



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

JOSÉ GLEISON LIMA DA SILVA

MATEMÁTICA BÁSICA EM QUADRINHOS: ALGUMAS APLICAÇÕES DAS HQS
EM SALA DE AULA

FORTALEZA

2020

JOSÉ GLEISON LIMA DA SILVA

MATEMÁTICA BÁSICA EM QUADRINHOS: ALGUMAS APLICAÇÕES DAS HQS EM
SALA DE AULA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional do Centro de Ciências da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Matemática. Área de Concentração: Ensino de Matemática

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Ferreira Melo

FORTALEZA

2020

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

L698m Lima da Silva, José Gleison.
Matemática básica em quadrinhos : algumas aplicações das hqs em sala de aula / José Gleison Lima da Silva. – 2020.
74 f. : il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Departamento de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Fortaleza, 2020.
Orientação: Prof. Dr. Marcelo Ferreira Melo.

1. Histórias em quadrinhos. 2. Ensino de matemática. 3. Topologia. 4. Progressão aritmética. 5. Estatística. I. Título.

CDD 510

JOSÉ GLEISON LIMA DA SILVA

MATEMÁTICA BÁSICA EM QUADRINHOS: ALGUMAS APLICAÇÕES DAS HQS EM
SALA DE AULA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional do Centro de Ciências da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Matemática. Área de Concentração: Ensino de Matemática

Aprovada em:

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Marcelo Ferreira Melo (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Marcos Ferreira Melo
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Ângelo Papa Neto
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
do Ceará (IFCE)

A todos os meus colegas professores, profissionais da educação e demais interessados em fazer a diferença para o bem e o belo ao adicionar à vida ideias inovadoras e instigantes.

AGRADECIMENTOS

À Inteligência Suprema, causa primária de todas as coisas, que escreveu o universo usando, como alfabeto, a matemática.

À minha família que é o meu alicerce nesta vida, e em muitas outras, desde muito tempo, acompanhando minhas quedas e me ajudando a me reerguer.

A todos os professores do curso que nos enriqueceram com seus conhecimentos e agradável companhia, sobretudo ao Prof. Dr. Marcelo Ferreira Melo por aceitar me orientar neste trabalho, usando de paciência e inteligência ao lidar com minha teimosia e ignorância.

Aos meus colegas de curso que compartilharam com humildade o muito que sabiam, sobretudo nas vésperas de provas. De modo especial, à minha querida amiga Ana Maria que esteve presente em toda essa caminhada, me incentivando sempre ao estudo sem o qual não avançaríamos.

Ao meu amigo Alexandre Vidal pelas conversas sobre história, literatura, cinema, pelas ideias e conselhos pertinentes, e pelo incentivo a produção desta dissertação.

À Thaís Paiva que revisou o texto e permitiu que eu o reescrevesse ajustado às normas acadêmicas. Suas palavras, comentários e sugestões foram imprescindíveis para o resultado final deste trabalho.

Aos meus colegas de trabalho da escola Santo Afonso, em especial minhas amigas Jéssica Barroso e Cândida França que leram o manuscrito em fase de produção e me estimularam com suas palavras de encorajamento.

Aos meus alunos da escola que colocaram em prática as atividades aqui propostas. Particularmente, ao meu aluno Leonardo Gomes que deu vida às personagens de Os Novos Pitagóricos, desenhando e redesenhando páginas em um processo conjunto de produção de quadrinhos.

Ao meu primo Yuri Pereira que editou o fanzine 'A fronteira é fechada', o qual apresentei como proposta de atividade à minha turma do Profmat em uma aula de resolução de problemas, estando entre as primeiras sementes deste trabalho.

Ao Doutorando em Engenharia Elétrica, Ednardo Moreira Rodrigues, e seu assistente, Alan Batista de Oliveira, aluno de graduação em Engenharia Elétrica, pela adequação do *template* utilizado neste trabalho para que o mesmo ficasse de acordo com as normas da biblioteca da Universidade Federal do Ceará (UFC).

“As fronteiras da minha linguagem são as fronteiras do meu universo.”

(Ludwig Wittgenstein)

RESUMO

O presente trabalho versa sobre o uso das histórias em quadrinhos no ensino da matemática. Tendo como foco a aplicação de atividades de produção de quadrinhos, como os fanzines e as tirinhas, em turmas do ensino médio. Detalhamos, inicialmente, as etapas de produção de quadrinhos curtos (tirinhas) confeccionados por alunos do ensino médio numa abordagem sucinta das progressões aritméticas e da estatística, a partir da qual podemos avaliar o nível de compreensão e de dificuldades expresso pelos estudantes concernente a esses tópicos. Em seguida, apresentamos uma adaptação própria de um problema topológico para os quadrinhos revisando definições elementares de topologia, objetivando demonstrar a versatilidade dessa mídia na veiculação de qualquer tipo de conteúdo e temática. Finalizamos com uma sugestão de publicação de revista em quadrinhos abordando temas matemáticos básicos, históricos e/ou curiosos, com propostas de uso da mesma em sala aula. Agregando, assim, uma ferramenta adicional ao ensino e à divulgação da matemática.

Palavras-chave: Histórias em quadrinhos. Ensino de matemática. Topologia. Progressão aritmética. Estatística.

RÉSUMÉ

Le présent mémoire concerne sur l'utilisation de les bandes dessinées dans l'enseignement des mathématiques. Se concentrer sur l'application de leurs activités de production dans les classes du secondaire. Nous détaillons dans un premier temps les étapes de production de courtes bandes dessinées réalisées par des lycéens dans une approche succincte des progressions arithmétiques et statistiques, à partir desquelles nous pouvons évaluer le niveau de compréhension et les difficultés exprimées par les étudiants sur ces sujets. Ensuite, nous avons présenté une adaptation d'un problème topologique pour la bande dessinée, en passant en revue les définitions élémentaires de la topologie, dans le but de démontrer la polyvalence de ce média dans la transmission de tout type de contenu et thématique. Nous avons terminé avec une suggestion de publier une bande dessinée couvrant des thèmes mathématiques de base, historiques et curieux, avec des propositions pour l'utiliser en classe. Ainsi, l'ajout d'un outil supplémentaire à l'enseignement et à la diffusion des mathématiques.

Mots-clés: Bande dessinées. Enseignement des mathématiques. Topologie. Progression arithimétique. Statistique.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Tirinha 1 produzida por aluna sobre progressão aritmética	16
Figura 2 – Tirinha 2 produzida por aluna sobre progressão aritmética	17
Figura 3 – Tirinha 3 produzida por aluna sobre progressão aritmética	17
Figura 4 – Tirinha 4 produzida por aluna sobre progressão aritmética	18
Figura 5 – Tirinha 5 produzida por aluno sobre progressão aritmética	19
Figura 6 – Tirinha 6 produzida por aluno sobre progressão aritmética	20
Figura 7 – Tirinha 7 produzida por aluna sobre progressão aritmética	20
Figura 8 – Tirinha 8 produzida por aluna sobre progressão aritmética	21
Figura 9 – Tirinha 9 produzida por aluno sobre progressão aritmética	22
Figura 10 – Tirinha 10 produzida por aluno sobre progressão aritmética	22
Figura 11 – Tirinha 11 produzida por aluno sobre progressão aritmética	23
Figura 12 – Tirinha 12 produzida por aluna sobre porcentagem	24
Figura 13 – Tirinha 13 produzida por aluna sobre amostragem	25
Figura 14 – Tirinha 14 produzida por aluna sobre dados estatísticos	25
Figura 15 – Tirinha 15 produzida por aluna sobre gráfico de linha	26
Figura 16 – Tirinha 16 produzida por aluna sobre gráfico de barras verticais	27
Figura 17 – Tirinha 17 produzida por aluna sobre análise de gráfico	28
Figura 18 – Tirinha 18 produzida por aluna sobre pesquisa estatística	28
Figura 19 – Tirinha 19 produzida por aluna sobre amostragem	29
Figura 20 – Tirinha 20 produzida por aluna sobre dados estatísticos	30
Figura 21 – Tirinha 21 produzida por aluna sobre dados estatísticos	31
Figura 22 – Tirinha 22 produzida por aluna sobre pesquisas e gráficos estatísticos	32
Figura 23 – Capa do fanzine: A fronteira é fechada	37
Figura 24 – Página dois e três do fanzine: apresentação de personagens, do enunciado do problema e da definição de fronteira e bola aberta	38
Figura 25 – Página quatro e cinco do fanzine: definição de conjunto fechado, conjunto aberto, interior de um conjunto e ponto interior	39
Figura 26 – Página seis e sete do fanzine: apresentação da solução do problema	40
Figura 27 – Quarta capa e capa do fanzine: créditos e título	41

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	PRODUZINDO QUADRINHOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO	14
2.1	Descrevendo as etapas do processo de produção de tirinhas	14
2.2	Produzindo tirinhas para falar de progressão aritmética	15
2.3	Produzindo tirinhas para falar de estatística	23
2.4	Algumas considerações sobre a atividade de produção de tirinhas	33
3	UMA APLICAÇÃO DOS QUADRINHOS NAS AULAS DA DISCIPLINA DE GEOMETRIA NO PROFMAT	35
3.1	Algumas definições e resultados elementares sobre topologia	35
3.2	Apresentando a resolução do problema em forma de fanzine	37
3.2.1	<i>A solução do problema e considerações sobre o uso da HQ</i>	40
4	SUGESTÃO DE PUBLICAÇÃO DE HISTÓRIAS EM QUADRINHOS COM TEMAS MATEMÁTICOS	43
4.1	Criando um argumento para uma HQ abordando temas matemáticos	43
4.2	Escrevendo roteiros para uma HQ abordando temas matemáticos	45
4.3	Como usar uma HQ com conteúdo matemático em sala de aula	51
5	CONCLUSÃO	53
	REFERÊNCIAS	55
	APÊNDICES	58
	APÊNDICE A–ROTEIRO ADICIONAL DE OS NOVOS PITAGÓRICOS	58
	APÊNDICE B–PÁGINAS FINALIZADAS DE OS NOVOS PITAGÓRICOS E DO FANZINE ‘A FRONTEIRA É FECHADA’	65

1 INTRODUÇÃO

Uma importante ferramenta de comunicação anteriormente negligenciada e que sofreu fortes resistências para ser aceita, sendo inclusive acusada de corromper e incitar a delinquência entre crianças e adolescentes (VERGUEIRO; RAMA, 2012, p.16), as histórias em quadrinhos têm ganhado mais espaço no século XXI a cada adaptação cinematográfica (CALLARI *et al.*, 2014) e convenção social, como o Festival Internacional de Quadrinhos (FIQ) e a Comic Con Experience (CCXP), reunindo aficionados por games e séries de TV.

Enquanto movimento cultural e social contemporâneo, a nona arte – outra maneira de designar os quadrinhos, segundo Lacassin (1982) – exibe um forte apelo ao público infantil e jovem, alcançando também adultos menos preconceituosos e mais abertos ao novo, bem como aqueles que já são leitores de HQs ¹ desde a infância.

Com uma vasta produção e abordando uma diversidade de temas, desde histórias mais simples e infantis (e não menos encantadoras) até ideias complexas e de divulgação científica, como a obra produzida por dois neurocientistas, Ros e Farinella (2018), que explica de maneira brilhante e sucinta o funcionamento do cérebro ao público geral, mesclando arte, informação e, claro, ciência.

Aos poucos, com o contributo das adaptações de clássicas obras literárias para a linguagem dos quadrinhos, por exemplo os livros ilustrados por Bá e Moon (2007) e Diniz (2019), e o uso das famosas tirinhas em livros didáticos (como a coleção Português Linguagens dos autores Carolina Dias Vianna e William Cereja), tal recurso vem sendo utilizado na educação, aplicada inclusive em vestibulares e no Enem. Podemos também acrescentar a difusão de diversas propostas de incentivo ao uso da mesma como os excelentes cursos realizados por instituições como a Fundação Demócrito Rocha (FDR) que possibilitam a professores e interessados a se aprofundarem em seu uso educacional.

Apesar disso, as histórias em quadrinhos ainda não chegaram a ser usadas em toda a sua amplitude na sala de aula e nem em todas as disciplinas. Sendo muitas vezes subutilizadas, mesmo com o esforço do professor Gonick (2014) e seus livros didáticos em quadrinhos que apresentam temas matemáticos com clareza, sem olvidar o mínimo rigor exigido pelo meio acadêmico. Ou ainda a belíssima e inspiradora contribuição de Doxiadis *et al.* (2010) que biografava o influente matemático, filósofo e lógico inglês do século XX Bertrand Russel, apresentando também outros importantes matemáticos que contribuíram para reescrever a maneira como a

¹ Histórias em quadrinhos

matemática passou a ser compreendida e produzida.

Utilizar esta ferramenta nas aulas de matemática exige dos candidatos a tal ofício, além do conhecimento matemático, o conhecimento prévio da linguagem das HQs e, claro, a criatividade que todo professor procura desenvolver com a experiência em sala de aula para conseguir manter a atenção dos alunos, em especial para temas abstratos desenvolvidos na nossa área de ensino.

Trata-se de uma tarefa, por vezes difícil de ser realizada e, nem sempre exitosa que pode estar relacionada ao modo como a matemática é ensinada conforme afirma Roque (2017, p. 30)

Um dos fatores que contribuem para que a matemática seja considerada abstrata reside na forma como a disciplina é ensinada, fazendo-se uso, muitas vezes, da mesma ordem de exposição presente nos textos matemáticos. Ou seja, em vez de partirmos do modo como o conceito matemático foi desenvolvido mostrando as perguntas às quais ele responde, tomamos esse conceito como algo pronto.

É com essa reflexão sobre o ensino da matemática que podemos compreender de que modo ferramentas como as histórias em quadrinhos, os vídeos do *Youtube* e os aplicativos de *smartphones*, podem ser bem empregados e contribuir para a melhoria da qualidade educacional na disciplina.

Convém ressaltar que isso seria equivalente aos babilônios terem utilizados os recursos tecnológicos de comunicação de sua época (os conhecidos tabletas de argila) com fins educativos, é o que concluímos considerando Roque (2017, p. 47)

Na verdade, presume-se que muitos dos tabletas que nos fornecem um conhecimento sobre a matemática babilônica tinham funções pedagógicas. Tem sido considerada com muita frequência na historiografia a função dos tabletas matemáticos, pois esses textos, em sua maioria, eram escolares e nos dão informações valiosas sobre as práticas educacionais mesopotâmicas.

No que concerne ao uso das HQs, como os professores de matemática podem utilizá-las para obter um relativo êxito educacional, aliando-as a outras práticas pedagógicas, inclusive as tradicionalmente utilizadas? Alguns exemplos práticos aplicados em sala de aula enquanto cursava o Profmat² serão expostos e discutidos no presente trabalho.

² Programa de mestrado semipresencial na área de Matemática com oferta nacional, formado por uma rede de Instituições de Ensino Superior, no contexto da Universidade Aberta do Brasil/Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior (CAPES), e coordenado pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), com apoio do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA).

No capítulo inicial, apresentamos uma atividade de produção de quadrinhos curtos com alunos do ensino médio em turmas de segundo e terceiro ano explorando a capacidade investigativa e interpretativa dos referidos estudantes em conteúdos como as progressões aritméticas e a estatística. Procedendo, assim, um tipo diferenciado de avaliação que amplia as possibilidades de intervenção do professor visando sanar, posteriormente, as dificuldades expostas nos trabalhos elaborados pelos alunos. Procuramos, ainda neste capítulo, detalhar todas as etapas dessa atividade como uma tentativa de exortar outros colegas professores de matemática a executá-la.

No capítulo seguinte, trabalhamos a adaptação da resolução de um problema de Topologia num formato de quadrinho artesanal como resultado de uma proposta de atividade para uma das disciplinas do presente curso. Mostrando a viabilidade do uso dos quadrinhos em qualquer etapa educacional ao expor/revisar através do material confeccionando alguns conceitos elementares topológicos necessários ao entendimento do problema e os detalhes de sua solução.

Por conseguinte, após questionarmos a conveniência desta sugestão didática, sugerimos no último capítulo algumas idéias para a publicação de uma revista em quadrinhos como suplemento difusor de conteúdo matemático, inclusive exibindo algumas etapas de produção dessa revista como a criação de argumentos e a escrita de roteiros para as histórias. Além de reforçar alguns planos de utilização da mesma em sala de aula.

2 PRODUZINDO QUADRINHOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

Segundo Vergueiro e Rama (2012, p.22), as histórias em quadrinhos “podem ser utilizadas tanto como reforço a pontos específicos do programa como para propiciar exemplos de aplicação de conceitos teóricos desenvolvidos em sala de aula.” No caso em questão, não dispondo de material com histórias específicas ao tema, propusemos uma atividade de produção de quadrinhos para estimular a reflexão e o estudo dos temas abordados.

Fazendo-se uso das tirinhas – histórias em quadrinhos curtas – e aplicando corretamente as etapas do processo de produção de HQs (argumento, roteiro, esboços das personagens e de páginas, lápis final, arte-final, letreiramento e colorização), os alunos da escola Santo Afonso desenvolveram suas histórias, de acordo com conteúdos estudados previamente em sala de aula, que foram progressões aritméticas (PA) e alguns conceitos de estatística.

A atividade foi proposta como uma abordagem extra e diversificada dos temas, concomitante ao ensino tradicional e não como uma substituição das aulas expositivas, de exercícios e correções (VERGUEIRO; RAMA, 2012, p.26). Para tal, primeiramente, os alunos entraram em contato com tirinhas publicadas no jornal *O Povo*¹, vendo-as como exemplos e estudando a natureza da linguagem para além da mera apreciação das mesmas. Seguindo-se à pesquisa e o estudo do que e como contar a sua história, tendo como elemento cerne o emprego de algum conceito matemático estudado.

2.1 Descrevendo as etapas do processo de produção de tirinhas

Inicialmente, as aulas regulares e habituais expõem o conteúdo que será desenvolvido e abordado na pesquisa e produção das tirinhas. É a etapa de aulas expositivas, exercícios e correções saneadoras de dificuldades e dúvidas. Assim, podemos continuar a tarefa com o período de alfabetização na linguagem dos quadrinhos (MCCLLOUD, 2007).

Nessa fase, diversas tirinhas foram recortadas das edições diárias do jornal que eram distribuídas na escola à época e repartidas entre os alunos para uma leitura inicial. Para facilitar, a turma foi dividida em equipes visando uma maior interação e trocas de experiências ao verificarem mais atentamente como as pequenas histórias eram contadas, percebendo detalhes como os diferentes estilos de desenho, o layout das tirinhas, o uso das cores, a característica das letras e a própria diversidade de histórias e temáticas.

¹ Jornal brasileiro editado na cidade Fortaleza, o mais antigo em circulação no Estado do Ceará (Fonte: Wikipédia).

Segue-se o planejamento (argumento, roteiro, esboços) e a execução (lápiz final, arte-final, letreiramento, colorização), quando os alunos iniciam a produção de suas próprias tirinhas. Reserva-se um tempo para o amadurecimento e a realização da ideia, incluindo mais pesquisas e busca do material necessário ao trabalho. Sugere-se que os alunos levem a atividade para casa, enquanto as aulas habituais continuam seu ritmo.

Muitos desafios surgem nesse momento para o devido burilo das produções, visto que os alunos precisam ser orientados sobre a necessidade de aprimorar o trabalho e não desistir após as primeiras tentativas. Esclarece-se sobre os detalhes técnicos da linguagem dos quadrinhos, a importância das cores, da letra adequada e legível, de não ser preciso saber desenhar, podendo ser utilizados outros recursos para a construção das imagens (copiar desenhos prontos, colagens, pedir para alguém desenhar).

Ademais, dificuldades como a falta de motivação ou a negação de realizar a atividade são comuns, pois alguns alunos estão acostumados com os métodos tradicionais de ensino, inclusive com todas as deficiências por eles geradas e muitos não se dão conta que repetem processos mecânicos sem a devida reflexão de por que estão fazendo aqueles cálculos, caindo na equivocada e difundida ideia de que estudar matemática é simplesmente ‘fazer contas’. Uma ocasião propícia para esclarecer, dentro da experiência e conhecimento do professor, o que de fato significa fazer matemática.

Assim, os alunos trazem os resultados da elaboração da tarefa, após as correções, sugestões e melhorias aplicadas. Inicia-se a etapa final de avaliação das tirinhas, tanto nos quesitos mais técnicos da linguagem (a arte, o layout, os desenhos, as cores e letras), como na abordagem, criatividade e profundidade com que expressam o conteúdo matemático.

2.2 Produzindo tirinhas para falar de progressão aritmética

A atividade descrita foi realizada com a turma A do segundo ano da escola Santo Afonso no ano de 2019. Convém relevar que as definições presentes, a seguir, nesta seção baseiam-se em Lima *et al.* (2006).

Começamos apresentando a definição: uma sequência numérica na qual a diferença entre cada termo e o seu anterior é um valor constante é dita uma **progressão aritmética**, sendo essa diferença constante chamada **razão** da progressão e representada pela letra r .

Ao escrevermos a progressão aritmética (a_1, a_2, a_3, \dots) , podemos encontrar cada termo da sequência conhecidos o primeiro termo e a razão. Para isso, basta observar que podemos

calcular o segundo termo somando a razão ao primeiro, para obtermos o terceiro somamos a razão duas vezes ao primeiro, e assim por diante até obtermos um **termo geral** a_n somando-se $n - 1$ vezes a razão ao primeiro termo, o que nos leva a expressão $a_n = a_1 + (n - 1)r$.

Essas definições elementares, apresentadas na sala de aula a partir de exemplos concretos em aulas mais expositivas e tradicionais, seguidas por resoluções e correções de exercícios, já nos são suficientes para a segunda etapa de aplicação da atividade, como já mencionada, a leitura e análise de tirinhas do jornal *O Povo*. Seguida do planejamento e da execução da tarefa de produção como descrito anteriormente.

Apresentaremos a seguir uma avaliação da atividade com base em alguns desses quadrinhos.

Na primeira tirinha (Figura 1), vemos a personagem apresentando as definições de progressão ao estudar o conteúdo no primeiro quadro, seguidas de uma observação, em um tom de pilhéria, nos dois outros quadros sobre a sua realidade diante do processo educacional.

Figura 1 – Tirinha 1 produzida por aluna sobre progressão aritmética



Fonte: elaborada por Rayra Emilly, 2º ano A, Colégio Santo Afonso, 2019

No primeiro quadro observamos balões de pensamento com algumas expressões associadas às progressões aritméticas, lei de formação, termos de uma sequência. No segundo e terceiro quadros, os textos de reflexão da personagem: “Sabia que isso podia acontecer cedo ou tarde. A minha educação está encalhada”.

A próxima história (Figura 2) nos situa entre dois amigos durante uma partida de xadrez. Um deles pergunta ao outro o que é uma progressão aritmética (PA), então o amigo responde.

No primeiro quadro, lê-se: “Enquanto isso na sala de xadrez”. O jovem pergunta ao seu amigo: “Rodrigo o que é uma PA?”. No segundo quadro, Rodrigo responde: “Uma

Figura 2 – Tirinha 2 produzida por aluna sobre progressão aritmética



Fonte: elaborada por Ingrid Kathleen, 2º ano A, Colégio Santo Afonso, 2019

progressão aritmética é uma sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é igual à soma do anterior pela razão constante”. Nos dois últimos, o amigo comenta: “Atá, entendi. Eu achei que eram pontos alternativos”. E Rodrigo conclui: “Rafael sendo Rafael”.

Na Figura 3 a professora dá um exemplo de progressão aritmética a partir de uma situação concreta que não se encaixa na realidade do aluno, o fator que ocasiona a comicidade da história.

Figura 3 – Tirinha 3 produzida por aluna sobre progressão aritmética



Fonte: elaborada por Raryma Naara, 2º ano A, Colégio Santo Afonso, 2019

No primeiro quadro a professora questiona: “Se você pedir ao seu pai 6 reais, depois 11, depois 16, 21, 26 e 31 reais, você terá uma PA?”. “Não, professora!”, responde o aluno no segundo quadro. Então, no terceiro quadro, a professora declara: “Você não sabe nada de matemática”. E o aluno contesta no último quadro: “E a senhora não sabe quem é meu pai”.

O Aluno pode ter entendido o exemplo, respondendo corretamente a pergunta com base na sua realidade social e familiar que a professora desconhece (CALDEIRA, 2009). Este exercício vai além do conceito matemático apresentado, mostrando uma situação bastante

presente em sala de aula quando há um distanciamento afetivo entre educador e educando, ou, ainda, quando os exemplos apresentados não se aproximam da vivência do aluno, tendo, às vezes, um sentido absurdo ou impraticável.

O que compromete o processo de ensino-aprendizagem provindo dessa natural interação, desde que, segundo Freitas e Forster (2016)

Na atualidade, importa considerar que educandos e educadores (trans)formam-se mutuamente nos processos de ensinar e de aprender, perpassados pela pesquisa, e deflagram percursos formativos singulares, mobilizados pela emoção/-reflexão que emergem nessa interação.

Mais ainda, de acordo com Leite e Kager (2009)

Assume-se que o sucesso da aprendizagem escolar dependerá, em grande parte, da qualidade da mediação pedagógica do professor: ressalve-se, no entanto, que a qualidade desta mediação, que se estabelece entre sujeito (aluno) e objeto (conteúdos escolares), é, também, de natureza afetiva.

A seguir, a Figura 4 situa-nos entre dois amigos em uma conversa sobre estudos. Os dois travam diálogos em que um responde ao outro a respeito do que cada um sabe e aprendeu. E, assim, surgem os conceitos associados de progressão aritmética seguidos, inclusive, de um exemplo para calcular a razão de uma PA dada.

Figura 4 – Tirinha 4 produzida por aluna sobre progressão aritmética



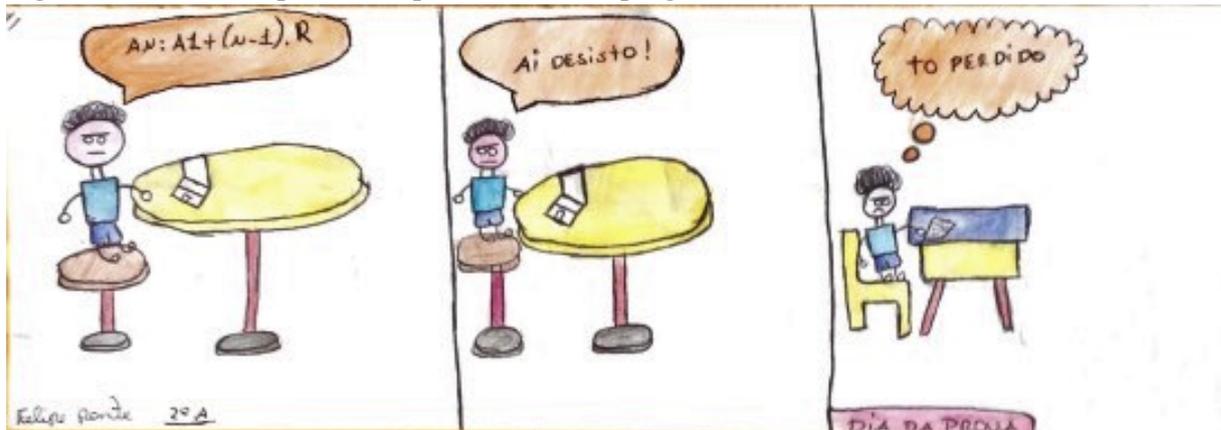
Fonte: elaborada por Vitória Aquino, 2º ano A, Colégio Santo Afonso, 2019

A conversa exibida no primeiro quadro, o primeiro personagem comenta e pergunta: “Cara, comecei a estudar PA ontem. Você sabe o que é?”. E a resposta do outro define: “Sim. É toda sequência em que cada termo é igual à soma do antecessor com a razão”. No quadro seguinte, o primeiro personagem volta a questionar: “E você sabe como se encontra a razão?”, que é respondida por: “Claro, né? É só subtrair um termo pelo seu antecessor”. No último

quadro, o investigador avalia: “Então qual é a razão da PA (2, 13, 24, 25, ...)?”. Logo, o outro responde: “11, pois se eu subtrair o 13 pelo 2 vai ficar 11”. Após o teste, o primeiro cumprimenta: “Parabéns, amigo. Você é muito inteligente”.

Na próxima tirinha (Figura 5), temos assim como na primeira (Figura 1) um jovem refletindo sobre seu processo de aprendizado diante do estudo da progressão aritmética. O texto é claro e preciso, indicando os possíveis resultados após uma avaliação, visto que a personagem desiste de estudar ao se defrontar com as dificuldades naturais da aprendizagem. Detalhes de transição temporal reforçam a angústia do aluno quando chega o dia da prova e destacam a difundida ideia de que se estuda para ser avaliado (LEITE; KAGER, 2009). Uma reflexão premente e profunda que não nos pode escapar em toda a singeleza destes desenhos, sobretudo quanto à essência do estudo da matemática, sobre a qual traremos outras observações mais adiante.

Figura 5 – Tirinha 5 produzida por aluno sobre progressão aritmética



Fonte: elaborada por Felipe Ponte, 2º ano A, Colégio Santo Afonso, 2019

Mais algumas especificidades sobre as progressões aritméticas aparecem na Figura 6: uma tirinha de extrema simplicidade que apresenta a expressão para o termo geral e um trocadilho com a palavra ‘razão’, usada para definir a diferença constante entre termos consecutivos da PA, como definido anteriormente, e o seu significado na linguagem corrente, ou seja, a habilidade para fazer avaliações de maneira correta, a ideia de bom senso, juízo.

No primeiro quadro, o personagem apresenta: “ $A_n = A_1 + (n - 1)r$, essa é a fórmula para descobrir o termos geral da PA”. Outro personagem pergunta no segundo quadro: “Por que a fórmula tem que saber o ‘r’ da PA?”. E o outro responde: “Porque a PA sempre tem razão. E sem razão não é PA”. Convém ressaltar que o estilo minimalista usado pelo aluno não interfere no êxito da tarefa. O mais importante é o conteúdo estudado para transmitir a mensagem desejada.

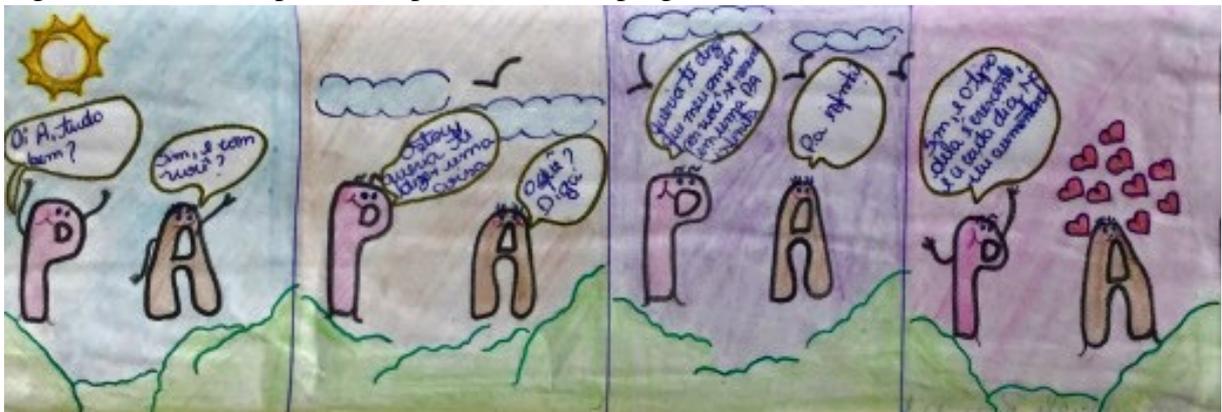
Figura 6 – Tirinha 6 produzida por aluno sobre progressão aritmética



Fonte: elaborada por aluno, 2º ano A, Colégio Santo Afonso, 2019

As duas próximas tirinhas – Figuras 7 e 8 – fogem da proposta primeira da atividade ao abordarem superficialmente os temas exigidos, muito embora exibam uma excelente criatividade e equivalente esforço por parte das alunas que não se esquivaram a tarefa, assaz desafiadora a maioria dos estudantes.

Figura 7 – Tirinha 7 produzida por aluna sobre progressão aritmética



Fonte: elaborada por Adriele Rosa, 2º ano A, Colégio Santo Afonso, 2019

Observa-se na Figura 12:

A letra *P* saúda: “Oi, A. Tudo bem?” E é respondida pela letra *A*: “Sim, e com você?” A letra *P* continua: “Estou. Quería te contar uma coisa?” Então, a outra letra indaga: “O quê? Diga”. E a letra *P* completa: “Quería te dizer que meu amor por você se expressa em uma *PA* infinita”. Após não compreender a declaração, a letra *A* questiona: “*PA* infinita?” E a letra *P* ajunta: “Sim, e o tipo dela é crescente, e a cada dia só vai aumentando”.

Lê-se na Figura 8: “Amor, você sabe que meu coração bate igual uma *PA*!”, afirma a moça. Sendo questionada pelo rapaz “Por que amor?”, ela responde: “Pois ele bate em uma gigantesca sequência”.

Figura 8 – Tirinha 8 produzida por aluna sobre progressão aritmética



Fonte: elaborada por Yorrana Marcelly, 2º ano A, Colégio Santo Afonso, 2019

Apesar da superficialidade, tais tirinhas podem ajudar o professor a verificar se os seus alunos assimilaram a ideia apresentada ou se perguntar quais as reais dificuldades enfrentadas por eles. Propondo uma revisão do material apresentado e um possível aprofundamento, como procedido em alguns casos, ou esperando a conclusão da atividade onde poderá comentar com a turma os pontos que merecem destaques e esclarecimentos, em uma proposta inovadora de avaliar a partir da reflexão de Leite e Kager (2009) que apregoa:

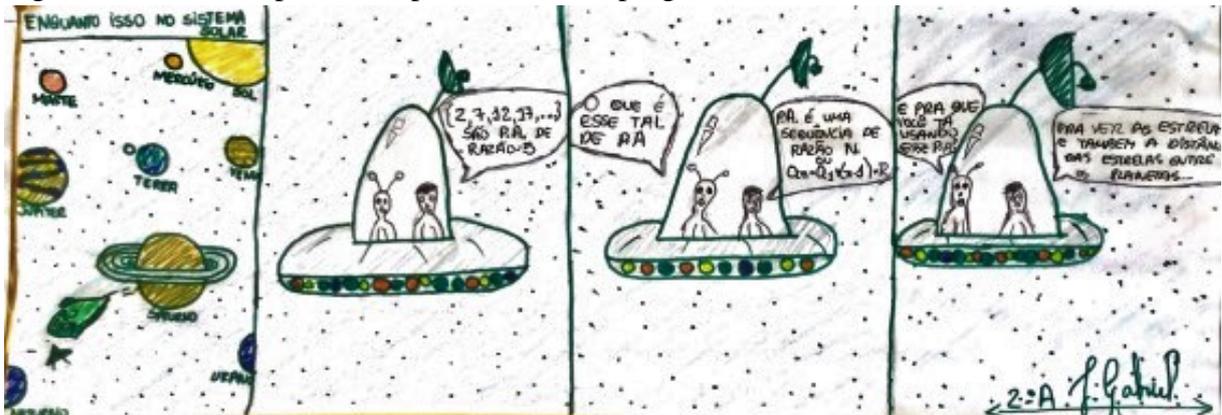
Para que surjam novas práticas de avaliação dentro de uma sociedade conservadora como a nossa, e no contexto de uma pedagogia autoritária ainda presente em nossas escolas, é necessário que o educador esteja preocupado em redefinir os rumos de toda a sua prática pedagógica.

Continuamos com a Figura 9, vemos uma tirinha exibindo um sistema solar e duas personagens viajando em um disco voador. Uma delas comenta sobre a progressão aritmética (2, 7, 12, 17, ...) de razão igual a 5; e depois esclarece a dúvida sobre o que é uma PA ao explicitar o termo geral. A história se encerra quando o alienígena pergunta qual a aplicação daquele conhecimento e o outro diz usá-lo para ver as estrelas e calcular distâncias entre elas e planetas.

Na tirinha seguinte (Figura 10), vemos os termos de uma sequência finita de números ímpares, escritos na notação de conjunto, considerados como uma progressão aritmética e um par de algarismos formando um número impossibilitado de pertencer a mesma. Este exemplo extrapola os conceitos matemáticos ao expor uma problemática social de pertencimento e exclusão, de família tradicional, de não se encaixar em determinados padrões, sobretudo no contexto do surgimento de tribos urbanas, conforme afirma Pereira (2007)

Hoje, no cenário urbano brasileiro, não cessam de surgir novas tribos adolescentes que marcam fronteiras simbólicas de distinção e prestígio, enfatizando a urgência de se tornar único e, ao mesmo tempo, par. Reflexo da sociedade

Figura 9 – Tirinha 9 produzida por aluno sobre progressão aritmética

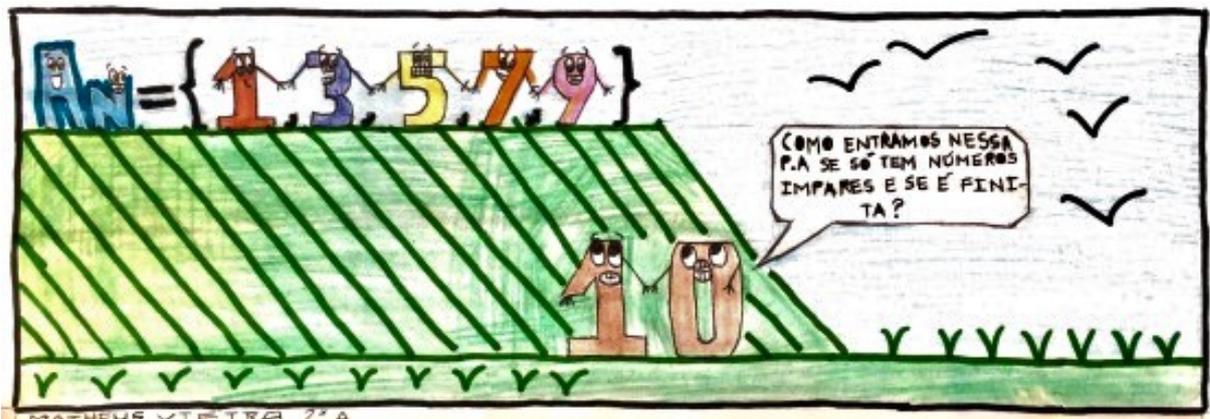


Fonte: elaborada por João Gabriel, 2º ano A, Colégio Santo Afonso, 2019

moderna individualista, por certo, mas, sobretudo, um processo de construção de representações, os "estilos de vida" adolescentes ocupam todos os espaços sociais.

No texto, o número 10 formado pelos algarismos 1 e 0 de mãos dadas como um casal pergunta: “Como entramos nessa PA se só tem números ímpares e se é finita?” A expressividade nos detalhes (dos olhos, sorrisos e mãos) aliada ao texto direto e curto contribui para essa tirinha de quadro único ampliar seu alcance narrativo.

Figura 10 – Tirinha 10 produzida por aluno sobre progressão aritmética



Fonte: elaborada por Matheus Vieira, 2º ano A, Colégio Santo Afonso, 2019

Para finalizar os exemplos trazidos nessa atividade, a Figura 11 traz, expondo a discutível questão da praticidade do conhecimento, copiada em quase sua totalidade de uma tirinha de *Calvin e Haroldo*², com apenas uma mudança no texto inicial.

No primeiro quadro o professor pergunta se ‘Sávio’ saberia informar qual a fórmula de uma PA e como encontrar a razão. Nota-se um balão de pensamento com a resposta que ele

² Série de tiras criada, escrita e ilustrada pelo autor norte-americano Bill Watterson e publicada em mais de 2000 jornais do mundo inteiro entre 18 de novembro de 1985 e 31 de dezembro de 1995, tendo ganhado em 1986 e 1988 o Reuben Award, da Associação Nacional de Cartunistas dos Estados Unidos.

Figura 11 – Tirinha 11 produzida por aluno sobre progressão aritmética



Fonte: elaborada por Letícia Guedes, 2º ano A, Colégio Santo Afonso, 2019

espera do aluno. Entretanto, o garoto responde conhecer muito sobre o universo dos super-heróis. Mas, após uma reprimenda do professor, ele observa que tal conhecimento não tem utilização prática.

Confronta-se aqui a ideia de que o conhecimento dos quadrinhos é visto como inútil pelo jovem que muitas vezes, pela sua imaturidade, atribui a mesma observação à matemática. É interessante notar como o pensamento do aluno (criança, adolescente) também é compartilhado pelo professor (adulto). Chega a ser irônica, ainda que auspiciosa, a presença dessa tirinha neste trabalho, visto que a mesma surgiu de modo espontâneo por parte da aluna que a produziu, não havendo nenhuma intervenção/sugestão do professor.

Antes de fazermos algumas considerações gerais sobre esta atividade, vejamos mais um exemplo de aplicação do conhecimento matemático na produção de tirinhas em outra série e com diferente conteúdo.

2.3 Produzindo tirinhas para falar de estatística

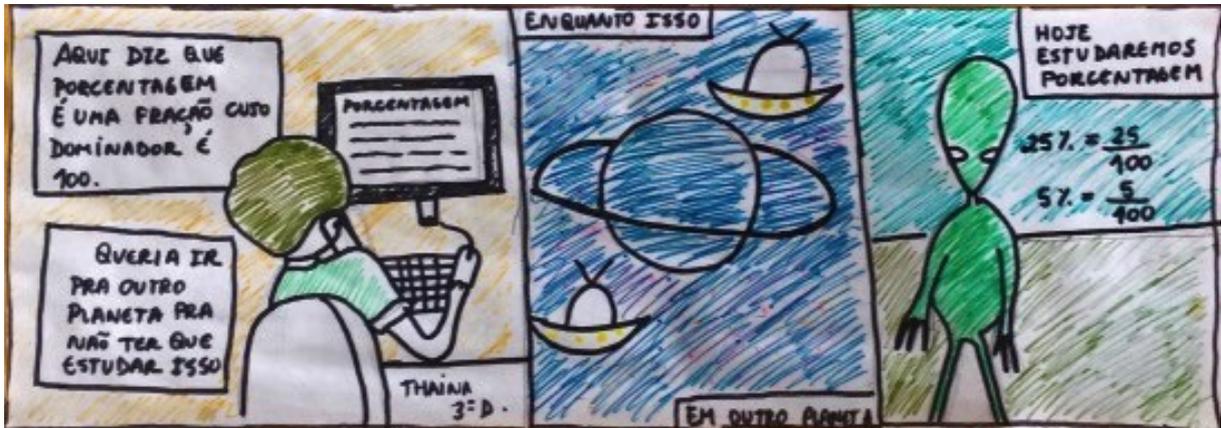
Semelhante atividade de produção de tirinhas foi proposta às turmas A, B, C e D do terceiro ano da escola Santo Afonso no ano de 2019. Após as definições elementares de estatística como a ciência que estuda a coleta de dados, a organização e apresentação dos mesmos para posterior análise, os alunos puderam desenvolver através de exemplos e pesquisas, tirinhas nos moldes descritos anteriormente, que visou aprofundar os estudos sobre o assunto em questão.

Analisemos alguns resultados dessa produção.

A Figura 12 nos mostra um aluno pesquisando na internet sobre porcentagem – um cálculo elementar que, infelizmente, ainda gera muita dúvida em estudantes, mesmo no nível médio. Um reflexo dos baixos índices de aprendizagem existentes e do aparente fracasso do

nosso sistema educacional (G1 EDUCAÇÃO, 2019).

Figura 12 – Tirinha 12 produzida por aluna sobre porcentagem



Fonte: elaborada por Thainá, 3º ano D, Colégio Santo Afonso, 2019

É interessante notar como o tema da universalidade da matemática é abordado nesta tirinha, quando o aluno afirma no primeiro quadro que gostaria de estar em ‘outro planeta pra não ter que estudar isso’ e, então, vemos no terceiro quadro que ‘em outro planeta’ também se estuda o mesmo conteúdo.

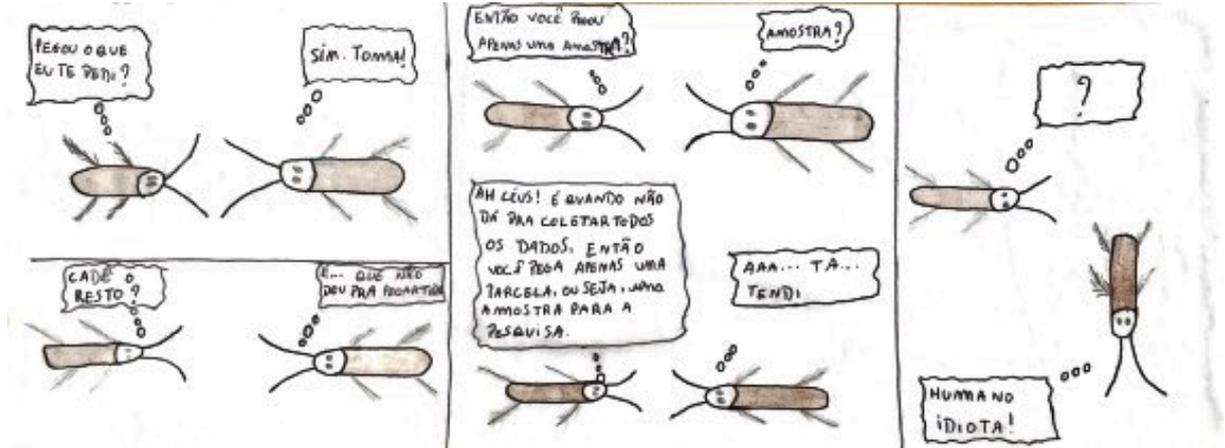
Uma oportuna ocasião para o professor fazer observações sobre esta suposta universalidade, pontuando, por exemplo, a questão colocada pela Modelagem Matemática que, segundo Caldeira (2009),

não se trata apenas de aprender, na escola, as regras e convenções estabelecidas pela matemática “universal” e usá-la para conhecer sua realidade, compreendê-la e modificá-la, mas que a escola favoreça que o estudante perceba que possa existir além daquela que ele já conheceu na escola e usa nas suas práticas sociais, um outro significado das proposições matemáticas que possa também ser usada no seu dia-a-dia e comparada com aquela dita universal.

Na tirinha 13 (Figura 13), exibiu-se um diálogo entre insetos no qual a técnica de amostragem é explicada.

No primeiro quadro, um dos insetos pergunta: “Pegou o que eu te pedi?”. O outro responde: “Sim. Toma!”, e é questionado: “Cadê o resto?”. Tendo como resposta: “É... que não deu pra ficar à toa”. No segundo quadro, mais uma pergunta: “Então você pegou apenas uma amostra?”. Como o outro não sabe do que se trata uma ‘amostra’, ele, impaciente, explica: “Ah, céus! É quando não dá pra coletar todos os dados. Então você pega apenas uma parcela, ou seja, uma amostra para a pesquisa”. E mesmo que o outro afirme, sem convicção, que entendeu, percebemos que ele ficou com dúvidas.

Figura 13 – Tirinha 13 produzida por aluna sobre amostragem



Fonte: elaborada por aluna, 3º ano A, Colégio Santo Afonso, 2019

A Figura 14 (tirinha 14) nos apresenta a banalização da violência, através da mediocrização da estatística, quando utilizada recorrentemente nas mídias produzindo a perda de sensibilidade ou a indiferença aos acontecimentos (SEPULVEDA, 2016). Percebemos que os dados apresentados, resultado de uma pesquisa ficcional, não produzem a devida reflexão e mudança de comportamento que a ciência estatística propõe, vulgarizando sua interpretação e enfatizando a sensação de indiferença.

Figura 14 – Tirinha 14 produzida por aluna sobre dados estatísticos



Fonte: elaborada por Thaynara, 3º ano A, Colégio Santo Afonso, 2019

Transcrevendo indiretamente os textos, temos um cachorro perguntando a seu amigo gato se ele soube do assassinato que aconteceu nos esgotos. Após a resposta afirmativa do gato, o cão pergunta se o gato acredita que vão achar o assassino, ao que o gato responde negativamente e que este crime “será só mais uma estatística”. Para justificar ele apresenta um dado percentual sobre a população dos esgotos que morre todo dia e nada acontece.

Uma constatação bastante factual presente na realidade urbana, sobretudo nas peri-

ferias e bairros mais marginalizados, onde muitos jovens vivem e estudam. Alguns tomando a atitude apreensiva do cachorro, enquanto outros exibem a indiferença do gato.

A tirinha seguinte (Figura 15) traz outra situação bem atual também associada à violência (G1 MONITOR DA VIOLÊNCIA, 2018). Dessa vez gerando mudança comportamental e reivindicações sociais, apesar da resistência por parte de alguns grupos. Vale ressaltar que o gráfico apresentado é autêntico, reforçando a proposta da tarefa de apresentar elementos verdadeiros de aplicações da estatística no cotidiano.

Figura 15 – Tirinha 15 produzida por aluna sobre gráfico de linha



Fonte: elaborada por Ana Majory, 3º ano A, Colégio Santo Afonso, 2019

No início da tirinha, temos o gráfico indicando o crescimento no número de mulheres assassinadas no Brasil nos últimos anos (com referência ao ano da atividade). Em seguida, vemos uma mulher a participar de uma manifestação com uma placa onde se lê “Nenhuma a menos”. E conclui com um homem visivelmente encolerizado desconsiderando e diminuindo a exposição feita no cartaz ao declarar “Isso é mi mi mi”.

Os detalhes técnicos da tirinha (imagens e texto) trabalhados com maestria casam perfeitamente com a atividade ao exibirem o conteúdo (uma interpretação de gráfico) numa intervenção direta com a realidade em que vivemos, possibilitando um alcance mais abrangente com a sociedade, nos chamando também atenção à importância do conhecimento científico (no nosso caso a matemática) em nossas vidas.

Na próxima tirinha (Figura 16) temos outra situação fictícia onde estudantes de Hogwarts, a escola de magia da série de livros infanto-juvenis Harry Potter³, decidindo em qual casa um deles vai estudar. Para isso, a aluna criou um gráfico de barras verticais no terceiro quadro para justificar a escolha da sua personagem.

³ Série de sete romances de fantasia escrito pela autora britânica J. K. Rowling (Fonte: Wikipédia).

Figura 16 – Tirinha 16 produzida por aluna sobre gráfico de barras verticais



Fonte: elaborada por Eduarda, 3º ano A, Colégio Santo Afonso, 2019

Lemos no quadro inicial, o menino questiona: “Então, Luna, quer dizer que você não acha que a Griffinória é a melhor casa?” Luna contesta: “Não, tenho certeza que a melhor casa é a minha. A Corvinal.” Continuando no quadro seguinte, o menino argumenta: “Dê uma olhada naquele cartaz ali.” No último quadro aparece um gráfico de barras verticais com o seguinte texto acima: “Em Hogwarts existem 4 casas: Lufa-lufa, Griffinória, Corvinal e Sonserina. O gráfico a seguir mostra o número de pontos que cada casa recebe.”

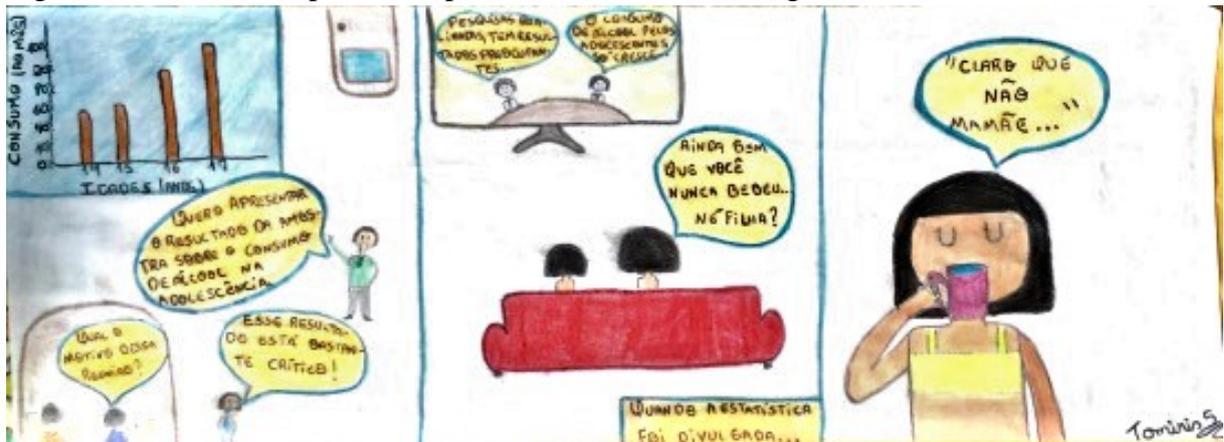
É possível perceber que a barra com maior altura (quantidade de pontos) corresponde ao G da casa Griffinória, justificando a atitude contestadora e confiante do garoto. Isso demonstra como a aluna compreende a construção e leitura de um gráfico de barras, após os exercícios tradicionais específicos realizados em aulas anteriores, indicando o conhecimento científico para justificar uma argumentação. O que é feito com profundidade em diversas questões do Enem.

Continuando, a tirinha 17 (Figura 17) exhibe uma pesquisa sobre o consumo de álcool na adolescência – quadro um. As personagens, mãe e filha, assistem ao noticiário que apresenta uma reportagem sobre o assunto – quadro dois. Após a mãe perguntar se a filha já bebeu, a jovem responde que não, embora o desenho expresse o contrário – quadro três.

No primeiro quadro ainda vemos um gráfico de barras verticais apresentando a idade de jovens (entre 14 e 17 anos) e o índice de consumo. Um homem inicia a reunião: “Quero apresentar o resultado da amostra sobre o consumo de álcool na adolescência.” Um outro comenta: “Esse resultado é bastante crítico”. No quadro seguinte, os repórteres na televisão informam: “Pesquisas realizadas têm resultados preocupantes. O consumo de álcool pelos adolescentes só cresce”.

Os quesitos técnicos dessa tirinha (letramento e desenhos pequenos demais nos dois primeiros quadros) nos impedem de contemplar o alcance da mesma. Ainda assim, podemos

Figura 17 – Tirinha 17 produzida por aluna sobre análise de gráfico



Fonte: elaborada por Tamires Silva, 3º ano A, Colégio Santo Afonso, 2019

inferir, mais uma vez, sobre a realidade dos alunos pela abordagem de temas importantes de serem debatidos e explorados (nesse caso, o consumo de álcool na adolescência), numa tirinha que vai além da proposta inicial. Aproximando-se, inclusive, de outras áreas de ensino num conceito mais amplo de interdisciplinaridade que, segundo Garcia (2012),

...na forma de um diálogo entre as disciplinas, por exemplo, seria capaz de instalar um movimento no currículo, que articula diversas experiências de aprendizagem e tende a potencializar todo um exercício de percepção do escopo e contribuições das disciplinas, ou mesmo solicitar visões e saberes externos a elas.

A seguir, na tirinha 18 (Figura 18) vemos uma repórter entrevistando uma jovem acerca do seu conhecimento sobre estatística com dados possivelmente inverídicos. O interessante é a pergunta final da jovem à repórter – “Vai cair no Enem?” –, que conclui, após a resposta negativa, não se importar com aquele assunto. Vemos a versão utilitarista da matemática ressignificada para os tempos atuais.

Figura 18 – Tirinha 18 produzida por aluna sobre pesquisa estatística



Fonte: elaborada por aluna, 3º ano A, Colégio Santo Afonso, 2019

A repórter inicia, no primeiro quadro, o texto: “Cerca de 70% da população não sabe o que é estatística e os outros 20% não liga”. No quadro seguinte ela pergunta a uma jovem: “Você sabe o que é estatística?” E após a negativa da entrevistada, explica: “É um método de técnica de pesquisa”. No último quadro, ela tenta encorajar a garota ao perguntar: “Agora você usará estatística diariamente?” E vem a resposta sincera: “Vou esquecer isso em dois minutos, cara”. A repórter ainda adverte: “Mas é um assunto muito importante”. Prossegue, então, o questionamento já explicitado: “Vai cair no Enem?” A repórter nega e a jovem conclui: “Então não me importa, cara”.

Evidencia-se no início da fala da repórter o erro crasso no uso da porcentagem, talvez por desatenção da aluna ou, como já expressamos antes, por dificuldades elementares no assunto. Além disso, podemos perceber que apesar da jovem se dizer preocupada apenas em estudar conteúdos cobrados no Enem, há uma notável contradição no desconhecimento da jovem quanto a esses conteúdos visto que estatística é um dos temas recorrentes nas provas do exame (GUIA DO ESTUDANTE, 2019b).

A tirinha 19 (Figura 19), por sua vez, nos esclarece uma dúvida comum à grande parte das pessoas quando o personagem Carlos pergunta a Manuel como é possível acreditar nas pesquisas sendo que ele, em trinta anos de vida, nunca foi entrevistado. Manuel justifica explicando a técnica de amostragem no segundo quadro.

Figura 19 – Tirinha 19 produzida por aluna sobre amostragem



Fonte: elaborada por Cecília, 3º ano A, Colégio Santo Afonso, 2019

Transcrevendo os textos começamos com um personagem exibindo um jornal ao amigo: “Carlos, olha a estatística publicada no jornal”. Carlos então questiona: “Manoel, você acredita nessas pesquisas? Já tenho 30 anos e nunca fui entrevistado”. Manoel justifica no quadro seguinte: “É porque eles entrevistam apenas uma parte da população, que é a amostra,

e depois fazem a relação com o todo”. No terceiro quadro, o outro observa: “Há. Então eles seriam ótimos políticos”. Manoel contesta: “Por que, Carlos?” E Carlos se justifica: “Porque pelo menos eles escutam a população”.

A conversa entre os amigos se conclui com a análise da reportagem que aparece no jornal no primeiro quadro: “pesquisas apontam que mais de 60% da população está insatisfeita com as medidas do governo”. Carlos ironiza ao afirmar que os políticos seriam ótimos, porque pelo menos escutam a população, tendo em vista os dados apresentados na manchete do jornal. Demonstrando uma certa criticidade após a explicação do amigo Manuel.

A tirinha 20 (Figura 20), assim como a tirinha 15 (Figura 15), se utiliza de dados estatísticos verídicos (UFJF NOTÍCIAS, 2017) para refletir sobre outra problemática ainda existente (o problema da desigualdade social, discriminação e preconceito).

Figura 20 – Tirinha 20 produzida por aluna sobre dados estatísticos



Fonte: elaborada por Ían, 3º ano A, Colégio Santo Afonso, 2019

Podemos confrontar, inclusive, tal abordagem produzida de maneira clara e precisa com aquelas que questionam o uso da matemática. Sem dúvida, a estatística nos proporciona inúmeros exemplos dos benefícios do conhecimento matemático em nossas vidas. A mudança de comportamento com base em análise de dados é um deles. Possibilitada pela visão crítica das nossas atuais escolhas e postura diante da realidade numa interpretação e ferramenta prática do asserto filosófico ‘conhece-te a ti mesmo’.

No texto aparece o título da tirinha ‘O sol nasce para todos’ num lembrete à igualdade de direitos respaldada pela constituição, o que reforça o tom de crítica nas informações extraídas de reportagens: “Segundo as estatísticas apenas 34% dos alunos do ensino superior são negros no Brasil. Somente 12,8% dos negros têm acesso à escola”. Na imagem dois jovens caminham para os prédios escolares. No último quadro uma figura humana sem rosto pergunta: “Você ainda

acha que todos têm as mesmas oportunidades?”

Na tirinha 21 (Figura 21), contrariamente, vemos de maneira superficial o conhecimento estatístico sendo usado para justificar o excesso de velocidade e o avanço de sinal – duas transgressões gravíssimas das leis de trânsito.

Figura 21 – Tirinha 21 produzida por aluna sobre dados estatísticos



Fonte: elaborada por Ingrid, 3º ano A, Colégio Santo Afonso, 2019

Pontos de vista equivocados como esse suscitam discussões pertinentes em sala de aula sobre segurança no trânsito, respeito às leis, cidadania, responsabilidade, entre outras possibilidades. Além do já mencionado uso errôneo da ciência e da lógica para justificar ações prejudiciais individuais e coletivamente, que nos leva a legitimar o papel essencial da educação – no caso em questão, da matemática – para tomarmos decisões acertadas em nossas vidas.

Apesar dos enganos, tal tirinha demonstra um apuro técnico excepcional. Observamos, no primeiro quadro, o carro em alta velocidade avançar o sinal, notamos o detalhe da placa indicando o limite de velocidade da via. No quadro seguinte, um close no velocímetro do veículo. Por último, um quadro admirável por exibir apenas os balões de diálogo. Primeiro a pergunta: “Qual a razão dessa pressa?” Depois a resposta: “Estatisticamente, há mais possibilidade de ter um assalto parado no semáforo, eu apenas quero passar menos tempo num”. Ficamos imaginando todo esse talento sendo usado para transmitir ideias matemáticas com toda essa clareza e amplitude.

Para finalizar, a Figura 22 (tirinha 22) divide em cada um dos seus quadros três situações distintas interligadas pelo tema em comum: a estatística.

No primeiro quadro, dois jovens discutem sobre uma reportagem que versa sobre a melhoria na taxa de escolarização entre crianças e jovens. Um rapaz comenta: “Cara, olha que legal! A taxa de escolarização dos brasileiros entre 5 e 17 anos já passa de 93%. Você leu essa

Figura 22 – Tirinha 22 produzida por aluna sobre pesquisas e gráficos estatísticos



Fonte: elaborada/adaptada por Bruna Evelyn, 3º ano B, Colégio Santo Afonso, 2019

notícia?” Ironicamente, o segundo rapaz responde: “Li, mas não entendi quase nada”, o que critica a informação apresentada. No segundo quadro, temos um homem lendo um jornal. Na manchete se lê: “529 mil alunos tiraram zero na redação do Enem”. O rapaz ao lado conclui com um pensamento: “Não passei”.

Concluindo a composição, dois gráficos distintos personificados – um de barras e o outro de setores – esclarecem como são construídos. O gráfico de barras explica: “Marcamos os pontos determinados pelo pares ordenados (classe, frequência) e os ligamos ao eixo das classes por meio de barras verticais. E vocês?” O gráfico de setor responde: “Dividimos o círculo em setores de medidas diretamente proporcionais às frequências das classes. Estamos indo bem!”

Como vemos, muitas possibilidades educacionais são levantadas nessa tirinha, executada com precisão tanto quanto a qualidade gráfica bem como o domínio do conteúdo, embora adapte e copie algumas idéias de charges integradas à originalidade do último quadro.

Podemos perceber, no geral, que a atividade de produção de quadrinhos expõe uma oportuna questão sobre os métodos avaliativos tradicionais que, por vezes, escapam do seu propósito fundamental de verificar se os alunos estão aprendendo e se a metodologia usada pelo professor está cumprindo o seu papel.

Acordando, porém, com a proposta de Leite e Kager (2009) quando dizem que “avaliar implica a emissão de julgamentos de valores, a partir de dados coletados, visando a uma tomada de decisão”.

2.4 Algumas considerações sobre a atividade de produção de tirinhas

Além do óbvio emprego da arte, da capacidade de comunicação e de produção de conhecimento, entre outros, tal atividade proporcionou interação social e perspectivas diversas sobre como enxergamos a matemática. Sobretudo porque ao final da produção os alunos puderam compartilhar seus trabalhos, em um momento no qual toda a classe leu, comentou e escolheu os melhores quadrinhos. Uma oportunidade de revisão e ampliação dos conhecimentos estudados e discutidos em exercícios e correções nas aulas tradicionais, vistos sob outro prisma.

Verificamos também a possibilidade de avaliar o aluno com base na sua capacidade de comunicar o que aprendeu, apesar de alguns não dominarem com precisão a linguagem das tirinhas. O que pode ser resolvido com mais experiência e uma melhor interação entre outras áreas educacionais como as disciplinas de artes, português e redação, por exemplo. Outro ponto relevante é: a interdisciplinaridade presente nas tirinhas produzidas. Vemos a inter-relação com outras áreas de conhecimento numa perspectiva de um trabalho conjunto que facilita o desenvolvimento educacional com um todo (GARCIA, 2012).

Ainda sobre as tirinhas como método avaliativo, observamos esta modalidade para além dos tradicionais testes escritos, que tem a sua função e importância, mas que não podem ser limitadores e únicos quando nos referimos à avaliação (LEITE; KAGER, 2009). Verificamos dificuldades na compreensão e na exposição de alguns conceitos, mas também exemplos bem sucedidos, de expressiva criatividade e capacidade crítica. Num uso do conhecimento, em alguns casos, ademais do comum e habitual.

De resto, a produção de um conteúdo original ainda que inspirado ou adaptado de outras obras impossibilita os alunos de esconderem suas limitações e fraquezas ao copiar atividades e trabalhos dos colegas ou de colar em provas, algo bastante corriqueiro no atual sistema. Ou ele estuda e mostra o que aprendeu ao contar sua 'história' ou acaba por negligenciar a atividade como costuma fazer com as outras. Isso explica porque uma turma apresentou inúmeras boas produções, enquanto outras apresentaram poucas ou nenhuma.

Com base nessa análise o professor pode tomar medidas que visem sanar os problemas apresentados, aprimorando as aulas, mudando o planejamento e investindo em outras abordagens que podem alcançar as deficiências de aprendizagem, estimulando cada vez mais a participação efetiva e o envolvimento do aluno no conhecimento matemático.

Vejamos mais um exemplo prático do uso das HQs aplicado em sala de aula no ensino da matemática. Dessa vez, na disciplina de Geometria do Profmat e usando uma produção

de quadrinho artesanal. Atestaremos mais uma vez à versatilidade e possibilidades educacionais desta mídia aplicada à ‘rainha das ciências’, na descrição de Carl Friedrich Gauss da matemática.

3 UMA APLICAÇÃO DOS QUADRINHOS NAS AULAS DA DISCIPLINA DE GEOMETRIA NO PROFMAT

Na disciplina de Geometria (MA 13) do Profmat, o professor propôs uma atividade de resolução de problemas na qual cada aluno apresentaria a solução de três questões, previamente selecionadas do livro texto (NETO, 2013), para o restante do grupo, por meio de quaisquer técnicas didáticas. A seguinte questão nos foi proposta:

Se A é um conjunto de pontos do espaço, prove que ∂A (a fronteira de A) é um conjunto fechado.

Para resolver tal problema se fez preciso recordar algumas definições, a partir de um conjunto A de pontos do espaço, tais como os conceitos de bola aberta e bola fechada, ponto interior, interior de um conjunto, conjunto aberto e conjunto fechado, ponto de fronteira e fronteira de um conjunto.

3.1 Algumas definições e resultados elementares sobre topologia

Ressaltando que esta seção fundamenta-se integralmente em Neto (2013), começamos considerando um ponto P e um número real positivo R e relembramos que a **bola aberta** de centro P e raio R é o conjunto

$$B(P, R) = \{Q; \overline{PQ} < R\}$$

A **bola fechada**, por sua vez, é o conjunto

$$B(P, R) = \{Q; \overline{PQ} \leq R\}$$

Sendo A um conjunto de pontos do espaço, um ponto P do espaço é um **ponto interior** de A se a bola $B(P, R)$ está contida em A , para algum R positivo; em particular $P \in A$. O subconjunto $Int(A)$ de A formado por seus pontos interiores é chamado **interior** de A .

Quando o interior de um conjunto coincide com o próprio conjunto dizemos que o conjunto é **aberto**, ou seja, $Int(A) = A$. Verifica-se, por exemplo, que o conjunto vazio e o espaço inteiro são conjuntos abertos.

Um conjunto A de pontos do espaço é **fechado** se o seu complementar for aberto. Desse modo, o conjunto vazio e o espaço inteiro são conjuntos fechados, visto que um é o complementar do outro e ambos são abertos.

Tomando novamente um conjunto A de pontos do espaço, recordamos também que um ponto P do espaço é um **ponto de fronteira** de A se, para todo $R > 0$, a bola $B(P, R)$ intersectar tanto A quanto A^c . O conjunto ∂A formado pelos pontos de fronteira de A é a **fronteira** de A .

Para concluir, apresentamos o seguinte resultado, que relaciona os conceitos de conjunto fechado e fronteira, para uma melhor compreensão dos conceitos definidos:

Um conjunto A de pontos do espaço é fechado se, e somente se, ∂A está contida em A . Além disso, $A = \text{Int}(A) \cup \partial A$.

Para demonstração, vamos supor que A é fechado e mostraremos que $\partial A \cap A^c = \emptyset$, ou seja, a fronteira de ∂A é um subconjunto de A . Ora, como A é fechado, temos, por definição, que o seu complementar é aberto. Logo, para todo ponto $P \in A^c$ existe um R positivo para o qual a bola $B(P, R)$ está contida em A^c . Dessa forma, P não pertence à fronteira, o que conclui que a interseção da fronteira de A com o complementar de A é o conjunto vazio.

À recíproca, supomos que a fronteira está contida em A e vamos mostrar que A^c é aberto, o que equivalente a dizer, pela definição, que A é fechado. Para isso, tomamos um ponto P em A^c , e mostramos que P é um ponto interior de A^c . Porém, ao tomarmos a bola $B(P, R)$, para todo R , intersectando tanto A como A^c , teríamos P pertencente a fronteira e, pela hipótese acima, P pertenceria a A , em evidente contradição a origem de P . Desse modo, existe um R positivo para o qual a bola $B(P, R)$ intersecta apenas A^c , visto que $P \in A^c$. Mas, como $A \cup A^c$ é o espaço todo e tal bola não pode intersectar A , resta-lhe está contida em A^c . Portanto, P é um ponto interior de A^c e as definições se encarregam de concluir que A é fechado.

No que concerne a igualdade $A = \text{Int}(A) \cup \partial A$, já temos uma inclusão, pois é claro que o interior de A está contido em A , assim como a fronteira também está – dada a primeira parte da demonstração. Resta-nos mostrar a segunda inclusão. Para isso, tomando um ponto P pertencente a A teremos duas possibilidades: ou, para todo R positivo, a bola $B(P, R)$ intersectará tanto A como A^c , e, dessa maneira, P pertencerá a fronteira de A ; ou, para algum R positivo, a bola $B(P, R)$ estará contida em A , visto que P pertence a A , e, assim, P pertencerá ao interior de A . De qualquer forma, as possibilidades encerram a inclusão desejada e, portanto, a igualdade.

De posse das definições apresentadas e exploradas no resultado anterior, podemos passar a resolução do problema proposto.

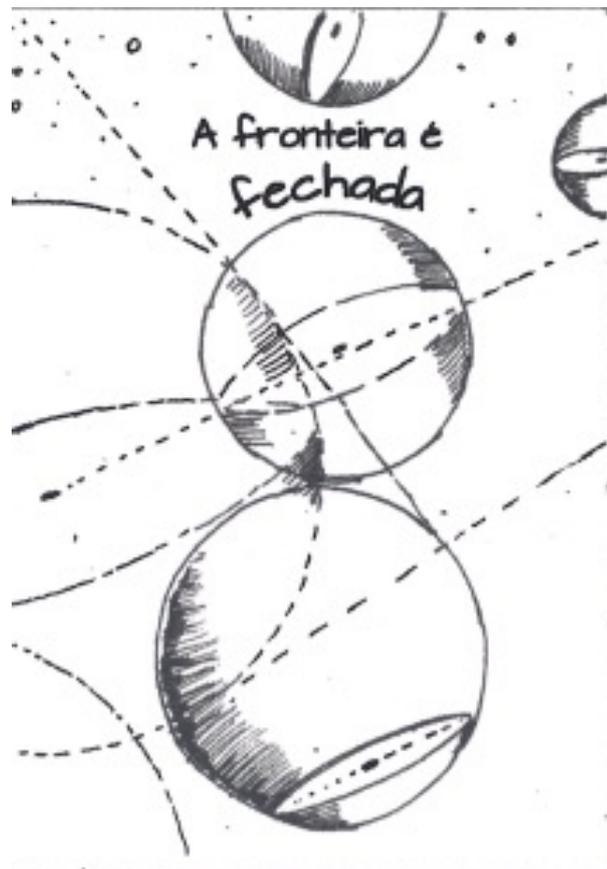
3.2 Apresentando a resolução do problema em forma de fanzine

Para apresentar a solução do problema elementar de Topologia, após o uso de técnicas pedagógicas tradicionais (com as quais estávamos habituados e nos facilitaria a exposição) para a solução dos outros dois problemas geométricos, escolhemos o formato de fanzine ¹.

Assim, propusemos um convite a um aluno, que à época cursava a terceira série do ensino médio e detinha melhores conhecimentos de desenho, para que auxiliasse na produção do material a ser apresentado. Roteirizamos, então, uma pequena história em quadrinhos na qual foi desenvolvida a solução desejada pelo professor, que foi funcionalmente desenhada pelo meu aluno.

A Figura 23 apresenta a capa do fanzine. Deve-se salientar o título proposto que está associado à solução almejada do nosso problema (mostrar que a fronteira de pontos do espaço é um conjunto fechado).

Figura 23 – Capa do fanzine: A fronteira é fechada



Fonte: elaborada pelo autor e Leonardo Gomes

¹ Termo utilizado para designar uma publicação independente não profissional, com baixo custo de produção e de veiculação limitada, porém, de alcance direto com o público interessado (ZINE, 2020).

A escolha do título aliada à arte da capa visa dar um tom ficcional e descontraído ao conteúdo apresentado, o que contrasta, intencionalmente, com a possível complexidade do assunto. Destaca-se daí o fato da concordância empregada não seguir precisamente a definição matemática de fronteira nem de conjunto fechado, pois temos que a fronteira de um conjunto é também um conjunto, logo, o correto seria para o título, como exige o enunciado do problema, a fronteira é um conjunto fechado. Como a matemática, porém, os quadrinhos também são uma linguagem. Existe, portanto, uma justificativa para tal escolha, sendo estas as múltiplas interpretações que o texto irá gerar na associação entre essas linguagens como veremos mais à frente.

A seguir, apresentam-se na Figura 24 as páginas iniciais do fanzine com as personagens já em diálogo como se interrompêssemos em uma discussão em andamento.

Figura 24 – Página dois e três do fanzine: apresentação de personagens, do enunciado do problema e da definição de fronteira e bola aberta



Fonte: elaborada pelo autor e Leonardo Gomes

As personagens indagam se a fronteira de pontos do espaço é um conjunto fechado, enunciando o problema ao leitor e reforçam a necessidade de lembrar o conceito de fronteira como também o de bola aberta. O quadro maior à direita busca ilustrar superficialmente as

definições.

Continuando a conversa, nossas personagens, sem percebermos, por já estarmos familiarizados com a linguagem dos quadrinhos que nos causa uma identificação imediata com eles (MCCLLOUD, 2004), exibem novas definições, como vê-se na Figura 25 a seguir:

Figura 25 – Página quatro e cinco do fanzine: definição de conjunto fechado, conjunto aberto, interior de um conjunto e ponto interior



Fonte: elaborada pelo autor e Leonardo Gomes

Uma definição acaba por exigir outra, realizando um processo inverso ao exposto na seção anterior, o que sugere que a resolução do problema, como um fluxo de elaboração do pensamento ou da argumentação, vai nos mostrando como um simples enunciado pode suscitar o desenrolar de ideias encadeadas e, por vezes, complexas.

E nesse sentido “costuma-se dizer que o aprendizado de matemática é importante porque ajuda a desenvolver a capacidade de raciocínio e, portanto, o pensamento lógico coerente, que é um tipo de pensamento abstrato”, conforme foi aventado por Roque (2017, p.31).

Assim, uma simples história em quadrinhos nos conduz à reflexão de que “A matemática que lemos nos livros já foi produzida há muito tempo e reorganizada inúmeras vezes. Entretanto, não se trata de um saber pronto e acabado.” (ROQUE, 2017, p.31) Visto que vamos

construindo novas formas de interpretar, compreender e ensinar conceitos matemáticos, segundo exemplificamos.

Ademais, de acordo com Caldeira (2009)

Sob o ponto de vista educacional, assim como o conhecimento matemático não é um privilégio de determinadas sociedades, ele também não é fruto da genialidade de alguns iluminados, mas sim de esforços, preocupações, e condições técnicas para que aquele que já existe possa ser modificado através de novas informações.

Voltando à história em quadrinhos, a Figura 26, finalmente, apresenta a solução desejada:

Figura 26 – Página seis e sete do fanzine: apresentação da solução do problema



Fonte: elaborada pelo autor e Leonardo Gomes

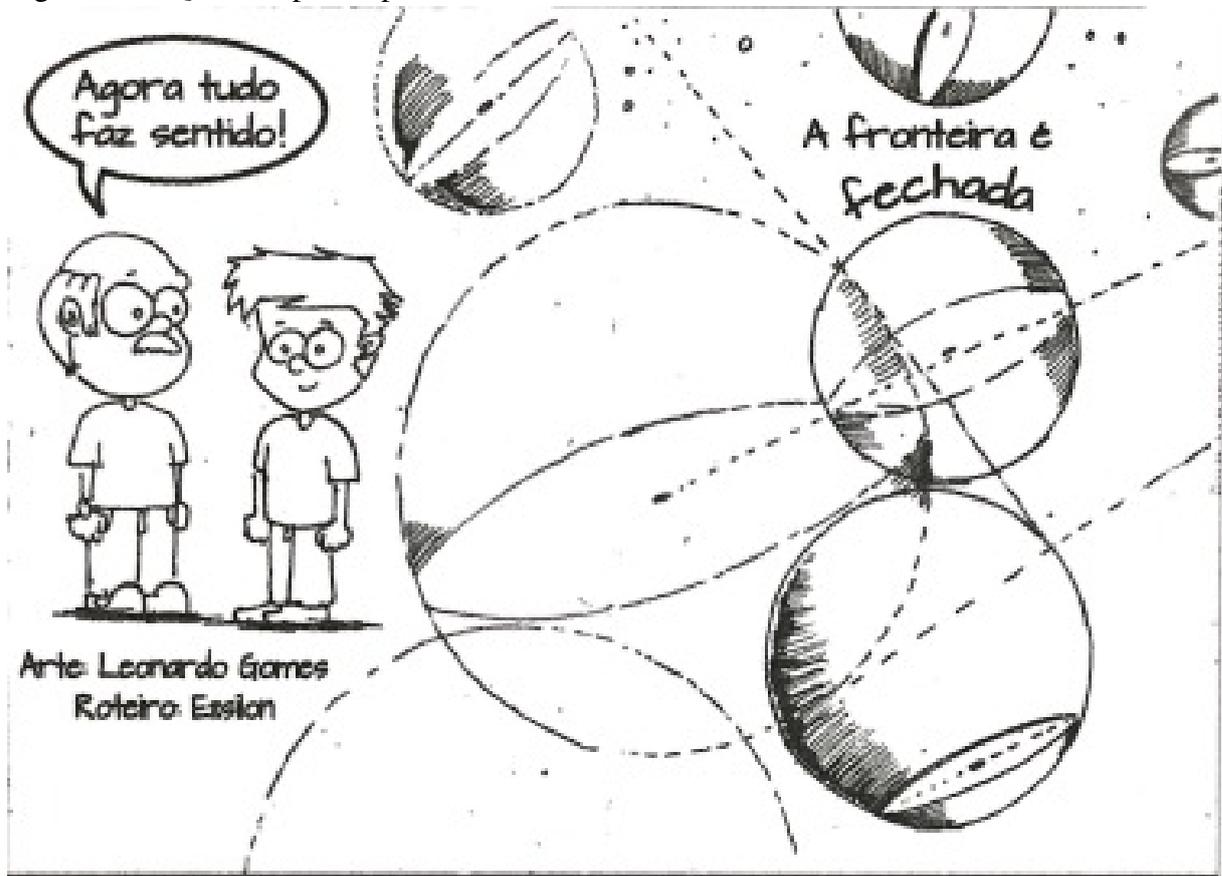
3.2.1 A solução do problema e considerações sobre o uso da HQ

A ideia básica desenvolvida foi demonstrar que o complementar da fronteira é aberto, ou seja, que seus pontos são pontos interiores. Para isso, foi tomado um ponto P não pertencendo à fronteira de A . Logo, para algum R positivo, a bola $B(P, R)$ está contida em A ou no seu

complementar, ou ainda, $B(P,R) \cap \partial A = \emptyset$. Daí, a bola $B(P,R)$ está contida no complementar da fronteira. Sendo, assim, o ponto P é interior a este complementar. Portanto, tal conjunto é aberto e, pela definição, a fronteira é um conjunto fechado.

Após a solução apresentada, segue-se a imagem da quarta capa do fanzine (Figura 27), trazendo os créditos, como continuação da arte na capa e concluindo a pequena HQ com a variação da citação *quod erat demonstrandum* muito usada em textos matemáticos, visto que o ciclo da história é fechado. Salientamos nesta imagem a tentativa de adaptação da linguagem matemática para a dos quadrinhos como havíamos aventado.

Figura 27 – Quarta capa e capa do fanzine: créditos e título



Fonte: elaborada pelo autor e Leonardo Gomes

Nota-se que a arte e os designers apresentados a serviço da história podem ser expressivamente explorados quando pensamos na linguagem com um todo. As associações e interpretações mais diretas (esferas/bolas/planetas, intersecções, fronteira espacial/ficção científica, entre outras) se entrelaçam com as mais abstratas (o conteúdo matemático textual), ficando a cargo do leitor. No caso, do professor e alunos que usarem tal recurso como suporte ao estudo, divulgação e ampliação do conhecimento.

Como sabemos o crescimento intelectual e humano não é realizado de forma passiva. Em uma leitura – quer seja ela de uma história em quadrinhos, um romance, um jornal ou uma bula de remédio –, na apreciação de um filme, ao aprender a andar de bicicleta ou ainda no estudo da matemática, se faz necessário a ação direta do interessado no assunto abordado que desenvolverá conhecimento e experiência com base nesta ação.

Assim, voltando ao nosso problema, após apresentada sua solução de maneira tradicional por meio da linguagem acadêmica, podemos nos questionar sobre o porquê da utilização dos quadrinhos para apresentar a solução, sendo esta apresentação mais trabalhosa e, talvez, desnecessária.

Se o nosso público-alvo é formado por conhecedores da linguagem matemática e científica, importante na universalização das ideias e conceitos amplamente estudados e usados como alicerce na tecnologia e, portanto, na construção e aprimoramento do mundo. Talvez, o uso da HQ no exemplo apresentado (ou das HQs de um modo geral) não seja, de fato, necessário, ainda que possível como pudemos constatar por meio do trabalho proposto.

No entanto, quando o nosso público é formado por crianças e jovens ou por indivíduos que não foram devidamente apresentados à matemática e que dela se distanciaram por uma série de fatores como às aptidões naturais ou os bloqueios gerados por uma educação deficiente. Não seria esta uma linguagem complementar mais acessível para à introdução a conceitos abstratos e motivando a curiosidade pelo assunto, sobretudo das crianças e jovens que já conhecem as revistas de super-herói ou que foram alfabetizados enquanto liam a Turma da Mônica²?

² Série de histórias em quadrinhos brasileira criada pelo cartunista e empresário Maurício de Sousa.

4 SUGESTÃO DE PUBLICAÇÃO DE HISTÓRIAS EM QUADRINHOS COM TEMAS MATEMÁTICOS

E se os quadrinhos fossem usados como um veículo de divulgação de temas matemáticos para um público infanto-juvenil com uma linguagem mais atrativa e de fácil identificação com o mesmo, desmistificando a ideia da matemática como uma ciência para poucos e de assuntos fora da realidade prática?

Tomando como exemplo as obras de Stewart (2016) que possuem grande popularidade, sendo este considerado um dos maiores divulgadores dessa ciência pelo mundo. Ou ainda, a sensacional ideia de McKellar (2020) que publicou revistas com temas matemáticos encorajando meninas adolescentes do ensino fundamental e médio a elevarem seus conhecimentos matemáticos.

E não menos importante, no Brasil, os livros de Tahan (2013) alcançam pessoas de todas as idades num trabalho extraordinário de divulgação da matemática que já se perpetua por décadas. Refletimos sobre a possibilidade de uma publicação de quadrinhos com o mesmo viés dos autores citados adaptando e criando histórias que tragam consigo a beleza da matemática que cativa inúmeros de nós.

Elaboramos um protótipo de história em quadrinhos para divulgar e incentivar o aprofundamento de temas elementares, possibilitando também sua utilização em sala de aula como introdução a alguns desses assuntos, animando professores e alunos a produzirem suas próprias histórias, o que demanda estudo e dedicação.

4.1 Criando um argumento para uma HQ abordando temas matemáticos

Como vimos no capítulo anterior, o argumento é o ponto inicial da produção de qualquer história em quadrinhos, onde definiremos os objetivos principais da mensagem que queremos transmitir e detalhes gerais, podendo acrescentar a descrição de personagens que serão desenvolvidos nas etapas seguintes de roteiro e arte.

Escolhemos, por motivos óbvios, o ambiente escolar aonde os nossos personagens (alunos e professores, inicialmente) irão se deparar com situações do cotidiano que levarão a introdução natural do assunto a ser abordado. A escolha dos personagens baseia-se nos próprios alunos reais, o que propicia uma identificação direta com os mesmos, sejam na diversidade de formas bem como de personalidades. Temos desde personagens mais aplicados e críticos, até os mais brincalhões e desinteressados.

O tema matemático por sua vez não é aprofundado, a fim de que a história devidamente dosada não fique ‘panfletária’ e didática demais, no sentido de não ficar enfadonha. Ela não virá substituir o livro didático onde os alunos poderão encontrar as informações mais precisas e detalhadas, mas servir como uma porta de entrada para assuntos mais complexos, curiosidades ou fatos históricos associados ao desenvolvimento da ciência e tão pouco explorados nas aulas de matemática pela necessidade de se cumprir o programa de estudos estabelecido e realizar as atividades habituais. Abaixo, seguem algumas informações iniciais com argumentos para as primeiras histórias:

- Título da revista: Os Novos Pitagóricos;
- Personagens:
 - João: inteligente, perquiridor, dreads;
 - Riva: inteligente, estudiosa, comunicativa, cabelo liso curto;
 - Vanda: crítica, politizada, cabelo cacheado *black power*;
 - Caio: esperto, cantor de rap, bricalhão;
 - Lucas: brincalhão, dramático, amigável, boné;
 - Eduardo: dorminhoco, tem sonhos ‘matemáticos’;
 - Professor: professor, estudante do PROFMAT, óculos;
- Argumento 1: ‘100 Noção da Estatística’: Caio e Lucas encontram uma torneira aberta no bebedouro da escola Santo Anônimo. João faz uma reflexão sobre o desperdício de água após recordarem a aula de estatística;
- Argumento 2: ‘Quais as minhas CHANCES?’ ou ‘Enem? E eu nem!’: João e Vanda discutem se estão preparados para o Enem. Caio diz que irá chutar na prova. O professor fala sobre probabilidade;
- Argumento 3: ‘O problema dos bodes’: Eduardo dorme em sala de aula e sonha que está num programa de TV onde deverá fazer escolhas para escapar de um pesadelo numa adaptação do clássico problema dos bodes;
- Argumento 4: ‘Os três problemas clássicos de construtibilidade’: Os alunos viajam no tempo com o professor até a Grécia antiga para falar sobre construções com régua e compasso.

Após escrever o argumento da história, passamos a outra etapa de produção: o roteiro, onde detalhamos as ações dos personagens, descrevemos as cenas quadro a quadro e tudo que irá ocorrer, inserindo os diálogos e a mensagem ou conteúdo matemático que desejamos

transmitir.

4.2 Escrevendo roteiros para uma HQ abordando temas matemáticos

Sugerimos na seção anterior a idéia preliminar para escrever uma história em quadrinhos que aborde conteúdos matemáticos. Definimos personagens e alguns argumentos para histórias mais curtas que poderão ser trabalhadas em sala de aula. Escreveremos com base nesses argumentos, roteiros elementares dessas pequenas histórias buscando inserir de maneira natural o tópico matemático.

Os argumentos exibidos retratavam de maneira superficial o teor matemático na história. Começando pelo primeiro argumento, percebemos que o mesmo versa sobre estatística e buscamos detalhar essa primeira história dispondo os quadros em um layout de oito quadros por página onde descrevemos as cenas:

– Quadro 01

No início da página temos a introdução ao capítulo escrito em letras maiores "100 Noção da Estatística". Aparece o Lucas e o Caio. Uma seta indica: Este é o Lucas. Depois, outra: Este é o Caio. Mais uma seta apontando a torneira: Esta é a torneira aberta.

– Quadro 02

Na mesma cena aparece João com uma seta indicando-o: Este é o João.

João: Vocês querem acabar com a água potável do planeta. Não se lembram das estatísticas que o professor nos apresentou?

– Quadro 03

Lucas pensando: Estatística? Diabeisso?

Caio ajoelhando no chão: Meu Deus, a água do mundo vai acabar.

João: Tou sendo hiperbólico, cara. Não é pra tanto. Peraí, talvez a Riva consiga explicar melhor.

– Quadro 04

Aparece Riva com a seta apontando: Esta é a Riva.

Riva: Antes de qualquer coisa, precisamos lembrar o que é Estatística para não concluirmos coisas absurdas. Alguns conceitos ao lado podem ser úteis.

– Quadro 05

Quadro explicativo: Estatística – Ramo da Matemática voltado para coleta, análise e interpretação de dados no estudo de fenômenos naturais, econômicos e sociais.

– Quadro 06

Riva: Lembram daquela aula de Matemática?

– Quadro 07

Gráfico: Chuvas no Ceará. Com a torneira em círculo escrito: O desperdício continua.

– Quadro 08

Professor: Observem este gráfico publicado no jornal “O Povo” em 17 de abril de 2018.

No balão 2: O que ele nos diz?

– Quadro 09

Gráfico com mapa do Ceará. Na região em destaque: 13,27% Capacidade atual do reservatório.

Ao lado do gráfico: Medidas de controle e uso racional de água ainda se fazem necessárias.

– Quadro 10

Caio: Com essa quantidade de água não vai dar nem pra tomar banho.

– Quadro 11

Lucas: E já tem gente economizando, né?

– Quadro 12

Vanda aparece com a seta a indicar: Esta é a Vanda.

Vanda: Para que servem os gráficos mesmo?

– Quadro 13

João: Os gráficos têm um apelo visual, Vanda. Nos mostram a informação de forma rápida e direta.

– Quadro 14

Riva fechando a torneira.

– Quadro 15

Riva: O mais importante é o que fazemos com essa informação. Como ela afeta nossas decisões, favorecendo uma mudança de comportamento.

– Quadro 16

Um garoto dormindo com a seta a indicar: Este é o Edu.

Edu, balão de sonho: Há uma probabilidade de $\frac{1}{20}$ de alguém estar dormindo nesta aula.

Neste roteiro, trabalhamos um conceito elementar de estatística (GUIA DO ESTUDANTE, 2019a), o uso dos gráficos incluindo uma análise na observação de fenômenos naturais e fizemos uma reflexão sobre uma questão atual e pungente na realidade geográfica a quem se

destina a história, enfatizando uma mudança comportamental para a solução da problemática apresentada. No final da história, criamos um gancho para uma sequência que abordará o conteúdo de probabilidade.

Começamos o roteiro da história seguinte descrevendo os 10 quadros que serão dispostos em duas páginas:

– No quadro 01

O título da história aparece acima: Quais as minhas CHANCES? ou Enem? E eu nem!

João: Vanda, você se sente preparada para o Enem?

Vanda: Acho que eu não estou me esforçando o suficiente.

– Quadro 02

Vanda: Quais são as nossas reais chances?

Riva: Olha, 45 das questões são de Matemática.

Quadro Explicativo: $\frac{45}{180} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$

Riva: Seria legal começar por aí.

– Quadro 03

Caio: Enem vem que vem / Não vai dar pra ninguém / Só quem sabe se dar bem

Lucas: Enem tá aí / E eu nem aí / O que será de mim?

– Quadro 04

Caio: Mano, usa a minha técnica ninja: O chute.

– Quadro 05

João no quadro pequeno em destaque: Acho que você tá fazendo isso errado.

João continua: Há cinco alternativas em cada questão, sendo apenas uma correta, assim você tem 20% de chances de acertar e 80% de chances de errar uma questão.

– No quadro explicativo 06

Chances de acertar = $\frac{1}{5} = 0,2 = 20\%$

Chances de errar = $\frac{4}{5} = 0,8 = 80\%$

PROBABILIDADE DE UM EVENTO É IGUAL À RAZÃO ENTRE O NÚMERO DE CASOS FAVORÁVEIS AO EVENTO E O NÚMERO DE CASOS POSSÍVEIS

– Quadro 07

Vanda: Imagine chutar toda a prova.

– Quadro 08

Professor: Eis uma boa justificativa para compreender a lei binomial probabilidade.

Na lousa aparecem explicações sobre lei binomial probabilidade:

Lei Binomial de Probabilidade

Sejam k e n inteiros tais que $0 \leq k \leq n$. Se um teste de Bernouilli for realizado n vezes, então a probabilidade de obter sucesso exatamente k vezes é igual a

$$B_{n,p}(k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

Onde p é a probabilidade de sucesso e $q = 1 - p$ é a probabilidade de falha, com p e q reais positivos.

– Quadro 09

Caio: É por isso que eu sou ninja.

Lucas: E se o Enem for o Tiamat?

– Quadro 10

Aparece o Dragão Enem com quatro cabeças e uma calda. Em cada cabeça aparecem os dados da prova, inclusive na calda:

1ª cabeça:

Linguagens e Códigos – 45 questões de XP

Habilidades: literárias, linguísticas, idiomáticas, além de artísticas e esportivas.

2ª cabeça:

Ciências Humanas – 45 questões de XP

Habilidades: históricas, geográficas, sociológicas e filosóficas.

Cabeça na calda:

Redação – 1000 pontos extras de XP equivalentes às 45 questões das outras provas-cabeças.

Fique atento aos sinais.

3ª cabeça:

Ciências da Natureza – 45 questões de XP

Habilidades: biológicas, químicas e físicas.

4ª cabeça:

Matemática – 45 questões de XP Ah, você já sabe!

Se exercite bem antes de enfrentá-la.

Detalhe no fim da página, canto inferior direito: Edu Morgado dormindo

Balão de sonho: De quantos modos isso pode continuar?

No final da página: ‘A seguir: O problema dos Bodes.’

Vários conceitos são apresentados nesta história, podendo ser esclarecidos e aprofundados em aulas seguintes. Tudo a partir de uma situação concreta, os testes vestibulares como o Enem e as escolhas que jovens devem fazer não só profissionais, mas também nas alternativas de uma prova. Daí surge inclusive a enganosa possibilidade de ‘chutar’ as questões, abrindo espaço para se falar da lei binomial da probabilidade (PORTAL DO SABER, 2019b).

Para o terceiro argumento, ‘o problema dos bodes’ disponível em Portal do Saber (2019a), podemos ver uma aplicação do cálculo de probabilidades numa interpretação em quadrinhos de um exercício que pode ser proposto aos alunos. Vejamos como ficou o roteiro para esse argumento:

– Quadro 01

Estamos num programa de TV, em letras estilizadas aparece:

Edu Soneca em: O problema dos bodes.

– Quadro 02

Apresentador: E hoje na Porta dos Sonhadores, o jovem Eduardo Soneca. Uma salva de palmas para o nosso participante: o jovem Edu Soneca.

– Quadro 03

Então, Edu, já conhece as regras? Temos aqui três portas. Atrás de uma delas temos um sonho. Nas outras duas, um pesadelo matemático representado por um bode.

– Quadro 04

Realize seus sonhos agora, Edu. Qual porta você escolhe?

– Quadro 05

Ótima escolha, Edu. Porta número 3.

– Quadro 06

Mas será que não há um bode atrás dessa porta? Não gostaria de mudar?

– Quadro 07

Edu pensa: Onde entra a matemática aqui? Já sei. Se eu escolhi a porta do sonho, então eu não devo mudar. A chance de isso acontecer é uma em três, pois eu tenho uma porta com um sonho em três portas.

Se eu escolhi a porta dos bodes-pesadelos, então eu devo mudar. As chances de isso acontecer são duas em três, pois agora são duas portas com bodes-pesadelos em três portas.

– Quadro 08

Eu escolho mudar de porta.

– Quadro 09

Apresentador: Ora, ora. Temos um novo Pitágoras aqui.

Sim, sim (recebendo informações)

– Quadro 10

Como em todo bom sonho as regras acabaram de mudar. As portas se multiplicaram.

Temos 10 portas agora.

– Quadro 11

Atrás de uma delas um sonho. Em cada uma das outras, um bode-pesadelo.

Qual porta você escolhe agora, jovem Arquimedes? Mas não responda agora. Voltamos depois do intervalo.

– Quadro 12

Um quadro com informações sobre Pitágoras:

Será que Pitágoras realmente existiu? Fontes escassas deixam-nos a dúvida. O fato é que o teorema que leva seu nome relaciona as medidas dos lados de um triângulo retângulo, os famosos catetos e a hipotenusa. Você lembra?

Mais informações depois do intervalo comercial.

– Quadro 13

Quadro com informações sobre Arquimedes:

Se você voltou do intervalo, Parabéns. O teorema de Pitágoras diz que a soma dos quadrados das medidas dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa.

E esse barbudo aqui do lado é o Arquimedes, um dos matemáticos mais conhecidos do período pós-euclidiano dotado de uma multiplicidade de métodos para resolver problemas geométricos.

– Quadro 14

Professor: Então, pessoal, apesar das suas chances de realizar seu sonho terem diminuído drasticamente, ainda assim, mudem de porta.

– Quadro 15

Bode: Vamos contar um pouco?

– Quadro 16

A seguir: Uma viagem no espaço-tempo-euclidiano das construções com régua e compasso.

Nesse roteiro adaptamos um problema criado a partir de antigos programas de auditórios televisivos e aproveitamos para incluir resumidas biografias de personalidades matemáticas,

trazendo exemplos de como explorar um pouco mais a estrutura narrativa da nossa história.

Para finalizar, o último argumento leva os nossos personagens a um passeio histórico, visitando uma versão imaginária da Grécia antiga para falar de construções com régua e compasso, onde podemos comentar um pouco sobre como os gregos faziam matemática e desmitificar algumas ideias aceitas ainda hoje de acordo com Roque (2017). Incluímos este roteiro no Apêndice A.

A próxima etapa da produção dessas histórias concerne ao processo artístico onde as imagens são produzidas e os textos anexados, o que ficou por conta de pessoas mais capacitadas (incluímos algumas dessas páginas finalizadas no Apêndice B).

4.3 Como usar uma HQ com conteúdo matemático em sala de aula

Já vimos no capítulo anterior que uma maneira de utilizarmos os quadrinhos em sala de aula é a produção de material próprio por parte dos alunos, onde eles devem estudar algum conteúdo exigido pelo professor e criativamente elaborar uma HQ relatando o que estudou de forma direta ou indireta, o que foi feito através das tirinhas.

A nossa primeira sugestão para a aplicação da revistinha Os Novos Pitagóricos, que descrevemos nas seções anteriores, é justamente propor aos alunos a produção de suas próprias histórias tomando como base um material concreto que através do exemplo pode tornar muito mais fácil essa ação. Ou seja, nesse caso os alunos já teriam uma ferramenta de apoio onde se orientar e ver que é possível fazer.

Essa produção independente pode gerar ótimos momentos na sala de aula e na própria escola com o desenvolvimento de atividades já atreladas a rotina escolar como as feiras de ciências ou ao jornal do colégio e servir como objetivo precípua de divulgação da matemática, aproveitando diversos alunos talentosos e que passam despercebidos nas aulas, mas que podem exercer um importante papel social, sentindo-se valorizados e contribuindo à sua maneira para o desenvolvimento dessa ciência.

Como sabemos os conhecimentos não são assimilados por todos da mesma maneira. Algumas pessoas têm aptidão natural para tal ou qual conteúdo e muitas vezes negligenciam aqueles outros que não possuem interesse ou não compreendem. Dessa forma, os quadrinhos possuem essa capacidade de união e valorização entre as diversidades de carismas. Estaríamos aos poucos aproximando da matemática estes alunos que dizem ‘não ser das exatas’ por não apresentarem tal aptidão.

Outra sugestão mais óbvia para o professor seria de utilizar tal publicação como conteúdo complementar, incentivando a leitura prévia antes de apresentar algum dos conteúdos contemplados pela revista e, como já explanado anteriormente, aprofundar esses assuntos no decorrer das aulas. Agregando a outras atividades e recursos disponíveis já usados em sala de aula tais como o uso do livro didático, as exposições no quadro e correções de exercícios.

Essa indicação de leitura também poderia ser feita após a exposição de um conteúdo relacionado, sobretudo se a narrativa em questão possuir conteúdo histórico, mostrando fatos associados ao desenvolvimento do tópico estudado em sala de aula. Infelizmente, o viés histórico da matemática parece não ser relevante e raramente é abordado em sala de aula, ficando quase sempre em último plano e com uma aproximação superficial e retrógrada.

Longe de limitar a criatividade das aulas por parte dos alunos e professores ou engessar o ensino com o uso de uma dessas histórias, essas propostas são, pelo contrário, algumas possibilidades a mais de diversificar as referidas aulas e aproximar crianças e jovens, e por que não os adultos, do ilimitado universo da linguagem matemática.

5 CONCLUSÃO

Os quadrinhos saíram da condição marginalizada de linguagem e ganharam o status de nona arte. Abrindo inúmeras portas a esse meio de comunicação que desde sempre esteve associada a outras estruturas similares como a literatura, o cinema, a música, entres outros. E, porque não, a matemática.

Assim, as HQs passaram a divulgar uma diversidade de histórias e temáticas, alcançando de maneira natural às escolas, pois que as ditas revistinhas conquistaram bem antes as crianças e jovens. Mesclar-se com a matemática, especialmente com o ensino desta bela ciência, soa, portanto, perfeitamente plausível. Sendo, por vezes, um total desperdício não estabelecer ou aprofundar esta importante relação.

Demonstramos ser possível unir o ensino da matemática com os quadrinhos ao apresentar a resolução de um problema de Topologia, tema abstrato abordado no ensino superior. Embora a maneira superficial e limitada que usamos na adaptação da resolução deste problema trivial, o nosso objetivo principal era verificar essa abordagem, sobretudo ao se trabalhar com adolescentes do ensino médio.

Colhemos excelentes resultados dessa atividade ao propormos que os alunos produzissem seus próprios quadrinhos, no caso historinhas curtas contemplando temas matemáticos abordados em sala de aula, as conhecidas tirinhas. Com essa proposta pudemos avaliar o conhecimento dos estudantes visto que os mesmos tiveram que mostrar o que sabiam do conteúdo apesar dos desafios naturais que enfrentaram.

Tentamos descrever passo a passo as etapas dessa produção, buscando incentivar a outros colegas professores a realizarem por sua vez semelhante projeto educativo. Não se tratou de uma tarefa fácil e muito menos que visasse negligenciar o ensino da matemática. Muito pelo contrário, usar os quadrinhos em sala de aula surgiu como uma atividade extra para diversificar as aulas, tornando-as mais dinâmicas, numa tentativa de aproximar os alunos do estudo da matéria, sendo este o principal motivo àqueles alunos mais ociosos rechaçarem a proposta, pois sabiam que não podiam simplesmente copiar o trabalho de um colega.

Usar os quadrinhos como ferramenta no ensino da matemática não significa, pois, limitar o alcance desta ciência, muito menos uma simplificação para que se torne mais aceitável a todos. Tampouco se estimula abandonar o livro didático ou se apoiar neste instrumento como uma fórmula matemática onde basta fazer as substituições necessárias e ao efetuar os cálculos correspondentes, os resultados aparecem. Como bem sabemos em educação não existe tal

fórmula ou ferramenta mágica. E os quadrinhos, definitivamente, não se propõem a isso e não devem ser encarados como tal.

Mas podem sim através de atividades e aplicações como as sugeridas nesse trabalho, com a publicação de revistas em quadrinhos que tragam conteúdos matemáticos – sejam eles históricos, acadêmicos, elementares, divertidos e curiosos – agregar mais possibilidades ao ensino e a divulgação desta que é, para alguns, a mais perfeita das ciências.

E, como já escrevemos, mas gostaríamos de ressaltar, o uso das histórias em quadrinhos no ensino da matemática não pretende, nem de longe, esgotar a criatividade e o interesse pelo universo ilimitado da linguagem matemática.

Ao invés disso, incitamos: ‘Ao infinito... e além’¹, uma ideia que todo bom matemático compreende.

¹ Frase proferida pelo personagem Buzz Lightyear da animação Toy Story, produzida pelo estúdio Pixar, que aprimorou as técnicas da computação gráfica com o auxílio da matemática.

REFERÊNCIAS

- BÁ, G.; MOON, F. **O Alienista**. 1. ed. Rio de Janeiro: Agir, 2007.
- CALDEIRA, A. D. Modelagem matemática: um outro olhar. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 33–54, jul 2009. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37940>. Acesso em: 19 mai. 2020.
- CALLARI, A.; ZAGO, B.; LOPES, D. **Quadrinhos no cinema 3: O guia completo dos super-heróis**. 1. ed. Rio de Janeiro: Generale, 2014.
- CIÊNCIA HOJE. **A matemática da animação por computador**. 2013. Disponível em: <http://lhfimpa.br/ftp/papers/ch.pdf>. Acesso em: 25 abr. 2020.
- CIÊNCIA NERD. **Quando as ciências exatas e a arte se unem para produzir coisas incríveis**. 2017. Disponível em: <https://www.blogs.unicamp.br/ciencianerd/2017/03/05/o-cinema-de-animacao-e-a-matematica/>. Acesso em: 25 abr. 2020.
- DINIZ, A. **O idiota: O clássico de Fiódor Dostoiévski em quadrinhos**. 1. ed. Rio de Janeiro: Quadrinhos na Cia, 2019.
- DOXIADIS, A.; PAPADIMITRIOU, C. H.; PAPADATOS, A.; DONNA, A. d. **Logicomix: Uma jornada épica em busca da verdade**. 1. ed. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2010.
- FREITAS, A. L. S. d.; FORSTER, M. M. d. S. Paulo freire na formação de educadores: contribuições para o desenvolvimento de práticas crítico-reflexivas. **Educar em Revista**, n. 61, 2016. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/er/n61/1984-0411-er-61-00055.pdf>.
- FUNDAÇÃO DEMÓCRITO ROCHA. **Curso Básico de Histórias em Quadrinhos**. 2018. Disponível em: <http://ava.fdr.org.br/course/view.php?id=59>. Acesso em: 24 abr. 2020.
- FUNDAÇÃO DEMÓCRITO ROCHA. **Curso Quadrinhos em Sala de Aula**. 2018. Disponível em: <http://ava.fdr.org.br/course/view.php?id=56>. Acesso em: 24 abr. 2020.
- G1 EDUCAÇÃO. **Pisa 2018: dois terços dos brasileiros de 15 anos sabem menos que o básico de matemática**. 2019. Disponível em: <https://g1.globo.com/educacao/noticia/2019/12/03/pisa-2018-dois-tercos-dos-brasileiros-de-15-anos-sabem-menos-que-o-basico-de-matematica.ghtml>. Acesso em: 18 mai. 2020.
- G1 MONITOR DA VIOLÊNCIA. **Cresce o nº de mulheres vítimas de homicídio no Brasil**. 2018. Disponível em: <https://g1.globo.com/monitor-da-violencia/noticia/cresce-n-de-mulheres-vitimas-de-homicidio-no-brasil-dados-de-feminicidio-sao-subnotificados.ghtml>. Acesso em: 30 mar. 2020.
- GARCIA, J. A interdisciplinaridade segundo os pcns. **Revista de Educação Pública**, v. 17, n. 35, 2012. Disponível em: <http://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/educacaopublica/article/view/494>.
- GONICK, L. **Cálculo em quadrinhos**. 1. ed. São Paulo: Blucher, 2014.
- GONICK, L. **Álgebra em quadrinhos**. 1. ed. São Paulo: Blucher, 2017.

GUIA DO ESTUDANTE. **Estatística**. 2019. Disponível em: <https://guiadoestudante.abril.com.br/profissoes/estatistica/>. Acesso em: 20 abr. 2020.

GUIA DO ESTUDANTE. **Quais os assuntos de matemática mais cobrados no Enem**. 2019. Disponível em: <https://guiadoestudante.abril.com.br/estudo/quais-os-assuntos-de-matematica-mais-cobrados-no-enem/>. Acesso em: 16 abr. 2020.

LACASSIN, F. **Pour un neuvième art : la bande dessinée**. 1. ed. Paris: Slatkine, 1982.

LEITE, S. A. d. S.; KAGER, S. Efeitos aversivos das práticas de avaliação da aprendizagem escolar. **Ensaio: aval.pol.públ.Educ.**, Rio de Janeiro, v. 17, n. 62, p. 109–134, 2009. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/er/n61/1984-0411-er-61-00055.pdf>. Acesso em: 18 mai. 2020.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio**. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. v. 2.

MCCLLOUD, S. **Desvendando quadrinhos**. 1. ed. São Paulo: MBOOKS, 2004.

MCCLLOUD, S. **Desenhando quadrinhos**. 1. ed. São Paulo: MBOOKS, 2007.

MCKELLAR. **McKellar Math**. 2020. Disponível em: <https://mckellarmath.com/>. Acesso em: 31 mar. 2020.

NETO, A. C. M. **Geometria**. 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

PEREIRA, C. d. S. Os wannabees e suas tribos: adolescência e distinção na internet. **Rev. Estud. Fem.**, Florianópolis, v. 15, n. 2, p. 357–382, 2007. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-026X2007000200005&lng=en&nrm=iso. Acesso em: 18 mai. 2020.

PORTAL DO SABER. **Cálculo de Probabilidades - Exemplo 8**. 2019. Disponível em: https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material_teorico/c08e288xo944c.pdf. Acesso em: 22 abr. 2020.

PORTAL DO SABER. **Lei Binomial da Probabilidade**. 2019. Disponível em: https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material_teorico/cj4bdpk0g5wsc.pdf. Acesso em: 22 abr. 2020.

ROQUE, T. **História da Matemática**. 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2017.

ROS, H.; FARINELLA, M. **Neurocomic: A caverna das memórias**. 1. ed. São Paulo: DARKSIDE, 2018.

SEPULVEDA, D. V. **A violência retratada: a banalização das imagens violentas no jornalismo contemporâneo**. Dissertação (Mestrado em Comunicação) – Faculdade Cásper Líbero, Programa de Mestrado em Comunicação., São Paulo, 2016.

STEWART, I. **O fantástico mundo dos números**. 1. ed. São Paulo: Zahar, 2016.

TAHAN, M. **O homem que calculava**. 83. ed. São Paulo: Record, 2013.

UFJF NOTÍCIAS. **Consciência Negra: apenas 34% dos alunos de ensino superior são negros no Brasil**. 2017. Disponível em: <https://www2.ufjf.br/noticias/2017/11/20/consciencia-negra-apenas-34-dos-alunos-de-ensino-superior-sao-negros-no-brasil/>. Acesso em: 30 mar. 2020.

VERGUEIRO, W.; RAMA, A. **Como usar as histórias em quadrinhos em sala de aula**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2012.

ZINE. **Como Fazer um Zine**. 2020. Disponível em: <https://pt.wikihow.com/Fazer-um-Zine>. Acesso em: 30 mar. 2020.

APÊNDICE A – ROTEIRO ADICIONAL DE OS NOVOS PITAGÓRICOS

Neste roteiro os Novos Pitagóricos viajam no espaço-tempo em direção a Grécia antiga onde encontram matemáticos gregos discutindo sobre construções com régua e compasso. Assim, eles podem imaginar como os gregos faziam matemática e levantar observações interessantes de acordo com Roque (2017):

– Página 01

Dividir a página em três quadros retangulares com dimensões similares. Possíveis alterações no formato dos quadros e inserções de detalhes a critério da arte e dos destaques exigidos de acordo com a narrativa, visando maior fluidez e dinamicidade da cena. Usar referências de mangás como Dr. Slump, Dragon Ball e outros.

– Quadro 01 (retângulo)

Vemos a escola do alto como uma visão panorâmica apresentada nos filmes. Detalhes de jovens indo à escola. No alto do quadro, a primeira caixa de texto diz:

Mais um dia na Escola Pitagórica Santo Anônimo...

– Quadro 02 (retângulo)

Jovens se encontram no portão do colégio numa visão de câmera se aproximando. O texto no quadro narra:

Esse mundo Geométrico Euclidiano Plano onde os ângulos retos predominam, mas não sozinhos.

Lucas comenta: Olha os novos óculos do professor.

– Quadro 03 (dividir em dois retângulos)

Aparece o professor no portão da entrada sendo saudado por João.

João: Bom Dia, Professor.

Professor: Bom dia, João.

No retângulo seguinte o diálogo continua:

João: O que vamos estudar hoje?

Professor: Vamos virar a página e descobrir.

Detalhe do João com um olhar de dúvida por não haver compreendido a fala do professor no canto do quadro.

– Página 02

Estamos na sala de aula. A página será dividida em duas faixas retangulares: a primeira com três quadros, a segunda com cinco. Tal numeração tem uma importância por trás da

narrativa por representar os primeiros números da sequência de Fibonacci..

Os três quadros da primeira faixa retangular apresentam uma única cena recortada mostrando as costas do professor e a visão dele da turma que se compõe apenas dos personagens já desenvolvidos: Caio, Lucas, João, Riva e Vanda.

– Quadro 01

O professor aparece de costas olhando a turma e saúda a todos: Bom dia, pessoal. Estão prontos.

– Quadro 02

Riva: Oi?

Vanda: Como assim?

– Quadro 03

Caio com olhar de desespero: Hoje tem prova?

Lucas: Acho que nós vamos viajar.

Faixa retangular dividida em cinco quadros. Cada quadro apresenta um dos cinco personagens em pé como aquelas apresentações de anime para identificação do leitor.

Caio: Mano, não viaje por esse ângulo. Da última vez, se não me engano. O negócio não saiu dos planos.

Lucas: Tô sentindo que você gosta rima e ainda por cima essa viagem me anima.

Vanda: Esses dois já vão começar. Professor, posso registrar tudo para o documentário?

Riva: Essa vai ser uma boa oportunidade de ampliar minhas noções de espaços métricos.

João: Alguma coisa nesses quadros me cheira a Fibonacci.

– Página 03

Dessa vez a página será dividida em oito círculos de diferentes raios para dar sequência ao *easter egg* de Fibonacci.

Haverá um grande círculo no centro da página com todos os personagens aparecendo e nos sete círculos menores detalhes dos personagens e do texto a preencher. Os círculos terão raios diversos a depender do texto. Veremos depois num esboço como deve ficar.

– Círculo 01 (pequeno, canto superior esquerdo da página)

Professor: Isso mesmo, João. Mas vamos deixar isso de lado por hora. Peguem seus dispositivos de viagem tempo-espacial e vamos ao jardim.

- Círculo 02 e 03 (seguidos do anterior e ligados ao grande círculo central, devem estar situados no lado superior direito da página, o segundo um pouco abaixo do terceiro)

Caio: O Edu vai perder essa, mah.

Lucas: Deve ter ficado dormindo.

- Círculo 04 (grande círculo a ocupar o centro da página com todos juntos no jardim)

Professor: Vocês lembram como se chama o instrumento usado para desenhar círculos?

Lucas: Não é transferidor?

Vanda: Acho que esse é usado para medir ângulos.

Riva: Isso mesmo, Vanda. O que o professor se refere é este. (Riva está no lado esquerdo da imagem abaixo e busca algo na mochila)

- Círculo 05 (pequeno no canto inferior esquerdo seguido de outro um pouco maior)

Um desenho de um compasso com ares de instrumento clássico segurado pela mão de Riva.

- Círculo 06 (um pouco maior que o círculo cinco e ao seu lado)

João: Este é o compasso e serve também para transportar medidas, não é Professor?

- Círculo 07 (um pouco maior que o círculo seis e no canto inferior direito, seguido pelo pequeno círculo oito)

Professor: Exatamente, João. Como justificado por Euclides. Agora só precisamos de uma régua para construir seguimentos dados dois pontos e podemos partir para a primeira parte da nossa viagem.

- Círculo 08 (pequeno, canto inferior direito)

Professor: Agora liguem seus DVTE's. Nos concentremos e caminhemos em direção a...

- Página 04

Uma única cena na página toda: Grécia Antiga com um templo ao fundo numa colina, árvores e um caminho de pedras. Algumas pessoas caminham pela paisagem em suas túnicas, pergaminhos debaixo do braço ou sentados num pequeno semicírculo a ouvir algum filósofo fazendo o que sabem fazer aos ouvintes.

No alto da página, um título em letras clássicas imitando o grego, ou escritas com o alfabeto grego:

Os três problemas clássicos de construtibilidade.

– Página 05

A mesma cena da página anterior, mas agora com os novos pitagóricos caminhando pela trilha de pedras e se inserindo ao ambiente.

Vanda: Professor, o que estamos procurando?

Professor: Elementos, Vanda...

João (pensando): Seriam os Elementos de Euclides?

Professor: ...Elementos de como se fazer geometria com o uso dos instrumentos mais simples possíveis.

Riva: No caso, a régua e o compasso. Professor: Exato.

Lucas: Ei, professor. Eu acho que esses dois estão falando sobre isso.

– Página 06

A página apresenta um grande cubo com as três arestas visíveis sendo utilizadas para conter as cenas abaixo.

Os alunos se aproximam de dois gregos em suas túnicas, um deles com pergaminhos debaixo do braço (Erastóstenes), enquanto o outro exibe um ar professoral. Eles estão na trilha de pedra.

Na aresta de cima do cubo:

Hipócrates: Então Péricles teria morrido de peste juntamente com um quarto da população de Atenas e os atenienses ao consultarem o oráculo de Apolo, em Delos, para saber como enfrentar a doença...

Erastóstenes: ...deveriam duplicar o altar de Apolo que tinha o formato de um cubo.

Na aresta da frente:

Hipócrates: Eis como o problema deliano será conhecido no futuro: dada a aresta de um cubo, construir só com régua e compasso a aresta de um segundo cubo tendo o dobro do volume do primeiro.

Erastóstenes: Mas o povo adora uma lenda, Hipócrates.

Na aresta lateral à direita:

Hipócrates: As histórias, às vezes, ilustram grandes idéias e as tornam mais compreensíveis ao vulgo, meu caro Erastóstenes.

O professor comenta com os seus alunos.

Professor: Nós bem sabemos, não é?

– Página 7

A página vai ser dividida em seis círculos congruentes. Em cada círculo um polígono regular a começar pelo triângulo até o octógono. Os personagens apareceram dentro dos polígonos.

Triângulo – Lucas: E eles não poderiam usar formas pra tentar resolver esse problema?

Quadrado – Caio: Pois não é, mano. Qual é a dessa fixação por régua e compasso, prof.?

Pentágono – Vanda: Eu acho que eles queriam era resolver o problema, Lucas.

Hexágono – Riva: E devem ter resolvido por outros métodos disponíveis, penso eu.

Heptágono – João: Como o professor falou agora a pouco, o lance da régua e compasso seria a simplicidade desses instrumentos, o que simplificaria a solução dos problemas.

Octógono – Professor: Isso mesmo... E essa aparente simplicidade poderia ter cunhos pedagógicos, ou seja, para o ensino.

Professor: Ou ainda, a necessidade de uma organização e de uma sistematização da geometria com vistas a uma melhor arquitetura da matemática.

*citação posterior: segundo a senhora Tatiana Roque.

– Página 08

A página será dividida em três partes a partir do ângulo inferior esquerdo como um ângulo reto sendo dividido em três ângulos iguais. O símbolo do ângulo reto usado tradicionalmente aparece no canto inferior esquerdo.

– Quadro 01

Vemos os personagens se dirigirem ao templo.

Professor: O que quero dizer é que vocês estão certos, pessoas. Muitos problemas eram resolvidos por diversos métodos diferentes.

Professor: Para o nosso segundo problema clássico ou o problema da trisseção do ângulo, por exemplo, Arquimedes empregou o método da “intercalação”, ou neusis.

Professor: E tal procedimento não se encaixa nos padrões euclidianos porque usava uma régua graduada.

Riva: Até mais, senhores gregos.

– Quadro 02

João: E o que seria essa trisseção do ângulo, professor?

Professor: Seria dividir o ângulo em três outros ângulos congruentes. Por exemplo, um ângulo reto seria trissectado em três ângulos de trinta graus.

– Quadro 03

Vanda: Que caminhada!

Professor: Ao nosso último problema, Vanda. Já estamos chegando ao final do passeio.

– Página 09

A página será dividida em duas formas: Um quadrado na parte superior seguido de um semicírculo sendo eclipsado pelo quadrado para simbolizar o problema seguinte.

Os personagens se encontram dentro de um templo que integra o quadrado e o semicírculo.

Riva: Já imaginou se encontrássemos o Arquimedes em plena solução de um problema?

João: Seria demais.

Professor: Okay, pessoas, neste último problema os gregos deveriam, usando os instrumentos já mencionados, construir um quadrado com a mesma área de um círculo.

Caio: Ainda não entendi nada desse bagulho.

Professor: Vamos pra prática, então?

Lucas: O que eu sei é que esses caras mandavam muito bem nas construções. Olha o tamanho disso, mah.

Professor: Muito bem, pessoal. Isso foi apenas uma introdução ao nosso curso básico de geometria. Vamos voltar à sala de aula.

– Página 10

Faixa retangular grande no terço superior: os alunos de volta à sala de aula.

Caio: O senhor devia continuar.

Vanda: É professor, tava legal.

Lucas: Você disse que tava cansada.

Retângulo (médio) no terço mediano da página:

João: Então, professor, nós vamos fazer desenhos geométricos?

Riva: E buscar solução pros problemas dos gregos? Retângulo (médio) abaixo do retângulo inferior:

Professor: Não. Hoje nós vamos usar seus celulares e baixar o aplicativo Euclidean.

Professor: Vamos fazer alguns desenhos elementares usando esse app e ver como ele funciona.

Retângulo vertical ao lado direito dos dois anteriores:

Professor: E na próxima viagem faremos um link entre os gregos e os italianos renascentistas.

Professor: Agora, vamos aos desenhos.

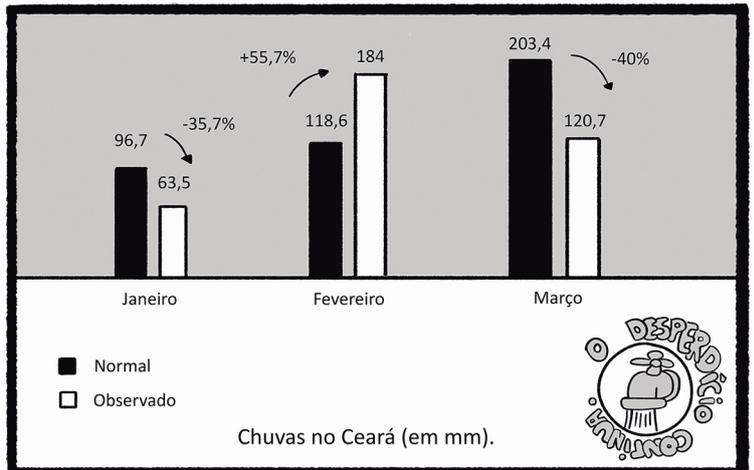
**APÊNDICE B – PÁGINAS FINALIZADAS DE OS NOVOS PITAGÓRICOS E DO
FANZINE ‘A FRONTEIRA É FECHADA’**

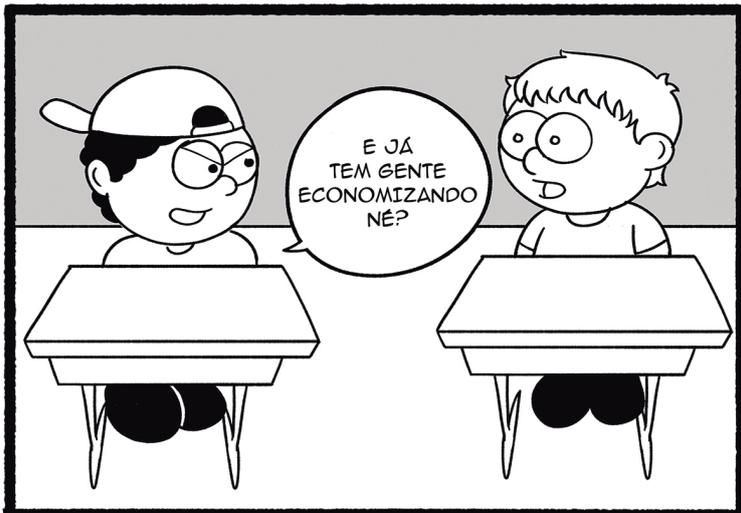
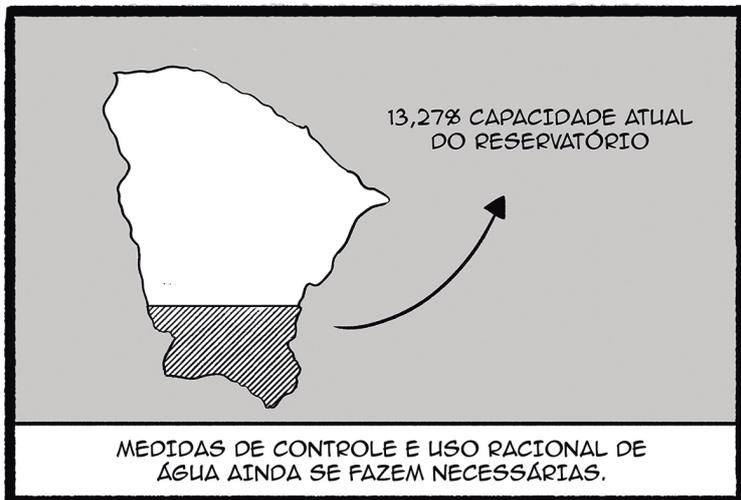
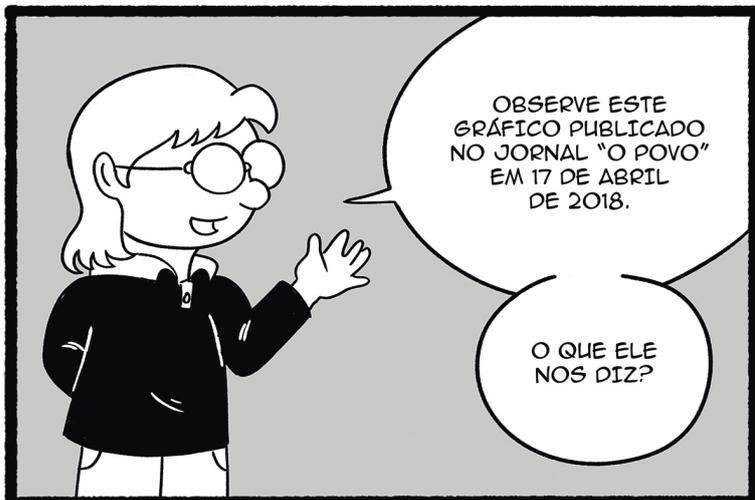
Vejamos como ficaram algumas das páginas roteirizadas no capítulo quatro como sugestão de publicação, a qual intitulamos Os Novos Pitagóricos.



ESTATÍSTICA:

RAMO DA MATEMÁTICA VOLTADO PARA COLETA, ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DE DADOS NO ESTUDO DE FENÔMENOS NATURAIS, ECONÔMICOS E SOCIAIS.

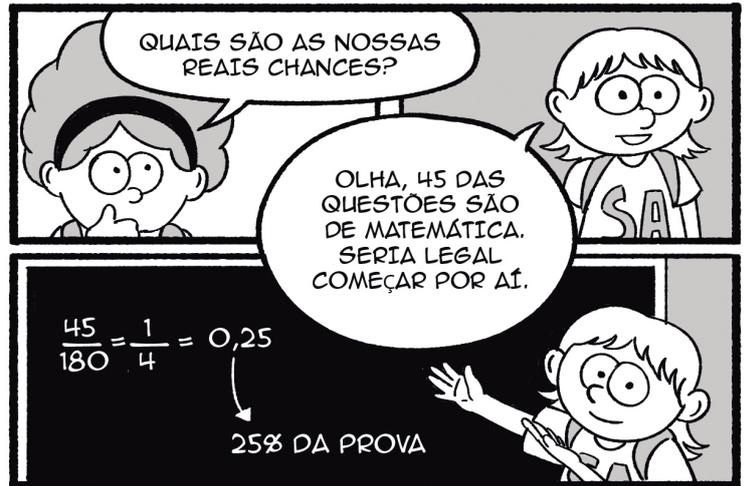




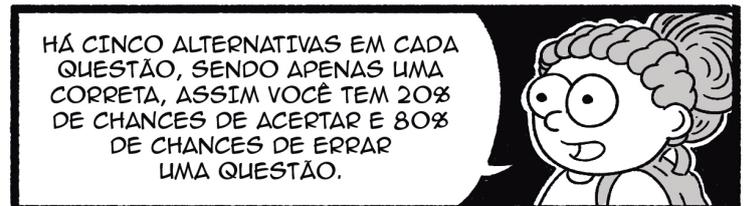
OS NOVOS PITAGÓRICOS

EM:

'QUAIS AS MINHAS CHANCES?' OU 'ENEM? E EU NEM!'



$\frac{1}{5} = 0,2 = 20\%$ CHANCES DE ACERTAR	$\frac{4}{5} = 0,8 = 80\%$ CHANCES DE ERRAR
--	--



PROBABILIDADE DE UM EVENTO É IGUAL À RAZÃO ENTRE O NÚMERO DE CASOS FAVORÁVEIS AO EVENTO E O NÚMERO DE CASOS POSSÍVEIS



EIS UMA BOA JUSTIFICATIVA PARA COMPREENDER A LEI BINOMIAL DE PROBABILIDADE.

LEI BINOMIAL DE PROBABILIDADE

$$B_{N,P}(K) = \binom{N}{K} P^K Q^{N-K}$$

COM N, K INTEIROS

P: PROBABILIDADE DE SUCESSO
Q = 1-P : PROBABILIDADE DE FALHA

É POR ISSO QUE EU SOU NINJA.

E SE O ENEM FOR O TIAMAT?

LINGUAGENS E CÓDIGOS - 45 QUESTÕES DE XP HABILIDADES: LITERÁRIAS, LINGÜÍSTICAS, IDIOMÁTICAS ALÉM DE ARTÍSTICAS E ESPORTIVAS.

CIÊNCIAS HUMANAS - 45 QUESTÕES DE XP HABILIDADES: HISTÓRICAS, GEOGRÁFICAS, SOCIOLÓGICAS E FILOSÓFICAS.

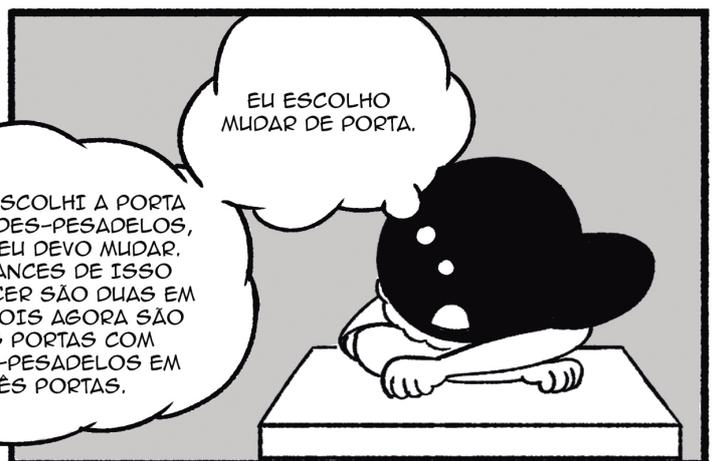
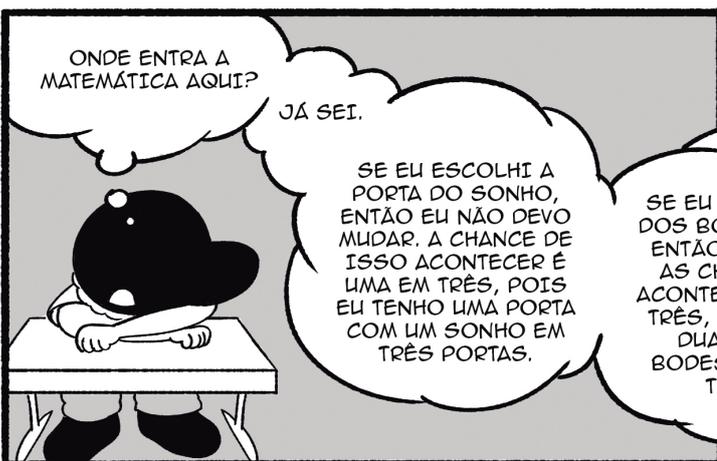
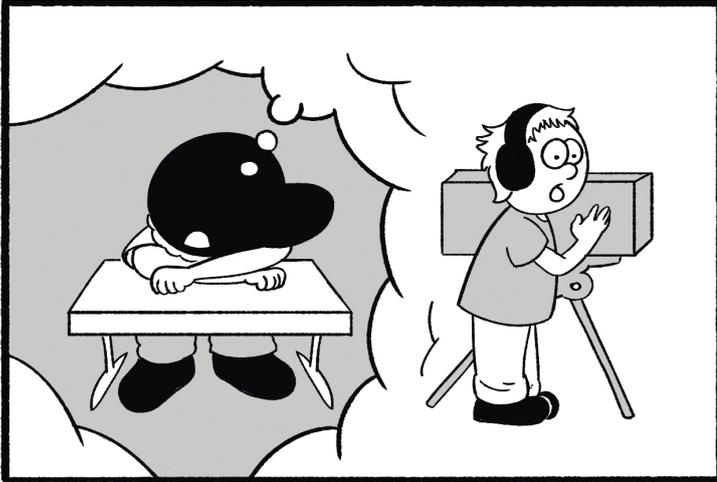
CIÊNCIAS DA NATUREZA - 45 QUESTÕES DE XP HABILIDADES: BIOLÓGICAS, QUÍMICAS E FÍSICAS.

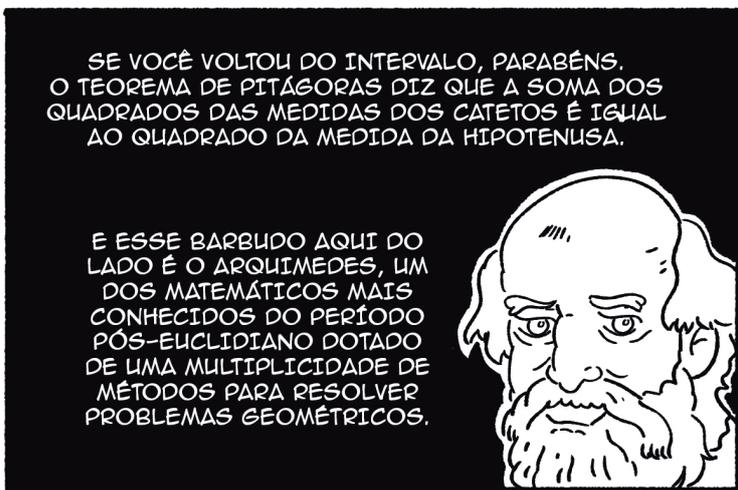
MATEMÁTICA - 45 QUESTÕES DE XP. AH, VOCÊ JÁ SABE! SE EXERCITE BEM ANTES DE ENFRENTÁ-LA.



REDAÇÃO - 1000 PONTOS EXTRAS DE XP EQUIVALENTES AS 45 QUESTÕES DAS OUTRAS PROVAS-CABEÇAS. FIQUE ATENTO AOS SINAIS.

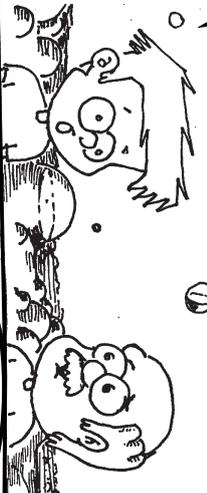
DE QUANTOS MODOS ISSO PODE CONTINUAR?





Em seguida, disponibilizamos também o fanzine *A fronteira é fechada* onde adaptamos o problema apresentado no capítulo três objetivando a impressão e/ou a verificação dos detalhes de elaboração como exemplo a todos os interessados em produzir material similar, ou desejosos de utilizá-lo em alguma atividade.

Então nos devemos mostrar que a fronteira de pontos do espaço é fechada?

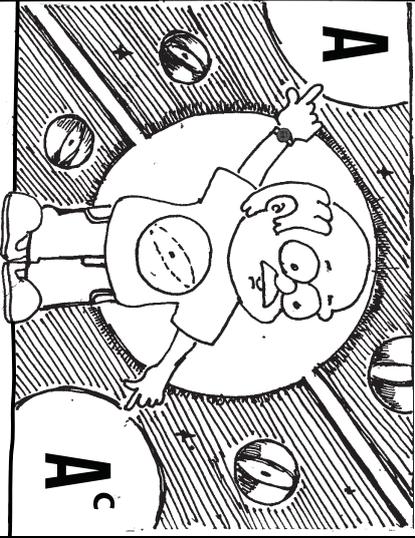


Seria interessante lembrar o que seria um ponto de fronteira, não?

pois não



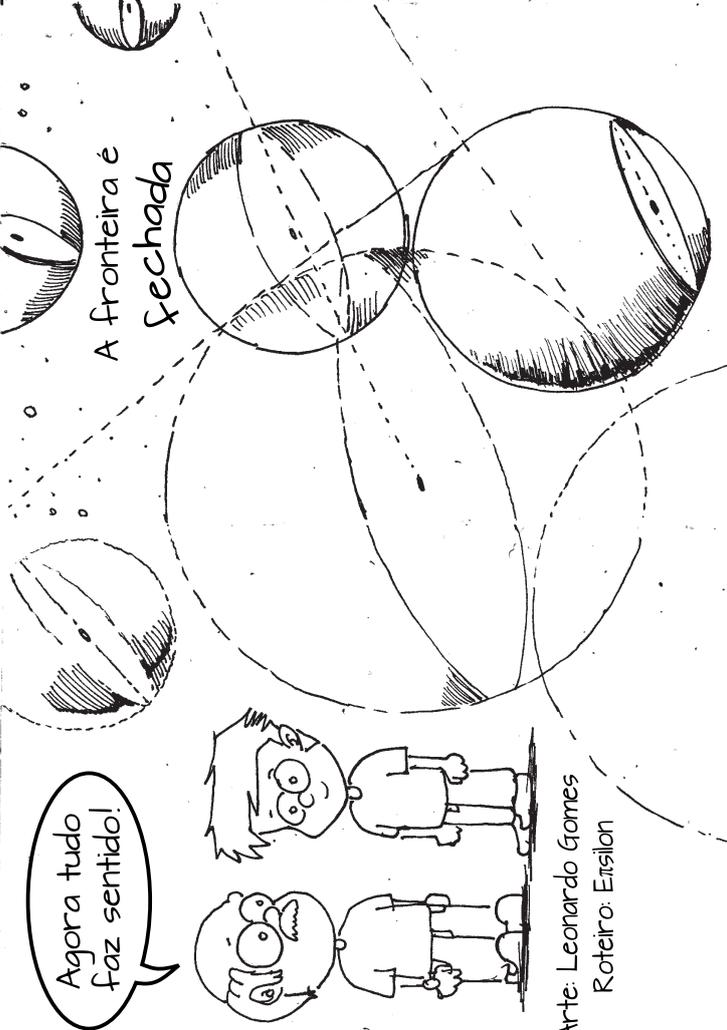
Um ponto P do espaço é um ponto de fronteira de A se, para todo $R>0$, a bola aberta $B(P,R)$ intersecciona tanto A quanto A^c



$B(P,R)$ = bola aberta de centro em P e raio medido R
O conjunto dos pontos de fronteira de A é chamado de fronteira de A

Arte: Leonardo Gomes
Roteiro: Erislan

A fronteira é fechada

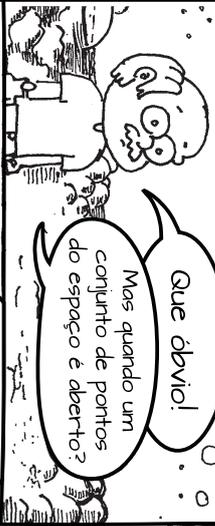


Agora tudo faz sentido!

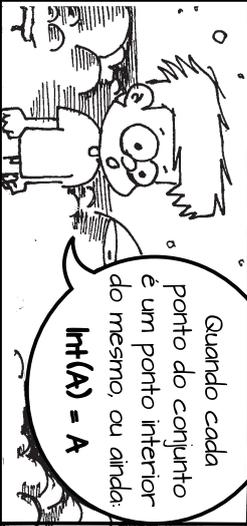
Para mostrar que a fronteira ∂A é fechada, basta mostrar que o seu complementar $(\partial A)^c$ é aberto.



Que óbvio!
Mas quando um conjunto de pontos do espaço é aberto?



Quando cada ponto do conjunto é um ponto interior do mesmo, ou ainda:
 $\text{Int}(A) = A$

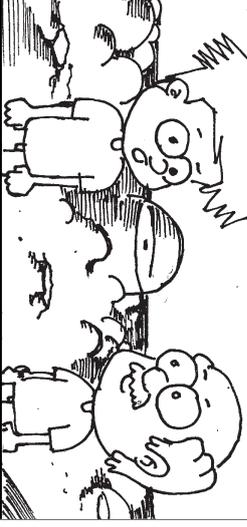


Sim. E um ponto P é um ponto interior de A se para algum $R>0$ a bola aberta $B(P,R) \subset A$

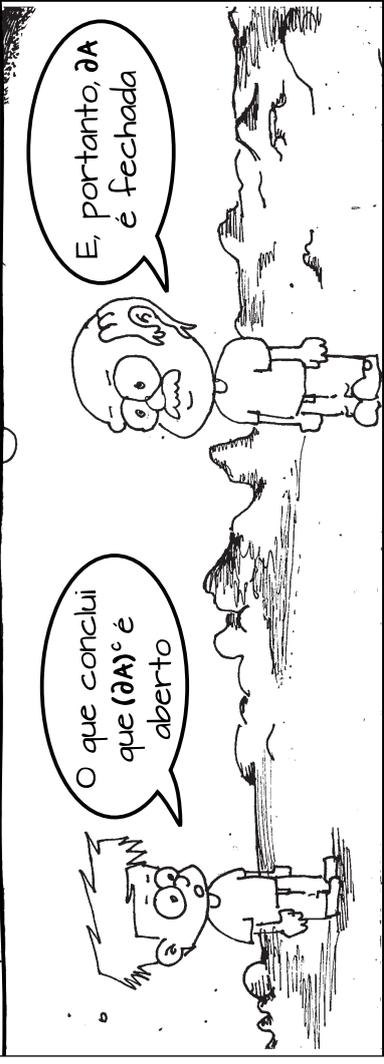


Meu Deus, quantas definições para um problema simples de enunciar.

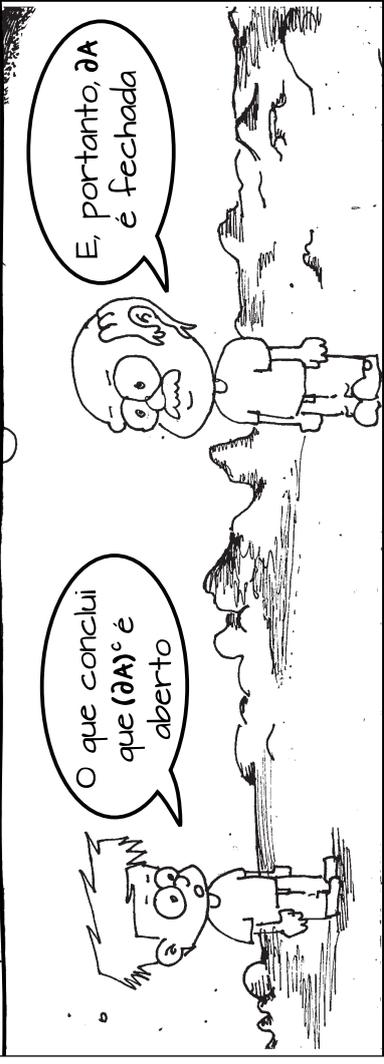
Vamos voltar ao problema.



E, portanto, ∂A é fechada



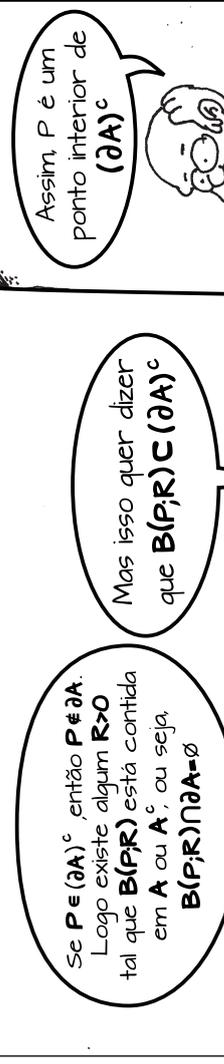
O que conclui que $(\partial A)^c$ é aberto



Mas isso quer dizer que $B(P,R) \subset (\partial A)^c$



Se $P \in (\partial A)^c$, então $P \notin \partial A$. Logo existe algum $R>0$ tal que $B(P,R)$ está contida em A ou A^c , ou seja, $B(P,R) \cap \partial A = \emptyset$



Assim, P é um ponto interior de $(\partial A)^c$

