9).

Se, outrora, o professor era responsável em ser o transmissor de conhecimentos para o aluno, agora a este é dada a liberdade de ser protagonista do seu aprendizado, formulando questões a partir de situações reais, desenvolvendo modelos explicativos, utilizando instrumentos de medição e cálculo, procurando sistematizar informações relevantes para resolução da situação-problema, formulando hipóteses, elaborando estratégias, interpretando e criticando resultados.

É certo que a Matemática se faz presente em todas as etapas da vida cidadã. São diversas as atividades humanas em que são necessárias as ferramentas Matemáticas para interpretar, expor ou resolver situações do dia a dia. Desde o simples preparo de uma receita até o planejamento de uma viagem de férias, a Matemática se faz presente com a diversidade de seus instrumentos.

No que diz respeito ao caráter instrumental da Matemática no Ensino Médio, ela deve ser vista pelo aluno como um conjunto de técnicas e estratégias para serem aplicadas a outras áreas do conhecimento, assim como para a atividade profissional. Não se trata de os alunos possuírem muitas e sofisticadas estratégias, mas sim de desenvolverem a iniciativa e a segurança para adaptá-las a diferentes contextos, usando-as adequadamente no momento oportuno (BRASIL, 2000, p.9).

Observa-se que a natureza da competência a ser desenvolvida na formação do aluno não está substancialmente centralizada na multiplicidade ou qualidade das estratégias possuídas pelo aluno, mas nas atitudes que estes apresentam nas diferentes situações que enfrentam. Assim, o conhecimento deve se fazer

acompanhar de atitudes e habilidades com as ferramentas disponíveis para resolver determinados problemas.

Sendo a Matemática uma linguagem que permite a expressão de significados e valores, dentre objetivos estabelecidos nos PCNEM para a Matemática, está a habilidade de o aluno: expressar-se oral, escrita e graficamente em situações Matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática (PCNEM, 2020, p. 42). Assim, é possível pensar que deve haver por parte do professor disposição para criar situações em que seja possível avaliar o desenvolvimento dessa competência.

Como o foco desse trabalho está no conhecimento matemático na área de Geometria Espacial, é importante ressaltar que os PCNEM contemplam objetivos para essa componente curricular de modo que se produza uma aprendizagem significativa.

Todavia, esses objetivos não são alcançados se forem mantidas as metodologias de ensino fundamentadas precipuamente na aprendizagem por memorização em detrimento da aprendizagem por significados. Enquanto naquela, o conhecimento é apresentado de forma fragmentado com exemplos seguidos de exercícios de fixação, nesta há uma proposta de integração dos diversos componentes, proporcionando condições imediatas de aplicabilidade na resolução de situações-problema.

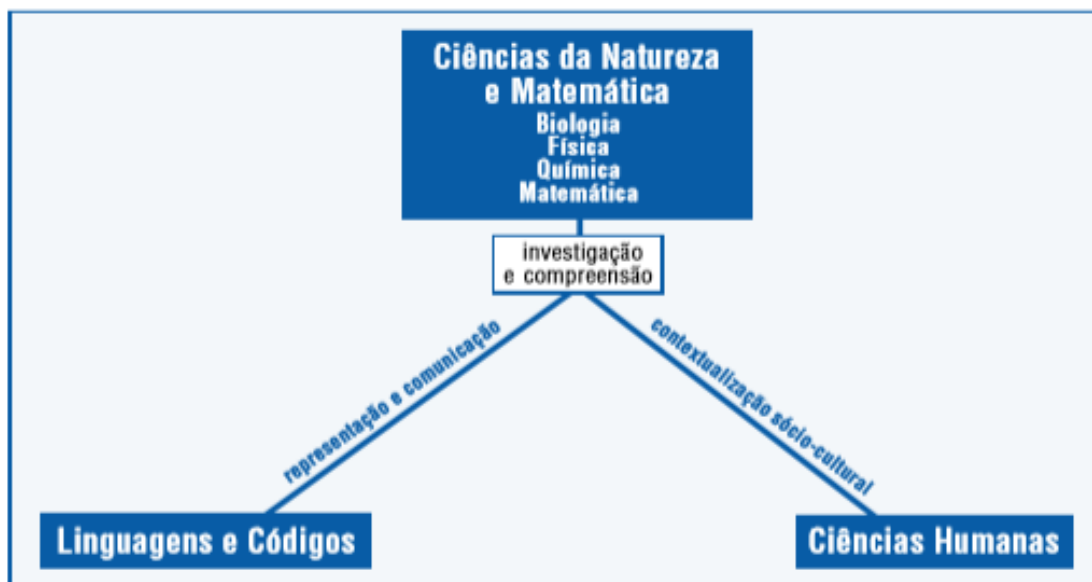
No entanto, na produção de conhecimento, a integração de ideias se faz necessária e o papel do professor como agente indutor de atitudes, com forte poder de influenciar nas decisões dos alunos, é de grande importância:

Acredita-se que o aluno sozinho seja capaz de construir as múltiplas relações entre os conceitos e formas de raciocínio envolvidas nos diversos conteúdos; no entanto, o fracasso escolar e as dificuldades dos alunos frente à Matemática mostram claramente que isso não é verdade (BRASIL, 2000, p.9).

Os PCNEM são enfáticos quanto à importância da contextualização e interdisciplinaridade na formação do conhecimento, de modo que todo e qualquer tema tenha seu potencial explorado ao máximo, quer seja dentro da própria disciplina ou na relação desta com outras dentro da mesma área de conhecimento.

No diagrama abaixo, evidencia-se como a área de Ciências da Natureza e Matemática articula-se com a área de Linguagem e Códigos e a área de Ciências Humanas, assim como as disciplinas da área se interligam.

Figura 1 – Interligação entre Áreas de Conhecimento



Fonte: BRASIL, 2000, p. 22.

Nos PCNEM, a Geometria é citada como instrumento capaz de possibilitar um reconhecimento por parte do aluno da realidade em que está inserido. Para tanto, é exposto que:

Numa outra direção, as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca. [...] De fato, perceber as relações entre as representações planas nos desenhos, mapas e na tela do computador com os objetos que lhes deram origem, conceber novas formas planas ou espaciais e suas propriedades a partir dessas representações são essenciais para a leitura do mundo através dos olhos das outras ciências, em especial a Física (BRASIL, 2000, p. 44).

Um aspecto não ignorado pelo PCNEM foi a necessária e urgente formação adequada de professores, aspecto de relevante importância para a implantação de um currículo que busca implantar um novo caminho para a formação do aluno no Ensino Médio.

Em um cenário que se caracteriza pelo descompasso entre os avanços científicos, tecnológicos, culturais e o desenvolvimento da Educação, não se deve

prescindir de uma formação continuada do principal agente no processo de ensino e aprendizagem: o professor.

Em complemento aos PCN para o Ensino Médio, em 2002, são publicados os PCN+EM (BRASIL, 2002) que apontam para um novo papel da escola, conforme citam Ricardo e Zylbersztajn(2016, p.344),

Os PCN e, principalmente, os PCN+ procuram ressaltar a necessidade da escola ampliar seus objetivos e ir além da apropriação dos conteúdos disciplinares estritos. Para isso, recorrem à noção de competências, ainda que esse termo possa aportar variadas compreensões. A articulação das competências com os conteúdos constitui uma inovação dos Parâmetros Curriculares e é construída a partir dos temas estruturadores (RICARDO e ZYLBERSZTAJN, 2016, p. 344).

Propostas que apontam para um novo modelo de avaliação também são pontuadas nos PCNEM. Uma vez que a forma de ensinar e aprender é alterada, não há por que se manterem os métodos antiquados de se avaliar o aluno estabelecendo critérios que se traduzem em notas lançadas periodicamente no diário de classe. Nesse sentido, devemos observar que:

É imprópria a avaliação que só se realiza numa prova isolada, pois deve ser um processo contínuo que sirva à permanente orientação da prática docente. Como parte do processo de aprendizado, precisa incluir registros e comentários da produção coletiva e individual do conhecimento e, por isso mesmo, não deve ser um procedimento aplicado nos alunos, mas um processo que conte com a participação deles (BRASIL, 2000, p. 44).

Considerando que o Ensino Médio deixou de ser prioritariamente uma porta de acesso para o Ensino Superior. Visto que a maioria dos estudante que ali se encontram busca uma qualificação mais ampla para a vida e para o trabalho, aprimorar a escola para que receba este público-alvo é contribuir para sua realização pessoal.

Em Matemática, a resolução de problemas constitui peça fundamental na construção do raciocínio lógico e no desenvolvimento de habilidade no uso de instrumentos próprios da disciplina como axiomas ou teoremas. Nesse contexto, ao abordar conhecimento e competência, os PCN+Ensino Médio deixam bem claro que não se trata de duas dimensões opostas, mas que é possível ambas serem aliadas na formação do aluno nessa última etapa da Educação Básica quando afirmam:

Isso não significa que os exercícios do tipo “calcule...”, “resolva...” devam ser eliminados, pois eles cumprem a função do aprendizado de técnicas e propriedades, mas de forma alguma são suficientes para preparar os alunos tanto para que possam continuar aprendendo, como para que construam visões de mundo abrangentes ou, ainda, para que se realizem no mundo social ou do trabalho (BRASIL, 2002, p. 110).

Diante do acima exposto, julgamos que os PCN se constituíram em um avanço ao buscarem padronizar o ensino de qualidade, alinhando a Educação do país em uma mesma direção. No entanto, há diversos fatores que interferem na implementação dos parâmetros, dentre os quais destacam-se: Carência de professores no ensino público; ausência de formação contínua para professores e de escolas com as condições mínimas necessárias para desenvolvimento de atividades pedagógicas produtivas, isto é, que garantam uma aprendizagem significativa.

Como a sociedade é dinâmica em suas demandas, a Educação deve acompanhar os movimentos gerados em seu interior de modo a contribuir para a capacitação de seus componentes em suas mais diversas necessidades.

Para atender a esse propósito, foram criados fóruns de discussões em várias regiões do país nos quais se buscavam novas ideias para resolver o problema da diversidade de currículos nos diversos sistemas educacionais do país. Começava assim o embrião da Base Nacional Curricular Comum – BNCC, que será objeto de análise na próxima seção.

Entretanto, a publicação dos PCN não se configurou como uma solução para todos os problemas da Educação brasileira, visto que alguns profissionais foram induzidos em suas práticas docentes a atitudes pouco éticas, conforme nos declara Moreira (1996):

estudos ressaltam alguns dos artifícios que os professores e professoras passam a utilizar: para se defenderem de acusações de ineficiência, acabam por se preocupar mais com o adestramento de seus alunos e a organizar o currículo a partir dos conteúdos e habilidades exigidas nos testes. Sabe-se mesmo de casos em que alguns docentes, para facilitar os bons resultados de seus estudantes nesses testes, terminam por adotar uma conduta pouco ética na avaliação (MOREIRA, 1996, p.6).

Esse fato demonstra que havia necessidade de avanços em busca de aperfeiçoamento na educação, considerando os diversos desvios de procedimentos identificados na formação dos alunos em suas competências e habilidades.

3.4 Base Nacional Comum Curricular

Nesta seção, procuraremos avançar na discussão da legislação vigente em todo a base nacional que rege a Educação Básica, compreendendo a Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Porém, como o foco deste trabalho é avaliar como o uso de material manipulável pode contribuir para o desenvolvimento de conhecimentos relacionados com elementos da Geometria Espacial, será dada maior ênfase a BNCC para o Ensino Médio, detalhando-se as competências e habilidades vinculadas a essa área da Matemática, posto que esse assunto, na maioria das escolas, tem sua culminância no 2º ano do Ensino Médio.

A BNCC, Base Nacional Comum Curricular, fruto de discussões em diversos fóruns representativos da sociedade brasileira, tem como objetivo direcionar o que deve ser ensinado nas escolas durante o período que compreende a Educação Básica.

Em dezembro de 2017, foi aprovada e homologada pelo Ministério da Educação a BNCC para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental, e em dezembro de 2018, a BNCC para o Ensino Médio (BRASIL, 2019).

Dessa forma, estão disponíveis documentos que servem como referência para determinar os objetivos de aprendizagem a serem alcançados em cada etapa de formação da Educação Básica, deixando de haver uma variedade de modelos de sistemas educacionais no país sem uma base de aprendizagem comum.

Considerando que este trabalho tem como objetivo discutir tópicos relacionados à Geometria Espacial e sendo esse tema abordado, com maior profundidade, no Ensino Médio, fixaremos nossa atenção na BNCC para o Ensino Médio.

A Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Médio apresenta quatro áreas de conhecimentos, sendo estas: Área de Linguagens e suas Tecnologias; Área de Matemática e suas Tecnologias; Área de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Área de Ciências Humanas e suas Tecnologias.

As áreas estão segmentadas por competências que se articulam, a exemplo do que ocorre com a BNCC para o Ensino Fundamental, de modo a atender às necessárias aprendizagens que caracterizam o Ensino Médio como sendo a última etapa da Educação Básica.

No desmembramento dessas competências, encontramos um grupo de habilidades compostas pelas aprendizagens, consideradas as mínimas necessárias, para a formação do aluno do Ensino Médio.

Tendo em vista que este trabalho, em seu desenvolvimento, objetiva investigar de forma mais detalhada o uso de material manipulável no desenvolvimento de habilidades que têm como instrumento de aprendizagem elementos de Geometria Espacial, analisaremos somente as competências que as contemplem, isto é, as Competências Específicas 2, 3 e 5.

A Competência Específica 2 assim está enunciada:

Articular conhecimentos matemáticos ao propor e/ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas de urgência social, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, recorrendo a conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática (BRASIL, 2018, p.526).

Essa competência propõe que os conhecimentos, incluindo linguagem e conceitos próprios da Matemática, construídos nessa etapa da Educação Básica sejam aplicados em conjunto, de forma estruturada, em ações, individuais ou coletivas, com o propósito de solucionar problemas.

Para esse fim, incentiva o estudante a dialogar com seus parceiros de pesquisa, intervindo de uma forma dialógica mediante sugestões e argumentos bem fundamentados, de modo a produzir respostas de caráter ético e socialmente responsáveis.

Assim, essa competência contribui para o engajamento social do aluno como cidadão capaz de agir em diversos contextos, favorecendo a interpretação e a compreensão da realidade.

Ao desenvolver essa competência, o estudante percebe que a Matemática vai além de ser apenas mais uma disciplina na composição da grade curricular ao identificar instrumentos que podem ser aplicados na resolução de problemas em diversas áreas de conhecimento, tais como saúde e sustentabilidade.

Para alcançar esse objetivo, o item da Matemática que deve servir como instrumento na área da Geometria Espacial é identificado na habilidade:

(EM13MAT201) Propor ações comunitárias, como as voltadas aos locais de moradia dos estudantes dentre outras, envolvendo cálculos das medidas de área, de volume, de capacidade ou de massa, adequados às demandas da região (BRASIL, 2018, p. 526).

O domínio dessa habilidade, além de promover a integração do aluno, de modo responsável, na comunidade local, tem como resultado a aplicação dos conhecimentos matemáticos em atividades que beneficiam o local de moradia, levando para fora dos muros da escola algo produzido no ambiente pedagógico de forma colaborativa. Esse ato valoriza o aprender e é importante para a autoestima do aluno.

A Competência Específica 3 traz a seguinte proposta:

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente (BRASIL, 2018, p. 527).

Para o desenvolvimento dessa competência, o aluno deve dominar conceitos matemáticos, nos campos citados, que o auxiliarão nos procedimentos necessários à resolução de problemas. Notemos que a competência vai além de “resolver problemas”, uma vez que alcança a construção de modelos, ainda que se faça necessária a análise de resultados que nem sempre serão adequados às soluções propostas. Esse procedimento, com frequência, sugere o método de tentativas e erros, forçando o estudante, mais uma vez, a recorrer à discussão mediante a reflexão da estratégia usada na resolução da situação-problema.

Para alcançar esse objetivo, utilizando conhecimentos de Geometria Espacial, temos a seguinte habilidade:

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos (cilindro e cone) em situações reais, como o cálculo do gasto de material para forrações ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados (BRASIL, 2018, p. 529).

Então, para o avanço nessa habilidade, é interessante que o aluno se aproprie dos conceitos e instrumentos matemáticos disponíveis no campo da Geometria, amparados em elementos inicialmente discutidos nos anos finais do

Ensino Fundamental, aplicando-os em contextos do mundo real. Observa-se, assim, que a BNCC procura de todas as formas vincular o aprendizado ao cotidiano do aluno, deixando para trás aquela Matemática extremamente teórica, de pouca ou nenhuma aplicabilidade no viver do estudante. Essa proximidade do aprender com o real certamente muito coopera para o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa.

A Competência 5 assim se expressa:

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades Matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas (BRASIL, 2018, p. 532).

A expressão dessa competência pode ocorrer a partir da realização de experiências que permitam a observação seguida de investigações e explicações fundamentadas em argumentos corretamente formulados, que as justifiquem, ou em contraexemplos que as invalidem. Sempre que possível, essas observações devem ser transformadas em proposições passíveis de demonstração capazes de expressar na linguagem Matemática o fenômeno observado.

Nessas experiências, o uso de material manipulável atende perfeitamente às necessidades, por exemplo, utilizando sólidos geométricos para a determinação da massa de um corpo imerso em líquido, sendo conhecida a densidade da substância que o compõe.

É válido observar que o desenvolvimento dessa competência expõe o aluno à compreensão de que a Matemática, por fazer parte das ciências exatas, nem sempre está isenta de erros na sua formulação, mas ao se tornar instrumento de exploração da realidade, e desse modo, sendo aplicada por humanos, está sujeita a falhas.

O Item de Geometria Espacial utilizado na construção dessa competência é citado na habilidade EM13MAT504: Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras. (BRASIL, 2018, p. 533).

Essa habilidade, na sua essência, inverte a prática tradicional em sala de aula, que consiste em dar a fórmula pronta para o aluno, ou no máximo, expor no quadro a dedução. Agora, o estudante terá a oportunidade de propor um ou mais métodos para obtenção dessas expressões, incluindo, quando possível, o uso de material concreto ou tecnologia apropriada, como, por exemplo, o uso de softwares.

Neste capítulo, analisamos, desde os primeiros momentos, a implementação do processo educacional no Brasil, partindo da era colonial, atravessando o império e alcançando a contemporaneidade, com a LDB, PCN e BNCC. Destacamos, mediante uma breve análise, as competências e respectivas habilidades que estão diretamente relacionadas com elementos de Geometria Espacial.

No próximo capítulo, serão apresentadas algumas metodologias aplicadas no enfrentamento dos principais problemas identificados no ensino de Geometria Espacial, considerando os parâmetros da BNCC (BRASIL, 2019).

4 METODOLOGIAS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL

Neste capítulo, visamos a apresentar e discutir algumas tendências metodológicas para o ensino de Geometria, sem a pretensão de esgotar as inúmeras possibilidades de ensinar essa área tão vasta da Matemática.

Observa-se, com relativa frequência, que o ensino de Geometria vem sendo preterido em relação ao de Álgebra nas escolas da Educação Básica. Desde o advento da Matemática moderna, na década de 60, ocorreu um algebrismo generalizado em todos os ramos da Matemática, com grande ênfase em conjuntos e funções, relegando-se a segundo plano conceitos e proposições relacionados à Geometria. Com isso concorda Moraes (2014, p.23):

observa-se que a Geometria perdeu espaço com o movimento da Matemática Moderna, e a relutância por parte dos professores em ensinar este conteúdo contribuiu para que os alunos apresentassem baixo rendimento neste assunto. Porém, a partir da década de 80, surgem as teorias da Neurociência e a Teoria das Inteligências Múltiplas, que promovem o ensino de Geometria com base na experimentação sensorial dos alunos. Acreditamos que há uma tendência ao resgate da Geometria como posição de destaque, pela diversidade de materiais concretos que têm sido utilizados pelos professores.

As condições existentes em determinadas escolas, tais como: deficiência na formação de professores, um currículo mal elaborado e carência de recursos tecnológicos, dentre outros, contribuem para uma apresentação desprovida de fundamentos teóricos necessários à compreensão e domínio de conceitos e teoremas básicos nessa área de estudo tão importante para o desenvolvimento do conhecimento humano.

Desse modo, o ensino de Geometria, por envolver elementos representativos de formas e caracterizados por existência no plano e no espaço, apresenta-se como estruturado em ideias e princípios que exigem uma metodologia própria a fim de despertar o interesse dos alunos em seu aprendizado.

Conforme afirma Alves (2016, p.12),

Ao trabalhar de forma tradicional (pincel e quadro), deparamo-nos com duas problemáticas, por um lado, a dificuldade em que o professor se encontra para desenhar figuras tridimensionais, acarretando distorção, em partes, daquilo que realmente seria a suposta figura. Por outro lado, temos os alunos que encontram uma figura mal desenhada ou até mesmo bem

desenhada, mas não conseguem transcrever a imagem para o caderno porque não entenderam ou não sabem desenhar.

Na regência de classe, em sala de aula, identificamos situações em que alunos, ainda que dispendo de recursos apropriados, tais como régua, esquadro e compasso, não conseguem transpor para a folha de papel os desenhos apresentados pelo professor no quadro, transformando o momento de aprendizagem em uma sequência de frustrações que somente contribuem para um crescente afastamento do aluno em relação à Geometria.

Portanto, de fato, essa metodologia, que se estende de geração a geração, em restringir o ensino de Geometria a aulas expositivas, em que o aluno assume o papel de receptor e mero copiador de desenhos, muito pouco tem contribuído para o ensino de Geometria, em particular da Geometria Espacial, em que sólidos geométricos são representados no plano do quadro, exigindo um esforço adicional para visualização por parte dos aprendizes.

Outro aspecto a ser considerado é a apresentação de temas relacionados à Geometria utilizando definições, propriedades e fórmulas sem considerar a realidade do aluno, visto que, conforme já mencionado neste trabalho, a natureza está repleta de construções, objetos e figuras com características expressivas das propriedades em estudo. Esse afastamento do objeto de estudo da vivência diária do aluno tem se constituído em fator inibidor do aprender Geometria.

Podemos observar entes geométricos presentes nos diversos espaços em nosso entorno. Há fios de energia elétrica nas ruas dispostos em forma paralela; existem ruas com traçados perpendiculares; temos prédios em forma de cilindros, de pirâmides, de prismas; praças circulares ou retangulares. Direcionar o olhar para o espaço que nos rodeia é também aprimorar o aprendizado na Matemática.

É possível, nesse contexto, analisar a prática de alguns professores que insistem em ensinar Geometria da forma como aprenderam. Esquecem estes que vivemos em outros tempos e que a dinâmica do ensinar-aprender evolui ao longo do tempo em função das mudanças culturais, tecnológicas e comportamentais que a sociedade promove em sua dinâmica de desenvolvimento.

4.1 Tendências Metodológicas Para o Ensino de Geometria Espacial

O baixo desempenho dos alunos em Matemática, em particular na área de Geometria, pressiona os educadores para uma revisão urgente do modo de ensinar, ainda que seja buscando novas formas de desenvolver competências e habilidades que correspondam às necessidades dos educandos ou avaliando os resultados de metodologias apresentadas pelos centros de formação. A isso denominamos de formação continuada.

No entanto, a mudança na prática pedagógica implica renunciar a antigos hábitos, decisão nem sempre fácil de ser implementada. Como afirma Murari (2011, p. 189):

Contudo, aprender a ensinar de maneiras diferentes pode não ser tão simples para os professores. A mudança em sua prática é um processo que exige mudanças de comportamento como, por exemplo, ser de novo aprendiz, desenvolver novas compreensões dos conteúdos ensinados e estar engajado em um grupo de pessoas que tenham, também, o objetivo de repensar ou mudar suas práticas. Desse modo, ao aproveitar circunstâncias adequadas e favoráveis para aprender a ensinar de uma nova maneira, poderá observar tais experiências e perceber as implicações que resultam dessa aprendizagem, bem como avaliar continuamente e criticamente sua prática.

Percebe-se, no ambiente escolar, portanto, ainda uma crescente resistência por parte do educador em alterar sua *práxis* de modo a maximizar os resultados em classe caso essa mudança esteja condicionada ao abandono de antigos hábitos e procedimentos tão arraigados a suas rotinas de sala de aula.

Esquecem esses mestres que essas mudanças no ato de ensinar estão intrinsecamente relacionadas às suas disposições em aprender, considerando que, ao participar de grupos com mesmos objetivos, poderão compartilhar ideias e projetos, reconhecendo nas experiências de seus semelhantes elementos que poderão contribuir para uma nova maneira ensinar.

4.1.1 Uso de Recursos Digitais

Atualmente, com a multiplicidade de opções, em especial no sistema de informações e comunicações da sociedade contemporânea, há um movimento em

direção da escola no sentido de inserir, nesse ambiente de disseminação do saber sistematizado, as chamadas Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC).

Essas tecnologias vêm impulsionando a implementação de mudanças comportamentais ao alterar a rotina do ambiente escolar, exigindo novas competências para o ato de ensinar assim como para o ato de aprender.

A multiplicidade de equipamentos que se mostram disponíveis ao indivíduo não pode se distanciar do aprendizado sistematizado pela escola, partindo do princípio de que esta tem o dever de prepará-lo para responder às diversas demandas a serem enfrentadas no mundo do trabalho e no exercício de sua cidadania.

Portanto, a sala de aula e, em um sentido mais amplo, a escola devem oportunizar ao aluno a construção de um espaço em que o uso da tecnologia coopere para o domínio de habilidades como tão bem é proposto pela BNCC para o Ensino Médio na área de Matemática e suas Tecnologias:

Cabe ainda destacar que o uso de tecnologias possibilita aos estudantes aprofundar sua participação ativa nesse processo de resolução de problemas. São alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e construir argumentações (BRASIL, 2019, p.528).

Por fim, com a popularização da internet e a redução dos preços de celulares com acesso à rede mundial de computadores, a denominada web, não se admite a segregação do conhecimento em relação aos recursos digitais. Quanto a isso, afirmam Castells *et al.* (2002, apud LIMA, 2018, p.16):

Hoje, não podemos mais fugir dessa realidade tecnológica, e a educação não pode ficar para trás. As escolas precisam sofrer transformações frente a essa “nova tecnologia” e assim construir uma aprendizagem inovadora que leva o indivíduo a se sentir como um ser globalizado. Não se pode deixar essa ferramenta se tornar obsoleta nas escolas públicas. É necessário dinamizar e potencializar esta ferramenta de ensino, elevando o estímulo que favorece a aprendizagem de tal forma a aumentar as expectativas de que os estudantes desenvolvam técnicas de investigação (CASTELLS; MAJER; GERHARDT, 2002, apud LIMA, 2018, p.16).

Portanto, diante do dinamismo da sociedade contemporânea em que a tecnologia se destaca como instrumento comum nas atividades diárias, não há como negligenciar sua aplicação em sala de aula, pois à escola compete formar cidadãos aptos para o exercício da cidadania em toda a sua complexidade.

4.1.1.1 Softwares de Geometria Dinâmica

Neste cenário, softwares de Geometria dinâmica surgem como instrumentos de grande potencial no ensino da Geometria Espacial. Enquanto no ensino tradicional, o professor dispõe somente do quadro e giz para trabalhar as diversas construções no espaço, esses programas permitem não apenas a construção de sólidos geométricos, mas também a movimentação, possibilitando a visualização de um mesmo objeto sob diferentes perspectivas.

Desse modo, a Tecnologia da Informação vem ocupando espaço cada vez maior em sala de aula, contribuindo para o enriquecimento do processo ensino e aprendizagem e caracterizando-se como excelente recurso pedagógico ao permitir múltiplas representações de um mesmo objeto. Assim, é capaz de promover uma aprendizagem significativa em um intervalo de tempo inferior ao obtido com o ensino tradicional.

Todavia, adotar as TIC como instrumentos auxiliares no ensino não é de fácil assimilação por parte dos educadores de modo geral, pois há necessidade de domínio no manuseio dos equipamentos assim como de habilidades específicas para trabalhar com determinados softwares, posto que:

O desenvolvimento tecnológico proporciona uma nova dimensão ao processo educacional, a qual transcende os paradigmas ultrapassados do ensino tradicional, [...] Esta nova dimensão prioriza um novo conhecimento que considera o desenvolvimento do pensamento criativo como uma dimensão fundamental da cognição humana. Os educadores devem estar abertos a essas novas formas do saber, novas maneiras de gerar e dominar o conhecimento, novas formas de produção e apropriação do saber científico [...] (MISKULIN, 2006 apud MURARI, 2011, p. 190).

Ainda que o desenvolvimento das habilidades acima seja um fator limitador do uso das TIC, para Borba e Penteado (2001, apud MURARI, 2011, p. 190), “o computador pode ser um problema a mais na vida já atribulada do professor, mas pode também desencadear o surgimento de novas possibilidades para o seu desenvolvimento como um profissional da educação”.

Neste contexto, a BNCC para o Ensino Médio apresenta a Matemática como instrumento capaz de construir uma nova visão de mundo, permitindo o desenvolvimento de habilidades que auxiliarão o estudante a associar seus

princípios a outras áreas de conhecimento, assim como interpretar a realidade em que se insere.

Considerando que, para uma aprendizagem significativa, o discente deve ser o sujeito principal do processo, e o conteúdo escolar deve ser apresentado de forma atrativa, o *smartphone* nas mãos dos alunos cria novas possibilidades para o ensino de Geometria mediante o uso de Aplicativos Móveis ou *softwares* específicos para computadores de mesa.

Para esse propósito, de acordo com Bozza (2016, p.134):

Para uma aprendizagem ser significativa precisa mobilizar o aluno, o que é um desafio diário para o professor, e para isso faz-se necessário um aprimoramento profissional, buscando atualizar a metodologia desenvolvida em sala de aula para que as atividades propostas não sejam mecânicas, que impossibilitem aos alunos a reflexão e atribuição de significados.

Assim, o uso de tecnologias digitais, em especial as do tipo *mobile*, desperta, naturalmente, no aluno, um senso de curiosidade, tão ausente nas aulas tradicionais, que potencializando a aprendizagem cognitiva, capacitando-o para a resolução de problemas.

De modo geral, o uso de *softwares* de Geometria dinâmica proporciona uma multiplicidade de visualizações possíveis, em diversas perspectivas, de um mesmo corpo geométrico, possibilitando a formação de imagens mentais reforçando conceitos necessários ao domínio de determinadas habilidades, como destaca Murari (2011):

Na produção de objetos geométricos através de *softwares* de Geometria dinâmica é possível efetuar explorações experimentais e teóricas, o que favorece elaborar e testar as conjecturas, além do que se pode dar um dinamismo às construções com os recursos do arrastar, movimentar e animar. Assim, mostram-se diferentes possibilidades de visualização das construções, que é um aspecto importante na formação dos conceitos (MURARI, 2011, p.190).

Dentre os principais *softwares* de Geometria dinâmica, podemos encontrar: Geogebra (free); Régua e Compasso (free); Tabulae (free); Cabri Geometre (pago); Cabri 3D (shareware); Software Triângulos (free) e o Winplot (free).

Como de uso mais comum, na Educação Básica, destacamos o Geogebra, por se tratar de programa gratuito e de fácil acesso e disponível, inclusive, para *download* em *smartphones*. Como derivativos desse programa, existem os

aplicativos CALCULATOR GRAPHING GEOGEBRA e o GEOGEBRA 3D GRAPHING CALCULATOR para *smartphone* com *android*.

4.1.1.2 Jogos Educativos Digitais

Pelo acima exposto, há de se considerar que, no processo de ensino e aprendizagem, o lúdico ocupa um papel de fundamental importância ao ser percebido como ambiente próprio para o estabelecimento de normas, relações, princípios, ordem e estratégias, além de contribuir para o desenvolvimento de relacionamentos interpessoais.

No entanto, ainda que estes elementos sejam de caráter extremamente importante, destaca-se como fator relevante para utilização desse recurso como instrumento de aprendizagem o aspecto relacionado à competitividade. No ensino de Geometria, em particular, a utilização de jogos muito contribui para o domínio de conceitos, características e propriedades dos diversos entes geométricos.

O avanço da tecnologia possibilita o acesso a diversos tipos de jogos, em especial através de celulares, tablets ou computadores de mesa denominados desktops. Vivemos em uma época em que a mídia fomenta e incentiva a prática de jogos, pois não é por acaso que esse é um dos segmentos com elevadas taxas de investimentos na economia mundial.

Observando a natureza humana, percebemos que o homem é, naturalmente, inclinado a desafios quando confrontado com obstáculos a serem vencidos. Nesse cenário, estabelecido o confronto, a meta é superar o adversário, e, para tanto, são planejadas estratégias e selecionados instrumentos que possibilitem alcançar o objetivo final.

A facilidade em transportar pequenos computadores nos bolsos coopera para o rápido acesso aos instrumentos que abrem as portas para interagir com pessoas localizadas em ambientes diversos.

Assim, não existem restrições que condicionem a prática do jogo à presença física dos jogadores em torno de uma mesa ou em volta de um tabuleiro. O poder da comunicação virtual quebrou as barreiras que limitavam o distanciamento dos competidores.

Com esse propósito, declaram Brom *et al.* (2011 apud BARBOSA NETO *et al.*, 2013, p. 3):

Jogos aumentam as possibilidades dos alunos obterem informações, combinando com a diversão. Funcionam como uma atividade complementar de aprendizagem, servindo como instrumento de introdução a novos conhecimentos, motivação do aprendiz ou de fixação de conhecimento. Por outro lado, a popularização de jogos desenvolvidos para dispositivos móveis aponta ser essa uma boa alternativa para inclusão de informações pedagógicas em formato de mídia digital para o aprendizado.

Na aplicação dessa prática pedagógica, há restrições a serem observadas de modo a conservar um equilíbrio necessário à construção de um saber com propósitos. De acordo com Kishimoto (1994, apud KESSLER *et al.*, 2010, p. 2):

O jogo educativo possui duas funções principais, a lúdica e a educativa, as quais devem coexistir em equilíbrio. Se a função lúdica prevalecer, o jogo não passará de uma brincadeira; se a função educativa for priorizada, ele será apenas um material didático.

Os jogos educativos, em especial os digitais, possuem a capacidade de despertar o interesse do aluno para o novo, o diferente, o atual, e assim estimular o potencial para aprender quando devidamente utilizados em sala de aula. Como afirma Vasconcellos (2002, apud KESSLER *et al.*, 2010, p.2):

Considerando que não há desenvolvimento cognitivo sem o envolvimento do sujeito com o objeto, os jogos se apresentam como alternativas importantes no processo de aprendizagem, em qualquer faixa etária, pelo componente motivador, que atua como elemento propulsor do processo. Visando, assim, ao envolvimento ativo do estudante, as diferentes situações propostas nos jogos educacionais, elaboradas a partir de uma perspectiva construtivista, centram-se nas ações de provocar, dispor e interagir.

Nesse sentido, com o desenvolvimento de plataformas digitais direcionadas exclusivamente para a produção de jogos digitais a serem utilizados em smartphones, compete ao professor, na qualidade de profissional habilitado para essa função, coordenar de forma correta o uso desse material para fins pedagógicos.

Nada impede, entretanto, que o professor, de forma isolada ou em conjunto com alunos, possa investir no desenvolvimento de jogos para utilização do grupo, conforme esclarece Falkembach (2006, p.2):

Por meio dos recursos oferecidos pelas tecnologias digitais é possível planejar, desenvolver e implementar jogos educacionais, integrando profissionais da área técnica com os da área pedagógica para criar jogos digitais que podem oferecer um universo complexo de significados, centrado na ludicidade, subsidiando a construção do conhecimento do aluno

conforme seu ritmo, de forma agradável, agregando entretenimento, informação e preparando-o para ser um cidadão na Sociedade da Informação e do Conhecimento. Porém, é possível ao professor sem maiores conhecimentos de programação criar jogos didáticos por meio de softwares de autoria que trabalhem de forma agradável conteúdos de sua área de atuação.

Desse modo, o jogo digital como instrumento de aprendizagem significativa deve conduzir o aluno à formulação de estratégias, aplicações e validações, a fim de responder positivamente a que se propõe. Nesse sentido, encontramos em Falkembach (2006, p. 7):

Independente dos recursos digitais utilizados, mais ou menos complexos, no desenvolvimento de jogos, a eficácia do seu uso como instrumento didático depende da capacidade daqueles que o propõe. Por isso são necessárias mudanças nas práticas pedagógicas e cabe ao professor planejar, organizar e controlar as atividades de ensino utilizando esses recursos a fim de criar as condições ideais para que os alunos dominem os conteúdos, desenvolvam a iniciativa, a curiosidade científica, a atenção, disciplina, interesse, a independência e a criatividade.

4.1.2 Uso de Material Manipulável no Ensino de Geometria Espacial

O fracasso escolar, ainda que conte com uma diversidade de causas, com relativa frequência, é creditado exclusivamente ao aluno. Porém, compete ao professor, como profissional qualificado, criar momentos e ambientes que potencializem a construção do conhecimento por parte dos educandos.

Na qualidade de profissional capacitado para coordenar a metodologia de competências e habilidades, o professor deve assumir o papel de mediador na construção da aprendizagem significativa. Para Bozza (2015):

Necessita-se que o professor possua um espírito inquieto, questionador, reflexivo e pesquisador, percebendo que seu papel é intervir no processo de aprendizagem, considerando o aluno como sujeito único, propondo situações que favoreçam a aprendizagem, fazendo com que o aluno reflita e pense sobre o conteúdo, não apresentando o mesmo pronto (BOZZA, 2015, p. 136).

Essas situações de aprendizagem, quando construídas a partir do uso de jogos ou objetos matemáticos, devem assegurar ao aluno as condições mínimas necessárias para que se aproprie dos conhecimentos de forma a permitir uma reflexão geradora de significados.

4.1.2.1 Uso de Jogos

Ao ser aplicada no ambiente escolar, a pedagogia dos jogos tem muito a contribuir para o desenvolvimento de competência e habilidades, conforme citado em Grandó (2004) apud Gomes e Franco (2013):

os jogos podem trazer inúmeras vantagens, a saber:

- a) Desenvolve estratégias para resolução de problemas;
- b) Requer a participação ativa do aluno na construção do seu próprio conhecimento;
- c) Favorece o desenvolvimento da criatividade, do senso crítico, da participação, da competição sadia, da observação, das várias formas de uso da linguagem e do resgate do prazer em aprender (GRANDÓ, 2004 apud GOMES e FRANCO, 2013, p. 4).

Ainda de acordo com Fizzon (2018):

O emprego de jogos em sala de aula ocasiona uma chance de interação dos alunos, um auxílio mútuo em prol da incitação na busca pelo resultado, incluindo alunos tímidos que têm vergonha de expor dúvidas ou argumentos ao professor durante as aulas correntes, sem falar do papel desafiador que essa atividade proporciona (FIZZON, 2018, p. 17).

Todavia, os jogos, com vistas a cumprir seus objetivos pedagógicos, não podem ser desenvolvidos de modo aleatório em sala de aula. Princípios de organização e aplicação devem ser obedecidos de forma a não transformar o momento de aprendizagem em momento de simples diversão.

Nesse sentido, devem ser observados aspectos relacionados a: planejamento, escolha do material e mediação entre os participantes, além de, no final, avaliar as conclusões de modo a fixar os conceitos a que se propôs a atividade.

Assim, observa-se que a utilização de jogos pedagógicos no ensino da Geometria pode se constituir em uma atividade atrativa e prazerosa em complemento às aulas expositivas, que, ao se tornarem repetitivas em sua forma de apresentação, pela limitação dos recursos utilizados, basicamente quadro e voz, tornam o aprendizado entediante e de baixo resultado efetivo. Conforme Gomes e Franco (2013, p. 16):

A ideia de usar os jogos como recursos pedagógicos no ensino da Geometria surgiu em oposição a um modelo de escola que privilegia atividades repetitivas e rotineiras sem qualquer estímulo a criação e à investigação.

Na inserção desse recurso pedagógico em sala de aula, determinados aspectos devem ser considerados. De acordo com Kamii (1992 apud SANTOS, 2016):

os jogos devem ser trabalhados a partir de 5 princípios básicos de forma didática e planejada: escolher os jogos, introduzir os jogos na sala de aula, aplicar os jogos, encerrar um jogo e avaliar os seus resultados. Tais princípios podem facilitar a atuação do professor, para que a atividade com jogos seja satisfatória e eficiente (KAMII, 1992 apud SANTOS, 2016, p. 4).

Em certos momentos, deve ser dada ao aluno também a oportunidade de propor, construir e definir as regras do jogo, pois é possível que nesses movimentos ele também aprenda Matemática de forma significativa. Como afirma Fiorentini (1990):

Ao aluno deve ser dado o direito de aprender. Não um 'aprender' mecânico, repetitivo, de fazer sem saber o que faz e por que faz. Muito menos um 'aprender' que se esvazia em brincadeiras. Mas um aprender significativo do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade (FIORENTINI, 1990, p. 4).

Dentre os diversos jogos passíveis de utilização no ensino de Geometria Espacial, destacamos: Jogos de cartas, Jogo de Memória, Jogos de Dominós, Jogos de Bingo Geométrico e Jogos com sólidos geométricos.

4.1.2.2 Uso de Objetos Matemáticos

A diversidade de materiais didáticos passíveis de utilização em sala de aula alcança um conjunto de instrumentos que vai do lápis ao livro texto, incluindo objetos construídos pelos próprios alunos como resultado da criatividade individual ou coletiva.

Conforme Vale (1999), a utilização de material concreto na prática pedagógica foi objeto de estudo por vários pesquisadores, tais como Montessori, Pestalozzi e Piaget, sendo unânimes em concluir que esses recursos permitem ao aluno se apropriar de uma linguagem mais significativa e duradoura.

A experiência em escolas tem demonstrado, a educadores, que o uso de materiais manipuláveis colabora, de modo especial, para aprimorar o processo cognitivo do aluno na apropriação de conceitos e demais propriedades Matemáticas.

Mas o que poderia ser definido como material manipulável?

Para Reys (1982, apud VALE, 1999, p.1-2), é possível definir material manipulável como:

objetos ou coisas que o aluno seja capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais que têm aplicação nos afazeres do dia-a-dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia. Assim, nem todos os materiais didáticos são manipuláveis.

O ensino de Geometria Espacial, mediante uso de material manipulável, contribui para construir no aluno a habilidade de relacionar o abstrato com o concreto a partir da observação e manuseio de objetos.

Para esse fim, um dos elementos de relevância em tal processo é a capacidade de visualização, uma vez que as características do objeto são facilmente identificáveis de forma posicional no espaço.

Conforme citado anteriormente neste trabalho, de acordo com a teoria estabelecida por Van Hiele, a visualização ocupa o primeiro nível de aprendizagem geométrica plana, de tal modo que o aluno não avançará para o nível seguinte sem passar pelo anteriores.

Para Angel Gutiérrez apud Moraes (2014, p. 18), a Geometria é um tipo de raciocínio baseado no uso de elementos visuais e espaciais, tanto mentais quanto físicos, desenvolvidos para resolver problemas ou provar propriedades.

O fato de os alunos, conforme percebido pelos professores em regência de classe e seguido de um olhar nas avaliações em larga escala, a exemplo do Sistema Paraense de Avaliação Escolar (SisPAE)⁵, manifestarem dificuldades na resolução de problemas de Geometria Espacial, é consequência imediata de uma deficiência no desenvolvimento da capacidade de visualização, visto que não há como desconsiderar que tal habilidade se constitui instrumento essencial na compreensão de elementos gráficos e representação de objetos.

Quando o aluno não desenvolve em nível adequado essa habilidade, certamente não é capaz de reconhecer, por exemplo, que um poliedro ao ser

⁵ Relatórios com informações sobre as provas do Sispae estão disponíveis no site <https://sispae.vunesp.com.br/reports/RelatorioSISPAE.aspx?c=SEPA1403>. Acesso 12/2/2020.

rotacionado no espaço não altera suas dimensões ou características, tais como número de vértices, número de faces ou arestas, assim como apresenta limitações em executar atividades que solicitem conhecimentos sobre planificação de sólidos.

Na planificação de figuras tridimensionais, quando se faz necessária a indicação de suas propriedades geométricas, tais como ângulos entre as faces, ou elementos internos, como número de diagonais, é imprescindível a aplicação de capacidade de visualização em nível bastante avançado para identificação desses termos. Portanto, essa percepção deve ser desenvolvida de forma intensiva como pré-requisito à construção de novas competências.

Nesse sentido, tem sido ponto de concordância entre os teóricos que devemos avançar em busca de alternativas para tornar o ensino de Geometria Espacial mais eficiente quanto aos resultados a serem alcançados.

Como parte dessa urgente e deliberada ação em criar metodologias ou enriquecer modelos pré-existentes de modo que venham a robustecer o processo de ensino e aprendizagem de Geometria, o uso de material manipulável tem ocupado papel relevante nas pesquisas acadêmicas como afirma Moraes (2014):

A utilização de modelos concretos permite que a figura geométrica possa ser observada em várias posições e angulações, tornando o registro da imagem mental mais dinâmico e com isso o aluno poderá explorar melhor as propriedades do objeto, fazer conjecturas e tirar conclusões sobre o mesmo (MORAES, 2014, p.24).

A construção do conhecimento geométrico não se faz de modo instantâneo. Segue um processo cognitivo composto de diversas fases, ocorrendo estas em etapas a partir da relação das propriedades do objeto de conhecimento com o que já existe na memória do sujeito. Assim, determinados conceitos específicos da Geometria Espacial necessitam que se busquem na construção do raciocínio lógico-matemático elementos da Geometria Plana, sendo este estudo facilitado. Segundo Alves (2016).

O raciocínio geométrico está associado ao raciocínio espacial. Raciocínio espacial consiste na habilidade de “ver”, analisar e refletir sobre objetos, imagens, relações e transformações espaciais. As ações ligadas ao raciocínio espacial compreendem: gerar imagens, analisar imagens para responder questões sobre elas, transformar e operar sobre imagens e utilizar imagens em processo envolvendo outras operações mentais (ALVES, 2016, p. 23).

Tendo em vista os aspectos abordados, é de se esperar que o raciocínio espacial, apresentado como uma sequência de ações a partir da geração de imagens, muito há de se desenvolver com o manuseio de material concreto, uma vez que, ao se manipular esses objetos, a formação de imagens se fixa na mente do aluno de modo mais claro, enriquecendo o processo de ensino e aprendizagem.

De acordo com a Teoria de Inteligências Múltiplas (TIM), Moraes (2004, p. 15-16) afirma que, no ensino de Geometria Espacial, devem ser estimulados: o reconhecimento de diferentes objetos, a utilização de símbolos abstratos para representar objetos concretos e a construção de objetos que estimulem a formulação de modelos.

Para atender os propósitos acima, muito se tem aplicado o uso de material manipulável por este atender às condições necessárias à formação do pensamento geométrico-espacial.

Há de se considerar que, para acompanhar o acelerado desenvolvimento da sociedade contemporânea, o modelo tradicional de ensino vem perdendo espaço diante das novas tecnologias que surgem a cada momento, demandando-se, assim, novas metodologias no processo de ensino e aprendizagem.

Vivemos na era dos movimentos. Logo o aluno já não se dispõe a ir à sala de aula e, de modo passivo, receber um volume de informações sem significado ou relação alguma com seu espaço fora da escola.

Então, ao mesmo tempo em que os professores são pressionados pela gestão escolar, pelo Estado e pelas famílias no sentido de elaborarem e aplicarem nos métodos de ensino, há entre os estudantes fortes indicativos de que algo se faz necessário para alterar a monotonia da escola, contribuindo para a construção de um conhecimento significativo, e reduzir o tédio dos espaços pedagógicos.

Se a utilização de jogos e softwares de Geometria dinâmica contribuem para a mitigação dessa carência, o uso de material manipulativo expande o potencial criativo no processo ensino e aprendizagem de Geometria Espacial.

Todavia, o uso de material manipulável não deve ocorrer sem planejamento ou simplesmente como passatempo para os alunos se divertirem. Há necessidade de seleção de objetivos, tipo de material, ambiente adequado e tempo suficiente para que resultados minimamente satisfatórios sejam obtidos, além de se considerar a relação entre os objetos e as situações propostas no processo de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, Murari (2011) faz a seguinte observação:

No entanto, há de se ter um olhar circunspecto para que a utilização de materiais manipulativos proporcione um resultado eficaz no processo de ensino e aprendizagem. É necessário ter uma visão crítica sobre a utilização de materiais manipulativos nas aulas de Geometria, buscando estimular uma contínua conexão entre a manipulação de materiais e situações que tenham sentido para o aluno (MURARI, 2011, p.6).

A utilização de material didático de qualquer natureza, dentre esses o material manipulável, deve ser precedida de criteriosa análise quanto ao alcance dos objetivos vinculados à compreensão de conceitos, com o fim de aplicá-los na resolução de problemas.

Tem sido comum, nos espaços em que não são disponibilizados esses materiais, o uso de materiais recicláveis mediante a mobilização de professores e alunos para obtê-los previamente à utilização. No entanto, o esforço na preparação desse material não deve ofuscar o real objetivo em utilizá-los na produção de novos conhecimentos. Nesse sentido Couto e Jesus (2017) recomendam que:

Os professores de Matemática devem estar atentos à utilização de ferramentas metodológicas que auxiliem de fato o processo de ensino e aprendizagem dos seus alunos. O emprego correto pode favorecer o ensino, mas o ensino aleatório, sem um estudo correto, pode inviabilizar o processo. (COUTO; JESUS, 2017, p. 3).

Os autores acima, ao aplicarem o uso de material manipulável, dentre os quais se destacam: Sólidos geométricos de madeira, sólidos geométricos de papel e material dourado, com o objetivo de avaliar a contribuição de material concreto no processo de ensino e aprendizagem de Geometria Espacial no contexto do EJA, chegaram à seguinte conclusão:

enquanto pesquisadores, pudemos aperfeiçoar nossas metodologias de ensino e mais que conclusivamente podemos afirmar que o professor deve, sim, rever sempre suas metodologias de ensino de modo a facilitar o ensino. Também é necessário o uso adequado de ferramentas metodológicas, verificando se as mesmas se adequam ao perfil da turma, para que se possa realizar um trabalho coerente, auxiliando seus alunos na aprendizagem dos conteúdos. (COUTO; JESUS, 2017, p. 11).

A experiência de Vital, Martins e Souza (2016), ao utilizarem material concreto no ensino de Geometria com alunos do Ensino Médio, em que se procurava responder se o estudo de sólidos geométricos fazendo-se uso de materiais concretos poderia facilitar a compreensão de fórmulas e realizar cálculos de superfície e volume, levou-os à seguinte conclusão:

Grande parte das ações praticadas pelos alunos girou em torno do concreto, do palpável, manipulável. Notou-se que as construções dos sólidos serviram como estratégia para avaliar se houve indícios de aprendizagem e melhor compreensão do conteúdo. Ao finalizar este trabalho, acredita-se que o mesmo contribuiu para o aprendizado de Geometria desses alunos (VITAL; MARTINS; SOUZA, 2016, p. 100).

Certamente que, assim como o lúdico e a utilização de programas de computadores no ensino de Geometria Espacial, o uso de material manipulável na construção do conhecimento geométrico se constitui de real importância porque, ao conceder a liberdade de movimento de objetos aos alunos, promove a troca de ideias mediante diálogos recheados de dúvidas, argumentações, propostas e discussões.

Nesse momento, o professor pode encontrar oportunidade para os motivar e induzi-los a relacionar o concreto com o abstrato, levando-os ao domínio de conceitos como parte estruturante de uma aprendizagem significativa.

Ratificamos a responsabilidade do professor, na qualidade de profissional capacitado para facilitar o processo de aprendizagem, em coordenar as atividades de modo que, ao permitir a utilização de material concreto, simplesmente torne as aulas mais “alegres” e “descontraídas”, mas sempre levando em conta que objetivo primeiro é a construção do conhecimento mediante o processo cognitivo do aluno. Assim nos orienta Passos (2010, apud MONTEIRO, 2016):

Precisamos superar a expectativa que muitos professores têm quando justificam a opção pela utilização de materiais concretos nas aulas de Matemática como um fator de motivação ou, como expressam Fiorentini e Miorim (1990), para que as aulas fiquem mais "alegres", para que os alunos passem a "gostar de Matemática". Esses autores apresentam um interessante estudo sobre a diversidade de opiniões a respeito da utilização de materiais concretos nas aulas de Matemática, visto que "por trás de cada material se esconde uma visão de educação, de Matemática, do homem e de mundo; ou seja, existe, subjacente ao material, uma proposta pedagógica que o justifica" (PASSOS apud MONTEIRO, 2016, p. 30).

Na experiência de Versa e Souza (2008), após utilizarem material concreto no ensino de Geometria Espacial, foi possível concluir que o estudo da Geometria por meio de materiais manipuláveis em aulas práticas, além de aumentar o interesse dos alunos, melhora a aprendizagem.

Teorias e experiência anteriormente citadas apontam que o uso de material manipulável contribui de forma efetiva para a construção do pensamento

geométrico, tornando a prática em sala de aula menos tediosa e capaz de melhorar o desempenho de alunos, além de aumentar o interesse deles pela Matemática.

Há de se perceber, entretanto, que, no decorrer das atividades desenvolvidas com material concreto, os conceitos geométricos não devem ser confundidos com os objetos manipulados, sob pena de se restringir o processo cognitivo do aluno às propriedades físicas do material sob estudo. Nesse sentido, afirma-nos Passos (2010, apud MONTEIRO, 2016):

Entretanto, os conceitos matemáticos que eles devem construir, com a ajuda do professor, não estão em nenhum dos materiais de forma que possam ser abstraídos deles empiricamente. Os conceitos serão formados pela ação interiorizada do aluno, pelo significado que dão às suas ações, às formulações que enunciam, às verificações que realizam (PASSOS apud MONTEIRO, 2016, p. 33).

Com o advento da realidade virtual, está patente ao olhar sempre instigante do educador que os conceitos matemáticos não podem se restringir ao nível do concreto, mas é possível se iniciar nesse ponto, avançando-se para o semiconcreto, até alcançar o campo das ideias e, a partir desse ponto, tornar-se fator argumentativo para a construção de novos conhecimentos.

Em especial no campo da Geometria, o saber matemático fundamenta-se na capacidade de o aluno enxergar o invisível, pois em determinadas situações lhe é solicitado traçar semirretas, traçar ângulos e construir arcos de circunferência para alcançar a solução de um problema.

Nessa circunstância, a imagem mental elaborada a partir da manipulação de determinado objeto, seja este real ou virtual, certamente ocupará papel de extrema importância na construção do raciocínio lógico-matemático a ser aplicado na busca de uma solução.

5 SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL

Após tratarmos das dificuldades inerentes ao ensino de Geometria Espacial, discutirmos as competências e habilidades apontadas na BNCC para o Ensino Médio que se relacionam com essa área de conhecimento e apresentarmos algumas tendências metodológicas para o ensino de Geometria Espacial, neste capítulo, apresentaremos uma sequência didática para o ensino da Geometria Espacial tendo como princípio o uso de material manipulável.

No exercício de seu papel de mediador entre o conhecimento e o indivíduo, o professor deve promover a participação ativa de seus alunos ao motivá-los a se apropriar de novos saberes.

Com esse propósito, há necessidade de identificar objetivos, recursos e métodos capazes de promover o desenvolvimento de competências e habilidades quando fundamentado na resolução de uma situação-problema. Aspectos que apontam para a formulação de uma sequência didática.

Para o fim a que se propõe essa dissertação, utilizaremos sequência didática como sendo um conjunto de atividades encadeado de passos e etapas ligadas entre si para tornar mais eficiente o processo de aprendizado. Com isso concordam Guimarães e Giordan (2013) quando afirmam: Sequência Didática é um conjunto de atividades articuladas e organizadas de forma sistemática, em torno de uma problematização central. (GUIMARÃES E GIORDAN, 2013, p.2)

Essas atividades foram sistematizadas via planejamento de aulas de acordo com o meu horário de lotação na escola em que o projeto foi executado. Assim procedemos, considerando que, de acordo com Nascimento e Schmiguel (2017):

Uma sequência didática é formada por um certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática. Essas aulas são também denominadas sessões, tendo em vista o seu caráter específico para a pesquisa. Em outros termos, não são aulas no sentido da rotina da sala de aula. (NASCIMENTO e SCHMIGUEL, 2017, p.121).

Desse modo, alguns momentos de aprendizagem ocorreram em espaços diverso da sala de aula, como no laboratório multiuso da escola e no laboratório Pedagógico de Ensino de Pesquisa e Extensão do Instituto de Ciências da Natureza da Universidade Federal do Pará.

Concluiremos este capítulo, avaliando se os resultados obtidos, utilizando a metodologia proposta, estão em conformidade com as habilidades referenciadas na BNCC para o Ensino Médio.

5.1 Público Alvo

A aplicação da metodologia foi realizada com alunos de uma turma do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual localizada no município de Ananindeua no Estado do Pará no ano de 2019.

Observando o quadro evolutivo da escola no IDEB, identifica-se que não tem evoluído satisfatoriamente, pois apresenta os seguintes resultados: Em 2013, obteve 3,7 quando a meta era 4,6; em 2105, obteve 3,7 quando a meta era 4,8; em 2017 não participou da avaliação. O resultado de 2019, até a conclusão deste trabalho não havia sido divulgado.

No Sistema Paraense de Avaliação Escolar (SisPAE) em 2018, os resultados obtidos pela escola apontam para uma criticidade no processo de ensino e aprendizagem de Matemática no 2º ano do Nível Médio, pois 46,6% dos alunos apresentaram proficiência abaixo do básico, enquanto 47,9% alcançaram o nível básico, o que se resume no fato de que 94,5% dos alunos não alcançaram o nível adequado no referido exame.

Embora, na turma selecionada para aplicação do projeto de pesquisa, houvesse 25 alunos matriculados, observamos que era comum a ausência de três a cinco alunos por aula, de modo que, em média, participaram da execução das atividades cerca de 20 alunos/aula.

5.2 Aulas Propostas

Nesta seção, são descritas as atividades planejadas para o ensino de Geometria Espacial que atendessem os parâmetros definidos na BNCC para o Ensino Médio.

As atividades foram planejadas de modo que a execução ocorresse nos meses de setembro e outubro de 2019, utilizando o período correspondente a 24 hora-aulas(h/a), sendo cada hora-aula de 45 minutos, conforme o cronograma identificado no quadro abaixo.

CRONOGRAMA DE AULAS

Nº	TEMPO	DESCRIÇÃO	OBJETIVO
1	2 h/a	Avaliação Diagnóstica	Identificar nível de conhecimento da turma em itens relacionados a Geometria.
2	2 h/a	Sólidos geométricos – Poliedros e corpos redondos	Apresentar conceitos sobre sólidos geométricos: Poliedros, Corpos Redondos, Prismas, Cilindro, Cone e Esfera.
3	2 h/a	Uso de Tangram e Geoplano.	Trabalhar o conceito de perímetro e área de figuras planas.
4	2 h/a	Construções com canudinhos – Relação de Euler	Trabalhar a visão espacial de poliedros.
5	2 h/a	Construções com Origami	Trabalhar a visão espacial de poliedros.
6	2 h/a	Planificações	Relacionar formas no espaço com suas respectivas representações no plano.
7	4 h/a	Visita ao laboratório de Matemática– ICEN/Ufpa	Visualizar, construir e manusear material que possibilite um melhor desenvolvimento do conhecimento geométrico.
8	2 h/a	Jogos	Fixar conceitos discutidos nas aulas anteriores.
9	4 h/a	Métrica em sólidos geométricos.	Medir e comparar medidas de áreas das faces; medir e comparar volumes dos sólidos geométricos. Justificar diferenças entre valores obtidos.

Tendo em vista que a mudança de ambiente, em determinadas circunstâncias, pode influenciar de modo positivo no processo de ensino e aprendizagem, procuramos diversificar o local onde as aulas poderiam ocorrer. Para esse fim, reservamos previamente o espaço do laboratório multiuso da EEEFM Luiz Nunes Direito e solicitamos autorização da Direção da escola para visitarmos o

laboratório de Matemática da Universidade Federal do Pará, o LAPEPE I, localizado no Instituto de Ciências Exatas e Naturais.

Na atividade “Construções com Origami”, solicitamos a colaboração da Professora Debbie Cleise Abreu do Carmo, graduada em pedagogia pela Universidade Estadual de Santa Catarina, com experiência em trabalhos manuais a partir de projetos executados com crianças do Ensino Fundamental I. Em trânsito por esta cidade, aceitou nosso convite para cooperar na orientação da turma nos procedimentos de dobraduras de papel.

Cada uma das atividades será descrita com os seguintes itens: Título, Tempo, Conteúdo, Objetivo, Material e Procedimentos.

5.2.1 Aula 1

- a) TÍTULO: Avaliação Diagnóstica;
- b) TEMPO: 2 h/a;
- c) CONTEÚDO: Geometria Plana e Geometria Espacial;
- d) OBJETIVO: Identificar o nível de conhecimento dos alunos sobre itens relacionados à Geometria;
- e) MATERIAL: Formulário contendo seis questões discursivas, conforme apêndice A;
- f) PROCEDIMENTOS: Distribuídos os questionários aos alunos, organizados em duplas, estes responderam, após discussão entre si, cada item com base nos conhecimentos sob seus domínios. O questionário foi pensado para ser aplicado em duplas para possibilitar uma prévia discussão entre os alunos com o objetivo de alinhar entendimento sobre as respostas a serem escritas;

RESULTADOS ESPERADOS:

O objetivo da atividade foi identificar o nível de conhecimento dos alunos sobre Geometria, compreendendo a Geometria Plana e a Geometria Espacial, a fim de planejar a abordagem mais apropriada para introduzirmos o novo assunto em classe. A expectativa era de que os alunos apresentassem dificuldades em responder a tais questões, dadas as deficiências nos anos anteriores quanto ao estudo de Geometria reveladas pelos baixos índices de proficiência em Matemática.

RESULTADOS ALCANÇADOS:

A atividade foi realizada por 15 alunos. Ao analisar as respostas, foi possível concluir que os alunos apresentavam um domínio razoável sobre o objeto de estudo da Geometria, sendo capazes de citar figuras geométricas planas bem como sólidos geométricos, mas ainda havia relativa dificuldade quanto à correta classificação desses entes geométricos relativamente às suas identificações, conforme demonstram as respostas recortadas a seguir.

AD-2 Você conhece alguma figura geométrica plana? Cite algumas.

Tetraedro, Pentaedro e cubo.

AD-2 Você conhece alguma figura geométrica plana? Cite algumas.

Figura Plana: Retângulo, Trapezi e losango, quadrado e paralelepípedo.

AD-2 Você conhece alguma figura geométrica plana? Cite algumas.

Sim: círculo, quadrado, triângulo ...

No entanto, quanto às diferenças entre perímetro, área e volume, apenas 60% dos alunos responderam, sendo que as respostas demonstram elevado grau de deficiência no domínio desses conceitos. Destacamos algumas das respostas que ratificam essa percepção.

AD-5 Você reconhece diferenças entre perímetro, área e volume? Quais são?

Perímetro é a "distância", área é horizontal e volume é quantidade.

AD-5 Você reconhece diferenças entre perímetro, área e volume? Quais são?

perímetro é um segmento de reta a área é o local dentro do perímetro volume é a calculo de dentro.

Nota-se, portanto, por parte de alguns alunos a existência de lacunas de conhecimentos relacionadas à compreensão de perímetro como sendo a soma dos

lados de um polígono ou de volume como sendo a medida do espaço interior de um sólido geométrico.

Essa dificuldade apresentada demonstra que os métodos de ensino utilizados nas séries anteriores não foram suficientes para produzir uma aprendizagem capaz de fixar no cognitivo do aprendiz conceitos básicos necessários ao desenvolvimento de competências e habilidades nessa etapa do Ensino Médio.

Percebemos estar claro para os alunos a diferença entre construções representadas no espaço e no plano, respectivamente, pois na visão descrita por alguns, encontramos os seguintes relatos:

AD-6 Quais as diferenças e as semelhanças que existem entre uma maquete e um desenho em uma folha de papel?

Maquete é 3D, desenho é plano

AD-6 Quais as diferenças e as semelhanças que existem entre uma maquete e um desenho em uma folha de papel?

Tanto a maquete quanto o desenho na folha tem superfície plana. Na maquete se transforma em algo que não é plano, enquanto o desenho permanece plano.

Após a aplicação do questionário, ao analisarmos as respostas, percebemos que as deficiências identificadas ratificavam a necessidade de ações capazes de dirigir o aluno em direção ao domínio das habilidades afins discriminadas na BNCC para o Ensino Médio. Essas ações foram implementadas nas aulas 2 a 8.

5.2.2 Aula 2

- a) TÍTULO: Uso de Tangram e Geoplano.
- b) TEMPO: 2 h/a.
- c) CONTEÚDO: Geometria Plana
- d) OBJETIVO: Trabalhar os conceitos de perímetro e área de figuras planas.
- e) MATERIAL: Tangram, Geoplano, ligas de borracha, régua e material para anotações.

- f) PROCEDIMENTOS: Foram formadas equipes de três alunos, em seguida foram distribuídos um geoplano para cada grupo para manipulação e formação de polígonos mediante a construção dos seus respectivos lados. Em um segundo momento, foi entregue um Tangram (7 peças) para cada equipe para formação de figuras planas. Concomitantemente ao manuseio dos objetos, foram discutidos os conceitos de perímetro e área de figuras planas.

RESULTADOS ESPERADOS:

Com essa atividade, esperávamos que os alunos identificassem elementos que permitissem conceituar corretamente perímetro a partir da medida dos lados de figuras planas, em particular de polígonos. Ao realizar medidas do comprimento dos lados, os alunos deveriam utilizá-las no cálculo de perímetro.

Após as explicações, esperávamos que os alunos fossem capazes de perceber que figuras distintas podem apresentar perímetros iguais, assim como figuras com medidas de áreas iguais podem apresentar perímetros diferentes.

Com o uso do Tangram, deveriam notar que quando figuras planas são dispostas de modo que permaneçam adjacentes uma à outra, a área da nova figura formada é equivalente à soma das áreas das figuras iniciais, porém o mesmo não acontece com o perímetro.

RESULTADOS ALCANÇADOS:

Ao receber o geoplano, os alunos foram orientados a formar, com o auxílio de pinos e ligas de borracha, figuras planas como quadrados, retângulos e triângulo, possibilitando a visualização simultânea de todas elas.

Ao realizar a soma das medidas dos lados das figuras, obtendo o valor dos respectivos perímetros, comparando-as, posteriormente, perceberam a equivalência de valores ainda que as suas formas fossem distintas.

Inicialmente, o uso do Tangram foi para formação de figuras de animais a fim de que tivessem um conhecimento inicial das peças do material. Em seguida, identificaram nominalmente cada uma dessas peças: quadrado, retângulo, triângulo e paralelogramo. Não percebemos dificuldades da turma nesse momento, o que demonstrou um bom domínio quanto à nomenclatura de polígonos, ainda que elementos como diagonal e altura fossem desconhecidos de alguns.

O trabalho com áreas produziu bons resultados, visto que alguns alunos ainda confundiam área com perímetro. A justaposição das figuras serviu para reforçar essa diferença, uma vez que o perímetro da figura final não corresponde à soma dos perímetros originais, porém o mesmo não acontece com as áreas, pois a área da figura total corresponde à soma das áreas das figuras iniciais.

Nas figuras 2 e 3, expomos parte do material utilizado em sala de aula.

Figura 2 – Tangram.



Fonte: Arquivo próprio do autor.

Figura 3 – Geoplano.



Fonte: Arquivo próprio do autor.

5.2.3 Aula 3

- TÍTULO: Sólidos Geométricos – Poliedros e Corpos Redondos;
- TEMPO: 2 h/a;
- CONTEÚDO: Geometria Espacial;

- d) OBJETIVO: Apresentar conceitos sobre sólidos geométricos: Poliedros, Corpos Redondos, Prismas, Cilindro, Cone e Esfera;
- e) MATERIAL: Notebook e Datashow;
- f) PROCEDIMENTOS: Aula em forma de plenária, com exposição de conteúdo relacionado aos conceitos, classificação e principais elementos dos corpos geométricos. No grupo dos poliedros, identificamos os principais elementos, como faces, vértices e arestas;

RESULTADOS ESPERADOS:

A atividade se propôs a expor aos alunos, de forma verbal e ilustrada, conceitos de sólido geométrico, poliedros e corpos redondos, destacando os poliedros de Platão, a fim de prepará-los para a próxima atividade quando teriam como tarefa construir alguns desses sólidos usando material manipulável;

RESULTADOS ALCANÇADOS:

Nesta aula, estiveram presentes 19 alunos. Ainda que alguns deles apresentassem conhecimentos básicos de Geometria, a maioria não dominava o assunto com segurança suficiente para expor suas dúvidas. Inicialmente, houve certa timidez por parte da classe, mas gradativamente foram apresentando seus questionamentos de modo que o rendimento foi bastante favorável para a construção de nova forma de pensar, culminando na reformulação de conceitos, principalmente aos relacionados às diferenças entre plano e espaço. No final da aula, anunciamos que, na próxima aula, haveria a construção de alguns sólidos.

5.2.4 Aula 4

- a) TÍTULO: Construção de Sólidos Geométricos – Canudinhos;
- b) TEMPO: 2 h/a;
- c) CONTEÚDO: Geometria Espacial;
- d) OBJETIVO: Trabalhar a visão espacial de poliedros, reconhecendo seus principais elementos. Construir a relação de Euler;
- e) MATERIAL: Canudinhos de plástico e massa plástica.
- f) PROCEDIMENTOS: Divisão da turma em equipes de quatro alunos, entregando para cada grupo um kit composto de canudinhos e massa de plástica e uma folha de papel contendo o nome do poliedro que deveriam construir: cubo, paralelepípedo, tetraedro, prisma de base triangular, prisma

de base pentagonal, pirâmide de base quadrada. Após a construção dos poliedros, cada grupo deveria ir à frente e citar as principais características do objeto construído, registrando o número de vértices, de faces e de arestas em uma tabela disposta no quadro.

RESULTADOS ESPERADOS:

Esperávamos que os alunos, havendo assimilado os conceitos discutidos nas atividades anteriores, não apresentassem dificuldades na construção dos poliedros. Ao observar a tabela de dados preenchida, foi solicitado aos alunos que identificassem uma relação entre os valores de vértice(V), faces(F) e arestas(A) de cada sólido. Então, seria construída a relação de Euler: $V + F = A + 2$;

RESULTADOS ALCANÇADOS:

Para essa aula, contamos com 22 alunos que foram divididos em seis grupos. Como esperávamos, não percebemos qualquer dificuldade dos grupos em construir os sólidos indicados. Quanto à identificação da quantidade de vértices, arestas e faces, os pontos duvidosos foram esclarecidos quase sempre em discussões levantadas dentro do próprio grupo. Nesse sentido, houve pouca intervenção do professor.

Na fase de identificação da relação de Euler, quatro dos grupos conseguiram obter a expressão correta. Nesse ponto, percebemos que o uso de material manipulável cumpriu a função de facilitador do processo ensino e aprendizagem, fato confirmado pelo depoimento da maioria dos alunos aqui resumido: “*sem ter em mãos a estrutura, seria difícil chegar à relação solicitada*”.

Na figura 4 abaixo, registramos um exemplo de como se desenvolveu a atividade:

Figura 4 – Construção de Poliedros.



Fonte: Arquivo próprio do autor.

5.2.5 Aula 5

- a) TÍTULO: Construção de Sólidos Geométricos – Origami;
- b) TEMPO: 2 h/a;
- c) CONTEÚDO: Geometria Espacial;
- d) OBJETIVO: Trabalhar a visão espacial de poliedros convexos. Aplicar a relação de Euler;
- e) MATERIAL: Folhas de papel A4;
- f) PROCEDIMENTOS: Dividir a turma em grupos. Distribuir conjuntos de folhas sulfite, tamanho A4, para cada grupo, sendo cada conjunto específico para a construção de um determinado poliedro. Seriam construídos os seguintes poliedros: Cubo, Tetraedro, Octaedro, Dodecaedro e Icosaedro. A atividade seria concluída com a verificação da validade da relação de Euler para os sólidos construídos.

RESULTADOS ESPERADOS:

Para a realização dessa atividade, houve a colaboração da professora Debbie Cleise, pedagoga com formação na Universidade do Estado de Santa Catarina, considerando a sua experiência no trabalho com dobraduras. Por se tratar de uma construção que exige o máximo de atenção, pois pequenos erros em cada movimento podem resultar em grandes diferenças na conclusão do trabalho, esperávamos que os alunos, inicialmente, enfrentassem dificuldades em acompanhar a sequência de movimentos necessários à construção dos sólidos;

RESULTADOS ALCANÇADOS:

Iniciamos a atividade com um breve histórico sobre a origem do origami e sua aplicabilidade na Geometria, como, por exemplo, o traçado de retas paralelas, retas perpendiculares ou diagonais de paralelogramo a partir do uso de dobraduras.

Todavia, como previsto, a turma não apresentou rendimento satisfatório no desenvolvimento da atividade. Isto ocorreu como consequência, principalmente, das repetições necessárias para que todos acompanhassem de maneira uniforme as sequências de dobraduras. Assim, a construção dos sólidos extrapolou o tempo inicialmente reservado às construções de cada corpo geométrico. Dos cinco sólidos previstos, foi possível construir apenas três: cubo, tetraedro e octaedro. Foi acordado com a turma que os demais poliedros seriam construídos na visita ao laboratório da UFPA.

Contudo, após as construções, todos os grupos expressaram de forma correta, em seus cadernos, a relação de Euler, ao relacionarem o número de vértices, faces e arestas, demonstrando assim os bons resultados obtidos a partir da manipulação do material.

Constatamos a motivação da turma ao concluir a atividade, reconhecendo que uma aula diferente produz ótimos resultados para o aprendizado dos alunos.

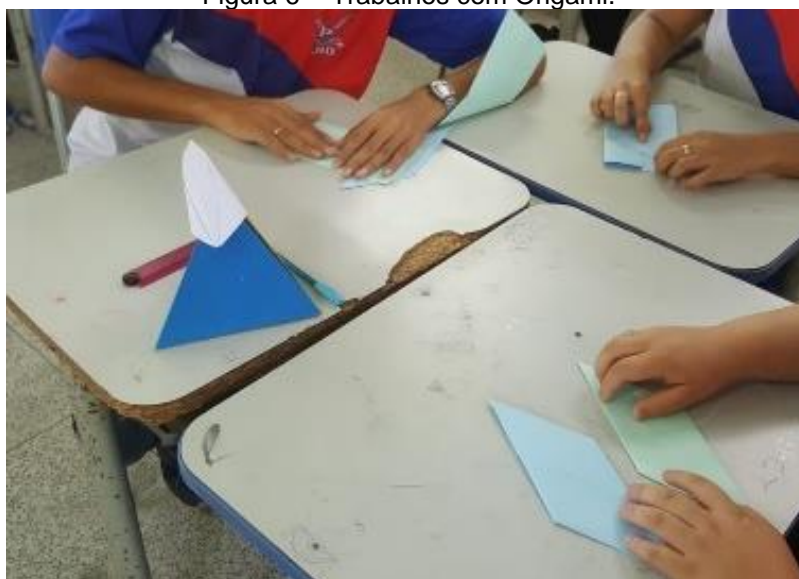
Ilustramos alguns momentos da atividade com as figuras 5, 6 e 7 a seguir:

Figura 5 – Trabalhando com Origami.



Fonte: Arquivo próprio do autor.

Figura 6 - Trabalhos com Origami.



Fonte: Arquivo próprio do autor.

Figura 7 - Construindo sólidos geométricos com Origami.



Fonte: Arquivo próprio do autor.

5.2.6 Aula 6

- a) TÍTULO: Planificações;
- b) TEMPO: 2 h/a;
- c) CONTEÚDO: Geometria Espacial;
- d) OBJETIVO: Relacionar formas no espaço com suas respectivas representações no plano;
- e) MATERIAL: Cópias de sólidos geométricos planejados, cola e tesouras;
- f) PROCEDIMENTOS: Formar grupos de alunos. Entregar, para cada grupo, uma folha de papel que contendo a planificação de um sólido geométrico, solicitando que construíssem o sólido que a originou. Em seguida, solicitar que fosse desconstruído o sólido, retornando à planificação original. Discutir com os alunos as diversas maneiras de representar as planificações de um mesmo sólido geométrico.

RESULTADOS ESPERADOS:

Considerando que essa atividade teve como princípio desenvolver nos alunos a habilidade de construir a planificação de sólidos geométricos a partir da visualização do respectivo objeto, forneceremos os instrumentos necessários para que o aluno, em um ambiente colaborativo, tivesse condições aprender as diferentes formas de planificar um objeto;

RESULTADOS ALCANÇADOS:

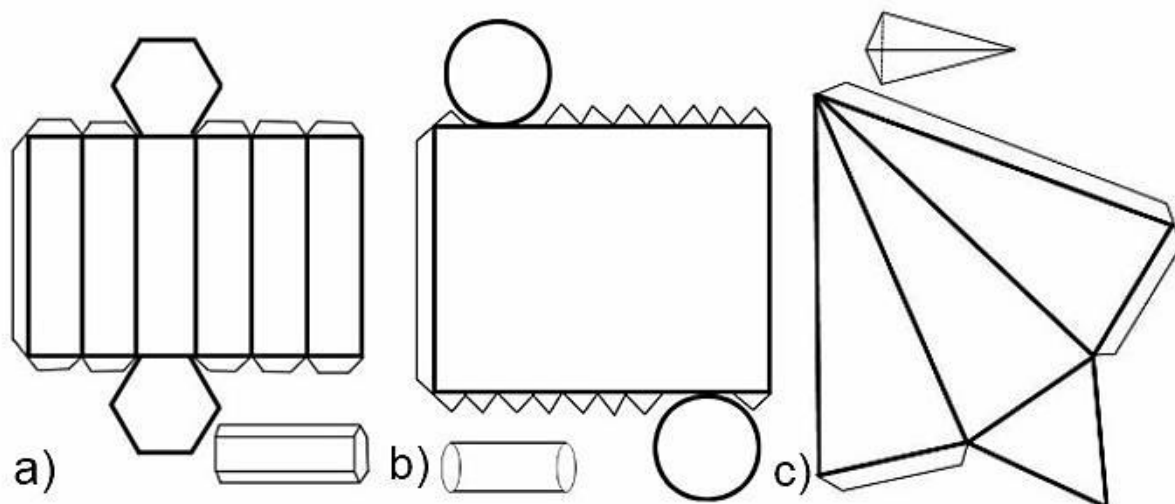
A atividade foi desenvolvida do modo como previsto. Um dos pontos que provocou maior discussão na classe foi o fato de ser possível planificar um sólido de

diversas maneiras. Alguns alunos tiveram dificuldades em passar para o plano (duas dimensões) a visão de um objeto tridimensional. No entanto, quando levados a visualizar tal objeto a partir de determinados ângulos, perceberam que isso era possível. Essa situação foi mais bem definida quando o poliedro foi cortado exatamente nas arestas, permitindo a “abertura” de suas faces.

A turma discutiu a possibilidade de planificar a esfera. Houve uma concordância unânime sobre a impossibilidade de isso ocorrer.

A seguir, apresentamos com as figuras 8(a), 8(b) e 8(c) algumas das construções planificadas inicialmente e entregues aos alunos para construção dos respectivos sólidos⁶.

Figura 8 – Planificações para construção de sólidos geométricos.



Fonte: <https://br.pinterest.com>, acesso em 15/9/2019.

5.2.7 Aula 7

- a) TÍTULO: Visita ao Laboratório de Matemática na UFPA;
- b) TEMPO: 4 h/a;
- c) CONTEÚDO: Geometria Plana e Geometria Espacial;
- d) OBJETIVO: Visualizar, construir e usar material manipulável de modo a desenvolver o domínio de habilidades relacionadas à Geometria Espacial;

⁶ Material disponível em <https://br.pinterest.com/pin/734368282963117844/?lp=true>, acesso em 15/9/2019).

- e) MATERIAL: Tangram, Geoplano, Sólidos em acrílico, Origami, Multiplano e Geolig;
- f) PROCEDIMENTOS: Transporte da turma para visita ao laboratório LAPEPE I da Faculdade de Matemática da UFPA onde estavam previstas atividades com materiais manipuláveis;

RESULTADOS ESPERADOS:

Com essa atividade, pretendíamos ampliar o conhecimento da turma sobre outras formas de aprender Geometria. Ao manipular objetos de diversas naturezas, tais como sólidos em material de acrílico, visualizando de diversos ângulos o interior desses objetos, o aluno construiria nova forma de pensar, argumentar e discutir, ampliando o domínio sobre o pensar geométrico no espaço;

RESULTADOS ALCANÇADOS:

Os resultados da visita ao laboratório de Matemática foram de grande importância para a mobilização da turma no aprendizado de Geometria. Foram realizadas atividades com Tangram, Geoplano, Origami, Sólidos em Acrílico e projeção de laser sobre superfície plana em rotação. Em particular, essa experiência permitiu aos alunos a visualização da construção de um sólido de rotação, como o cilindro, o cone e a esfera, a partir de um retângulo, de um triângulo e de um semicírculo, respectivamente, colaborando para formação de uma imagem mental do sólido relacionando o espaço como uma expansão do plano;

Na oportunidade, foi possível concluir a construção em Origami do dodecaedro, não possível de construção na escola (vide atividade 5), levando os alunos a uma visualização desse sólido e a confirmar a validade da relação de Euler para poliedros complexos.

O contato com material em acrílico permitiu aos alunos observar elementos como diagonal do sólido, altura e, no caso do cilindro e do cone, a geratriz, fato que contribuiu para melhor fixar os conceitos estudados em sala de aula.

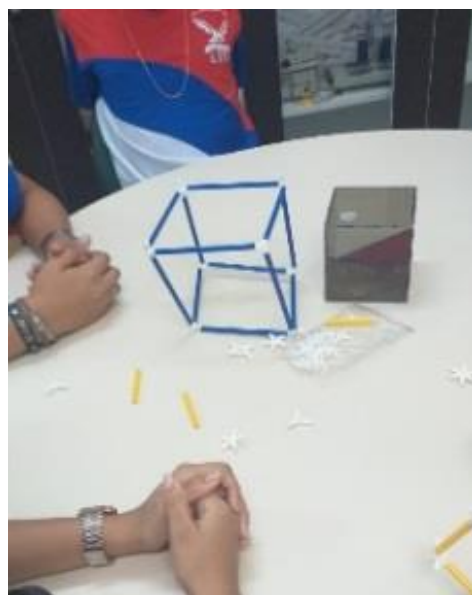
A seguir, ilustramos com as figuras 9, 10, 11, 12, 13 e 14 alguns materiais manipulados e atividades desenvolvidas durante a visita ao LAPEPE I.

Figura 9 – Atividade com Tangram.



Fonte: Arquivo próprio do autor.

Figura 10 – Construção de Poliedros.



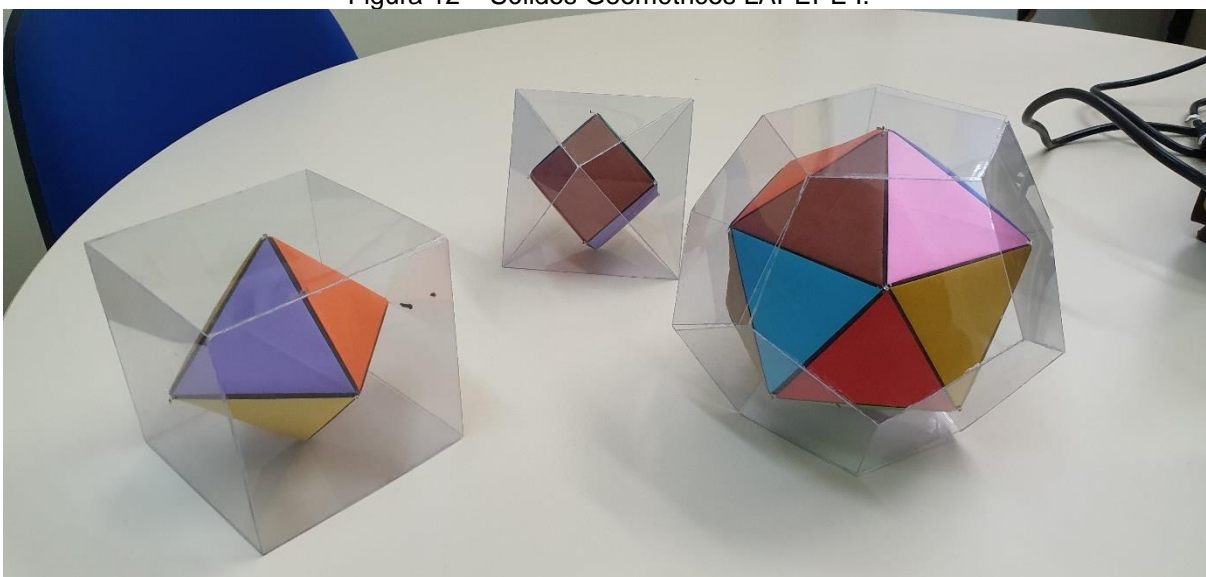
Fonte: Arquivo próprio do autor.

Figura 11 – Instrumentos do LAPEPE I.



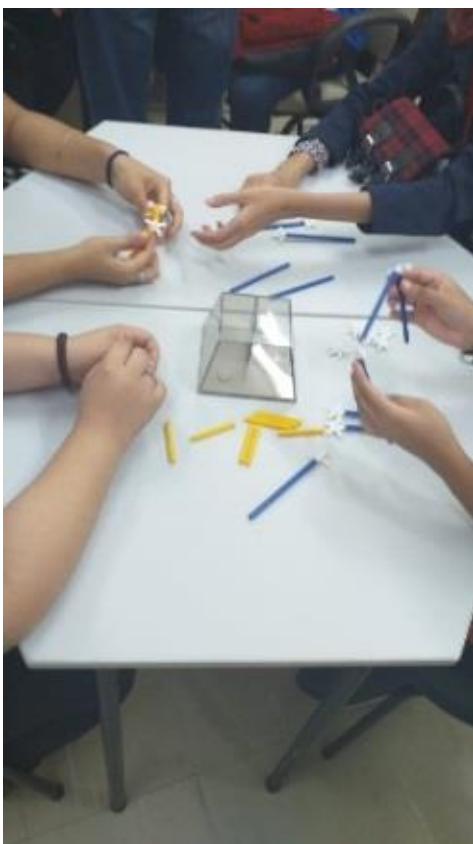
Fonte: Arquivo próprio do autor.

Figura 12 – Sólidos Geométricos LAPEPE I.



Fonte: Arquivo próprio do autor.

Figura 13 – Construção de sólidos geométricos.



Fonte: Arquivo próprio do autor.

Figura 14 – Demonstração com laser de sólidos de rotação.



Fonte: Arquivo próprio do autor.

5.2.8 Aula 8

- a) TÍTULO: Jogos;
- b) TEMPO: 2 h/a;
- c) CONTEÚDO: Geometria Plana e Geometria Espacial;
- d) OBJETIVO: Fixar conceitos específicos de Geometria Espacial;
- e) MATERIAL: Jogo de cartas e Jogo de dominó;
- d) PROCEDIMENTOS: No jogo de cartas, o grupo se dividirá em equipes e será distribuído um conjunto de 9 cartas para cada equipe. Dispondo as demais, viradas para baixo, em um monte sobre a mesa. Cada equipe, na sua vez de jogar, compra uma carta e verifica se forma um trio de cartas composto por: figura, nome e planificação do mesmo sólido geométrico. Caso positivo, descarta essas cartas; caso negativo, descarta uma carta qualquer à sua escolha e passa a vez para a equipe seguinte. Vence o jogo a equipe que primeiro conseguir “zerar” a quantidade de cartas em suas mãos;
No jogo de dominó, as peças são distribuídas em igual quantidade entre as equipes. Por um critério qualquer, é escolhida a equipe que inicia o jogo. Essa equipe dispõe uma carta sobre a mesa. A partir desse momento, cada equipe, em sua vez de jogar, deve observar as figuras ou nomes dispostos na extremidade da fila de cartas sobre a mesa. Caso possua uma carta que se relacione com esses elementos, deve dispor adjacente à respectiva carta. Caso negativo, passa sua vez para a próxima equipe. Vencerá o jogo quem primeiro “zerar” a quantidade de cartas em suas mãos.

RESULTADOS ESPERADOS:

Essa atividade teve como objetivo fixar conceitos previamente abordados em sala de aula, tais como nome de sólidos geométricos e planificações. De acordo com a habilidade EM13MAT309 da BNCC para o Ensino Médio, o aluno deverá resolver problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, e para isso se faz necessário o domínio do reconhecimento desses sólidos na sua representação tridimensional ou planificados;

RESULTADOS ALCANÇADOS:

A atividade foi desenvolvida de forma regular. Por seu caráter lúdico, tornou a aula bastante dinâmica com a participação de todos os alunos. Percebemos que algumas equipes ainda não dominam de modo adequado a planificação de alguns

sólidos e, nesses momentos, fez-se necessária a intervenção do professor, esclarecendo o procedimento para planificar um corpo geométrico. Em resumo, porém, consideramos alcançados os objetivos propostos para a aula.

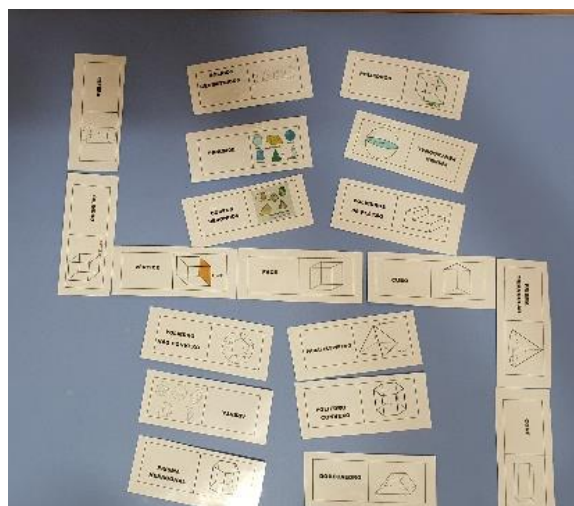
Abaixo, ilustramos com as figuras 15 e 16 algumas das peças dos jogos utilizados na atividade.

Figura 15 - Jogo de cartas.



Fonte: Arquivo próprio do autor.

Figura 16 - Jogo de cartas.



Fonte: Arquivo próprio do autor.

5.2.9 Aula 9

- a) TÍTULO: Métrica em sólidos geométricos;
- b) TEMPO: 4 h/a;
- c) CONTEÚDO: Geometria Plana e Geometria Espacial;
- d) OBJETIVO: Utilizar instrumentos de medidas e aplicar fórmulas na determinação de valores associados a sólidos geométricos diversos;
- e) MATERIAL: Corpos sólidos em acrílico, água, régua e folhas com situação-problema;
- f) PROCEDIMENTOS: A atividade foi realizada no laboratório multiuso da escola Luiz Nunes Direito, de acordo com as seguintes etapas:
 - Divisão da turma em grupos;
 - Entrega de uma folha contendo a descrição de uma situação-problema para ser solucionada;

- Disponibilização sobre uma bancada de: sólidos geométricos em acrílico e instrumentos de medição, tais como: réguas, trenas, paquímetro, transferidor, compassos, esquadros;
- Solicitação de a devolução das folhas de papel com a resolução do problema;
- Na 2ª. Fase da atividade, houve aplicação de novas situações-problema para os grupos submetidos ao rodízio de componentes.

RESULTADOS ESPERADOS:

Com a realização dessa atividade, buscamos desenvolver nos alunos habilidades para executar medições, aplicando o resultado dessas medidas na resolução de problemas, uma vez que a habilidade EM13MAT201 da BNCC para o Ensino Médio faz referência a cálculos de medidas de áreas, de volume e de capacidade.

Ao trabalhar em equipe, ressaltamos a necessidade de construir um pensar colaborativo instigando o grupo a pensar modos diferentes de resolver uma situação-problema, elaborando argumentos, discutindo propostas, testando e validando soluções. Isso está de acordo com a competência 3 da BNCC da área de Matemática ao declarar que o estudante deve “interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.” (BRASIL, 2018, p. 527).

Para esse fim, a manipulação de material concreto deve se revelar como instrumento eficiente, a partir do conhecimento construído nas atividades anteriores aliados às aulas expositivas aplicadas em outros momentos.

RESULTADOS ALCANÇADOS:

Ao receberem a folha com a situação-problema, em um primeiro momento, percebeu-se o interesse dos grupos em fazer uma leitura para compreensão da situação proposta, previamente à seleção dos sólidos especificados e instrumentos adequados para realização das medidas.

Observamos que não houve dúvidas por parte dos alunos quanto à interpretação dos problemas nem quanto à escolha dos sólidos citados na questão. Com os sólidos e instrumentos em mãos, iniciaram as medições e cálculos pertinentes à resolução do problema.

Nas situações em que era necessário preencher o sólido parcialmente com água e posteriormente medir o volume do líquido para confrontar com os cálculos realizados algebricamente, alguns grupos apresentaram dificuldades para definir as medições das alturas do líquido, pois insistiam em fazer a medida sob ângulos inadequados o que tornava distintos os valores obtidos. Nesse caso, houve intervenção do professor a fim de unificar procedimentos.

Esse momento permitiu avaliar o desenvolvimento dos alunos ao se referir corretamente às partes dos sólidos geométricos como: face, aresta, vértice, altura, volume, área da face lateral, área da base.

Assim, consideramos satisfatórios os resultados obtidos na primeira etapa da atividade.

No segundo dia de atividade, os alunos se mostraram mais dispostos e o rodízio entre componentes da equipe deixou-os mais confiantes. A integração entre eles possibilitou a troca de conhecimentos e os cálculos se desenvolveram mais rapidamente.

A referência sobre investigação de processos de obtenção da medida de volume de prismas indicada na habilidade EM13MAT504 certamente perpassa pela prática vivenciada nessa atividade.

Encerramos a aula convictos de que a utilização de material manipulável potencializa a aprendizagem do aluno e promove a construção de habilidades que, em ambiente rotineiro de sala de aula, reduzido a aulas meramente expositivas, raramente é obtida.

As figuras 17, 18, 19, 20, 21 e 22 registram alguns momentos da atividade, incluindo folhas de respostas apresentadas por alguns grupos, nas figuras 23, 24, 25, 26 e 27.

5.3 Análise dos Resultados das Atividades

Após a realização das aulas propostas na sequência didática que tinham como objetivo avaliar os resultados decorrentes do uso de material manipulável no ensino de Geometria Espacial à luz das competências e habilidades referenciadas na BNCC para o Ensino Médio, concluímos que o processo de ensino e aprendizagem se desenvolveu de modo dinâmico e eficiente com a aplicação dessa metodologia.

Durante o processo de execução das atividades, percebemos o empenho dos alunos ao compartilharem conhecimentos, descobrindo relações entre elementos da Geometria Plana e da Geometria Espacial, assim como a aplicabilidade desses conhecimentos no dia a dia de suas realidades.

A sensação experimentada pelo grupo, especialmente nas atividades de construção com a técnica de Origami, ao se identificarem como agentes criativos, promove a autoestima e potencializa a capacidade de aprendizagem do aluno.

A partir dos processos de aprendizagem construídos com o grupo de alunos, concluímos que se torna extremamente recomendável o uso de material manipulável como instrumento facilitador das competências e habilidades alinhadas à BNCC para o Ensino Médio quando estas são referenciadas a elementos da Geometria Espacial.

As atividades 2 e 3 contribuíram para uma compreensão das propriedades de perímetros e áreas e de medidas de áreas, aspectos importantes para construção da habilidade EM13MAT201 indicada no quadro 1. O desenvolvimento dessa habilidade também foi objeto de discussão na atividade 9.

As atividades 4 e 5 ao permitirem que os alunos, mediante a utilização de material específico, construíssem sólidos geométricos possibilitaram a visualização de elementos essenciais na resolução e elaboração de problemas que envolvem o cálculo de áreas, em alinhamento com o que propões a habilidade EM13MAT309, vinculada à competência 5 da área de Matemática e suas Tecnologias.

A atividade 6 demonstrou ser importante para desenvolver no aluno a habilidade em comparar figuras planas e sólidos geométricos, diferenciando unidimensionais, como perímetro, de medidas bidimensionais, como área, e de medidas tridimensionais, como volume e capacidade, aspectos relacionados à habilidade EM13MAT201.

A atividade 7 foi composta por um conjunto de ações, com destaque para o trabalho com sólidos de rotação, cilindro, cone e esfera. Essa visualização propiciou ao aluno uma melhor compreensão de elementos como geratriz e altura de cone, raio da base de cilindro e raio de esfera.

A atividade 8, ao induzir o aluno na medição de sólidos geométricos, levando-o a determinar valores de alturas, raios e área da base, instrumentaliza-o para resolver problemas de natureza semelhante aos indicados nas habilidades EM13MAT309 e EM13MAT504. Sendo que, na resolução dos problemas, como bem

ilustrados nas figuras 23, 24, 25, 26 e 27, observa-se o desenvolvimento obtido pelos alunos em relação à situação observada na Avaliação Diagnóstica objeto da Aula 1.

Esse conjunto de atividades desenvolvidas, mediante a aplicação de metodologias diferenciadas, propiciaram aos alunos oportunidade de experimentarem aprendizagem em sala de aula, bem como em ambientes extraclases.

Desse modo, o professor de Matemática do Ensino Médio deve propor atividades que resgatem conhecimentos ainda não completamente sedimentados no Ensino Fundamental, ao mesmo tempo em que deve desenvolver as condições próprias para que esse aluno venha a formar uma visão mais ampla do mundo em seu entorno por atitudes transformadoras e colaborativas. Conforme Perrenoud (2000):

Toda competência individual constrói-se, no sentido de que não se pode transmiti-la, de que só pode ser treinada, nascer da experiência e da reflexão sobre a experiência, mesmo quando existem modelos teóricos, instrumentos e saberes procedimentais (PERRENOUD, 2000, p. 65).

Nesse sentido, não existe mais espaço para o saber bancarizado, aquele que é depositado pelo mestre na cabeça do aluno, mas um novo caminho deve ser moldado de forma coletiva, envolvendo professor-alunos e trabalhado continuamente por toda a equipe ativa no espaço pedagógico.

O trabalho em grupo contribuiu de modo especial para desenvolver o auxílio mútuo entre os alunos, tornando a aula mais dinâmica e produtiva. A rotina do ambiente da sala de aula com carteiras organizadas em filas, tendo o professor como senhor e transmissor único de conteúdo, não funciona para uma geração midiática presente nas escolas.

Desse modo, ao comparar o quadro apresentado na Avaliação de Diagnose inicial com o resultado da atividade de métrica em sólidos geométricos, foi notória a evolução no domínio de conceitos quanto ao tema Geometria Espacial desenvolvidos pelos alunos.

Com a realização das atividades, acreditamos que o papel do professor como profissional responsável pela formação do educando é propiciar meios para que este seja estimulado a desejar saber, de forma prazerosa, pois como afirma Perrenoud (2000):

Ensinar é também estimular o saber. Só se pode desejar saber ler, calcular de cabeça, falar alemão ou compreender o ciclo da água, quando se concebem esses conhecimentos e seus usos. Às vezes é difícil, porque a prática em jogo permanece opaca, vista do exterior. Como alguém que nem mesmo imagina o que é cálculo diferencial poderia desejar dominá-lo? Como poderia compreender do que se trata sem dominá-lo? (PERRENOUD, 2000, p. 71).

Assim, o potencial cognitivo do aprendiz, portanto, se interpõe como instrumento que se desenvolve a partir do estímulo proporcionado através das diversas atividades a que o indivíduo se sujeita, quer seja de forma voluntária ou não.

Outro fator que não pode ser ignorado no processo de ensino e de aprendizagem é a autoestima do aluno. Como pessoa, é detentor de emoções que afetam o desenvolvimento de suas atividades nos diversos momentos em que estas ocorrem. Nesse sentido, as aulas devem ser planejadas de modo a evitar traumas na construção das habilidades a serem alcançadas. Nesse processo, a ação do professor é de fundamental importância. Como afirma Reginatto (2013):

É preciso então que tenhamos em sala de aula professores apaixonados pelo que fazem, que não medem esforços para alcançar os verdadeiros objetivos de um educador, e que estejam dispostos a fazer a diferença em uma época em que a maioria das pessoas preferem a indiferença. (REGINATTO, 2013, p. 9)

Tendo em vista que o ensino de matemática é realizado tendo como base o domínio de conteúdos discutidos em anos anteriores, qualquer deficiência nessa sequência produzirá resultados insatisfatórios nos anos posteriores de estudo. O professor não deve permitir que possíveis lacunas na formação do aluno gerem consequências negativas em sua personalidade e, eventualmente, venha a bloquear a formação de novos saberes.

Figura 17 – Medição de sólidos geométricos.



Fonte: Arquivo próprio do autor.

Figura 18 – Atividades de cálculo de volumes.



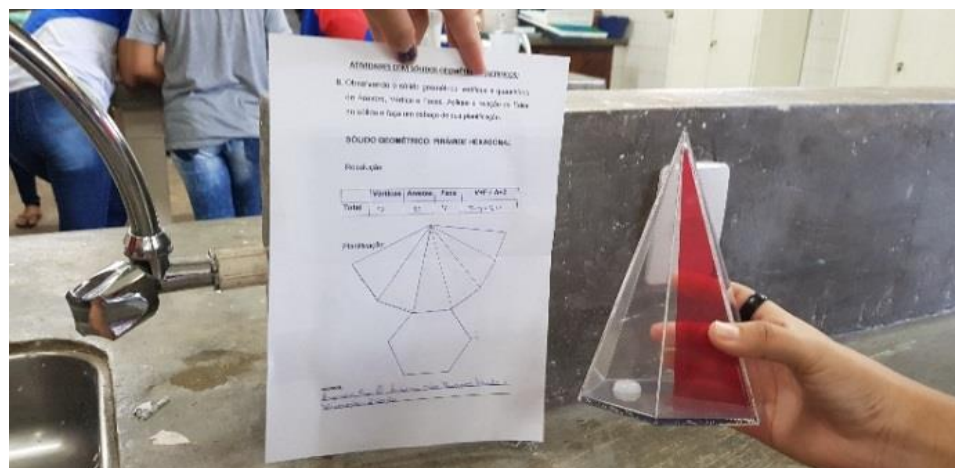
Fonte: Arquivo próprio do autor.

Figura 19 – Métrica em sólidos geométricos.



Fonte: Arquivo próprio do autor.

Figura 20 – Planificando sólido.



Fonte: Arquivo próprio do autor.

Figura 21 – Trabalhando com prismas.



Fonte: Arquivo próprio do autor.

Figura 22 – Conjunto de sólidos de acrílico manipulados na aula 9.



Fonte: Arquivo próprio do autor.

Figura 23 – Problema resolvido.

ATIVIDADES COM SÓLIDOS GEOMÉTRICOS (ACRÍLICOS)

3. Determinar o volume de água armazenada no interior do sólido geométrico ($h_{\text{água}} = 10\text{cm}$).

SÓLIDO GEOMÉTRICO: PRISMA HEXAGONAL

	Vértices	Arestas	Face	V+F = A +2
Total	12	18	8	$12+8 = 18+2$

Resolução:

$$\text{Área da base: } A = \frac{3 \cdot l^2 \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$A = \frac{3 \cdot 6^2 \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$A = \frac{3 \cdot 36 \cdot 1,73}{2}$$

$$A = 93,42 \text{ cm}^2$$

Volume =

$$V = ab \cdot h$$

$$V = 93,42 \cdot 10$$

$$V = 934,2 \text{ cm}^3$$

Fonte: Arquivo próprio do autor.

Figura 24 – Problema resolvido.

ATIVIDADES COM SÓLIDOS GEOMÉTRICOS (ACRÍLICOS)

4. Calcular o volume de água que deve ser retirado do interior do sólido geométrico a fim de que a altura da lâmina d'água sofra uma redução de 4 cm. ($h_0 = 12$ cm)

SÓLIDO GEOMÉTRICO: PRISMA QUADRANGULAR

	Vértices	Arestas	Face	V+F = A + 2
Total	8	12	6	14 = 14 28

Resolução:

$$Ab = 9^2$$

$$V_0 = Ab \cdot h$$

$$Ab = 81$$

$$V_0 = 81 \cdot 12$$

$$V_0 = 972 \text{ cm}^3$$

$$\text{Reduzindo} = V_f = 81 \cdot 8$$

$$V_f = 648 \text{ cm}^3 = 648 \text{ ml}$$

$$\Delta V = V_f - V_0 = 972 - 648$$

$$\Delta V = 324$$

Fonte: Arquivo próprio do autor.

Figura 25 – Problema resolvido.

ATIVIDADES COM SÓLIDOS GEOMÉTRICOS (ACRÍLICOS)

5. Qual o volume de água que deverá ser acrescentado no interior do sólido geométrico a fim de que a lâmina d'água sofra uma elevação de 4 cm? ($h_0 = 8$ cm)

SÓLIDO GEOMÉTRICO: PRISMA TRIANGULAR

	Vértices	Arestas	Face	V+F = A + 2
Total	6	9	5	6+5=9+2

Resolução:

$$V_0 = \frac{Ab \cdot h_0}{3} = \frac{V_0 = 38 \cdot 8}{3} = 101,3$$

$$Ab = 10$$

$$h_0 = 8$$

$$V_T = \frac{Ab \cdot h_T}{3}$$

$$V_T = \frac{38 \cdot 12}{3} = 152$$

$$V_T = 50,7 \text{ cm}^3$$

$$DV = V_T - V_0 = 152 - 101,3 = 50,7 \text{ cm}^3$$

$$\Delta = A = \frac{b \times h}{2}$$

$$A = \frac{9,5 \times 8}{2}$$

$$38$$

Fonte: Arquivo próprio do autor.

Figura 26 – Problema resolvido.

ATIVIDADES COM SÓLIDOS GEOMÉTRICOS (ACRÍLICOS)

7. Qual a variação observada na altura da lâmina d'água ao se acrescentar 300 ml de água no sólido geométrico?
($V_0 = 500$ ml)

SÓLIDO GEOMÉTRICO: CUBO

	Vértices	Arestas	Face	$V+F = A+2$
Total	8	12	6	$8+6 = 12+2$

Resolução:

$$(V_0 = 500 \text{ ml}) \quad 5 \text{ cm}$$

$$(300 \text{ ml}) \quad 3 \text{ cm}$$

$$h_0 = \underline{\underline{5 \text{ cm}}}$$

$$+ 300 \text{ ml} \rightarrow h_f = \underline{\underline{8 \text{ cm}}}$$

$$V = 300 \text{ ml}$$

$$V = A \cdot h = 10^2 \cdot 3 = 100 \cdot 3 = 300 \text{ ml}$$

Fonte: Arquivo próprio do autor.

Figura 27 – Problema resolvido.

ATIVIDADES COM SÓLIDOS GEOMÉTRICOS (ACRÍLICOS)

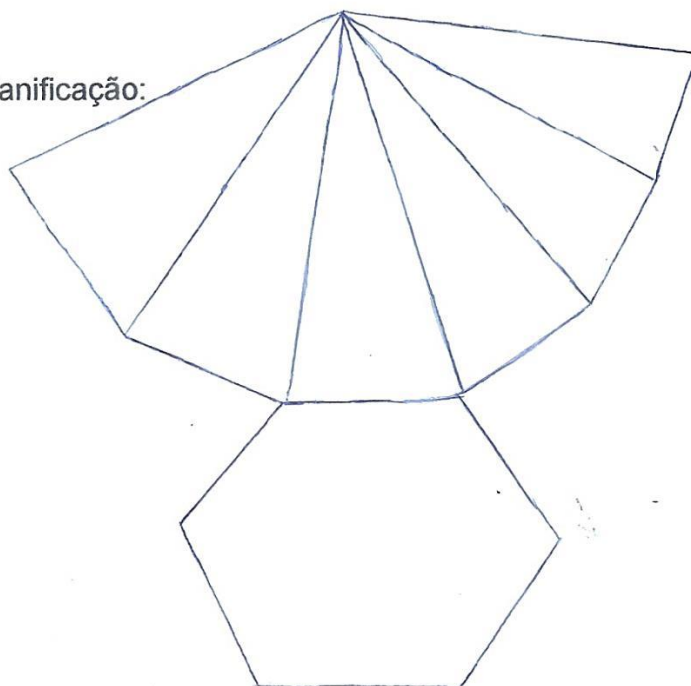
8. Observando o sólido geométrico, verifique a quantidade de Arestas, Vértice e Faces. Aplique a relação de Euler ao sólido e faça um esboço de sua planificação.

SÓLIDO GEOMÉTRICO: PIRÂMIDE HEXAGONAL

Resolução:

	Vértices	Arestas	Face	$V+F = A+2$
Total	7	12	7	$7+7 = 12+2$

Planificação:



Fonte: Arquivo próprio do autor.

6 CONCLUSÃO

Este trabalho teve como objetivo elaborar uma abordagem investigativa sobre as competências e habilidades definidas na BNCC para o Ensino Médio que exigem conhecimentos de conceitos específicos de Geometria Espacial.

Para tanto, identificamos as habilidades que mencionam o cálculo de medidas de áreas, de volumes de prismas, pirâmides, cilindros e cones, e buscamos construir uma metodologia que contemplasse a construção dessas habilidades e fosse além do uso de quadro e giz como principais instrumentos no processo de ensino e de aprendizagem.

Ainda que a BNCC para o Ensino Fundamental recomende o ensino de Geometria Espacial a partir dos anos iniciais do primeiro ciclo, por considerar esse conhecimento de caráter fundamental para a interpretação da realidade em que o aluno está inserido, vivemos um período de transição em que os estudantes que chegam ao Ensino Médio ainda não dominam os conteúdos mínimos para desenvolver as competências específicas para essa etapa da Educação Básica.

Nessa nova realidade, a mobilização dos professores inovadores e dos pesquisadores se apresenta como de fundamental importância na construção de novas competências que venham a contribuir para um processo de ensino e de aprendizagem eficiente.

Na realização deste trabalho, observamos, com uma crescente preocupação, o pouco conhecimento na área de Geometria que os alunos apresentam ao chegarem ao Nível Médio. Essa carência, transportada dos anos anteriores, constitui-se em barreira que bloqueia o prosseguir do aluno em etapas posteriores, visto que, na Matemática, e mais intensamente em Geometria, não há saltos na aprendizagem, mas todo o desenvolvimento ocorre em uma sequência de pensamentos e de formação de imagens. Desse modo, deixamos a sugestão para que outros pesquisadores avancem na identificação de possíveis causas para essa situação.

Assim, sentimo-nos satisfeitos pelos resultados obtidos como este trabalho. Ao analisar o uso de material manipulável como uma opção no ensino da Geometria Espacial, verificamos que este atende ao desenvolvimento das competências afins elencadas na BNCC para o Ensino Médio.

A partir das atividades realizadas, validamos algumas vantagens decorrentes do uso de material manipulável:

- a) Os alunos tornam-se mais participativos nas aulas;
- b) Possibilita que os alunos reflitam sobre suas experiências;
- c) Permite criar momentos lúdicos no aprendizado;
- d) Desenvolve a interatividade entre os discentes;
- e) Permite ao aluno visualizar objetos sob diversas perspectivas, momento difícil de reproduzir apenas com quadro e giz;
- f) Torna a aprendizagem significativa.

Todavia, reconhecemos que não é possível tomar o uso de material manipulável como instrumento que resolverá todas as dificuldades no ensino de Geometria, mas que certamente contribui positivamente para a aplicação da Matemática de forma integrada em diferentes contextos, como bem menciona a BNCC para o Ensino Médio.

O mérito em se buscarem novas metodologias de ensino torna o professor um eterno aprendiz, aproximando-o da realidade dos seus alunos no que diz respeito a submeter-se constantemente às descobertas que o conduzirão ao desenvolvimento de novas práticas.

Concluimos esta dissertação com a certeza de haver contribuído para evidenciar a importância do uso de material manipulável no desenvolvimento de competências e habilidades relacionados ao estudo do espaço e forma, medidas e grandezas alinhadas a BNCC para o Ensino Médio.

REFERÊNCIAS

- ALVES, Adalberto Francisco. **Estudando os Sólidos Geométricos por Meio de Materiais Manipuláveis**. 2016. 40f. Monografia (Graduação) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.
- BARBOSA NETO, José Francisco; DA FONSECA, Fernando de Souza. **Jogos educativos em dispositivos móveis como auxílio ao ensino da Matemática**. RENOTE-Revista Novas Tecnologias na Educação, v. 11, n. 1, 2013.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**, Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- BOZZA, Morgana. Thinking about the Teaching of Spatial Geometry: Didactic Strategies using GeoGebra Software and Concrete Materials. **Scientia cum Industria**, v. 3, n. 3, p. 134-138, 2016.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais (1ª a 4ª série)**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental; introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais: Ensino Médio**. Brasília, DF: MEC, 2000.
- BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCNs+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, DF: MEC, 2002.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília, DF: MEC/CONSED/UNDIME. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf> Acesso em: 12 de agosto de 2019.
- BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. **Lei de Diretrizes e Bases (LDB)**, Brasília, DF, 2017.
- BRASIL. Lei de Diretrizes e Base de 1971 - Lei 5692/71. **Lei no 5.692, de 11 de agosto de 1971**, Brasília, DF, 1971.
- BRASIL. Lei nº 11.274, de 6 de fevereiro de 2006. **Altera a redação dos arts. 29, 30, 32 e 87 da Lei no 9.394, de 20 de dezembro de 1996**, Brasília, DF, 2006.
- BROM, C., PREUSS, M. e KLEMENT, D. **Are educational computer micro-games engaging and effective for knowledge acquisition at high-schools? A quasiexperimental study**. Computers & Education, 57(3), p.1971-1988. 2011

CARNEIRO, Moaci Alves. **LDB Fácil: Leitura crítico-compreensiva artigo a artigo**. Petrópolis: Vozes, 1998.

CASTELLS, M.; MAJER, R. V.; GERHARDT, K. B. **A sociedade em rede**. São Paulo: Paz e Terra, 2002. v. 1.

COUTO, Andrey Alves do; JESUS, Ana Cistina Gomes de. **O Ensino de Geometria Espacial por meio do Uso de Material Concreto: Reflexões sobre o processo de ensino e aprendizagem**, 2017.

FALKEMBACH, Gilse. A. Morgental. **O lúdico e os jogos educacionais**. CINTED-Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação, UFRGS, 2006.

FIORENTINI, D. *et al.* Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. **Boletim da SBEM-SP**, v. 4, n. 7, 1990.

FISCHBEIN, E.:1993, 'The theory of figural concepts', *Educational Studies in Mathematics*, 24/2, 139-162.

FIZZON, Luciano Mateus. **O Uso de Jogos e Material Concreto no Ensino de Geometria Espacial**. 2018. 100f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Matemática – PROFMAT da Universidade Federal de São Carlos (SP), 2018.

FRANCO, Sérgio. O Estudo da Geometria Espacial e Recursos Pedagógicos Manipuláveis: uma estratégia para aguçar o interesse e a criatividade do aluno. *In: Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE. Produções Didático-Pedagógicas*. Cadernos PDE. Vol II. Secretaria de Estado de Educação. Governo do Estado Paraná, 2013.

GOMES, Izilda Baraviera. FRANCO, Valdeni Soliani. **Jogos como Recursos Pedagógicos no Ensino da Geometria: Uma Experiência com Alunos do Ensino Fundamental**. *In: Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE. Produções Didático-Pedagógicas*. Cadernos PDE. Vol II. Secretaria de Estado de Educação. Governo do Estado Paraná, 2013.

GRANDO, R. C. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo: Paulus, 2004.

GRAVINA, Alice Maria. **Geometria dinâmica uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria**. *In: Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação*, 1996, Belo Horizonte, p.1-13.

GUIMARÃES, Y.; GIORDAN, Marcelo. Elementos para validação de sequências didáticas. **Encontro nacional de pesquisa em educação em ciências**, v. 9, p. 1-8, 2013.

GUTIERREZ, Angel. **Visualization in 3-Dimensional Geometry: In Search of a Framework**. University of Valence, Spain, 1996. Disponível em: <<http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/archivos1/textospdf/Gut96c.pdf>>. Acesso em: 04. Nov. 2013.

IDEB. Disponível em <<http://ideb.inep.gov.br/resultado>>. Acesso em 19/2/2020.

INEP. **Dados do censo escolar – Mais de 77% das escolas brasileiras de Ensino Fundamental – Anos Finais são públicas.** Disponível em http://portal.inep.gov.br/artigo/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/dados-do-censo-escolar-mais-de-77-das-escolas-brasileiras-de-ensino-fundamental-anos-finais-sao-publicas/21206.8 fev 2019. Acesso em 16/02/2020.

KAMII, C.; DECLARK, G. **“Reinventando a Aritmética: Implicações da Teoria de Piaget”**. Tradução: E. Curt, M. C. Moraes Dias, M. do C. D. Mendonça. Campinas, SP: Papirus, 1992.

KESSLER, M. C. *et al.* Impulsionando a aprendizagem na universidade por meio de jogos educativos digitais. *In: Brazilian Symposium on Computers in Education (Simpósio Brasileiro de Informática na Educação-SBIE)*, 2010.

KISHIMOTO, T. M. **O jogo e a educação infantil**. São Paulo: Pioneira.1994

LIMA, Ronaldo Jorge Souza de. **Uso do software livre Geogebra no smartphone como ferramenta de ensino e aprendizagem**. 2018. 114f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Matemática – PROFMAT da Universidade Federal do Pará (PA), 2018.

MACEDO, Elizabeth Fernandes de. **Parâmetros Curriculares Nacionais: A Falácia de seus Temas Transversais**. Campinas: Papirus, 1999.

MISKULIN, R. G. S. As potencialidades didático pedagógicas de um laboratório em educação matemática mediado pelas TICs na formação de professores. *In: LORENZATO, S. (Org.). O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores*. Campinas: Autores Associados, 2006. p.153-178. (Coleção Formação de Professores).

MONTEIRO, Benedito Nazareno de Sousa. **Utilização de Modelos Concretos como uma Alternativa para o Ensino da Geometria Espacial**. 2016. 71f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Matemática PROFMAT da UFPA, Pará, 2016.

MORAES, Luciana de Souza. **A Geometria Espacial no Ensino Médio: um estudo sobre o uso do material concreto na resolução de Problemas**. 2014. 57f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Matemática PROFMAT da UNIRIO, Rio de Janeiro, 2014.

MOREIRA, Antônio Flávio Barbosa. Os parâmetros curriculares nacionais em questão. **Educação & Realidade**, v. 21, n. 1, 1996.

MURARI, Claudemir. **Experienciando Materiais Manipulativos para o Ensino e a Aprendizagem da Matemática**. Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 25, p. 187-211, 2011.

NEVES JUNIOR, C. A. *et al.* Dificuldades de Visualização Espacial em Alunos do Ensino Fundamental I e II. *In: XXI Simpósio Nacional de Geometria Descritiva: Desenho Técnico*, 2013, Florianópolis.

NASCIMENTO, Edvaldo Lopes; SCHIMIGUEL, Juliano. Referenciais teóricos-metodológicos: sequências didáticas com tecnologias no ensino de matemática na Educação Básica. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, v. 8, n. 2, p. 115-126, 2017.

PASSOS, Cármen Lúcia B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. *In: LORENZATO, Sergio. O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores*. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2010. p. 77-92.

PERRENOUD, Philippe. **10 Novas Competências para Ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 2000.

Pinterest. Planificações de sólidos geométricos. Disponível em <<https://br.pinterest.com>>.

PROFMAT. **Dissertações**. Disponível em: <<http://www.profmtat-sbm.org.br/>> Acesso em: 15 maio 2019.

REGINATTO, Raquel. A importância da afetividade no desenvolvimento e aprendizagem. *Revista de educação do IDEAU*, v. 8, n. 18, p. 1-12, 2013.

REYS, R. (1982). **Considerations for teaching using manipulative materials**. Em *Teaching made aids for elementary school mathematics*. Reston: NCTM.

RIBEIRO, Paulo Rennes Marçal. História da educação escolar no Brasil: notas para uma reflexão. **Paidéia (Ribeirão Preto)**, Ribeirão Preto, n. 4, p. 15-30, 1993.

RICARDO, Elio Carlos; ZYLBERSZTAJN, Arden. Os Parâmetros Curriculares Nacionais na formação inicial dos professores das Ciências da Natureza e Matemática do Ensino Médio. *Investigações em Ensino de Ciências*, v. 12, n. 3, p. 339-355, 2016.

SANTA HELENA, Rainer Fischer. Uma proposta para o ensino de geometria na educação de jovens e adultos com o uso de mídias digitais. 2015.

SANTOS, Magnun César Nascimento Dos. **Jogos matemáticos no ensino da Geometria Espacial**. *In: I Seminário de Educação da Regional Metropolitana Sul: Desafios do Ensino em Escolas Públicas (I SEMETRO)*. Anais Recife (PE) FG, 2016.

SCHÖN, D.A. **The new scholarship requires a new epistemology**. *Change*, Washington, US, v. 27, n. 6, p.26-34, Nov./Dec. 1995. Disponível em: <<http://neillthew.typepad.com/files/schon-new-scholarship-copy.pdf>>. Acesso em: 20 set. 2010.

SisPAE2018. Resultados. Disponível em <<https://sispae.vunesp.com.br>>. Acesso em 12/2/2020.

VALE, Isabel. **Materiais manipuláveis na sala de aula: o que se diz, o que se faz.** Actas do ProfMat, Lisboa: APM, v. 99, p. 111-120, 1999.

VASCONCELLOS, C.S. **Construção do conhecimento em sala de aula.** São Paulo: Libertad. 2004

VERSA, Ilseu; SOUZA, José Ricardo. **Uso de material didático manipulável (material concreto) no estudo da Geometria métrica espacial,** 2008.

VITAL, Carla; MARTINS, Egídio Rodrigues; SOUZA, Jéssica Rodrigues. O Uso de Materiais Concretos no Ensino de Geometria. *In: Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades.* São Paulo, 2016.

APÊNDICE A

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Esta Avaliação Diagnóstica é parte da dissertação de Mestrado em Matemática e se constitui instrumento de fundamental importância, pois, ao possibilitar conferir o domínio de conhecimentos geométricos, subsidiará futuras ações que contribuirão para o aperfeiçoamento do processo de ensino e aprendizagem de Geometria Espacial. Procure responder o questionário com calma. Não se preocupe, pois não vale nota. Agradeço sua colaboração.

AD-1 Quando se fala em Geometria, o que vem à sua mente?

AD-2 Você conhece alguma figura geométrica plana? Cite algumas.

AD-3 Quando se fala em Geometria Espacial, o que vem à sua mente?

AD-4 Você conhece algum sólido geométrico? Cite alguns.

AD-5 Você reconhece diferenças entre perímetro, área e volume? Quais são?

AD-6 Quais as diferenças e as semelhanças que existem entre uma maquete e um desenho em uma folha de papel?
