UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS

PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

HENRIQUE MAIA PINHEIRO

O XADREZ NAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÕES DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS:

UM OLHAR A PARTIR DA NEUROCIÊNCIA

BELÉM – PARÁ

2020

HENRIQUE MAIA PINHEIRO

O XADREZ NAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÕES DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS:

UM OLHAR A PARTIR DA NEUROCIÊNCIA

Dissertação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, apresentado a Universidade Federal do Pará como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, sob orientação da Profa. Dra. Cristiane Ruiz Gomes.

BELÉM – PARÁ

2020

CERTIFICADO DE AVALIAÇÃO

HENRIQUE MAIA PINHEIRO

O XADREZ NAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÕES DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS: Um olhar a partir da neurociência

Dissertação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, apresentado a Universidade Federal do Pará como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, sob orientação da Profa. Dra. Cristiane Ruiz Gomes.

Banca Examinadora

Cristiane Ruiz Gomes

Profa. Dra. Cristiane Ruiz Gomes
Instituto de Ciências Exatas e Naturais / ICEN / UFPA – Orientador
(Presidente/PROFMAT)

Paulo Vilhena da Silva

Prof. Dr. Paulo Vilhena da Silva
Instituto de Ciências Exatas e Naturais / ICEN / UFPA – Membro Interno (PROFMAT)

Prof. Dra. João Cláudio Brandemberg Quaresma
Instituto de Ciências Exatas e Naturais / ICEN / UFPA – Membro Externo

Data da Apresentação: 27 de fevereiro de 2020.

Conceito: APROVADO

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

P654x Pinheiro, Henrique Maia
O Xadrez nas estratégias de resoluções de problemas matemáticos : Um olhar a partir da Neurociência / Henrique Maia Pinheiro. — 2020.
64 f. : il. color.

Orientador(a): Profª. Dra. Cristiane Ruiz Gomes Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Federal do Pará, Belém, 2020.

1. Resolução de Problemas. 2. Neurociência. 3. Raciocínio Lógico. 4. Xadrez. 5. Estado de Flow. I. Título.

CDD 510.7081

À minha mãe, com todo amor e carinho.

AGRADECIMENTOS

A Deus pela minha saúde;

Às minhas avós por todo amor;

Aos meus pais, por todo amor e compreensão durante minha graduação;

A meu irmão e minhas irmãs, por serem o combustível da minha vida;

A Universidade Federal do Pará por todo apoio;

Ao Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional, por me proporcionar essa experiência inenarrável.

A minha orientadora Cristiane Ruiz Gomes, por toda ajuda e paciência na elaboração e organização deste projeto de pesquisa;

Aos meus tios e tias pelo carinho e pela ajuda nos momentos difíceis;

Aos meus amigos pelas inúmeras listas de exercícios que resolvemos;

Aos professores pelas valiosas experiências que compartilharam comigo e sempre me incentivaram a nunca desistir;

“Se enxerguei mais longe, foi porque me apoiei sobre os ombros de gigantes.”

Isaac Newton.

RESUMO

O contato com a preparação de alunos para as provas de Olimpíadas de matemática despertou em mim o interesse em entender como esse estudante tinha um rendimento superior a seus colegas de classe e, tendo como base de estudo a neurociência, em particular a neuroaprendizagem, esta dissertação busca organizar, por meio de uma pesquisa descritiva e fazendo uma analise qualitativa, as principais técnicas de Resoluções de Problemas, justificando de que maneira, a partir delas, o cérebro pode aprender com significado, verificando como cada estratégia contribui para a consolidação do aprendizado, relacionando o modo que a noção de estratégia desenvolvida pela prática do xadrez auxilia no processo de ensino-aprendizagem por meio dessa metodologia; destacando também quais as partes do cérebro estão sendo utilizadas durante tais processos e que, quando estimuladas, características como atenção, memória e concentração, fazem o mesmo entrar no chamado estado de flow, maximizando seu desempenho.

Palavras-Chave: Xadrez, Resolução de Problemas, Neurociência, Raciocínio Lógico, Estado de Flow.

ABSTRACT

The contact with the preparation of students for the math Olympics exams aroused in me the interest in understanding how this student had a superior performance than his classmates and, based on neuroscience, in particular neuro-learning, this dissertation seeks to organize, through descriptive research and making a qualitative analysis, the main problem solving techniques, justifying how, from them, the brain can learn with meaning, verifying how each strategy contributes to the consolidation of learning, relating the way that the notion of strategy developed by the practice of chess helps in the teaching-learning process through this methodology; also highlighting which parts of the brain are being used during such processes and that, when stimulated, characteristics such as attention, memory and concentration, make it enter the so-called flow state, maximizing its performance.

Keywords: Chess, Problem solving, Neuroscience, Logic and Flow.

LISTA DE ILUSTRAÇÃO

SUMÁRIO

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Com o conhecimento adquirido durante grande parte da minha graduação, sobre as metodologias de ensino-aprendizagem, deparei-me com as ideias do professor George Polya[1], que defendera o Ensino de Matemática por meio da Resolução de Problemas. O fato de essa metodologia instigar no aluno a capacidade de pensar e raciocinar de forma organizada despertou meu interesse em aprofundar os estudos sobre os tipos de problemas que são utilizados durante as aulas de matemática, bem como as técnicas aplicadas na resolução dos mesmos.

Ao término da graduação, finalizando o trabalho sobre tal metodologia, eclodiram em mim diversas dúvidas, principalmente no que diz respeito ao porquê de as principais técnicas utilizadas durante a resolução de problemas terem um resultado tão significativo na melhora do desempenho dos alunos, ainda que todas elas necessitem ser aplicadas de forma organizada, buscando uma solução, existem diversos métodos para se chegar a tal resposta e acredito que o modo com que, entre 2015 e 2019, trabalhei cada uma dessas técnicas em sala de aula contribuiu de maneira diferente no processo de aprendizagem dos alunos.

Vale ressaltar que tais resultados foram constatados por vários autores que também trabalharam em sala de aula a preparação para as Olimpíadas de Matemática, tais como, Bagatini (2010), Bonfim (2013), Goes (2017) e Maia (2018).

Organizando as principais estratégias aplicadas nessas resoluções, classifiquei-as em cinco grandes tipos: *O Método Clássico*; *Perdas e Ganhos*; *Quadros e Tabelas*; *Desconstrução* (resolver o problema de trás pra frente) e a *Tentativa e Erro*, sendo que, na aplicação de todas essas técnicas utilizava a Lógica Matemática. Contudo, apesar de classificar essas técnicas durante a graduação, somente escrevi a respeito nesta dissertação.

Posteriormente, explicarei as minhas concepções a cerca dessas técnicas, ressaltando que, um problema não necessariamente será resolvido utilizando todas essas formas, mas, considerando as provas da OBMEP[2] de 2012 a 2018, grande parte dos problemas pode ser resolvida utilizando alguma dessas técnicas.

[1] Natural de Budapeste, Hungria, o professor George Polya nasceu em 13 de dezembro de 1887, frequentou as escolas húngaras durante seus ensinos primários, as quais se utilizavam da memorização nas práticas de ensino sendo que, para ele, essa metodologia, era monótona e sem utilidade. Polya escreveu, por volta de 1930, seu *best seller A Arte da Resolução de Problemas*, que vendera mais de um milhão de cópias e fora traduzido para mais de 17 idiomas.

[2] Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas, realizada desde 2005 é a maior competição de matemática do mundo, em 2019 contou com a participação de mais de 18 milhões de estudantes do 6º ano do ensino fundamental ao 3º ano do ensino médio

Contudo, todo esse conhecimento adquirido era, até o momento, empírico, apesar de estar respaldado pelo referencial teórico de Polya, não tinha conhecimento sobre os autores que justificavam a eficácia dessas técnicas/estratégias para a resolução de problemas, tendo como métrica de resultados o fato de constatar a melhora do desempenho dos alunos que participavam dessas competições.

A investigação a respeito me levou aos escritos da professora Renata Stancanelli, que já houvera escrito sobre as técnicas que utilizei durante as aulas de preparação para as Olimpíadas de Matemática.

Ao trazer as minhas ideias para este trabalho, surgiu à necessidade de justificar (ou pelo menos tentar) como o cérebro processa as informações que são utilizadas em cada uma dessas estratégias e, recorrendo às técnicas que permitem ao enxadrista prever várias jogadas antes delas acontecerem, investiguei sobre quais são as áreas que atuam no cérebro das pessoas durante tal atividade, seja para resolver um problema, seja para prever uma jogada.

Dedicando-me a este estudo, encontrei algumas respostas na *Neurociência*, ramo da ciência que estuda o sistema nervoso, suas funcionalidades, estruturas, processos de desenvolvimento (dentre eles, o ensino-aprendizagem) e as alterações que agem sobre ele durante toda a vida do indivíduo.

Restringindo a literatura, muitas respostas para os “por quês” dos processos de ensino-aprendizagem foram encontradas nos estudos sobre a *Neurociência Cognitiva*, que é o campo que foca na capacidade do indivíduo em adquirir conhecimento, como memória, raciocínio e aprendizagem.

Percebi também que poderia associar o ensino das técnicas para resolver problemas ao ensino do jogo de xadrez, uma vez que, em muitos casos, os alunos não veem na prática dessa atividade a “monotonicidade” das aulas de matemática, apesar de que, para obterem sucesso e vencerem a partida eles necessitam pensar de forma organizada e buscar uma estratégia para capturar o rei adversário.

A metodologia desta dissertação consiste no estudo e organização sobre as principais técnicas de resolução de problemas matemáticos, numa análise qualitativa de pesquisa sobre técnicas aplicadas para as resoluções de problemas matemáticos, de trabalhos sobre como o cérebro atua durante a resolução de problemas matemáticos e na verificação de como o xadrez auxilia no processo de Ensino-aprendizagem, desenvolvendo nos alunos as noções básicas de estratégia.

De outro lado, a metodologia de ensino fundamenta-se na teoria de Polya, analisando as principais técnicas de resolução de problemas, associando-as ao desenvolvimento cognitivo dos alunos e consequentemente tendo por objetivo servir como material de referência para o Ensino de Matemática por meio da Resolução de Problemas, ressaltando, novamente, a importância dos textos da professora Renata Stancanelli para a elaboração deste projeto de pesquisa.

Entretanto, enfatizo que a metodologia de ensino proposta nesse trabalho dedica-se a resolução de problemas matemáticos, ainda que haja uma vertente matemática que proponha a Resolução de Problemas do cotidiano dos alunos, este trabalho não tratará sobre isso.

Nesse sentido, Silva e Castro reforçam que,

> A habilidade que os alunos demonstraram na atividade fora da escola, as formas como utilizaram o pensamento matemático nas operações, ressaltam que “indivíduos marginalizados” são capazes de criar mecanismos lógicos em defesa de sua sobrevivência (SILVA; FILHO, 2004, p. 03).

Assim, neste trabalho organizo cinco das principais estratégias de resoluções de problemas que podem ser utilizadas em sala de aula para melhorar o rendimento dos alunos, tomando por base os conceitos da Neurociência relacionados à memória, atenção, concentração e raciocínio lógico, esta proposta metodológica faz-se eficaz, pois desenvolve no aluno a chamada aprendizagem significativa e, como forma lúdica para o ensino, trago o xadrez como ponto de partida, uma vez que as noções básicas de estratégias estimuladas prática desse jogo são de grande valia para o ensino de matemática por meio da Resolução de Problemas.

Ressalto que os grifos presentes nas citações diretas deste trabalho são todos feitos por mim.

Este trabalho está organizado da seguinte maneira:

O primeiro capítulo dedica-se as discussões sobre a Neurociência e Neuroaprendizagem, justificando em qual região do cérebro ocorre o processo de aprendizagem e de que forma o aluno aprende e nele também estão expostas as ideias do professor e psicólogo croata Mihaly Csikszentmihalyi, sobre o Estado de Fluxo, um Estado mental no qual o indivíduo encontra-se totalmente imerso na atividade que está realizando, nesse momento, sua capacidade de concentração é máximo.

No segundo capítulo deste trabalho explico brevemente sobre a origem do xadrez, como é a estrutura do jogo, quais são algumas das estratégias que podem ser utilizadas para se alcançar a vitória, alguns problemas clássicos que podem ser utilizados para iniciarmos as aulas (em particular de análise combinatória), bem como os benefícios do ensino desse esporte no âmbito escolar, de como ele auxilia/desenvolve os aspectos cognitivos como atenção, concentração e raciocínio lógico.

No capítulo subsequente trago a experiência adquirida a partir da preparação de alunos para as Olimpíadas de Matemática, explicando quais são as principais estratégias de resoluções de problemas que podem ser aplicadas durante as aulas, por meio de exemplos resolvidos, mostrando, que em muitos casos, é possível elaborar mais de uma resolução para cada problema.

Em minhas considerações finais, ressalto a importância de ensinarmos nossos alunos a pensar de forma lógica, assim eles conseguirão resolver não só problemas de matemática, e sim os mais diversos obstáculos que surgirem em suas vidas.

1 NEUROCIÊNCIA

O contato crescente com a preparação de alunos para as Olimpíadas de Matemática despertou em mim o interesse em tentar saber como eles conseguiam raciocinar (de forma significativamente mais rápida a seus colegas que não participavam das competições) para resolver os problemas das provas de olimpíada, então busquei na Neurociência embasamento sobre como o cérebro funciona ao tentar solucionar problemas matemáticos.

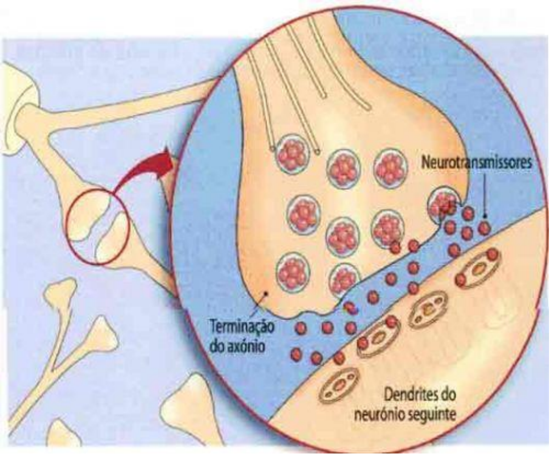
Ressalto que, nos próximos capítulos, utilizarei a primeira pessoa do plural para justificar os resultados encontrados, visto que não conseguiria escrever este trabalho sem os conselhos e orientações da Professora Dr. Cristiane Ruiz Gomes.

Porém, o que é neurociência? Para Ventura (2010), a neurociência compreende o estudo do controle neural das funções vegetativas, sensoriais e motoras; dos comportamentos de locomoção, reprodução e alimentação; e dos mecanismos da atenção, memória, aprendizagem, emoção, linguagem e comunicação.

Discutindo o tema, outra questão pode ser enunciada: *Como aprendemos?* Entender quais são as partes do cérebro estão em funcionamento durante o processo de ensino-aprendizagem podem ser fundamentais para responder esse problema.

Elemento essencial do sistema nervoso é o neurônio, sendo constituído pelo corpo celular, dendritos e axônios, como mostra a Ilustração 1, pois ao aprendermos algo, dois neurônios se ligam formando uma região denominada de sinapse nervosa que transmite impulsos de um neurônio a outro.

Ilustração 1 – Sinapse



Fonte: http://www.minutoenfermagem.com.br/. Acesso em: 02 set. 2019 (adaptado).

De acordo Damásio (2000), várias dessas substâncias químicas ativam fibras nervosas e viajam para a medula espinhal, produzindo por diversos neurônios uma cadeia de sinais por numerosas sinapses. Este mesmo pesquisador esclarece que neurônios "é uma célula nervosa" e que sinapse "é o ponto onde dois neurônios se conectam e transmitem sinais".

Assim, a nossa capacidade de aprender está associada à força das sinapses, conforme constatado por Garcia,

> Sabe-se hoje que o cérebro armazena fatos separadamente, entre neurônios, e que a **aprendizagem se da quando associados através das sinapses**, essa associação ocorre quando novos estímulos provenientes do meio através dos sentidos, são propagados, daí a importância do educador saber como proporcionar esses estímulos. (GARCIA, 2012, p. 01).

Contudo, a neurociência está dividida em vários campos como Neurofisiologia, Neuroanatomia, Neuropsicologia, Neurociência comportamental e a Neuroaprendizagem ou (Neurociência cognitiva) que pode orientar os professores de Matemática, sempre que for necessário apresentar, por meio da exposição ou de outra metodologia mais apropriada, os conteúdos matemáticos do Ensino Básico e que estudaremos a partir de agora.

1.1 Neuroaprendizagem

De acordo com Moraes & Maluf, entende-se por Neuroaprendizagem como:

> Vale mencionar que o descritor Neuroaprendizagem, isoladamente, não trouxe resultados, ou seja, a área parece não ser "reconhecida" na classificação dos artigos. Do mesmo modo, ao tentar cruzar Neuroaprendizagem e Psicopedagogia, como também associar Neuroaprendizagem e Psicomotricidade, somente o site do Google Acadêmico trouxe lista de artigos. No entanto, os artigos encontrados também estavam disponíveis nos outras bases de dados consultadas, ou seja, Lilacs, BVS e SciELO, apesar de não serem encontrados com os descritores utilizados. Essa falha pode ser sinal da dificuldade em uniformizar o uso de alguns novos conceitos, principalmente o de Neuroaprendizagem, que para alguns acadêmicos ainda não se constituiu como área de conhecimento reconhecida, com objeto próprio. (MORAES; MALUF, 2015, p.88)

Assim, não há um conceito bem definido a respeito para Neuroaprendizagem, porém podemos entender como o estudo de assuntos relacionados ao desenvolvimento cognitivo e funções executivas como linguagem, memória de trabalho, flexibilidade mental, controle inibitório, foco, autocontrole, dentre outros.

Nesta vertente, Cosenza & Guerra (2011) enfatizam ainda que o progresso do conhecimento neste milênio só será possível a partir de uma perspectiva transdisciplinar. Onde as diversas áreas do conhecimento farão uso de seus pressupostos para avançar em direção a um conhecimento novo.

Aprender é algo natural para cérebro e fatores como emoção, motivação e memorização são imprescindíveis no processo de ensino-aprendizagem, quando nosso sistema límbico, responsável pelas emoções, é estimulado por um acontecimento ou fato, produzimos mais neurotransmissores, fazendo com que o cérebro grave fortemente as memórias. Por isso eventos traumáticos são mais difíceis de esquecer, assim como os momentos de felicidade extrema, como o nascimento de um filho, por exemplo.

Atualmente o desinteresse dos alunos pelas aulas é um dos grandes problemas enfrentados pelos professores, a quantidade de meios de informação é enorme e conseguir a atenção do aluno na aula não é tarefa tão simples de ser alcançada.

Nesse contexto,

> Estudos feitos sobre o tema revelam que muitos fatores contribuem para o desinteresse dos alunos: como **número excessivo de alunos nas salas de aula**, falta de recursos pedagógicos ou tecnológicos que despertem o interesse dos alunos ou quando estes existem não são utilizados de forma correta pelo professor, **fatores internos do aluno como problemas emocionais ou psicológicos, a desestrutura familiar**, as políticas de governo, o desemprego, a desnutrição, **a dificuldade de absorção do conteúdo passado em sala de aula, conflitos com colegas, desentendimento com professores** e também a repetência do ano letivo (SILVA J., 2012, p.07).

Ao voltar sua atenção para a aula, o cérebro libera glutamato[3] que, através das sinapses glutamergicas, acessa uma rede inteira de neurônios agregando as partículas de memórias promovendo a aprendizagem, mas isso só ocorre quando estamos praticando uma atividade que temos prazer e satisfação em realizar.

Outro fator de grande relevância no processo da aprendizagem é a memorização, em especial nas ciências exatas, lembrar-se de uma fórmula pode ser a chave para a resolução de um problema, contudo esse aspecto será discutido com mais afinco no próximo tópico, antes é importante que entendamos em qual parte do cérebro ocorrem os processos de memorização.

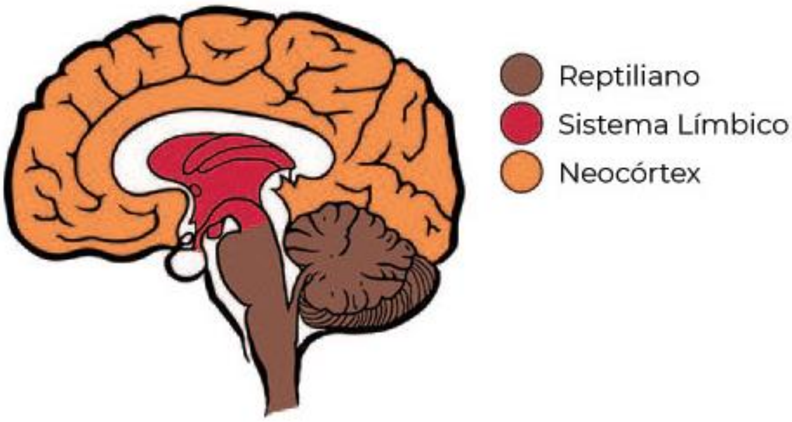
1.1.1 O cérebro humano

Na Teoria do Cérebro Triúnico (do Cérebro Trino, do Cérebro Triuno ou dos Três Cérebros), originalmente denominada em língua inglesa *The Triune Brain Theory*, de Paul Maclean, (1990), o nosso cérebro possui três partes distintas, conforme a Ilustração 2, e essas unidades se desenvolvem em diferentes momentos do nosso ciclo evolutivo, sendo a parte mais antiga e primitiva, localizada próxima ao bulbo, desenvolvida ainda no útero materno; a

[3]: O glutamato monossódico é o sal sódico do ácido glutâmico, um dos aminoácidos não essenciais mais abundantes que ocorrem na natureza, que é encontrado naturalmente em alimentos como tomate e cogumelos.

parte emocional desenvolve-se até os seis anos de idade e é a parte mais interna de nosso cérebro, também temos o córtex pré-frontal, desenvolvido posteriormente, constitui a maior região do cérebro humano.

Ilustração 2 – O cérebro trino de MacLean



Fonte: https://novaescolademarketing.com.br. Acesso em: 02 set. 2019 (adaptado).

De acordo com Maclean (1990), a parte mais primitiva do cérebro, conhecida como antigo cérebro animal e denominada *cérebro reptiliano,* é responsável pelos nossos movimentos básicos como comer, dormir, respirar, acordar, dentre outros. Essa região fica localizada no tronco cerebral, exatamente acima do local em que a medula espinhal acessa o crânio.

Quando nos limitamos a pensar em funções mais avançadas da nossa mente, acabamos, por vezes, menosprezando a importância do cérebro reptiliano a um segundo plano, porém as funções que ele controla são fundamentais para nosso desenvolvimento.

N o centro do Sistema Nervoso Central (SNC) localiza-se o *cérebro emocional,* ou *sistema límbico,* que começa a se desenvolver a partir do nascimento da criança, em função da experiência, da composição genética e do temperamento inato da criança, essa parte do cérebro começa a se formar.

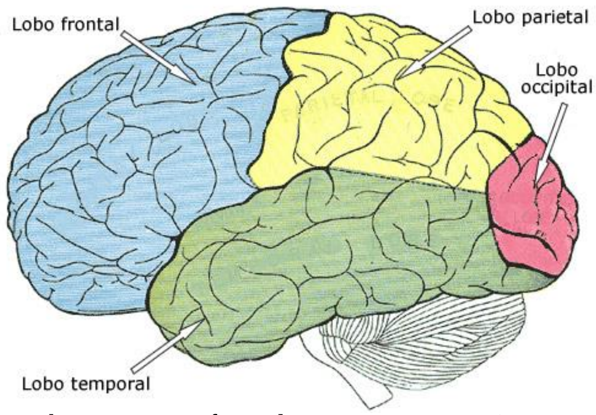
Essas duas partes do nosso cérebro são responsáveis por registrar nossas vivências, de administrar nossa fisiologia e identificar sensações como conforto, segurança, fome, cansaço, dentre outras.

Com o passar dos anos, a parte mais nova do cérebro começa a se desenvolver, conhecida como *cérebro racional,* o neocórtex é o que nos diferencia do restante dos animais, ele é o responsável pelo planejamento, compreensão empática, antecipação, percepção de tempo e de contexto, entre outras funções.

Os lobos que formam o cérebro racional são os responsáveis pelo equilíbrio entre os nossos impulsos e o comportamento adequado de determinada situação, essa região é crucial para mantermos relações harmônicas com os outros seres humanos e evitar que façamos coisas que não consideradas positivas ou que possam prejudicar aos demais.

Assim, concluímos que é no neocórtex que ocorrem as transformações físico-químicas no cérebro durante o processo de aprendizagem. A seguir temos a divisão do neocórtex (Ilustração 3) em quatro lobos.

Ilustração 3 – Divisão do neocórtex



Fonte: https://www.infoescola.com. Acesso em: 02 set. 2019 (adaptado).

O lobo frontal está ligado a funções executivas, julgamento, controle das emoções, planejamento das ações e controle do comportamento e da personalidade.

O lobo parietal contém o córtex sensorial e está ligado as sensações como tato, dor, calor e ao aprendizado por meio da lógica matemática, por exemplo.

O lobo temporal é responsável pelo gerenciamento da memória, contém o córtex auditivo e nos auxilia no reconhecimento das faces e das vozes das pessoas.

O lobo occipital possui função quase exclusivamente visual, ele é responsável pelo tratamento, processamento e armazenamento de informações visuais.

Outro aspecto que é de grande relevância no processo de aprendizagem é a importância do sono, pois

> Durante o sono, o cérebro transforma as memórias recentemente adquiridas em memórias de longo prazo. Embora os mecanismos exatos não sejam conhecidos, a aprendizagem e a memória são muitas vezes descritas em termos de três funções. **Aquisição** refere-se à introdução de novas informações no cérebro. A **consolidação** representa os processos pelos quais uma memória se torna estável. **Evocação** refere-se à capacidade de acessar as informações (conscientemente ou inconscientemente) depois de terem sido armazenadas. (COSTA; REIS; LIMA, 2017, p.27).

1.1.2 A memória

"Sem memória não há aprendizagem". Tal frase justifica a importância da memória nos processos de ensino-aprendizagem, por esse motivo, voltaremos esse tópico apenas ao estudo da memória, ressaltando como ela auxilia na aprendizagem.

Para Teixeira,

> A aprendizagem verdadeira é aquela que faz sentido para a pessoa. Quando uma nova informação lhe é dada e essa informação faz sentido, ela chega ao sistema cognitivo da pessoa e, de pronto, conecta-se a um conhecimento preexistente. Associada a esse conhecimento anterior, a informação também se torna um conhecimento significativo, que é retido por muito mais tempo no cérebro. Por outro lado, se a informação não faz sentido, acontece um tipo de aprendizagem meramente mecânico e de rápido esquecimento. Portanto, pode-se afirmar que **sem memória, não há aprendizagem**. (TEIXEIRA, 2017, p. 01).

A neurociência afirma que há dois tipos de memória, as de curto prazo, que recebem e retém a informação temporariamente até ela ser transferida para outro lugar ou ser esquecida. Caso uma memória de curto prazo não seja esquecida ela passa a ser uma memória de longo prazo, compõe esse tipo de memória todos os nossos conhecimentos e vivências, desde a infância.

Contudo, para que haja a captação das memórias, fatores fisiológicos do cérebro são levados em consideração, uma vez que, a capacidade de armazenar informações depende da capacidade física do cérebro, o que depende muito da saúde e do bem-estar da pessoa. Vale ressaltar que a capacidade de processamento do cérebro, por sua vez, pode ser melhorada por meio de exercícios.

Para que ocorra o processo de memorização, quatro etapas devem ser respeitadas, a atenção, a compreensão, o armazenamento e a recuperação. Assim, após essas etapas, a absorção de um novo conhecimento é adquirida, ou seja, a memória é um dos pilares da aprendizagem.

Lima acrescenta que,

> As aprendizagens escolares acontecem como suporte do desenvolvimento da espécie, como já colocado anteriormente. A percepção realizada pelos sentidos abre caminho para que cheguem ao cérebro todo tipo de informação vindo dos contextos de vida da pessoa. **A primeira condição para aprender é que haja processamento no cérebro**. **Para perceber, são necessários os estados progressivos de atenção: alerta, foco e concentração e atenção executiva**. Para que sejam percorridos estes estados progressivos da atenção é necessário educá-la: a educação da atenção é um componente essencial para a educação contemporânea. (LIMA, 2015, p.325)

Recebemos informações através de nossos cinco sentidos, porém, como veremos a seguir, cada indivíduo possui um sentido que tende a se sobressair e, nessa etapa, a atenção é a base para formar uma memória robusta, capaz de guardar e resgatar informações rapidamente. Por ser a primeira etapa do processo, concluímos que sem prestar atenção, não é possível memorizarmos nada.

Quando conseguimos compreender o conteúdo, significa que ele se tornou conhecimento significativo e está na memória de longa duração, ou seja, é nessa etapa que o conhecimento adquirido será fixado na memória, através das conexões cerebrais, feita por neurônios, particularmente nos dendritos.

Apesar de ter uma grande capacidade de armazenamento, a capacidade do cérebro de reter informação é limitada, muitos conhecimentos, à medida que não são utilizados, acabam se perdendo no todo ou em parte, assim, para que a consolidação seja bem-sucedida é necessário que a informação seja bem fixada na memória a fim de não se perder ou ser apagada.

Assim como a primeira etapa, a recuperação do conteúdo tem grande importância no processo de memorização, visto que, de nada adianta guardar uma informação se não formos capazes de recuperá-la quando desejarmos ou precisarmos. Estabelecer relações e associações entre as informações a serem memorizadas e as que já estão consolidadas em sua memória podem ser de grande valia nesse processo.

Para exemplificar a importância desses passos, tente memorizar essas 12 letras nessa sequência: P P V N D Q M F M A D V. Continue lendo esse texto e até o final do tópico veja quantas você lembra, depois que revelarmos o significado delas, você não terá nenhuma dificuldade em guardá-las para o resto da vida.

Contudo, esquecer também é importante para nossa aprendizagem, pois caso o cérebro começasse a julgar que todas as informações que captamos sejam relevantes, ele ficaria sobrecarregado e não seríamos capazes de tomar decisões essenciais para nossa sobrevivência.

Para Chedid,

> Ao falarmos de memória e aprendizagem, precisamos compreender por que nos lembramos de algo – ou o esquecemos. **Muitas vezes, ouvimos que o cérebro é uma esponja que absorve informação, mas melhor seria compará-lo a uma peneira, pois a maior parte das informações sensoriais que recebemos é rejeitada quase que imediatamente**. A razão pela qual o cérebro filtra uma informação é sua relevância e seu valor funcional para a sobrevivência. De que adianta guardar a sensação de uma roupa no corpo ou da tecla do computador no nosso dedo? Que fatores influenciam o cérebro a guardar ou rejeitar algumas informações, prestar atenção a alguns estímulos e desprezar outros? (CHEDID, 2016, p.03).

Como fora dito, cada indivíduo tem um sentido que se destaca no processo de memorização, vale destacar que há três principais formas de obtermos novas memórias. A visual, a auditiva e a sinestésica.

Pessoas que lembram com maior facilidade de imagens, rostos, cores ou roupas, e percebem o conhecimento na forma de uma fotografia ou uma imagem em movimento, têm memória mais visual.

Por outro lado, se alguém costuma lembrar-se melhor de assuntos que foram abordados em conversas, na forma de frases ditas por outras pessoas, esse indivíduo tende a ter uma memória auditiva mais intensa.

Já a memória sinestésica é aquela que prevalece por meio das sensações, do toque, do cheiro, do gosto ou da textura dos objetos.

Quantas letras da sequência você ainda lembra? São as iniciais das palavras que compõem a parte inicial do "*Parabéns Pra Você!*".

1.1.3 O raciocínio lógico

Ao resolvermos um problema, não necessariamente matemático, precisamos ativar partes do cérebro responsáveis pelo planejamento das ações e do pensamento abstrato, ou seja, pelo que vimos até aqui, o lobo frontal é essa parte, ou seja, ao pensarmos estamos estimulando os neurônios que estão nessa região.

Apoiados na metodologia de ensino do professor George Polya[3], o ensino da matemática pode ser feito por meio da Resolução de Problemas, e essa resolução necessita de quatro etapas: Compreender o problema; Elaborar um plano; Executar o plano; e fazer uma Retrospectiva.

Ao elaborarmos um plano para resolvermos o problema, o lobo frontal atua buscando os conhecimentos anteriores, daí a importância dos processos de memorização.

A partir desse momento, o aluno tentará Executar o plano, aplicando a metodologia que ele supõe que resolverá o problema, e ao ensinarmos o xadrez, o aluno adquire uma capacidade para o pensamento e execução lógicos, auto consistência e fluidez de raciocínio, fazendo com que os processos de aprendizagem se deem de forma mais fácil e espontânea, uma vez que o aluno já está habituado a executar várias estratégias para vencer partidas no xadrez.

Isto posto, notamos que é fundamental que ganhemos atenção do aluno para que ele aprenda de forma mais significativa, assim discutiremos agora, com base na Neuroaprendizagem, como essa aprendizagem se consolida no cérebro do estudante.

1.2 As contribuições da neurociência nos processos de ensino-aprendizagem

Após entendermos como o cérebro funciona quando está tentando resolver um problema matemático, por meio das reações físico-químicas das sinapses, no lobo parietal, buscamos compreender como podemos utilizar esse conhecimento para contribuir com o desempenho cognitivo do aluno, ou seja, para tornar o processo de ensino-aprendizagem mais eficaz.

Medeiros e Bezerra (2011) defendem mudanças de foco nas formas de pensar e preparar os indivíduos e, consequentemente, nos modelos pedagógicos que têm se mostrado insuficientes para atender a demanda social contemporânea de conhecimentos.

Desta maneira, encontramos na metodologia de Polya um possível ensaio para a mudança na forma como o aluno raciocina, uma vez que a Resolução de Problemas ensina-o a pensar o problema e, de forma organizada, encontrar uma solução.

Contudo, para Piaget (1994), as crianças têm um papel ativo no aprendizado, elas constroem o próprio conhecimento. A principal implicação dessa conclusão para a prática escolar é transferir o foco da escola no conteúdo ensinado para o sujeito que aprende, ou seja, o aluno. Isto posto, o professor deve entender que, independente da metodologia empregada, para que haja o processo de ensino, o aluno deve estar disposto a aprender.

Nesse sentido, Rolim e De Souza (2016) enfatizam que o professor poderá identificar os potenciais, além de dificuldades, que inviabilizam o pleno desenvolvimento das funções cognitivas dos seus alunos, podendo desta forma trabalhar de acordo com as necessidades de cada um.

Ainda de acordo com essas pesquisadoras, os conhecimentos adquiridos com os estudos à cerca da neurociência

> Possibilitam ao professor perceber dificuldades dos alunos no processo de ensino-aprendizagem, e através da orientação e avaliação de profissionais capacitados de outras áreas de formação, o docente poderá viabilizar um plano articulado com as possibilidades e necessidades individuais dos alunos, tendo no seu próprio diagnóstico pedagógico, a constituição de estímulos que provoquem e produzam intervenções, sobre suas metodologias e práticas docentes. Tais condutas servindo-se do amparo das neurociências por certo dará mais consistência e assertividade na prática de ensino. (ROLIM; SOUZA, 2016, p. 02).

Oliveira (2011) também destaca que o conhecimento, por parte do educador, do neurodesenvolvimento permite a utilização de teorias e práticas pedagógicas que levem em conta a base biológica e os mecanismos neurofuncionais, otimizando as capacidades do seu aluno.

O aprendizado também pode ser entendido como mudança estrutural do sistema nervoso central (SNC), em função de processos bioquímicos. Para Gazzaniga e Heatherton (2005), tem-se aprendizagem como "mudança duradoura de comportamento resultante da experiência".

Rocha, em estudo recente,

> Vale-se dos avanços da Neurociência, através de achados em exames de neuroimagem, para afirmar as múltiplas possibilidades de recuperação de habilidades cognitivas, através da ação psicopedagógica, mesmo quando o SNC já esteja plenamente desenvolvido, caso da educação de jovens e adultos. (ROCHA, 2012, p. 87).

Ausubel (2002) destaca dois tipos de aprendizagem, tendo como base o conhecimento prévio do indivíduo: a aprendizagem mecânica e a aprendizagem significativa.

Para ele, na aprendizagem mecânica o conhecimento é armazenado de forma arbitrária e não se relacionam com qualquer informação prévia existente na estrutura cognitiva do indivíduo. O autor ainda destaca que apesar de *a priori* constitui-se como "novidade" para o aprendiz ao ser mecanicamente assimilado, não se integra a estrutura cognitiva existente caindo facilmente no esquecimento.

Por outro lado, na aprendizagem significativa, é pressuposto que o indivíduo possua esquemas cognitivos ordenados hierarquicamente são a eles integrados de acordo com a compatibilidade que apresentar com os conteúdos presentes nos esquemas cognitivos prévios. Para tanto:

> O conhecimento significativo é, por definição, o produto de um processo psicológico cognitivo ("saber") que envolve a interação entre novas ideias logicamente e culturalmente compatíveis ou compatibilizáveis, com as ideias anteriores já ancoradas na estrutura cognitiva particular do aprendiz. É por demais relevante saber que nesse processo de produção do conhecimento significativo a própria estrutura cognitiva do indivíduo também se modifica ampliando-se, diversificando-se e intensificando seu potencial tornando-se assim cada vez mais capaz de processar novas informações, ideias e dados e ancorar os resultados desse processamento num *continuum* aparentemente ilimitado. (MEDEIROS; BEZERRA, 2011, p. 29).

Assim, novamente destaca-se a notoriedade do ensino de matemática por meio da Resolução de Problemas, uma vez que a mesma dedica-se em desenvolver no aluno a capacidade de pensar de forma organizada para encontrar a solução dos problemas.

Rolim e Sousa (2016) destacam ainda que a construção da aprendizagem significativa depende não somente da inserção de conteúdo didático, atividades rotineiras, mas também se deve aliar a maneira de como fornecer os assuntos e respectivos exercícios.

Izquierdo (2002) reforça que memória é a aquisição, a formação, a conservação e a evocação de informação. A aquisição é também chamada de aprendizagem: só se 'grava' aquilo que foi aprendido.

A partir daí, novamente retornamos a memória como um dos pilares do ensino-aprendizagem, porém muitas vezes ao tratarmos de memória nesse processo despertamos confusões e equívocos.

Nessa perspectiva, para Squire e Kandel (2003) a memória é “o processo pelo qual aquilo que é aprendido persiste ao longo do tempo” sendo considerada por diversos estudiosos das mais diferentes áreas a base do conhecimento e caminho para a eficácia no ensino se for adequadamente estimulada e utilizada.

Mora (2004) denomina memória o processo pelo qual conservamos esses conhecimentos ao longo do tempo. Os processos de aprendizagem e memória modificam o cérebro e a conduta do ser vivo que os experimenta.

Fonseca e Cássia salientam que,

> Desta forma, pode-se admitir que o percurso desde a Psicologia Cognitiva, perpassando pela Neurociência Cognitiva, Neuropsicologia até alcançar a Neuroaprendizagem, esclareça, convide e permita, mais especificamente, os professores de Matemática a compreender o complexo itinerário de desenvolver o raciocínio lógico matemático base do nosso Sistema de Pensamento para, então, considerá-lo um elemento indispensável sempre que desejar favorecer uma Aprendizagem Matemática Significativa de seus alunos (FONSECA, CÁSSIA, 2012, p.05).

Nesse sentido, as autoras ressaltam a importância do raciocínio lógico no processo de ensino-aprendizagem fortalecendo aspectos que contribuem para o desenvolvimento da aprendizagem significativa defendida por Ausubel (2002).

Enfatizando a importância da aprendizagem significativa, Maia reforça que

> O Ensino da Matemática por meio da Resolução de Problemas destaca-se, pois, por vezes, o aluno sabe contar de 1 até 50, mas caso seja pedido para que o mesmo pegue nove lápis de cor, ele não conseguirá resolver esse problema, visto que ele aprendeu o algoritmo de contagem, entretanto não sabe interpretar o que está fazendo. (MAIA, 2018, p. 41)

Também podemos destacar que é notável a diferença na velocidade de processamento dos alunos que participam de treinamentos para as Olimpíadas de Matemática, em relação àqueles que não o fazem. Para tanto, Bagatini (2010) reforça que na maioria das provas das competições existentes, os problemas que as compõem não requerem do aluno altos conhecimentos matemáticos, mas sim, capacidade de interpretar, criar e improvisar o mais rápido possível.

Analisando esses resultados a cerca da Neuroaprendizagem, conjecturamos que o professor que entende sobre tais processos pode proporcionar aos seus alunos os mais variados meios para aprender, estimulando a memória e o raciocínio lógico das crianças o saber que é construído em sala de aula toma um viés de aprendizagem significativa, fortalecendo o processo de aprendizagem e consolidando o conhecimento de forma mais duradoura.

Contudo, a literatura também nos diz que, caso o aluno esteja com sua atenção toda voltada para o estudo, sua capacidade de aprendizado estará potencializada e neste momento ele estará no chamado "Estado de Flow", que discutiremos a seguir.

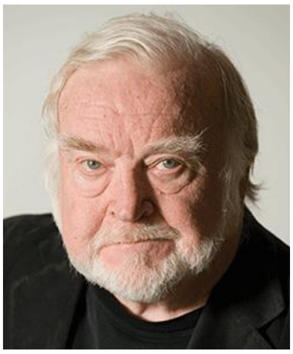
1.3 O estado de "Flow"

Para que haja uma aprendizagem significa é importante que os alunos sigam os passos para tal, porém há uma técnica que potencializa a capacidade cognitiva das pessoas, essa técnica será estudada neste tópico, no estado de Flow, a capacidade do indivíduo aprender está maximizada.

1.3.1 Mihaly Csikszentmihalyi

Antes de entendermos o que é o estado de *Flow*, ou estado de fluxo, conheceremos um pouco da história do precursor dessa ideia, o psicólogo e professor croata Mihaly Csikszentmihalyi (vide Ilustração 4).

Ilustração 4 – Mihaly Csikszentmihalyi



Fonte: https://ined21.com/creatividad-desde-mihaly-csikszentmihalyi/. Acesso em: 02 set. 2019 (adaptado).

Ao pesquisarmos a respeito da bibliografia de Mihaly, descobrimos que ele nasceu no Estado de Fiume, atual região da Croácia, em 1934, ele cresceu falando fluentemente italiano, húngaro e alemão. Durante a infância, vivenciou a Segunda Guerra Mundial, passando um tempo em uma prisão italiana, onde descobriu o xadrez, encontrando no jogo uma excelente maneira de desviar a atenção do que acontecia a seu redor.

Aos 16 anos, viajou para a Suiça, onde encontrou um de seus mentores, o psiquiatra Carl Jung (1875 – 1961), segundo Mihaly, Jung o fez acreditar novamente nas pessoas, uma vez que ele sabia lidar com alguns dos aspectos mais positivos da experiência humana.

Com 22 anos, após estudar Jung e Freud, mudou-se para os Estados Unidos, onde doutorou-se pouco tempo depois em psicologia pela Universidade de Chicago. Em 1965, Mihaly obteve seu Ph.D. retornando, em 1969, para a Universidade de Chicago, onde trabalhou até os anos 2000.

Para tentar entender o que leva o indivíduo a seu estado de satisfação plena e motivação intrínseca, Mihaly desenvolveu a teoria do estado de fluxo, também conhecido como estado de *Flow*. Divulgada em 1970, sua teoria teve grande contribuição na construção da Psicologia Positiva e, ainda hoje, é utilizada como uma das principais ferramentas para a obtenção do bem-estar emocional e da felicidade.

Contudo, fora apenas em 1990 que Mihaly escrevera o livro onde descreve a teoria por qual é mais conhecido, o *Flow*: *The Psychology of Experience Optimal*. Para ele, as pessoas sentem-se mais felizes quando estão em um estado de fluxo, um tipo de motivação intrínseca que envolve ser totalmente focado sobre a situação ou tarefa.

Atualmente, Mihaly Csikszentmihalyi é um dos psicólogos contemporâneos mais bem-sucedidos e, apesar da pronuncia difícil, seu nome tem grande fama, e sua teoria é conhecida como “psicologia das experiências ótimas” por causa da ênfase que esse autor coloca nos momentos de “fluxo” ou plena realização.

1.3.2 O que é o Estado de Fluxo?

Essa teoria consiste no fato de o indivíduo sentir-se completamente comprometido com a atividade que está realizando. Ao atingir esse estado, segundo Csikszentmihalyi (1997), o tempo voa e, toda ação, movimento ou pensamento surge inevitavelmente da ação, do movimento e do pensamento prévio. Todo o seu ser está lá e você está aplicando suas faculdades ao máximo.

Para Csikszentmihalyi, a qualidade da experiência pode ser expressa como função do relacionamento entre desafios e habilidades e a experiência ótima, ou fluxo, ocorre quando ambas variáveis estão elevadas, representando-as no gráfico da Ilustração 5.

Ilustração 5 – O estado de Fluxo (Flow)

Fonte: https://ativamentepsico.wordpress.com/. Acesso em: 16 de fev. 2020.

Assim, ainda que a atividade que estejamos realizando exija um alto grau de dificuldade, ao atingir o Flow, toda atenção do indivíduo está focada nessa tarefa, potencializando suas habilidades, possibilitando que ele possa resolvê-la com mais facilidade.

Após 12 anos realizando experiências com milhares de pessoas, ele observou que, independente da idade ou nacionalidade ou até mesmo, a condição socioeconômica, quase todos descreviam suas experiências ótimas de maneira muito semelhante, eles definiam alguns fatores como:

I. Fazer as tarefas como se fossem um jogo.

II. Ter objetivos definidos.

III. Fazer uma tarefa de cada vez.

IV. Excluir informações desnecessárias.

V. Perder o sentimento de autoconsciência.

VI. Mudar a percepção de tempo.

Csikszentmihalyi afirma que,

> Quando a sensação de fluir cessa, nos sentimos mais ‘integrados’ do que antes, não apenas interiormente, mas também no que se refere às outras pessoas e ao mundo em geral. Para continuar em flow é preciso progredir e aprender novas habilidades,

> ascendendo sempre a estágios de maior complexidade. (CSIKSZENTMIHALYI, 1997, p. 23).

Nessa vertente, auxiliar os alunos a “entrarem” no Estado de Flow pode contribuir significativamente para a melhora do processo de aprendizagem, uma vez que, a atenção, uma das primeiras etapas na obtenção de conhecimento fica maximizada nesse Estado.

Desse modo, podemos inferir que o xadrez praticado na escola também auxilia os alunos a desenvolverem o Estado de Flow, uma vez que muitos o veem como uma atividade para se distraírem, o que proporciona um prazer maior ao realizarem tal atividade, fato que, para o autor, é essencial para se atingir o Flow.

2 XADREZ

Relembrando brevemente as bases da teoria do professor George Polya, para que um problema possa ser resolvido é preciso que pensemos de forma ordenada, a saber: I – Entender o problema; II – Elaborar uma estratégia para resolução do problema; III – Aplicar a estratégia de resolução; e IV – Fazer uma retrospectiva do que fora estudado.

Nessa vertente, entendemos que não basta apenas pensar de forma ordenada, o aluno deve ter uma noção de estratégia para que ao aplicar o conhecimento que possui na tentativa da resolução de um problema ele obtenha êxito.

Como proposta de estimular/desenvolver as noções básicas de estratégia de forma lúdica trazemos o xadrez como ferramenta de ensino-aprendizagem, uma vez que o jogo exige, a cada movimento de peças, a elaboração de uma nova tática para se chegar à vitória.

Dito isto, neste capítulo abordaremos sobre os benefícios trazidos pela prática do xadrez no âmbito escolar como forma de desenvolver os processos cognitivos associados à memória, atenção, raciocínio lógico, dentre outros.

2.1 Um breve histórico do Xadrez

Muito se discute sobre a origem do xadrez, contudo, boa parte da literatura sobre o assunto aceite que o jogo surgiu na Índia, no século VII, porém é possível que tenha sido inventado vários séculos antes. Mas não há o que se discutir sobre o fato de ser um jogo especial por sua extraordinária difusão entre diversas civilizações e culturas.

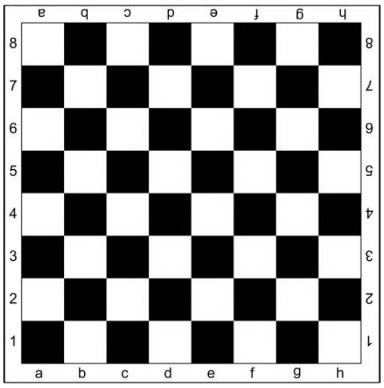
Castro (1994, p. 03) destaca que o acervo histórico de partidas vai sendo sempre aumentado e, como todo acervo, o do xadrez possibilita a existência de uma memória sobre o jogo que é uma fonte de aprendizagem e prazer estético.

Também segundo esse autor, o fato de podermos reproduzir essa partida e igualmente sentir seu encanto e beleza preservados por 1050 anos é uma característica que confere ao xadrez um lugar único entre todos os jogos.

2.2 O jogo de xadrez

O xadrez consiste no uso de um tabuleiro dividido em 64 casas (8 colunas e 8 linhas) onde cada jogador possui 16 peças e, antes de se iniciar a partida, deve-se verificar o posicionamento do tabuleiro. No caso, é necessário que o posicione de modo que a casa da primeira linha horizontal, direita, seja branca, conforme ilustra a Ilustração 6.

Ilustração 6 – Posição inicial do tabuleiro



Fonte: http://xadrezvigoroso.blogspot.com. Acesso em: 02 set. 2019.

As 16 peças utilizadas por cada jogador são: 1 rei, 1 rainha, 2 bispos, 2 cavalos, 2 torres e 8 peões.

Cada peça possui uma posição inicial no tabuleiro, as torres são posicionadas na extremidade do tabuleiro, os cavalos no lado interno das torres e os bispos no lado interno dos cavalos. O rei fica entre o bispo e a rainha (sendo o rei preto posicionado na casa branca e o rei branco na casa preta).

Os oito peões são posicionados na segunda linha, em frente às demais peças. Por convenção, as peças brancas iniciam o jogo. Essas peças ficam posicionadas de acordo com a Ilustração 7.

Ilustração 7 – Organização inicial do tabuleiro de xadrez

Fonte: https://www.soxadrez.com.br. Acesso em: 02 set. 2019.

Destacaram-se no jogo de xadrez, devido o domínio sobre contemporâneos, tempo de carreira no topo, contribuições para o xadrez e talento individual figuras como: Emanuel Lasker, Anatoly Karpov e Garry Kasparov.

Nacionalmente, Henrique Costa Mecking é considerado o melhor enxadrista do país, completando, em 2019, 43 anos de invencibilidade em partidas simultâneas no Brasil.

2.3 As estratégias do Xadrez

No jogo de xadrez o jogo pode estar acabado antes mesmo de começar, dependendo da estratégia elaborada por cada jogador, visar o longo prazo é essencial para a vitória.

2.3.1 Conceitos básicos

2.3.1.1 Valor das peças

Cada uma das peças do xadrez tem sua importância, podendo essa ser a responsável pela vitória, porém uma das estratégias utilizadas pelos jogadores é atribuir um valor a cada peça a regra estratégica e tática fundamental é capturar peças do adversário, e ao mesmo tempo preservar as suas próprias.

Bispos e cavalos tem praticamente o mesmo valor, porém são menos valiosos que uma torre que, por sua vez, é menos valiosa que a rainha. Contudo, esse sistema pode adaptar-se conforme o decorrer do jogo, num tabuleiro onde várias peças já tenham sido capturadas, os cavalos têm mais vantagem em posições fechadas, enquanto bispos são considerados mais vantajosos.

Ao final do jogo, ter dois bispos pode ser uma vantagem estratégica especialmente se o adversário tiver perdido um ou seus dois bispos. Três peões podem ser mais valiosos que um cavalo ou duas torres ligeiramente mais valiosas que uma rainha, por exemplo.

O sistema de valorização das peças auxilia os jogadores no que diz respeito a captura/proteção das mesmas e tem os seguintes valores, conforme ilustra o Quadro 1.

Ilustração 8 – Valor das peças

Peça	Valor
Peão	1
Bispo	3
Cavalo	3
Torre	5
Rainha	9
Rei	0

Fonte: Próprio autor

Desta forma, dando-se um bispo ou uma torre para capturar a rainha pode ser uma estratégia vantajosa.

Vale ressaltar que o rei não tem preço, pois a sua perda provoca a perda do jogo. No entanto, especialmente no final, o rei também pode tomar parte na luta contra o adversário, e por vezes é dado um valor quatro para ele.

2.3.1.2 Estratégias

1) Inicio

I. Desenvolver rapidamente todas as peças

II. Não mova a mesma peça duas vezes

III. Conectar suas torres

IV. Roque

V. Controlar o centro do tabuleiro (utilizada durante todo o jogo)

2) Meio-jogo

I. Trocar peças

II. Deixar as torres em colunas abertas

III. Não expor a rainha cedo demais

IV. Não criar “ilhas” de peões

V. Cavalos para jogos fechados e bispos para abertos

3) Final

I. Promover o peão

II. Proteger os peões passados

III. Manter o rei ativo

IV. Colocar os adversários em zugzwang, nesse tipo de estratégia, você obriga seu oponente a fazer uma jogada na qual ele ira piorar sua situação no tabuleiro. Do alemão, zug (jogada) e zwang(força/forçada).

Assim, iremos nos valer desses conceitos de estratégia para que os alunos consigam absolver com mais facilidades as técnicas de resolução que são propostas neste trabalho.

2.4 Alguns problemas clássicos do xadrez

2.4.1 A lenda da origem do xadrez

Na opinião deste humilde autor, uma das melhores histórias para iniciar algum assunto sobre matemática, a lenda que trata sobre a origem do xadrez é a melhor que há, pois destaca uma enorme sabedoria por parte do brâmane Sissa.

Com certa licença poética, conta a lenda que o rei Kaíde, após ter conquistado tudo que desejava acabara de perder um de seus filhos, o que lhe deixara numa depressão profunda, seus conselheiros buscaram pelos quatro cantos do mundo uma solução para tirar o rei daquele estado.

Até que certo dia, um homem chegou ao palácio com um jogo que o mesmo teria inventado, travava-se da primeira ideia sobre o jogo de xadrez. O rei finalmente tinha algo com o que se distrair e resolvera presentear o homem, dando-lhe o que ele pedisse.

O homem, o brâmane Sissa, fez então o seguinte pedido: para a primeira casa do tabuleiro, um grão de trigo; para a segunda, dois grãos; para a terceira, oito grãos e assim sucessivamente, sempre dobrando a quantidade de grãos, até a sexagésima quarta casa do tabuleiro.

O rei rapidamente pediu que seus conselheiros cumprissem o pedido de Sissa, porém, em pouco tempo perceberam que seria impossível realiza-lo. Espantado com a sabedoria do homem, o rei teria o feito um de seus conselheiros.

Ainda que seja apenas uma lenda, tal história acaba por atrair a atenção dos alunos, para o que o professor possa então iniciar os estudos sobre as progressões geométricas.

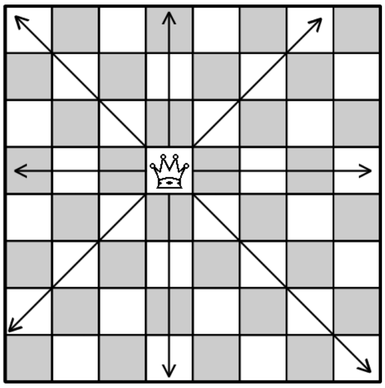
A saber, para cumprir o pedido, seriam necessários 18 446 744 073 551 615 (dezoito quatrilhões, quatrocentos e quarenta e seis trilhões, setecentos e quarenta e quatro bilhões, setenta e três milhões, quinhentos e cinquenta e um mil, seiscentos e quinze) grãos de trigo. Considerando a produção brasileira de 2018/2019, levaria cerca de três mil anos para pagar a recompensa.

2.4.2 O problema das oito rainhas

Outro interessante problema utilizando o tabuleiro de xadrez é o problema das “n-rainhas”, que neste trabalho será tratado apenas como o problema das “8 rainhas”. Assim como a lenda do xadrez pode ser uma excelente forma para iniciar os estudos sobre as progressões, o problema das oito rainhas tem grande valia para estimular o interesse dos alunos para os métodos de contagem, pois o problema consiste em: *Como dispor oito rainhas no tabuleiro de xadrez de modo que eles não se ataquem*.

Para resolver este problema é necessário que entendamos como a rainha se move no tabuleiro, a mesma pode movimentar-se na horizontal, vertical e diagonais, conforme ilustra a Ilustração 9.

Ilustração 9 – Movimento da rainha no tabuleiro de xadrez



Fonte: Matemática e Xadrez: O Xadrez como Instrumento de Ensino de Matemática, um estudo sobre o problema das ‘n Rainhas’. Acesso em: 29 out. 2019.

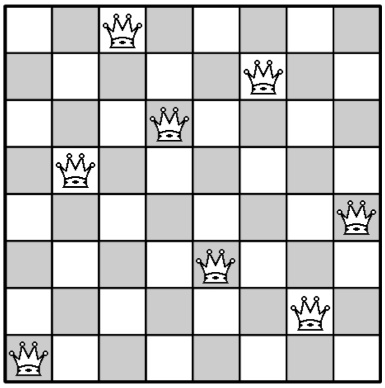
No artigo *Matemática e Xadrez: O Xadrez como Instrumento de Ensino de Matemática, um estudo sobre o problema das ‘**n** Rainhas’*, os professores Rodrigo Romais e Jason Pereira trazem a seguinte solução para este problema.

O problema foi publicado pela primeira vez em 1948 pela revista alemã Schachzeitung, fundamentada pelo enxadrista Max Bazzel. Por volta de 1950 o matemático Johann Karl Friedrich Gauss e o astrônomo Heinrich Schumacher descobriram 12 soluções fundamentais para o problema das 8 Rainhas. As 12 soluções fundamentais são expressas por meio de vetores.

A saber, as soluções são (1,5,8,6,3,7,2,4), (1,6,8,3,7,4,2,5), (2,4,6,8,3,1,7,5), (2,5,7,1,3,8,6,4), (2,5,7,4,1,8,6,3), (2,6,1,7,4,8,3,5), (2,6,8,3,1,4,7,5), (2,7,3,6,8,5,1,4), (2,7,5,8,1,4,6,3), (3,5,2,8,1,7,4,6), (3,5,8,4,1,7,2,6) e (3,6,2,5,8,1,7,4).

A primeira solução é chamada de solução fundamental e pode ser lida da seguinte forma: na primeira coluna, a rainha deve estar na primeira linha; na segunda coluna, na quinta linha; na terceira coluna, na oitava linha, e assim sucessivamente. A Ilustração 10 representa a solução fundamental.

Ilustração 10 – Solução fundamental (1,5,8,6,3,7,2,4)



Fonte: Matemática e Xadrez: O Xadrez como Instrumento de Ensino de Matemática, um estudo sobre o problema das ‘n Rainhas’. Acesso em: 29 out. 2019.

Com base nesse problema, os autores enfatizam ainda que,

> Considerando que o jogo de xadrez intensifica as ações para o pensamento racional, também 12 desperta para o pensamento humano e social, no que diz respeito a tomada de decisões, escolher a melhor decisão vai muito além do que movimentar uma peça no espaço de um tabuleiro. (ROMAIS. PEREIRA, 2016, p.11).

2.4.3 O problema das oito torres

Como ramificação do problema das oito rainhas, há o problema das oito torres, que consiste em um desafio parecido, porém com um tratamento combinatório que pode ser mais explorado. O problema consiste em: *De quantas formas podemos dispor oito torres no tabuleiro de xadrez de modo que eles não se ataquem*?

Para resolver este problema, o aluno, além de saber como a torre pode mover-se no tabuleiro de xadrez, precisa elaborar uma estratégia e, utilizando conceitos de análise combinatória, encontrar uma solução.

Solução 01: Sabemos que uma torre pode mover-se na horizontal e vertical, então para colocarmos a primeira torre no tabuleiro, temos 64 possibilidades; posicionada a primeira torre, a segunda não poderá ficar na mesma linha ou coluna da primeira, assim, a mesma possui 64 – 15 = 49 possibilidades de ser posicionada; analogamente, a terceira torre possui 49 – 13 = 36 possibilidades de ser posicionada.

Repetindo o mesmo processo, a última torre terá somente uma possibilidade de ser posicionada. Pelo princípio fundamental da contagem, há $64 \times 49 \times 36 \times 25 \times 16 \times 9 \times 4 \times 1 = 1\,625\,702\,400$ possibilidades de colocar as oito torres no tabuleiro, porém, como as torres são idênticas, precisamos dividir por 8!.

Logo, há $\frac{1625702400}{8!} = 40\,320$ possibilidades de posicionar oito torres num tabuleiro de modo que elas não se ataquem.

Solução 02: Sabe-se que em cada coluna deve haver uma, e somente uma torre, começando a contagem pela primeira linha, nessa existem 8 casas vazias para posicionarmos uma torre. Na segunda linha, a torre só não poderá ser posicionada na mesma linha da torre da primeira linha, assim existem 7 casas vazias para posicionarmos a torre; analogamente, na terceira linha há 6 casas vazias para posicionarmos a torre; analogamente, até a oitava linha, que só terá 1 casa vazia para posicionarmos a torre.

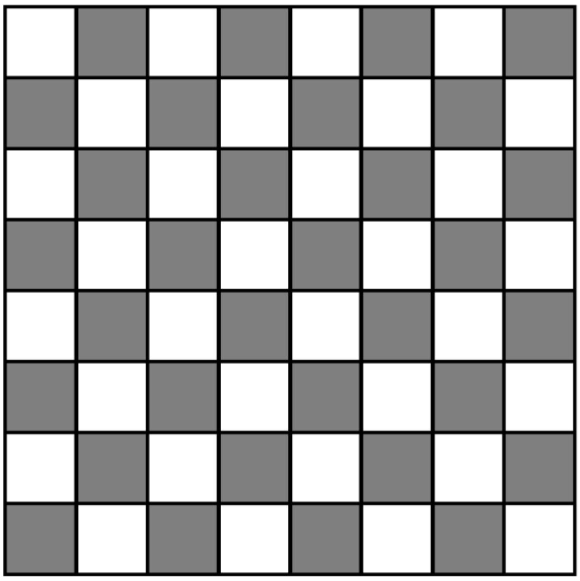
Pelo princípio fundamental da contagem existem $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40\,320$ possibilidades de posicionar oito torres num tabuleiro de modo que eles não se ataquem.

2.4.4 O problema do tabuleiro de xadrez mutilado

Comecemos com o seguinte problema: *É possível cobrir o tabuleiro xadrez utilizando 32 peças de dominó*?

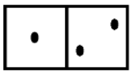
Solução: Inicialmente, observemos um tabuleiro, na Ilustração 11, e uma peça de dominó, na Ilustração 12.

Ilustração 11 – Tabuleiro de xadrez 8 × 8



Fonte: próprio autor.

Ilustração 12 – Peça de dominó 1 × 2



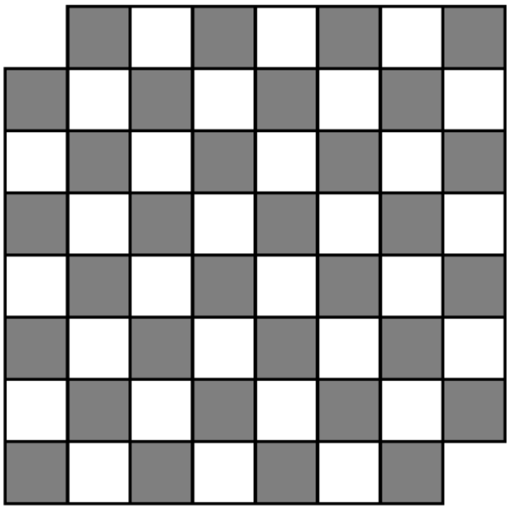
Fonte: próprio autor.

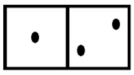
Note que, existem 64 casas no tabuleiro, então com 32 peças do dominó facilmente é possível preenche-lo.

Porém, o problema do tabuleiro de xadrez mutilado é uma ramificação do anterior, ou seja:

Dado um tabuleiro de xadrez com dois de seus cantos retirados, ou seja, com apenas 62 quadrados, conforme ilustra a Ilustração 13.

Ilustração 13 – Tabuleiro de xadrez 8 × 8 mutilado e peça de dominó 1 × 2





Fonte: próprio autor.

Será possível, com 31 dominós, cobrir todo o tabuleiro?

Solução: A priori, os alunos podem tentar cobrir o tabuleiro, porém não será possível, uma vez que foram retiradas duas casas brancas, ou seja, o tabuleiro conta com 32 casas pretas e 30 casas brancas, porém, cada peça de dominó que é colocada sobre o tabuleiro ocupar, independente da posição, uma casa branca e uma casa preta, assim, quando forem colocadas 30 peças de dominó, sobrarão 2 casas pretas e, como não há duas casas pretas adjacentes, concluímos que não é possível cobrir todo tabuleiro.

2.4.5 Problema dos movimentos do cavalo

Considere um cavalo em um tabuleiro de xadrez 8 × 8, existe algum natural n tal que após 2n + 1 movimentos, esse cavalo retorne a posição inicial?

Solução: A solução está no anexo 1 deste trabalho, mas gostaríamos que o leitor tentasse resolvê-lo.

2.5 O Xadrez no âmbito escolar

O ensino do xadrez proporciona grandes benefícios para os alunos uma vez que a prática dessa atividade permite que o estudante estimule o raciocínio lógico por meio de um exercício lúdico, aprimorar fatores essenciais para a sua formação, tais como:

- Desenvolver habilidades de observação, reflexão, análise e síntese;
- Desenvolver habilidades e hábitos necessários à tomada de decisões;
- Compreender e solucionar problemas pela análise do contexto geral em que estão inseridos;
- Ampliar os interesses pelas atividades individuais;
- Melhorar o desempenho nos estudos e, em particular, em Matemática.

A partir de Rodrigues (2009, p. 02) podemos construir o quadro da Ilustração 14 relacionando os benefícios que podem ser obtido a partir da prática do xadrez.

Ilustração 14 – Relação causa *x* efeito proporcionado pela da prática do xadrez

Características do xadrez (causa)	Implicações educativas (efeito)
Concentração enquanto imóvel na cadeira.	Desenvolvimento do autocontrole psicofísico.
Fornecer um número de movimentos num determinado tempo.	**Avaliação da hierarquia do problema e locação do tempo disponível.**
Movimentar peças após exaustiva análise de lances seguintes.	Desenvolvimento da capacidade para pensamento abrangente e profundo.
Encontrado um lance, a procura de outro melhor.	**Empenho no progresso contínuo.**
O resultado indica quem tinha o melhor plano.	Respeito à opinião do interlocutor.
De uma posição a principio igual, direcionar a uma conclusão brilhante (combinação).	**Criatividade e Imaginação.**
Entre várias possibilidades, escolher uma única, sem ajuda externa.	Capacidade para o processo de tomar decisões com autonomia.
Um movimento deve ser consequência lógica do anterior devendo apresentar o seguinte.	**Capacidade para o pensamento e execução lógicos, auto consistência e fluidez de raciocínio.**

Fonte: próprio autor.

Assim, a prática do xadrez no ambiente escolar contribui para o desenvolvimento de capacidades cognitivas, sociais, afetivas, e morais dos estudantes do mesmo modo que auxilia no desenvolvimento profissional dos professores e no envolvimento com o trabalho e com a inclusão social, uma vez que:

> A atividade enxadrística realizada no contexto educacional permite trabalhar a melhoria da autoestima dos estudantes, visto que a sua iniciação não requer pré-requisitos (características físicas, sociais, etc.) e é acessível aos estudantes situados em qualquer altura da grade escolar. No ambiente escolar as atividades podem ser planejadas por séries, permitindo igual envolvimento dos estudantes, mesmo que apresentem dificuldades ou defasagem de aprendizagem em disciplinas curriculares, podendo servir como elemento motivador para a superação das mesmas. (RODRIGUES, 2009, p. 04)

Romais e Pereira salientam também que,

> O xadrez potencializa qualidades como a atenção, a concentração, a imaginação, a memória, a competitividade, a tomada de decisões e coragem para enfrentar situações adversas encontradas numa partida de xadrez. Esta é a ferramenta fundamental que pode ser usada no ensino de matemática. (ROMAIS. PEREIRA, 2016, p. 11).

Como a Resolução de Problemas necessita que o aluno pense de forma organizada e, desse modo elabore e aplique uma estratégia para tentar solucionar o problema, a prática do xadrez auxilia nesse processo uma vez que, pontuando uma das características apresentadas no quadro anterior, tal atividade desenvolve a capacidade para o pensamento e execução lógicos, auto consistência e fluidez de raciocínio.

Portanto, percebe-se que a prática do xadrez no auxílio ao processo de ensino-aprendizagem favorece a formação dos alunos em pessoas capazes de enfrentar os diversos tipos de dificuldades que possam surgir, pois ao desenvolver a capacidade cognitiva dos indivíduos suas decisões passam a ter um respaldo intelectual independente do contexto em que estão inseridos.

Com base no que fora escrito até aqui, temos uma ideia de como o cérebro faz para poder captar as informações, conquistar a atenção do aluno, com a prática do xadrez, por exemplo, desenvolver no mesmo a capacidade de memorização e estimular o raciocínio lógico são de grande importância no processo de ensino, porém, veremos agora quais são as principais estratégias de resoluções de problemas que podem ser mostradas aos alunos para que os mesmo consolidem de forma significativa tal conhecimento.

3 ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÕES DE PROBLEMAS

Neste capítulo trago minhas experiências adquiridas durante a preparação dos alunos do ensino básico para as Olimpíadas de Matemática, organizando as principais técnicas utilizadas para a resolução de problemas das provas da OBMEP e, novamente com o apoio da professora Cristiane, fazemos a associação de como essas técnicas contribuem para o processo de Ensino-Aprendizagem.

Você está na Pedreira, um bairro na cidade de Belém, e quer ir ao Coqueiro, em Ananindeua, num dia de muita chuva. Que horas são?

Ao começar a ler o problema, não há nada de diferente dos demais, no entanto, os dados do texto-base não permitem que resolvamos o enunciado, nesse caso, o problema é classificado como *problema com nenhuma solução*.

Apoiados na literatura da professora Stancanelli (2001), abordaremos os principais tipos de problemas que podem ser utilizados em sala de aula e como eles contribuem no processo de ensino-aprendizagem. Contudo, antes é necessário que desmitifiquemos cinco conceitos relacionados à Resolução de Problemas, que são:

I. A resposta de um problema sempre existe, é numérica, única e chega-se a ela por um só caminho. Principalmente nas séries iniciais, os alunos acreditam que estão errados quando chegam a mais de uma resposta, ou não chegam a resposta alguma. Também é comum que os alunos achem que estão errados quando a resposta encontrada é o número zero. Instigar os alunos a procurarem mais de um meio de resolução, ou comparar as resoluções propostas por dois ou mais alunos é um excelente meio de dar continuidade as aulas.

II. A resolução deve ser rápida. Do contrário isso indica que não se sabe resolver. Um problema recorrente em sala de aula é o fato de os alunos querem a resposta o mais rápido possível, alguns sequer leem o enunciado do problema e afirmam que não o entenderam.

III. Se errar, não adianta investigar o erro, é preciso começar de novo. Tanto que precisamos desmitificar essa afirmação é que uma das técnicas a serem utilizadas na Resolução de Problemas é a *tentativa e erro*.

IV. Acerto só vem com esforço e prática para a memorização dos procedimentos. Ao trabalharmos com problemas das provas das Olimpíadas de Matemática, notamos que, caso a solução esteja muito extensa e trabalhosa, na maioria dos casos, não estamos indo pelo caminho mais simples, verifiquemos isso no seguinte problema de aritmética e contagem.

Exemplo 1 (Autoria desconhecida): Considere todas as 120 permutações do número 13579, ao somarmos todos esses números, qual valor obtemos?

Solução 01: De fato, note que todos esses números possuem cinco algarismos. Fixemos o algarismo 1 na ordem das unidades simples, perceba que teremos que permutar os algarismos 3,5,7 e 9, ou seja, existem 4! = 24 números cujo algarismo 1 aparecesse na casa da unidades simples. Analogamente, cada um dos algarismos 3, 5, 7 e 9 aparece 24 vezes nessa posição.

Se formos somar apenas os algarismos das unidades, teríamos:

$$\begin{aligned} 1\cdot 24+3\cdot 24+5\cdot 24+7\cdot 24+9\cdot 24 &= (1+3+5+7+9)\cdot 24 \\ &= 25\cdot 24 \\ &= 600 \end{aligned}$$

Note que essa distribuição também ocorrerá nas outras quatro ordens dos números, assim, para a ordem das dezenas simples, basta multiplicarmos essa soma por 10:

$$\begin{aligned} [1\cdot 24+3\cdot 24+5\cdot 24+7\cdot 24+9\cdot 24]\cdot 10 &= [(1+3+5+7+9)\cdot 24]\cdot 10 \\ &= 25\cdot 24\cdot 10 \\ &= 6\,000 \end{aligned}$$

Para a ordem das centenas simples, basta multiplicarmos essa soma por 100:

$$\begin{aligned} [1\cdot 24+3\cdot 24+5\cdot 24+7\cdot 24+9\cdot 24]\cdot 100 &= [(1+3+5+7+9)\cdot 24]\cdot 100 \\ &= 25\cdot 24\cdot 100 \\ &= 60\,000 \end{aligned}$$

Para a ordem das unidades de milhar, basta multiplicarmos essa soma por 1 000:

$$\begin{aligned} [1\cdot 24+3\cdot 24+5\cdot 24+7\cdot 24+9\cdot 24]\cdot 1000 &= [(1+3+5+7+9)\cdot 24]\cdot 1000 \\ &= 25\cdot 24\cdot 1000 \\ &= 600\,000 \end{aligned}$$

Para a ordem das dezenas de milhar, basta multiplicarmos essa soma por 10 000:

$$\begin{aligned} [1\cdot 24+3\cdot 24+5\cdot 24+7\cdot 24+9\cdot 24]\cdot 10\,000 &= [(1+3+5+7+9)\cdot 24]\cdot 10\,000 \\ &= 25\cdot 24\cdot 10\,000 \\ &= 6\,000\,000 \end{aligned}$$

Daí, precisamos apenas somar esses valores obtidos, ou seja

$$600 + 6\,000 + 60\,000 + 600\,000 + 6\,000\,000 = 6\,666\,600$$

Logo, a soma desses 120 números será 6 666 600.

■

Solução 02: Note que 13579 + 97531 = 111 110, 57391 + 53719 = 111 110, devido os algarismos 1, 3, 5, 7 e 9 formarem uma progressão aritmética, a soma dos termos equidistantes é a mesma, assim, basta fazermos pares de números tais que a soma deles seja 111 110. Como existem 120 números, podemos formar 60 pares.

Logo, a soma dos 120 números será

$$111\ 110 \cdot 60 = 6\ 666\ 600.$$

■

V. Uma questão não pode gerar dúvida, pois o bom professor não pode fazer isso com a turma. Pelo contrário, instigar o aluno a expor suas dúvidas e mostrar que, às vezes, um problema possui mais de uma interpretação, é uma boa forma de desenvolvermos a aula.

A seguir, abordaremos quais os principais tipos de problemas que podem ser utilizados em sala de aula e como eles contribuem no processo de ensino-aprendizagem.

É importante ressaltar que existem outros tipos de problemas, porém, os que tratamos neste trabalho são os que mais são utilizados para a preparação dos alunos para as provas das Olimpíadas de Matemática.

Assim, caso o aluno já tenha uma noção básica do conceito de estratégia, que pode ser desenvolvido a partir da prática do xadrez, torna-se mais simples ensinar ao mesmo as técnicas que veremos a seguir.

3.1 Conhecendo os diferentes tipos de problemas

3.1.1 Problemas Convencionais

Esses tipos de problemas são mais comuns em livros didáticos e nas práticas de sala de aula. Segundo Diniz:

> As características básicas de um problema convencional são: texto na forma de frases, diagramas ou parágrafos curtos; os problemas vêm sempre após a apresentação de determinado conteúdo; todos os dados de que o resolvedor necessita aparecem explicitamente no texto e, em geral, na ordem em que devem ser utilizados nos cálculos; os problemas podem ser resolvidos pela aplicação direta de um ou mais algoritmos; a tarefa básica em sua resolução é identificar que operações são apropriadas para mostrar a solução e transformar as informações do problema em linguagem matemática; a solução numericamente correta é um ponto fundamental, sempre existe e é única. (DINIZ, 2001, p. 99).

Esse tipo de problema pode ser subdivido em duas classificações, os chamados *Problemas de Enredo* e os *Arme e Efetue*.

3.1.1.1 Problemas de Enredo

Os problemas de enredo podem ser divididos em simples e compostos, a seguir dois exemplos desse tipo de problema.

Exemplo 2 (Autoria própria): Em uma cuba de ovos há 24 ovos. Quantos ovos há em 10 cubas?

Solução: Basta fazermos $24 \cdot 10 = 240$.

Assim, esse é *problema de enredo simples*, pois envolve apenas uma operação na sua resolução.

Exemplo 3 (Autoria própria): Paulo deu R$ 150 para seus três filhos, José, o mais velho, ficou com o dobro da quantia de Pedro, e Pedro com R$ 30,00 a mais que Cláudio. Quanto cada um dos filhos ganhou?

Solução: Sendo J, P e C as quantias que José, Pedro e Cláudio ganharam, respectivamente, temos:

$$\begin{cases} J = 2P \\ P = P \\ C = P - 30 \end{cases} \Rightarrow 2P + P + P - 30 = 150 \Rightarrow P = 45.$$

Logo, José ganhou R$ 90,00, Pedro R$45,00 e Cláudio R$ 15,00.

Por envolver mais de uma operação na sua resolução, esse é um *problema de enredo composto*.

Segundo Toledo & Toledo (1997), os problemas de enredo são:

> Problemas tradicionais envolvendo as operações que estão sendo efetuadas no momento. Desenvolvem no aluno a capacidade de traduzir em expressões matemáticas as situações descritas em linguagem comum. **Além de construir um treino do uso de algoritmos, ajudam-no a aprofundar as ideias ligadas a cada uma das operações**, uma vez que precisa descobrir quais delas se adaptam à situação apresentada. (TOLEDO; TOLEDO, 1997, p. 27).

3.1.1.2 Arme e efetue

Não há um contexto inserido no problema, apenas a operação matemática que desejamos que o aluno efetue.

Exemplo 4 (Autoria própria): Resolva $3^2 + \frac{64}{2} - \sqrt{16}$.

Resposta: 37.

Novamente por Toledo & Toledo (1997), esses tipos de problema,

> Constituem simples treino de técnicas operatórias e de memorização de tabuada. É claro que os alunos precisam saber como encontrar os resultados dos cálculos que estão realizando, mas esse trabalho tem sido feito cada vez mais pelas calculadoras, o que relativiza a importância desse tipo de problema. Na verdade, o "arme e efetue" nem pode ser classificado como problema, pois em geral não estimula o aluno a se empenhar na busca da solução. (TOLEDO; TOLEDO, 1997, p. 38).

Assim, problemas de arme e efetue têm um papel de "ferramenta" no processo do ensino de matemática e, grande parte desses problemas, irá exigir do aluno sua memória, uma vez que irá exigir a aplicação de alguma propriedade ou fórmula para chegar a resolução do problema.

3.1.2 Problemas Não-Convencionais

Um problema é dito não-convencional quando ele transcende a barreira dos problemas convencionais e, ao fazer isso, ele contribui para a desmitificação das cinco crenças citadas.

Stancanelli destaca que,

> Ao trabalhar com problemas não-convencionais, os alunos têm contato com diferentes tipos de textos e desenvolvem sua capacidade de leitura e análise crítica, pois, para resolver a situação proposta, é necessário voltar muitas vezes ao texto a fim de lidar com os dados e analisá-los, selecionando os que são relevantes e descartando aqueles supérfluos. Planejando o que fazer, como fazer, encontrando uma resposta e testando para verificar se ela faz sentido, o aluno compreende melhor o texto. Isto gera uma atitude que não é passiva e requer uma postura diferenciada frente à resolução de problemas. (STANCANELLI, 2001, p.24).

De acordo com Stancanelli, podemos classificar os problemas não-convencionais em: problemas sem solução, com mais de uma solução, com excesso de dados, de lógica, de estratégia e outros não-convencionais.

3.1.2.1 Problemas sem solução

Retornando ao problema inicial deste capítulo, problemas sem solução são aqueles onde o texto-base não é suficiente para resolvermos o que se pede no enunciado.

Nas concepções de Gino et al.,

> Trabalhar com esse tipo de problema rompe com a concepção de que os dados apresentados devem ser usados na resolução e de que todo problema tem solução. Além disso, **ajuda a desenvolver no aluno a habilidade de aprender a duvidar, a qual faz parte do pensamento crítico**. (GINO, A. S. et al, 2008, p. 11).

3.1.2.2 Problemas com mais de uma solução

Para Stancanelli (2001), o trabalho com problemas com duas ou mais soluções faz com que o aluno perceba que resolvê-los é um processo de investigação do qual ele participa como ser pensante e produtor de seu próprio conhecimento.

Exemplo 5 (Autoria própria): Ao sacar R$ 800,00 em um caixa eletrônico, Paulo notou que recebeu apenas cédulas de R$ 20,00 e R$ 50,00. Quantas cédulas Paulo pode ter recebido?

Solução: Com efeito, note que trata-se de um problema que pode ser resolvido utilizando conceitos das *equações diofantinas lineares*, assim sendo *v* a quantidade de cédulas de R$ 20,00 e *c* a de R$ 50,00, temos:

$$20v + 50c = 800 \qquad \times\left(\tfrac{1}{10}\right)$$
$$2v + 5c = 80$$

Note que $v_0 = 40$ e $c_0 = 0$ são soluções, assim, temos a seguinte solução paramétrica da equação,

$$\begin{cases} v_0 = 40 - 5t \\ c_0 = 0 + 2t \end{cases}, \; t \in \mathbb{N}$$

Como queremos soluções não negativas, segue que

$$\begin{cases} v_0 \geq 0 \\ c_0 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 40 - 5t \geq 0 \\ 0 + 2t \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t \leq 8 \\ t \geq 0 \end{cases}$$

Portanto, se $t \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$, o problema terá solução, ou seja, existem nove soluções para este problema. A saber, podemos construir o quadro da Ilustração 15 para determinar quais as possibilidades que ele poderia ter recebido:

Ilustração 15 – Possíveis soluções para o problema do exemplo 5

Parâmetro *t*	Cédulas de R$ 20,00	Cédulas de R$ 50,00	Total de cédulas
0	40	0	40
1	35	2	37
2	30	4	34
3	25	6	31
4	20	8	28
5	15	10	25
6	10	12	24
7	5	14	19

8	0	16	16

Fonte: Próprio autor

3.1.2.3 Problemas com excesso de dados

Nesses tipos de problema, não há necessidade que o aluno utilize todos os dados disponíveis no texto-base para que ele obtenha uma resposta.

Exemplo 6 (Autoria própria): Em 2015 foram disputados os jogos Pan Americanos de Toronto, no Canadá, a seguir estão registrados no quadro de medalhas os 10 países que tiveram mais atletas premiados durante a competição conforme a Ilustração 16.

Ilustração 16 – Quadro de medalhas Pan-americano Toronto 2015

Ordem	País				
1	USA Estados Unidos	103	81	81	265
2	CAN Canadá	78	69	70	217
3	BRA Brasil	41	40	60	141
4	CUB Cuba	36	27	34	97
5	COL Colômbia	27	14	31	72
6	MEX México	22	30	43	95
7	ARG Argentina	15	29	31	75
8	VEN Venezuela	8	22	20	50
9	ECU Equador	7	9	16	32
10	GUA Guatemala	6	1	3	10

Fonte: Wikipédia

Nessas condições, os atletas estadunidenses ganharam, em percentual, quantas medalhas de ouro?

Solução: Com efeito, os atletas estadunidenses ganharam 265 medalhas, das quais 103 foram de ouro, assim das medalhas que eles ganharam, $\frac{103}{264} \cong 39\%$ eram de ouro.

No panorama de Stancanelli,

> há características desse tipo [problemas com excesso de dados] naqueles que envolvem uma história e que, em geral, para descrever o ambiente, o enredo e os personagens da história utilizam informações textuais desnecessárias para a resolução matemática. **Tais elementos requerem do leitor uma atenção maior para a seleção do que é relevante para obter a resposta do problema**. (STANCANELLI, 2001, p. 33).

3.1.2.4 Problemas de lógica

Ao analisar as provas da OBMEP de 2012 à 2019, percebemos que esses são os principais tipos de problemas exigidos pela banca examinadora, reforçando que a metodologia de ensino proposta pelo IMPA é o ensino da matemática por meio da Resolução de Problemas.

Polya ressalta que

> o ato de resolver problemas torna as questões mais experimentais, desenvolvendo uma habilidade de forma análoga com o que ocorre em práticas esportivas ou no desenvolvimento de práticas artesãs, que exigem experimentação e treinamento. Isso ocorre, pois o raciocínio exercitado pelo aluno na resolução, torna-se familiar e menos abstrato, sendo assim mais prazeroso e menos passível de esquecimento a longo prazo. (POLYA, 1978, p. 09).

A seguir, temos um exemplo desse tipo de problema, uma questão retirada da prova da OBMEP 2019:

Exemplo 7 (OBMEP 2019 – N1 – F1): Ana, Beatriz, Cláudia, Daniela e Érica foram visitar a vovó Margarida. Beatriz chegou antes de Ana e depois de Daniela. Já Cláudia, Daniela e Érica chegaram uma em seguida da outra, nessa ordem.

Quem foi a primeira a chegar?

A) Ana

B) Beatriz

C) Cláudia

D) Daniela

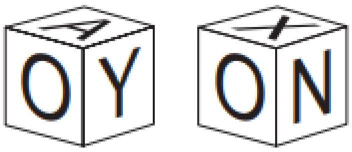
E) Érica

Solução: De fato, note que Beatriz chegou depois de Daniela, que chegou depois de Cláudia. Como Érica chegou depois de Cláudia e Ana depois de Beatriz, concluímos que Cláudia foi a primeira a chegar à casa de sua avó.

Outro problema de lógica, retirado da mesma prova:

Exemplo 8 (OBMEP 2019 – N1 – F1): A Ilustração 17 mostra duas vistas de um mesmo cubo com as letras A, O, Y, X, N e E em suas faces.

Ilustração 17 – Cubo com faces A, O, Y, X, N e E



Fonte: OBMEP – 2019, 1ª fase, nível 1, questão 09

Qual é a face oposta à face de letra E?

A) O

B) Y

C) A

D) X

E) N

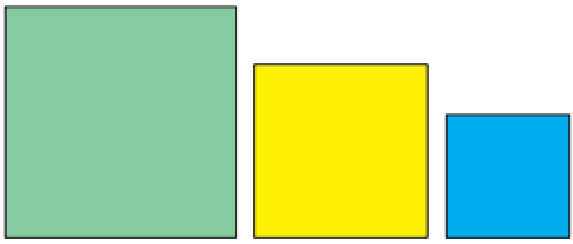
Solução: De fato, note que as faces A, N, X e Y possuem um lado em comum com a face O, então a face oposta a letra E deve ser a face que contém a letra O.

3.1.2.5 Problemas de estratégia

Em se tratando de problemas de estratégia, a resposta esperada, em geral, não é numérica, mas uma combinação de informações que devem ser retiradas do texto-base para obtermos uma solução para o problema.

Exemplo 9 (OBMEP 2019 – N2 – F2): Janaína tem três folhas de papel quadradas: uma verde de área 64 cm^2, uma amarela de área 36 cm^2 e uma azul de área 18 cm^2 conforme a Ilustração 18.

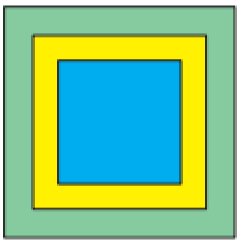
Ilustração 18 – Folhas de papel quadradas



Fonte: OBMEP – 2019, 2ª fase, nível 2, questão 03

Janaína colocou a folha amarela sobre a folha verde, e a folha azul sobre a folha amarela, como na Ilustração 19.

Ilustração 19 – Folhas de papel quadradas sobrepostas



Fonte: OBMEP – 2019, 2ª fase, nível 2, questão 03

Dentre as regiões verde, amarela ou azul da figura, qual tem a maior área?

Solução: Note que a área verde visível pode ser obtida subtraindo-se as áreas das cartolinas verde e amarela, respectivamente, ou seja, $64 – 36 = 28$ cm^2. Analogamente, a área amarela visível é $36 – 18 = 18$ cm^2. E a área azul visível é 18 cm^2.

Logo, conclui-se que a região de maior área é a verde.

Exemplo 10 (OBM – 2017 – Banco de Questões - Adaptada): Em uma pilha há doze moedas, aparentemente idênticas, no entanto, uma dessas moedas é falsa, diferenciando-se das verdadeiras apenas pelo peso (massa). Utilizando-se uma balança de dois pratos, quantas pesagens, no mínimo, precisamos fazer para ter a certeza de qual moeda é a falsa?

Solução: Inicialmente, dividiremos as moedas em 4 grupos (I, II, III e IV) com três moedas. Ao efetuarmos três pesagens (I-II, I-III e I-IV), notaremos que três grupos terão o mesmo peso (massa), no grupo com o peso (massa) diferente, estará a moeda falsa. Ainda mais, se o grupo onde está a moeda falsa for mais leve, a moeda falsa será mais leve, caso contrário, será a mais pesada.

Após isso, considerando as três moedas como 1, 2, 3, basta compararmos duas dessas moedas na balança. Se a balança ficar equilibrada, a moeda falsa é a que ficou de fora, se a balança ficar desequilibrada, como sabemos se a moeda falsa é mais leve ou mais pesada, basta verificar a posição da balança.

Logo, precisamos fazer, no mínimo, quatro pesagens.

Exemplo 11 (há várias modificações para este problema, mas uma delas é a seguinte): Na porta de minha casa passam dois ônibus, um A e outro B. Um deles passa pelo Ministério da Fazenda; o outro não. Na casa ao lado da minha, moram dois irmãos. Um só diz a verdade, outro só diz mentira. Para saber qual o ônibus que devo pegar, qual pergunta devemos fazer a um dos irmãos para ter a certeza que terei a resposta correta?

Solução: Como não se sabe qual dos irmãos irá responder a pergunta (o honesto ou o mentiroso), basta perguntar: “Se o seu irmão estivesse aqui, qual ônibus ele mandaria eu pegar?”

Para facilitar o entendimento, vamos supor que o ônibus correto é o da linha A e, independente do irmão que responder, a resposta será a mesma.

Note que, se for o irmão honesto a responder a pergunta ele irá dizer que o seu irmão mentiria, mandando você pegar o da linha B.

Se for o irmão mentiroso a responder a pergunta irá mentir, então, como o irmão honesto mandaria pegar o ônibus da linha A, o mentiroso irá falar para pegar o da linha B.

Assim, em ambos os casos, a resposta dada pelos irmãos é a errada, ou seja, basta você pegar o ônibus da outra linha.

Conhecidos os principais tipos de problemas, iremos verificar quais são as técnicas que podem ser utilizadas para as resoluções dos mesmos.

3.2 Resolvendo problemas

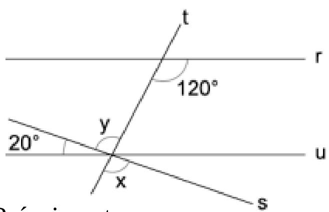
Neste tópico, destacaremos as nossas concepções sobre cinco técnicas de resolução de problemas que podem ser utilizadas durante a preparação dos alunos para as Olimpíadas de Matemática, associando essas técnicas com os tipos de problemas de Stancanelli e ressaltando sua contribuição no processo de ensino-aprendizagem.

3.2.1 Método Clássico

Ao resolvermos um problema utilizando essa técnica estaremos fazendo o uso de alguma ferramenta matemática, não havendo muita necessidade de interpretação. Essa técnica será utilizada geralmente na a resolução de problemas convencionais.

Exemplo 12 (FGV 2015): Considere as retas *r*, *s*, *t*, *u* todas num mesmo plano, com r // u, conforme a Ilustração 20.

Ilustração 20 – Problema envolvendo retas paralelas



Fonte: Próprio autor

Qual o valor de x + y?

Solução: Note que x e y são ângulos opostos pelo vértice, assim, $x = y$. Também 20° + y e 120° são ângulos alternos internos, ou seja, $20° + y = 120°$. Portanto, $x = y = 100°$. Logo, $x + y = 200$.

Novamente apoiados na Neurociência, o método clássico em geral é utilizado para resolvermos problemas de “arme e efetue”, consolidando “ferramentas” operacionais que são de grande importância para o ensino da matemática, ao fazer isso, este método contribui para o desenvolvimento da capacidade de memorização dos alunos.

3.2.2 Perdas e ganhos

Essa técnica de resolução é muito importante, pois, em nossa opinião, o aluno constrói a relação entre o valor alterado nas variáveis e o resultado final da expressão, atingindo, com essa percepção, mais rapidamente o valor procurado para a expressão.

Exemplo 13 (OBMEP 2019 – N2 – F1): Um grupo de 14 amigos comprou 8 pizzas. Eles comeram todas as pizzas, sem sobrar nada. Se cada menino comeu uma pizza inteira e cada menina comeu meia pizza, quantas meninas havia no grupo?

Solução: Inicialmente, observamos que a quantidade de pizza distribuída a cada homem é equivalente a distribuída à duas mulheres. Podemos pensar que todas as pessoas do grupo são homens, assim, teríamos 8 homens comendo as 8 pizzas. Entretanto, faltariam seis pessoas ao grupo e como para cada homem que retiramos, podemos inserir 2 mulheres, comendo a mesma quantidade de pizza, e por haver a necessidade do acréscimo de 6 pessoas, iremos retirar 6 homens e adicionar 12 mulheres. Logo, no grupo existem 2 homens e 12 mulheres.

Exemplo 14 (Autoria própria): Em um time de basquete a média de altura dos cinco atletas do time titular é 2,06 m. Em determinado momento o treinador faz três substituições e a média de altura dos atletas do time que estão em quadra passa a ser de 1,97 m. Nessas condições, qual a média de altura dos três atletas que entraram em quadra?

Solução: Desde que a média dos cinco que estão em quadra é 2,06 m podemos supor que cada um dos atletas tem 2,06 m de altura. Com a saída de três desses, a média passa a ser 1,97 m, ou seja, é como se cada um dos atletas “perdesse” 0,09 m de altura, perdendo ao todo $5 \cdot 0{,}09$ = 0,45 m e essa perda só ocorreu por causa dos 3 atletas que entraram, podemos novamente supor que cada um deles é $\frac{0,45}{3} = 0{,}15$ m menor que a média, ou seja, a média de altura os atletas que entraram é de 2,06 – 0,15 = 1,91 m.

Assim, tal qual o enxadrista ao mover uma peça já conjectura o que irá acontecer nas demais jogadas, ao modificar uma variável de seu problema, o aluno consegue verificar como as outras variáveis serão modificadas até que, em determinado momento, ele irá encontrar uma resposta satisfatória.

3.2.3 Quadros/tabelas

Essa técnica pode ser utilizada quando o problema tiver excesso de dados ou mais de uma solução, ou seja, permite ao aluno organizar os dados e encontrar uma solução com mais facilidade. Vale ressaltar que a utilização de quadros e tabelas em problemas de análise combinatória podem ser de grande valia.

Exemplo 15 (EpCAr – 2013 - Adaptada): Hoje, dia 29 de julho de 2012, José tem o dobro da idade que Luiz tinha quando José tinha a idade que Luiz tem. Quando Luiz tiver a idade que José tem, a soma das idades deles será 90 anos. Em 29 de julho de 2019, qual é a razão, nessa ordem, entre as idades de José e Luiz?

Solução: É importante que o professor faça o passo a passo da montagem da tabela, assim, da informação: “José tem o dobro da idade que Luiz tinha quando José tinha a idade que Luiz tem”, podemos utilizar o quadro da Ilustração 21.

Ilustração 21 – Resolução do problema do exemplo 15, passo 1

	Passado	**Presente**	**Futuro**
José	y	2x	
Luiz	x	y	

Fonte: Próprio autor

A partir de “Quando Luiz tiver a idade que José tem, a soma das idades deles será 90 anos”, completamos o quadro anterior obtendo o quadro da Ilustração 22.

Ilustração 22 – Resolução do problema do exemplo 15, passo 2

	Passado	**Presente**	**Futuro**
José	y	2x	90 – 2x
Luiz	x	y	2x

Fonte: Próprio autor

Note que o intervalo de tempo entre “passado-presente” deve ser o mesmo para ambos, ou seja, $2x - y = y - x$, assim, $3x = 2y$. (1)

Porém, o intervalo de tempo entre “presente-futuro” também é o mesmo, ou seja, $90 - 2x - 2x = 2x - y$, daí $6x = 90 + y$. (2)

Resolvendo (1) e (2), obtemos que $y = 30$ e $x = 20$.

Portanto, a resposta do problema pode ser encontrada no quadro da Ilustração 23.

Ilustração 23 – Resolução do problema do exemplo 15, passo 3

	Passado	**Presente**	**Futuro**
José	30	40	50

Luiz	20	30	40

Fonte: Próprio autor

Ou seja, em 2012, José tem 40 anos e Luiz 30. Dai, em 2017, José terá 45 e Luiz 35, Logo, a razão entre as idades de José e Luiz é $\frac{45}{35}=\frac{9}{7}$.

Nesse sentido, o utilizar esse método o aluno terá uma visão mais ampla do problema e, além disso, os dados estarão organizados, fato que tem grande relevância na metodologia de Polya, uma vez que os problemas devem ser resolvidos de forma organizada.

3.2.4 Desconstrução

Essa técnica terá grande relevância se o problema, ao ser resolvido na ordem cronológica que está no enunciado, apresentar uma grande quantidade de termos algébricos ou uma grande possibilidade de resultados possíveis, porém que não solucionem o problema.

Exemplo 16 (Autoria própria): Certa empresa de consultoria estava com alta demanda de processos e, para acelerar o tratamento dos documentos, um funcionário decidiu que a cada dia ele iria analisar a metade dos processos mais um. Considere que nenhum outro processo foi repassado a este funcionário, em seis dias ele terminou o serviço e que cada processo foi analisado em um único dia. Quantos processos esse funcionário analisou?

Solução: Note que, cronologicamente, há seis etapas do problema a serem analisadas. Se supormos que o funcionário precisava analisar *x* processos, no segundo dia ele precisaria analisar $\frac{x}{2}-1$, e no terceiro, a metade disso, menos um. Ao continuar por essa solução, é muito provável que o aluno não consiga equacionar corretamente o problema até o final do sexto dia.

Contudo, ao final do último dia ele não deveria ter mais nenhum processo para analisar, ou seja, nesse dia ele analisou apenas 2 processos (metade dos processos = 1, mais um, igual a 2, não sobra nenhum). No quinto dia, ele tinha 6 processos para analisar (metade dos processos = 3, mais um, igual a 4, sobram 2). No quarto dia 14 (metade dos processos = 7, mais um, igual a 8, sobram 6).

Ou seja, para determinar quantos processos havia no dia anterior, basta somar um e multiplicar por dois (note que, no enunciado, pede-se para dividir por dois e subtrair um). Portanto, teremos a sequencia 2, 6, 14, 30, 62, 126.

Daí, concluímos que, no primeiro dia, ele precisava analisar 126 processos. Logo, ao final dos seis dias esse funcionário analisou 126 processos.

Em nossa opinião, dentre todas as estratégias que estão expostas neste trabalho, essa é a mais avançada e, consequentemente, a mais difícil de ser ensinada aos alunos, uma vez que exige um elevado grau de maturidade no que diz respeito ao uso do pensamento lógico matemático.

3.2.5 Tentativa e erro

Assim como defendido por Stancanelli, acreditamos que essa é uma das formas mais relevantes de aprendizado, pois direciona o aluno a tentar encontrar o motivo pelo qual está errando, solidificando de forma mais ampla o que está sendo estudado.

Exemplo 17 (OBMEP 2019 – Banco de questões): Preencha as quadrículas da Ilustração 24, usando os algarismos de 1 a 9, sem repeti-los, de tal modo que a soma dos números na horizontal, vertical e diagonal do quadrado seja 15.

Ilustração 24 – Quadrado mágico

Fonte: Próprio autor

Solução: Boa parte dos alunos tenta preencher o quadro de qualquer forma, porém, como o enunciado é um pouco impreciso, muitos erram na primeira tentativa, pois a soma das diagonais não fica igual a soma das linhas e colunas.

Com os sucessivos erros, alguns alunos conseguem resultados como na Ilustração 25:

Ilustração 25 – Possíveis formas de completar o quadrado mágico

4	9	2
3	5	7
8	1	6

8	3	4
1	5	9
6	7	2

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Fonte: Conhecendo Diferentes Tipos de Problemas. Acesso em: 18 nov. 2019.

A partir daí, espera-se que os alunos questionem-se sobre: Só existe uma solução? Como podemos encontrar uma solução de forma mais rápida? É possível resolver esse problema com quadrados maiores? O número do quadrado central sempre será o 5? Sempre os números pares ficarão nos cantos?

Ao responder essas perguntas, os alunos constroem o conhecimento de forma mais sólida com menos chance de esquecerem com o passar do tempo.

Stancanelli enfatiza que

> o método de **tentativa e erro**, **o uso de tabelas, diagramas e listas são estratégias importantes para a resolução de problemas de lógica**. Além disso, os problemas de lógica, pelo inusitado das histórias e pela sua estrutura, estimulam mais a análise de dados, favorecem a leitura e a interpretação do texto e, por serem motivadores, atenuam a pressão para obter-se a resposta correta imediatamente. (STANCANELLI, 2001, p. 39).

Assim, percebemos que independente da resolução proposta pelo aluno, ele poderá chegar a uma resposta satisfatória, desde que o mesmo siga os passos corretos, respeitando as fases da consolidação do aprendizado.

Voltando os comentários ao professor, resolver um problema de mais de uma maneira pode ser um dos atrativos para conseguir a atenção dos alunos, favorecendo o processo de memorização dos conhecimentos e, consequentemente, consolidando, por meio da resolução de problemas matemáticos, a aprendizagem significativa, defendida por Ausubel (2002).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Assim, esperamos que, ao entender mais sobre as técnicas de resolução de problemas e sobre o Estado de Flow, os professores possam adequar os exercícios propostos às suas aulas, buscando a melhor estratégia para auxiliar os alunos durante o processo de ensino-aprendizagem, ressaltando a importância de fazer o aluno sentir prazer em estudar matemática, pois assim ele poderá entrar em Estado de Flow, potencializando sua capacidade de aprender.

Esperamos também que este material sirva como referencia para professores do ensino básico, para que eles possam aprofundar seus conhecimentos a respeito dessa metodologia de ensino e, conhecendo seus benefícios, apliquem-na em sala de aula.

Enfatizamos que essas estratégias, para serem bem trabalhadas com os alunos, devem ser aplicadas de forma organizada e com o auxilio da lógica matemática para a obtenção das resoluções/respostas dos problemas.

No âmbito escolar, o xadrez não atua apenas como um jogo, defendido pelos profissionais da educação o esporte possui uma boa base matemática, estimula as atividades cognitivas, excita a autoestima, a atenção e a concentração, requisitos que muitos professores reclamam que seus alunos não possuem e, por isso, os índices de aprendizagem são baixos e a insatisfação elevada.

Destacamos a importância de estimular nos alunos a capacidade de memorização por meio de jogos e atividades recreativas, ainda que o professor destine uma aula inteira para isso, por tratar-se de uma tarefa diferente da habitual, os alunos intuitivamente demonstrarão interesse pelo processo, o que, teoricamente, contribuirá em um aumento significativo na sua capacidade de aprender o conteúdo.

Também, vale-se destacar que a prática do xadrez contribui para o ensino da matemática por meio da Resolução de Problemas de dois modos significativos, o primeiro, ao estimular no aluno o prazer da prática do jogo/esporte, faz com que o mesmo entre com mais facilidade no estado de Flow, maximizando suas capacidades cognitivas e, consequentemente, fazendo com que o mesmo aprenda com mais facilidade; além disso, as noções básicas de estratégia desenvolvidas durante a prática do xadrez auxiliam o professor no momento em que o mesmo for aplicar as técnicas de resolução, pois os alunos estarão habituados a pensar de forma estratégica.

Outro aspecto que defendemos nesse trabalho é a aprendizagem significativa, defendida por Ausubel (2002), e constatamos que o ensino da matemática por meio da Resolução de Problemas contribui para tal, pois os alunos deixam de simplesmente “decorar” os conceitos, as aulas deixam de ser monótonas e baseadas na memorização.

Percebemos também a necessidade de, em cada etapa desse estudo, nos aprofundar no universo da pesquisa para entendermos e decifrarmos como se pode, por meio do raciocínio lógico, tomar decisões ditas inteligentes.

Ademais, entendemos as dificuldades enfrentadas pelos professores ao tentar conseguir captar a atenção dos alunos, porém, para que ocorra o processo de aprendizagem é necessário que o aluno queira aprender, assim antes de pensar na estratégia para a resolução dos problemas, o professor necessita elaborar uma tática para ganhar a atenção do aluno, o inicio das aulas com um jogo ou um problema de lógica, podem ser interessantes.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Paralelo, 2002.

BAGATINI, A. **Olimpíadas de Matemática, altas habilidades e Resolução de Problemas** - RS. 2010. 82 f. Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2010.

BONFIM, A. P. **Produção e Aplicação de Material Didático para Estudantes Iniciantes em Olimpíadas de Matemática.** 2013. Dissertação (Mestrado Matemática) – Mestrado Professional em Matemática (PROFMAT), Belém – PA: UFPA, 2013.

CHEDID, K. **Memória e aprendizagem:** estratégias para o aluno lembrar. 2016. Disponível em: https://www.geekie.com.br. Acesso em 15 jul. 2019,

COSENZA, R; GUERRA, L. B. **Neurociência e educação**: como o cérebro aprende. Porto Alegre: Artmed, 2011.

COSTA, E.; REIS, N.; LIMA, J. **Neuroaprendizagem**: para pais, professores e alunos. Belém, SEE, 2017.

CSIKSZENTMIHALYI, M. **A descoberta do fluxo: a psicologia do envolvimento com a vida cotidiana** (1997). Tradução de Pedro Ribeiro – Rio de Janeiro: Rocco, 1999.

CSIKSZENTMIHALYI, M. **Finding Flow: the psychology of engagement with everyday life**. New York, NY: Basic Books, 1997.

DAMÁSIO, A. **O erro de Descartes:** emoção, razão e o cérebro humano. Tradução de Dora Vicente e Georgina Segurado. São Paulo: Companhia das Letras, 2000.

DINIZ, M. I. Resolução de Problemas e comunicação. In: SMOLE, K. S; DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Atrmed Editora, 2001.

FONSECA, L. CÁSSIA, A. de. **Um estudo preliminar sobre a neurociência cognitiva nos cursos de licenciatura em matemática de sergipe/brasil**: Necessidades de incorporação de uma engenharia neurodidática. In: VI Colóquio Internacional: "Educação e Continuidade", São Cristóvão – SE, 2012.

GARCIA, C. **Fatores no cérebro que contribuem na aprendizagem**. Disponível em: http://cev.org.br. Acesso em: 02 mar. 2019 (adaptado).

GAZZANIGA M; HEATHERTON T. **Ciência psicológica**: mente, cérebro e comportamento. Porto Alegre: Artmed; 2005.

GINO, A. S. et al. **Resolução de Problemas:** Problema ou Solução?. Belo Horizonte, Prefeitura Municipal de Belo Horizonte, 2008.

GOES, C. R. de. **Desenvolvendo e aplicando a matemática**: um projeto para produzir vencedores na OBMEP e elevar os indicadores sociais do município de Branquinha - AL. 2017. Dissertação (Mestrado Matemática) – Mestrado Professional em Matemática (PROFMAT), Branquinha – AL: UFAL, 2017.

GUBES, T. **Os 8 elementos do estado de fluxo (Mihaly Csikszentmihalyi)**. Disponível em: http://talesgubes.com. Acesso em: 27 de set. 2019.

IZQUIERDO, I. **Memória**: Iván Izquierdo. Artmed, 2002.

LIMA, E. S. **Contribuições da neurociência para a concepção de currículo**. In: Revista Retratos da Escola, Brasília, v. 9, n. 17, p. 321-335, jul./dez. 2015. Disponível em: http//www.esforce.org.br. Acesso em 15 jun. 2019.

LOBOS CEREBRAIS. Disponível em: https://www.infoescola.com. Acesso em: 02 set. 2019 (adaptado).

MACLEAN, Paul D. **The triune brain in evolution: Role in paleocerebral functions**. Springer Science & Business Media, 1990.

MAIA, H. P. **A resolução de problemas das provas da OBMEP como metodologia auxiliar de ensino**. 2018. Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade Federal do Pará. Belém, 2018.

MEDEIROS, M. BEZERRA, E. de L. **Contribuições das neurociências ao processo de alfabetização e letramento em uma prática do Projeto Alfabetizar com Sucesso.** In: Revista: bras. Estud. pedagog. (online), Brasília, v. 96, n. 242, p. 26-41, jan./abr. 2015.

MORA, F. **Como funciona o cérebro**. Porto Alegre: Artmed, 2004

MORAES, S. MATOS, M. F. MALUF. **Psicomotricidade no contexto da Neuroaprendizagem: contribuições à ação Psicopedagógica**. Rev. Psicopedagogia 2015; 32(97): 84-92. São Paulo, Brasil. 2015.

OLIVEIRA, G. G. de, **Neurociências e os Processos Educativos**: Um saber necessário na formação de professores. 2011. Disponível em: http://www.uniube.br/biblioteca/novo/base/teses/BU000205300.pdf. Acessado em 10 de maio de 2016.

O QUE SÃO SINAPSES? Disponível em: http://www.minutoenfermagem.com.br/. Acesso em: 02 set. 2019 (adaptado).

REZ, R. **O cérebro trino: reptiliano, límbico e o néocortex.** Disponível em: https://novaescolademarketing.com.br. Acesso em: 02 set. 2019 (adaptado).

PIAGET, J. **O juízo moral na criança**. Grupo Editorial Summus, 1994.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**, v. 2. Rio de Janeiro: interciência, 1978.

RAMOS, L. M. P. **Contribuição do jogo de xadrez na aprendizagem matemática nas séries iniciais**. Trabalho de Conclusão de Curso. 2010. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Rio Grande do Sul. 2010.

ROCHA M. A. M. **Envelhecimento saudável, através de intervenção psicopedagógico, com enfoque neuropsicológico**. Constr. Psicopedagogia. 2012. Disponível em: <http://pepsic.bvsalud.org/ scielo.php?script=sci_arttext&pid=S141569542012000100007&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em: 19/4/2014.

RODRIGUES, P. **Benefícios da prática do Xadrez**. Disponível em: https://administradores.com.br. Acesso em: 20 jun. 2019.

ROMAIS, R. PEREIRA, J. **Matemática e Xadrez: O Xadrez como Instrumento de Ensino de Matemática, um estudo sobre o problema das 'n Rainhas'.**

ROLIM, C. SOUZA, R. A. F. de. **A contribuição da neurociência na pedagogia**. In: CONEDU, Natal – RN, 2016.

SILVA, J. C. da. T. **O desinteresse dos alunos das séries iniciais do ensino fundamental pela educação escolar: causas e possíveis intervenções** - PR. 2014. Monografia (Especialização em Coordenação Pedagógica) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2014.

SILVA, D. N. da A. **Desmotivação do Professor em Sala de Aula, nas Escolas Públicas do Município de São José dos Campos** - SP. 2012. 52 f. Monografia (Especialização em Gestão Pública Municipal) – Educação à distância - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2012.

SILVA, F. L. Q. da. CASTRO, J. A. de. F. **Resolução de problemas como metodologia para aprender matemática.** VII Encontro Nacional de Educação Matemática. Pernambuco, 2004.

SQUIRE, L. R.; KANDEL, E. R. **Memória**: da mente às moléculas. Porto Alegre: Artmed, 200

STANCANELLI, R. **Conhecendo Diferentes Tipos de Problemas**. In: SMOLE, K. S. e DINIZ, M. I. (Org.) **Ler, escrever e resolver problemas** – Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre, Artmed, 2001.

TEIXEIRA, S. **Processo de aprendizagem - a importância da memória**. 2017. Disponível em: https://www.cpt.com.br. Acesso em 20 jul. 2019.

TOLEDO, M. e TOLEDO, M. **Didática da Matemática**: como e dois. São Paulo, FTD, 1997.

VENTURA, D. F. **Um Retrato da Área de Neurociência e Comportamento no Brasil**. Psicologia: Teoria e Pesquisa 2010, Vol. 26 n. especial, pp. 123-129. São Paulo, Brasil. 2010.

Anexos

Anexo 1: Resolução do problema dos movimentos do cavalo

Considere um cavalo em um tabuleiro de xadrez 8×8, existe algum natural n tal que após $2n + 1$ movimentos, esse cavalo retorne a posição inicial?

Solução: Ao saltar de uma casa para outra, o cavalo sempre trocará a cor da casa em questão. Ou seja, caso ele esteja em uma casa branca, ele irá pousar em uma preta, e vice e versa.

Portanto, para que ele retorne a posição inicial, necessariamente ele irá voltar a uma casa da mesma cor.

Porém só é possível que ele volte para uma casa da mesma cor após uma quantidade par de movimentos.

Logo, desde que $2n + 1$ é ímpar, para todo natural n, não existe natural n tal que após $2n + 1$ movimentos, o cavalo irá retornar a sua posição inicial no tabuleiro.