



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO - UNIRIO

CENTRO DE CIÊNCIAS E EXATAS E TECNOLOGIA - CCET

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

STELLA DINIZ DE OLIVEIRA

**AUTENTICIDADE DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA: UMA
ANÁLISE DA PERCEPÇÃO DE PROFESSORES DE
MATEMÁTICA**

**RIO DE JANEIRO - RJ
2020**

STELLA DINIZ DE OLIVEIRA

**AUTENTICIDADE DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE DA
PERCEPÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

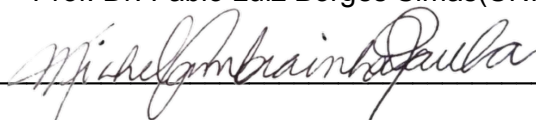
Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Programa de Pós-
graduação em Matemática PROFMAT
da UNIRIO, como requisito para a
obtenção do grau de Mestre em
Matemática.

Orientador: Fabio Simas
Doutor em Matemática –UNIRIO

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Fábio Luiz Borges Simas (UNIRIO)



Prof. Dr. Michel Cambrinha de Paula (UNIRIO)



Prof. Dr. Humberto José Bortolossi (UFF)

RIO DE JANEIRO - RJ

2020

Catálogo informatizada pelo(a) autor(a)

D 48 Diniz de Oliveira, Stella
 AUTENTICIDADE DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA: UMA
 ANÁLISE DA PERCEPÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA
 / Stella Diniz de Oliveira. -- Rio de Janeiro, 2020.
 40

 Orientador: Fábio Simas.
 Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do
 Estado do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação
 em Matemática, 2020.

 1. Ensino de Matemática. 2. Autenticidade de
 Problemas de Matemática. 3. Níveis de Autenticidade.
 4. Formação de Professor. I. Simas, Fábio , orient.
 II. Título.

Agradecimentos

Agradeço à minha família e amigos, pelo amor, incentivo, força e apoio incondicional.

Ao meu orientador, Fabio Simas, pela oportunidade e suporte durante todo o processo de construção dessa dissertação.

À CAPES, pela valiosa bolsa de estudos concedida, que possibilitou minha chegada até aqui.

AUTENTICIDADE DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE DA PERCEPÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Stella Diniz de Oliveira¹
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
stelladiniz@id.uff.br

Resumo

Este trabalho discute Problemas de Matemática com base na literatura científica e em documentos oficiais. A fidelidade das situações descritas com aquelas representadas é o foco principal. A Teoria de Autenticidade de Problemas (PALM, 2009) e a sua versão prática (CHAMOSO, 2013) são os referenciais teóricos centrais do trabalho. Apresentamos uma ferramenta que contribui para a análise da autenticidade dos problemas. Acreditamos na utilidade desse instrumento na elaboração e avaliação de materiais didáticos. Registramos a nossa percepção da visão dos professores de matemática que entrevistamos sobre esse assunto e também documentamos algumas de nossas reflexões, que consideramos poderem servir de motivação para trabalhos futuros e contribuir para a discussão sobre o assunto em cursos de formação de professores de matemática.

Palavras chave: Ensino de matemática, Problemas de Matemática, Níveis de Autenticidade

¹ Este trabalho foi desenvolvido como Trabalho de Conclusão de Curso do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da UNIRIO (Profmat/UNIRIO) sob a orientação do professor Fabio Simas.

Abstract

This paper work discusses Mathematical Problems based on scientific literature and official documents. The fidelity of the situations described with those represented is the main focus. The Theory of Authentic Task Situations(PALM,2009) and its practical version (CHAMOSO, 2013) are the central theoretical references of the work. We present a tool that contributes to the analysis of the authenticity of the problems. We believe in the usefulness of this instrument in the preparation and evaluation of teaching materials. We registered our perception of the view of the mathematics teachers that we interviewed on this subject and also document some of our reflections, which we believe can serve as motivation for future work and contribute to the discussion on the subject in mathematics teacher training courses.

Key words: Mathematical Teaching, Mathematical Tasks, Authenticity Levels.

SUMÁRIO

1. Introdução	6
2. Os Problemas de Matemática	9
3. Teoria da Autenticidade de Problemas	12
3.1 Formulário e Critérios de Avaliação	15
3.2 Classificação de problemas e níveis de autenticidade	17
4. Reflexões sobre a autenticidade e a percepção dos Professores de Matemática sobre o tema	21
4.1. A visão do Professor de Matemática sobre autenticidade de problemas	23
4.2. Outras reflexões sobre a autenticidade de problemas	27
5. Considerações Finais	28
6. Referências Bibliográficas	30

1. Introdução

Nas aulas de Matemática do Ensino Médio não são raras as vezes em que os professores são confrontados por perguntas como “por que eu preciso aprender isso?” ou “em que isso vai servir na minha vida?”. Nesta idade os aprendizes são críticos, por vezes desafiantes, e as questões podem soar como rebeldia, mas são perguntas genuínas e importantes de serem refletidas pelos educadores e respondidas com honestidade aos alunos.

Quando os estudantes não conseguem respostas convincentes para perguntas como essas, veem os temas ensinados na escola como irrelevantes para suas vidas, o que pode levar à desistência da escola. Esta perda de interesse é uma das causas apontadas para os altos índices de evasão escolar no Ensino Médio brasileiro. O site *Politize* lista a percepção de falta de significado nos conteúdos escolares pelos alunos como um dos 14 principais motivos e diz que:

Jovens que sentem que a escola não está adequada à sua realidade e visão de futuro consideram a escola como uma perda de tempo e acabam preferindo se dedicar a outras coisas. Adequar o conteúdo que a escola oferece às necessidades dos jovens e da sociedade é o objetivo de uma variedade de ações voltadas à ressignificação do currículo escolar, em particular, do currículo do Ensino Médio. (POLITIZE, 2017)

Também cita a “percepção da importância” da escola como um desses motivos e esclarece que:

É papel da educação e da escola não apenas ensinar temas relevantes, mas também motivar os jovens estudantes para esses temas, mostrar que o que está sendo ensinado é ou **será útil para a sua vida**, apresentar a educação como um valor. Às vezes o jovem simplesmente não tem as informações necessárias para entender que estar na escola é importante. Por isso, é preciso que a escola e até mesmo os pais deixem isso claro no seu discurso, para que não seja feita nenhuma escolha possivelmente desmedida de abandonar a escola. (POLITIZE, 2017)

Por sua vez, no chão da escola, o professor raramente tem liberdade de decidir o que será ensinado aos estudantes. Mas, como a peça mais intimamente relacionada aos estudantes no Sistema Educacional, ele precisa refletir criticamente, se posicionar sobre essas questões e ajudar os estudantes a entender

o por que precisam estudar matemática em geral e cada tópico da matemática em particular.

Em face desses desafios vemos vantagens na cooperação entre as práticas de sala de aula e o mundo fora da escola. Esta parceria está ratificada nos documentos oficiais norteadores das práticas docentes, que evidenciam a necessidade de aproximação entre os saberes escolares e a realidade. Quando o objetivo do ensino de matemática é a modelagem ou a tomada de decisão em simulações da realidade, os problemas de matemática são os recursos mais utilizados na sala de aula e, se bem selecionados, podem contribuir para que os estudantes percebam a relevância da matemática no mundo fora da escola, para dar significado aos conteúdos aprendidos e para facilitar o ensino e a aprendizagem destes conteúdos. A Base Nacional Curricular Comum (BNCC) destaca que:

Os estudantes devem desenvolver e mobilizar habilidades que servirão para resolver problemas ao longo de sua vida; por isso, as situações propostas devem ter significado real para eles. Nesse sentido, os problemas cotidianos têm papel fundamental na escola para o aprendizado e a aplicação de conceitos matemáticos (...) (BRASIL, 2018. p. 527)

Encontramos na resolução de problemas uma maneira de unir teoria matemática e vivência cotidiana. É resolvendo problemas que o aluno consegue simular situações reais, desenvolver estratégias e encontrar soluções, promovendo a oportunidade de protagonismo na construção do conhecimento e adquirindo habilidades que serão úteis em suas futuras tomadas de decisão. Em seu apanhado histórico sobre a evolução da educação matemática no Brasil, Silva ressalta que:

Na busca de superar o paradigma educacional meramente conteudístico, deslocado de contextos e baseado no treinamento sem reflexões, as mudanças curriculares destacam que os conteúdos sejam contextualizados e tratados de forma interdisciplinar, possibilitando uma visão global dos conteúdos do mundo atual e permitindo uma visão crítica e compreensiva das múltiplas informações cotidianas. (SILVA, 2014. p 12)

Consequentemente, uma crescente onda de contextualização tomou conta dos documentos de educação matemática, onde vemos um empenho para que os problemas se pareçam com as situações como elas acontecem fora da escola.

Assim, observando livros didáticos e avaliações oficiais, encontramos nos textos das questões, em sua maioria, enredos que buscam uma aproximação entre o conteúdo matemático e suas aplicações reais.

Contudo, será que esse esforço incessante em busca de contextualização tem mesmo aproximado os problemas matemáticos escolares das situações da vida real? E o professor de matemática consegue perceber a diferença entre um contexto real e um enredo camuflado? A fidelidade da situação descrita no problema com a vida real é considerada pelo professor quando precisa escolher um problema para suas aulas? O professor tem clareza do papel que os problemas de matemática devem cumprir na sala de aula?

O que temos observado nos problemas é que ao acrescentar um cenário qualquer ao redor do conteúdo matemático temos a falsa sensação de que estamos retratando um acontecimento real, mas o que de fato vemos são exercícios vestidos de realidade, de onde os estudantes *garimpam* os dados para aplicar um algoritmo matemático. Então, como encontrar ou elaborar problemas que estejam realmente aproximando a matemática das situações reais, sem que a contextualização seja forçada?

Este estudo traz uma descrição de alguns aspectos que caracterizam a situação descrita num problema como autêntica (fiel à realidade) de acordo com Palm (2009). Então buscamos identificar como os professores de matemática percebem esses aspectos e também listamos algumas das reflexões provenientes de entrevistas, questionários aplicados com os professores e discussões entre a autora, seu orientador e seu colega de tema no mestrado, Matheus Freitas.

As seções 2 e 3 tratam da importância dos problemas contextualizados, o impacto da proximidade de tais problemas com o mundo fora da escola e apresentamos a Teoria de Autenticidade de Problemas (PALM, 2009) de Matemática. Ainda na Seção 3, apresentamos um formulário elaborado em Oliveira (2020), com base nesta teoria, que serve como parâmetro para a análise de problemas e com ele a proposta de um fluxograma que categoriza os problemas de acordo com a teoria. E, por fim, na Seção 4, apresentamos um relato da percepção de professores de matemática da Educação Básica sobre o tema da Autenticidade de Problemas com base em entrevistas que realizamos com professores e na

análise dos dados de uma pesquisa sobre a avaliação de problemas de palavras utilizando o formulário. Neste último momento descrevemos a metodologia de coleta dos dados e as reflexões geradas nesta busca.

2. Os Problemas de Matemática

Neste trabalho Problema de Matemática é uma tarefa de Matemática que envolve elementos externos à Matemática e à História da Matemática e que necessita da interpretação de dados apresentados em linguagem materna escrita e/ou visual. Nos interessa especialmente aqueles exercícios que têm o propósito de ilustrar que a Matemática ensinada nas escolas é usada em situações externas à realidade escolar. Por esse motivo, consideramos situações (ou contextualizações) alheias à Matemática ou à História da Matemática.

Alguns problemas de matemática fazem uma ponte entre o saber corrente da sociedade, ou de um grupo social, e as noções abstratas da Matemática. Neles os tipos de pensamento e as estratégias de solução são, ao menos, bastante parecidos dos que se usaria em uma situação real.

A contextualização visa a dar significado ao que se pretende ensinar para o aluno (...) auxilia na problematização dos saberes a ensinar fazendo com que o aluno sinta a necessidade de adquirir um conhecimento que ainda não tem. (RICARDO, 2003, p. 11)

Outros problemas usam elementos externos à matemática com o propósito de ilustrar com simplicidade, e em linguagem materna, metáforas de situações matemáticas que não se quer descrever em linguagem matemática como, por exemplo, diversos problemas de lançamentos de dados e moedas para representar espaços amostrais equiprováveis ou problemas de contagem em que se posiciona casais em torno de uma mesa circular. Nosso interesse nesse trabalho são os primeiros problemas.

Resolver problemas é uma das atividades mais realizadas nas salas de aula de matemática. Nas últimas décadas, percebemos uma tendência, nos livros didáticos e exames oficiais de que a matemática escolar seja preferencialmente contextualizada. Essa tendência vem se materializando em políticas públicas. A BNCC tece orientações sobre a qualidade das contextualizações apresentadas.

[...] dinâmica de contextualização/descontextualização que o aluno constrói conhecimento com significado, nisso se identificando com as situações que lhe são apresentadas, seja em seu contexto escolar, seja no exercício de sua plena cidadania. A contextualização não pode ser feita de maneira ingênua, visto que ela será fundamental para as aprendizagens a serem realizadas (BRASIL, 2006, p.83).

Portanto, a contextualização deve considerar três aspectos básicos “(i) ser fundamental para a aprendizagem; (ii) dar sentido ao conhecimento e; (iii) construir conhecimento com significado.” (REIS e NEHRING, 2017, p. 340). Para Ricardo (2005), os problemas devem ter origem na realidade e, após interpretação e modelagem com ferramentas matemáticas, ter seu fim na própria realidade, onde a solução deve ter alguma aplicação.

Em nossas leituras, especialmente em alguns Trabalhos de Conclusão de Curso do Profmat sobre contextualização em Problemas de Matemática, ficamos com a impressão de que alguns autores entendem que, na situação ideal, todos os exercícios de matemática devem ser problemas ou que todas as contextualizações devem ser no dia a dia do estudante. Em nossa opinião, dependendo do objetivo de aprendizado, pode-se apresentar problemas simplesmente de manipulação, como quando se busca desenvolver a fluência em dado algoritmo. O que não se espera é que este tipo de problema seja uma finalidade na abordagem de qualquer conteúdo. Exercícios puramente matemáticos, sem qualquer contexto, também podem estar no repertório dos professores de Matemática, por exemplo, quando seu objetivo for o desenvolvimento do raciocínio lógico ou da capacidade de abstração. Também acreditamos que os problemas podem trazer oportunidade para se explorar outras áreas do conhecimento. Esta nossa visão se apoia parcialmente nos Parâmetros Curriculares Nacionais:

Outra distorção perceptível refere-se a uma interpretação equivocada da ideia de “cotidiano”, ou seja, trabalha-se apenas com o que se supõe fazer parte do dia a dia do aluno. Desse modo, muitos conteúdos importantes são descartados ou porque se julga, sem uma análise adequada, que não são de interesse para os alunos, ou porque não fazem parte de sua “realidade”, ou seja, não há uma aplicação prática imediata. Essa postura leva ao empobrecimento do trabalho, produzindo efeito contrário ao de enriquecer o processo de ensino-aprendizagem (BRASIL, 1996, p. 23).

Os problemas de matemática tentam simular, de maneira controlada, os acontecimentos do mundo real e, por vezes, têm sua origem na modelagem de

problemas reais. Mas, a fim de delimitar o desenvolvimento pontual do estudante a apenas um conteúdo e para que os problemas caibam num modelo tradicional de ensino, excessivamente dependente do livro didático (tipo *plug and play*), foram sendo retirados dos problemas informações consideradas menos relevantes: a finalidade de se responder ao questionamento apresentado, detalhes dos contextos (e.g., como obter os dados apresentados no problema), exatidão de dados (e.g., surgem rampas com inclinações de 30° , 45° e 60° , medições quase sempre inteiras, etc.) e aos poucos fomos transformando os problemas da realidade em *problemas de livros didáticos*, problemas que apenas são vistos nas salas de aula de matemática. Essa reflexão é confirmada por Knijnik (1998), diz:

[..] fazemos tal seleção de dados levando em conta somente os aspectos que nós consideramos relevantes do problema, deixando de lado outros que, no contexto que efetivamente o problema é problema poderiam ser imprescindíveis. Este é um dos modos através dos quais problemas “de verdade” se transmutam em problemas fictícios, uma paródia do cotidiano. Ao fazermos tantas simplificações e reduções na complexidade do mundo social, também do ponto de vista estritamente numérico estamos retirando daqueles com quem trabalhamos oportunidades de aprender. Aprender a lidar com os números e também com o mundo. (KNIJNIK, Gelsa. 1998, p.3)

Nossa percepção das salas de aula atuais é que, via de regra, o fim dos problemas é a execução de determinado procedimento matemático, sistematizado em situações meramente ilustrativas ou excessivamente artificiais, que pouco servem para a compreensão do mundo e levam o estudante a uma percepção equivocada do que é a Matemática e do seu papel no desenvolvimento do cidadão e da sociedade. Isso é ratificado por Ricardo (2005), quando diz que, em geral, os problemas de matemática dos livros didáticos se apoiam na realidade, no entanto, a aprendizagem fica restrita ao desenvolvimento de procedimentos internos à Matemática. Segundo Borba e Skovsmose (2001), a naturalização desse tipo de problema nas salas de aula reforça uma educação acrítica. O oposto do que esperamos desenvolver em nossas salas de aula.

Os autores chamam de “ideologia da certeza” ver a Matemática como um sistema perfeito, infalível, não influenciado por qualquer interesse político, social ou ideológico. Também faz parte da ideologia da certeza considerar que uma solução matematizada de um problema é sempre superior às soluções não matematizadas. Esta é a visão hegemônica, não apenas no senso comum, mas também nas discussões acadêmicas e científicas. **Eles atribuem a construção de tal ideologia à educação acrítica, reforçada**

por atividades escolares com uma única solução, problemas com dados inventados que não são reais, e pseudo-aplicações da Matemática na realidade. Essa ideologia promove a Matemática pelo seu enorme poder de aplicação, porém não incita a discussão acerca das hipóteses, ou dos modelos alternativos e das soluções diferentes. (CARDOSO e SKOVSMOSE, 2001, p. 64, grifo nosso)

Uma educação matemática como sugere o livro Educação Matemática Crítica (SKOVSMOSE, 2001) nos parece tão ideal quanto distante de nossa realidade. Na concepção ideal do autor as aulas são baseadas na resolução de problemas acessíveis aos conhecimentos prévios dos estudantes, relacionados a problemas sociais existentes. Não há conteúdos previamente selecionados em um currículo, antes são discutido e definidos por estudantes e professores para definir o que é relevante para seu aprendizado. Importante ressaltar que a visão de Ole Skovsmose sobre a Educação Matemática Crítica depende de professores de matemática bem qualificados para as discussões que precisariam gerenciar e com condições de trabalho (número de estudantes em sala de aula e tempo de preparação de aula, apenas para dar alguns exemplos) bastante diferentes da realidade da maioria das escolas públicas brasileiras. Contudo, uma Educação Crítica nesses termos é um nobre objetivo a ser perseguido. Além disso, é um grande desafio a criação de materiais didáticos que sirvam de suporte para o trabalho dos professores nessa perspectiva.

Finalmente, que aspectos, mais ou menos objetivos, devem ser observados pelo Professor de Matemática quando seleciona ou cria um Problema de Matemática com o objetivo de ilustrar a seus alunos que a Matemática ensinada é usada fora da escola? Este é um dos mais nobres objetivos da próxima seção.

3. Teoria da Autenticidade de Problemas

Esta seção apresenta de maneira resumida uma parte da Teoria de Autenticidade de Problemas (PALM, 2009). Nesse artigo, o autor apresenta uma série de aspectos que devem ser considerados para se decidir sobre a autenticidade de um problema. Aqui consideramos apenas um subconjunto desses aspectos que nos pareceram convenientes para lidar com problemas de livros didáticos, que são produzidos sem o conhecimento da turma em que ele será usado. Apresentamos também a

classificação de problemas disponível em Oliveira (2020), que se baseou, por sua vez, em Chamoso (2015).

Palm (2009) observa que a estrutura de uma situação da vida real compreende um grande conjunto de aspectos, reconhece a limitação de simulá-los em sala de aula, e reforça que as restrições de fidelidade são necessárias. Contudo, o autor ressalta que a escolha do enredo dos problemas pode afetar a amplitude desta lacuna entre a vida real e as simulações dos problemas de matemática, o que pode dar ao aluno a oportunidade de usar os conhecimentos matemáticos adquiridos em situações que se assemelham às estudadas.

Para analisar e categorizar os diferentes tipos de problemas, Palm aponta em sua teoria uma sequência de aspectos a serem considerados para a classificação do grau de autenticidade do enredo de um Problema de Matemática. O autor lista aspectos dos problemas, alguns deles são estruturais, que dizem respeito à situação como um todo, e outros são circunstanciais, que levam em consideração aspectos de sala de aula ou da realidade dos estudantes.

Oliveira(2020), ordena os aspectos da teoria em suas duas categorias: Aspectos Caracterizadores e Aspectos Circunstanciais, e estes estão listados na tabela a seguir elaborada com base nos aspectos descritos em (Palm, 2009).

ASPECTOS E SUBASPECTOS CARACTERIZADORES		ASPECTOS E SUBASPECTOS CIRCUNSTANCIAIS	
Evento		Dados ou Informações	Especificidade
Questionamento		Apresentação	Modo
			Linguagem
Dados ou Informações	Existência	Estratégias de Solução	Disponibilidade
	Realismo		Experiências anteriores
Propósito no Contexto Figurado		Circunstâncias	Ferramentas externas
			Consultores
			Orientações
			Discussões

		Tempo
		Consequências do resultado

Classificação dos Aspectos e Subaspectos.

Destacamos quatro desses aspectos que consideramos os mais relevantes para o nosso estudo e que tratam fundamentalmente da estrutura do problema. São eles: *Evento, Pergunta, Dados e Finalidade*.

- *Evento*. Refere-se ao fato descrito na tarefa. É o acontecimento narrado no texto do problema, com cenário, personagens e ações relatadas. Em uma simulação de uma situação do mundo real, é um pré-requisito que o evento descrito na tarefa da escola tenha ocorrido ou tenha uma boa chance de ocorrer.
- *Pergunta*. Este item se refere ao tipo de questionamento trazido na tarefa. O questionamento caracteriza o problema, e traz a informação que se busca conseguir sobre o evento. Para um problema ser considerado autêntico, a pergunta deve ser compatível com a situação descrita na tarefa e se assemelhar com o tipo de questionamento que as pessoas fazem na situação real.
- *Dados*. As informações disponíveis no problema também são uma parte importante dessa análise. Os *dados* presentes no problema precisam estar de acordo com os encontrados em uma situação real, levando em consideração a *disponibilidade* (em uma situação real você teria acesso a esses dados?), *realismo* (os dados são compatíveis com a situação?) e *especificidade* (numa situação real é feito desta maneira?) das informações em concordância com o evento e a pergunta descritos.
- *Finalidade*. Trata do propósito em se responder o questionamento feito na tarefa. Para Palm, em simulações, às vezes é essencial que o objetivo da tarefa no contexto figurativo seja tão claro para os alunos quanto para o

resolvedor na situação simulada. A finalidade em solucionar o problema deve estar clara na tarefa.

As circunstâncias em que os problemas serão propostos, o público alvo e sua abrangência de conhecimento, são, entre outras características que Palm leva em consideração, o que influenciam no sucesso da utilização de certos problemas. Neste trabalho levaremos em consideração somente as características estruturais, que afetam a escrita e o enredo dos problemas.

3.1 Formulário e Critérios de Avaliação

Elaborar listas de exercícios, selecionar os problemas abordados em aula e montar avaliações, são tarefas que fazem parte da rotina do professor de matemática. Sabendo a dimensão do impacto dessas etapas no processo de ensino e reconhecendo a importância de selecionar situações autênticas, esse professor precisa de uma ferramenta para executar a tarefa. Um parâmetro que oriente a escolha desses problemas. De posse dos aspectos elencados, como o professor pode, na prática, decidir se um Problema de Matemática é autêntico ou não? Para auxiliar nessa tarefa, apresentamos uma ferramenta que deve contribuir para resolver esse problema. Ressaltamos que este instrumento pode figurar entre os critérios para a escolha de problemas de matemática, não só para professores da educação básica, mas também para elaboradores de material didático, ou até formuladores de políticas públicas. Para cada problema o professor deve se perguntar:

[EVENTO] O problema trata de um evento que acontece ou tem grande chance de acontecer na vida real? [] Sim [] Não

[PERGUNTA] É comum alguém fazer esse tipo de questionamento numa situação de vida real? [] Sim [] Não

[DADOS] Os dados do problema podem ser encontrados numa situação como esta na vida real **E** os valores são compatíveis com os dados encontrados em uma situação real? [] Sim [] Não

[FINALIDADE] A finalidade de responder essa pergunta é tão clara no problema quanto numa situação real? [] Sim [] Não

Para fins de ilustração, considere o seguinte problema:

PROBLEMA 1: (UEG - 2015) O Celular de Fabiano está com 50% de carga na bateria. Quando está completamente carregado, ele demora exatamente 20 horas para descarregar toda a bateria, em modo *stand-by*. Ao utilizar o aparelho para brincar em um aplicativo, a bateria passará a consumir 1% da carga a cada 3 minutos. Quanto tempo Fabiano poderá brincar antes que a bateria se descarregue completamente?

1. Três horas.
2. Duas horas e meia.
3. Duas horas.
4. Uma hora e meia.
5. Uma hora.

Analisando o PROBLEMA 1 de acordo com a teoria de autenticidade e utilizando as perguntas do formulário temos:

- EVENTO: “*O gasto da carga de bateria do celular de Fabiano durante o uso de certo aplicativo*”, consideramos que este é **SIM** um evento que tem grandes chances de acontecer na vida real.
- PERGUNTA: “*Quantos minutos Fabiano poderá brincar antes que a bateria se descarregue completamente?*” e consideramos que este é **SIM** um questionamento que acontece numa situação como esta.
- DADOS: “*O Celular de Fabiano está com 50% de carga na bateria. Quando está completamente carregado, ele demora exatamente 20 horas para descarregar toda a bateria, em modo stand-by. Ao utilizar o aparelho para brincar em um aplicativo, a bateria passará a consumir 1% da carga a cada 3 minutos.*” Consideramos que os dados do problema estão **SIM** de acordo a situação, tanto em disponibilidade (os dados de tempo de duração da bateria dos celulares podem ser facilmente encontrados), quanto em especificidade (a medição da quantidade de carga restante nos celulares é dada em porcentagem).

- FINALIDADE: Em nossa análise consideramos que a finalidade em responder quantos minutos restam de uso do celular **NÃO** está evidente no problema, mesmo que pareça trivial que o personagem do problema queira continuar utilizando seu celular, não se sabe qual o objetivo real em obter esta resposta.

Utilizando o formulário conseguimos perceber que o problema acima está apresentado como um problema real em três dos seus quatro itens, falhando apenas na explicitação de sua finalidade. O que deixa o problema próximo do que se espera de um problema autêntico, mas não ideal. Problemas como este podem ser adaptados e com pequenas modificações torná-los mais próximos de uma situação real. Ao adaptar este problema o professor pode se perguntar “Por que alguém gostaria de saber quanto tempo ainda vai durar a bateria do seu celular?”

Além do entendimento e da análise dos aspectos caracterizadores de um problema próximo da realidade, a teoria também nos apresenta uma classificação em níveis de autenticidade, onde as diferentes análises dos aspectos, distribuem os problemas em seis diferentes grupos, mais ou menos próximos dos problemas reais. A seguir uma descrição dos níveis e uma proposta de fluxograma que proposto como ferramenta de classificação.

3.2 Classificação de problemas e níveis de autenticidade

Como forma de sintetizar as respostas obtidas no formulário e poder categorizar problemas de matemática de acordo com a teoria de autenticidade, consideramos a classificação de problemas em níveis de autenticidade proposta por Chamoso (2015) e adaptada por Oliveira (2020). Nela os problemas são divididos em seis níveis: *Situação-Problema*, *Problema Contextualizado*, *Problema Aplicado*, *Exercício Camuflado*, *Problema Absurdo* e *Alegoria (ou Metáfora)*. Quando o problema se enquadra em qualquer das três primeiras categorias, nós o chamamos de *Problema Autêntico*.

Este tipo de classificação contribui para estabelecer uma linguagem com a qual educadores matemáticos podem se comunicar mais facilmente sobre o tema. Mas ela dificilmente poderá abarcar inteiramente a diversidade de aspectos que se

pode considerar nos problemas. Além disso, existe uma subjetividade na determinação da adequação dos aspectos de modo que analisadores diferentes podem classificar os problemas de formas distintas.

A classificação proposta se baseia em uma hierarquia de relevância entre os aspectos. Analisamos os quatro aspectos na ordem Evento, Pergunta, Dados e Finalidade. Além disso, somente nos questionamos sobre a Pergunta, se o Evento for adequado. Somente questionamos sobre Dados se a Pergunta estiver adequada e questionamos a adequação da Finalidade em duas situações: se todos os demais estiverem adequados ou se o Evento for inadequado. Esta excepcionalidade da Finalidade é onde Oliveira (2020) diverge de Chamoso (2015), que classifica um problema em que o Evento não é adequado como Problema Absurdo. Mas em nossa concepção, se este problema tiver a finalidade de ilustrar algum aspecto da Matemática, ele é uma Metáfora e não um Problema Absurdo. Resumimos este esquema de classificação na Figura 1.

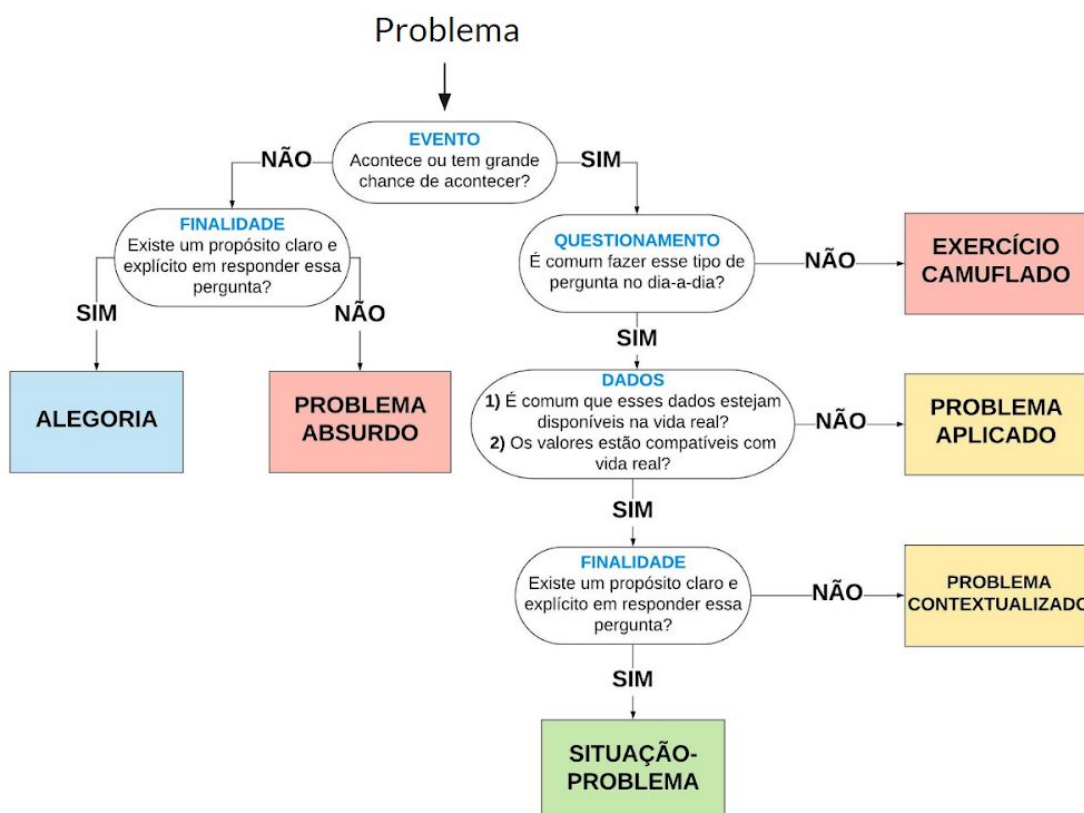


Figura 1: Fluxograma de classificação de problemas em níveis de autenticidade.

Assim, um problema é chamado de Situação Problema, se todos os aspectos são adequados à realidade.

<i>Situação problema</i>	<i>Evento</i>	Sim: O Evento descrito no problema acontece ou tem grande chance de acontecer na vida real
	<i>Questionamento</i>	Sim: O Questionamento do problema é comumente feito em uma situação como esta na vida real.
	<i>Dados</i>	Sim: Os dados estão dispostos como em uma situação real.
	<i>Finalidade</i>	Sim: A finalidade em encontrar a solução é tão clara no problema como em uma situação real

Tabela 1: Situação problema.

Se apenas a finalidade não estiver explícita no problema, mas todos os demais aspectos forem adequados, chamamos de Problema Contextualizado. Este tipo de problema geralmente pode ser adequado em uma Situação Problema.

<i>Problema contextualizado</i>	<i>Evento</i>	Sim: O Evento descrito no problema acontece ou tem grande chance de acontecer na vida real
	<i>Questionamento</i>	Sim: O Questionamento do problema é comumente feito em uma situação como esta na vida real.
	<i>Dados</i>	Sim: Os dados estão dispostos como em uma situação real.
	<i>Finalidade</i>	Não: A finalidade em encontrar a solução não está clara no problema.

Tabela 2: Problema contextualizado.

Se o Evento e a Pergunta forem adequados, mas os dados não, então trata-se de um Problema Aplicado.

<i>Problema aplicado</i>	<i>Evento</i>	Sim: O Evento descrito no problema acontece ou tem grande chance de acontecer na vida real
	<i>Questionamento</i>	Sim: O Questionamento do problema é comumente feito em uma situação como esta na vida real.
	<i>Dados</i>	Não: Os dados não estão dispostos como em uma situação real.

Tabela 3: Problema aplicado

Se o Evento for adequado, mas a Pergunta não, então chama-se Exercício Camuflado.

<i>Exercício camuflado</i>	<i>Evento</i>	Sim: O Evento descrito no problema acontece ou tem grande chance de acontecer na vida real
	<u><i>Questionamento</i></u>	Não: O Questionamento do problema não é feito em uma situação como esta na vida real.

Tabela 4: Exercício camuflado

Os problemas absurdos não são desejáveis nas salas de aula.

<i>Problema absurdo</i>	<u><i>Evento</i></u>	Não: O Evento não está descrito no problema da maneira como acontece na realidade.
	<u><i>Finalidade</i></u>	Não: A finalidade em encontrar a solução não está clara no problema.

Tabela 5: Problema absurdo

As alegorias não cumprem o papel de aproximar a Matemática do mundo real, mas usam a realidade como elo entre os conhecimentos que os alunos possuem e algum conceito matemático mais abstrato.

<i>Alegoria (Metáfora)</i>	<u><i>Evento</i></u>	Não: O Evento não está descrito no problema da maneira como acontece na realidade.
	<u><i>Finalidade</i></u>	Sim: Existe uma finalidade matemática para a resolução do problema.

Tabela 6: Alegoria

Voltando ao Problema 1, que relata a duração da carga de bateria do celular do Fabiano, visto na seção anterior, que obteve resposta sim para a ocorrência do evento, sim para o questionamento, *sim* para os dados e *não* para a clareza da Finalidade de responder o problema, seguindo as setas no fluxograma podemos classificá-lo como *Problema Contextualizado*.

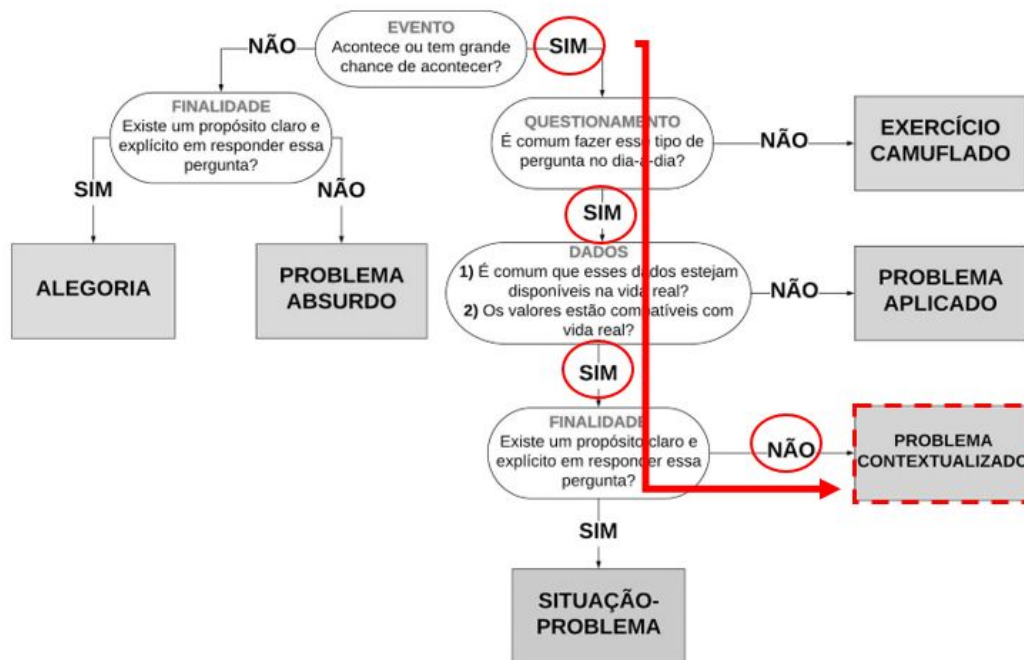


Figura 2: Classificação de um problema em nível de autenticidade.

Defendemos a funcionalidade tanto do formulário de análise, como do fluxograma de classificação, como instrumentos que cooperam com o professor na escolha mais consciente de problemas.

4. Reflexões sobre a autenticidade e a percepção dos Professores de Matemática sobre o tema

Mesmo que tenhamos um currículo escolar exemplar, livros didáticos excepcionais e as melhores pesquisas educacionais, todos orientando para as teorias, práticas e para a seleção, criação e adaptação de Problemas de Matemática, pouco se pode obter em termos de mudanças efetivas na Educação Básica se essas práticas não ganharem os corações dos professores que atuam nas salas de aulas. Suas visões sobre o ensino de matemática são construídas ao longo da vida: na escola como estudantes e depois como professores, passando por suas formações acadêmicas universitárias e formações continuadas. Essas concepções são determinantes para suas escolhas e posturas como docentes. Por isso, nesta seção apresentamos

algumas reflexões acerca da autenticidade de problemas de matemática e sobre a percepção dos professores sobre o tema.

Destacamos outro trecho da BNCC sobre o papel do professor:

É importante, também, que o professor perceba que a contextualização deve ser realizada não somente para tornar o assunto mais atraente ou mais fácil de ser assimilado. Mais do que isso, é permitir que o aluno consiga compreender a importância daquele conhecimento para a sua vida, e seja capaz de analisar sua realidade, imediata ou mais distante. (BRASIL, 2006, p.35)

Em nossa opinião, a maioria dos problemas de livros didáticos não contribuem para que o estudante “seja capaz de analisar sua realidade”, nem imediata, nem mais distante. E concordamos com Chamoso quando diz:

Os professores devem ser bons solucionadores de problemas, mas também devem avaliar criticamente a qualidade das atividades matemáticas e serem capazes de criá-las e modificá-las para desenvolver tarefas adequadas ao objetivo perseguido. (CHAMOSO, 2016, tradução nossa)

Esta seção traz a nossa percepção sobre a visão dos professores com quem conversamos e reflexões que fizemos ao longo dessa jornada. Assim levantamos questionamentos e hipóteses que podem ser testadas em outros trabalhos acadêmicos. Assim, o leitor não deve esperar encontrar aqui respostas contundentes, mas sim problemas interessantes.

Estas reflexões tiveram origens múltiplas: leitura de documentos acadêmicos, análise de respostas do questionário apresentado na Seção 3 por 22 professores, conversas que tivemos com seis deles, das discussões ocorridas com professores de matemática no minicurso sobre autenticidade de problemas que ministramos² no IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática, em novembro de 2019, e de mais de dois anos de discussões entre a autora, seu orientador de mestrado, Fábio Simas (UNIRIO) e seu colega de tema, Matheus Freitas (UNIRIO). Todos os professores a quem foi aplicado o questionário trabalham no Ensino Médio, na região metropolitana do Rio de Janeiro, a maioria tanto em escolas públicas como privadas.

² O minicurso foi ministrado em conjunto por Matheus Freitas (então, estudante de mestrado na UNIRIO), Fábio Simas (professor da UNIRIO) e pela autora.

Os problemas classificados pelos professores foram selecionados principalmente de exames vestibulares ou do ENEM, com os critérios de abordarem temas do currículo do Ensino Médio, com conteúdos matemáticos diversos e terem classificações variadas de acordo com os níveis de autenticidade da teoria de Palm (2009).

4.1. A visão do Professor de Matemática sobre autenticidade de problemas

Nas aulas dos professores entrevistados, a resolução de problemas é uma prática rotineira. Os problemas são retirados quase sempre dos livros e apostilas adotados pelas instituições em que trabalham. Para montar avaliações e listas de exercícios, os professores também selecionam e adaptam problemas que encontram na internet e, eventualmente, criam novos problemas.

Reflexão I. A autenticidade dos problemas não é um critério usado pelos professores para selecionar problemas.

Para os professores entrevistados é mais relevante a maneira como o objeto matemático é explorado no problema. Isso parece ilustrar a relação que os professores têm com os problemas de matemática e a sua visão sobre o papel que esse recurso desempenha na sala de aula. Isso também parece se refletir na interação dos estudantes com os problemas. Um dos professores afirmou que é comum, principalmente entre alunos que se preparam para os vestibulares, a busca de palavras-chave que o permitam evitar a leitura completa do problema, passando diretamente para a retirada de dados e para os procedimentos matemáticos para encontrar a resposta.

Esse fato nos faz refletir sobre o desequilíbrio entre, de um lado, utilizar problemas com elementos externos à matemática, buscando mostrar que os conteúdos são aplicáveis fora do contexto escolar, e de outro lado não se conseguir que os problemas realmente demandem do estudante uma análise que leve em conta a especificidade da situação descrita para resolvê-lo. Isto é, estes problemas tratam de matemática pura com texto e não de aplicações da matemática.

Percebemos que, infelizmente, as aulas de matemática estão centradas no conteúdo matemático a ser ensinado, e não nas habilidades que podem ser desenvolvidas nos estudantes. Que o uso de problemas pelos professores acontece sem uma reflexão aprofundada sobre o papel desse recurso no desenvolvimento dos estudantes e com olhar pouco ou nada crítico acerca da fidelidade das situações descritas à realidade.

Parece haver uma tendência nos professores de matemática entrevistados de afirmarem que um dado contexto é fiel à realidade, mesmo descrevendo eventos impossíveis, ou contendo dados irrealistas, quando esses problemas são dos *tipos* comuns nos livros didáticos ou em avaliações oficiais. Para testar essa hipótese, entrevistamos também um professor de Biologia e um de Português. Eles foram convidados a responder o questionário da Seção 3 para alguns problemas de matemática e as respostas acerca da autenticidade foram mais parecidas com o gabarito proposto do que as dos professores de matemática.

A seguir ilustramos e detalhamos um pouco melhor essas observações:

Reflexão II. Quando o Problema é rotineiro (com contexto geral famoso nos livros), os professores afirmam que eventos irrealistas são reais e consideram realistas que sejam dadas equações em situações em que elas provavelmente não estariam disponíveis.

O problema a seguir trata do crescimento exponencial de uma cultura de bactérias. Exemplo típico dos capítulos de função exponencial nos livros didáticos.

(UFC 2002 - Adaptada) Uma cultura bacteriana apresenta inicialmente uma população de 10.000 bactérias. Após t horas, sua população será de $10\,000 \cdot (1,2)^t$ bactérias. Um cientista deseja empilhar o total de bactérias após 3 horas. Qual será a altura da pilha sabendo que cada bactéria tem 0,0001 mm?

a) 2. b) 3. c) 4. d) 5. e) 6.

A maioria dos professores considerou que o evento descrito no problema é real: a disposição de empilhar bactérias para a medir a altura da pilha, que certamente, não acontece em um contexto real. Além disso, nenhum dos

professores entrevistados questionou coisas do tipo “Que tipo de bactérias?”, “Como a expressão desta função foi encontrada?” ou “Com qual finalidade queremos saber esta resposta?”, perguntas razoáveis em uma situação real. A obtenção da expressão para o número esperado de bactérias após decorridos t horas pode soar natural para o professor que entende a sua origem. Mas o público em geral provavelmente o rotularia de “problema típico dos livros de matemática”.

Outro problema que gostaríamos de destacar:

(VUNESP 2013) Suponha que um grilo, ao saltar do solo, tenha sua posição no espaço descrita em função do tempo (em segundos) pela expressão $h = 3t - 3t^2$, onde h é a altura atingida em metros.

- a) Em que instante t o grilo retorna ao solo?
- b) Qual a altura máxima em metros atingida pelo grilo?

O problema não descreve uma pesquisa entomológica, ou qualquer outra informação para ambientar o leitor à situação descrita. A maioria dos professores de matemática entrevistados responderam “sim” para a ocorrência real do evento e para a adequação da Pergunta na situação descrita. Alguns poucos professores apontaram para a disponibilidade dos dados. Novamente, sem saber o contexto em que está inserida a descrição do problema fica difícil dizer se é razoável supor que uma equação esteja disponível na situação real. Além disso, todos responderam “sim” para a pergunta: *A finalidade de responder essa pergunta é tão clara no problema quanto numa situação real?*, mesmo sem isso estar apresentado no problema.

Numa situação ideal segundo Skovsmose (2001) ou seguindo os três passos de Meyer (2013) para criar o envolvimento dos estudantes com o problema, o propósito para resolver o problema seria o primeiro passo para a proposição do problema, o que deveria ser feito pelos próprios estudantes. A análise da situação para a descoberta das ferramentas necessárias para a resolução e obtenção da função quadrática em questão também seriam parte do trabalho.

Faria (2013) chama essa visão enviesada comum aos professores de matemática, de “óculos da Matemática”. Nos parece que o professor de matemática

vê os acontecimentos do cotidiano sob “Lentes Matematizadoras” capazes de enxergar os modelos matemáticos presentes nas ações mais banais do dia a dia.

Esses fatos nos levam a crer que a constante utilização dos problemas, como os já citados, distorcem a visão do professor de matemática quanto à disparidade existente entre os problemas escolares e os acontecimentos do mundo real. Nossa crença neste viés presente no olhar dos professores de matemática foi reforçado pelo fato de que, em ambos os problemas, os professores de outras áreas do conhecimento, classificaram seus enredos de forma mais parecida com o esperado por nós. Contudo, contamos com a participação de apenas dois professores de outras disciplinas, sendo um deles de Língua Portuguesa e outro de Biologia, e seria necessária uma pesquisa mais longa e profunda para ratificar ou refutar nossa hipótese.

Reflexão III. Os professores não percebem, e não acham necessário que esteja claro no problema qual é o propósito de se responder a pergunta no contexto do problema.

Entre todos os aspectos considerados na teoria de autenticidade nenhum foi mais ignorado pelos entrevistados do que a “finalidade de se resolver o problema”. Percebemos que o aspecto menos presente nos problemas é um motivo explícito para se responder ao questionamento.

Nos problemas de variados contextos, os professores acenaram positivamente para a existência de finalidade, em contextos onde esta não estava descrita. Aparentemente, os professores preencheram mentalmente as lacunas do problema com suposições próprias e esperam que os alunos façam o mesmo. Porém deixar a cargo da imaginação do aluno pode gerar a impressão de que não há utilidade em responder ao problema, caso ele não encontre uma finalidade razoável.

O Professor Fábio Simas (UNIRIO), orientador deste trabalho e coordenador do projeto Livro Aberto de Matemática³ (umlivroaberto.org), descreve que os autores do material didático produzido no projeto, por vezes, são resistentes à inclusão da descrição de uma finalidade para se responder os problemas. Geralmente alegam

³ Projeto da OBMEP/IMPA, financiado pela Fundação Itaú Social.

que é uma informação desnecessária para a resolução do problema e, portanto, desnecessária. Isso reforça a Reflexão I, de que os autores, normalmente, não estão atentos aos aspectos de autenticidade quando elaboram problemas e reforça também a afirmação de Knijnik (1998), citada na Seção 2 deste trabalho.

4.2. Outras reflexões sobre a autenticidade de problemas

Nesta subseção registramos algumas reflexões que tiveram as mesmas fontes de inspiração das demais, contudo estas não tratam da visão dos professores, mas da autenticidade de problemas de matemática.

Reflexão IV. As formações iniciais de professores parecem não tocar neste assunto com os estudantes.

Conforme já discutido neste trabalho, selecionar, adaptar e criar problemas fazem parte do *feijão com arroz* nas tarefas diárias dos professores. Mesmo assim esse é um tema que, aparentemente, não é contemplado a contento nas formações iniciais de professores. De fato, nas nossas conversas com os professores, nos pareceu que a maioria deles nunca havia refletido sobre o tema de maneira um pouco mais profunda sobre o papel dos problemas no desenvolvimento dos estudantes ou sobre a autenticidade de problemas.

Reflexão V. Construir problemas autênticos para livros didáticos que coloquem os estudantes como protagonistas é um desafio importante a ser superado.

O Professor Fabio Simas (UNIRIO) também ressalta a dificuldade que os autores têm encontrado para materializar em atividades para o Livro Aberto de Matemática que favoreçam o uso de metodologias ativas e flexibilizem as dinâmicas *tradicionais* das salas de aula para contemplar propostas que sejam, parcialmente, construídas a partir de questionamentos dos estudantes e discussões conjuntas em sala, como as sugeridas por Skovsmose (2001) e de Meyer (2013). Geralmente os autores, que são em sua maioria professores do Ensino Básico e do Ensino Superior, conseguem implementar essas atividades quando eles mesmos estão adiante de uma turma. Mas têm se mostrado um desafio obter o mesmo sucesso com outros professores

implementando as mesmas atividades, sem que estes tenham passado por uma capacitação específica.

5. Considerações Finais

Os problemas de Matemática podem servir a propósitos diversos, e valorizamos sua aplicação quando sugeridos com objetivos claros de construção de algum saber ou de facilitador a alguma abstração, sendo eles dos mais variados tipos. Nosso objetivo é evidenciar que os problemas com enredos mais fiéis à realidade trazem benefícios para muito além da própria matemática.

Hoje, mesmo com todos os benefícios de mostrar uma matemática proveitosa na vida extra escolar, o que experimentamos são contextos que foram tão adaptados que perderam sua função real e passaram a ser decorativos, que simplesmente acompanham a execução de algum conteúdo matemático, como vemos nas palavras de Lara:

A Matemática ensinada ainda por muitos professores não tem relação com a realidade. O modo como é explorada e abordada não traduz sua relevância para a interação social e não favorece a formação de cidadãos plenamente atuantes. Efeito disso, é a divergência apresentada em relação à Matemática Formal, ensinada no cotidiano da escola e a Matemática Informal, utilizada no cotidiano do aluno [...] (LARA, 2011. p.27)

Nos parece que o Professor de Matemática e os Problemas de Matemática, embora em uma relação estreita de convivência diária, ainda não se conhecem da maneira mais satisfatória. A distorção na visão do professor de matemática com relação aos elementos de realidade inseridos nos problemas nos apresentam uma oportunidade para estudos mais abrangentes, que confirmem esta tendência, e busquem causas e ainda soluções para esta relação.

Saber observar em um problema sua real potencialidade ajuda o professor a elaborar aulas e atividades que cumpram aos mais variados propósitos. Além de poder mostrar uma matemática viva e aplicável à realidade, também possibilita seu uso para fins em si mesma. A camuflagem dos problemas em falsas aplicações da realidade empobrecem o potencial de exploração, tanto para mostrar uma

matemática útil à realidade, quanto em aprofundamentos nos próprios elementos da matemática.

E em considerações sobre as condutas docentes, não podemos deixar de evidenciar a formação inicial e continuada do professor como meio oportuno de melhorias das práticas educacionais. Citando a experiência dos autores e colaboradores deste estudo, formados em diferentes instituições de ensino, percebemos a ausência de reflexões a respeito da estrutura dos problemas de matemática e as lacunas existentes entre estes e as situações reais.

A teoria de autenticidade, o formulário ou o fluxograma por si só não tem o poder de causar melhorias na estrutura dos problemas escolares. Os principais agentes desta mudança são professores atentos às suas escolhas durante a montagem de seus planos de aula, desenvolvedores de material didático, que ao criar seus problemas busquem contextos que simulem situações reais, ou ainda criadores de políticas públicas que podem levar uma versão do questionário em consideração, ou mesmo os aspectos nele considerados, como critério de avaliação das obras.

6. Referências Bibliográficas

BRASIL, Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio. MEC. Brasil. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>. 2018. Acesso em: 30 de agosto de 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. 1997.

BRASIL, Orientações Curriculares para o Ensino Médio Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias / Secretaria de Educação Básica. – Brasília : Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. 135 p. (Orientações curriculares para o ensino médio ; volume 2)

CÁCERES, M.J. CHAMOSO, J.M. y CÁRDENAS, J.A.. Situaciones problemáticas auténticas propuestas por estudiantes para maestro. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.), Investigación en Educación Matemática XIX (pp. 201-210). 2015 Alicante: SEIEM.

CARDOSO, Virgínia Cardia. SKOVSMOSE, O. Educação Matemática crítica: a questão da democracia. Campinas: Papirus, 2001, Coleção Perspectivas em Educação Matemática, SBEM, 160 p. HIPÁTIA-Revista Brasileira de História, Educação e Matemática, v. 2, n. 1, p. 60-64, 2017.

CHAMOSO, J. M., et al. Los problemas de matemáticas escolares de primaria, ¿son solo problemas para el aula? (pp. 1-17). Presentado en I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe (I CEMACYC), Santo Domingo, República Dominicana. 2013.

FARIA, J. E. S. Etnomatemática e Educação do campo: e agora, José? Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – vol. 4 - número 3 – 2013

KNIJNIK, G.. Educação matemática e os problemas da ‘vida real’. In: CHASSOT, Attico & OLIVEIRA, Renato. (Org.). Ciência, ética e cultura na educação. São Leopoldo: Editora Unisinos. 1998, p. 119-134.

MARANHÃO, M.; MACIEIRA, B. E. M. O processo nosso de cada dia, modelagem de processos de trabalho. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2010.

MEYER, Dan. **Teaching With Three-Act Tasks**, dy/dan, (2013). Disponível em <<https://blog.mrmeyer.com/2013/teaching-with-three-act-tasks-act-one/>>. Acesso em 27 de mar. 2020.

OLIVEIRA, M. F. Um estudo sobre a autenticidade de exercícios de matemática do tipo problemas nos livros didáticos do ensino básico brasileiro. 2020.

PALM, T. Theory of authentic task situations. In Words and Worlds: Modelling Verbal Descriptions of Situations; Verschaffel, L., Greer, B., Van Dooren, W., Mukhopadhyay, S., Eds.; Sense Publishers: Rotterdam, The Netherlands, 2009; pp. 3–19.

POLITIZE. 14 Causas do Abandono Escolar no Brasil, (2017). Disponível em <<https://www.politize.com.br/abandono-escolar-causas/>>. Acesso em 03 de abr. 2020.

POLYA, G. A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático. Tradução Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

RICARDO, Elio Carlos. Implementação dos PCN em sala de aula: dificuldades e possibilidades. Física na escola, v. 4, n. 1, p. 8-11, 2003.

RICARDO, E. C. Competências, Interdisciplinaridade e Contextualização: dos Parâmetros Curriculares Nacionais a uma compreensão para o ensino das ciências. 2005. 257 f. Tese Investigações em Ensino de Ciências – V19(1), pp. 55-75, 2014 75 (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

SILVA, R. C. S. da. Percepções de docentes do Ensino Médio sobre o ensinar e o aprender Matemática. X ANPED SUL, Florianópolis, outubro de 2014.

SKOVSMOSE, Ole. Educação Matemática Crítica: a questão da democracia. Papyrus editora, 2001.

VELHO, E. M. H. de.; LARA, I. C. M. O Saber Matemático na Vida Cotidiana: um enfoque etnomatemático. Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, 2011.