



Universidade Federal
de São João del-Rei

MARCO ANTÔNIO RIBEIRO

**APLICAÇÃO DE JOGOS DE POKER ATRAVÉS
DE TECNOLOGIAS DIGITAIS PARA ENSINO DE
PROBABILIDADE**

São João del-Rei, AGOSTO de 2020

MARCO ANTÔNIO RIBEIRO

**APLICAÇÃO DE JOGOS DE POKER ATRAVÉS
DE TECNOLOGIAS DIGITAIS PARA ENSINO DE
PROBABILIDADE**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenadoria do Mestrado Profissional em Matemática, da Universidade Federal de São João del-Rei, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof(a). Dra. Carla Guimarães Regina Brighenti

Banca Examinadora

Orientador: Prof(a). Dra. Carla Guimarães Regina Brighenti

Prof(a). Dra. Andrea Cristiane dos Santos Delfino

Prof. Dr. Deive Ciro de Oliveira

São João del-Rei
AGOSTO de 2020

Agradecimentos

Não tem como deixar de agradecer minha família, por se preocupar comigo em diversos momentos do curso.

Agradeço também aos novos amigos do PROFMAT 2018, que durante o curso me ajudaram bastante e aos alunos voluntários participantes do projeto, principal razão do trabalho.

E claro, tenho que lembrar de todos os professores e membros do PROFMAT, que me ensinaram muito, em especial a professora orientadora Carla Brighenti, que se dispôs a me ajudar a qualquer momento que eu precisasse, e que sem sua orientação com certeza este trabalho não seria o mesmo.

Por fim e mais importante, agradecer a DEUS por ter me dado esta oportunidade ímpar de realização do curso.

*"OS PROBLEMAS SO OPORTUNIDADES PARA SE MOSTRAR O QUE
SABE."*
DUKE ELLINGTON

Introdução Geral

Este trabalho está organizado em duas partes, sendo a primeira delas um Artigo, que foi submetido a periódico da área de Educação Matemática, e apresenta-se com formatação conforme normas da revista. A segunda parte é uma Apostila que foi disponibilizada aos alunos, com as explicações necessárias ao tema abordado.

No Artigo apresenta-se a fundamentação teórica do tema proposto, as etapas da metodologia utilizada para desenvolver a aplicação das tecnologias digitais para ensino de probabilidade através do poker. Nos resultados apresenta-se uma discussão geral e o estudo detalhado de um dos grupos de alunos que foram voluntários da pesquisa, além da análise dos questionários respondidos pelos alunos participantes.

No anexo apresenta-se a apostila que foi utilizada para as discussões online, constando de quatro partes sendo elas: I- Jogo do poker, apresentando um pouco das regras do *Poker*; II- Probabilidade no contexto matemática com apresentação de conceitos básicos e propriedades da probabilidade; III- Probabilidade no *Poker*, incluindo as probabilidades envolvidas neste tipo de jogo e IV- Analisando a Partida, constando de simulações de situações de rodadas de poker com suas respectivas discussões probabilísticas. Em cada capítulo são propostas atividades complementares para auxiliar no desenvolvimento do trabalho com os alunos.

Espera-se que o material aqui exposto possa auxiliar os professores no ensino básico e que o uso de tecnologias digitais possa estimular os alunos ao aprendizado não apenas do jogo de *Poker* mas da aplicabilidade dos ensinamentos adquiridos sobre probabilidade.

APLICAÇÃO DE JOGOS DE POKER ATRAVÉS DE TECNOLOGIAS DIGITAIS PARA ENSINO DE PROBABILIDADE

Resumo

Nos últimos anos tem-se discutido no campo da educação sobre a utilização das tecnologias digitais como uma ferramenta potencializadora para o processo de ensino e aprendizagem. Os jogos fazem parte do nosso contexto cultural e no âmbito desta pesquisa, o interesse se volta para o jogo de estratégia, *Poker*, para o ensino da Probabilidade. Nesse sentido, a presente pesquisa, teve por objetivo analisar o uso de aplicativos de *Poker* como uma ferramenta auxiliar no desenvolvimento do pensamento probabilístico. Os sujeitos da pesquisa foram alunos da Educação Básica. Inicialmente foi realizado um cadastro *online* e definidas as regras e orientações para participação. Foram utilizadas tecnologias digitais tais como o Google Meet e o Megajogos como meios auxiliares para facilitar a compreensão no estudo de probabilidade e a comunicação entre os participantes. Elaborou-se uma apostila com tópicos sobre jogos de azar e de estratégia, legalidade dos jogos de *Poker* e suas regras, bem como os conceitos básicos de probabilidades e a abordagem destes nas mãos de *Poker* na modalidade Texas Hold'em, também conhecido como *Poker* Comunitário. Realizaram-se reuniões por meio de vídeo conferência para discutir os tópicos iniciais do material disponibilizado. Foram realizadas jogadas de *Poker*, de forma *online* pelo site Megajogos, com debate simultâneo entre os participantes, através do Google Meet, sem abordagem de probabilidade. Posteriormente, foram apresentados os conteúdos pertinentes a Probabilidade e aplicação de alguns métodos que norteiam a decisão em uma jogada. Realizou-se novamente jogadas *online*, incluindo nesta etapa, discussões probabilísticas e análise dos resultados. Por fim, os participantes responderam um questionário sobre a metodologia utilizada. Os resultados mostraram o processo desencadeado na construção dos procedimentos e conceitos probabilísticos, pelos sujeitos, em situações de jogo. Concluiu-se que, apesar do distanciamento social, o uso de tecnologias digitais, possibilitou estimular os alunos e envolvê-los nas discussões de probabilidade, já que perceberam a importância deste conteúdo nas tomadas de decisões em cada jogada de *Poker*.

Mídia, jogos de estratégia, aulas virtuais.

Resumo

[Abstract]

In recent years, there has been a discussion in the field of education about the use of digital technologies as an enhancing tool for the teaching and learning process. Games are part our cultural environment and this research focus on the interest *Turns* to the strategy game of *Poker* for teaching Probability. In this sense, this research aimed to analyze the use of *Poker* applications as an auxiliary tool in the development of probabilistic thinking. The research subjects were High School students. Initially, an *online* registration was carried out and the rules and guidelines for participation were defined. Digital technologies such as Google Meet and Megajogos website were used as auxiliary means to facilitate understanding in the study of probability and communication between participants. A manuscript was prepared with topics on games of chance and strategy, legality of *Poker* games and their rules, as well as the basic concepts of probabilities and their approach in the hands of *Poker* in the *Texas Hold'em* modality, also known as *Poker* Community. Meetings were held by video conference to discuss the initial topics of the manuscript made available. Subsequently, *Poker* plays were performed *online* on the Megajogos website with simultaneous debate among participants through Google Meet without a probability approach. Subsequently, the contents relevant to Probability and the application of some methods that guide the decision in a play were presented. *online* games and discussions were carried out again, including probabilistic discussions and analysis of results. Finally, the participants answered a questionnaire on the methodology used. The results showed the process that happens in probabilistic concepts building, by the subjects, in game situations. It was concluded that, despite the social distance, the use of digital technologies made it possible to stimulate students and involve them in the discussions of probability since they realized the importance of this content in decision making in each *Poker* game.

[Keywords]Media, strategy games, virtual classes.

1 Introdução

A Matemática tem na probabilidade um de seus ramos com maior aplicabilidade direta às atividades humanas, tais como previsão do tempo, congestionamento do trânsito, aprovação em concurso, uso em genética, pesquisas eleitorais, experiências científicas, prejuízos de uma empresa, entre outros, sendo assim, é essencial o desenvolvimento de mecanismos diversos, que aumentem ou melhorem a potencialização do aprendizado dos alunos no que se refere aos principais conceitos desta área.

Nota-se que a origem dos estudos probabilísticos ocorreu na tentativa de entender e analisar os jogos de azar, então, ao fazermos o uso de jogos em seu ensino, estamos trabalhando com a essência e o fundamento de probabilidade (VIALI, 2008).

Os jogos que possuem regras são facilitadores no ensino e aprendizagem da matemática, pois desenvolve nos alunos fatores como a capacidade de analisar, pensar com autonomia e também com cooperação, estimulando-o a socializar-se. Cria-se o hábito dos alunos começarem a refletir sobre seus procedimentos e os dos oponentes. A competição

força o aluno a traçar suas melhores estratégias e superar suas possíveis deficiências, a demonstrar suas habilidades e até mesmo fazer autocrítica de suas atitudes (VIALI, 2008). Os jogadores aprendem a ter respeito e noções de disciplina, sendo que essas habilidades desenvolvidas são fundamentais para um cidadão viver de forma atuante na sociedade (GRANDO, 2000).

A essência de um jogo de azar é a tomada de decisão sob condições de risco, conhecendo-se o regulamento. Assim, a maioria desses são jogos de apostas, cujos prêmios estão determinados pela probabilidade estatística de acerto e a combinação escolhida (WIKIPÉDIA, 2020). Para vencer neste tipo de jogo, a habilidade dos jogadores é essencial, porém o componente imprevisível do azar pode acabar com a sua vitória, mesmo daquele mais experiente e qualificado.

Por outro lado, os denominados jogos de estratégia (seja de tabuleiro, de cartas, de videogames ou de computador) são aqueles na qual, diferentemente dos jogos de azar, a habilidade dos jogadores em tomar decisões estratégicas supera a sorte como fator de determinação do vencedor (MARCELO e PESCUITE, 2009).

O jogador depende das probabilidades matemáticas, conhecimento das regras e estratégias do jogo, capacidade psicológica para apreender as reações dos adversários, possibilidade de dissimular as próprias cartas e de prever as cartas dos demais (MARQUES, 2012). Assim, o sucesso de um jogador nesses jogos está associado a uma série de fatores, como inteligência, estratégia, raciocínio, conhecimentos de lógica e matemática, sorte e controle emocional. Ou seja, é um jogo de habilidades intelectuais e comportamentais (EHLERT e BELLICANTA, 2015).

Desta forma, alguns jogos de estratégia são considerados como esportes da mente, por se tratar de um esporte de alta complexidade, na qual um bom jogador requer muito treino, estudo e dedicação. Também o *Poker* é considerado esporte da mente desde 2010, quando foi reconhecido pela Federação Internacional dos Esportes da Mente, IMSA (NASCIMENTO, 2014; MARQUES, 2012).

O *Poker* é um jogo de cartas, disputado com o tradicional baralho francês de 52 cartas, representado em âmbito nacional pela Confederação Brasileira de *Texas Hold'em* – CBTH. No Brasil há mais de 7 milhões de pessoas jogando *Poker*, principalmente em diversos sites *online*. O *Poker* foi um dos esportes selecionados pela Associação Global de Federações de Esportes Internacionais para ficar em uma área de observação e poderá entrar na Olimpíada de Paris, em 2024 (DIÁRIO DO AÇO, 2019).

O *Texas Hold'em* é, atualmente, a modalidade mais conhecida e jogada em todo mundo. Trata-se de um jogo de cartas comunitárias, jogado em mesas de 2 até 10 jogadores. Nessa modalidade cada jogador recebe apenas duas cartas fechadas (carta que somente o próprio jogador vê) e também há 5 cartas comunitárias, que são cartas abertas na mesa e utilizadas simultaneamente por todos os jogadores (EHLERT e BELLICANTA, 2015).

Avaliando suas duas cartas, cada jogador de *Poker* sempre tem a opção de continuar ou desistir, e assim descartar suas cartas e abdicar do "pote", que corresponde às fichas apostadas. A decisão pode ser tomada já no início, após a abertura das 3 primeiras cartas comunitárias (*Flop*), da quarta carta (*Turn*) ou da última (*River*), totalizando 4 *Turnos* de

apostas. No final do quarto *Turno* de apostas é realizado o *Show Down*, momento em que todos os jogadores, que ainda continuam nas apostas, mostram suas cartas para ver quem tem o melhor jogo. O vitorioso é aquele que obtiver a melhor combinação possível de 5 cartas, dentre as 7 cartas existentes, conforme um *ranking* de mãos estabelecido nas regras. O jogador deve avaliar qual a probabilidade de estar com uma combinação melhor que a dos demais a cada *Turno* de apostas. O jogador que apresentar a melhor mão, ou que fizer com que todos os seus adversários desistam, ganha o pote.

As estratégias são definidas pelas probabilidades intuitivas. No entanto, estas podem ser refinadas quando se conhece conceitos tais como princípio fundamental da contagem, combinação e probabilidades. Assim o jogo de *Poker* pode então ser utilizado em salas de aula em diversas situações.

Ehlert e Bellicanta(2015) abordaram em seu trabalho uma série de situações em diversos momentos do jogo de *Poker* que poderiam ser utilizados como situações problema nas aulas de matemática para o ensino de combinatória e probabilidade. Torezzan (2013) oferece a disciplina opcional "Fundamentos do *Poker*" na Universidade Estadual de Campinas, com o objetivo de propor aos alunos uma forma de refinar habilidades que podem ser usadas na vida, como análise de risco, leitura de pessoas e construção de estratégias.

Cabral (2006) enfatiza que através dos jogos podem ser desenvolvidas no aluno as competências de concentração, curiosidade, pensamento crítico, habilidades matemáticas, autoconfiança, auto-estima, capacidade de trabalhar em equipe, análise de possibilidades, tomada de decisão, uma melhor leitura do comportamento dos indivíduos, além de aprender a lidar com a frustração da derrota e com a euforia da vitória.

Outra importante qualidade do *Poker* é seu aspecto inclusivo. Por ser um esporte mental, ele pode ser jogado por homens, mulheres, jovens, idosos, todos em igualdade. Cita-se, por exemplo, o caso do jogador brasileiro João Paulo Trindade, portador de Esclerose Lateral Amiotrófica, que, com a ajuda de um software especial e o *Poker online*, participa de torneios ao vivo (PRADO, 2018).

São diversos os aplicativos que possibilitam a participação *online* nos jogos de *Poker*, de forma gratuita e amadora, sendo que estes apresentam inclusive as probabilidades envolvidas e as chances de vitória em cada partida, auxiliando o jogador na tomada de decisão.

O uso de tecnologias digitais permite além de realização de competições *online*, uma possível interação entre alunos e professores, tal como tem acontecido em situação de distanciamento social, muitas vezes facilitando o aprendizado devido à discussão de temas através de plataformas tais como Google Meet ou Zoom.

Santos e Grando (2011) relatam em sua pesquisa sobre o movimento das idéias probabilísticas, a necessidade de realização de outras pesquisas relacionadas ao desenvolvimento não apenas do pensamento probabilístico dos alunos, mais precisamente relacionadas às situações que envolvam probabilidade e análise combinatória, mas também de metodologias que favoreçam tal desenvolvimento.

Segundo Souza (2019), nos últimos anos tem-se discutido no campo da educação sobre a utilização das tecnologias digitais como uma ferramenta potencializadora para

o processo de ensino e aprendizagem. Assim, as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs) se integram em uma gama de bases tecnológicas que possibilitam a partir de equipamentos, programas e das mídias, a associação de diversos ambientes e indivíduos numa rede, facilitando a comunicação entre seus integrantes, ampliando as ações e possibilidades já garantidas pelos meios tecnológicos.

Diante do exposto, o objetivo deste trabalho foi utilizar as plataformas de reuniões virtuais, juntamente com as de jogos *online* para abordar os conteúdos de probabilidade através do jogo de *Poker*.

2 Desenvolvimento

O trabalho realizado consistiu de quatro etapas principais de estudo, as quais estão descritas a seguir.

Etapla 1 - Elaboração do material a ser trabalhado com alunos:

Inicialmente foi organizado um material de estudo sobre o projeto. Este material tem a finalidade de ambientar o aluno para que possa realizar as partidas com um mínimo de conhecimento. Em sua primeira parte ele contém uma explanação sobre a diferença entre jogos de azar e jogos de estratégia, sobre a legalidade do jogo de *Poker* e sua importância perante a sociedade e a matemática, um pouco sobre campeonatos, regras, principais jogadas e estratégias. Na segunda parte, tópicos de probabilidade e alguns exercícios simples envolvendo cartas. Na terceira parte contém exemplos de partidas de *Poker* discutidas através da probabilidade. Na quarta parte consta a discussão do uso de probabilidade no jogo de *Poker*.

Etapla 2 - Cadastro de participantes:

Foi realizada uma divulgação do trabalho, para alunos do ensino básico, com um breve resumo, para a seleção dos interessados, por meio das plataformas do *Whatsapp*, *Facebook* e *Instagram*. Os alunos interessados entravam em contato para incluir sua participação. Limitou-se o número a 20 alunos, organizados em grupos de 4 alunos, visando o adequado acompanhamento. O critério de inclusão foi a comprovação de matrícula escolar e idade. Foi feito contato com os alunos selecionados para esclarecimento das regras e envio do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) para assinatura e participação, conforme previsto no projeto de pesquisa aprovado na Comissão de Ética e Pesquisa com Pessoas da UFSJ, sob nº CAAE: 30545620.7.0000.5151.

Os alunos participantes foram então orientados a realizarem o cadastro no site <<https://www.megajogos.com.br>>, aplicativo de jogos, de forma gratuita e também que o aluno possuía ou crie gratuitamente uma Conta do Google para acesso ao Google Meet.

Etapla 3 - Atividades por meio do Google Meet e Site Megajogos:

O Google Meet é uma ferramenta do Google que permite a realização de chamadas de vídeo através do computador ou do celular (Android, iOS). Através do Google Meet, é possível participar de uma reunião com vários participantes e transmissão de aula ao vivo.

Nesta plataforma o professor pode realizar os encontros de duas formas diferentes:

transmitindo sua aula na forma de live (*streaming*) ou promovendo uma sala de aula virtual onde todos podem utilizar seus microfones e câmeras, realizando também a comunicação por chat. Para acessar a aula o aluno deve utilizar o link fornecido pelo professor, no horário estabelecido.

A plataforma foi utilizada para realizar as reuniões virtuais entre os participantes.

Disponibilizou-se o material de estudo gradativamente, conforme as seguintes etapas do trabalho:

1. Ambientação com o jogo de *Poker* e suas principais regras, com disponibilização da primeira parte do material em arquivo no formato pdf e slides exibidos. Foi feita a gravação por meio da plataforma do Google Meet. Deve-se ressaltar que a exibição de áudio e imagem foi realizada conforme autorização no TCLE. Foram realizados três encontros de 50 minutos nesta etapa.

2. Realizou-se uma ambientação com o jogo de *Poker*, por meio da plataforma do Megajogos. Cada grupo foi orientado a acessar o site e se dirigirem a uma mesma "mesa". Foi utilizada mesa com 4 jogadores, exclusiva com os alunos participantes da pesquisa, para que não houvesse participação externa. A plataforma permite que um membro (professor/orientador) possa entrar como "observador". Este faz a apresentação do jogo pela plataforma do Google Meet, permitindo a gravação do jogo realizado e a conversa entre os participantes. Orientou-se a realizar, inicialmente, partidas sem apostas e sem abandono, para fins didáticos. Posteriormente partidas livres, em que eles poderiam apostar, correr ou pedir "mesa".

3. Foi marcado novo encontro na plataforma do Google Meet para discutir as partidas gravadas anteriormente e provocar o debate entre os participantes, sobre chances de vitória e possíveis jogadas a cada abertura de carta comunitária. Foi disponibilizada a segunda parte do material de estudo, para que pudesse iniciar as discussões do uso e aplicabilidade de probabilidade. Posteriormente foi inserido o uso da calculadora de probabilidades do *Poker*, disponível em <<https://www.cardplayer.com/Poker-tools/odds-calculator/texas-holdem>>. Foram realizados quatro encontros para discutir os conceitos básicos de probabilidade, resolver problemas de probabilidade envolvendo cartas e a probabilidade das jogadas principais do *Poker*, bem como da partida realizada no site do Megajogos.

4. Após estudo de probabilidade, os alunos foram novamente convidados a participarem de partidas *online* no site do Megajogos, conforme orientações já realizadas anteriormente. Foi feita a gravação da partida de *Poker*, no aplicativo da Megajogos, por meio da plataforma do Google Meet. Nesta etapa, os jogadores estavam com microfones ligados pela plataforma Google Meet e poderiam fazer comentários de probabilidades e jogadas.

5. Em novo encontro na plataforma Google Meet foram discutidas as partidas anteriores e motivadas as discussões em termos de probabilidade. Neste ponto disponibilizou-se a terceira parte do material de estudo. Como atividade, eles enviaram os cálculos de probabilidade de uma partida selecionada pelo professor. Abordou-se sobre probabilidade nos jogos de *Poker*, no qual se calcula as chances de um participante melhorar suas jogadas ou até mesmo calcular suas chances de vitória, tudo baseado em estudos probabilísticos, feitos

pelo responsável da pesquisa, por meio das jogadas registradas anteriormente. Realizou-se a análise da gravação anterior, com debate das soluções apresentadas pelos alunos participantes, avaliando seus métodos, estratégias e tomadas de decisões. Foram realizados três encontros para discutir os exemplos contidos no material de estudo e comparar com os realizados pelos alunos.

6. Ao final das atividades descritas acima, os alunos receberam, via e-mail ou *Whatsapp*, um questionário com algumas perguntas abordando o uso de *Poker* no ensino de probabilidade, que irão nortear e melhorar a metodologia desta pesquisa.

Etapa 4 – Avaliação do uso de probabilidade no jogo de *Poker*:

Foi realizada uma comparação das tomadas de decisões dos alunos participantes, antes e depois da discussão das jogadas de *Poker* em termos probabilísticos, para verificar se houve algum tipo de melhora na compreensão do assunto.

De forma subjetiva buscou-se analisar os significados e sentidos produzidos pelos participantes no processo de interação na atividade e também com os jogos de *Poker*.

Confeccionou-se então a avaliação dos resultados obtidos, por meio de reflexões e limitações da pesquisa.

3 Resultados e Discussão

Antes do início dos jogos propriamente dito, fez-se uma leitura no Google Meet do texto de Soares (2018) intitulado "Vencendo o metajogo: o importante não é competir". O texto trata do "jogo do jogo", o metajogo, em que discute que o maior objetivo não é o resultado, mas estar no processo interpessoal de viver com alegria em comunidade.

A realização da sequência de atividades com alunos, a pesquisa de campo, exigiu instrumentos de coleta de dados adequados aos procedimentos adotados. Dessa forma, a coleta de informações deu-se por meio dos registros escritos nos grupos de alunos em *Whatsapp*, dos registros em áudio pelo Google Meet, dos registros em vídeo da socialização das atividades durante os encontros e jogos pelo site do Megajogos e dos registros escritos pelo pesquisador.

3.1 Registros das Atividades por meio do Google Meet e Site Megajogos

No material disponibilizado aos alunos, houve destaque para as regras e principais jogadas de *Poker*, que são definidas no *ranking* de mãos no *Poker*. Este define quais as melhores combinações possíveis, em ordem. O *ranking* determina quem vence o pote (todas as fichas que foram apostadas durante aquela mão) em caso de *Show Down* (quando pelo menos dois jogadores chegam ao final da mão, sem desistir). Memorizar e entender o que o *ranking* significa é essencial para jogadores iniciantes.

A ordem de mãos é a seguinte, da melhor à pior:

1. *Royal Flush*: sequência de 10 a Ás, todas do mesmo naipe.

2. *Straight Flush*: qualquer sequência do mesmo naipe, exceto o *Royal Flush*.
3. *Quadra*: quatro cartas do mesmo valor (ex: 8888).
4. *Full House*: três cartas de um mesmo valor, mais duas cartas de outro mesmo valor (ex: 44466).
5. *Flush*: cinco cartas do mesmo naipe.
6. *Sequência*: qualquer tipo de sequência, que não seja do mesmo naipe, de cinco cartas (ex: 34567).
7. *Trinca*: três cartas de um mesmo valor (ex: QQQ).
8. *Dois Pares*: duas cartas de um mesmo valor, mais duas cartas de outro mesmo valor (ex: 5599).
9. *Par*: duas cartas de um mesmo valor (ex: 66).
10. *Carta alta*: a melhor carta individual que se tem, sendo o Ás a mais alta e o 2 a mais baixa.

Houve contato semanal com os 5 grupos, compostos por 4 alunos cada, sendo realizadas atividades de esclarecimento do jogo de *Poker*, introdução a probabilidade e discussão das mãos de *Poker*, utilizando a apostila fornecida aos participantes.

O jogo de *Poker* iniciava-se após o acesso dos jogadores do grupo na plataforma do Google Meet. Através do recurso de gravação disponível, foi possível gravar e discutir as partidas durante o jogo como se estivessem realmente numa mesa presencial. É importante ressaltar que a gravação é feita pelo participante que abre a sala do Google Meet e acessa a mesa de jogos como "observador". Isto é importante, pois, cada jogador vê suas cartas, mas, se ele próprio utilizar o recurso de "apresentação de tela" do Google Meet, ele expõe suas cartas aos demais jogadores. Sendo assim, o "observador", que tem acesso apenas a tela da mesa de jogo, sem visão de nenhuma das cartas, é o indicado para exibir a tela para gravação de imagem e áudio (Figura 1).

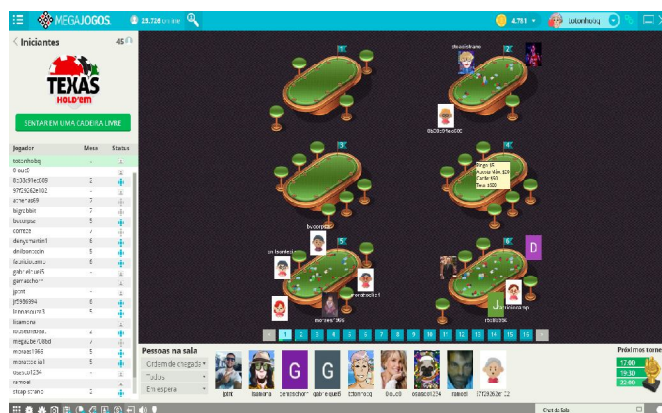


Figura 1: Plataforma Megajogos de acesso às "mesas de *Poker*".

Durante as atividades realizadas por meio da plataforma do Megajogos, algumas telas de jogadas foram gravadas para posterior discussão. Durante a atividade percebeu-se muito envolvimento dos alunos, euforia em participar, atenção e concentração para realizar as partidas.

Como exemplo de atividade realizada, a Figura 2 representa o final de uma jogada, de uma gravação feita com um dos grupos de alunos voluntários da pesquisa, a qual se analisou juntamente com os alunos participantes acerca das probabilidades de vitória de cada um.

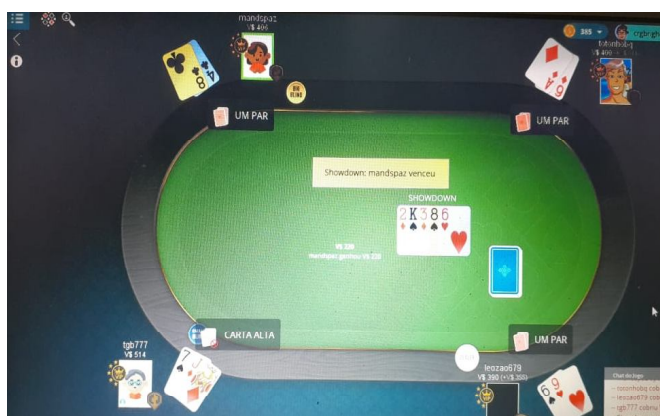


Figura 2: Tela da plataforma Megajogos, exibindo o final de uma partida em que o ganhador venceu com um par de 8.

Os nomes dos jogadores correspondem aos escolhidos pelos participantes durante os cadastros na plataforma do Megajogos. Nesta tela são exibidos os jogadores *Mandspaz*, *tgb777*, *totonhobq* e *leozao679*.

Neste exemplo obteve-se no *Flop* (as 3 primeiras cartas comunitárias) as cartas 2 de ouros, Rei de espadas e 3 de ouros. A quarta carta comunitária, ou *Turn*, foi o 8 de espadas e, finalmente a quinta carta comunitária, ou *River*, foi exibido o 6 de copas.

Na primeira etapa em que foram discutidas as regras do *Poker*, os participantes foram questionados sobre suas expectativas de jogada antes da abertura do *Flop* e, dentre as discussões coletadas por meio dos debates dos participantes, destacamos algumas a seguir:

Mandspaz: "Esperava sair um 4 ou um 8 de outro naipe para que eu pudesse ter chances no jogo".

tgb777: "Gostaria de um 8, um 9 e um 10 para fazer uma sequência, ou então dois J ou dois 7 para fazer uma trinca, ou ainda que viesse três cartas de ouros para tentar fazer um Flush e ganhar a partida".

Com base na análise dos depoimentos e da Figura 2 do Megajogos observa-se que os participantes entenderam bem o raciocínio da jogada e ainda as estratégias do jogo, bem como o que precisariam para ter chances de ganhar a partida.

Após a abertura do *Flop* houve novamente registro dos comentários, destacando-se os seguintes:

Mandspaz: "Quando abriu o *Flop*, acabou com meu jogo, percebi que não tinha chances de ganhar".

tgb777: "Teria chance se abrisse mais uma carta de ouros, pois tenho uma carta de ouros e tentaria um *Flush*, ou gostaria que saísse um 9 e um 10 para fazer uma sequência e ganhar a partida".

Após a abertura do *Flop* observemos que *Mandspaz* gostaria de fazer dois pares ou até mesmo um par para que tivesse chance no jogo, análise feita antes do *Flop*. Não é errada a forma de pensar, porém ela deveria avaliar se realmente seus pares seriam suficientes para realmente ganhar ou ter chances. A participante não comentou, por exemplo, uma possibilidade de sequência, o que lhe daria maiores condições de vitória. Enquanto *tgb777* pensava em fazer uma sequência, uma trinca ou tentar um *Flush*, o que nos leva a entender que esta forma de pensar faz com que ele realmente tenha entendido o que precisaria para ganhar. No entanto, ressaltou-se ao participante, que, para tentar obter um *Flush*, ele teria que ir até o final e obter mais duas cartas comunitárias de ouros, e neste ponto questionou-se sobre a chance (probabilidade) de acontecimento de tal fato. Tais probabilidades foram discutidas em aula virtual posterior.

Tem-se que os participantes conseguiram estabelecer várias estratégias para que fizessem seu jogo melhorar, ou seja, sabiam exatamente o que precisaria abrir para continuarem na partida.

Porém temos a análise do participante *tgb777* que em sua primeira linha de raciocínio está correta, o qual ele vislumbra as cartas para tentar fazer um *Flush*. No entanto, sua segunda linha de raciocínio estava equivocada, o qual ele vislumbrava cartas para realizar uma sequência, mas sabemos que não há possibilidade de realizar este tipo de jogo, devido a abertura das três cartas comunitárias. Mas a análise, mesmo que de forma equivocada, foi positiva, pois gerou uma reflexão no participante, após as discussões, e o fez pensar em outra estratégia para tentar ganhar a partida.

A intervenção do pesquisador-observador ocorreu para evidenciar junto aos próprios sujeitos a ocorrência de vitória da jogadora *Mandpaz*, mesmo quando, após o *Flop*, a mesma achou que não teria chances de vitória. O fator que a levou obter este raciocínio foi analisar de uma forma intuitiva e baseada nas condições do jogo. Isto nos leva a entender que compreenderam bem as probabilidades de vitória em cada caso, ou seja, sendo baixa a probabilidade de vitória estariam desistindo da jogada, matematicamente de forma correta até então. Além disso, o debate foi focado em analisar as estratégias da jogada, por parte de cada participante, bem como fazer um breve cálculo de probabilidades de chances de melhorar ou até mesmo de vencer a jogada. Neste momento não foram expostos cálculos, para que as análises fossem debatidas por meio da intuição dos alunos.

Carvalho e Fernandes (2007) ressaltam que são frequentes as situações que se estendem da noção de probabilidade a um modo de mensurar a incerteza, mostrando a necessidade de se desenvolver experiências em que os alunos desenvolvam as noções intuitivas de acaso a partir de situações vivenciadas, pois somente assim, adquirirão um nível mais elabo-

rado do conhecimento probabilístico, evitando entendimento e interpretações equivocadas futuramente.

3.2 Probabilidades no jogo de Poker: estudo de caso de um dos grupos participantes

Após realizar as partidas iniciais de incentivo, sem nenhum cálculo probabilístico, os participantes foram convidados, em aula virtual posterior a discutir os conceitos básicos de probabilidade a partir dos conceitos do jogo de *Poker*.

Discutiu-se inicialmente, como definir o espaço amostral, os eventos de interesse, teorema da soma de probabilidades ou a regra do "ou", independência de eventos, a regra do "e", probabilidade condicional, todos colocando situações do *Poker*, conforme material disponibilizado para os participantes.

Foi apresentado o cálculo probabilístico para obter, em um baralho completo, cada uma das mãos do *Poker*, evidenciando para os mesmos, que a probabilidade é que define a ordem de importância das mãos, exceto o *Royal Flush* e o *Straight Flush*. Nesta etapa, durante a discussão destes cálculos, foram utilizados termos probabilísticos formais e usadas as propriedades de probabilidade, tais como:

A propriedade do conectivo *e* para as probabilidades, ou seja, para que ocorra $P(A)$ e $P(B)$ tem-se $P(A) \times P(B)$. Considerando obter no baralho completo um par de reis, em que teríamos $\frac{4}{52} \times \frac{3}{51}$.

A propriedade do conectivo *ou* para as probabilidades, ou seja, para que ocorra $P(A)$ ou $P(B)$ tem-se, se os eventos forem mutuamente exclusivos, $P(A) + P(B)$. Para obter uma carta de ouros ou um rei teríamos que $\frac{13}{52} + \frac{4}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52}$.

A propriedade da soma das probabilidades, ou seja:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (1)$$

Se os eventos A e B são independentes, temos que $P(A) \cap P(B) = 0$.

Foi abordado o exemplo mencionado na Figura 3 para que os alunos debatessem e tentassem colocar no papel suas estratégias de como melhorar sua jogada ou até mesmo de como vencer, neste caso, visualizando somente suas cartas. A calculadora disponível no site do *cardplayer* possibilita visualizar as probabilidades de vitória e empate. Os alunos foram também estimulados a testar novas jogadas e conferir as probabilidades apresentadas.



Figura 3: Proposta de jogada simulada em <https://www.cardplayer.com/Poker-tools/odds-calculator/texas-holdem>.

Destaca-se a seguir, alguns dos comentários encaminhados por participantes de um dos grupos, via aplicativo do *Whatsapp*, quando foram solicitados a discutir a jogada simulada como se uma das mãos fosse a deles.

Alguns alunos encaminharam suas respostas por imagem pelo *Whatsapp*.

Aluno 1

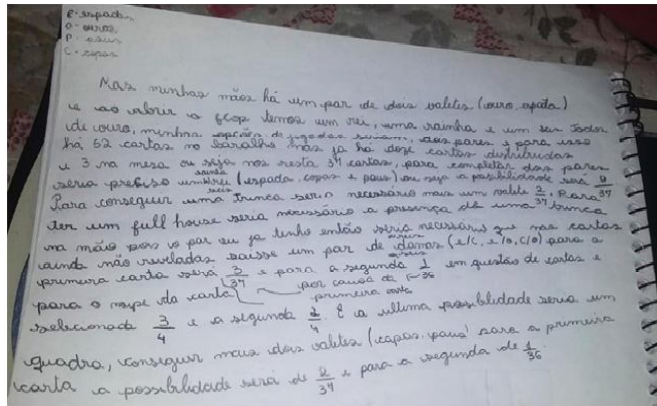


Figura 4: Imagem cedida pelo Aluno 1.

Transcrição da imagem cedida pelo Aluno 1:

"Nas minhas mãos há um par de dois valetes (ouro, espada) e ao abrir o Flop temos um rei, uma rainha e um seis. Todos de ouro, minhas opções de jogadas seriam, dois pares e para isso há 52 cartas no baralho mas já há doze cartas distribuídas e 3 na mesa ou seja

nos resta 37 cartas para completar dois pares. Seria preciso um rei, uma rainha ou um seis (espadas, copas e paus) ou seja a probabilidade será $\frac{9}{37}$. Para conseguir uma trinca seria necessário mais um valete $\frac{2}{37}$. Para ter um Full House será necessário a presença de uma trinca na mão pois o par eu já tenho então seria necessário que nas cartas ainda não reveladas saísse um par de reis, damas ou seis para a primeira carta será $\frac{3}{37}$ e para a segunda $\frac{1}{36}$ em questão de cartas e para o naipe da carta selecionada $\frac{3}{4}$ e a segunda $\frac{2}{4}$. E a última possibilidade seria uma quadra, conseguir mais dois valetes (copas, paus) para a primeira carta a possibilidade será de $\frac{2}{37}$ e para a segunda de $\frac{1}{36}$.

Observou-se que o Aluno 1 teve um equívoco em pensar em dois pares, pois não seria necessário nesta situação, porém aceitável sua forma de raciocínio. Ele considerou o espaço amostral com 37 cartas, mas deve ser considerado o espaço de 47 cartas. Não é errado imaginar isso, porém os cálculos probabilísticos são baseados nas cartas que ainda não foram expostas.

Outros alunos enviaram por escrito, tal como a resposta a seguir:

Aluno 2: "Após analisar as três cartas na mesa, entendi que a melhor mão para o jogador com as cartas Rei de Espadas e Dama de Copas seria uma quadra, que, contando seja com o rei ou a rainha da mão haveria a chance $\frac{2}{47} = 4,2\%$ de sair outro rei ou rainha e caso fosse bem sucedido haveria a chance de $\frac{1}{46} = 2,17\%$ de sair a próxima carta adequada. Caso não fosse possível obter essa mão, a opção seria a de valor imediatamente abaixo: um Full House. Para que essa mão fosse satisfeita, assim como no primeiro caso teria a chance $\frac{2}{47} = 4,2\%$. Se não viesse nem a carta rei ou rainha na próxima carta revelada, teria uma chance de $\frac{2}{46} = 4,34\%$ de que viessem na última carta. Contando as cartas já conhecidas no início do cálculo, seriam apenas essas as opções para o melhoramento da mão, uma vez que não possuía cartas de um mesmo naipe para um Flush, ordem sequencial para uma sequência, e caso eu formasse uma trinca ela imediatamente seria sobreposta pelo Full House."

Após a análise da resolução do estudante, nota-se que ao fazer as contas para achar uma quadra, ele considera a quadra de apenas uma de suas cartas (K ou Q) e esquece que pode fazer quadra com as duas, então quando ele acha $\frac{2}{47}$ e $\frac{1}{46}$, falta multiplicar por 2 para achar as duas possíveis quadras. Neste caso, aproveitou-se para discussão do princípio fundamental da contagem, do tamanho do espaço amostral.

Além disso, para o caso de Full House ele deveria considerar obter um K no Turn, ou seja, $P = \frac{2}{47}$ e qualquer carta, exceto K ou Q no River, ou seja, dentre as 43 cartas restantes, então $P = \frac{43}{46}$. Deve também observar o caso em que abra qualquer carta, exceto K ou Q, no Turn e um K no River, e vemos que a probabilidade é a mesma calculada anteriormente. O mesmo raciocínio é usado para o caso de Full House com a Q. Resumindo, a probabilidade total seria de:

$$P_{\text{total}} = \frac{2}{47} \times \frac{43}{46} \times 2 \times 2 = 0,1591 = 15,91\% \quad (2)$$

Com este tipo de discussão foram abordados temas também de probabilidade condicional, eventos independentes e as propriedades.

3.3 Resolução probabilística da jogada

Após alguns encontros com discussão sobre a teoria de probabilidade e resolução de alguns exercícios constantes na apostila, os alunos foram convidados a discutir a jogada que participaram no Google Meet. Espera-se que a partir deste momento tenham maior conhecimento probabilístico para fazer os comentários.

3.3.1 Após o Flop

Em aula virtual, os alunos participantes foram convidados a discutirem suas estratégias de jogo, a partir do vídeo gravado pelo Google Meet, utilizando o recurso de compartilhamento para exibição da tela do Megajogos.

A discussão probabilística realizada com este grupo, a partir da observação das cartas de todos os participantes e, com as três cartas comunitárias exibidas na Figura 2, foi organizada inicialmente conforme a Tabela 1.

Naipes	Ouros	Copas	Espadas	Paus
Cartas comunitárias	2,3	-	K	-
<i>leozao679</i>	-	9	6	-
<i>tgb777</i>	J	-	7	-
<i>Mandspaz</i>	-	-	-	4,8
<i>totonhobq</i>	Ás,6	-	-	-
Total utilizadas	5	1	3	2

Tabela 1: Cartas já exibidas após o Flop.

Após o *Flop*, em mesa com 4 jogadores, tem-se 11 cartas exibidas. Assim, o espaço amostral para o *Turn* tem tamanho 41 e para o *River* tem tamanho 40. A situação de cada jogador, no exemplo em questão, é discutida a seguir:

Situação de *leozao679*:

Nenhuma das três cartas comunitárias favoreceu o jogo atual do participante em questão. Para ganhar ou melhorar sua mão o ideal é que abra um 9 no *Turn* ou um 9 no *River*. Além disso, seria necessário que não abra: ouros (8 cartas restantes), Ás (3 restantes) e J (3 restantes). Assim *leozao679* totaliza 14 cartas que não o serviriam.

Abrindo um 9 no *Turn*, exceto o 9 de ouros, e uma outra carta no *River*, exceto as mencionadas, temos que sua chance de melhorar ou vencer seria de:

$$P_1 = \frac{2}{41} \times \frac{26}{40} = 0,0317 = 3,17\% \quad (3)$$

Agora caso abra qualquer carta no *Turn*, exceto as mencionadas, e um 9 no *River*, exceto o 9 de ouros, ele teria probabilidade de:

$$P_2 = \frac{26}{41} \times \frac{2}{40} = 0,0317 = 3,17\% \quad (4)$$

Como há probabilidade de intersecção dos eventos P1 e P2, temos que excluir o caso em que abra um 9 no *Turn* e um 9 no *River*, pois senão estaríamos contando duas vezes na hora de calcular suas probabilidades, ou seja:

$$P_3 = \frac{2}{41} \times \frac{1}{40} = 0,0012 = 0,12\% \quad (5)$$

Agora utilizando a propriedade da união das probabilidades temos que a chance de sair vitorioso será:

$$P_t = P_1 + P_2 - P_3 = 3,17 + 3,17 - 0,12 = 6,22\% \quad (6)$$

Situação de *Mandspaz*:

Para que pudesse ganhar ou melhorar sua jogada o ideal é que abra um 8 no *Turn* ou um 8 no *River*, mas pra isso que não abra as seguintes cartas: ouros, Ás, J, 4 (estudaremos a parte este caso). Vamos desconsiderar também o caso de abrir 8 no *Turn* e 8 no *River*, pois será estudado mais a frente. Temos então um total de 18 cartas que não a serviriam. Caso no *Turn* abra um 8 e no *River* abra qualquer outra carta, exceto as mencionadas anteriormente, ela teria:

$$P_1 = \frac{2}{41} \times \frac{22}{40} = 0,0268 = 2,68\% \quad (7)$$

Agora caso abra qualquer carta no *Turn*, exceto as mencionadas, e um 8 no *River*, ela teria:

$$P_2 = \frac{22}{41} \times \frac{2}{40} = 0,0268 = 2,68\% \quad (8)$$

Caso abra um 4 no *Turn* ou um 4 no *River*, exceto o 4 de ouros, mas que não abra: ouros, 5, 6, 7, 8, 9, J, Ás. Ela terá então um total de 27 cartas que não a serviriam.

Abrindo um 4 no *Turn* e qualquer outra carta no *River*, exceto as mencionadas anteriormente, ela teria:

$$P_3 = \frac{2}{41} \times \frac{13}{40} = 0,0158 = 1,58\% \quad (9)$$

Agora caso abra qualquer carta no *Turn*, exceto as mencionadas, e um 4 no *River*, ela teria:

$$P_4 = \frac{13}{41} \times \frac{2}{40} = 0,0158 = 1,58\% \quad (10)$$

Caso abra um 8 no *Turn* e um 8 no *River*, ou então que abra um 4 no *Turn* e um 4 no *River*, com exceção do 8 de ouros e do 4 de ouros, e sabendo que as probabilidades são as mesmas, temos que:

$$P_5 = 2 \times \frac{2}{41} \times \frac{1}{40} = 0,0024 = 0,24\% \quad (11)$$

Caso abra um 5 no *Turn*, exceto o 5 de ouros, e um 6 no *River*, ou então que abra um 6 no *Turn* e um 5 no *River*, exceto o 5 de ouros, como sabemos que as probabilidades são as mesmas, então temos que:

$$P_6 = 2 \times \frac{3}{41} \times \frac{2}{40} = 0,0073 = 0,73\% \quad (12)$$

Caso abra um Ás no *Turn* e um 5 no *River*, exceto o 5 de ouros, ou então que abra um 5 no *Turn* e Ás no *River*, exceto o 5 de ouros. Sabemos que as probabilidades são as mesmas, então temos que:

$$P_7 = 2 \times \frac{3}{41} \times \frac{3}{40} = 0,0110 = 1,10\% \quad (13)$$

Agora veremos o caso em que abra um 8 no *Turn* e 4 no *River* e também o caso em que abra um 4 no *Turn* e um 8 no *River*, com exceção do 4 e do 8 de ouros. Sabemos que as probabilidades são a mesma, então temos que:

$$P_8 = 2 \times \frac{2}{41} \times \frac{2}{40} = 0,0048 = 0,48\% \quad (14)$$

Logo a probabilidade de *Mandspaz* vencer é a soma das probabilidades calculadas anteriormente, ou seja:

$$P_m = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 = 5,36 + 3,17 + 0,24 + 0,73 + 1,10 + 0,48 = 11,10\% \quad (15)$$

Situação de *tgb777*:

Para que pudesse ganhar ou melhorar sua jogada o ideal é que abrisse um J no *Turn* ou um J no *River*, porém que não abrisse: ouros, Ás e 7 (estudaremos mais a frente). Temos então um total de 13 cartas que não o serviriam. Abrindo um J no *Turn* e qualquer outra carta no *River*, exceto as mencionadas anteriormente, ele teria então:

$$P_1 = \frac{3}{41} \times \frac{27}{40} = 0,0494 = 4,94\% \quad (16)$$

Agora caso abra qualquer carta no *Turn*, exceto as mencionadas, e um J no *River*, ele teria:

$$P_2 = \frac{27}{41} \times \frac{3}{40} = 0,0494 = 4,94\% \quad (17)$$

Analisando para caso abra um 7 temos que o ideal é que abrisse um 7 no *Turn* ou um 7 no *River*, porém que não abrisse: ouros, Ás, 8, 9 e J (estudado separadamente). Temos então um total de 18 cartas que não o serviriam. Abrindo um 7 no *Turn* e qualquer outra carta no *River*, exceto as mencionadas anteriormente, ele teria então:

$$P_3 = \frac{2}{41} \times \frac{22}{40} = 0,0268 = 2,68\% \quad (18)$$

Agora caso abra qualquer carta no *Turn*, exceto as mencionadas, e um 7 no *River*, ele teria:

$$P_4 = \frac{22}{41} \times \frac{2}{40} = 0,0268 = 2,68\% \quad (19)$$

Existe ainda a possibilidade de sair um 7 no *Turn* e um J no *River* ou também de sair um J no *Turn* e um 7 no *River*, com exceção do 7 de ouros, em ambos os casos. Teremos então:

$$P_5 = 2 \times \frac{2}{41} \times \frac{3}{40} = 0,0073 = 0,73\% \quad (20)$$

Devemos subtrair a possibilidade de sair um J no *Turn* e um J no *River* ou ainda que abra um 7 no *Turn* e um 7 no *River*, com exceção do 7 de ouros. Estaremos contando esta possibilidade duas vezes, caso não façamos esta subtração, uma vez que já abordamos estas possibilidades nos primeiros casos.

Temos então que a probabilidade no caso de abrir um J no *Turn* e um J no *River*, ou no caso de abrir um 7 no *Turn* e um 7 no *River*, é dada por:

$$P_6 = \frac{3}{41} \times \frac{2}{40} + \frac{2}{41} \times \frac{1}{40} = 0,0048 = 0,48\% \quad (21)$$

A probabilidade total de *tgb777* será a soma destas probabilidades calculadas anteriormente, ou seja:

$$P_m = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 - P_6 = 4,94 + 4,94 + 2,68 + 2,68 + 0,73 - 0,48 = 15,49\% \quad (22)$$

Situação de *totonhobq*:

Para calcularmos a chance de *totonhobq* ganhar o jogo, basta que sejam somadas as probabilidades de seus adversários e então usarmos a probabilidade complementar para obter este valor, ou seja:

$$P_t = 100 - (6,22 + 11,10 + 15,49) = 67,19\% \quad (23)$$

Agora devemos lembrar que existe a possibilidade de empate entre *leozao679* e *totonhobq*, no caso de abrir um 4 no *Turn* e um 5 no *River*, ou então no caso de abrir um 5 no *Turn* e um 4 no *River*, com exceção das cartas de ouros. A probabilidade para o caso de abrir um 4 no *Turn* e um 5 no *River* somada a probabilidade de abrir um 5 no *Turn* e um 4 no *River* será dada por:

$$P_e = \frac{2}{41} \times \frac{3}{40} + \frac{3}{41} \times \frac{2}{40} = 0,0073 = 0,73\% \quad (24)$$

A probabilidade para que *totonhobq* vença a jogada sozinho será dada por:

$$P_{to} = 67,19 - 0,73 = 66,46\% \quad (25)$$

Segundo *Mandspaz* ela não teria mais chances após a abertura do *Flop*, e como vemos, matematicamente ela tem aproximadamente 11% de chance de vitória, ou seja, o que nos leva a entender que ela está coberta de razão e que entendeu o raciocínio da jogada. Pois se fizermos um comparativo, é a mesma coisa de ter aproximadamente uma chance em dez de ganhar alguma coisa, algo que quase ninguém se arriscaria.

Para *tgb777* que gostaria de um 9 e um 10, já sabemos que não seria possível fazer uma sequência, pois seria necessário 5 cartas em sequência para formá-la, o que não é possível após a abertura do *Flop*, juntamente com suas cartas. Ainda há possibilidade de fazer um *Flush*. Ao analisarmos sua chance de vitória, veremos que é de aproximadamente 15%. Neste momento são analisadas apenas suas chances de vitória, que matematicamente são poucas, então a sugestão é que mude a estratégia, para que no longo prazo obtenha melhores resultados.

3.3.2 Após o Turn

Com quatro cartas comunitárias expostas, tem-se a situação probabilística de cada jogador mais definida, sendo as seguintes probabilidades em cada caso:

Situação de *leozao679*: Teria êxito em sua jogada apenas se vier o 9 de paus ou o 9 de espadas, ou seja, $P = \frac{2}{40} = 5,00\%$ de chances de sair vitorioso.

Situação de *tgb777*: Somente o J daria a vitória, ou seja, $P = \frac{3}{40} = 7,50\%$ de chances de sair vencedor.

Situação de *totonhobq*: Deveria abrir um Ás, ou seja, $P = \frac{3}{40} = 7,50\%$ de chances de abrir a referida carta. Ele tem também a possibilidade de abrir uma carta de ouros, ou seja, $P_1 = \frac{8}{40} = 20,00\%$. Sua chance de vitória é calculada através da soma destas duas probabilidades, ou seja, $P + P_1 = 27,50\%$.

Situação de *Mandspaz*: Basta que nenhuma das opções anteriores aconteça, e podemos fazer isso de duas maneiras. Usar a propriedade da probabilidade complementar, ou seja: $P = 100\% - (5,00\% + 7,50\% + 27,50\%) = 60,00\%$ de chances de sair como vencedora.

Ou então podemos analisar quantas cartas não poderia abrir no *River*, observando as possibilidades de seus adversários. Importante é que não abra: ouros, 9, J ou Ás. Temos um total de 16 cartas que não a serviriam, num total de 40 cartas restantes. Então sua probabilidade será de:

$$P = \frac{40 - 16}{40} = 0,60 = 60,00\% \quad (26)$$

A abertura do *Turn* muda toda a estratégia de jogo dos participantes, uma vez que as chances da Mão "6 e 9", que já eram baixas, diminuem ainda mais. A mão "J e 7" reduz cerca de 50% de chances de vitória e a Mão "A e 6" diminui mais de 50% de chances de ganhar. Por outro lado, a Mão "8 e 4" eleva em quase seis vezes a probabilidade de vencer.

Ressaltou-se aos alunos que a melhor opção é sempre avaliar o grau de risco de cada jogada, usando a seu favor os cálculos de probabilidade.

3.4 Avaliação subjetiva usando o Poker e as tecnologias digitais

Notou-se uma evolução por parte dos participantes, nos conceitos e estratégias do jogo de *Poker*, bem como no que tange aos cálculos probabilísticos.

Antes de serem explicados e enunciados alguns exemplos ilustrativos, percebeu-se que os alunos tinham uma visão diferente das probabilidades das jogadas e de como elas seriam calculadas.

Após alguns encontros virtuais e exposições de como é calculada as probabilidades das jogadas, matematicamente correta, percebeu-se que os alunos conseguiram obter uma nova visão, agora na forma matemática, do jogo. Notou-se um aperfeiçoamento dos conceitos, cálculos e também de suas tomadas de decisões, que até então eram bastante intuitivas, passando a serem baseadas nos cálculos, e, portanto, jogadas justificadas.

Percebeu-se que houve uma potencialização no desenvolvimento do pensamento probabilístico, bem como a inserção das tecnologias digitais na Educação Matemática que estimularam o desenvolvimento de tais raciocínios.

O fato de a metodologia ter sido feita por meio virtual nos diz que este método pode ser implementado de forma complementar as aulas que se referem aos temas de probabilidade e análise combinatória para os alunos do ensino médio, que são ministradas no 2º ano, podendo até mesmo ser adaptado para os alunos do ensino fundamental.

No ensino fundamental e médio o conceito de probabilidade de eventos independentes, probabilidade condicional e probabilidade da união de dois eventos normalmente são trabalhados em diversos exemplos que puderam ser comentados por meio das análises de probabilidade nas jogadas de *Poker*, tais como avaliar a chance de melhorar sua mão nas jogadas, após abertura das cartas comunitárias. Isto foi observado em diversos exemplos que foram elucidados neste trabalho, sendo, portanto, útil para o aprendizado de probabilidade.

Outros pontos a serem destacados são a comodidade de realizá-lo em suas próprias residências, nos melhores horários para os alunos, o conforto e a segurança para trabalhar com este método, são facilitadores que atraem os jovens, para que haja uma melhor compreensão dos assuntos em tela.

Além disso, o fato de utilizar dispositivos eletrônicos como computador ou celular, rede de internet e ainda utilizar de um jogo de cartas, no nosso caso o *Poker*, podem motivar o interesse dos alunos e até mesmo facilitar na hora do aprendizado. Para aqueles que não sabem jogar o *Poker*, é uma oportunidade de aprender um jogo de cartas, considerado um esporte da mente, e ao mesmo tempo auxiliar no ensino de probabilidade.

Outro fator importante é a não exposição dos alunos perante aos colegas, principalmente daqueles que tem um pouco mais de dificuldades de se exporem em público. Pode então ser um facilitador para que estes comecem a ter mais espontaneidade no momento de comentar a respeito de algumas decisões tomadas e quem sabe melhorar para uma eventual exposição.

Outras maneiras de realizar a metodologia podem ser pensadas, variando assim da criatividade do professor e até mesmo colhendo sugestões dos próprios alunos. Outro fator

é a possibilidade de incluir alunos com necessidades especiais e possibilitar a realização de campeonatos entre alunos de mesma escola.

No ENEM estes temas são mais comumente abordados na forma de identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade. Ainda reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidade.

Observou-se que, com a explanação do *Poker*, os alunos que participaram, tiveram a oportunidade de visualizar melhor o espaço amostral, a redução deste espaço em diversas situações do jogo, a contagem das possibilidades de cartas que podem melhorar seu jogo. Esta melhor visualização permite um melhor aproveitamento na hora de realizar os cálculos de probabilidades de vitórias e de melhorar sua jogada. O fato de se usar estas probabilidades, quando da abertura de cartas comunitárias, faz o aluno compreender sobre eventos sucessivos, onde ele deve calcular a cada abertura de carta comunitária uma nova probabilidade para seu jogo. Foi utilizado o cálculo de probabilidades quando não se sabia as cartas do adversário e quando se sabia, este fator desperta nos alunos a forma como eles devem observar os diferentes tipos de espaços amostrais que existem num mesmo jogo.

O princípio fundamental da contagem também pode ser bem explorado em alguns exemplos mais simples envolvendo o jogo de *Poker*. As combinações simples são facilmente abordadas em diversos exemplos e são explicadas de forma mais coesa por meio de uma jogada de *Poker* ou até mesmo para explicar as chances de ocorrer cada mão enunciada nas regras do *Poker*, algo que ficará mais ilustrativo e atrativo para os alunos.

Com este jogo o aluno consegue perceber que o *Poker* utiliza combinação simples, ou seja, a ordem não é importante para seu resultado final, mas ao mesmo tempo consegue perceber que a ordem com que a carta é aberta, ou seja, exposta aos jogadores, influencia na probabilidade de sua possível vitória ou chance de melhorar sua jogada, e consequentemente em sua tomada de decisão.

É na ação do jogo que o sujeito, mesmo que venha a ser derrotado, pode conhecer-se, estabelecer o limite de sua competência enquanto jogador e reavaliar o que precisa ser trabalhado, desenvolvendo suas potencialidades, para evitar uma próxima derrota. O "saber perder" envolve este tipo de avaliação. Portanto, como citado por Grandó (2000), considera-se que o jogo, em seu aspecto pedagógico, se apresenta produtivo ao professor que busca nele um aspecto instrumentador e, portanto, facilitador na aprendizagem de estruturas matemáticas, muitas vezes de difícil assimilação, e também produtivo ao aluno, que desenvolveria sua capacidade de pensar, refletir, analisar, compreender conceitos matemáticos, levantar hipóteses, testá-las e avaliá-las (investigação matemática), com autonomia e cooperação.

4 Considerações Finais

A utilização de um jogo de estratégia, em nosso caso o *Poker*, foi uma forma de ensinar probabilidade usando situações do jogo para que pudesse despertar um maior interesse dos alunos, ainda mais com a utilização de aplicativos de celulares, computadores e debates *online*.

Como destacou Carvalho e Fernandes (2007) "o conceito de probabilidade é complexo e desenvolve-se gradualmente ao longo de um período de tempo considerável. O meio, e em particular a escola, tem um papel fundamental nesse desenvolvimento e, tal como acontece com muitos outros conceitos, o conceito de probabilidade só é simples na sua aparência, acabando por se revelar uma fonte de dificuldades para muitos sujeitos. Mais do que saber definições, importa saber lidar com os conceitos em situações concretas e em contextos variados. Compreender o que significam situações onde estejam presentes noções probabilísticas faz hoje parte da competência que todos devem desenvolver para poderem desempenhar o papel de cidadãos críticos e participativos". E é neste ponto, que a proposta deste trabalho se destaca.

Em relação ao questionário aplicado, a partir das respostas dos alunos que as enviaram, concluiu-se que este método pode ser usado como forma complementar de aprendizado do assunto em tela, pois após sua aplicação em uma fração de alunos voluntários, notou-se que 100% destes consideraram que o *Poker* ajudou no aprendizado dos conceitos de probabilidade. Algumas das declarações sobre o porquê de tal afirmação foram: "*Porque é uma forma divertida de aprender probabilidade, com o Poker melhora-se o raciocínio e agilidade com números*"; "*Pois nesse tempo que estamos vivendo de pandemia, esse conceito de probabilidade no Poker ajuda e muito nosso entendimento sobre a probabilidade, pois são questões de raciocínio complexos*" e "*Além de se instigar o aprendizado de probabilidade, possibilitou contextualizar muitas teorias, tornando-as mais concretas e cotidianas*".

Apesar dos relatos positivos, 50% deles declararam que tiveram dificuldades em jogar. Tal resultado está diretamente ligado ao fato da compreensão das regras do jogo de *Poker* em que 33,33% acharam fáceis de entender e 66,67% tiveram média complexidade, no entanto, nenhum aluno considerou as regras complicadas e difíceis de entender ou executar, o que mostra a aceitação destes ao jogo. Quanto à importância, 83% consideraram que o jogo de *Poker* é importante na aplicação dos conteúdos de probabilidade, e 16,67% julgaram muito importante (Figura 5).

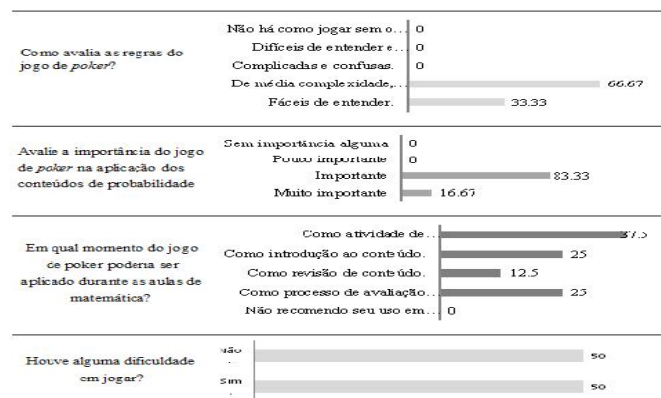


Figura 5: Análise das respostas do questionário.

Além deste fato, observou-se o aumento gradativo do interesse e da atenção dos alunos voluntários da pesquisa. Percebeu-se também uma melhora nos desempenhos do estudo de probabilidade, utilizando as tecnologias digitais adotadas neste trabalho.

Apesar de realizada somente com alunos voluntários, de forma exclusivamente virtual e em horários que os participantes se sentissem mais confortáveis, o que proporcionou significativo interesse, os alunos foram desafiados a raciocinarem em situações pelas quais poderiam estar submetidos. Este desafio valorizou a motivação pessoal, proporcionando o real significado prático dos conceitos estudados formalmente nas aulas de matemática. Acredita-se que, se implantando conjuntamente com o estudo regular do conteúdo de probabilidade poderão trazer frutos tão produtivos quanto os observados neste trabalho.

Referências

- [1] CABRAL, M. A. **A utilização dos jogos no ensino da Matemática**. 2006. 52 f. Monografia (Especialização) - Curso de Matemática – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.
- [2] CARVALHO, C. ; FERNANDES, A. J. **Revisitando o conceito de probabilidade com um olhar da psicologia**. Revista Quadrante. v. 14, n. 2, p. 71-88, 2007.
- [3] DIÁRIO DO AÇO. **Seria o Poker o novo esporte do momento?**. 2019. Disponível em: <<https://www.diariodoaco.com.br/noticia/0070587-seria-o-poker-o-novo-esporte-do-momento>>. Acesso em 7 mar. 2020. Não há nenhum outro dado além do ano, tal como edição, volume, etc.
- [4] EHLERT S. J. ; BELLICANTA L. S. **A matemática no Poker: explorando problemas de probabilidade**. Ciência e Natura, v. 7, p. 265-277, 2015.

- [5] GOOGLE MEET. [Site Institucional]. Disponível em: <<https://www.apps.Google.com/Meet/>>. Acesso em: 10 mai. 2020.
- [6] GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula.** 2000. 224 f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.
- [7] MARCELO, A.; PESCUITE, J. C. **Design de Jogos: Fundamentos.** 1. ed. São Paulo. Brasport, 2009. 188 p.
- [8] MARQUES, L. A. **Aspectos legais e tributários do Poker e dos demais esportes da mente: a necessidade de uma regulamentação específica.** Rio de Janeiro: R. EMERJ, v. 15, n. 59, p. 199-216, 2012.
- [9] MEGAJOGOS. [Site Institucional]. Disponível em: <<https://www.Megajogos.com.br/>>. Acesso em: 10 mai. 2020.
- [10] NASCIMENTO, J.R.A. **O Poker como ferramenta de ensino da Matemática na Educação Básica.** 2014.72 f. Tese (Doutorado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional- Profmat, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2014.
- [11] PRADO, S. **João Paulo Trindade é campeão no hotter 22 dólares Pokerstars e enche a comunidade do Poker de orgulho.** 2018 Disponível em: <https://www.espn.com.br/blogs/sergioprado/76877_joao-paulo-trindade-e-campeao-no-hotter-22-Pokerstars-e-enche-a-comunidade-do-Poker-de-orgulho> Acesso em: 7 mar. 2020. Não há nenhum outro dado além do ano, tal como edição, volume, etc.
- [12] SANTOS, J. A. F. L.; GRANDO, R. C. **O Movimento das Idéias Probabilísticas no Ensino Fundamental: análise de um caso.** Boletim de Educação Matemática. 2011. v. 24, n. 9, p. 651-584. Disponível em: <<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291222099012>>. Acesso em: 24 jun. 2020.
- [13] SOARES, R. T. **Vencendo o metajogo: o importante não é competir.** 2018. Disponível em: <<https://doutorcerebro.com.br/vencendo-o-metajogo-o-importante-nao-e-competir/>>. Acesso em: 24 jun. 2020. Não há nenhum outro dado além do ano, tal como edição, volume, etc.
- [14] SOUZA, F. A. de. **O desenvolvimento do pensamento algébrico mediado por tecnologias digitais nos primeiros anos da Educação Básica.** 2019. 111 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2019.
- [15] TOREZZAN, C. **Pôquer na sala de aula.** 2019. Disponível em: <[https://www.istoe.com.br/reportagens/21828_POQUER+\\$+NAN+\\$+SALAN+\\$+DE\\$+AULA](https://www.istoe.com.br/reportagens/21828_POQUER+$+NAN+$+SALAN+$+DE$+AULA)>. Acesso em: 05 out. 2019.

- [16] VIALI, L. **Algumas considerações sobre a origem da teoria da Probabilidade.** Revista Brasileira de História da Matemática. 2008. v. 8, n. 16, p. 14.
- [17] WIKIPÉDIA. **Jogo de azar.** 2020. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Jogo_de_azar>. Acesso em: 16 mai. 2020.


MATEMÁTICA

PROBABILIDADE

COM O AUXÍLIO DE POKER

MARCO ANTÔNIO RIBEIRO

CARLA REGINA GUIMARÃES BRIGHENTI

 **QUAIS SÃO AS PROBABILIDADES?**

7♠ A♥ 3♠

Jogador A: A♠ J♠

Jogador B: 7♥ 7♣

A	38%	vs	62%
B	34%	vs	66%
C	30%	vs	70%

Fonte: https://www.Google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Ftwitter.com%2Fresenhapkr&psig=AOvVaw1yHdEnBCEVqjBgmwjZjO-&ust=1594412339313000&source=images&cd=vfe&ved=0CAIQjRxqFwoTCMii54b_wOoCFQAAAAAdAAAAABAE

**SÃO JOÃO DEL REI-MG
2020**

APRESENTAÇÃO

Este material tem como finalidade auxiliar a compreensão e aplicação dos conceitos de probabilidade, a partir das regras do jogo de *poker*. Com auxílio das tecnologias digitais, procura-se criar uma maneira lúdica para que os estudantes possam interagir e discutir probabilidade a partir deste jogo de estratégia.

O nível de aprofundamento deste material, tanto na teoria como nos exercícios, exemplos e comentários vai auxiliar o aluno em sua caminhada para o aprendizado desta área da matemática.

ESTRUTURA DIDÁTICA DO TEXTO

- O conteúdo é organizado em capítulos sobre o mesmo tema.
- São abordados alguns exemplos, com resolução, que auxiliam na compreensão, esclarece conceitos e até mesmo algumas proposições teóricas.
- É composto por diversos exercícios com diferentes graus de dificuldade, para melhor fixação e aprendizado do assunto.
- Colocação de alguns exercícios com a resolução mais elaborada, como forma de incentivo e desafio aos estudantes.

SUMÁRIO

	Página
PARTE I: O jogo de <i>poker</i>	
1. JOGOS	04
2. JOGOS DE AZAR x ESTRATÉGIA	04
3. PRINCÍPIOS BÁSICOS DO JOGO DE <i>POKER</i>	05
3.1. LEGALIDADE	05
3.2. O JOGO E SUAS REGRAS	05
PARTE II	
4. PROBABILIDADE	10
4.1. EXPERIMENTO ALEATÓRIO	10
4.2. ESPAÇO AMOSTRAL	10
4.3. EVENTO	10
4.4. PROBABILIDADE CLÁSSICA	10
4.5. PRINCIPAIS TEOREMAS DA PROBABILIDADE	11
4.6. PROBABILIDADE DE UM EVENTO NUM ESPAÇO EQUIPROVÁVEL	11
4.7. PROBABILIDADE CONDICIONAL	11
4.8. TEOREMA DO PRODUTO	12
4.9. PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM	12
4.10. COMBINAÇÃO	12
PARTE III: Probabilidade no <i>poker</i>	
5. CALCULANDO AS COMBINAÇÕES POSSÍVEIS	14
PARTE IV: Analisando a partida	
6. <i>OUTS</i> E ANÁLISE DO <i>POKER</i>	19
6.1 ESPERANÇA MATEMÁTICA	20
7. EXEMPLOS RESOLVIDOS	21
8. QUESTIONÁRIO	27
9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	29

PARTE I: O JOGO DE POKER

1. JOGOS

Ao longo da história dos jogos de cassino, podemos identificar alguns casos bem sucedidos de pessoas que ganharam enormes quantias de dinheiro utilizando estratégias matemáticas para obter êxito nas apostas.

Outra particularidade dos jogos, é que eles permitem que o jogador crie uma consciência de suas jogadas, sabendo onde erraram e tendo como resgatar as atividades realizadas para que possa, em um próximo momento, não repetir os mesmos erros. Esta consciência criada pelo jogador, faz com que ele pense, organize, repense e reorganize suas jogadas, fazendo com que o pensamento seja elaborado, reelaborado, enfim, reestruturado (FREITAS e SILVEIRA, 2018).

O jogo é considerado um passo importante para ajudar essa formação de conceitos e pode-se defini-lo em jogos de azar e de estratégias.

Os jogos foram, em diversos momentos, esquecidos de serem utilizados na sala de aula, principalmente no ensino médio, pois para a comunidade em geral a matemática é uma disciplina rígida, séria, em que não se pode brincar, jogar, utilizar-se da ludicidade de um material, isso gera uma triste realidade, a falta de motivação dos alunos (FREITAS e SILVEIRA, 2018).

2. JOGOS DE AZAR X JOGOS DE ESTRATÉGIA

São considerados jogos de azar, jogos onde a possibilidade de ganhar ou perder não dependem da habilidade do jogador, mas sim do “acaso”. O “acaso” foi definido por Viali (2008, p. 144) como “um conjunto de forças, em geral, não determinadas ou controladas, que exercem individualmente ou coletivamente papel preponderante na ocorrência de diferentes resultados de um experimento ou fenômeno”. Ao nomear os jogos como jogos de azar não se pretendem associar o jogo a “má sorte”, mas sim dizer que o resultado dos jogos é fruto do “acaso”.

Chamamos de Estratégia o modo, claro ou não, como se arma as jogadas nas circunstâncias em que o jogo está acontecendo. A teoria dos jogos trata apenas dos chamados jogos de estratégia, isto é, aqueles cujos resultados não dependem somente de chance, mas, sobretudo, da habilidade de cada jogado (CARVALHO, 1957).

Portanto, o jogo de estratégia é uma categoria de jogo (sejam de tabuleiro, de cartas, de videogames ou de computador), em que a habilidade dos jogadores em tomar decisões estratégicas supera a sorte como fator de determinação do vencedor (MARCELO e PESCUITE, 2009).

O termo sorte implica não depender da habilidade do jogador e sim de uma contingência natural. A essência do jogo de azar é tomar decisões de risco, sabendo-se do previsto para o evento. Assim, a maior parte são considerados jogos de apostas, em que os prêmios são estipulados pela probabilidade estatística de acertar e uma combinação escolhida. Nota-se que à medida que a probabilidade de obter a combinação correta é menor, o prêmio vai aumentando, pois assim aumenta a probabilidade do azar prevalecer à sorte (WIKIPÉDIA, 2020).

Segundo Grandó (2001), os jogos de estratégias são importantes para a formação do pensamento matemático e propiciam passos para a generalização, ou seja, estratégias do jogo.

A habilidade do jogador é favorável para que este estime suas possibilidades decorrentes de ações, em relação ao azar. Certamente ele deve ser capaz de reduzir a probabilidade de resultados desfavoráveis. Ganhar ou perder depende muito da habilidade dos jogadores, mas o componente imprevisível do azar pode acarretar em sua derrota, mesmo sendo mais experiente e qualificado (WIKIPÉDIA, 2020).

3. PRINCÍPIOS BÁSICOS DO JOGO DE POKER

3.1 Legalidade

Uma vez que não constitui contravenção, sendo que o jogo denominado *poker* não figura na hipótese descrita do tipo penal do Art. 50 da Lei 3.688/41, por não depender exclusivamente de sorte, assim sendo, não constitui jogo de azar (ARRUDA, 2016).

Ademais, na modalidade que se verifica, o jogo de *poker* é atividade reconhecida como esporte, cuja representação em âmbito nacional se dá pela Confederação Brasileira de *Texas Hold'em* – CBTH.

3.2 O jogo e suas regras

Poker é um jogo de cartas, disputado com o tradicional baralho francês de 52 cartas. Esse baralho é composto por 4 naipes (copas, espadas, ouros e paus). Cada naipe tem cartas dos valores 2 (dois), 3 (três), 4 (quatro), 5 (cinco), 6 (seis), 7 (sete), 8 (oito), 9 (nove), 10 (dez), J (valete), Q (dama), K (rei) e A (as).

O jogador tem o objetivo de fazer a melhor combinação de 5 cartas, também chamada de mão. Normalmente o *poker* é disputado utilizando fichas com cores e valores diferentes. As fichas apostadas formam um conjunto, denominado de pote. O jogador que apresentar a melhor mão, ou que fizer com que todos os seus adversários desistam, ganha o pote.

MODALIDADE TEXAS HOLD'EM











O *Texas Hold'em* é um jogo de *poker* com cartas comunitárias, jogado em mesas com 2 até 10 jogadores. Nessa modalidade cada jogador recebe apenas duas cartas fechadas (carta que somente o próprio jogador vê) e também há 5 cartas comunitárias, que são cartas abertas na mesa e utilizadas simultaneamente por todos os jogadores. Para ganhar você precisa fazer a melhor combinação possível de 5 cartas, dentre as 7 cartas. Assim, nem sempre as duas cartas da mão do jogador serão utilizadas para formar um jogo.

RANKING DAS MÃOS DE POKER

Algumas nomenclaturas serão mantidas na língua estrangeira por se tratarem de expressões consagradas no *poker* e serem mais usuais do que as traduções para a língua portuguesa.

- *Royal Straight Flush*: também conhecida como sequência real, é uma sequência de dez a ás com cartas do mesmo naipe. Essa é a única mão imbatível no *poker*.
- *Straight Flush*: também conhecida por sequência de cor, é qualquer sequência de 5 cartas do mesmo naipe, exceto do *Royal straight flush*.
- Quadra: são 4 cartas do mesmo valor.
- *Full house*: conhecida por full hand, é uma mão composta por uma trinca mais um par.
- *Flush*: quaisquer 5 cartas do mesmo naipe.
- *Straight* ou sequência: 5 cartas em sequência, independente dos naipes.
- Trinca: 3 cartas do mesmo valor.
- Dois Pares: duas duplas de cartas do mesmo valor.
- Par: duas cartas do mesmo valor.
- Carta alta: qualquer mão que não se classifique nas categorias descritas anteriormente.

Em caso de empate, ou seja, dois ou mais jogadores terem mãos iguais, por exemplo, um par, vencerá aquele com o par mais alto. Se ambos tiverem o mesmo par, vencerá aquele que tem a carta mais alta nas mãos, que é chamada de *kicker*. Se a carta mais alta estiver na mesa, então haverá empate na rodada, e, portanto divide-se o pote de fichas (EHLERT e BELLICANTA, 2015).

Jogada	Jogada inglesa	Descrição	
Sequência Real	Royal Straight Flush	São 5 cartas seguidas do mesmo naipe até ao As.	
Sequência de mesmo naipe	Straight Flush	São 5 cartas seguidas do mesmo naipe que não seja do 10 até ao As.	
Quadra ou Poker	Four of a kind	São 4 cartas iguais, caso de empate ganha o jogador com a Quadra ou Poker cartas mais alta, se permaneça o empate ganha o que possuir a carta mais alta.	
Full House ou Full Hand	Full House or Full Hand	uma trinca e um par, caso de empate ganha o jogador com o trinca mais alta, caso permaneça o empate ganha aquele com o maior par, caso permaneça o empate ganha o que possuir a maior carta.	
Flush ou Cor	Flush	São 5 cartas do mesmo naipe sem serem seguidas, caso dois jogadores possuam Flush ou Cor ganha aquele que possuir uma outra carta mais alta, caso nenhum dos jogadores possuam outras cartas ocorre um empate.	
Sequência	Straight	São 5 cartas seguidas de naipes diferentes, caso empate ganha aquele com a maior sequência.	
Trinca ou Trio	Three of a kind	São 3 cartas iguais mais duas cartas diferentes, caso empate ganha aquele com a maior trinca.	
Dois Pares	Two Pairs	São 2 pares de cartas, caso empate ganha aquele com maior par maior, se empatar ganha o que possuir o maior par menor, caso empate ganha aquele que possuir a maior carta.	
Par	One Pair	São 2 cartas iguais e três diferentes. Caso empate ganha aquele que possuir o maior par, caso empate ganha aquele que possuir a maior carta.	
Carta Alta	High Card	Ganha quem tiver a carta mais alta.	

Fonte: <https://www.google.com/url?sa=i&url=http%3A%2F%2Famantesdepoker.weebly.com%2Ffranking-de-matildeos.html&psig=AOvVaw12esnOnUQqNllsT55alTGO&ust=1595519971417000&source=images&cd=vfe&ved=0CAIQjRxqFwoTCMCKrKCd4eoCFQAAAAAAdAAAAABAD>

DEALER E OS BLINDS

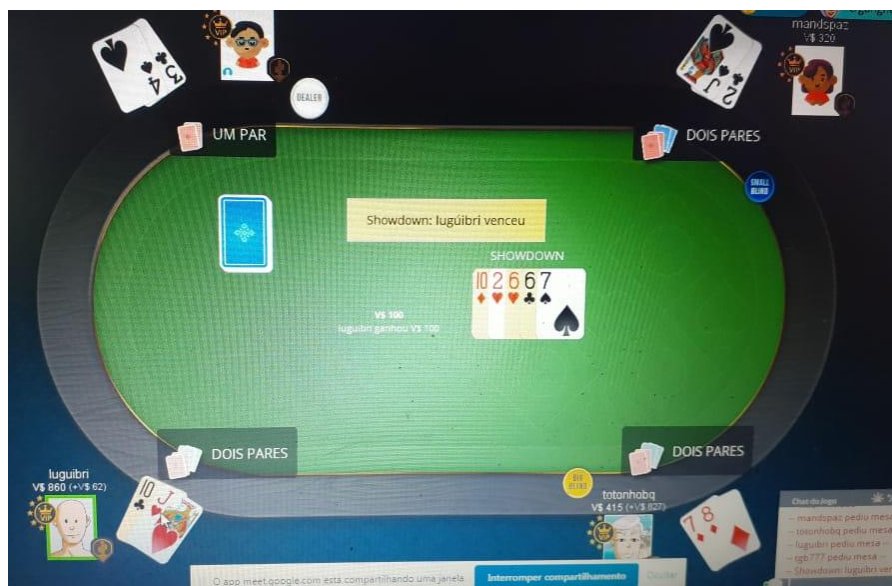
A distribuição das cartas e a ordem das apostas são sempre realizadas no sentido horário. Em cada rodada, um dos jogadores terá o botão do *dealer* em sua frente, indicando que a ação começará com o jogador a sua esquerda. Assim, o jogador que tem o botão a sua frente terá a vantagem de ser o último a agir, pois já conhecerá a ação dos demais adversários.

Os *blinds* são apostas obrigatórias, que devem ser feitas pelos jogadores nas duas posições imediatamente à esquerda do *dealer*, antes mesmo de receber suas cartas. O primeiro jogador à esquerda deve apostar o *small blind* (SB), que é metade do valor do segundo jogador à esquerda, que apostará o *big blind* (BB). O *big blind* representa a aposta mínima do jogo, exceto quando um jogador tiver menos fichas que o *blind* e apostar tudo.

AÇÕES DO JOGO

As opções disponíveis dependerão da ação do jogador anterior. Cada jogador de *poker* sempre tem a opção de desistir, e assim descartar suas cartas e desistir do pote. Se ninguém tiver feito uma aposta ainda, então um jogador pode também passar (abdicar da aposta, mas manter suas cartas) ou apostar. Se um jogador tiver apostado, então os jogadores subsequentes podem desistir,

pagar ou aumentar. Pagar é colocar o mesmo valor da aposta do jogador anterior. Aumentar é não apenas pagar a mesma aposta, mas também aumentar o seu valor.

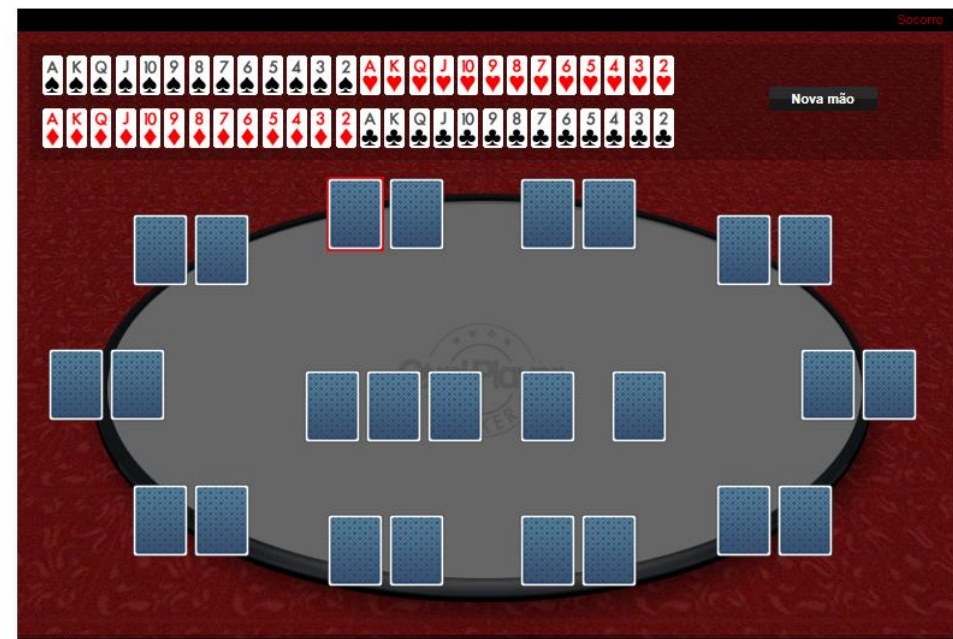


Fonte: Tela retirada da Plataforma do Megajogos.

DINÂMICA DO JOGO

Uma vez definido o *DEALER* e os *BLINDS* terem sido colocados na mesa, são distribuídas duas cartas fechadas a cada um dos jogadores da mesa. A seguir, começando pelo jogador a esquerda do *big blind*, começa a primeira rodada de apostas. Após todos os jogadores terem tomados as decisões, são abertas as 3 primeiras cartas comunitárias na mesa, o que é chamado de *FLOP*. Então uma nova rodada de apostas se segue. Se antes do *flop* algum jogador fizer uma aposta e os demais desistirem, ele leva todas as fichas do pote e não haverá a abertura de cartas comunitárias. Da mesma forma, se após o *flop* alguém apostar e todos desistirem, a mão é decidida ali mesmo. Se houver necessidade, uma quarta carta é aberta na mesa, chamada de *TURN*. Então segue mais uma rodada de apostas. Então é aberta a última carta comunitária, chamada de *RIVER* e a última rodada de aposta se segue, totalizando 4 *turnos* de apostas. Caso um jogador aposte e um ou mais oponentes paguem a aposta (também chamado de *CALL*), no final do quarto *turno* de apostas é realizado o *SHOW DOWN*, momento em que todos os jogadores mostram suas cartas para ver quem tem o melhor jogo. O jogador com a melhor mão leva todas as fichas do pote e uma nova rodada se inicia, de forma que o atual *small blind* é o novo *dealer*. E assim, no sentido horário, o jogo prossegue (EHLERT e BELLICANTA, 2015).

Calculadora de Probabilidades do Texas Hold'em Poker



Fonte: <https://www.cardplayer.com/poker-tools/odds-calculator/texas-holdem>

♥♠♣♦ATIVIDADE♠♣♦♥

Após esta explanação sobre o *poker*, que tal começarmos a jogar?

Você pode usar um baralho convencional de 52 cartas que tiver em casa e simular as jogadas com seus familiares, amigos ou até mesmo sozinho. É um bom momento para reunir a família e amigos e ao mesmo tempo praticar um pouco deste jogo, o que acham?

Caso não possua um baralho em casa, você pode fazer isso por meio das tecnologias digitais, quer saber como?

Acesse o site www.Megajogos.com.br ou qualquer outro site de jogos gratuito que achar melhor, cadastre-se gratuitamente com o nome que quiser, crie uma senha qualquer e pronto, já pode começar a jogar.

Agora você pode convidar alguns amigos ou familiares e fazer uma “mesa” apenas de pessoas que você queira, então é só praticar e tentar entender a dinâmica do jogo.

Pratique bastante e entenda bem as regras do jogo, pois adiante entraremos com os cálculos probabilísticos que nos auxiliarão em nossas decisões.

Aqui deixamos dois sites como sugestão para os iniciantes:

<https://www.youtube.com/watch?v=u5OsW7OOtYc>

<https://www.youtube.com/watch?v=uV7Frd0Xgo0>

Você pode também acessar o www.youtube.com e buscar sobre assuntos e curiosidades relacionadas ao *poker* para melhorar seus conhecimentos.

PARTE II – PROBABILIDADE

4. PROBABILIDADE

É uma palavra de origem latina derivada de probare (provar ou testar), surgida na Idade Média, a partir do interesse do homem em estudar os fenômenos que envolviam jogos de azar, sendo suas primeiras teorias desenvolvidas pelos matemáticos Luca Pacioli, Girolano Cardano, Galileu Galilei e Niccolo Tartaglia, que despertaram o interesse por esse estudo através da curiosidade em descobrir o próximo número em um lançamento de dado (SILVA, 2017).

4.1 Experimento Aleatório

Todo experimento que, repetido em condições idênticas, pode apresentar diferentes resultados. A variabilidade de resultados deve-se ao acaso (IEZI, 1997).

São exemplos de experimentos aleatórios:

- Lançamento de dados e moedas;
- Resultado de um jogo de roleta;
- Número de peças defeituosas fabricadas por uma máquina.

4.2 Espaço Amostral

É o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. Existe mais de uma maneira de denotarmos esse conjunto, porém denotaremos por S (IEZI, 1997).

Um exemplo é o lançamento de dados. Joga-se um dado e observa-se o número obtido na face superior. Os resultados possíveis para esse experimento é o conjunto:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

4.3 Evento

Ferreira (2012) define o evento como um conjunto que contém os resultados de um experimento, o evento é um subconjunto do espaço amostral. Esse subconjunto pode ser nomeado com as letras maiúsculas do nosso alfabeto.

4.4 Probabilidade Clássica

Correa (2003) define a probabilidade clássica, tomando um experimento aleatório “E” e um espaço amostral “S”, e nomeando a probabilidade do evento de “A”, de P(A). A P(A) é uma função

definida em S (espaço amostral), que associa cada evento a um número real e que satisfaça aos seguintes axiomas:

$$.0 \leq P(A) \leq 1$$

$$.P(S) = 1$$

.Se A e B forem eventos mutuamente exclusivos, $A \cap B = \emptyset$, então:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

4.5 Principais Teoremas da Probabilidade

- Se \emptyset é o conjunto vazio (evento impossível), então $P(\emptyset) = 0$.
- Teorema do evento complementar: Se A^c é o complemento do evento A , então:

$$P(A^c) = 1 - P(A).$$

- Teorema da soma: Se A e B são dois eventos quaisquer, então:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Se tomássemos apenas $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, estaríamos considerando duas vezes a probabilidade da interseção.

4.6 Probabilidade de um evento num espaço equiprovável

De acordo com Correa (2003), se todos os eventos de um espaço amostral tiverem a mesma probabilidade de ocorrer, temos um espaço equiprovável. Se os “ n ” eventos são equiprováveis, a probabilidade de cada um acontecer é $\frac{1}{n}$. Isso ocorre com o baralho, no qual a chance de tirar uma carta de um naipe é igual para qualquer que seja esse naipe.

A definição da probabilidade de um evento num espaço equiprovável dá-se pelo quociente do número elementos do evento A , segundo a equação:

$$P(A) = \text{n}^\circ \text{ de casos favoráveis do evento } (A) / \text{n}^\circ \text{ total de casos} = \frac{n(A)}{n(S)}.$$

4.7 Probabilidade Condicional

Segundo Viali (2008), a probabilidade condicional ocorre quando dois eventos A e B , de um espaço amostral S , são associados a um experimento E , e $P(A) > 0$. Ou seja, probabilidade condicional é um segundo evento de um espaço amostral S , que acontece após já ter ocorrido o primeiro. Considerando o espaço amostral S e o evento A desse espaço, se tivermos outro evento B nesse espaço amostral S , essa nova probabilidade é indicada por $P(A|B)$ e nomeamos como a probabilidade condicional de B em relação a A . É definida por:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \text{ com } P(B) \neq 0 \text{ ou } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \text{ com } P(A) \neq 0.$$

4.8 Teorema do Produto

Segundo Fonseca e Martins (2006), o teorema do produto pode ser estabelecido a partir da definição da probabilidade condicional. Tomando dois eventos A e B, a probabilidade da ocorrência simultânea desses dois eventos, será igual à probabilidade de um deles pela probabilidade condicional do outro, dado o primeiro. Sendo assim:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \rightarrow P(A \cap B) = P(B) \times P(A|B) \text{ ou}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \rightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$$

4.9 Princípio Fundamental da Contagem

Considere um conjunto A com m ($m \geq 2$) elementos. Então o número r-uplas ordenadas (sequência com r elementos) formados com elementos distintos dois a dois de A é:

$$A = m \times (m-1) \times (m-2) \times \dots \times [m-(r-1)], \text{ com } r \text{ fatores (HAZZAN, 2013).}$$

4.10 Combinação

Seja M um conjunto com m elementos, isto é, $M = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$. Chamamos de combinação dos m elementos, tomados r a r, aos subconjuntos de M constituídos de r elementos.

Cálculo do número de combinações simples:

Seja $M = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ e indiquemos por $C_{m,r}$ o número de combinações dos m elementos tomados r a r. A fórmula do número de combinações é dada por:

$$C_{m,r} = \frac{m!}{r! \times (m-r)!} \text{ para todo } m, r \text{ pertencente ao conjunto dos números naturais e ainda com } r \leq m \text{ (HAZZAN, 2013).}$$

♥♠♣♦ATIVIDADES♠♣♦♥

- 1) Um baralho comum consiste de 52 cartas separadas em 4 naipes com 13 cartas de cada um. Para cada naipe, os valores das cartas são 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K e A. Um baralho comum é embaralhado. Qual é a probabilidade de que as quatro cartas do topo tenham
- valores diferentes?
 - naipes diferentes?
- 2) Extraem-se 4 cartas de um baralho com 52 cartas. Qual é a probabilidade de que 2 sejam pretas e 2 vermelhas?
- 3) Um baralho comum consiste de 52 cartas diferentes sendo 13 cartas de cada naipe. Uma pessoa retira ao acaso 13 cartas de um baralho. Calcule a probabilidade de que pelo menos um naipe esteja ausente entre as cartas selecionadas.
- 4) As cartas de um baralho são misturadas e distribuídas entre 4 jogadores de modo que cada um recebe 13 cartas. Calcule a probabilidade de que pelo menos um jogador receba todas as cartas do mesmo naipe.

PARTE III – PROBABILIDADE NO POKER

5. Calculando as combinações possíveis do Ranking das mãos de Poker

Será abordada uma explicação matemática para o *ranking* das mãos de *poker*. Serão feitos os cálculos das 10 possíveis mãos do *poker*, conforme ordem do *ranking*. Observar-se-á que quanto maior é a força da mão de *poker*, menor é o número de combinações possíveis para formá-la. Tem-se que as mãos mais fortes no *poker* têm uma menor probabilidade de serem formadas.

A seguir serão apresentados os cálculos probabilísticos para cada mão do *ranking* de *poker* conforme descrito no Artigo Ciência e Natura de 2015, com o tema A Matemática no *poker*: explorando problemas de probabilidade, por Seldomar Jeske Ehlert e Leandro Sebben Bellicanta.

1: Royal Straight Flush

São cinco cartas, do mesmo naipe, em sequência, do *dez* à *ás*. Existem 4 sequências deste tipo que são possíveis, uma para cada naipe do baralho.



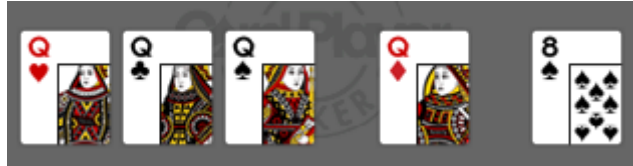
2: Straight Flush

São cinco cartas, do mesmo naipe, em sequência, exceto os *royal straight flush*. Podem ser: de ás à 5, de 2 à 6, de 3 à 7, de 4 à 8, de 5 à 9, de 6 à 10, de 7 à J, de 8 à Q, de 9 à K, ou seja, 9 sequências para cada naipe. Existem então $4 \times 9 = 36$ *straight flush*.



3: Quadra

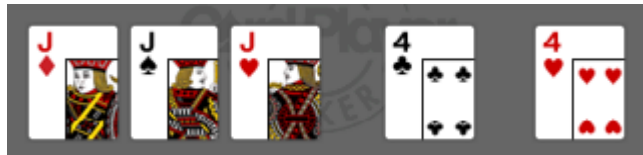
Quatro cartas com o mesmo valor, por exemplo: Q, Q, Q, Q. São 13 os valores possíveis numa quadra, de ás à K. A quinta carta pode ser qualquer outro valor dentre as 48 cartas restantes. Logo se tem $13 \times 48 = 624$ quadras diferentes.



4: Full house

Constituída por uma trinca (três cartas de mesmo valor) e um par (duas outras cartas de um mesmo valor, diferentes da trinca). A trinca é formada a partir de 3 de um conjunto de 4 cartas do mesmo valor, ou seja, $C_{4,3} = 4$ trincas possíveis de um conjunto de 13 valores diferentes possíveis. Extraindo a trinca, restam 12 valores para o par. O par é formado a partir de uma dupla de um conjunto de 4 cartas do mesmo valor, ou seja, $C_{4,2} = 6$ pares possíveis para cada um dos 12 valores restantes.

Tem-se então $4 \times 13 \times 6 \times 12 = 3744$ modos de formar um *full house*.



5: Flush

São cinco cartas do mesmo naipe, sem estar em sequência. Deve-se ter 5 cartas entre as 13 possíveis do naipe, ou seja, $C_{13,5} = 1287$ *flush* por naipe. Mas se exclui os casos em que estas 5 cartas formem um *straight flush* ou *royal straight flush*.

Logo existem $(4 \times 1287) - 36 - 4 = 5108$ combinações de 5 cartas que representam um *flush*.



6: Sequência

São cinco cartas em sequência, que não sejam todas do mesmo naipe. Estas podem ser de ás à 5 até de 10 à ás, perfazendo um total de 10 possíveis sequências, em que cada carta pode ser de qualquer um dos 4 naipes. Retira-se o número de sequências que formam um *straight flush* ou um *royal straight flush*.

Tem-se então que o número de sequências possíveis é calculado por:

$(10 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4) - 36 - 4 = 10200$ sequências possíveis.



7: Trinca

São três cartas com o mesmo valor. Há 13 valores possíveis para a trinca e cada uma delas é formada por 3 de um conjunto de 4 cartas do mesmo valor, ou seja, $C_{4,3} = 4$ possibilidades. Usam-se mais duas cartas entre as 48 cartas restantes, porém retiram-se os valores que formariam um *full house*.

Sendo assim tem-se: $13 \times 4 \times (C_{48,2} - 12 \times C_{4,2}) = 54912$ trincas possíveis.



8: Dois Pares

São duas cartas com o mesmo valor somado a outras duas cartas de mesmo valor, porém diferente das duas primeiras cartas. Existem 13 valores possíveis para se formar dois pares, ou seja, tem-se $C_{13,2} = 78$ duplas diferentes para os dois pares. Cada par é formado por duas cartas em um conjunto de 4 cartas do mesmo valor. Tem-se ainda a quinta carta, que pode ser qualquer uma entre as 52 cartas possíveis, menos as 4 da primeira dupla e menos as outras 4 da segunda dupla, perfazendo então 44 cartas restantes.

O número de combinações possíveis para dois pares é então:

$78 \times C_{4,2} \times C_{4,2} \times 44 = 123552$ casos possíveis.



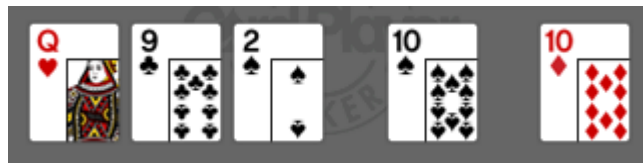
9: Um Par

No jogo existe apenas um par e as outras três cartas devem ser diferentes do par e diferente entre si. Cada par é uma combinação de duas cartas das 4 cartas para cada um dos 13 valores

possíveis, ou seja, existe $13 \times C_{4,2} = 78$ pares diferentes. Restam-se 3 cartas de valor diferente do par e diferentes entre si. Para a terceira carta não coincidir com o par existe 48 possibilidades. Para a quarta e quinta cartas não coincidirem com as anteriores e entre si existem, respectivamente, 44 e 40 possibilidades. Como a ordem destas cartas não difere o jogo pela sua ordem, será dividido o resultado então pela permutação das 3 cartas.

Então se tem que a quantidade de combinações para se formar um par é dada por:

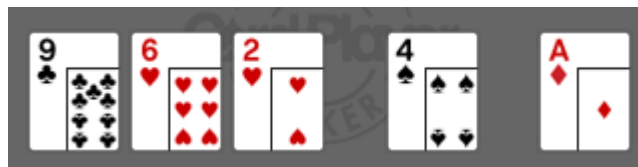
$$\frac{78 \times 48 \times 44 \times 40}{3!} = 1098240 \text{ casos para se formar um par.}$$



10: Carta Alta

Quando nenhuma das opções anteriores é satisfeita. O número total de combinações de 5 cartas para um baralho de *poker* é dado por $C_{52,5} = 2598960$ mãos possíveis. Para calcular o número de mãos que representam carta alta, deve-se retirar deste valor encontrado, todos os valores calculados anteriormente. Com isso a quantidade de mãos que perfazem um jogo de carta alta é dada por:

$$2598960 - (4 + 36 + 624 + 3744 + 5108 + 10200 + 54912 + 123552 + 1098240) = 1302540 \text{ casos possíveis.}$$



♥♠♣♦ATIVIDADES♠♣♦♥

1. Supondo um jogo de *poker*, na modalidade *Texas Hold'em*, responda qual é o número de combinação possível de sair:

- a) Uma trinca de 3? E uma trinca de K? Faça uma análise entre as duas respostas encontradas.
- b) Uma sequência, de 9 a K?
- c) Um *straight flush* do naipe de copas?
- d) Dois pares, sendo um par de 5 e o outro de 7?
- e) Um par de 8?
- f) Um *flush* de espadas?

2. Suponha que um jogador possua em sua mão um par de 9. Qual a probabilidade de completar ao menos uma trinca de 9?

3. Um jogador possui em sua mão as cartas 5 e 9 de paus. Qual a probabilidade deste jogador formar um *flush*?

4. Qual a probabilidade de um jogador receber, em sua mão, um par de 2? E a de receber qualquer par?

5. Qual a probabilidade de um jogador receber, em sua mão, duas cartas de ouros? E a de receber um K e J?

6. Um jogador possui em sua mão duas cartas de espadas, então qual a probabilidade de abrir mais três cartas de espadas logo no *flop*?

7. Um jogador possui em sua mão dois ases, após a abertura do *flop*, foi visto que não havia nenhum ás. Com base nestas informações, qual a chance de sair um ás no *turn* ou no *river*?

Parte IV – Analisando a partida

6. OUTS

São as cartas que melhoram a sua mão e te dão, provavelmente, o melhor jogo. O primeiro ponto para definir a jogada mais lucrativa é saber quantos *outs* você possui, tarefa simples, mas que exige atenção. Suponha que você tenha em mãos J e 10 de copas e que o *flop* abra A, 7, 2, com duas destas cartas de copas (GRILO, 2020).



Fonte: <https://www.cardplayer.com/poker-tools/odds-calculator/texas-holdem>

Então analisando esta jogada, quantos *outs* você teria para melhorar a sua mão? Considerando que são 52 cartas no baralho, cada naipe tem 13 cartas e 4 destas de copas já estão abertas, com isso você terá 9 cartas para completar seu *flush*, sendo assim, estes são os seus *outs*.

Parece bem fácil analisar o número de *outs*, porém é necessário tomar cuidado com algumas situações. Voltando à mão anterior, se o *flop* fosse 8, 9, 2, com duas cartas de copas, você passa então a ter 17 *outs*, sendo 9 *outs* para o *flush* e 8 *outs* para o *straight*, correto?



Fonte: <https://www.cardplayer.com/poker-tools/odds-calculator/texas-holdem>

Negativo, pois nesse caso, o sete e a dama de copas estão sendo contados duas vezes, então o número correto é 15 *outs*.

Também é importante lembrar-se de descontar os *outs* que melhorariam a sua mão, mas poderiam dar ao oponente um jogo ainda melhor. Usando ainda o exemplo anterior, se o *flop* fosse 8, 9, 2, com duas cartas de paus em vez de copas, seria prudente descartar o sete e a dama de paus como *outs*, pois poderiam dar um *flush* ao adversário.

6.1 Esperança Matemática para avaliação do jogo de poker

O valor esperado, também chamado esperança matemática, de uma variável aleatória é a soma do produto de cada probabilidade de saída da experiência pelo seu respectivo valor. Isto é, representa o valor médio "esperado" de uma experiência se ela for repetida muitas vezes (WIKIPÉDIA, 2020).

No *poker*, em particular, um jogador que utiliza bem deste conceito obtém, em longo prazo, um lucro garantido. Por isso, é a esperança matemática que norteia a tomada de decisões de um jogador profissional, a cada rodada (SKLANSKY, 1989).

Iremos agora analisar algumas situações prováveis numa mesa de *poker*, na modalidade *No Limit Texas Hold'em*. Para efetuar o cálculo da esperança matemática, numa situação real do jogo, precisamos considerar o número de cartas favoráveis à vitória (*outs*), o valor acumulado no pote e o valor a apostar. Adaptando a expressão de esperança matemática ao *poker*, temos:

$$E(x) = P(x) \times t - [1 - P(x)] \times a, \text{ onde:}$$

$P(x)$ é a probabilidade de vencer ou melhorar a mão;

t é o total acumulado no pote;

$1-P(x)$ a probabilidade de perder a mão; e

a é o valor da sua aposta.

Para obter um bom resultado é necessário que essa esperança matemática seja sempre positiva, isto é, $E(x) > 0$. O que significa que:

$$E(x) > 0 \rightarrow P(x) \times t - [1 - P(x)] \times a > 0, \text{ o que implica em:}$$

$$P(x) \times t > [1-P(x)] \times a \rightarrow a < \frac{P(x) \times t}{1-P(x)}$$

Como $P(x) = \frac{f}{c}$, onde f é o número de cartas não reveladas favoráveis à sua vitória e c é o número total de cartas ainda não reveladas, segue que:

$$a < \frac{f}{c \times t} / 1 - \frac{f}{c} \rightarrow a < \frac{f \times t}{c} / \frac{c-f}{c} \rightarrow a < \frac{f \times t}{c-f}$$

Exemplos resolvidos

Exemplo 1

Calcula-se a probabilidade entre dois jogadores, em uma das mãos, de um torneio de *poker*.

Considere uma jogada disputada pelos jogadores A e B, ainda com a abertura da última carta, ou seja, do *river*. Qual é a probabilidade de vitória para cada jogador nesta situação?



Fonte: <https://www.cardplayer.com/poker-tools/odds-calculator/texas-holdem>

No momento da abertura do *turn*, cada jogador tem um par, porém o jogador B está vencendo pelos critérios de desempate porque tem o maior par. As possibilidades de vitória do jogador A baseiam-se em completar um segundo par (par de ases), uma trinca de dois ou completar o *flush* de copas. Assim o jogador A precisa de um ás, ou de um dois ou de uma carta do naipe de copas no *river*, para então vencer. Quaisquer cartas diferentes dessas são favoráveis ao jogador B.

Ainda há três ases, duas cartas dois e nove cartas do naipe de copas, totalizando 14 *outs*, entre as 44 cartas restantes. Logo, a probabilidade de vitória do jogador A é $P = \frac{14}{44} \approx 31,82\%$.

Conseqüentemente, a probabilidade do jogador B vencer é:

$$P = \frac{30}{44} \approx 68,18\% \text{ ou } P \approx 100\% - 31,82\% \approx 68,18\%.$$

Exemplo 2

Faremos a probabilidade entre três jogadores, em uma suposta mão, de um torneio de *poker*.

Vamos calcular a probabilidade de vitória para o jogador A, jogador B e jogador C em uma das mãos que pode ter acontecido em um torneio de *poker*.



Fonte: <https://www.cardplayer.com/poker-tools/odds-calculator/texas-holdem>

Temos até o momento da abertura do *turn* que o jogador A está vencendo a mão com uma trinca de quatro. O jogador B tem apenas um par, porém possui dois extremos para uma sequência. O jogador C tem dois pares, ainda com possibilidade de completar um *flush* ou um *full house*.

O jogador B necessita de um três ou de um oito para completar a sequência, porém não pode ser do naipe de ouros, pois dessa forma o jogador C completaria seu *flush*, que venceria da sequência. Com um nove o jogador B completaria uma trinca, porém não serve, pois assim o jogador A completaria um *full house*. Portanto, o jogador B tem três cartas três e três cartas oito que são favoráveis entre as 42 cartas restantes. Assim, a probabilidade vitória de B é: $P = \frac{6}{42} = 14,29\%$.

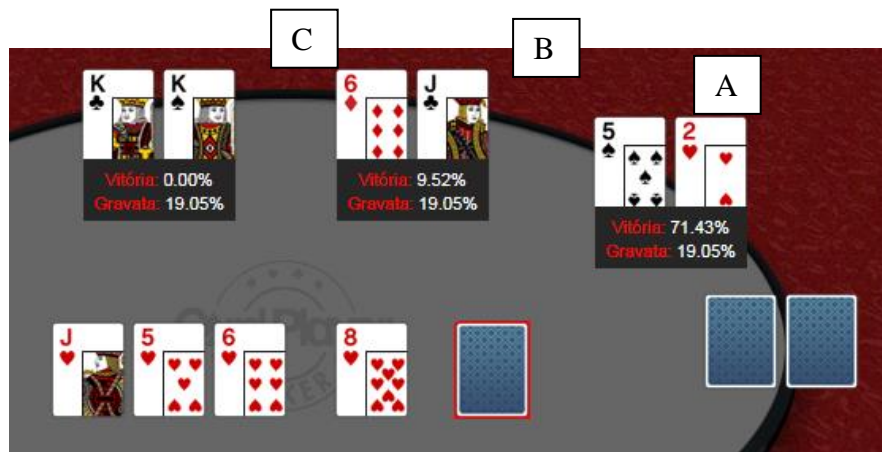
O jogador C pode vencer a mão com um *flush* de ouros ou um *full house* formado por uma trinca de cinco mais um par de setes ou uma trinca de setes mais um par de cinco.

Se abrir um cinco ou um sete no *river*, o jogador A e o jogador C completariam *full house*, porém qualquer uma das duas cartas que abrir favorece o jogador C, pois pelos critérios de desempate do *full house*, a trinca do jogador C é maior do que a trinca do jogador A. Já uma carta quatro favorece o jogador A, pois assim ele forma uma quadra de quatro. Portanto o jogador C tem 9 cartas de ouros, duas cartas cinco e duas cartas sete que o fazem vencer a mão, totalizando 13 *outs*.

Então a probabilidade é $P = \frac{13}{42} \approx 30,95\%$. O restante das cartas é favorável ao jogador A, ou seja, 23 das 42 cartas restantes. Dessa forma a probabilidade de vitória de A é: $P = \frac{23}{42} \approx 54,76\%$.

Exemplo 3

Vamos calcular a probabilidade entre três jogadores, em uma suposta mão de um torneio de *poker*, sendo a probabilidade de vitória para o jogador A, jogador B e jogador C em uma das mãos de um torneio de *poker*.



Fonte: <https://www.cardplayer.com/poker-tools/odds-calculator/texas-holdem>

Nessa mão o jogador C está vencendo com um *flush* do naipe de copas. O jogador B possui dois pares, com a possibilidade de completar um *flush*, caso abra mais uma carta de copas, e ainda um *full house*, caso abra mais um valete ou um seis.

O jogador A tem a possibilidade de completar um *flush* de copas, caso abra mais uma carta de copas. Caso abra uma carta do naipe de copas no *river*, os três jogadores fazem *flush* e acabam empatando a mão, até nos critérios de desempate, pois o dois de copas do jogador C não é usado, já que são utilizadas as cinco maiores cartas de copas, que são exatamente as cartas comunitárias. Nesse caso, o pote de fichas apostado é dividido igualmente entre os três jogadores. Como ainda há 8 cartas de copas, a probabilidade da mão terminar triplamente empatada é: $P = \frac{8}{42} = 19,05\%$.

Além de o empate ser favorável, o resultado ideal ao jogador B é completar o *full house*. Para isso, ele precisa que uma das duas cartas seis ou um dos dois valetes virem no *river*. Dessa forma, a probabilidade desse evento ocorrer é: $P = \frac{4}{42} = 9,52\%$.

O jogador A não tem nenhuma chance de ganhar sozinho, somente o empate lhe é favorável.

Demais resultados são favoráveis ao jogador C. Como há 8 cartas que geram empate e 4 cartas úteis ao jogador B, sobram 30 cartas que fazem o jogador C vencer, sem precisar dividir o pote das fichas. Dessa forma, a probabilidade do jogador C vencer sozinho a mão é: $P = \frac{30}{42} \approx 71,43\%$.

Exemplo 4

Agora a probabilidade entre quatro jogadores, em uma suposta mão de um torneio de *poker*.

Vejam agora uma situação com os jogadores A, B, C e D em uma das mãos de um torneio de *poker*. Calcularemos a probabilidade de vitória de cada um dos jogadores.



Fonte: <https://www.cardplayer.com/poker-tools/odds-calculator/texas-holdem>

Os jogadores A, B e C possuem um par cada. Pelos critérios de desempate, o jogador A está vencendo até o momento. O jogador B depende exclusivamente de um dois para formar uma trinca e vencer a mão. A carta ás não serve, pois o jogador D faria uma sequência. Como há duas cartas favoráveis entre as 40 restantes, a probabilidade do jogador B vencer a mão é:

$$P = \frac{2}{40} = 5\%.$$

O jogador D fará uma sequência, se o *river* vier um nove ou um ás. Ainda há três cartas de cada valor no baralho. Um rei, diferente do naipe de paus, também serve, pois dessa forma venceria a mão com o maior par. Existem dois reis no baralho que são favoráveis. Portanto a probabilidade de vencer a mão do jogador D é:

$$P = \frac{8}{40} = 20\%.$$

O jogador C está na expectativa de três mãos. Completar uma trinca de oito, formar uma sequência de oito à dama ou fazer um *flush* de paus. Entre as 40 cartas restantes, há dois oito, três dez para a sequência e sete cartas do naipe de paus para o *flush*, totalizando 12 *outs*. Assim, a probabilidade do jogador C vencer a mão é:

$$P = \frac{12}{40} = 30\%.$$

As demais cartas são favoráveis ao jogador A. Portanto a probabilidade deste jogador vencer é:

$$P = \frac{18}{40} = 45\%.$$

♥♠♣♦ATIVIDADES♠♣♦♥

Exercício 1:

Seja uma partida de *poker*, onde os jogadores com nomes fictícios, já conheçam os cálculos de probabilidade de chance de vitória de cada um, bem como a chance de empate entre eles. Onde se tem a letra B, temos o jogador que se encontra na posição de Botão. As letras SB e BB significam, respectivamente, *small blind* e *big blind*.

A figura abaixo ilustra o enunciado acima. Com base nestas informações, demonstre os valores que se encontram em forma de porcentagem, com chance de vitória e empate, de cada jogador, após a abertura do *flop*, ou seja, das três cartas comunitárias.

Calculadora de Probabilidades do Texas Hold'em Poker



Fonte: <https://www.cardplayer.com/poker-tools/odds-calculator/texas-holdem>

Exercício 2:

Demonstre, conforme exercício ANTERIOR, as chances de vitória de cada jogador, após o *turn*, ou seja, com a abertura da quarta carta comunitária, de acordo com a figura abaixo.



Fonte: <https://www.cardplayer.com/poker-tools/odds-calculator/texas-holdem>

Questionário

Questionário aos alunos participantes da interatividade dos jogos de poker como auxílio na aprendizagem de probabilidade

1) Como avalia as regras do jogo de *poker*?

- Fáceis de entender.
- De média complexidade, mas entendíveis.
- Complicadas e confusas.
- Difíceis de entender e executar.
- Não há como jogar sem o auxílio do desenvolvedor.

2) Avalie a importância do jogo de *poker* na aplicação dos conteúdos de probabilidade:

- Muito importante.
- Importante.
- Pouco importante.
- Sem importância alguma.

3) Em qual momento do jogo de *poker* poderia ser aplicado durante as aulas de matemática?

- Não recomendo seu uso em sala de aula.
- Como processo de avaliação do conteúdo.
- Como revisão de conteúdo.
- Como introdução ao conteúdo.
- Como atividade de aplicação do conteúdo.

4) O jogo de *poker* ajudou a aprender ou melhorar seus conceitos de probabilidade?

- Sim
- Não

Por quê? _____

5) Houve alguma dificuldade em jogar?

<input type="checkbox"/>	Sim
<input type="checkbox"/>	Não

Se Sim, quais as maiores dificuldades enfrentadas? _____

6) Sentiu-se motivado, após jogar a primeira vez, em jogar novamente?

<input type="checkbox"/>	Sim
<input type="checkbox"/>	Não

7) Quais motivos poderiam citar como motivação ou desmotivação de jogar novamente?

8) Elenque um ponto positivo e um ponto negativo do jogo de *poker* para auxiliar no aprendizado de probabilidades.

Ponto Positivo: _____

Ponto Negativo: _____

9) Cite uma recomendação para mudar a forma como foi apresentado o jogo de *poker* e suas aplicabilidades em probabilidades.

Agradecemos sua participação

São João Del-Rei, _____ de _____ de 2020.

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARRUDA, R. F. de **A legalidade dos jogos de baralho poker**. 2016. Disponível em: <<https://www.ricardofatore.jusbrasil.com.br/artigos/317118666/a-legalidade-dos-jogos-de-baralho-poker?ref=serp>>. Acesso em: 22 jul. 2020.

CARVALHO, T. M. A Teoria dos Jogos e sua Aplicação à Economia. **Revista Brasileira de Economia**, v. 11, n. 2, p. 17-37, 1957.

CORREA, S.M.B.B. **Probabilidade e estatística**. 2003. 116 p.

PUC Minas Virtual – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2003.

EHLERT S. J. ; BELLICANTA L. S. **A matemática no poker: explorando problemas de probabilidade**. 2015. p. 265–277.

Revista do Centro de Ciências Naturais e Exatas da Universidade Federal de Santa Maria - Ciência e Natura, Santa Maria, 2015.

FERREIRA, P. M. **Estatística e Probabilidade**. 2012. 210 p.

Licenciatura em Matemática – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2012.

FONSECA, J. S.; MARTINS, G. A. **Curso de Estatística**. 6. ed. São Paulo. Atlas, 2006.285 p.

FREITAS, F. M.; SILVEIRA, D. N. OS JOGOS DE AZAR E O ENSINO DE PROBABILIDADE E ANALISE COMBINATÓRIA. **Pesquisa em Ação Trilhando Caminhos em Educação**, p. 39. 2018

GRANDO, R. C. **O jogo na educação: aspectos didático-metodológicos do jogo na educação matemática**. Unicamp, 2001. Acesso em: 18 mai. 2008.

GOOGLEMEET. [Site Institucional]. Disponível em: <<https://www.apps.google.com/meet/>>. Acesso em: 10 mai. 2020.

GRILO, G. **Pagar ou não pagar? Entenda outs e pot odds e resolva a questão.** 2016. Disponível em: <<https://www.superpoker.com.br/poker/pagar-ou-nao-pagar-entenda-outs-e-pot-odds-e-resolva-a-questao/>>. Acesso em: 9 mai. 2020.

HAZZAN, S. **Fundamentos de Matemática Elementar 5: Combinatória e Probabilidade.** 8. ed. São Paulo. Atual, 2013. 149 p.

IEZI, G. **Matemática.** Volume Único. São Paulo. Atual, 1997. 651 p.

MARCELO, A.; PESCUITE, J. C. **Design de Jogos: Fundamentos.** 1. ed. São Paulo. Brasport, 2009. 188 p.

MEGAJOGOS. [Site Institucional]. Disponível em: <<https://www.megajogos.com.br>>. Acesso em: 10 mai. 2020.

SILVA, M. I. B. Ensinando probabilidade explorando as loterias. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática.** 2017. v. 4, n. 10, p. 36-47.

SKLANSKY, D. **The theory of poker: a professional poker player teaches you how to think like one.** [S.1]: two plus two, 1989.

VIALI, L. Algumas considerações sobre a origem da teoria da Probabilidade. **Revista Brasileira de História da Matemática.** 2008. v. 8, n. 16, p. 143-153.

WIKIPÉDIA. **Jogo de azar.** 2020. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Jogo_de_azar>. Acesso em: 16 mai. 2020.

WIKIPÉDIA. **Poker.** 2020. Disponível em: <<https://pt.wikipedia.org/wiki/Poker>>. Acesso em: 11 mai. 2020.

WIKIPÉDIA, **Valor esperado.** 2020. Disponível em: <[https://pt.wikipedia.org/wiki/valor_esperado#:~:text=em%20estat%20c3%adstica%2c%20em%20teoria%20das,experi%20c3%aancia%20pelo%20seu%20respectivo%20valor.](https://pt.wikipedia.org/wiki/Valor_esperado#:~:text=em%20estat%20c3%adstica%2c%20em%20teoria%20das,experi%20c3%aancia%20pelo%20seu%20respectivo%20valor.)>. Acesso em: 14 mai. 2020.