UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS

RENATO RESENDES FLORES

O ENSINO DE FUNÇÕES PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS - EJA. UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA.

LAVRAS - MG

2020

RENATO RESENDES FLORES

O ENSINO DE FUNÇÕES PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS - EJA. UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA.

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT - UFLA, para a obtenção do título de Mestre.

Prof. Dr. Mário Henrique Andrade Cláudio
Orientador

LAVRAS - MG

2020

RENATO RESENDES FLORES

O ENSINO DE FUNÇÕES PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS - EJA. UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA.

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT - UFLA, para a obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 08 de Junho de 2020.

Prof. Dr. Mário Henrique Andrade Cláudio	UFLA
Prof. Dr. Márcio Fialho Chaves	UFLA
Prof. Dr. Fábio Alexandre de Matos	UFSJ

Prof. Dr. Mário Henrique Andrade Cláudio
Orientador

LAVRAS - MG
2020

A minha esposa Márcia e aos meus filhos Beatriz e Rafael.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pela oportunidade oferecida e pela realização de um sonho. Agradeço a minha esposa e filhos pela paciência e compreensão nesses dois anos e meio de trabalho e estudo, quando não pude me dedicar a família como ela merece. Aos amigos e colegas de trabalho que entenderam a minha distância e concentração. Aos meus pais por me ensinarem que é através da educação que os sonhos se realizam. Ao meu orientador pelo tema proposto.

Falar, por exemplo, em democracia e silenciar o povo é uma farsa.
Falar em humanismo e negar os homens é uma mentira.
(Paulo Freire)

RESUMO

O presente trabalho tem a finalidade de destacar a importância da Educação de Jovens e Adultos no Brasil, bem como incentivar outros profissionais a valorizar a EJA. Assim como a desigualdade ocorre em outras áreas da vida, na educaçao não é diferente. Jovens e adultos que por algum motivo não puderam completar seus estudos em época considerada ideal, merecem receber uma educação diferenciada para complementar as experiências e o conhecimento potencializados. A tecnologia faz parte desse processo de valorização do ensino da EJA. Em especial o aplicativo e programa GEOGEBRA nos facilita o entendimento e a transmissão do conhecimento de funções. A visualização gráfica e suas modificações facilitarão o aprendizado do aluno da EJA. Finalmente, o produto principal a ser ofertado por este trabalho é a sequência didática no ensino das principais funções. A abordagem é diferenciada, chamando a atenção para um problema inicial contextualizado e direcionando o conhecimento passo a passo através do aplicativo GEOGEBRA. O próprio aluno, com a mediação do professor, seguindo os passos pré-determinados, constroi o seu aprendizado. Teremos um modelo de aula que pode ser aplicado por qualquer professor direcionado a EJA.

Palavras-chave: Educação de Jovens e Adultos. Tecnologia. Geogebra. Sequência Didática. Função.

ABSTRACT

This paper aims to highlight the importance of Youth and Adult Education in Brazil, as well as to encourage other professionals to value EJA. Just as inequality occurs in other areas of life, education is no different. Young people and adults who for some reason could not complete their studies at a time considered ideal, deserve to receive a differentiated education to complement their experiences and potentialized knowledge. Technology is part of this process of valuing the teaching of EJA. In particular, the GEOGEBRA application and program make it easy for us to understand and impart knowledge of functions. The graphical visualization and its modifications will facilitate the learning of the EJA student. Finally, the main product to be offered by this work is the didactic sequence in the teaching of the main functions. The approach is differentiated, drawing attention to an initial contextualized problem and directing the knowledge step by step through the GEOGEBRA application. The student himself, with the teacher's mediation, following the predetermined steps, builds his learning. We will have a lesson model that can be applied by any teacher-directed at EJA.

Keywords: Youth and Adult Education. Technology. Geogebra. Following Teaching. Function.

LISTA DE FIGURAS

Figura 4.1 – Afim 1 40
Figura 4.2 – Afim 2 41
Figura 4.3 – Afim 3 42
Figura 4.4 – Afim 4 43
Figura 4.5 – Afim 5 44
Figura 4.6 – Afim 6 45
Figura 4.7 – Quadrática 1 49
Figura 4.8 – Quadrática 2 50
Figura 4.9 – Quadrática 3 51
Figura 4.10 – Quadrática 4 52
Figura 4.11 – Quadrática 5 53
Figura 4.12 – Quadrática 6 54
Figura 4.13 – Quadrática 7 55
Figura 4.14 – Modular Desafio 56
Figura 4.15 – Modular 1 57
Figura 4.16 – Modular 2 58
Figura 4.17 – Modular 3 59
Figura 4.18 – Modular 4 60
Figura 4.19 – Modular 5 61
Figura 4.20 – Modular 6 62
Figura 4.21 – Modular 7 63
Figura 4.22 – Modular 8 64
Figura 4.23 – Modular 9 65
Figura 4.24 – Modular 10 66
Figura 4.25 – Modular 11 67
Figura 4.26 – Modular 12 68
Figura 4.27 – Modular 13 69
Figura 4.28 – Modular 14 70
Figura 4.29 – Exponencial 1 73
Figura 4.30 – Exponencial 2 74
Figura 4.31 – Exponencial 3 75

Figura 4.32 – Exponencial 4 76
Figura 4.33 – Exponencial 5 77
Figura 4.34 – Exponencial 6 78
Figura 4.35 – Intensidade de um Terremoto 80
Figura 4.36 – Logarítmica 1 82
Figura 4.37 – Logarítmica 2 83
Figura 4.38 – Logarítmica 3 84
Figura 4.39 – Logarítmica 4 85
Figura 4.40 – Logarítmica 5 86
Figura 4.41 – Logarítmica 6 87
Figura 4.42 – Logarítmica 7 88
Figura 4.43 – High Roller 91
Figura 4.44 – Seno 1 92
Figura 4.45 – Seno 2 93
Figura 4.46 – Seno 3 94
Figura 4.47 – Seno 4 95
Figura 4.48 – Seno 5 96
Figura 4.49 – Seno 6 97

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 10

2 A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS 13

2.1 Um Histórico da Educação de Jovens e Adultos no Brasil 13

2.2 A EJA e o aprendizado - Uma questão de Justiça Social 21

2.3 Sobre Andragogia, Etnomatemática, o Professor e o Ensino da Matemática na EJA 25

3 A TECNOLOGIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA 32

3.1 Sobre o uso de Novas Tecnologias e Mediações Pedagógicas no Ensino 32

3.2 Sobre o uso de Novas Tecnologias no Ensino da Matemática e na EJA 35

3.3 O Geogebra 37

4 O ENSINO DE FUNÇÕES. UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA A EJA, COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA 39

4.1 Função Afim 39

4.2 Função Quadrática 47

4.3 Função Modular 56

4.4 Função do Tipo Exponencial 71

4.5 Função Logarítmica 80

4.6 Função Trigonométrica - Senóide 90

5 CONCLUSÃO 98

REFERÊNCIAS 102

1 INTRODUÇÃO

O objetivo deste trabalho é criar um produto que possa fazer diferença no processo de ensino aprendizagem da Educação de Jovens e Adultos. É utopia pensar que todos vão seguir sua vida escolar na idade idealizada previamente pelo governo. Uma grande parte dos alunos que começam a estudar tem este processo interrompido por motivos diversos. Em dado momento, voltam a escola e se deparam com conteúdos trabalhados de forma tradicional e que em alguns casos ajudaram ao aluno desistir. Este trabalho reconhece as dificuldades que os jovens e adultos sentem neste retorno, pois propõe uma sequência didática com ênfase na prática e ao mesmo tempo utiliza as tecnologias a favor do processo de ensino.

> A idade cronológica, entretanto, tende a propiciar oportunidades de vivências e relações, pelas quais crianças e adolescentes, em geral, ainda não passaram. Mesmo que estruturas socioeconômicas e culturais imponham uma entrada cada vez mais precoce em algumas dimensões da vida adulta, os modos como os velhos, os adultos, os jovens, os adolescentes ou as crianças se inserem nessas dimensões são sensivelmente diferentes (FONSECA, 2007, p. 22).

Começamos com um resumo do histórico da EJA no Brasil para entendermos o contexto que este tipo de educação se encontra na atualidade. Depois fazemos questão de mostrar que qualquer estudo que visa melhorar a qualidade do ensino na EJA é uma questão de justiça, uma vez que durante muito tempo este ensino não mereceu a devida atenção das autoridades, ficando em segundo plano, como supletivo, conforme citação abaixo, sem se interessar pelas experiências e realidades dos alunos.

> Assim, o notório caráter assistencialista da EJA foi enraizado, mas a necessária integração do sistema educacional não foi alcançada. E foi neste panorama, no qual muitos brasileiros se encontravam em situação de marginalização e pobreza, que se deu inicio no meio rural, em 1947, à primeira Campanha Nacional de Educação de Adolescentes e Adultos, caracterizadas pela criação de um curso primário com duração de sete meses e que implementou o "ensino supletivo", até hoje presente na cultura da EJA (SOUZA, 2019, p. 20).

Sugerimos que o profissional que trabalha com a EJA deva ser sensível, capaz de reconhecer e valorizar as experiências de vida dos alunos.

> Falar da realidade como algo parado, estático, compartimentado e bem comportado, quando não falar ou dissertar sobre algo completamente alheio à experiência existencial dos educandos vem sendo, realmente, a suprema inquietação desta educação. A sua irrefreada ânsia. Nela, o educador aparece como seu indiscutível agente, como o seu real sujeito, cuja tarefa indeclinável é "encher"os educandos dos conteúdos de sua narração. Conteúdos que são retalhos da realidade desconectados da totalidade em que se engendram e em cuja visão

> ganhariam significação. A palavra, nestas dissertações, se esvazia da dimensão concreta que devia ter ou se transforma em palavra oca, em verbosidade alienada e alienante. Dai que seja mais som que significação e, assim, melhor seria não dizê-la (FREIRE, 1987, p. 33).

Ser sensível é entender o contexto em que os alunos estão inseridos. É valorizar as experiências individuais.

> A aprendizagem escolar, ao promover um conhecimento legitimado pela sociedade, só se torna significativa para o(a) aluno(a) se fizer uso e valorizar seus conhecimentos anteriores, se produzir saberes novos, que façam sentido na vida fora da escola, se possibilitar a inserção do jovem e adulto no mundo letrado (BRASIL, 2006a, p. 8).

Dentro desta valorização do meio sócio-cultural que o aluno está inserido, encontra-se também o pensamento de Vygotsky:

> Vygotsky afirma que as características tipicamente humanas não estão presentes desde o nascimento do indivíduo, nem são mero resultado das pressões do meio externo. Elas resultam da interação dialética do homem e seu meio sócio-cultural. Ao mesmo tempo em que o ser humano transforma o seu meio para atender suas necessidades básicas, transforma-se a si mesmo (REGO, 1995, p. 41).

Este trabalho trata do ensino na EJA, norteado com o estudo da andragogia e da etnomatemática. Ressalta o quanto essas ciências podem auxiliar os professores no trabalho com o público da EJA.

Vamos perceber o novo papel do professor quando está inserido no mundo tecnológico, o de mediador do ensino, o de estimulador de criatividade, o incentivador de pesquisas, diálogos em que o aluno passa ser o centro ativo do processo. O papel mediador da atividade humana em geral já era previsto por Vygotsky.

> O quarto postulado diz respeito à característica mediação presente em toda atividade humana. São os instrumentos técnicos e os sistemas de signos construídos historicamente, que fazem a mediação dos seres humanos entre si e deles com o mundo. A linguagem é um signo mediador por excelência, pois ela carrega em si os conceitos generalizados e elaborados pela cultura humana (REGO, 1995, p. 42).

O trabalho termina com a sequência didática, voltada para o ensino de funções, sempre provocando inicialmente o aluno com questões contextualizadas na realidade vivida de fácil percepção. Hoje, a tecnologia está cada vez mais avançada e acessível aos cidadãos. Por isso, o uso do aplicativo GEOGEBRA irá facilitar este aprendizado.

A escolha do ensino de funções ocorreu por tratar-se de um dos pilares dos objetos do conhecimento de matemática para o Ensino Médio, principalmente para a primeira série. É um conteúdo que utiliza situações rotineiras, do dia-a-dia dos alunos, de visualização prática, de muita utilidade para a EJA.

> As funções tem um papel representativo nos temas abordados na educação básica, observando várias situações do nosso dia a dia, percebe-se sua aplicabilidade direta e indiretamente na resolução de várias situações que nos cercam, portanto tal conteúdo merece um especial destaque em nossa prática pedagógica(SIQUEIRA; CAETANO, 2016, p. 4).

Os exercícios propostos nas aulas da sequência didática estão voltados para a visualização gráfica obtida em cada passo no ensino das funções. Os exercícios pedem que os alunos obtenham gráficos que permitam a comparação e a conclusão sobre as funções dos parâmetros envolvidos.

A tônica da sequência didática é que o aluno construa o seu próprio conhecimento executando as atividades propostas.

2 A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

2.1 Um Histórico da Educação de Jovens e Adultos no Brasil

Um primeiro relato de Educação de Adultos no Brasil remete ao tempo do Brasil Colônia em que os Jesuítas catequizavam os habitantes nativos, ou seja, para que os índios pudessem conviver com os portugueses tinham que se submeter à língua, comportamento, religião impostos pela Corte Portuguesa. Trata-se de muito mais do que uma simples alfabetização e catequização, mas uma forma de submeter os nativos às "regras"para o convívio com os brancos portugueses.

Começa daí a história dos dominantes e dominados, característicos do sistema educacional brasileiro.

> Estas ações constituíram no Brasil Colônia, período em que a alfabetização permaneceu voltada à catequese e a formalidade das ordens que provinham da Corte (SANTOS; LOPES, 2017, p. 3).

A educação era privilégio de poucos. Depois dos índios, vieram os negros escravos e a educação continuou restrita, pois não estava nos planos dos Jesuítas ensinar a ler e a escrever às mulheres, aos pobres e aos negros (SILVA et al., 2012).

As primeiras escolas foram criadas para atender os colonizadores endinheirados e seus filhos de acordo com (SILVA et al., 2012), o que nos mostra claramente o domínio sobre os mais fracos, criando as primeiras exclusões.

Após a expulsão dos Jesuítas no Brasil, a organização escolar ficou um pouco perdida e a Educação de Jovens e Adultos só veio a ser reconhecida de modo implícito na constituição de 1824, já no período imperial.

> A Carta de 1824, sob forte influência europeia, declarou que a "instrução primária e gratuita para todos os cidadãos" constituía um direito. De certo modo, jovens e adultos estão incluídos, entretanto o conceito de cidadania, naquela época, tinha suas contradições (SILVA et al., 2012, p. 17).

Percebe-se mais exclusões, uma vez que nem todos eram cidadãos, ou seja, parte das mulheres, negros, indígenas e pobres não tinham o direito de cidadania. A Educação de Jovens e Adultos sempre foi seguida de muita luta e interesse de grupos de pessoas, comunidades, ocorrendo naquela época também de maneira informal.

> É importante acentuar que as experiências de alfabetização de jovens e adultos, no Brasil, na época imperial não se restringiam à educação formal. Havia

> muitas experiências não formais que superavam aquelas realizadas pelo sistema escolar, principalmente no espaço urbano, onde elas se multiplicavam. (SILVA et al., 2012, p. 19)

Houve um certo avanço quando foi editado o Ato Adicional de 1834, que responsabilizou as províncias pela "instrução primária e secundária e formulou, especificamente, as políticas de instrução para jovens e adultos"(SANTOS; LOPES, 2017).

Mas, era difícil a fiscalização e o acesso sempre se deu aos mais privilegiados. A busca pelo aprendizado da leitura e escrita era acirrada uma vez que esse legado garantia mais direitos e participação na sociedade da época. A movimentação pela educação de Adultos era mais registrada em centros urbanos, diferentemente de locais como o nordeste brasileiro.

As elites interessavam na alfabetização apenas para fins eleitoreiros e não com visão de libertar o povo da ignorância, pois no final do período imperial do Brasil 82% da população era analfabeta, conforme (SANTOS; LOPES, 2017).

Por que Educar uma sociedade? Ela vai estar preparada, crítica, instruída e não vai aceitar imposições e interesses particulares. A elite dominante no Brasil sempre ditou os rumos da nação, senão vejamos:

> Desta maneira, com o surgimento do Brasil Império concebe-se a ideia de que disponibilizar educação para adultos das classes populares seria algo nocivo ao sistema político da época, já que desta forma a população poderia começar a ponderar sobre sua conjuntura e organizar-se com vistas à exigência de modificações. Assim, grande parte dos brasileiros vivia marginalizada socialmente, fora do sistema eleitoral, de modo a se manter o *status quo* social e econômico vigente. Corroborando com os objetivos da classe dominante daquela época, a não programação da educação à população mais pobre sobretudo prejudicou a esta classe (SOUZA, 2019, p. 19).

Já o Brasil republicano trouxe uma esperança para o povo de obter um país livre, autônomo, nacionalista e preocupado em resolver suas mazelas (SILVA et al., 2012). Havia também um sentimento de vergonha, pois o censo de 1890 indicava que apenas 20% da população sabia ler e escrever e, no censo de 1920, 72% da população acima de 5 anos era analfabeta (SILVA et al., 2012). Nas décadas de 30 e de 40, a pressão para que o Estado assumisse a educação básica era grande, principalmente quando o país começou um processo de industrialização e houve a necessidade de mão-de-obra qualificada. O homem do campo começou a migrar para os centros urbanos a procura de melhor qualidade de vida. A Constituição de 1934 avançou no sistema educacional, inclusive para jovens e adultos, obrigando estados e municípios a assumir suas responsabilidades.

> Em 1938, foi criado o Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos – INEP, que instituiu o Fundo Nacional do Ensino Primário que custearia um programa de ampliação do ensino primário, bem como o ensino supletivo para os adultos. Em 1945, há uma ampliação do fundo, o qual destina 25% dos recursos ao ensino supletivo de adolescentes e adultos analfabetos (SILVA et al., 2012, p. 26).

Movimentos sociais e campanhas foram criados no sentido de ajudar na Educação de Jovens e Adultos, como o SEA (Serviço de Educação de Adultos) e o CEAA (Campanha de Educação de Adolescentes e Adultos), Campanha Nacional de Educação Rural e Campanha Nacional de Erradicação do Analfabetismo, levando no conjunto dos trabalhos realizados do período a um avanço educacional, pois em 1960 a quantidade de analfabetos caiu para $46,7\%$, de acordo com (SILVA et al., 2012).

Até então, o ensino de jovens e adultos estava voltado para erradicar a doença do analfabetismo, qualificar uma mão-de-obra para atender a industrialização e o urbanismo da época, aumentar a base eleitoral e a suprir o que não foi aprendido na idade do ensino regular.

Foi quando surgiu um educador que veio influenciar grandemente o estudo da EJA no Brasil. Paulo Reglus Neves Freire, nascido no Recife em 1921 e falecido em São Paulo em 1997. Autor de Pegagogia do Oprimido e Pedagogia da Autonomia, dedicou-se na educação dos mais pobres e humildes e destacou-se por seu trabalho na área de Educação Popular.

> A grande generosidade está em lutar para que, cada vez mais, estas mãos, sejam de homens ou de povos, se estendam menos, em gestos de súplica. Súplica de humildes a poderosos. E se vão fazendo, cada vez mais, mãos humanas, que trabalhem e transformem o mundo. Este ensinamento e este aprendizado têm de partir, porém, dos "condenados da terra", dos oprimidos, dos esfarrapados do mundo e dos que com eles realmente se solidarizem. Lutando pela restauração de sua humanidade estarão, sejam homens ou povos, tentando a restauração da generosidade verdadeira (FREIRE, 1987, p. 17).

O que encanta no trabalho de Paulo Freire é o seu senso de justiça uma vez que prioriza os mais necessitados do saber, pois sua pedagogia é voltada para conscientizar o educando sobre a realidade ao seu redor.

> Inspirou trabalhos de educação junto aos povos pobres de todos os cantos do mundo. No Brasil, suas ideias estão presentes principalmente na educação de jovens e adultos. Dedicou toda sua vida ao sonho de ajudar a construir uma sociedade justa e democrática em que homens e mulheres não fossem mais vítimas da opressão e da exclusão social (BRASIL, 2006a, p. 27).

O educando adota uma postura crítica e política, sendo ativo no processo de ensino e aprendizagem, podendo assim se libertar do que podemos chamar de opressão imposta pelos dominantes do poder.

> Todo mundo pode falar de Freinet ou Mentessori, há um sem-número de nomes que têm importância, mas não cabe nenhuma dúvida de que a Pedagogia do oprimido marca a segunda metade do século XX, como Democracia e educação de John Dewey marcou a primeira metade. Sem dúvida alguma, a conexão entre os dois pensadores é evidente, especialmente no Brasil através de Anísio Teixeira. Paulo Freire, de alguma maneira, retoma o pensamento da Escola Nova e o leva a uma análise muito mais crítica (GADOTTI; ROMAO, 2011, p. 32).

Este é o principal sentido da educação. Fazer diferença ajudando a transformar a vida do educando.

> A nossa preocupação, neste trabalho, é apresentar alguns aspectos do que nos parece constituir o que vimos chamando de Pedagogia do Oprimido: aquela que tem que ser forjada com ele e não para ele, enquanto homens ou povos, na luta incessante de recuperação de sua humanidade. Pedagogia que faça da opressão e de suas causas objeto da reflexão dos oprimidos, de que resultará o seu engajamento necessário na luta por sua libertação, em que esta pedagogia se fará e refará (FREIRE, 1987, p. 17).

Algumas ações populares insurgiram como o Movimento de Educação de Base em 1961, o Movimento de Cultura Popular de Recife, a Campanha de Pé no Chão Também se Aprende a Ler e os Centros Populares de Cultura ligados à igreja, sindicatos e estudantes (SILVA et al., 2012)

Foi através deste apelo popular que fez com que João Goulart criasse no início de 1964 o Programa Nacional de Alfabetização do Ministério da Educação e Cultura, idealizado principalmente por Paulo Freire e por vários segmentos da sociedade, de acordo com (SILVA et al., 2012).

> O programa durou pouco tempo, pois caminhava de forma contrária aos interesses reacionários da elite brasileira que, amedrontada, enxergava no sucesso do Programa Nacional de Alfabetização o fim de seus privilégios. Entendia que a única forma de frear os anseios populares era acabar com os movimentos que, na mentalidade burguesa já se confundiam com o governo popular. Assim, o meio encontrado foi o golpe militar, ocorrido em 31 de março de 1964(SILVA et al., 2012, p. 29).

A quem interessava uma população com consciência política? Os sempre oprimidos tomariam consciência e seriam críticos formadores de opinião.

> Seria uma contradição se os opressores, não só defendessem, mas praticassem uma educação libertadora (FREIRE, 1987, p. 23).

Contrariariam a elite dominante que sempre esteve e gostou do poder.

> Para as elites dominadoras, esta rebeldia, que é ameaça a elas, tem o seu remédio em mais dominação - na repressão feita em nome, inclusive, da liberdade e do estabelecimento da ordem e da paz social. Paz social, que, no fundo, não é outra senão a paz privada dos dominadores (FREIRE, 1987, p. 38).

A reação não demorou muito. Era preciso mudar os rumos da educação transformadora que se avistava.

> Um dos primeiros atos do governo militar foi interromper o Programa Nacional de Alfabetização e os demais programas de educação popular, bem como prender e exilar seus idealizadores e apreender materiais didáticos (SILVA et al., 2012, p. 31).

Mas a nação estava em pleno desenvolvimento e necessitava de mão-de-obra qualificada. Foi então que os militares criaram o MOBRAL (Movimento Brasileiro de Alfabetização).

Segundo (SOUZA, 2019):

> Já no período de 1964-1985, houve uma ruptura histórica com as conquistas obtidas e um infeliz retorno às conservadoras noções sobre a educação de jovens e adultos, pois o regime militar minimizou nas ações educativas os principais sentidos defendidos por Freire. Tal governo atribuiu à Educação um caráter disciplinador e moralista, ampliando ainda mais a posição assistencialista da EJA, e tendo no Movimento Brasileiro de Alfabetização (MOBRAL) sua máxima expressão (SOUZA, 2019, p. 20).

Mas, em 1971, com a LDBEN, houve mudanças:

> Alguns anos depois de sua criação, o MOBRAL perdeu seu caráter ligado à alfabetização e se mostrou como um poderoso instrumento ideológico, que obedecia aos interesses dos militares. Desta forma, este programa tornou-se autônomo do Ministério da Educação. Não conseguindo alcançar seus objetivos iniciais, o MOBRAL passou por várias mudanças e, mesmo assim, não respondia às reais necessidades da época. Nesse período, foi aprovada a segunda Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDBEN, a de nº. 5.692/1971, pelo governo militar, que trata a Educação de Jovens e Adultos, em seu artigo 24, como supletivo (SILVA et al., 2012, p. 32).

Pela primeira vez, houve um capítulo específico para a Educação de Jovens e Adultos, apesar de ter a Lei 5.692/1971 produzida por um governo conservador. Com o fim da ditadura em 1985, o MOBRAL foi substituído pela Fundação Nacional para a Educação de Jovens e Adultos (Fundação Educar).

Com a constituição de 1988, junto com os estados e municípios, o Estado reconheceu o direito da educação de pessoas jovens e adultas à educação fundamental. O tema Educação é tratado no Capítulo III (Da Educação, Da Cultura e do Desporto), na seção I (Da Educação). Os artigos 205 ao 214 disciplinam a educação na união, estados e municípios, conforme (BRASIL, 1988).

Na Constituição, ficam os estados e municípios obrigados a aplicar 25% de suas receitas com impostos e transferências na manutenção e desenvolvimento do ensino. A Constituição de 1988 universaliza o acesso à Educação, principalmente quando cita que a Educação é direito de todos e dever do Estado e da Família. A educação básica torna-se obrigatória e gratuita dos 4 anos aos 17 anos de idade, assegurada a gratuidade para os que a ela não tiveram acesso na idade própria. Fica garantido o ensino noturno regular, adequado às condições do educando, de acordo com (BRASIL, 1988).

Posteriormente, a Lei 9394/1996 conhecida como LDB (Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional) destaca importante, porém ainda insuficiente, atenção à Educação de Jovens e Adultos. Fica claro na lei o destaque e a preferência para a Educação Regular de crianças e adolescentes dos 4 aos 17 anos, conforme (BRASIL, 1996).

Percebe-se que o país vem dando maior ênfase à economia e não à formação de consciência crítica da população. Não percebendo que o cidadão que tem formação crítica vai melhorar sua percepção de vida e questionar sua situação social e dos demais cidadãos. Entretanto, todos querendo e tendo condições de melhorar sua vida vai contra os interesses dos dominantes da nação. Aqueles que ditam os rumos da nação preferem trabalhadores que aceitam em silêncio os impostos e as regras, como se quem nasceu pobre, tem que morrer pobre.

> A concepção e a prática da educação que vimos criticando se instauram como eficientes instrumentos para este fim. Daí que um dos seus objetivos fundamentais, mesmo que dele não estejam advertidos muitos do que a realizam, seja dificultar, em tudo, o pensar autêntico. Nas aulas verbalistas, nos métodos de avaliação dos "conhecimentos", no chamado "controle da leitura", na distância entre o educador e os educandos, nos critérios de promoção, na indicação bibliográfica, em tudo, há, sempre a conotação "digestiva"e a proibição ao pensar verdadeiro (FREIRE, 1987, p. 36).

Diversas ações, programas, encontros foram implantados como a criação do FUNDEF (Fundo Nacional para o Desenvolvimento da Educação Fundamental) substituído pelo FUNDEB (Fundo Nacional para o Desenvolvimento da Educação Básica).

Mas, a sociedade deve continuar resistindo e exigindo para a Educação de Jovens e Adultos um tratamento melhor, com foco na formação crítica do sujeito, com preparação adequada de profissionais docentes.

> Para tanto o intuito de melhor alcançar os objetivos da Educação de EJA na sua plenitude, é preciso que o estado exerça o seu dever, principiando pela

> valorização dos profissionais da educação, colocando-lhes a disposição formação continuada, para que todos tenham qualidade na aprendizagem (SANTOS; LOPES, 2017, p. 10).

Foi de grande importância para a educação de jovens e adultos a criação da Conferência Internacional de Educação de Adultos (CONFINTEA), criada pela Organização das Nações Unidas (ONU).

> De grande relevância também para a educação nacional foi a VI CONFINTEA, realizada em 2009 em Belém do Pará, que promoveu condições para importantes diálogos sobre promoção e políticas de ensino para jovens e adultos, inclusive aos excluídos e marginalizados socialmente, através do Plano de Ação para o Futuro (SOUZA, 2019, p. 21).

Houve avanços e estudos voltados para a população da EJA. Conforme (BRASIL, 2000a), foram estabelecidos fundamentos e funções, bases legais das diretrizes curriculares nacionais da EJA (bases histórico-legais e atuais), educação de jovens e adultos–hoje (cursos de EJA, exames supletivos, cursos a distância e no exterior, plano nacional de educação), bases histórico-sociais da EJA, iniciativas públicas e privadas, indicadores estatísticos da EJA, formação docente para a EJA e diretrizes curriculares nacionais e o direito à educação.

> É importante reiterar, desde o início, que este parecer se dirige aos sistemas de ensino e seus respectivos estabelecimentos que venham a se ocupar da educação de jovens e adultos sob a forma presencial e semi-presencial de cursos e tenham como objetivo o fornecimento de certificados de conclusão de etapas da educação básica. Para tais estabelecimentos, as diretrizes aqui expostas são obrigatórias bem como será obrigatória uma formação docente que lhes seja consequente (BRASIL, 2000a, p. 4).

Segundo (BRASIL, 2000a), o Brasil continua exibindo um número enorme de analfabetos. O IBGE apontou no ano de 1996 mais de 15 milhões de analfabetos na população de 15 anos de idade ou mais.

As Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação e Jovens e Adultos são estabelecidas por força de lei através da Resolução CNE CEB 01, de 05 de julho de 2000 (BRASIL, 2000b).

Tivemos ainda (BRASIL, 2008), um importante parecer que Institui Diretrizes Operacionais para a Educação de Jovens e Adultos nos aspectos relativos à duração dos cursos e idade mínima para ingresso nos cursos de EJA; idade mínima e certificação nos exames de EJA; e Educação de Jovens e Adultos desenvolvida por meio da Educação a Distância.

Mais recentemente, conforme (BRASIL, 2013), o Parecer CNE CEB 23 de 2008 foi reexaminado e atualizado pelas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica.

Um grande passo foi tomado a favor da EJA no governo do Presidente Luis Inácio Lula da Silva, quando sob o comando do seu Ministro da Educação Fernando Haddad foi criada, em 2004, a Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização e Diversidade (SECAD). A Educação de Jovens e Adultos passa a ser valorizada de forma adequada. A SECAD tinha como objetivo respeitar e valorizar a diversidade da população, garantindo políticas públicas como instrumentos de cidadania e de contribuição para a redução das desigualdades.

> A SECAD, por meio do Departamento de Educação de Jovens e Adultos, busca contribuir para atenuar a dívida histórica que o Brasil tem para com todos os cidadãos de 15 anos ou mais que não concluíram a educação básica. Para tanto, é fundamental que os professores e professoras dos sistemas públicos de ensino saibam trabalhar com esses alunos, utilizando metodologias e práticas pedagógicas capazes de respeitar e valorizar suas especificidades. Esse olhar voltado para o aluno como o sujeito de sua própria aprendizagem, que traz para a escola um conhecimento vasto e diferenciado, contribui, efetivamente, para sua permanência na escola e uma aprendizagem com qualidade (BRASIL, 2006a, p. 1).

A SECAD apresentou a coleção **Trabalhando com a Educação de Jovens e Adultos** composta de cinco cadernos temáticos, visando subsidiar e apoiar educadores na área.

A luta para acabar com a desigualdade social não parou na SECAD. Ainda na gestão do Ex-Presidente Luis Inácio Lula da Silva foi criado o PROJOVEM (Programa Nacional da Inclusão de Jovens). Este programa tem a finalidade de apoiar a formação educacional, ajudando a elevar a escolaridade e promover a qualificação profissional de muitos jovens no país. Em parceria com estados e municípios, ele atende jovens nas idades de 15 a 29 anos. De acordo com (BRASIL, 2020b), ele é composto de cursos de qualificação profissional e social que ajudam no início da carreira e a inserção destes jovens no mercado de trabalho.

Outros programas como PBA (Programa Brasil Alfabetizado) e o PEJA (Programa de Apoio aos Sistemas de Ensino para atendimento à Educação de Jovens e Adultos) também foram de iniciativa do governo petista (BRASIL, 2020b).

Portanto, foi apresentado um resumido histórico da Educação de Jovens e Adultos no Brasil, mas que fica evidente que a EJA não é prioridade nas ações de governo. Por isso, a luta de órgãos, entidades, sociedade organizada e de toda a população deve continuar no sentido de pressionar os governantes para desenvolverem leis e ações a fim de promover a EJA.

Como estamos em plena era tecnológica digital, acreditamos que a inserção na EJA de atividades de ensino com uso de novas tecnologias seja uma das ações que promoverá a diminuição das desigualdades educacionais. Ao mesmo tempo que faz os adultos interagirem com as novas tecnologias, pode-se aproveitar os recursos digitais para o ensino na EJA, principalmente, neste caso, no ensino de funções na área de matemática.

2.2 A EJA e o aprendizado - Uma questão de Justiça Social

Ficou claro no pequeno histórico da EJA no Brasil que durante muito tempo ela ficou relegada a uma suplência de um ensino não praticado na idade idealizada pelo sistema.

> Nesta ordem de raciocínio, a Educação de Jovens e Adultos (EJA) representa uma dívida social não reparada para com os que não tiveram acesso a e nem domínio da escrita e leitura como bens sociais, na escola ou fora dela, e tenham sido a força de trabalho empregada na constituição de riquezas e na elevação de obras públicas (BRASIL, 2000a, p. 5).

Num país em que milhões de pessoas acima de 19 anos não concluíram o ensino médio, o tratamento e atenção necessários a um bom ensino e formação crítica ainda não está à altura que a EJA merece.

> O importante, do ponto de vista de uma educação libertadora, e não "bancária", é que, em qualquer dos casos, os homens se sintam sujeitos de seu pensar, discutindo o seu pensar, sua própria visão de mundo, manifestada implicitamente ou explicitamente, nas suas sugestões e nas de seus companheiros. Porque esta visão da educação parte da convicção de que não pode sequer presentear o seu programa, mas tem que buscá-lo dialogicamente com o povo, é que se inscreve como uma introdução à pedagogia do oprimido, de cuja elaboração deve ele participar (FREIRE, 1987, p. 69).

A ideia principal desta dissertação é fazer com que os alunos saibam identificar diferenças e comparar modelos, uma vez que a sequência didática propõe exercícios de comparação de gráficos e análise de parâmetros. Incentiva a capacidade crítica do aluno, já que simula situações gráficas de acordo com os valores distintos dos parâmetros.

Acreditamos que a educação deva ser transformadora para atingir seu objetivo. Os alunos da EJA são na grande maioria, senão na totalidade, pertencentes a classe pobre.

> A compreensão dessa realidade levou Paulo Freire, ainda nos anos de 1960, a reconhecer o analfabetismo como uma questão não só pedagógica, mas também social e política. É a mesma sabedoria de Freire que nos mostra que educar a favor dos pobres é educar para a transformação da sociedade geradora da pobreza (BRASIL, 2006a, p. 15).

Essa transformação vai ocorrer quando o aluno se liberta da escravidão da ignorância, se liberta da prisão intelectual imposta.

> O importante, por isso mesmo, é que a luta dos oprimidos se faça para superar a contradição em que se acham. Que esta superação seja o surgimento de um homem novo - não mais opressor, não mais oprimido, mas homem libertando-se(FREIRE, 1987, p. 24).

Não basta apenas preparar o aluno para o trabalho, para o comércio, para as indústrias, pois a educação não deve estar voltada apenas para a mão-de-obra. Dessa outra maneira estaremos apenas concordando que os alunos da EJA são considerados fora de um padrão e terão apenas um ensino básico supletivo para seguirem suas vidas de sobrevivência sem questionar.

> Dadas as características de nosso país - extensão territorial, cultura vigente, heterogeneidade de raças, recursos naturais, bem como as dificuldades encontradas, como desemprego, fome, analfabetismo, educação atrasada, cabe à sociedade, em todas as suas instâncias, construir um projeto dotado de qualidade que permita a geração de oportunidades próprias de desenvolvimento. Somente assim, a cidadania, concebida como a capacidade culturalmente construída de fazer uma história própria, participativa, depende primeiramente da qualidade da educação. Por aí, a nosso ver, começa a oportunidade. No entanto, nossas escolas continuam enciclopedistas tal qual as escolas do século XIX (PICONEZ, 2010, p. 16).

A sociedade brasileira enxerga o aluno da EJA como problemático, despreparado, atrasado, levando o aluno a um sentimento de baixa estima, uma vez que foram excluídos do ensino regular por motivos diversos.

> Uma característica freqüente do(a) aluno(a) é sua baixa auto-estima, muitas vezes reforçada pelas situações de fracasso escolar. A sua eventual passagem pela escola, muitas vezes, foi marcada pela exclusão e/ou pelo insucesso escolar. Com um desempenho pedagógico anterior comprometido, esse aluno volta à sala de aula revelando uma auto-imagem fragilizada, expressando sentimentos de insegurança e de desvalorização pessoal frente aos novos desafios que se impõem (BRASIL, 2006a, p. 16).

E ainda temos:

> No que se refere a EJA, o problema se torna ainda maior, pois, conforme já comentamos, o jovem e o adulto voltam à escola com sentimento de marginalização da sociedade devido à sua condição de não ter estudado na época considerada correta (HYRIE; HYGA; ALTOE, 2016, p. 88).

Fazemos justiça ao pensarmos em projetos, pesquisas e trabalhos que visam atender o público da EJA.

> De tanto ouvirem de si mesmos que são incapazes, que não sabem nada, que não podem saber, que são enfermos, indolentes, que não produzem em virtude de tudo isto, terminam por se convencer de sua "incapacidade". Falam de si como os que não sabem e do "doutor"como o que sabe e a quem deve escutar. Os critérios de saber que lhe são impostos são os convencionais (FREIRE, 1987, p. 28).

Em nossa passagem como professor do Ensino Médio da EJA pudemos constatar que havia alunos de 18 a 60 anos de idade, que voltaram aos bancos escolares na esperança de obter o diploma do Ensino Médio.

> Esta observação faz lembrar que a ausência da escolarização não pode e nem deve justificar uma visão preconceituosa do analfabeto ou iletrado como inculto ou "vocacionado"apenas para tarefas e funções "desqualificadas"nos segmentos de mercado. Muitos destes jovens e adultos dentro da pluralidade e diversidade de regiões do país, dentro dos mais diferentes estratos sociais, desenvolveram uma rica cultura baseada na oralidade da qual nos dão prova, entre muitos outros, a literatura de cordel, o teatro popular, o cancioneiro regional, os repentistas, as festas populares, as festas religiosas e os registros de memória das culturas afro-brasileira e indígena (BRASIL, 2000a, p. 5).

Presenciamos desde a aluna que engravidou aos 15 anos e teve que parar de estudar para ser mãe, até uma enfermeira de 60 anos que sempre trabalhou para ajudar na sobrevivência da família. Esta enfermeira precisava do Ensino Médio para melhorar o salário dela e ter uma melhor aposentadoria.

> Suas raízes são de ordem histórico-social. No Brasil, esta realidade resulta do caráter subalterno atribuído pelas elites dirigentes à educação escolar de negros escravizados, índios reduzidos, caboclos migrantes e trabalhadores braçais, entre outros. Impedidos da plena cidadania, os descendentes destes grupos ainda hoje sofrem as consequências desta realidade histórica. Disto nos dão prova as inúmeras estatísticas oficiais. A rigor, estes segmentos sociais, com especial razão negros e índios, não eram considerados como titulares do registro maior da modernidade: uma igualdade que não reconhece qualquer forma de discriminação e de preconceito com base em origem, raça, sexo, cor idade, religião e sangue entre outros. Fazer a reparação desta realidade, dívida inscrita em nossa história social e na vida de tantos indivíduos, é um imperativo e um dos fins da EJA porque reconhece o advento para todos deste princípio de igualdade (BRASIL, 2000a, p. 6).

Havia aluno que sofreu *bullyng* na escola pela sua aparência até o senhor de 50 anos que sempre morou na roça e não conseguiu estudar na cidade, pois tinha que trabalhar desde novo.

> Esses propósitos definidos para a Educação de Jovens e Adultos, e que permeiam a Educação Matemática que em seu âmbito se realiza, guardam ainda, entretanto, muito da perspectiva da adaptação do indivíduo, aluno jovem ou adulto da Educação Básica, aos modos de organização, produção e atribuição de valores de uma sociedade marcada por relações tão flagrantemente injustas que redundaram na própria necessidade de se estabelecerem programas de Educação Básica de Jovens e Adultos para aqueles que foram excluídos do sistema escolar quando crianças ou adolescentes (FONSECA, 2007, p. 10).

Percebe-se uma sala de aula muito heterogênea seja nas idades, nos trabalhos ou falta dele e principalmente nos motivos que levaram a não estudar na época oferecida pelo governo.

> O conjunto cultural formado pelas pessoas que se encontram numa mesma série, numa sala de aula, é, então, extremamente rico. A cultura marca a visão de mundo e é a base onde a construção de conhecimentos vai se dar (BRASIL, 2006a, p. 12).

Existiam casos em que o aluno desistiu da escola por não conseguir entender e dominar a própria matemática de ensino tradicional.

> Foram essas preocupações que me levaram a dedicar o primeiro capítulo deste livro a um esforço de caracterização da Educação de Jovens e Adultos e, a partir daí, da Educação Matemática de Jovens e Adultos, não como uma modalidade de oferta de educação básica ou profissional, mas como uma ação pedagógica que tem um público específico, definido também por sua faixa etária, mas principalmente por uma identidade delineada por traços de exclusão sociocultural (FONSECA, 2007, p. 11).

Nem todos tiveram as mesmas oportunidades. As crianças não são simplesmente matérias primas que entram na "fábrica escolar"aos 5 anos e saem como "produto acabado"aos 17 anos prontos para os vestibulares ou para o trabalho, como uma linha de produção, ou como soldados prontos para a "guerra"do acesso aos cursos superiores. Devemos tratar todos igualmente e de forma inclusiva.

Estamos falando de seres humanos que possuem sentimentos variados, condições de vidas distintas, mas que na sua grande maioria são de classe social menos favorecida. Por motivos já citados não conseguem ou não puderam acompanhar o ensino regular e enxergam na EJA uma esperança de concluir a sua educação básica.

> Embora muitas dessas considerações possam ser aplicáveis ou adaptáveis a contextos diversos, minha abordagem estará dirigida à Educação escolar de Jovens e Adultos. Sem dúvida, não podemos deixar de reconhecer a riqueza e a relevância dos esforços e das práticas educativas para além do “ambiente de escola”. A decisão, porém, de privilegiar a modalidade escolar do ensino da Matemática e da Educação de Jovens e Adultos marca, antes de mais nada, uma posição política em defesa do direito à Educação Básica – pública, gratuita e de qualidade – para todos; quer atender, ainda, a uma demanda recorrentemente expressa por professores de Matemática que trabalham com jovens e adultos e pesquisadores que voltam seu olhar investigativo para o ensino escolar da Matemática destinado a esse público, por subsídios mais específicos para sua prática docente (e) reflexiva (FONSECA, 2007, p. 12).

A apresentação desta sequência didática tem uma proposta diferenciada, ensinando o aluno a comparar gráficos e valores dos parâmetros das leis de formação das funções, criticar os modelos gráficos obtidos e concluir que os valores e sinais dos parâmetros influenciam o comportamento gráfico das funções.

Reforça a importância do registro dos trabalhos apresentados para que outros profissionais possam se utilizar das experiências vividas.

> Quando um(a) professor(a) escreve sobre uma sequência de atividades, está documentando o caminho que ele(a) e seu grupo percorreram para pensar e aprender sobre um determinado assunto. Esse caminho nos aponta para formas de intervenção do(a) professor(a) e para a dinâmica vivida pelos alunos.
> Alguns destes registros são tão ricos em descrições que, ao lê-los, podemos imaginar a sala de aula, os alunos falando, escrevendo, debatendo, o(a) professor(a) intervindo, andando pelo espaço, atendendo seus alunos e os conhecimentos sendo construídos.
> Outros professores até poderiam aprender com esse registro: o tema escolhido, a forma como apresentou a proposta, as perguntas que fez, as atividades que os alunos realizaram, o que foi aprofundado, o que foi usado para ilustrar a conversa, como as descobertas feitas pelo grupo foram registradas, de que forma a leitura e a escrita apareceram nessa sequência (BRASIL, 2006d, p. 30).

Vai ao encontro do objetivo maior que é fazer justiça com e para os alunos da EJA, através de um modelo de aprendizagem compartilhado, interativo e lúdico, que segundo (HYRIE; HYGA; ALTOE, 2016) vai atender às três funções básicas da EJA que é a de reparadora, equalizadora e a de permanente qualificação.

> Desse modo, a função reparadora da EJA, no limite, significa não só a entrada no circuito dos direitos civis pela restauração de um direito negado: o direito a uma escola de qualidade, mas também o reconhecimento daquela igualdade ontológica de todo e qualquer ser humano (BRASIL, 2000a, p. 7).

Segundo ainda (BRASIL, 2000a), a função equalizadora da EJA vai dar cobertura a trabalhadores e a tantos outros segmentos sociais como donas de casa, migrantes, aposentados e encarcerados.

E fechando as funções da EJA:

> Esta tarefa de propiciar a todos a atualização de conhecimentos por toda a vida é a função permanente da EJA que pode se chamar de qualificadora. Mais do que uma função, ela é o próprio sentido da EJA (BRASIL, 2000a, p. 11).

2.3 Sobre Andragogia, Etnomatemática, o Professor e o Ensino da Matemática na EJA

Em contraposição à pedagogia, que se refere à educação de crianças, a Andragogia trata do conceito de educação voltada para o adulto, de acordo com (MUNHOZ, 2017). Portanto, é a ciência mais que especial no trabalho com a EJA.

O ensino de adultos tem peculiaridades, pois eles trazem potencialidades ainda não desenvolvidas e que devam ser despertadas através de suas próprias experiências de vida.

> A visão de mundo de uma pessoa que retorna aos estudos depois de adulta, após um tempo afastada da escola, ou mesmo daquela que inicia sua trajetória escolar nessa fase da vida, é bastante peculiar. Protagonistas de histórias reais e ricos em experiências vividas, os alunos jovens e adultos configuram tipos humanos diversos. São homens e mulheres que chegam à escola com crenças e valores já constituídos (BRASIL, 2006a, p. 4).

O professor deve valorizar a experiência e o contexto de vida dos aprendizes.

> Com efeito, especialmente em relação à aprendizagem da Matemática, temos observado traços muito próprios da relação do aprendiz adulto com o conhecimento matemático e com a situação discursiva em que se forja (e que é forjada por) seu aprendizado escolar (FONSECA, 2007, p. 23).

Portanto, os professores devem ter um trabalho especial com alunos da EJA. Devem estar bem preparados com uma didática que valorize as experiências dos alunos.

> Em primeiro lugar, naturalmente, emerge uma relação utilitária, no âmbito da qual o sujeito demanda não apenas o conhecimento que lhe seria de alguma forma necessário para o enfrentamento (urgente) das situações de sua vida (e de sua luta diária) – "porque eles sabem onde é que está o furo da bala, pelo lado que eles são explorados" (MST, 1994, p. 1) –, mas também a explicitação da utilidade desse conhecimento, não só porque o justifica, mas porque lhe fornece, à sua relação adulta com o objeto do conhecimento, algumas chaves de interpretação e produção de sentido (FONSECA, 2007, p. 24).

Não é uma tarefa fácil, pois os próprios alunos da EJA estão acostumados ao papel de espectadores e não de protagonistas. Mudar esta rotina é um desafio para o professor.

> Transformar a sala de aula da EJA num espaço de reflexão, de pensamento, nem sempre é uma tarefa fácil. Numa sociedade tão hierarquizada como a brasileira, nossos alunos e alunas, geralmente, desenvolvem as ocupações mais subalternas, nas quais o que mais se tem a fazer é obedecer a uma série de chefes, patrões, gerentes... Treinados a seguir orientações, não é de estranhar que ao chegarem à escola desejem encontrar atividades em que predominem a cópia, a repetição do que disse o(a) professor(a) e outras situações do mesmo tipo.
>
> Pensar e tomar decisões é bem diferente e dá muito trabalho, principalmente para quem tem pouco exercício dessa prática. Entretanto, como queremos formar cidadãos críticos e atuantes, não podemos esquecer que, provavelmente, a EJA é o único espaço na vida desses alunos onde a prática de pensar de forma organizada tem lugar.
>
> É uma imensa responsabilidade (BRASIL, 2006e, p. 7).

Logo, esta proposta de sequência didática vem atender a estes apelos pelo desenvolvimento das potencialidades já adquiridas.

> A alternativa que propomos é reconhecer que o indivíduo é um todo integral e integrado e que suas práticas cognitivas e organizativas não são desvinculadas do contexto histórico no qual o processo se dá, contexto esse em permanente evolução. Isto é evidente na dinâmica que deve caracterizar uma boa educação para todos, educação de massa (D'AMBROSIO, 2005, p. 82).

Neste ponto, entra o programa de Etnomatemática, que é um saber/fazer próprio de um grupo, comunidade, povos e nações, como cita (D'AMBROSIO, 2005). O adulto tem um modo diferenciado de pensar a matemática que a criança e o adolescente ainda não adquiriram.

> A cada realidade corresponde um tipo de aluno e não poderia ser de outra forma, são pessoas que vivem no mundo adulto do trabalho, com responsabilidades sociais e familiares, com valores éticos e morais formados a partir da experiência, do ambiente e da realidade cultural em que estão inseridos (BRASIL, 2006a, p. 4).

O adulto já vivenciou situações como aluguel de casa, compra de bens móveis e imóveis, relações de custo x benefício, que os potencializa em bons entendedores do pensamento matemático.

> Ou seja, a natureza do conhecimento matemático, ao prover o próprio sujeito que *matematica* de estratégias de organização e controle de variáveis e resultados, pode proporcionar experiências de significação passíveis de serem não apenas vivenciadas, mas também apreciadas pelo aprendiz(FONSECA, 2007, p. 25).

É preciso respeitar esse pensar matemático preexistente nos adultos. Ou fazemos isso, ou deixamos o ensino como está, sempre imposto pelo dominante.

> É sob essa perspectiva que o caráter formativo do ensino da Matemática assume, na EJA, um especial sentido de atualidade (cf. Fonseca, 1998, p. 80-81), quando se dispõe a mobilizar ali, naquela noite, precisamente naquela aula, uma emoção que é presente, que co-move os sujeitos, jovens ou adultos aprendendo e ensinando Matemática, enquanto resgata (e atualiza) vivências, sentimentos, cultura, acrescentando, num processo de confronto e reorganização, mais um elo à história do conhecimento matemático (FONSECA, 2007, p. 25).

Os dominantes do poder ditam as regras conforme a conveniência e os interesses da época. Não é interessante para o sistema que sejam formados cidadãos críticos, pois assim sendo, estes cidadão passarão a questionar e querer mudar sua situação social. Como bem disse Paulo Freire:

> Aí está uma das razões para a proibição, para as dificuldades - como veremos no último capítulo deste ensaio - no sentido de que as massas populares cheguem a "inserir-se", criticamente, na realidade. É que o opressor sabe muito

> bem que esta "inserção crítica"das massas oprimidas, na realidade opressora, em nada pode a ele interessar. O que lhe interessa, pelo contrário, é a permanência delas em seu estado de "imersão"em que, de modo geral, se encontram impotentes em face da realidade opressora, como "situação-limite", que lhes parece intransponível (FREIRE, 1987, p. 21).

Neste ponto, é importante ressaltar o papel da etnomatemática, ciência que entende o saber e o pensar matemático de uma colônia, sociedade, região, habitantes em seu habitat.

> A etnomatemática se encaixa nessa reflexão sobre a descolonização e na procura de reais possibilidades de acesso para o subordinado, para o marginalizado e para o excluído. A estratégia mais promissora para a educação, nas sociedades que estão em transição da subordinação para a autonomia, é restaurar a dignidade de seus indivíduos, reconhecendo e respeitando suas raízes. Reconhecer e respeitar as raízes do outro, mas, num processo de síntese, reforçar suas próprias raízes. Essa é, no meu pensar, a vertente mais importante da etnomatemática (D'AMBROSIO, 2005, p. 42).

Segundo (GADOTTI; ROMAO, 2011), é lógico que a etnomatemática não deve substituir a boa matemática acadêmica, pois grandes conquistas foram alcançadas quando apoiadas em Pitágoras e seus companheiros.

As experiências dos adultos quando aliadas com as tecnologias atuais, os tornam uma fonte de riqueza de potencialidades a serem exploradas, desde que contextualizadas no seu cotidiano. Veja o pensamento de (HYRIE; HYGA; ALTOE, 2016):

> Sabendo-se que o contexto da EJA é bastante diverso e problemático, devido às diferenças e às dificuldades dos alunos, o ensino da matemática não deve se concentrar nela mesma, isolada das demais disciplinas e áreas do conhecimento. Seus conteúdos precisam superar a ementa pré-definida e se aproximar de uma conexão conhecimento-realidade. A primeira contribuição do ensino da matemática para jovens e adultos é estabelecer as relações entre os conceitos matemáticos e o cotidiano, a fim de melhorar a condição de vida e de trabalho dos educandos (HYRIE; HYGA; ALTOE, 2016, p. 141).

É o que propomos com esta sequência didática do aprendizado de funções.

> A organização de uma SEQUÊNCIA DIDÁTICA pressupõe conhecimento sobre o conteúdo a ser aprendido e uma visão didática sobre os processos de aprendizagem na área de conhecimento a que ele pertence (BRASIL, 2006e, p. 35).

Uma vez que o aluno é provocado com uma situação rotineira e levado a trabalhar o comportamento das funções com o apoio da tecnologia, de uma maneira que o aluno constrói o seu conhecimento, tendo o professor como mediador, diferentemente da rotina das aulas tradicionais.

> A educação formal, baseada na transmissão de explicações e teorias (ensino teórico e aulas expositivas) e no adestramento em técnicas e habilidades (ensino prático com exercícios repetitivos), é totalmente equivocada, como mostram os avanços mais recentes de nosso entendimento dos processos cognitivos. Não se pode avaliar habilidades cognitivas fora do contexto cultural (D'AMBROSIO, 2005, p. 81).

Entendemos que o papel do professor é fazer que o aluno aprenda o saber/fazer de modo crítico, que saiba comparar e tirar suas próprias conclusões.

Muitos não entendem e acham que o professor está sendo partidário, confundindo com o papel político do professor.

> A politização do ato pedagógico tem relação íntima com a questão da recuperação da funcionalidade do saber escolar, isto é, a recaptura da instrumentalidade do que é desenvolvido na sala de aula para projeto de vida do aluno. É a perda dessa funcionalidade que provoca a evasão, a repetência, o desinteresse, a apatia do alunado, mormente entre os jovens e adultos que trazem para as relações pedagógicas uma série de experiencias, vivências e saberes construídos na luta cotidiana pela sobrevivência, sem falar da incorporação da ideia de que os conteúdos e habilidades a serem adquiridos servem apenas para responder às avaliações propostas (GADOTTI; ROMAO, 2011, p. 81).

Trata de respeitarmos a experiência de cada indivíduo. O conhecimento vai sendo construído junto com a mediação do professor.

> As diferentes concepções vão sendo construídas pelas experiências e informações pessoais bem como ideias socialmente construídas e transmitidas pela cultura da qual fazemos parte (BRASIL, 2006c, p. 5).

A EJA trabalha com salas heterogêneas, com históricos de vida diversificados, mas que devam chegar a um ponto comum, mesmo que os pontos de partida sejam diferentes (GADOTTI; ROMAO, 2011).

Acreditamos que a pessoa não pode perder a capacidade de sonhar. Enquanto o homem tiver esperança, devemos acreditar num mundo melhor, mais justo, igualitário, com boa qualidade de vida para todos. E o professor faz parte deste projeto de transformação através de suas aulas.

> Ou, de um modo mais simples, se em todas as aulas, sempre nos colocarmos as questões "para quem estou ensinando", "por que planejei minha aula dessa forma"e "para que projeto de sociedade estou trabalhando", tenho a certeza de que estaremos iniciando a grande revolução pedagógica que o juiz da História cobrará desta geração de educadores (GADOTTI; ROMAO, 2011, p. 81).

Segundo (GADOTTI; ROMAO, 2011), existem três Concepções Educacionais e suas implicações na relação pedagógica: A Concepção Autoritária, a Concepção Democrática e a Concepção Anárquica.

A Concepção Democrática seria um meio termo entre as outras duas e tem a capacidade de resgatar a qualidade do trabalho escolar, sendo um instrumento que segundo (GADOTTI; ROMAO, 2011) é eficaz na transformação social.

> Nessa concepção, trabalha-se com objetivos - claramente explícitos, com fronteiras nitidamente definidas e grau crescente de complexidade - , para cuja formulação contribuem todos os envolvidos no processo (GADOTTI; ROMAO, 2011, p. 88).

Esta sequência didática está baseada na Concepção Educacional Democrática, uma vez que tem o objetivo de formar o conhecimento de funções através de exercícios programados, objetivos traçados e uma relação de negociação e competência com os alunos. As descobertas são compartilhadas entre os alunos e existe racionalidade dos avanços à medida que os parâmetros vão sendo descobertos, metódica e sistematicamente.

Segundo (GADOTTI; ROMAO, 2011), professor e aluno trabalharão o tempo todo, o primeiro como provocador, incentivador, sistematizador e avaliador; o segundo como provocado, descobridor, cossistematizador e coavaliador.

Outro ponto importante para o profissional que trabalha com a EJA é o uso adequado da avaliação. Um primeiro diagnóstico deve ser feito para orientar o planejamento do professor.

> A avaliação possibilita aos alunos e ao(a) professor(a) rever até onde conseguiram atingir seus objetivos. Mostra, também, onde eles precisam agir para alcançar os objetivos esperados(BRASIL, 2006b, p. 7).

Mais do que medir conhecimento, a avaliação é um instrumento para corrigir distorções, orientar novos passos e atitudes para que todos caminhem juntos. Saber usar a avaliação continuada e a auto-avaliação.

> Durante o trabalho de sala de aula, ela oferece os dados para que o(a) professor(a) possa agir como um(a) orientador(a) sempre atento(a) para que todos consigam chegar, com ele(a) até a meta esperada. Para isso 'puxa pela mão' os que ficam atrasados, diminui os passos para ter certeza que o grupo está conseguindo acompanhá-lo(a), imagina formas para diminuir as dificuldades encontradas, levando todos a se envolver e se ajudar. Para desenvolver esse papel, o(a) professor(a) precisa da avaliação para estar atento(a) ao que acontece com seus alunos (BRASIL, 2006b, p. 8).

Embora o professor seja um mediador do conhecimento, não perde seu caráter ativo dentro do processo em sala de aula. O aluno é o ser mais ativo, sujeito construtor da unidade didática, mas o processo de constante ensino-aprendizagem é uma via de mão dupla, de acordo com (GADOTTI; ROMAO, 2011).

É uma tarefa árdua o ensino de matemática na EJA, pois segundo (HYRIE; HYGA; ALTOE, 2016), os alunos jovens e adultos que foram excluídos do processo educacional no período da escola regular, geralmente têm como conceito da matemática algo pronto, uma ciência exata acabada e complexa.

Portanto, a formação do professor da EJA é de fundamental importância, uma vez que necessita interagir com profissionais de outras áreas.

> Consequentemente, a formação do educador matemático na EJA deve ser constantente preenchida por diálogos, discussões e eventos científicos com profissionais de outras áreas do conhecimento. Com isso, torna-se possível a construção de um currículo e, por conseguinte, uma prática docente eficaz no preenchimento e na correção do conhecimento necessários aos jovens e adultos para o melhor exercício da cidadania, a progressão nos estudos e no trabalho (HYRIE; HYGA; ALTOE, 2016, p. 143).

Além do profissional que trabalha com os Jovens e Adultos, o ambiente escolar também deve ser favorável ao público da EJA. Rever regras, horários, espaço e tarefas fora da escola.

> Os horários e a rigidez da grade curricular são, muitas vezes, obstáculos à entrada e permanência do(a) aluno(a) jovem e adulto na escola. É preciso lembrar, sempre, que esses alunos são em sua imensa maioria trabalhadores, pessoas com responsabilidades familiares, o que imprime algumas restrições e dificuldades para chegar e estar na escola. Assim, torna-se necessário que a escola proponha uma forma de organização adequada ao público jovem e adulto.
> É preciso repensar horários de entrada e saída, os tipos de tarefas extraescolares, as exigências em torno da frequência, as propostas feitas que não conseguem manter os alunos motivados e atuantes, de tal modo que estar na escola a despeito do cansaço, do adiamento de outros compromissos e da ausência na família seja realmente importante e indispensável (BRASIL, 2006e, p. 9).

O professor da EJA, deve ter sensibilidade e percepção apurados, com um olhar que identifica a realidade e a individualidade dos alunos em sala de aula.

> Como instrumento de formação do(a) professor(a), a capacidade de observação ocupa um lugar-chave na possibilidade de aperfeiçoamento da prática pedagógica. É sua principal fonte de informação.
> É através de um diagnóstico constante das atuações de seus alunos, a partir das informações que tem, do que infere ou interpreta, que o(a) professor(a) pode alcançar uma melhoria em sua prática educativa (BRASIL, 2006d, p. 9).

3 A TECNOLOGIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA

3.1 Sobre o uso de Novas Tecnologias e Mediações Pedagógicas no Ensino

Acreditamos que o uso adequado da tecnologia vai ajudar a diminuir a desigualdade social e educacional existente no país. As informações e os conteúdos não são mais privilégios da elite dominante do Brasil. Hoje é notório o avanço da internet e principalmente o uso de celulares, que estão sendo cada vez mais popularizados por facilidades do mercado.

> Estamos caminhando para uma nova fase de convergência e integração das mídias: tudo começa a integrar-se com tudo, a falar com tudo e com todos. Tudo pode ser divulgado em alguma mídia. Todos podem ser produtores e consumidores de informação. A digitalização traz a multiplicação de possibilidades de escolha, de interação. A mobilidade e a virtualização nos libertam dos espaços e dos tempos rígidos, previsíveis, determinados. O mundo físico se reproduz em plataformas digitais, e todos os serviços começam a poder ser realizados, física ou virtualmente. Há um diálogo crescente muito novo e rico entre o mundo físico e o chamado mundo digital, com suas múltiplas atividades de pesquisa, lazer, de relacionamento e outros serviços e possibilidades de integração entre ambos, que impactam profundamente a educação escolar e as formas de ensinar e aprender a que estamos habituados (MORAN; MASETTO; BEHRENS, 2014, p. 14).

Nós professores devemos estar preparados para as mudanças que as novas tecnologias vão impor no processo de ensino e aprendizagem. O papel do professor em sala de aula vai ser mais mediador e menos impositivo. A mediação no processo de aprendizagem e de relacionamento dos seres humanos já era prevista por Vygotsky.

> Entende-se assim que a relação do homem com o mundo não é uma relação direta, pois é mediada por meios, que se constituem nas "ferramentas auxiliares"da atividade humana. A capacidade de criar essas "ferramentas"é exclusiva da espécie humana. o pressuposto da mediação é fundamental na perspectiva sócio-histórica justamente porque é através dos instrumentos e signos que os processos de funcionamento psicológico são fornecidos pela cultura. E por isso que Vygotsky confere à linguagem um papel de destaque no processo de pensamentos (REGO, 1995, p. 42).

Os recursos tecnológicos tenderão a ser os mesmos. O grande diferencial vai ser a forma de trabalhar com as pessoas.

> Não são os recursos que definem a aprendizagem, são as pessoas, o projeto pedagógico, as interações, a gestão. Mas não há dúvida de que o mundo digital afeta todos os setores, as formas de produzir, de vender, de comunicar-se e de aprender (MORAN; MASETTO; BEHRENS, 2014, p. 12).

O papel do professor em sala de aula está mudando. Cada vez mais o aluno será o centro ativo do processo de aprendizagem. A tendência é que os professores deixem o tradicionalismo das aulas expositivas, pois os alunos são meros expectadores e recebedores de informação.

Hoje, os alunos trazem informações diversas e principalmente na EJA trazem experiências importantes. Cabe ao docente saber trabalhar e instigar o aprendizado.

> Esse processo de relacionar o conceito espontâneo que o aluno traz com o conceito científico que se quer que ele aprenda exige de quem ensina uma compreensão dos diferentes significados que os conceitos - tanto os espontâneos quanto os científicos - têm para o aluno. Exige, também, que o docente perceba quais são os seus contextos, quais são os sentidos nos quais eles estão sendo empregados (MOYSES, 2011, p. 38).

O professor gestor de grupos será mais valorizado que aquele enciclopedista. Teoria e prática andarão sempre juntos, mas a prática com o protagonismo do aluno será de mais valia.

Vygotsky já previa a importância da interação do homem com o meio.

> As características individuais (modo de agir, de pensar, de sentir, valores, conhecimentos, visão de mundo etc.) depende da interação do ser humano com o meio físico e social. Vygotsky chama atenção para a ação recíproca existente entre o organismo e o meio e atribui especial importância ao fator humano presente no ambiente (REGO, 1995, p. 58).

Afirmava também que o desenvolvimento está relacionado com o contexto de vida do indivíduo.

> O desenvolvimento está intimamente relacionado ao contexto sócio-cultural em que a pessoa se insere e se processa de forma dinâmica (e dialética) através de rupturas e desequilíbrios provocadores de continuas reorganizações por parte do indivíduo (REGO, 1995, p. 58).

Dinâmicas em grupos, interações diretas com programas computacionais, atividades de investigações, pesquisas, construções e conclusões serão muito usados pelos profissionais da educação.

> Com as tecnologias atuais, a escola pode transformar-se em um conjunto de espaços ricos de aprendizagem significativas, presenciais e digitais, que motivem os alunos a aprender ativamente, a pesquisar o tempo todo, a serem proativos, a saber tomar iniciativas e interagir (MORAN; MASETTO; BEHRENS, 2014, p. 31).

O professor que resistir a essas mudanças impostas pela novas tecnologias perderá espaço no mercado. Sai de cena o professor centralizador, dono da situação, senhor das verdades, autoritário e inseguro. Entra no lugar dele o professor que sabe gerenciar grupos e emoções, que segundo (MORAN; MASETTO; BEHRENS, 2014) usa de processos participativos, interativos, libertadores, que respeitem as diferenças, que incentivem e apoiem iniciativas e criações.

O mercado de trabalho atual exige um professor diferenciado, preparado e aberto para mudanças.O perfil ideal do novo professor será aquele que provoque transformações.

> As mudanças na educação dependem, em primeiro lugar, de termos educadores maduros intelectual e emocionalmente, pessoas curiosas, entusiasmadas, abertas, que saibam motivar e dialogar. Pessoas com as quais valha a pena entrar em contato, porque desse contato saímos enriquecidos.
>
> O educador autêntico é humilde e confiante. Mostra o que sabe e, ao mesmo tempo, está atento ao que não sabe, ao novo. Mostra para o aluno a complexidade do aprender, a nossa ignorância, as nossas dificuldades. Ensina, aprendendo a relativizar, a valorizar a diferença, a aceitar o provisório. Aprender é passar da incerteza a uma certeza provisória que dá lugar a novas descobertas e a novas sínteses (MORAN; MASETTO; BEHRENS, 2014, p. 25).

Essa nova mediação pedagógica é um desafio na profissão de professor. É possível que na maioria das vezes o professor encare perguntas inesperadas, situações complexas, pontos de vistas diferentes e tenha que administrar conflitos com sabedoria. Ser mediador é ser perceptivo, sensível, de múltiplas linguagens e criativo.

Para tanto, é preciso investir no professor humano, que domina suas emoções e saiba dialogar com o público. Um professor mediador é um comunicador nato.

> As técnicas de comunicação também são importantes para o sucesso do professor. Um professor que se expressa bem, que conta histórias interessantes, que tem *feeling* para sentir o estado de ânimo da classe, que se adapta às circunstâncias, que sabe jogar com as metáforas, com o humor, que usa as tecnologias adequadamente, sem dúvida consegue bons resultados com os alunos. Os alunos gostam de um *professor que os surpreenda*, que traga novidades, que varie suas técnicas e seus métodos de organizar o processo de ensino-aprendizagem (MORAN; MASETTO; BEHRENS, 2014, p. 35).

Segundo (MORAN; MASETTO; BEHRENS, 2014), as mudanças que estão ocorrendo na sociedade, em virtude das novas tecnologias em rede, implicam em reinventar a educação, em todos os níveis e de todas as formas.

O professor bem preparado sabe da importância da atualização, do questionamento e da adaptação a essas mudanças. Sabe que deve provocar, questionar e corrigir o aluno para que o mesmo possa transformar-se.

> Vale salientar que em termos cognitivos o questionamento e a correção, por parte de quem ensina, desempenham um relevante papel na aprendizagem. Conhecendo a zona de desenvolvimento proximal do aluno, o professor bem preparado saberá fazer as perguntas que irão provocar o desequilíbrio na sua estrutura congnitiva fazendo-a avançar no sentido de uma nova e mais elaborada restruturação (MOYSES, 2011, p. 37).

O homem deve adaptar-se às constantes mudanças nos processos educacionais. Já previsto por Vygotsky, o ser humano deve ser protagonista no aprendizado e não mero espectador.

> Como já foi mencionado, na filosofia marxista, o homem é concebido como sujeito ativo que cria o meio, a realidade (age na natureza) e como produto deste meio (a natureza age sobre os homens). Nesse processo dialético, o sujeito do conhecimento não tem um comportamento contemplativo diante da realidade. Pelo contrário, é constantemente estimulado pelo mundo externo e como consequência internaliza (de modo ativo), o conhecimento (conceitos, valores, significados) construído pelos homens ao longo da história. Vygotsky parte deste princípio e postula que é na atividade prática, nas interações estabelecidas entre os homens e a natureza que as funcões psíquicas, especificamente humanas, nascem e se desenvolvem. Detém-se na investigação do surgimento de novas estruturas cognitivas a partir da demanda social, da necessidade de novos instrumentos de trabalho e de pensamento (REGO, 1995, p. 101).

Não somente nos professores, mas Vygotsky já previa uma mudança também nos modelos escolares.

> Os postulados de Vygotsky parecem apontar para a necessidade de criação de uma escola bem diferente da que conhecemos. Uma escola em que as pessoas possam dialogar, duvidar, discutir, questionar e compartilhar saberes. Onde há espaço para transformações, para as diferenças, para o erro, para as contradições, para a colaboração mútua e para a criatividade. Uma escola em que professores e alunos tenham autonomia, possam pensar, refletir sobre o seu próprio processo de construção de conhecimentos e ter acesso a novas informações. Uma escola em que o conhecimento já sistematizado não é tratado de forma dogmática e esvaziado de significado (REGO, 1995, p. 118).

3.2 Sobre o uso de Novas Tecnologias no Ensino da Matemática e na EJA

Este trabalho visa propor o que de melhor possa ser oferecido para a EJA. Pelo histórico de exclusão arraigado no ensino de Jovens e Adultos, os alunos da EJA merecem aulas e trabalhos que sejam mais delicados, sensíveis e que aumentem a autoconfiança e a autoestima do aluno. O público alvo da EJA carece de atenção especial uma vez que a sociedade os vê como fora do padrão e diferentes.

> Na educação podemos ajudar a desenvolver o potencial que cada aluno tem, dentro de suas possibilidades e limitações. Para isso, precisamos praticar a pedagogia da compreensão em vez da pedagogia da intolerância, da rigidez, do pensamento único, da desvalorização dos menos inteligentes, dos fracos, problemáticos ou "perdedores"(MORAN; MASETTO; BEHRENS, 2014, p. 19).

Alguns professores ainda resistem à adesão das novas tecnologias, principalmente no ensino da matemática. Uma vez que trabalha-se com muitos cálculos, problemas, definições e conteúdos direcionados, o profissional da matemática tende a ser mais conteudista e tradicional, com aulas expositivas e uso do quadro, giz e canetas. Aliás, alguns alunos da EJA tem dificuldades e reclamações quanto ao aprendizado da matemática tradicional.

As novas tecnologias vieram para alavancar, remodelar e transformar a prática do ensino. Não basta também apenas repetir a mesma metodologia, usando os recursos computacionais. Mas, alterar o processo de ensino e aprendizagem. Com inovações pedagógicas, construções e pesquisas, projetos, interações, aulas invertidas, onde o aluno seja mais ativo. Segundo (ROLKOUSKI, 2013), o professor passa de detentor do saber para facilitador de aprendizagem, que em muitas vezes, aprende junto com seus alunos.

Portanto, o professor deve estar muito bem preparado para receber e trabalhar com estas inovações.

> Não há dúvida quanto à importância do professor no processo educativo. Fala-se e propõe-se tanto a distância quanto outras utilizações de tecnologia na educação, mas nada substituirá o professor. Todos esses serão meios auxiliares para o professor. Mas o professor, incapaz de se utilizar desses meios, não terá espaço na educação. O professor que insistir no seu papel de fonte e transmissor de conhecimento está fadado a ser dispensado pelos alunos, pela escola e pela sociedade em geral. O novo papel do professor será o de gerencial, de facilitar o processo de aprendizagem e, naturalmente, de interagir com o aluno na produção e crítica de novos conhecimentos, e isso é essencialmente o que justifica a pesquisa (D'AMBROSIO, 2011, p. 79).

Dúvidas irão surgir: Como trabalhar com computadores? Será que vou conseguir responder a todas as perguntas sobre o programa? Será que vou conseguir manter a disciplina? Os alunos não vão dispersar e usar outros programas e redes sociais?

> Em uma aula expositiva e com pouco ou nenhum diálogo, o professor se sente seguro, pois domina o conteúdo preparado para aquela aula. Ao inserir o computador, as perguntas inevitavelmente surgirão e não menos inevitáveis serão os momentos em que o professor terá que dizer:"Não sei". Isso exige uma mudança radical na postura do professor (ROLKOUSKI, 2013, p. 19).

Esta sequência didática vai trabalhar a ideia de uma metodologia que permite o aprendizado por descoberta, uma vez que apresenta um roteiro de atividades que leva o aluno a comparar, criar e relacionar a prática com o conhecimento que se adquire. Esta metodologia é conhecida como CONSTRUCIONISMO, que segundo (ROLKOUSKI, 2013), pode ser entendida como uma síntese da teoria construtivista do desenvolvimento psicológico de Jean Piaget e as oportunidades oferecidas pela tecnologia. De acordo com esta teoria, o aluno trabalha com problemas legítimos.

No Construcionismo, o aluno é o centro das atenções. O professor desempenha o papel de mediador e facilitador do conhecimento. O aluno é pró-ativo , protagonista no processo de ensino e aprendizagem.

No caso da EJA, esta sequência didática visa trabalhar duas poderosas potencialidades: a das experiências adquiridas pelos alunos jovens e adultos e a ferramenta tecnológica. Na realidade, há uma reorganização do pensamento, pois o aluno vai se deparar com problemas matemáticos para serem resolvidos com o auxílio do computador.

3.3 O Geogebra

Segundo o site oficial do programa www.geogebra.org, o GeoGebra é um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote fácil de se usar. Se tornou um líder na área de softwares de matemática dinâmica, apoiando o ensino e a aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática. O software é distribuído gratuitamente, em diversos idiomas para os milhões de usuários pelo mundo.

> O GeoGebra (aglutinação das palavras Geometria e Álgebra) é um *software* de matemática dinâmica que combina conceitos de geometria e álgebra em uma única *GUI* (Interface Gráfica do Utilizador). É escrito em linguagem Java e sua distribuição é gratuita. Foi criado por Markus Hohenwarter, em 2001, na Universidade de Saltzburg, para ser utilizado em ambiente escolar. O programa permite realizar construções geométricas com a utilização de pontos, retas, segmentos de reta, polígonos, entre outros, assim como permite inserir funções e alterar todos esses objetos dinamicamente, após a construção estar finalizada. Equações e coordenadas também podem ser diretamente inseridas. Ou seja, abrange geometria e álgebra (ROCHA, 2019, p. 35).

Ganhou até hoje vários prêmios na categoria de software educacional. Conta hoje com milhares de seguidores na página oficial do *facebook*. Possui membros e tradutores espalhados pelo mundo todo. Possui os seguintes aplicativos Geogebra gratuitos: Calculadora Gráfica, 3D Calculator, Geometria, Geogebra Clássico 6, Realidade Aumentada, Geogebra Clássico 5, que podem ser baixados para *iOS*, *Android*, *Windows*, *Mac*, *Chromebook* e *Linux*.

Uma das vantangens do GEOGEBRA é que permite o trabalho em laboratórios de informática como também em celulares, já que possui programas para microcomputadores e *notebooks* e aplicativos para uso em celulares. Facilita o trabalho em grupo ou individual.

Muitos profissionais e estudantes utilizam o GEOGEBRA em trabalhos e dissertações para conclusão de cursos, pois este software permite interação com alunos e aplicações em álgebra e geometria.

> O Geogebra é um software de acesso livre, (pode-se utilizar, copiar e distribuir o aplicativo para fins não comerciais). Arquivos feitos em Geogebra podem ser vistos através de *app* instalados, *apps online* ou mesmo incorporados a páginas da *internet* onde podem ser usados sem a necessidade da instalação do *software* (SILVA, 2019, p. 48).

O *software* e aplicativo GEOGEBRA é fácil de ser usado e permite interação dos professores com os alunos. Permite o uso em muitos conteúdos matemáticos que devidamente explorados tornam-se uma poderosa ferramenta de ensino.

Em nosso caso, permitiu a construção de todas as funções estudadas, com visualização gráfica privilegiada, auxiliando no comparativo dos gráficos.

Esta ferramenta atende ao conceito do CONSTRUCIONISMO falado neste trabalho, pois permite ao aluno construir seu conhecimento, através de comparações, testes, pesquisas, construções, sob a mediação do professor.

4 O ENSINO DE FUNÇÕES. UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA A EJA, COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA

Para efeito desta sequência didática, adotaremos como definição de uma função f apenas a sua lei de formação $f(x)$. Portanto, por motivo das atividades darem mais foco à lei da função, deixaremos de definir a função por sua forma completa e adotaremos a função apenas pela lei de formação $f(x)$ e consequentemente sua condição de existência de domínio.

4.1 Função Afim

Para que professores e alunos possam conhecer o conteúdo de *função afim* com suas definições, propriedades e exemplos, recomendamos um estudo na Coleção de Fundamentos de Matemática Elementar, Volume 1, do Gelson Iezzi, da Editora Atual(IEZZI; MURAKAMI, 1995, p.100).

Para uma análise mais profunda, com demonstrações, definições e caracterizações da função afim, recomendamos um estudo do Livro Números e Funções Reais, da Coleção PROFMAT, do Elon Lages Lima, da Sociedade Brasileira de Matemática(LIMA, 2013, p.79).

Definição 4.1 *Uma função f : de $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ chama-se afim quando existem constantes a e $b \in \mathbb{R}$ tais que $f(x) = ax + b$ para todo $x \in \mathbb{R}$.*

DESAFIO INICIAL

Uma residência do Bairro Henrique Andrade tem a sua conta de água mensal calculada da seguinte forma: $R\$20,00$ fixos acrescidos de $R\$1,50$ a cada metro cúbico de água consumido. Dessa forma, responda:

De quanto vai ser a conta se a residência consumir $40m^3$ de água?

Uma conta mensal no valor de $R\$65,00$ apresentou quantos m^3 de consumo?

A família que mora nessa residência viajou de férias por um mês, fechando o registro da água antes de viajar. De quanto deve ser o valor da conta nesse mês, considerando que não houve consumo de água nesse período?

APLICANDO A FUNÇÃO AFIM

Com o uso do aplicativo GEOGEBRA, faça as atividades abaixo:

Duração: 1 aula (50 minutos).

Objetivo: Desenvolver e identificar o comportamento de funções afins, do tipo $f(x) = ax + b$. Comparar os modelos gráficos obtidos, criticar os valores e sinais dos parâmetros e perceber as consequências da alteração dos parâmetros.

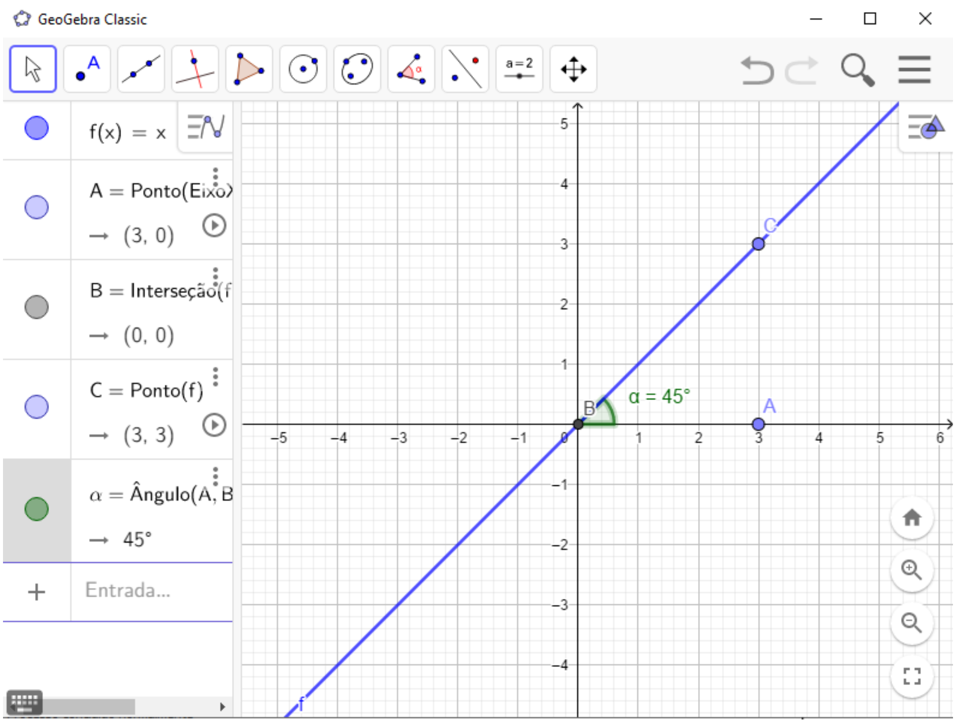
1. Desenhe um esboço gráfico da função definida por $f(x) = x$ e responda:

   (a) Qual a raiz da função?

   (b) Qual o conjunto imagem da função?

   (c) Qual é o ângulo que a reta faz com o eixo x no sentido horário? O gráfico da função é crescente ou decrescente?

Figura 4.1 – Afim 1



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: De acordo com o observado na figura 4.1, o aluno poderá perceber que a raiz é a origem, ou seja, zero; que o conjunto imagem é os Reais e que o ângulo formado é de 45°. A função é crescente. O professor pode interferir e mostrar também que essa é a função identidade, em que as coordenadas x e y tem o mesmo valor para qualquer ponto da função.

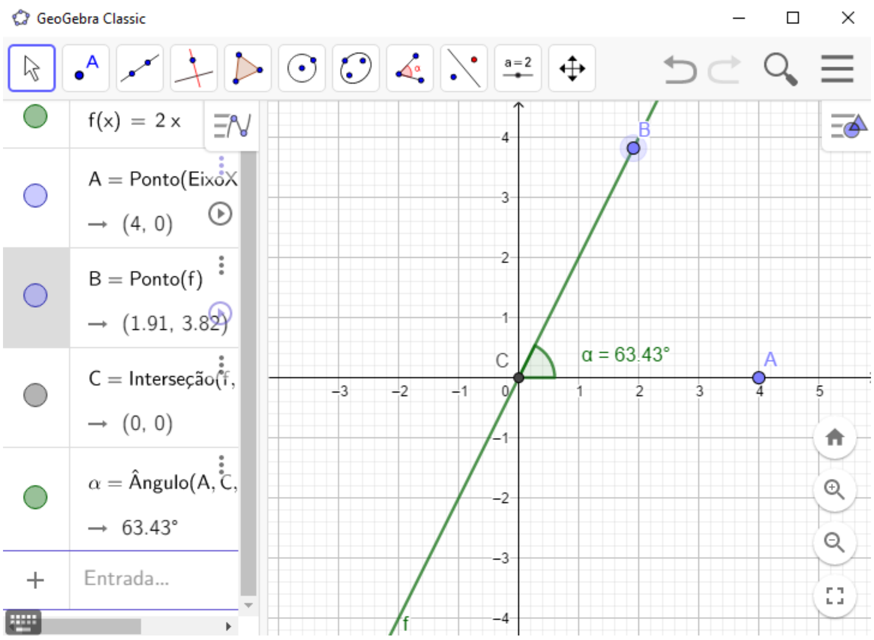
2. Faça um esboço gráfico da função definida por $f(x) = 2x$ e da função definida por $g(x) = \frac{1}{2}x$ e responda:

   (a) Qual a raiz da função $f(x)$? E da função $g(x)$?

   (b) Qual o conjunto imagem da função $f(x)$? E da função $g(x)$?

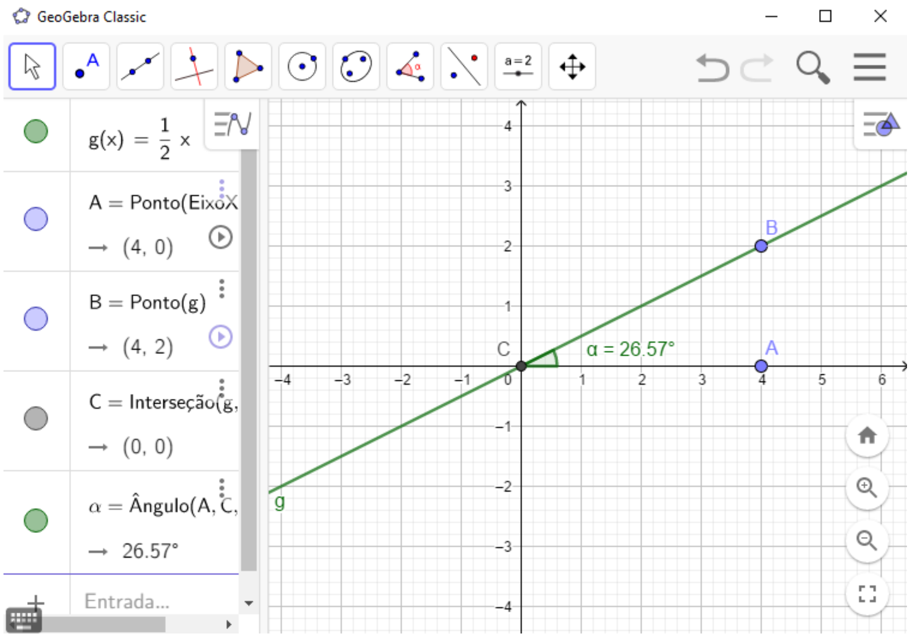
   (c) Qual é o ângulo que a reta da função $f(x)$ faz com o eixo x no sentido horário? E da função $g(x)$? Compare com o gráfico da figura 4.1 e faça comentários.

Figura 4.2 – Afim 2



Fonte: Do Autor (2019)

Figura 4.3 – Afim 3



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: Ao observar as figuras 4.2 e 4.3, o aluno poderá perceber que a raiz não foi alterada e continua sendo zero. Pode perceber ainda que o conjunto imagem também não foi alterado e continua sendo os reais. Mas, a inclinação da reta foi alterada. Quando multiplicamos o x por um número maior que 1, o ângulo aumenta, e a reta se aproxima do eixo y. Quando multiplicamos o x por um número entre 0 e 1, o ângulo diminui, e a reta se afasta do eixo y. Ambas as funções continuam crescentes.

3. Faça um esboço gráfico da função definida por $f(x) = -x$ e responda:

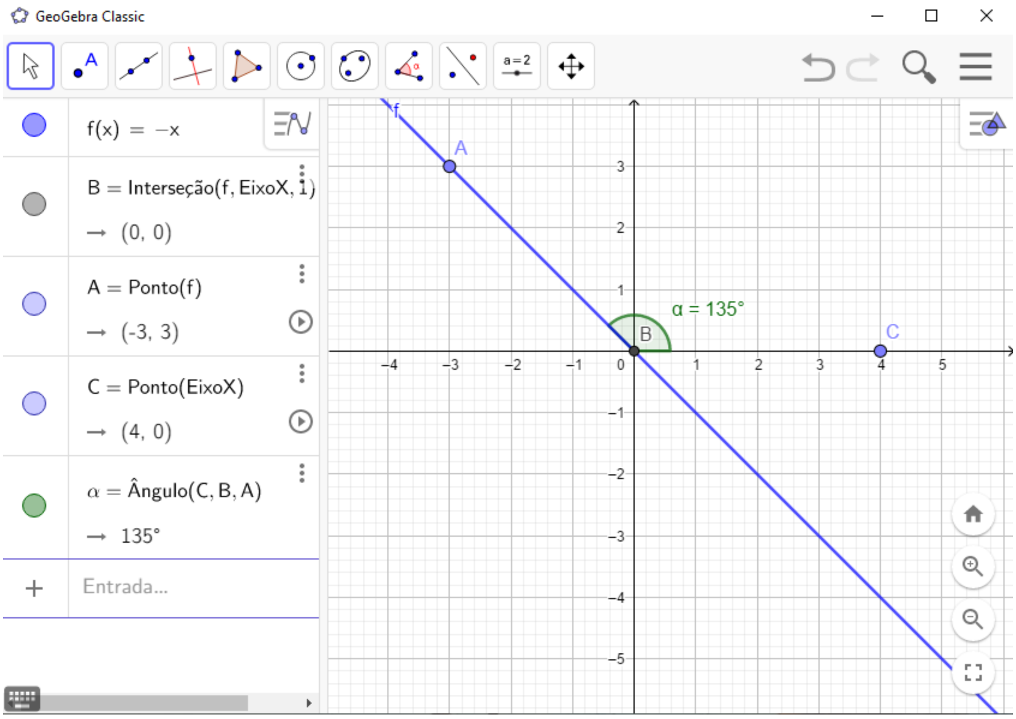
   (a) Qual a raiz da função?

   (b) Qual o conjunto imagem da função?

   (c) Qual é o ângulo que a reta da função faz com o eixo x no sentido horário?

   (d) Compare com o gráfico da figura 4.1 e faça comentários.

Figura 4.4 – Afim 4



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: O aluno observando a figura 4.4 poderá perceber que a raiz continua sendo a origem do sistema, o conjunto imagem continua sendo os Reais. O ângulo passou a ser maior que 90°, no caso, de 135°. Comparando com o gráfico da função da figura 4.1, o aluno deverá perceber que a função passou a ser decrescente.

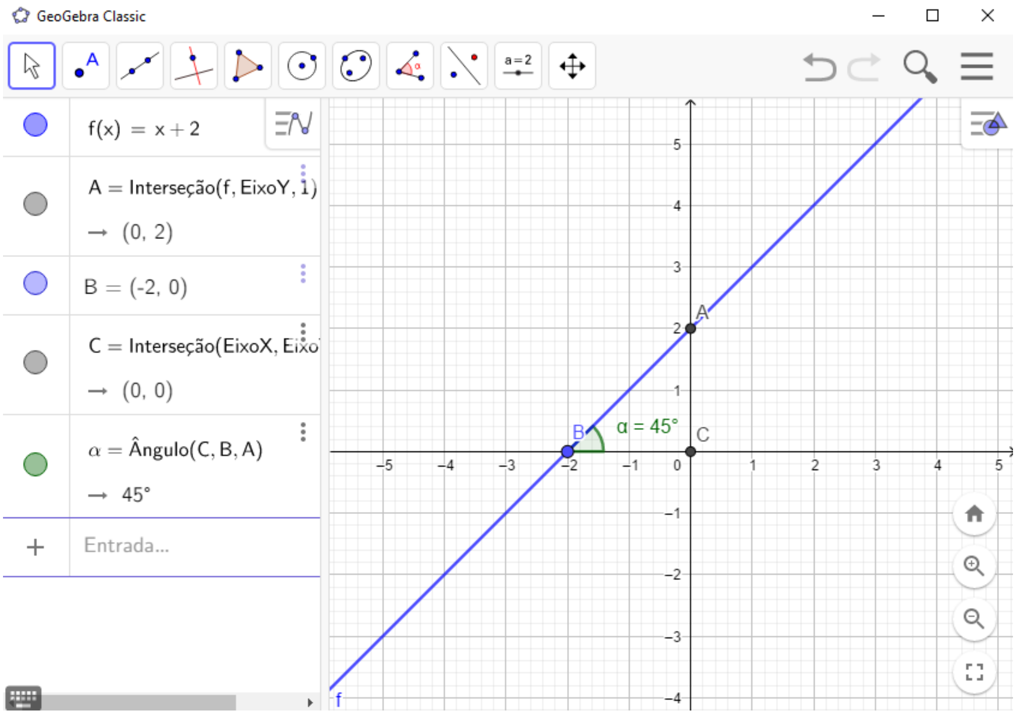
4. Faça um esboço gráfico das funções definidas por $f(x) = x+2$ e $g(x) = x-3$ e responda:

   (a) Qual a raiz da função $f(x)$? E da função $g(x)$?

   (b) Qual o conjunto imagem das funções $f(x)$ e $g(x)$?

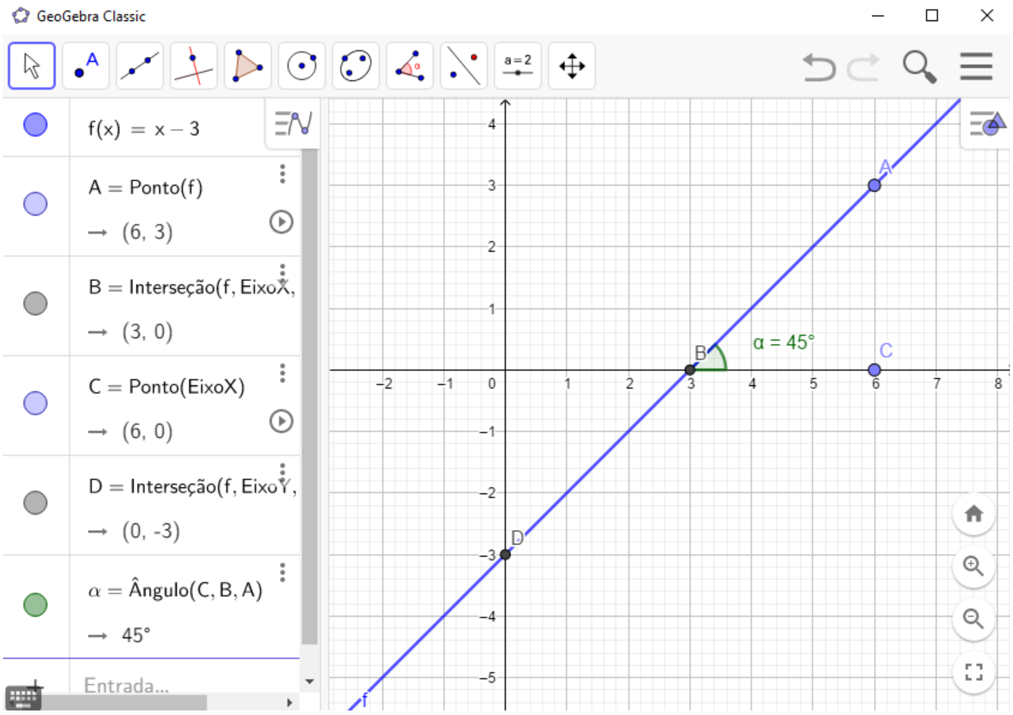
   (c) Compare os gráficos gerados com o gráfico da figura 4.1 e faça comentários. Verifique se o ângulo sofreu alteração e qual ponto a reta corta o eixo y.

Figura 4.5 – Afim 5



Fonte: Do Autor (2019)

Figura 4.6 – Afim 6



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: Ao observar as figuras 4.5 e 4.6, o aluno poderá perceber que as raízes são -2 para a função $f(x)$ e 3 para a função $g(x)$. O Conjunto imagem não sofre alteração. As retas sofreram uma translação, ou seja, a função $f(x)$ subiu duas unidades no desenho, enquanto a função $g(x)$ desceu 3 unidades no desenho. O ponto onde a reta corta o eixo y na função $f(x)$ é o 2 e na função $g(x)$ é o -3. Percebe-se que o ângulo não sofreu alteração.

5. Considere uma função afim do tipo $f(x) = ax + b$. De acordo com o observado nos gráficos acima, deduza as consequências de alteração dos parâmetros a e b.

   $a =$

   $b =$

   OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: O aluno poderá perceber que o parâmetro a interfere na inclinação da reta, fazendo alterações no ângulo em que a reta da função faz com o eixo x. Portanto, é o parâmetro a quem define se a função é crescente ou decrescente. O professor pode falar sobre a tangente do ângulo como complemento do assunto.

   O aluno poderá perceber também que o parâmetro b faz a reta sofrer deslocamentos para cima ou para baixo. Entretanto, a principal observação é que o parâmetro b é o ponto em que a reta corta o eixo y.

RESOLUÇÃO DO DESAFIO INICIAL

O aluno deverá perceber que o problema trata de uma função afim do tipo $f(x) = ax + b$ onde o a vale $R\$1,50$ e o b é igual a 20, portanto a expressão do valor a pagar em função dos metros cúbicos de água consumidos é $f(x) = 1,5x + 20$, onde $f(x)$ é o valor a pagar e x representa os metros cúbicos consumidos.

Portanto, para $40m^3$, o valor a pagar é $R\$80,00$.

Quem pagou $R\$65,00$ consumiu $30m^3$.

O valor da conta no mês sem consumo será de $R\$20,00$.

4.2 Função Quadrática

Para que professores e alunos possam conhecer o conteúdo de *função quadrática* com suas definições, propriedades e exemplos, recomendamos um estudo na Coleção de Fundamentos de Matemática Elementar, Volume 1, do Gelson Iezzi, da Editora Atual (IEZZI; MURAKAMI, 1995, p.138).

Para uma análise mais profunda, com demonstrações, definições e caracterizações da *função quadrática*, recomendamos um estudo do Livro Números e Funções Reais, da Coleção PROFMAT, do Elon Lages Lima, da Sociedade Brasileira de Matemática(LIMA, 2013, p.104).

Definição 4.2 *Uma função* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *chama-se quadrática quando são dados números Reais* a, b, c *com* $a \neq 0$*, tais que* $f(x) = ax^2 + bx + c$ *para todo* $x \in \mathbb{R}$.

DESAFIO INICIAL

Um goleiro de futebol de campo vai bater um tiro de meta. Ele dá um chute e a bola desempenha no ar um arco de parábola com concavidade pra baixo. Sabendo que a altura máxima atingida pela bola é de 36 metros e que a bola volta a cair no chão após 6 segundos, responda:

Qual a lei de formação da função formada pela altura da bola, em metros, em função do tempo, em segundos, após o chute inicial?

Quanto tempo levou para a bola atingir a altura máxima?

APLICANDO A FUNÇÃO QUADRÁTICA

Com o uso do aplicativo GEOGEBRA, faça as atividades abaixo:

Duração: 1 aula (50 minutos).

Objetivo: Desenvolver e identificar o comportamento de funções quadráticas, do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$. Comparar os modelos gráficos obtidos, criticar os valores e sinais dos parâmetros e perceber sobre as consequências da alteração dos parâmetros.

1. Faça um esboço gráfico da função $f(x) = x^2$ e responda:

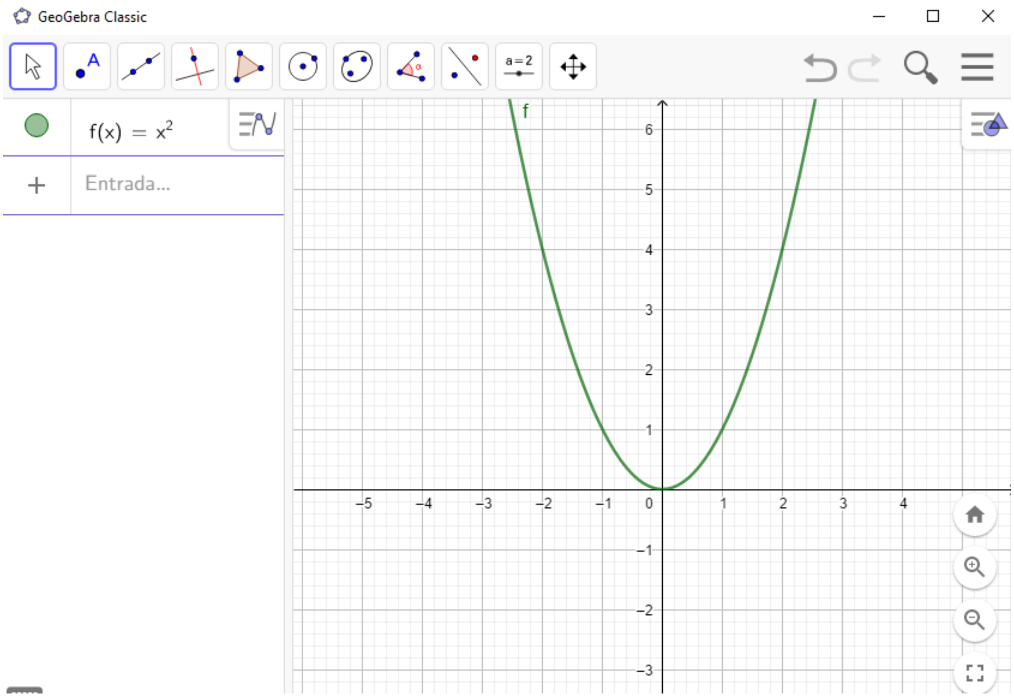
    (a) Qual o conjunto imagem da função?

    (b) Qual a raiz da função?

    (c) Qual o sentido da concavidade da parábola, para cima ou para baixo?

    (d) Qual ponto está localizado o vértice da parábola?

Figura 4.7 – Quadrática 1



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: O aluno ao observar a figura 4.7 deverá concluir que o conjunto imagem é $Im = [0, +\infty]$, que a raiz é o zero, que a concavidade é voltada para cima e que o vértice da parábola está localizado na origem do sistema cartesiano, o seja, no ponto $(0,0)$. O professor pode interferir e falar que o eixo de simetria da parábola é o próprio eixo y.

2. Faça um esboço gráfico da função $f(x) = 2x^2$ e da função $g(x) = \dfrac{1}{2}x^2$ e responda:

   (a) Quais os respectivos conjuntos imagens das funções $f(x)$ e $g(x)$?

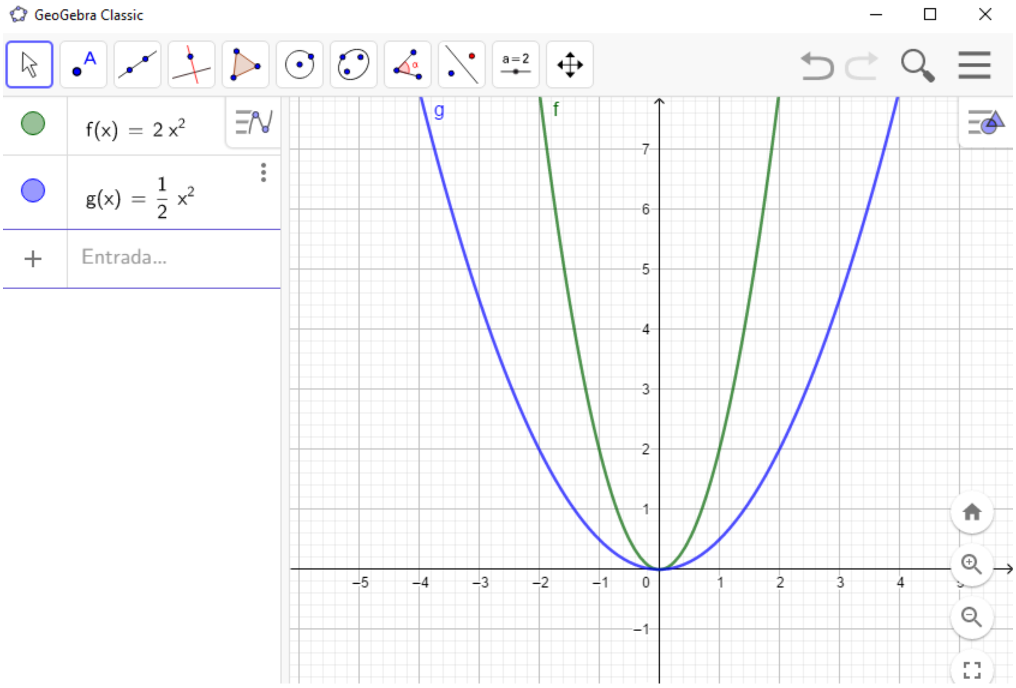
   (b) Quais as respectivas raízes de cada função $f(x)$ e $g(x)$?

   (c) O sentido da concavidade foi alterado em alguma função?

   (d) O respectivo vértice da parábola de cada função sofreu alteração?

   (e) Qual alteração foi percebida em cada função ao comparar com o gráfico da função $f(x) = x^2$?

Figura 4.8 – Quadrática 2



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: O aluno poderá perceber ao observar a figura 4.8 que o conjunto imagem, a raiz, a concavidade e o vértice não sofreram alterações. O aluno deverá perceber que o gráfico da função $f(x)$ tem a parábola mais próxima do eixo y, enquanto que o gráfico da função $g(x)$ tem a parábola mais afastada do eixo y.

3. Faça um esboço gráfico da função $f(x) = x^2 + 3$ e da função $g(x) = x^2 - 2$ e responda:

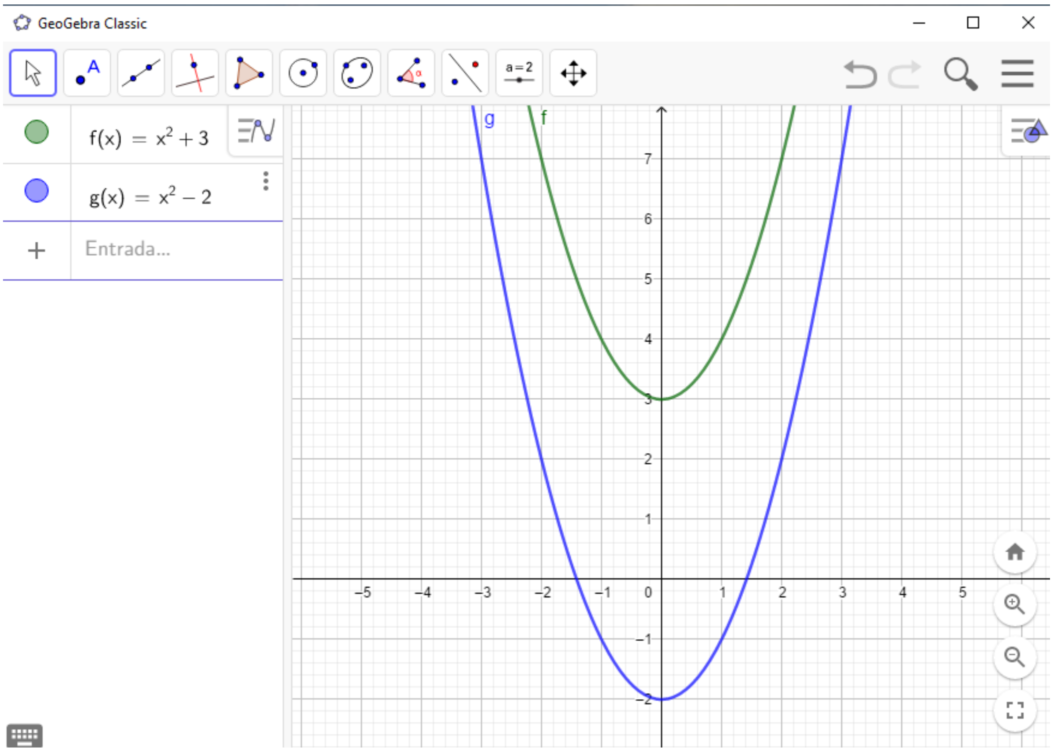
   (a) Qual o conjunto imagem das função $f(x)$ e da função $g(x)$?

   (b) As concavidades sofreram alterações em relação a função $f(x) = x^2$?

   (c) Os vértices de cada função sofreu alteração?

   (d) Qual observação a ser feita sobre as parábolas obtidas nesta questão com a parábola da função $f(x) = x^2$?

Figura 4.9 – Quadrática 3



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: O aluno poderá perceber que ao observar a figura 4.9 que o conjunto imagem da função $f(x)$ passou a ser $Im = [3, +\infty]$ e o conjunto imagem da função $g(x)$ passou a ser $Im = [-2, +\infty]$. As concavidades não sofreram alterações em relação a função $f(x) = x^2$, mas os vértices passaram a ser $(0,3)$ para a função $f(x)$ e $(0,-2)$ para a função $g(x)$. O aluno deve perceber que a parábola da função $f(x)$ subiu três unidades, enquanto que a parábola da função $g(x)$ caiu duas unidades, em relação ao gráfico da função $f(x) = x^2$.

4. Faça um esboço gráfico da função definida por $f(x) = -x^2$ e responda:

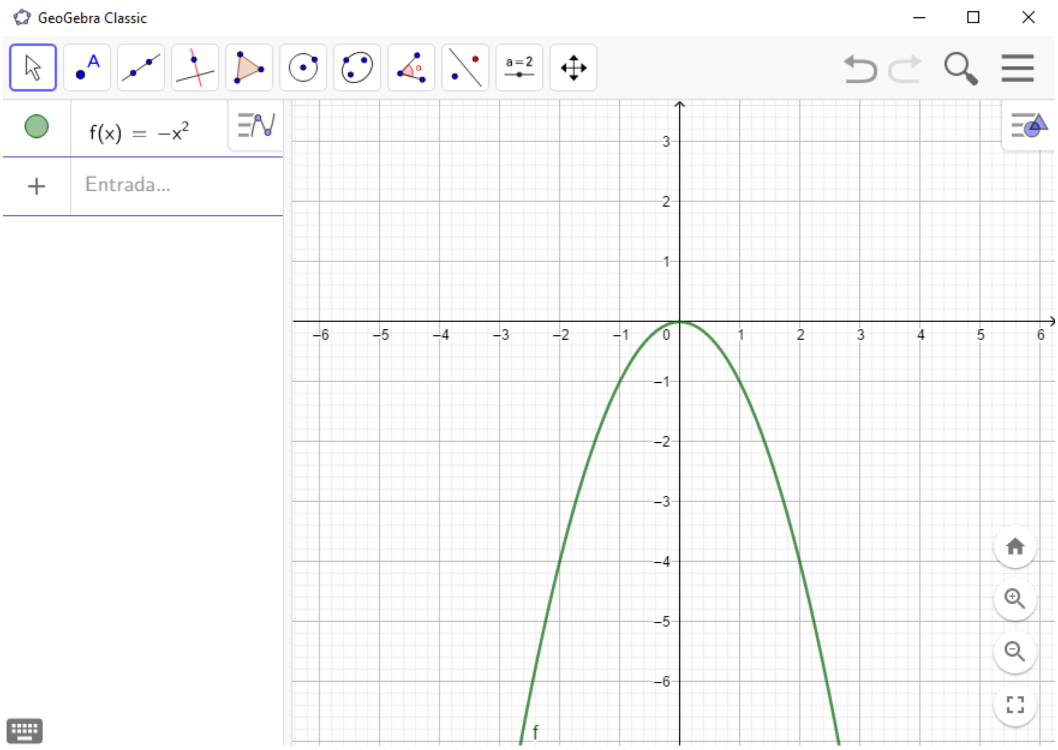
    (a) Qual o conjunto imagem?

    (b) Qual a raiz da função?

    (c) Qual o vértice da função?

    (d) Qual a concavidade da função?

Figura 4.10 – Quadrática 4



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: Ao observar o gráfico da figura 4.10, o aluno poderá perceber que o conjunto imagem passou a ser $Im =]-\infty, 0]$. O vértice e a raiz não sofreram alterações em relação ao gráfico da função $f(x) = x^2$. Mas, o aluno deverá perceber ainda que a concavidade da parábola mudou, passando a ter concavidade para baixo.

5. Faça um esboço gráfico da função $f(x) = x^2 - 4x + 3$ e responda:

   (a) Qual o conjunto imagem da função?

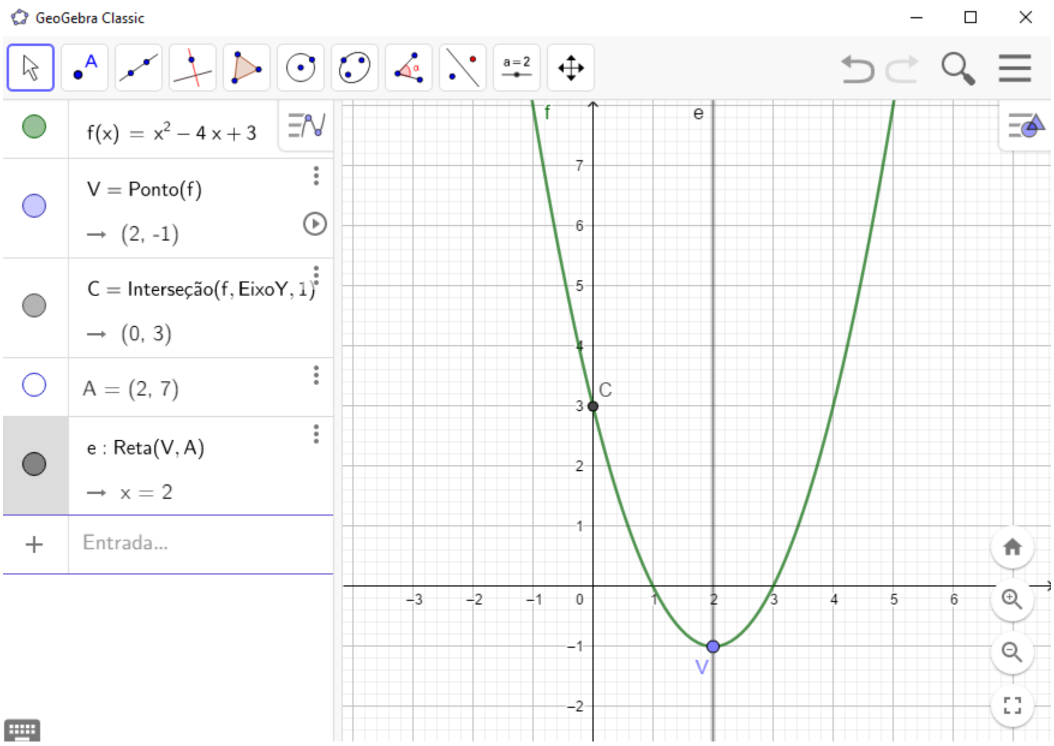
   (b) Quais as raízes, se houver?

   (c) Quais as coordenadas do vértice da parábola?

   (d) Qual ponto a parábola corta o eixo y?

   (e) Faça uma observação sobre o eixo de simetria da parábola.

Figura 4.11 – Quadrática 5



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: Ao observar a figura 4.11, o aluno poderá perceber que o conjunto imagem é $Im = [-1, +\infty[$. As raízes são $x = 1$ e $x = 3$. O vértice tem as coordenadas $(2, -1)$. A Parábola corta o eixo y no ponto $(0, 3)$. O eixo de simetria da parábola sofreu um deslocamento, no caso, para a direita. O professor pode interferir e mostrar que a abscissa do vértice é a média aritmética das raízes da função e mostrar também que a ordenada do vértice é o menor valor da função, pois a concavidade é voltada para cima. O eixo de simetria passa sempre pelo vértice da parábola.

6. Faça um esboço gráfico da função $f(x) = -x^2 - 6x - 8$ e responda:

   (a) Qual o conjunto imagem da função?

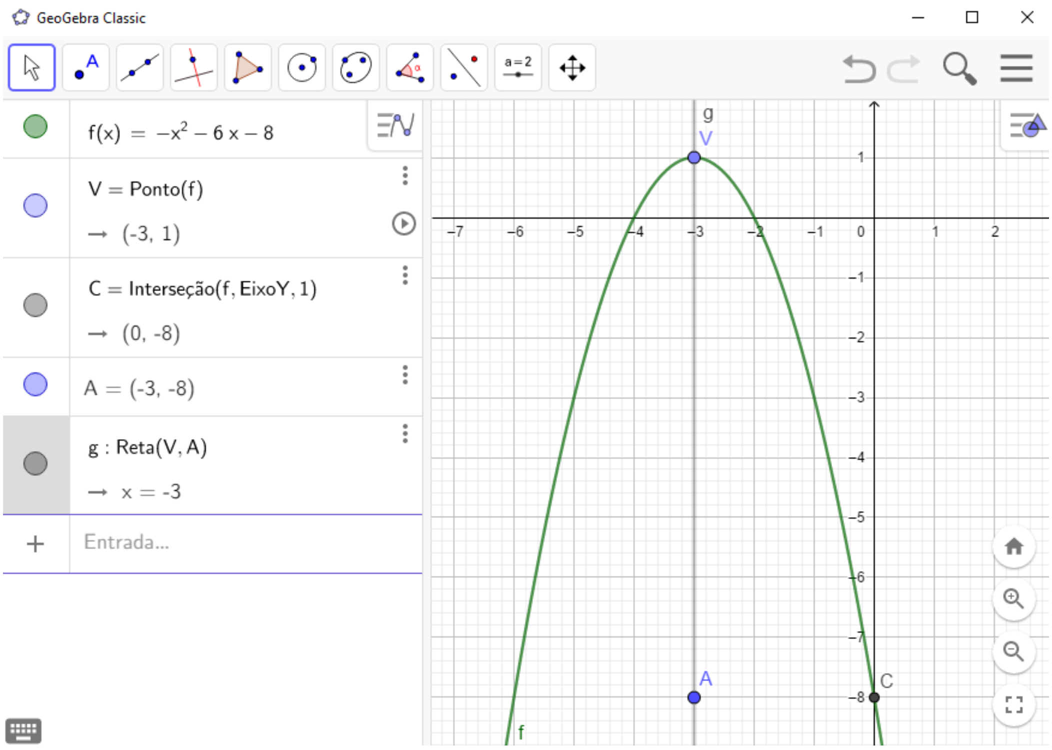
   (b) Quais as raízes, se houver?

   (c) Quais as coordenadas do vértice da parábola?

   (d) Qual ponto a parábola corta o eixo y?

   (e) Faça uma observação sobre o eixo de simetria da parábola.

Figura 4.12 – Quadrática 6



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: Ao observar o gráfico da figura 4.12, o aluno poderá perceber que o conjunto imagem é $Im =]-\infty, 1]$. As raízes da função são $x = -4$ e $x = -2$. O Vértice tem coordenadas $(-3, 1)$. A parábola corta o eixo y no ponto $(0, -8)$. O eixo de simetria deslocou-se para a esquerda do plano cartesiano.

7. Ao observar as atividades envolvendo funções quadráticas do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, podemos evidenciar algumas percepções sobre o significado dos valores dos parâmetros a, b e c. Faça comentários e observações sobre esses parâmetros:

   $a =$

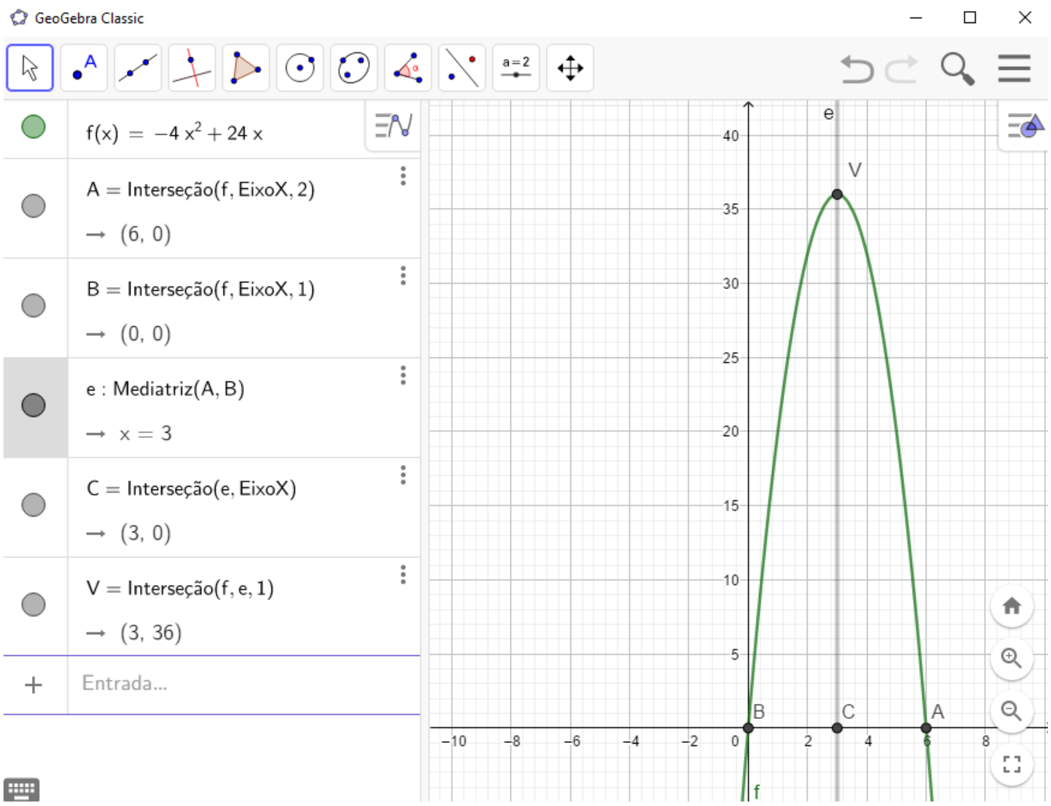
   $b =$

   $c =$

   OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: O aluno poderá perceber que o parâmetro a faz alterações na concavidade da parábola. Se o $a > 0$ então a concavidade é voltada para cima, se o $a < 0$, então a concavidade é voltada para baixo. Quanto maior o valor do a em módulo, a curva da parábola se aproxima do eixo y, quanto menor o valor do a em módulo, a curva da parábola se afasta do eixo y. Quanto ao parâmetro b, o aluno poderá perceber que o mesmo interfere na posição do eixo de simetria da parábola, fazendo o gráfico deslocar-se para a esquerda ou para a direita dependendo do valor do sinal de b e do próprio a, uma vez que o $X_v = -\dfrac{b}{2a}$. O parâmetro c indica o ponto onde a parábola corta o eixo y.

RESOLUÇÃO DO DESAFIO INICIAL

Figura 4.13 – Quadrática 7



Fonte: Do Autor (2019)

De acordo com a figura 4.13, o aluno poderá resolver o problema inicial cuja lei de formação da função é $f(x) = -4x^2 + 24x$. Com a média das raízes $x = 0$ e $x = 6$, pode-se concluir que a bola levou 3 segundos para atingir a altura máxima de 36 metros.

4.3 Função Modular

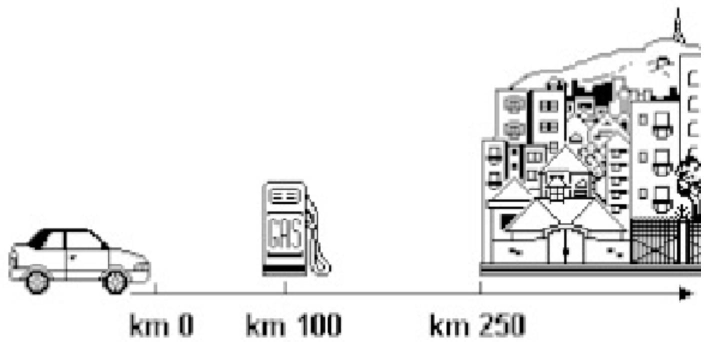
Para que professores e alunos possam conhecer o conteúdo de *função modular* com suas definições, propriedades e exemplos, recomendamos um estudo na Coleção de Fundamentos de Matemática Elementar, do Gelson Iezzi, da Editora Atual (IEZZI; MURAKAMI, 1995, p.189).

Definição 4.3 *Uma aplicação de* $\mathbb{R}$ *em* $\mathbb{R}$ *recebe o nome de função modular ou módulo quando a cada* $x \in \mathbb{R}$ *associa o elemento* $|x| \in \mathbb{R}$.

DESAFIO INICIAL

Roberto necessita resolver o problema abaixo que envolve módulo. Ele deve escolher uma alternativa dentre todas as apresentadas.

Figura 4.14 – Modular Desafio



Fonte: UFRN (2000)

Um posto de gasolina encontra-se localizado no km 100 de uma estrada retilínea. Um automóvel parte do km 0, em direção ao posto, dirigindo-se também a uma cidade a 250 km do ponto de partida. Num dado instante, x denota a distância, em quilômetros, do veículo ao km 0. Nesse instante, a distância,em quilômetros, do veículo ao posto de gasolina é:

a)$|100+x|$

b) $x-100$

c) $100-x$

d)$|x-100|$

APLICANDO A FUNÇÃO MODULAR

Com o uso do aplicativo GEOGEBRA, faça as atividades abaixo:

Duração: 1 aula (50 minutos).

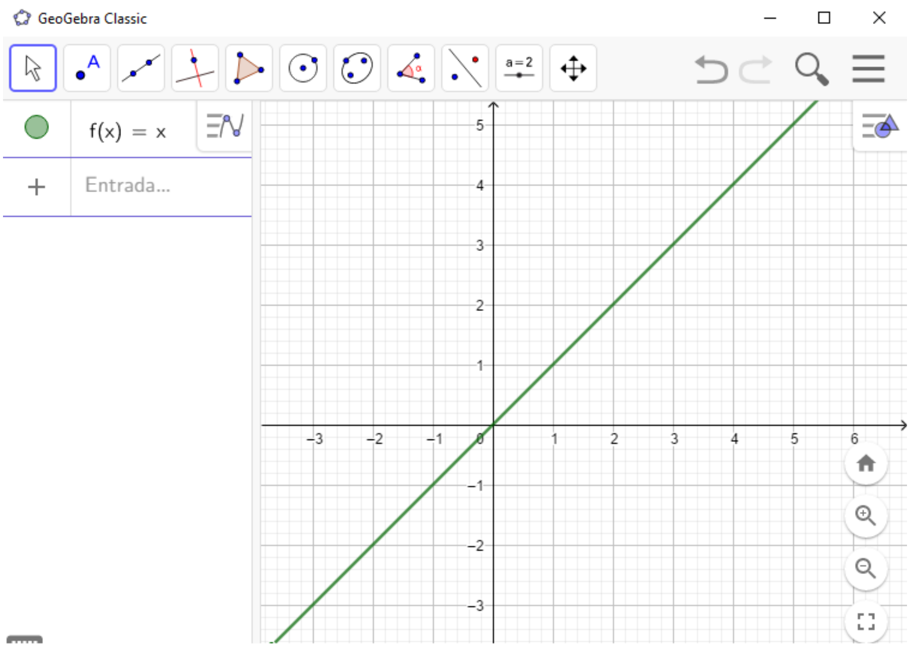
Objetivo: Desenvolver e identificar o comportamento de funções modulares. Comparar os modelos gráficos obtidos, criticar os valores e sinais dos parâmetros e perceber as consequências da alteração dos parâmetros.

1. Desenhe um esboço gráfico da função f definida por $f(x) = x$ e responda:

    (a) Qual a raiz da função?

    (b) Qual o conjunto imagem?

Figura 4.15 – Modular 1



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: Ao observar a figura 4.15, o aluno poderá perceber que a raiz da função é zero e o conjunto imagem é os Reais.

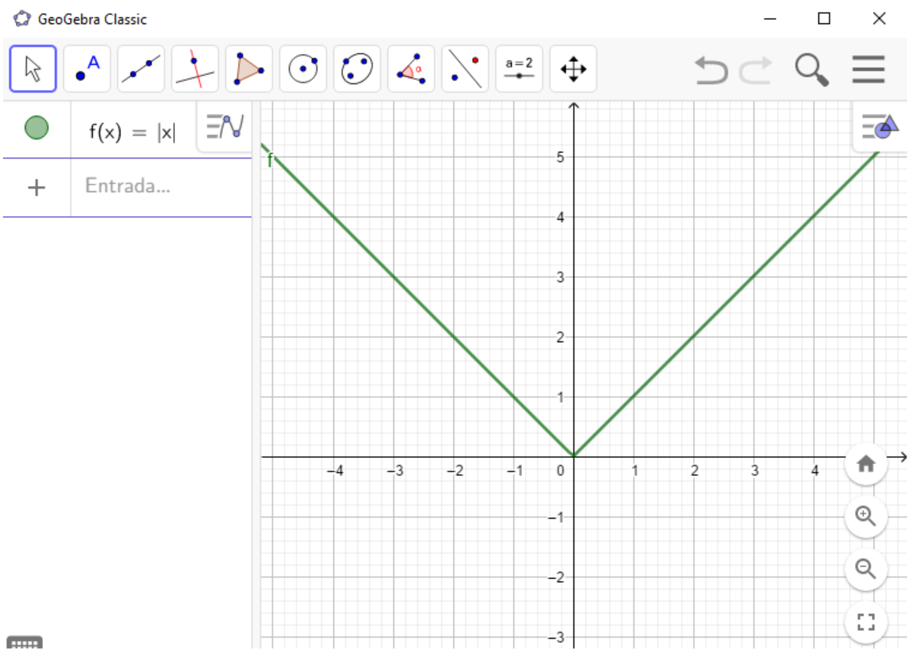
2. Desenhe um esboço gráfico da função f definida por $f(x) = |x|$ e responda:

    (a) Qual a raiz da função?

    (b) Qual o conjunto imagem?

    (c) O que aconteceu com a parte negativa do gráfico definido na figura 4.15?

Figura 4.16 – Modular 2



Fonte: Do Autor (2019)

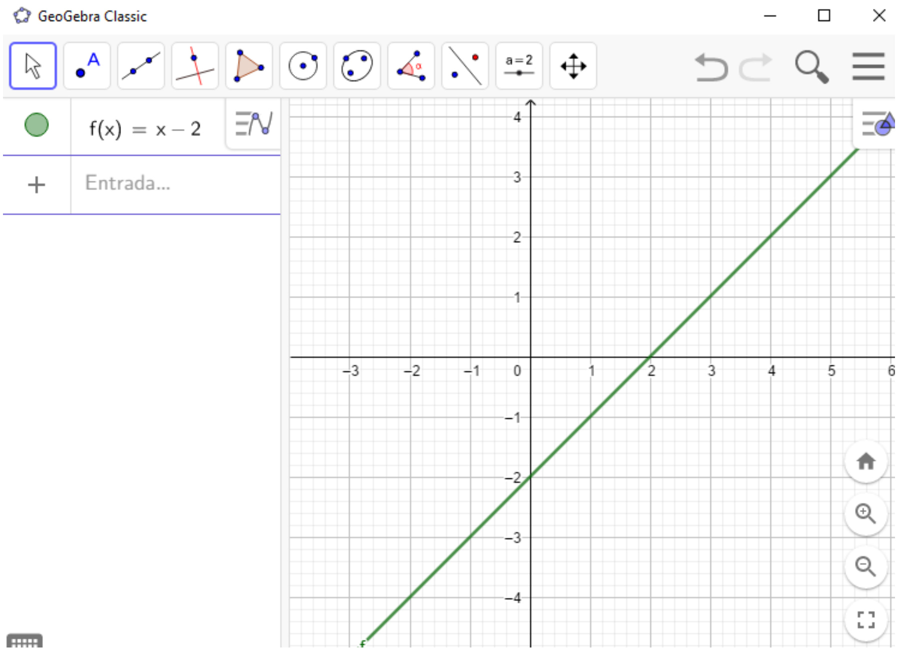
OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: Ao observar o gráfico da figura 4.16, o aluno poderá perceber que a raiz continua sendo zero, o conjunto imagem passou a ser $Im = [0, +\infty[$ e que a parte negativa da função da figura 4.15 sofreu um rebatimento em torno do eixo x, ficando positiva.

3. Desenhe um esboço gráfico da função definida por $f(x) = x - 2$ e responda:

    (a) Qual a raiz da função?

    (b) Qual o conjunto imagem?

Figura 4.17 – Modular 3



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES:O aluno poderá perceber que o a raiz da função da figura 4.17 é igual a 2, e que o conjunto imagem é os Reais.

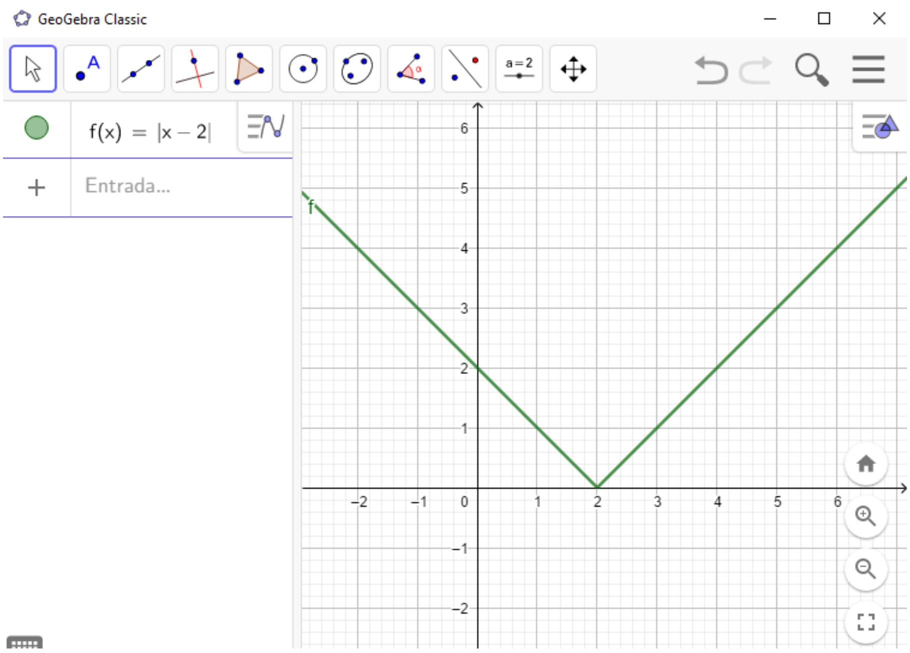
4. Desenhe um esboço gráfico da função $f(x) = |x-2|$ e responda:

    (a) Qual a raiz da função?

    (b) Qual o conjunto imagem?

    (c) O que aconteceu com a parte negativa da função $f(x) = x-2$?

Figura 4.18 – Modular 4



Fonte: Do Autor (2019)

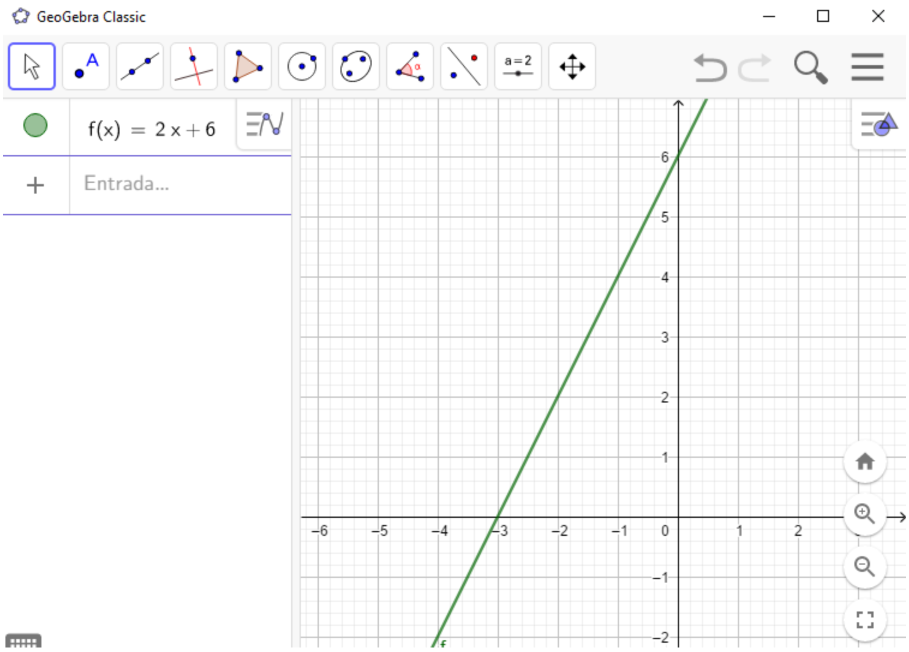
OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: Com base na análise do gráfico da Figura 4.18, o aluno poderá perceber que a raíz é 2, que o conjunto imagem é $Im = [0, +\infty[$ e que a parte negativa do gráfico sofreu um rebatimento em torno do eixo x, em relação ao gráfico da figura 4.17.

5. Desenho um esboço gráfico da função $f(x) = 2x + 6$ e responda:

   (a) Qual a raiz da função?

   (b) Qual o conjunto imagem?

Figura 4.19 – Modular 5



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: O aluno poderá perceber, de acordo com o gráfico da figura 4.19 que a raiz é -3 e que o conjunto imagem é o conjunto dos Reais.

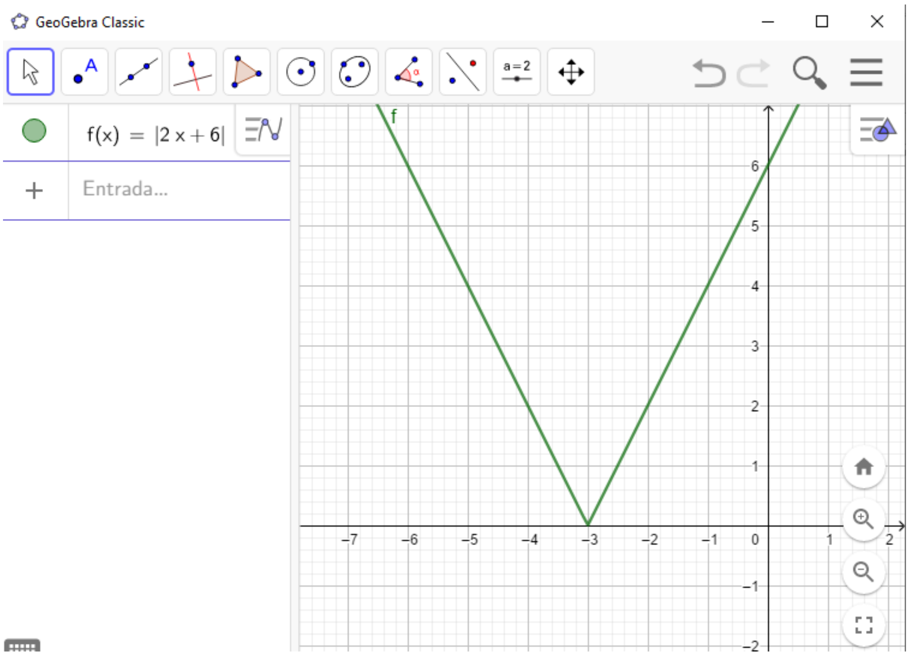
6. Desenhe um esboço gráfico da função $f(x) = |2x+6|$ e responda:

   (a) Qual a raiz da função?

   (b) Qual o conjunto imagem?

   (c) O que aconteceu com a pare negativa da função $f(x) = 2x+6$?

Figura 4.20 – Modular 6

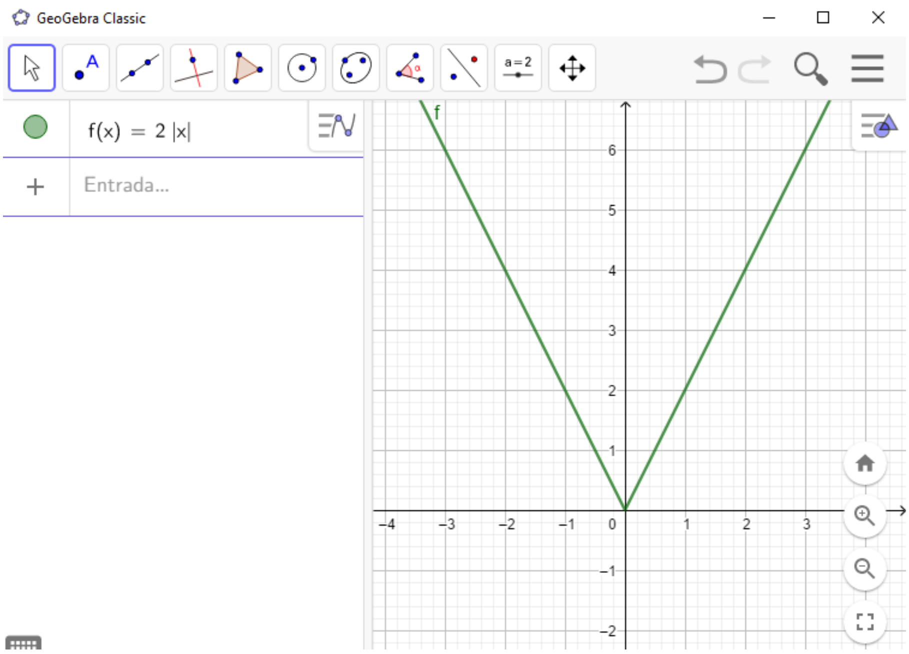


Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: O aluno poderá perceber que a raiz continua sendo -3, mas o conjunto imagem passou a ser $Im = [0, +\infty[$.Em relação ao gráfico da figura 4.20, houve um rebatimento da parte negativa em torno do eixo x do gráfico da figura 4.19.

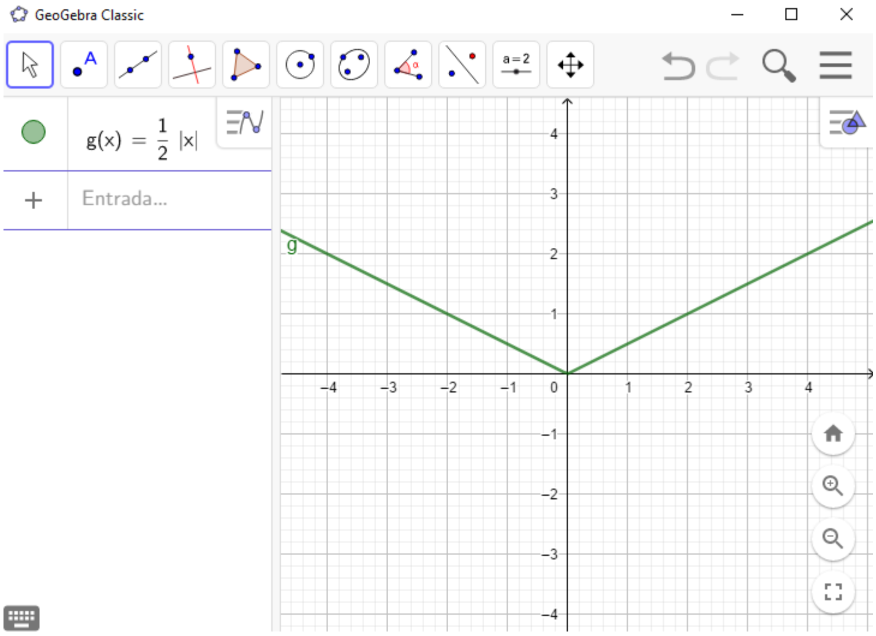
7. Desenhe um esboço gráfico das funções $f(x) = 2|x|$ e $g(x) = \dfrac{1}{2}|x|$. Compare com a função $f(x) = |x|$ e explique o que aconteceu com cada função.

Figura 4.21 – Modular 7



Fonte: Do Autor (2019)

Figura 4.22 – Modular 8

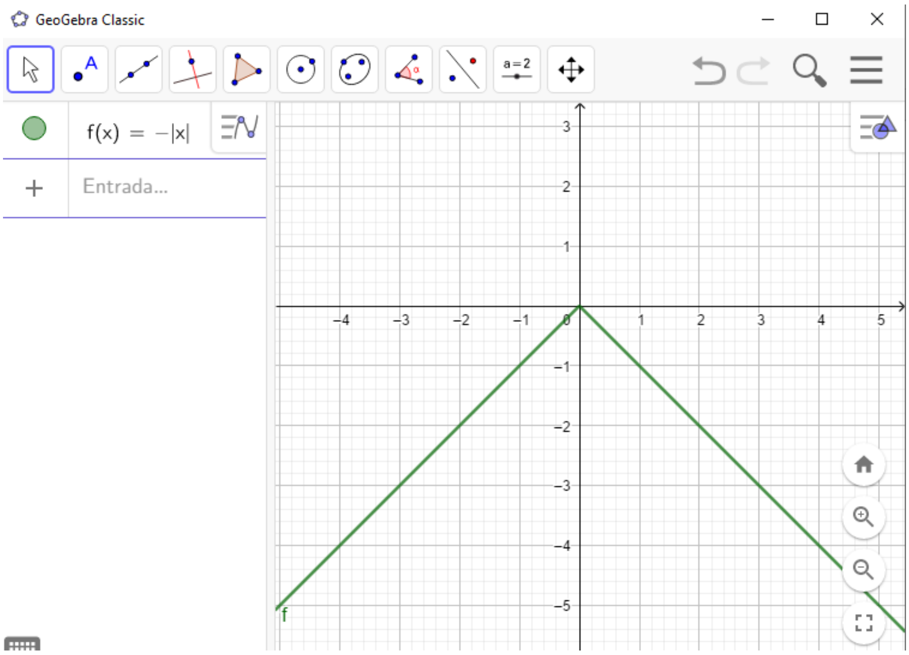


Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: O aluno poderá perceber que mutiplicar o $|x|$ por um número positivo maior que 1 aproxima as retas geradas para o eixo y, conforme figura 4.21, enquanto que multiplicar o $|x|$ por $\frac{1}{2}$ afasta as retas geradas do eixo y, conforme figura 4.22.

8. Desenhe um esboço gráfico da função $f(x) = -|x|$, compare com a função $f(x) = |x|$ e explique o que aconteceu com o gráfico.

Figura 4.23 – Modular 9

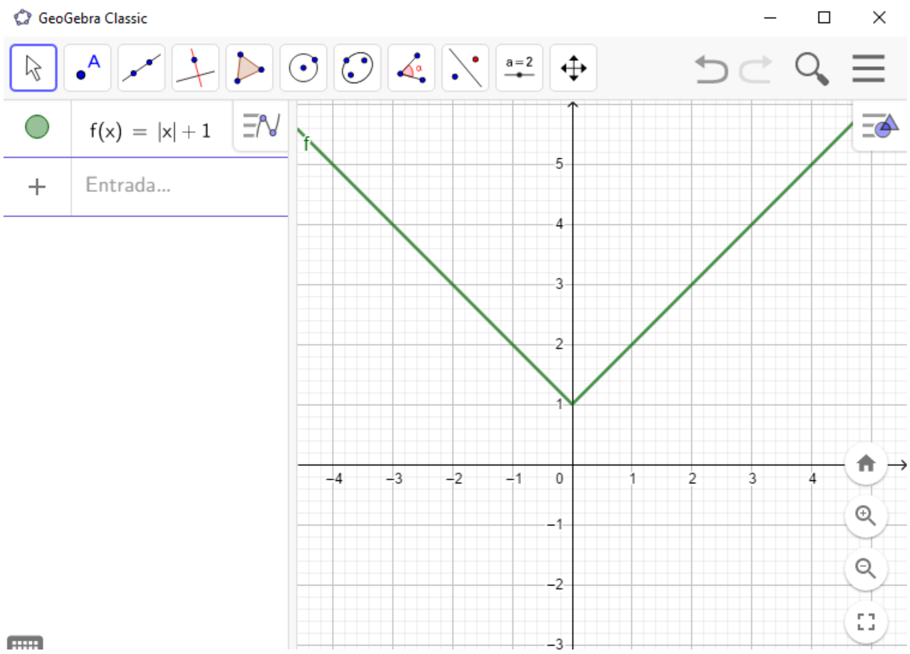


Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: O aluno poderá perceber que o gráfico da figura 4.23 sofreu um rebatimento em torno do eixo x, passando o conjunto imagem a ser $Im = [0, -\infty[$.

9. Desenhe um esboço gráfico das funções $f(x) = |x| + 1$ e $f(x) = |x| - 2$. Compare com o gráfico da função $f(x) = |x|$ e explique o que aconteceu com cada gráfico.

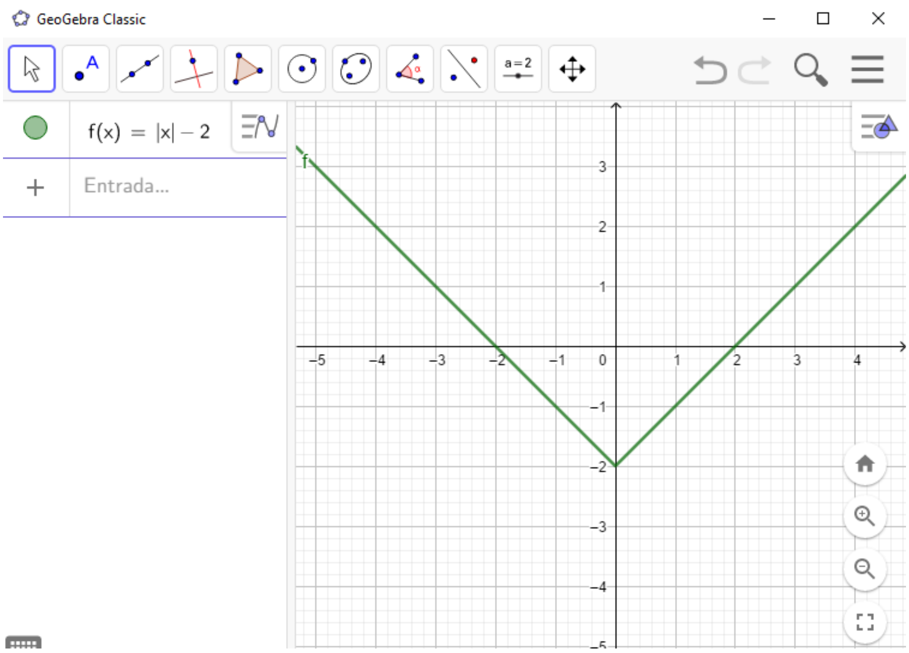
Figura 4.24 – Modular 10



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: O aluno poderá perceber que o gráfico da figura 4.24 deslocou uma unidade para cima.

Figura 4.25 – Modular 11

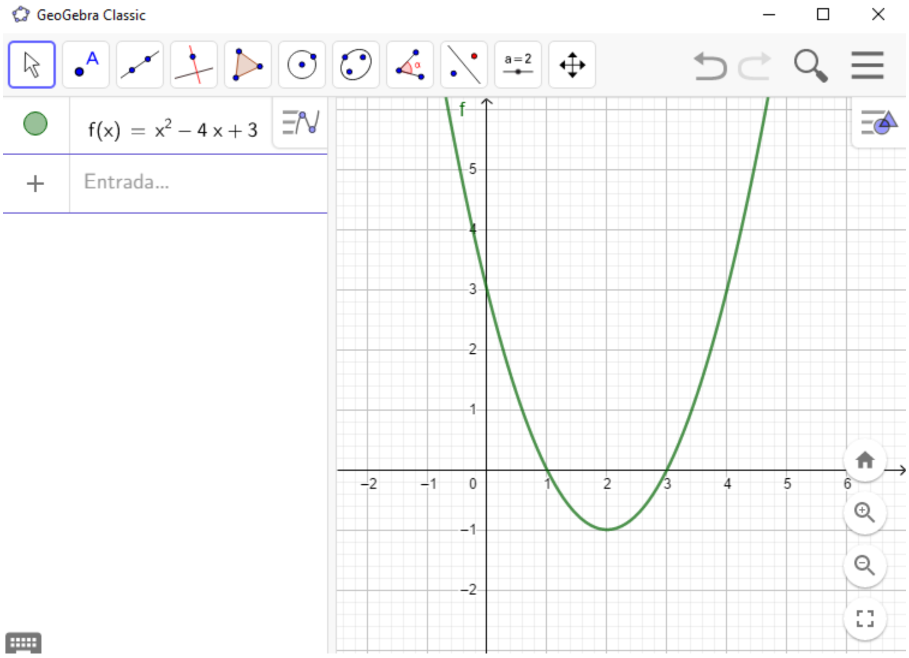


Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: O aluno poderá perceber que o gráfico da figura 4.25 deslocou duas unidades para baixo, ou seja, esse termo que soma ou subtrai a função módulo por fora do módulo faz o gráfico modificar em relação ao eixo y.

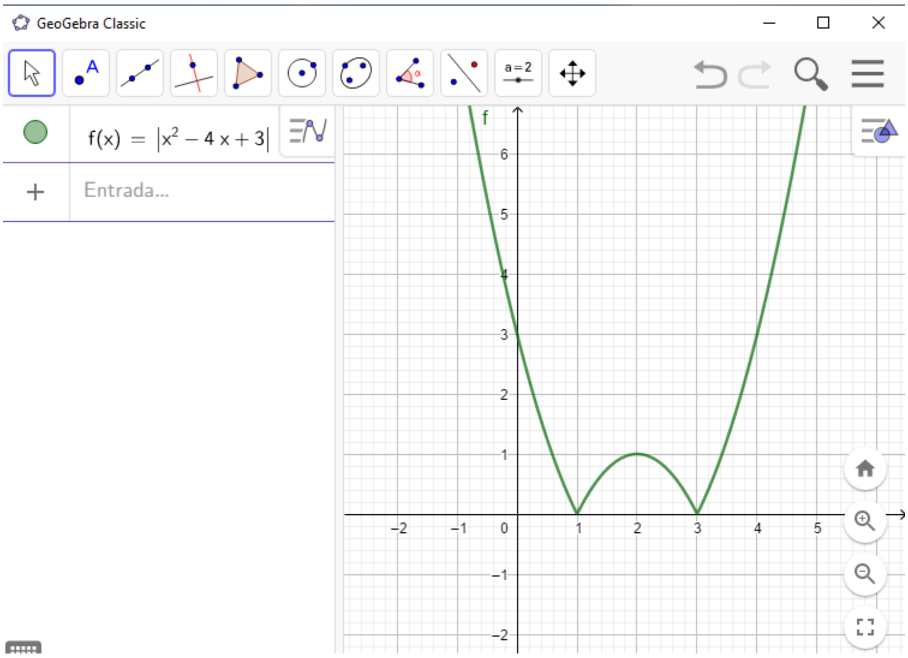
10. Desenhe um esboço gráfico da função $f(x) = x^2 - 4x + 3$. Desenhe um esboço gráfico da função $g(x) = \left|x^2 - 4x + 3\right|$. Compare e diga qual foi a modificação ocorrida no gráfico. Explique porque isso aconteceu.

Figura 4.26 – Modular 12



Fonte: Do Autor (2019)

Figura 4.27 – Modular 13



Fonte: Do Autor (2019)

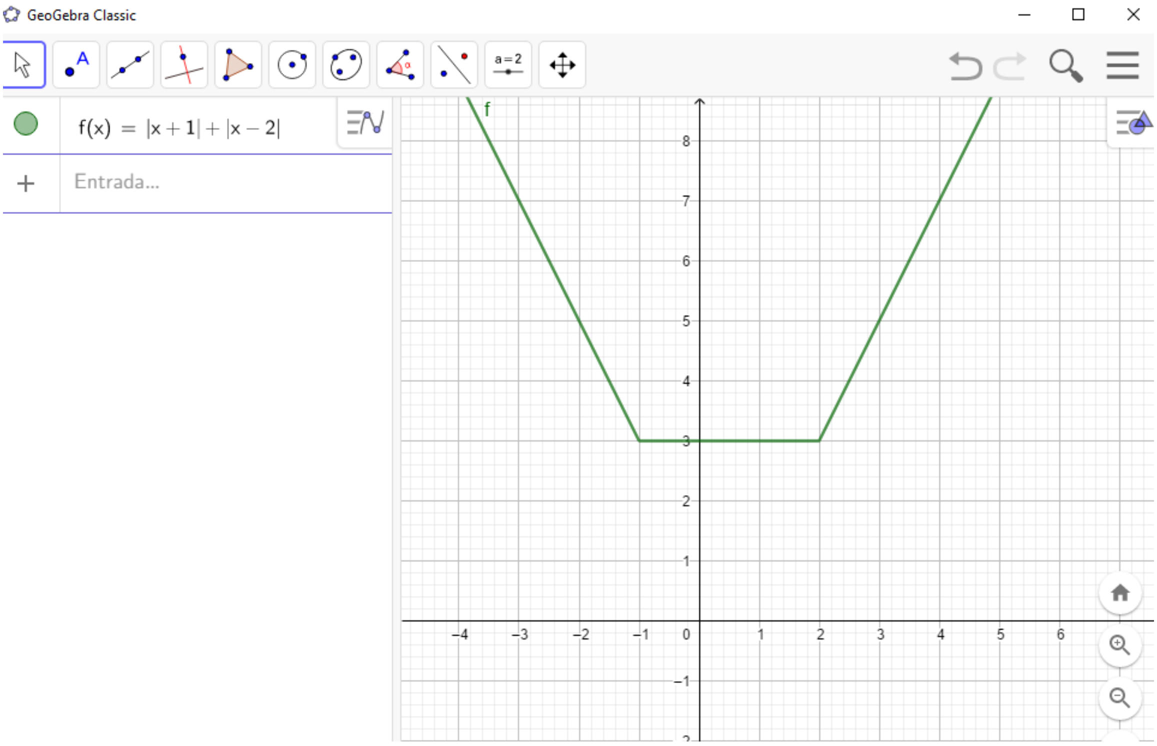
OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: O aluno poderá perceber que o gráfico da figura 4.27 sofreu um rebatimento da parte negativa, em torno do eixo x, em relação ao gráfico da figura 4.26.

11. Desenhe um esboço gráfico da função $f(x) = |x+1| + |x-2|$. Responda:

    (a) Quantas “quebras” ocorreram no gráfico?

    (b) Em que ponto do eixo x ocorreram essas "quebras"?

Figura 4.28 – Modular 14



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES:O aluno poderá perceber que são duas quebras no gráfico que ocorrem exatamente quando x assume os valores das raízes de cada função modular.

RESOLUÇÃO DO DESAFIO INICIAL

O aluno deverá perceber que a alternativa d é a que melhor atende.

4.4 Função do Tipo Exponencial

Para que professores e alunos possam conhecer o conteúdo de *função exponencial* com suas definições, propriedades e exemplos, recomendamos um estudo na Coleção de Fundamentos de Matemática Elementar, Volume 2, do Gelson Iezzi, da Editora Atual (IEZZI; DOLCE; MURAKAMI, 1995, p.27).

Para uma análise mais profunda, com demonstrações, definições e caracterizações da *função exponencial*, recomendamos um estudo do Livro Números e Funções Reais, da Coleção PROFMAT, do Elon Lages Lima, da Sociedade Brasileira de Matemática (LIMA, 2013, p.153).

Definição 4.4 *Seja a um número real positivo, que suporemos sempre diferente de* 1*. A função exponencial de base a ,* $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}^{+}$*, indicada pela notação* $f(x)=a^{x}$*, deve ser definida de modo a ter as seguintes propriedades, para quaisquer* $x,y\in\mathbb{R}$ *:*

1. $a^{x}.a^{y}=a^{x+y}$;
2. $a^{1}=a$;
3. $x<y$ *implica* $a^{x}<a^{y}$ *quando* $a>1$ *e*
4. $x<y$ *implica* $a^{x}<a^{y}$ *quando* $0<a<1$.

DESAFIO INICIAL

Marcelo é casado e pai de Felipe que tem 4 anos de idade. Felipe apresenta constantes infecções de garganta e frequentemente toma antibióticos. Na última consulta em que Felipe estava com bastante febre, o médico, Dr. Ulisses receitou um antibiótico que deve ser tomado de 8 em 8 horas. Pensativo, Marcelo perguntou porque o remédio deve ser ministrado sempre nas horas marcadas. Dr. Ulisses explicou que a reprodução das bactérias é exponencial, o que deve ser combatido com remédios tomados na hora certa.

Dr. Ulisses propôs o seguinte problema: considere uma colônia de 1000 bactérias inicialmente. A cada hora que passa, a população de bactérias dobra.

Modele uma função $f(x)=a.b^{x}$ da quantidade de bactérias em função do tempo x, em horas.

Calcule quanto tempo leva para a população de bactérias atingir 256.000 bactérias.

Calcule quantas bactérias a colônia vai atingir após 10 horas.

APLICANDO A FUNÇÃO DO TIPO EXPONENCIAL

Com o uso do aplicativo GEOGEBRA, faça as atividades abaixo:

Duração: 1 aula (50 minutos).

Objetivo: Desenvolver e identificar o comportamento de funções do tipo exponencial. Comparar os modelos gráficos obtidos, criticar os valores e sinais dos parâmetros e perceber as consequências da alteração dos parâmetros.

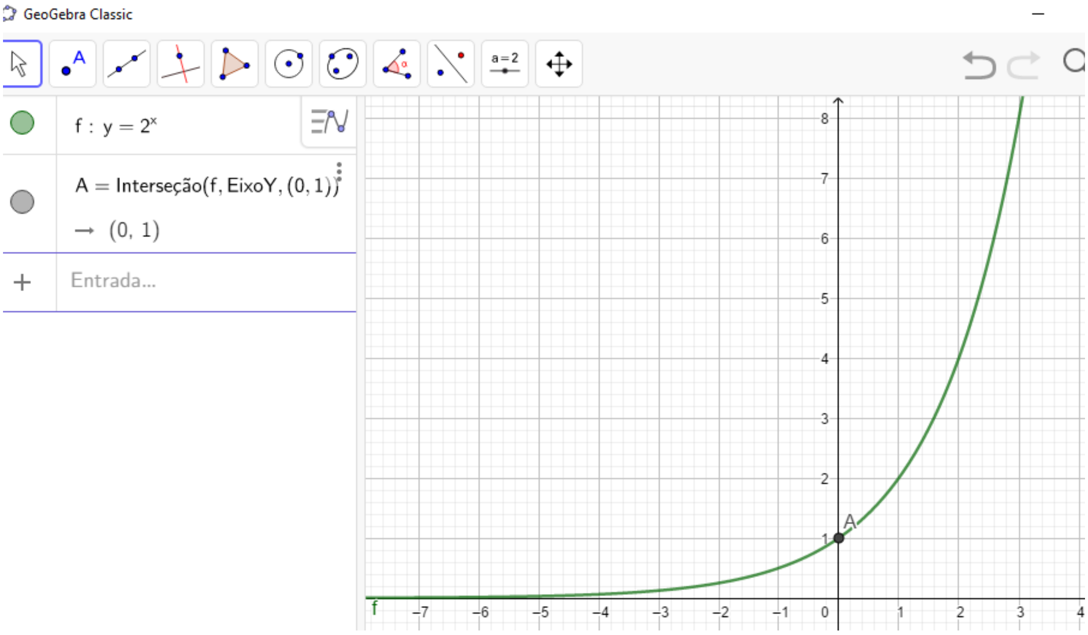
1. Desenhe um esboço gráfico da função $f(x) = 2^x$ e responda:

    (a) Qual o conjunto imagem da função?

    (b) Qual é a reta assíntota (lugar onde o gráfico se aproxima sem tocar)?

    (c) Qual é o ponto onde a função corta o eixo y?

Figura 4.29 – Exponencial 1



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: De acordo com o gráfico da Figura 4.29, o aluno poderá perceber que o conjunto imagem é $]0,+\infty[$ e que a reta assíntota é $y=0$. Poderá perceber também que a função corta o eixo y no ponto $A(0,1)$ e que o gráfico é crescente.

2. Desenhe um esboço gráfico da função $f(x)=3.2^x$ e responda:

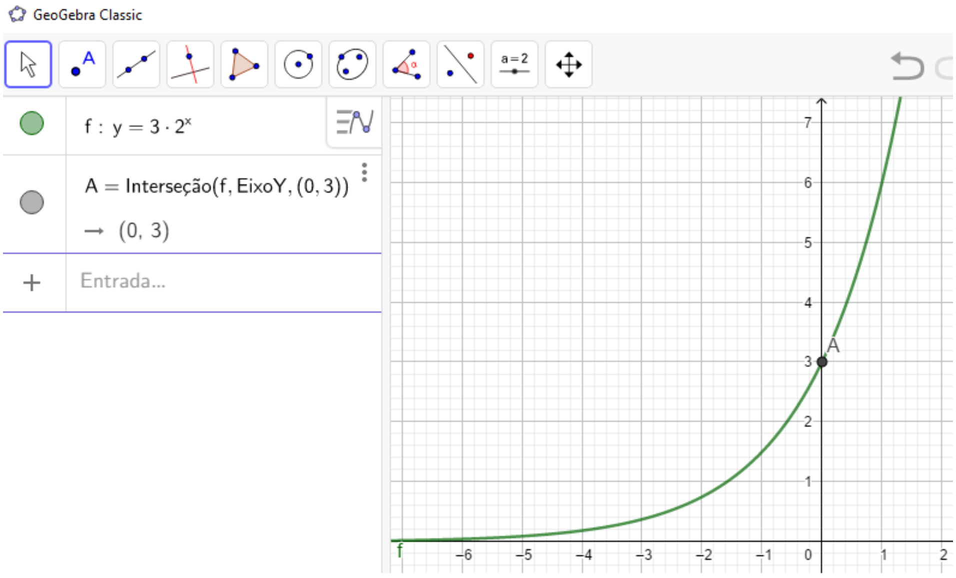
   (a) Qual o conjunto imagem da função?

   (b) Qual é a reta assíntota (lugar onde o gráfico se aproxima sem tocar)?

   (c) Qual é o ponto onde a função corta o eixo y?

   (d) Qual foi a modificação gráfica em relaçao ao gráfico da questão1?

Figura 4.30 – Exponencial 2



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: De acordo com o gráfico da Figura 4.30, o aluno poderá perceber que o conjunto imagem é $]0,+\infty[$ e que a reta assíntota é $y=0$. O ponto onde a função corta o eixo y é $A(0,3)$ e o gráfico continua crescente e fica mais inclinado e mais próximo do eixo y.

3. Desenhe um esboço gráfico da função $f(x)=\dfrac{1}{3}.2^x$ e responda:

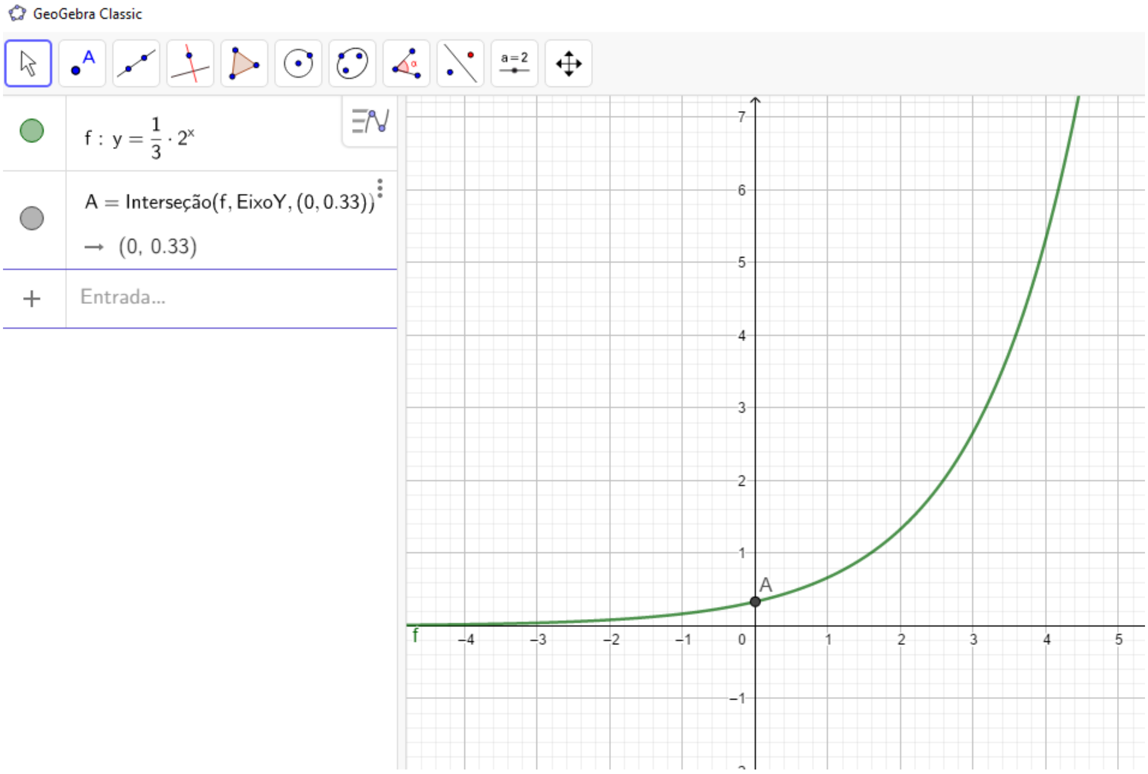
   (a) Qual o conjunto imagem da função?

   (b) Qual é a reta assíntota (lugar onde o gráfico se aproxima sem tocar)?

   (c) Qual é o ponto onde a função corta o eixo y?

   (d) Qual foi a modificação gráfica em relação ao gráfico da questão 1?

Figura 4.31 – Exponencial 3



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: De acordo com o gráfico da Figura 4.31, o aluno poderá perceber que o conjunto imagem é $]0,+\infty[$ e que a reta assíntota é $y = 0$. O ponto onde a função corta o eixo y é $A(0,\dfrac{1}{3})$ e o gráfico continua crescente e fica mais extenso e mais distante do eixo y.

4. Desenhe um esboço gráfico da função $f(x) = (\dfrac{1}{2})^x$ e responda:

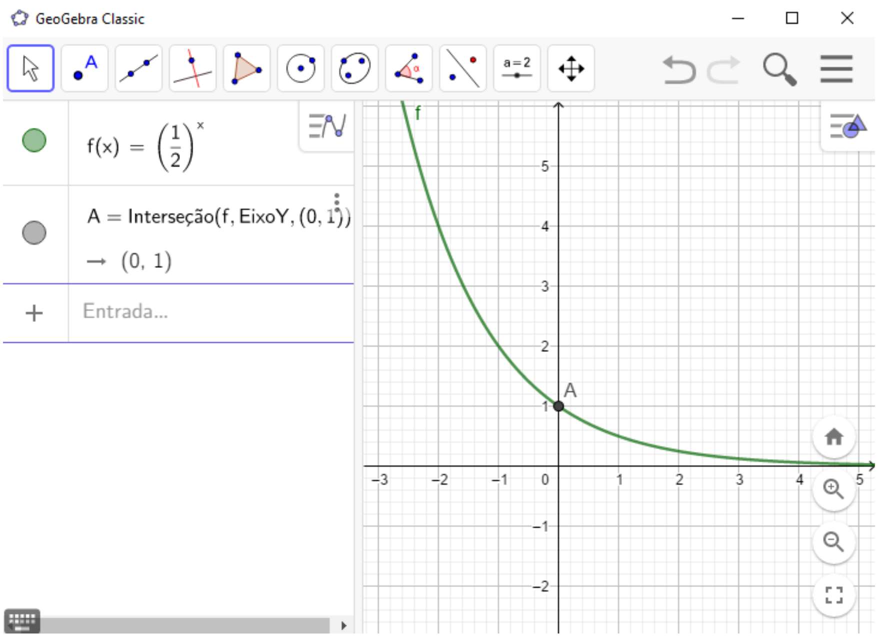
   (a) Qual o conjunto imagem da função?

   (b) Qual é a reta assíntota (lugar onde o gráfico se aproxima sem tocar)?

   (c) Qual é o ponto onde a função corta o eixo y?

   (d) Qual foi a modificação gráfica em relação ao gráfico da questão 1?

Figura 4.32 – Exponencial 4



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: De acordo com o gráfico da Figura 4.32, o aluno poderá perceber que o conjunto imagem é $]0,+\infty[$ e que a reta assíntota é $y = 0$. O ponto onde a função corta o eixo y é $A(0,1)$ e o gráfico passa a ser decrescente.

5. Desenhe um esboço gráfico da função $f(x) = -2^x$ e responda:

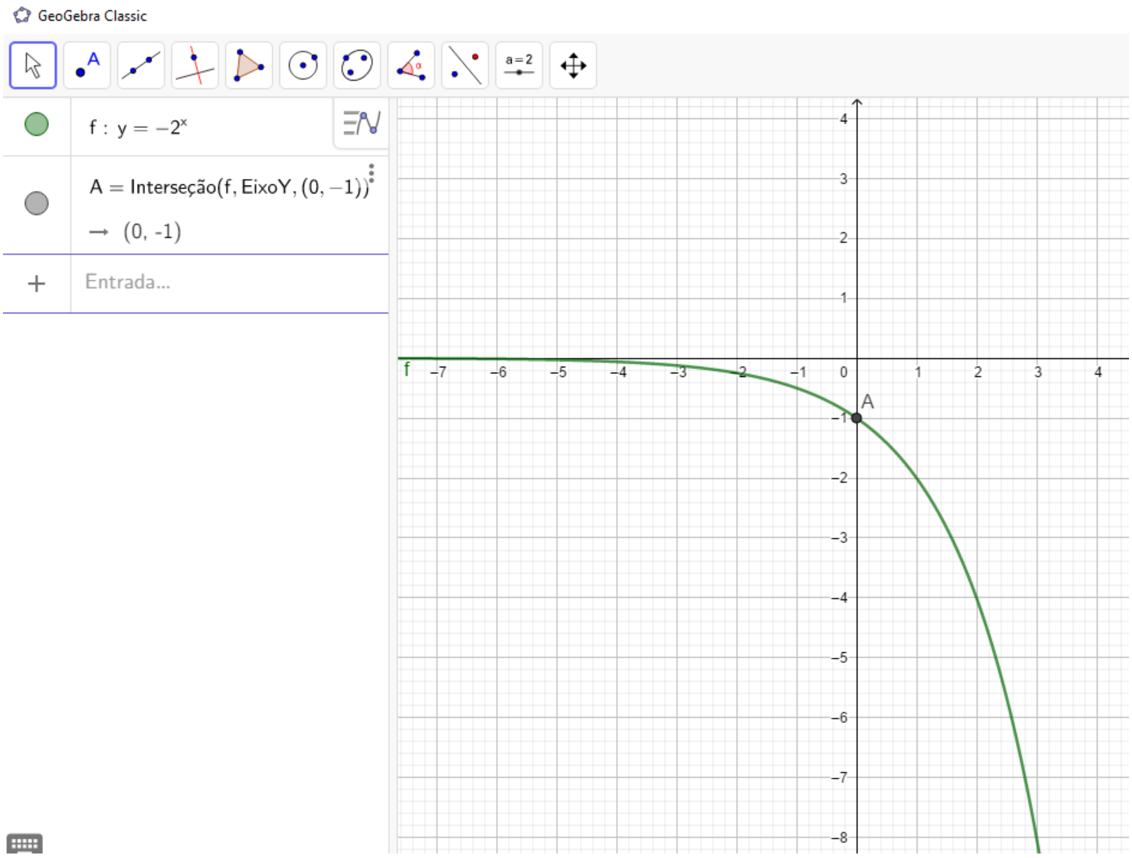
   (a) Qual o conjunto imagem da função?

   (b) Qual é a reta assíntota (lugar onde o gráfico se aproxima sem tocar)?

   (c) Qual é o ponto onde a função corta o eixo y?

   (d) Qual foi a modificação gráfica em relação ao gráfico da questão 1?

Figura 4.33 – Exponencial 5



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: De acordo com o gráfico da Figura 4.33, o aluno poderá perceber que o conjunto imagem é $]-\infty, 0[$ e que a reta assíntota é $y = 0$. O ponto onde a função corta o eixo y é $A(0, -1)$ e o gráfico sofre um rebatimento em torno do eixo x.

6. Desenhe um esboço gráfico das funções $f(x) = 2^x + 1$ e $g(x) = 2^x - 2$ e responda:

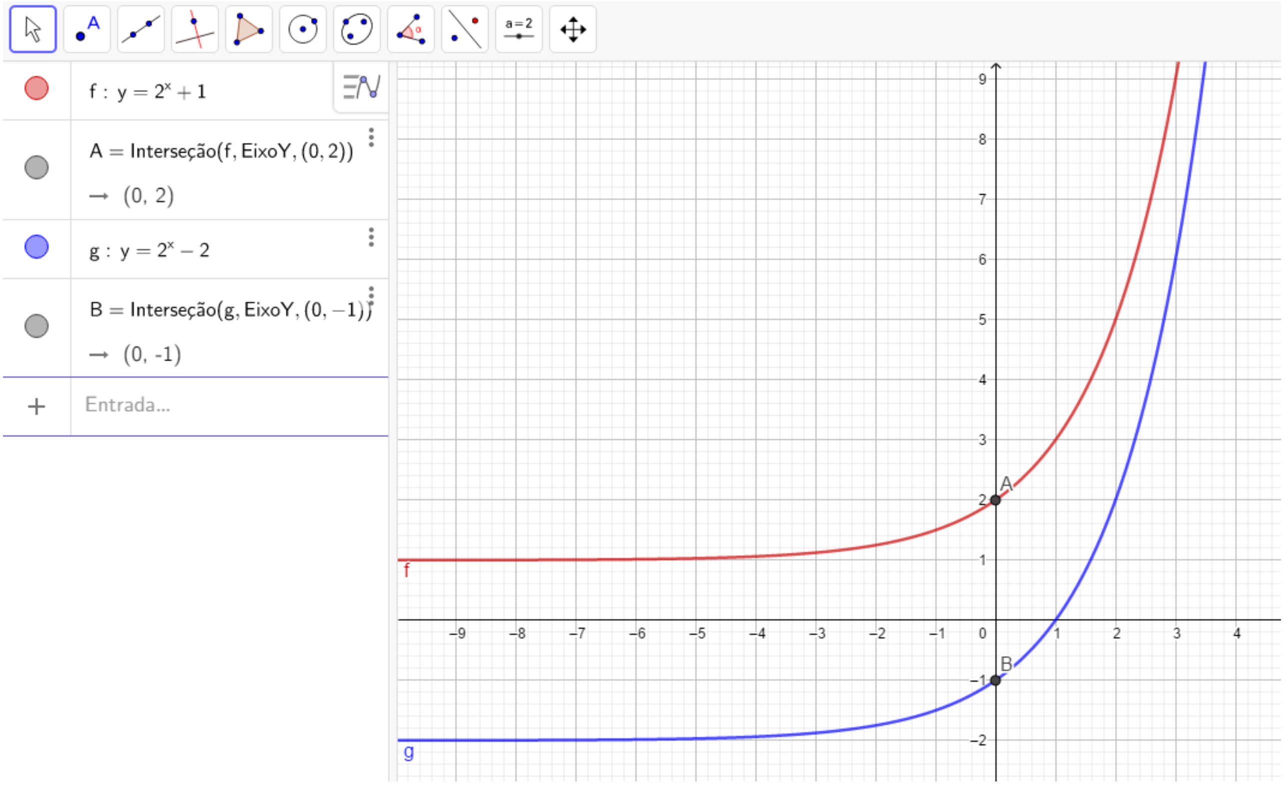
    (a) Qual o conjunto imagem da função?

    (b) Qual é a reta assíntota (lugar onde o gráfico se aproxima sem tocar)?

    (c) Qual é o ponto onde a função corta o eixo y?

    (d) Qual foi a modificação gráfica em relação ao gráfico da questão 1?

Figura 4.34 – Exponencial 6



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: De acordo com o gráfico da Figura 4.34, o aluno poderá perceber que o conjunto imagem é $]1,+\infty[$ e que a reta assíntota é $y=1$, para a função $f(x)=2^x+1$; e que o conjunto imagem é $]-2,+\infty[$ e que a reta assíntota é $y=-2$, para a função $g(x)=2^x-2$. O ponto onde a função $f(x)$ corta o eixo y é $A(0,2)$ e o ponto onde a função $g(x)$ corta o eixo y é $B(0,-1)$. Ambos gráficos continuam crescentes.

7. Considere uma função exponencial da forma $f(x) = a.(b)^x + c$ e relate as modificações gráficas obtidas nas questões acima, e anote as consequências dos valores de cada letra:

   $a =$

   $b =$

   $c =$

   OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: O aluno poderá perceber que o **a** pode aproximar ou afastar a curva do eixo y, alongando ou estendendo o gráfico, alterando o ponto onde corta o eixo y. Em caso de ser negativo, o **a** faz a curva sofrer um rebatimento em relação ao eixo x.

   Quanto ao **b**, o aluno poderá perceber também que é um valor sempre positivo, em que sendo o $b > 1$ a função fica crescente e se o $0 < b < 1$ a função fica decrescente.

   O parâmetro **c** faz a reta assíntota subir ou descer de acordo com o valor assumido, alterando o conjunto imagem.

RESOLUÇÃO DO DESAFIO INICIAL

A função da quantidade de bactérias modelada na situação-problema inicial é $f(x) = 1000.2^x$. Para chegar a 256.000, são necessárias 8 horas. Com 10 horas, a colônia atinge 1.024.000 bactérias.

4.5 Função Logarítmica

Para que professores e alunos possam conhecer o conteúdo de *função logarítmica* com suas definições, propriedades e exemplos, recomendamos um estudo na Coleção de Fundamentos de Matemática Elementar, Volume 2, do Gelson Iezzi, da Editora Atual (IEZZI; DOLCE; MURAKAMI, 1995, p.80).

Para uma análise mais profunda, com demonstrações, definições e caracterizações da *função logarítmica*, recomendamos um estudo do Livro Números e Funções Reais, da Coleção PROFMAT, do Elon Lages Lima, da Sociedade Brasileira de Matemática(LIMA, 2013, p.164).

Definição 4.5 *A inversa da função exponencial de base a é a função* $\log_a : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$*, que associa a cada número real positivo x o número real* $\log_a x$*, chamado o logaritmo de x na base a.*

DESAFIO INICIAL

Marcelo era ajudante de pedreiro. Passando pela banca de jornais no centro da cidade, ficou curioso com a notícia destacada no jornal. Tratava-se de terremotos ocorridos no Chile. Na primeira página do jornal estava estampado o assunto e sobre como os cientistas Charles Richter e Beno Gutenberg desenvolveram a escala Richter, que mede a magnitude de um terremoto.Segundo o jornal, essa escala pode variar de 0 a 10, com possibilidades de valores maiores. A figura 4.35 mostra a escala de magnitude local (Ms) de um terremoto que é utilizada para descrevê-lo.

Figura 4.35 – Intensidade de um Terremoto

Descrição	**Magnitude local (M_s) (μm . Hz)**
Pequeno	$0 \leq M_s \leq 3{,}9$
Ligeiro	$4{,}0 \leq M_s \leq 4{,}9$
Moderado	$5{,}0 \leq M_s \leq 5{,}9$
Grande	$6{,}0 \leq M_s \leq 9{,}9$
Extremo	$M_s \geq 10{,}0$

Fonte: Questão 154 - Prova Azul - ENEM (2019)

No jornal, Marcelo descobriu que a Magnitude local (M_s) é dada pela fórmula $M_s = 3,30 + \log(A.f)$, em que A representa a amplitude máxima da onda registrada por um sismógrafo em micrômetro e f representa a frequência da onda, em hertz (Hz).

Descobriu ainda que o último terremoto ocorrido no Chile teve amplitude máxima de 2000 micrômetros e frequência de $0,2$ Hz.

Marcelo decidiu comprar o jornal e levar para sala de aula a fim de discutir o assunto com os colegas e com o professor de matemática.Em sala, o professor propôs calcular junto com os alunos a Magnitude local e verificar qual foi a extensão deste último terremoto de acordo com a tabela do jornal.

Qual foi a descrição da extensão do último terremoto ocorrido no Chile? Use $log2 = 0,3$ para fazer os cálculos.

APLICANDO A FUNÇÃO LOGARITMICA

Com o uso do aplicativo GEOGEBRA, faça as atividades abaixo:

Duração: 1 aula (50 minutos).

Objetivo: Desenvolver e identificar o comportamento de funções logarítmicas do tipo $f(x) = log_d(ax+b)+c$. Comparar os modelos gráficos obtidos, criticar os valores e sinais dos parâmetros e perceber as consequências da alteração dos parâmetros.

1. Faça um esboço gráfico da função $f(x) = \log_2(x)$ e responda:

   (a) Qual o domínio da função?

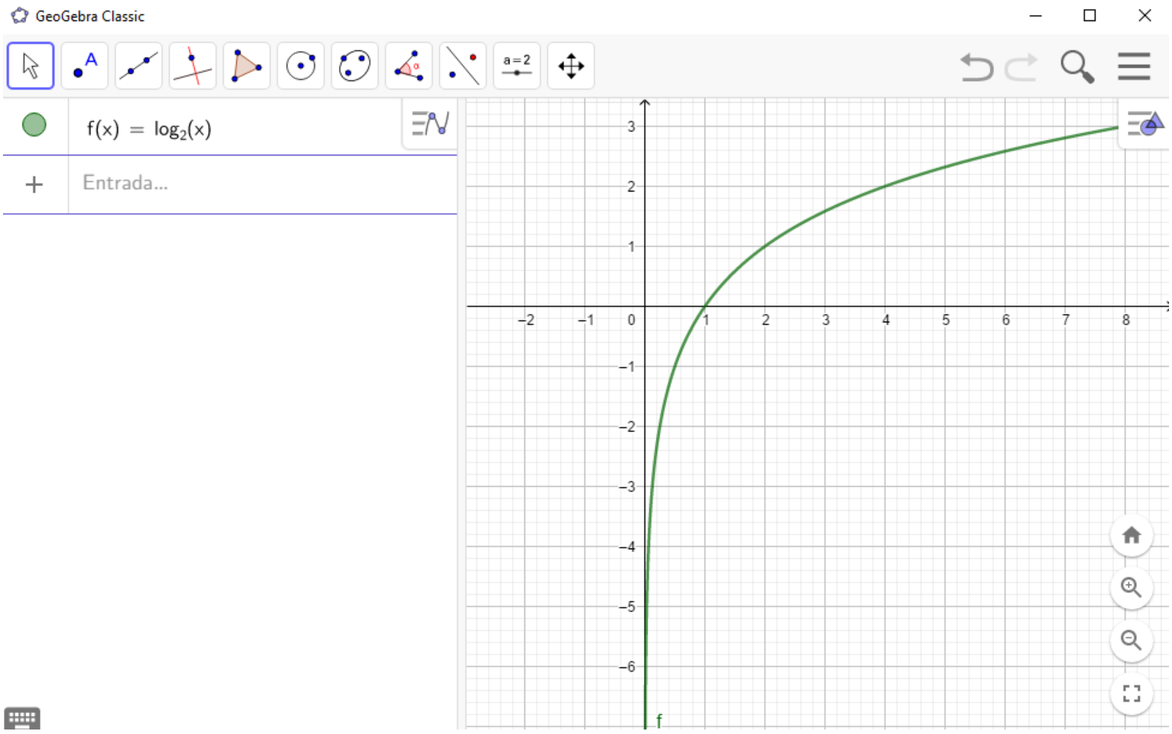
   (b) Qual o conjunto imagem da função?

   (c) A função é crescente ou decrescente?

   (d) Qual a raiz da função?

   (e) Qual é a reta assíntota?

Figura 4.36 – Logarítmica 1



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: Ao observar a figura 4.36, o aluno poderá perceber que o domínio da função é $D =]0, +\infty[$. O conjunto imagem é o conjunto dos Reais. A função é crescente, a raiz é $x = 1$ e a reta assíntota é o próprio eixo y.

2. Faça um esboço gráfico da função $f(x) = \log_2(x-2)$ e responda:

   (a) Qual o domínio da função?

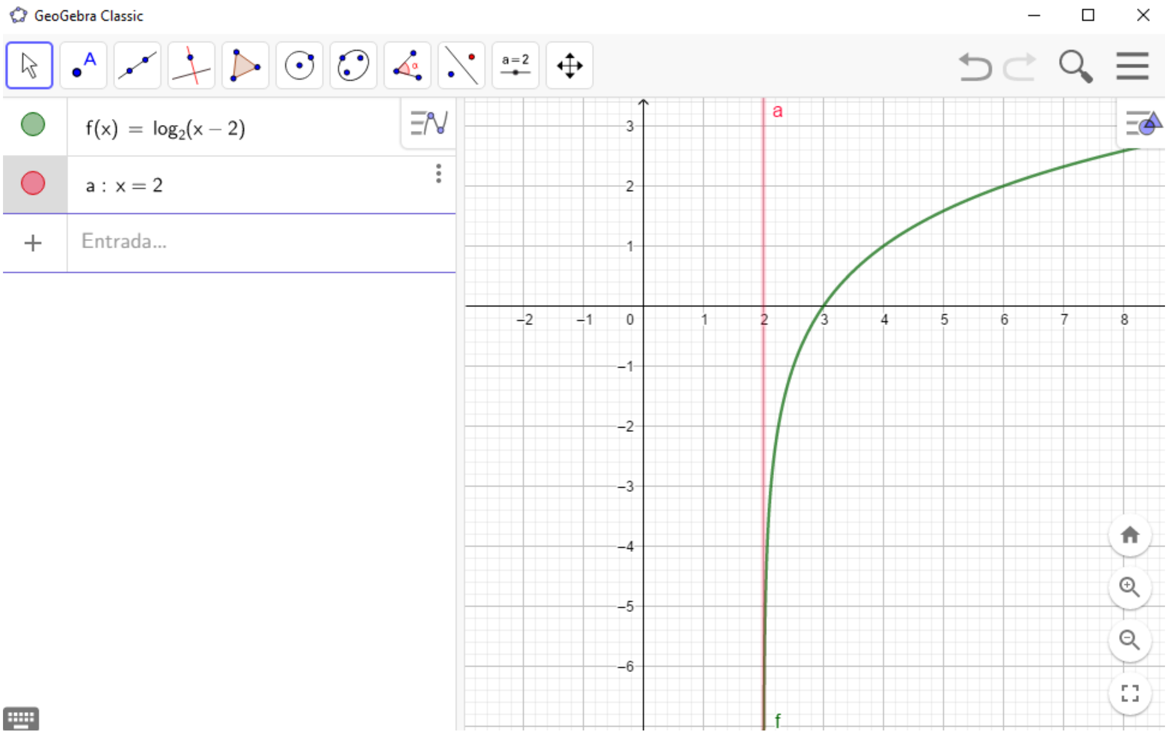
   (b) Qual o conjunto imagem da função?

   (c) A função é crescente ou decrescente?

   (d) Qual a raiz da função?

   (e) Qual é a reta assíntota?

Figura 4.37 – Logarítmica 2



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: Ao observar a figura 4.37, o aluno poderá perceber que o domínio da função é $D =]2, +\infty[$. O conjunto imagem é o conjunto dos Reais. A função é crescente, a raiz é $x = 3$ e a reta assíntota é $x = 2$.

3. Faça um esboço gráfico da função $f(x) = \log_2(x+3)$ e responda:

   (a) Qual o domínio da função?

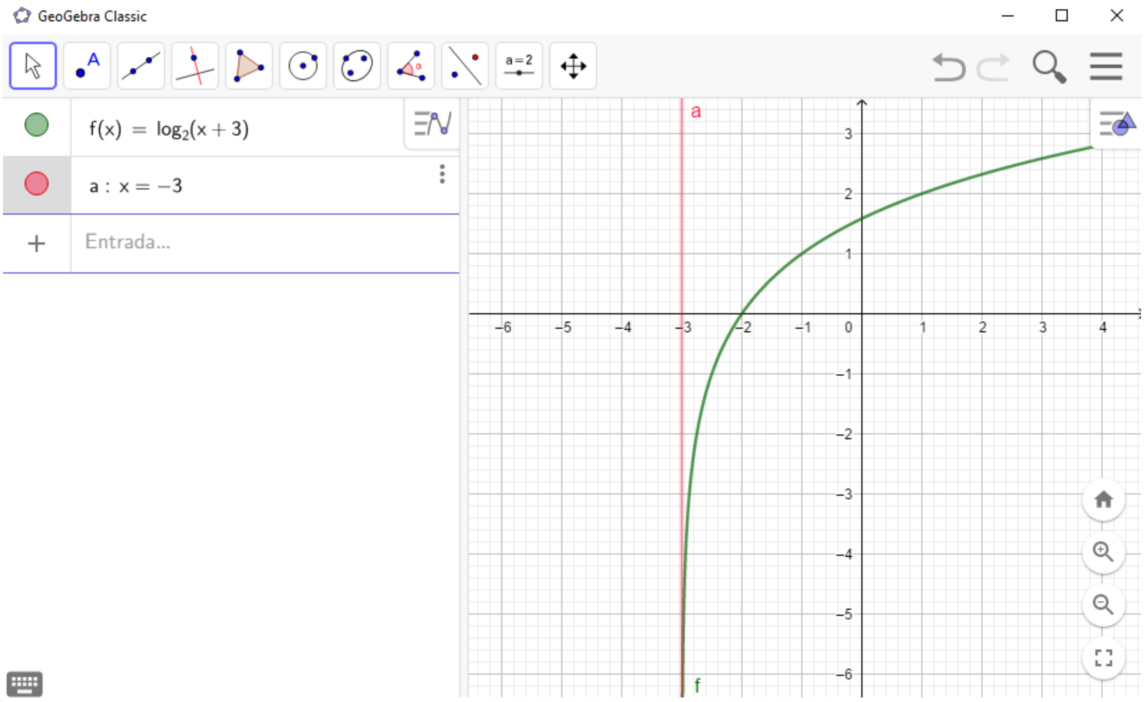
   (b) Qual o conjunto imagem da função?

   (c) A função é crescente ou decrescente?

   (d) Qual a raiz da função?

   (e) Qual é a reta assíntota?

Figura 4.38 – Logarítmica 3



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: Ao observar a figura 4.38, o aluno poderá perceber que o domínio da função é $D =]-3, +\infty[$. O conjunto imagem é o conjunto dos Reais. A função é crescente, a raiz é $x = -2$ e a reta assíntota é $x = -3$.

4. Faça um esboço gráfico da função $f(x) = (log_2 x) + 2$ e responda:

    (a) Qual o domínio da função?

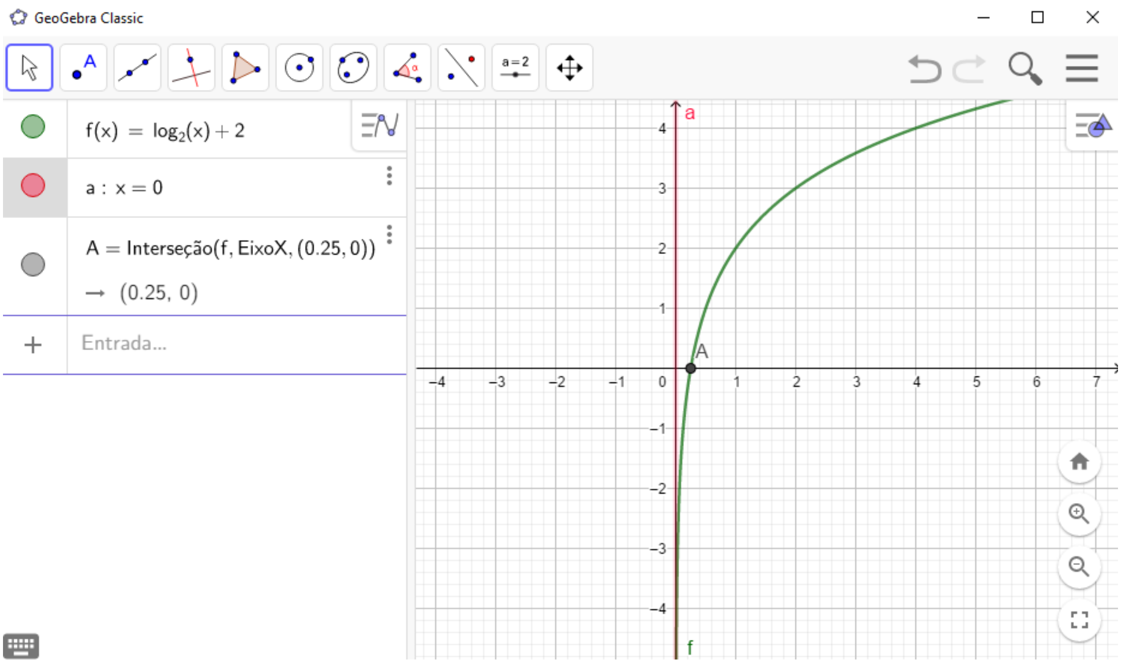
    (b) Qual o conjunto imagem da função?

    (c) A função é crescente ou decrescente?

    (d) Qual a raiz da função?

    (e) Qual é a reta assíntota?

Figura 4.39 – Logarítmica 4



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: Ao observar a figura 4.39, o aluno poderá perceber que o domínio da função é $D =]0, +\infty[$. O conjunto imagem é o conjunto dos Reais. A função é crescente, a raiz é $x = \dfrac{1}{4}$ e a reta assíntota é $x = 0$, ou seja, o próprio eixo y.

5. Faça um esboço gráfico da função $f(x) = (log_2 x) - 3$ e responda:

   (a) Qual o domínio da função?

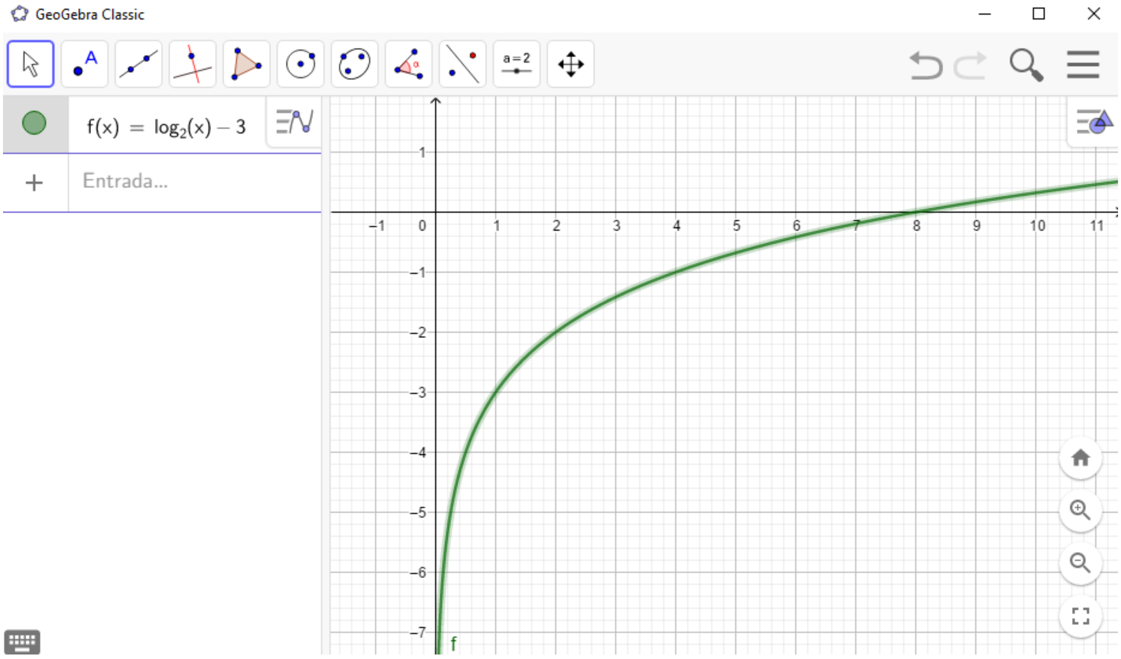
   (b) Qual o conjunto imagem da função?

   (c) A função é crescente ou decrescente?

   (d) Qual a raiz da função?

   (e) Qual é a reta assíntota?

Figura 4.40 – Logarítmica 5



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: Ao observar a figura 4.40, o aluno poderá perceber que o domínio da função é $D =]0, +\infty[$. O conjunto imagem é o conjunto dos Reais. A função é crescente, a raiz é $x = 8$ e a reta assíntota é $x = 0$, ou seja, o próprio eixo y.

6. Faça um esboço gráfico da função $f(x) = log_2(2x)$ e da função $g(x) = \log_2\left(\frac{1}{2}x\right)$ e responda:

   (a) Qual o domínio da função?

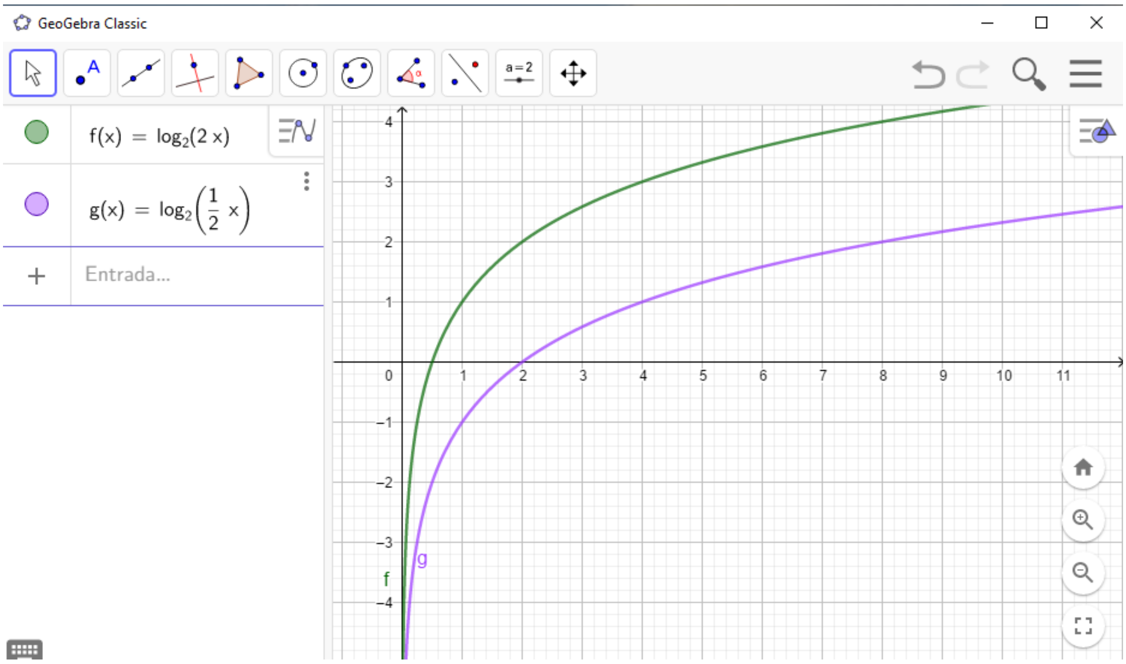
   (b) Qual o conjunto imagem da função?

   (c) A função é crescente ou decrescente?

   (d) Qual a raiz da função?

   (e) Qual é a reta assíntota?

Figura 4.41 – Logarítmica 6



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: Ao observar a figura 4.41, o aluno poderá perceber que o domínio da função $f(x)$ é igual ao domínio da função $g(x)$ que é igual a $D =]0, +\infty[$. O conjunto imagem é o conjunto dos Reais para ambas funções. Ambas funções também são crescentes, mas raiz de $f(x)$ é $x = \dfrac{1}{2}$ e a raiz de $g(x)$ é $x = 2$. A reta assíntota é $x = 0$, ou seja, o próprio eixo y, também para ambas funções.

7. Faça um esboço gráfico da função $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x)$ e responda:

   (a) Qual o domínio da função?

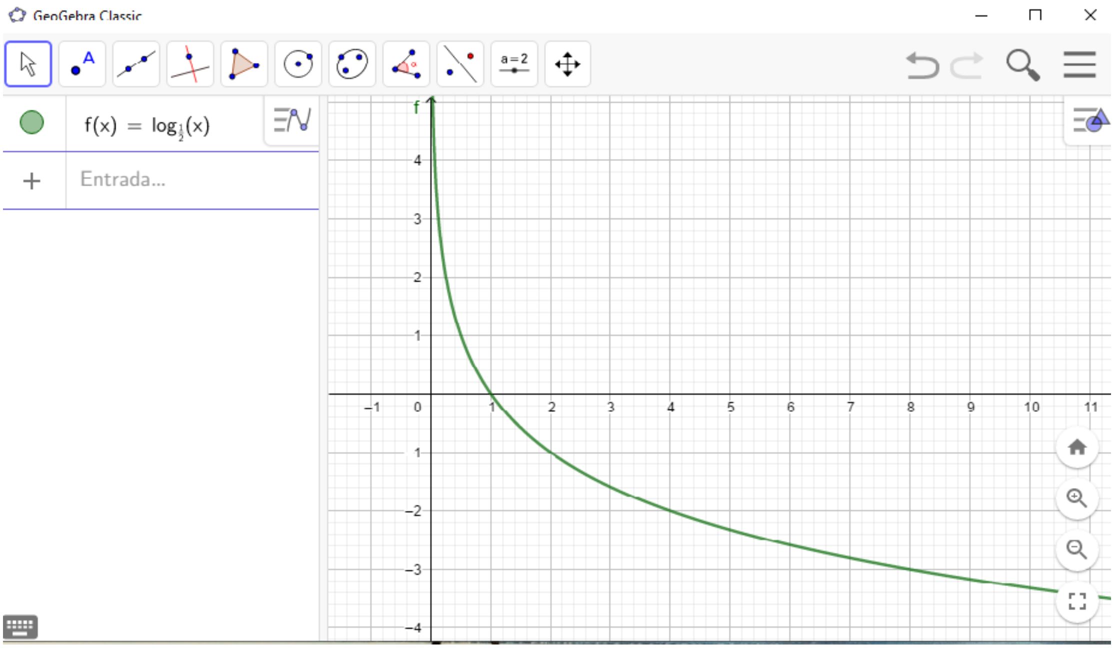
   (b) Qual o conjunto imagem da função?

   (c) A função é crescente ou decrescente?

   (d) Qual a raiz da função?

   (e) Qual é a reta assíntota?

Figura 4.42 – Logarítmica 7



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: Ao observar a figura 4.42, o aluno poderá perceber que o domínio da função $f(x)$ é igual a $D =]0, +\infty[$. O conjunto imagem é o conjunto dos Reais. A função passou a ser crescente. A raiz de $f(x)$ é $x = 1$. A reta assíntota é $x = 0$, ou seja, o próprio eixo y.

8. Considere uma função logarítmica da forma $f(x) = log_d(ax+b)+c$ e relate as modificações gráficas obtidas nas questões acima, e anote as consequências dos valores de cada letra: $a =$

   $b =$

   $c =$

   $d =$

   OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: O aluno poderá perceber que o **a** pode aproximar ou afastar a curva do eixo y, alongando ou estendendo o gráfico, alterando o ponto onde o gráfico corta o eixo x, ou seja, influencia na raiz da função. Quanto ao parâmetro **b**, o aluno deverá perceber que a reta assíntota se desloca para a direita ou para a esquerda, de acordo com este parâmetro, alterando também a raiz da função. Em relação ao parâmetro **c**, a raiz da função também sofre modificação, ora se aproximando da origem se **c** for positivo e ora aumentado de valor se **c** for negativo. Este raciocínio foi feito para quando o parâmetro **d** for maior que 1, fazendo com que as funções sejam todas crescentes. Em caso do parâmetro **d** ser um número entre 0 e 1, a função será decrescente.

RESOLUÇÃO DO DESAFIO INICIAL

Sendo $M_s = 3,30 + \log(A.f)$, e $A = 2000$ e $f = 0,2$, temos

$$\begin{aligned}
M_s &= 3,30 + \log(2000.0,2) \\
&= 3,30 + \log(400) \\
&= 3,30 + \log(4) + \log(100) \\
&= 3,30 + 2.\log(2) + 2 \\
&= 3,30 + 0,6 + 2 \\
&= 5,90
\end{aligned}$$

Portanto, o último terremoto de acordo com a figura 4.35 foi Moderado.

4.6 Função Trigonométrica - Senóide

Faremos um exemplo de função trigonométrica, mais especificamente a Função Seno. Para que professores e alunos possam conhecer o conteúdo de *função trigonométrica* com suas definições, propriedades e exemplos, recomendamos um estudo na Coleção de Fundamentos de Matemática Elementar, Volume 3, do Gelson Iezzi, da Editora Atual (IEZZI, 1996, p.93).

Para uma análise mais profunda, com demonstrações, definições e caracterizações das *funções trigonométricas*, recomendamos um estudo do Livro Números e Funções Reais, da Coleção PROFMAT, do Elon Lages Lima, da Sociedade Brasileira de Matemática (LIMA, 2013, p.194).

Definição 4.6 *As funções* $cos : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *e* $sen : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$*, chamadas função cosseno e função seno respectivamente, são definidas pondo-se para cada* $t \in \mathbb{R} : E(t) = (cost, sent)$.

DESAFIO INICIAL

Marina tem um sonho de andar numa roda gigante. Ficou sabendo que uma das maiores do mundo se localiza em Las Vegas - EUA, com 168 m de altura. Ela é conhecida por *High Roller*, cujo centro está situado a 88 m do chão.

Uma cadeira A está inicialmente situada na mesma altura do centro do círculo do brinquedo giratório. Quando a cadeira estiver na mesma perpendicular do centro, ela atinge a maior altura de 168 m do chão. Quando a cadeira estiver oposta a posição inicial atinge novamente a altura de 88 m do chão. Quando a cadeira está mais próxima possível do chão ela dista 8 m. Os movimentos dessa cadeira se repetem a cada volta que a roda gigante executa.

Com os dados do problema, encontre a função do tipo $f(x) = a + bsen(mx + n)$ que melhor modele a situação.

Quando a cadeira A subir $\dfrac{\pi}{3}$ rad, em que altura ela vai estar do chão?

Quando a altura da cadeira for de 150 m do chão, qual(is) o(s) ângulo(s) que a roda gigante girou?

Figura 4.43 – High Roller

Fonte: https://www.tripadvisor.com.br/Attraction(2019)

APLICANDO A FUNÇÃO TRIGONOMÉTRICA

Com o uso do aplicativo GEOGEBRA, faça as atividades abaixo:

Duração: 1 aula (50 minutos).

Objetivo: Desenvolver e identificar o comportamento de funções trigonométricas do tipo $f(x) = a + bsen(mx + n)$, mais especificamente, aplicar a função seno. Comparar os modelos gráficos obtidos, criticar os valores e sinais dos parâmetros e perceber as consequências da alteração dos parâmetros.

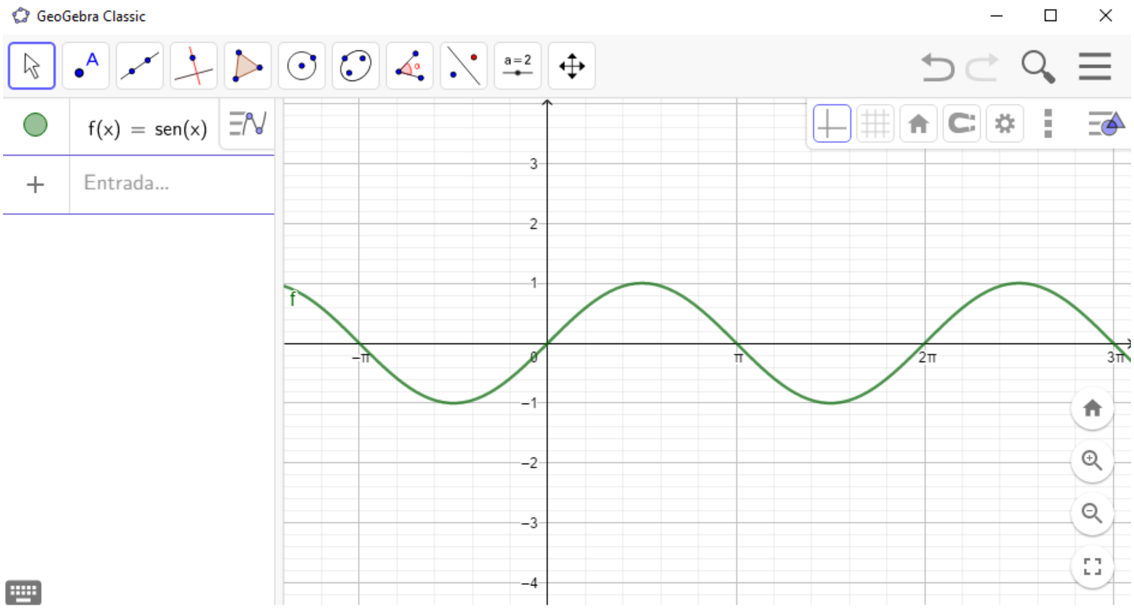
1. Considerando a função básica $f(x) = senx$:

   (a) Faça um esboço gráfico da função relativa a um período, na primeira volta positiva.

   (b) Qual o período da função?

   (c) Qual o conjunto imagem da função?

Figura 4.44 – Seno 1



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: De acordo com o gráfico da figura 4.44, o aluno poderá perceber que o período é de 2π e o conjunto imagem é $[-1,1]$. A diferença entre o maior e menor valor da função dá igual a 2.

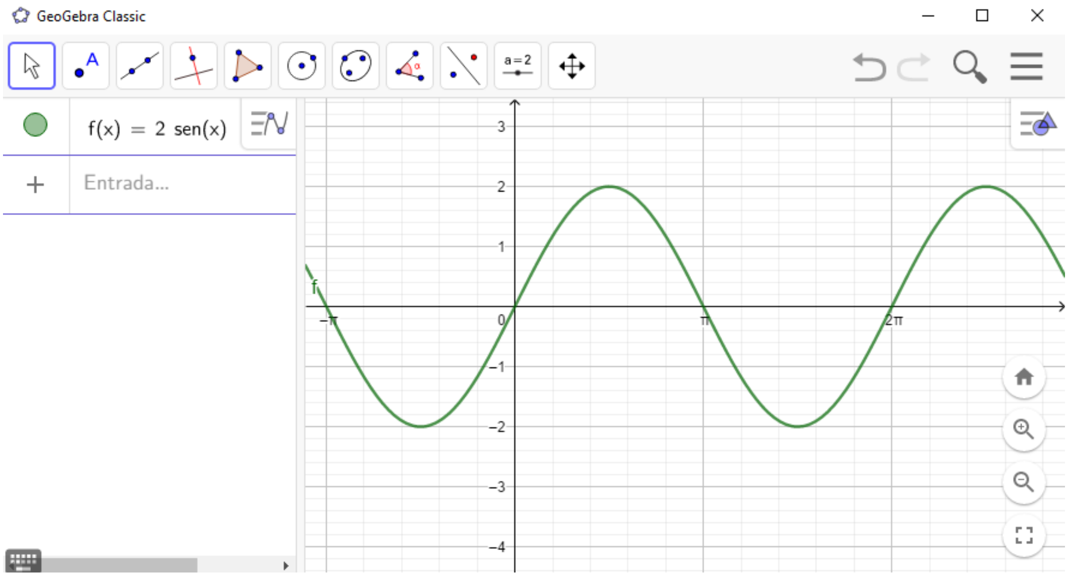
2. Considere a função $f(x) = 2senx$.

   (a) Faça um esboço gráfico da função relativa a um período, na primeira volta positiva.

   (b) Qual o período da função?

   (c) Qual o conjunto imagem da função?

Figura 4.45 – Seno 2



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: De acordo com o gráfico da figura 4.45, o aluno poderá perceber que o período continua 2π e o conjunto imagem passou a ser $[-2,2]$. A amplitude da curva foi alterada, passando o conjunto imagem a ter uma diferença entre o maior e o menor valor igual a 4.

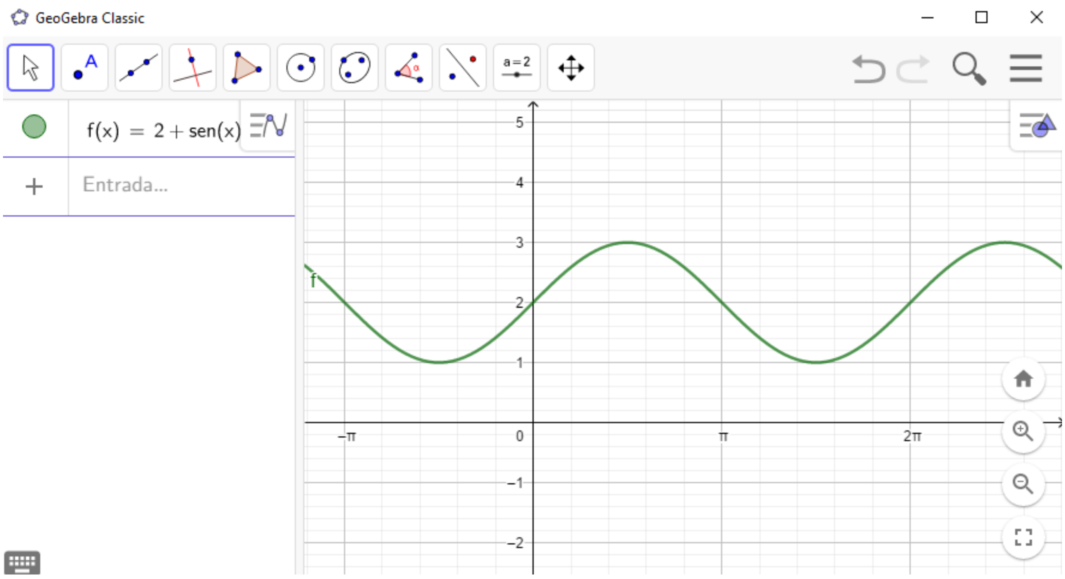
3. Considere a função $f(x) = 2 + senx$:

   (a) Faça um esboço gráfico da função relativa a um período, na primeira volta positiva.

   (b) Qual o período da função?

   (c) Qual o conjunto imagem da função?

Figura 4.46 – Seno 3



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: De acordo com o observado na figura 4.46, o aluno poderá perceber que o período continuou igual a 2π e o conjunto imagem passou a ser [1,3], deslocando toda a curva duas unidades pra cima. Houve uma alteração da curva em relação ao eixo y.

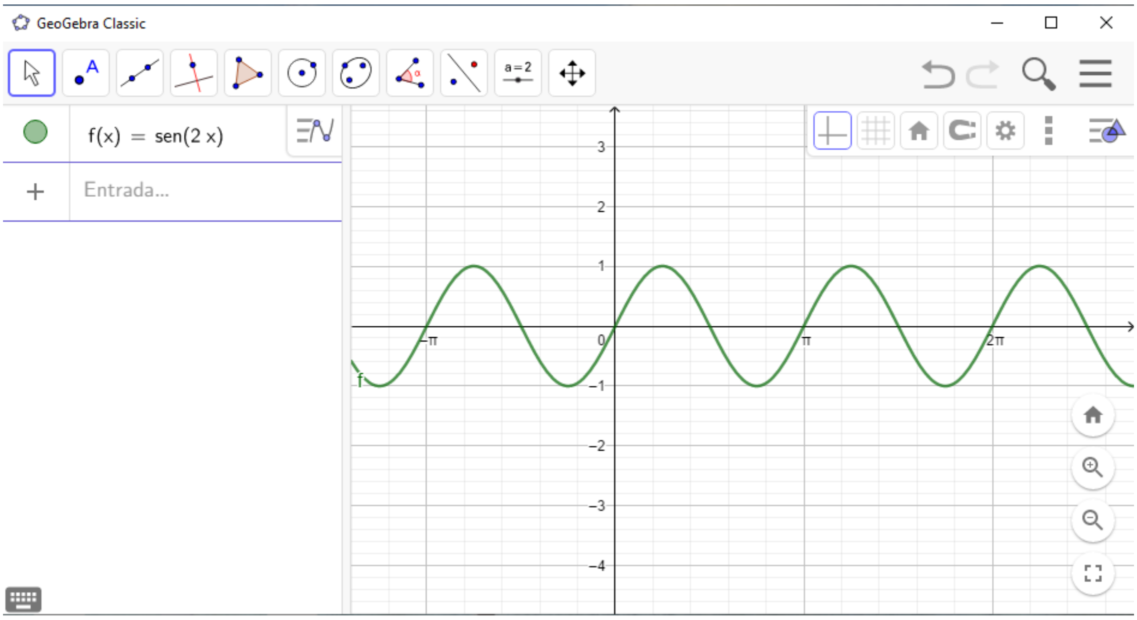
4. Considere a função $f(x) = sen(2x)$.

    (a) Faça um esboço gráfico da função relativa a um período, na primeira volta positiva.

    (b) Qual o período da função?

    (c) Qual o conjunto imagem da função?

Figura 4.47 – Seno 4



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: De acordo com o observado na figura 4.47, o aluno poderá perceber que o conjunto imagem não sofreu alteração em relação ao gráfico da figura 4.44, ou seja continuou $[-1,1]$. Entretanto, o período que em relação ao gráfico da figura 4.44 era de 2π , passou a ser agora π, ou seja caiu pela metade.

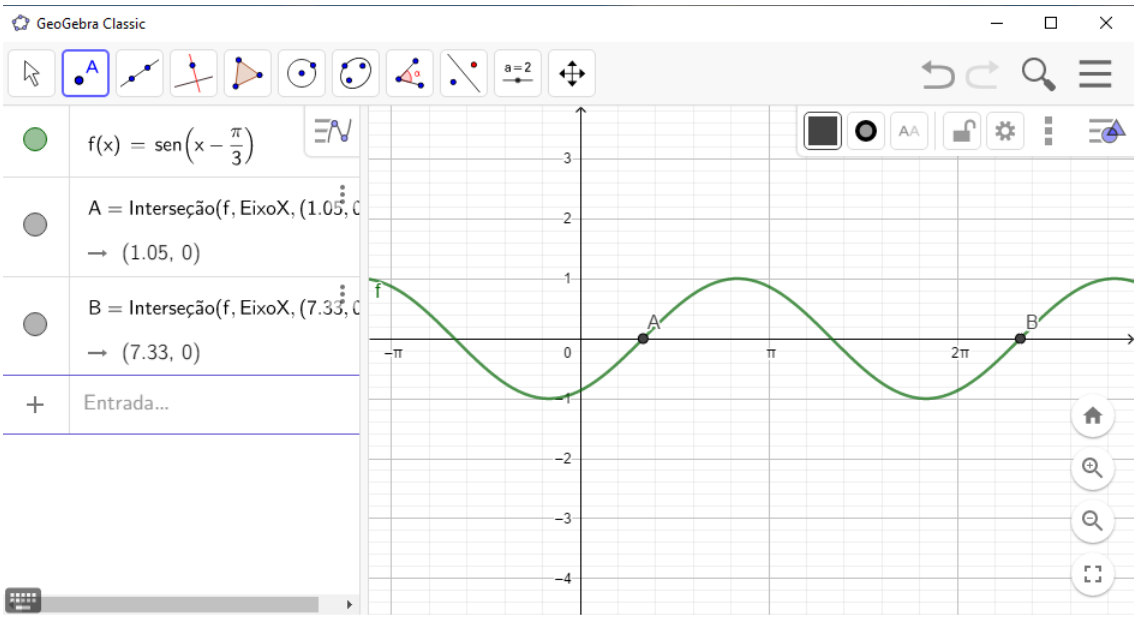
5. Considere a função $f(x) = sen(x - \frac{\pi}{3})$:

   (a) Faça um esboço gráfico da função relativa a um período, na primeira volta positiva.

   (b) Qual o período da função?

   (c) Qual o conjunto imagem da função?

Figura 4.48 – Seno 5



Fonte: Do Autor (2019)

OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: De acordo com o observado na figura 4.48, percebe-se que o conjunto imagem não foi alterado em relação ao gráfico da figura 4.44, permanecendo $[-1,1]$. Entretanto, houve um deslocamento da curva em relação ao eixo x. Percebe-se que a curva deslocou-se $\dfrac{\pi}{3} = 1,05\ rad$ para a direita, mas o período continuou o mesmo, ou seja 2π.

6. Considere uma função trigonométrica da forma $f(x) = a + bsen(mx+n)$. Analisando os exercícios acima, compare, reflita e e escreva suas percepções sobre as consequências de alteração de cada um dos parâmetros:

   $a =$

   $b =$

   $m =$

   $n =$

   OBSERVAÇÕES E PERCEPÇÕES: O aluno poderá perceber que o parâmetro a faz o gráfico da função seno deslocar-se para cima ou para baixo, ou seja, faz uma alteração em relação ao eixo y. Já o parâmetro b faz a curva aumentar ou diminuir a sua amplitude. O parâmetro m modifica o período da curva do seno e o parâmetro n faz a curva deslocar-se para direita ou para a esquerda, ou seja, desloca o gráfico em relação ao eixo x. Agora o aluno pode responder as perguntas:

7. Quais parâmetros alteram o conjunto imagem? Qual fórmula pode ser encontrada para calcular o conjunto imagem? O aluno pode perceber e responder que a e b alteram o conjunto imagem, que pode ser calculado pela fórmula $Im = [a-b, a+b]$.

8. Qual parâmetro altera o período? Qual a fórmula podemos encontrar do período? O aluno poderá perceber que o parâmetro que altera o período é o m e a fórmula para encontrar o período da função é $P = \dfrac{2\pi}{m}$.

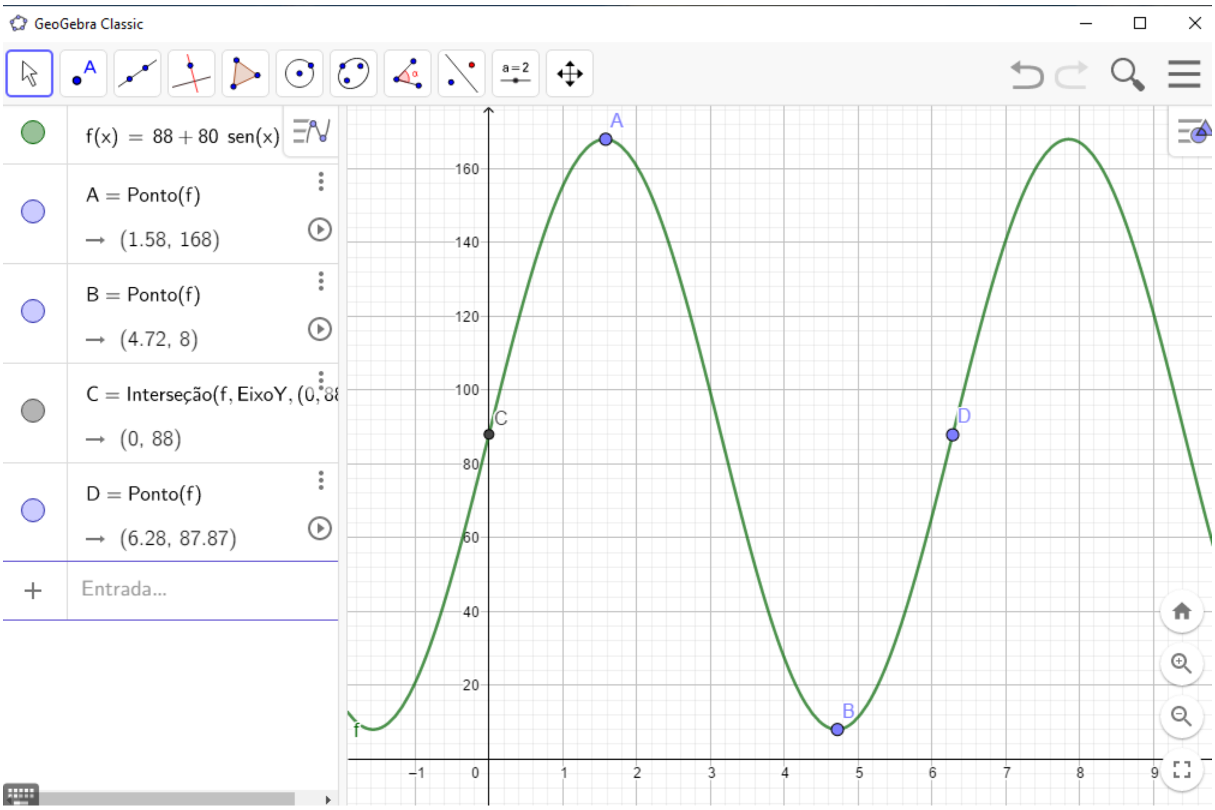
RESOLUÇÃO DO DESAFIO INICIAL

Modelando o desafio no GEOGEBRA, o aluno deve chegar a função $f(x) = 88 + 80senx$, de acordo com a figura 4.25.

Usando uma calculadora em radiano, o aluno deve concluir que quando a cadeira A subir $\dfrac{\pi}{3}$ rad, vai estar numa altura aproximada de $157,28$ m.

Também usando uma calculadora, pode-se concluir que na altura de 150m, 2) a roda girou aproximadamente $0,88672$ rad ou $2,25487$ rad, o que equivale em graus a aproximadamente $50,81°$ ou $129,19°$. Ângulos suplementares tem o mesmo seno.

Figura 4.49 – Seno 6



Fonte: Do Autor (2019)

5 CONCLUSÃO

Mesmo com o surgimento da tecnologia, o processo de aprendizagem ainda depende da mediação de um bom professor que interage com os alunos.

> Podemos concluir que, para Vygotsky, o desenvolvimento do sujeito humano se dá a partir das constantes interações com o meio social em que vive, já que as formas psicológicas mais sofisticadas emergem da vida social. Assim, o desenvolvimento do psiquismo humano é sempre mediado pelo outro (outras pessoas do grupo cultural), que indica, delimita e atribui significados a realidade. Por intermédio dessas mediações, os membros imaturos da espécie humana vão pouco a pouco se apropriando dos modos de funcionamento psicológico, do comportamento e da cultura, enfim, do patrimônio da história da humanidade e de seu grupo cultural (REGO, 1995, p. 60).

A partir do histórico da EJA apresentado, concluímos que devemos continuar na luta pela igualdade de educação e acesso para todos em qualquer idade. O sistema nacional de ensino está voltado com prioridade para a educação dos 4 aos 17 anos de idade. Mesmo nas escolas privadas, vemos maior atenção para o ensino regular. O comércio, as editoras, as pesquisas e a própria legislação estão direcionados para a educação padrão.

> Críticos seremos, verdadeiros, se vivermos a plenitude da práxis. Isto é, se nossa ação involucra uma crítica reflexão que, organizando cada vez o pensar, nos leva a superar cada vez um conhecimento estritamente ingênuo da realidade. Este precisa alcançar um nível superior, com que os homens cheguem à razão da realidade. Mas isto exige um pensar constante, que não pode ser negado às massas populares, se o objetivo visado é o libertado (FREIRE, 1987, p. 73).

Mas, principalmente no Brasil, temos milhões de pessoas que não concluíram a educação básica, que em nossa legislação significa terminar o ensino médio. É uma questão de justiça proporcionar para este considerável universo de pessoas um acesso à educação com qualidade, propondo um ensino diferenciado e adequado às idades e experiências dos alunos.

> Assim, ainda que a designação “Educação de Jovens e Adultos” nos remeta a uma caracterização da modalidade pela *idade* dos alunos a que atende, o grande traço definidor da EJA é a caracterização sociocultural de seu público, no seio da qual se deve entender esse corte etário que se apresenta na expressão que a nomeia (FONSECA, 2007, p. 15).

Isto significa continuar resistindo à pressão da sociedade de impor diferenças aos que servem e aos que são servidos. Ao contrário de manter a cômoda posição social atual, devemos reduzir esta desigualdade com uma educação transformadora.

> Construir uma escola na qual professores e alunos encontrem-se como sujeitos com a tarefa de provocar e produzir conhecimentos. Conhecimentos sustentados na perspectiva daqueles que aprendem, relativos a saberes diversos e que contribuem, efetivamente, para a vida dos alunos.
> Os jovens e adultos buscam na escola, sem dúvida, mais do que conteúdos prontos para serem reproduzidos. Como cidadãos e trabalhadores que são, esses alunos querem se sentirem sujeitos ativos, participativos e crescer cultural, social e economicamente. (BRASIL, 2006a, p. 11).

Incentivar a criação de organizações civis que lutam a favor do ensino de jovens e adultos, lutam a favor dos direitos da educação com qualidade igual para todos, praticando a educação inclusiva.

> Assim, o atendimento à população com suas diversidades, inclusive de alunos com deficiência, é parte integrante da educação inclusiva, não só por obedecer aos dispositivos legais, mas também pela conscientização e pela educação de cada indivíduo em relação à necessidade de integração, com o intuito de erradicar todas as formas de preconceitos e discriminação (HYRIE; HYGA; ALTOE, 2016, p. 86).

Também querendo manter esta inclusão na EJA, segundo (HYRIE; HYGA; ALTOE, 2016), exige a prática pedagógica, onde o professor é o articulador do aprendizado, ele deve estar preparado para o processo de acolhimento do aluno e o encaminhamento ao ensino.

Devemos pressionar as autoridades políticas no sentido de que produzam leis, direcionem orçamentos, pratiquem gestão pública voltada para a Educação de Jovens e Adultos. A inclusão da EJA na BNCC é uma ação a ser almejada (BRASIL, 2020a).

Incentivar pesquisas voltadas para o ensino da EJA, uma vez que hoje isto não é prioridade, como vemos:

> Dessa maneira, a partir de então, a garantia do direito à Educação Fundamental pública, gratuita e adequada a jovens e adultos ficaria submetida à boa vontade dos governos municipais e estaduais, que se dispusessem a promover e implantar projetos específicos para esse alunado também específico, sem contar com a verba do governo federal, que deveria, por força de lei, promover o acesso à escolarização fundamental para todos (FONSECA, 2007, p. 17).

Especificamente, quanto às pesquisas podemos ver que:

> Com efeito, não apenas é deficitária a pesquisa em Educação de Jovens e Adultos, em relação à diversidade e à relevância de suas questões, como são também raros os estudos que a poderiam subsidiar, em particular no campo da psicologia, de onde se poderia esperar contribuições, por exemplo, para a reflexão sobre as características dos processos cognitivos na vida adulta (FONSECA, 2007, p. 20).

Cultivar projetos e ações que visam melhorar a qualidade das salas de aulas do público da EJA. Isto significa investir em tecnologias para o ensino, bem como treinamento dos profissionais que vão trabalhar com os alunos jovens e adultos.

Devemos lutar pela criação de cursos de andragogia e de etnomatemática, seja nas modalidades de graduação ou pós-graduação, fazendo com que as autoridades voltem seus olhares para o público da EJA.

Uma revolução de livros, pesquisas, ideias e ideais. Devemos incentivar trabalhos e projetos que diversifiquem o aprendizado em sala de aula. Capacitar professores para inovar, mediar e orientar o aluno a ser protagonista no processo de ensino e aprendizagem da EJA.

> Inauguram a violência os que oprimem, os que exploram, os que não se reconhecem nos outros; não os oprimidos, os explorados, os que não são reconhecidos pelo que os oprimem como outro. Inauguram o desamor, não os desamados, mas os que não amam, porque apenas se amam. Os que inauguram o terror não são os débeis, que a ele são submetidos, mas os violentos que, com seu poder, criam a situação concreta em que se geram os "demitidos da vida", os esfarrapados do mundo. Quem inaugura a tirania não são os tiranizados, mas os tiranos. Quem inaugura o ódio não são os odiados, mas os que primeiro odiaram (FREIRE, 1987, p. 23).

Devemos incentivar uma revolução cultural, pois somente com ação os oprimidos poderão sair de seu patamar de opressão para um nível libertador.

> Por tudo isso é que defendemos o processo revolucionário como ação cultural dialógica que se prolongue em "revolução cultural"com a chegada ao poder. E, em ambas, o esforço sério e profundo da conscientização, com que os homens, através de uma práxis verdadeira, superam o estado de objetos, como dominados, e assumem o sujeito da História (FREIRE, 1987, p. 91).

Devemos incentivar a formação de educadores mais humanos, mais sensíveis às condições existentes dos alunos da EJA. Educadores que acreditam no potencial dos jovens e adultos. Saibam usar a avaliação de forma adequada, para um bom planejamento.

> Um educador humanista, revolucionário, não há de esperar esta possibilidade. Sua ação, identificando-se, desde logo, com a dos educandos, deve orientar-se no sentido de humanização de ambos. Do pensar autêntico e não no sentido de doação, da entrega do saber. Sua ação deve estar infundida da profunda crença nos homens. Crença no seu poder criador (FREIRE, 1987, p. 35).

Podemos ficar na esperança e crer num futuro melhor para a EJA, pois ainda existem bons pensamentos e boas intenções:

> A educação de adultos torna-se mais que um direito: é a chave para o século XXI; é tanto consequência do exercício da cidadania como condição para uma

> plena participação na sociedade. Além do mais, é um poderoso argumento em favor do desenvolvimento ecológico sustentável, da democracia, da justiça, da igualdade entre os sexos, do desenvolvimento socioeconômico e científico, além de um requisito fundamental para a construção de um mundo onde a violência cede lugar ao diálogo e à cultura de paz baseada na justiça. (Declaração de Hamburgo sobre a EJA) (BRASIL, 2000a, p. 12).

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília - DF: Senado Federal, 1988.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional LDB Nº. 9394, de 20 de dezembro de 1996**. Poder Legislativo, Brasíia, DF, 1996.

BRASIL. **Parecer CNE/CEB nº. 11, de 10 de maio de 2000**: Ministério da Educação MEC. Conselho Nacional de Educação, Brasília, DF, 2000.

BRASIL. **Resolução CNE/CEB nº. 1, de 05 de julho de 2000**: Ministério da Educação MEC. Conselho Nacional da Educação, Brasíia, DF, 2000.

BRASIL. **Alunos e Alunas da EJA**: Ministério da Educação - MEC - Caderno Temático. Secretaria de Educação Continuada Alfabetização e Diversidade, 2006. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/linksCursosMateriais.html?categoria=23>. Acesso em: março de 2020.

BRASIL. **Avaliação e Planejamento**: Ministério da Educação - MEC - Caderno Temático. Secretaria de Educação Continuada Alfabetização e Diversidade, 2006. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/linksCursosMateriais.html?categoria=23>. Acesso em: março de 2020.

BRASIL. **O Processo de Aprendizagem dos Alunos e Professores**: Ministério da Educação - MEC - Caderno Temático. Secretaria de Educação Continuada Alfabetização e Diversidade, 2006. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/linksCursosMateriais.html?categoria=23>. Acesso em: março de 2020.

BRASIL. **Observação e Registro**: Ministério da Educação - MEC - Caderno Temático. Secretaria de Educação Continuada Alfabetização e Diversidade, 2006. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/linksCursosMateriais.html?categoria=23>. Acesso em: março de 2020.

BRASIL. **A Sala de Aula como Espaço de Vivência e Aprendizagem**: Ministério da Educação - MEC - Caderno Temático. Secretaria de Educação Continuada Alfabetização e Diversidade, 2006. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/linksCursosMateriais.html?categoria=23>. Acesso em: março de 2020.

BRASIL. **Parecer CNE/CEB nº. 23, de 08 de outubro de 2008**: Ministério da Educação MEC. Conselho Nacional da Educação, Brasíia, DF, 2008.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básical DCNEB**. Ministério da Educação MEC , Brasília, DF, 2013.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular BNCC**: Ministério da Educação - MEC. Brasília, DF, 2020. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/conselho-nacional-de-educacao/base-nacional-comum-curricular-bncc>. Acesso em: março de 2020.

BRASIL. **Programas Suplementares**: Ministério da Educação - MEC. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação, 2020. Disponível em: <https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-suplementares>. Acesso em: março de 2020.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade**. 2. ed. Belo Horizonte-MG: Autêntica, 2005.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: Da Teoria à Prática**. 22. ed. Campinas-SP: Papirus, 2011.

FONSECA, M. d. C. F. R. **Educação Matemática de Jovens e Adultos - Especifidades, Desafios e Contribuições**. 1. ed. São Paulo: Autêntica, 2007.

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. 17. ed. Rio de Janeiro - RJ: Editora Paz e Terra S.A, 1987.

GADOTTI, M.; ROMAO, J. E. **Educação de Jovens e Adultos: teoria, prática e proposta**. 12. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

HYRIE, E. S.; HYGA, N.; ALTOE, S. M. L. **Diversidade Educacional: Uma Abordagem no Ensino da Matemática na EJA**. 1. ed. Curitiba-PR: Intersaberes, 2016.

IEZZI, G. **Fundamentos de Matemática Elementar - Volume 3 - Trigonometria**. 7. ed. São Paulo - SP: Atual, 1996.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MURAKAMI, C. **Fundamentos de Matemática Elementar - Volume 2 - Logaritmos**. 8. ed. São Paulo - SP: Atual, 1995.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Fundamentos de Matemática Elementar - Volume 1 - Conjuntos e Funções**. 7. ed. São Paulo - SP: Atual, 1995.

LIMA, E. L. **Números e Funções Reais - Coleção PROFMAT**. 1. ed. Rio de Janeiro - RJ: SBM, 2013.

MORAN, J. M.; MASETTO, T. M.; BEHRENS, M. A. **Novas Tecnologias e Mediação Pedagógica**. 21. ed. Campinas-SP: Papirus, 2014.

MOYSES, L. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática**. 11. ed. Campinas - SP: Papirus, 2011.

MUNHOZ, A. S. **Andragogia: A Educação de Jovens e Adultos em ambientes virtuais**. 1. ed. Curitiba-PR: Intersaberes, 2017.

PICONEZ, S. C. B. **Educação Escolar de Jovens e Adultos: das Competências Sociais dos Conteúdos aos Desafios da Cidadania**. 9. ed. Campinas-SP: Papirus, 2010.

REGO, T. C. **Vygotsky - Uma Perspectiva Histórico-Cultural da Educação**. 1. ed. Petrópolis - RJ: Vozes, 1995.

ROCHA, J. M. X. **Tópicos de Geometria Analítica Plana com o software geogebra sob o modelo de sala de aula invertida**. 2019. 93 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Profmat) — Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia UESB, Vitória da Conquista, 2019.

ROLKOUSKI, E. **Tecnologia no Ensino da Matemática**. 1. ed. Curitiba-PR: Intersaberes, 2013.

SANTOS, L. M. L. d.; LOPES, V. C. Pressupostos históricos, teóricos e legais da eja no brasil. **Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento**, v. 1, n. ISSN: 2448-0959, p. 535–546, jul. 2017. Disponível em: <http://www.nucleodoconhecimento.com.br>.

SILVA, A. F. D. et al. **Educação de Jovens e Adultos**. 1. ed. Ilhéus - BA: UESC, 2012.

SILVA, L. G. **O uso do Geogebra no trabalho pedagógico de desenvolvimento do raciocício proporcional**. 2019. 144 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Profmat) — Universidade Federal da Paraíba UFPB, João Pessoa, 2019.

SIQUEIRA, D. N. d.; CAETANO, J. J. O uso do geogebra no ensino de funções no ensino médio. **Governo do Estado do Paraná- Secretaria de Educação**, v. 1, n. ISBN: 978-85-8015-093-3, p. Cadernos PDE, 2016. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_artigo_mat_unicentro_dannunesdesiqueira.pdf>.

SOUZA, R. G. V. **Uma Proposta de Sequência Didática para o ensino de operações com números inteiros para alunos da EJA**. 2019. 80 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Profmat) — Universidade do Estado do Rio de Janeiro UERJ, Rio de Janeiro, 2019.