



UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DA BAHIA
CENTRO DAS CIÊNCIAS EXATAS E DAS TECNOLOGIAS - CCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL -
PROFMAT

DANIEL MAUÉS DA CUNHA

**GRANDEZAS E MEDIDAS NO ENSINO FUNDAMENTAL:
UMA ANÁLISE DA LITERATURA E DE LIVROS DIDÁTICOS**

BARREIRAS
2020

DANIEL MAUÉS DA CUNHA

**GRANDEZAS E MEDIDAS NO ENSINO FUNDAMENTAL:
UMA ANÁLISE DA LITERATURA E DE LIVROS DIDÁTICOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional – modalidade profissional – da Universidade Federal do Oeste da Bahia como requisito para a obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Joubert Lima Ferreira

BARREIRAS
2020

GRANDEZAS E MEDIDAS NO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ANÁLISE DA LITERATURA E DE LIVROS DIDÁTICOS

Por

DANIEL MAUÉS DA CUNHA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional – modalidade profissional – da Universidade Federal do Oeste da Bahia, como requisito para a obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Joubert Lima Ferreira

BANCA EXAMINADORA:

Profa. Dra. Marilene Rosa dos Santos
Doutora em Ensino de Ciências e Matemática, UFRPE
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. André Pereira da Costa
Doutor em Educação Matemática e Tecnológica, UFPE
Universidade Federal do Oeste da Bahia

Prof. Dr. Joubert Lima Ferreira (orientador)
Doutor em Ensino, Filosofia e História das Ciências, UFBA/UEFS
Universidade Federal do Oeste da Bahia

Resultado: Aprovado.
Barreiras, 17 de junho de 2020

FICHA CATALOGRÁFICA

C972

Cunha, Daniel Maués da

Grandezas e medidas no ensino fundamental: uma análise da literatura e de livros didáticos. / Daniel Maués Cunha. – 2020.

134f.: il

Orientador: Prof. Dr. Joubert Lima Ferreira

Dissertação (Mestrado) – PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Oeste da Bahia. Centro das Ciências Exatas e das Tecnologias - Barreiras, BA, 2020.

1. Matemática – Estudo e Ensino I. Ferreira, Joubert Lima II. Universidade Federal do Oeste da Bahia – Centro das Ciências Exatas e das Tecnologias III. Título.

CDD 510.7

Biblioteca Universitária de Barreiras – UFOB

Dedico o presente trabalho a minha amada esposa Sandra Sodré Cunha e aos meus filhos João Pedro Sodré Cunha e Bruna Sodré Cunha, aos quais tive que deixar de lado por várias vezes a fim de poder realizar este trabalho e que são a minha motivação, agradeço também a Deus por ter me dado forças para nunca desistir.

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me dado saúde e força para superar as dificuldades.

A esta universidade, seu corpo docente, direção e administração que ampliaram o horizonte que hoje vislumbro mais belo, iluminado pela acendrada confiança no mérito e ética aqui presentes.

Ao meu orientador professor Joubert Lima Ferreira, pelo suporte no pouco tempo que lhe coube, pelas suas correções e incentivos que muito contribuíram para a realização deste trabalho.

Aos professores que compuseram a banca examinadora e acrescentaram suas sugestões para melhoria deste trabalho.

Aos meus pais, pelo amor, incentivo e apoio incondicional.

À esposa e filhos com quem compartilho meus sonhos e aspirações.

E a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

RESUMO

A presente pesquisa teve como objetivo analisar de que forma a literatura científica, publicada em periódicos com escopo em Educação Matemática, e uma coleção de livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental, utilizado pela rede pública de ensino em Barreiras – Bahia, apresentam o tema grandezas e medidas. Desta forma, realizamos uma revisão sistemática de literatura, onde analisamos como a literatura mais recente, publicada em periódicos da área de Educação Matemática, apresentam o tema grandezas e medidas, a análise de uma coleção de livros de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, aprovada pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2017, onde analisamos como a coleção apresenta a unidade temática grandezas e medidas e as tarefas matemáticas presentes para ensinar a unidade temática grandezas e medidas. A abordagem metodológica empregada é qualitativa. Observou-se que o foco das pesquisas tem sido na abordagem das grandezas geométricas comprimento, área e volume. Além disso, as pesquisas mostraram que atividades que propõem a utilização de materiais manipulativos e softwares, através de uma abordagem diferenciada e lúdica, propiciam resultados melhores na compreensão das propriedades das grandezas e medidas. Quanto a abordagem das grandezas e medidas, verificou-se que, de maneira geral, os trabalhos apresentam comprimento, área e volume como grandezas enfocando atividades de comparação, produção, composição e decomposição, pois estas atividades permitem de forma subjetiva a dissociação entre a grandeza e sua representação geométrica e numérica. A análise da coleção mostrou que a coleção em questão necessita se adequar às exigências propostas pela BNCC para apresentação da unidade temática grandezas e medidas, a abordagem apresentada na coleção tem caráter estritamente numérica, não sendo suficiente para apresentar uma grandeza como um atributo dissociado de sua representação geométrica e de sua representação numérica. Os resultados apontam que a coleção analisada apresenta quase que exclusivamente tarefas do tipo exercício e problemas para ensinar a unidade temática grandezas e medidas.

Palavras-chaves: Tarefas Matemáticas; Livro Didático; Grandezas e Medidas; Artigos; Matemática.

ABSTRACT

This research aimed to analyze how scientific literature, publish periodicals with a scope in Mathematics Education, and a collection of textbooks from the final years of elementary school, use by the public school system in Barreiras - Bahia, display the theme of greatness and measures. In this way, we carried out a systematic review of the literature, where we analyzed the most recent literature, publishes periodicals in the area of Mathematics Education, presents the theme quantities and measures, an analysis of a collection of mathematics from the years prior to elementary school, applied by the Program National Didactic Book (PNLD) 2017, where we analyze how a collection presents a thematic unit and mathematical measures and measures present for the use of thematic units and measures. The methodological approach used is qualitative. Note that the focus of the research has been on addressing the geometric quantities of length, area and volume. In addition, as surveys that carry out activities that propose the use of manipulable materials and software, through a different and playful approach, provide better results in understanding the properties of measures and measures. As for the approach of measures and measures, it was found that, in general, the length, area and volume exercises as measures of focus for activities of comparison, production, composition and decomposition, as these are the activities of dissociation between factors of great importance and its geometric and numerical representation. An analysis of the collection shown which is a collection in question, which may be suitable as applied by the BNCC for the presentation of units of quantities and measures, an analysis of sample collection with strictly numeric characters, not being sufficient to exhibit a quantity as a dissociated from its geometric representation and its numerical representation. The results indicate that the analyzed collection presents almost the tasks of the exercise type and problems to use the thematic unit and measures.

Keywords: Mathematical Tasks; Textbook; Quantities and Measures; Articles; Mathematics.

LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
BOEM	Boletim Online de Educação Matemática
BOLEMA	Boletim de Educação Matemática
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal
EDM	Educação Matemática Debate
EMP	Educação Matemática Pesquisa
EMR-RS	Educação Matemática em Revista – RS
EMR-SP	Educação Matemática em Revista – SP
ENIAC	<i>Electronic Numerical Integrator And Computer</i>
GPEM	Boletim do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática
JIEEM	Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática
MEC	Ministério da Educação
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PEM	Perspectivas da Educação Matemática
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
REMAT	Revista de Educação Matemática
REVEMAT	Revista Eletrônica de Educação Matemática
RIDEMA	Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática
RPEM	Revista Paranaense de Educação Matemática
SIMEC	Sistema Integrado de Monitoramento Execução e Controle
UFOB	Universidade Federal do Oeste da Bahia
UNICSUL	Universidade Cruzeiro do Sul
UNISUL	Universidade do Sul de Santa Catarina

LISTA DE FIGURAS

Figura 01:	Modelo de quadros ampliado	16
Figura 02:	Estrutura da dissertação	22
Figura 01:	Representação gráfica do modelo didático de quadros	58
Figura 02:	Retângulo e paralelogramos com mesma área	59
Figura 03:	Representação gráfica dos tipos de objetos	59
Figura 04:	Recipientes com volumes iguais	60
Figura 05:	Apresentação de grandeza como uma medida	69
Figura 06:	Equivalência entre unidades de medidas	69
Figura 01:	ENIAC e suas 18 mil válvulas	77
Figura 02:	Notebooks cada vez mais poderosos	78
Figura 03:	Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e abertura	81
Figura 04:	Relação entre tipos de tarefas em termos da duração	82
Figura 05:	Marcadores de tarefas e suas variações de qualidade	83
Figura 06:	Novo marcador de tarefas e suas variações de qualidade	84
Figura 07:	Abertura de ângulo	89
Figura 08:	Abordagem da grandeza comprimento	90
Figura 09:	Tarefas para ensinar a grandeza área	91
Figura 10:	Abordagem da grandeza volume	93
Figura 11:	Tarefa reformulada em tarefa investigativa	94
Figuras do Guia de Orientação		
Figura 01:	109
Figura 02	110
Figura 03	111
Figura 04	112
Figura 05	113
Figura 06	113
Figura 07	114
Figura 08	115
Figura 09	115
Figura 10	116
Figura 11	116
Figura 12	117
Figura 13	117
Figura 14	118
Figura 15	119

Figura 16	124
Figura 17	125
Figura 18	126
Figura 19	128
Figura 20	130
Figura 21	131

LISTA DE QUADROS

Quadro 1:	Apresentação dos artigos selecionados	36
Quadro 1:	Unidade temática grandezas e medidas para os anos finais do Ensino Fundamental	62
Quadro 2:	Distribuição da unidade temática grandezas e medidas nos sumários	65
Quadro 3:	Descrição dos capítulos	66
Quadro 1:	Distribuição da unidade temática grandezas e medidas nos LD	87
Quadro 2:	Distribuição da unidade temática grandezas e medidas nos sumários	87
Quadro 3:	Distribuição das tarefas por grandezas	88

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
1.1 Trajetória profissional/acadêmica e a aproximação com o objeto de pesquisa.....	14
1.2 Apresentação do tema	15
1.3 Objetivos da pesquisa.....	19
1.4 Relevância da pesquisa.....	19
1.5 Aspectos metodológicos.....	20
1.6 Organização da dissertação	22
REFERÊNCIAS	24
CAPÍTULO I – Artigo 01	28
GRANDEZAS E MEDIDAS: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA DE LITERATURA.....	28
1 INTRODUÇÃO.....	28
2 REVISÃO TEÓRICA	31
3 ASPECTOS METODOLÓGICOS.....	34
4 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS	36
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	47
REFERÊNCIAS	48
CAPÍTULO II – Artigo 02.....	54
GRANDEZAS E MEDIDAS EM UMA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS: COMO SÃO APRESENTADAS?	54
1 INTRODUÇÃO.....	54
2 REVISÃO TEÓRICA	56
3 ASPECTOS METODOLÓGICOS.....	64
4 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS	65
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	72
REFERÊNCIAS	73
CAPÍTULO III – Artigo 03	76
TAREFAS MATEMÁTICAS PARA ENSINAR OBJETOS DE CONHECIMENTO DA UNIDADE TEMÁTICA GRANDEZAS E MEDIDAS	76
1 INTRODUÇÃO.....	76
2 REVISÃO TEÓRICA	78
3 ASPECTOS METODOLÓGICOS.....	86
4 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS	86
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	95
REFERÊNCIAS	97
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	101
5.1 Retomando o problema de pesquisa	101
5.2 Compreensão dos resultados	101
5.3 Implicações para pesquisas futuras	103
5.4 Implicações para a prática do professor	103
Referências	134

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresento como surgiu meu interesse em pesquisar o tema acerca das tarefas matemáticas e das grandezas e medidas, por meio da minha trajetória formativa, a fim de familiarizar o leitor com o tema, seguidos dos objetivos, da relevância da pesquisa, dos aspectos metodológicos e a organização desta dissertação.

1.1 Trajetória profissional/acadêmica e a aproximação com o objeto de pesquisa

Minhas aspirações com relação a matemática começaram durante a infância e sempre tive o sonho de ser um professor de matemática. Filho de um pedreiro e uma doméstica, nascido em Barcarena-PA, na região norte do Brasil, uma região que sempre apresentou um grande atraso em relação ao restante do país, principalmente quando o assunto é educação. Desde a infância, por conversas com meu pai, tive contato com instrumentos de medição, como régua, trena, prumo, esquadro, etc. Assim, a familiaridade com esses instrumentos de medição me aproximou de conceitos matemáticos, como comprimento, área, volume e ângulo.

O pedreiro utiliza alguns instrumentos simples para medição, mas que são indispensáveis a uma edificação. Ao observar o trabalho de meu pai, via que a trena permitia determinar o comprimento das paredes dos cômodos, que o prumo permitia verificar se uma parede está perpendicular ao piso da casa e o esquadro permitia verificar se a abertura do ângulo entre duas paredes é de noventa graus. Apesar da pouca instrução de meu pai, ele realizava o cálculo de áreas corretamente, medindo o comprimento, a largura dos cômodos e realizando a multiplicação desses valores. Estas observações no convívio com meu pai foram minhas primeiras aulas práticas sobre grandezas e medidas.

Apesar de minha afinidade com a matemática, as dificuldades econômicas acabaram por levar-me para outro caminho bem diferente da sala de aula, as forças armadas. Todavia o gosto pela matemática nunca desapareceu completamente e a vontade de trabalhar na área da educação também. Assim, em 2010, busquei uma forma de harmonizar a profissão com o estudo acadêmico, vindo, em 2011, a cursar a Licenciatura em Matemática, na modalidade de ensino à distância, pela Universidade do Sul de Santa Catarina (UNISUL), concluindo em 2015. Posteriormente, em 2016, realizei uma especialização em Ensino de Matemática na modalidade à distância pela instituição Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL), vindo a concluir em 2018.

Ainda em 2017, realizei pesquisas na internet para verificar se existiam mestrados na modalidade de ensino a distância na área da matemática, o único encontrado foi o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), contudo o pólo mais próximo a Barreiras-BA ficava na cidade de Arraias -TO, a uma distância de aproximadamente 300 km, o que dificultava o ingresso neste mestrado. Em 2018, durante nova busca no site do PROFMAT, constatei que novas universidades haviam aderido a esta modalidade de mestrado e que havia quatorze vagas para a Universidade Federal do Oeste da Bahia (UFOB), *campus* Barreiras-BA. Após muitas noites solitárias de estudo, pude finalmente ingressar em uma universidade presencial para cursar o PROFMAT.

Por ocasião da escolha do tema desta pesquisa, toda esta história de vida e meu gosto pelas grandezas e medidas foram fatores importantes na escolha do tema deste trabalho. Além disso, conforme salientam Bellemain e Lima (2010, p. 167) “as avaliações do ensino realizadas em nosso país mostram que o desempenho dos alunos é particularmente insatisfatório quando se trata de questões relativas a este campo”. Por outro lado, o ensino da matemática consiste, em boa parte, na elaboração e seleção de tarefas adequadas aos objetivos de ensino (GAFANHOTO; CANAVARRO, 2012).

Portanto, de maneira bem pessoal, realizei essa pesquisa com o intuito de alargar os meus conhecimentos no campo das grandezas e medidas e contribuir com ensino e aprendizagem desse tema que é importante para a formação dos alunos, para a vida em sociedade, para outros campos do conhecimento e para o pleno exercício da cidadania.

1.2 Apresentação do tema

As grandezas e medidas estão presentes em nosso dia a dia, quando compramos carne no açougue, quando olhamos o consumo de energia elétrica e água nas faturas mensais, quando decidimos comprar um imóvel financiado, quando preparamos uma receita de bolo, quando compramos remédios na farmácia de manipulação e em todas as profissões. Nas técnicas e nas ciências as grandezas e medidas também ocupam um lugar de destaque, e na sociedade, o conhecimento acerca das grandezas e medidas é indispensável ao pleno exercício da cidadania (BELLEMAIN; LIMA, 2010).

Uma grandeza pode ser entendida como um atributo de um objeto, fenômeno ou representação gráfica de objetos e que pode ser medido e comparado (BELLEMAIN; LIMA, 2010), logo comprimento, área, volume, massa, tempo, temperatura, energia etc. são exemplos de grandezas. Já medir, segundo Bellemain e Lima (2010, p. 178), é “atribuir um número a esta

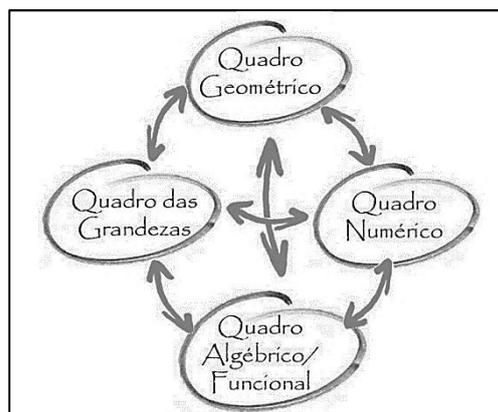
grandeza. A medição de uma grandeza pode ser realizada em um objeto, em um fenômeno, ou ser efetuada em representações gráficas de objetos”. Além disso, o resultado de uma medição é um número acrescido da unidade de medida adotada. Neste sentido Walle (2009, p. 404) nos diz que:

[...] medir envolve uma *comparação* de um atributo de um objeto ou situação com uma unidade que tenha o mesmo atributo. Comprimentos são comparados às unidades de comprimento, áreas às unidades de área, intervalos de tempo às unidades de tempo, e assim por diante.

Além disso, muitas pesquisas na área da Educação Matemática têm abordado o tema das grandezas e medidas e sua importância (BELLEMAIN; LIMA, 2002; CARVALHO; BELLEMAIN, 2015; FIGUEIREDO; BELLEMAIN; TELES, 2014; LIMA; BELLEMAN, 2010; MORAIS; BELLEMAIN; LIMA, 2014). Em particular, o trabalho proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989) no qual apresentam um modelo didático para o ensino de área como grandeza autônoma tem se mostrado uma referência no estudo das grandezas e medidas no Brasil e no mundo, sendo ainda adaptado para as grandezas comprimento e volume (MORAIS; BELLEMAIN; LIMA, 2014; LIMA; BELLEMAIN, 2010).

Este modelo didático consiste em diferenciar quadros: o geométrico, o das grandezas e o numérico. Contudo, estudos posteriores sobre a relação entre comprimento e área têm indicado a necessidade de ampliação desse modelo didático (BELLEMAIN; LIMA, 2002; MOURA, 2019) passando a incluir um novo quadro, o quadro algébrico funcional, figura 1.

Figura 1 - Modelo de quadros ampliado.



Fonte: Bellemain e Lima (2002, p. 42).

Considere a grandeza área, por exemplo, o quadro das grandezas é formado pelas classes de figuras de mesma área (BELLEMAIN; LIMA, 2002; MORAIS; BELLEMAIN; LIMA,

2014), o quadro numérico é composto pelas medidas, as quais são números reais positivos (3; 7; 11; 5,9; etc.) (RODRIGUES; BELLEMAIN, 2016; SANTOS; SANTOS, 2015), o quadro geométrico é constituído pelas superfícies planas (LIMA; BELLEMAIN, 2010; ROSA DOS SANTOS; CÂMARA DOS SANTOS, 2015), o quadro algébrico funcional está relacionado ao fato da grandeza área ser, em relação ao comprimento, uma figura bidimensional, logo a relação entre comprimento e área é feita através de expressões matemáticas que permitem fazer o cálculo da área por meio das medidas dos comprimentos relativos às figuras geométricas (BELLEMAIN; LIMA 2002; MOURA, 2019).

Este modelo didático para conceituação de grandezas geométricas pode contribuir para a prática docente ao trazer subsídios teóricos para alicerçar o trabalho do professor. Neste sentido, “as investigações relativas ao campo conceitual das grandezas geométricas devem considerar a complexidade deste campo, explorando a riqueza das imbricações entre os quatro quadros acima” (BELLEMAIN; LIMA, 2002, p. 43).

Dada a importância das grandezas e medidas para a vida em sociedade, elas estão presentes nos documentos oficiais que norteiam os currículos de estados e municípios brasileiros. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental é mencionado que:

[...] na vida em sociedade, as grandezas e as medidas estão presentes em quase todas as atividades realizadas. Desse modo, desempenham papel importante no currículo, pois mostram claramente ao aluno a utilidade do conhecimento matemático no cotidiano (BRASIL, 1998, p. 51).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) também aborda o tema das grandezas e medidas e descreve sua importância à compreensão da realidade e sua integração com outras áreas do conhecimento:

[...] as medidas quantificam grandezas do mundo físico e são fundamentais para a compreensão da realidade. Assim, a unidade temática Grandezas e medidas, ao propor o estudo das medidas e das relações entre elas – ou seja, das relações métricas –, favorece a integração da Matemática a outras áreas de conhecimento, como Ciências (densidade, grandezas e escalas do Sistema Solar, energia elétrica etc.) ou Geografia (coordenadas geográficas, densidade demográfica, escalas de mapas e guias etc.). Essa unidade temática contribui ainda para a consolidação e ampliação da noção de número, a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico (BRASIL, 2018, p. 273).

Transparece aqui a importância e a presença do tema em questão na vida em sociedade, na relação com outras áreas do conhecimento e na formação dos alunos para o exercício da cidadania e para o mundo do trabalho. Por outro lado, sabemos que as orientações curriculares

são materializadas em sala de aula por meio das escolhas tomadas por professores e dos livros didáticos.

No tocante aos livros didáticos, pesquisas têm buscado analisar como eles têm abordado o ensino de algumas grandezas (MORAIS; BELLEMAIN; LIMA, 2014; ROSA DOS SANTOS; CÂMARA DOS SANTOS, 2015; TELES; SÁ, 2010). Já no aspecto das escolhas tomadas por professores, Gafanhoto e Canavarro (2012, p. 122) dizem que “uma das mais importantes decisões que o professor realiza regularmente na sua atividade de ensino incide sobre as tarefas que propõe na aula”.

Ponte (2005, p. 1) nos diz que “Quando se está envolvido numa atividade, realiza-se uma certa tarefa. Uma tarefa é, assim, o objetivo da atividade”. Stein e Smith (2009, p. 22) nos esclarecem que “uma tarefa é definida como um segmento da atividade da sala de aula dedicada ao desenvolvimento de uma ideia matemática particular”. Logo as tarefas matemáticas propostas em sala de aula desempenham papel importante no processo de ensino (CYRINO; JESUS, 2014) ao oportunizar diferentes situações de aprendizagem para os alunos. Porém, as tarefas devem ser adequadamente escolhidas pelo professor, pois “o professor tem como uma das suas principais funções selecionar as tarefas que pretende levar para a sua sala de aula” (CANAVARRO; SANTOS, 2012, p. 100).

O tema das tarefas matemáticas tem sido abordado por várias pesquisas dado sua importância no processo de ensino (HENRIQUES, 2013; LOTH; SILVA, 2013; JUNKERFEURBOM; KLUBER, 2017; WICHNOSKI; KLUBER, 2018). Elas podem ser de vários tipos, segundo os critérios adotados: exercícios, problemas, abertas, fechadas, simples, complexas etc. Assim, os professores precisam estar capacitados para realizar a escolha adequada dos tipos de tarefas matemática que pretendem escolher para atingir os objetivos de ensino, pois, segundo Canavarro e Santos (2012, p. 100), “a análise das características das tarefas é, pois, um aspecto essencial para a sua seleção”.

Portanto, o tema das grandezas e medidas e o estudo acerca das tarefas matemáticas estão relacionados, pois respectivamente, são importantes na formação do aluno para a vida em sociedade e as tarefas matemáticas são importantes na prática docente ao permitir que o professor planeje suas aulas para atender os objetivos propostos nos currículos oficiais, possibilitando o desenvolvimento de multissignificados às grandezas e medidas. Então, temos como problema de pesquisa: de que forma a literatura científica, publicada em periódicos com escopo em Educação Matemática, e uma coleção de livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental, utilizado pela rede pública de ensino em Barreiras – Bahia, apresentam o tema grandezas e medidas?

1.3 Objetivos da pesquisa

Esta dissertação tem como objetivo geral investigar de que forma a literatura científica, publicada em periódicos com escopo em Educação Matemática, e uma coleção de livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental, utilizado pela rede pública de ensino em Barreiras – Bahia, apresentam o tema grandezas e medidas. Em virtude da organização utilizada nesta dissertação, a qual é composta por artigos, apresentamos abaixo os objetivos específicos correspondentes a cada artigo:

O artigo (I) buscou analisar como a literatura mais recente, publicada em periódicos da área de Educação Matemática, apresentam o tema Grandezas e Medidas. Desse modo, os artigos, pelo fato de serem analisados em conjunto, poderiam revelar contribuições aos estudos neste campo de maneira mais potencializadora que quando analisados individualmente.

Já o artigo (II) buscou analisar como uma coleção de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, aprovada pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2017, apresenta a unidade temática Grandezas e Medidas. Esta análise poderia evidenciar sobre qual enfoque as grandezas e medidas são abordadas na coleção.

O artigo (III) pretendeu analisar as tarefas matemáticas presentes em uma coleção dos anos finais do Ensino Fundamental para ensinar a unidade temática Grandezas e Medidas. Desta forma, por meio da análise das tarefas, buscou-se as potencialidades existentes nas tarefas apresentadas.

1.4 Relevância da pesquisa

A sociedade passa por constantes transformações na área cultural, social e tecnológica. Esta última pode ser caracterizada pela presença marcante dos computadores e aparelhos inteligentes. Assim, o mundo parece cada dia menor, pessoas podem se comunicar entre dois pontos quaisquer do planeta Terra, as distâncias parecem muito menores que no passado. Vimos a miniaturização de aparelhos como computadores e telefones, o crescimento de edifícios cuja altura nos parece vertiginosa, todas essas mudanças perpassam pelos conhecimentos acerca das grandezas e medidas.

O ensino precisa se adequar a estas transformações, propiciando a formação necessária aos alunos para o pleno exercício da cidadania. As grandezas e medidas são indispensáveis à vida em sociedade e por isso elas precisam ser ensinadas adequadamente, permitindo que os

alunos possam se valer destes conhecimentos para melhor compreensão da realidade física e tecnológica que os rodeia.

Por outro lado, o ensino das grandezas e medidas necessita de professores com conhecimentos para abordarem um tema tão importante e que saibam escolher tarefas adequadas para os objetivos de ensino. Assim, o tema das tarefas matemáticas também tem muito a contribuir para a melhoria da prática docente e a formação dos alunos.

Portanto, dada a importância das grandezas e medidas na vida em sociedade, na formação dos alunos e no pleno exercício da cidadania e a importância das tarefas matemáticas nas práticas de professores, esta pesquisa mostra-se relevante por abordar simultaneamente temas tão importantes, contribuir para alargar as discussões sobre esses temas e fornecendo subsídios à prática docente. E, por fim, mostrando possíveis enfoques para novas pesquisas.

1.5 Aspectos metodológicos

Nesta pesquisa temos o objetivo geral de investigar de que forma a literatura científica, publicada em periódicos com escopo em Educação Matemática, e uma coleção de livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental, utilizado pela rede pública de ensino em Barreiras – Bahia, apresentam o tema grandezas e medidas. Em virtude deste objetivo, optamos por uma abordagem qualitativa, pois entendemos que esta análise perpassa pela compreensão e interpretação de dados (ALVES-MAZZOTTI; GEWANDSZNAJDER, 2002).

O paradigma qualitativo nos pareceu o mais adequado, pois segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 48) dentre as principais características da investigação qualitativa, está o fato de que “A investigação qualitativa é descritiva. Os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens e não de números”. Além disso, a análise dos dados é feita de forma indutiva, ou seja, não se parte de uma hipótese previamente estabelecida, “as abstrações são construídas à medida que os dados particulares que foram recolhidos se vão agrupando”.

Nas pesquisas qualitativas, segundo Alves-Mazzoti e Gewandsznajder (2002) e Bogdan e Biklen (1994) o investigador é o principal instrumento da investigação qualitativa. Assim entendemos que ao adotar este paradigma, temos a oportunidade de amadurecer profissionalmente ao criar maior intimidade com as etapas que alicerçam a pesquisa educacional. Por outro lado, compreendemos que este fato implica em um maior esforço por parte do pesquisador em compreender as características e etapas da pesquisa qualitativa.

Nosso objetivo geral desdobrou-se em três objetivos específicos, conforme já mencionamos anteriormente. Assim, para cada objetivo específico utilizamos recursos

metodológicos diferentes, a fim de atender as características dos objetivos. Para atender o primeiro objetivo específico, analisar como a literatura mais recente, publicada em periódicos da área de Educação Matemática, apresentam o tema grandezas e medidas, nos valem de uma pesquisa bibliográfica (FIORENTINI; LORENZATO, 2002) e utilizamos como método de análise a revisão sistemática de literatura (KITCHENHAM, 2004; DONATO; DONATO, 2019).

Fiorentini e Lorenzato (2002) nos esclarecem que quando a questão de investigação pode ser respondida sem a necessidade de coleta de dados empíricos e sem pesquisa de campo, então a pesquisa será do tipo bibliográfica. Além disso, argumentam que

[...] o exame de documentos pode ser uma técnica útil de investigação se o pesquisador conseguir categorias de análise, constituídas pelos itens principais, mais frequentes e diferentes que surgem nos dados (FIORENTINI; LORENZATO, 2002, p. 103).

A escolha pela revisão sistemática de literatura como método de análise se deu em virtude de entendermos que este é um método adequado ao objetivo aqui traçado, pois segundo Kitchenham (2004, p. 1, tradução nossa) “uma revisão sistemática da literatura é um meio de identificar, avaliar e interpretar toda a pesquisa disponível relevante para uma questão de pesquisa específica, área de tópico ou fenômeno de interesse”. Além disso, a revisão sistemática de literatura “responde a uma questão de investigação bem definida e é caracterizada por ser metodologicamente abrangente, transparente e replicável” (DONATO; DONATO, 2019, p. 227).

Para atender o segundo objetivo específico, analisar como uma coleção de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, aprovada pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2017, apresenta a unidade temática Grandezas e Medidas, nos valem do modelo didático para o ensino da grandeza área proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989) e da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

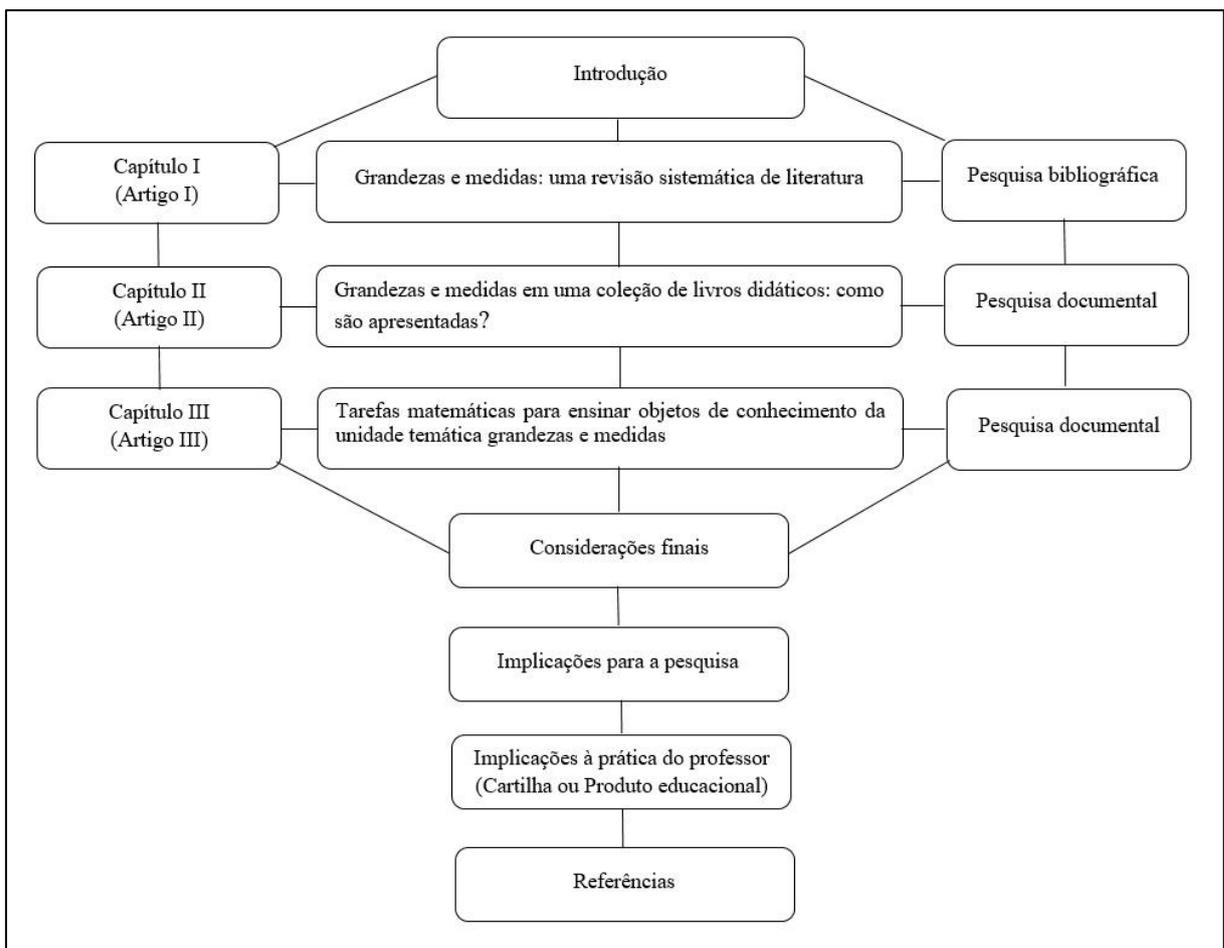
Para alcançar o terceiro objetivo específico, analisar as tarefas matemáticas presentes em uma coleção dos anos finais do Ensino Fundamental para ensinar a unidade temática Grandezas e Medidas, nos valem de um suporte teórico formado por trabalhos como o de Ponte (2005), Stein e Smith (2009); Barbosa (2013) e Douady e Perrin-Glorian (1989).

Assim na execução destes dois últimos objetivos, utilizamos os recursos da pesquisa documental. Segundo Gil (2002, p. 45) “a pesquisa documental vale-se de materiais que não recebem ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetivos da pesquisa”.

1.6 Organização da dissertação

Esta dissertação está estruturada em um formato *multipaper*, pois é formada por um conjunto de artigos para publicação. Este modelo de trabalho, segundo Barbosa (2015, p. 357), “propicia a socialização do iniciante com o saber-fazer do pesquisador na comunidade científica e a maior circulação dos resultados da pesquisa”. Conforme figura 02.

Figura 2 – Estrutura da dissertação.



Fonte: Elaboração do autor.

Tradicionalmente, os trabalhos de conclusão de curso de mestrado e doutorado são apresentados em formatos de dissertações e Teses, respectivamente. Neste sentido, Barbosa (2015, p. 356) diz que as dissertações e teses são compostas “por uma única obra publicável, a qual possui um início, um desenvolvimento e um fim, com um fio condutor único para o texto”. Contudo o formato tradicional das dissertações apresenta algumas desvantagens. Duck e Beck (1999) salientam que o modelo tradicional de dissertações é um gênero estranho, pois apesar

de ser um documento público e disponível na biblioteca da universidade para quem solicitar, na maioria dos casos, os únicos leitores são três ou quatro membros da banca de avaliação.

Apesar do trabalho de Duck e Beck (1999) ter sido publicado a bastante tempo, concordamos com essa opinião, pois apesar do crescimento do acesso à internet e dos repositórios online, o acesso às dissertações ainda é inexpressivo.

Assim, optamos por utilizar o formato *multipaper* para possibilitar a ampla divulgação dos resultados desta pesquisa, favorecendo o acesso a outros pesquisadores, bem como a professores que se interessem pelo tema aqui abordado. Contudo, sabemos que este formato também apresenta desvantagens como a repetição de referências e informações entre os artigos para garantir a independência, assim como o modelo tradicional de dissertação apresenta suas vantagens, como um modelo amplamente aceito e popularizado.

Esta dissertação está estruturada em quatro capítulos que descrevemos nos parágrafos que seguem. Inicialmente, a introdução teve como objetivo situar o leitor sobre minha trajetória de vida, acadêmica e o despertar do interesse pelo tema. Além disso, apresentamos o tema, os objetivos, a relevância desta pesquisa, os aspectos metodológicos e como se encontra organizada esta dissertação.

No capítulo I (Artigo I) intitulado “Grandezas e medidas: uma revisão sistemática de literatura”, realizamos uma revisão sistemática de literatura em periódicos da área de Educação Matemática, a fim de analisar como as publicações mais recentes apresentam o tema grandezas e medidas.

No capítulo II (Artigo II) intitulado “Grandezas e Medidas em uma coleção de livros didáticos: como são apresentadas?”, realizamos uma pesquisa documental onde analisamos como uma coleção de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental apresenta a unidade temática Grandezas e Medidas.

No capítulo III (Artigo III) intitulado “Tarefas matemáticas para ensinar objetos de conhecimento da unidade temática Grandezas e Medidas”, realizamos uma pesquisa documental com o objetivo de analisar as tarefas matemáticas presentes em uma coleção dos anos finais do Ensino Fundamental para ensinar a unidade temática Grandezas e Medidas.

Por fim, as considerações finais da pesquisa, apresentamos resultados convergente a partir dos artigos, tendo como norte o objetivo geral. Também apresentamos implicações para as pesquisas, bem como as contribuições para a Educação Matemática e implicações para a prática do professor. Nesse último item, cabe destacar, será apresentada um guia de orientação sobre o tema, que tem como objetivo aproximar o professor de suportes teóricos que podem

contribuir para o ensino das grandezas e medidas, será submetida para publicação em periódicos da área e depois divulgada para professores da Educação Básica por meio de redes sociais.

REFERÊNCIAS

ALVES–MAZZOTTI, Alda Judith; GEWANDSZNAJDER, Fernando. **O método nas Ciências Naturais e Sociais**. 2. ed. São Paulo: Pioneira, 2002.

BARBOSA, J. C. Formatos Insubordinados de Dissertações e Teses na Educação Matemática. In: Beatriz Silva D’Ambrosio; Celi Espasandin Lopes (org.). **Vertentes da subversão na produção Científica em Educação Matemática**. 1 ed. Campinas: Mercado de Letras, 2015, v. 1, p. 347 -367.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. *Designing written tasks in the pedagogic recontextualising field: proposing a theoretical model*. In: BERGER, Margot. (Ed.). **Proceedings of the Seventh International Mathematics Education and Society Conference**, Cape Town: mês 7, p. 213-223, 2013. Disponível em: <http://mescommunity.info/mes7a.pdf>. Acesso em: 20 out. 2019.

BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; LIMA, Paulo Figueiredo. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental**. 1. ed. Natal: Editora da SBHMat, 2002.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação Qualitativa em Educação**. Potugal: Porto, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base**. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 27 jun. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental)**. Brasília: MEC, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 16 jun. 2019.

CANAVARRO, Ana Paula; SANTOS, Leonor. Explorar Tarefas Matemáticas: a centralidade da tarefa no ensino da matemática. **SPIEM**, Lisboa, p. 99-104, 2012. Disponível em: <http://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/8305/1/Canavarro%20%26%20Santos%20EIE%202012.pdf>. Acesso em: 15 out. 2019.

CARVALHO, Dierson Gonçalves de; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. Ensino de Área de Figuras Geométricas Planas no Currículo de Matemática do Projovem Urbano. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 51, p. 123-142, abr. 2015. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema>. Acesso em: 15 out. 2019.

CREASE, Robert P. **A medida do mundo: a busca por um sistema universal de pesos e medidas**. Tradução: George Schlesinger. 1. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2013. 326 p.

CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade; JESUS, Cristina Cirino de. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam

matemática. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 20, n. 3, p. 751-764, set. 2014. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/ciedu/v20n3/1516-7313-ciedu-20-03-0751.pdf>. Acesso em: 15 out. 2019.

DONATO, Helena; DONATO, Mariana. Etapas na Condução de uma Revisão Sistemática. **Acra Médica Portuguesa**, Lisboa, v. 32, n. 3, p. 227-235, 2019. Disponível em: <https://www.actamedicaportuguesa.com/revista/index.php/amp/article/view/11923/5635>. Acesso em: 12 out. 2019.

DOUADY, Regine.; PERRIN-GLORIAN, Marie-Jeanne. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathematics**. n. 4. vol.20, p. 387-424. 1989.

DUKE, Nell K.; BECK, Sarah W. *Education Should Consider Alternative Formats for the Dissertation*. **Educational Researcher**, vol. 28, no. 3, pp. 31–36, 1999. Disponível em: *JSTOR*, www.jstor.org/stable/1177255. Acesso em: 13 mai. 2020.

FIGUEIREDO, Ana Paula Nunes Braz; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; TELES, Rosinalda Aurora de Melo. Grandeza Volume: um estudo exploratório sobre como alunos do ensino médio lidam com situações de comparação. **Bolema**, Rio Claro, v. 28, n. 50, p. 1172-1182, dez. 2014. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema>. Acesso em: 15 out. 2019.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2012. Coleção formação de professores.

GAFANHOTO, Ana Patrícia; CANAVARRO, Ana Paula. A Adaptação das Tarefas Matemáticas: Como promover o uso de múltiplas representações. **Comunidades & Coleções**, Lisboa, p. 121-134, 2012. Disponível em: <http://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/8311/1/Gafanhoto%20%26%20Canavarro%20E IEM2012.pdf>. Acesso em: 15 out. 2019.

HENRIQUES, Marcílio Dias. A produção de significados de estudantes do Ensino Fundamental para tarefas geométricas. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 27, n. 46, p. 433-450, 2013. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/8254>. Acesso em: 15 out. 2019.

JUNKERFEURBOM, Maiara Aline; KLÜBER, Tiago Emanuel. Tarefas de Investigação Matemática em Livros Didáticos do 8º ano Aprovados Pelo Programa Nacional do Livro Didático – PNLD (2014). **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 22, n. 55, p. 7-16, jul. 2017. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/article/view/722/pdf>. Acesso em: 15 out. 2019.

KITCHENHAM, B. **Procedures for Performing Systematic Reviews**. Keele UK Keele University- Publisher: Citesser, 33(TR/SE-0401), 28, 2004.

LIMA, Paulo Figueiredo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. **Coleção explorando o ensino: Grandezas e medidas**. v. 17, p. 167-200, 2010.

LOTH, Maria Helena Marques; SILVA, Amarildo Melchhiades da. Tarefas Aritméticas para o 6º ano do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 46, p. 451-465, ago. 2013.

Disponível em:

<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/8256>. Acesso em: 15 out. 2019.

MORAIS, Leonardo Bernardo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; LIMA, Paulo Figueiredo. Análise de situações de volume em livros didáticos de matemática do ensino médio à luz da teoria dos campos conceituais. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 16, n. 1, p. 25-46, 2014. Disponível em:

<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/15278/pdf>. Acesso em: 15 out. 2019.

MOURA, Almir Pereira de. Áreas de figuras planas no 9º ano: um olhar para a organização matemática e didática do professor. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 5, p. 386-400, 2019. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/45569>. Acesso em: 02 abr. 2020.

PONTE, João Pedro da. Gestão curricular em matemática. **Comunidades & Coleções**, Lisboa, p. 1-26, 2005. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3008/1/05-Ponte_GTI-tarefas-gestao.pdf. Acesso em: 15 out. 2019.

RODRIGUES, Anderson Douglas; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. A Comparação de Áreas de Figuras Planas em Diferentes Ambientes: Papel e Lápis, Materiais Manipulativos e no Appreniti Géomètre 2. **Em Teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 7, n. 3, p. 1-25, 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/index>. Acesso em: 15 out. 2019.

SANTOS, Marilene Rosa; SANTOS, Marcelo Câmara dos. O Conceito de Área de Figuras Geométricas Planas no Livro Didático de Matemática do 6º Ano do Ensino Fundamental: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático. **Em Teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 6, n. 2, p. 1-22, 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2258/1825>. Acesso em: 15 out. 2019.

STEIN, Mary Kay; SMITH, Margaret Schan. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: da investigação à prática. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 105, p. 22-28, 2009. Disponível em: http://www2.apm.pt/files/_EM105_pp022-028_hq_4ba7184610502.pdf. Acesso em: 15 out. 2019.

TELES, Rosinalda Aurora de Melo; SÁ, Georgina Marafante. Um Estudo Sobre a Área do Retângulo em Livros Didáticos de Matemática. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 5, n. 1, p. 48-60, 2010. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2010v5n1p48>. Acesso em: 15 out. 2019.

WALLE, John A. van de. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

WICHNOSKI, Paulo; KLÜBER, Tiago Emanuel. A (re)formulação de Tarefas de Investigação Matemática. **Revemat**, Florianópolis, v. 3, n. 1, p. 59-75, 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2018v13n1p59>. Acesso em: 15 out. 2019.

CAPÍTULO I – Artigo 01

GRANDEZAS E MEDIDAS: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA DE LITERATURA QUANTITIES AND MEASUREMENTS: A SYSTEMATIC LITERATURE REVIEW

Resumo

O objetivo deste estudo é analisar como a literatura mais recente, publicada em periódicos da área de Educação Matemática, apresentam o tema grandezas e medidas. Por meio da abordagem qualitativa, fez uso da pesquisa bibliográfica, utilizando o método de revisão sistemática de literatura ao analisar os artigos publicados entre 2009 e 2019 que compuseram o *corpus* de análise. Observou-se que o foco das pesquisas tem sido na abordagem das grandezas geométricas comprimento, área e volume. Além disso, as pesquisas mostraram que atividades que propõem a utilização de materiais manipulativos e softwares, através de uma abordagem diferenciada e lúdica, propiciam resultados melhores na compreensão das propriedades das grandezas e medidas. Quanto a abordagem das grandezas e medidas, verificou-se que, de maneira geral, os trabalhos apresentam comprimento, área e volume como grandezas enfocando atividades de comparação, produção, composição e decomposição, pois estas atividades permitem de forma subjetiva a dissociação entre o quadro das grandezas, o quadro geométrico e o quadro numérico.

Palavras-chave: Grandezas e Medidas; Artigos; Revisão sistemática.

Abstract

The objective of this study is to analyze how the most recent literature, published in journals in the area of Mathematics Education, presents the subject of quantities and measures. Through the qualitative approach, he made use of bibliographic research, using the systematic literature review method when analyzing the articles published between 2009 and 2019 that comprised the analysis corpus. It was observed that the focus of the research has been on addressing the geometric quantities length, area and volume. In addition, research has shown that activities that propose the use of manipulative materials and software, through a differentiated and playful approach, provide better results in understanding the properties of quantities and measures. Regarding the approach of the quantities and measures, it was found that, in general, the works present length, area and volume as quantities focusing on activities of comparison, production, composition and decomposition, as these activities subjectively allow the dissociation between the framework of the quantities, the geometric frame and the numerical frame.

Keywords: Quantities and Measures; Articles; Systematic review.

1 INTRODUÇÃO

A matemática é tida como uma das ciências mais importantes do mundo moderno, aquela que possibilita a compreensão do mundo pelo homem. Mas esta não é a ciência dos cálculos complexos e chatos, temidos por crianças e adultos, ela é a ciência de padrões e ordem, aquela que permite descobrir e explorar a regularidade das coisas do mundo real (WALLE, 2009). E a compreensão do mundo é mais fácil quando se entende que os vários objetos, fenômenos e representações gráficas de objetos podem ser medidos, comparados e contados, para isso necessita-se das grandezas e medidas.

O interesse nas grandezas e medidas vem da sua presença marcante na vida cotidiana; como, por exemplo, nas situações de compra e venda que envolvem valor monetário, massa,

capacidade e comprimento. A sua presença também pode ser observada na culinária, quando medimos massa, tempo, temperatura, etc. Também estão presentes nas mais diversas práticas profissionais como: pedreiros, marceneiros, costureiras, enfermeiros, agricultores, arquitetos, engenheiros, etc. (LIMA; BELLEMAIN, 2010). Esses são alguns dos profissionais que lidam o tempo todo com as grandezas e medidas.

Mas a utilização das grandezas e medidas não é algo novo, pelo contrário, com o surgimento das primeiras civilizações, as grandezas e medidas surgem como elementos da geometria, quando o ser humano sentiu a necessidade de construir moradias para abrigar-se das chuvas e esconder-se dos perigos (ROQUE; CARVALHO, 2012; BOYER, 1974). Assim, a necessidade de medir e controlar quantidades foi evoluindo ao longo da história a partir de inúmeras necessidades cotidianas, dando origem a diversos tipos de grandezas e inúmeras unidades de medidas (CREASE, 2013).

Dada sua importância, as grandezas e medidas foram oficializadas nos currículos oficiais por meio dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e consolidadas por meio da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Atualmente, a BNCC organiza o Ensino Fundamental em cinco áreas do conhecimento: linguagens, matemática, ciências da natureza, ciências humanas e ensino religioso (BRASIL, 2018). Além disso, as áreas do conhecimento estão divididas em componentes curriculares que por sua vez são formados por unidades temáticas. A matemática enquanto componente curricular está dividida em cinco unidades temáticas, sendo as grandezas e medidas uma destas unidades e foco de interesse neste trabalho.

O tema das medidas foi tratado por Caraça (1951), ele conceitua o que é medir e discute o processo de medição de uma grandeza. Walle (2009) também discute o conceito de medida, sua relação com conceitos matemáticos, como números, valor posicional, álgebra, raciocínio proposicional, frações, geometria e dados. Além disso, Walle (2009) traz orientações para o ensino de medidas no Ensino Fundamental e os processos de medição de grandezas como comprimento, área, volume, massa, tempo, etc. Igualmente, Lima e Bellemain (2010) discutem os resultados de avaliações e enfatizam para a importância da pesquisa nessa área ao dizer que:

[...] diferentes avaliações do ensino realizadas em nosso país mostram que o desempenho dos alunos é particularmente insatisfatório quando se trata de questões relativas a este campo. Tal fato, também observado em outros países, indica que ainda há um bom caminho a ser percorrido até podermos compreender melhor todos os aspectos associados ao estudo das grandezas e medidas no Ensino Fundamental (BELLEMAIN, LIMA, 2010, p. 167).

Outros autores também têm abordado o tema, como por exemplo, Marco e Moura (2010). Eles interpretaram as concepções sobre o conceito de volume do paralelepípedo por meio de atividades de ensino de 16 alunos do curso de matemática e concluíram que atividades de ensino fundamentadas no desenvolvimento histórico do conceito podem propiciar uma nova relação dos alunos com os conceitos construídos historicamente. Righi, Santarosa e Mathias (2019) analisaram os esquemas em ação da grandeza volume no contexto da formação inicial de professores de matemática por meio da elaboração e aplicação de um teste e constataram que os alunos dão ênfase no quadro geométrico e/ou numérico, resultando em dificuldades de compreensão da grandeza volume.

Pereira et al. (2019) realizaram um estudo comparativo entre as respostas produzidas por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, em uma avaliação realizada em sala de aula e os resultados do 5º ano da Prova Brasil de 2015, no que diz respeito à compreensão leitora de problemas matemáticos no eixo grandezas e medidas e os resultados mostraram falha na compreensão em leitura ocasionando resultados bastante insatisfatórios para o nível de ensino.

Freire et al (2018) pesquisaram o ensino do cálculo de área e perímetro de figuras na geometria plana por meio do uso do Geoplano em uma turma do 8º ano e constataram que os alunos apresentaram uma aprendizagem mais significativa. Leivas e Gobbi (2014) analisaram como alunos do 7º ano constroem o conhecimento sobre o cálculo de perímetro e área de figuras planas utilizando o geogebra e constataram que a utilização do *software* contribuiu para aprendizagem do cálculo de perímetro e área de figuras planas.

Sturion e Amaral-Schio (2019) realizaram a análise de três coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Médio sob o enfoque teórico do conhecimento especializado do professor de matemática e a BNCC. Constataram que apesar dos livros terem sido escritos antes da publicação da BNCC, a maior parte das habilidades sugeridas por esse documento é contemplada no desenvolvimento desse conteúdo.

Deste modo, percebe-se que o tema das grandezas e medidas tem disso abordado nas pesquisas, que se reconhece a existência de dificuldades por parte dos alunos em trabalhar com as grandezas e medidas e que existe a necessidade de aprofundar os conhecimentos sobre o tema. Diante da importância das grandezas e medidas nas mais variadas áreas da vida humana, das relações de trabalho à sala de aula, cabe questionar como as publicações mais recentes apresentam a unidade temática grandezas e medidas. O objetivo desta pesquisa é analisar como a literatura mais recente, publicada em periódicos da área de Educação Matemática, apresentam o tema grandezas e medidas. Este objetivo surge da constatação da importância que este tema tem para a vida em sociedade e para a formação dos alunos.

Portanto, a literatura produzida é foco de análise nesse artigo. Na próxima seção é apresentada a revisão teórica, seguida dos aspectos metodológicos da pesquisa. Posteriormente, os dados serão apresentados e discutidos, possibilitando, logo após, as considerações finais.

2 REVISÃO TEÓRICA

2.1 Grandezas e Medidas

O que vem a ser uma grandeza? De acordo com Bellemain e Lima (2010) uma grandeza é um atributo de objetos, fenômenos e representações gráficas de objetos que pode ser medido e comparado. Para Breda et al. (2014) as grandezas são atributos de objetos. Compreende-se que atributos como comprimento, área, volume, massa e outras são exemplos de grandezas. Além disso, existem grandezas derivadas da relação entre estas grandezas, como densidade, velocidade etc. Mas se uma grandeza é um atributo que pode ser medido, o que vem a ser uma medida? Com esse objetivo, Breda et al. (2011) diz que medir significa comparar grandezas de mesma natureza, sendo o resultado de cada medição expresso por um número real positivo e por uma unidade de medida.

Para Caraça (1951, p. 29) medir consiste em “comparar duas grandezas da mesma espécie – dois comprimentos, dois pesos, dois volumes, etc.”. Ademais, Caraça (1951) esclarece a realização de uma comparação entre grandezas de mesma natureza, tomando uma delas como unidade de medida, ao verificar quantas vezes a grandeza tomada como unidade cabe na outra, este número é chamado de medida na unidade escolhida. Assim, ao medir o comprimento de uma mesa e encontrar, por exemplo, 1,8 m a ação realizada foi medir um atributo da mesa chamado de comprimento e expressar essa medida através de um número real positivo acrescido de uma unidade de medida, no caso o metro (m).

Então, uma grandeza é um atributo de objetos, fenômenos ou representações gráficas de objetos que pode ser medido por meio de uma comparação entre grandezas de mesma natureza e o resultado da medição é expresso por meio de um número real positivo acrescido de um símbolo que representa a unidade escolhida. Porém, por mais que esses conceitos sejam familiares, eles não surgiram de uma hora para outra, pelo contrário, a necessidade de medir remonta os primórdios das civilizações (BOYER, 1974; CREASE, 2013; CALEGARI; RODRIGUES, 2018). O homem começou a criar animais e a plantar, então surgiram as primeiras necessidades de controlar quantidades, determinar a medida da duração do tempo e as distâncias percorridas (BOYER, 1974; ROQUE; CARVALHO, 2012).

Mesmo em antigas civilizações, diferentes formas de medir e contar foram sendo criadas e aperfeiçoadas (CREASE, 2013). Inicialmente as medidas tinham um caráter antropométrico, pois as unidades de medidas tinham como referência as partes do corpo humano (BOYER, 1974). Neste sentido, Crease (2013, p. 7) nos diz que “O corpo humano foi o primeiro e mais antigo instrumento de medida”. Medidas como o côvado, o cúbito, a polegada e a jarda foram criadas tendo partes do corpo como referência. Desta forma, foram possíveis a medida de grandezas ligadas à agricultura e ao comércio, como comprimento, área, volume e massa. O emprego das medidas permitiu as antigas civilizações desenvolverem atividades agrícolas, comerciais e de engenharia. Neste sentido, conforme Roque e Carvalho (2012, p. 5) nos dizem que:

Tanto os mesopotâmicos quanto os egípcios realizavam uma espécie de cálculo de grandezas, ou seja, efetuavam procedimentos de cálculo sobre coisas que podem ser medidas (grandezas), e esta era uma das principais características de sua prática matemática.

Com o desenvolvimento das civilizações e das ciências, as técnicas de medição evoluíram e tivemos o surgimento de inúmeras outras grandezas físicas, como peso, força, potência, energia etc. (CREASE, 2013). Atualmente é possível constatar que as grandezas e medidas estão presentes em todas as atividades humanas, na construção civil, na culinária, nas relações de compra e venda, na medicina, na agricultura, nas ciências físicas, químicas, biológicas, sociais etc. (LIMA; BELLEMAIN, 2010).

Diante de tantas transformações possíveis graças ao desenvolvimento das grandezas e medidas, este conhecimento é importante para a formação do cidadão, conforme salientam Lima e Bellemain (2010, p. 168) “a relevância social das grandezas e medidas [...] mostram que conhecimentos limitados nesse campo da Matemática restringem a capacidade das pessoas de exercerem plenamente sua cidadania”. Nesse sentido, estes conhecimentos estão presentes na formação básica das pessoas e fazem parte dos currículos escolares.

2.2 As grandezas e medidas no currículo oficial

Como dito anteriormente, uma grandeza é aquilo que pode ser medido e comparado e uma medida é o resultado de uma comparação. Estes conceitos estão presentes em nossas vidas através das relações de compra e venda, das atividades profissionais dentre outras. Além disso, a importância das grandezas e medidas é indiscutível na vida em sociedade, no mundo do

trabalho e na formação do cidadão, mas como esse conteúdo se apresenta nos documentos oficiais que orientam o currículo brasileiro?

Nos PCN de Matemática, os conteúdos estão organizados em quatro blocos: números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação (BRASIL, 1998). Os PCN trazem também orientações para o bloco grandezas e medidas enfatizando sua relevância social e conexão com outras áreas do conhecimento. Neste sentido os PCN mencionam que:

[...] este bloco caracteriza-se por sua forte relevância social devido a seu caráter prático e utilitário, e pela possibilidade de variadas conexões com outras áreas do conhecimento. Na vida em sociedade, as grandezas e as medidas estão presentes em quase todas as atividades realizadas. Desse modo, desempenham papel importante no currículo, pois mostram claramente ao aluno a utilidade do conhecimento matemático no cotidiano (BRASIL, 1998, p. 51).

Além disso, os PCN nos esclarecem que as grandezas e medidas proporcionam oportunidade para melhor compreensão dos conceitos relacionados ao espaço e a forma e permitem dar significado aos números e operações. Sobre este tema, os PCN recomendam que sejam tratadas diferentes grandezas como: comprimento, massa, tempo, capacidade, temperatura e etc. Além de outras grandezas que são resultados da razão ou produtos de grandezas (BRASIL, 1998). As grandezas e medidas são contempladas pelos PCN como um conjunto de conteúdos importantes para a educação e que devem fazer parte dos currículos.

Em dezembro de 2017, tivemos a publicação de um novo documento normativo que substituiu os PCN, é a BNCC. Este documento consolida o tema das grandezas e medidas. Assim, a BNCC assinala que os alunos devem reconhecer grandezas como comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas associadas às figuras geométricas, além de resolver problemas que envolvam grandezas (BRASIL, 2018). Consoante ao que previam os PCN, a BNCC também reconhece a importância do tema, pois nos diz que:

[...] as medidas quantificam grandezas do mundo físico e são fundamentais para a compreensão da realidade. Assim, a unidade temática Grandezas e medidas, ao propor o estudo das medidas e das relações entre elas – ou seja, das relações métricas –, favorece a integração da Matemática a outras áreas de conhecimento, como Ciências (densidade, grandezas e escalas do Sistema Solar, energia elétrica etc.) ou Geografia (coordenadas geográficas, densidade demográfica, escalas de mapas e guias etc.). Essa unidade temática contribui ainda para a consolidação e ampliação da noção de número, a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico (BRASIL, 2018, p. 273).

A unidade temática grandezas e medidas, apresentada na BNCC, traz em sua estrutura uma relação de objetos do conhecimento “entendidos como conteúdos, conceitos e processos” (BRASIL, 2018, p. 28) que devem ser ensinados ao longo de toda a educação básica. Estes objetos do conhecimento apresentam os vários tipos de grandezas e as habilidades que os alunos devem desenvolver ao trabalhar com elas.

Portanto, os dois principais documentos nacionais que orientam os currículos em todo o Brasil abordam amplamente o ensino das grandezas e medidas e reservam um espaço importante para este tema. Além disso, enfatizam a importância das grandezas e medidas para a formação dos alunos para o pleno exercício da cidadania e para o mundo do trabalho.

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa caracteriza-se como uma pesquisa bibliográfica (FIORENTINI; LORENZATO, 2012) e estrutura-se dentro de uma abordagem qualitativa (ALVES-MAZZOTTI; GEWANDSZNAJDER, 2002). E como método de análise é usada a revisão sistemática de literatura (KITCHENHAM, 2004; DONATO; DONATO, 2019). A revisão sistemática é um método que emprega como fonte de dados uma literatura já publicada sobre um determinado tema, em outras palavras, estudos primários que descrevem os resultados de uma pesquisa em primeira mão. Neste sentido, para Kitchenham (2004, p. iv, tradução nossa),

[...] uma revisão sistemática da literatura é um meio de identificar, avaliar e interpretar toda a pesquisa disponível relevante para uma questão de pesquisa específica, área de tópico ou fenômeno de interesse. Estudos individuais que contribuem para uma revisão sistemática são chamados estudos primários; uma revisão sistemática é uma forma de estudo secundário.

Foi realizada uma aproximação da revisão sistemática de literatura baseada nos trabalhos de Kitchenham (2004) e Donato e Donato (2019) para analisar periódicos já publicados, reunindo um *corpus* confiável de trabalhos que permitiram formar o *corpus* desta pesquisa e a partir deles realizar inferências, criando novos conhecimentos que não seriam possíveis de construção através dos trabalhos isoladamente.

A condução da revisão foi realizada por meio das seguintes fases: 1. Formulação da questão de investigação, 2. Seleção de estudos primários, 3. Avaliação da qualidade do estudo, 4. Extração dos dados, 5. Síntese dos dados (KITCHENHAM, 2004; DONATO; DONATO, 2019). Assim, passou-se a realizar as etapas para a elaboração da presente pesquisa.

Na primeira etapa, formulação da questão da pesquisa, como já exposto neste trabalho, a questão de pesquisa é “como as publicações mais recentes apresentam o tema grandezas e medidas?”. Já na segunda etapa, seleção de estudos primários, realizou-se uma busca em periódicos com base em critérios específicos delineados a seguir.

Os artigos que compuseram o *corpus* deste trabalho foram pesquisados em revistas da área de Ensino que tiveram avaliação entre A1 e B2 no *Qualis* provisório, publicação prévia de julho de 2019, da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Ressalta-se que as revistas escolhidas também deveriam publicar apenas artigos da área de Educação Matemática, publicados de 2014 a 2019. Contudo, durante as buscas, verificou-se que a quantidade de trabalhos encontrados era insuficiente para formar uma amostra que pudesse fornecer dados adequados para atender o objetivo desta pesquisa. O recorte temporal foi aumentado para um intervalo de tempo de 2009 a 2019.

Foram selecionados os seguintes periódicos: Boletim de Educação Matemática (BOLEMA); Boletim do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPPEM); Educação Matemática Pesquisa (EMP); *Zetetiké*; Boletim Online de Educação Matemática (BOEM); Educação Matemática Debate (EMD); Educação Matemática em Revista (EMR-SP); Educação Matemática em Revista (EMR-RS); Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana (Em Teia); Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática (JIEEM); Perspectivas da Educação Matemática (PEM); Revista Eletrônica de Educação Matemática (REVEMAT); Revista de Educação Matemática (REMAT); Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática (RIDEMA) e Revista Paranaense de Educação Matemática (RPEM).

Em uma revisão sistemática de literatura segundo Kitchenham (2004, p. 2, tradução nossa) podemos verificar as seguintes características:

[...]revisões sistemáticas são baseadas em uma estratégia de pesquisa definida que visa detectar grande parte da possível literatura relevante. [...]Revisões sistemáticas documentam sua estratégia de busca para que os leitores possam verificar seu rigor e integridade. [...] Revisões sistemáticas requerem critérios explícitos de inclusão e exclusão para avaliar cada potencial estudo primário.

Tendo definido as plataformas das revistas, utilizou-se para a realização da busca os termos que possuem relação com o tema: grandeza, medida, comprimento, área, volume, temperatura, massa, ângulo, capacidade, perímetro, tempo, medir e medição.

Assim, após a busca nas plataformas das revistas utilizando um dos termos selecionados, foram encontrados 617 artigos, foi realizada a leitura dos resumos a fim de verificar se o artigo

tratava sobre grandezas e medidas ou se apresentava alguma relação com esse tema. A seleção teve como critério a relevância entre o tema abordado nos artigos e as grandezas e medidas, assim trabalhos que abordavam direta e indiretamente o tema proposto foram selecionados e trabalhos que não tinham nenhuma relação com o nosso tema foram descartados, sendo um total de 577 artigos.

Na etapa de avaliação, realizou-se a leitura integral dos artigos selecionadas a fim de verificar se os conteúdos presentes nos trabalhos eram fiéis aos seus resumos e apresentavam temas e abordagens relacionadas com as grandezas e medidas. Esta etapa foi bastante extensa, pois exigiu a leitura minuciosa de vários trabalhos encontrados. Ao final foram selecionados 40 artigos para compor o *corpus* desta pesquisa.

A seguir foi realizada a etapa de extração dos dados que consistiu em verificar em cada artigo os autores, o ano de publicação, os objetivos, as conclusões, as grandezas abordadas, a referência ao PCN e a BNCC e a abordagem feita das grandezas e medidas.

4 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS

4.1 Caracterização dos dados

Foram encontrados 40 artigos que abordam a unidade temática Grandeza e Medidas sob vários enfoques. No quadro abaixo, a tabulação dos artigos encontrados discriminados por periódico, autor, ano de publicação e as respectivas quantidades.

Quadro 1 – Apresentação dos artigos selecionados.

Periódico	Código	Artigos	QTD
BOLEMA	A01	Fernandes e Healy, 2010	07
	A02	Manechine e Caldeira, 2010	
	A03	Silva, 2009	
	A04	Araújo e Santos, 2009	
	A05	Figueiredo, Bellemain e Teles, 2014	
	A06	Carvalho e Bellemain, 2015	
	A07	Henriques, 2013	
EMP	A08	Morais, Bellemain e Lima, 2014	03
	A09	Vece, Curi e Santos, 2017	
	A10	Souza, Esteves e Silva, 2014	
Zetetiké	A11	Filho e Rauen, 2017	01
BOEM	A12	Silva e Nunes, 2018	04
	A13	Ferreira e Scortegagna, 2018	
	A14	Ballejo e Viali, 2018	
	A15	Lopes, Oliveira, Costa e Leão, 2017	
EMR-SP	A16	Fernandes e Piedade, 2018	06
	A17	Nogueira, Andrade e Zanqueta, 2011	

	A18	Teles e Bellemain, 2010	
	A19	Sampaio, Medeiros e Costa, 2016	
	A20	Trevisan, 2017	
	A21	Abrahão, 2012	
Em Teia	A22	Roda dos Santos e Câmara dos Santos, 2015	03
	A23	Rodrigues e Bellemain, 2016	
	A24	Bellemain, Bibiano e Souza, 2018	
JIEEM	A25	Silva, Nascimento, Carvalho, Carvalho, A. e Pietropaolo, 2016	02
	A26	Gomes, Galvão e Silva, 2018	
PEM	A27	Silva, Bellemain e Borba, 2016	02
	A28	Borowsky, Marafiga, Lopes e Tomazzetti, 2016	
REVEMAT	A29	Teles e Sá, 2010	07
	A30	Liell e Bayer, 2018	
	A31	Viseu, Menezes e Almeida, 2013	
	A32	Santos, 2014	
	A33	Silva e Lopes, 2013	
	A34	Santos, 2018	
	A35	Vargas, 2012	
REMAT	A36	Pachêco e Pachêco, 2017	01
RPEM	A37	Liell e Bayer, 2018	02
	A38	Stefani e Proença, 2019	
EMR-RS	A39	Vieira, Trevisan, Baldini e Rocha, 2018	02
	A40	Onuchic e Allevato, 2009	
GEPEM ¹	-	-	0
EMD	-	-	0
RIDEMA	-	-	0
TOTAL			40

Fonte: Elaboração do autor.

Os trabalhos foram organizados em categorias escolhidas tendo por base semelhanças inferidas a partir dos objetivos de cada trabalho.

4.2 Categorias de análise

Os trabalhos a partir de seus objetivos, foram agrupados em: (a) trabalhos que buscaram elaborar materiais e/ou atividades para favorecer o ensino e a aprendizagem das grandezas e medidas; (b) trabalhos que analisaram as dificuldades apresentadas por alunos e professores ao trabalharem com grandezas e medidas; (c) trabalhos que analisaram a organização das grandezas e medidas em políticas curriculares; (d) trabalhos que utilizaram as grandezas e medidas como apoio teórico; (e) trabalhos que analisaram a presença de grandezas e medidas no cotidiano, na cultura e na sociedade.

¹ Apesar desse periódico ser um dos mais antigos da área, com sua história iniciada nos anos 1970, o buscador na plataforma da revista não funciona. Ao digitar o termo no buscador e solicitar a busca, você é levado para a página inicial da revista, independente de você possuir ou não cadastro na revista.

4.2.1 Trabalhos que buscaram elaborar materiais e/ou atividades para favorecer o ensino e a aprendizagem das grandezas e medidas

Foram encontrados um total de treze trabalhos (A01; A02; A07, A12; A13; A14; A15; A20; A28; A33; A34; A35; A36), da análise desses, as grandezas abordadas são comprimento, área e volume. Não sendo verificados trabalhos que abordem outras grandezas que compõem a unidade temática grandezas e medidas. Além disso, a principal linha de pesquisa abordada tem sido investigar a relação entre área e perímetro, pois sete trabalhos analisaram, sob diferentes enfoques, o tema perímetro e área (FERNANDES; HEALY, 2010; VARGAS, 2012; HENRIQUES, 2013; SILVA; LOPES, 2013; FERREIRA; SCORTEGAGNA, 2018; BALLEJO; VIALI, 2018; SANTOS, 2018).

Esta predominância de estudos com foco em comprimento, área e volume pode ser explicada pela importância atribuída a estas grandezas pelos documentos oficiais que norteiam os currículos, pela existência de dificuldades por parte dos alunos em trabalhar com esses conceitos, como diferenciar área e perímetro e pela relevância social destas grandezas nas mais variadas profissões. Além disso, a ideia de medida está relacionada com outros conteúdos matemáticos como números, valor posicional, álgebra, raciocínio proporcional, frações, geometria e dados (WALLE, 2009, p. 404). Assim, estas grandezas geométricas são importantes em outros campos da matemática e por isso tem recebido a atenção de pesquisadores.

Quanto aos resultados encontrados nessas pesquisas, a utilização de materiais manipulativos e/ou softwares apresentam resultados significativos no ensino dos conceitos de comprimento, perímetro, área e volume. Em virtude disso, dos treze artigos que compõem esta categoria, onze apresentam materiais manipulativos e/ou softwares como apoio em seus trabalhos (FERNANDES; HEALY, 2010; MANECHINE; CALDEIRA, 2010; VARGAS, 2012; SILVA; LOPES, 2013; BOROWSKY et al, 2016; LOPES et al, 2017; TREVISAN, 2017; PACHÊCO; PACHÊCO, 2017; FERREIRA; SCORTEGAGNA, 2018; BALLEJO; VIALI, 2018; SILVA; NUNES, 2018).

Sem entrar no mérito dos vários suportes teóricos utilizados nas pesquisas aqui analisados, a utilização de materiais manipulativos tem se mostrado importante na construção do conceito de grandeza. Douady e Perrin-Glorian (1989), Bellemain e Lima (2002), Walle (2009) e Lima e Bellemain (2010) parecem convergir no sentido de que compreender comprimento, área e volume como grandezas autônomas perpassa por atividades que permitam dissociar o quadro das grandezas, o quadro geométrico e o quadro das medidas. Neste contexto,

os materiais manipulativos e softwares possibilitam a realização de atividades de comparação, decomposição, criação e conservação, permitindo explorar todos os aspectos relacionados a grandeza, não enfatizando apenas o aspecto numérico como é característico no ensino das grandezas. Desta forma, é compreensivo que tantos trabalhos tenham se apropriado de materiais manipulativos e softwares para apoio em suas pesquisas.

Outro aspecto verificado diz respeito a forma de apropriação dos conceitos de comprimento, área e volume. Os trabalhos desta categoria evidenciam que as atividades propostas para a aprendizagem das grandezas, deve se basear em tarefas de comparação, produção e na utilização de medidas não padronizadas, deixando para o último momento atividades que envolvam os aspectos numéricos das grandezas (FERNANDES; HEALY, 2010; MANECHINE; CALDEIRA, 2010; VARGAS, 2012; SILVA; LOPES, 2013; BOROWSKY et al, 2016; LOPES et al, 2017; TREVISAN, 2017; PACHECO; PACHECO, 2017; FERREIRA; SCORTEGAGNA, 2018; BALLEJO; VIALI, 2018; SILVA; NUNES, 2018).

Neste sentido, Douady e Perrin-Glorian (1989) construíram a hipótese de que uma associação precoce da superfície a um número favorece a amálgama entre diferentes grandezas. Como este modelo didático proposto pode ser aplicado a outras grandezas geométricas como comprimento e volume, percebe-se que associar precocemente números às representações geométricas de comprimento, área e volume pode gerar a concepção de que uma grandeza é apenas um número. Logo, os trabalhos em questão têm evitado enfatizar o aspecto numérico em suas atividades (FERNANDES; HEALY, 2010; MANECHINE; CALDEIRA, 2010; VARGAS, 2012; SILVA; LOPES, 2013; BOROWSKY et al, 2016; LOPES et al, 2017; TREVISAN, 2017; PACHECO; PACHECO, 2017; FERREIRA; SCORTEGAGNA, 2018; BALLEJO; VIALI, 2018; SILVA; NUNES, 2018).

Quanto à abordagem das grandezas geométricas tratadas nesta categoria, verificou-se que Fernandes e Healy (2010); Santos (2018) e Silva e Nunes (2018) utilizaram como aporte teórico o modelo didático de grandeza proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989). Nos demais trabalhos, são apresentados outros suportes teóricos para abordar grandezas e medidas, porém o tratamento dado a comprimento, área e volume é compatível com o modelo de grandezas independentes.

4.2.2 Trabalhos que analisaram as dificuldades apresentadas por alunos e professores ao trabalharem com grandezas e medidas

Nesta categoria são treze artigos (A03; A04; A05; A11; A17; A18; A21; A23; A24; A26; A31; A32; A38), as grandezas abordadas são comprimento, perímetro, área e volume. Conforme mostrado na categoria anterior, as grandezas geométricas comprimento, área e volume são necessárias à compreensão de outras grandezas e estão relacionadas a outros campos da matemática (BELLEMAIN; LIMA, 2002; BRASIL, 2018) e isso justifica o foco nestas grandezas.

O interesse por pesquisar as dificuldades que alunos apresentam ao estudar comprimento e área não é novo, Douady e Perrin- Glorian (1989) pesquisaram este problema e constataram que a dissociação entre os quadros geométrico, das medidas e das grandezas possibilita a diferenciação entre comprimento e área. Lima e Bellemain (2010) ao abordar o problema existente entre perímetro e área, enfatizam que uma das causas deste problema é a utilização exaustiva de expressões matemáticas de cálculo em listas de problemas. Bellemain e Lima (2002) discutem a problemática acerca do ensino de área e perímetro e mostram que essa dificuldade entre os alunos é persistente e que também é verificada entre professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Silva (2011) verificou que mesmo que o sujeito domine o cálculo com área e perímetro, isso não é garantia que compreenda ou possa vir a compreender as relações entre comprimento e área. Abrahão (2012) concluiu que os conceitos de perímetro e área precisam ser apresentados simultaneamente desde o início para que as crianças possam fazer a diferenciação. Santos (2014) constatou que os professores pesquisados apresentam lacunas na sua formação quanto a conhecimentos geométricos e pautam suas aulas na apresentação de definições e memorização de expressões matemáticas de cálculo de área e perímetro. Stefani e Proença (2019) verificaram que dentre outros resultados que as dificuldades apresentadas pelos alunos ao resolverem problemas relacionados com área e perímetro se deve a dificuldade de interpretação dos enunciados e domínio sobre os conceitos de perímetro e área.

Estes trabalhos perpassam pela falta de compreensão acerca das grandezas comprimento e área, neste sentido Bellemain e Lima (2002, p. 26) nos dizem que “a construção das relações pertinentes entre área e comprimento é um processo complexo e de longa duração” e salientam que várias pesquisas têm mostrado que existem erros variados relacionados a dificuldade de aprendizagem das grandezas perímetro e área (BELLEMAIN, LIMA, 2002).

Entre as pesquisas que analisaram dificuldades relacionadas com área, Teles e Bellemain (2010) analisaram procedimentos de resolução utilizados por alunos do 2º ano do Ensino Médio submetidos a um teste diagnóstico e verificaram entre outros resultados que os alunos confundem comprimento e área. Rodrigues e Bellemain (2016) investigaram como

alunos do 6º ano lidam com uma tarefa de comparação de áreas de figuras planas em ambientes com características distintas: papel e lápis, materiais manipulativos e no software de geometria *Apprenti Gèomètre 2* e verificaram limitações do ambiente *Papel Lápis* em relação aos dois outros ambientes investigados. Gomes, Galvão e Silva (2018) analisaram o conceito de área num processo de formação de professores dos anos iniciais e constataram que os professores apresentam lacunas no domínio desse conteúdo específico e que isso pode implicar nos conhecimentos para o seu ensino.

As dificuldades em trabalhar com a grandeza área estão presentes em todos os níveis de escolaridade. Bellemain e Lima (2002) mostram que em pesquisas realizadas na França, verificou-se que os próprios professores em formação utilizam teoremas em ação² errôneos e que resultados como esse apontam para o reforço desses erros devido aos conhecimentos limitados dos professores. Nesse sentido, as dificuldades ao lidar com grandezas geométricas por parte dos alunos do Ensino Fundamental, do Ensino Médio e futuros professores nos parece um processo cíclico de perpetuação dos erros.

Araújo e Santos (2009) analisaram o comportamento de alunos do Programa Projovem na resolução dos itens do Exame Nacional Externo e constataram que a estratégia privilegiada dos alunos consiste em realizar uma operação com os dados do problema. Figueiredo, Bellemain e Teles (2014) analisaram como alunos do Ensino Médio lidam com situações de comparação relativas ao volume e verificaram que a maioria dos alunos não compreende volume como uma grandeza. Viseu, Menezes e Almeida (2013) analisaram o conhecimento de geometria de professores do 1.º ciclo do ensino básico português e as suas perspectivas sobre o ensino deste tema nos primeiros anos de escolaridade e constataram, dentre outros, que eles têm dificuldades com a determinação dos valores das grandezas área e volume.

Estes resultados se comunicam com os resultados de outros trabalhos (TELES; BELLEMAIN, 2010; GOMES; GALVÃO; SILVA, 2018) anteriormente analisados no que diz respeito a compreensão de comprimento, área e volume como grandezas e a diferenciação entre os quadros das grandezas, geométrico e numérico, acarretando em preferências pelo quadro numérico, dificuldades em atividades de comparação e lacunas na formação de professores.

Filho e Rauen (2017) analisaram a resolução equivocada de um problema de cálculo de volume de um prisma representando uma barra de ouro por estudantes do terceiro ano do ensino médio e constataram que não está claro para os alunos o conceito de “altura” como a distância

² Na teoria dos campos conceituais desenvolvida por Vergnaud, um teorema em ação é uma proposição tida como verdadeira sobre o real.

que é perpendicular ou que forma 90° em relação às bases da figura, mas um conceito de altura mais intuitivo que está relacionado com aquilo que é vertical.

Nogueira, Andrade e Zanqueta (2011) analisaram alunos cegos que já haviam sido apresentados às medidas de comprimento e constataram que antes da intervenção proposta, os alunos apresentavam um conhecimento insuficiente da medida de comprimento. Bellemain, Bibiano e Souza (2018) problematizaram o ensino das grandezas e medidas na matemática da Educação Básica e a interface entre Matemática e Física e concluíram que o campo das grandezas e medidas é importante para a formação do aluno e necessita ser estudado e investigado para propiciar melhores condições de ensino e que a interface com a física é um caminho rico a ser trilhado.

Portanto, existe um fio condutor que passa por todos esses trabalhos analisados e consiste na dificuldade apresentada por alunos do Ensino Fundamental, do Ensino Médio, do Ensino Superior e professores da educação básica em trabalhar com as grandezas e medidas. Por outro lado, esses trabalhos analisados abordam comprimento, área e volume como grandezas geométricas e alguns trabalhos usam o modelo didático de área proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989) (FIGUEIRO; BELLEMAIN; TELES, 2014; TELES; BELLEMAIN, 2010; RODRIGUES; BELLEMAIN, 2016; SANTOS, 2014). Os demais trabalhos apesar de não explicitarem o suporte teórico de Douady e Perrin-Glorian (1989), abordam comprimento, área e volume como grandezas.

4.2.3 Pesquisas que analisaram a organização das grandezas e medidas em políticas curriculares

Esta categoria se dedica a análise de estudos sobre grandezas e medidas em currículos, livros didáticos e avaliações externas, sendo composta por seis artigos (A06, A08, A09, A22, A27 e A29). Dentre estes, temos dois artigos (A06; A09) que analisaram a abordagem das grandezas em currículos. Carvalho e Bellemain (2015) analisaram o modo como é proposto o estudo da área de figuras geométricas planas no currículo de Matemática do Programa Projovem Urbano e a relação entre esse estudo e os princípios que regem o Programa. Eles constataram que a organização matemática predominante é o cálculo da área de retângulos, por meio do uso de expressões matemáticas e justificada pela contagem de quadradinhos (CARVALHO; BELLEMAIN, 2015). Vece, Curi e Santos (2017) realizaram um mapeamento nos currículos de matemática do Ciclo de Alfabetização de Estados e Municípios brasileiros, para analisar as orientações didáticas sobre a unidade temática grandezas e medidas e

constatarem “o desfalque de orientações didáticas que contribuam para a compreensão dos processos cognitivos na construção dos conceitos de grandeza e medida” (p. 324).

Carvalho e Bellemain (2015) informam em seu trabalho que o currículo analisado foi elaborado para atender jovens entre dezoito e vinte e quatro anos que estavam fora do mercado de trabalho e que haviam cursado pelo menos até a antiga quarta série. O enfoque no cálculo da área de retângulos está relacionado com a qualificação para o trabalho. Ao passo que Vece, Curi e Santos (2017) observaram lacunas nos currículos de matemática do ciclo da alfabetização. Um ponto de tangência nestes trabalhos, conforme Lima e Bellemain (2010), é o fato de os conhecimentos acerca das grandezas e medidas serem indispensáveis ao exercício da cidadania. Neste aspecto, uma breve contradição, ao passo em que se tem um currículo focado na inclusão social e empregando conteúdo das grandezas e medidas e em um segundo momento se tem outros currículos que não oportunizam de forma clara o acesso ao tema das grandezas e medidas.

No aspecto da abordagem das grandezas e medidas, há indícios nos trabalhos de que compreendem e abordam a grandeza como um atributo, logo dissociando o quadro das grandezas, o quadro geométrico e das medidas. Neste sentido, Curi, Vece e Santos (2017, p. 307) ao tratarem sobre grandezas nos dizem que “as contínuas quantificam suas qualidades (massa, temperatura, comprimento, capacidade, valor, volume e tempo)”. Ao passo que Carvalho e Bellemain (2015, p. 138) verificam que o conteúdo área de figuras planas “vive no domínio das grandezas e medidas (com ênfase nítido no aspecto medida)”.

Três artigos (A08; A22; A29) se dedicaram a análise de livros, as grandezas abordadas foram área e volume. O trabalho de Moraes, Bellemain e Lima (2014) analisou coleções de livros de matemática do Ensino Médio e constatou que apesar das coleções oportunizarem distinguir o sólido e a grandeza, bem como a grandeza e o número, a abordagem nas coleções é caracterizada pela ênfase clara nas situações de medições e as situações apresentadas não são suficientes para construir o conceito de volume como uma grandeza.

Santos e Santos (2015) investigaram o conceito de área de figuras geométricas em livros do 6º ano do Ensino Fundamental e constataram que a ênfase dada está em determinar a medida da área de uma figura ou região valorizando o aspecto numérico do conceito de área. Rosa dos Santos e Câmara dos Santos (2015) enfatizam que a ênfase no aspecto numérico pode contribuir para que o aluno associe a superfície a um número e confunda área e perímetro. Teles e Sá (2010) analisaram as situações que envolvem área do retângulo em livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental e constataram que o cálculo da área do retângulo é

frequentemente usado para dar sentido à multiplicação e que na maioria das vezes não fica claro que se trata do cálculo de área.

Os trabalhos parecem convergir no sentido de que tanto os livros de matemática do Ensino Fundamental anos iniciais e finais, quanto os livros do Ensino Médio analisados têm dado ênfase ao aspecto numérico no tratamento dos conceitos de área e volume. Apesar das noções de medidas estarem relacionadas a vários campos da matemática (WALLE, 2009; LIMA; BELLEMAIN, 2010) é preciso que seja dada atenção aos outros aspectos relacionados às grandezas, como o aspecto geométrico e da grandeza (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989). Verificou-se que os três trabalhos utilizaram como suporte teórico para o conceito de grandeza o modelo didático de área como grandeza proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989) e no caso de Moraes, Bellemain e Lima (2014) o modelo foi adaptado para a grandeza volume.

No artigo (A27), Silva, Bellemain e Borba (2016) discutem o campo das grandezas e medidas nos itens apresentados pela Provinha Brasil de Matemática e constataram que “há um empobrecimento da avaliação no campo das Grandezas e Medidas, tanto na diversidade das grandezas quanto na relevância das escolhas” (SILVA; BELLEMAIN; BORBA, 2016, p. 740). Verificou-se por exemplo que a Provinha Brasil de Matemática (PBM) aplicada no período de 2011 a 2014 apresentou um total de 140 questões, sendo 27 sobre grandezas e medidas. E abordaram apenas as grandezas comprimento, valor monetário e duração de intervalos de tempo. Não sendo abordada grandezas previstas no currículo, como capacidade, massa e temperatura.

Por outro lado, a pesquisa evidencia que a Provinha Brasil de Matemática tem como principal função assessorar o trabalho docente em sala de aula, contudo o processo de avaliação apresenta falhas e pode levar o professor a uma avaliação superficial do desempenho de seus alunos. Bellemain e Lima (2002) mostram que pesquisas indicam que existe uma contradição entre a concepção de professores acerca das grandezas e medidas e o resultado de pesquisas, pois professores alegam que não há dificuldades no ensino das grandezas e as pesquisas mostram que os alunos possuem dificuldades diversas em lidar com grandezas. Logo, a Provinha Brasil de Matemática pode contribuir para manutenção desta contradição.

Como verificado em outras categorias, as deficiências na abordagem das grandezas e medidas não se restringem apenas aos processos de ensino e de aprendizagem e/ou as abordagens em livros didáticos, mas também aparecem, como mostrou Silva, Bellemain e Borba (2016), em avaliações externas.

4.2.4 Pesquisas que utilizaram as grandezas e medidas como apoio teórico

São quatro artigos (A10; A30; A37; A40) que compõem esta categoria. Nestes são abordadas as grandezas perímetro, área, comprimento, massa e volume. Nesta categoria o número de grandezas abordadas é maior que nas categorias anteriores e o motivo decorre do fato das grandezas e medidas serem abordadas em outras áreas do conhecimento e permitirem uma variedade de situações que contemplam tanto grandezas físicas como geométricas. Assim, os contextos físicos, químicos e sociais permitem mais facilmente a utilização de um espectro maior de grandezas.

Souza, Esteves e Silva (2014, p. 189) “investigaram o potencial de integração curricular e possibilidades de troca de conhecimentos entre licenciandos em Pedagogia e Matemática”, coletaram dados durante seções de elaboração de aulas para o ensino de grandezas e medidas e dizem que:

[...] os dados de nossa pesquisa apontaram ainda que a ausência de conhecimento pedagógico geral ou de conhecimento específico impedem que os professores construam representações mais eficazes do conteúdo, a utilização adequada de materiais didáticos e sua escolha, dentro do processo de ensino e de aprendizagem de Matemática (SOUZA; ESTEVES; SILVA, 2014, p. 206).

Liell e Bayer (2018a) analisaram, em um contexto de formação continuada de professores, a abordagem de situações-problemas envolvendo temas ambientais com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. Dentre os conteúdos mobilizados estão grandezas como perímetro, comprimento, área, massa e volume. Verificaram ainda que a combinação entre matemática e questões ambientais mostrou ser promissora ao instigar os alunos a aprenderem matemática, tornando-os cidadãos críticos e conscientes da problemática que os rodeia.

Liell e Bayer (2018b) em um segundo artigo tendo como aporte as grandezas e medidas e no contexto da formação continuada de professores, constataram que a utilização de jogos matemáticos envolvendo temas ambientais possibilitou aos alunos se tornarem ativos e participantes na construção do conhecimento. Liell e Bayer (2018b, p. 352) acrescentam que “as aulas se tornaram mais atraentes e que principalmente, provocou a possibilidade da formação de uma consciência ambiental nos estudantes”.

Onuchlic e Allevato (2009) apresentaram uma metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas, utilizando como tópico matemático o cálculo de volume. As autoras utilizaram um problema no qual um cilindro é feito a partir de

uma folha de papel A4, sendo utilizado como comprimento do círculo da base as duas dimensões da folha de papel, o que resultou em dois cilindros diferentes.

Os trabalhos analisados mostraram que as grandezas e medidas podem ser mediadoras de vários processos de ensino e de aprendizagem devido a sua grande importância nas práticas educacionais, sociais e culturais (LIMA; BELLEMAIN, 2010; BELLEMAIN; LIMA, 2002). Quanto a abordagem das grandezas nos trabalhos não foi possível verificar a concepção abordada, pois o foco dos artigos não recaía sobre este tema.

4.2.5 Pesquisas que analisaram a presença de grandezas e medidas no cotidiano, na cultura e na sociedade

Nesta categoria, há quatro artigos (A16; A19; A25; A39). Verificou-se nestes trabalhos que as grandezas e medidas estão fortemente enraizadas na cultura popular, sendo possível constatar sua presença em comunidades diversas. Os trabalhos citados analisaram a presença de conceitos matemáticos presentes em comunidades quilombolas (FERNANDES; PIEDADE, 2018; SILVA et al, 2016), em uma atividade prática de medição em uma pedreira (SAMPAIO; MEDEIROS; COSTA, 2016) e em uma atividade de delineamento de tarefas (VIEIRA et al, 2018).

Verificou-se a presença de conceitos matemáticos nas comunidades quilombolas. Desta forma, estes conceitos podem ser utilizados como um contexto propício ao ensino das grandezas e medidas para alunos dessas comunidades, possibilitando um diálogo entre conceitos matemáticos culturalmente construídos e conhecimentos cientificamente elaborados (FERNANDES; PIEDADE, 2018; SILVA et al, 2016). Além disso, verificou-se a utilização do conceito de densidade, volume e massa empregados na aula de física como suporte para uma atividade prática em campo, na qual percebe-se a utilização diversa das grandezas em outras áreas do conhecimento (SAMPAIO; MEDEIROS; COSTA, 2016). Vieira et al. (2018) analisaram os conhecimentos mobilizados por uma professora de matemática na delimitação de tarefas para ensinar fundamentos de álgebra elementar.

Neste sentido, Bellemain e Lima (2002) defendem que a matemática escolar deve abordar de forma clara e direta o ensino das grandezas e medidas para estabelecer articulações com o campo mais amplo das grandezas que ocorre com outros domínios disciplinares. No tocante a forma de abordagem das grandezas, não foi possível verificar, pois os trabalhos tinham outro foco.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa é relevante por trazer a discussão sobre esta unidade temática importante para a formação do aluno, as grandezas e medidas. Assim, por meio de uma revisão sistemática de literatura, reuniu-se trabalhos publicados acerca deste tema com o objetivo de conhecer o que já se publicou sobre o assunto e construir uma visão geral sobre o tema.

Verificou-se que o foco das pesquisas tem sido abordar predominantemente as grandezas geométricas comprimento, área e volume. Acredita-se que este fato pode ser explicada pela importância atribuída a estas grandezas pelos documentos oficiais que norteiam os currículos, pela existência de dificuldades por parte dos alunos em trabalhar com esses conceitos, como diferenciar área e perímetro e pela relevância social destas grandezas nas mais variadas profissões. As pesquisas também apontam que a utilização de materiais manipulativos e softwares em aulas que propiciam uma abordagem mais lúdica e diversificada têm mostrado bons resultados no ensino das grandezas e medidas.

Observou-se também que as atividades de composição, decomposição, comparação e construção de figuras geométricas tem melhores resultados no ensino das grandezas e medidas do que tarefas que dão ênfase ao cálculo numérico, pois enfatizam as propriedades e não o aspecto numérico. Esta percepção é coerente, pois estas atividades permitem de forma subjetiva dissociar a grandeza de sua representação geométrica e numérica. Neste sentido, Douady e Perrin Glorian (1989, p. 396, tradução nossa) constataram que “uma associação precoce da superfície a um número favorece a amálgama entre diferentes grandezas”, como comprimento e área.

Apesar dos trabalhos que compõem o *corpus* desta pesquisa terem sido elaborados há mais de dez anos após a publicação dos PCN, a maioria dos trabalhos não faz referência a este documento e não identifica a grandeza abordada no trabalho como parte integrante da unidade temática grandezas e medidas que até a publicação da BNCC era conhecida como bloco das grandezas e medidas. Poucos trabalhos citaram a BNCC o que pode ser facilmente explicado devido a publicação deste documento ter sido feita no ano de 2017. Assim, currículos, livros e professores ainda estão se adequando às novas exigências propostas por este documento.

Quanto a abordagem das grandezas e medidas nos trabalhos, verificamos que onze trabalhos utilizaram a abordagem da teoria dos quadros propostas por Douady e Perrin-Glorian (1989), citando estas autoras em seu conteúdo. E de maneira geral, os artigos apresentam comprimento, área e volume como grandezas e abordam estas com ênfase em suas

propriedades, permitindo de forma subjetiva, dissociar o quadro das grandezas, o quadro geométrico e o quadro das medidas.

REFERÊNCIAS

ABRAHÃO, Ana Maria Carneiro. Perímetro Ou Área? **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 35, p. 52-58, mar. 2012. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/index>. Acesso em: 15 out. 2019.

ALVES–MAZZOTTI, Alda Judith; GEWANDSZNAJDER, Fernando. **O método nas Ciências Naturais e Sociais**. 2. ed. São Paulo: Pioneira, 2002.

ANDRADE FILHO, Bazilio Manoel de; RAUEN, Fábio José. Conversão de registros de representação semiótica: análise guiada pela teoria da relevância. **Zetetiké**, Campinas, v. 25, n. 2, p. 289-304, maio./ago. 2017. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/issue/archive>. Acesso em: 15 out. 2019.

ARAÚJO, Abraão Juvêncio de; SANTOS, Marcelo Câmara dos. Avaliação Externa do Projovem: o caso de áreas e volumes. **Bolema**, Rio Claro, v. 22, n. 33, p. 23-50, 2009. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema>. Acesso em: 15 out. 2019.

BALLEJO, Clarissa Coragem; VIALI, Lori. Aprendizagem de conceitos de área e perímetro com o GeoGebra no 6º ano do Ensino Fundamental. **Boem**, Joinville, v. 6, n. 12, p. 1-20, dez. 2018. Disponível em: <http://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/index>. Acesso em: 15 out. 2019.

BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; BIBIANO, Marta Fernanda de Araujo; SOUZA, Cristiane Fernandes de. Estudar grandezas e medidas na Educação Básica. **em Teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 9, n. 1, p. 1-16, 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/index>. Acesso em: 15 out. 2019.

BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; LIMA, Paulo Figueiredo. Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental. 1. ed. Natal: Editora da SBHMat, 2002.

BOROWSKY, Halana Garcez et al. Infância e Matemática: aprendendo sobre medidas de comprimento. **Perspectivas da Educação Matemática**, Mato Grosso do Sul, v. 9, n. 21, p. 744-764, 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/index>. Acesso em: 15 out. 2019.

BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher, 1974.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação é a base. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 27 jun. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental). Brasília: MEC, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 16 jun. 2019.

BREDA, Ana et al. **Geometria e medida no ensino básico**. [S. l. / s. n.], 2011.

CALEGARI, Jean Franco Mendes; RODRIGUES, Marilda Merênciã. As histórias dos sistemas de medidas de comprimento: contribuições para a contextualização no ensino de matemática. **PERSPECTIVA**, Florianópolis, v. 36, n. 2, p. 761-982, abr/jun. 2018.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos e Fundamentos da Matemática**. 1. ed. Lisboa: Tipografia Matemática, dez.1951.

CARVALHO, Dierson Gonçalves de; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. Ensino de Área de Figuras Geométricas Planas no Currículo de Matemática do Projovem Urbano. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 51, p. 123-142, abr. 2015. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema>. Acesso em: 15 out. 2019.

CREASE, Robert P. **A medida do mundo: a busca por um sistema universal de pesos e medidas**. Tradução: George Schlesinger. 1. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2013. 326 p.

DONATO, Helena; DONATO, Mariana. Etapas na Condução de uma Revisão Sistemática. **Acta Médica Portuguesa**, Lisboa, v. 32, n. 3, p. 227-235, 2019. Disponível em: <https://www.actamedicaportuguesa.com/revista/index.php/amp/article/view/11923/5635>. Acesso em: 12 out. 2019.

DOUADY, Regine.; PERRIN-GLORIAN, Marie-Jeanne. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics*. n. 4. vol.20, p. 387-424. 1989.

FERNANDES, Alcione Marques; PIEDADE, Robervaldo Aquino. Saberes Matemáticos na Comunidade Quilombola Kalunga do Mimoso/Matas. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 23, n. 60, p. 107-125, out. 2018. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/article/view/1272/pdf>. Acesso em: 15 out. 2019.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali; HEALY, Lulu. Inclusão de Alunos Cegos nas Aulas de Matemática: explorando Área, Perímetro e Volume através do Tato. **Bolema**, Rio Claro, v. 23, n. 37, p. 1111-1135, 2010. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema>. Acesso em: 15 out. 2019

FERREIRA, Esmênia Furtado Parreira; SCORTEGAGNA, Liamara. Ensinando Perímetro e Área de Figuras Geométricas Planas Usando o Software Geogebra. **Boem**, Joinville, v. 6, n. 11, p. 1-17, out. 2018. Disponível em: <http://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/index>. Acesso em: 15 out. 2019.

FIGUEIREDO, Ana Paula Nunes Braz; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; TELES, Rosinalda Aurora de Melo. Grandeza Volume: um estudo exploratório sobre como alunos do ensino médio lidam com situações de comparação. **Bolema**, Rio Claro, v. 28, n. 50, p. 1172-

1182, dez. 2014. Disponível em:

<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema>. Acesso em: 15 out. 2019.

FIorentini, Dario; Lorenzato, Sergio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2012. Coleção formação de professores.

FREIRE, Amanda Freitas et al. O Uso do Geoplano no Ensino de Geometria: Cálculo de Área e Perímetro. **Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento**, São Paulo, v. 3, p. 119-135, jun. 2018. Disponível em:

<https://www.nucleodoconhecimento.com.br/matematica/calculo-de-area-e-perimetro>. Acesso em: 20 abr. 2020.

GOMES, Jacqueline Oliveira de Melo; GALVÃO, Maria Elisa Esteves Lopes; SILVA, Angélica da Fontoura Garcia. O Conceito de Área num Processo de Formação de Professores dos Anos Iniciais. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, Londrina, v. 11, n. 3, p. 261-269, 2018. Disponível em:

<https://revista.pgskroton.com/index.php/jieem/index>. Acesso em: 15 out. 2019.

HENRIQUES, Marcílio Dias. A Produção de Significados de Estudantes do Ensino Fundamental para Tarefas Geométricas. **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 46, p. 433-450, ago. 2013. Disponível em:

<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema>. Acesso em: 15 out. 2019.

HOMA, Agostinho Iaqhan Ryokiti; GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira. Área de figuras planas com objetos de aprendizagem no Geogebra. **RBECT**, Canoas, v. 9, n. 1, p. 123-147, jan. 2016. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/2000>. Acesso em: 22 abr. 2020.

KITCHENHAM, B. **Procedures for Performing Systematic Reviews**. Keele UK Keele University- Publisher: Citesser, 33(TR/SE-0401), 28, 2004.

LEIVAS, José Carlos Pinto; GOBBI, Juliana Aparecida. O software GeoGebra e a Engenharia Didática no estudo de áreas e perímetros de figuras planas. **R. Bras. de Ensino de C&t**, Ponta Grossa, v. 7, n. 1, p. 182-199, jan. 2014. Disponível em:

<https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/1521>. Acesso em: 20 abr. 2020.

LIELL, Cláudio Cristiano; BAYER, Arno. Despertando A Consciência Ambiental Na Escola Por Meio Da Resolução De Problemas. **Revemat**, Florianópolis, v. 3, n. 1, p. 183-201, 2018. Disponível em:

<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/issue/view/2717>. Acesso em: 15 out. 2019.

LIELL, Cláudio Cristiano; BAYER, Arno. Jogos Matemáticos: Uma Alternativa para o Trabalho com Temas Ambientais nas Aulas de Matemática. **RPEM**, Campo Mourão, v. 7, n. 13, p. 335-354, jan. 2018. Disponível em:

<http://rpem.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/1698>. Acesso em: 15 out. 2019.

LIMA, Paulo Figueiredo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. **Coleção explorando o ensino: Grandezas e medidas**. v. 17, p. 167-200, 2010.

LOPES, Thiago Beirigo et al. Ensinar área de quadriláteros regulares baseado no modelo de Van Hiele. **Boem**, Joinville, v. 5, n. 9, p. 18-39, ago./dez. 2017. Disponível em: <http://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/index>. Acesso em: 15 out. 2019.

MANECHINE, Selma Rosana Santiago; CALDEIRA, Ana Maria de Andrade. Construção de Conceitos Matemáticos na Educação Básica numa Abordagem Peirceana. **Bolema**, Rio Claro, v. 23, n. 37, p. 887-904, dez. 2010. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema>. Acesso em: 15 out. 2019.

MARCO, Fabiana Fiorezi de; MOURA, Anna Regina Lanner de. O Conceito Matemático (Re)Significado no Contexto da Atividade de Ensino Na formação Inicial de Professores. **Contexto & Educação**, Ijuí, n. 84, p. 161-186, jul. 2010. Disponível em: <https://www.revistas.unijui.edu.br/index.php/contextoeducacao/article/view/992>. Acesso em: 22 abr. 2020.

MORAIS, Leonardo Bernardo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; LIMA, Paulo Figueiredo. Análise de situações de volume em livros didáticos de matemática do ensino médio à luz da teoria dos campos conceituais. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 16, n. 1, p. 25-46, 2014. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/15278/pdf>. Acesso em: 15 out. 2019.

NOGUEIRA, Clelia Maria Ignatius; ANDRADE, Doherty; ZANQUETA, Maria Emilia Melo Tamanini. As Medidas de Comprimento na Educação de Surdos. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 33, p. 24-35, ago. 2011. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/index>. Acesso em: 15 out. 2019.

PACHÊCO, Franklin Fernando Ferreira; PACHÊCO, Gisele Ferreira. O Processo de Ensino e Aprendizagem do Conceito de Perímetro por meio do Jogo Tandram Sob a Ótica da Teoria da Aprendizagem Significativa: Um Estudo com Alunos do 6º Ano do Ensino Fundamental. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 14, n. 17, p. 198-210, jul. 2017. Disponível em: <http://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/index>. Acesso em: 15 out. 2019.

PEREIRA, Francine Baranoski et al. Compreensão Leitora de Problemas Matemáticos no Eixo “Grandezas” e “Medidas”: Um Estudo Comparativo entre respostas de alunos e o resultado da Prova Brasil. **Revista de Produtos Educacionais e Pesquisa em Ensino**, Cornélio Procópio, v. 3, n. 1, p. 148-163, 2019. Disponível em: <http://seer.uenp.edu.br/index.php/reppe/article/view/1587>. Acesso em: 22 abr. 2020.

RIGHI, Fabiane de Lima; SANTAROSA, Maria Cecilia Pereira; MATHIAS, Carmen Vieira. Análise dos Esquemas em ação da Grandeza Volume no Ensino Superior. **VIDYA**, Santa Maria, v. 39, n. 1, p. 179-194, 2019. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/2479>. Acesso em: 20 abr. 2020.

RODRIGUES, Anderson Douglas; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. A Comparação de Áreas de Figuras Planas em Diferentes Ambientes: Papel e Lápis, Materiais Manipulativos e no Appreniti Géomètre 2. **Em Teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 7, n. 3, p. 1-25, 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/index>. Acesso em: 15 out. 2019.

ROQUE, Tatiana; DE CARVALHO, João Bosco Pitombeira. **Tópicos de história da matemática**. [S. l.], SBM, 2012.

SAMPAIO, Karla Teles; MEDEIROS, Nairla Lima; COSTA, Paulo Souza da. Estimando a Massa de Blocos de Calcário Utilizando o Conceito de Densidade. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, n. 50, p. 48-52, maio 2016. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/article/view/652/pdf>. Acesso em: 15 out. 2019.

SANTOS, Cintia Aparecida Bento dos. Uma Reflexão Sobre A Articulação De Teorias Didáticas No Estudo Das Noções De Área E Perímetro. **Revemat**, Florianópolis, v. 13, n. 1, p. 120-133, 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/index>. Acesso em: 15 out. 2019.

SANTOS, Jamile Aparecida Saulino do. Problemas de ensino e de aprendizagem em perímetro e área de figuras planas. **Revemat**, Florianópolis, v. 9, n. 1, p. 224-238, 2014. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/index>. Acesso em: 15 out. 2019.

SANTOS, Marilene Rosa; SANTOS, Marcelo Câmara dos. O Conceito de Área de Figuras Geométricas Planas no Livro Didático de Matemática do 6º Ano do Ensino Fundamental: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático. **Em Teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 6, n. 2, p. 1-22, 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2258/1825>. Acesso em: 15 out. 2019.

SILVA, João Alberto da. As Relações entre Área e Perímetro na Geometria Plana: o papel dos observáveis e das regulações na construção da explicação. **Bolema**, Rio Claro, v. 22, n. 34, p. 81-104, 2009. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema>. Acesso em: 15 out. 2019.

SILVA, João Alberto da; BELLEMAIN, Paula Baltar; BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. Análise de Itens da Provinha Brasil de Matemática referentes a Grandezas e Medidas. **Perspectivas da Educação Matemática**, Mato Grosso do Sul, v. 9, n. 21, p. 724-743, dez. 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/2248>. Acesso em: 15 out. 2019.

SILVA, José Fernandes da et al. Um Estudo de Unidades de Medidas no Contexto da Comunidade Quilombola de São Félix em Cantagalo – MG. **JIEEM**, Londrina, v. 9, n. 1, p. 184-217, 2016. Disponível em: <https://revista.pgskroton.com/index.php/jieem/article/view/3238>. Acesso em: 15 out. 2019.

SILVA, Nazaré do Socorro Moraes da; NUNES, José Messildo Viana. Uma sequência educacional para o ensino de medida de comprimento didática como produto. **Boem**, Joinville, v. 6, n. 10, p. 349-369, ago. 2018. Disponível em: <http://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/index>. Acesso em: 15 out. 2019.

SILVA, Rodrigo Sychocki da; LOPES, Daniela Cristina Vargas. A construção de conceitos da geometria plana com o uso de materiais concretos e digitais. **Revemat**, v. 8, n. 1, p. 179-198, 26 jul. 2013. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/28146>. Acesso em: 15 out. 2019.

- SOUZA, Neusa Marques de; ESTEVES, Anelisa Kisielewski; SILVA, Rubia Grasiela da. Conhecimentos de graduandos para o ensino de matemática: experiências e possibilidades de integração na formação inicial. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 16, n. 1, p. 189-207, 2014. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/16166>. Acesso em: 15 out. 2019.
- STEFANI, Amanda; PROENÇA, Marcelo Carlos de. Análise das Dificuldades de Alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental na Resolução de Problemas de Perímetro e Área. **RPEM**, Campo Mourão, v. 8, n. 16, p. 97-118, jul. 2019. Disponível em: <http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/index>. Acesso em: 15 out. 2019.
- STURION, Brena Cristina; AMARAL-SCHIO, Rúbia Barcelos. BNCC do ensino médio: um olhar sobre os conteúdos de área e volume nos livros didáticos de matemática. **Tangram**, Dourados, v. 2, n. 3, p. 88-102, 2019. Disponível em: <http://ojs.ufgd.edu.br/index.php/tangram/article/view/10441>. Acesso em: 20 abr. 2020.
- TELES, Rosinalda Aurora de Melo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. Fórmula de Área para Otimização: Um olhar sob a ótica das Imbricações entre Campos Conceituais. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, n. 31, p. 4-13, nov. 2010. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/index>. Acesso em: 15 out. 2019.
- TELES, Rosinalda Aurora de Melo; SÁ, Georgina Marafante. Um Estudo Sobre a Área do Retângulo em Livros Didáticos de Matemática. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 5, n. 1, p. 48-60, 2010. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2010v5n1p48>. Acesso em: 15 out. 2019.
- TREVISAN, Eberson Paulo. Sólidos de Revolução e o Teorema de Pappus-Guldin: Uma Experiência em uma Turma de Cálculo de Várias Variáveis. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 22, n. 54, p. 106-115, abr. 2017. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/index>. Acesso em: 15 out. 2019.
- VARGAS, Eliane Teixeira. Geometria no Estádio de Futebol. **Revemat**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 146-162, 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/index>. Acesso em: 15 out. 2019.
- VECE, Janaina Pinheiro; CURI, Edda; SANTOS, Cintia Aparecida Bento dos. Currículos de Matemática: análise das orientações didáticas sobre as grandezas e medidas no Ciclo de Alfabetização. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 19, n. 3, p. 302-327, 2017. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/33312/pdf>. Acesso em: 15 out. 2019.
- WISEU, Floriano; MENEZES, Luís; ALMEIDA, Júlia. Conhecimento de geometria e perspectivas de professores do 1º ciclo do ensino básico sobre o seu ensino. **Revemat**, Florianópolis, v. 8, n. 1, p. 156-178, 2013. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/index>. Acesso em: 15 out. 2019.
- WALLE, John A. van de. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

CAPÍTULO II – Artigo 02

GRANDEZAS E MEDIDAS EM UMA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS: COMO SÃO APRESENTADAS? QUANTITIES AND MEASURES IN TEXTBOOK COLLECTION: HOW ARE THEY PRESENTED?

Resumo

Este artigo traz uma investigação que teve como objetivo analisar como uma coleção de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, aprovada pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2017, apresenta o tema das Grandezas e Medidas. O suporte teórico da pesquisa é o modelo didático proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989) para o ensino de área de figuras planas como grandeza, adaptado para outras grandezas definidas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Com abordagem qualitativa e uma pesquisa documental, analisou-se a coleção Matemática Bianchini, 8ª edição, 2015, adotada pela rede municipal de ensino, em Barreiras, oeste da Bahia. Os resultados apontam que a coleção analisada necessita se adequar as exigências propostas pela BNCC para apresentação da unidade temática grandezas e medidas, a abordagem apresentada na coleção tem ênfase no aspecto numérico, não sendo suficiente para apresentar uma grandeza como um atributo, dissociando a grandeza de sua medida e do objeto geométrico associado.

Palavras-chave: Grandezas e Medidas; Livro Didático; Base Nacional Comum Curricular; Matemática; Pesquisa documental.

Abstract

This article brings an investigation that aimed to analyze how a collection of mathematics from the final years of elementary school, approved by the National Textbook Program (PNLD) 2017, presents the theme of Quantities and Measures. The theoretical support of the research is the didactic model proposed by Douady and Perrin-Glorian (1989) for the teaching of the area of flat figures as quantity, adapted for other quantities defined in the National Common Curricular Base (BNCC). With a qualitative approach and documentary research, the Bianchini Mathematics collection, 8th edition, 2015, adopted by the municipal school system, in Barreiras, western Bahia, was analyzed. The results show that the analyzed collection needs to adapt to the requirements proposed by the BNCC for the presentation of the thematic unit quantities and measures, the approach presented in the collection has an emphasis on the numerical aspect, not being sufficient to present a quantity as an attribute, dissociating the quantity from its measurement and the associated geometric object.

Keywords: Quantities and Measurements; textbook; Common National Curriculum Base; Documentary research.

1 INTRODUÇÃO

As grandezas e medidas estão presentes em várias atividades do dia a dia, como por exemplo, quando se prepara uma receita de bolo, quando se verifica a dose certa de determinado medicamento a ser tomado, quando se prevê o tempo e outras. Além disso, as grandezas também estão presentes nas mais variadas profissões, conforme afirmam Lima e Bellemain (2010, p. 170):

[...] além dos usos no cotidiano, os conhecimentos relativos às grandezas e medidas são necessários nas atividades técnicas de todas as profissões: culinária; agricultura e pecuária; marcenaria; costura; comércio; engenharia; medicina; arquitetura; esportes etc. E essa é uma das razões para a valorização de seu ensino e aprendizagem.

Também se verifica que existe uma estreita relação entre as grandezas e medidas e as diversas áreas do conhecimento humano. A grandeza temperatura está presente na física por meio das mudanças de estado da água, na química ao analisar as reações exotérmicas, na geografia quando se estuda os climas das regiões brasileiras, na biologia ao estudar os seres endotérmicos, etc. Existe uma afinidade muito grande entre a matemática e os outros ramos das ciências naturais e humanas, e este laço estreito se dá, em muitos casos, pelas grandezas e medidas.

As grandezas e medidas vão além dos próprios campos da matemática. Os problemas de medidas de comprimento no antigo Egito deram origem às frações, o cálculo da medida do comprimento da diagonal do quadrado mostrou a necessidade da criação dos números irracionais e o cálculo de áreas irregulares contribuiu para a criação do conceito de integrais. A necessidade de medir grandezas contribuiu para o desenvolvimento da própria matemática.

Esta pesquisa se justifica dada a importância que as grandezas e medidas têm para a formação dos alunos, para a vida em sociedade e para o mundo do trabalho. Um olhar para os livros didáticos parece muito natural, pois os livros didáticos são amplamente utilizados no Brasil em escolas públicas e particulares. Esta utilização é garantida por meio de políticas públicas de distribuição de livros a todas as escolas brasileiras que integram as redes municipais, estaduais e federal, assim uma discussão sobre a presença das grandezas e medidas em livros didáticos é importante.

Então, como uma coleção de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental apresenta a unidade temática Grandezas e Medidas? Para responder este questionamento, a literatura pesquisada ajudou a produzir um arcabouço teórico que alicerça essa pesquisa e contribui para a análise de uma coleção de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental.

Para atender ao objetivo, analisar como uma coleção de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental apresenta a unidade temática Grandezas e Medidas, o texto está estruturado em três tópicos. No primeiro, é apresentada a revisão teórica, exploram-se os fundamentos teóricos que norteiam esta pesquisa. No segundo, descrevem-se os aspectos metodológicos seguidos na elaboração desta pesquisa para a produção dos dados. No terceiro, os dados são discutidos. Finalmente, apresenta-se as considerações finais e as referências bibliográficas.

2 REVISÃO TEÓRICA

Diante da importância do conhecimento das grandezas e medidas para a vida em sociedade, para as ciências naturais e humanas e para a própria matemática, sem perder de vista o objetivo de analisar como uma coleção de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental apresenta a unidade temática grandezas e medidas, tomou-se como foco a literatura sobre livro didático e grandezas e medidas.

Alguns trabalhos (TELES; SÁ, 2010; MORAIS, BELLEMAN, LIMA, 2014; ROSA DOS SANTOS; CÂMARA DOS SANTOS, 2015; CARVALHO; BELLEMAIN, 2015; SILVA; BELLEMAIN, BORBA, 2016; VECE; CURI; SANTOS, 2017) que discutem temas relacionados com as grandezas e medidas em livros didáticos e currículos são essenciais a essa discussão. Vece, Curi e Santos (2017) analisaram as orientações didáticas sobre a unidade temática grandezas e medidas nos currículos de matemática do ciclo de alfabetização de estados e municípios brasileiros e constataram a presença de lacunas nos currículos analisados em relação à articulação das grandezas e medidas com outras áreas de conhecimento, à definição de conceitos e a subsídios teóricos sobre o processo de construção do conceito de medida.

Há também as pesquisas que analisam a abordagem de uma ou mais grandezas em livros didáticos e currículos. Neste sentido, Carvalho e Bellemain (2015) realizaram um estudo sobre como é proposto o estudo da área de figuras geométricas planas no currículo de Matemática do Programa Projovem Urbano³; Santos e Santos (2015) analisaram as praxeologias matemática e didática existentes em um livro didático de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental acerca do conceito de área de figuras geométricas planas. Já Silva e Nunes (2018) elaboraram uma sequência didática com propósito de favorecer a noção de conceitos referentes a grandezas e medidas, em particular, medida de comprimento. Borowsky et al (2016) discutiram sobre a organização do ensino de medidas, com ênfase na medida de comprimento, na Educação Infantil. Figueiredo, Bellemain e Teles (2014) analisaram como alunos do Ensino Médio lidam com situações de comparação relativas ao volume e Moraes, Bellemain e Lima (2014) investigaram a abordagem da grandeza volume nos livros didáticos de Matemática do ensino médio.

Durante a busca por trabalhos publicados que tratassem sobre grandezas e medidas, várias pesquisas adotaram o modelo didático relativo à grandeza, proposto nos trabalhos de

³ O **Projovem** é o Programa Nacional de Inclusão de Jovens que se destina a ajudar na formação educacional, ajudando a elevar a escolaridade e promover a formação e a qualificação profissional.

Douady e Perrin-Glorian (1989), podemos citar como exemplos, os trabalhos de Santos e Santos (2015), Morais et al (2014), Figueiredo et al (2014). Além disso, alguns destes trabalhos utilizaram o conceito de área como grandeza adaptado para outras grandezas como volume, comprimento e perímetro. Assim, este é o modelo adotado neste trabalho.

2.1 Grandezas e Medidas

A primeira questão a ser respondida é: o que é uma grandeza? As grandezas são atributos de objetos, fenômenos, ou representações gráficas de objetos, que podem ser comparados e medidos (LIMA, BELLEMAIN, 2010). Para Silva, Bellemain e Borba (2016, p. 730) “As grandezas podem ser vistas como propriedades de objetos ou fenômenos que podem ser comparadas e medidas”. Neste contexto, comprimento, volume, massa, área, abertura de ângulo e temperatura são exemplos de grandezas.

Uma segunda questão é: o que vem a ser uma medida? Segundo Caraça (1951, p. 29) quando realizamos uma medição, estamos a “comparar duas grandezas da mesma espécie – dois comprimentos, dois pesos, dois volumes, etc.”. Além disso, o ato de medir uma grandeza pode ser dividido em três fases e três aspectos diferentes: a escolha da unidade, a comparação com a unidade e a expressão do resultado dessa comparação por um número (CARAÇA, 1951). Assim, ao realizar uma medição, também está sendo realizada uma comparação entre o objeto que se deseja medir e outra medida tomada como unidade e o resultado é um número acrescido da unidade escolhida que será chamada de medida da grandeza.

Lima e Bellemain (2010) ao tratarem sobre o ensino das grandezas e medidas no Ensino Fundamental, discutem também alguns aspectos importantes sobre o ensino deste tema, relacionadas as grandezas geométricas comprimento, área e volume. Estes autores discorrem sobre a necessidade de compreender que um objeto do mundo físico, como uma quadra de tênis, por exemplo, pode ser representado através de um desenho, ou de um objeto matemático como um retângulo. Desta forma, sendo necessário distinguir três componentes, objeto físico, sua representação gráfica e o objeto matemático associado, conforme ilustração contida na figura 1.

Figura 1- Representação gráfica dos tipos de objetos.



Fonte: Lima e Bellemain (2010, p. 172).

Neste sentido Lima e Bellemain (2010, p. 172) afirmam que:

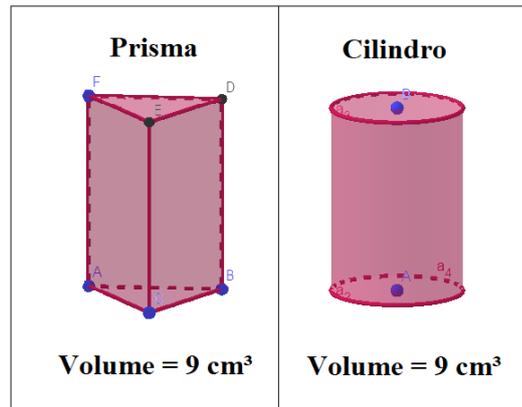
[...] podemos distinguir três tipos de objetos – físicos, gráficos e matemáticos – mas isto não significa que eles sejam dissociados uns dos outros. Ao contrário, são estreitamente inter-relacionados. Cada um deles pode ser utilizado para representar os outros dois, no contexto da sala de aula.

Para fins de estudo das grandezas, os três tipos de objetos podem ser chamados apenas como objeto geométrico (LIMA; BELLEMAIN, 2010). Ao medir a grandeza associada ao espaço da superfície ocupada por uma quadra, dada como exemplo, deve-se associar a ela um número dotado de uma unidade de medida adequada que representaria a medida da grandeza área, sendo este um atributo associado ao objeto geométrico. No caso da nossa quadra em questão, esse objeto geométrico poderia ser representado por um objeto matemático como um retângulo, ou por uma representação gráfica, como um desenho em uma folha de papel.

Por outro lado, da mesma forma que é possível diferenciar três tipos de objetos: objeto físico, objeto gráfico e objeto matemático, ao falar sobre as grandezas geométricas, pode-se distinguir três quadros que estão relacionados com o estudo das grandezas: o quadro geométrico, o quadro das medidas e o quadro das grandezas. Estes três conceitos juntos podem, segundo Lima e Bellemain (2010, p. 175) “ajudar na compreensão e no ensino dos fatos ligados a várias grandezas, em particular, comprimento, área e volume”.

Para compreender estes conceitos e verificar que eles são independentes, mas intimamente relacionados, observe a imagem constante na figura 2.

Figura 2 – Objetos geométricos com volumes iguais.

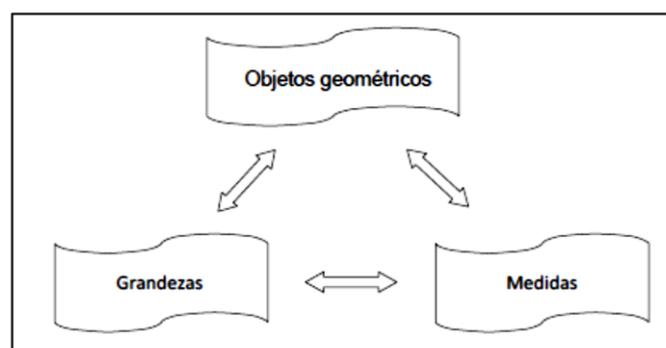


Fonte: Elaboração do autor.

Os objetos geométricos possuem a mesma medida de volume, mas possuem formas geométricas diferentes; a grandeza volume está dissociada da forma geométrica, pois infinitas sólidos geométricos distintos podem ter o mesmo volume. Por outro lado, ao adotar como unidade de medida para o volume o mm^3 , tem-se então que os sólidos geométricos possuem volumes iguais a 9.000 mm^3 . Apesar dos volumes serem iguais, se as unidades de medidas forem diferentes, os volumes terão medidas numéricas distintas, mas são equivalentes ao mesmo volume. Dessa forma, a grandeza volume está dissociada de sua medida, pois volumes iguais podem ser representados por medidas distintas.

Portanto, as três componentes acima citadas (grandeza, objeto geométrico e a medida) são independentes, mas estão intimamente ligadas entre si. Neste sentido, Lima e Bellemain (2010, p. 173) afirmam que “apesar de distintas, as três componentes são estreitamente ligadas entre si e o desafio do ensino desses conceitos é precisamente, distinguir e articular tais componentes, de forma simultânea”. Estes domínios das grandezas podem ser sintetizados na figura 3, abaixo.

Figure 3 – Representação gráfica do modelo didático de quadros.



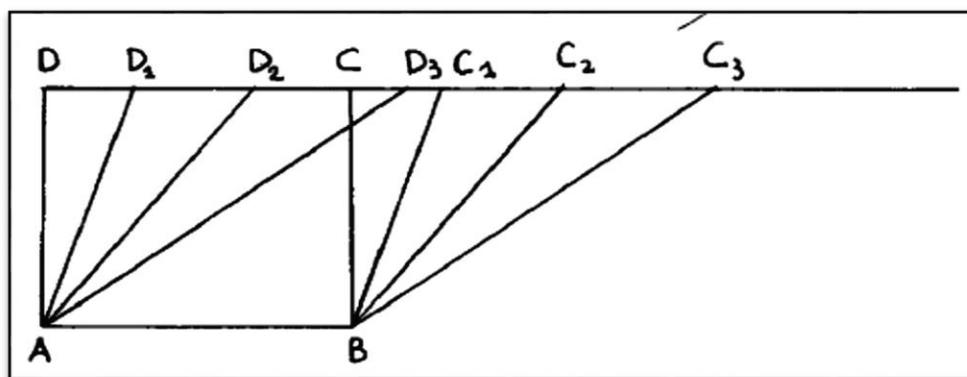
Fonte: Lima e Bellemain (2010, p. 173).

Este modelo didático para compreensão das grandezas geométricas comprimento área e volume foi proposto inicialmente pelas autoras Douady e Perrin-Glorian (1989) para o ensino da grandeza área. As autoras distinguem três quadros para compreensão do conceito de área como grandeza: o quadro geométrico, o quadro das grandezas e o quadro numérico. Isso significa que para a aprendizagem do conceito de grandeza de forma autônoma é necessário dissociar o quadro da grandeza área, do quadro geométrico e do quadro das medidas (BELLEMAIN; LIMA, 2002; RODRIGUES; BELLEMAIN, 2016).

O quadro geométrico, para o conceito de área, é constituído pelas figuras planas. Assim, neste quadro temos todas as figuras geométricas, como quadrados, retângulos, círculos, etc. O quadro das medidas refere-se ao conjunto dos números reais não negativos R^+ , que no caso da grandeza área, corresponde ao valor numérico de sua medida, em determinada unidade, como por exemplo 8 m^2 , 17 dm^2 , $9,8 \text{ km}^2$ e $10,6 \text{ mm}^2$ (ROSA DOS SANTOS; CÂMARA DOS SANTOS, 2015). O quadro das grandezas é composto de classes de equivalência das figuras planas de mesma área. Já nesse quadro estariam todas as figuras planas que possuem a mesma área.

Desta forma, podemos observar na figura 4 que é possível alterar a forma do retângulo mantendo a área constante. Da mesma forma, se alterarmos as unidades de medida, teremos representações numéricas distintas para a mesma medida da grandeza área.

Figura 4 – Retângulo e paralelogramos com mesma área.



Fonte: Douady e Perrin-Glorian (1989, p. 420).

Veja que mantendo fixa a base AB e deslizando o segmento CD sobre a reta que contém CD, temos novas figuras que possuem a mesma área do retângulo, paralelogramos, porém com perímetros diferentes. Assim concluímos que a grandeza área pertence a um quadro distinto do

quadro a que pertence o objeto geométrico e a medida e esta compreensão permite estabelecer as relações necessárias entre os quadros geométrico e numérico.

2.2 O currículo oficial e a unidade temática grandezas e medidas

A Constituição Federal de 1988 estipula em seu inciso XXIV do Art. 22, que compete privativamente à União legislar sobre as diretrizes e bases da educação nacional (BRASIL, 1988), neste sentido foi criada a lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional que tem como objetivo estabelecer os princípios, direitos e deveres, organização, etc. Neste contexto, foi lançado em 1998 os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do 6º ao 9º ano com o objetivo de ampliar e aprofundar um debate educacional envolvendo escolas, pais, governos e sociedade (BRASIL, 1998).

Os PCN de matemática abordam as grandezas e medidas enfatizando aspectos importantes destes conteúdos como sua relevância social, seu caráter prático e utilitário e possibilidade de variadas conexões com outras áreas do conhecimento. Nas orientações para o terceiro ciclo, são sugeridas as habilidades que os alunos devem desenvolver, como reconhecer as principais grandezas, obter grandezas por estimativas, utilização de instrumentos de medidas, compreender e calcular áreas de figuras planas por composição e decomposição de outras figuras planas, indicar o volume de um paralelepípedo por contagem dos cubos usados para preencher seu interior (BRASIL, 1998).

Nas sugestões para o quarto ciclo, a utilização de conversões de unidades de medidas, cálculo de área de figuras planas por decomposição e composição de figuras por aproximações e construção de procedimentos para o cálculo de área e perímetro de superfícies planas, bem como o cálculo de alguns sólidos geométricos (BRASIL, 1998).

Já nas orientações didáticas sobre grandezas e medidas contidas nos PCN de matemática é dada uma ênfase nos aspectos relacionados ao processo de medição.

No estudo dos conteúdos referentes a Grandezas e Medidas nos terceiro e quarto ciclos é preciso retomar as experiências que explorem o conceito de medida. Por exemplo, para medir o comprimento de um objeto o aluno precisa saber quantas vezes é necessário aplicar uma unidade previamente escolhida nesse objeto, ou seja, executar duas operações: uma geométrica (aplicação da unidade no comprimento a ser medido) e outra aritmética (contagem de quantas unidades couberam). Os mesmos procedimentos são utilizados para obter áreas e volumes. Evidentemente, essa constatação somente será percebida em situações em que as medidas são acessíveis a essas comparações e contagens. (BRASIL, 1998, p. 129)

Outro documento normativo importante para o currículo nacional, que surge em substituição ao PCN, é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a qual foi homologada através da Portaria MEC nº 1.570, de 20 de dezembro de 2017, sendo:

[...] um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento. (BRASIL, 2018, p. 7).

A BNCC no Ensino Fundamental está dividida em cinco áreas do conhecimento, linguagens, matemática, ciências da natureza, ciências humanas e ensino religioso. O componente curricular matemática está dividida em cinco Unidades Temáticas: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística. As unidades temáticas estão organizadas em objetos do conhecimento e habilidades, veja quadro abaixo a organização das grandezas e medidas:

Quadro 1 - Unidade temática grandezas e medidas para os anos finais do Ensino Fundamental.

Unidade Temática – Grandezas e Medidas	
6º Ano - Objetos do Conhecimento	Habilidades
Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume	(EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas , inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento. (grifo nosso)
Ângulos: noção, usos e medida	(EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas. (EF06MA26) Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão. (EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais . (grifo nosso)
Plantas baixas e vistas aéreas	(EF06MA28) Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas. (grifo nosso)
Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado	(EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área. (grifo nosso)
7º Ano - Objetos do Conhecimento.	Habilidades
Problemas envolvendo medições.	(EF07MA29) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada. (grifo nosso)

Cálculo de volume de blocos retangulares, utilizando unidades de medida convencionais mais usuais.	(EF07MA30) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico). (grifo nosso)
Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros.	(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros. (EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas. (grifo nosso)
Medida do comprimento da circunferência.	(EF07MA33) Estabelecer o número como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica. (grifo nosso)
8º Ano - Objetos do Conhecimento	Habilidades
Área de figuras planas; Área do círculo e comprimento de sua circunferência	(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos. (grifo nosso)
Volume de bloco retangular; Medidas de capacidade.	(EF08MA20) Reconhecer a relação entre um litro e um decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico, para resolver problemas de cálculo de capacidade de recipientes. (EF08MA21) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo do volume de recipiente cujo formato é o de um bloco retangular. (grifo nosso)
9º Ano - Objetos do Conhecimento	Habilidades
Unidades de medida para medir distâncias muito grandes e muito pequenas; Unidades de medida utilizadas na informática.	(EF09MA18) Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas solares, tamanho de vírus, células, capacidade de armazenamento de computadores, entre outros. (grifo nosso)
Volume de prismas e cilindros.	(EF09MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas. (grifo nosso)

Fonte: (BRASIL, 2018).

A BNCC assim como os PCN faz referência à importância do ensino das grandezas e medidas para a compreensão da realidade, dando ênfase as medidas relativas as grandezas e as relações que podem ser estabelecidas entre estas. Neste sentido, a BNCC diz que:

No Ensino Fundamental – Anos Finais, a expectativa é a de que os alunos reconheçam comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas associadas a figuras geométricas e que consigam resolver problemas envolvendo essas grandezas com o uso de unidades de medida padronizadas mais usuais. Além disso, espera-se que estabeleçam e utilizem relações entre essas grandezas e entre elas e grandezas não geométricas, para estudar grandezas derivadas como densidade, velocidade, energia, potência, entre outras. Nessa fase da escolaridade, os alunos devem determinar expressões de cálculo de áreas de quadriláteros, triângulos e círculos, e as de volumes de prismas e de cilindros (BRASIL, 2017, p. 275)

Assim, vemos que o foco dado nos anos finais do Ensino Fundamental está na importância das medidas, nas relações que podem ser estabelecidas entre elas, nos processos

para obtenção de medidas que não podem ser obtidas diretamente e na determinação de expressões de cálculo de área e volume.

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Esta é uma pesquisa documental e foi realizada dentro de uma abordagem qualitativa (BOGDAN; BIKLEN, 1994), segundo Alves-Mazzotti e Gewandsznajder (2002) as pesquisas qualitativas seguem a tradição compreensiva e interpretativa. Fez uso da unidade temática grandezas e medidas proposta pela BNCC e do modelo teórico de grandeza, proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989) e adaptado para as grandezas volume e comprimento, para analisar como a unidade temática grandezas e medidas é apresentada em uma coleção de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental.

A escolha por apenas uma coleção se deve ao fato do município de Barreiras, região oeste do estado da Bahia, cidade onde reside o autor, adotar apenas uma coleção de livros didáticos de matemática para as escolas públicas, nos anos finais do Ensino Fundamental, na área de matemática. É possível verificar esse fato através do Sistema Integrado de Monitoramento Execução e Controle (SIMEC), sistema do Ministério da Educação, e constatar que o município em questão adota o modelo de escolha única para todas as escolas da rede municipal de ensino. Assim, a coleção a ser analisada é Matemática Bianchini, constante do PNLD 2017, sendo objeto de análise os volumes do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental.

A coleção utilizada nesta pesquisa foi adquirida após visita a uma escola pública do município, foi solicitado o empréstimo dos livros e esclarecido que o objetivo era analisar a coleção para verificar a distribuição da unidade temática grandezas e medidas na obra, como parte de um trabalho de mestrado.

Tendo por base o suporte teórico apresentado na revisão teórica, foram elaborados critérios de análise para dar um desencadeamento lógico e sistemático a esta análise, sendo utilizadas fichas tipo questionários a fim de registrar os dados. Abaixo, os critérios de análise e a justificativa para as escolhas desses:

I – A distribuição da unidade temática grandezas e medidas nos sumários. Partiu-se do pressuposto que os títulos dos capítulos e das seções indicam o que é explanado nos textos. Pretendeu-se especificamente identificar os capítulos e seções que abordam grandezas e medidas nos livros que compõem a coleção escolhida. Esta verificação da distribuição é feita analisando se os títulos fazem referência aos objetos do conhecimento relativos à unidade temática grandezas e medidas.

II – A presença, em cada volume da coleção, dos objetos do conhecimento previstos na unidade temática grandezas e medidas. Como objetivo verificar se a distribuição dos objetos do conhecimento previstos na unidade temática grandezas e medidas estão em conformidade com as prescrições da BNCC.

III – Como as principais grandezas são abordadas dentro dos capítulos que tratam desse conteúdo. Este critério tem por objetivo verificar como cada livro apresenta as grandezas abordadas e se é possível verificar a dissociação entre: quadro geométrico, quadro numérico e quadro das grandezas.

A coleção escolhida é composta por quatro volumes, sendo do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental. Tendo como base os critérios acima especificados, foi realizada a análise dos livros didáticos. Para efeito de facilidade de terminologia, foram adotadas as seguintes nomenclaturas: LD01 – Livro do 6º Ano; LD02 – Livro do 7º Ano; LD03 – Livro do 8º Ano e LD04 – Livro do 9º Ano.

Estabelecidos os critérios para a análise, realizou-se uma extensa leitura de cada volume que compõem a coleção. Durante a leitura, foram preenchidos os formulários relativos a cada volume, registrando os dados e anotando eventuais discrepâncias.

4 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS

O primeiro critério analisado foi a distribuição do bloco grandezas e medidas nos sumários, obteve-se os dados conforme abaixo.

Quadro 2 - Distribuição da unidade temática grandezas e medidas nos sumários.

Livro Didático	Total de Capítulos	Capítulos sobre Grandezas e Medidas
LD01	11	03
LD02	10	03
LD03	09	02
LD04	09	02

Fonte: Elaboração do autor.

No quadro 2, tem-se um resumo dos dados encontrados utilizando o primeiro critério, a distribuição da unidade temática grandezas e medidas nos sumários. Alguns volumes apresentam mais capítulos dedicados as grandezas e medidas do que outros. Além disso, o LD02 é o que apresenta maior quantidade de assuntos relativos as grandezas e medidas. Este fato é devido ao LD02 apresentar, além de capítulos dedicados ao ensino das grandezas e medidas, outros conteúdos matemáticos relacionados a este tema. Isso evidencia o caráter

amplo de abrangência do tema, pois as grandezas e medidas possuem conexões com outros campos da matemática (WALLE, 2009; BELLEAIN; LIMA, 2002; LIMA; BELLEMAIN, 2010).

Abaixo são discriminados os capítulos encontrados em cada livro, na coluna da esquerda o número de cada capítulo e na coluna da direita os títulos dos respectivos capítulos. É possível verificar inicialmente que as grandezas e medidas estão presentes em todos os volumes selecionados, em capítulos destinados exclusivamente ao tema ou interligados em outros conteúdos da matemática, como a geometria.

Quadro 3 – Descrição dos capítulos.

Livro didático	Capítulo	Título
LD01	05	Retas e ângulos
	10	Comprimentos e áreas
	11	Outras unidades de medidas
LD02	03	Ângulos
	07	Simetrias e ângulos
	10	Área de regiões poligonais
LD03	01	Retas e ângulos
	09	Estudo da circunferência e do círculo
LD04	08	Circunferência, arcos e relações métricas
	09	Polígonos regulares e áreas

Fonte: Elaboração do autor.

A análise dos livros tendo como base o segundo critério, presença, em cada volume da coleção, dos objetos do conhecimento previstos no bloco grandezas e medidas, trouxeram vários dados que discriminamos nos parágrafos que seguem.

A coleção em análise foi elaborada para atender ao PNLD 2017-2019 quando a BNCC estava em processo de discussão junto à comunidade de educadores brasileiros. Nesse sentido, quais são as mudanças necessárias à coleção para que ela viesse proporcionar aos estudantes uma aprendizagem na perspectiva dos objetos de conhecimentos e suas habilidades, como proposto nesse novo documento orientador? A análise realizada encontrou algumas possíveis adequações que podem ser propostas para ajustar esta coleção aos novos requisitos exigidos pela BNCC. Pois, este documento propõe mudanças em relação aos PCN, no que diz respeito a unidade temática grandezas e medidas.

No LD01, as principais grandezas previstas pela BNCC são apresentadas ao longo dos capítulos que compõem o LD01, contudo verificou-se que a grandeza temperatura não é

trabalhada no LD01 e não foi verificada discussão sobre esta grandeza nos outros volumes, ademais esta grandeza também é contemplada pelos PCN de matemática nos anos finais do Ensino Fundamental. Também verificou-se que não há uma discussão aprofundada sobre os usos dos “ângulos” nas práticas sociais, também não foram apresentadas as “noções de planta baixa” e “vista aérea”. Finalmente, o LD01 não aborda de forma clara a relação entre a medida do lado de uma figura plana e o seu perímetro, conforme prevê a BNCC e os PCN. Logo, essas são algumas possíveis alterações que podem ser feitas.

No LD02, o objeto de conhecimento “cálculo de volume de blocos retangulares” não foi abordado, sendo que este objeto de conhecimento está presente no LD01. Além disso, o objeto de conhecimento “Medida do comprimento da circunferência” previsto para o LD02 se encontra no LD03. Estas duas divergências encontradas podem trazer, ao nosso ver, problemas para o andamento da aprendizagem ao ocasionar algumas lacunas nas competências previstas para o sétimo ano do Ensino Fundamental, sendo necessário ser adequado.

No LD03, o objeto do conhecimento “Área de figuras planas” não foi abordado, sendo encontrado no LD02. Já o objeto do conhecimento “Área do círculo e comprimento de sua circunferência” foi trabalhado apenas parcialmente, pois o LD03 apresenta apenas o “comprimento da circunferência”, sendo a parte relativa à “área do círculo” encontrado no LD04. Além disso, os objetos do conhecimento “Volume de bloco retangular” e “Medidas de capacidade” não foram abordados no LD03, pois estes objetos encontram-se no LD01. Novamente o LD03 necessita adequar a distribuição dos objetos do conhecimento à distribuição prevista na unidade temática grandezas e medidas.

Finalmente, o LD04 não discute o objeto de conhecimento “Unidades de medida utilizadas na informática” e também não aborda de forma clara o objeto do conhecimento “Volume de prismas e cilindros”, fazendo apenas uma comparação entre o volume de um prisma retangular e um prisma triangular, mostrando que estes podem ser cheios com o mesmo volume de área caso possuam o mesmo volume. Essas ocorrências precisam ser ajustadas, pois as unidades de medidas utilizadas na informática estão muito presentes no cotidiano dos alunos e estes conteúdos devem ser trabalhados em sala de aula.

O quarto critério adotado nesta análise, como as principais grandezas são abordadas dentro dos capítulos que tratam deste conteúdo, teve como modelo teórico de grandezas aquele proposto na fundamentação teórica, na qual propõe a grandeza como um atributo independente, e dissociado de sua medida e do objeto geométrico. Foram analisadas a abordagem proposta para as grandezas relacionadas: comprimento, área, volume, capacidade, massa, tempo, temperatura e abertura de ângulo.

Cabe aqui salientar que o modelo adotado nesta pesquisa para grandezas é um modelo voltado para grandezas geométricas, contudo os PCN e a BNCC abordam grandezas que não são geométricas, como por exemplo a grandeza tempo, temperatura e massa. Assim, utilizou-se o modelo adotado para analisar as grandezas geométricas comprimento, área e volume. Sendo feitas algumas considerações sobre as demais grandezas.

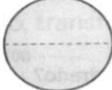
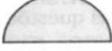
A grandeza comprimento está presente apenas no LD01 e sua exposição é composta pela apresentação da noção de medida, como uma comparação com uma unidade tomada como padrão e a apresentação do Sistema Internacional de Medida. Após isso apresenta a escala de conversão de medidas de comprimento. Não se verificou qualquer referência a dissociação entre a grandeza comprimento, o objeto geométrico e a medida, ficando evidente que o foco da abordagem da grandeza comprimento está apenas na sua representação numérica. Neste sentido, Morais, Bellemain e Lima (2014) analisaram a abordagem da grandeza volume em livros didáticos de matemática do Ensino Médio e constaram a ênfase nas situações de medição, no uso de fórmulas e no aspecto numérico. Assim, essa tendência parece se manter nas coleções do Ensino Fundamental, no caso da grandeza comprimento.

No LD01, o conceito de perímetro é apresentado como a medida do contorno de qualquer figura plana, sendo quase inexistente a discussão sobre a relação entre área e perímetro. O aspecto numérico é enfatizado e isso pode acarretar que o aluno confunda área e comprimento. Neste sentido, Bellemain e Lima (2002) verificaram que várias pesquisas mostram que alunos têm dificuldades em dissociar área e perímetro. Logo, uma abordagem superficial contribuirá para perpetuação desse erro. O PCN também traz conceitos e procedimentos a respeito da relação entre área e perímetro e diz que se deve fazer “Análise das variações do perímetro e da área de um quadrado em relação à variação da medida do lado e construção dos gráficos cartesianos para representar essas interdependências” (BRASIL, 1998, p. 90).

Outra grandeza analisada é a área, que está presente nos LD01, LD02 e LD04. Verificou-se que assim como a grandeza comprimento, a grandeza área é apresentada com foco no aspecto numérico de sua medida. O LD01 apresenta a grandeza área como o resultado de uma medição em uma superfície, conforme abaixo:

Figura 5 - Apresentação de grandeza como uma medida.

a) Quando medimos a superfície de cada figura com as unidades apresentadas em cada caso, obtemos uma medida chamada de **área**.

Figura	Unidade de medida	Área da figura
		6 
		2 
		4 

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Fonte: Matemática Bianchini (2015a, p. 284).

Isso pode ocasionar que o aluno veja o conceito de área apenas como uma medida ou um número associado a uma figura geométrica. Douady e Perrin-Glorian (1989) partem da hipótese de que associar precocemente uma superfície a um número contribui para a amálgama entre diferentes grandezas. Assim, é preocupante que esta coleção apresente área como uma medida ao passo que pesquisas têm mostrado que abordar área como grandeza permite dissociar os quadros geométricos e numéricos (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989; BELLEMAIN; LIMA, 2002; LIMA; BELLEMAIN, 2010).

O LD01 ao abordar a conversão de unidades de medida mostra que uma mesma medida pode ser representada de maneiras diferentes dependendo da unidade adotada, conforme figura abaixo:

Figura 6 - Equivalência entre unidades de medidas.

Múltiplos			Unidade padrão	Submúltiplos		
quilômetro quadrado	hectômetro quadrado	decâmetro quadrado	metro quadrado	decímetro quadrado	centímetro quadrado	milímetro quadrado
km ²	hm ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
1.000.000 m ²	10.000 m ²	100 m ²	1 m ²	0,01 m ²	0,0001 m ²	0,000001 m ²

Fonte: Matemática Bianchini (2015a, p. 289).

Entretanto é evidente que a equivalência entre medidas mostradas na figura 7, sugere de forma subentendida e não há uma discussão clara sobre o assunto. Essas abordagens superficiais podem contribuir para que o aluno crie uma concepção numérica de área (DOUADY; PERRIN-

GLORIAN, 1989; BELLEMAIN; LIMA, 2002). Santos e Santos (2015) ao analisarem o conceito de área de figuras planas em um livro de matemática do 6º ano, constataram dentre outros resultados que o livro valorizava o aspecto numérico da grandeza área. Privilegiar o aspecto numérico da grandeza área parece não ser característica exclusiva desta coleção.

O LD02 traz a abordagem da equivalência de áreas de figuras planas, esse tema é muito importante para a construção do conceito da grandeza área como uma grandeza independente, pois permitirá ao aluno perceber que diferentes figuras geométricas podem ter a mesma medida de área. Contudo, a ênfase do LD02 está em apresentar as expressões algébricas para o cálculo de figuras planas e no cálculo numérico. A importância das situações de comparação é levantada por Bellemain e Lima (2002, p. 41) ao dizerem que “as situações de comparação se situam essencialmente em torno do quadro das grandezas”. Logo, as situações de comparação apresentadas no LD02 são importantes para a construção do conceito de área como grandeza, mas precisam ser acompanhadas de uma abordagem propícia.

No LD04 temos a retomada da grandeza área ao tratar sobre a “Área de um polígono regular”. Porém, verifica-se que o objetivo do LD04 é apenas de apresentar as expressões algébricas usadas para calcular a área de polígonos regulares e fazer os cálculos numéricos. Assim, não se verificou na coleção uma preocupação clara em apresentar o conceito de área como uma grandeza independente e dissociada de sua representação geométrica e numérica. Neste sentido, Lima e Bellemain (2010, p. 187) nos dizem que “a compreensão das fórmulas exige que possamos entender a relação complexa existente entre comprimento e área”, assim a abordagem proposta pela coleção não oportuniza a compreensão e o uso adequado das fórmulas de cálculo de área.

Uma terceira grandeza abordada é volume, sendo que a discussão sobre esse conceito é abordada apenas no LD01, não sendo retomado nos demais livros da coleção. Esse fato pode acarretar dificuldade na aprendizagem do conceito de volume, pois nos três últimos anos do Ensino Fundamental o aluno não discute esse conceito e poderá entrar no Ensino Médio com sérias dificuldades em trabalhar problemas que envolvam a grandeza volume. No tocante a abordagem do conceito de volume, verifica-se que este é apresentado associado a ideia de medida, conforme se verifica no LD01, neste sentido afirma Bianchini (2015, p. 306) ao dizer que “A medida do espaço ocupada por um sólido, por um líquido ou por um gás é chamada de volume”. Vemos que a grandeza volume é apresentada como uma medida, o que pode ser interpretado pelo aluno como sendo só mais um número associado a um sólido geométrico (MORAIS; BELLEMAIN, LIMA, 2014).

Após, tem-se a apresentação da unidade de medida do volume e as conversões de unidades e, posteriormente, o conceito de capacidade de um recipiente. Não é vista discussão que busque, por exemplo, mostrar que diferentes sólidos podem ter o mesmo volume, sendo o enfoque do LD01 apenas no aspecto numérico da grandeza volume.

A grandeza volume, assim como comprimento e área, recebe nessa coleção uma abordagem numérica. A consequência do desenvolvimento do conceito de volume tendo como enfoque o aspecto numérico pode ser:

[...] limitar o sentido atribuído pelos alunos ao volume, uma vez que, como mostra a teoria dos campos conceituais, a variedade de situações às quais os sujeitos são confrontados é um elemento importante para a construção do sentido que atribuem aos conceitos (MORAIS; BELLEMAIN; LIMA, 2014, p. 43).

A abordagem relativa às grandezas abertura de ângulo, tempo e massa necessitam aqui de algumas observações. Ao analisar esses conceitos, nota-se que essas grandezas não se enquadram no modelo teórico, no qual distingue-se um quadro geométrico, um quadro numérico e um quadro das grandezas, pois a grandeza tempo não goza de uma representação geométrica variada e não se pode afirmar que diferentes figuras geométricas representam a mesma medida de tempo. Nesse mesmo percurso, a grandeza massa também não possui uma representação geométrica associada a sua medida e a grandeza temperatura também não possui uma representação geométrica, pois a temperatura de um corpo é um estado de agitação das partículas ou moléculas que compõem o corpo.

A grandeza abertura de ângulo é abordada nos LD01, LD02 e LD03, o que mostra que o objeto de conhecimento “ângulo” está presente em quase todos os anos do Ensino Fundamental. A abordagem desta grandeza é composta pela apresentação da ideia de ângulo, pela medida da abertura do ângulo como a medida do ângulo e a unidade de medida associada ao ângulo, o grau $^{\circ}$. Após isso, temos a apresentação dos tipos de ângulos e sua relação com retas e figuras geométricas. Sendo o aspecto numérico da medida de ângulo o grande foco da abordagem proposta pela coleção, deixando de lado quaisquer discussões sobre a grandeza em si.

Assim, no caso da grandeza abertura de ângulo, temperatura e massa são abordados com ênfase no aspecto numérico, enfatizando sua presença no cotidiano e trabalhando muito a transformação das unidades de medida, sendo que estas duas grandezas são discutidas apenas no LD01. O aspecto numérico é tal que a grandeza massa não é conceituada, sendo apresentada a partir das unidades de medida. Além disso, a abordagem dessas grandezas, tempo e massa,

pode ser considerada superficial, pois não discute a interdisciplinaridade com outras áreas do conhecimento e seu emprego nas ciências e tecnologias, tampouco apresenta outras unidades de medida para trabalhar estas grandezas em escala macro ou micro.

Ressalta-se que apesar das grandezas tempo, massa e abertura de ângulo não se enquadrarem em um modelo didático que diferencia o quadro geométrico, das medidas e das grandezas, é preciso diferenciar os quadros das grandezas e o quadro das medidas. Pois as grandezas precisam ser diferenciadas de suas medidas (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989; LIMA; BELLEMAIN, 2010).

O tratamento dispensado as grandezas e medidas nesta coleção, no que diz respeito a forma de abordagem das grandezas, é preocupante, pois não permite compreender comprimento, área e volume como grandezas associadas a figuras geométricas e para exemplificar a importância dessa compreensão, “o conceito de área está presente na produção contemporânea do conhecimento matemático em diversos campos: teoria da medida, teoria ergódica, teoria geométrica da medida, teoria dos fractais, entre outras” (BELLEMAIN; LIMA, 2002, p. 21) .

Portanto, a coleção analisada necessita se adequar às novas exigências impostas pela BNCC para a apresentação da unidade temática grandezas e medidas. Pois necessita corrigir discrepâncias encontradas, como a ocorrência de omissão de objetos do conhecimento previstos para os anos finais do Ensino Fundamental. Além disso, a coleção analisada apresenta a unidade temática grandezas e medidas sob o enfoque do quadro numérico, apresentando as grandezas como resultado de uma medição. Ainda, não se verificou abordagens que proponham situações de comparação e produção que contribuam para trabalhar outros aspectos relativos às grandezas.

Existem abordagens na coleção que tratam implicitamente das componentes de uma grandeza, mas podem ser deixadas de lado pelos alunos e pelos professores, caso não tenham familiaridade com esta abordagem de grandeza proposta nesta pesquisa.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa se mostrou importante por aprofundar as discussões sobre o tema grandezas e medidas, pois, este tema é fundamental na formação dos alunos para a vida em sociedade e para o mundo do trabalho. Sempre com foco no objetivo de analisar como uma coleção de livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental apresenta a unidade temática grandezas e medidas, a literatura serviu como suporte teórico ampliando os olhares sobre a

coleção analisada, com a finalidade de extrair algumas conclusões importantes ao trabalho do professor em sala de aula, assim como para os processos de ensino e de aprendizagem das grandezas e medidas na escola básica.

A coleção analisada necessita se adequar a distribuição da unidade temática grandezas e medidas prevista na BNCC, para sanar a omissão de alguns objetos do conhecimento que deveriam ser tratados nos anos finais do Ensino Fundamental. Além disso, a abordagem das grandezas e medidas apresentada na coleção tem caráter estritamente numérica, não sendo suficiente para apresentar uma grandeza como um atributo dissociado de sua representação geométrica e de sua representação numérica. Além disso, a discussão sobre as grandezas abertura de ângulo, tempo e massa é muito superficial deixando de lado a interdisciplinaridade dessas grandezas com outras áreas do conhecimento e não apresenta unidades de medidas utilizadas na informática.

Portanto, esta análise ainda carece de mais aprofundamento, sendo necessário analisar as atividades propostas na coleção. Assim, as atividades apresentadas nesta coleção serão objeto de uma nova pesquisa. Outra questão não mencionada, mas que impacta diretamente os processos de ensino e de aprendizagem em sala de aula é a abordagem que o professor realiza em sala. Esse é outro aspecto que merece um melhor aprofundamento em estudos futuros.

REFERÊNCIAS

ALVES–MAZZOTTI, Alda Judith; GEWANDSZNAJDER, Fernando. **O método nas Ciências Naturais e Sociais**. 2. ed. São Paulo: Pioneira, 2002.

BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; LIMA, Paulo Figueiredo. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental**. [S. l.: s. n], 2002.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação Qualitativa em Educação**. Portugal: Porto, 1994.

BOROWSKY, Halana Garcez et al. Infância e Matemática: aprendendo sobre medidas de comprimento. **Perspectivas da Educação Matemática**, Mato Grosso do Sul, v. 9, n. 21, p. 744-764, 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/index>. Acesso em: 15 out. 2019.

BRASIL. Constituição. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Brasília, DF: Presidência da República, 1988. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm.

BRASIL. Ministério da Educação. **Portaria nº 1570, de 20 de dezembro de 2017**. homologação do Parecer CNE/CP nº 15/2017, do Conselho Pleno do Conselho Nacional de

Educação. Disponível em: <https://abmes.org.br/arquivos/legislacoes/Port-MEC-1570-2017-12-20.pdf>. Acesso em: 15 out. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação é a base. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 27 jun. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental). Brasília: MEC, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 16 jun. 2019.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos e Fundamentos da Matemática**. 1. ed. Lisboa: Tipografia Matemática, dez.1951.

CARVALHO, Dierson Gonçalves de; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. Ensino de Área de Figuras Geométricas Planas no Currículo de Matemática do Projovem Urbano. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 51, p. 123-142, abr. 2015. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema>. Acesso em: 15 out. 2019.

DOUADY, Regine.; PERRIN-GLORIAN, Marie-Jeanne. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics*. n. 4. vol.20, p. 387-424. 1989.

FIGUEIREDO, Ana Paula Nunes Braz; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; TELES, Rosinalda Aurora de Melo. Grandeza Volume: um estudo exploratório sobre como alunos do Ensino Médio lidam com situações de comparação. **Bolema**, Rio Claro, v. 28, n. 50, p. 1172-1182, dez. 2014. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema>. Acesso em: 15 out. 2019.

LIMA, Paulo Figueiredo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. **Coleção explorando o ensino: Grandezas e medidas**. v. 17, p. 167-200, 2010.

MORAIS, Leonardo Bernardo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; LIMA, Paulo Figueiredo. Análise de situações de volume em livros didáticos de matemática do Ensino Médio à luz da teoria dos campos conceituais. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 16, n. 1, p. 25-46, 2014. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/15278/pdf>. Acesso em: 15 out. 2019.

RODRIGUES, Anderson Douglas; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. A Comparação de Áreas de Figuras Planas em Diferentes Ambientes: Papel e Lápis, Materiais Manipulativos e no Apprenti Géomètre 2. **Em Teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 7, n. 3, p. 1-25, 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/index>. Acesso em: 15 out. 2019.

SANTOS, Marilene Rosa; SANTOS, Marcelo Câmara dos. O Conceito de Área de Figuras Geométricas Planas no Livro Didático de Matemática do 6º Ano do Ensino Fundamental: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático. **Em Teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 6, n. 2, p. 1-22, 2015. Disponível

em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2258/1825>. Acesso em: 15 out. 2019.

SILVA, João Alberto da; BELLEMAIN, Paula Baltar; BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. Análise de Itens da Provinha Brasil de Matemática referentes a Grandezas e Medidas. **Perspectivas da Educação Matemática**, Mato Grosso do Sul, v. 9, n. 21, p. 724-743, dez. 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/2248>. Acesso em: 15 out. 2019.

SILVA, Nazaré do Socorro Moraes da; NUNES, José Messildo Viana. Uma sequência educacional para o ensino de medida de comprimento didática como produto. **Boem**, Joinville, v. 6, n. 10, p. 349-369, ago. 2018. Disponível em: <http://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/index>. Acesso em: 15 out. 2019.

TELES, Rosinalda Aurora de Melo; SÁ, Georgina Marafante. Um Estudo Sobre a Área do Retângulo em Livros Didáticos de Matemática. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 5, n. 1, p. 48-60, 2010. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2010v5n1p48>. Acesso em: 15 out. 2019.

VECE, Janaina Pinheiro; CURI, Edda; SANTOS, Cintia Aparecida Bento dos. Currículos de Matemática: análise das orientações didáticas sobre as grandezas e medidas no Ciclo de Alfabetização. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 19, n. 3, p. 302-327, 2017. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/33312/pdf>. Acesso em: 15 out. 2019.

WALLE, John A. van de. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

CAPÍTULO III – Artigo 03

**TAREFAS MATEMÁTICAS PARA ENSINAR OBJETOS DE CONHECIMENTO DA
UNIDADE TEMÁTICA GRANDEZAS E MEDIDAS**
**MATHEMATICAL TASKS TO TEACH OBJECTS OF KNOWLEDGE OF THE
THEMATIC UNIT QUANTITIES AND MEASURES**

Resumo

Este artigo trata-se de uma investigação que tem como objetivo analisar as tarefas matemáticas presentes em uma coleção de livros didáticos de matemática dos anos finais do ensino fundamental para ensinar a unidade temática Grandezas e Medidas. O suporte teórico da pesquisa é o formado por trabalhos de diversos autores sobre tarefas matemáticas, como Stein e Smith (1998), Ponte (2005) e Barbosa (2013), entre outros. Além disso, usamos o modelo didático proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989) para o ensino de área de figuras planas como grandeza adaptado para outras grandezas definidas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Analisou-se a coleção Matemática Bianchini, 8ª Edição, 2015, adotado pela rede municipal de ensino em Barreiras-BA e tal escolha se deve a uma consulta realizada em uma escola municipal da cidade, onde constatamos que as escolas públicas do município adotam exclusivamente esta coleção. Os resultados apontam que a coleção analisada apresenta quase que exclusivamente tarefas do tipo exercício e problemas para ensinar a unidade temática grandezas e medidas e a abordagem das grandezas e medidas apresentada na coleção tem caráter numérico, não sendo suficiente para apresentar uma grandeza como um atributo, dissociando o quadro das grandezas, do quadro geométrico e do quadro das medidas.

Palavras-chave: Tarefas matemáticas; Grandezas e Medidas; Livro Didático; Matemática.

Abstract

This article is an investigation that aims to analyze the mathematical tasks present in a collection of mathematics textbooks from the final years of elementary school to teach the thematic unit Quantities and Measures. The theoretical support of the research is formed by works by several authors on mathematical tasks, such as Stein and Smith (1998), Ponte (2005) and Barbosa (2013), among others. In addition, we used the didactic model proposed by Douady and Perrin-Glorian (1989) for teaching the area of flat figures as a quantity adapted to other quantities defined in the National Common Curricular Base (BNCC). The Bianchini Mathematics collection, 8th Edition, 2015, adopted by the municipal school system in Barreiras-BA, was analyzed and this choice is due to a consultation carried out at a municipal school in the city, where we found that public schools in the municipality adopt exclusively this collection. The results show that the analyzed collection presents almost exclusively exercise-type tasks and problems to teach the thematic unit quantities and measures and the approach to the quantities and measures presented in the collection has a numerical character, not being sufficient to present a quantity as an attribute, dissociating the table of quantities, the geometric table and the table of measures.

Keywords: Mathematical tasks, Quantities and Measures; textbook; Math.

1 INTRODUÇÃO

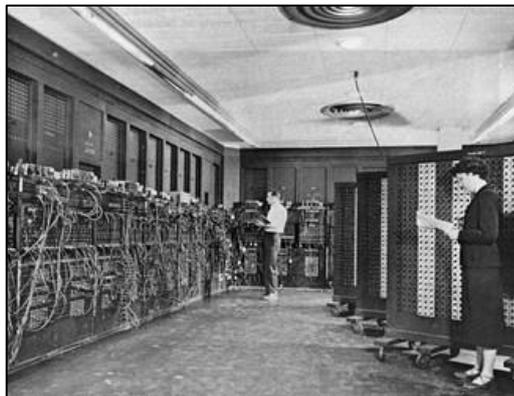
Este artigo tem como objetivo analisar tarefas matemáticas presentes em uma coleção dos anos finais do ensino fundamental para ensinar grandezas e medidas. Para nortear esta pesquisa, realizou-se uma revisão de literatura a fim de relacionar trabalhos publicados que

pudessem ampliar a compreensão acerca do problema de pesquisa e a análise de uma coleção de matemática dos anos finais do ensino fundamental. A importância deste estudo repousa em sua relevância ao tratar de um assunto tão presente na sociedade moderna como as grandezas e medidas e por abordar as tarefas matemáticas que são fundamentais no ensino da matemática.

No Brasil do século XX, a popularização dos eletroeletrônicos como televisores, rádios, toca fitas, *micro system*, máquina fotográfica, videogames, etc. Agora, no século XXI, a grande maioria dos equipamentos foram substituídos por um único aparelho eletrônico capaz de realizar todas as funções que outrora fora desempenhas por aparelhos diversos, o Smartphone. Essa substituição foi possível graças as reduções significativas nas medidas dos componentes eletrônicos.

O conhecimento sobre as grandezas e medidas que no passado permitiu às civilizações antigas construir pirâmides, muralhas, navios e arranha céus, agora, com o avanço das técnicas, permitiu ao homem realizar o caminho inverso, a miniaturização de máquinas e equipamento em uma escala nunca vista. Na figura 01, um dos primeiros computadores fabricados conhecido como ENIAC⁴, este ocupava uma sala toda devido ao seu grande tamanho. Após os avanços científicos, conforme figura 02, vê-se um computador centenas de vezes mais poderoso e um pouco maior do que uma folha de papel A4.

Figura 1 – ENIAC e suas 18 mil válvulas.



Fonte: Wikimedia Commons/Domínio Público.

⁴ ELETRONIC NUMERICAL INTEGRATOR AND COMPUTER (ENIAC – em português: computador integrador numérico eletrônico) foi o primeiro computador digital eletrônico de grande escala.

Figura 2 - Notebooks cada vez mais poderosos.



Fonte: Divulgação/Asus.

Assim, parece muito oportuno a discussão acerca das grandezas e medidas, pois diante desta realidade de mudanças da sociedade moderna, professores deverão buscar novas formas de ensino e de aprendizagem que preparem os alunos para lidar tanto com grandezas em escala macro, como em escala micro. Neste sentido, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) estabelece que o aluno deva ser capaz de:

[...] reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas solares, tamanho de vírus ou de células, capacidade de armazenamento de computadores, entre outros. (BRASIL, 2018, p. 413)

Com base no que foi mencionado, o objetivo desta pesquisa parece coerente, pois os livros didáticos apresentam inúmeras tarefas matemáticas para ensinar a unidade temática grandezas e medidas. Assim, a atenção se volta para os livros didáticos, pois este está presente em escolas brasileiras, sendo o principal material de apoio utilizado nas aulas, por vezes o único (SANTOS; SANTOS, 2015).

Portanto, com a finalidade de alcançar o objetivo proposto neste trabalho, apresenta-se a literatura já produzida sobre o tema, essencial ao levantamento de constructos teóricos que potencializem a apresentação e discussão dos dados. Depois, os procedimentos metodológicos utilizados, seguidos da discussão sobre os dados e, por fim, as considerações finais.

2 REVISÃO TEÓRICA

2.1 Tarefas Matemáticas

Ao pensar no ensino da matemática, talvez a primeira questão que surja à mente é qual metodologia de ensino utilizar? Ou quais técnicas de ensino são mais adequadas? Talvez outras inquietações possam ser levantadas nesta hora, mas uma coisa parece não deixar dúvida quando se fala do ensino de matemática, este se dá através de tarefas matemáticas. Neste sentido, Ponte (2014, p. 16) esclarece que “as tarefas são ferramentas de mediação fundamentais no ensino e na aprendizagem da Matemática”. Além disso, Canavarro e Santos (2012, p. 102) mencionam que:

[...] as tarefas são um elemento fundamental que muito marcam as possibilidades de aprendizagem matemática dos alunos. Na atualidade, tanto a seleção de tarefas adequadas e ricas, como o seu desenvolvimento na aula com os alunos, coloca grandes desafios ao professor, sendo estas duas atividades componentes essenciais da sua prática letiva.

Tarefas matemáticas tem sido um tema bastante pesquisado (GAFANHOTO; CANAVARRO, 2012; JUNKERFEURBOM; KLUBER, 2017), pois é importante no trabalho do professor (PIRES, 2011), na dinâmica do processo de ensino e de aprendizagem (FERREIRA; BURIASCO, 2015), na formação continuada de professores que ensinam matemática (CYRINO; JESUS, 2014) e conseqüentemente na elaboração ou escolha de tarefas adequadas aos objetivos de ensino (WICHNOSKI; KLUBER, 2018; HENRIQUES, 2013; LOTH; SILVA, 2013).

A vida de estudante é marcada por uma grande quantidade de tarefas e talvez as mais temidas sejam as tarefas matemáticas. Mas o que vem realmente a ser uma tarefa matemática? Para Stein e Smith (2009, p. 22) uma tarefa é “definida como um segmento da atividade da sala de aula dedicada ao desenvolvimento de uma ideia matemática particular”. Ponte (2005, p. 1) nos diz que “quando se está envolvido numa atividade, realiza-se uma certa tarefa. Uma tarefa é, assim, o objetivo da atividade”. Desse modo, tarefa é resultado de uma atividade implementada em sala de aula, com o objetivo de desenvolver uma ideia matemática.

As tarefas matemáticas podem ser classificadas em vários tipos conforme as características analisadas. Neste trabalho, são analisados alguns critérios de classificação das tarefas matemáticas. Stein e Smith (2009) classificam as tarefas matemáticas tendo como critério o nível de exigência cognitiva: tarefas de exigência de nível baixo e exigência de nível elevado.

As tarefas de exigência de nível baixo são desprovidas de contexto ou significado para o aluno, sendo necessário apenas a memorização e utilização de algoritmos usuais. São classificadas em tarefas de memorização e tarefas como procedimentos sem conexão. Na

primeira, as tarefas são resolvidas pela simples aplicação de regras memorizadas, e, na segunda, a utilização de algoritmos que solucionam a tarefa de forma mecânica, sem atribuir significado para o aluno. Já nas tarefas de exigência de nível elevado, dotadas de contexto e apresentam ideias matemáticas subjacentes, são nomeados procedimentos com conexões e fazendo matemática. Nas tarefas procedimentos com conexões, apresentam um contexto que ajuda a desenvolver uma certa ideia matemática através de ideias subjacentes presentes na tarefa. Por outro lado, as tarefas tipo fazendo matemática levam os alunos a pensarem e elaborarem sua própria forma de resolver o que se pede. (STEIN; SMITH, 2009).

Uma outra classificação das tarefas matemáticas é a proposta por Ponte (2005, p. 2), na qual ele distingue cinco tipos básicos de tarefas “os problemas, os exercícios, as investigações, os projetos e as tarefas de modelação”. Esta classificação é bastante empregada nos trabalhos que tratam sobre tarefas matemáticas (PIRES, 2011; CANAVARRO; SANTOS, 2012; GAFANHOTO; CANAVARRO, 2012; WICKNOSKI; KLUBER, 2018).

Ponte (2005) enfatiza que nas tarefas tipo problemas o aluno não dispõe de um processo imediato para resolver, sendo necessário pôr em prática suas faculdades intelectivas. Por outro lado, nas tarefas tipo exercícios, os alunos já dispõem de um processo pronto para resolver as tarefas, estas servem apenas para pôr em prática os conhecimentos anteriormente adquiridos. Outro tipo de tarefa é a investigação, é apresentado aos alunos um tema a ser discutido em sala de aula, então os alunos são levados a realizar uma investigação acerca do tema para coletar dados e resolver as questões levantadas (PONTE, 2005). Neste sentido:

[...] em uma investigação propriamente dita, os alunos partem de uma dada situação inicial e, a partir dela, formulam questões e percorrem caminhos escolhidos por eles mesmos. Por isso, não é possível prever, ao menos na totalidade, os pontos de chegada (JUNKERFEURBOM; KLUBER, 2017, p. 9).

Ponte (2005, p. 7) salienta que “as investigações, mais do que os problemas, promovem o envolvimento dos alunos, pois requerem a sua participação ativa desde a primeira fase do processo – a formulação das questões a resolver”.

Além disso, Ponte (2005) aponta que as tarefas matemáticas estão fundamentadas em dois aspectos muito importantes, são eles o nível de dificuldade e a estrutura. Desta forma, Ponte (2005, p. 7) esclarece que “duas dimensões fundamentais das tarefas são o grau de desafio matemático e o grau de estrutura”. O grau de desafio e o nível de dificuldade atribuído a uma tarefa matemática pode variar entre os polos, sendo de desafio “reduzido” e “elevado”. As tarefas também podem ser avaliadas quanto a sua estrutura, classificadas em aberta ou fechada. As tarefas fechadas são aquelas em que são fornecidos os dados e solicita-se uma determinada

resposta e as tarefas abertas são aquelas em que os dados fornecidos e o que é perguntado apresentam um certo grau de indeterminação (PONTE, 2005).

Utilizando os critérios de grau de desafio e estrutura de uma tarefa, Ponte (2005) apresenta uma classificação para as tarefas que pode ser resumido na figura 03, abaixo.

Figura 03 - Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e abertura.



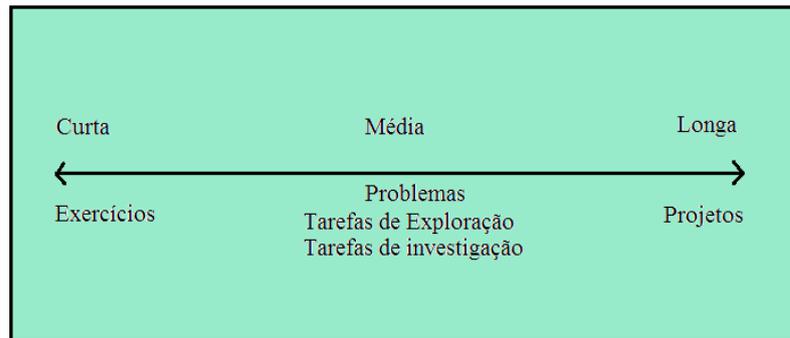
Fonte: Ponte (2005, p. 8).

As tarefas do tipo exploração são tarefas que se diferenciam das investigações justamente pelo grau de desafio. Neste sentido,

[...] entre as tarefas de exploração e as de investigação a diferença está portanto no grau de desafio. Se o aluno puder começar a trabalhar desde logo, sem muito planeamento, estaremos perante uma tarefa de exploração. Caso contrário, será talvez melhor falar em tarefa de investigação (PONTE, 2005, p. 8).

Outra dimensão das tarefas matemáticas é a duração. Segundo Ponte (2005), “a realização de uma tarefa matemática pode requerer poucos minutos ou demorar dias, semanas ou meses”. A duração é naturalmente um fator importante a ser considerado na hora de propor uma tarefa, pois a atividade desenvolvida em sala de aula obedece a uma carga horária prevista na legislação educacional vigente. As tarefas matemáticas, com base no seu tempo de duração, podem ser agrupadas conforme a figura 04, abaixo:

Figura 4 – Relação entre tipos de tarefas em termos da duração.



Fonte: Ponte (2005, p. 10).

Ponte (2005) esclarece que uma tarefa tipo projeto é um tipo de tarefa que compartilha muitas características de uma investigação, mas que se diferencia da investigação justamente pela duração, pois um projeto é uma tarefa de longa duração.

Por fim, vários são os aspectos que envolvem uma tarefa matemática. Ponte (2005) e Ponte e Quaresma (2012) analisaram a importância do contexto nas tarefas matemáticas e nos mostram que as tarefas podem ser elaboradas dentro de um contexto de realidade, semirrealidade e matemático. Assim, uma tarefa no contexto de realidade é aquela que representa uma situação real que poderia muito bem ser vivida pelo aluno. Já as tarefas de semirrealidade são aquelas que apresentam uma realidade aparente, na qual o contexto foi criado com fins educativos, mas que dificilmente podem ser vivenciados pelos alunos (SKOVSMOSE, 2000). Nas tarefas formuladas em um contexto matemático não fazem qualquer referência à realidade, são elaboradas exclusivamente dentro de um contexto matemático.

Algumas considerações importantes apresentadas por Ponte e Quaresma (2012) podem ser listadas. A primeira diz respeito a importância a ser atribuída a cada um dos contextos, pois cada contexto tem sua importância no ensino da matemática, não sendo um mais importante do que o outro, mas cabe distinguir o contexto mais adequado para favorecer o desenvolvimento do tema e do conceito matemático. Outra importante consideração acerca do contexto das tarefas matemáticas é o fato de que é um equívoco pensar que as tarefas matemáticas têm que ser formuladas exclusivamente dentro de um contexto da realidade. Neste sentido,

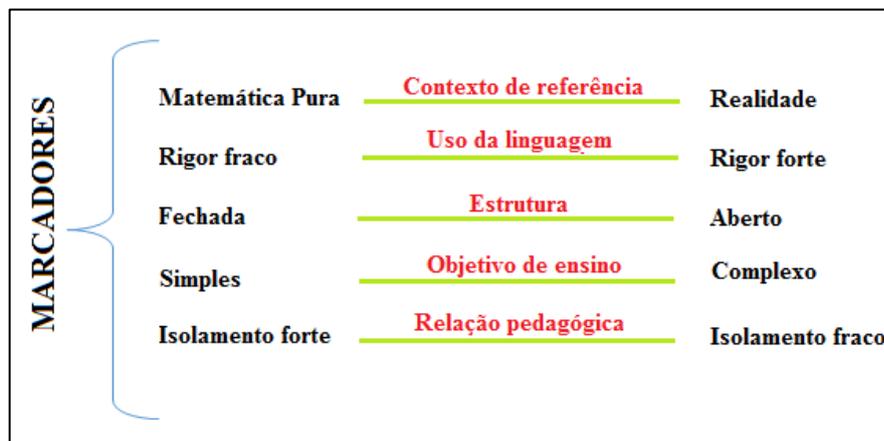
[...] as questões formuladas em contextos de realidade têm o seu papel, mas as questões formuladas em contextos de semirrealidade e em contextos matemáticos têm também um importante papel a desempenhar. Cabe ao professor, decidir qual a natureza das tarefas a propor aos seus alunos, em função do que verifica ser mais aconselhável em cada momento do seu percurso de aprendizagem. (PONTE; QUARESMA, 2012, p. 19)

Ponte e Quaresma (2012) destacam mais que servir para motivar os alunos, o contexto deve ser usado como suporte para a aprendizagem da matemática. Cabe salientar que o grau de desafio pode levar uma tarefa a ser tipo exploração ou investigação. Além disso, como Ponte (2005, p. 10, grifo do autor) salientou:

[...] as chamadas *tarefas de modelação* são, no fundo, tarefas que se apresentam num contexto de realidade. Estas tarefas revestem-se, de um modo geral, de natureza problemática e desafiante, constituindo problemas ou investigações, conforme o grau de estruturação do respectivo enunciado.

Uma outra contribuição teórica para a análise das tarefas matemáticas é proposta por Barbosa (2013). Este, propõe marcadores de tarefas para analisar os atributos das tarefas matemáticas, sendo os marcadores de tarefas compreendidos como ferramentas para analisar os atributos das tarefas matemáticas (BARBOSA, 2013). São propostos os seguintes marcadores de tarefas: contexto de referência, uso da linguagem, estrutura, objetivo de ensino e relação pedagógica, conforme figura 05.

Figura 5 – Marcadores de tarefas e suas variações de qualidade.



Fonte: Barbosa (2013, p. 219).

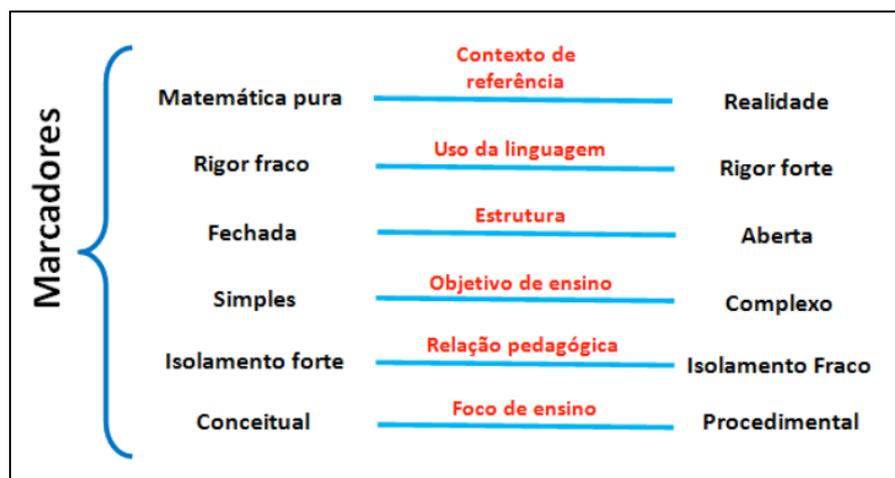
O *contexto de referência* de uma tarefa tem origem em Skovsmose (2000), já mencionado acima, em Ponte (2005). *Uso da linguagem*, remete ao nível de formalidade apresentado no contexto da tarefa, podendo variar entre rigor forte e rigor fraco. Nas tarefas cujo o contexto é dotado de termos matemáticos específicos seria classificada como rigor forte e em tarefas onde o contexto é apresentado em uma linguagem mais informal, sem a utilização de uma linguagem mais técnica, tem-se rigor fraco (BARBOSA, 2013).

O marcador *estrutura* pode variar entre fechada e aberta. Se a tarefa indica o caminho a ser percorrido ou os possíveis resultados, são tarefas com estrutura fechada; já tarefas em que

não delimita os caminhos ou os resultados esperados, tem estrutura aberta. O marcador objetivo de ensino, trata-se do nível de dificuldade, diz respeito a complexidade matemática com que os alunos precisam lidar ao resolverem determinada tarefa, podendo variar entre simples e complexo. A *relação pedagógica* denota a relação dialógica que se estabelece entre professor e aluno. Esse marcador indica a qualidade da comunicação que se estabelece entre o transmissor e o receptor, podendo variar entre um isolamento forte e um isolamento fraco. (BARBOSA, 2013).

Os marcadores de tarefas são importantes, pois permitem analisar os atributos de uma tarefa e desta forma pode ser utilizado como uma ferramenta na análise de tarefas elaboradas por professores (BARBOSA, 2013). Os marcadores de tarefas ampliam o entendimento sobre como professores podem explorar as potencialidades das tarefas matemáticas, tanto na elaboração como na escolha adequada destas. A partir do modelo proposto por Barbosa (2013), Costa, Oliveira e Silva (2017) ampliam esse estudo propondo mais um marcador: *foco no ensino*. As tarefas com foco conceitual são aquelas que os alunos são capazes de construir conceitos, enquanto as tarefas procedimentais possibilitam aos alunos apenas realizarem procedimentos. Os conceitos expostos são sintetizados na figura 6.

Figura 6 – Novo marcador de tarefas e suas variações de qualidade.



Fonte: Costa, Oliveira e Silva (2017, p. 62).

Portanto, espera-se que esse constructo teórico seja capaz de subsidiar de maneira ampla os atributos presentes em uma tarefa matemática, contudo é evidente que outros atributos e classificações podem ser aplicados. No entanto, os critérios escolhidos são considerados suficientes para atingir o objetivo desta pesquisa.

2.2 Grandezas e Medidas

As grandezas e medidas estão presentes no dia a dia, nas profissões, nas ciências e na cultura (LIMA; BELLEMAIN, 2010; MORAIS; BELLEMAIN; LIMA, 2014). Elas também estão presentes nos documentos curriculares oficiais da educação brasileira. Conforme a BNCC,

[...] a unidade temática Grandezas e medidas, ao propor o estudo das medidas e das relações entre elas – ou seja, das relações métricas –, favorece a integração da Matemática a outras áreas de conhecimento, como Ciências (densidade, grandezas e escalas do Sistema Solar, energia elétrica etc.) ou Geografia (coordenadas geográficas, densidade demográfica, escalas de mapas e guias etc.). Essa unidade temática contribui ainda para a consolidação e ampliação da noção de número, a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico (BRASIL, 2018, p. 273).

Este tema tem recebido muita atenção nos últimos anos, pois vários trabalhos têm abordado as grandezas e medidas (FIGUEIREDO; BELLEMAIN; TELES, 2014; BALLEJO; VIALI, 2018; FERNANDES; HEALY, 2010; WALLE, 2009). Neste sentido, pesquisas tem buscado analisar dificuldades apresentadas por alunos ao lidarem com esse tema (ARAÚJO; SANTOS, 2009; FIGUEIREDO; BELLEMAIN; TELES, 2014; SANTOS, 2014). Outras pesquisas têm buscado elaborar sequências didáticas para favorecer o ensino de grandezas como comprimento, área e volume (SILVA; LOPES, 2013; FERREIRAS; SCORTEGAGNA, 2018).

Muitas pesquisas (FERNANDES; HEALY, 2010; SILVA; NUNES, 2018; SANTOS, 2018; FIGUEIREDO; BELLEMAIN; TELES, 2014; TELES; BELLEMAIN, 2010; RODRIGUES; BELLEMAIN, 2016; BELLEMAIN; BIBIANO; SOUZA, 2018; MORAIS; BELLEMAIN; LIMA, 2014; SANTOS; BELLEMAN, 2017; SANTOS; SANTOS, 2015; TELES; SÁ, 2010) fazem uso do modelo didático para o ensino de área como grandeza proposto por Duoady e Perrin-Glorian (1989). Neste sentido, alguns trabalhos adaptaram esse modelo para o ensino das grandezas geométricas comprimento e volume (LIMA; BELLEMAIN, 2010; MORAIS; LIMA; BELLEMAIN, 2014).

Este modelo didático consiste em dissociar a grandeza, o objeto geométrico e a medida. Utilizar comprimento, área e volume como grandezas independentes significa distinguir três quadros: o geométrico, formados pelos objetos geométricos; o numérico, formado por suas medidas, que são constituídas de um número real positivo e a grandeza que junta o quadro geométrico e o numérico. Uma maneira de representar uma grandeza é pelo par número e a unidade de medida (ROSA DOS SANTOS; CÂMARA DOS SANTOS, 2015; BELLEMAIN; LIMA, 2002; LIMA; BELLEMAIN, 2010).

Assim, este modelo didático permeia as discussões nessa pesquisa com o objetivo de compreender melhor o tema das grandezas e medidas.

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa foi realizada dentro de uma perspectiva qualitativa (ALVES-MAZZOTI; GEWANDSZNAJDER, 2002), de caráter interpretativo (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Assim, os conceitos teóricos acerca das tarefas matemáticas propostos por Stein e Smith (2009), Ponte (2005), Barbosa (2013) e o modelo didático para o ensino de área como grandeza proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989) adaptado também para comprimento e volume são usados para analisar as tarefas matemáticas presentes em uma coleção de matemática dos anos finais do ensino fundamental.

A coleção analisada é a Matemática Bianchini, 8ª edição, Editora Moderna, ano 2015, aprovada pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) para o triênio 2017, 2018 e 2019. A escolha por esta coleção se deve ao fato desta coleção ser amplamente utilizada na rede pública de ensino do município. Este fato é devido ao município de Barreiras-BA adotar o modelo de escolha única para todas as escolas da rede municipal de ensino, fato que pode ser verificado através do Sistema Integrado de Monitoramento Execução e Controle (SIMEC), sistema do Ministério da Educação. A coleção citada é composta por quatro volumes, sendo distribuída aos alunos do 6º ano ao 9º ano do ensino fundamental. A coleção foi gentilmente cedida pela direção de uma escola da rede, mediante empréstimo e com o objetivo de ser objeto de estudo nesta pesquisa.

A análise da coleção foi realizada tendo como aporte teórico os estudos realizados na fundamentação teórica acerca das tarefas matemáticas. Esta etapa foi constituída pelos seguintes processos: leitura minuciosa dos sumários, a fim de verificar na coleção quais os capítulos que abordam as grandezas e medidas; análise dos capítulos com o objetivo de catalogar as tarefas apresentadas para ensinar os conteúdos relativos às grandezas e medidas; e, por fim, a classificação de tarefas encontradas com objetivo de realizar inferências acerca dos dados produzidos. Além disso, os livros didáticos foram codificados, para fins de dar dinamismo ao processo, em Livro Didático 01 (LD01), Livro Didático 02 (LD02), Livro Didático 03 (LD03) e Livro Didático 04 (LD04).

4 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS

Realizada a leitura minuciosa dos sumários, esta permitiu localizar nos sumários os capítulos que estão relacionados com as grandezas e medidas. O resultado e a apresentação dos dados encontrados podem ser visualizados no quadro 01.

Quadro 1 – Distribuição da unidade temática grandezas e medidas nos LD.

Livro Didático	Total de Capítulos	Capítulos sobre Grandezas e Medidas
LD01	11	3
LD02	10	3
LD03	9	2
LD04	9	2

Fonte: Elaboração do autor.

Após localizados os capítulos que apresentam relevância, procedeu-se a análise. Esta análise consistiu da leitura minuciosa dos capítulos encontrados e seleção dos capítulos que tratam de tarefas para o ensino das grandezas e medidas. Os dados encontrados foram organizados no quadro 02.

Quadro 2 – Distribuição da unidade temática grandezas e medidas nos sumários.

LD01		LD02		LD03		LD04	
CAPÍTULO / n°		CAPÍTULO / n°		CAPÍTULO / n°		CAPÍTULO / n°	
5	Retas e ângulos	3	Ângulos	1	Retas e ângulos	8	Circunferência, arcos e relações métricas
10	Comprimentos e Áreas	7	Simetrias e ângulos	9	Estudo da circunferência e do círculo	9	Polígonos regulares e áreas
11	Outras unidades de medidas	10	Área de regiões poligonais	-	-	-	-

Fonte: Elaboração do autor.

Existem vários capítulos relacionados ao estudo das grandezas e medidas, uns destinados especificamente ao ensino de grandezas geométricas, outros capítulos relacionados com outras grandezas. Inicialmente consoante ao que prevê a BNCC, as grandezas encontradas na coleção são: abertura de ângulo, comprimento, perímetro, área, volume, capacidade, tempo e massa.

Em seguida foram catalogadas as tarefas destinadas a trabalhar as principais grandezas presentes na coleção, tendo como marco de partida a grandeza abordada e o registro das tarefas apresentadas para ensinar essa grandeza. Desta forma, foi escolhida uma grandeza e verificado

quais tarefas eram apresentadas para ensiná-la. Após isso, realizou-se a leitura de cada tarefa, classificando-as em um dos cinco tipos encontrados em nossa fundamentação teórica: exercício, problema, exploração, investigação e projeto.

Os dados relativos à catalogação das tarefas divididos por tipo de grandeza abordada e por tipo de tarefa, podem ser vistos no quadro 03.

Quadro 3 – Distribuição das tarefas por grandezas.

Grandeza	Exercício	Problema	Exploração	Investigação	Projeto	Total
Abertura de Ângulo	80	10	0	0	0	90
Comprimento	13	8	0	0	0	21
Perímetro	2	9	0	0	0	11
Área	53	93	2	0	0	148
Tempo	1	1	3	0	0	5
Volume	6	24	0	0	0	30
Capacidade	6	17	2	0	0	25
Massa	3	16	0	0	0	19
Total	164	178	7	0	0	349

Fonte: Elaboração do autor.

A maioria das tarefas presentes na coleção são do tipo exercício ou problemas. Este resultado é coerente com o encontrado por Junkerfeurbom e Kluber (2017) ao analisar dez livros de matemática do 8º ano do ensino fundamental, aprovado pelo PNLD 2014, sendo a falta de tarefas investigativas uma tendência nos livros do ensino fundamental. Além disso, as três grandezas mais abordadas em número de tarefas são área, abertura de ângulo e volume (e capacidade), ficando as demais grandezas em segundo plano em relação ao número de tarefas. Uma possível causa para o enfoque em grandezas como área e volume se deve ao fato destas grandezas estarem relacionadas com outros campos da matemática (BELLEMAIN; LIMA, 2002; WALLE, 2009).

Os constructos teóricos propostos na fundamentação teórica, possuem pontos de intersecção. Barbosa (2013) utiliza os conceitos presentes em Stein e Smith (2009). Além disso, critérios utilizados por Ponte (2005) estão presentes nos marcadores de Barbosa (2013). Costa, Oliveira e Silva (2017) propõem um novo marcador complementar aos marcadores propostos por Barbosa (2013). Assim, a análise das tarefas, quanto aos seus atributos, será feita tendo por base o trabalho de Barbosa (2013), Ponte (2005) e Costa, Oliveira e Silva (2017).

Para ensinar a grandeza abertura de ângulo, a coleção apresenta esse conceito nos LD01, LD02 e LD03, existe uma grande quantidade de tarefas para ensinar esta grandeza. Consoante ao que prevê a BNCC, existem tarefas para reconhecer a presença de ângulos em figuras geométricas, problemas e exercícios com a grandeza abertura de ângulo em contextos variados. A figura 07, apresenta um exemplo.

Figura 7 – Abertura de ângulo.

22 A figura mostra turbinas de vento. Pela rotação de suas hélices, obtemos energia eólica, que é a energia obtida pelo movimento do vento. Nesta foto os três ângulos destacados têm a mesma medida. Calcule essa medida.



MAURICIO SIMONETTI/PULSAR IMAGENS

Aerogeradores do Parque Eólico Rio do Fogo, no litoral do Rio Grande do Norte. Esse parque entrou em operação em 2006, e suas 62 turbinas geram 49,3 MW de energia. (Foto de 2012.)

Fonte: Bianchini (2015b, p. 89).

Esta tarefa, proposta pelo LD02, apresenta vários atributos importantes para o ensino da grandeza ângulo. Ela está situada num contexto da realidade e em relação ao uso da linguagem, esta tarefa apresenta um rigor fraco ao fazer uso de uma linguagem simples optando por dizer que os ângulos apresentam a mesma medida de abertura, quando poderia dizer que os ângulos são congruentes. No que diz respeito a estrutura, é fechada, pois tanto os dados fornecidos na questão como o resultado estão bem definidos e não deixam espaço para respostas alternativas.

Ainda, quanto ao objetivo de ensino, apresenta um objetivo de ensino simples, pois esta tarefa envolve apenas conceitos relacionados com a medida da abertura de ângulo, como por exemplo, saber que o ângulo de uma volta completa mede 360° , bastando fazer a divisão por três, dado que os três ângulos são iguais. Ponte (2005) sugere a possibilidade de uma tarefa variar seu grau de desafio entre desafio elevado e desafio reduzido, assim esta tarefa seria de desafio reduzido ou elevado, a depender se a tarefa se apresenta para o aluno como um exercício ou um problema.

No critério relação pedagógica, a tarefa tem um isolamento forte, pois possui uma estrutura fechada, não necessita de orientações do professor para sua realização. Quanto a

classificação, esta tarefa pode ser considerada como um exercício (PONTE, 2005). Quanto à duração, esta tarefa apresenta uma duração curta, podendo ser realizada em uma única aula. Esta tarefa tem foco procedimental, pois tem como objetivo trabalhar a divisão da medida de um ângulo por um número natural (COSTA; OLIVEIRA; OLIVEIRA, 2017).

As tarefas apresentadas para ensinar a grandeza comprimento são diversificadas quanto aos seus atributos, mas quanto a abordagem da grandeza comprimento, não existem tarefas que façam a dissociação entre os quadros geométrico, das medidas e das grandezas. As tarefas encontradas para trabalhar o conceito de comprimento dão ênfase à conversão de unidades e ao cálculo numérico, direcionada ao 6º ano, conforme figura 08.

Figura 8 – Abordagem da grandeza comprimento.

21 Tenho um terreno retangular cujo comprimento é igual ao triplo da largura. Pensando em colocar um muro ao redor desse terreno, consultei um pedreiro para saber quantos tijolos deveria comprar. Ele me disse que seriam necessários 130 tijolos por metro. Então, comprei 10.000 tijolos. Sabendo que a largura desse terreno é de 10,8 m, sobraram ou faltaram tijolos? Quantos?

Fonte: Bianchini (2015 a, p. 283).

A tarefa está no contexto da semirrealidade (SKOVSMOSE, 2000), apresentando uma realidade criada com o objetivo meramente didático. Possui rigor fraco (BABORSA, 2013), pois o rigor matemático está relacionado ao contexto, assim uma tarefa que está em um contexto da matemática pura terá um rigor forte e como esta tarefa está em um contexto de semirrealidade apresenta um rigor que se aproxima de um rigor fraco, pois o aluno necessita apenas de conceitos de retangular, largura, comprimento e múltiplo.

Quanto a estrutura, é fechada, pois os dados fornecidos na tarefa estão bem definidos e a resposta à tarefa também está bem definida, não tendo espaço para busca de novos dados ou respostas variadas (BARBOSA, 2013; PONTE, 2005). Quanto ao objetivo de ensino é complexo, pois mobiliza vários conceitos como formato retangular, a noção de múltiplo, conceito de perímetro e não pode ser resolvido por mera memorização de regras (BARBOBA, 2013; PONTE, 2005).

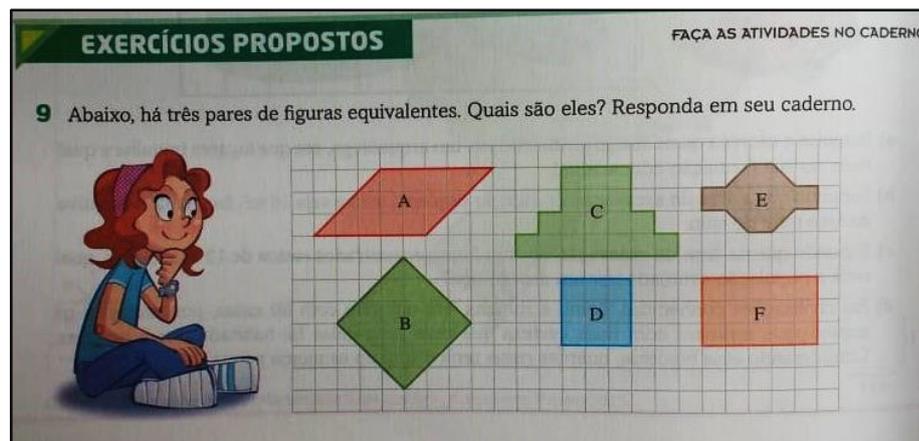
No marcador, grau de desafio, pode ser classificada como de desafio elevado, pois a tarefa é do tipo problema (PONTE, 2005). Possui isolamento fraco, necessita de uma maior interação entre professor e alunos. Quanto à duração é média e quanto ao foco de ensino, esta

tarefa é conceitual e procedimental, já que está estruturada com foco no conceito de comprimento e perímetro, sendo necessário que o aluno mobilize esses conceitos para resolver o problema.

Quanto à abordagem da grandeza comprimento, esta tarefa, apesar de apresentar vários atributos interessantes para o ensino do conceito de comprimento e perímetro, não permite compreender comprimento como uma grandeza e não permite a dissociação entre comprimento e sua medida.

A grandeza área é abordada nos LD01, LD02 e LD04. Para o ensino da grandeza área há muitas tarefas tipo problemas e exercícios. A coleção analisada utiliza o termo figura de maneira genérica, se referindo a polígonos ou não e define como figuras equivalentes aquelas que possuem a mesma medida de área (BIANCHINI, 2015). Foi extraída uma tarefa do LD02, figura 09, para ensinar a grandeza área.

Figura 9 – Tarefas para ensinar a grandeza área.



Fonte: Bianchini (2015 b, p. 242).

A tarefa apresentada na figura 9 está construída em um contexto de referência da matemática pura ao envolver apenas objetos matemáticos. O atributo uso da linguagem sugere um rigor fraco no uso da linguagem, pois apresenta uma linguagem clara e de fácil entendimento pelo aluno, sem o uso exagerado de termos matemáticos, apresentando apenas a expressão “figuras equivalentes” como expressão matemática necessária para a compreensão do enunciado.

A estrutura é fechada, pois tanto os dados fornecidos, quanto a possível resposta para a tarefa estão bem definidas e não há a possibilidade de mudança (BARBOSA, 2013). Além disso, objetivo de ensino da tarefa é simples, trabalha apenas o cálculo de área por unidades de medidas não padronizadas. O grau de desafio dessa tarefa é reduzido, trata-se de uma tarefa

tipo exercício, na qual o aluno é levado a praticar algoritmos e conceitos anteriormente apresentados pelo professor (PONTE, 2005).

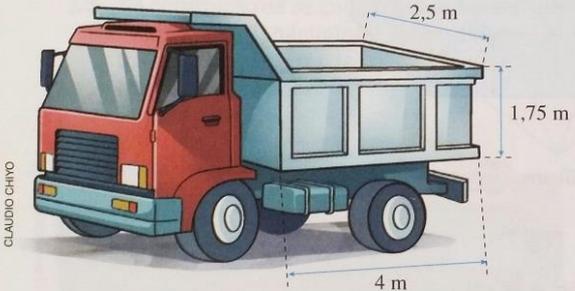
O marcador relação pedagógica mostra que esta tarefa possui um isolamento forte, pois não deixa espaço para discussão entre o que é dado e o que é pedido na tarefa, assim há um distanciamento na relação pedagógica entre professor e aluno. Quanto ao marcador duração, esta tarefa é de curta duração, podendo ser trabalhado em uma ou duas aulas, juntamente com outras tarefas. Quanto ao marcador foco de ensino, a tarefa possui foco conceitual, pois tem como objetivo trabalhar a equivalência de áreas de figuras planas (COSTA; OLIVEIRA; OLIVEIRA, 2017).

Quanto ao modelo didático para o ensino de área como grandeza, vemos que esta tarefa em análise apresenta de forma subjetiva uma dissociação entre a grandeza área e o objeto geométrico associado, mostrando que figuras diferentes podem ter a mesma área. Isso permite inferir que a grandeza área tem existência independentemente da forma da figura a que esteja associada (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989; BELLEMAIN; LIMA, 2002; LIMA; BELLEMAIN, 2010), contribuindo para a aprendizagem de área como uma grandeza.

O conceito de volume é abordado no LD01, sendo mencionado novamente no LD04 por meio de duas sugestões de experiências com cartolina e areia. Isso contribui para uma quantidade de tarefas menor em relação a área. Para o conceito de volume, tem-se uma diversidade de tarefas quanto aos seus atributos. Como exemplo veja a tarefa retirada do LD02, na figura 10.

Figura 10 - Abordagem da grandeza volume.

18 Um deslizamento ocorrido em uma encosta de estrada deslocou $337,5 \text{ m}^3$ de terra sobre a pista. Para a limpeza dessa área, a prefeitura destinou caminhões com as dimensões indicadas na figura abaixo.



CLAUDIO CHIVO

a) No máximo, quantos m^3 de terra podem ser transportados em cada caminhão?
 b) No mínimo, quantas viagens serão necessárias para transportar todo o entulho utilizando apenas um caminhão?

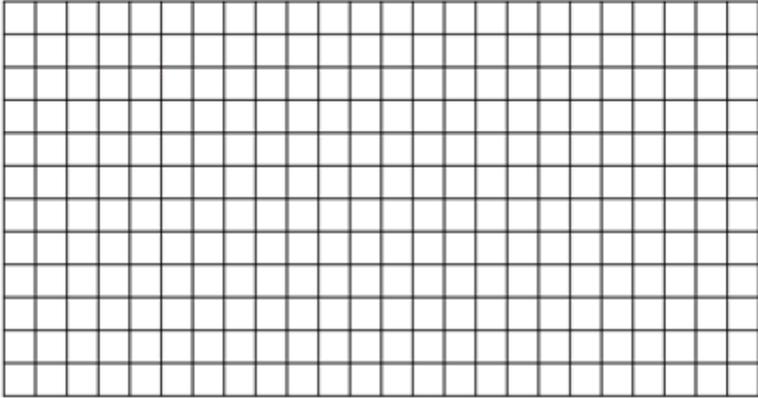
Fonte: Bianchini (2015 a, p. 312).

Tarefa com contexto de referência na semirrealidade; quanto ao uso da linguagem, o rigor é fraco; quanto a estrutura, é fechada; quanto ao objetivo de ensino, é complexo, e quanto a relação pedagógica, o isolamento é fraco. Quanto ao nível de desafio, é elevado, pois esta tarefa é um problema e sua duração é média. Quanto ao foco de ensino, esta tarefa se aproxima do foco procedimental, pois objetivo central da tarefa é o cálculo de volume.

As tarefas matemáticas trazem muitas possibilidades para o uso em sala de aula. Wichnoski e Kluber (2018, p. 59) propõe a reformulação de tarefas matemáticas em tarefas investigativas e salienta que “A (re)formulação de tarefas tidas como corriqueiras nas aulas de matemática em tarefas de Investigação Matemática caracteriza-se como um avanço teórico neste campo da Educação Matemática”. Para exemplificar essa potencialidade, a tarefa apresentada na figura 09, poderia ser reformulada em uma tarefa investigativa, conforme figura 11.

Figura 11 - Tarefa reformulada em tarefa investigativa

Desenhe seis figuras (A, B, C, D, E e F) na malha abaixo. Porém, há algumas regras a serem seguidas:



a) todas as figuras devem ser diferentes;
b) você deve formar três pares de figuras e cada par deve ter a mesma área.

Agora que você realizou a tarefas, vamos responder as questões abaixo:

1. Quais critérios você utilizou para diferenciar as figuras?
2. Existe no livro de matemática, que usamos em nossas aulas, algum conceito relacionado às figuras diferentes possuírem a mesma área? Caso sim, reescreva-o aqui.

Fonte: Elaboração do autor.

Sob esse novo enfoque, a tarefa de trabalhar áreas equivalentes ganha um aspecto mais desafiador, pois na primeira parte da tarefa não existe apenas uma resposta correta, sendo o aluno levado a explorar as possibilidades de construir figuras diferentes com a mesma medida de área. Já no segundo item, o aluno é levado a reflexão sobre as conclusões a que chegou no item anterior e precisará mostrar que compreendeu que tanto figuras com formatos iguais ou diferentes podem ter a mesma área. Já no terceiro item, o aluno é levado a buscar no livro didático o conceito de áreas equivalentes, iniciando uma pequena exploração em seu livro didático, mobilizando o espírito de busca do conhecimento. Portanto, são muitas as vantagens de se trabalhar as características das tarefas matemáticas.

Sobre as tarefas apresentadas na coleção, em uma análise mais geral, são variadas quanto ao contexto de referência, apresentado predomínio de tarefas em contexto da matemática pura e semirrealidade e em menor quantidade as de referência na realidade. Além disso, o perfil das tarefas apresentadas é, quanto ao rigor da linguagem, de rigor fraco, pois a linguagem é acessível e o uso da linguagem matemática é propício à aprendizagem dos conceitos matemáticos. Possui estrutura fechada, pois as tarefas do tipo exercício e problema possuem dados bem definidos e direcionados (BARBOSA, 2013; PONTE, 2005).

Quanto ao objetivo de ensino, as tarefas são simples e destinam-se a trabalhar os conteúdos abordados em cada seção. No marcador relação pedagógica, as tarefas variam entre um isolamento fraco e forte, pois tarefas com exercícios propiciam um isolamento mais forte, ao passo que tarefas tipo problemas, por fornecerem condições de uma interação mais próxima entre professor e aluno, podem indicar isolamento fraco (BARBOSA, 2013). Na duração, as tarefas variam entre curta e média, e isso é coerente haja vista a maioria das tarefas são dos tipos exercício e problemas. Quanto ao critério grau de desafio, há desde reduzido a elevado, representado por exercícios e problemas simples. Quanto ao foco de ensino, as tarefas apresentam foco variando entre conceitual, conceitual e procedimental e procedimental.

Finalmente, verificou-se que apesar das grandezas comprimento, área e volume serem grandezas geométricas e permitirem diferenciar os quadros das grandezas, geométrico e das medidas, as tarefas presentes nesta coleção têm como foco o quadro das medidas. Isso pode contribuir para que os alunos entendam comprimento, área e volume como simples números que podem ser atribuídos a objetos geométricos (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989; BELLEMAIN; LIMA, 2002, LIMA; BELLEMAIN, 2010). Além disso, apesar de apresentar algumas tarefas que permitem a dissociação entre os quadros geométrico, das medidas e das grandezas de forma isoladas, elas podem passar despercebidas pelos professores e alunos, em virtude de não haver a discussão na coleção sobre o tema.

No tocante as grandezas abertura ângulo, tempo e massa, estas são grandezas que não se enquadram no modelo teórico de grandezas independentes, mas tem grande importância como tema que está presente em várias áreas do conhecimento, como química, física, biologia e outros. Dada a importância destas grandezas, concluímos que a abordagem feita nesta coleção para ensinar as grandezas tempo e massa é muito superficial, pois a grandeza tempo foi abordada com apenas cinco tarefas e massa com dezenove tarefas. Por outro lado, vemos que a grandeza ângulo é bem trabalhada em termos de tarefas, pois apresenta 90 (noventa) tarefas, sendo que a maioria destas tarefas abordam apenas os aspectos numéricos desta grandeza, dando pouca ênfase em tarefas que permita identificar abertura de ângulo como uma grandeza.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo, o objetivo foi analisar tarefas matemáticas presentes em uma coleção dos anos finais do ensino fundamental para ensinar grandezas e medidas. Esse tema é de muita importância para o ensino de matemática, pois abre espaço para a discussão de dois assuntos importantes, tarefas matemáticas e grandezas e medidas. Para este pesquisador representou uma

oportunidade ímpar de crescimento profissional ao alargar os horizontes sobre assuntos que estão na base da formação do professor de matemática.

Espera-se também que este trabalho contribua para a comunidade acadêmica, uma vez que esta pesquisa permitiu reunir em um mesmo trabalho um modelo teórico para ensinar grandezas geométricas como comprimento, área e volume; estudos sobre diferentes tipos de tarefas e um importante estudo sobre marcadores de tarefas, onde estes últimos são critérios que permitem avaliar os atributos ou “qualidades” de uma tarefa matemática (BARBOSA, 2013).

Os resultados mostraram que as principais tarefas apresentadas na coleção para ensinar o bloco grandezas e medidas são do tipo exercício e problemas, sendo quase inexistente as tarefas do tipo exploração, investigação e projeto. Isso mostra que as práticas investigativas nas aulas de matemática ainda têm um longo caminho a percorrer (JUNKERFEURBOM e BLUBER, 2017).

Quanto aos atributos das tarefas apresentadas na coleção para ensinar o tema grandezas e medidas, dada a grande quantidade de tarefas do tipo exercício e problemas, o perfil das tarefas encontradas é do tipo, quanto ao contexto de referência, apresentam em quantidade maior o contexto da matemática pura e semirrealidade e em número menor o contexto da realidade, há um esforço na coleção em apresentar tarefas contextualizadas com dados retirados da realidade.

Quanto ao uso da linguagem, o rigor é fraco, mas empregando sempre que possível a linguagem adequada para cada conceito matemático. Na estrutura são fechadas, devido ao predomínio de tarefas tipo exercícios e problemas, quanto a relação pedagógica possuem isolamento variando entre forte e fraco; quanto ao objetivo de ensino são simples. Quanto ao grau de desafio, variam entre desafio reduzido e elevado, quanto à duração são curtas e médias. Quanto ao foco de ensino, as tarefas apresentam foco variando entre procedimental e conceitual (BARBOSA, 2013; COSTA; OLIVEIRA; SILVA, 2017; PONTE, 2005).

Finalmente, quanto ao modelo didático para ensinar as grandezas, a abordagem dada as grandezas geométricas comprimento, área e volume tem foco excessivo no quadro das medidas, significando que a ênfase do ensino destas grandezas é no aspecto numérico, o que pode ser verificado no fato de que a coleção define comprimento, área e volume como medidas. Isso pode causar nos alunos o equívoco de compreender estas grandezas como um número associado a um objeto geométrico (MORAIS, BELLEMAIN e LIMA, 2014). No tocante as demais grandezas, tempo e massa, vimos que a abordagem realizada sobre essas duas grandezas é muito

superficial dada sua importância e interdisciplinaridade. Já a grandeza abertura de ângulo é bastante abordada na coleção, mas com ênfase no quadro das medidas.

REFERÊNCIAS

ALVES–MAZZOTTI, Alda Judith; GEWANDSZNAJDER, Fernando. **O método nas Ciências Naturais e Sociais**. 2. ed. São Paulo: Pioneira, 2002.

ARAÚJO, Abraão Juvêncio de; SANTOS, Marcelo Câmara dos. Avaliação Externa do Projovem: o caso de áreas e volumes. **Bolema**, Rio Claro, v. 22, n. 33, p. 23-50, 2009. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema>. Acesso em: 15 out. 2019.

BALLEJO, Clarissa Coragem; VIALI, Lori. Aprendizagem de conceitos de área e perímetro com o GeoGebra no 6º ano do ensino fundamental. **Boem**, Joinville, v. 6, n. 12, p. 1-20, dez. 2018. Disponível em: <http://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/index>. Acesso em: 15 out. 2019.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. *Designing written tasks in the pedagogic recontextualising field: proposing a theoretical model*. In: BERGER, Margot. (Ed.). **Proceedings of the Seventh International Mathematics Education and Society Conference**, Cape Town: mês 7, p. 213-223, 2013. Disponível em: <http://mescommunity.info/mes7a.pdf>

BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; BIBIANO, Marta Fernanda de Araujo; SOUZA, Cristiane Fernandes de. Estudar grandezas e medidas na Educação Básica. **em Teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 9, n. 1, p. 1-16, 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/index>. Acesso em: 15 out. 2019.

BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; LIMA, Paulo Figueiredo. Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental. 1. ed. Natal: Editora da SBHMat, 2002.

BIANCHINI, Edvaldo. **Matemática Bianchini**. 8. Ed. São Paulo, Moderna. 2015.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação Qualitativa em Educação**. Portugal: Porto, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base**. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 27 jun. 2019.

CANAVARRO, Ana Paula; SANTOS, Leonor. Explorar Tarefas Matemáticas: a centralidade da tarefa no ensino da matemática. **SPIEM**, Lisboa, p. 99-104, 2012. Disponível em: <http://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/8305/1/Canavarro%20%26%20Santos%20EIE%202012.pdf>. Acesso em: 15 out. 2019.

COSTA, Wedeson Oliveira; OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira de; SILVA, Lilian Aragão da. Análise de materiais curriculares elaborados por professores na perspectiva dos marcadores de tarefas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 19, n. 3, p. 42-66,

2017. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/32689>. Acesso em: 20 dez. 2019.

CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade; JESUS, Cristina Cirino de. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 20, n. 3, p. 751-764, set. 2014. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/ciedu/v20n3/1516-7313-ciedu-20-03-0751.pdf>. Acesso em: 15 out. 2019.

DOUADY, Regine.; PERRIN-GLORIAN, Marie-Jeanne. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics*. n. 4. vol.20, p. 387-424. 1989.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali; HEALY, Lulu. Inclusão de Alunos Cegos nas Aulas de Matemática: explorando Área, Perímetro e Volume através do Tato. **Bolema**, Rio Claro, v. 23, n. 37, p. 1111-1135, 2010. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema>. Acesso em: 15 out. 2019

FERREIRA, Esmênia Furtado Parreira; SCORTEGAGNA, Liamara. Ensinando Perímetro e Área de Figuras Geométricas Planas Usando o Software Geogebra. **Boem**, Joinville, v. 6, n. 11, p. 1-17, out. 2018. Disponível em: <http://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/index>. Acesso em: 15 out. 2019.

FERREIRA, Pamela Emanuelli Alves; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. Enunciados de Tarefas de Matemática Baseados na Perspectiva da Educação Matemática Realística. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 52, p. 452-472, ago. 2015. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/8875/6805>. Acesso em: 15 out. 2019.

FIGUEIREDO, Ana Paula Nunes Braz; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; TELES, Rosinalda Aurora de Melo. Grandeza Volume: um estudo exploratório sobre como alunos do ensino médio lidam com situações de comparação. **Bolema**, Rio Claro, v. 28, n. 50, p. 1172-1182, dez. 2014. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema>. Acesso em: 15 out. 2019.

GAFANHOTO, Ana Patrícia; CANAVARRO, Ana Paula. A adaptação das tarefas matemáticas: Como promover o uso de múltiplas representações. **Comunidades & Coleções**, Lisboa, p. 121-134, 2012. Disponível em: <http://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/8311/1/Gafanhoto%20%26%20Canavarro%20E IEM2012.pdf>. Acesso em: 15 out. 2019.

HENRIQUES, Marcílio Dias. A produção de significados de estudantes do ensino fundamental para tarefas geométricas. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 27, n. 46, p. 433-450, 2013. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/8254>. Acesso em: 15 out. 2019.

JUNKERFEURBOM, Maiara Aline; KLÜBER, Tiago Emanuel. Tarefas de investigação matemática em livros didáticos do 8º ano aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático – PNLD (2014). **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 22, n. 55, p. 7-16, jul. 2017.

Disponível em: <http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/article/view/722/pdf>. Acesso em: 15 out. 2019.

LIMA, Paulo Figueiredo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. **Coleção explorando o ensino: Grandezas e medidas**. v. 17, p. 167-200, 2010.

LOTH, Maria Helena Marques; SILVA, Amarildo Melchiades da. Tarefas Aritméticas para o 6º ano do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 46, p. 451-465, ago. 2013.

Disponível em:

<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/8256>. Acesso em: 15 out. 2019.

MORAIS, Leonardo Bernardo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; LIMA, Paulo Figueiredo. Análise de situações de volume em livros didáticos de matemática do ensino médio à luz da teoria dos campos conceituais. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 16, n. 1, p. 25-46, 2014. Disponível em:

<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/15278/pdf>. Acesso em: 15 out. 2019.

PIRES, Manuel Vara. Tarefas de investigação na sala de aula de Matemática: práticas de uma professora de Matemática. **Quadrante**, Bragança, v. 1, n. 20, p. 55-81, 2011. Disponível em: https://bibliotecadigital.ipb.pt/bitstream/10198/7381/1/Pires2011_QuadranteXX%281%29_pp55-81.pdf. Acesso em: 15 out. 2019.

PONTE, João Pedro da. Gestão curricular em matemática. **Comunidades & Coleções**, Lisboa, p. 1-26, 2005. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3008/1/05-Ponte_GTI-tarefas-gestao.pdf. Acesso em: 15 out. 2019.

PONTE, João Pedro da. **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. 1. ed. Lisboa. 2014. ISBN 978-989-8753-06-9. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/15310>. Acesso em: 15 out. 2019.

PONTE, João Pedro da; QUARESMA, Marisa. O Papel do Contexto nas Tarefas Matemáticas. **Interações**, Lisboa, n. 22, p. 196-216, 2012. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/22634>. Acesso em: 15 out. 2019.

RODRIGUES, Anderson Douglas; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. A Comparação de Áreas de Figuras Planas em Diferentes Ambientes: Papel e Lápis, Materiais Manipulativos e no Apprenti Géomètre 2. **Em Teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 7, n. 3, p. 1-25, 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/index>. Acesso em: 15 out. 2019.

SANTOS, Cintia Aparecida Bento dos. Uma Reflexão Sobre a articulação de Teorias Didáticas no Estudo das Noções de Área e Perímetro. **Revemat**, Florianópolis, v. 13, n. 1, p. 120-133, 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/index>. Acesso em: 15 out. 2019.

SANTOS, Jamile Aparecida Saulino do. Problemas de ensino e de aprendizagem em perímetro e área de figuras planas. **Revemat**, Florianópolis, v. 9, n. 1, p. 224-238, 2014. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/index>. Acesso em: 15 out. 2019.

SANTOS, Marilene Rosa dos; SANTOS, Marcelo Câmara dos. O Conceito de Área de Figuras Geométricas Planas no Livro Didático de Matemática do 6º Ano do Ensino Fundamental: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático. **Em Teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 6, n. 2, p. 1-22, 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2258/1825>. Acesso em: 15 out. 2019.

SILVA, Nazaré do Socorro Moraes da; NUNES, José Messildo Viana. Uma sequência educacional para o ensino de medida de comprimento didática como produto. **Boem**, Joinville, v. 6, n. 10, p. 349-369, ago. 2018. Disponível em: <http://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/index>. Acesso em: 15 out. 2019.

SILVA, Rodrigo Sychocki da; LOPES, Daniela Cristina Vargas. A construção de conceitos da geometria plana com o uso de materiais concretos e digitais. **Revemat**, v. 8, n. 1, p. 179-198, 26 jul. 2013. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/28146>. Acesso em: 15 out. 2019.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10635>. Acesso em: 15 out. 2019.

STEIN, Mary Kay; SMITH, Margaret Schan. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: da investigação à prática. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 105, p. 22-28, 2009. Disponível em: http://www2.apm.pt/files/_EM105_pp022-028_hq_4ba7184610502.pdf. Acesso em: 15 out. 2019.

TELES, Rosinalda Aurora de Melo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. Fórmula de Área para Otimização: Um olhar sob a ótica das Imbricações entre Campos Conceituais. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, n. 31, p. 4-13, nov. 2010. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/index>. Acesso em: 15 out. 2019.

TELES, Rosinalda Aurora de Melo; SÁ, Georgina Marafante. Um Estudo Sobre a Área do Retângulo em Livros Didáticos de Matemática. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 5, n. 1, p. 48-60, 2010. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2010v5n1p48>. Acesso em: 15 out. 2019.

WALLE, John A. Van de. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

WICHNOSKI, Paulo; KLÜBER, Tiago Emanuel. A (re)formulação de Tarefas de Investigação Matemática. **Revemat**, Florianópolis, v. 3, n. 1, p. 59-75, 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2018v13n1p59>. Acesso em: 15 out. 2019.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nos parágrafos que seguem retomamos o objetivo de pesquisa, tecemos algumas considerações sobre os principais resultados, sugerimos algumas possibilidades de novas pesquisas e as implicações para a prática docente.

5.1 Retomando o problema de pesquisa

De que forma a literatura científica, publicada em periódicos com escopo em Educação Matemática, e uma coleção de livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental, utilizado pela rede pública de ensino em Barreiras – Bahia, apresentam o tema grandezas e medidas? Este questionamento foi o pontapé inicial para que essa pesquisa ocorresse, pois a escolha deste tema se deve a importância das tarefas para o ensino da matemática e das grandezas e medidas para a vida em sociedade, para as várias profissões, para as ciências e para a formação do cidadão. Os caminhos percorridos nesta pesquisa foram trabalhosos e árduos, porém muito enriquecedor em termos de conhecimento e contribuíram na formação deste futuro professor e pesquisador.

Portanto, esta pesquisa teve como objetivo geral descrever de que forma a literatura científica, publicada em periódicos com escopo em Educação Matemática, e uma coleção de livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental, utilizado pela rede pública de ensino em Barreiras – Bahia, apresentam o tema grandezas e medidas.

5.2 Compreensão dos resultados

A pesquisa mostrou que a literatura científica produzida sobre o tema das grandezas e medidas nos últimos dez anos têm dado maior atenção ao estudo das grandezas comprimento, área e volume. Compreendemos que este fato é devido a importância atribuída a estas grandezas pelos documentos oficiais que norteiam os currículos, pela existência de dificuldades por parte dos alunos em trabalhar com esses conceitos, como diferenciar área e perímetro e pela relevância social destas grandezas nas mais variadas profissões. Além disso, a ideia de medida está relacionada com outros conteúdos matemáticos como números, valor posicional, álgebra, raciocínio proporcional, frações, geometria e dados (WALLE, 2009, p. 404).

Além disso, mostrou que o modelo didático para ensinar área como uma grandeza (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989) tem recebido notoriedade nas pesquisas e que o uso de materiais manipulativos e softwares associados a suportes teóricos variados tem apresentado

bons resultados no ensino das grandezas e medidas. Entendemos que esses resultados são coerentes, pois alguns autores (BELLEMAIN; LIMA, 2002; LIMA; BELLEMAIN, 2010) defendem o uso deste modelo didático para ensinar grandezas e medidas e que atividades de composição, decomposição, comparação e produção são adequadas para compreensão das propriedades das grandezas.

Com relação a forma como a coleção analisada apresenta a unidade temática grandezas e medidas, verificou-se que a coleção necessita realizar adequações para se ajustar as novas exigências propostas pela BNCC. Quanto a abordagem das grandezas e medidas, verificou-se que as grandezas são apresentadas como uma medida, mostrando que o aspecto numérico no trato das grandezas é predominante. Compreendemos que esses dados mostram uma contradição entre a abordagem proposta nas pesquisas e o que se verifica na coleção, mostrando que ainda existe um possível distanciamento em os resultados das principais pesquisas em andamento no país e a abordagem proposta nos livros didáticos.

A análise das tarefas apresentadas na coleção mostrou que a maioria das tarefas encontradas para ensinar o tema das grandezas e medidas são do tipo exercícios ou problemas, sendo quase inexistente as tarefas do tipo exploração, investigação e projeto. Esses resultados são coerentes, pois as grandezas e medidas são abordadas na coleção com ênfase no aspecto numérico e este é mais propício ao uso de exercícios e problemas.

No aspecto dos atributos, verificamos que as tarefas dão ênfase ao contexto da matemática pura e semirrealidade, porém há um esforço em apresentar tarefas com dados retirados da realidade. Quanto aos demais atributos, em virtude do maior número de tarefas do tipo exercício e problemas, elas apresentam predominantemente estrutura fechada, o uso da linguagem tem um rigor fraco; quanto a relação pedagógica possuem isolamento variando entre forte e fraco; quanto ao objetivo de ensino são simples. Quanto ao grau de desafio, variam entre desafio reduzido e elevado, quanto à duração são curtas e médias. Quanto ao foco de ensino, as tarefas apresentam foco variando entre procedimental e conceitual (BARBOSA, 2013; COSTA; OLIVEIRA; SILVA, 2017; PONTE, 2005).

Os dados relacionados aos atributos das tarefas mostram a importância que tem o professor na escolha das tarefas apresentadas nos livros didáticos. Como vimos, as tarefas apresentam inúmeras características que precisam ser avaliadas pelo professor na hora de selecionar aquelas que são mais adequadas aos objetivos de ensino.

Portanto, verificamos que a literatura produzida e a coleção analisada apresentam o tema das grandezas e medidas com olhares distintos, a primeira aborda as grandezas com base em aspectos diferenciados, ao passo que a segunda enfatiza o aspecto numérico das grandezas.

Além disso, vimos a importância que as tarefas matemáticas têm no ensino do tema das grandezas e medidas.

5.3 Implicações para pesquisas futuras

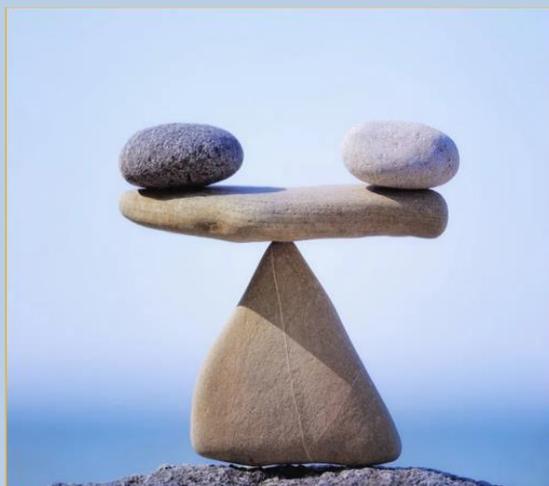
Dada a importância do tema tratado e as limitações desta pesquisa, vemos que algumas lacunas foram deixadas em aberto, por exemplo, a necessidade de investigar a abordagem feita pelo professor em sala de aula e as tarefas que ele escolhe para ensinar em sala de aula as grandezas e medidas. Outra implicação, que nos parece necessária à investigação, é analisar a importância das expressões de cálculo de área e volume para compreensão desses conceitos e para redução do baixo desempenho em tarefas que abordam essas duas grandezas.

5.4 Implicações para a prática do professor

Este trabalho, fruto de um mestrado profissional e pensando em contribuições mais diretas à prática do professor, apresentamos o produto educacional que consistem em um guia de orientação que aborda os temas grandezas e medidas e tarefas matemáticas.



GRANDEZAS GEOMÉTRICAS
E
TAREFAS MATEMÁTICAS
Alguns atributos



APRESENTAÇÃO

Este produto educacional é resultado de uma pesquisa desenvolvida no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal do Oeste da Bahia - *Campus* Barreiras-BA, que teve como objetivo descrever de que forma a literatura científica, publicada em periódicos com escopo em Educação Matemática, e uma coleção de livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental, utilizado pela rede pública de ensino em Barreiras – Bahia, apresentam o tema grandezas e medidas. A partir de todo o estudo e das análises realizadas ao longo da pesquisa foi possível pensar esse guia de orientação que tem como objetivo socializar com professores da Educação Básica um modelo didático para o ensino de grandezas e medidas e um suporte teórico sobre tarefas matemáticas que podem contribuir com as práticas docentes em sala de aula.

O tema das grandezas e medidas tem recebido atenção de vários pesquisadores devido sua importância nas mais variadas profissões, nas relações comerciais, nas ciências e no pleno exercício da cidadania. Por outro lado, as tarefas matemáticas têm grande importância no ensino da matemática e escolhê-las de forma adequada a atingir os objetivos de ensino é parte fundamental da prática docente.

Portanto, pensamos neste guia de orientação como forma de tornar o acesso mais fácil a esses temas, por ser um material de fácil divulgação, apresentar uma linguagem mais acessível e atingir um maior número de pessoas. Esperamos que os conhecimentos apresentados aqui sirvam de ponto de partida para a busca de mais informações sobre esses temas, pois o constante aperfeiçoamento do professor deve ser uma prática diária. Desta forma, acreditamos que este guia de orientação contribuirá com o ensino das grandezas e medidas e com as decisões que professores tomam acerca das escolhas em suas tarefas matemáticas.

ÍNDICE

Sugestão de leitura 1.....	4
Sugestão de leitura 2.....	5
Grandezas geométricas	6
Tarefas matemáticas.....	16
Relação de imagens.....	30



SUGESTÃO DE LEITURA 1

SOBRE GRANDEZAS

BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; LIMA, Paulo Figueiredo. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental**. 1. ed. Natal: Editora da SBHMat, 2002.

DOUADY, Regine.; PERRIN-GLORIAN, Marie-Jeanne. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathematics**. n. 4. vol.20, p. 387- 424. 1989.

LIMA, Paulo Figueiredo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. **Coleção explorando o ensino: Grandezas e medidas**. v. 17, p. 167-200, 2010. Disponível em: http://educacaointegral.mec.gov.br/images/pdf/biblioteca/2011_matematica_capa.pdf. Acesso em: 20 out. 2019.

MORAIS, Leonardo Bernardo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; LIMA, Paulo Figueiredo. Análise de situações de volume em livros didáticos de matemática do ensino médio à luz da teoria dos campos conceituais. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 16, n. 1, p. 25-46, 2014. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/15278/pdf>. Acesso em: 15 out. 2019.

SANTOS, Marilene Rosa dos; SANTOS, Marcelo Câmara dos. O Conceito de Área de Figuras Geométricas Planas no Livro Didático de Matemática do 6º Ano do Ensino Fundamental: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático. **Em Teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 6, n. 2, p. 1-22, 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2258/1825>. Acesso em: 15 out. 2019.

SUGESTÃO DE LEITURA 2

SOBRE TAREFAS

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Designing written tasks in the pedagogic recontextualising field: proposing a theoretical model. In: BERGER, Margot. (Ed.). **Proceedings of the Seventh International Mathematics Education and Society Conference**, Cape Town: mês 7, p. 213-223, 2013. Disponível em: <http://mescommunity.info/mes7a.pdf>. Acesso em: 15 out. 2019.

COSTA, Wedeson Oliveira; OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira de; SILVA, Lilian Aragão da. Análise de materiais curriculares elaborados por professores na perspectiva dos marcadores de tarefas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 19, n. 3, p. 42-66, 2017. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/32689>. Acesso em: 20 dez. 2019.

PONTE, João Pedro da. Gestão curricular em matemática. **Comunidades & Coleções**, Lisboa, p. 1-26, 2005. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/3008>. Acesso em: 15 out. 2019.

PONTE, João Pedro da. **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. 1. ed. Lisboa. 2014. ISBN 978-989-8753-06-9. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/15310>. Acesso em: 15 out. 2019.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10635>. Acesso em: 15 out. 2019.

WICHNOSKI, Paulo; KLÜBER, Tiago Emanuel. A (re)formulação de Tarefas de Investigação Matemática. **Revemat**, Florianópolis, v. 3, n. 1, p. 59-75, 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2018v13n1p59>. Acesso em: 15 out. 2019.

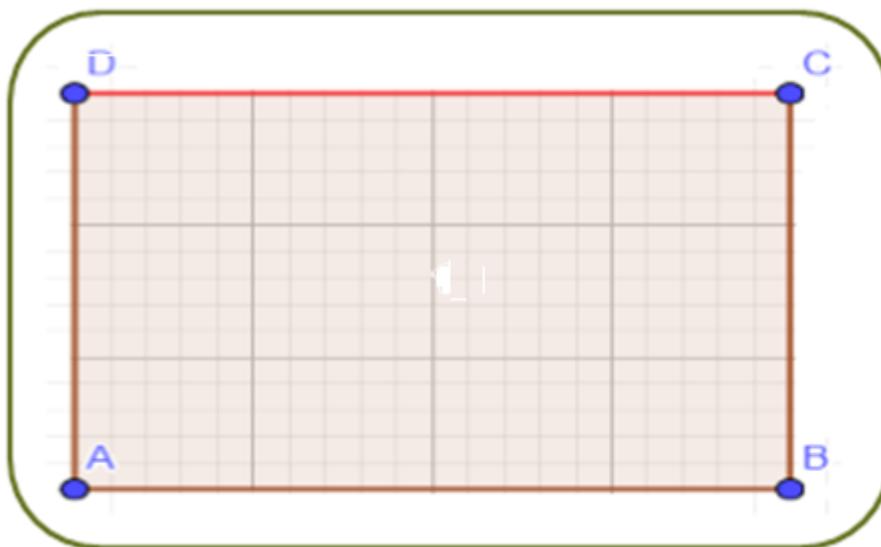
GRANDEZAS GEOMÉTRICAS

Uma grandeza é um atributo de objeto, fenômeno ou representação gráfica de objetos que pode ser comparado e medido, em nosso dia a dia, medimos várias coisas, como os intervalos de tempo, as distâncias, o peso dos objetos, etc. Em particular, na sala de aula, trabalhamos mais intensamente com as grandezas geométricas comprimento, área e volume. Estas grandezas são importantes, pois são fundamentais para a compreensão do mundo físico e estão relacionadas com outras áreas da matemática como a geometria (LIMA; BELLEMAIN, 2010).

O modelo didático aqui sugerido foi elaborado pelas autoras Douady e Perrin-Glorian (1989) sendo proposto inicialmente para ensinar a grandeza área e posteriormente foi estendido às grandezas comprimento e volume. Este modelo, também chamado de modelo de quadros consiste em dissociar a grandeza, a medida e o objeto geométrico a que está associada. Para melhor compreensão, vamos a um exemplo.

Suponha que desejássemos calcular a área da figura 1, tomando os retângulos menores como unidade de área, temos que o retângulo possui 12 unidades de área.

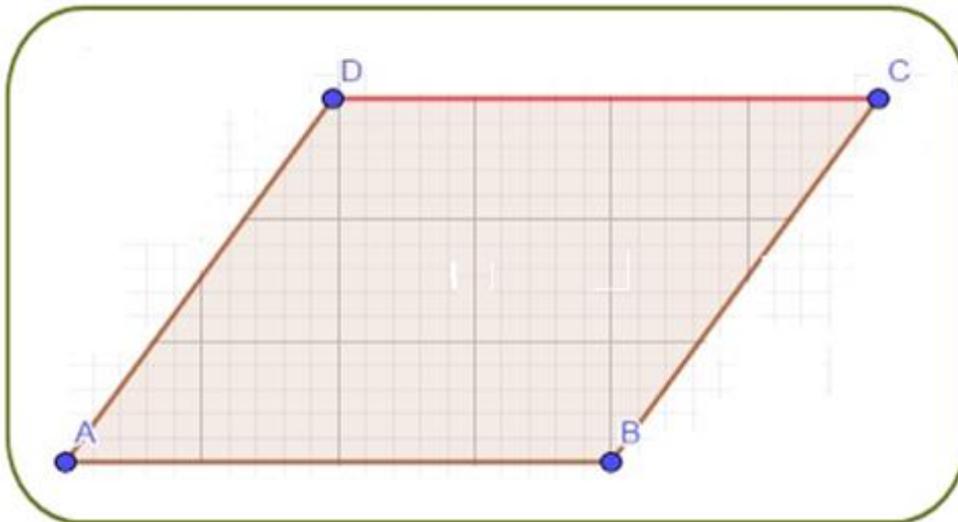
Figura 1



Fonte: Elaboração do autor.

Agora na figura 2, mantendo a distância entre os segmentos AB e DC fixa e movendo o segmento DC horizontalmente, temos a figura 2. Podemos verificar que apesar do retângulo ter se transformado em um paralelogramo, sua área permanece inalterada, possuindo 12 unidades de área. Logo, isso sugere que apesar de superfícies diferentes a medida da área é a mesma.

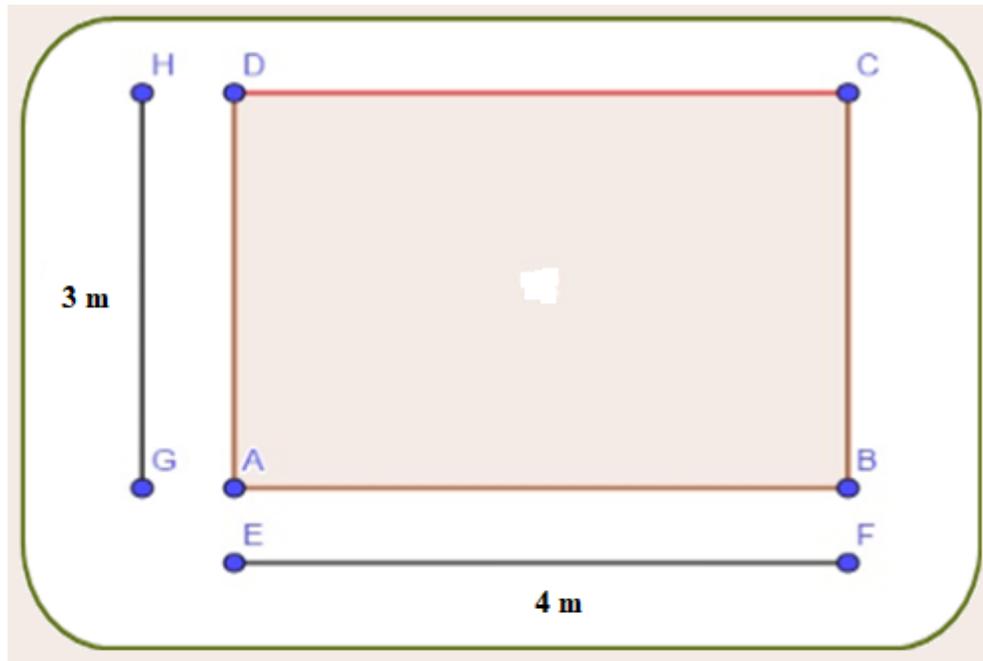
Figura 2



Fonte: Elaboração do autor.

Agora, vamos supor que adotássemos com unidade de área o metro quadrado (m^2). Assim, nossa figura 1, pode ser desenhada novamente como na figura 3 e fazendo o cálculo, chegamos a $12 m^2$.

Figura 3



Fonte: Elaboração do autor.

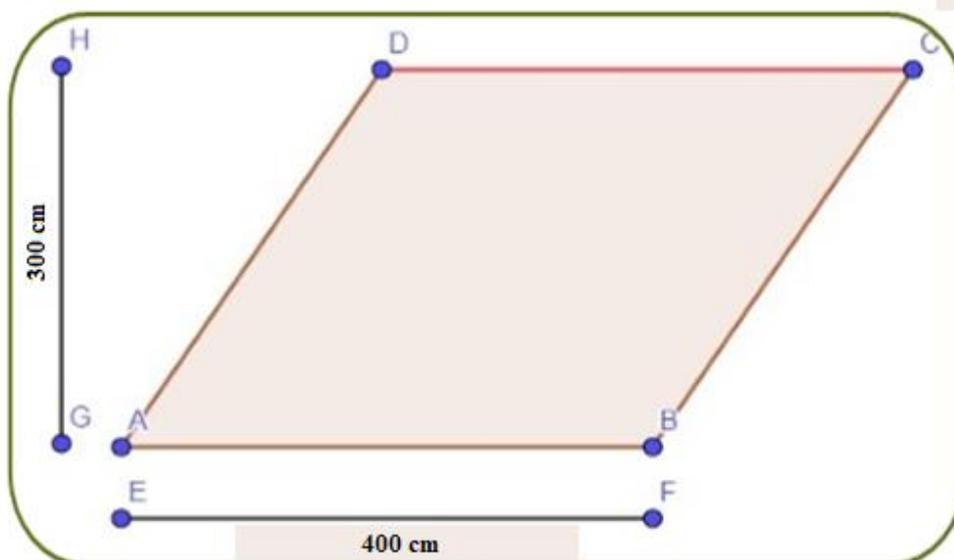


Por outro lado, adotando como unidade de área o centímetro quadrado (cm^2) podemos desenhar novamente a figura 2, como na figura 4.

Desta forma passamos a ter uma medida de área de 12.000 cm^2 , veja que esta nova medida é equivalente a medida anterior, sendo apenas escrita de forma diferente, pois usamos uma unidade de medida diferente. Assim, a mesma área pode ser representada por medidas diferentes, logo a área e sua medida são distintas, mas intimamente relacionadas.

Observando as figuras 3 e 4, temos que a mesma grandeza área está sendo representada por figuras diferentes e medidas diferentes. Portanto, somos levados a concluir que a grandeza área está dissociada da superfície e de sua medida.

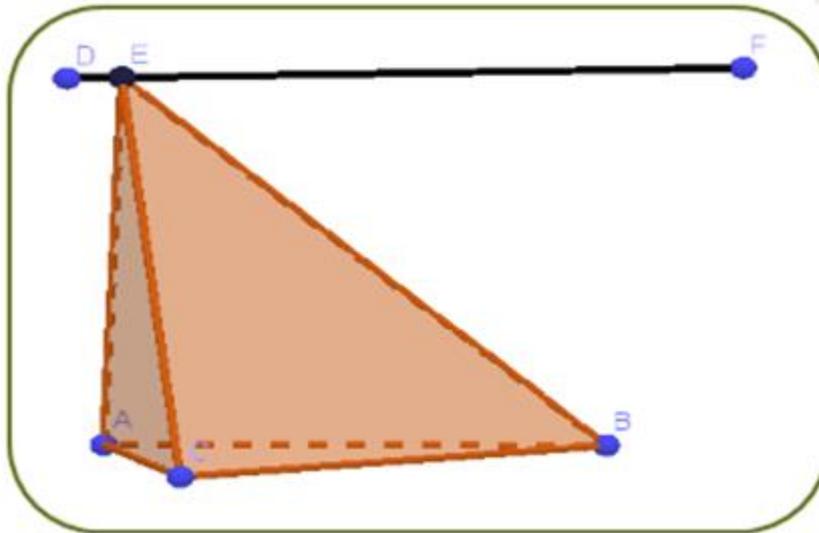
Figura 4



Fonte: Elaboração do autor.

As ideias que abordamos nos parágrafos anteriores podem ser aplicadas também à grandeza volume. Na figura 5, a medida das arestas e da altura da pirâmide estão em metros (m) e o volume da pirâmide é de 22 m^3 .

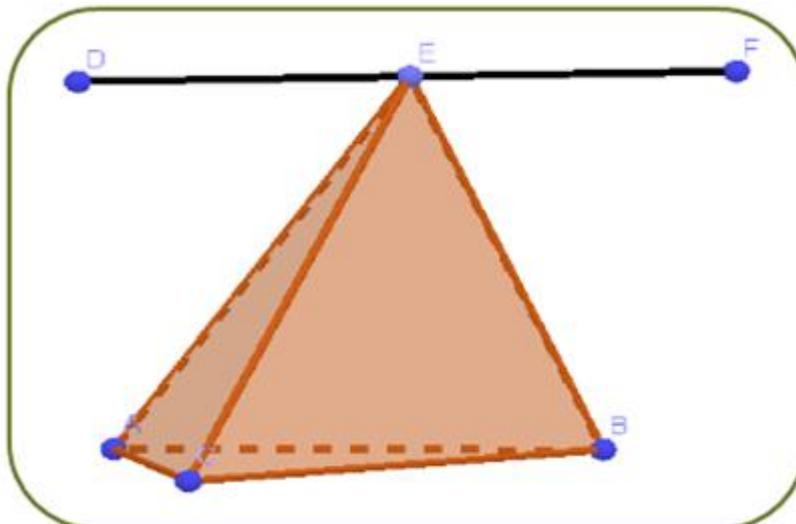
Figura 5



Fonte: Elaboração do autor.

Mantendo constante a distância entre o segmento DF e a base da pirâmide, se deslocarmos o ponto E ao longo do segmento DF teremos uma nova pirâmide diferente da anterior, mas que possui o mesmo volume, apenas sofrendo alteração na forma, veja na figura 6.

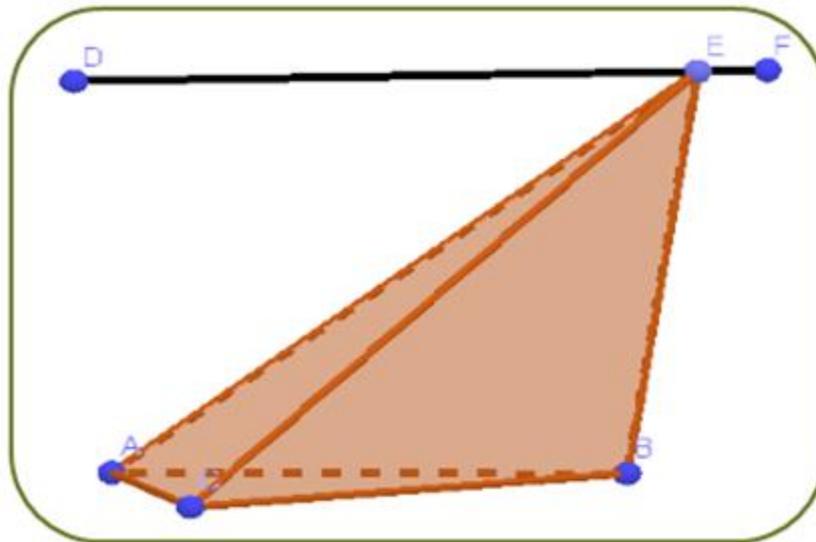
Figura 6



Fonte: Elaboração do autor.

Se adotarmos como unidade de medida do dm^3 e deslocarmos o ponto E ao longo do segmento DF novamente, vamos ter uma pirâmide como na figura 7, a qual possui 22.000 dm^3 , e é diferente das duas anteriores, mas possui o mesmo volume, diferindo apenas na forma e na representação numérica de sua medida. Portanto, a grandeza volume está dissociada do objeto geométrico e da medida. Em outras palavras, a grandeza volume é distinta do sólido a que está sendo associada e é distinta de sua representação numérica.

Figura 7

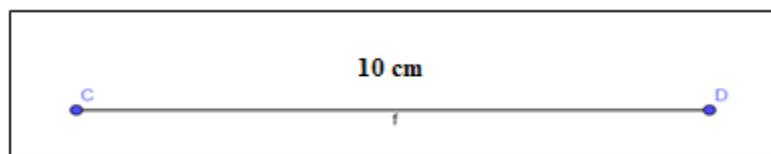


Fonte: Elaboração do autor.

A grandeza comprimento também goza das mesmas propriedades anteriormente estudadas. A figura 8 nos mostra um segmento de reta CD de medida 10 cm. Observe que se alterarmos a forma do segmento CD e adotarmos o milímetro (mm), podemos ter, por exemplo, uma forma como a da figura 9.

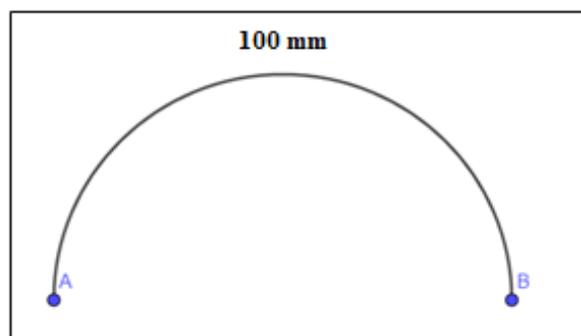
A nova figura difere da primeira apenas na forma e na representação numérica, mas a medida da grandeza continua inalterada. Assim vemos que a grandeza comprimento está dissociada de sua representação geométrica e numérica.

Figura 8



Fonte: Elaboração do autor.

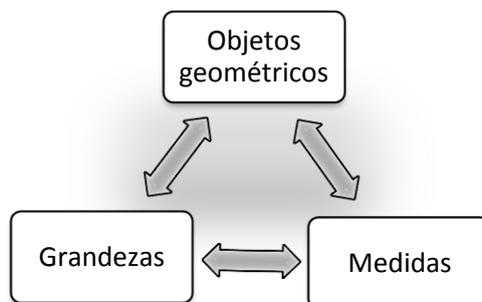
Figura 9



Fonte: Elaboração do autor.

Até aqui compreendemos que as grandezas geométricas comprimento, área e volume são grandezas independentes, ou seja, existe uma dissociação entre a grandeza, o objeto geométrico e sua medida. Este modelo didático para o ensino destas grandezas pode ser sintetizado por meio do esquema abaixo, na figura 10.

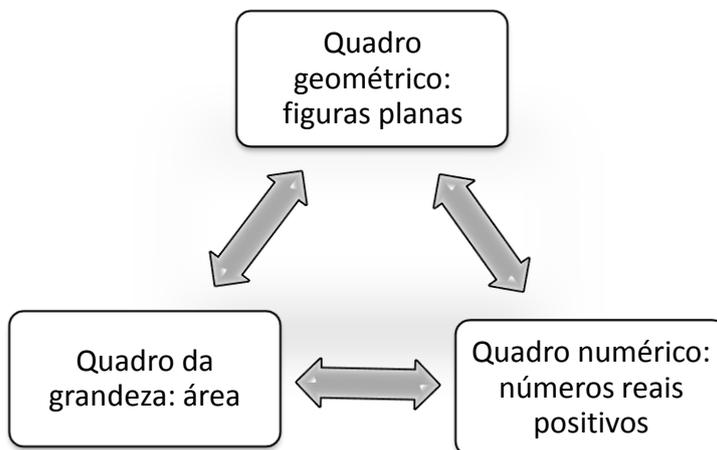
Figura 10



Fonte: Lima e Bellemain (2010, p. 173)

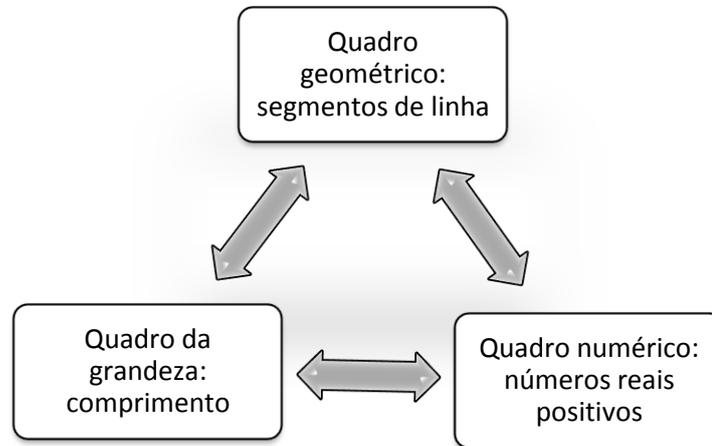
Assim, abordar o conceito de área como uma grandeza, por exemplo, corresponde a distinguir os três quadros: o geométrico, constituído pelas figuras planas (retângulos, quadrados, paralelogramos etc.); o numérico, formado pelas medidas das figuras planas, que pertencem ao conjunto dos números reais positivo (3; 9; 17; 4,3 etc.) e o das grandezas, que é formado pelas classes de equivalência de figuras planas de mesma medida. E todas estas ideias são aplicadas as grandezas comprimento e volume, conforme figuras 11; 12 e 13.

Figura 11



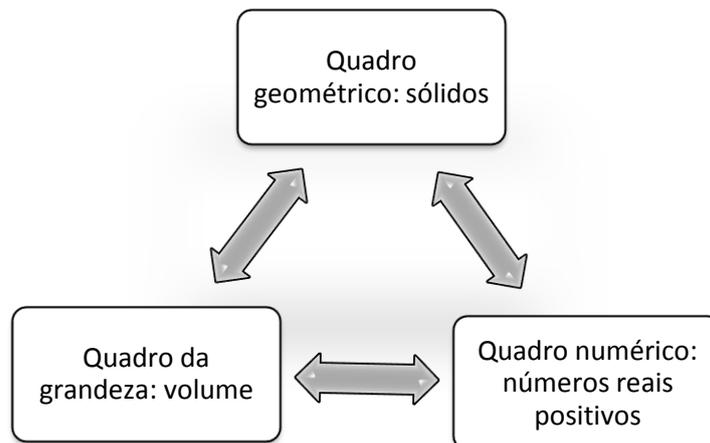
Fonte: Morais, Bellemain e Lima (2014, p. 28)

Figura 12



Fonte: Adaptado de Morais, Bellemain e Lima (2014, p. 28).

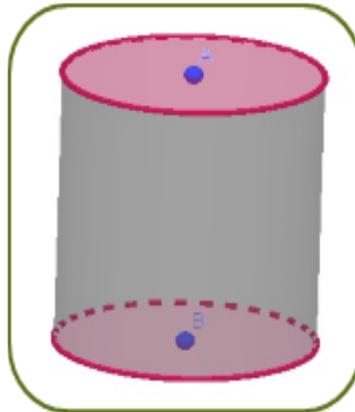
Figura 13



Fonte: Adaptado de Morais, Bellemain e Lima (2014, p. 28).

A necessidade de distinguir a grandeza do objeto geométrico é importante (LIMA; BELLEMAIN, 2010). Veja que podemos associar ao mesmo objeto geométrico diferentes grandezas. Uma lata de comida em conserva, por exemplo, pode ser representada por um cilindro conforme a figura 14.

Figura 14



Fonte: Elaboração do autor.

A este objeto cilíndrico podemos nos interessar na sua área lateral, ou na medida de sua capacidade que é a medida do seu volume interno, podemos ainda querer saber a medida de sua altura que é representado pelo segmento que une os pontos A e B e é perpendicular as bases. Também podemos nos interessar em calcular o perímetro de suas bases, a massa contida em seu interior, no caso de nosso exemplo.

Portanto, distinguir uma grandeza do objeto geométrico e da medida é importante para a compreensão dos conceitos relacionados às grandezas e medidas.

Para auxiliar na compreensão, abaixo estão disponíveis animações das grandezas geométricas:

Link 01: <https://youtu.be/KYEEtyF75k>

Link 02: <https://youtu.be/10KKMnKu9A8>

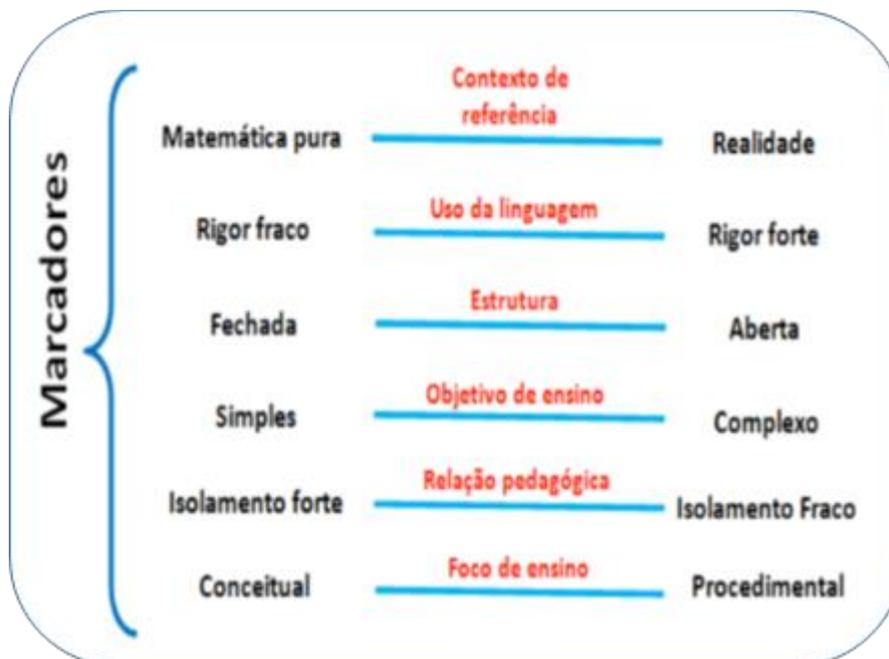
Link 03: <https://youtu.be/OYvYJ7Z6NMg>

Link 04: <https://youtu.be/G4W5EztoGcA>

TAREFAS MATEMÁTICAS

A escolha de tarefas matemáticas é parte importante do trabalho do professor de matemática, mas você sabia que as tarefas matemáticas possuem várias características? Conhecer estas características pode auxiliá-lo na escolha mais adequada aos seus objetivos de ensino. Veja na figura 15, algumas características que podem ser levadas em consideração na hora de escolher boas tarefas matemáticas: contexto de referência, uso da linguagem, estrutura, objetivo de ensino, relação pedagógica, foco de ensino, grau de desafio e duração.

Figura 15

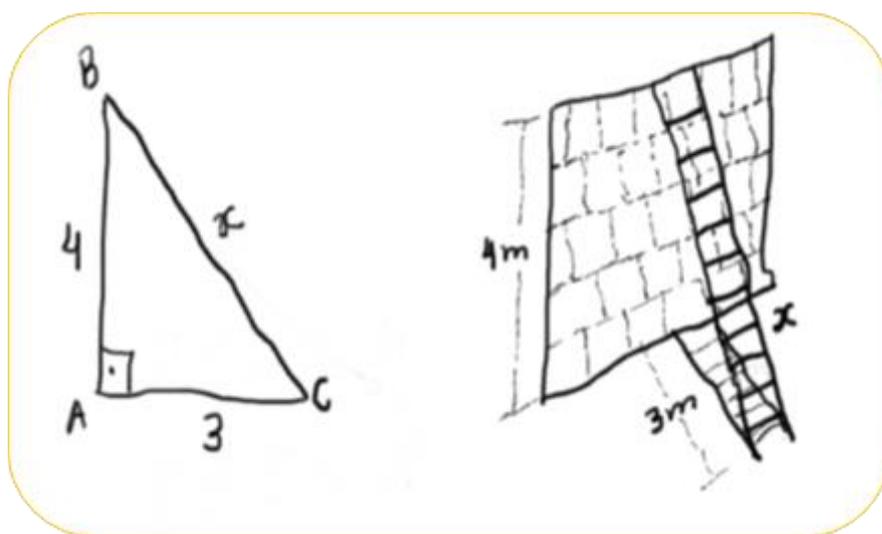


Fonte: Costa et al. (2017, p. 62).

Os marcadores de tarefas são características ou atributos das tarefas matemáticas que auxiliam na escolha de boas tarefas. Vamos a discussão desses marcadores:

1) Contexto de referência: Este diz respeito ao contexto em que a tarefa foi elaborada (BARBOSA, 2013). Assim, uma tarefa pode ter personagens, se passar em um determinado local e em um determinado momento histórico. Os dados apresentados podem ser retirados de fatos noticiados em jornais, revistas ou da televisão. Podem ainda ser inventados apenas para criar uma situação adequada a determinados assuntos, ou podemos ter uma tarefa sem nenhum contexto envolvido, tipo “calcule a área da figura abaixo”. O contexto de uma tarefa pode variar entre:

- **Matemática pura:** Se o contexto foi elaborado exclusivamente em linguagem matemática, ou seja, é um contexto onde não temos um lugar, personagens ou um fato associado ao mundo real ou fictício.
- **Realidade:** Podemos ter uma tarefa escrita em um contexto da realidade, com uma situação que poderia ser vivenciada, ou seja, formulada com base em dados retirados do mundo real, ou seja, de revistas, jornais e programas televisivos.
- **Semirrealidade:** São contextos elaborados com o objetivo apenas didático, para ilustrar uma situação fictícia. Neste tipo de contexto, o lugar, os personagens e a situação foram elaborados apenas para ilustrar a tarefa e aproximar a tarefa do contexto real.



Fonte: Elaboração do autor

2) Uso da linguagem: Este marcador está relacionado com o rigor matemático utilizado na tarefa (BARBOSA, 2013). Como o próprio nome sugere, podemos ter uma linguagem simples, ou seja, com termos retirados do cotidiano para estruturar o enunciado ou podemos ter uma linguagem mais difícil de interpretar se o aluno não souber o significado dos termos matemáticos empregados. O uso da linguagem pode variar entre:

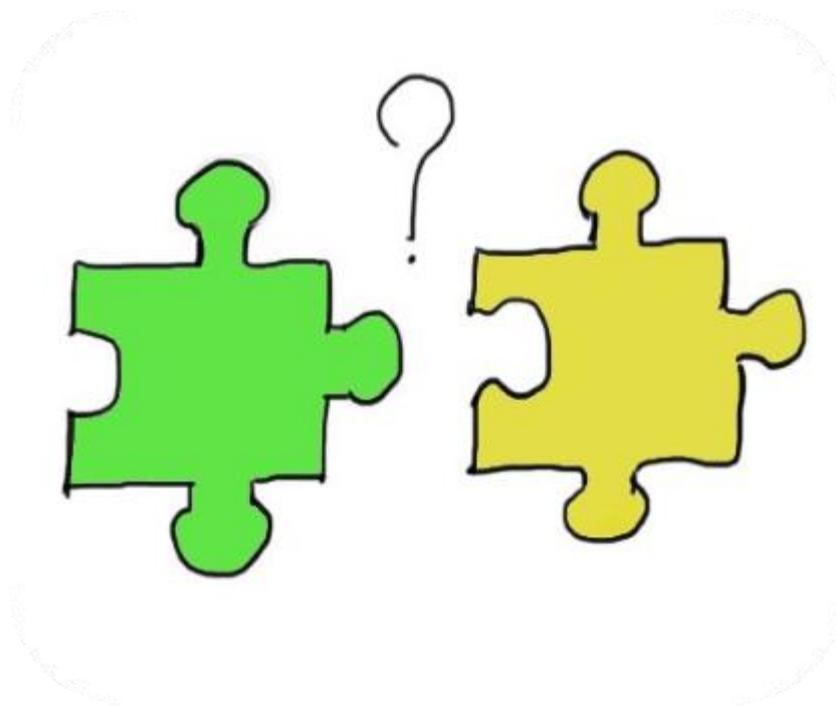
- **Rigor fraco:** Indica que a linguagem usada é simples e informal, podendo ser facilmente entendida pelo aluno sem a necessidade de saber termos matemáticos como: paralelo, ortogonal, catetos, hipotenusa, etc.
- **Rigor forte:** A linguagem empregada na tarefa apresenta um grau de formalidade alto, usando linguagem simbólica e/ou termos matemáticos que necessitam que o aluno os conheça para compreensão da tarefa.

3) Estrutura: Este marcador está relacionado com a estrutura da tarefa e com o que é dado e o que é pedido, podendo variar entre aberta e fechada (BARBOSA, 2013; PONTE, 2005). Veja que o contexto de uma tarefa pode apresentar ou não dados para a resolução da tarefa, pode possuir uma única resposta ou várias respostas possíveis, pode nos remeter a um conteúdo específico ou necessitar de conteúdos matemáticos diversos, deixando ao aluno a escolha mais adequada. Assim veja que a estrutura da tarefa pode ser:

- **Estrutura fechada:** É aquela na qual o contexto fornece os dados necessários ao aluno, possui uma única resposta correta e direciona o aluno para determinado conteúdo matemático.
- **Estrutura aberta:** É aquela na qual o contexto da tarefa não apresenta os dados ou todos os dados necessários, necessitando que o aluno busque outras fontes de dados. A tarefa pode admitir mais de uma resposta e permitir ao aluno verificar qual conteúdo matemático é mais adequado para solucionar a tarefa.

4) Objetivo de ensino: O marcador objetivo de ensino, trata-se do nível de dificuldade, diz respeito a complexidade matemática com que os alunos precisam lidar ao resolverem determinada tarefa (BARBOSA, 2013; COSTA et al.,2017; PONTE, 2005). Note que uma tarefa pode solicitar o uso de um único conteúdo matemático ou de vários, podendo desenvolver no aluno apenas uma habilidade ou várias. Uma tarefa pode requerer apenas memorização ou exigir exploração e investigação, variando o nível de dificuldade ou desafio. Assim as tarefas podem ser:

- **Simples:** Quando a tarefa é entendida como “fácil” de ser resolvida pelo aluno, pois aborda apenas conteúdos relacionados com o objetivo de ensino, não necessitando mobilizar outros conteúdos matemáticos do currículo. Esse tipo de tarefa pode ser explorado para fixar conceitos e procedimentos.
- **Complexo:** Quando a tarefa aborda mais de um conteúdo, exigindo do aluno habilidades além da simples memorização, podemos ter mais de um objetivo de ensino na tarefa, mobilizando outros conteúdos do currículo. Entendemos que esse tipo de tarefa pode ser entendido como “difícil” pelo aluno.



Fonte: Elaboração do autor.

5) **Relação pedagógica:** Este nos indica a qualidade da relação que se estabelece entre aluno e professor (BARBOSA, 2013; COSTA et al., 2017). Ao resolver uma tarefa, o aluno pode precisar do apoio do professor em maior ou menor grau e essa relação depende da estrutura da tarefa, pois tarefas de exploração e investigação necessitam de uma maior proximidade entre professor e aluno, ao passo que tarefas fechadas como exercícios e problemas indicam que o aluno pode já dispôr de tudo que precisa para sua resolução. Logo a relação pedagógica pode variar entre um isolamento forte e isolamento fraco.

- Isolamento fraco: As tarefas abertas são indicativas de que a relação entre professor e aluno é mais próxima, pois a estrutura da tarefa indica que ambos estão próximos na resolução da tarefa. Logo, temos um isolamento fraco.
- Isolamento forte: tarefas com estrutura fechada indicam um isolamento maior entre professor e aluno, pois como o aluno dispõe de todos os dados necessários e a pergunta admite apenas uma única resposta, o papel do professor de auxiliar o aluno é reduzido, logo temos um isolamento forte.

6) **Foco de ensino:** Este está relacionado com o objetivo de ensino (COSTA et al., 2017). Uma tarefa pode ter como objetivo levar o aluno a construir um conceito matemática por meio de sua resolução. Podemos ter também uma tarefa que tem como objetivo ensinar a calcular, medir, contar, representar etc. Assim, o foco de ensino pode ser:

- Conceitual: Quando o foco da tarefa está em ensinar um conceito matemático.
- Procedimental: Aqui o foco está em ensinar um procedimento matemático, como calcular, medir, representar etc.
- Conceitual/Procedimental: Neste caso temos uma tarefa que visa tanto ensinar conceitos matemáticos como procedimentos.

✓ Observe que os atributos aqui apresentados não são rígidos, podendo variar entre seus extremos. A exemplo do atributo Foco de ensino no qual uma tarefa pode ser dita com foco conceitual/procedimental.

Podemos ainda enquadrar as tarefas matemáticas em cinco categorias: exercícios, problemas, exploração, investigação e projeto (PONTE, 2005). Veja na figura 16 e 17 como as tarefas estão relacionadas com alguns dos atributos expostos acima.

Figura 16



Fonte: Ponte (2005, p. 8).

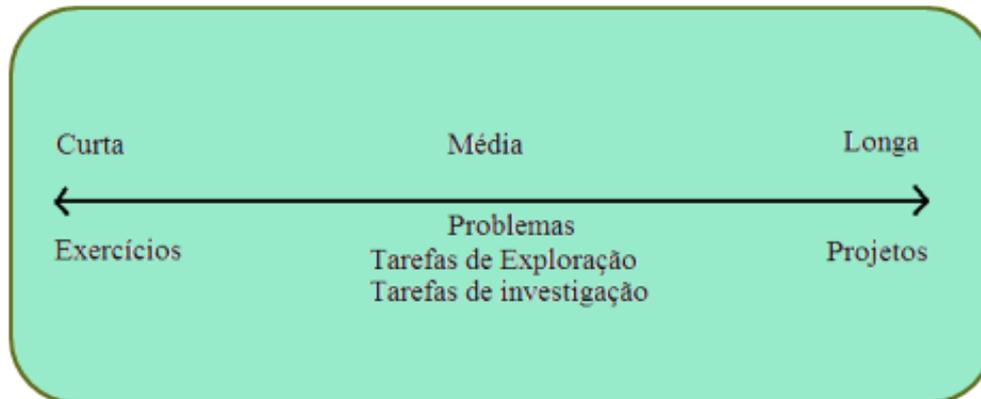
Exercícios são tarefas fechadas, com grau de desafio reduzido e que tem como objetivo pôr em prática conhecimentos anteriormente adquiridos. Os problemas são tarefas que apresentam um grau de desafio elevado, estrutura fechada e difere dos exercícios, pois em um problema o aluno não dispõe de um processo pronto para encontrar a solução, caso possua, estaremos diante de um exercício (PONTE, 2005).

As tarefas de exploração e investigação são tarefas abertas e que diferem no grau de desafio. Além disso, as atividades de exploração requerem menos planejamentos, ao passo que as investigações são atividades que por possuírem um grau de desafio mais elevado necessitam de mais planejamento para sua execução (PONTE, 2005).

As tarefas também podem ser curtas, médias e longas. Dependendo do tempo necessário para realização de uma tarefa, podendo ser minutos, horas ou dias.

Veja na figura abaixo como as tarefas estão relacionadas com a duração:

Figura 17



Fonte: Ponte (2005, p. 10).



Agora que temos um modelo didático para compreender comprimento, área e volume como grandezas e um conjunto de atributos para a análise das tarefas matemáticas, vamos analisar algumas tarefas matemáticas para melhor compreensão dos assuntos abordados:

Exemplo 01:

Figura 18

Tenho um terreno retangular cujo comprimento é igual ao triplo da largura. Pensando em colocar um muro ao redor desse terreno, consultei um pedreiro para saber quantos tijolos deveria comprar. Ele me disse que seriam necessários 130 tijolos por metro. Então, comprei 10.000 tijolos. Sabendo que a largura desse terreno é de 10,8 m, sobraram ou faltaram tijolos? Quantos?

Fonte: Bianchini (2015a, p. 283).

A tarefa está no contexto da semirrealidade, apresentando uma realidade criada com o objetivo meramente didático. Possui rigor fraco, pois o rigor matemático está relacionado ao contexto, assim uma tarefa que está em um contexto da matemática pura terá um rigor forte e como esta tarefa está em um contexto de semirrealidade apresenta um rigor que se aproxima de um rigor fraco, pois o aluno necessita apenas de conceitos de retangular, largura, comprimento e múltiplo.



Quanto a estrutura, é fechada, pois os dados fornecidos na tarefa estão bem definidos e a resposta à tarefa também está bem definida, não tendo espaço para busca de novos dados ou respostas variadas. Quanto ao objetivo de ensino é complexo, pois mobiliza vários conceitos como formato retangular, a noção de múltiplo, conceito de perímetro e não pode ser resolvido por mera memorização de regras.

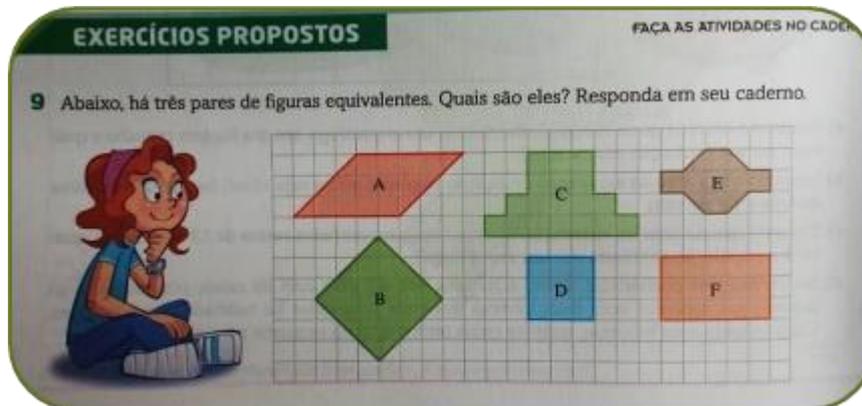
No marcador, grau de desafio, pode ser classificada como de desafio elevado, pois a tarefa é do tipo problema. Possui isolamento fraco, pois necessita de uma maior interação entre professor e alunos. Quanto à duração, é média e quanto ao foco de ensino, esta tarefa é conceitual, já que está estruturada com foco no conceito de comprimento e perímetro, sendo necessário que o aluno mobilize esses conceitos para resolver o problema.

Quanto à abordagem da grandeza comprimento, esta tarefa, apesar de apresentar vários atributos interessantes para o ensino do conceito de comprimento e perímetro, não permite compreender comprimento como uma grandeza e não permite a dissociação entre comprimento, sua representação geométrica e sua medida.



Exemplo 02:

Figura 19



Fonte: Bianchini (2015, p. 242).

A tarefa apresentada, no exemplo 02, está construída em um contexto de referência da matemática pura ao envolver apenas objetos matemáticos. O atributo uso da linguagem sugere um rigor fraco no uso da linguagem, pois apresenta uma linguagem clara e de fácil entendimento pelo aluno, sem o uso exagerado de termos matemáticos, apresentando apenas a expressão “figuras equivalentes” como expressão matemática necessária para a compreensão do enunciado.

A estrutura é fechada, pois tanto os dados fornecidos, quanto a possível resposta para a tarefa estão bem definidas e não há a possibilidade de mudança. Além disso, o objetivo de ensino da tarefa é simples, trabalha apenas o cálculo de área por unidades de medidas não padronizadas. O grau de desafio dessa tarefa é reduzido, trata-se de uma tarefa tipo exercício, na qual o aluno é levado a praticar algoritmos e conceitos anteriormente apresentados pelo professor.



O marcador relação pedagógica mostra que esta tarefa possui um isolamento forte, pois não deixa espaço para discussão entre o que é dado e o que é pedido na tarefa, assim há um distanciamento na relação pedagógica entre professor e aluno. Quanto ao marcador duração, esta tarefa é de curta duração, podendo ser trabalhado em uma ou duas aulas, juntamente com outras tarefas. Quanto ao marcador foco de ensino, a tarefa possui foco conceitual, pois tem como objetivo trabalhar a equivalência de áreas de figuras planas.

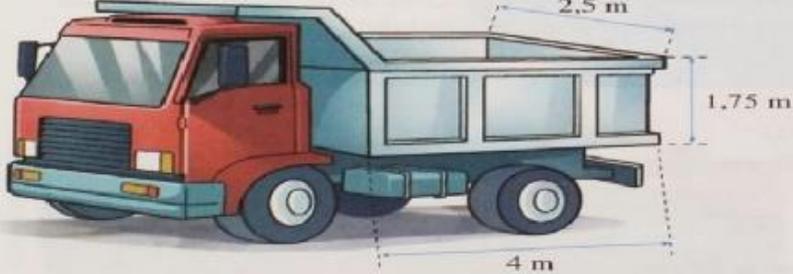
Quanto ao modelo didático para o ensino de área como grandeza, esta tarefa em análise apresenta de forma subjetiva uma dissociação entre a grandeza área e a sua representação geométrica, mostrando que figuras diferentes podem ter a mesma área. Isso permite inferir que a grandeza área tem existência independentemente da forma da figura a que esteja associada, contribuindo para a aprendizagem de área como uma grandeza.



Exemplo 03:

Figura 20

18 Um deslizamento ocorrido em uma encosta de estrada deslocou $337,5 \text{ m}^3$ de terra sobre a pista. Para a limpeza dessa área, a prefeitura destinou caminhões com as dimensões indicadas na figura abaixo.



a) No máximo, quantos m^3 de terra podem ser transportados em cada caminhão?
 b) No mínimo, quantas viagens serão necessárias para transportar todo o entulho utilizando apenas um caminhão?

Fonte: Bianchini (2015a, p. 312)

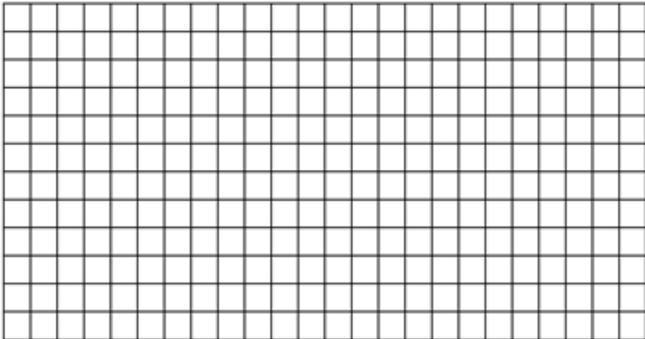
Tarefa acima está em um contexto de referência na semirrealidade; quanto ao uso da linguagem, o rigor fraco; quanto a estrutura, é fechada; quanto ao objetivo de ensino, é complexo, e quanto a relação pedagógica, o isolamento é fraco. Quanto ao grau de desafio, é elevado, pois esta tarefa é um problema e sua duração é média. Quanto ao foco de ensino, esta tarefa se aproxima do foco procedimental, pois o objetivo central da tarefa é o cálculo de volume.

É possível perceber que com a prática, o professor passará a analisar uma tarefa matemática com maior dinamismo e poderá até propor tarefas que atendam os seus objetivos de ensino.

As tarefas matemáticas trazem muitas possibilidades para o uso em sala de aula. O professor ciente das muitas características de uma tarefa matemática pode realizar a reformulação de tarefas matemáticas em tarefas investigativas, por exemplo. Para exemplificar essa potencialidade, a tarefa apresentada na figura 19, poderia ser reformulada em uma tarefa investigativa, conforme figura 21.

Figura 21

Desenhe seis figuras (A, B, C, D, E e F) na malha abaixo. Porém, há algumas regras a serem seguidas:



a) todas as figuras devem ser diferentes;
b) você deve formar três pares de figuras e cada par deve ter a mesma área.

Agora que você realizou a tarefas, vamos responder as questões abaixo:

1. Quais critérios você utilizou para diferenciar as figuras?
2. Existe no livro de matemática, que usamos em nossas aulas, algum conceito relacionado às figuras diferentes possuírem a mesma área? Caso sim, reescreva-o aqui.

Fonte: Elaboração do autor.



Sob esse novo enfoque, a tarefa de trabalhar figuras equivalentes ganha um aspecto mais desafiador, pois na primeira parte da tarefa não existe apenas uma resposta correta, sendo o aluno levado a explorar as possibilidades de construir figuras diferentes com a mesma área.

Já no segundo item, o aluno é levado a reflexão sobre as conclusões a que chegou no item anterior e precisará mostrar que compreendeu que tanto figuras com formatos iguais ou diferentes podem ter a mesma área.

No terceiro item, o aluno é levado a buscar no livro didático o conceito de figuras equivalentes, iniciando uma pequena exploração em seu livro didático, mobilizando o espírito de busca do conhecimento. Portanto, são muitas as vantagens de se trabalhar as características das tarefas matemáticas.



Esperamos que os conteúdos aqui apresentados possam servir de ponto de partida para a busca de novos conhecimentos sobre o tema das grandezas e medidas e das tarefas matemáticas. Aqui foram abordados alguns exemplos com o objetivo de ilustrar a potencialidade desses campos de estudo que não se esgotam com o que apresentamos, pelo contrário, existe muito a ser pesquisado sobre estes temas e buscamos apresentar aqui apenas uma direção a seguir.



ILUSTRAÇÕES

Disponíveis em: [freepik.com](https://www.freepik.com)

Referências

- BARBOSA, Jonei Cerqueira. *Designing written tasks in the pedagogic recontextualising field: proposing a theoretical model*. In: BERGER, Margot. (Ed.). *Proceedings of the Seventh International Mathematics Education and Society Conference*, Cape Town: mês 7, p. 213-223, 2013. Disponível em: <http://mescommunity.info/mes7a.pdf>. Acesso em: 20 out. 2019.
- BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; LIMA, Paulo Figueiredo. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental**. 1. ed. Natal: Editora da SBHMat, 2002.
- BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática Bianchini*. 8. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2015. 4v.
- COSTA, Wedeson Oliveira; OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira de; SILVA, Lilian Aragão da. Análise de materiais curriculares elaborados por professores na perspectiva dos marcadores de tarefas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 19, n. 3, p. 42-66, 2017. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/32689>. Acesso em: 20 dez. 2019.
- DOUADY, Regine.; PERRIN-GLORIAN, Marie-Jeanne. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathematics**. n. 4. vol.20, p. 387-424. 1989.
- LIMA, Paulo Figueiredo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. **Coleção explorando o ensino: Grandezas e medidas**. v. 17, p. 167-200, 2010.
- PONTE, João Pedro da. Gestão curricular em matemática. **Comunidades & Coleções**, Lisboa, p. 1-26, 2005. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3008/1/05-Ponte_GTI-tarefas-gestao.pdf. Acesso em: 15 out. 2019.