



Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB  
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT



**Edgard Bonfim Nogueira**

**Uso do Software GeoGebra no ensino da geometria analítica:  
equação da reta e equação da circunferência**

Vitória da Conquista – BA

Julho de 2020

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB  
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT

**Edgard Bonfim Nogueira**

**Uso do Software GeoGebra no ensino da geometria analítica:  
equação da reta e equação da circunferência**

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, como requisito necessário para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Maria Deusa Ferreira da Silva.

Vitória da Conquista – BA

Julho de 2020

N712u Nogueira, Edgard Bonfim.

Uso do Software GeoGebra no ensino de geometria analítica: equação da reta e equação da circunferência. / Edgard Bonfim Nogueira, 2020.

109f. il.

Orientador (a): Dr<sup>a</sup>. Maria Deusa Ferreira da Silva.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Vitória da Conquista - BA, 2020.

Inclui referências. 94 - 98.

1. Matemática – GeoGebra. 2. Geometria analítica. 3. Software – Matemática – Tecnologias digitais. 4. Ensino médio. I. Silva, Maria Deusa Ferreira da. II. Universidade Estadual Sudoeste da Bahia, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Vitória da Conquista, III. T.

CDD: 516

**USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DA GEOMETRIA  
ANALÍTICA: EQUAÇÃO DA RETA E EQUAÇÃO DA  
CIRCUNFERÊNCIA**

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, como requisito necessário para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

**BANCA EXAMINADORA**



Prof<sup>a</sup>. Dra. Maria Deusa Ferreira da Silva  
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB



Prof<sup>a</sup>. Dra. Alessandra Oliveira Andrade  
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB



---

Prof. Dr. Robson Aldrin Lima Matos  
Universidade do Estado da Bahia- UNEB

Vitória da Conquista – Ba, 14 de agosto de 2020

Dedico este trabalho às pessoas que mais amo: minha esposa, minha filha, meus irmãos, minha neta e sobrinhas (os).

*"Lutar pela igualdade sempre que as diferenças nos discriminem; lutar pela diferença sempre que a igualdade nos descaracterize." (Boaventura Souza Santos).*

## **AGRADECIMENTOS**

Em primeiro lugar agradeço a Deus, porque sem Ele, nada seria possível, pois me sustentou até aqui, concedendo saúde para seguir em frente, fortalecendo-me nos momentos difíceis e proporcionando-me momentos de alegrias.

Agradeço também as pessoas mais importantes de minha vida, pessoas extraordinárias com quem sempre pude contar nas horas de sufoco e sempre me apoiaram em toda e quaisquer circunstâncias.

Agradeço aos professores que durante o período do curso contribuíram para o meu aperfeiçoamento acadêmico, ampliando meus conhecimentos e apoiando-me no dia a dia; em especialmente à Profa. Dra. Maria Deusa Ferreira da Silva que me orientou com dedicação e me ajudou a vencer esta jornada.

Agradeço aos queridos colegas e amigos de classe que estiveram comigo durante este percurso.

## RESUMO

O presente trabalho investigou, em uma abordagem quanti-qualitativa de natureza descritiva, a influência do ensino de Matemática aliado a recursos tecnológicos na aprendizagem de alguns conteúdos de Geometria Analítica. O objetivo foi compreender em que medida o software GeoGebra contribuiu para a aprendizagem dos conteúdos de equação da reta e equação da circunferência no Ensino Médio de forma diferenciada das tradicionais, fazendo uso das novas tecnologias, em especial o software GeoGebra em substituição à forma estática da régua e do compasso, sobretudo, no desenvolvimento dos conceitos, fundamentais para a compreensão das etapas de construção dos objetos geométricos. Fez-se também um levantamento com detalhes das contribuições que as TIC propõem para o melhoramento do ensino da matemática, bem como suas contribuições advindas da BNCC que incentivam a utilização das TIC. A metodologia utilizada foi de pesquisa experimental, sendo aplicada com atividades interativas para os alunos em turmas do 3º ano do Ensino Médio. Os resultados sobre a utilização do software GeoGebra aliado às atividades, infelizmente foram parciais por motivos já mencionados na metodologia (covid-19). Mas certamente seria uma contribuição eficiente para a aprendizagem dos estudantes, pois a utilização do software GeoGebra permite maior manipulação, favorecendo a representação dos objetos matemáticos em diferentes registros promovendo um enriquecimento na aprendizagem dos discentes.

**Palavras-chave:** Ensino Médio. GeoGebra. Geometria Analítica. Software.

## ABSTRACT

The present work investigated, in a quantitative-qualitative approach of a descriptive nature, the influence of the teaching of Mathematics combined with technological resources in the learning of some Geometry contents. The objective was to understand the extent to which the GeoGebra software contributed to the learning of line equation and circumference equation constructions in High School in a different way from the traditional ones, making use of new technologies, in particular the GeoGebra software to replace the static shape of the ruler and the compass, above all, in the development of concepts, fundamental for understanding the construction stages of geometric objects. There was also a survey with details of the contributions that ICTs propose to improve the teaching of mathematics, as well as their contributions from the BNCC that encourage the use of ICTs. The methodology used was of experimental research, being applied with interactive activities for students in classes of the 3<sup>st</sup> year of High School. The results on the use of the GeoGebra software combined with the activities, unfortunately were partial for reasons already mentioned in the methodology (covid-19). But it would certainly be an efficient contribution to students' learning, since the use of the GeoGebra software allows greater manipulation, favoring the representation of mathematical objects in different records, promoting enrichment in the students' learning.

**Keywords:** High School. GeoGebra. Analytical Geometry. Software.

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

BNCC - Base Nacional Comum Curricular.

CEEP - Centro Estadual de Educação Profissional em Gestão e Gaúde.

ENEM - Exame Nacional do Ensino Médio.

LDBN - Lei de Diretrizes e Bases do Ensino Médio

PC - Personal Computer.

PROFMAT- Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.

TIC - Tecnologias de Informações e Comunicações.

UESB - Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Plano Cartesiano.....	25
Figura 2 – Ponto P do Plano cartesiano.....	26
Figura 3 – Bissetriz Ímpar e Bissetriz Par.....	27
Figura 4 – Distância entre dois pontos.....	27
Figura 5 – ponto M é médio do segmento.....	28
Figura 6 – Condição de alinhamento de três pontos. ....	29
Figura 7 – Gráfico de uma reta.....	29
Figura 8 – Gráfico de uma reta.....	30
Figura 9 – Gráfico de uma reta horizontal.....	31
Figura 10 – Gráfico de uma reta vertical.....	31
Figura 11 – Gráfico de uma reta que passa pela origem.....	31
Figura 12 – Gráfico de uma interseção de retas.....	32
Figura 13 – Gráfico da equação segmentária da reta.....	33
Figura 14 – Gráfico de uma reta com inclinação $\alpha$ .....	33
Figura 15 – Gráficos de casos possíveis de retas.....	34
Figura 16 – Gráfico de uma reta com inclinação $\alpha$ .....	35
Figura 17 – Gráfico de uma reta que passa por dois pontos.....	35
Figura 18 – Gráfico de retas paralelas.....	36
Figura 19 – Gráfico de retas concorrentes.....	37
Figura 20 – Gráfico de retas paralelas a um dos eixos.....	38
Figura 21 – Gráfico de reta dada a equação.....	39
Figura 22 – Gráfico de retas não paralelas a um dos eixos.....	39
Figura 23 – Gráfico distância entre ponto e reta.....	40
Figura 24 – Gráfico área de um triângulo.....	40
Figura 25 – Circunferência de centro C e raio r.....	41
Figura 26 – Circunferência de centro C (a,b) e raio r.....	41
Figura 27 – Posição relativa entre circunferência de centro C e raio r e os pontos E, P e I.....	43
Figura 28 – Posição relativa entre a circunferência de centro C e raio r e as retas r, s e t.....	44
Figura 29 – Tangentes externas. ....	44
Figura 30 – Tangentes internas. ....	45
Figura 31 – Circunferências externas. ....	45
Figura 31 – Circunferências secantes. ....	46
Figura 32 – Circunferências internas. ....	46
Figura 33 – Circunferências concêntricas.....	47
Figura 34 – Circunferência de centro C e raio r, o diâmetro é perpendicular a corda AB e intersecta o ponto médio.....	48
Figura 35 – Reta tangente à Circunferência de centro O e raio r.....	48
Figura 36 – Tela inicial do GeoGebra.....	68
Figura 37 – Janela da linha de Comandos do GeoGebra.....	68
Figura 38 – Janela da Linha de Comandos do Smartphone.....	68
Figura 39 – Caixa de diálogo aberta no <i>software</i> GeoGebra.....	69
Figura 40 – Possível construção das noções básicas do GeoGebra.....	71
Figura 41 – Construção do lugar geométrico da circunferência.....	74
Figura 42 – Possível Construção de Retas Paralelas.....	77
Figura 43 – Possível Construção de Retas Perpendiculares.....	79

Figura 44 – GeoGebra e Realidade.....	79
Figura 45 – Ferramenta do software GeoGebra.....	80
Figura 46 – Construção de retas pelos alunos dada uma equação.....	82
Figura 47 – Construção de retas pelos alunos a partir de dois pontos.....	83
Figura 48 – Construção de retas pelos alunos a partir de um ponto e um ângulo.....	84
Figura 49 – Construção de uma circunferência pelos alunos dados um ponto e o raio.....	85
Figura 50 – Circunferência construída pelos alunos dada a equação da circunferência.....	85
Figura 50 – Circunferência construída pelos alunos dada a equação da circunferência.....	85
Figura 51 – Posição relativa entre reta e circunferência construída pelos alunos..	86
Figura 52 – Sobreposição de áreas.....	100
Figura 53 – Janela CAS do GeoGebra.....	101
Figura 54 – Possível construção da relação produto da soma de dois termos.....	102
Figura 55 – Homem Vitruviano de Leonardo da Vinci – Obra de 1490.....	103
Figura 56 – Janela de visualização 3D do GeoGebra.....	107
Figura 57 – Pontos na janela de visualização 3D.....	108
Figura 58 – Visualização do ponto na janela 3D.....	108
Figura 59 – Construção de retas na janela de visualização 3D.....	109

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>13</b>
<b>1. GEOMETRIA E GEOMETRIA ANALÍTICA.....</b>	<b>20</b>
1.1 UMA BREVE TRAJETÓRIA DA GEOMETRIA .....	20
1.2 GEOMETRIA ANALÍTICA.....	24
<b>2. O USO DAS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NA APRENDIZAGEM E AMPLIAÇÃO DO CONHECIMENTO NA MATEMÁTICA .....</b>	<b>49</b>
2.1 A EVOLUÇÃO DAS APRENDIZAGENS POR MEIO DAS TIC .....	54
2.2 AS TIC COMO MEIO DE ATRAÇÃO PARA OS ESTUDANTES JOVENS E ADOLESCENTES .....	57
<b>3. AS TIC NA EDUCAÇÃO NA ERA DIGITAL .....</b>	<b>60</b>
3.1 O PAPEL DA ESCOLA.....	60
3.2 O PAPEL DO PROFESSOR AO LIDAR COM AS TIC.....	63
<b>4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....</b>	<b>66</b>
4.1 CARACTERÍSTICA DA PESQUISA QUANTO AO MÉTODO DE ABORDAGEM.....	66
4.2 SUGESTÕES DE ATIVIDADES PARA A APLICAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA.....	67
<b>5. ANÁLISE DE RESULTADOS.....</b>	<b>88</b>
5.1 AVALIAÇÃO DO USO DO SOFTWARE GEOGEBRA.....	89
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>91</b>
<b>6. REFERÊNCIAS .....</b>	<b>94</b>
<b>7. APÊNDICES .....</b>	<b>99</b>
<b>8. ANEXOS.....</b>	<b>100</b>

## INTRODUÇÃO

A presente pesquisa intitulada “**Uso do Software GeoGebra no ensino da geometria analítica: equação da reta e equação da circunferência**”, buscou compreender a utilização do *software* GeoGebra no processo de ensino-aprendizagem de conceitos de Geometria Analítica, equação da reta e equação da circunferência, em uma turma do 3º ano do Ensino Médio, do turno matutino, da Rede Pública Estadual da cidade de Guanambi/Bahia. Contudo, ressaltamos inicialmente que a atual conjuntura não permitiu a finalização da pesquisa, pois, em decorrência da Pandemia do Covid-19 (Corona Vírus)<sup>1</sup> as aulas foram interrompidas, causando assim uma mudança nos resultados de nossa pesquisa. Em vista disso, as observações aqui apresentadas são a nível parcial.

A fim de compreendermos o interesse pelo desenvolvimento deste estudo, destaco que ele emerge da necessidade em aperfeiçoar o desenvolvimento do ensino/aprendizagem nos educandos, após diversas situações vivenciadas durante minha experiência em sala de aula. Assim sendo, não poderia deixar de mencionar que o apreço pela Matemática me acompanha desde a adolescência, sempre demonstrava maior interesse pelas ciências exatas. Apesar de ter feito a primeira graduação na área da Engenharia (curso incompleto), logo em seguida me direcionei para a Matemática. Ao final do curso, ingressei na carreira de professor de Matemática, por meio do concurso realizado em 2006, assumindo o cargo num distrito do município de Guanambi-Ba.

Após o ingresso, atuando em classes do Ensino Fundamental II e Ensino Médio, observei a necessidade de fazer algo para contribuir com mudanças significativas na área de educação, para além da regência docente; que parece estagnada no tempo, principalmente na área da matemática, que é tão relevante. Tornou-se então muito evidente a necessidade de ampliar os meus conhecimentos matemáticos, e buscar melhorias na qualidade do ensino, sempre com anseio de trabalhar com novas propostas metodológicas.

---

<sup>1</sup> Para mais informações consultar: [https://www.paho.org/bra/index.php?option=com\\_content&view=article&id=6101:covid19&Itemid=875](https://www.paho.org/bra/index.php?option=com_content&view=article&id=6101:covid19&Itemid=875).

Partindo desse pressuposto, ingressei-me no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)<sup>2</sup>, sabendo que o mesmo traria contribuições importantes para minha formação enquanto professor de Matemática, do Ensino Fundamental II e Ensino Médio; além da possibilidade de contribuir diretamente na formação dos docentes e numa melhor perspectiva pedagógica e metodológica para o ensino dessa disciplina.

Como docente, venho observando e sentindo a necessidade de superar alguns entraves e dificuldades, uma vez que muitos alunos afirmam não gostar de Matemática. Todavia, é possível conjecturar que essa relação desenvolvida com a disciplina não é apenas responsabilidade dos alunos; talvez, a maneira como nós, professores, desenvolvemos os conteúdos, em especial os da geometria, deva ser observada. Neste ponto, é constatado pelos próprios educadores “que não são os estudantes que não aprendem; são os professores que não conseguem ensinar matemática” (SOARES; SCHEIDE, 2004, p. 8). Dessa maneira, esse trabalho surge a partir da necessidade de buscar alternativas para melhorar o envolvimento e aprendizagem dos educandos por meio de observações a respeito das práticas pedagógicas associadas às novas tecnologias.

Considerando este contexto, percebi a necessidade de pesquisar sobre a utilização de softwares, especialmente sobre o GeoGebra, salientando de que forma o uso desse recurso tecnológico pode contribuir para o ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos por estudantes de diversos níveis de ensino, para que eles possam tornar-se sujeitos participantes do seu processo de aprendizagem, ao mesmo tempo em que, essas pesquisas permitiriam romper com o ensino centrado apenas no professor, em uma perspectiva hierarquizada.

O uso das tecnologias digitais na contemporaneidade exige uma nova realidade de conhecimento, indiscutivelmente necessária para a educação do século XXI, uma vez que ela se encontra entrelaçada em todo o âmbito da sociedade, fazendo-se necessário que o seu acesso não seja restrito, mas que todos possuam condições de usá-las. Mas, mesmo sabendo que apesar das tecnologias serem poderosas ferramentas de trabalho, tem professores de matemática que não utilizam esses recursos; ou por não terem conhecimento de softwares matemáticos ou por

---

<sup>2</sup> Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB.

não saberem como utilizá-los nas aulas, isso é sugestivo para quebrar a tradicional aula expositiva.

No tocante à inserção das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs)<sup>3</sup> no processo de ensino e aprendizagem, devemos destacar que a educação não é isenta das mudanças tecnológicas que vem ocorrendo em nossa sociedade

A inclusão das TIC (recursos tecnológicos) na educação brasileira teve as primeiras tentativas de implementação por volta de 1981, com a ocorrência do Primeiro Seminário Nacional de Informática Educativa, buscando incentivar e promover o uso da tecnologia nas escolas, o evento contou com a participação de vários educadores brasileiros. (BORBA; PENTEADO, 2016, p.19).

Ainda segundo os autores, Borba e Penteado (2016), os projetos que tinham como principais objetivos, a criação de centros pilotos nas universidades brasileiras, para desenvolverem pesquisas referentes às várias aplicações de recursos tecnológicos na educação, surgiram a partir desse evento (o Primeiro Seminário Nacional de Informática Educativa) e entre as diversas aplicações da informática, formação de recursos humanos para o trabalho na área e criação de laboratórios<sup>4</sup>. O foco principal da inclusão das TICs na educação passa, sobretudo, pela capacitação de professores, para que estes tenham condições de incluir o recurso em suas aulas.

A vantagem da inserção da tecnologia na educação como sistema de mudança tem como prioridade ajudar o professor a entender a educação como um processo de transformação e construção de conhecimento, no qual o aluno é partícipe de seu próprio desenvolvimento intelectual e não apenas um receptor de conhecimentos que lhe foram transmitidos. (BORBA; CHIARI, 2014).

---

<sup>3</sup> “As Tecnologias da Informação e Comunicação referidas como TIC são consideradas como sinônimo das tecnologias da informação (TI). Contudo, é um termo geral que frisa o papel da comunicação na moderna tecnologia da informação. Entende-se que TIC consistem de todos os meios técnicos usados para tratar a informação e auxiliar na comunicação. Em outras palavras, TIC consistem em TI bem como quaisquer formas de transmissão de informações e correspondem a todas as tecnologias que interferem e mediam os processos informacionais e comunicativos dos seres. Ainda, podem ser entendidas como um conjunto de recursos tecnológicos integrados entre si, que proporcionam por meio das funções de software e telecomunicações, a automação e comunicação dos processos de negócios, da pesquisa científica e de ensino e aprendizagem.” (OLIVEIRA; MOURA; SOUSA, p. 77-78).

<sup>4</sup> Maiores informações sobre o desenvolvimento, percurso e avanços da informática educativa no Brasil ver MORAES, Maria Candida. Informática Educativa no Brasil: um pouco de história. **Em Aberto**, Brasília, ano 12, n. 57, jan./mar, 1993.

À vista disso, essa pesquisa traz para a prática pedagógica o GeoGebra<sup>5</sup>, um software para construção de formas geométricas, que busca garantir o efetivo envolvimento dos educandos no processo de ensino/aprendizagem do referido conteúdo. Por meio da utilização deste software, os sujeitos envolvidos, alunos e professores, poderão realizar atividades online que abordam aspectos teóricos e práticos do cotidiano, nos quais a construção de formas geométricas se fazem presentes.

Certamente o uso dessa tecnologia, o software GeoGebra, promoverá impacto no ensino-aprendizagem como recurso didático-pedagógico, pois oferecerá benefícios aos seus usuários, ajudando-os nas fases relevantes de seus estudos para alcançar resultados satisfatórios no processo de ensinar e de aprender. Simultâneo a isso, a utilização deste software acarretará um elevado nível de conhecimento e aplicação do mesmo; um mecanismo considerado atual, agradável, atrativo e utilizando a tecnologia que tem sido presente na vida de crianças e adolescentes.

Assim, esta pesquisa, mediante a proposta de trabalhar com o software GeoGebra, elabora as seguintes questões: Como se desenvolvem as relações de ensino e aprendizagem de Geometria Analítica no contexto da sala de aula? De que forma o uso do Geogebra pode se constituir como instrumento para auxiliar na aprendizagem de conceitos de Geometria Analítica, equação da reta e equação da circunferência?

Para dar conta desses questionamentos, a presente pesquisa teve como

**Objetivo Geral:**

Compreender como o uso do software GeoGebra pode auxiliar no ensino e aprendizagem de conceitos de Geometria Analítica, equação da reta e equação da circunferência, para alunos do 3º ano do Ensino Médio, do turno matutino.

**Objetivos Específicos:**

---

<sup>5</sup> “O GeoGebra foi objeto de tese de doutorado de Markus Hohenwarter na Universidade de Salzburgo, Áustria em 2001. Ele criou e desenvolveu esse software com o objetivo de obter um instrumento adequado ao ensino da Matemática em todos os níveis (do Ensino Fundamental ao Ensino Superior), combinando recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente. Assim, o GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si. É um software gratuito, de fácil download e com versão portátil, muito útil, que pode ser acessada normalmente a partir de um pendrive. O programa é escrito em Java e, por ser multiplataforma, pode ser instalado com Windows, Linux ou Mac e apresenta, ultimamente, uma versão beta para Androide e outra versão beta para 3D. (SERRANO, 2014, p. 11).

- Discutir sobre o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) em sala de aula, com foco no software Geogebra para exploração de figuras geométricas, como forma de ressignificar a prática pedagógica;
- Interpretar as práticas educativas nos mais variados contextos geométricos abordados a partir do uso do software GeoGebra, observando o processo de ensino-aprendizagem.

Os procedimentos metodológicos elencados para o alcance dos objetivos buscam desenvolver uma pesquisa de abordagem quanti-qualitativa, pensada e refletida a partir de suas aproximações e críticas. No que tange uma pesquisa quantitativa, alguns autores, como Gamboa (1995) e Richardson (1999), entendem-na como caracterizada pelo emprego da quantificação, corroborando com as discussões apresentadas por Bruggemann e Parpinelli, de que

[...] As principais críticas à metodologia quantitativa apontam que está é positivista, comprometida com uma visão conservadora de sociedade e incapaz de proporcionar conhecimento dinâmico da realidade. (BRUGGEMANN; PARPINELLI, 2008, p. 564).

No que diz respeito às pesquisas em educação no Brasil, este enfoque metodológico tem subsidiado investigações realizadas na área, e as críticas tecidas a ele tem ficado “num discurso vago”, mesmo que estas críticas tenham tido relevância para a possibilidade de se repensar o fazer investigativo, pois, as mesmas ainda encontram dificuldade em desenvolver uma “leitura crítica e contextualizada quando dados quantitativos são trazidos à discussão, seja nos âmbitos acadêmicos, seja em âmbito público” (GATTI, 2004, p. 14).

Com relação à abordagem qualitativa, esta é pensada em oposição ao positivismo, que muito se associa criticamente à abordagem quantitativa, “(...) portanto, a base da abordagem qualitativa está enraizada na interpretação de uma dada realidade humana em sua totalidade e não em sua quantificação.” (SOUZA; KERBAUY, 2007, p.31); entretanto, segundo Chizzotti,

Ao recorrer à abordagem qualitativa (...) o pesquisador partilha do pressuposto de que seu estudo dos fenômenos sociais estão dotados de características específicas. Por sua vez, a interpretação dos significados às pessoas nas interações sociais pode ser analisada prescindindo de quantificações, como única via de

assegurar e legitimar a validade de uma investigação. (CHIZZOTTI, 2003 apud 2007, p. 32).

Diversos autores acreditam na possibilidade de manuseio destas abordagens de pesquisa, vendo-as enquanto legítimas, possíveis de dialogarem <sup>6</sup>, compreendendo que quantidade e qualidade estão relacionadas e podem proporcionar uma via para desenvolvimentos de pesquisas no âmbito educacional.

Além da definição metodológica, esta pesquisa contou com a construção de um referencial teórico que possibilitou verificar o estado do problema a ser pesquisado, sob o aspecto teórico, de modo a verificar as hipóteses, respondendo as suas questões ou o problema da pesquisa. (LAKATOS; MARCONI, 2003).

Segundo Marion, Dias e Traldi (2002, p.38), “O referencial teórico deve conter um apanhado do que existe de mais atual na abordagem do tema escolhido, mesmo que as teorias atuais não façam parte de suas escolhas”; acerca da importância do mapeamento e aprofundamento teórico, os autores Laville e Dionne expressam o valor da teoria na seguinte afirmação:

O valor de uma teoria é, primeiramente, explicativo: é uma generalização de explicações concordantes tiradas dos fatos que foram estudados para sua construção. Mas, para o pesquisador, seu valor é sobretudo analítico, pois, ela lhe servirá para o estudo e a análise de outros fatos de mesma ordem. (LAVILLE; DIONNE, 2008, p. 93).

Em vista disso, para dar início a este trabalho dissertativo, será abordada uma contribuição das metodologias para aprendizagem satisfatória da geometria analítica. Além disso, uma nova visão de alguns teóricos da área, que sustentam o desenvolvimento da pesquisa que consideram as TICs como recurso tecnológico e pedagógico para o ensino de Matemática.

Deste modo, esta dissertação estrutura-se em cinco seções. Na primeira, a introdução, temos a apresentação do projeto de pesquisa, acompanhada da justificativa e apresentação do referencial teórico e metodologia; a segunda seção,

---

<sup>6</sup> Sobre a relação entre quantidade e qualidade para o desenvolvimento de pesquisas, Gramsci (1995), apresenta-nos que “Afirmar, portanto, que se quer trabalhar sobre a quantidade, que se quer desenvolver o aspecto “corpóreo” do real, não significa que se pretenda esquecer a “qualidade”, mas, ao contrário, que se deseja colocar o problema qualitativo da maneira mais concreta e realista, isto é, deseja-se desenvolver a qualidade pelo único modo no qual tal desenvolvimento é controlável e mensurável.” (GRAMSCI, 1995, p. 50).

intitulada “**Geometria e Geometria Analítica**”, fazemos um levantamento do referencial teórico no qual é apresentada uma breve trajetória da geometria e a geometria analítica. A terceira seção, “**O uso das Tecnologias da Informação e Comunicação na aprendizagem e ampliação do conhecimento na matemática**”, abordamos teoricamente o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) no processo de ensino/aprendizagem, bem como a ampliação do conhecimento na matemática incluindo a evolução das aprendizagens através das TIC, como meio de atração para os estudantes jovens e adolescentes. Na quarta seção, denominada “**As TICs na Educação na era digital**”, segue uma abordagem sobre as TICs na educação na era digital: o papel da escola e o papel do professor ao lidar com as TIC, com ênfase à necessidade de se desenvolver mecanismos que conectem o ensino às novas condições tecnológicas. A quinta seção, “**Procedimentos metodológicos**”, refere-se aos procedimentos metodológicos manuseadas para o desenvolvimento da pesquisa, na qual também apresentamos as atividades utilizadas com a turma proposta, assim como o desenvolvimento das aulas. A sexta e última seção, intitulada “**Análise de resultados**”, apresentamos algumas considerações a respeito do uso do software GeoGebra e dos resultados parciais obtidos na realização da pesquisa.

## 1. GEOMETRIA E GEOMETRIA ANALÍTICA

Os estudos matemáticos em volta da geometria acompanham os homens no decorrer dos anos, auxiliando-os e construindo-se a partir das experiências geradas pelos sujeitos no desenvolvimento e manutenção da vida. Assim, os tópicos a seguir nos ajudarão a perceber a trajetória, os usos e aplicações da Geometria e Geometria Analítica.

### 1.1 UMA BREVE TRAJETÓRIA DA GEOMETRIA

Em busca de uma melhor compreensão a respeito do ambiente onde se vivia, o homem antigo teve a necessidade de fazer os primeiros estudos geométricos. Razão pela qual surgiu a origem da palavra geometria que é derivada do grego geo = terra + metria = medida, que quer dizer medição de terra. É relevante saber o que se entende por geometria, bem como, o estudo relacionado a ela, envolvendo observação e capacidade de identificar figuras, fazendo comparações de tamanho e formas entre elas (EVES, 1997), de acordo com o nível de conceituação, há uma determinada caracterização desse ramo.

Há muitos anos, em especial a partir da época em que os Egípcios antigos construíram as pirâmides, a geometria já existia; e até os nossos dias a geometria teve uma trajetória sempre em ativa função, pois muitos profissionais se valem dela para aperfeiçoar-se<sup>7</sup>. A geometria pode ser considerada a parte mais intuitiva e concreta da matemática, uma vez que, permite que ao aluno utilizar ambientes reais, presentes em seu cotidiano, para compreensão do conteúdo. Entre estes profissionais que valem-se da geometria, podem ser apresentados os engenheiros, os artistas plásticos, e muitos outros que utilizam essa parte da matemática para verificar as formas, para medir, organizar e aperfeiçoar seus projetos de trabalhos.

A geometria como ramo matemático surgiu enquanto atividade empírica dos povos antigos para atender as suas necessidades da época sendo suas primeiras sistematizações realizadas pelos gregos

---

<sup>7</sup> No decorrer do desenvolvimento da sociedade, a geometria esteve presente de diferentes maneiras, agindo enquanto facilitadora da vida dos sujeitos, tornando-se um elemento imprescindível à construção da cidadania, em decorrência da amplitude de conhecimentos tecnológicos e científicos, conhecimentos estes que para se desenvolverem utilizam-se da geometria (PIASESKI, 2010).

que muito contribuíram para esse ramo do saber. Muitos estudiosos da matemática deram à Geometria um caráter especial, encarando-a como um ramo de destaque da ciência Matemática. (CARVALHO, 2012, p. 02).

Ao longo da história da Geometria, que se constituiu enquanto ciência organizada na Grécia Antiga, a mesma teve como destaque os geômetras, Arquimedes, Descartes, Tales de Mileto e Euclides (considerado o pai da geometria)<sup>8</sup>. Segundo Valente (2013), o matemático Felix Klein (1849-1925) aborda a geometria euclidiana definindo-a como:

(...) Aquela que estuda as propriedades das figuras que permanecem invariantes quando os elementos destas são submetidos a transformações isométricas, por alto, isso significa dizer que, para Klein, a geometria euclidiana estuda somente figuras congruentes entre si. Essa definição omite o estudo das figuras semelhantes. No entanto, a geometria de Euclides aborda não apenas o estudo de figuras congruentes, mas também o estudo de figuras semelhantes. (VALENTE, 2013, p. 165).

Euclides registrou diversos trabalhos sobre a geometria, mas o seu trabalho denominado “Os Elementos”<sup>9</sup> foi o que alcançou maior destaque, nele estão os componentes relevantes dos conhecimentos que estudiosos antigos como Platão, Eudoxo, entre outros, realizaram sobre a geometria, dando um aspecto, ou melhor, caracterizando como axiomático-dedutivo ao conhecimento da geometria daquele tempo.

Esta obra apresenta-se enquanto introdução de um método que faz parte, e vem colaborando com a ciência a partir de uns vinte séculos até nossos dias. Tendo em vista que, a sistematização da proposição, e os conceitos referentes ao sistema axiomático admitidos sem demonstração para construir as figuras de maneira lógica, os três conceitos básicos o ponto, a reta, o círculo e os cinco postulados a eles relacionados, constituem o alicerce para a Geometria chamada euclidiana, ainda

---

<sup>8</sup> “Euclides foi um professor grego e escritor e teve o espaço euclidiano, imutável, simétrico e geométrico, metáfora do saber na antiguidade clássica, que se manteve incólume no pensamento matemático medieval e renascentista, pois somente nos tempos modernos puderam ser construídos modelos de geometrias não-euclidianas. Teria sido educado em Atenas e frequentado a Academia de Platão, em pleno florescimento da cultura helenística.” (SILVA, 2017, p. 11).

<sup>9</sup> “A obra mais famosa de Euclides são os Elementos de Geometria (Stoichia), em treze livros, dos quais nove tratam de geometria plana e sólida e quatro tratam da teoria dos números.” (SILVA, 2017, p. 12).

úteis na atualidade. Mesmo que haja discussões polêmicas, e muitos matemáticos até tentaram evitar a sua utilização, há a contribuição de muitos outros com a geometria não euclidiana, fundamentadas em postulados diferentes, contrários aos dos de Euclides.

Posto isso, mesmo considerando as críticas, a caracterização da Matemática propriamente dita, a sistematização clara e rigorosa de toda a Matemática da antiguidade – da geometria à teoria das proporções, passando pela teoria dos números irracionais, além de ter escrito o livro supracitado, “Os Elementos”, foi Euclides que criou. Então, percebe-se que a depender da época e da base de conceituação, o estudo da Geometria trata-se da ampliação dos conteúdos matemáticos desde os primórdios da educação.

Nota-se que todas as ciências são relevantes e precisam estar aliadas à Matemática, e principalmente à Geometria para a execução de suas tarefas no cotidiano, isso em decorrência desta estar inserida em todos os lugares e em tudo que se pode ver. Portanto, uma forma de caracterizar a geometria, é considerá-la do mesmo modo que aqueles que desejam substituí-la por outros conteúdos, mudando o saber elementar geométrico nas séries iniciais dentro das percepções da Matemática Moderna e atual.

Há muitos anos, em especial a partir da data da independência do nosso país, a geometria é tratada como “elementar”, e deveria ser ensinada no curso primário; desde este período, esta área do conhecimento vem sendo objeto de discussão nas propostas educacionais.

O ano de 1827 é o ano da Lei de 15 de novembro que cria escolas primárias a partir da Carta outorgada por D. Pedro I, em 1824, que estabelecia, dentre outras coisas, a gratuidade do ensino primário. O projeto da lei previa que "os professores ensinarão a ler, escrever e contar [...]". Os debates na Câmara modificaram o texto original e muita polêmica ocorreu a partir da sugestão de que fosse, no ensino primário, ensinada a "resolução prática dos problemas de geometria elementar". (VALENTE, 2007, p. 111).

Após um longo tempo, os conteúdos geométricos foram organizados para serem ensinados na escola, quando, no final das últimas décadas do século XIX, aparecem as primeiras obras como referências nacionais para o ensino primário, incluindo a geometria para as séries iniciais. Sendo que, é consenso que o conhecimento básico da geometria apresenta-se enquanto fundamental para

estruturação da interação entre os sujeitos. Interação esta que necessita de conceitos de geometria (suas propriedades e relações simples), que precisariam ser introduzidos nas séries iniciais, para que, no decorrer da educação básica, os alunos consigam desenvolver competências para compreender os fundamentos da geometria (PASSOS, 2000).

A respeito dos estudos do ensino das noções de Geometria nas escolas do Brasil, podemos destacar dois autores que teceram contribuições significativas a essa discussão; um deles é Abílio Borges (1824-1891), com destaque para sua obra intitulada “Desenho linear ou elementos de Geometria prática popular”, de 1878. Neste livro o autor apresenta a geometria abordando-a a partir dos seguintes pontos: noções preliminares; do ponto e das linhas; posições de duas linhas retas e curvas; posição relativa das linhas; dos ângulos; dos polígonos; dos triângulos; dos quadriláteros; das figuras formadas por linhas curvas; dos sólidos; dos poliedros; dos sólidos redondos.

Outra obra de destaque na utilização da geometria euclidiana no curso primário, foi publicada por Olavo Freire (1869-1941), em 1894, intitulada “Primeiras noções de Geometria prática”. Sobre a obra citada, pode-se dizer que:

Trata-se de um livro que incluem 490 exercícios, 92 problemas resolvidos e 381 gravuras, informações essas destacadas na capa do livro. A geometria é distribuída em vinte e um capítulos, sendo os treze primeiros destinados ao estudo da geometria plana, finalizando com o cálculo de áreas de polígonos. Os demais capítulos, reservados para a geometria espacial, incluem também o cálculo de áreas e volumes dos poliedros e corpos redondos. (LEME DA SILVA, 2010, p. 6).

As duas obras citadas devem ser vistas enquanto referência de muitas outras discussões construídas a respeito dos conteúdos de Geometria trabalhados no ensino primário, enquanto escola de primeiras letras. Pois, o ensino da geometria é sempre iniciado pela geometria euclidiana, partindo desde as mais simples figuras geométricas e suas propriedades, que são consideradas como conteúdos elementares em todas as obras didáticas.

Assim sendo, temos a possibilidade de percorrer nosso olhar sobre uma infinidade de formas geométricas, dispostas em imagens, que podem se apresentar de maneira irregular e regular. E conforme as relações sociais alteram-se, ocorrem também transformações nas estruturas físicas, seja de pequenos objetos, ou de

grandes estruturas arquitetônicas; estas transformações surgem enquanto promotoras de novos desafios às formas da Geometria clássica (LACERDA, 2010).

## 1.2 GEOMETRIA ANALÍTICA

É sabido que a geometria é dividida em três partes, entre elas a geometria analítica, que é utilizada com frequência em muitos campos de estudos, e considerada por muitos estudiosos como um dos maiores avanços da matemática. Tem como ideia principal realizar conexões entre a geometria e a álgebra, utilizando um sistema de coordenadas cartesianas  $(x, y)$ , no qual podemos localizar pontos, retas, curvas ou círculos, ou seja, partindo da ideia primitiva de ponto, pois todas essas figuras são constituídas por pontos.

Dentre os estudiosos que alicerçaram a álgebra e geometria, podemos destacar, como precursor, o matemático René Descartes (1596-1650), considerado o criador do sistema de coordenadas cartesianas. Ao unir a álgebra e geometria, Descartes criou princípios matemáticos, pelos quais foi possível analisar, através de métodos geométricos, os elementos que compõem a reta, o ponto e a circunferência, estabelecendo distâncias entre eles e localizando os pontos de coordenadas.

A geometria analítica conceitua as formas geométricas numericamente obtendo dados informativos da representação. Desse modo, a matemática passa a ser vista como uma forma de esclarecer situações relacionadas ao espaço. Segundo Dante:

O estudo da Geometria analítica, por seus elementos primitivos, o ponto e a reta, observando como o recurso de processos algébricos imprime uma precisão nas medidas e nos cálculos não encontrada na Geometria e como, por outro lado, a representação geométrica torna concretas as expressões algébricas na maioria das vezes tão abstratas. (DANTE, 2013, p. 29).

Nesse sentido, a busca por resultados numéricos que dão a ideia de relação da álgebra com a geometria, as noções intuitivas de vetores, passam a ser pesquisadas com frequência. Sabendo-se que os vetores são os fundamentos de estudos, e também são eles os responsáveis por agregarem as características que

indicam o tamanho, direção e sentido, geralmente são utilizados para ajudar nos cálculos relacionados aos estudos da Física.

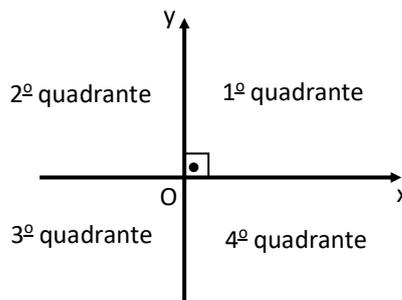
Assim, o desafio do mundo contemporâneo, repleto de frequentes e rápidos efeitos dos avanços tecnológicos, é o preparo para a geração digital; e a geometria, é um componente da área matemática extremamente relevante na constituição dos conhecimentos, tanto científicos, quanto tecnológicos, dos quais os indivíduos devem apropriar-se (KUENZE, 2005).

Observaremos agora como se constroem, associam-se e desenvolvem-se algumas coordenadas numéricas:

### Plano cartesiano

Sejam  $x$  e  $y$  duas retas orientadas e perpendiculares no ponto  $O$ , determinam no plano um sistema de coordenadas chamado de **plano cartesiano** (Figura 01).

**Figura 1** – Plano Cartesiano.



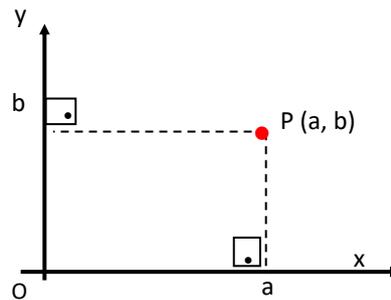
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

As duas retas  $x$  e  $y$  que formam o plano cartesiano são os eixos e recebe o nome de:

- Eixo  $x$  (ou  $Ox$ ) eixo das abscissas
- Eixo  $y$  (ou  $Oy$ ) eixo das ordenadas
- $O$  é a origem do plano cartesiano

A cada ponto  $P$  do plano cartesiano, corresponderão duas coordenadas:  $a$  e  $b$  chamadas de abscissa e ordenada, respectivamente, que são as projeções ortogonais do ponto  $P$  sobre os eixos  $x$  e  $y$  (Figura 02).

**Figura 2** – Ponto P do Plano cartesiano.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

As coordenadas do ponto **P** são os números reais **a** e **b**, indicados, em geral na forma de **par ordenado**, sendo que **a** é a distância de **P** ao eixo **Oy** e **b** é a distância de **P** ao eixo **Ox**.

### Propriedade

Posições relativas de um ponto  $P(a, b)$  em relação ao sistema de coordenadas:

- O ponto **P** pertence ao eixo das abscissas quando sua ordenada for nula.

$$P(a, b) \in Ox \Leftrightarrow b = 0$$

- O ponto **P** pertence ao eixo das ordenadas quando sua abscissa for nula.

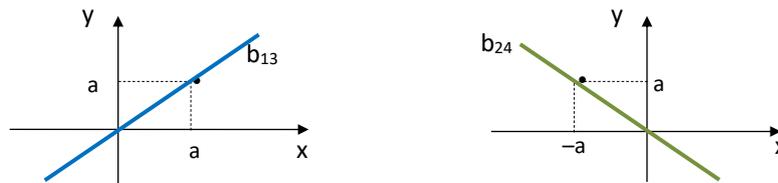
$$P(a, b) \in Oy \Leftrightarrow a = 0$$

- O ponto **P** pertence à bissetriz dos quadrantes ímpares  $b_{13}$  quando suas coordenadas são iguais.

$$P(a, b) \in b_{13} \Leftrightarrow a = b$$

- O ponto **P** pertence à bissetriz dos quadrantes pares  $b_{24}$  quando as coordenadas são opostas.

$$P(a, b) \in b_{24} \Leftrightarrow a = -b$$

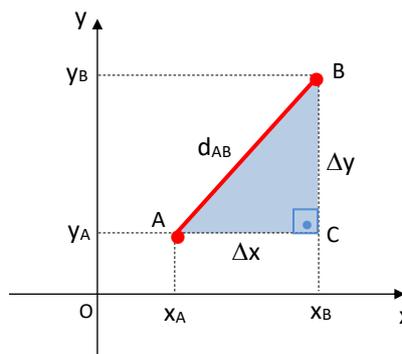
**Figura 3 – Bissetriz Ímpar e Bissetriz Par.**

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Distância entre dois pontos (Figura 04):

Sendo **A** e **B** dois pontos distintos do plano, a **distância entre eles** é a medida do segmento de reta  $\overline{AB}$  não paralelo a nenhum dos eixos.

Considere o plano cartesiano e o segmento  $\overline{AB}$ , traçando-se por **A** e **B** duas retas paralelas aos eixos, obtemos um triângulo retângulo em **C**.

**Figura 4 – Distância entre dois pontos.**

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

No triângulo retângulo ABC aplicou-se o teorema de Pitágoras, temos:

$$d_{AB}^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2$$

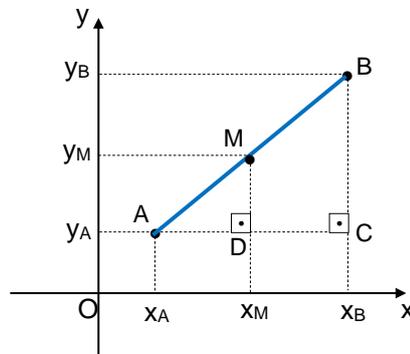
Substituindo o valor das distâncias  $\Delta x = x_B - x_A$  e  $\Delta y = y_B - y_A$ , obtemos a distância entre os pontos **A** e **B**.

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

## Ponto médio

Na figura abaixo (Figura 05), o **ponto M** é **médio do segmento** com extremidades  $A(x_A, y_A)$  e  $B(x_B, y_B)$ .

**Figura 5** – ponto M é médio do segmento.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Na figura 05 os triângulos AMD e ABC são semelhantes.

Assim, temos:

$$\frac{AM}{AD} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{2 \cdot AM}{AC} \Rightarrow AC = 2 \cdot AD$$

$$x_B - x_A = 2 \cdot (x_M - x_A); \text{ logo. Temos que: } x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$$

$$\text{Analogamente, temos: } y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

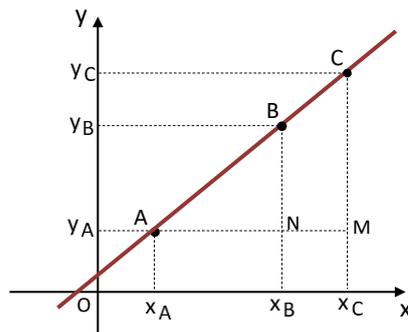
Portanto, as coordenadas do ponto médio **M** do segmento AB é dado por:

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

## Condição de alinhamento de três pontos

Dizemos que os três pontos  $A(x_A, y_A)$ ,  $B(x_B, y_B)$  e  $C(x_C, y_C)$  estão alinhados (colineares), quando existe uma reta que passa por eles (Figura 06).

**Figura 6** – Condição de alinhamento de três pontos.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

A reta paralela ao eixo  $x$  que passa pelo ponto  $A$  determina dois triângulos  $ABN$  e  $ACM$  semelhantes. Assim, temos:

$$\frac{AN}{AM} = \frac{BN}{CM} \Rightarrow \frac{x_B - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y_B - y_A}{y_C - y_A}$$

Desenvolvendo a equação, podemos escrever na forma de determinante:

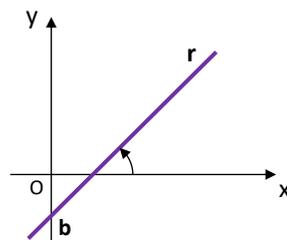
$$\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Assim, nos permite dizer que os três pontos **A**, **B** e **C** estão alinhados.

### Reta

A figura 07 representa a **reta r** que passa por alguns pontos alinhados cujas coordenadas são conhecidas.

**Figura 7** – Gráfico de uma reta.

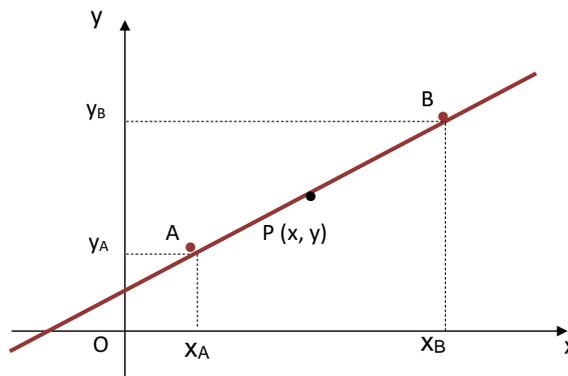


Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

## Equação da reta

Sendo  $A(x_A, y_A)$  e  $B(x_B, y_B)$  dois pontos distintos no plano cartesiano traça-se uma reta por eles em que  $P(x, y)$  é um ponto genérico pertencente a ela (Figura 08).

**Figura 8** – Gráfico de uma reta.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

O determinante da matriz formada pelas coordenadas dos pontos **A**, **B** e **P** é igual a zero, então:

$$\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$x_A y_B + x y_A + y x_B - x y_B - y x_A - x_B y_A = 0$$

$$(y_A - y_B) x + (x_B - x_A) y + x_A y_B - x_B y_A = 0$$

Sendo  $x_A$ ,  $x_B$ ,  $y_A$  e  $y_B$  números reais, fazemos:

$$a = y_A - y_B, \quad b = x_B - x_A \quad \text{e} \quad c = x_A y_B - x_B y_A.$$

Assim, a equação geral da reta de coeficientes **a**, **b** e **c** é dada por:

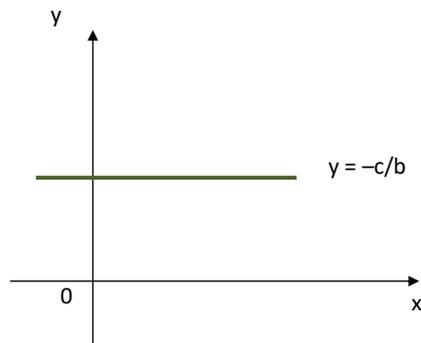
$$ax + by + c = 0$$

## Casos particulares

Anulando um dos coeficientes da equação geral ( $ax + by + c = 0$ ) da reta **r**, temos uma propriedade especial (Figura 09). Em que:

- Se  $a = 0 \Leftrightarrow y_A - y_B = 0 \Leftrightarrow y_A = y_B \Leftrightarrow r$  é paralela ao eixo  $x$ .

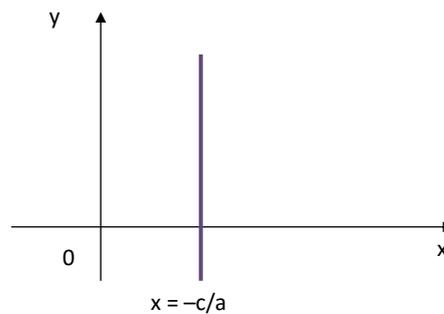
**Figura 9** – Gráfico de uma reta horizontal.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

- Se  $b = 0 \Leftrightarrow x_A - x_B = 0 \Leftrightarrow x_A = x_B \Leftrightarrow r$  é paralela ao eixo  $y$  (Figura 10).

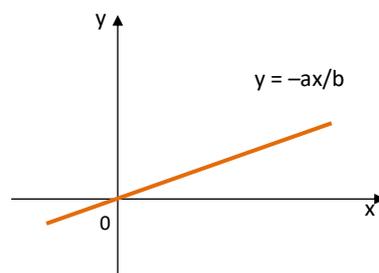
**Figura 10** – Gráfico de uma reta vertical.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

- Se  $c = 0 \Leftrightarrow ax + by = 0 \Leftrightarrow (0, 0)$  satisfaz a equação. Assim, dizemos que a reta  $r$  passa pela origem (Figura 11).

**Figura 11** – Gráfico de uma reta que passa pela origem.

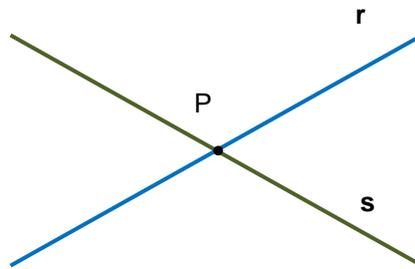


Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

## Interseção de duas retas

O ponto  $P(x, y)$  será a interseção das retas  $r: ax + by + c = 0$  e  $s: dx + ex + f = 0$  (Figura 12).

**Figura 12** – Gráfico de uma interseção de retas.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Formas da equação da reta

### Forma geral

A equação  $ax + by + c = 0$  é denominada equação geral da reta, a qual satisfeita por todos os pontos pertencentes à reta.

### Forma reduzida

Da equação geral da reta  $ax + by + c = 0$ , vamos isolar a incógnita  $y$ :

$$by = -ax - c \Rightarrow y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}.$$

Fazendo  $m = -\frac{a}{b}$  e  $k = -\frac{c}{b}$ , temos:

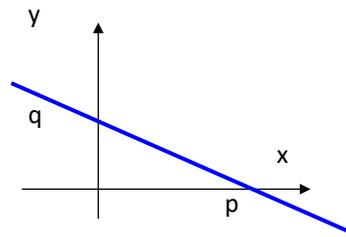
$$y = mx + k$$

A equação reduzida da equação geral da reta.

### Forma segmentária

A reta que intercepta os eixos nos pontos distintos da origem  $A(0, q)$  e  $B(p, 0)$ , pode ser obtida da seguinte forma (Figura 13):

**Figura 13** – Gráfico da equação segmentária da reta.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Seja  $C(x, y)$  um ponto genérico da reta, temos:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & q & 1 \\ p & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow qx + py - pq = 0 \Rightarrow qx + py = pq$$

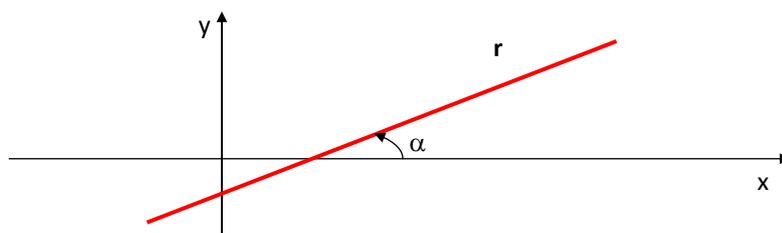
Dividindo por  $pq$ , obtemos a equação segmentária da reta:

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$$

### Inclinação de uma reta

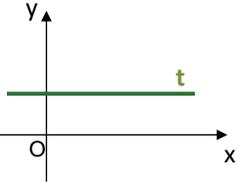
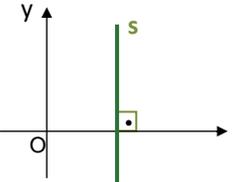
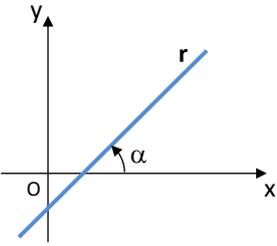
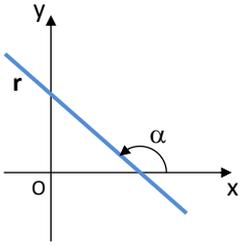
Considere no plano cartesiano uma reta  $r$ , não paralela ao eixo  $x$ . Chama-se de inclinação da reta a medida do ângulo  $\alpha$  que a reta  $r$  forma com o eixo  $x$ , observar as figuras a seguir (Figuras 14 e 15).

**Figura 14** – Gráfico de uma reta com inclinação  $\alpha$ .



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura 15 – Gráficos de casos possíveis de retas.

<b>Casos possíveis</b>	
Reta paralela ao eixo x	Reta paralela ao eixo y
 <p style="text-align: center;"><math>\alpha = 0^\circ</math></p>	 <p style="text-align: center;"><math>\alpha = 90^\circ</math></p>
A reta forma ângulo agudo com o eixo x	A reta forma ângulo obtuso com o eixo x
 <p style="text-align: center;"><math>0^\circ &lt; \alpha &lt; 90^\circ</math></p>	 <p style="text-align: center;"><math>90^\circ &lt; \alpha &lt; 180^\circ</math></p>

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

### **Coefficiente angular da reta**

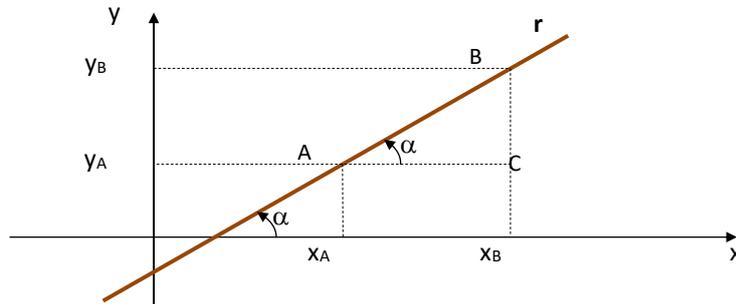
Sendo  $\alpha$  o ângulo de inclinação da reta  $r$ , chama-se de **coeficiente angular** ou **declividade** da reta o número real  $m$ , com valor numérico da tangente de  $\alpha$ , isto é:

$$m = \operatorname{tg} \alpha$$

### **Determinação do coeficiente angular da reta**

Considere uma reta  $r$  que passa pelos pontos  $A(x_A, y_A)$  e  $B(x_B, y_B)$  e possui um ângulo de inclinação com o eixo  $Ox$  igual a  $\alpha$  (Figura 16).

**Figura 16** – Gráfico de uma reta com inclinação  $\alpha$ .



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

No triângulo retângulo ABC, temos:

$$m = \operatorname{tg} \alpha = \frac{BC}{AC}$$

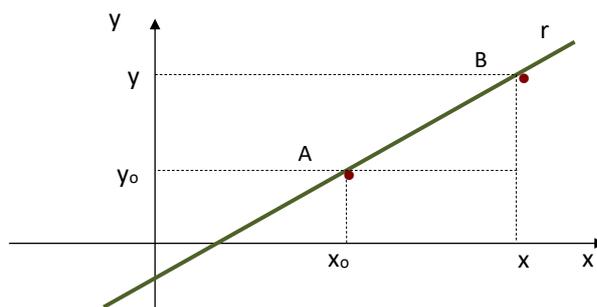
Sabendo que  $BC = y_B - y_A$  e  $AC = x_B - x_A$ , obtemos o O coeficiente angular da reta:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

### Equação fundamental da reta

Considere uma reta não paralela ao eixo  $y$  que passa por um ponto A  $(x_0, y_0)$  e tem coeficiente angular  $m$  (Figura 17).

**Figura 17** – Gráfico de uma reta que passa por dois pontos.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

O coeficiente angular da reta, vem:

$$m = \frac{y - y_0}{x - x_0} \Rightarrow y - y_0 = m \cdot (x - x_0)$$

Assim, a equação fundamental da reta  $r$  que passa pelo ponto  $A(x_0, y_0)$  de declividade  $m$  é dada por:

$$y - y_0 = m \cdot (x - x_0)$$

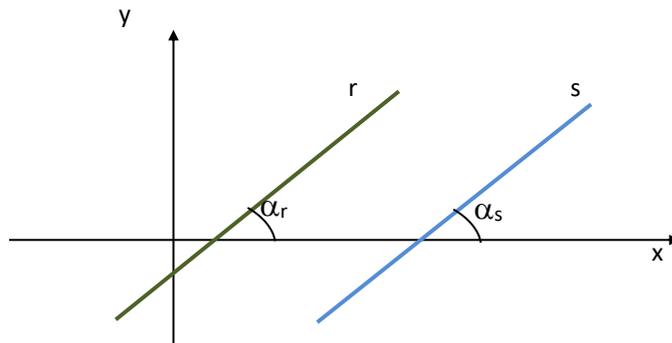
Posições relativas entre retas:

Da geometria plana, sabemos que  $r$  e  $s$  podem ser paralelas ou concorrentes.

### Paralelismo

Duas retas paralelas  $r$  e  $s$  formam com o eixo  $x$  dois ângulos congruentes, ver a figura a seguir (Figura 18).

Figura 18 – Gráfico de retas paralelas.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Temos:

$$r // s \Leftrightarrow \operatorname{tg} \alpha_r = \operatorname{tg} \alpha_s \Leftrightarrow m_r = m_s.$$

Portanto,  $r$  e  $s$ , não verticais, são paralelas quando os seus coeficientes angulares forem iguais.

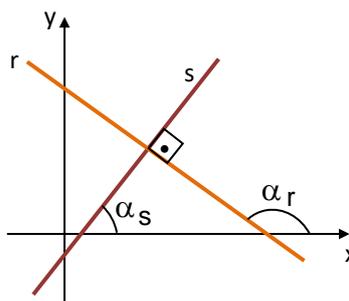
$$m_r = m_s$$

## Concorrência

Duas retas **r** e **s** são concorrentes se tiverem os seus coeficientes angulares diferentes  $m_r \neq m_s$ .

Duas retas **r** e **s** concorrentes, como na figura abaixo (Figura 19), são perpendiculares quando elas formarem um ângulo reto.

**Figura 19** – Gráfico de retas concorrentes.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

No triângulo acima temos:

$$\alpha_r = 90^\circ + \alpha_s \Leftrightarrow \operatorname{tg}(-\alpha_s) = \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha_r)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_r = -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_s} \Leftrightarrow \operatorname{tg} \alpha_s \cdot \operatorname{tg} \alpha_r = -1$$

Portanto, **r** e **s**, não verticais, são perpendiculares quando o produto de seus coeficientes angulares for igual a  $-1$ .

Assim, temos:

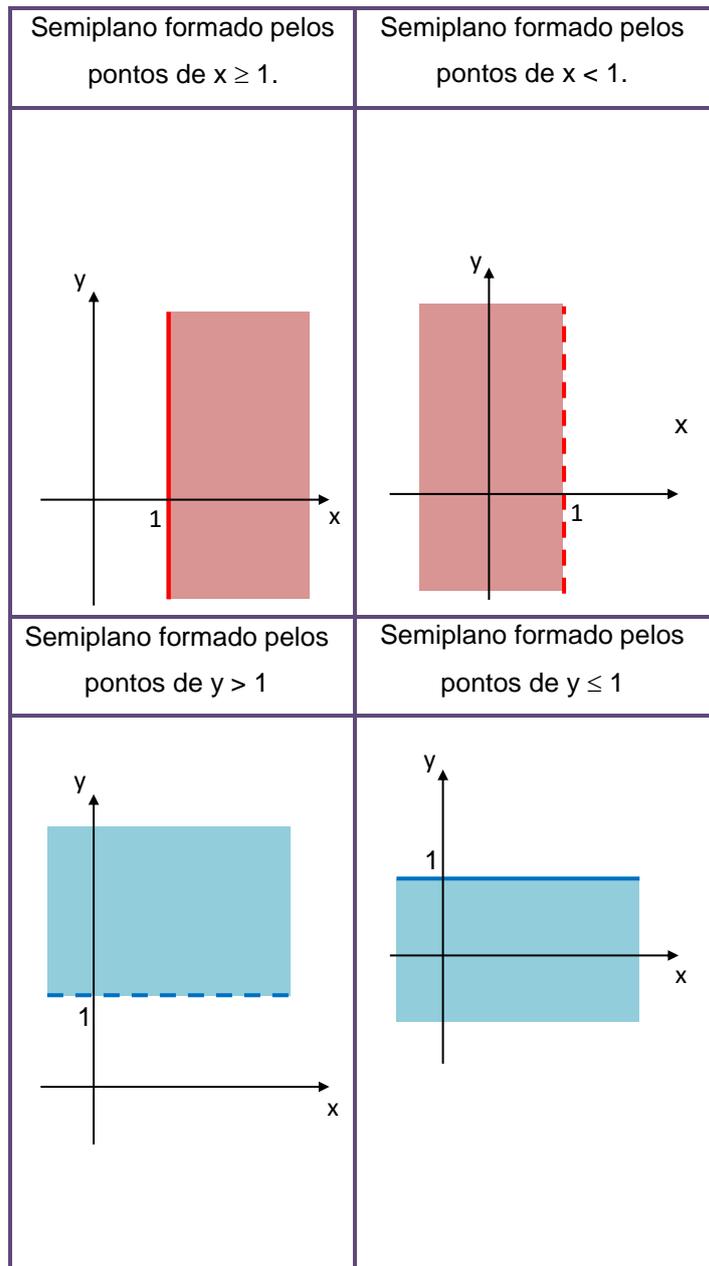
$$\mathbf{r} \perp \mathbf{s} \Leftrightarrow m_r \cdot m_s = -1$$

## Semiplanos

Considere uma reta  $ax + by + c = 0$  no plano cartesiano. Essa reta divide o plano em duas regiões chamadas de **semiplanos** (Figura 20).

**Figura 20** – Gráfico de retas paralelas a um dos eixos.

### Retas paralelas a um dos eixos

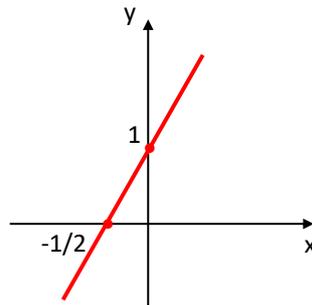


Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

### Retas não paralelas a um dos eixos

Considere a reta  $r$  de equação  $2x - y + 1 = 0$ , cujo gráfico é representado pela figura 21:

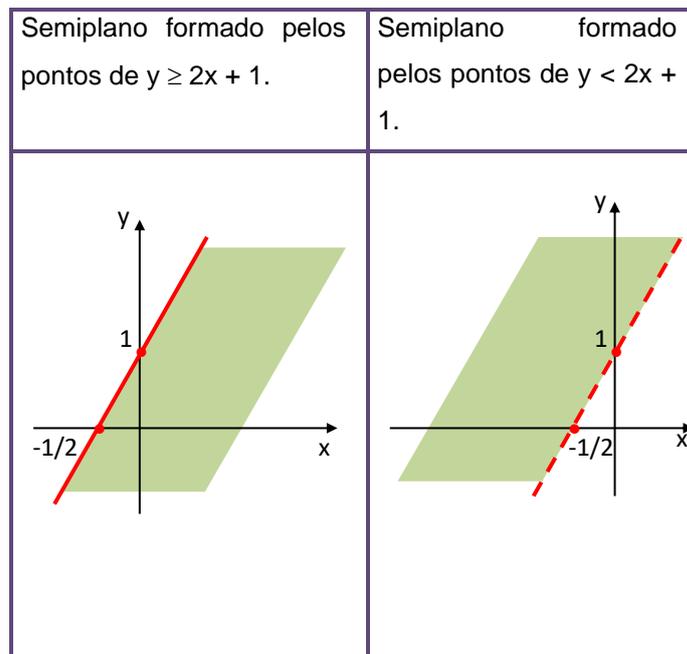
**Figura 21** – Gráfico de reta dada a equação.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

A reta  $r$  de equação  $2x - y + 1 = 0$  divide o plano em dois semiplanos de origem  $r$  (Figura 22).

**Figura 22** – Gráfico de retas não paralelas a um dos eixos.



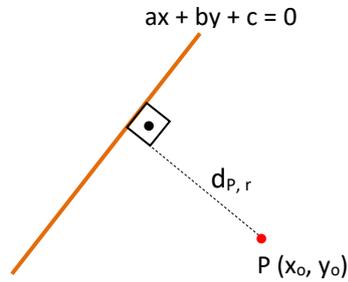
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

### Distância entre ponto e reta

A distância entre um ponto  $P$  a uma reta  $r$  é a distância do ponto  $P$  a interseção da projeção de  $P$  sobre a reta  $r$ .

Dados um ponto  $P(x_0, y_0)$  e uma reta  $r$  de equação  $ax + by + c = 0$  (Figura 23).

**Figura 23** – Gráfico distância entre ponto e reta.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

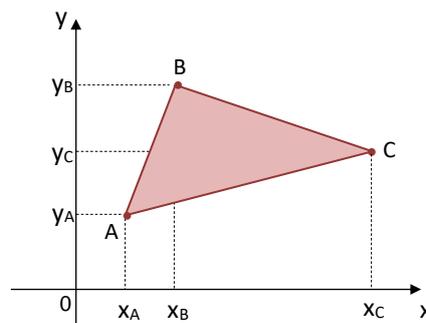
A distância entre o ponto  $P$  e a reta  $r$  é dada pela fórmula:

$$d_{P,r} = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

### Área de um triângulo

Os pontos  $A(x_A, y_A)$ ,  $B(x_B, y_B)$  e  $C(x_C, y_C)$  são vértices do triângulo  $ABC$  da figura abaixo (Figura 24):

**Figura 24** – Gráfico área de um triângulo.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

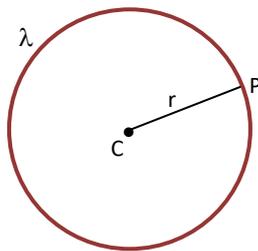
A área do triângulo ABC é dada por  $A = \frac{1}{2} |D|$ , sendo que  $D = \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}$  é o

determinante das coordenadas do vértice.

## Circunferência

Circunferência é um conjunto de todos os pontos do plano que distam  $r$  de um ponto fixo  $C$  (Figura 25).

**Figura 25** – Circunferência de centro  $C$  e raio  $r$ .



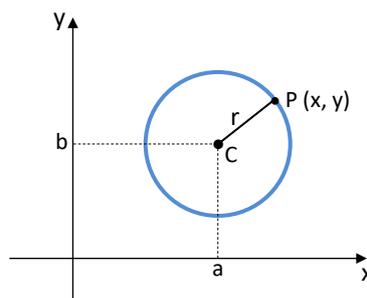
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Em que o ponto  $C$  é o centro da circunferência,  $r$  é o raio da circunferência e o ponto  $P$  pertence a circunferência  $\lambda$ .

## Equação reduzida da circunferência

Consideremos a circunferência  $\lambda$  de centro  $C$  ( $a, b$ ) e raio  $r$  (Figura 26).

**Figura 26** – Circunferência de centro  $C$  ( $a, b$ ) e raio  $r$ .



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Seja  $P(x, y)$  um ponto genérico da circunferência, temos:

$P$  pertence a  $\lambda$  se, e somente se, a distância  $CP$  é igual ao raio  $r$ . Assim:

$$P \in \lambda \Leftrightarrow D_{PC} = r \Rightarrow \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = r$$

Elevando os dois lados ao quadrado, encontramos a equação reduzida da circunferência  $\lambda$  de centro  $C(a, b)$  e raio  $r$ .

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

### Equação geral da circunferência

A partir da equação reduzida da circunferência  $\lambda$  centro  $C(a, b)$  e raio  $r$ , temos:

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ , desenvolvendo os quadrados da diferença, obtemos:

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0$$

Fazendo  $D = -2a$ ,  $E = -2b$  e  $F = a^2 + b^2 - r^2$ , temos:

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Essa expressão é a equação geral da circunferência  $\lambda$  de centro  $C(a, b)$  e raio  $r$ .

### Centro e raio

Cálculo do centro e raio da circunferência escrita na forma geral:

- Centro:  $C(a, b) \Rightarrow a = -\frac{D}{2}$  e  $b = -\frac{E}{2}$

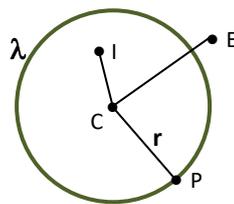
- Raio:  $r = \sqrt{a^2 + b^2 - F}$

Posições relativas entre Circunferências:

### Ponto e circunferência

Consideremos uma circunferência de centro **C** e raio **r**, e os pontos **E**, **P** e **I**, temos (Figura 27):

**Figura 27** – Posição relativa entre circunferência de centro **C** e raio **r** e os pontos **E**, **P** e **I**.



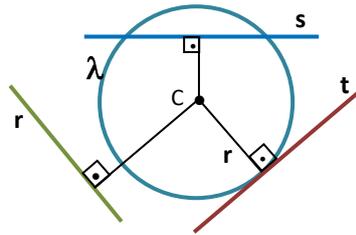
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

- **E** é exterior a  $\lambda$  se, e somente se  $d_{EC} > r$ .
- **P** pertence a  $\lambda$  se, e somente se  $d_{PC} = r$ .
- **I** é interior a  $\lambda$  se, e somente se  $d_{IC} < r$ .

### Reta e circunferência

Consideremos uma circunferência de centro **C** e raio **r**, e as retas **t**, elas ocupam três posições no plano (Figura 28):

**Figura 28** – Posição relativa entre a circunferência de centro C e raio r e as retas r,s e t.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

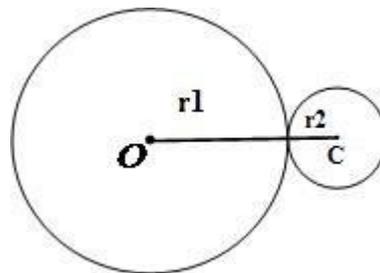
- A reta **t** é tangente a  $\lambda$  se, e somente se  $d_{Ct} = r$ .
- A reta **r** é externa a  $\lambda$  se, e somente se  $d_{Cr} > r$ .
- A reta **s** é secante a  $\lambda$  se, e somente se  $d_{Cs} < r$ .

### Posição relativa entre circunferências<sup>10</sup>

#### Circunferência Tangentes

a) Tangentes externas (Figura 29); Duas circunferências são tangentes externas quando possuem somente um ponto em comum e uma exterior à outra. A condição para que isso ocorra é que a distância entre os centros das duas circunferências seja equivalente à soma das medidas de seus raios.

**Figura 29** – Tangentes externas.



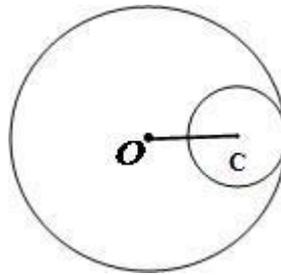
$$d_{OC} = r_1 + r_2$$

Fonte: SOUZA; GARCIA, 2016.

<sup>10</sup> Fonte: SOUZA, Joamir Roberto de; GARCIA, Jacqueline da Silva Ribeiro. **Contato matemática**. 3º ano. – 1.ed. – São Paulo: FTD, 2016.

b) Tangentes internas (Figura 30); Duas circunferências são tangentes internas quando possuem apenas um ponto em comum e uma esteja no interior da outra. A condição para que isso ocorra é que a distância entre os dois centros seja igual à diferença entre os dois raios.

**Figura 30** – Tangentes internas.



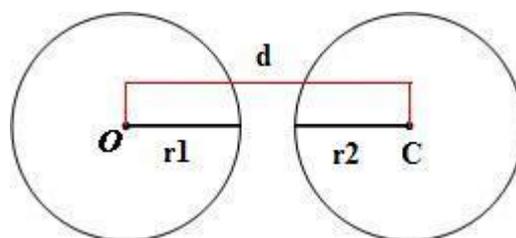
$$d_{OC} = r_1 - r_2$$

Fonte: SOUZA; GARCIA, 2016.

### Circunferências externas

Duas circunferências são consideradas externas quando não possuem pontos em comum. A condição para que isso ocorra é que a distância entre os centros das circunferências deve ser maior que a soma das medidas de seus raios, como apresentado na figura abaixo (Figura 31).

**Figura 31** – Circunferências externas.



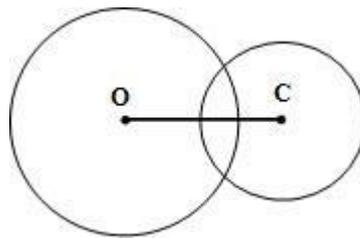
$$d_{OC} > r_1 + r_2$$

Fonte: SOUZA; GARCIA, 2016.

### Circunferências secantes

Duas circunferências são consideradas secantes quando possuem dois pontos em comum, ver figura 31. A condição para que isso aconteça é que a distância entre os centros das circunferências deve ser menor que a soma das medidas de seus raios.

**Figura 31** – Circunferências secantes.



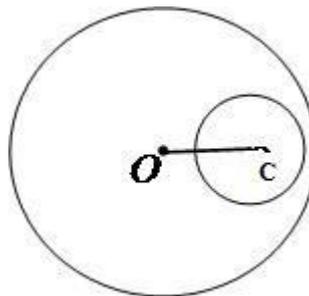
$$d_{CO} < r_1 + r_2$$

Fonte: SOUZA; GARCIA, 2016.

### Circunferências internas

Duas circunferências são consideradas internas quando não possuem pontos em comum e uma está localizada no interior da outra, como consta na figura 32. A condição para que isso ocorra é que a distância entre os centros das circunferências deve ser equivalente à diferença entre as medidas de seus raios.

**Figura 32** – Circunferências internas.



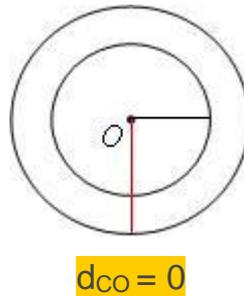
$$d_{OC} < r_1 - r_2$$

Fonte: SOUZA; GARCIA, 2016.

## Circunferências concêntricas

Duas circunferências são consideradas concêntricas quando possuem o centro em comum (Figura 33). Nesse caso, a distância entre os centros é nula.

**Figura 33** – Circunferências concêntricas.

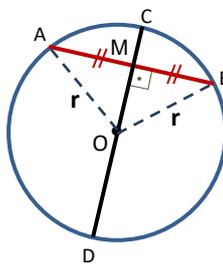


Fonte: SOUZA; GARCIA, 2016.

## Propriedade

Em uma circunferência, todo diâmetro perpendicular a uma corda passa pelo ponto médio da corda (Figura 34).

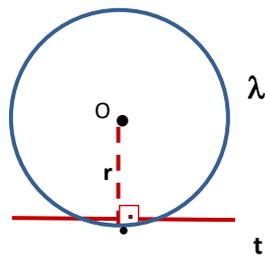
**Figura 34** – Circunferência de centro C e raio r, o diâmetro é perpendicular a corda AB e intersecta o ponto médio.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Toda reta tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio no ponto de tangência (Figura 35).

**Figura 35** – Reta tangente à Circunferência de centro  $O$  e raio  $r$ .



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Os conteúdos apresentados até aqui, com o auxílio das figuras, servirão de suporte para compreensão do uso dos conteúdos programáticos selecionados para serem trabalhados no Ensino Médio. Posto assim, iremos compreender o uso das TICs, com o intuito de inserir o uso do software GeoGebra ao ensino da matemática.

## **2. O USO DAS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NA APRENDIZAGEM E AMPLIAÇÃO DO CONHECIMENTO NA MATEMÁTICA**

A técnica da aula expositiva, sem a utilização de nenhum recurso físico ou mesmo projetores de multimídia, já foi considerada uma ação muito significativa no processo de ensino aprendizagem, mas atualmente o uso das tecnologias funciona como um instrumento de inovação e ampliação de aperfeiçoamento na realização e prática do processo de ensino/aprendizagem.

Segundo Cysneiros (2000), para melhorar os procedimentos e metodologias utilizados em sala de aula, é necessário refletirmos sobre a importância dos instrumentos tecnológicos, no intuito de proporcionar melhores relações entre o educador e a tecnologia, e também entre o aluno e a tecnologia, com o objetivo de ensinar ou aprender. A utilização dos recursos tecnológicos no âmbito da educação, administrados com objetivos específicos de trabalhar um conteúdo disciplinar, é que dará a ele a condição de ser reconhecido enquanto recurso didático.

É o retorno da ferramenta tecnológica como procedimento do ato ensino/aprendizagem no cotidiano escolar ou em qualquer outro espaço, que dá identidade e relevância à tecnologia da educação. Ter no âmbito escolar recursos tecnológicos não é sinônimo de qualidade de ensino, nem de sucesso na aprendizagem, pois os mesmos podem ser utilizados para outros fins quando não fazem parte do conjunto de ações educativas.

Nos procedimentos educacionais das escolas atuais contamos com o uso de equipamentos tecnológicos como: calculadoras, computadores, celulares, e tantas outras ferramentas que foram criadas ou aprimoradas no decorrer do processo histórico da educação. Entretanto, com o avanço das tecnologias digitais, que vem ocorrendo em ritmo muito rápido em níveis sociais, culturais e econômicos, a tecnologia vem adquirindo cada vez mais destaque e espaço, tanto no meio social, quanto o educacional, garantindo espaços também, nos setores de serviços industriais e das telecomunicações<sup>11</sup>.

Considerando a importância do computador entre os instrumentos tecnológicos, ao fazermos uso deste enquanto recurso didático, esta ação se destaca por serem ferramentas multifuncionais que se associam aos sistemas de

---

<sup>11</sup> Setores estes que encontram-se de maneira correlata no desenvolvimento da sociedade.

aplicativos que fazem parte de programas e softwares, oferecendo-nos a condição de obter por meio da internet a instalação livre e gratuita do software GeoGebra. Dessa forma, podemos ter acesso ao software através do uso de ferramentas multifuncionais, como o computador.

Segundo Valente (1993), a informática procura integrar o computador ao processo de aprendizagem dos conteúdos curriculares em todos os níveis e áreas dos saberes. Na educação, em específico na Matemática e suas Tecnologias, o GeoGebra, e conseqüentemente, o computador, tem sido objeto de estudos em pesquisas acadêmicas direcionadas principalmente aos conteúdos de Funções, Geometria analítica, Diferencial e Integral. Esta aplicação dos mais variados campos da informática na educação, tem sido “[...] um novo suporte da ciência que traz imbuída no seu bojo a ideia de pluralidade, de inter-relação e de intercâmbio crítico entre saberes e ideias desenvolvidas por diferentes pensadores [...]. (ALMEIDA, 2000, p. 19).

Partindo dessa premissa, é possível constatar que para algumas escolas e professores, a utilização das tecnologias no processo educacional tem provocado grande desconforto, uma vez que muitos dos professores não dispõem de uma formação acadêmica atualizada. A respeito deste avanço das Tecnologias no âmbito educacional, observa-se que

[...] A maioria das escolas, na tentativa de acompanhar essa popularização do uso do computador, introduziu os recursos tecnológicos no ambiente escolar sem que houvesse uma discussão sobre os critérios e objetivos de sua utilização pedagógica por parte dos profissionais de ensino [...]. (FERREIRA, 2008, p. 66).

Em contrapartida, indo de encontro a esta formação ainda arbitrária dos professores, nossos alunos já nascem inseridos em uma geração tecnológica, e crescem usando meios e linguagens digitais. A partir da década de 1970, temos o surgimento da primeira fase de microcomputadores, e nas décadas seguintes nos deparamos com a comercialização do computador em larga escala, devido ao advento e cada vez maior popularização da internet.

Os estudantes que encontramos frequentando a educação básica na atualidade, principalmente o alunado do terceiro ano do Ensino Médio, faz parte dessa geração que, ao nascer no final da década de 90, em sua maioria, são

integrantes da chamada geração Y. Esta geração é composta por sujeitos que estão cada vez mais conectados ao mundo virtual diuturnamente<sup>12</sup>; e esta conexão possibilita a construção de diálogos e a divulgação de tudo que desejam. O uso da internet vem apresentando-se enquanto ferramenta essencial de conexão mundial, seja por meio do uso de aplicativos ou de redes sociais (INDALÉCIO, 2016).

Essas discussões a respeito da geração Y são levantadas por Cristina Pescador (2010), ao apontar a relação dos jovens com a vida *online*. Segundo a autora, esses “nativos digitais” utilizam veículos que tornam seus pensamentos e atividades cada vez mais públicos, como no exemplo levantado pela própria autora, os adultos de gerações mais velhas “[...] escreviam seus pensamentos e segredos em pequenos cadernos, na forma de diários trancados com cadeado e a chave para que ninguém pudesse ler [...].” (PESCADOR, 2010, p. 02). Sobre essa geração dos nativos digitais, Pescador acrescenta que

[...] É possível observar que esses jovens são do tipo multitarefa, sendo-lhes típico e habitual fazer duas ou três coisas ao mesmo tempo, como, por exemplo, fazer o download de arquivos de suas músicas favoritas, episódios de séries de TV ou filmes, enquanto fazem as tarefas escolares E se comunicam via ferramentas de mensagem de texto com seus amigos, reais e virtuais. (PESCADOR, 2010, p. 03).

Essa multitarefa exercida pelos jovens causa um grande contraste entre as duas gerações, principalmente no ambiente educacional do processo de ensino/aprendizagem, pois, os grupos tendem a estabelecer relações diferentes com as ferramentas digitais. Os professores, chamados pela autora de “imigrantes digitais”<sup>13</sup>, nasceram, em sua maioria, no período anterior à década de 80, por isso não havia o mesmo contato com os aparelhos tecnológicos que estão disponíveis atualmente; enquanto que, os nativos digitais, já nasceram tendo contato com essas novas tecnologias.

Assim, a chamada geração Y encontra-se conectada 24 horas por dia, passando parte de sua vida na rede digital, com aparelhos tecnológicos sempre ao alcance de suas mãos, podendo ser tablets, computadores, notebooks e

---

<sup>12</sup> De acordo com as discussões erguidas por Indalécio (2016), essa geração Y seria composta por sujeitos nascidos após 1983.

<sup>13</sup> Conforme Prensky (2001), os imigrantes digitais são aquelas pessoas que aprenderam a usar as tecnologias digitais durante a vida adulta.

smartphones, alguns de seus principais veículos tecnológicos. Essa facilidade para busca de informações difere-se da maneira utilizada pelos imigrantes digitais, que costumam buscar informações em livros, e expressam suas ideias em caneta e papel. Tendo a internet como aliada, a conduta multitarefa dos jovens tem-se intensificado.

Mediante esse contexto, fica perceptível a diferença entre nós professores, imigrantes digitais, que fomos educados de forma tradicional, apenas receptores passivos dos conhecimentos, enquanto os jovens da geração Y buscam por interação, e dão preferência a objetos tecnológicos digitais que permitam ação, no sentido de atuarem na dinâmica do produto final realizado pelo objeto. Segundo Pescador, essa mudança de hábito não deve ser percebida apenas sobre a ótica do que os jovens estão fazendo, mas também sobre como eles fazem, temos

[...] De um lado, temos a geração dos imigrantes digitais, vindos de uma cultura de passividade em seu meio escolar, em que a aprendizagem se dava pela transmissão de conhecimentos do professor ao aluno e de mero expectador/ouvinte em relação às tecnologias de comunicação de sua época (rádio e televisão). Do outro lado, temos os nativos digitais que querem ser usuários e não simplesmente ouvintes ou observadores [...]. (PESCADOR, 2010, p. 03-04).

Essas transformações nas relações sociais acontecem mediante o processo histórico acarretado pela evolução tecnológica, que vem fazendo o conhecimento ultrapassar os muros da escola por meio das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), exigindo com mais ênfase a atuação da escola nesse propósito. Um item relevante para acompanhar essa evolução tecnológica é a formação contínua do professor, uma vez que, a sala de aula terá uma visão diferenciada nessa era digital. Posto isso, modificam-se “os eixos do ensinar para optar pelos caminhos do aprender”. (BEHRENS, 2013, p. 79), onde professores e alunos estão engajados no processo de aprender a aprender.

Para que o processo de ensino/aprendizagem consiga acompanhar as novas transformações, inclusive do perfil dos alunos, um dos papéis da escola na era digital é o de implementar instrumentos tecnológicos digitais, como o computador. Essas ferramentas possibilitam não apenas obter informações e conhecimentos, na direção do acesso à comunicação, como também devem ser vistos enquanto

favorecedores na produção de novos conhecimentos. Deste modo, a ideia de sermos apenas usuários dos meios tecnológicos deve ser revista pela escola.

O educador da era digital, deve ter um amplo conhecimento para lidar com equipamentos tecnológicos e criar estratégias de aprendizagem, à medida em que “o professor precisa deixar de ser o repassador de conhecimento [...] e passar a ser criador de ambientes de aprendizagem e o facilitador do processo de desenvolvimento intelectual do aluno” (VALENTE, 1993, p. 06). Sendo assim, é papel do professor, com amparo da instituição educacional, buscar conhecimentos para enriquecer suas aulas, utilizando-os como recursos que sirvam de suporte, que favoreçam positivamente as suas aulas, deixando de ser passivo, tornando-o mediador no processo ensino/aprendizagem.

Faz-se necessário salientar que o conhecimento manuseado neste processo de ensino/aprendizagem

[...] Não se reduz a entidades fundamentais dissociadas, como blocos justapostos de conhecimento; sua compreensão reside nas interconexões estabelecidas, que têm como base a consistência e usam elementos de análise coerentemente articulados entre si. (ALMEIDA, 2000, p. 2122).

A partir da justaposição do conhecimento, a dificuldade da técnica tradicional pedagógica se desfaz, e paralelamente, criam-se condições para discussões, diálogos, interações e reflexões. Com isso, não é necessário descartar o método tradicional, mas encontrar alternativas que o redirecione.

A respeito da utilização das tecnologias no processo educativo, podemos destacar duas possibilidades: O curso de informática (Ciência da Computação), que inclui o ensino da informática, que são cursos nos quais se desenvolvem programas de computador; e o outro é o ensino/aprendizagem por meio da informática, quando o professor planeja e desenvolve suas aulas utilizando o equipamento tecnológico, com o objetivo de enriquecer as aulas, e também como estratégia para facilitar a compreensão do assunto trabalhado.

Neste cenário, temos uma perspectiva instrucionista, apresentada por Gomes (2002, p. 126) como uma “proposta modernizadora” à metodologia tradicional, na qual, o computador se apresentaria como uma máquina de ensinar. De acordo com Almeida (2000), os softwares do tipo CAI (Instrução Auxiliada por Computador)

fazem parte desta seleção instrucionista, sendo assim, possuem o conceito de conhecimento de um “produto acabado, que apresenta o conteúdo a ser ensinado conforme a estrutura do pensamento de quem o elaborou, com o objetivo de instruir o aluno sobre determinado assunto” (2000, p. 27).

A ação que o indivíduo realiza sobre ou com o computador, é que o caracteriza como instrumento pedagógico instrucionista ou construcionista. Se nossa ação for apenas de expectadores, ou seguidores de comandos programados, onde a máquina possui a resposta e interage conosco apenas demonstrando situações de um determinado fenômeno, estamos tratando de uma aprendizagem em modalidade instrucionista. Em contrapartida, quando o professor-mediador, o qual desenvolveu habilidades de domínio de articulação entre a área da pedagógica e de informática, o mesmo pode fazer uso do computador propiciando situações por meio das quais o aluno adquira e construa seus conhecimentos, trata-se de uma abordagem construcionista. Para Scheffer (2010, p. 100), “[...] o grande desafio com que se defronta o professor nos dias de hoje está em redirecionar o uso desses recursos no ensino”.

Na abordagem instrucionista, o software GeoGebra pode ser considerado um excelente simulador, no qual o aluno acompanha e registra todo procedimento a ser realizado, que identifica o ponto médio. Ou na abordagem construcionista, quando o aluno se depara com uma situação problema, terá que identificar um ponto e procurar em sua malha, ou na relação entre os eixos, o ponto; e na sequência, observar na janela algébrica se o ponto está correto. Ocorrendo algum tipo de erro, o aluno aprendiz, terá que refazer sua localização. Portanto, podemos constatar que o software GeoGebra é uma ferramenta dinâmica, com potencial para proporcionar condições cada vez mais eficazes para trabalharmos conteúdos matemáticos em ambas as abordagens, além de construir, por meio do uso do referido software, um ambiente que seja favorável à aplicação dos princípios da geometria (LIMA; FERREIRA, 2013).

## 2.1 A EVOLUÇÃO DAS APRENDIZAGENS POR MEIO DAS TICs

Participar ativamente do processo de ensino/aprendizagem na atualidade, requer dos estudantes habilidades e competências significativas de modo que os

mesmos possam mostrar-se atuantes neste processo, sendo respeitados com todas as suas individualidades no campo das aprendizagens e da construção do saber. Vendo-se assim enquanto sujeitos ativos, sendo esta uma geração, como mencionado por Indalécio (2016) ativa no meio digital, multitarefa, portanto, é preciso encontrarmos caminhos para dialogar com essas transformações no perfil do alunado. Por isso, faz-se necessário que a escola esteja inserida no contexto da atual sociedade, proporcionando à sua comunidade escolar, aproveitamento das Tecnologias da informação e comunicação (TIC), utilizando as mesmas como recurso pedagógico para inovar suas atividades, tornando-as mais dinâmicas e atraentes.

Entende-se como fazendo parte das TIC, serviços de telecomunicações bem conhecidos, tais como a telefonia fixa e móvel, e o fax. Os serviços de telecomunicações associados ao hardware e ao software compõem a base de outros serviços, incluindo o correio eletrônico e, sobretudo, a Internet, que em grande potencial permite que todos os computadores estejam ligados entre si, fornecendo assim um acesso a fontes de conhecimento e de informação armazenadas nos sistemas informáticos de todo o mundo.

As tecnologias apresentadas no mundo moderno são múltiplas, vão desde as existentes nos primórdios da comunicação, entre as quais estão o rádio e a televisão, até as mais atuais, como a telefonia móvel, as redes constituídas por fios de cobre ou cabos de fibra ótica e via satélite. Todo este aparato engloba os telefones, computadores, e todos os subsídios para as redes, como por exemplo, as estações de base para o serviço sem fios; por outro lado, estão os programas de software, que são os elementos essenciais de todos estes componentes, necessários para uma operacionalização adequada da internet.

Assim, na condição atual são mencionados pontos relevantes, desde a mais simples telefonia às situações mais complexas, como os casos de controle e previsões de cheias e atendimento a localidades distantes. Quando um trabalho de telefonia é oferecido, muitos outros serviços e aplicações podem ser concomitantemente liberados, como os meios tecnológicos que emitem a voz também podem ser utilizados para passar faxes, dados e fotos digitais em formato comprimido.

Em razão disto, das condições de ampliação do conhecimento e fornecimento de informações proporcionadas pelas TICs, este instrumento tem se tornado importante, não se restringindo apenas à tecnologia, mas cada vez mais essencial nos aspectos sociais e econômicos. As TICs são providas de propriedades que são bem parecidas às de outros componentes, que podem ser comparados com caminhos, os serviços postais e ferroviários e outras que são em parte diferenciadas e específicas. Sendo assim, as tecnologias da informação e comunicação tem o objetivo de facilitar o cotidiano das pessoas, mesmo que o avanço dos sistemas tecnológicos na maioria das organizações e atividades do dia a dia, nem sempre sejam tão simples, exigindo dessas organizações uma busca constante por inovações e melhor preparo, com o intuito de caminharem paralelamente às evoluções apresentadas, desvendando, conseqüentemente, os desafios que irão surgir.

É vista como uma ação inovadora a aplicação das ferramentas tecnológicas na área da educação. As tecnologias podem fazer parte dos currículos educacionais desde que sejam suas aplicações sejam inseridas de forma planejadas e sistematizadas, e não sejam usadas aleatoriamente, ou só em eventuais situações, caso isso ocorra, a escola fica para trás.

Em nossos dias, as TICs fazem parte dos veículos de comunicação que, por meio de formas apelativas, oferecem uma vasta gama de informações: visuais, escrita, vídeo e áudio. Desse modo, tem se tornado, uma estratégia poderosa que colabora indiscutivelmente no processo de ensino/aprendizagem dos alunos.

A tecnologia aplicada como ferramenta pedagógica subsidia o processo educativo, pois faz com que o ambiente escolar se torne mais atraente e desperte maior interesse dos educandos pela escola. Pois, um espaço escolar que trabalha numa linha construtivista, com uma proposta diversificada e contextualizada à realidade, pode ser considerada uma escola inovadora e moderna. Para Almeida e Valente (2011), as TICs proporcionam mais do que a transmissão de informação, elas favorecem novas práticas pedagógicas voltadas para a autonomia do aluno, que lhe permitem gerar informações significativas para entender o mundo e participar na sua reconstrução.

Tanto a construção, quanto a organização de um espaço de aprendizagem que atenda a demanda da comunidade escolar através do uso das TDIC

(tecnologias digitais de informação e comunicação), exige novas metodologias e estratégias criativas para promover a aprendizagem, bem como para ensinar, e integrar o conhecimento, com o contexto local e global, buscando gerar a possibilidade de socializar, dialogar, expor o pensamento, selecionar e resgatar informações e construir conhecimento em colaboração, por meio de redes não lineares (ALMEIDA; VALENTE, 2011).

À vista disso, a escola tem a obrigação de responder às exigências da sociedade atual e por conseguinte, disponibilizar aos estudantes uma bagagem ampla e satisfatória de saberes que, se desenvolvidos no âmbito da comunicação educacional, produzem transformações significativas nas vivências do dia a dia escolar. Isso em um cenário gerado a partir dos desafios de trazer para o seu contexto as informações presentes nas tecnologias e os próprios equipamentos tecnológicos, articulando-as com os conhecimentos escolares e propiciando a interlocução entre os sujeitos do processo de ensino (PORTO, 2003; MARCOLLA, 2004), cooperando para o avanço de aprendizagens e consolidação de conhecimentos.

## 2.2 AS TIC COMO MEIO DE ATRAÇÃO PARA OS ESTUDANTES JOVENS E ADOLESCENTES

Desde que os meios de comunicação surgiram, sempre permeiam a vida dos jovens, e mais que isso, em todos os setores da sociedade, inclusive na escola, são utilizados para espalhar a ideologia e cultura de muitas gerações, influenciando e causando de certa forma, grande impacto com a acelerada evolução. Temos as pessoas nascidas entre as décadas de 1940 e 1970, constituindo a geração Baby Boomers, no auge da explosão, quando um vasto número de nascimentos ocorreu em todo o mundo, principalmente nos EUA, Canadá e Austrália. (TAPSCOTT, 1999). Então, a geração dos Baby Boomers foi a pioneira em ter a tecnologia da comunicação fazendo parte de suas vidas e também interagindo integralmente e influenciando na sua formação.

A Geração Baby Boomers passou por momentos marcantes de lutas, logo após a Segunda Guerra Mundial, em 1945, para que suas conquistas, valores e gostos fossem transmitidos e moldados pela televisão. Apesar de ter surgido em meados da década de 20, popularizou-se nessa época, pelo fato das pessoas

estarem encantadas com a televisão. Passava-se a maior parte do tempo possível apreciando todas as programações no decorrer do dia, pois ela era o principal e mais influente meio de informação de grande parte da população mundial, apesar de não ser uma mídia interativa, apenas despejava diretamente todo seu conteúdo ao receptor que passivamente admirava sem interferir no processo de comunicação, mas ainda assim, era muito atraente.

Em contrapartida, a geração Net, ou N-Gen, que é a nascida em meio às tecnologias digitais, quando em 1999 tinham entre 02 e 22 anos de idade e, portanto, hoje devem ter entre 12 e 32 anos. (TAPSCOTT, 1999), não demonstram o mesmo gosto que seus pais boomers apresentavam pela TV. Em meio a tantos equipamentos portáteis e modernos, para a maioria deles, a TV já é obsoleta. (TAPSCOTT, 1999). As características apresentadas pela TV, e inovadoras à sua época, que seus pais conheceram, não atraem mais essa geração Net, de jovens da atualidade.

Os jovens N-Gen não apresentam características que se identificam a das gerações anteriores, eles vivem rodeados de uma variedade de equipamentos tecnológicos, entre eles videogames, câmeras digitais, celulares 3G, iPods, tocadores de MP3, conectados com a internet e todas as tecnologias digitais. Isso nos remete a uma reflexão em que permite ver o mundo com um novo olhar, apresentando uma diversidade de meios de se comunicar, aprender, divertir, de formar seu caráter e personalidade. Os jovens N-Gen ficam muito envolvidos e até mesmo deslumbrados quando estão contatados.

O poder atrativo visual, do som e do movimento, é essencial para prender a atenção dos jovens, é um apelo muito forte. O movimento, o som, os animes e imagens, liberam uma sensação de liberdade, de poder, uma sensação de comando, gerando o prazer de praticar e repetir inúmeras vezes as atividades que gostam.

Partindo dessa premissa, é perceptível que o software educativo multimídia desperta a atenção dos alunos, por ser interligado a muitas modalidades de informações, oriundas de inúmeros segmentos, possibilitando a captação da atenção dos sentidos de quem utiliza; sobretudo da visão e da audição e, ao exigir interação física e intelectual do sujeito, torna-se apelativo para o público-alvo (CARVALHO, 2006).

Por se tratar de um material educativo de grande importância, que contribui no desenvolvimento curricular, as Tecnologias interativas de informação ganham campo e se instalam na comunidade escolar despertando o interesse dos educandos com muita facilidade. Por meio da utilização destas ferramentas, os estudantes aprendem com muito mais dedicação, exercitando a sua criatividade e a sua autonomia.

Nessa era digital, um elemento fundamental aponta para a melhoria da aprendizagem, com as novas TICs. Por meio delas, tanto em situações de rotina diária fora da escola, quanto nas atividades escolares, a participação destes jovens apresenta uma maior desenvoltura. Assim sendo, por meio do uso das TICs, é possível promover um trabalho interligado entre o que o aluno vive no seu dia a dia, contextualizando com as atividades escolares, sem dúvida para ele a escola passa a ter um outro sentido, torna-se um lugar mais atraente. Então cabe à escola proporcionar esse vínculo e ter como objetivo levar o aluno a perceber que na escola ele encontra o que se vive no seu cotidiano, e assim fortalece os vínculos em ambos os espaços.

De acordo com Ponte (1997), as novas tecnologias poderão ter uma função a desempenhar, quer como ferramenta de trabalho, quer como meios de descoberta e de formação de conceitos, ou como instrumentos de solução de problemas. Sem falar que o uso das TICs é um importante instrumento de motivação para os educandos. Essas ferramentas tecnológicas propiciam inúmeras oportunidades educativas. Só é relevante organizar e saber como as novas ferramentas tecnológicas serão compreendidas e aplicadas pelos professores e aproveitadas pelos alunos.

Um fator preponderante em relação ao uso das TICs na escola é como elas precisam ser vistas pelos professores e pelos alunos, os professores devem ter a visão de que sua aplicabilidade deve influenciar de forma integrada no processo ensino/aprendizagem, e por outro lado, os alunos precisam percebê-las como tal. As TICs não devem ser destaque, ou utilizadas apenas por serem recursos lúdicos, mas, sim, deve-se priorizar pelo seu potencial em termos de concretização de aprendizagens e de construção de conhecimentos. Posto isso, discutimos a seguir a utilização das TICs na educação na era digital, compreendendo o papel da escola, bem como do professor neste processo.

### 3. AS TICs NA EDUCAÇÃO NA ERA DIGITAL

#### 3.1 O PAPEL DA ESCOLA

Tratando-se de educação, as regras e técnicas sempre são os itens mais questionados, por serem entendidas como ferramentas para o alcance de estipulado ponto. Para que uma pessoa se aperfeiçoe em um determinado conhecimento, ou uma profissão específica, como por exemplo, ser um cantor, faz-se necessário um treinamento mais intenso até que domine as técnicas do que se deseja. Porém, o processo educativo é muito mais amplo do que parece o ato de ensinar e aprender.

Nas suas bases e processos a educação nos remete a uma maior atenção nesse campo enigmático do conhecimento, do uso das TICs. Acredita-se ser relevante, ainda que de forma sucinta, mencionar o ato de ensinar e aprender na era digital, até mesmo por estarmos estudando o uso das TICs em sala de aula.

Desse modo, pode-se dizer que a educação tradicional é sempre presa à maneira de trabalhar a parte teórica dos conteúdos, para, apenas posteriormente promover a prática com os alunos; na contramão disso, os alunos da Geração Net, primeiramente vivenciam suas experiências práticas utilizando os equipamentos tecnológicos, tais como, Ipod, celulares, tablets e MP3 para posteriormente interagir com a teoria.

Neste novo contexto, a escola deve estar inserida na sociedade de informação, promovendo aos seus alunos o desenvolvimento de competências e habilidades no âmbito das TICs e utilizando as mesmas como recurso de trabalho, criando ambientes de aprendizagem mais adequados e dinâmicos. Uma vez que não condiz com a realidade apenas ter equipamentos tecnológicos, sem seu uso adequado. Gecilvânia Morais reconhece que “[...] não é suficiente adquirir equipamentos (computadores), sem que haja uma mudança na postura do educador. Isto reduzirá as novas tecnologias a simples meios de informação”. (MORAIS, 2000, p. 17).

Na contemporaneidade a comunidade escolar é constituída pelos alunos da geração net, nativos digitais que querem se sentir parte da construção do conhecimento produzido em sala de aula. É necessário que haja interação no processo, o aluno não se satisfaz apenas em ser ouvinte, um mero expectador, ele

necessita ser participante ativo da construção do seu próprio conhecimento, diferente da geração de seus pais, a geração boomers, aqueles que chegaram às escolas entre as décadas de 60 a 80, alunos passivos, receptores dos conhecimentos já prontos, repassados pelos professores. Gerações com comportamentos e posturas bem singulares, visto que as necessidades das características e a forma de aprender da geração de outrora são distintas.

Considerando a escola, como instituição que prima por uma educação de base no intuito de colaborar na formação de cidadãos críticos e atuantes, tem o compromisso de ter como aliados nesse processo os meios tecnológicos, pelos seguintes motivos:

- Esses meios já existem fora da escola e com todas as suas potencialidades;
- Esses meios não devem ser ignorados porque se o fizer se desacredita como instituição;
- Esses meios são riquíssimas fontes de informação capazes de potenciar as capacidades dos alunos e lhes provocar aprendizagens duradouras e gratificantes;
- A escola tem de enfrentar o desafio de se adaptar às novas necessidades da sociedade e, obrigatoriamente, acompanhar o desenvolvimento das tecnologias da informática, sob o risco de, se o não fizer, se torna arcaica, pouco atrativa e, mais grave, não forma cidadãos aptos a entrar na vida ativa (FREITAS et al, 1997). Segundo Lagarto (2007),

[...] A escola terá que ser cada vez mais um local onde existam computadores como se de cadernos e livros se tratassem, onde os quadros negros sejam substituídos pelos quadros interativos, onde as estratégias dos professores passem por planificações exigentes tendo em vista a definição de percursos de aprendizagem dos seus alunos, mais do que a definição de estratégias de ensino. (MARQUES, 2012, p. 18).

É muito importante que a escola repense e analise a inserção das TICs em consonância com o processo educacional que envolve as ações de ensinar e aprender, e se torne num local onde são disponibilizados todos os recursos para construir o conhecimento, atitudes e valores éticos e morais. É de primordial importância que a escola promova a acessibilidade às ferramentas tecnológicas, de maneira que estes recursos proporcionem uma aprendizagem eficaz e concreta.

A sociedade exige cidadãos cada vez mais qualificados, e para atenderem os alunos dentro de um patamar satisfatório, os sistemas de educação precisam estar aptos a esse devido processo, incluindo de forma inovadora as necessidades dos alunos, para que os mesmos não deixem de frequentar a escola, ao perceberem que existe a possibilidade de aprender sobre vários domínios fora dos muros da escola.

Em tal caso, faz-se necessário que a escola se adeque a essa realidade, fazendo uso das mesmas ferramentas para proporcionar situações de aprendizagens e construção de conhecimentos condizentes com vida do aluno. A escola precisa investir nas potencialidades das novas tecnologias da informação, agregando investimento na sua integração, procurando avançar a cada dia partindo dos propósitos que se pretendem alcançar no desenvolvimento dos currículos, na inovação e adaptação da pedagogia e na diversificação de procedimentos metodológicos.

A ideia de qualificação nos dias atuais tem superado a ideia de competência e capacidade de adaptação. Nesse sentido, é bom lembrar que para que a escola esteja pronta para formar cidadãos de atitudes conscientes críticas, é preciso trilhar as tendências que propõe a atual sociedade, e oferecer e fomentar nos estudantes os conhecimentos básicos para responderem aos desafios atuais e futuros.

A tecnologia introduziu mudanças na forma de comunicar e de interagir, quer a nível individual, quer em termos de grupos. Deste modo, no âmbito educacional reside à capacidade de gerir as tecnologias da comunicação e da informação, como afirma Moran (2001), convergindo, assim, na competência de discriminar a informação essencial, a qual determinaria, de maneira simultânea, no enriquecimento e ampliação dos processos de comunicação. Ou seja, estas discussões tangem o ensinar com e através das tecnologias.

Nesse sentido, como reforça Porto (2006), não se trata apenas de incorporar o conhecimento das novas tecnologias e as suas linguagens, mas sim adotar uma abordagem pedagógica comunicacional na sua utilização, desta maneira, a escola passaria de centro depositário do saber e do conhecimento para

[...] O centro de reconhecimento e articulação de múltiplos conhecimentos e informações que circulam, usualmente, para orientar os educandos sobre a forma de como associá-los para seus fins de aprendizado. (OROZCO, 2002, p. 68).

A rapidez no aparecimento de informações e da inovação destas, dos dados e das redes que se estruturam/interligam, difundem-se nas inúmeras ligações ?ambíguas que se geram entre os indivíduos. Neste âmbito, a revolução tecnológica que se almeja para a escola não se pode ficar apenas na criação de novos usos para as tecnologias que surgem a cada dia, mas é preciso considerar, sobretudo, os comportamentos e os produtos das relações entre os indivíduos e os recursos, que levam à produção e difusão de conhecimentos, informações e aprendizagens (LÉVY, 2000).

Atualmente não é mais um problema a forma como aceder à informação, uma vez que ela está disseminada por toda a parte e nos mais diversos suportes multimídia. A questão que se coloca para a educação e para a escola está interligada ao modo como, frente a um novo contexto, será possível orientar os alunos a utilizarem de forma adequada essa informação, dirigida para o conhecimento e para a aprendizagem, nomeadamente para o exercício da autoria e o desenvolvimento de produções em grupo (PORTO, 2006).

### 3.2 O PAPEL DO PROFESSOR AO LIDAR COM AS TIC

Para abordarmos o papel do professor frente às Tecnologias da Informação e da Comunicação, devemos construir um olhar panarômico e historicizado a respeito da relação desenvolvida entre as novas tecnologias e o trabalho docente. Assim, de acordo com Nóvoa,

Os professores reaparecem, neste início do século XXI, como elementos insubstituíveis não só na promoção das aprendizagens, mas também na construção de processos de inclusão que respondam aos desafios da diversidade e no desenvolvimento de métodos apropriados de utilização das novas tecnologias. (NÓVOA, 2009, p. 13).

Atualmente, os professores além de ter conhecimentos acerca dos conteúdos curriculares, também precisam tomar posse do saber referente à evolução das tecnologias. Ser professor requer habilidade para a aplicabilidade das incumbências da educação, às quais estão tornando-se cada vez mais superexigentes. Novos procedimentos metodológicos são necessários para o uso eficiente das TICs em sala de aula. Uma das maneiras de se mudar o quadro de “aulas tradicionais” é

distanciar-se um pouco das aulas expositivas, alternadas com aulas interativas em que o aluno possa participar com atividades práticas, onde o professor deixa de assumir o papel de dono do saber.

Neste sentido, a escola contemporânea propõe novos desafios aos professores, que precisam ser capazes de transformar as práticas educacionais, através de uma parceria com a informação. O ambiente educacional requer que se criem novas experiências pedagógicas, e que se programem o processo de ensino/aprendizagem numa perspectiva mais interativa e mais construtiva, em que o aluno participe ativamente. Esse formato auxiliaria no diálogo e no relacionamento entre professores e alunos.

Para tanto, o professor tem que tomar consciência da dupla dimensão que as TIC assumem no processo de ensino/aprendizagem. Uma dimensão técnica, mas também pedagógica, que constitui um processo de ações criativas e não de consumo instrumental e passivo (BELLONI, 2003). A perspectiva das TICs deve estar distante de se construir enquanto puramente tecnicistas e redutoras do processo de aprendizagem, estas devem apresentar-se enquanto ferramentas. Como abordado por Belloni (2003), o docente deve estar habilitado para o uso pedagógico das TICs, uma vez que, o desenvolvimento de competências específicas deve amparar-se nos processos cognitivos envolvidos no uso das tecnologias. Assim, o uso destas deve associar-se à produção criativa, tanto por parte dos professores, quanto dos alunos, em uma relação de simultaneidade<sup>14</sup>.

Os docentes encontram-se frente a uma nova realidade, com o compromisso de enfrentar os novos desafios das tecnologias propondo condições para tornar o espaço escolar mais agradável e atrativo, de forma que o aluno se integre no processo de formação para se inserir na sociedade atual.

É relevante e necessária uma inovação nas práticas pedagógicas, de modo que os docentes introduzam um ensino que favoreça maior aprendizado, atendendo às necessidades dos educandos de forma significativa, processual e gradativa, voltada para a aplicação dos meios tecnológicos, dando crédito à investigação científica como meio para a aquisição do conhecimento.

---

<sup>14</sup> Ainda segundo Belloni (2003), para que ocorra esse desenvolvimento do processo de ensino/aprendizagem e o uso das TICs, faz-se necessário que o docente esteja consciente que sua função sofre alterações, devendo assim, acompanhar as novas facetas das inovações metodológicas, principalmente a nível de prática pedagógica.

No contexto da educação contemporânea, por meio do uso das TICs, a função do professor passa por um processo de aprimoramento, pois exige uma prática mais inovadora na qual o docente se torna mediador e colaborador no processo da elaboração do saber, auxiliando os alunos na sua trajetória educativa. Sendo assim, segundo Silva (1998), a importância das tecnologias na educação surge porque há uma exigência de se redefinir o processo de aprendizagem e os métodos organizacionais. O professor confrontar-se-á com a situação de ter que rever as suas concepções teóricas e práticas educativas.

## 4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

### 4.1 CARACTERÍSTICA DA PESQUISA QUANTO AO MÉTODO DE ABORDAGEM

Esta pesquisa desenvolveu-se através de uma abordagem quanti-qualitativa, por meio de leituras de livros, dissertações e artigos, ou seja, do tipo pesquisa bibliográfica e participante, que buscou analisar a utilização do software Geogebra, a partir de atividades pré-estruturadas para favorecer a exploração da geometria analítica. Para tanto, foram consideradas as discussões apresentadas à abordagem quantitativa, por autores como Gamboa (1995) e Richardson (1999), com enfoque no uso do método na pesquisa em educação levantado por Gatti (2004); enquanto que a abordagem qualitativa foi amparada nas observações de pesquisa crítica levantadas por Souza e Kerbauy (2007).

Assim, para compreendermos o uso do método quanti-qualitativo, devemos levar em conta o desenvolvimento dos fenômenos sociais, bem como as condições que levaram ao desenvolvimento destas, sem perder de vista a importância de se quantificar, como maneira de validar determinadas investigações. (CHIZZOTTI, 2003 apud 2007).

Então, esta pesquisa atenderá o pensamento de Moreira (2011) que ao descrever a abordagem qualitativa afirma que,

O interesse central desta pesquisa está em uma interpretação dos significados atribuídos pelos sujeitos e suas ações em uma realidade socialmente construída, através de observação participativa, isto é, o pesquisador fica imerso no fenômeno de interesse. Os dados obtidos por meio dessa participação ativa são de natureza qualitativa e analisados de forma correspondente. (MOREIRA, 2011, p.76).

A partir disso, este trabalho de pesquisa foi projetado para ser desenvolvido com a turma do 3º (terceiro) ano do Ensino Médio, composta por 32 alunos, de aproximadamente 17 anos de idade, que estudam no turno matutino, da Rede Pública Estadual da cidade de Guanambi/Bahia. O desenvolvimento prático da pesquisa ocorreria a partir de meados de fevereiro, março e abril, do ano de 2020, com carga horária semanal de duas horas aulas.

Durante a primeira semana, no decorrer das aulas previstas, foi usado o Datashow como recurso, para apresentar aos alunos no laboratório de informática o tema do projeto, e como ele seria desenvolvido. Os alunos participaram perguntando e interagindo com o programa GeoGebra. Na sequência da aula, seguindo o planejamento delas, os alunos demonstraram grande interesse e curiosidade sobre as informações que foram expostas pelo professor, pois utilizando uma nova ferramenta interativa, as aulas se tornaram atrativas e dinâmicas, ao fazerem uso dos computadores para realizarem as atividades propostas.

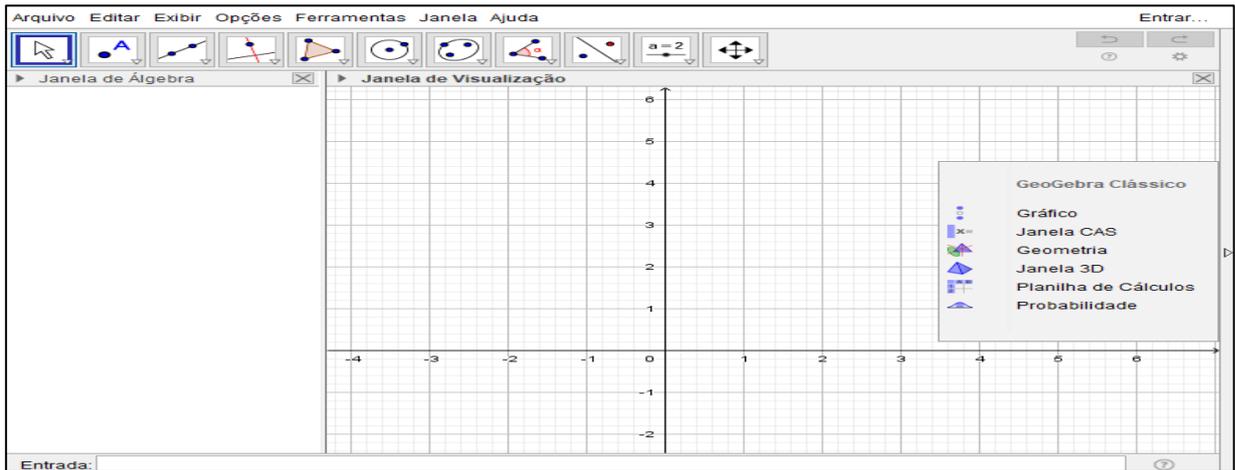
No decorrer da segunda e terceira semana a atuação do professor se deu na escolha do software GeoGebra e na formulação das atividades propostas na unidade didática; e ainda no papel de orientador, pensando em motivar o estudo dos conteúdos referentes a série, e promover o aluno como agente de construção de conhecimentos. O professor apresentou o software selecionado, esclareceu seu funcionamento, interveio quando os alunos apresentaram dificuldades e organizou os mesmos para que cada dupla pudesse utilizar e revezar um computador. Nessa continuidade, o tópico seguinte apresenta algumas atividades desenvolvidas com os alunos pelo professor.

#### 4.2 SUGESTÕES DE ATIVIDADES PARA A APLICAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA

As atividades utilizadas foram extraídas do livro “**Atividades Matemáticas com GEOGEBRA**” da Profa. Dra. Maria Deusa Ferreira da Silva e Taiane de Oliveira Rocha Araújo (2018). Para a aplicação do software GeoGebra também foi utilizado como suporte as orientações de uso dos ícones e janelas que se encontram no livro. Explorando conceitos de geometria analítica (e plana) com o geogebra. Após a

instalação completa um ícone com a logomarca oficial do GeoGebra  será criado na área de trabalho do computador, é só selecionar e começar a usá-lo. A figura 36 mostra a tela inicial quando se abre o GeoGebra:

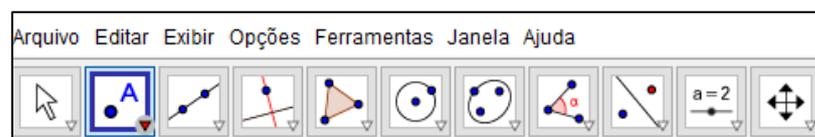
**Figura 36** – Tela inicial do GeoGebra.



Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

Observando os ícones na barra superior da janela de visualização, conforme a seguir, temos os comandos básicos para fazer as construções geométricas. A figura 37 apresenta a janela de visualização do GeoGebra.

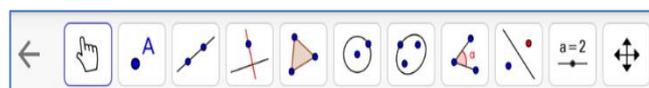
**Figura 37** – Janela da linha de Comandos do GeoGebra.



Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

Caso esteja usando o GeoGebra em um *Smartphone*, a linha de comandos é representada pela figura 38.

**Figura 38** – Janela da Linha de Comandos do Smartphone.

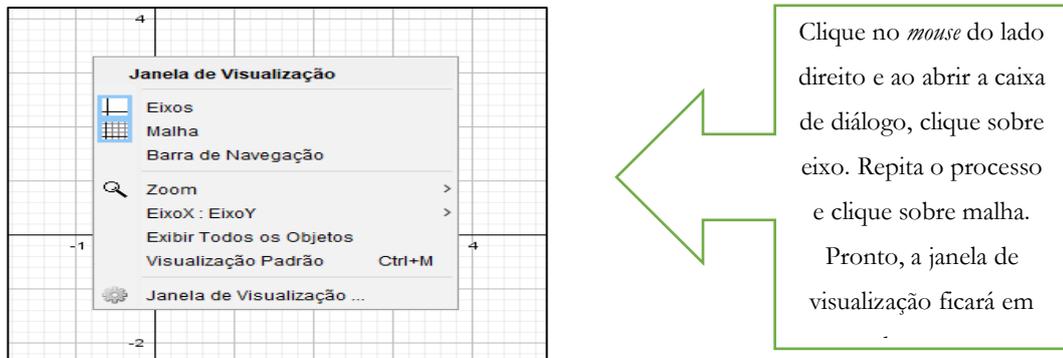


Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

## 1ª Atividade: Explorando Mediatriz

- 1) Nesse primeiro momento, pode-se retirar os eixos e as malhas da janela de visualização deixando-a em branco.

**Figura 39** – Caixa de diálogo aberta no *software* GeoGebra.



Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

- 2) Agora, clique no ícone “Ponto”  e em seguida, na janela de visualização para criar o ponto *A*.
- 3) Movimente esse ponto. O que acontece quando o ponto é movimentado? Observe o que está acontecendo também na janela algébrica, à esquerda da janela de visualização.
- 4) Agora acrescente os eixos e as malhas e movimente esse ponto. O que ocorreu ao fazer esse movimento?
- 5) Utilizando o ícone “Ponto” crie um novo ponto *B*.
- 6) Agora procure qual o ícone que pode ser utilizada para mostrar o caminho de *A* até *B* sem fazer curvas. Após isso construa esse caminho. Você sabe como é nome matemático desse caminho?
- 7) Utilize o ícone “Mover”  e clique no ponto *A* e mova, em seguida clique no ponto *B* e mova. O que você conseguiu observar?

Dados dois pontos distintos, a reunião desses dois pontos com o conjunto de pontos que estão entre eles é um **segmento de reta**.

- 8) Agora utilize o ícone “Ângulo”  e selecione a opção “Distância, comprimento ou perímetro”. Em seguida, clique no ponto  $A$  e depois no ponto  $B$ . O que você observou?
- 9) Novamente utilize o ícone “Mover”  e clique no ponto  $A$  e movimente, em seguida, clique no ponto  $B$  e mova. O que você conseguiu observar?
- 10) Agora selecione o ícone “Reta perpendicular”  e selecione a opção “Mediatriz”. Em seguida clique no ponto  $A$  e depois no  $B$ . O que você observa que aconteceu? O que você acha que significa esse ente geométrico que apareceu?
- 11) Agora clique no ícone “Ponto”  e selecione a opção “Intersecção de dois pontos”, em seguida clique no local onde os dois segmentos se cruzam.

Um ponto  $C$  é o **ponto médio** de um segmento  $\overline{AB}$  se, e somente se,  $C$  está entre  $A$  e  $B$  e  $\overline{AC} \cong \overline{CB}$ .

$$C \in AB \text{ e } \overline{CA} \cong \overline{CB}$$

- 12) Agora utilize o ícone “Ângulo”  e selecione a opção “Distância, comprimento ou perímetro”. Clique primeiro no ponto  $A$  e depois no ponto  $C$ . Faça o mesmo do ponto  $C$  até o ponto  $B$ .

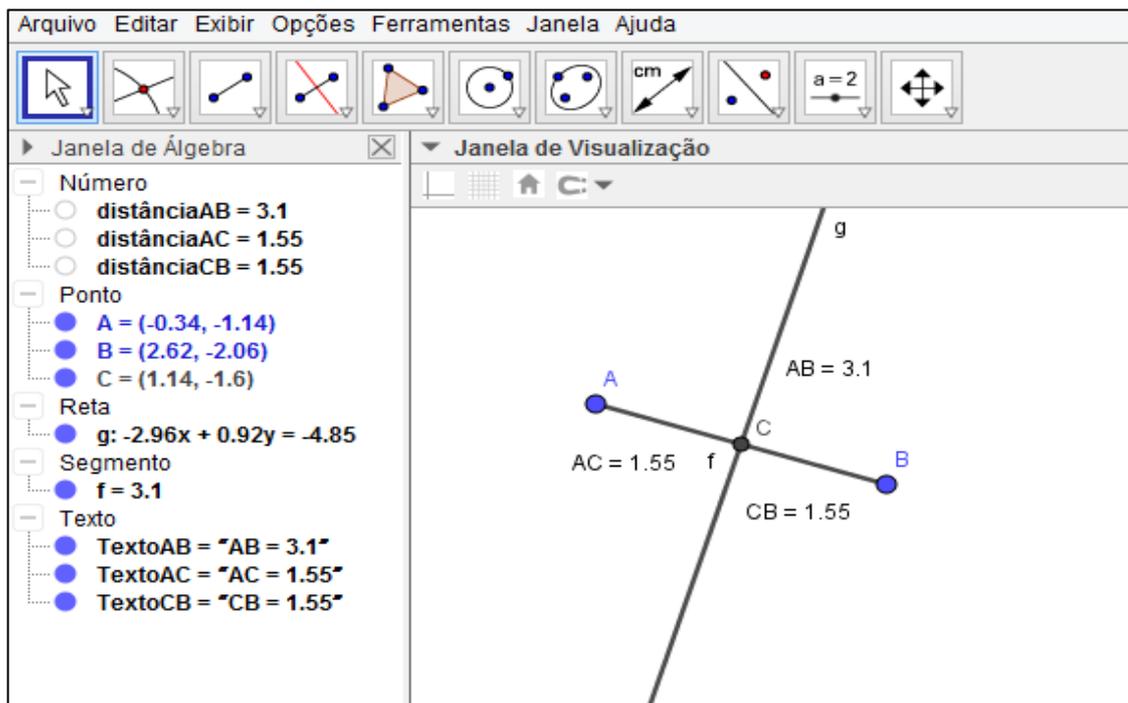
Utilize o ícone “Mover”  e clique nos três pontos criados e movimente um de cada vez. Quais os pontos que você consegue movimentar? Porque você acha que isso acontece? Quando você aumenta a distância entre os pontos  $A$  e  $B$  o que você observa? O que acontece com a distância entre o ponto  $A$  e o ponto  $C$ , e o ponto  $C$  e o ponto  $B$ ?

- 13) Então, a partir dessas reflexões responda:

a) O que você entende por distância entre dois pontos?

- b) Porque quando utilizamos o ícone mover alguns pontos se movimentam e outros não?
- c) O que significa intersecção entre dois pontos?
- d) Após as construções realizadas nos passos 15, 16 e 17, o que significa mediatriz?

**Figura 40** – Possível construção das noções básicas do GeoGebra.



Fonte: SILVIA; ARAÚJO (2018).

**Atenção:** Se tiver alguma dúvida, volte e repita o procedimento. O importante é ir se familiarizando com os comandos do *software*

### Orientação pedagógica

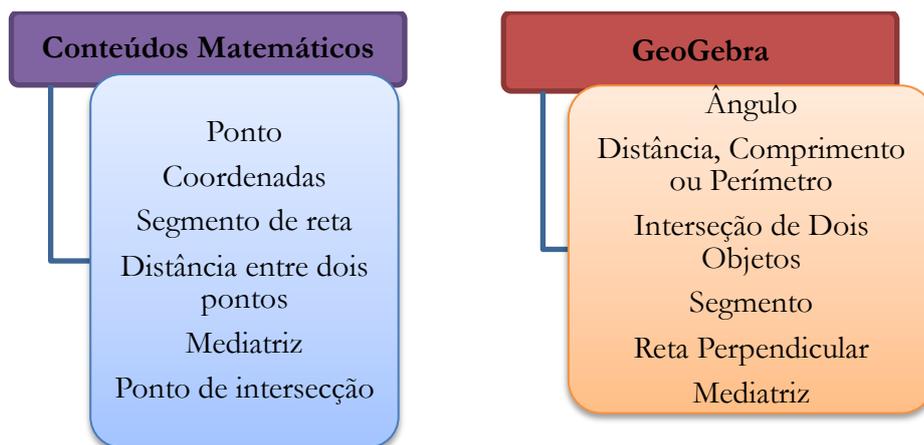
Essa atividade inicial tem como objetivo familiarizar estudantes e professor com os comandos do software GeoGebra, e ao mesmo tempo explorar alguns conceitos de geometria plana.

Os gregos trabalhavam com os pontos, não havia desenvolvido a ideia de coordenadas, na geometria euclidiana não havia a preocupação em definir um ponto

por coordenadas, essa ideia foi desenvolvida a partir das coordenadas cartesianas de Descartes, associando o ponto a coordenadas no plano e no espaço.

Para realizá-la, dependendo do nível de habilidade com *software* do professor, pode avançar explorando a geometria euclidiana, explorando as coordenadas do ponto.

Nessa atividade, os conteúdos matemáticos e os ícones do GeoGebra utilizados foram:



## 2ª Atividade: Explorando Lugares Geométricos de distância

- 1) Em uma folha de papel represente um ponto  $A$  e um ponto  $B$ ;
- 2) Como podemos representar, no papel, a distância entre esses pontos?
- 3) Você conseguiria marcar outro ponto, por exemplo, o ponto  $C$ , que esteja a essa mesma distância do ponto  $A$ ?
- 4) Que instrumentos você utilizaria?
- 5) É possível representar todos os possíveis pontos que estejam a mesma distância do ponto  $A$ ?
- 6) Vamos fazer o mesmo utilizando o GeoGebra. Vamos começar utilizando o

ícone para ponto . Ao acionar o ícone é só clicar na janela de visualização.

Então, represente dois pontos na janela de visualização ( $A$  e  $B$ ) e ligue-os

usando o ícone “Segmento entre dois pontos” .

- 7) Meça essa distância utilizando o ícone “Distância, Comprimento ou Perímetro”



e clique sobre o segmento  $\overline{AB}$ .

- 8) Represente essa distância na janela de visualização. Conseguiríamos representar outro ponto (o ponto  $C$ ) que está a mesma distância que  $A$  está de  $B$ ?

- 9) Que características o ícone deve ter para conseguirmos representar esse ponto? (Investigue na janela de ícones qual deve usar).

- 10) Então usando esse ícone, construa o ponto  $C$ .

- 11) Mova-o e observe. As duas distâncias continuam a mesma? O que acontece?

- 12) Mova o ponto  $B$ . O que acontece?

- 13) Mova o ponto  $A$ . O que acontece?

- 14) Então, o que podemos dizer sobre a movimentação de cada um dos três pontos?

- 15) É possível identificar quem depende de quem?

- 16) É possível construir todos os possíveis pontos que está a essa mesma distância do ponto  $A$ ? De que forma?

- 17) Vamos fazer? Clique com o botão direito sobre o ponto  $C$ , ao abrir a janela selecione o ícone “Habilitar rastro”  **Habilitar Rastro** (basta clicar com o botão direito do mouse sob o segmento que quer habilitar o rastro), em seguida, mova o ponto  $C$ . O que podemos observar?

- 18) Ative o rastro dos pontos  $B$  e  $A$  e mova-os. O que podemos observar de diferente entre cada um dos rastros?

- 19) Os rastros de  $A$ , ou de  $B$ , ou de  $C$  pode ser chamado de lugar geométrico? Justifique sua resposta para cada um. Se sim, que propriedade esse lugar atende? Ou seja, que figura foi formada? Agora, clique com o lado direito do

mouse sobre o ponto  $C$ , vai abrir a caixa



clique em animar

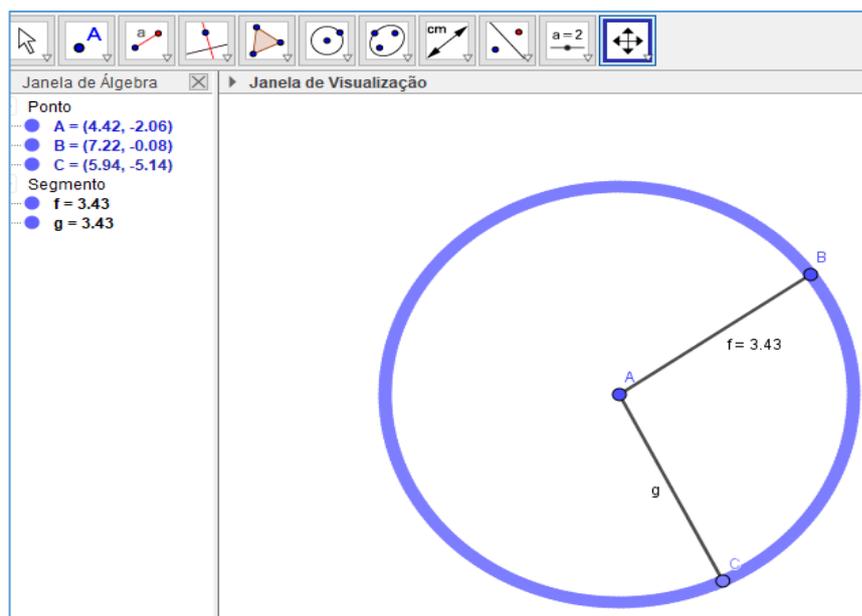
e observe o que ocorre.

O que acabamos de ver é o que chamamos de Lugar Geométrico (L.G.), nesse caso criamos o lugar geométrico da *Circunferência*.

Um conjunto de pontos do plano constitui um **lugar geométrico** (L.G.) em relação a uma determinada **propriedade**  $P$  quando satisfaz às seguintes condições:

- Todo ponto que pertence ao lugar geométrico possui a propriedade  $P$ ;
- Todo ponto que possui a propriedade  $P$  pertence ao lugar geométrico

**Figura 41** – Construção do lugar geométrico da circunferência.



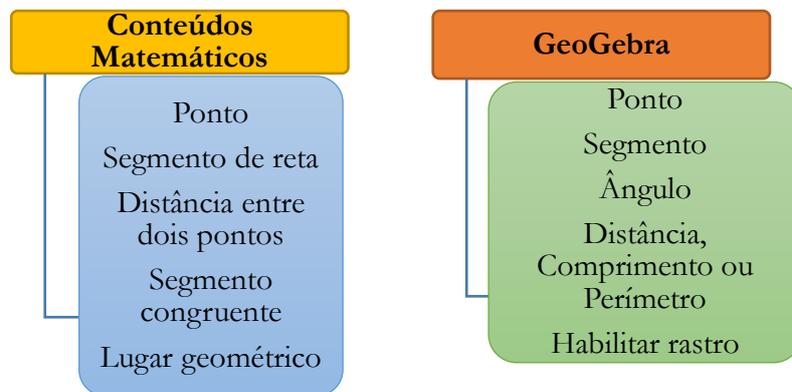
Fonte: SILVIA; ARAÚJO (2018).

## Orientação pedagógica

Fazer atividades explorando lugares geométricos é uma oportunidade de usar recursos do GeoGebra para trabalhar com os alunos como se estivessem usando

régua e compasso. É também uma oportunidade para ajuda-los a compreender o que se constitui uma propriedade matemática, bem como explorar um pouco da história por meio de elementos da Geometria Euclidiana.

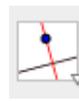
Nessa atividade, os conteúdos matemáticos e os ícones do GeoGebra utilizados foram:



### 3ª Atividade: Construindo retas paralelas



- 1) Com o ícone “Reta”, clique na tela em dois locais e observe o que acontece.
- 2) A partir dessa reta crie um segmento de reta. Agora observe as diferenças entre essas construções. O que é necessário para construir uma reta paralela? Você sabe o que é uma reta paralela?



- 3) Agora clique no ícone “Reta paralela” e crie uma nova reta.
- 4) Qual a relação que você observa entre essas retas criadas?



- 5) Clique no ícone “Reflexão”. Em seguida clique na primeira reta criada e depois na segunda reta. Observe que foram criadas três retas. A partir daí podemos observar o que? O que está acontecendo?
- 6) Agora observe as três retas criadas e responda:  
essas retas são paralelas? Quais os ícones ou recursos me provam que é paralela ou não?

7) Agora crie uma quarta reta que não seja paralela às outras três criadas de forma que essa reta interseccione as paralelas. Observe o que acontece. Você sabe o nome dessa reta criada?



8) Com o ícone “Ponto” construa um ponto que una as retas. Esse ponto é chamado de intersecção.



9) Selecione o ícone “Mover” e movimente os pontos. Quais os pontos que você consegue mover? Porque você acha que acontece isso? O que você conseguiu observar ao realizar esse movimento?



10) Agora clique no ícone “Ângulo” e construa ângulos nas intersecções criadas. Mais uma vez, o que acontece?

11) Agora mova a reta transversal (aquela criada no passo 7) e observe o que acontece com os ângulos. Você sabe o nome desses ângulos?

12) O que você consegue observar em relação aos ângulos de cada ponto de intersecção? Porque você acha que isso acontece?

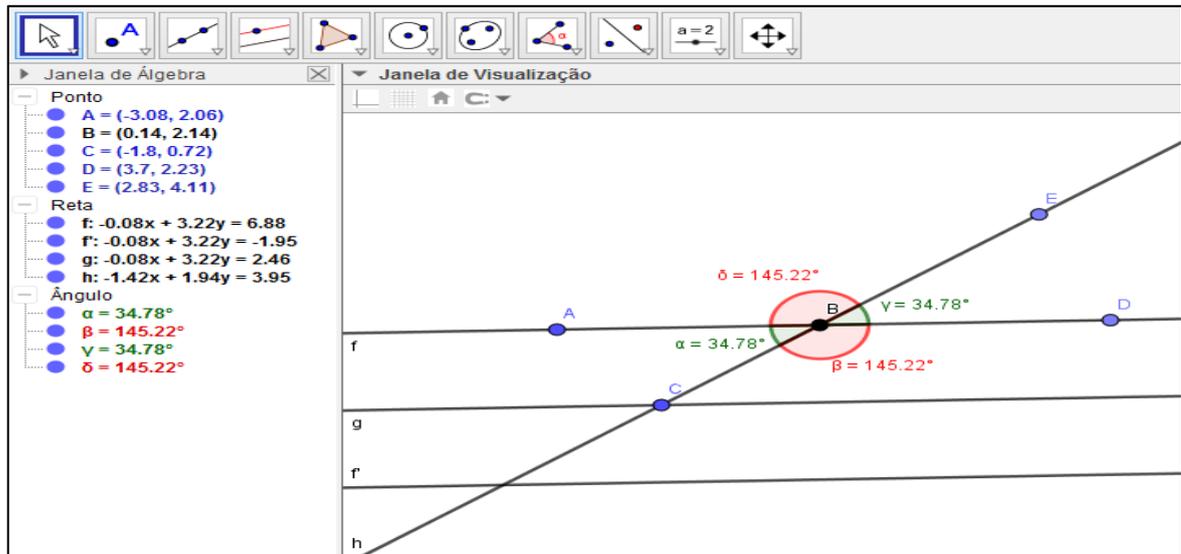
**Proposição:** Se duas retas paralelas são cortadas por uma transversal, então os **ângulos correspondentes** são iguais

13) Agora, a partir das construções realizadas, responda:

- a) O que é uma reta paralela?
- b) Como consigo identificar uma reta paralela?
- c) Quando o ícone mover é selecionado o que acontece com a distância entre os pontos? E com os ângulos?
- d) Então, a partir das construções, o que é uma reta paralela?

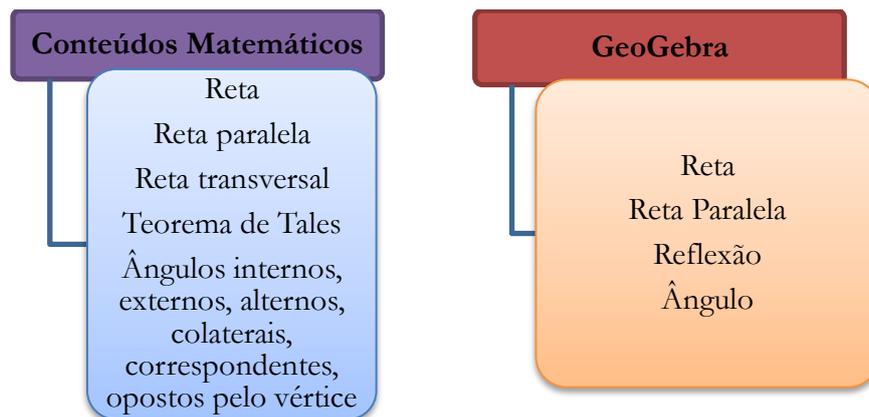
Dois **retas** são **paralelas** (símbolo: // ), se, e somente se, são coincidentes (iguais) ou coplanares e não têm nenhum ponto comum.

Figura 42 – Possível Construção de Retas Paralelas.



Fonte: SILVIA; ARAÚJO (2018).

Nessa atividade, os conteúdos matemáticos e os ícones do GeoGebra utilizados foram:



#### 4ª Atividade: Retas Perpendiculares

- 1) Clique no ícone "Reta"  e, em seguida, na janela de visualização.
- 2) Agora clique no ícone "Reta perpendicular"  e crie a reta perpendicular a primeira reta.

- 3) Em seguida clique no ícone “Ângulo”  e meça o ângulo formado pelas retas. Que valor de ângulo você obtém?
- 4) Selecione o ícone mover e movimente o ponto da reta perpendicular criada. O que você consegue observar?
- 5) Vamos então construir de outra forma a reta (ou segmento) perpendicular a outra reta, um segmento ou um ponto, siga os passos:

- a) Crie dois pontos quaisquer ( $A$  e  $B$ , por exemplo) usando o ícone ponto 
- b) Crie um terceiro ponto ( $B'$ ) usando o ícone “medir ângulo com amplitude fixa”

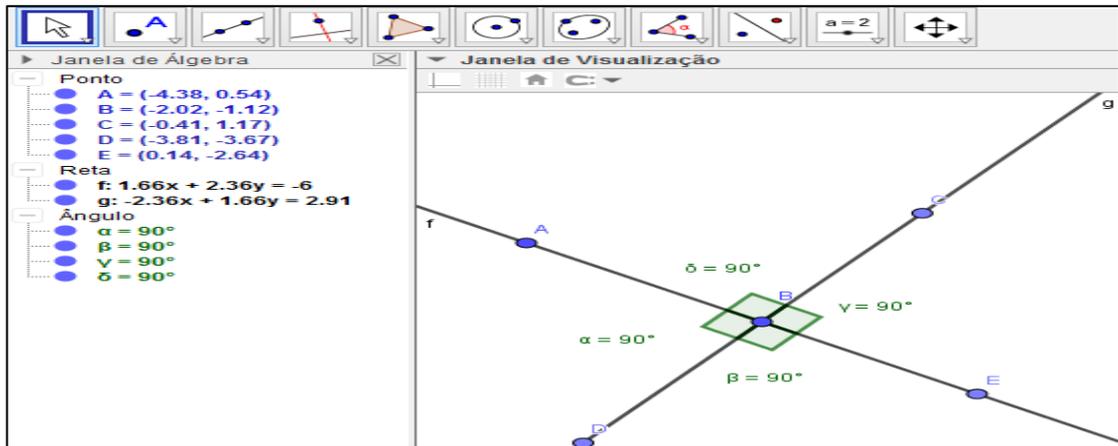


- c) Clique no ícone “Reta” para unir os pontos  $AB'$  e  $AB$ , movimente os pontos  $A$  e  $B$ , o que observa? Tente movimentar o ponto  $B'$ , o que observa?
- d) Quando o ícone mover é selecionado o que acontece com a distância entre os pontos? E com os ângulos?
- 6) Então, a partir dessas reflexões:
- a) Que condições são necessárias para garantir que duas retas são perpendiculares?
- b) Como conseguimos identificar que uma reta é perpendicular a outra, ou a um segmento, ou a um ponto?
- c) De modo geral, como podemos definir perpendicularismo?

Duas **retas** são **perpendiculares** se, e somente se, são congruentes e formam ângulos adjacentes suplementares congruentes.

Dois segmentos de reta são perpendiculares se, e somente se, estão contidos em retas perpendiculares e têm um ponto em comum.

Figura 43 – Possível Construção de Retas Perpendiculares.



Fonte: SILVIA; ARAÚJO (2018).

## GeoGebra e Realidade

Figura 44 – GeoGebra e Realidade.

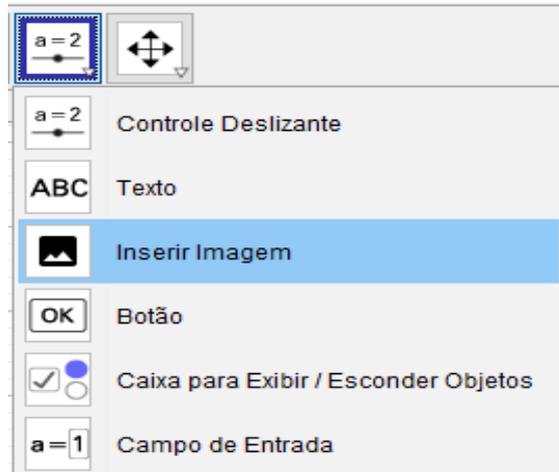


Fonte: SILVIA; ARAÚJO (2018).

A figura 44 mostra que é possível inserir uma imagem na área de trabalho do GeoGebra e inserir objetos matemáticos sobre essa imagem. No exemplo da figura inserimos retas, ressaltando que definições e entes geométricos podem estar

relacionados a aspectos da realidade. Assim, para inserir uma imagem na área de trabalho do GeoGebra usamos o ícone:

**Figura 45** – Ferramenta do software GeoGebra.



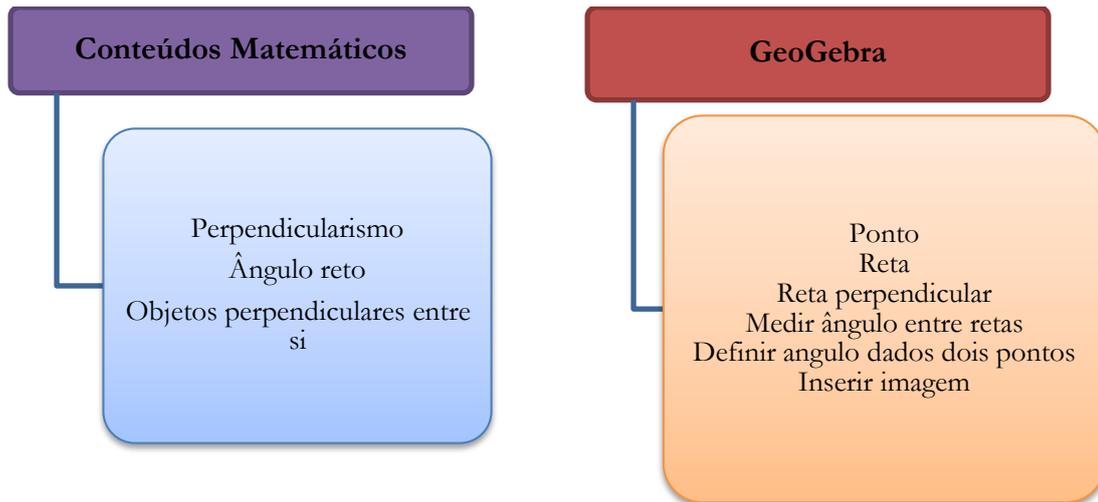
Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

Ao abrir a caixa de diálogo é solicitado buscar a imagem em arquivo ou pegá-la direto na *web*.

### **Orientações ao Professor**

A quarta atividade proposta é complementar a atividade sobre retas paralelas. Com ela os alunos vão avançar no uso de novas ferramentas do GeoGebra e o objetivo é que ao final dela os alunos sejam capazes de entender e conceituar perpendicularismo, sabendo construir e identificar de diferentes formas objetos perpendiculares. Se for necessário, conceitos anteriores poderão ser retomados. Caso novas opções do Menu forem requisitadas do GeoGebra, elas deverão ser apresentadas.

Essa atividade pode ser realizada com alunos do 6º ao 8º ano do ensino fundamental, alunos do ensino médio ou com alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA). Nessa atividade, os conteúdos matemáticos e os ícones do GeoGebra utilizados foram:



No início do quarto encontro, os alunos discutiram e acharam muito interessante a aula e a realização das atividades das aulas anteriores com o software Geogebra. Eles comentaram que o programa é 'legal e dinâmico, que imita o uso de um celular,' uma vez que este, além de ser utilizado no computador, também pode ser manuseado através de aparelhos celulares. Portanto, os objetivos das atividades propostas pelo professor, foram atingidos no decorrer das aulas. O software GeoGebra tem por objetivo estimular o aluno a estudar os conteúdos de forma prazerosa e divertida, pois as tecnologias estão presentes no cotidiano deles e despertam seu interesse.

Na sequência do quinto encontro, abrindo o software GeoGebra, uma ferramenta já instalada nos computadores do laboratório de informática numa turma do 3º ano do turno matutino, ensino médio da Rede Pública Estadual da cidade de Guanambi/Bahia, onde trabalho, fez-se necessário abordar os conteúdos matemáticos de essencial importância dentro da disciplina de matemática, que são trabalhados na série envolvida. Quando foram apresentadas as atividades que estavam previstas com o uso do Geogebra, os alunos demonstraram grande interesse e executaram com um desempenho significativo as atividades propostas. Muitos alunos conseguiram realizar tranquilamente as atividades que foram propostas pelo professor, interagindo uns com os outros, enquanto alguns alunos, que costumam ser mais inquietos, suas participações não foram tão ativas. Nessas atividades, foram abordados:

1. Esclarecimento sobre o objetivo principal da utilização do software;

2. Familiarização do aluno com o software, sua interface e recursos;
3. Execução das atividades.

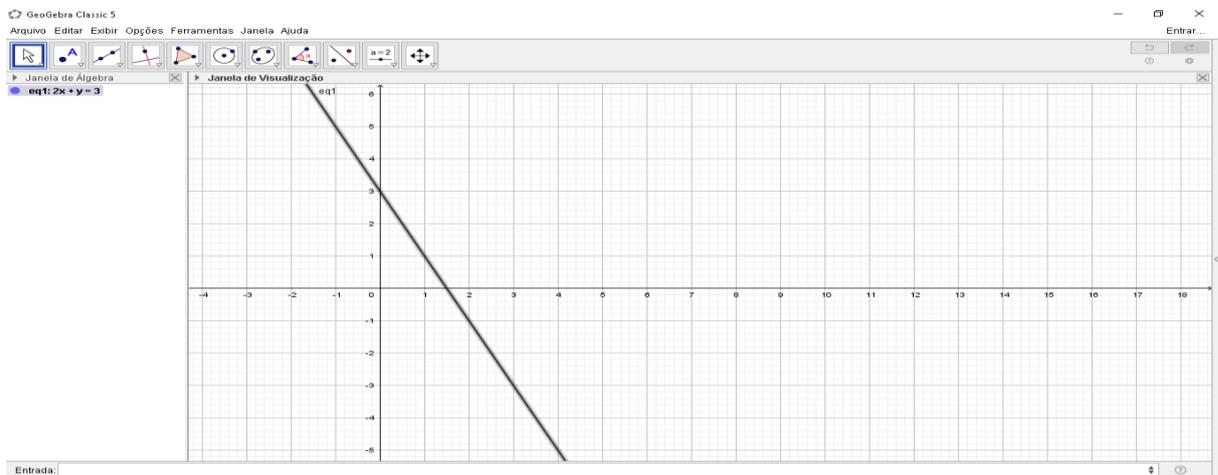
### Construção de Retas: atividades realizadas pelos alunos

A seguir apresentaremos diversas maneiras de se construir retas utilizando o Software GeoGebra.

Exemplo 1) Construir a reta de equação  $y + 2x - 3 = 0$ .

- Digite a equação no campo de entrada e pressione a tecla enter.

**Figura 46** – Construção de retas pelos alunos dada uma equação.

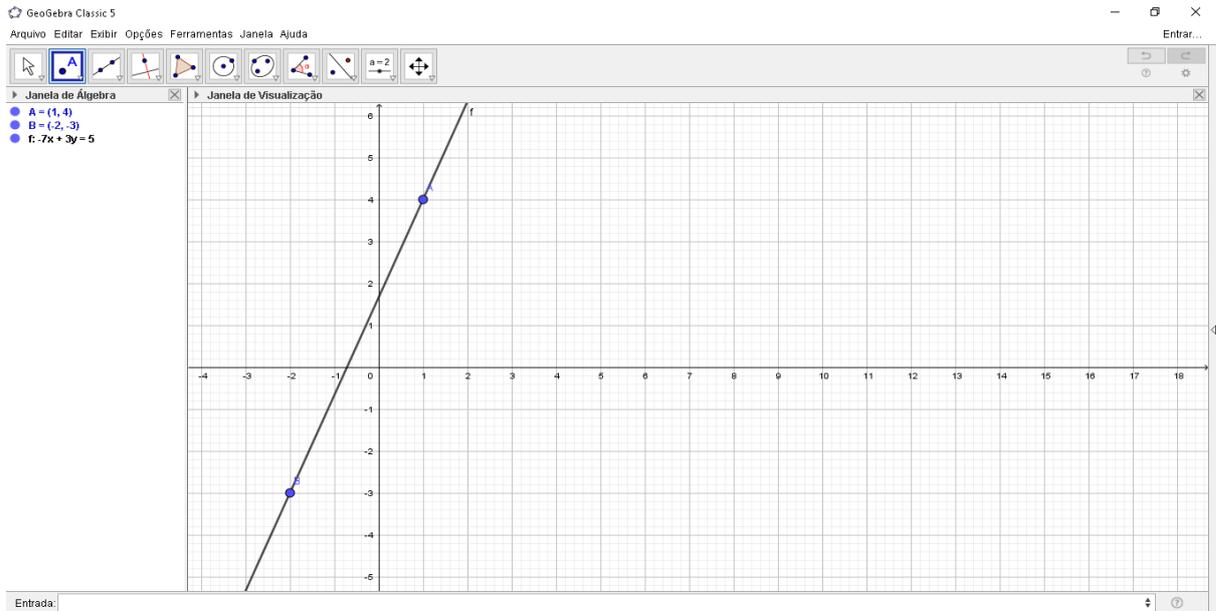


Fonte: Produção dos alunos 3º Ensino Médio da Rede Pública Estadual da cidade de Guanambi/Bahia (2020).

Exemplo 2) Dado os pontos A (1,4) e B (-2, -3), construir as retas que passa por esses pontos.

- Vá ao menu arquivo do Geogebra e escolha a opção Nova Janela.
- Em seguida vá ao ícone ponto e crie os pontos A (1,4) e B (-2,-3).
- Em seguida vá ao ícone e escolha a opção reta.

**Figura 47** – Construção de retas pelos alunos a partir de dois pontos.

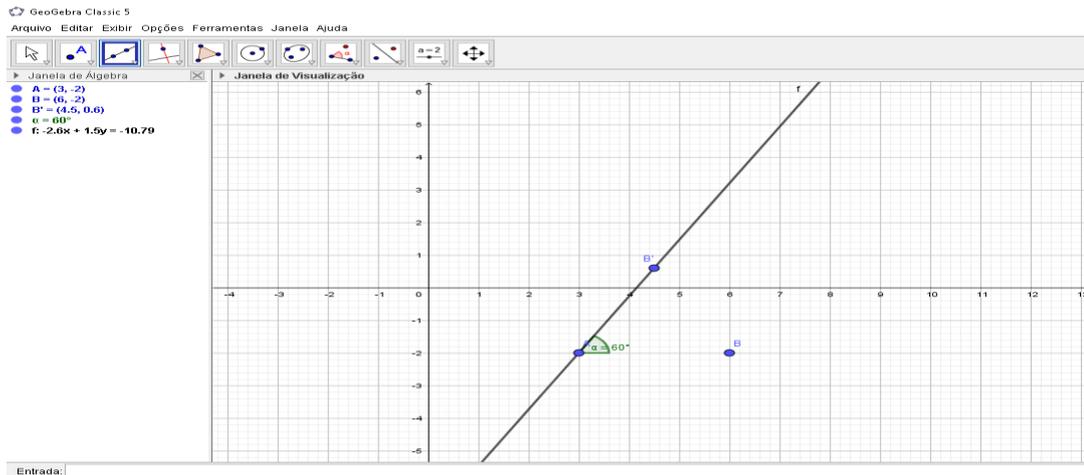


Fonte: Produção dos alunos 3º Ensino Médio da Rede Pública Estadual da cidade de Guanambi/Bahia (2020).

Exemplo 3) Construir uma reta que passa pelo ponto A (3, -2) e tenha uma inclinação de  $60^\circ$ .

- Vá ao menu arquivo do Geogebra e escolha a opção Nova Janela.
- Em seguida vá ao ícone ponto e crie os pontos A (3,-2).
- Em seguida vá ao ícone ponto e crie um ponto B de mesma ordenada de A ponto B (6,-2).
- Vá ao ícone ângulo e escolha a opção ângulo com amplitude fixa.
- Clique sobre B e A, nessa ordem, abrirá uma janela e preencha com  $60^\circ$  e clique em ok.
- Vá ao ícone reta e clique em A e B'.

**Figura 48** – Construção de retas pelos alunos a partir de um ponto e um ângulo.



Fonte: Produção dos alunos 3º Ensino Médio da Rede Pública Estadual da cidade de Guanambi/Bahia (2020).

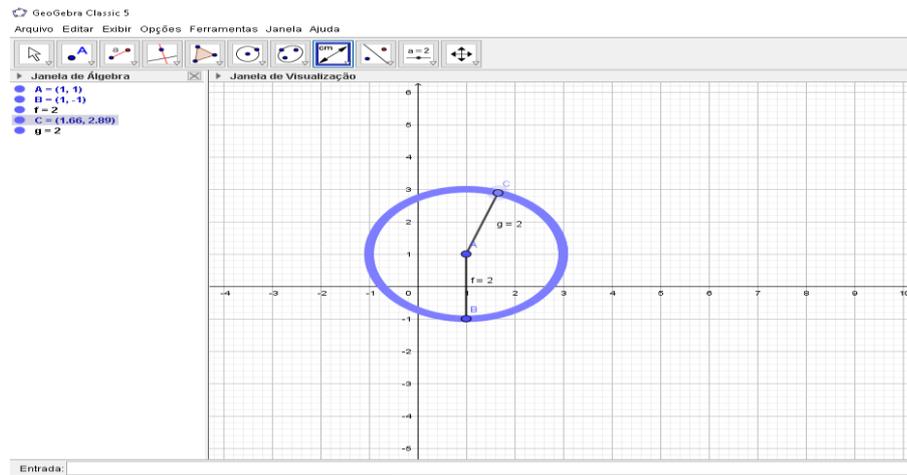
### **Construção de Circunferência: atividades realizadas pelos alunos**

A seguir apresentaremos diversas maneiras de construir retas utilizando o Software GeoGebra.

Exemplo 4) Construir uma circunferência de centro C (1,1) e raio igual a 2.

- Vá ao menu arquivo do Geogebra e escolha a opção Nova Janela.
- Em seguida vá ao ícone ponto e crie os pontos A (1,1) e raio igual a 2.
- Vá ao ícone segmento e clique em A e B, depois vá no ícone ângulo e meça o segmento.
- Vá a segmento de ponto fixo e crie o ponto C.
- Com o botão direito clique em C, habilitar rastro e animar.

**Figura 49** – Construção de uma circunferência pelos alunos dados um ponto e o raio.

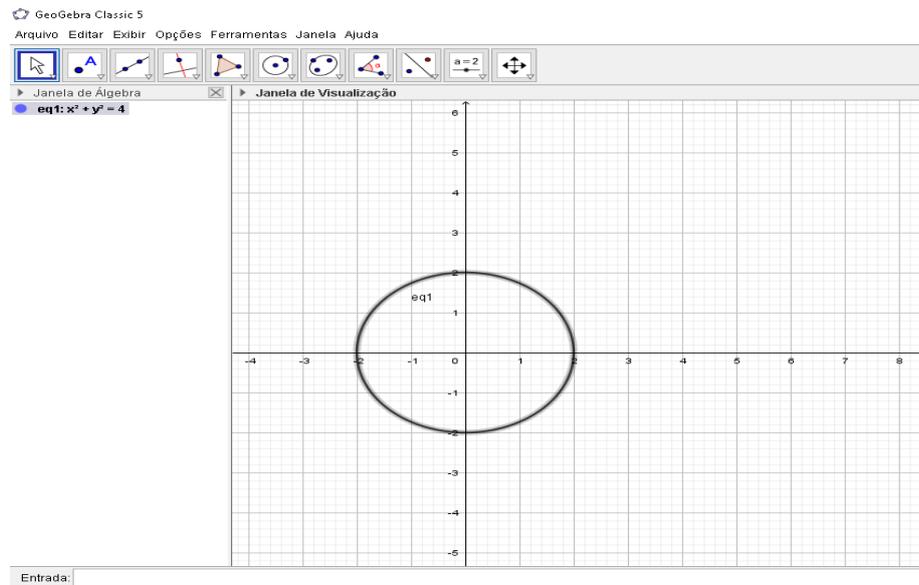


Fonte: Produção dos alunos 3º Ensino Médio da Rede Pública Estadual da cidade de Guanambi/Bahia (2020).

Exemplo 5) Construir uma circunferência de equação  $\lambda: x^2 + y^2 = 4$ .

- Vá ao menu arquivo do Geogebra e escolha a opção Nova Janela.
- Digite a equação no campo de entrada e pressione a tecla enter.

**Figura 50** – Circunferência construída pelos alunos dada a equação da circunferência.



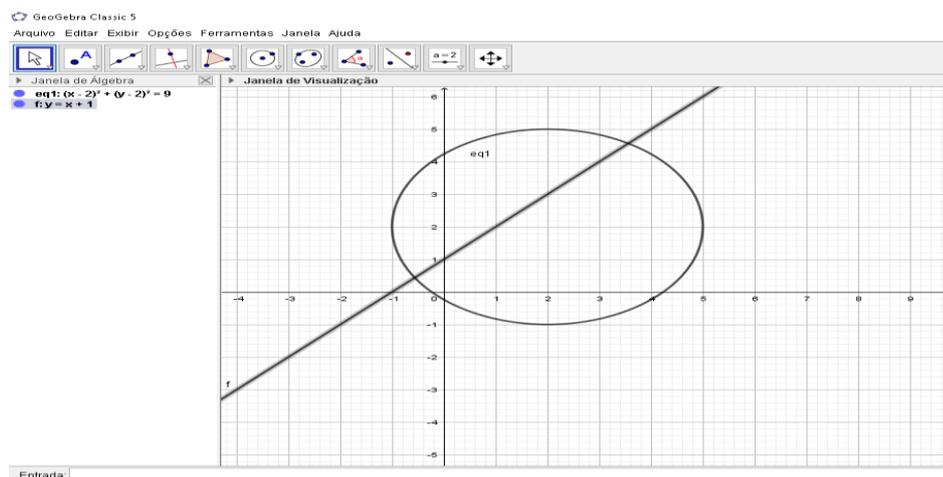
Fonte: Produção dos alunos 3º Ensino Médio da Rede Pública Estadual da cidade de Guanambi/Bahia (2020).

Exemplo 6) Verificar a posição relativa entre a reta  $y = x + 1$  e a circunferência  $\lambda: (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 9$ .

- Digite a equação da circunferência no campo de entrada e pressione a tecla enter.
- Digite a equação da reta no campo de entrada e pressione a tecla enter..
- Qual a posição relativa entre a reta e a circunferência?

### Reta secante à circunferência

**Figura 51** – Posição relativa entre reta e circunferência construída pelos alunos.



Fonte: Produção dos alunos 3º Ensino Médio da Rede Pública Estadual da cidade de Guanambi/Bahia (2020).

### 4.3 ATIVIDADES DIDÁTICAS QUE SERIAM APLICADAS EM SALA DE AULA NO FINAL DO CURSO

As atividades seguiram um roteiro planejado pelo professor Edgar Bonfim Nogueira, a ser desenvolvido na unidade didática e realizado no laboratório de informática, usando o software GeoGebra intercalado com atividades em sala de aula, durante outras 2 horas aulas semanais, utilizando a lousa para expor a teoria e a realização das mesmas atividades com lápis, régua, esquadro e papel quadriculado. Estas últimas aulas não puderam ser realizadas, pois o calendário letivo foram suspenso em decorrência da pandemia COVID-19 (suspensas a partir de 23/03/2020). Como o foco principal deste trabalho foi a utilização do software

GeoGebra, as atividades propostas obedeceriam a um roteiro descrito pelo professor que infelizmente não puderam ser realizadas.

Das aulas que se seguiriam e não puderam ser efetivadas, temos o sexto encontro, onde os alunos assistiriam duas aulas, para começarem a realização das atividades nas quais eles estariam utilizando o software GeoGebra. Na sequência, responderiam as atividades que seriam propostas pelo professor, assim poderiam explorar algumas das ferramentas do software GeoGebra.

## ATIVIDADE

Exemplo 1) Construir, utilizando o GeoGebra a reta de equação  $y = 2x - 3$ .

Exemplo 2) Determinar o ponto médio M do segmento A (-3,-4) e B (5,2).

Exemplo 3) Construir uma reta que passa pelo ponto A (3, -2) e tenha uma inclinação de  $145^\circ$ .

Exemplo 4) Exemplo 6: Determine a área da região triangular que tem como vértices os pontos A (1,0), B (-1,0) e C (0,4).

Exemplo 5) Exemplo 4: Determine o coeficiente angular (m) ou declividade da reta que passa pelo ponto A (3,2) e B (-3,-1).

Exemplo 6) Construir em uma única janela do GeoGebra as circunferências de equações:  $x^2 + y^2 = 1$ ;  $(x - 2)^2 + y^2 = 1$ ;  $(x - 4)^2 + y^2 = 1$ .

Exemplo 7) Construa utilizando o GeoGebra o círculo de centro em C (1, -2) e raio  $r = 3$  e responda às questões:

(a) Qual a equação reduzida desse círculo?

(b) O ponto A (4, -2) pertence ao círculo? E o ponto B (-2, -4)?

Exemplo 8) Dada as circunferências  $\lambda_1$  de centro A (2,2), tangente externa à circunferência  $\lambda_2$ :  $(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 9$ . Determine:

a) A equação da circunferência  $\lambda_1$ .

b) Determine o ponto de tangência.

Exemplo 9) Qual a posição relativa entre as circunferências de equações  $x^2 + y^2 - 16x + 10y - 11 = 0$  e  $(x - 8)^2 + (y + 5)^2 = 49$ ?

## 5. ANÁLISE DE RESULTADOS

A realização da pesquisa foi iniciada numa turma do 3º ano do turno matutino, ensino médio da Rede Pública Estadual da cidade de Guanambi/Bahia, a turma era composta de 32 alunos e no laboratório de Informática havia quinze computadores, que foram utilizados em dupla e revezamento; além do computador, outro recurso tecnológico utilizado pelo professor para realizar a explanação das atividades juntamente com os alunos foi o Datashow. O software GeoGebra foi utilizado com o objetivo de incentivar e tornar mais agradável a aprendizagem dos conteúdos, que também foram trabalhados em sala de aula de forma tradicional.

Após a apresentação do projeto, os alunos realizaram parte das atividades propostas, todavia o questionário com perguntas não pode ser aplicado, pois estava previsto para o final das aulas, que infelizmente não puderam acontecer, como mencionado, em decorrência da pandemia da Corona Vírus (Covid-19). O resultado do trabalho realizado para avaliar o software GeoGebra junto aos alunos seria demonstrado em um questionário.

Os alunos participantes começaram a realizar as atividades no software GeoGebra com o auxílio de um roteiro. Com a atividade construída, os alunos poderiam relacionar as potencialidades do software com seu ambiente de sala de aula no futuro. Desde as primeiras aulas, alguns relataram que o software facilitaria o trabalho do professor, na praticidade, na dinamicidade oferecida, na exposição do conteúdo e, para os próprios alunos, na visualização de várias situações contribuindo, portanto, para um melhor entendimento do conteúdo.

Segundo Araújo e Nóbrega (2010 apud LIMA; LINS, 2013),

Apesar do GeoGebra fornecer condições que permitem a elaboração de situações que favorecem a construção de conhecimento pelo aluno, ele, sozinho, não pode ensinar coisa alguma. Para que haja aprendizagem efetiva com este recurso, é necessário a elaboração de situações de uso. (ARAÚJO; NÓBREGA, 2010 apud LIMA; LINS, 2013, p. 8038).

Reflexões surgiram, tanto sobre a utilização do *software* proposto, quanto no tocante ao desenvolvimento desta pesquisa, que sofre algumas alterações. Esses procedimentos foram muito relevantes para a escrita deste trabalho, pois trouxeram contribuições que vieram reafirmar os resultados obtidos na elaboração do projeto.

## 5.1 AVALIAÇÃO DO USO DO SOFTWARE GEOGEBRA

Com o intuito de avaliar o uso do software GeoGebra como recurso de incentivo ao estudo dos conteúdos trabalhados no 3º ano de Ensino Médio (Geometria Analítica: Equação da reta e Equação da circunferência), foi estruturado um questionário com perguntas, que seriam respondidas pelos alunos participantes da pesquisa após o período das aulas, nas quais seriam trabalhadas as atividades da unidade didática. Foram elaboradas atividades voltadas para a construção dos conteúdos da série, onde os alunos poderiam perceber de maneira visual a relação desses conteúdos de geometria e sua interferência utilizando uma poderosa ferramenta de ensino-aprendizagem o software GeoGebra. Sendo assim, o programa demonstrou-se uma importante ferramenta para ser utilizada neste processo pedagógico, apesar de apresentar alguns problemas relativos à usabilidade.

Os resultados deste trabalho apontam que a utilização do software GeoGebra é implementado com o objetivo de aprendizagem, não de usabilidade. E no tocante à aprendizagem, verificou-se um ótimo aproveitamento dos alunos usando o software para os conceitos de Geometria Analítica, equação da reta e equação da circunferência. Com relação à utilização do GeoGebra verificou-se que, em atividades mais avançadas, o software demonstrou problemas na usabilidade, problemas estes verificados por professores ao avaliarem sua usabilidade e que acabaram influenciando no aprendizado final dos alunos e professores.

É importante ressaltar que a presente pesquisa tencionava analisar apenas aspectos de aprendizagem no ensino da matemática usando a tecnologia de um software educacional nos cenários descritos. Porém, alguns aspectos importantes podem ser utilizados para nortear novas pesquisas, tais como: aspectos cognitivos, sociais, pedagógicos, conhecimentos básicos de informática por parte de alunos e professores e treinamento de docentes.

Os professores consultados, no decorrer do desenvolvimento deste trabalho, relataram que nunca haviam utilizado qualquer software matemático em suas aulas, um aspecto que pode exercer influência sobre os resultados e não foi levado em consideração. Foi detectado que parte dos professores não conhecia o software, e que poucos sabiam que o software estava disponível na maioria dos laboratórios de

informática das escolas. Mesmo não sendo objetivo deste trabalho, todos os professores relataram que irão utilizar o software com maior frequência na sua prática pedagógica.

No contato com os alunos, foi possível verificar que a maior parte possui baixa renda, com históricos escolares de reprovação, fora da idade da série em que estuda e com dificuldades de aprendizagem no Ensino da Matemática. Ainda se observaram alunos com poucos conhecimentos básicos em informática, o que dificultou um pouco o uso software em sala de aula.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na pesquisa por nós pretendida, buscamos compreender o uso do *software* GeoGebra no ensino da geometria analítica: equação da reta e equação da circunferência, em uma turma do 3º ano do Ensino Médio, do turno matutino, da Rede Pública Estadual da cidade de Guanambi/Bahia. Inicialmente foi feita a delimitação do problema a partir das limitações e dificuldades encontradas para o ensino da matemática, com destaque na possibilidade de utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação na elaboração das aulas.

Para tanto, procuramos identificar os sujeitos envolvidos no processo de ensino/aprendizagem, entendendo que professores e alunos não se encontram socializados no mesmo período, principalmente no tocante ao desenvolvimento das tecnologias. Por isso, fez-se essencial compreendermos conceitos de geração que são manuseados a partir de denominações como “geração Y” e “imigrantes digitais”. E também refletimos a respeito do papel da escola diante as demandas e inquietações que surgem a partir dos avanços tecnológicos e como estes podem ser aliados da educação na aproximação entre conteúdos e corpo discente.

Além desse arcabouço teórico sobre o uso das TICs e a relação aluno/professor, definimos também a metodologia a ser utilizada durante a prática da pesquisa, através da produção de planos de aula e levantamento de atividades, as quais foram essencialmente retiradas do livro “**Atividades Matemáticas com o GEOGEBRA**” da Profa. Dra. Maria Deusa Ferreira da Silva e Taiane de Oliveira Rocha Araújo (2018). Os dados obtidos seriam analisados através de uma abordagem quanti-qualitativa, considerando as necessidades de se olhar tanto para os sujeitos envolvidos e suas construções, quanto para os aspectos concretos e realistas do estudo.

A respeito dos dados pretendidos ao final desta pesquisa, eles foram de nível parcial, tendo em vista que, como mencionado no decorrer desta dissertação, a aplicação das aulas para observação e análise do uso do *software* GeoGebra foi interrompida em decorrência da Pandemia do Covid-19. Sendo assim, foram realizadas apenas as aulas iniciais, que possibilitaram o contato dos alunos com o *software* e a apresentação aos mesmos da pesquisa a ser desenvolvida.

A partir deste contato dos alunos com *software* proposto, podemos classificar a referida TIC como satisfatória para o ensino/aprendizagem da geometria analítica, pois observou-se que os objetivos educacionais propostos tendem a ser alcançados com maior ênfase através do incentivo a processos cognitivos, podendo ser avaliado positivamente o processo pedagógico do aprendizado. Os estudantes, inseridos nessa geração “digital”, mostram-se mais motivados a participar e contribuir na construção do conhecimento quando isso passa a ser feito através de ferramentas com as quais eles estejam familiarizados, ou seja, atrativas e dinâmicas.

No tangente a contribuição social, este estudo poderá atingir toda a região onde as instituições escolares estão inseridas, podendo ser utilizado como auxiliador nas elaborações e no aperfeiçoamento do ensino/aprendizagem da geometria analítica, uma vez que, como identificado, o número de docentes que utilizam a tecnologia em diversas áreas da educação básica para apoiar o processo de ensino-aprendizagem ainda é pequeno, por fazerem parte da geração de “imigrantes digitais”. O ambiente escolar deve estar atento à atualização das novas ferramentas digitais.

Um *software* educacional não pretende apenas ser um facilitador do processo de ensino/aprendizagem, o destaque maior deve estar em auxiliar no desenvolvimento de habilidades, no qual seja possível construir processos de conceituação, que objetivem uma maior participação dos sujeitos na construção do conhecimento. Em vista disso, o *software* GeoGebra, por seu modelo inovador, é aceito de maneira positiva pelos alunos, e também deve o ser para os professores, que precisam estar amparados e serem incentivados a fazer a utilização desta ferramenta.

Assim, a implementação de medidas no ambiente educacional de suporte tecnológico faz-se necessária para auxiliar os profissionais a lidarem melhor com as dificuldades encontradas no trabalho pedagógico. Nesse sentido, , podem ser ações assertivas e de baixo custo operacional que repercutem diretamente na qualidade de vida do profissional da educação e na qualidade do serviço prestado aos discentes, visto que, o uso da tecnologia (*software* GeoGebra) estimula o desenvolvimento do pensamento criativo e aprendizagem cooperativa, funciona como recurso dinâmico da Educação, intensifica a melhoria das práticas e estratégias desenvolvidas em

sala de aula e proporciona melhor domínio de conteúdos na área da geometria, a exemplo da geometria analítica: equação da reta e equação da circunferência.

Isto posto, a pesquisa possibilitou levantar informações importantes sobre a questão apresentada, da utilização do software GeoGebra. Essas informações podem contribuir para a melhoria da ambiência institucional, no que se refere ao uso das TICs no processo de ensino/aprendizagem, podendo contribuir para a melhoria do mesmo, proporcionando um maior aproveitamento por parte dos alunos. Portanto, serão beneficiados não apenas os discentes e docentes, como também toda a comunidade, que poderá obter melhor qualidade nos serviços prestados à educação, com reflexos positivos no nível de ensino proporcionado pelas escolas.

## 6. REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Maria Elizabete. **Informática e formação de professores**. Secretaria de Educação à Distância. Brasília. Ministério da Educação. Secd, 2000.

AMADO, Nélia Maria P; CARREIRA, Susana Paula G. In: DULLIUS, Maria M; QUARTIERI, Marli T. (Orgs). **Explorando a Matemática Com Aplicativos Computacionais**. 1. Ed. Lajeado: Editora Univates, 2015. p. 10-18.

ARAÚJO, Luís Cláudio Lopes de. **Aprendendo matemática com o GeoGebra**. / Luís Cláudio Lopes de Araújo, Jorge Cássio Costa Nóbrega. São Paulo: Editora Exato, 2010.

BELLONI, M.L. **A televisão como ferramenta pedagógica na formação de professores**. Edição e Pesquisa, São Paulo, 2003.

BEHRENS, Marilda Aparecida. **O paradigma emergente e a prática pedagógica**. 6ª. ed. Petrópolis: Vozes, 2013.

BORBA; M. C.; CHIARI, A. S. S. Diferentes usos de tecnologias digitais nas licenciaturas em matemática da UAB. **Nuances: estudos sobre Educação, Presidente Prudente-SP**, v. 25, n. 2, p. 127-147, maio/ago, 2014.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 5ª. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

BORGES, A. C. **Geometria prática popular**. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves. 1882 (1878, 1ª. edição).

BRUGGEMANN, Odália M.; PARPINELLI, Mary A. Utilizando as abordagens quantitativa e qualitativa na produção do conhecimento. **Revista Escola Enfermagem USP**, n. 42, p. 563-568, mar. 2008.

CARVALHO, Joaquim Francisco de. **Evolução do pensamento matemático, das origens aos nossos dias**. Artigos e Ensaios, 2012.

COSTA E SILVA, Francisca J; CARVALHO, Maria, P, E. **O Estado da Arte das Pesquisas Educacionais Sobre Gênero e Educação Infantil: Uma Introdução**. In: 18º Redor, 2014, Recife. Anais... Recife: Universidade Federal Rural de Pernambuco, 2014. p. 346-362.

Cuiabá. **Dissertação (PROFMAT)** - Instituto de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2015.

CYSNEIROS, Paulo Gileno. **Professores e Máquinas: uma concepção de informática na educação**. [www.proinfo.gov.br](http://www.proinfo.gov.br)>2000.

DANTE, Luiz R. **Matemática: Contextos e Aplicações**. São Paulo: Ática, 2017. 3ª. Ed.

DESCARTES, R. **Geometria**. Trad. Emídio Cesar de Queiroz Lopes. Lisboa: Editorial Prometeu 2001.

EUCLIDES. **Os Elementos**. 300 a.C. Disponível em <http://www.matemática.br/historia/Euclides.html>. acessado em 12/05/2020.

EVES, Howard. **Geometria: Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula**. Geometria Tradução Higino H Domingues. São Paulo, Atual, 1997.

FERREIRA, Andréia de Assis. Apropriação das novas tecnologias: concepções de professores de História acerca da Informática Educacional no processo de ensino-aprendizagem. **Trabalho & Educação** – Vol. 17, nº 2 – Maio/jago, p. 65-76, 2008.

FREIRE, O. **Primeiras noções de Geometria prática**. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1907.

FREITAS, H.; Becker, J. L.; Kladis, C. M. e Hoppen, N. “**Informação e Decisão: Sistemas de Apoio e seu Impacto**”, Ortiz, Porto Alegre/RS, 1997.

GAMBOA, Sívio Sanchez. Quantidade-qualidade: para além de um dualismo técnico e de uma dicotomia epistemológica. In: SANTOS FI-LHO, José Camilo; GAMBOA, Sívio Sanchez (Org.). **Pesquisa educa-cional: quantidade-qualidade**. São Paulo: Cortez, 1995.

GATTI, Bernardete Angelina. Estudos quantitativos em educação. In: **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 30, n. 1, p. 11-30, jan./abr. 2004.

GRAMSCI, A. **Concepção dialética da história**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1995.

INDALÉCIO, A. B.; CAMPOS, D. A. **Reflexões sobre o educar em um mundo nativo digital**. Votuporanga/SP: Fundação Educacional de Votuporanga, 2016. 106p

KUENZER, Acácia. Exclusão includente e inclusão excludente: a nova forma de dualidade estrutural que objetiva as novas relações entre educação e trabalho. In: LOMBARDI, Claudinei; SAVIANI, Demerval (Orgs.). **Capitalismo, trabalho e educação**. Campinas: Autores Associados/HISTEDBR, 2005.

LACERDA, Fernando. **O homem da antiguidade e o surgimento da geometria**. 21 Dez 2010.

LAGARTO, J.R. **Na rota da sociedade do conhecimento: as TIC na escola**. Lisboa, Portugal: Universidade Católica Editora, 2007,

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica**. 5ª. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

LAVILLE, C; DIONNE, J. **A Construção do Saber: manual de metodologia da pesquisa e Ciências Humanas**. Porto Alegre, Ed. UFMG, 2008.

LEME DA SILVA, M. C. A prática da geometria prática no ensino primário: subsídios para uma história disciplinar. In: **REUNIÃO ANUAL DA ANPED**, 33., 2010, Caxambu. *Anais...* Caxambu, MG, 2010.

LÉVY, Pierre. **As Tecnologias da Inteligência – O futuro do Pensamento na era da informática**. Rio de Janeiro, 2000.

LIMA, C. E. O. **A utilização do software GeoGebra como ferramenta para o ensino de funções**. 2013. 61f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Departamento de Matemática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2013.

LIMA, Marcella Luanna da Silva; LINS, Abigail Fregni. Uma proposta para o ensino e a aprendizagem de geometria no Ensino Médio utilizando o Software GeoGebra. VII CIBEM, **Actas del VII CIBEM**, Montevideo, Uruguay, 16 al de setiembre de 2013, p. 8036-8043, 2013.

LOPES, Sergio Roberto; Shiderlene Vieira de Almeida Lopes; VIANA, Ricardo Luiz. **Metodologia do Ensino de Matemática**. Curitiba: IBPEX, 2007.

MARCOLLA, Valdinei. **A inserção das tecnologias de informação e comunicação no espaço de formação docente na UFPEL**. Pelotas: UFPEL/Faculdade de Educação, 2004.

MARION, J.C.R. TRALDI, M.C. **Monografia para cursos de Administração, Contabilidade e Economia**. São Paulo: Atlas, 2002.

MARQUES, Helena Margarida Matos. **Competências dos professores e a integração das TIC na prática pedagógica nas Ciências Sociais e Humanas (2º e 3º CEB)**. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Lisboa Instituto de Educação. Orientação Prof. Dr. Fernando Albuquerque Costa, 2012.

MORAES, Maria Candida. Informática Educativa no Brasil: um pouco de história. **Em Aberto**, Brasília, ano 12, n. 57, jan./mar, 1993.

MORAIS, G.M.S. **Novas Tecnologias no Contexto Escolar**. In: **Comunicação e Educação**. São Paulo, 2000.

MORAN, José Manoel. **Ensino e Aprendizagem inovadores com tecnologia. na Educação: Teoria e Prática**. São Paulo: Papirus, 2001.

MOREIRA, M. A. e MASSINI, E. F. S. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. 2ª.ed. São Paulo: Centauro, 2006.

MOREIRA, M. A. Pesquisa em educação em ciência: métodos qualitativos. Programa Internacional de Doctorado en Enseñanza de las Ciencias. Universidad de Burgos, Espanha; Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil. Texto de Apoio nº 14. Publicado em **Actas del PIDEAC**, 4:25-55, 2002.

- NÓVOA, António. **Professores imagens do futuro presente**. Lisboa: Educa, 2009.
- OLIVEIRA, Cláudio de; MOURA, Samuel Pedrosa; SOUSA, Edinaldo Ribeiro de. **TIC's na educação: a utilização das tecnologias da informação e comunicação na aprendizagem do aluno**.
- OROZCO, Guillermo G. **Comunicação, educação e novas tecnologias: tríade do século XXI**. Comunicação e Educação, São Paulo, n. 23, p. 57-70, jan./abr. 2002.
- PIAGET, Jean. **O desenvolvimento do pensamento: equilíbrio das estruturas cognitivas**. Lisboa: Dom Quixote, 1977.
- PIASESKI, Claudete Maria. **A geometria no ensino fundamental**. Monografia – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões Campus de Erechim – URI, Orientadora Profa. Ms. Simone Fátima Zanoello, Erechim, 2010.
- PASSOS, C.M.B. **Representações, interpretações e prática pedagógica: a geometria na sala de aula**. Tese de doutorado (Universidade Estadual de Campinas – Faculdade de educação), 2000.
- PESCADOR, C.M. **Tecnologias Digitais e Ações de Aprendizagem dos Nativos Digitais**. In: Congresso Internacional de Filosofia e Educação, 5., 2010, Caxias do Sul. Anais do V Congresso Internacional de Filosofia e Educação. Rio Grande do Sul: Universidade de Caxias do Sul, 2010.
- PONTE, J. **O Computador - Um Instrumento da Educação**. Lisboa: Texto Editora, 1997.
- PORTO, T. **As tecnologias de comunicação e informação na escola; relações possíveis...relações construídas**. Revista Brasileira de Educação v. 11 N.º. 31 jan./abr. 2006. Universidade Federal de Pelotas, Faculdade de Educação, 2006.
- PRENSKY, M.: Digital Natives Digital Immigrants. In: PRENSKY, Marc. **On the Horizon**. NCB University Press, Vol. 9 No. 5, October, 2001.
- RICHARDSON, Roberto Jarry. **Pesquisa social: métodos e técnicas**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1999.
- SERRANO, Sérgio Antuon. **Utilização do GeoGebra na Construção de Instrumentos**. IMPA, PROFMAT – IMPA, Rio de Janeiro, 2014.
- SCHEFFER, Natascha. **A gente vai brincar hoje?! Dimensões do brincar nos processos de aprendizagem**. La Sale – Revista de Educação, Ciência e Cultura, v.15, n.2, jul./dez. 2010.
- SILVA, M.D.F. da, ARAÚJO, T.O.R. **Atividades Matemáticas com o GeoGebra**. 1ª. Edição, 2018.

SILVA, Marco (2001). **Sala de aula interativa: a educação presencial e a distância em sintonia com a era digital e com a cidadania.** In: CONGRESSO BRASILEIRO DA COMUNICAÇÃO, 24., 2001, Campo Grande. Anais do XXIV Congresso Brasileiro da Comunicação, Campo Grande: CBC, set. 2001.

SILVA, José Pedro Alves da. **As geometrias euclidiana e não-euclidianas.** TCC – Mestrado Profissional em matemática – PROFMAT – IMPA, Orientação Prof. Eduardo Wagner. Rio de Janeiro, 2017.

SOARES, L.H. **Tecnologia computacional no ensino de matemática: o uso do GeoGebra no estudo de funções.** Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo, São Paulo, p. 1-15. 2012.

SOARES, Marlene Aparecida; SCHEIDE, Tereza de Jesus Ferreira. **Professor de matemática: um educador a serviço da construção da cidadania.** VII Encontro Nacional de Educação Matemática, Universidade Federal do Pernambuco, 2004.

SOUZA, E, Mauro. **Professores e o uso do geogebra: (RE) construindo conhecimentos sobre funções.** 102 f. Dissertação (Programa de pós graduação em educação matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2016.

SOUZA, Joamir Roberto de; GARCIA, Jacqueline da Silva Ribeiro. **Contato matemática.** 3º ano. – 1.ed. – São Paulo: FTD, 2016.

SOUZA, Kellcia Rezende; KERBAUY, Maria Teresa Miceli. Abordagem quanti-qualitativa: superação da dicotomia quantitativa-qualitativa na pesquisa em educação. **Educação e Filosofia**, Uberlândia, v. 31, n. 61, p. 21-44, jan./abr. 2017.

TAPSCOTT, Don. **Geração digital: a crescente e irreversível ascensão da geração Net.** SP: Makron Books, 1999.

VALENTE, J.A. **Diferentes Usos do Computador na Educação.** Em J.A. VALENTE (Org.), Computadores e Conhecimento: repensando a educação (pp.1-23). Campinas, SP: Gráfica da UNICAMP, 1993.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Que geometria ensinar? Uma breve história da redefinição do conhecimento elementar matemático para crianças. **Pro-Posições.** V. 24, N. 1 (70). P. 159-178. Jan./Abr., 2013.

## 7. APÊNDICES

### **QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA (O mesmo não foi aplicado por conta da Pandemia COVID-19)**

- 1) Você conhecia o software GeoGebra como ferramenta didática?
- 2) Você teve dificuldades ao usar as ferramentas do software GeoGebra?
- 3) O software GeoGebra estimulou você a estudar com afinco a equação da reta e a equação da circunferência?
- 4) O software GeoGebra tornou o estudo da equação da reta e a equação da circunferência mais interessantes?
- 5) O software GeoGebra auxiliou na construção de gráficos de equação da reta e a equação da circunferência?
- 6) O software GeoGebra auxiliou na resolução de problemas envolvendo as equações da reta e a equações da circunferência?
- 7) O software GeoGebra auxiliou no desenvolvimento de conceitos envolvendo a equação da reta e a equação da circunferência?
- 8) Houve problemas técnicos relacionados com o uso das ferramentas do software GeoGebra?
- 9) Você considera o software GeoGebra importante como ferramenta no ensino-aprendizagem da matemática?

Com exceção da primeira pergunta que teria como resposta: Sim ou Não.

As demais teriam como respostas: NADA, POUCO, MÉDIO OU MUITO.

Questionário de avaliação do software GeoGebra. Fonte: O autor (2020).

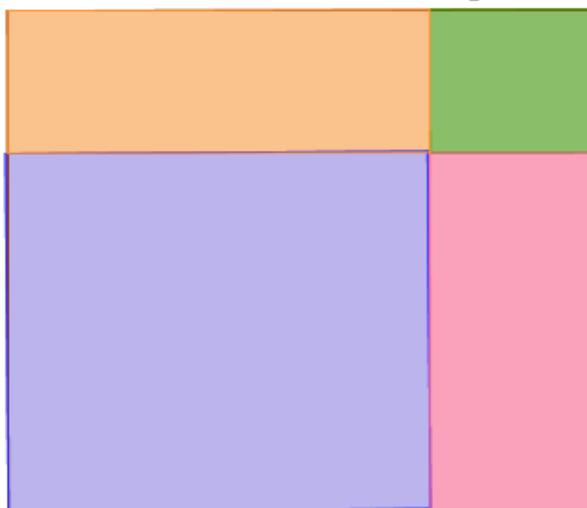
## 8. ANEXOS

**ALGUMAS ATIVIDADES EXTRAÍDAS DO LIVRO: “ATIVIDADES MATEMÁTICAS COM GEOGEBRA ”** da Profa. Dra. Maria Deusa Ferreira da Silva e Taiane de Oliveira Rocha Araújo (2018).

### 1.18 Projeto: Álgebra X Geometria

Observe a imagem da figura 52. Ela lhe é familiar?

**Figura 52** – Sobreposição de áreas.



Fonte: SILVIA; ARAÚJO (2018).

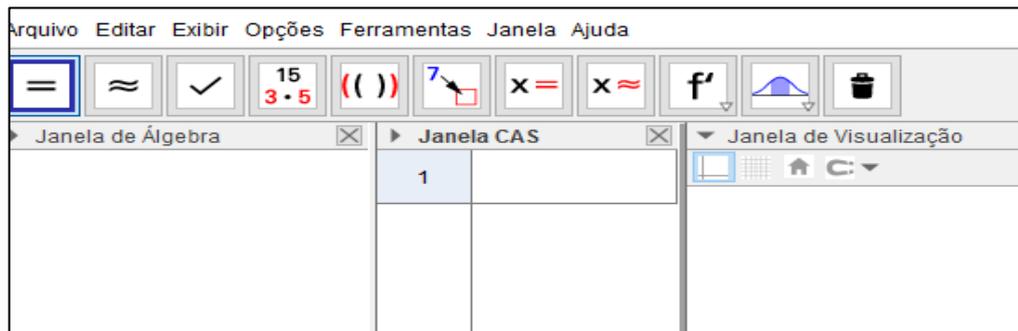
Do que ela trata? Gostaria de construí-la? Então vamos:

Primeiramente, se ainda não fez, com sua turma, explore a atividade usando material concreto. O que observa? Gostaria de fazê-la com o com o GeoGebra?.

- 1) Com o GeoGebra aberto deixe-o sem grade e sem eixos. Se preferir mantenha a janela algébrica aberta.
- 2) Faça dois controles deslizantes  $a$  e  $b$ . Use a barra de entrada, digite no primeiro  $a$  e no segundo  $b$ .
- 3) Modifique as propriedades deles, coloque variando de 1 a 10, com incremento de 1.

- 4) Marque o ponto  $A$ . Construa o segmento com medida fixa começando no ponto  $A$ . Ao abrir a caixa de diálogo, coloque como medida do segmento fixo  $a + b$ . Estará criado o Mexa os controles deslizantes  $a$  e  $b$ . O que observa?
- 5) Com o segmento  $\overline{AB}$ , de medida  $a + b$ , construa o polígono de 4 lados (Pol1).
- 6) Sobre esse polígono construa outro de lado  $a$  (Pol2), tomando como base o segmento  $\overline{AE}$ . Como deve fazer isso?
- 7) Construa as retas delimitando o Pol3, com deve fazer isso?
- 8) Construa também o polígono de lado  $b$  (Pol3). Como fazer isso fica a seu critério, a partir do entendimento e seguindo o que fez na construção 6.
- 9) Finalmente construa os quadriláteros  $ab$  e  $ba$ , que conclusões observa sobre eles?
- 10) Agora analisando sua construção o que você observa? Que relação algébrica pode ser obtida? Qual a relação entre a Geometria e a álgebra pode ser estabelecida?
- 11) Vá no “Menu” e em exibir abra a janela CAS, conforme a figura 31:

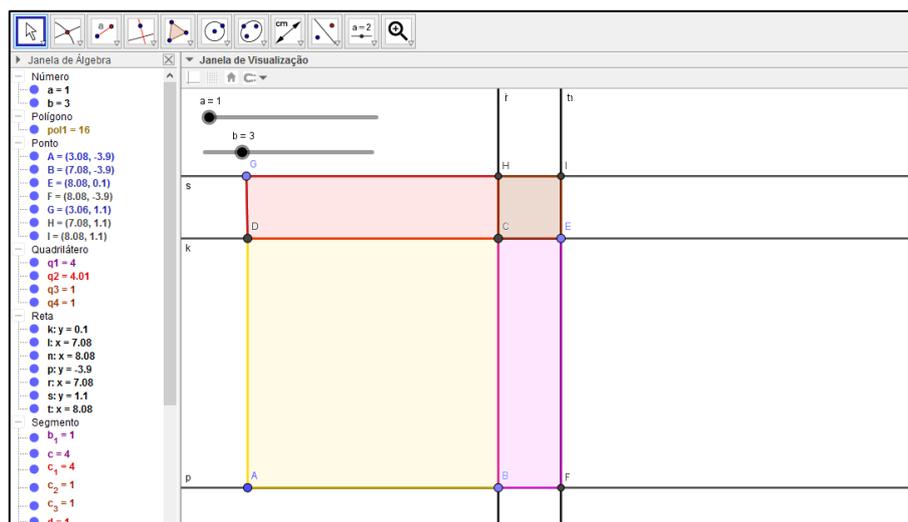
**Figura 53** – Janela CAS do GeoGebra.



Fonte: Janela de visualização do software GeoGebra.

- 12) Você agora abriu a janela CAS. Então escreva na janela 1 a expressão algébrica que você encontrou em 11 e clique em cada um dos quatro primeiros ícones. O que observa?
- 13) Você fez a relação do produto da soma de dois termos, não foi? Então faça processo semelhante para a diferença de dois termos e também o produto da soma pela diferença.

**Figura 54** – Possível construção da relação produto da soma de dois termos.



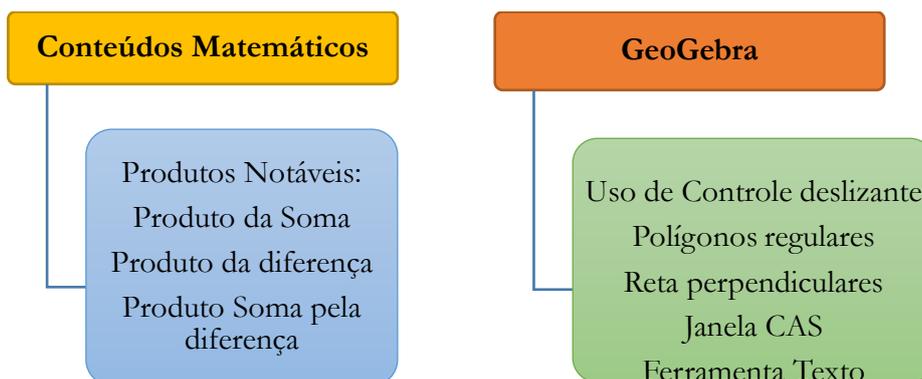
Fonte: SILVIA; ARAÚJO (2018).

## Orientação ao Professor

Essa atividade pode ser desenvolvida com alunos a partir do 8º ano do ensino fundamental. Também é necessário que tanto o professor quanto a turma já tenham familiaridade com o uso do GeoGebra. Orientamos, ainda, que o professor realize a atividade antes de levar para a turma. A forma como vai dividir a turma fica a critério do professor em função do material (recursos digitais) que dispõem.

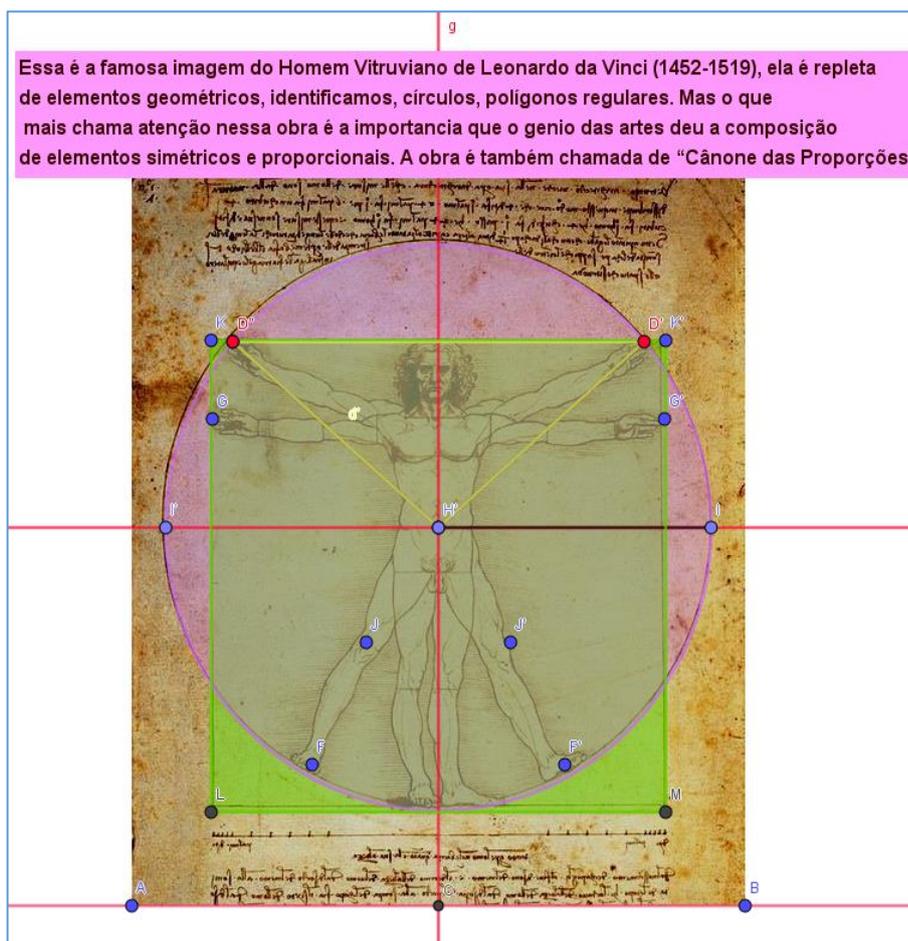
A atividade completa é possível de ser desenvolvida em duas aulas de 50 minutos cada.

Espera-se que após o desenvolvimento da atividade os alunos tenham apreendido o significado de cada uma das expressões  $(a + b)^2$ ,  $(a - b)^2$  e  $(a + b)(a - b)$ , percebendo-as tanto geometricamente quanto algebricamente. Nessa atividade, os conteúdos matemáticos e os ícones do GeoGebra utilizados foram:



Observe a figura 55.

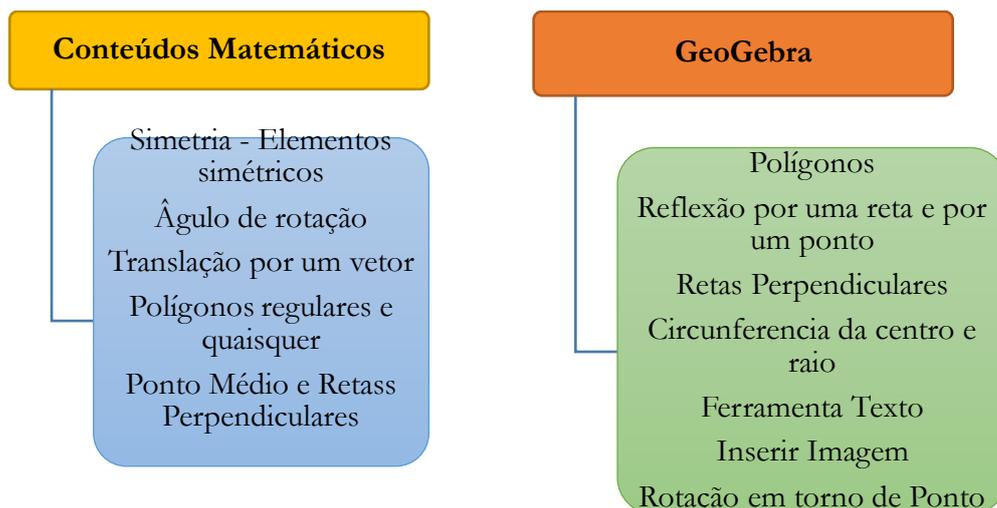
**Figura 55** – Homem Vitruviano de Leonardo da Vinci – Obra de 1490.



Fonte: <https://www.google.com.br/search?q=simetria+nas+obras+de+arte> (acesso em 27/07/2018).

Com o GeoGebra podemos identificar na obra onde estão os elementos geométricos e simétricos, possibilitando o uso da arte para compreensão de conceitos matemáticos. Na imagem indicamos alguns. É possível identificar outros? Há outras obras de arte em que a simetria foi explorada pelos artistas? Em que período da história obras de artes com elementos simétricos é mais marcante? Que outros artistas e quais obras deixaram em que a simetria foi amplamente explorada?. Estes questionamentos podem ser desencadeadores para a realização de atividades investigativas e interdisciplinares.

Com as atividades de simetria, rotação e translação conteúdos matemáticos e novas possibilidades de uso do GeoGebra são utilizados:



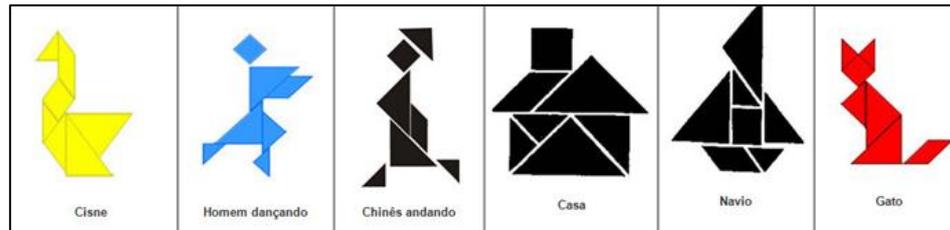
### Orientações pedagógicas

Essa é uma atividade em que pode ser explorada a interdisciplinaridade, uma vez que envolve arte, história, matemática e ciências. Desse modo, professores de diferentes áreas podem trabalhar juntos e os alunos podem ser estimulados a fazerem pesquisas sobre artes e história e identificar outras obras em que a simetria é explorada e onde estão essas simetrias, podendo ser uma atividade investigativa.

#### 2.1 Construindo figuras com as peças do Tangram

A seguir, damos como sugestão a construção do Tangram. Nesse projeto, inicialmente, pode ser proposto aos alunos que construam um tangram, eles podem pesquisar em sites o tangram pronto e tentarem fazer a construção. Nesse primeiro momento pode ser requerido apenas a construção e a separação das peças. Num segundo momento, o qual vai exigir conhecimentos mais avançados será possível montar as diversas figuras que podem ser feitas com as peças do tangram.

O tangram é um antigo jogo chinês, que consiste na formação de figuras e desenhos. É constituído de 7 peças em formato de polígonos, sendo 5 triângulos (2 isósceles congruentes maiores, 2 isósceles congruentes menores e 1 isósceles médio), 2 quadriláteros paralelogramos (1 quadrado e 1 paralelogramo). Existe uma lenda explicando quando surgiu o Tangram. Isso porque até hoje não se sabe sua verdadeira origem. Diz a lenda, que um imperador chinês deixou um espelho cair no chão e, o mesmo, quebrou em sete pedaços. Ao tentar remontar o espelho percebeu que era possível formar desenhos distintos. A figura a seguir mostra algumas possibilidades de montagem das peças para formar figuras:



## Parte I - Orientações Para a Construção do Tangram Básico

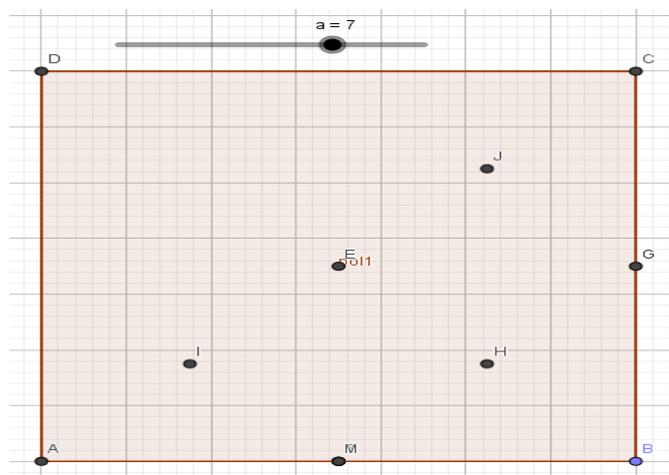
- 1) Crie um controle deslizante  $a$  (redefina as propriedades de  $a$  para que ele varie de 0 a 10, por exemplo)
- 2) Marque um ponto  $A$  e, em seguida, use o ícone “Segmento com amplitude fixa”

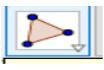


e digite  $a$ . Em seguida utilize o ícone “Polígono regular”  e quando abrir a caixa de diálogo digite 4. Será criado o polígono de 4 lados e lado  $a$ . Movimento  $a$ .

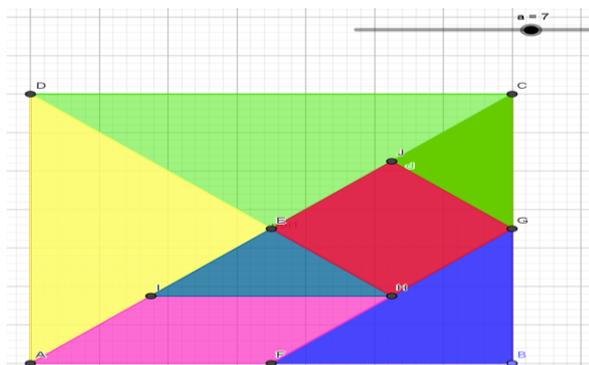
- 3) Agora vamos dividir esse quadrado em 7 outros polígonos para obter o tangram. Deixamos aqui para que você faça essa divisão. Você vai necessitar usar dois

ícones no GeoGebra. O Primeiro é o “Ponto Médio” . Ao usar adequadamente esse ícone obterá todos os pontos necessários para a construção dos 7 polígonos. Você deverá obter a construção conforme segue:



- 4) O segundo é o ícone para construir cada um dos 7 polígonos do tangramé “Polígono” . Para isso, ligue adequadamente os pontos. A medida que for construindo cada um deles vá alterando as cores, para distinguir cada um desses polígonos. Ao construir o primeiro triângulo clique com mouse do lado direito, ao abrir a caixa de diálogo escolha o ícone “Propriedades”

 , em seguida mude a cor. Ao final da construção você poderá obter uma figura conforme segue:



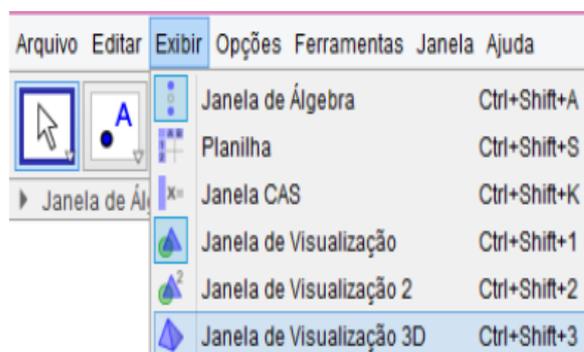
Obs. Se por acaso não conseguir obter a figura reveja onde errou e faça as correções.

- 5) Após fazer sua construção, tente movimentar as peças do tangram. Deixamos isso como tarefa para que possam explorar possibilidades.

### 1.1 Elementos básicos da geometria espacial: ponto, reta e plano

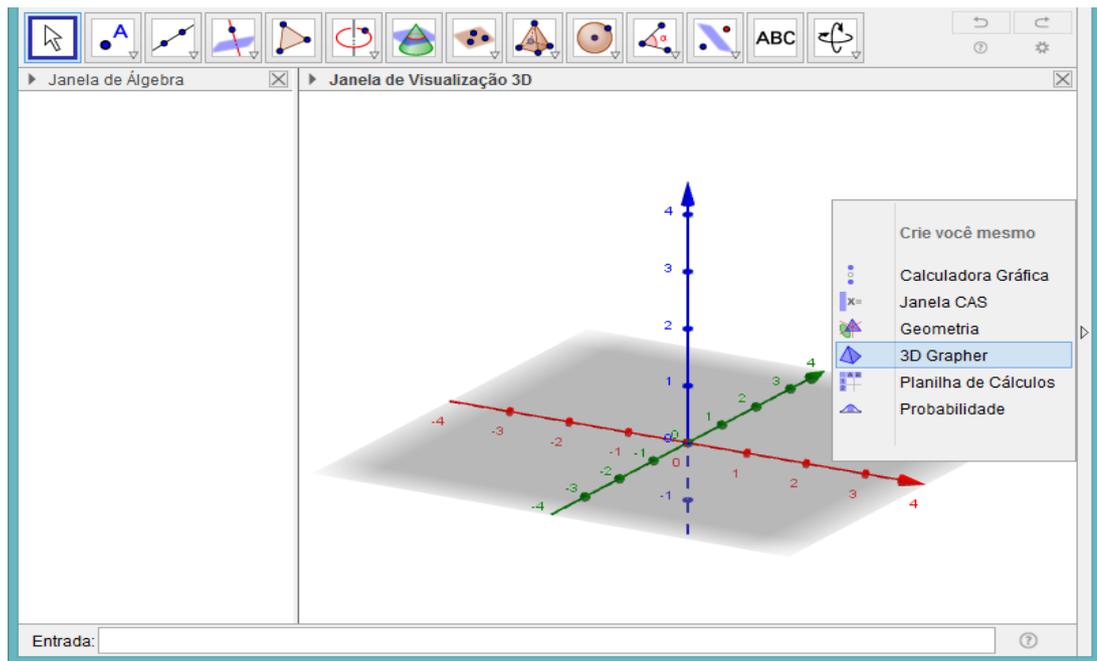
#### Parte I- Ponto

- 1) Abrir a janela de visualização 3D. Para isso selecione o ícone “exibir”



A figura 56 mostra a interface da janela de visualização 3D do GeoGebra.

**Figura 56** – Janela de visualização 3D do GeoGebra.



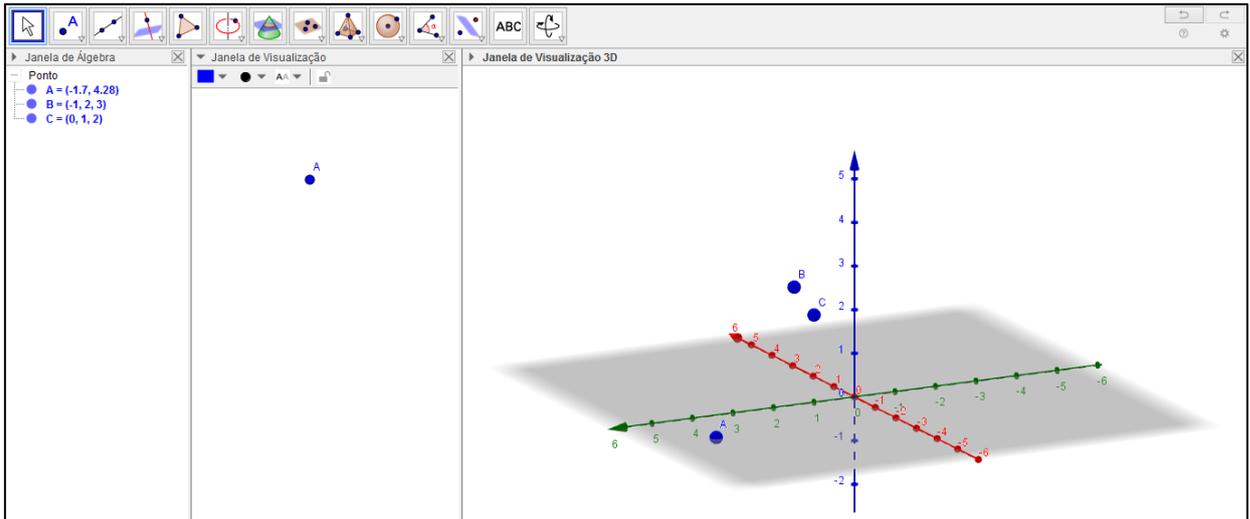
Fonte: Interface do software GeoGebra.

- 2) Construir um ponto  $A$  a partir do ícone “ponto” e clique na janela de visualização 2D. Movimente esse ponto, o que você observa?

Obs.: Movimente o eixo 3D para obter o melhor ângulo de visualização. Qual o valor da coordenada  $Z$  nessa construção?

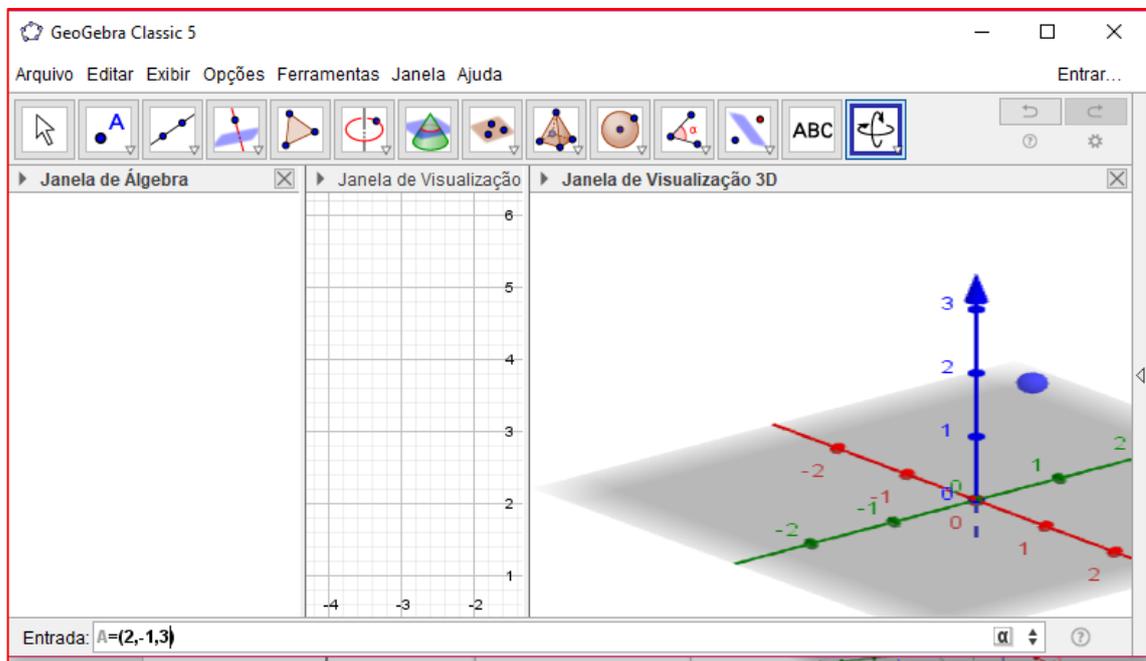
- 3) Construir pontos  $B$ ,  $C$  e  $D$  fora do plano  $XY$ . Como construir um ponto na janela 3D?
- 4) Movimente o ponto criado. O que você observa?
- 5) Agora construa um ponto na janela 3D em que uma das coordenadas seja fixa. O que você observa ao mover o controle deslizante?
- 6) Construa um ponto com as três coordenadas variáveis. Movimente esses controles deslizantes. O que você observa quando:
  - a) Quando duas coordenadas são fixas e uma variável?
  - b) Uma fixa e duas variáveis?
  - c) Três variáveis?

**Figura 57 – Pontos na janela de visualização 3D.**



Fonte: SILVIA; ARAÚJO (2018).

**Figura 58 – Visualização do ponto na janela 3D.**



Fonte: SILVIA; ARAÚJO (2018).

## Parte II – Retas em 3D

- 1) Abra uma nova janela 3D.
- 2) Clique sobre a janela de visualização 3D para aparecer os seguintes ícones

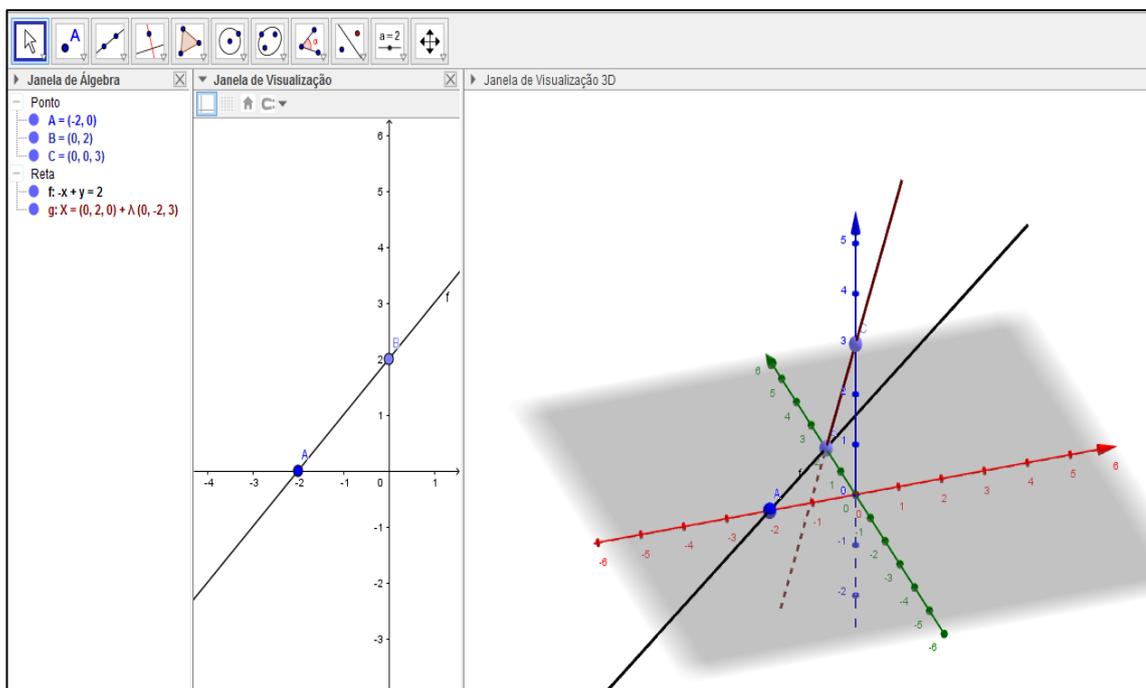


3) Construa uma reta que intercepta o plano  $XY$ . Movimente os pontos dessa reta. O que você observa?

4) Construa a reta que passa por dois pontos quaisquer desde que não seja paralela a  $XY$ , mas intercepte  $XY$ . Movimente o eixo 3D para obter o melhor ângulo de visualização. Qual a condição necessária e suficiente para que uma reta determinada por dois pontos não seja paralela ao plano  $XY$ ?

Obs.: Uma possível construção para pontos na janela de visualização 3D é a figura 55.

**Figura 59 – Construção de retas na janela de visualização 3D.**



Fonte: SILVIA; ARAÚJO (2018).