

Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro  
Centro de Ciências Exatas e Tecnologia  
Curso de Pós-Graduação em Matemática

Ana Carolina Alves Tomaz da Silva

*Discurso Matemático e Pedagógico de Professores:  
explorando o sinal de uma função utilizando a metodologia  
MathTask e com o apoio da tecnologia Desmos*

Rio de Janeiro

2020

Ana Carolina Alves Tomaz da Silva

*Discurso Matemático e Pedagógico de Professores:  
explorando o sinal de uma função utilizando a metodologia  
MathTask e com o apoio da tecnologia Desmos*

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao  
Programa de Pós-graduação em Matemática PROFMAT da  
UNIRIO, como requisito para a obtenção do grau de  
MESTRE em Matemática.

Orientador: Gladson Antunes  
Doutor em Matemática – UNIRIO

Co-orientador: Michel Cambrinha  
Doutor em Matemática – UNIRIO

Rio de Janeiro

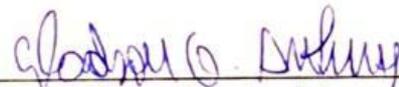
2020

Ana Carolina Alves Tomaz da Silva

*Discurso Matemático e Pedagógico de Professores: explorando o  
sinal de uma função com o apoio de tecnologia*

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao  
Programa de Pós-graduação em Matemática PROFMAT da  
UNIRIO, como requisito para a obtenção do grau de  
MESTRE em Matemática.

Aprovado em 13 de março de 2020.



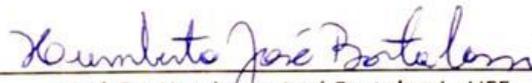
---

Prof. Dr. Gladson Octaviano Antunes – UNIRIO  
(Orientador)



---

Prof. Dr. Michel Cambrinha de Paula – UNIRIO  
(Co-orientador)



---

Prof. Dr. Humberto José Bortolossi - UFF

Catálogo informatizada pelo(a) autor(a)

S586 SILVA, ANA CAROLINA ALVES TOMAZ DA  
Discurso matemático e pedagógico de professores:  
explorando o sinal de uma função utilizando a  
metodologia mathtask e com o apoio da tecnologia  
desmos. / ANA CAROLINA ALVES TOMAZ DA SILVA. -- Rio  
de Janeiro, 2020.  
26

Orientador: Gladson Antunes.  
Coorientador: Michel Cambrinha .  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do  
Estado do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação  
em Matemática, 2020.

1. Tecnologia educacional. 2. MathTask. 3.  
Desmos. I. Antunes, Gladson, orient. II. Cambrinha  
, Michel, coorient. III. Título.

Dedico este trabalho à minha vó, Nilza, que não está mais fisicamente entre nós, mas que no alto dos seus 86 anos fazia cálculos, para suas costuras, com exímias rapidez e competência, e sempre me incentivou a estudar.

## **Agradecimentos**

Agradeço a Deus, por todas as bênçãos derramadas na minha vida.

Ao meu esposo Diego, pela paciência, incentivo e amor.

Aos meus pais, Ana e Luiz, pelos esforços que sempre fizeram por mim, pelo apoio incondicional e pelo amor. À minha irmã Claudia, por ser presente, sempre me apoiando e incentivando.

Aos meus orientadores, Prof. Dr. Gladson Octaviano Antunes e Prof. Dr. Michel Cambrinha de Paula pela confiança, paciência e dedicação durante todo esse trabalho.

A todos os professores do PROFMAT – Unirio, por todo conhecimento compartilhado, sempre com muita dedicação.

Aos meus colegas de mestrado que fizeram com que essa experiência fosse ainda mais rica. Em especial à minha amiga e para sempre dupla, Tayná Pelegrino pela parceria, paciência e amizade durante toda essa jornada.

A todos os colegas professores que participaram das tarefas propostas.

## **Resumo**

O objetivo do presente trabalho é explorar o discurso matemático e pedagógico de professores em serviço, no contexto do uso de tecnologias em sala de aula. Participaram dessa pesquisa 6 professores que atuam na Educação Básica e que, em sua maioria, fazem ou fizeram parte do PROFMAT – Programa de Mestrado Profissional em Matemática. A metodologia é baseada no programa de pesquisa MathTASK que propõe o uso de tarefas de situações específicas (reais ou hipotéticas) para examinar as crenças, competências e o conhecimento dos professores, bem como sua relação com a prática de sala de aula.

**Palavras-chave:** Tecnologia educacional, MathTASK, Desmos.

## **Abstract**

This paper has the objective to explore the mathematical and pedagogical discourse of teachers in service, in the use of technologies into classroom. It's participated 6 teacher who work in Basic Education and also the most theirs are and were part of PROFMAT - Professional Master's Program in Mathematics. The methodology has based on the research program MathTASK which proposes the use of tasks specific situations (real or hypothetical) to test the beliefs, competences and knowledge of teacher, as well as their relation with classroom practice.

**Keywords:** Education technology, MathTASK, Desmos.

## Sumário

Introdução .....	9
1. O projeto MathTASK .....	11
2. O uso da tecnologia digital em sala de aula.....	13
2.1. A plataforma Desmos .....	14
3. A tarefa: Cadê o gráfico? .....	15
4. Respostas e discussões.....	21
5. Considerações Finais.....	26
6. Referências Bibliográficas.....	27

## Introdução

No Brasil, alunos do ensino básico apresentam grande dificuldade no aprendizado da matemática, vide resultados apresentados no *Saeb* (Sistema de Avaliação da Educação Básica - <http://portal.inep.gov.br/educacao-basica/saeb>). No site do Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) encontramos uma descrição do que se trata esse exame, e sua importância para a educação básica brasileira:

O Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) é composto por um conjunto de avaliações externas em larga escala que permitem ao Inep realizar um diagnóstico da educação básica brasileira e de alguns fatores que possam interferir no desempenho do estudante, fornecendo um indicativo sobre a qualidade do ensino ofertado. Por meio de provas e questionários, aplicados periodicamente pelo Inep, o Saeb permite que os diversos níveis governamentais avaliem a qualidade da educação praticada no país, de modo a oferecer subsídios para a elaboração, o monitoramento e o aprimoramento de políticas com base em evidências. As médias de desempenho do Saeb, juntamente com os dados sobre aprovação, obtidos no Censo Escolar, compõem o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb).

Ainda de acordo com o site, a partir de 2017, “não só as escolas públicas do ensino fundamental, mas também as de Ensino Médio, públicas e privadas, passaram a ter resultados no Saeb e, conseqüentemente, no Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb)”. Na avaliação de 2017, em matemática, 71,67% dos alunos de Ensino Médio, avaliados, apresentaram níveis insuficientes de aprendizado. Em seu artigo, Vanessa Fajardo e Flavia Foreque explicam que, do ponto de vista pedagógico, esses resultados indicam que “a maioria dos estudantes não é capaz de resolver problemas com operações fundamentais com números naturais ou reconhecer o gráfico de função a partir de valores fornecidos em um texto”. O desafio para o professor é entender esses resultados, fazer a reflexão sobre como o conteúdo é ensinado nas salas, e pensar em estratégias para que o aluno consiga compreender melhor o que está sendo transmitido.

Um dos diversos caminhos possíveis para abordar esse problema é dar ao professor uma formação que estimule reflexões sobre o que acontece dentro da sala de aula, tanto no que diz respeito ao ensino da matemática quanto às dinâmicas e relações humanas que se estabelecem no cotidiano da escola básica. Nesse contexto,

utilizaremos o MathTASK<sup>1</sup>, um programa colaborativo de pesquisa e formação de professores, que propõe tarefas matemáticas, contextualizadas em situações específicas (reais ou hipotéticas), visando transformar em prática as aspirações e os discursos matemáticos e pedagógicos dos professores que refletem sobre eles.

Essas situações de ensino: são hipotéticas, mas baseadas em questões de ensino e de aprendizagem que pesquisas e experiências anteriores destacaram como seminais; são suscetíveis de ocorrerem na prática real; têm finalidade e utilidade; e podem ser usadas tanto na formação (inicial e em serviço) do professor quanto na pesquisa através do acesso aos pontos de vista dos professores e das suas práticas intencionadas.<sup>2</sup>

A partir da nossa experiência, podemos constatar que se por um lado os estudantes de hoje aprendem tudo com muita rapidez, por outro, se cansam facilmente das práticas repetidas do ensino tradicional. Conforme Prensky (2010):

Alunos do mundo inteiro resistem, com todas as suas forças, ao velho paradigma do professor que “fala e expõe”. Enquanto os professores proferem suas palestras em sala de aula, esses alunos simplesmente baixam a cabeça, enviam mensagens de texto para seus amigos e, em geral, param de escutar. Entretanto, esses mesmos alunos estão ansiosos por usar o tempo de aula para aprender por conta própria, exatamente como eles fazem quando saem da escola e usam suas tecnologias para aprender por si mesmos qualquer coisa que lhes interesse. (2010, p. 203-204)

Um dos caminhos possíveis para superar tais dificuldades é o professor estar preparado para lidar com a tecnologia na sala de aula, seja ele mesmo oferecendo os recursos ou orientando seu uso a partir de uma demanda dos estudantes. Surge assim a nossa questão de pesquisa: de que discursos matemáticos e pedagógicos se valem os professores diante de uma situação hipotética de sala de aula em que há a utilização, por parte dos estudantes, de um recurso tecnológico no contexto da visualização de gráfico de funções? Propomos para esta pesquisa que professores em serviço respondam a uma tarefa, inspirada nas tarefas do eixo 4 do MathTASK,

---

<sup>1</sup> Disponível em: [https://www.uea.ac.uk/education/research/areas/mathematics-education/our-research/mathtask\\_homepage](https://www.uea.ac.uk/education/research/areas/mathematics-education/our-research/mathtask_homepage) . Acessado em Agosto/2019

<sup>2</sup> Disponível em: [http://www.uea.ac.uk/documents/595200/27218048/MathTASK+Summary+2018+PT\\_060818B.pdf/04c2efaa7765-f9d8-48cc-3ba06df5b17e](http://www.uea.ac.uk/documents/595200/27218048/MathTASK+Summary+2018+PT_060818B.pdf/04c2efaa7765-f9d8-48cc-3ba06df5b17e) . Acessado em Agosto/2019

que tratam do papel da tecnologia digital e de outros recursos no ensino e na aprendizagem em matemática.

Na próxima seção, traremos mais detalhes sobre o projeto MathTask, seus eixos de pesquisa e a estrutura de uma tarefa. Na seção 2, fazemos uma breve discussão sobre o papel da tecnologia em sala de aula e abordamos, com mais detalhes, a ferramenta utilizada para apresentar a tarefa aos participantes da pesquisa (*classroom activities* da plataforma Desmos). Na seção 3, apresentaremos a tarefa que foi respondida pelos professores, e na seção 4, traremos uma discussão sobre as respostas. Por fim, na seção 5, teremos as considerações finais.

## 1. O projeto MathTASK

O programa de pesquisa MathTASK foi idealizado pelas professoras Irene Biza e Elena Nardi, é sediado na Universidade de East Anglia, no Reino Unido e conta com colaboradores no Brasil e na Grécia. Na descrição da pesquisa, os pesquisadores destacam o reconhecimento da diferença entre a teoria e a prática em sala de aula:

A pesquisa reconhece a evidente discrepância entre as crenças teóricas e descontextualizadas expressas por professores sobre a matemática e a pedagogia e a prática real (e.g. Speer, 2005) e um corpo de trabalho considerável na educação matemática explora a utilização de casos de ensino específicos (e.g. Kersting, 2008, Markovits e Smith, 2008) na formação de professores. Nossa pesquisa baseia-se no pressuposto de que o discurso matemático e pedagógico dos professores é mais bem explorado e desenvolvido em contextos específicos (...)<sup>3</sup>

O projeto MathTASK está dividido “em quatro eixos: (1) pensamento matemático (por exemplo, práticas pedagógicas e didáticas em relação ao ensino de certos tópicos matemáticos); (2) gestão da sala de aula (por exemplo, a interferência da gestão da sala de aula na aprendizagem matemática); (3) CAPTeaM: a deficiência e a inclusão na sala de aula de matemática (por exemplo, estratégias de alunos surdos e cegos para lidar com problemas matemáticos); e (4) o papel da tecnologia digital e

---

<sup>3</sup> Disponível em:

[http://www.uea.ac.uk/documents/595200/27218048/MathTASK+Summary+2018+PT\\_060818B.pdf/04c2efaa7765-f9d8-48cc-3ba06df5b17](http://www.uea.ac.uk/documents/595200/27218048/MathTASK+Summary+2018+PT_060818B.pdf/04c2efaa7765-f9d8-48cc-3ba06df5b17) . Acessado em Agosto/2019

de outros recursos no ensino e na aprendizagem em matemática (por exemplo, as mudanças nas práticas matemáticas dos professores quando usam tecnologia)<sup>4</sup>”.

Acreditamos que nossa pesquisa se aproxima mais do eixo 4, que é descrito como o ponto de criação de:

“(...) tarefas que convidam os professores a refletirem e discutirem sobre situações de sala de aula nas quais professores e estudantes usam software educacional (por exemplo, Geometria Dinâmica, Sistemas de Computação Algébrica, etc.) e recursos on-line ou outros (por exemplo, motores de busca, e-books, livros didáticos, papel e lápis, etc.) para introduzir um tópico matemático ou para resolver um problema. Essas Tarefas discutem uma série de maneiras de abordar a matemática – visualmente, simbolicamente ou em palavras – e conexões potenciais entre essas diferentes maneiras. Elas também visam a abordar questões como potencialidades e limitações de tecnologias digitais e conflitos entre diferentes formas de comunicar-se matematicamente. O design dessas Tarefas baseia-se na literatura de pesquisa e na prática de ensino (e.g. Giraldo, Caetano & Mattos, 2013). Recentemente, as Tarefas também são inspiradas nas observações da sala de aula realizadas para o projeto de doutorado em andamento da integrante da equipe Lina Kayali (KAYALI & BIZA, 2017, 2018).”<sup>5</sup>

As tarefas do MathTASK possuem um design característico, seu conteúdo matemático, normalmente, diz respeito a um tópico ou um problema conhecido por sua sutileza, ou por causar dificuldades aos alunos. Descrevem situações muitas vezes hipotéticas, mas que refletem situações reais de ensino, narrando diálogos entre professor e alunos, ou alunos e alunos, cujos conteúdos refletem a sutileza (ou falta dela) ou dificuldade relacionadas ao tópico, e oferece uma oportunidade para o professor refletir e demonstrar as maneiras pelas quais ele ajudaria o aluno a alcançar a sutileza ou superar a dificuldade. (BIZA et al, 2018)

A tarefa abaixo, exemplifica o quarto eixo:

---

<sup>4</sup> Disponível em:

[http://www.uea.ac.uk/documents/595200/27218048/MathTASK+Summary+2018+PT\\_060818B.pdf/04c2efaa7765-f9d8-48cc-3ba06df5b17](http://www.uea.ac.uk/documents/595200/27218048/MathTASK+Summary+2018+PT_060818B.pdf/04c2efaa7765-f9d8-48cc-3ba06df5b17) . Acessado em Agosto/2019

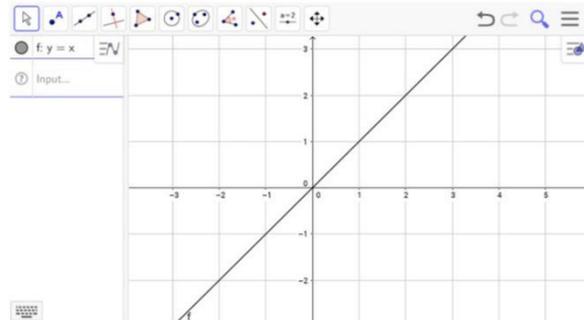
<sup>5</sup> Disponível em:

[http://www.uea.ac.uk/documents/595200/27218048/MathTASK+Summary+2018+PT\\_060818B.pdf/04c2efaa7765-f9d8-48cc-3ba06df5b17](http://www.uea.ac.uk/documents/595200/27218048/MathTASK+Summary+2018+PT_060818B.pdf/04c2efaa7765-f9d8-48cc-3ba06df5b17) . Acessado em Agosto/2019

### Transformação Gráfica com o GeoGebra

Numa turma do 9º ano do Reino Unido, os estudantes são introduzidos às transformações gráficas usando o GeoGebra. A professora mostrou a eles como entrar com funções algébricas e pediu aos estudantes para explorarem livremente durante um tempo. Enquanto andava pela turma ela testemunhou o seguinte.

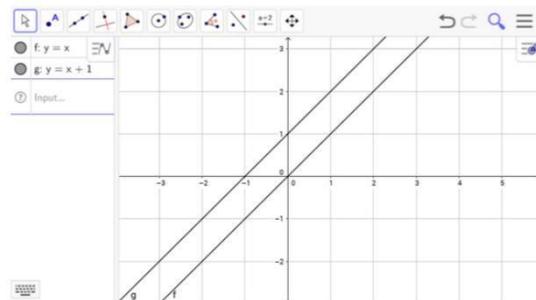
**Estudante A:** Hey, Estudante B, eu desenhei o gráfico de  $y = x$ , é uma reta passando pelo centro dos eixos.



**Estudante B:** Legal! Eu também fiz isso. Mas agora, eu movi o gráfico um passo para a direita.

**Estudante A:** Deixa eu tentar fazer isso! Ok, eu digitei  $y = x + 1$  e apertei enter.

O gráfico se moveu! Mas, perai, por que o meu foi para esquerda? Eu disse  $+1$ , não  $-1$ .



#### Questionamentos

- Por que o estudante encontrou esse problema com o gráfico?
- Como você usaria essa situação como professor?
- Como você responderia ao Estudante A e à turma toda?

Figura 1 - Tarefa MathTask

Fonte: [https://www.uea.ac.uk/documents/595200/27218616/210TEN\\_Graph+Transformation+with+GeoGebra\\_020818.pdf/99b13db5-1fd3-18fc-07e4-95cc9f5b19b6](https://www.uea.ac.uk/documents/595200/27218616/210TEN_Graph+Transformation+with+GeoGebra_020818.pdf/99b13db5-1fd3-18fc-07e4-95cc9f5b19b6) Acesso em Janeiro/2020

## 2. O uso da tecnologia digital em sala de aula

Com a evolução tecnológica e o acesso facilitado à essas tecnologias digitais, os professores precisam acompanhar essa geração, usufruindo também desse meio, e levando conhecimento ao educando. Muitos professores ainda não se sentem confortáveis em fazer uso de computadores, celulares, projetores ou outro tipo de

tecnologia, em sala de aula, seja por não saberem como fazer ou por acharem que os alunos não corresponderão de forma positiva ao que for proposto, ou ainda, por simplesmente pensarem que perderão tempo utilizando esse tipo de recurso. De acordo com os PCN (2000, p.12),

“Qualquer inovação tecnológica traz desconforto àqueles que, apesar de conviverem com ela, ainda não a entendem. As tecnologias não são apenas produtos de mercado, mas produtos de práticas sociais. Seus padrões são arquitetados simbolicamente como conteúdos sociais, para depois haver uma adaptação mercadológica.”

Há uma grande necessidade de que os professores se atualizem, estejam em constante movimento de aprendizagem e se empenhem em capacitar-se, para que seus alunos consigam se desenvolver ao máximo.

O uso da tecnologia a favor da educação, faz com que o aluno investigue, se autodesafie, amplie seus sentidos, experimente e reformule questões, problemas ou desafios, tornando o processo de aprendizagem prazeroso. E, muitas vezes, faz também com que o aluno se aproxime do educador, uma vez que este estará inserido em um universo confortável para o aluno. De acordo com Pereira (2007), a prática tem mostrado que a relação entre aluno e professor se modifica com o aumento da proximidade, interação e colaboração entre ambos.

O educador precisa, antes de tudo, filtrar o que dessa tecnologia pode ser posto para o aluno, para que não seja uma ferramenta que limite seu poder de raciocínio. A tecnologia precisa estar associada à ideia de ampliação de conhecimento, não podendo se tornar limitadora do conhecimento. E, o papel do professor, como guia, é fundamental para que este trabalho tenha um saldo positivo. Conforme Batista e Baldissera (2011),

É importante que o professor proporcione ambientes ricos em recursos tecnológicos, possibilitando assim, uma reflexão crítica e elaborada da realidade para que o aluno assuma um papel ativo no desenvolvimento da sua aprendizagem. Agindo assim, o professor torna-se um organizador do saber, um fornecedor de meios e recursos de aprendizagem, um estimulador do diálogo, da reflexão e da participação crítica (BATISTA & BALDISSERA, 2011, p.2).

Promover espaços para trocas de experiências entre os professores, pode ser um caminho, para que eles se sintam confortáveis e confiantes, para fazer o uso da

tecnologia em sala de aula. Com a experiência de cada um, conseguirão proporcionar ao aluno novas perspectivas. Além disso, a capacitação profissional também colabora para seu aperfeiçoamento. Os cursos de Pós-Graduação (lato e stricto sensu), além de eventos científicos, contribuem bastante para seu desenvolvimento. Para Moran (1999), o professor precisa partir de onde o aluno está. Ajudá-lo a ir do concreto ao abstrato, do imediato para o contexto, do vivencial para o intelectual. Os professores, diretores, administradores terão que estar permanentemente em um processo de atualização, através de cursos virtuais, de grupos de discussão significativos, e participando de projetos colaborativos dentro e fora das instituições em que trabalham.

### **2.1. A plataforma Desmos**

Para atividades digitais na área da Matemática, a plataforma online “Desmos” tem a missão de auxiliar o professor e o aluno. É uma plataforma fácil e intuitiva, contém várias atividades para professores e alunos, para o auxílio na sala de aula. Segundo informações do site da plataforma, “essas atividades aproveitam tudo o que torna os computadores especiais. Elas convidam os alunos a criarem suas próprias ideias matemáticas, em vez de apenas consumirem as nossas, incentivam os alunos à compartilharem suas criações uns com os outros, em vez de usar um algoritmo de classificação. Distribuimos essas atividades gratuitamente em nosso site, e por meio de parcerias com editores de currículos”.<sup>6</sup>

O Desmos pode ser executado com qualquer navegador, sem downloads ou instalações. A plataforma disponibiliza, também, recursos para alunos com deficiência visual. Além disso, tem espaço para os professores criarem suas próprias atividades.

### **3. A tarefa: Cadê o gráfico?**

A tarefa para a reflexão, análise e discussão dos professores, foi desenvolvida através da plataforma Desmos e está disponível para a consulta e aplicação através deste [link](#)<sup>7</sup> ou através do código QR abaixo.

---

<sup>6</sup> Disponível em:

<https://www.desmos.com/about> .Acessado em Agosto/2019

<sup>7</sup> <https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5d13f281ed42e90589541360>



A ideia é propor uma situação hipotética de ensino sobre o conteúdo de funções que explore a visualização como apoio para a produção de conhecimento matemático. Para realizar a tarefa, o professor recebeu um link de acesso à plataforma Desmos, e ao clicar nele, foi direcionado a entrar na sala de aula, informando seu nome. À medida em que navega pelas telas da atividade, o professor é convidado a resolver um problema matemático, analisar duas diferentes abordagens de alunos fictícios e descrever como responderiam aos alunos e à turma naquela situação específica. A seguir, uma descrição detalhada da atividade

### Título: “Cadê o gráfico?”

Tela 1: Apresentação da atividade, e uma situação hipotética de sala de aula.

A pergunta

Em uma aula do 1º ano do Ensino Médio o professor propõe a seguinte pergunta:

"A expressão  $\frac{0.001x^2 - 100000}{|0.001x^2 - 100000|}$  é positiva para algum valor de  $x$ ?"

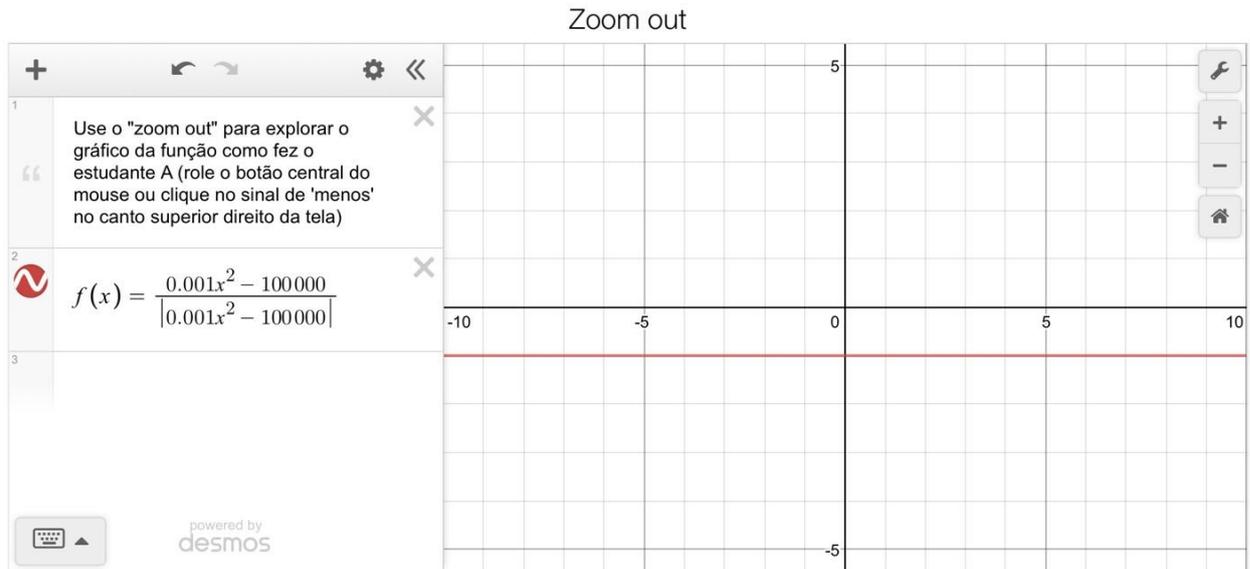
O estudante A tem a ideia de usar uma calculadora gráfica para analisar as imagens da função

$f(x) = \frac{0.001x^2 - 100000}{|0.001x^2 - 100000|}$ , e obtém o gráfico ao lado.

Imediatamente ele afirma que a expressão é sempre negativa e igual a  $-1$ .

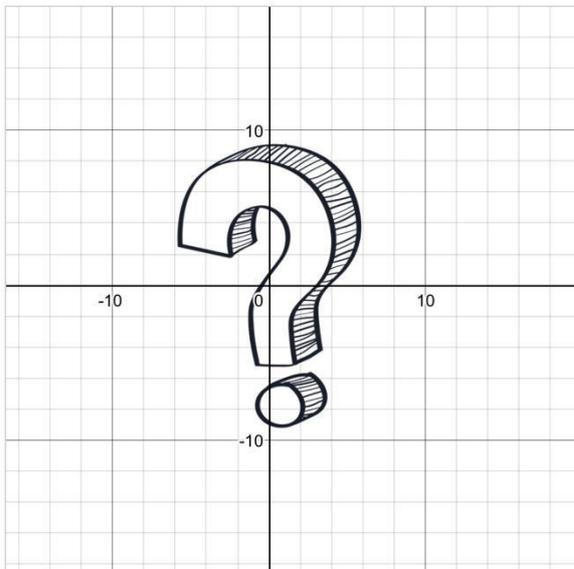
Não muito seguro, ele resolve usar o "zoom out" para olhar o gráfico em domínios maiores e acaba confirmando sua resposta.

Tela 2: Utilização da ferramenta “Zoom Out”: o participante poderá afastar o gráfico o quanto ele necessitar, para fazer sua análise.



Tela 3: O estudante B faz uma observação a respeito do gráfico da função  $y = 0,001x^2 - 100000$ .

O estudante B



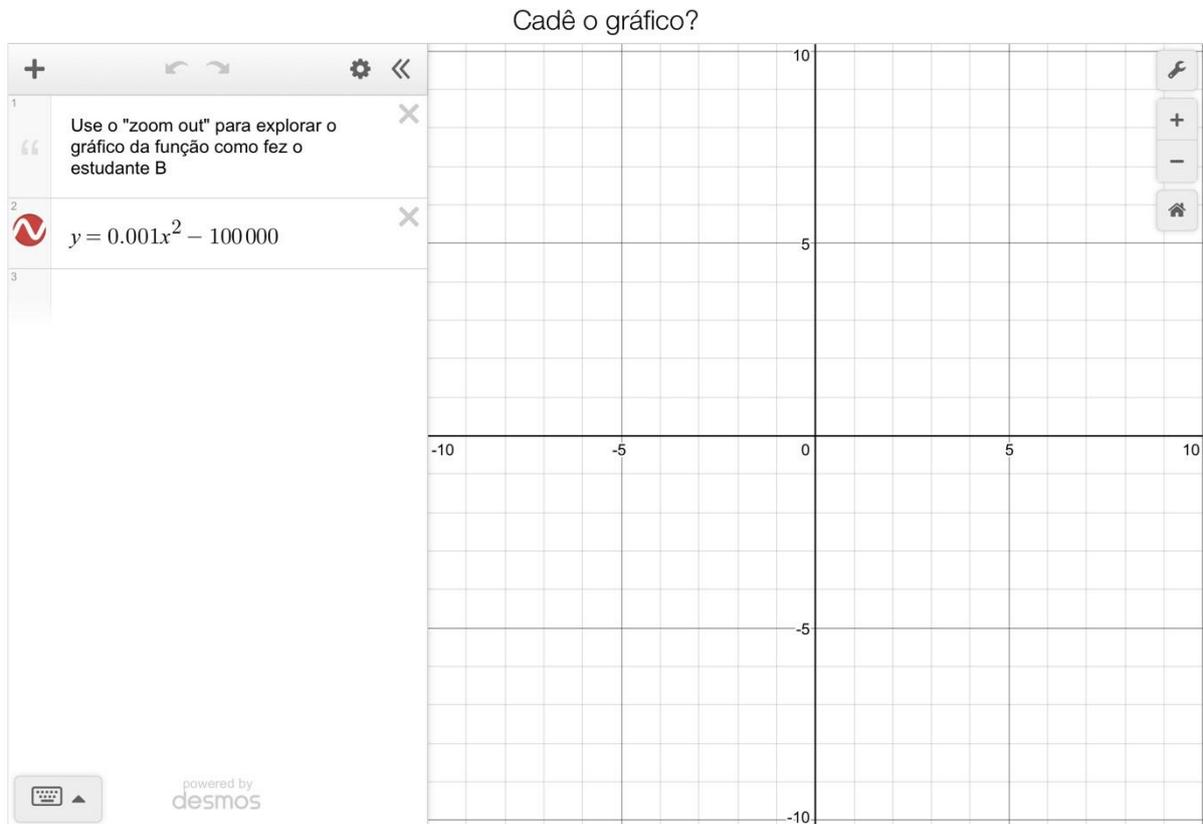
O estudante B chama o professor e diz:

— Tem algo errado aqui. Primeiro percebi logo que o denominador tem sempre sinal positivo, por causa do módulo. Então a gente pode afirmar que o sinal da expressão do enunciado é determinado pelo sinal da expressão quadrática do numerador  $0.001x^2 - 100000$ , certo?

— Correto. Diz o professor.

— Aí eu fui desenhar na calculadora gráfica o gráfico da função  $y = 0.001x^2 - 100000$ . Mas quando digitei aqui não apareceu nada!! Já mexi no 'zoom' e nada!! Cadê o gráfico??!

Tela 4: O estudante tem a possibilidade de explorar o gráfico da função quadrática do numerador da função racional  $f$ , utilizando o “zoom out”.



Tela 5: Estudo dos sinais do numerador.

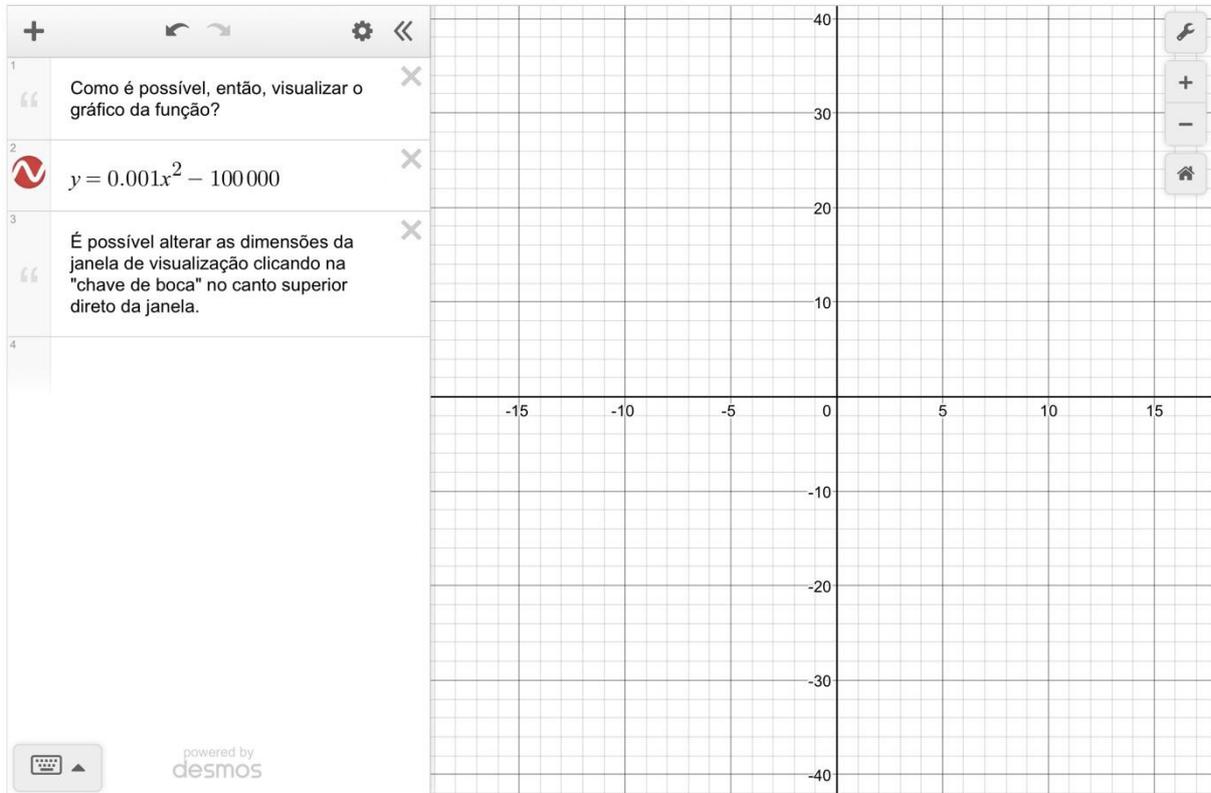
O sinal do numerador, afinal

Faça, na janela ao lado, um esboço do gráfico da função  $y = 0.001x^2 - 100000$ . Como varia o sinal de  $y$ ? Para que valores de  $x$  ele assume valores positivos, negativos e zero?

Share with Class

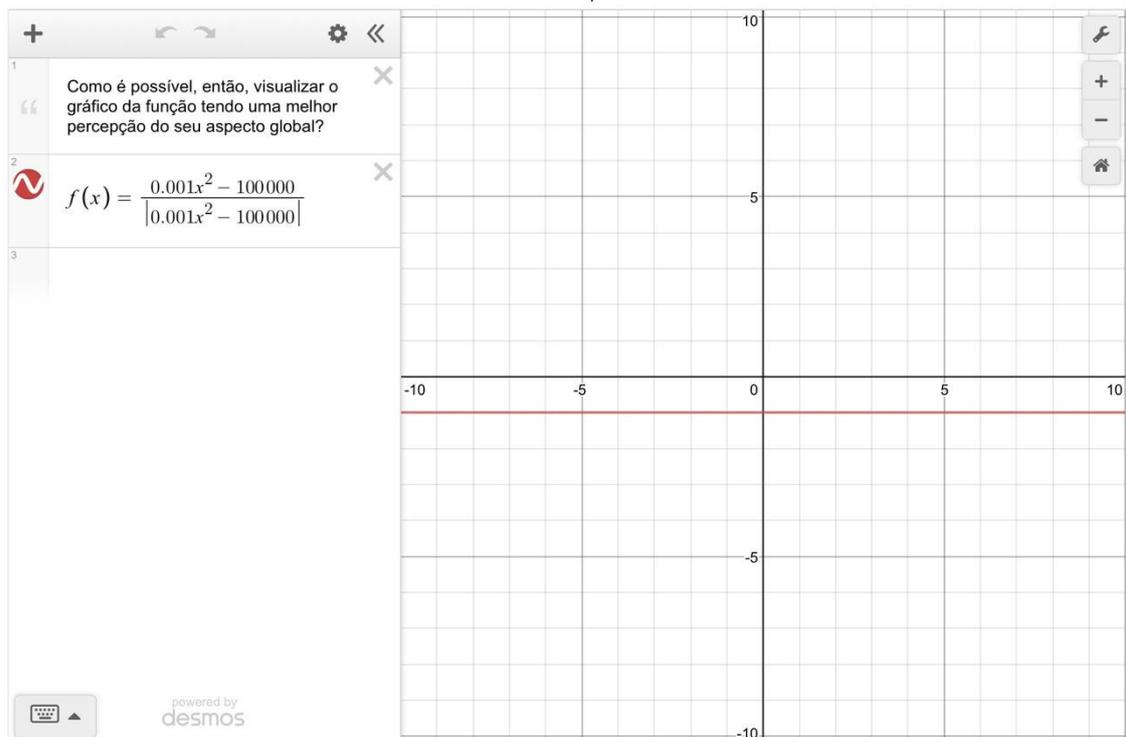
Tela 6: Depois de fazer o estudo dos sinais, volta-se à tela do gráfico, para tentar encontrá-lo.

Localizando o gráfico



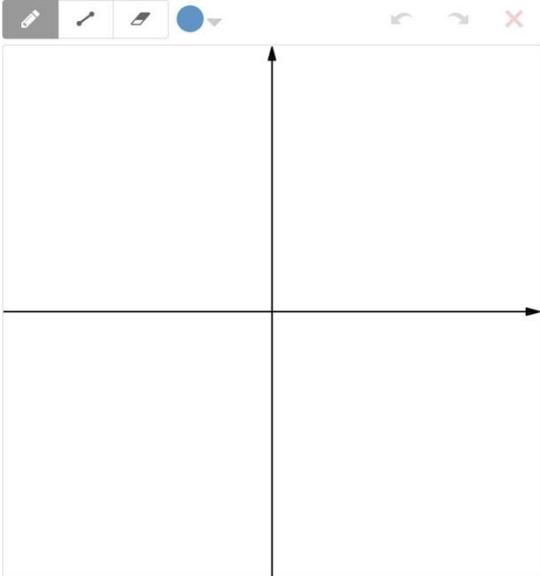
Tela 7: Esboço do gráfico de toda a expressão.

Visualizando a expressão toda



Tela 8: Os estudantes, então, voltam ao gráfico inicial para analisá-lo novamente.

A expressão toda...



Faça, na janela ao lado, um esboço do gráfico da função

$$f(x) = \frac{0.001x^2 - 100000}{|0.001x^2 - 100000|}.$$

Descreva abaixo suas principais características. Ela está definida para todo  $x$  real? Que valores de  $x$  a tornam positiva, negativa ou zero?

Share with Class

Telas 9 a 12: Nas próximas telas, observamos as reflexões aos professores, acerca da atividade e dos questionamentos levantados pelos estudantes A e B.

#### Reflexão #1

Que valores você usou para as dimensões da janela de visualização do gráfico da função quadrática na solução do estudante B?  
Os mesmos valores servem para visualizar o gráfico do estudante A?  
Por quê?

Share with Class

#### Reflexão #2

Quais são, na sua opinião, os objetivos ao se usar essa atividade em sala de aula?

Share with Class

#### Reflexão #3

Que questões podem ser discutidas a partir das respostas dos estudantes?

Share with Class

#### Reflexão #4

Como você responderia a cada um dos estudantes? e à turma?

Share with Class

#### 4. Respostas e discussões

A questão de pesquisa que norteou o desenvolvimento do trabalho foi a seguinte: De que discursos matemáticos e pedagógicos se valem os professores diante de uma situação hipotética de sala de aula em que há a utilização, por parte dos estudantes, de um recurso tecnológico no contexto da visualização de gráfico de funções?

A tarefa desenvolvida foi aplicada nos moldes de uma pesquisa empírica que foi respondida por 17 professores de Matemática. Dentre esses, 16 (aproximadamente 94,12%) eram alunos ou ex-alunos do Profmat/UNIRIO. Cinco professores (aproximadamente 29,41%) não responderam a nenhuma questão. Nove professores (aproximadamente 52,94%) responderam parcialmente e somente 3 (aproximadamente 17,65%) responderam a todas as questões. Algumas razões levantadas pelos participantes para justificar a baixa adesão passam pela dificuldade que encontraram em responder às perguntas e executar os comandos da tarefa pelo telefone celular, ou mesmo pela dificuldade em lidar com recursos tecnológicos. Esses fatos, acreditamos que podem ser considerados como uma parte relevante da resposta à nossa questão de pesquisa, uma vez que evidencia a falta de familiaridade com o fazer tecnológico.

Na tela 1, apresenta-se a tarefa e não há nenhum comando a ser executado.

Na tela 2, é solicitado ao estudante que dê um “zoom out” para tentar localizar o gráfico. Doze professores executaram o comando, e apenas um não conseguiu localizar o gráfico.

A tela 3, apresenta o diálogo entre o estudante B e o professor, ambos fictícios. Nesse diálogo, o estudante B diz que após perceber que o denominador seria sempre positivo, resolve, então, tentar desenhar a função correspondente ao numerador na calculadora gráfica, porém não consegue encontrar o gráfico na tela. Não tem comando a ser executado pelo professor.

A tela 4 propõe que o estudante tente encontrar o gráfico utilizando a ferramenta “zoom out”. Oito professores executaram o comando, mas três não conseguiram encontrar o gráfico.

Na tela 5, a tarefa propõe ao participante que faça um esboço do gráfico da função correspondente ao numerador, e que, após fazer o esboço, faça a análise dos sinais. Nove professores chegaram a essa tela. Desses, 4 não fizeram o esboço do gráfico, e apenas 2 o fizeram de maneira correta. Na análise de sinais, somente 2 professores responderam à questão, e um estava correto.

A tela 6 pede que o estudante volte a tentar localizar o gráfico da função, mas dessa vez, dando uma dica de como utilizar o “zoom out”. Quatro professores chegaram à essa tela e três conseguiram encontrar o gráfico.

Na tela 7, é solicitado ao estudante que faça o esboço do gráfico e a análise dos sinais. Porém, dessa vez, da função completa. Três professores chegaram à essa tela, apenas 2 fizeram o esboço do gráfico, sendo um correto. Dois fizeram análise da função, segue abaixo as respostas obtidas nessa tela:

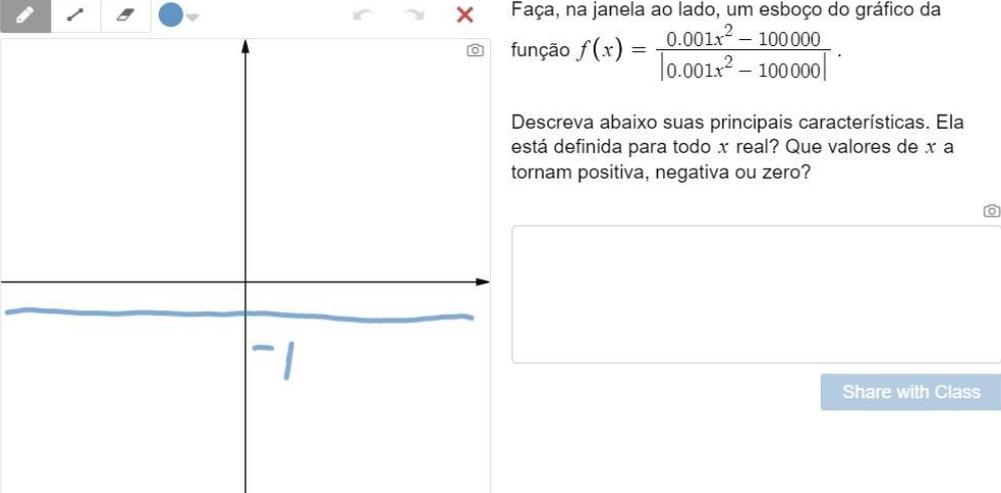
- Professor 1: “É negativo no intervalo entre suas raízes, positivo em qualquer valor do conjunto real que não esteja nesse intervalo. Nos exatos pontos de raízes creio q a função não exista (pense na expressão  $N/|N|$ ), nas raízes de

$N$ , n existirá e em valores distintos teremos 1 ou -1”

- Professor 2: “A função não está definida para  $x = 10000$  ou  $x = -10000$ , ela é positiva para  $x < -10000$  ou  $x > 10000$  e negativa para  $-10000 < x < 10000$ . A função nunca assume o valor nulo.”

O professor que apenas desenhou o gráfico, de forma incorreta, o fez da seguinte forma:

A expressão toda...



Faça, na janela ao lado, um esboço do gráfico da função  $f(x) = \frac{0.001x^2 - 100000}{0.001x^2 - 100000}$ .

Descreva abaixo suas principais características. Ela está definida para todo  $x$  real? Que valores de  $x$  a tornam positiva, negativa ou zero?

Share with Class

A tela 8 propõe que o estudante volte a analisar o gráfico da função, dessa vez tendo uma percepção do seu aspecto global. Três professores chegaram à essa tela, mas apenas um conseguiu localizar o gráfico.

As telas 9, 10, 11 e 12 propõem reflexões a partir da tarefa executada.

Três professores responderam às reflexões. As respostas obtidas serão apresentadas abaixo.

Tela 9: Reflexão 1: “*Que valores você usou para as dimensões da janela de visualização do gráfico da função quadrática na solução do estudante B? Os mesmos valores servem para visualizar o gráfico do estudante A? Por quê?*”

- Professor 1: “Zoom. Acho que não, não pude investigar profundamente (pelo celular é muito mais ingrato de mexer)”
- Professor 2: “ $-10000 \leq x \leq 10000$ ;  $-100000 \leq y \leq 60000$ . Não servem para o estudante A, pois ele está analisando toda expressão cuja dimensão é menor que a do estudante B.”
- Professor 3: “ $-15000 < x < 15000$  e  $-100000 < y < 100000$ . Não. Porque no gráfico do estudante A, a imagem é 1 ou  $-1$ , as dimensões usadas para o outro gráfico atrapalhariam a visualização desta.” Os professores concordam que as dimensões utilizadas, na janela de visualização do gráfico, não poderiam ser iguais para os estudantes A e B. Visto que, os estudantes fazem o estudo do gráfico de maneira

diferente. Enquanto o estudante A visualiza o gráfico da função completa, o estudante B decide estudar primeiramente o numerador da função.

Tela 10: Reflexão 2: *“Quais são, na sua opinião, os objetivos ao se usar essa atividade em sala de aula?”*

- Professor 1: “Seria a meu ver muito benéfico, a partir do momento que se tem manipulação da matemática e apoia quem não tem muita facilidade a compreender a matéria”
- Professor 2: “Acredito que poder mostrar ao estudante uma maneira lúdica e investigativa sobre o tema proposto.”
- Professor 3: “Trabalhar conceitos de inequação, módulo, sinal de função, e comportamento do gráfico.”

Os professores acreditam que utilizar essa atividade, faz com que o aluno aprenda o conteúdo através de outras perspectivas, sendo possível investigar o comportamento da função. Esta questão também é importante para que cada aluno explore e compartilhe seu conhecimento.

Tela 11: Reflexão 3: *“Que questões podem ser discutidas a partir das respostas dos estudantes?”*

- Professor 1: “Raízes, gráficos da função, etc”
- Professor 2: “Podem ser discutidas, o fato de o gráfico da função do estudante A dá uma reta e o gráfico do estudante B dá uma parábola. E analisar estas questões junto aos estudantes.”
- Professor 3: “A importância da capacidade de relacionar resultados obtidos com a realidade.”

Os professores levantaram algumas questões que podem ser discutidas, tais como a comparação dos gráficos das funções de 1° e 2° graus, raízes e os melhores intervalos para a visualização.

Tela 12: Reflexão 4: “Como você responderia a cada um dos estudantes? E à turma?”

- Professor 1: “Boa pergunta! Tentaria explicar cada um de forma compreensível”
- Professor 2: “Que ao fazer a função do estudante B apenas, ela trata de uma função quadrática, por isso o gráfico fica uma parábola, já a do estudante A trata-se da junção de função quadrática com a função quadrática modular e que quando envolve função modular a parte negativa deixa de existir (rebate pra cima) e como nesta divisão o denominador vai ficar positivo e o numerador vai continuar o mesmo dando -1 uma reta.”
- Professor 3: “Ao aluno A: é necessário perceber que o valor do numerador é o mesmo que está dentro do módulo do denominador. Então o resultado dessa divisão sempre será 1 ou -1 para os valores do domínio. Nesse caso é sempre importante verificar para quais valores do domínio levam à imagem a 1 ou -1. Não sendo verdade a afirmação que y sempre será -1. Ao Aluno B: Perceba que o termo independente na função quadrática é  $-100000$ , nesse caso se a dimensão do eixo y não estiver adequada você não terá condições de visualizar o gráfico, por outro lado é importante você conhecer as raízes da função, como são  $10000$  e  $-10000$ , se as dimensões do eixo x não estiverem voltadas para comportar essa grandeza não será possível ter uma imagem adequada da função. A turma: Percebam que é interessante termos algumas percepções do conceito de função. A ferramenta sem o conhecimento não funciona.”

A fala do professor 3 sobre a utilização da ferramenta sem o conhecimento não funcionar, deixa clara a necessidade de um mediador, no caso o professor, na utilização desse tipo de recurso didático. Também é necessário o pré-conceito de função, função modular, intervalos, raízes, imagem, etc, para que haja um real entendimento da atividade.

## 5. Considerações Finais

Diante do desenvolvimento do presente artigo identificamos a importância da mediação do professor no uso da tecnologia, para que o processo de aprendizagem no ensino da Matemática seja eficaz e positivo.

O uso da metodologia MathTASK permite uma reflexão mais ampla, por parte do professor, sobre o processo ensino-aprendizagem do aluno quando, diante de situações hipotéticas, o professor pode pensar e refletir sobre a melhor forma de fazer com que o aluno investigue e seja o protagonista do próprio aprendizado.

Nesse trabalho, utilizamos a plataforma Desmos como aliada. É um espaço exclusivo onde o professor poderá criar suas próprias tarefas ou utilizar as já existentes, e montar uma “sala de aula” virtual para monitorar as respostas e o desenvolvimento de cada aluno.

Nesse sentido, a utilização de recursos tecnológicos permite que os professores realizem aulas que atraiam e motivem seus alunos a encontrarem novos meios de explorar e resolverem diferentes problemas.

Como professoras do ensino básico, detectamos uma grande necessidade do professor se aprimorar e buscar conhecimento. Percebemos a dificuldade que nós, professores de Matemática, temos em nos expressarmos, e em respondermos à cada aluno como indivíduo único, para que ele se desenvolva com autonomia. Repensar nossas práticas em sala de aula, conhecer nossos alunos, saber o que funciona e o que não funciona para eles, entender que cada um é único e será estimulado de forma diferente, são caminhos que, nós professores, devemos buscar para alcançarmos, verdadeiramente, nossos alunos.

## 6. Referências Bibliográficas

BATISTA, M.S.; BALDISSERA, T.A. Uso de tecnologias em sala de aula: um estudo de caso com alunos e professores dos anos finais do Ensino Fundamental no município de Santiago-RS. Santiago/RS, 2011.

BIZA, I. NARDI, E., ZACHARIADES, T. Competences of Mathematics Teachers in Diagnosing Teaching Situations and Offering Feedback to Students: Specificity, Consistency and Reification of Pedagogical and Mathematical Discourses. In T. Leuders et al. (eds.), *Diagnostic Competence of Mathematics Teachers*, *Mathematics Teacher Education* 11, pp. 55-78, 2018.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais. Ensino Médio– Brasília MEC/SEF, 2000.

FAJARDO, V.;FOREQUE, F. 7 de cada 10 alunos do ensino médio têm nível insuficiente em português e matemática, diz MEC. Disponível em: <https://g1.globo.com/educacao/noticia/2018/08/30/7-de-cada-10-alunos-do-ensinomedio-tem-nivel-insuficiente-em-portugues-e-matematica-diz-mec.ghtml>. Acesso em Agosto/2019

GIRALDO, V., CAETANO, P., & MATTOS, F. (2013). *Recursos Computacionais no Ensino de Matemática*. Rio de Janeiro, Brazil: SBM.

KAYALI, L., & BIZA, I. (2017). “One of the beauties of Autograph is ... that you don’t really have to think”: Integration of resources in mathematics teaching. In T. Dooley & G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of the 10th Conference of European Research in Mathematics Education (CERME)* (pp. 2405-2413). Dublin, Ireland.

KAYALI, L., & BIZA, I. (2018). Micro-evolution of documentational work in the teaching of the volume of revolution. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg & L. Sumpter (Eds.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)* (Vol. 3, pp. 195-202). Umeå, Sweden: PME.

KERSTING, N. (2008). Using video clips of mathematics classroom instruction as item prompts to measure teachers’ knowledge of teaching mathematics. *Educational and Psychological Measurement*, 68(5), 845–861.

MARKOVITS, Z, & SMITH, M.S. (2008). Cases as tools in mathematics teacher education. In D. Tirosh & T. Wood (Eds.), *The international handbook of mathematics teacher education: Volume 2, Tools and Processes in Mathematics Teacher Education* (pp. 3965). Rotterdam: Sense Publishers.

MORAN, José Manuel. *Novas Tecnologias e mediação pedagógica* – Campinas, SP: Papirus, 2000 (Coleção Papirus Educação)

PEREIRA, A.H.N.B. Informática na educação. Caderno de Referência de Conteúdo. Batatais: Centro Universitário Claretiano, 2007.

PRENSKY, M. O papel da tecnologia no ensino e na sala de aula. *Conjectura*, v. 15, n.2, maio/ago. p. 201-204, Caxias do Sul, 2010.

SILVESTRO, A.R. Tecnologia e a carreira docente: uma adaptação necessária. Rio de Janeiro/RJ, 2016.

SPEER, M.N. (2005). Issues of methods and theory in the study of mathematics teachers' professed and attributed beliefs. *Educational Studies in Mathematics*, 58(3), 361–391.