

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação

**Utilizando poliminós como recurso didático na resolução de situações-problemas diversas**

**Aline Nunes de Oliveira Machado dos Santos**

Dissertação de Mestrado do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)



SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO ICMC-USP

Data de Depósito:

Assinatura: \_\_\_\_\_

**Aline Nunes de Oliveira Machado dos Santos**

## Utilizando poliminós como recurso didático na resolução de situações-problemas diversas

Dissertação apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC-USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestra em Ciências – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. *VERSÃO REVISADA*

Área de Concentração: Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Orientadora: Profa. Dra. Ires Dias

**USP – São Carlos**  
**Setembro de 2020**

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Achille Bassi  
e Seção Técnica de Informática, ICMC/USP,  
com os dados inseridos pelo(a) autor(a)

D722u Dos Santos, Aline Nunes de Oliveira Machado  
Utilizando Poliminós Na Resolução de Situações-  
Problemas Diversas / Aline Nunes de Oliveira  
Machado Dos Santos; orientador Ires Dias. -- São  
Carlos, 2020.  
64 p.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação  
em Mestrado Profissional em Matemática em Rede  
Nacional) -- Instituto de Ciências Matemáticas e de  
Computação, Universidade de São Paulo, 2020.

1. Jogos. 2. Tabuleiros. 3. Poliminós. 4.  
Pentaminós. 5. Situações-Problemas. I. Dias, Ires,  
orient. II. Título.

**Aline Nunes de Oliveira Machado dos Santos**

Using polyominoes as a didactic resource in solving different  
problem-situations

Master dissertation submitted to the Institute of Mathematics and Computer Sciences – ICMC-USP, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Mathematics Professional Master's Program. *FINAL VERSION*

Concentration Area: Professional Master Degree Program in Mathematics in National Network

Advisor: Profa. Dra. Ires Dias

**USP – São Carlos**  
**September 2020**



*Dedico este trabalho ao meu marido Francisco, à minha filha Maria Cecília, à minha avó Dulce Gonçalves de Oliveira ("Vó Dirce", em memória), à minha irmã Alessandra, ao meu sobrinho Miguel e à minha amiga Carolina Cabrera.*





# AGRADECIMENTOS

---

---

Agradeço em primeiro lugar a Deus, que me presenteou com o dom da vida e à intercessão da Santíssima Virgem Maria, sob o título de Nossa Senhora da Conceição Aparecida, por me valer nas horas mais difíceis de minha vida. Aos meus pais Antônio e Ivone por acreditarem em mim e por terem me ensinado a ser uma mulher de bem. Ao grande amor da minha vida, meu marido Francisco, por todo apoio e compreensão e à minha filha Maria Cecília, por ser a força motriz que impulsiona minha vida. À minha sogra Jacira por ter me ajudado no período em que cursei as disciplinas do mestrado. Aos meus colegas de trabalho, professores Aílton e Cristiane por todo incentivo e por acreditarem em mim. Aos professores do mestrado: Ires, Hermano, Regilene, Roberta, Frasson e Didi por todo conteúdo transmitido e pelas lições que levarei para sempre em meu coração. A todos os meus colegas de turma: Daniel, Jullymari, Juliana, Cássia, Cairo, Romão, Samuel, Renato, Alexandre e Matheus por todo apoio e colaboração. À minha orientadora Ires Dias por toda paciência e profissionalismo. Aos meus alunos do nono ano (turma de 2019) por terem realizado as atividades da minha pesquisa com dedicação e carinho. À banca examinadora por todas as contribuições que foram essenciais para a versão final deste trabalho. À CAPES pelo apoio financeiro - sem esse apoio não teria conseguido chegar até aqui.



*“Faça o teu melhor na condição que você tem, enquanto você não tem condições melhores para  
fazer melhor ainda!”*

*Mário Sérgio Cortella.*



# RESUMO

SANTOS, A.N.O.M. **Utilizando poliminós como recurso didático na resolução de situações-problemas diversas** . 2020. 64 p. Dissertação (Mestrado em Ciências – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2020.

Esta pesquisa tem três finalidades: a primeira é fazer uma abordagem histórica sobre a origem dos jogos de tabuleiro desde a antiguidade até os dias atuais. A segunda é descrever um interessante jogo de tabuleiro que vem sendo objeto de várias pesquisas em se tratando de novos métodos no ensino da matemática: os poliminós. A terceira, por fim, é aplicar algumas atividades elaboradas dentro da pesquisa bem como outras já existentes.

**Palavras-chave:** Jogos, Tabuleiros, Poliminós, Pentaminós, Situações-Problemas.



# ABSTRACT

SANTOS, A.N.O.M. **Using polyominoes as a didactic resource in solving different problem-situations**. 2020. 64 p. Dissertação (Mestrado em Ciências – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2020.

This research has three purposes: the first is to take a historical approach to the origin of board games from ancient times to the present day. The second is to describe an interesting board game that has been the subject of several researches when it comes to new methods in the teaching of mathematics: polyominoes. The third finally, is to apply some activities developed within the research as well as others that already exist.

**Keywords:** Games, Boards, Polyominoes, Pentominoes, Problem-Situations.





# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

---

---

Figura 1 – Tabuleiro com o jogo de Ur, com as peças e os dados. . . . .	24
Figura 2 – Jogo de Senet . . . . .	25
Figura 3 – Tabuleiro do jogo de Gamão . . . . .	26
Figura 4 – Tabuleiro de xadrez . . . . .	28
Figura 5 – Nomenclatura e formato das peças do xadrez . . . . .	28
Figura 6 – Tabuleiro de xadrez . . . . .	30
Figura 7 – Tabuleiro do banco imobiliário . . . . .	31
Figura 8 – Monominó . . . . .	34
Figura 9 – Dominó . . . . .	34
Figura 10 – Triminós . . . . .	35
Figura 11 – Tretraminós . . . . .	35
Figura 12 – Pentaminós . . . . .	36
Figura 13 – Os pentaminós e as letras do alfabeto . . . . .	37
Figura 14 – 32 dominós dispostos em um tabuleiro 8x8. . . . .	39
Figura 15 – Tabuleiro . . . . .	39
Figura 16 – Peças a serem utilizadas . . . . .	40
Figura 17 – Peça a ser utilizada . . . . .	40
Figura 18 – Tabuleiro com uma solução . . . . .	41
Figura 19 – Tabuleiro com triminós e 1 monominó . . . . .	41
Figura 20 – Tabuleiro sugerindo uma solução . . . . .	42
Figura 21 – Tabuleiro sugerindo uma solução . . . . .	42
Figura 22 – Retângulo 6x10 preenchido com os doze pentaminós . . . . .	43
Figura 23 – Retângulo 5x12 preenchido com os doze pentaminós . . . . .	43
Figura 24 – Retângulo 4x15 preenchido com os doze pentaminós. . . . .	43
Figura 25 – Retângulo 3x20 preenchido com os doze pentaminós. . . . .	44
Figura 26 – Solução do exemplo 5 . . . . .	44
Figura 27 – Tabuleiro Utilizado . . . . .	46
Figura 28 – Tabuleiro com todas as peças . . . . .	46
Figura 29 – Monominós, dominós e triminós . . . . .	46
Figura 30 – Todos os pentaminós . . . . .	46
Figura 31 – Folha de atividades proposta para os alunos. . . . .	47

Figura 32 – Autorização. . . . .	48
Figura 33 – Solução encontrada pelo grupo 1. . . . .	51
Figura 34 – Solução encontrada pelo grupo 2. . . . .	51
Figura 35 – Solução encontrada pelo grupo 3. . . . .	51
Figura 36 – Solução encontrada pelo grupo 4. . . . .	51
Figura 37 – Solução encontrada pelo grupo 1. . . . .	53
Figura 38 – Solução encontrada pelo grupo 2. . . . .	53
Figura 39 – Solução encontrada pelo grupo 3. . . . .	53
Figura 40 – Solução encontrada pelo grupo 4. . . . .	53
Figura 41 – Solução encontrada pelo grupo 1. . . . .	54
Figura 42 – Solução encontrada pelo grupo 2. . . . .	54
Figura 43 – Solução encontrada pelo grupo 3. . . . .	54
Figura 44 – Solução encontrada pelo grupo 4. . . . .	54
Figura 45 – Solução encontrada pelo grupo 1. . . . .	55
Figura 46 – Solução encontrada pelo grupo 1. . . . .	55
Figura 47 – Solução encontrada pelo grupo 3. . . . .	56
Figura 48 – Solução encontrada pelo grupo 3. . . . .	56
Figura 49 – Solução encontrada pelo grupo 1. . . . .	56
Figura 50 – Solução encontrada pelo grupo 1. . . . .	56
Figura 51 – Solução encontrada pelo grupo 3. . . . .	57
Figura 52 – Solução encontrada pelo grupo 3. . . . .	57
Figura 53 – Solução encontrada pelo grupo 1. . . . .	58
Figura 54 – Solução encontrada pelo grupo 1. . . . .	58
Figura 55 – Solução encontrada pelo grupo 3. . . . .	58
Figura 56 – Solução encontrada pelo grupo 3. . . . .	58
Figura 57 – Solução encontrada pelo grupo 1. . . . .	59
Figura 58 – Solução encontrada pelo grupo 1. . . . .	59

# SUMÁRIO

---

---

1	INTRODUÇÃO	19
2	OS JOGOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UM RECURSO DIDÁTICO	21
2.1	História dos Principais Jogos de Tabuleiro	22
2.1.1	<i>Jogo Real de Ur</i>	23
2.1.2	<i>O Jogo de Senat ou Senet</i>	24
2.1.3	<i>Gamão</i>	25
2.1.4	<i>Jogo de Xadrez</i>	27
2.1.5	<i>Jogos de Tabuleiros Modernos</i>	30
3	POLIMINÓS: DEFINIÇÃO, EXEMPLOS E APLICAÇÕES	33
3.1	Monominó	34
3.2	Dominós	34
3.3	Triminós	35
3.4	Tetraminós	35
3.5	Pentaminós	36
3.6	Exemplos de Situações-Problemas Envolvendo Poliminós.	38
3.6.1	<i>Exemplo 1</i>	38
3.6.2	<i>Exemplo 2</i>	39
3.6.3	<i>Exemplo 3</i>	41
3.6.4	<i>Exemplo 4</i>	43
3.6.5	<i>Exemplo 5</i>	44
4	APLICAÇÃO DE ALGUMAS ATIVIDADES USANDO POLIMINÓS EM UMA TURMA DO NONO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	45
4.1	Resolução das Atividades Propostas – Soluções Apresentadas Pelos Grupos.	50
4.1.1	<i>Atividade 1</i>	50
4.1.2	<i>Atividade 2</i>	52
4.1.3	<i>Atividade 3</i>	54
4.1.4	<i>Atividade 4</i>	55

4.1.4.1	<i>Representação dos Retângulos 6x10</i>	55
4.1.4.2	<i>Representação dos Retângulos 5x12</i>	56
<b>4.1.5</b>	<b><i>Atividade 5</i></b>	<b>57</b>
<b>4.1.6</b>	<b><i>Atividade 6</i></b>	<b>58</b>
<b>4.1.7</b>	<b><i>Atividade 7</i></b>	<b>60</b>
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>61</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>63</b>

---

## INTRODUÇÃO

---

Sou professora da Educação Básica há 18 anos. De 1999 a 2002 fiz Licenciatura Plena em Matemática com Habilitação em Física na UNESP de Bauru. Em 2002, quando estava no último ano de faculdade, comecei a lecionar como professora eventual na rede pública estadual de ensino. No ano de 2005, efetivei-me nessa mesma rede onde atuo até hoje. Já trabalhei nas redes particular e municipal de ensino. Atualmente leciono em uma escola de Programa de Ensino Integral.

A cada dia na sala de aula, deparamo-nos com situações em que os alunos fazem os famosos questionamentos: "para que precisamos aprender isso?" ou ainda: "eu não vou usar isso para nada!". Essas e outras perguntas do mesmo gênero que os alunos me fizeram, ao longo de minha jornada profissional, levaram-me a questionar minhas práticas pedagógicas, metodologias, etc. Percebi que deveria levar meu aluno a compreender que o conhecimento transmitido no ambiente escolar têm a sua importância dentro da sociedade.

Um dos maiores desafios dos professores de matemática, na atualidade, é o ensino de conceitos que, antes eram desenvolvidos de forma tradicional em que o aluno, muitas vezes, era um espectador passivo. Atualmente com a cultura digital nós, professores da educação básica, deparamo-nos com alunos, muitas vezes, apáticos em relação aos conteúdos escolares. Para muitos estudantes a matemática é algo distante de suas vidas, de sua realidade. É dentro deste contexto que temos que ensinar conteúdos matemáticos importantes, como geometria plana, trigonometria, álgebra, funções, probabilidade, estatística, análise combinatória. E o que devemos fazer enquanto professores? Quais metodologias devemos adotar? Será que ainda exercemos um modelo de escola do século XIX em pleno século XXI? Pensando nessas e em outras questões que busquei o PROFMAT. Ao longo dos dois anos, em que cursei as disciplinas deste Mestrado, pude perceber o quanto deveria aprender para ensinar e o que eu poderia fazer pelos meus alunos.

Essa preocupação com o ensino da matemática e o comportamento dos alunos em relação

a ela foi percebida desde 1990 por [Fiorentini e al. \(1990\)](#)

As dificuldades encontradas por alunos e professores no processo ensino aprendizagem da matemática são muitas e conhecidas. Por um lado, o aluno não consegue entender a matemática que a escola lhe ensina, muitas vezes é reprovado nesta disciplina, ou então, mesmo que aprovado, sente dificuldades em utilizar o conhecimento 'adquirido', em síntese, não consegue efetivamente ter acesso a esse saber de fundamental importância. ([FIORENTINI; AL., 1990](#))

Ainda o mesmo autor [Fiorentini e al. \(1990\)](#) descrevem a angústia que sentimos, enquanto professores ao percebermos, muitas vezes, que nossos alunos não estão entendendo “nada” ou “quase nada” do que estamos ensinando:

O professor, por outro lado, consciente de que não consegue alcançar resultados satisfatórios junto a seus alunos e tendo dificuldades de, por si só, repensar satisfatoriamente seu fazer pedagógico procura novos elementos - muitas vezes, meras receitas de como ensinar determinados conteúdos - que, acredita, possam melhorar este quadro.[...] ([FIORENTINI; AL., 1990](#))

Quando conversei pela primeira vez com minha orientadora, ela sugeriu que eu poderia fazer um trabalho de pesquisa utilizando algum jogo “matemático”. Ao me apresentar os temas dentro deste assunto, os Poliminós chamaram minha atenção, pois eu já conhecia esse recurso didático superficialmente e poderia aprofundar esse aspecto. A partir de reflexões sobre como aplicar novas metodologias para o ensino da matemática e também a ideia de levar um jogo para a sala de aula esta pesquisa foi destinada.

No primeiro capítulo, faço uma breve introdução sobre a pesquisa.

No segundo capítulo é apresentada a importância dos jogos como um recurso didático muito interessante e orientamo-nos pelas indicações em documentos oficiais, tais como os PCNS, a BNCC e o Novo Currículo Paulista. Ainda, no segundo capítulo, discorro sobre quatro jogos de tabuleiros antigos (Jogo Real de Ur, Jogo de Senet, Jogo do Gamão e o Jogo de Xadrez); e também faço referência a um conhecido jogo contemporâneo, o Banco Imobiliário. Relato, ainda, neste capítulo, de maneira muito breve, as principais regras de cada jogo - exceto o jogo de Senet, por não haver um consenso entre os historiadores sobre as regras desse jogo.

Já no terceiro capítulo, apresento a importância dos poliminós como um recurso didático que vem sendo muito utilizado no ensino da matemática, bem como sua origem histórica, definição e exemplos de algumas situações-problemas já existentes na literatura.

No quarto capítulo é onde estão os registros das atividades que foram aplicadas a uma turma de nono ano do ensino fundamental, em uma escola pública da rede estadual de ensino.

Finalmente, no quinto capítulo, faço minhas considerações finais.

---

## OS JOGOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UM RECURSO DIDÁTICO

---

O ensino da matemática na educação básica tem sofrido muitas mudanças ao longo dos anos. Hoje em dia, o surgimento de novas tecnologias faz com que as aulas de matemática, antes classificadas como “tradicionais” se tornem cada vez menos atrativas aos alunos. Cabe a nós, professores da educação básica, desenvolvermos novas estratégias para a abordagem dos conteúdos propostos. Uma dessas estratégias é a utilização de jogos no ensino da matemática, conforme sugere os PCNS (Parâmetros Curriculares Nacionais) de Matemática:

Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações - problemas que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (BRASIL, 1998, p.46).

Quanto ao professor quando utiliza os jogos os PCNS indicam que:

As atividades de jogos permitem ao professor analisar e avaliar os seguintes aspectos: - compreensão: facilidade para entender o processo do jogo assim como o autocontrole e o respeito a si próprio; - facilidade: possibilidade de construir uma estratégia vencedora; - de descrição: capacidade de comunicar o procedimento seguido e da maneira de atuar; - estratégia utilizada: capacidade de comparar com as previsões ou hipóteses. (BRASIL, 1998, p.47).

Quanto às estratégias para a resolução de problemas, o Currículo Paulista aponta que:

Se a resolução de problemas for associada à utilização das tecnologias, materiais manipuláveis e jogos, então amplia-se o potencial do desenvolvimento do raciocínio crítico, o estímulo à investigação, à criatividade, às descobertas, à imaginação, à intuição, trazendo para as aulas de Matemática o prazer de aprender. (SEDUC, 2019, p.314). (São Paulo, 2019, p.314)

Essas estratégias diferenciadas se enquadram dentro do conceito de recursos didáticos, que, segundo [Grando \(2015\)](#), “são modelos concretos ou não, que podem contribuir e facilitar a aprendizagem matemática dos alunos das escolas”. Dentre os materiais concretos destacamos os jogos que se diferenciam em dois aspectos: o professor pode criar um jogo com os alunos ou utilizar um já existente. Segundo [Grando \(2015\)](#):

O uso pedagógico do jogo necessita garantir suas principais características, embora a voluntariedade nem sempre seja respeitada. Acreditamos que há duas formas de se propor o uso de jogos em aulas de matemática: uma delas em que o professor, ao planejar desenvolver um determinado conteúdo, cria um jogo ou busca algum já existente, que foi criado com o objetivo de ensinar matemática (dominó das formas, da tabuada, bingo das operações, etc.); e outro em que o professor busca na atividade lúdica de seus alunos, jogos de entretenimento, que foram criados com esse fim ou ainda jogos criados para passatempo em uma determinada cultura e planeja uma ação intencional a fim de explorar, também, a matemática a partir desse jogo, uma matemática que possibilita dar sentido à estratégia do jogo. ([GRANDO, 2015](#), p.398)

[Grando \(2015\)](#) ainda aponta que, “se este último caso o jogo é considerado o “conteúdo de ensino” e o conhecimento matemático a partir do jogo possibilita ao aluno melhorar sua atuação no jogo”. Para tanto, esta pesquisa dará uma atenção especial aos jogos de tabuleiro por existirem em grande variedade e, em sua maioria, são mais fáceis de serem encontrados ou até mesmo confeccionados.

Esses jogos podem levar os estudantes a desenvolverem habilidades, tais como: pensar em diferentes estratégias, planejar uma ação, o uso do raciocínio combinatório, além de desenvolver a habilidade de trabalhar em equipe. Essa postura de cooperação com os pares faz parte de uma das competências gerais da BNCC para o ensino fundamental : “Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.” [Brasil \(2019, p.10\)](#)

## 2.1 História dos Principais Jogos de Tabuleiro

Durante muitos séculos os jogos de tabuleiro fazem parte de muitas culturas, de diferentes povos. Segundo [Ribas e al \(2018\)](#), os jogos de tabuleiro não só eram usados para diversão como



também tinham um caráter religioso e ritualístico.

Sobre os jogos de tabuleiros na antiguidade [Ribas e al \(2018\)](#) nos indicam que:

Tais jogos nem sempre serviram apenas para lazer e diversão, mas também para fins religiosos, como oráculos ou como instrumento decisório em certas sociedades. É interessante observar como jogos de diferentes culturas e de regiões geográficas muito distantes apresentam tabuleiros e princípios de funcionamento semelhantes. Por exemplo, o Jogo-da-Onça que é dito ser o único jogo de tabuleiro “criado” pelos indígenas brasileiros, no caso específico, pela tribo Bororos, da região do Mato Grosso, tem muita semelhança com jogos encontrados na Ásia com o nome de Leopardos-e-Caçadores. Ou seja, tais jogos viajam pelo mundo, desde muito tempo, e vão sendo modificados, adaptados, aperfeiçoados, enquanto outros mais novos surgem inspirados nos já existentes. ([RIBAS; AL, 2018](#))

Para uma melhor compreensão da origem dos jogos de tabuleiro, esta pesquisa destacará os principais criados pelo homem, bem como suas regras: Jogo Real de Ur, Jogo de Senet (ou Senat), Gamão, Jogo de Xadrez e Banco Imobiliário.

### **2.1.1 Jogo Real de Ur**

Segundo [Custódio e Souza \(2019\)](#) o Jogo Real de Ur era jogado desde 2 500 a. C. na cidade da Suméria de Ur (atual Iraque) . Esse jogo é também conhecido como o Jogo dos 20 quadrados e foi descoberto em 1920 pelo arqueólogo Leonard Woolley enquanto realizava escavações no Cemitério Real de Ur.

As regras do jogo consistiam no seguinte: era usado um tabuleiro com 20 quadrados, composto por 20 peças e quatro dados; cada jogador começava com 7 peças. A finalidade principal do jogo era que, um dos jogadores movesse todas as suas sete peças ao longo do tabuleiro e para fora dele antes de seu adversário.

Para movimentar as peças, jogavam-se os quatro dados (estes em formato de pirâmide com quatro cantos). Em cada dado eram marcados dois cantos, já, os outros dois, não. Para movimentar as peças eram considerados o total de cantos marcados voltados para cima, assim sendo, cada peça do tabuleiro poderia se deslocar de 0 a 4 casas.

Figura 1 – Tabuleiro com o jogo de Ur, com as peças e os dados.



Fonte: <https://www.apaixonadosporhistoria.com.br/artigo/77/o-jogo-real-de-ur>

O tabuleiro é dividido em três partes: duas partes laterais e uma parte central. As partes laterais pertencem aos jogadores e a parte central é conhecida como zona da morte. Quando a peça do jogador está em sua área lateral ele fica a salvo, mas quando está na zona da morte a peça do adversário pode apreendê-la e colocar no mesmo espaço; ao serem capturadas, as peças são enviadas para fora do tabuleiro, onde o jogador deve reiniciar o percurso. Observando o tabuleiro, cada jogador possui 6 casas seguras e 8 casas para o combate. As regras do jogo consistiam no seguinte: não pode haver mais de uma peça num mesmo quadrado e os jogadores podem ter várias peças simultaneamente; este último não é viável, pois tendo várias peças no tabuleiro, elas podem impedir a mobilidade do jogador. Outro fato importante: um jogador não é obrigado a apreender uma peça todas as vezes que for oportuno, porém os jogadores são obrigados a movimentar uma peça sempre que possível, mesmo que esse movimento não seja favorável. Outra regra que os historiadores acreditam ser válida é que se uma peça estiver dentro de uma roseta, ela estará salva. O percurso é finalizado quando o jogador movimentar o número de quadrados restantes mais um.

Regras detalhadas do Jogo Real de Ur são encontradas em: [https://ludosofia.com.br/wp-content/uploads/2019/02/jogo\\_realdeur.pdf](https://ludosofia.com.br/wp-content/uploads/2019/02/jogo_realdeur.pdf)

### 2.1.2 O Jogo de Senat ou Senet

Outro jogo de tabuleiro que conforme [Custódio e Souza \(2019\)](#), teve origem no Antigo Egito por volta de 5 000 a. C. é o Jogo de Senat, também conhecido como Jogo da Passagem.

Sobre a descoberta do Jogo de Senat, [Custódio e Souza \(2019\)](#) nos narra o seguinte:

Na tumba do faraó Tutankâmon (1333 a 1323 a. C) foram encontrados quatro tabuleiros, um deles constituído de ébano e marfim, com peças em ouro. O 'jogo de Senat' tinha profunda ligação com a mitologia egípcia, sendo citado no 'Livro dos Mortos' e outros textos religiosos. Quando havia apenas um jogador, entendia-se que ele enfrentava o seu

próprio destino, representado pela imagem do deus dos mortos, Osíris. Se vitorioso, o jogador receberia a benção da vida eterna. Vencer o ‘jogo de Senet’ significa triunfar sobre o mal e renascer com sucesso na vida após a morte.(CUSTÓDIO; SOUZA, 2019, p.134)

Sobre a disposição do tabuleiro do Jogo de Senet, Custódio e Souza (2019) descrevem: “O tabuleiro era formado por três colunas, possuindo cada 10 a 11 casas, chamadas pelos egípcios de peru. O objetivo do jogo era mover as peças através das casas, cada uma com suas respectivas marcações e significados.” Quanto às regras do jogo de Senet, Custódio e Souza (2019) apontam que “[...] sofre com a falta de informações claras sobre a sua mecânica e regras usadas no antigo Egito”. Por esse motivo, esta pesquisa não se aprofundou em descrever as regras desse jogo.

Contudo, existem algumas regras modernas para o Jogo de Senet. Essas regras podem ser encontradas em: <https://losttoken.com.br/blog/vamos-jogar-regras-do-senet> .

Figura 2 – Jogo de Senet



Fonte:<https://www.alamy.es/juego-egipcio-antiguo-image61474160.html>

### 2.1.3 Gamão

Dentre os jogos de tabuleiro, com origem na antiguidade, também destaca-se o Gamão. Segundo Silva e al (2003) indicam que:

O Gamão teria surgido no Oriente há milhares de anos e a referência mais antiga ao jogo foi encontrada em um túmulo real da civilização sumeriana, na Mesopotâmia. Foi praticado por fenícios, egípcios e gregos, chegando ao Império Romano, onde se tornou muito popular com o nome de ludus duodecim scriptorum. Também há indicações de que os primeiros cristãos apreciavam esse jogo. Com o nome de Tábula, o Gamão difundiu-se por toda a Europa, onde fora introduzido no ano I a.C. atravessando séculos com diversas denominações, conforme o país em que era jogado.(SILVA; AL, 2003)

Ainda segundo [Silva e al \(2003\)](#):

O Gamão teria sido inventado por um sábio chamado Caflan, com base em uma simbologia cronológica: os 24 pontos representados em todo o tabuleiro equivaleriam às 24 horas do dia; os 12 pontos situados em cada uma de suas metades corresponderiam aos meses do ano e aos símbolos do zodíaco; as 30 peças seriam os 30 dias dos meses; os dois dados simbolizariam o dia e a noite e, finalmente o total 7, – soma dos valores de quaisquer lados opostos de um dado – corresponderia aos dias da semana ([SILVA; AL, 2003](#))

O tabuleiro do Gamão é formado por 24 triângulos divididos em 4 grupos com 6 triângulos cada. São distribuídas 15 peças e 2 dados para cada jogador. Para movimentar as peças são lançados dois dados enumerados de 1 a 6. Há também um terceiro dado conhecido como “Dado de Apostas”, tendo em suas faces os seguintes números: 2, 4, 8, 16, 32 e 64. Inicia o jogo quem tirar o maior valor no lançamento dos dois dados. As peças são movimentadas no sentido anti-horário. Vence a partida quem retirar todas as 15 peças do tabuleiro. A utilização do Dado de Apostas é opcional; se um dos jogadores quiser usar, a pontuação é dobrada. Se o oponente não aceitar o dado de apostas, este automaticamente perde a partida.

A figura abaixo ilustra a disposição inicial das peças no tabuleiro de gamão. Vale ressaltar que as cores das peças podem variar, sendo as mais comuns: branca e preta ou vermelha e preta. Outro aspecto importante é o seguinte: no jogo tradicional os dados são colocados dentro de um “copo” para então serem lançados.

Figura 3 – Tabuleiro do jogo de Gamão



Há outras regras que devem ser observadas no jogo do Gamão:

- ◇ No lançamento dos dados, pode-se movimentar uma peça ou duas peças. Por exemplo: um jogador na sua vez observou em seus dados os números 5 e 1; ele pode movimentar uma peça 5 casas e continuar movimentando a mesma peça mais uma casa ou movimentar duas peças: a primeira cinco casas e a outra uma casa. Vale lembrar que a ordem dos dados é aleatória.
- ◇ Um jogador não pode colocar sua peça em uma casa ocupada pela peça de seu oponente; em contrapartida, suas peças podem ser colocadas em casas vazias ou que estejam ocupadas por suas próprias peças.
- ◇ Se ao jogar os dados, o jogador observar faces iguais, seus movimentos dobram.

Caso o leitor queira se aprofundar nas regras do jogo do gamão bem como sugestões para jogar *online*, sugerimos a página: <https://www.megajogos.com.br/gamao-online/regras>.

#### 2.1.4 Jogo de Xadrez

O jogo de tabuleiro mais popular e conhecido em todo o mundo é, sem dúvida, o jogo de xadrez. Estratégia e raciocínio são adjetivos que estão ligados diretamente ao xadrez. Segundo [Pinto e Santos Jr \(2009\)](#), existem várias versões anteriores do xadrez até chegar ao modelo atual. O ancestral mais antigo do xadrez é o Chaturanga, que teve sua origem na Índia, por volta do século IV d.C.

O xadrez tem na sua natureza como um jogo de tabuleiro, observando como recreativo e também competitivo entre jogadores. Também é conhecido como Xadrez Ocidental ou Xadrez Internacional para diferenciá-los do seu antepassado e de outras mudanças atuais. O jogo de xadrez ressurgiu na Europa na segunda metade do Século XV depois de ter evoluído de suas antigas origens persas e indianas. O xadrez, segundo os historiadores do enxadrismo, pertenceu à mesma família do Xiangqi e do Shogi e, todos eles se originaram do Chaturanga, que se praticava na Índia no Século VI d.C. ([PINTO; SANTOS Jr, 2009](#), p.1040)

Sobre a importância do jogo de xadrez no ambiente escolar, [Pinto e Santos Jr \(2009\)](#) afirmam que:

Pedagogos e psicólogos estão de acordo em que o Jogo de xadrez é uma atividade física e mental que favorece tanto o desenvolvimento pessoal como a sociabilidade, de forma integral e harmoniosa. A criança evolui com o jogo. O aprendizado da criança sobre o jogo xadrez vai evoluindo paralelamente ao seu próprio desenvolvimento havendo assim uma plena interação. ([PINTO; SANTOS Jr, 2009](#), p.1043)

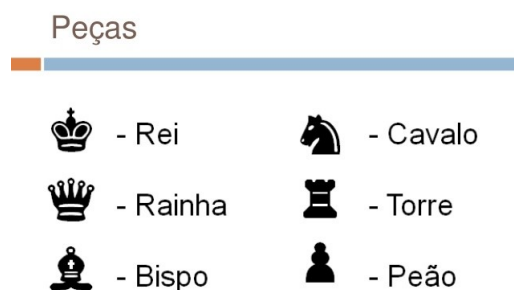
O jogo de xadrez que conhecemos hoje é composto por um tabuleiro 8x8, totalizando 64 casas quadradas justapostas sendo 32 brancas e 32 pretas. Cada jogador recebe 16 peças: 8 peões, 2 torres, 2 cavalos, 2 bispos, 1 rainha e 1 rei. Geralmente as peças são brancas e pretas (16 conjuntos de cada cor para cada jogador). A figura abaixo mostra a disposição inicial das peças no tabuleiro de xadrez:

Figura 4 – Tabuleiro de xadrez



Fonte: <http://psicrislopes.blogspot.com/2011/02/regras-para-jogar-xadrez.html>

Figura 5 – Nomenclatura e formato das peças do xadrez



Fonte: <https://pt.slideshare.net/SauloBezerradaSilva/xadrez-18542713>

O objetivo principal do jogo é eliminar o rei do adversário - essa jogada é conhecida como xeque-mate. Para capturar uma peça do adversário, o jogador deve movimentar sua peça e colocá-la na casa onde estiver a peça de seu oponente. Cada peça segue uma sequência de movimentos diferentes:

- os peões se deslocam uma casa para frente e capturam a peça do adversário na diagonal, ocupando assim a casa da peça capturada. É importante salientar que, no primeiro movimento de cada peão, o jogador pode também deslocá-lo duas casas à frente. Para se

movimentar o peão não pode “pular” por cima de nenhuma peça, nem suas nem de seu oponente;

- a torre se desloca quantas casas o jogador quiser, tanto na horizontal quanto na vertical, não podendo “pular” nenhuma peça;
- o movimento do bispo é na diagonal, sendo um bispo colocado na casa preta e outro na casa branca. O bispo que estiver na casa branca se movimenta nas casas brancas e o colocado na casa preta, nas casas pretas. Assim como a torre, o bispo também não pode “pular” por cima das outras peças e pode se movimentar quantas casas quiser;
- já o movimento do cavalo é em “L”, ou seja, duas casas num sentido (horizontal ou vertical) e duas casas no outro sentido (horizontal ou vertical). Para a realização desse movimento o cavalo é a única peça que pode pular as demais peças;
- a rainha se desloca na horizontal, vertical ou diagonal quantas casas quiser, não podendo pular peças para esse movimento;
- o movimento do rei é semelhante ao da rainha. A única diferença é que o rei se desloca uma casa por vez.

Há muitas jogadas famosas no jogo de xadrez. Esta pesquisa destacará três:

1. **Xeque:** é quando o jogador executa um movimento e coloca o rei do adversário em perigo;
2. **Xeque-mate:** é quando um jogador realiza um movimento e faz com que o rei do adversário fique sem saída. Quem der o xeque-mate, vence o jogo;
3. **Roque:** é uma jogada que pode ser feita entre o rei e uma das torres. Essa jogada tem a função de proteger o rei. Para que essa jogada seja feita algumas condições devem ser observadas: deve ser o primeiro movimento do rei e da torre em questão, o rei não pode estar em xeque e as casas entre o rei e a torre devem estar desocupadas das outras peças. No roque, o rei move-se saltando uma casa em direção à torre, enquanto a torre move-se para a casa que o rei acaba de saltar. Além disso, as casas entre o rei e a torre não podem estar na linha de ataque de peças adversárias.

Figura 6 – Tabuleiro de xadrez



Fonte: <https://www.elo7.com.br/xadrez-de-madeira-40x40/dp/17F3EF>

### 2.1.5 Jogos de Tabuleiros Modernos

Ao longo do século XX surgiram uma gama muito grande de jogos de tabuleiros muito diferentes dos jogos tradicionais. Dentre os mais populares, merecem destaque: Banco Imobiliário e o Jogo dos Poliminós.

Quanto à origem do Jogo Banco Imobiliário, [Mendes e Panozzo \(2016\)](#) nos apontam que ele foi:

Criado nos Estados Unidos por Charles Darrow, em 1935, com o intuito de ensinar a teoria da economia (Wikipédia, 2015). No entanto, para Fleury e Somain (2009), o jogo surgiu no momento em que os Estados Unidos enfrentavam a crise de 1929 e teria sido inventado pelos irmãos Parker, com o intuito de conseguir dinheiro para alimentar sua família, em Atlantic City, também em 1935. ([MENDES; PANOZZO, 2016](#), p.255-256)

O objetivo principal desse jogo é ficar "rico" através da compra, venda e aluguel de propriedades, levando assim os outros jogadores à falência. Existem várias versões do Banco Imobiliário, mas esta pesquisa citará apenas a versão tradicional, conforme indicado na figura 7.

O jogo é composto por 1 tabuleiro com 40 casas nomeadas, 2 dados, 6 peões, 380 notas, 28 títulos de propriedades, 30 cartões sorte/revés, 32 "casas" de plástico e 12 "hotéis" de plástico.

Não há um critério específico de qual jogador inicia o jogo, podendo assim, ser decidido entre os pares. Depois de escolhido, o primeiro jogador lança os dados e avança seu peão de







---

## POLIMINÓS: DEFINIÇÃO, EXEMPLOS E APLICAÇÕES

---

---

Foi em 1953 que o matemático norte-americano Solomon Wolf Golomb inventou o jogo dos poliminós.

[Sagica \(2018\)](#) nos fornece uma breve biografia do matemático Solomon:

Solomon Wolf Golomb (30 de maio de 1932 a 1 de maio de 2016) foi um matemático norte americano, engenheiro e professor de engenharia da University of Southern Califórnia, melhor conhecido por seus trabalhos em jogos matemáticos. Inventou o jogo Cheskers em 1948 e cunhou o nome. Desenvolveu o jogo de poliminós e pentaminós em 1953. Especializou-se em problemas de análise combinatória, teoria dos números, teoria dos códigos, etc. [Sagica \(2018, p.31\)](#)

Segundo [Sagica \(2018\)](#), os poliminós podem ser definidos da seguinte forma:

Um poliminó é uma figura geométrica plana formada por quadrados congruentes com pelo menos um lado inteiramente comum, aos quais se atribui a mesma unidade de medida para cada lado. Na formação de figuras únicas prevalece a regra que se um poliminó pode ser obtido de outro mediante uma rotação ou uma reflexão, assim ambas figuras são consideradas iguais. [Sagica \(2018, p.32\)](#)

A nomenclatura de um poliminó é dada segundo a quantidade de quadrados congruentes que a figura é formada. Assim sendo:

- ✓ **Monominó** é a figura formada por um único quadrado.
- ✓ **Dominó** é a figura formada por dois quadrados.

- ✓ **Triminó** é a figura formada por três quadrados.
  
- ✓ **Tetraminó** é a figura formada por quatro quadrados.
  
- ✓ **Pentaminó** é a figura formada por cinco quadrados.
  
- ✓ **n- minó** é a figura formada por n quadrados.

### 3.1 Monominó

Um monominó é um poliminó formado por apenas um quadrado, logo existe apenas um monominó.

Figura 8 – Monominó



Fonte: Elaborada pelo autor.

### 3.2 Dominós

Um dominó é um poliminó formado pela junção de dois quadrados compartilhando um lado. Existe apenas um dominó, pois não obtemos uma figura diferente ao rotacionar ou refletir um poliminó.

Figura 9 – Dominó

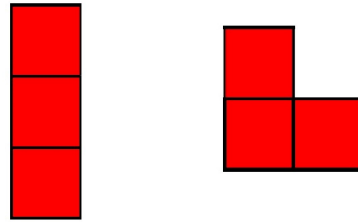


Fonte: Elaborada pelo autor.

### 3.3 Triminós

Um triminó é um poliminó formado pela junção de 3 quadrados. Quanto à forma existem apenas dois triminós, como indicado nos diagramas da Figura 10.

Figura 10 – Triminós

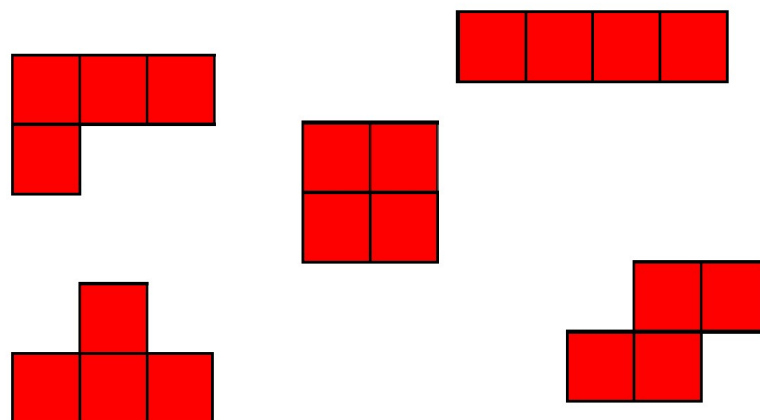


Fonte: Elaborada pelo autor.

### 3.4 Tetraminós

Um tetraminó é um poliminó formado pela junção de quatro quadrados, como indicado nos diagramas da Figura 11. Quanto à forma, existem cinco tipos de tetraminós.

Figura 11 – Tetraminós

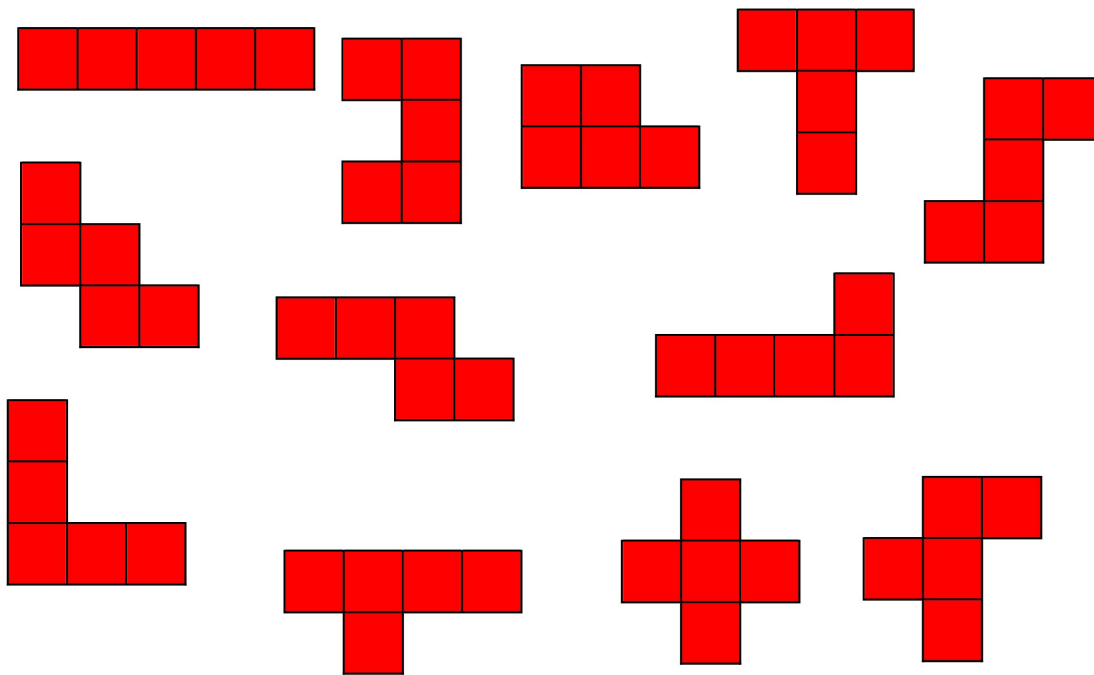


Fonte: Elaborada pelo autor.

### 3.5 Pentaminós

Os pentaminós são poliminós formados pela junção de cinco quadrados, conforme indicado nos diagramas da Figura 12. Quanto à forma, existem doze tipos de pentaminós.

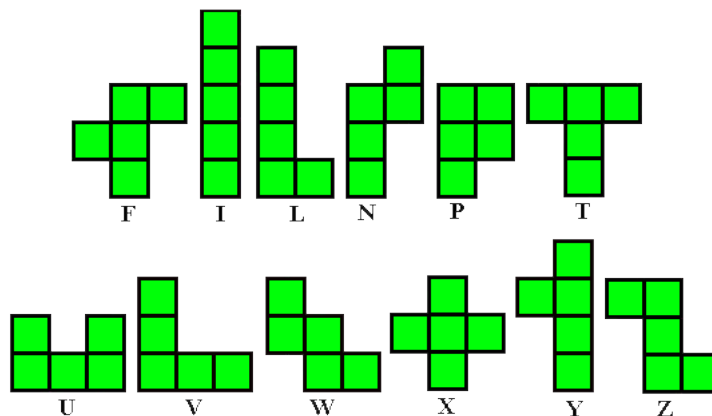
Figura 12 – Pentaminós



Fonte: Elaborada pelo autor.

Para facilitar o manuseio e a utilização dos pentaminós é comum relacioná-los com as doze letras distintas do alfabeto: F, I, L, N, P, T, U, V, W, X, Y e Z, conforme nos aponta Almeida, Guimarães e Beserra (2005, p.778).

Figura 13 – Os pentaminós e as letras do alfabeto



Fonte: Matemática e física. Disponível em: <https://pedrocesp.blogspot.com/2012/01/pentaminos-resolvido.html>

A tabela abaixo mostra a relação entre a nomenclatura, a quantidade de quadrados utilizados para compor cada tipo de peças e a quantidade de poliminós.

Tabela 1 – Tabela da relação entre a quantidade de quadrados e o número de peças.

Nomenclatura	Quantidade de Quadrados	Número de peças
Monominó	1	1
Dominós	2	1
Triminós	3	2
Tetraminós	4	5
Pentaminós	5	12
Hexaminós	6	35
Heptaminós	7	107
Octaminós	8	363
Nonaminós	9	1248
Decaminós	10	4460

Fonte: Elaborada pelo autor.

Por possuírem uma quantidade pequena de peças, Almeida, Guimarães e Beserra (2005, p.779) afirmam que problemas envolvendo monominós, dominós, triminós e tetraminós não são muito interessantes em se tratando de poliminós. Esse fato faz com que a resolução de situações-problemas envolvendo essas peças não sejam muito exploradas.

Em contrapartida, Almeida, Guimarães e Beserra (2005, p.779) destacam que situações-problemas que envolvam as peças dos hexaminós em diante também não são muito exploradas,

uma vez que existem uma quantidade muito grande de peças. Exemplificando esse fato, imagine construir um retângulo envolvendo todas as peças dos decaminós. Seria uma tarefa árdua e inviável para se aplicar na sala de aula.

Já os pentaminós são muito utilizados em diversas situações-problemas, pois para [Almeida, Guimarães e Beserra \(2005\)](#):

A utilização dos pentaminós no ensino é rica, pois podem ser confeccionados com materiais baratos, facilitando a aquisição pelos professores ou até mesmo a sua fabricação por parte dos alunos. Além disso, a própria dinâmica do pentaminó, de justapor peças para formar figuras e imagens, é normal a alunos do Ensino Fundamental, o que torna as atividades muito interessantes e divertidas para eles. Já no Ensino Médio, os alunos não se divertem tanto – mas o interesse permanece o mesmo. ([ALMEIDA; GUIMARÃES; BESERRA, 2005, p.779](#))

Outro aspecto relatado por [Almeida, Guimarães e Beserra \(2005\)](#) em relação aos pentaminós é:

A diversidade de questões que ele abrange – com o mesmo material, pode-se estudar questões relacionadas à Geometria e Aritmética para as classes do Ensino Fundamental e Médio, e à Álgebra e Análise Combinatória para o Ensino Médio. ([ALMEIDA; GUIMARÃES; BESERRA, 2005, p.779](#))

É importante dizer que, para resolver a grande maioria de situações-problemas envolvendo pentaminós, utilizam-se todas as doze peças diferentes.

## 3.6 Exemplos de Situações-Problemas Envolvendo Poliminós.

O objetivo deste tópico é mostrar a diversidade de situações-problemas envolvendo os poliminós bem como mostrar, pelo menos, uma solução para o problema proposto. Os exemplos a seguir tratam de questões bem simples, as quais servem como sugestão, para que o aluno explore as peças. Seguem também exemplos mais complexos que exigem dos estudantes uma linha de raciocínio mais elaborada.

### 3.6.1 Exemplo 1

(Adaptado de [Silva e Kodama \(2004\)](#)).

*Considere um tabuleiro 8x8 semelhante ao de um jogo de xadrez.*

*a) Verificar se é possível que 32 dominós recubram o tabuleiro.*

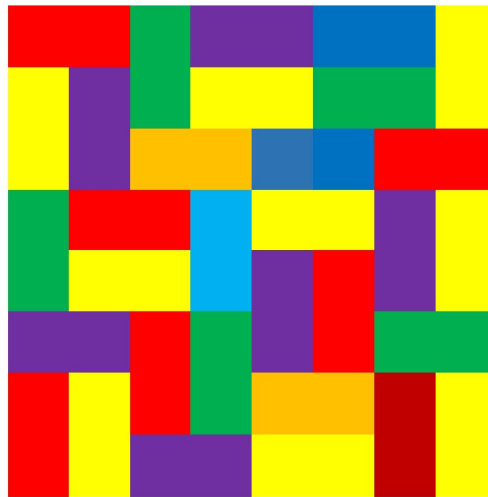


b) Mostre que não é possível cobrir o tabuleiro apenas com triminós.

**Solução:**

a) É fácil perceber que 32 dominós recobrem um tabuleiro 8x8 (pois 2 divide 64), conforme o exemplo abaixo:

Figura 14 – 32 dominós dispostos em um tabuleiro 8x8.



Fonte: Elaborada pelo autor.

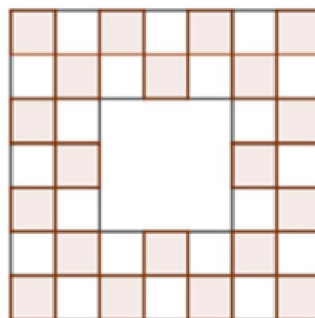
b) Não é possível recobrir um tabuleiro 8x8 utilizando apenas triminós, uma vez que um triminó é um poliminó formado por três quadrados justapostos, como 3 não divide 64, concluímos que o problema não tem solução.

### 3.6.2 Exemplo 2

(Retirado do banco de questões da **OBMEP (2006)**).

Joana ganhou um quebra-cabeças com um tabuleiro, como o da figura abaixo.

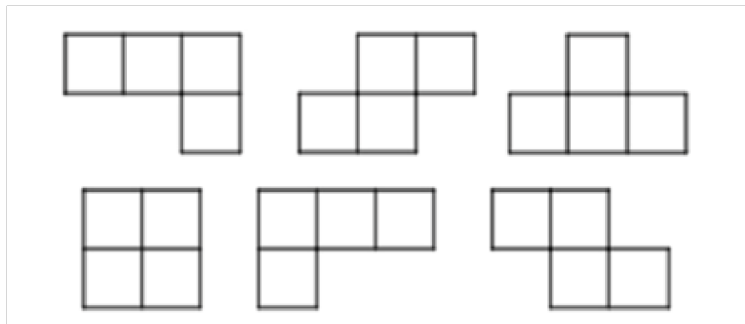
Figura 15 – Tabuleiro



Fonte: [www.obmep.org.br](http://www.obmep.org.br), p.15

*Este tabuleiro deve ser completamente preenchido com peças como as da figura abaixo, de forma que não pode haver sobreposição de peças e cada peça preencha exatamente quatro quadradinhos do tabuleiro.*

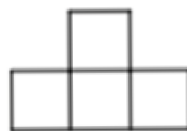
Figura 16 – Peças a serem utilizadas



Fonte: [www.obmep.org.br](http://www.obmep.org.br), p.15

- Quantas peças são necessárias para preencher o tabuleiro?*
- Preencha o tabuleiro utilizando as peças que julgar necessário (pode utilizar de um único tipo de peça até todos os tipos).*
- É possível preenchê-lo utilizando exatamente uma peça como a da figura abaixo e as demais dos outros tipos de peças?*

Figura 17 – Peça a ser utilizada



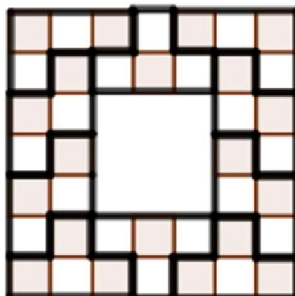
Fonte: [www.obmep.org.br](http://www.obmep.org.br), p.15

### **Solução:**

- O total de quadradinhos do tabuleiro é 40. Como cada peça cobre 4 quadradinhos do tabuleiro, o número de peças necessário para cobrir o tabuleiro é  $40:4 = 10$

b) Na figura abaixo, apresentamos uma solução:

Figura 18 – Tabuleiro com uma solução



Fonte: [www.obmep.org.br](http://www.obmep.org.br), p.68

c) O tabuleiro é composto por 40 quadrados, 20 brancos e 20 cinzas. Todas as peças cobrem 4 quadrados, sendo 2 de cada cor, com exceção da peça sugerida no item que cobre 3 peças de uma cor e 1 da outra. Sendo assim, as outras 9 peças, quaisquer que sejam, cobrirão 18 quadrados brancos e 18 quadrados cinzas. Quando colocarmos a última peça (a peça sugerida no item), teríamos 21 quadrados brancos e 19 cinzas ou 19 brancos e 21 cinzas, o que é impossível.

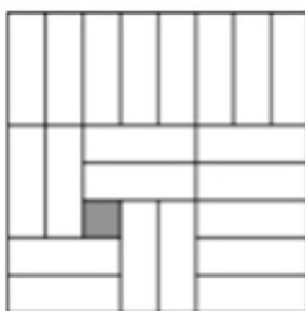
### 3.6.3 Exemplo 3

#### Retirado do Banco de Questões da **OBMEP (2019)**

*Um triminó é um retângulo  $3 \times 1$  e um monominó é um único quadrado  $1 \times 1$ .*

*Quais são as possíveis posições de um monominó na cobertura de um tabuleiro  $8 \times 8$  usando 21 triminós e 1 monominó?*

Figura 19 – Tabuleiro com triminós e 1 monominó



Fonte: [www.obmep.org.br](http://www.obmep.org.br), p.53

**Solução**

Pinte os quadradinhos do tabuleiro  $8 \times 8$  com as cores 1, 2 e 3 como indicado nos tabuleiros a seguir.

Figura 20 – Tabuleiro sugerindo uma solução

1	2	3	1	2	3	1	2
3	1	2	3	1	2	3	1
2	3	1	2	3	1	2	3
1	2	3	1	2	3	1	2
3	1	2	3	1	2	3	1
2	3	1	2	3	1	2	3
1	2	3	1	2	3	1	2
3	1	2	3	1	2	3	1

2	1	3	2	1	3	2	1
1	3	2	1	3	2	1	3
3	2	1	3	2	1	3	2
2	1	3	2	1	3	2	1
1	3	2	1	3	2	1	3
3	2	1	3	2	1	3	2
2	1	3	2	1	3	2	1
1	3	2	1	3	2	1	3

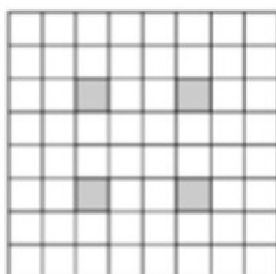
Fonte: [www.obmep.org.br](http://www.obmep.org.br), p.155

Começemos a nossa análise pelo tabuleiro da esquerda. Nele pintamos 22 quadradinhos da cor 1, 21 da cor 2 e 21 da cor 3. Como todo triminó cobre exatamente um quadradinho de cada cor, a união deles cobrirá exatamente 21 quadradinhos de cada cor e, assim, o monominó deve ter a cor 1.

Repetindo a mesma análise na pintura feita no tabuleiro da direita, também podemos concluir que o monominó deve ter a cor 1 naquele tabuleiro. Daí os únicos possíveis locais para os monominós são os que foram marcados com a cor 1 nos dois tabuleiros, ou seja, os quadradinhos pintados no desenho a seguir.

Para verificar que para todos eles existe uma cobertura admissível, basta rotacionar o desenho do enunciado por  $90^0$ ,  $180^0$  e  $270^0$ .

Figura 21 – Tabuleiro sugerindo uma solução



Fonte: [www.obmep.org.br](http://www.obmep.org.br), p.155

### 3.6.4 Exemplo 4

Exemplo adaptado de **Silva e Kodama (2002)**

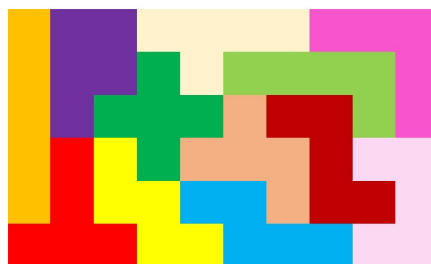
Utilizando as doze peças dos pentaminós construir retângulos  $6 \times 10$ ,  $5 \times 12$ ,  $4 \times 15$  e  $3 \times 20$

**Solução:**

Será apresentada uma solução para cada tipo de retângulo.

- Retângulo  $6 \times 10$ :

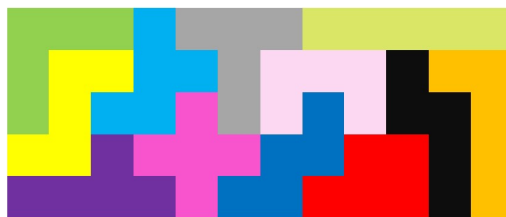
Figura 22 – Retângulo  $6 \times 10$  preenchido com os doze pentaminós



Fonte: Elaborada pelo autor.

- Retângulo  $5 \times 12$ :

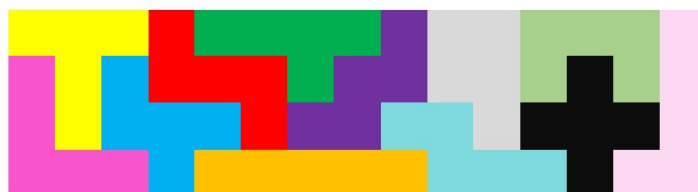
Figura 23 – Retângulo  $5 \times 12$  preenchido com os doze pentaminós



Fonte: Elaborada pelo autor.

- Retângulo  $4 \times 15$ :

Figura 24 – Retângulo  $4 \times 15$  preenchido com os doze pentaminós.



Fonte: Elaborada pelo autor.

- Retângulo 3x20:

Figura 25 – Retângulo 3x20 preenchido com os doze pentaminós.



Fonte: Elaborada pelo autor.

### 3.6.5 Exemplo 5

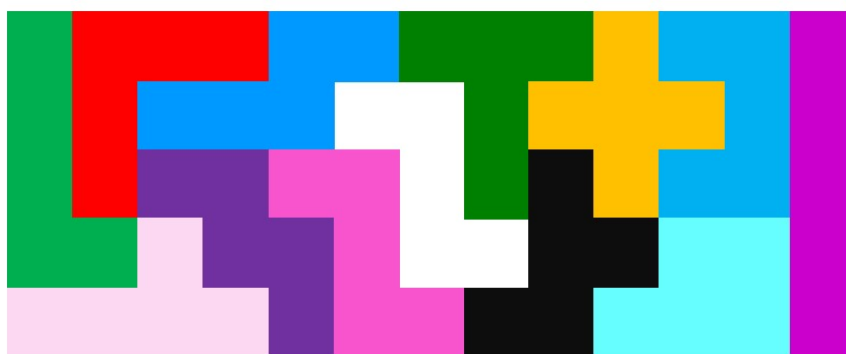
Exemplo adaptado de [Silva e Kodama \(2002\)](#).

*Usando as 12 peças do pentaminó formar um retângulo 5x13 com um buraco em forma de uma das peças do pentaminó.*

Solução:

- Mostraremos uma solução para este problema

Figura 26 – Solução do exemplo 5



Fonte: Elaborada pelo autor.

---

## APLICAÇÃO DE ALGUMAS ATIVIDADES USANDO POLIMINÓS EM UMA TURMA DO NONO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

---

Neste capítulo descreveremos como ocorreu a aplicação de algumas atividades pré-selecionadas envolvendo os poliminós bem como analisaremos os resultados obtidos.

As atividades foram aplicadas numa escola pública estadual do interior do Estado de São Paulo, em uma turma de nono ano do ensino fundamental, período da manhã. Para isso, tínhamos à nossa disposição quatro tabuleiros de madeira com um quadriculado 20x20, com orifícios em cada quadrinho, (ver Figura 27). Esses tabuleiros foram cedidos por outra unidade escolar estadual. Depois de utilizados, foram devolvidos.

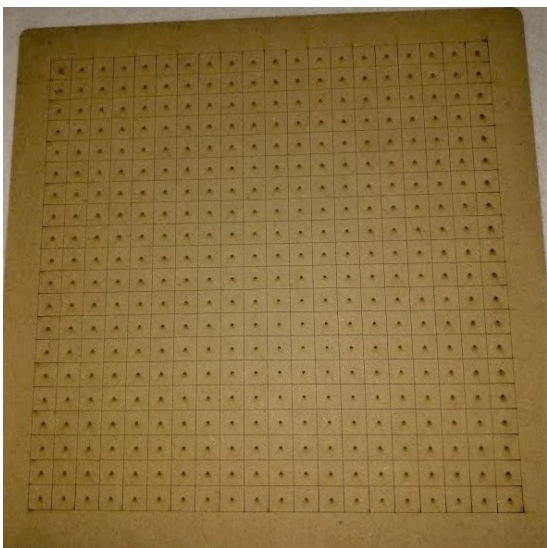
Juntamente com cada tabuleiro, utilizamos peças em acrílico em quatro cores diferentes (azul, amarelo, verde e vermelho), sendo 4 monominós (um de cada cor), 4 dominós (um de cada cor), 8 triminós (dois de cada cor), 20 tetraminós (cinco de cada cor) e 48 pentaminós (12 de cada cor), totalizando 84 peças, (ver figuras).

Desenvolvemos as atividades no dia 30 de outubro de 2019. Estavam presentes nesse dia 27 alunos. Separamos a turma em quatro grupos, sendo três com sete alunos e um com seis alunos. Entregamos a cada grupo uma folha contendo as atividades que seriam desenvolvidas. Orientamos os grupos de alunos a lerem cada um dos problemas propostos com atenção, resolverem e representarem a solução encontrada no tabuleiro. Feito isso, fotografamos cada um dos tabuleiros com as respectivas soluções.

Para o desenvolvimento das atividades, utilizamos as seis aulas do período. Para tal fato, contamos com a colaboração da equipe gestora da escola e com os colegas professores das demais disciplinas do dia. Os professores aceitaram trocar seus horários. Optamos por aplicar as

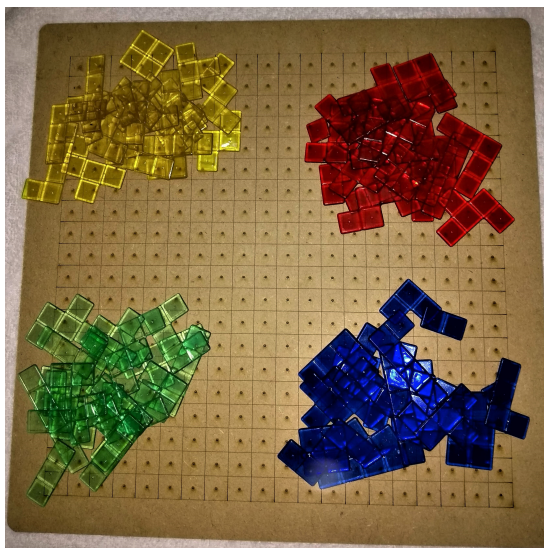
atividades em um único dia, pois facilitaria o envolvimento, a atenção, concentração e uso do raciocínio lógico, por parte dos alunos. Além disso, se optássemos por continuar no dia seguinte ou em outro dia, não teríamos a garantia de que os mesmos alunos estivessem presentes e isso prejudicaria a observação dos resultados obtidos.

Figura 27 – Tabuleiro Utilizado



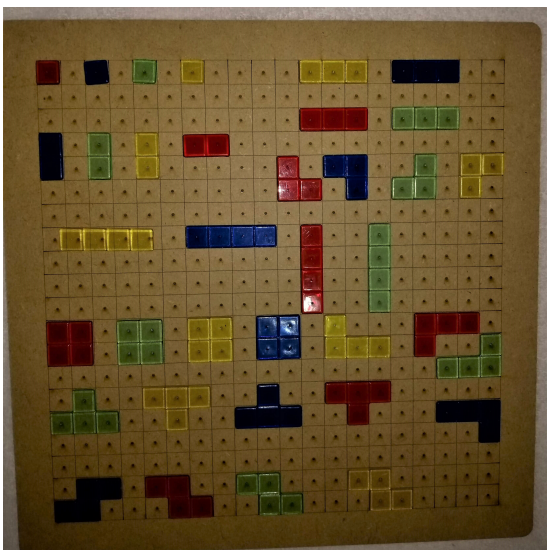
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 28 – Tabuleiro com todas as peças



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 29 – Monominós, dominós e triminós



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 30 – Todos os pentaminós




Fonte: Elaborada pelo autor.



As atividades 1, 2 e 3 são de minha autoria. As atividades 4, 5 e 6 foram retirados do artigo “Poliminós” de [Silva e Kodama \(2002\)](#). Já a atividade 7 foi retirada do banco de questões da OBMEP, disponível em: [OBMEP \(2006\)](#). Veja figura 31.

No ato da matrícula, o responsável do aluno assina um termo de "Autorização Para Uso de Imagens", conforme a figura 32. Por esse fato, esta pesquisa julgou que não seria necessário elaborar um formulário próprio para fotografar as atividades.

Figura 31 – Folha de atividades proposta para os alunos.



**ATIVIDADES UTILIZANDO POLIMINÓS**






- 1) Utilizando as diversas peças dos poliminós, construa um retângulo em seu tabuleiro. Em seguida, construa outros dois retângulos semelhantes, sendo um com razão de semelhança 2 e o outro com razão de semelhança 3.
- 2) Utilizando as diversas peças dos poliminós, construa um quadrado em seu tabuleiro. Em seguida, construa outros dois quadrados semelhantes, sendo um com razão de semelhança  $\frac{1}{2}$  e o outro com razão de semelhança 2.
- 3) Utilizando diversas peças dos poliminós construa duas figuras simétricas.
- 4) Utilizando os doze pentaminós, construa retângulos 6x10 e 5x12.
- 5) Utilizando as doze peças do pentaminó, formar um retângulo 5x13 com um buraco em forma de uma das peças do pentaminó.
- 6) Formar uma peça com dois pentaminós de uma forma escolhida qualquer. Copiar com outras duas peças. Com as oito peças restantes formar uma peça semelhante, mas com o dobro do tamanho.
- 7) Pedro montou um quadrado com quatro das cinco peças abaixo. Qual é a peça que ele não usou?
  - (A) 
  - (B) 
  - (C) 
  - (D) 
  - (E) 

Figura 32 – Autorização.

GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO - SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO

## AUTORIZAÇÃO PARA USO DE IMAGENS

Eu, \_\_\_\_\_,

RG (nº) \_\_\_\_\_ responsável pelo (a) aluno (a)  
\_\_\_\_\_ matriculado no \_\_\_\_ Ano / \_\_\_\_ Série do  
Ensino Fundamental / Médio da (**nome da escola**), em (**nome da cidade**),  
**AUTORIZO** durante o período em que meu filho estudar nesta Unidade Escolar, que  
fotos e filmagens que incluam meu (minha) filho (a) sejam feitas e utilizadas:

- a) Pela equipe da escola para fins pedagógicos;
- b) Pela equipe da escola para fins acadêmico-científicos (projetos de pesquisa, extensão e intervenção);
- c) Para fins de divulgação do trabalho da escola (informativos, encartes, folders, jornais internos ou semelhantes).

(Nome da cidade), \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2019.

\_\_\_\_\_  
Assinatura  
do responsável

Aplicamos sete atividades a fim de englobar situações diversificadas de utilização dos polígonos. Quando planejamos ou escolhemos tais atividades, pensamos em atingir os seguintes objetivos: ajudar o aluno a compreender e apreender alguns conceitos matemáticos importantes, entre eles o conceito de semelhança de figuras planas e também o preenchimento de ladrilhos no plano, observando se o tabuleiro com as peças dos polígonos é ou não uma ferramenta interessante para solucionar tais atividades.

As três primeiras atividades abordam o conceito de semelhança de figuras planas. Tal conceito está contido em uma das unidades temáticas do Currículo Paulista para a aquisição de competências e habilidades previstas ao longo do curso do ensino fundamental, anos finais: a proporcionalidade.

Proporcionalidade, que contempla o raciocínio analógico, comparações quando se trata de frações, razões e proporções, semelhança de figuras, grandezas diretamente proporcionais, entre outros. (SEDUC, 2019, p.316)

O eixo temático que contém o conceito de proporcionalidade é de Geometria. Esse eixo, contemplado no Currículo Paulista, é trabalhado ao longo de todo o ensino fundamental, anos iniciais e finais.

Nos Anos Finais, o ensino da Geometria deve ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens, enfatizando as transformações geométricas e ampliações ou reduções de figuras geométricas planas. Os estudantes devem ser capazes de identificar elementos dessas figuras, de forma a desenvolver os conceitos de congruência e semelhança, necessários para se obter triângulos congruentes ou semelhantes. Essas aprendizagens contribuem para a formação do raciocínio hipotético-dedutivo. (SEDUC, 2019, p.322)

As três atividades seguintes englobam situações-problemas clássicas envolvendo os doze pentágonos. Essas ações requerem o uso de raciocínio lógico, utilização de estratégias além do raciocínio combinatório e análise de possibilidades.

A importância do raciocínio lógico é uma das competências específicas da matemática em todo percurso do ensino fundamental, conforme nos aponta a BNCC:

Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo. (BRASIL, 2019, p.267)

Por fim, a atividade 7, que faz parte do Banco de Questões da OBMEP, tem como objetivo mostrar uma nova estratégia para resolução dessa questão usando polígonos, levando os alunos a encontrarem novos métodos a fim de que resolvam uma mesma situação-problema.

## 4.1 Resolução das Atividades Propostas – Soluções Apresentadas Pelos Grupos.

Nesta seção apresentaremos as soluções encontradas pelos grupos para resolver as atividades propostas. Para cada situação-problema ou atividade, solicitamos que cada grupo apresentasse em seu tabuleiro uma solução para que fosse fotografada.

Durante o desenvolvimento das atividades pelos grupos, fomos acompanhando e esclarecendo as possíveis dúvidas de cada grupo, sempre com o cuidado para não interferir na resolução e apresentação da solução correta.

Observamos que as três primeiras atividades têm como objetivo principal fazer com que os grupos se familiarizem com o tabuleiro e as peças dos poliminós. Essas atividades são relativamente fáceis, o que motivou os alunos a desenvolverem o que foi proposto com disposição e entusiasmo.

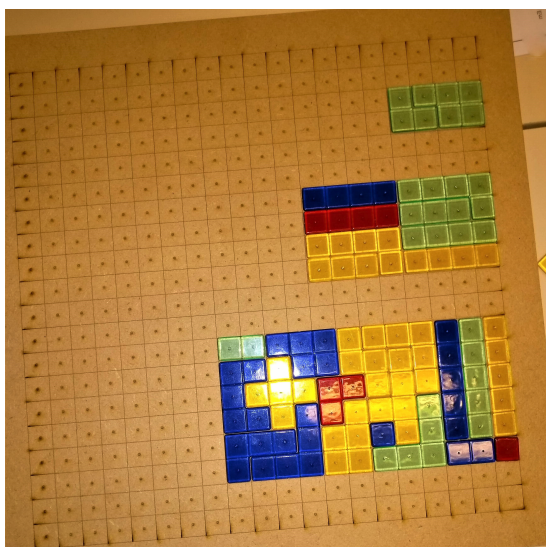
### 4.1.1 Atividade 1

*Utilizando as diversas peças dos poliminós, construa um retângulo em seu tabuleiro. Em seguida, construa outros dois retângulos semelhantes, sendo um com razão de semelhança 2 e o outro com razão de semelhança 3.*

Como pode ser observado, os quatro grupos representaram solução adequada.

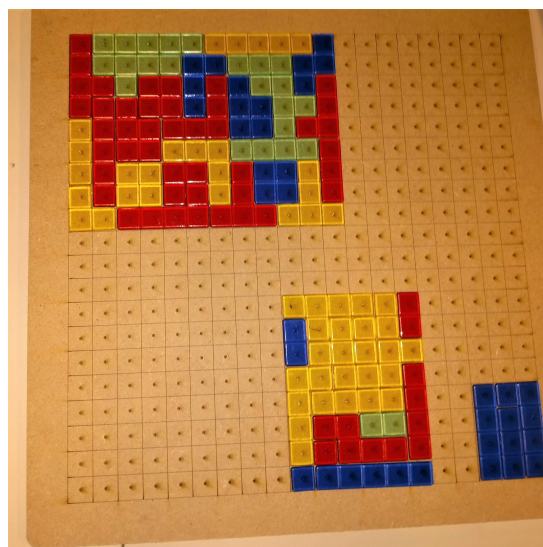
✓ Seguem as fotos dos tabuleiros com as soluções apresentadas pelos grupos:

Figura 33 – Solução encontrada pelo grupo 1.



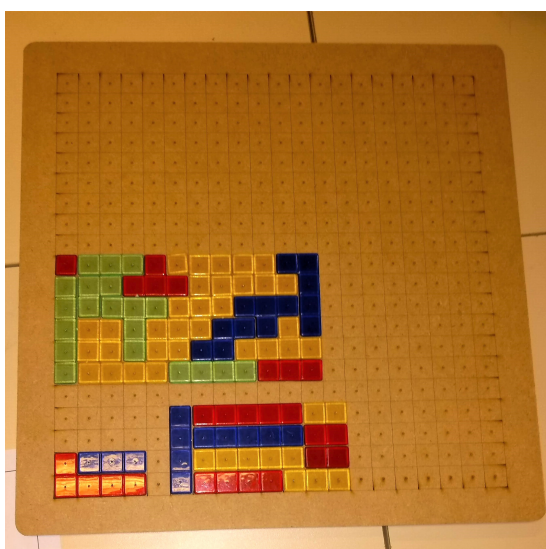
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 34 – Solução encontrada pelo grupo 2.



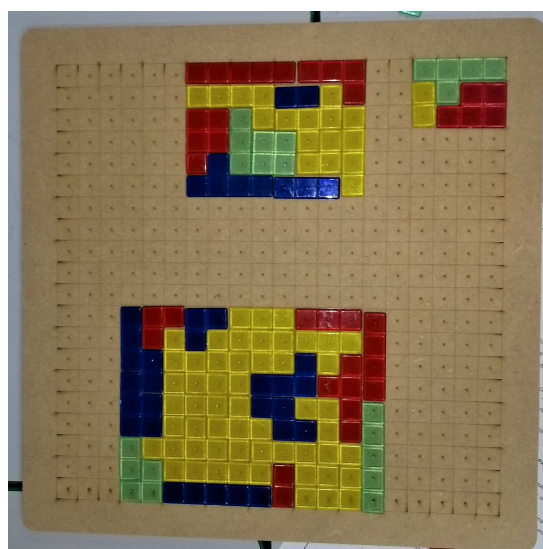
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 35 – Solução encontrada pelo grupo 3.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 36 – Solução encontrada pelo grupo 4.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Ao perguntar aos grupos como eles chegaram à resposta, todos responderam que a razão de semelhança 2 basta multiplicar as dimensões do retângulo por 2 e, a razão de semelhança 3, basta multiplicar as dimensões por 3. Eles perceberam também que a quantidade de quadradinhos (que diz respeito à área do retângulo) fica multiplicada pela razão de semelhança elevada ao quadrado quando comparado com a figura original.

Vale ressaltar que as razões de semelhança 2 e 3 foram aplicadas no retângulo menor.

### **4.1.2 Atividade 2**

*Utilizando as diversas peças dos poliminós, construa um quadrado em seu tabuleiro. Em seguida, construa outros dois quadrados semelhantes, sendo um com razão de semelhança  $1/2$  e o outro com razão de semelhança 2.*

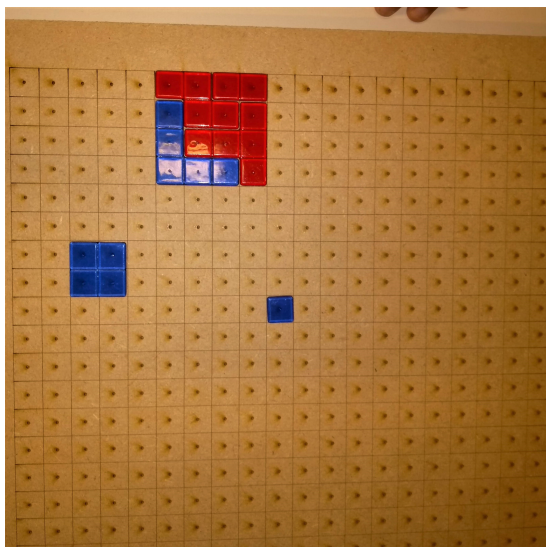
Não podemos deixar de enfatizar que dois quadrados sempre são semelhantes.

Como pudemos observar, três grupos apresentaram a mesma solução, enquanto que um grupo apresentou uma solução diferente.

As mesmas observações que os grupos fizeram na primeira atividade em relação à razão de semelhança, fizeram também nesta. Os grupos desenvolveram esta atividade com facilidade e em um intervalo de tempo curto.

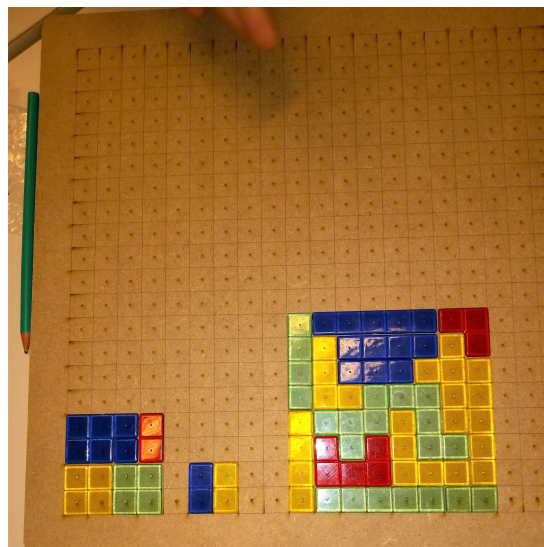
✓ As soluções apresentadas pelos grupos foram as seguintes:

Figura 37 – Solução encontrada pelo grupo 1.



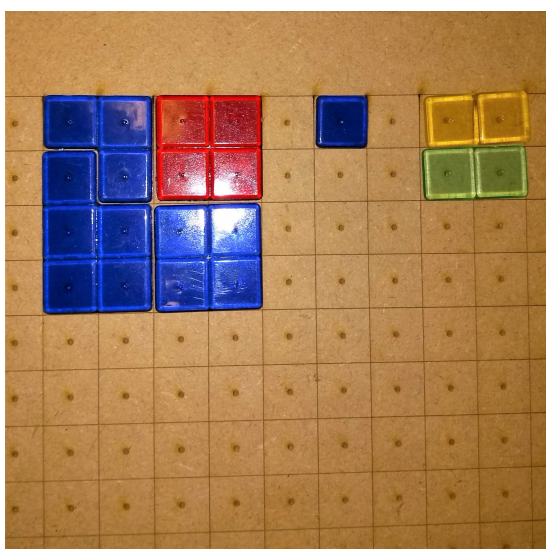
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 38 – Solução encontrada pelo grupo 2.



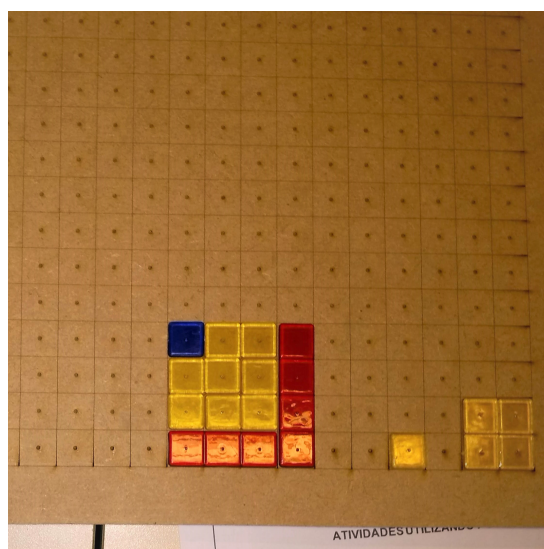
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 39 – Solução encontrada pelo grupo 3.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 40 – Solução encontrada pelo grupo 4.



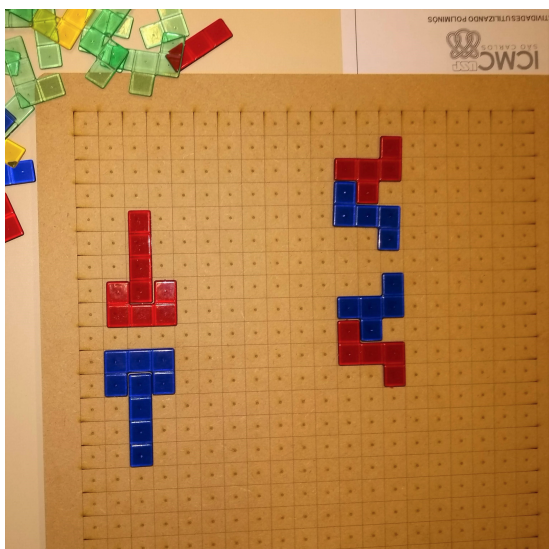
Fonte: Elaborada pelo autor.

### 4.1.3 Atividade 3

*Utilizando diversas peças dos poliminós construa duas figuras simétricas.*

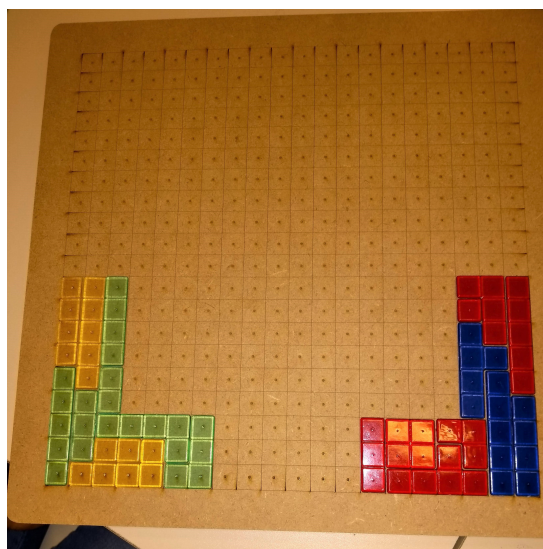
✓ As soluções encontradas foram:

Figura 41 – Solução encontrada pelo grupo 1.



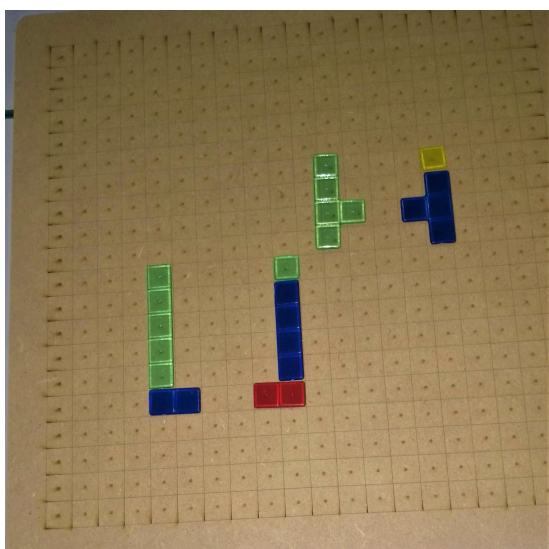
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 42 – Solução encontrada pelo grupo 2.



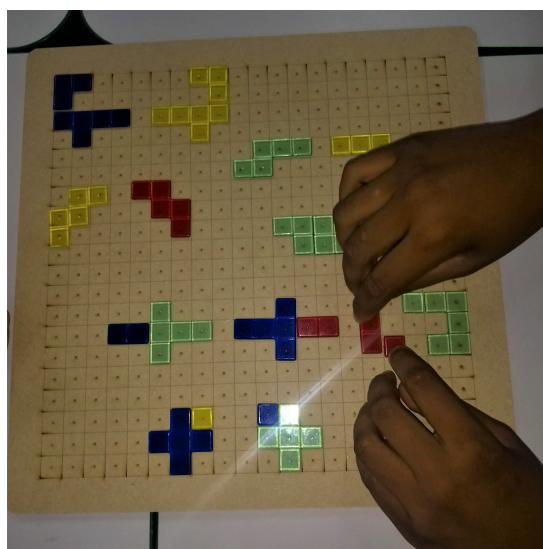
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 43 – Solução encontrada pelo grupo 3.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 44 – Solução encontrada pelo grupo 4.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Para a resolução desta situação-problema foi necessário uma breve explicação sobre o conceito de simetria, fazendo analogia a uma “figura espelhada”, que “quando dobradas ao meio,



as duas figuras deveriam se sobrepor”. Os alunos alegaram que não se lembravam de que eram duas figuras simétricas.

#### 4.1.4 Atividade 4

*Utilizando os doze pentaminós, construa retângulos 6x10 e 5x12.*

Somente os grupos 1 e 3 encontraram as soluções. Os grupos 2 e 4 não conseguiram realizar as atividades. Eles alegaram ser “muito difícil de fazer”.

Quanto aos grupos que conseguiram, tirei duas fotos: a primeira em que foram utilizados os doze pentaminós de uma mesma cor e, a segunda, utilizando cores diferentes para destacar que os doze pentaminós utilizados também eram diferentes.

##### 4.1.4.1 Representação dos Retângulos 6x10

✓ As soluções encontradas foram as seguintes:

Figura 45 – Solução encontrada pelo grupo 1.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 46 – Solução encontrada pelo grupo 1.



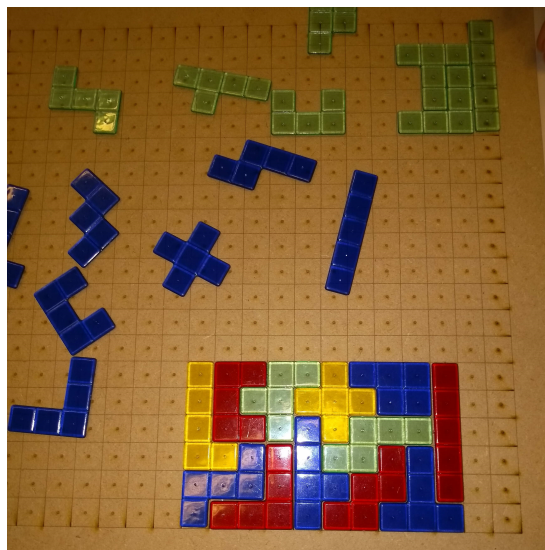
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 47 – Solução encontrada pelo grupo 3.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 48 – Solução encontrada pelo grupo 3.



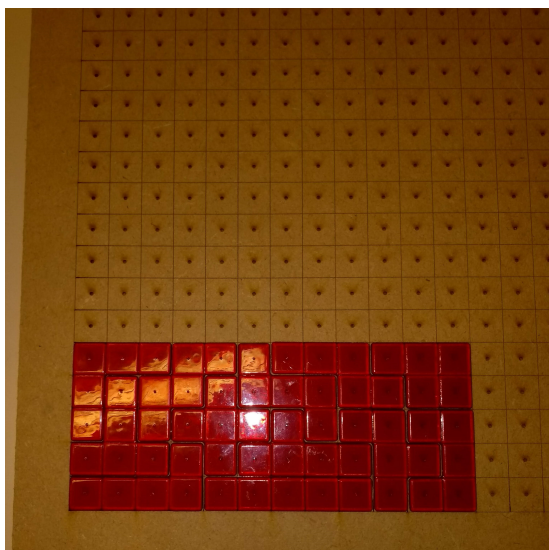
Fonte: Elaborada pelo autor.

*(Observação: o grupo 3 construiu o retângulo com os doze pentaminós de mesma cor sobre a carteira e destacou os doze pentaminós diferentes no tabuleiro).*

#### 4.1.4.2 Representação dos Retângulos 5x12

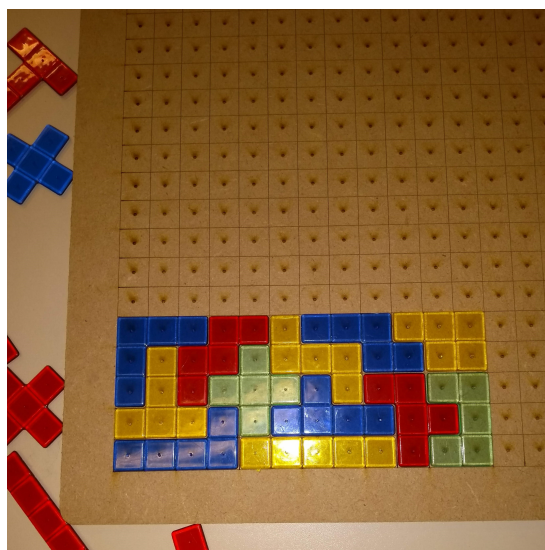
✓ As soluções encontradas foram as seguintes:

Figura 49 – Solução encontrada pelo grupo 1.



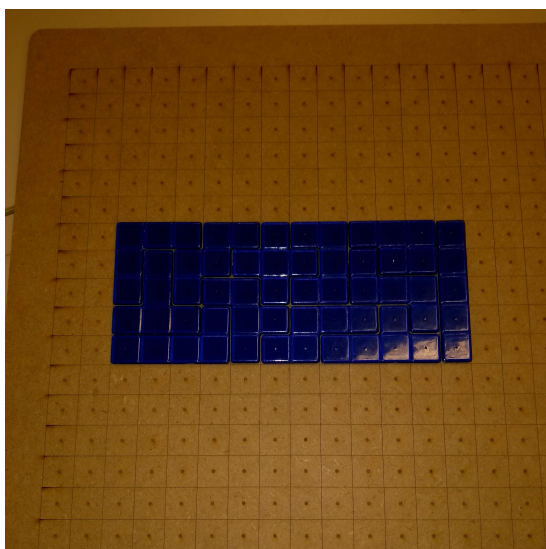
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 50 – Solução encontrada pelo grupo 1.



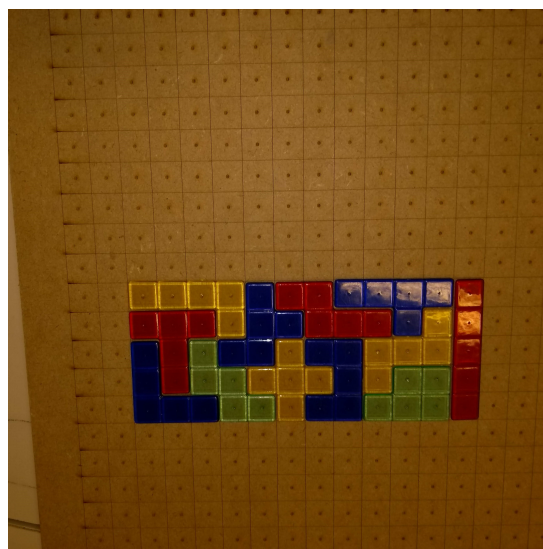
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 51 – Solução encontrada pelo grupo 3.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 52 – Solução encontrada pelo grupo 3.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os dois grupos que não conseguiram realizar essas atividades fizeram várias tentativas e não conseguiram apresentar uma solução. O argumento utilizado pelos componentes dos dois grupos foi o fato de terem achado a atividade muito difícil.

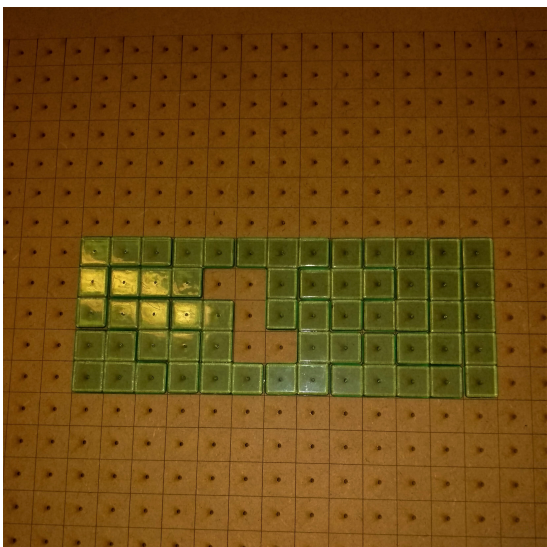
#### 4.1.5 Atividade 5

*Utilizando as doze peças do pentaminós, formar um retângulo 5x13 com um buraco em forma de uma das peças do pentaminó.*

Apenas os grupos 1 e 3 encontraram a solução para o problema. Os demais grupos não conseguiram. Eles alegaram que era uma atividade difícil. Outro aspecto que vale observar é que os grupos que solucionaram a situação-problema encontraram a mesma resposta. Na imagem da esquerda foram utilizados os doze pentaminós de mesma cor, na da direita, destacamos os doze pentaminós diferentes.

✓ Aqui estão as soluções encontradas:

Figura 53 – Solução encontrada pelo grupo 1.



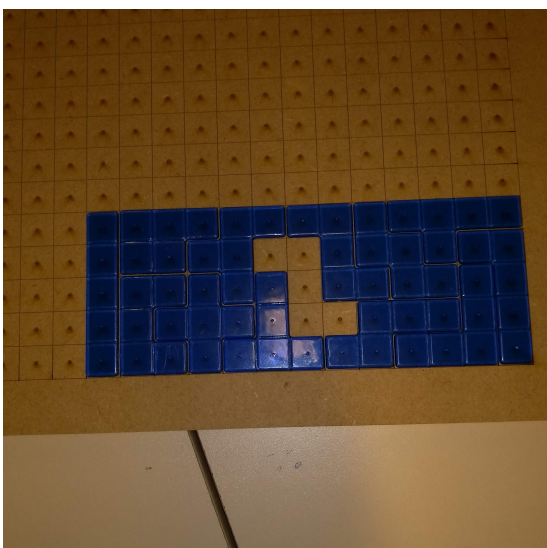
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 54 – Solução encontrada pelo grupo 1.



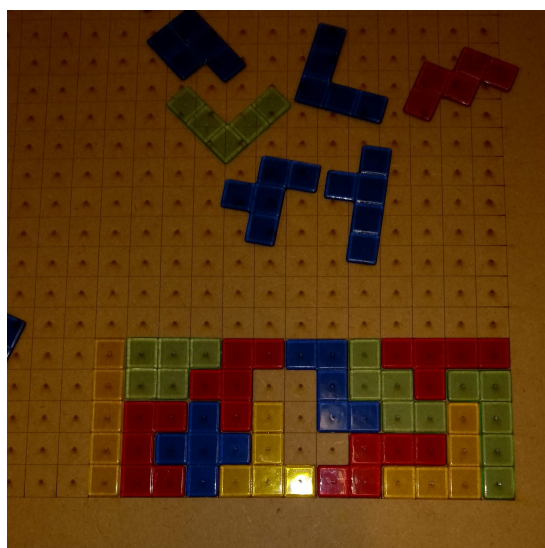
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 55 – Solução encontrada pelo grupo 3.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 56 – Solução encontrada pelo grupo 3.



Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 4.1.6 Atividade 6

*Formar uma peça com dois pentaminós de uma forma escolhida qualquer. Copiar com outras duas peças. Com as oito peças restantes, formar uma peça semelhante, mas com o dobro do tamanho.*

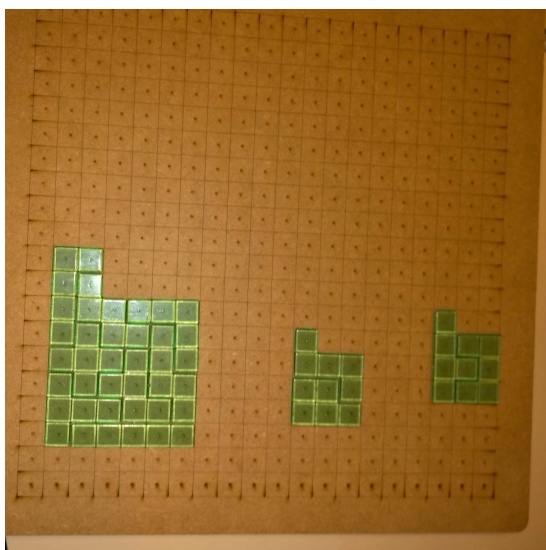
Apenas o grupo 1 encontrou a solução para este problema. Os demais grupos fizeram várias tentativas, porém não obtiveram êxito. Esses grupos relataram que a atividade era muito difícil.

De fato, dentre os problemas envolvendo os pentaminós, este é um dos que exige uso do raciocínio combinatório e também a "tentativa e erro". Por essa razão, o problema é de difícil solução (embora pareça simples). Vale dizer que esta pesquisa não destacou com detalhes o raciocínio combinatório no uso dos poliminós, apesar de ter citado, ao longo do corpo do texto, que esse raciocínio pode ser aprimorado ao utilizar esse jogo.

A figura da esquerda representa o conjunto dos doze pentaminós de mesma cor, e a da direita, destacamos os doze pentaminós diferentes.

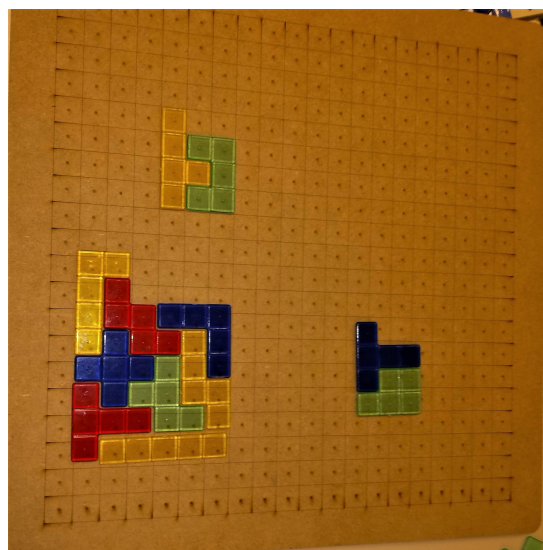
✓ Eis a solução encontrada:

Figura 57 – Solução encontrada pelo grupo 1.



Fonte: Elaborada pelo autor.

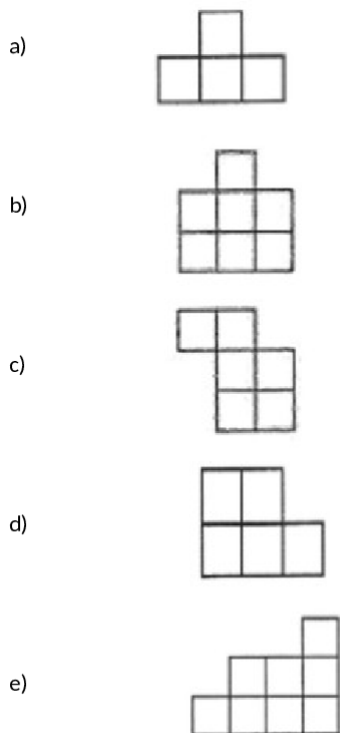
Figura 58 – Solução encontrada pelo grupo 1.



Fonte: Elaborada pelo autor.

### 4.1.7 Atividade 7

Pedro montou um quadrado com quatro das cinco peças abaixo. Qual é a peça que ele não usou?



Todos os grupos chegaram na solução correta: letra D. Os grupos não fizeram uso das peças dos poliminós para resolverem esse problema. Em linhas gerais, os grupos chegaram à mesma conclusão contando o total de quadradinhos das cinco peças o resultado é 30. Como foram usadas 4 peças, a solução seria um quadrado 5x5, totalizando 25 quadradinhos. Portanto, a peça que não foi utilizada é a de cinco quadradinhos (pois  $30 - 5 = 25$ ).

Os grupos perceberam que os poliminós das alternativas B, C e E não tinham no tabuleiro, mas era possível formá-las pela justaposição de outras peças dos poliminós que continham no tabuleiro.

---

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

---

---

A elaboração desta pesquisa trouxe um alento à a minha jornada profissional. Isso porque, ensinar matemática, nos dias atuais, requer uma reflexão quanto à mudança de metodologias e estratégias para que o estudante aprenda os diferentes conteúdos da matemática, bem como desenvolvam as competências e habilidades previstas para cada ano e série.

Com relação à proposta do uso do tabuleiro dos poliminós, foi notório o entusiasmo dos alunos em poder diferenciar a aula de matemática, saindo da rotina de uma aula tradicional para uma aula mais dinâmica. Não podemos deixar de ressaltar que trazer um jogo para a sala de aula, demanda planejamento e paciência por parte do professor, uma vez que os alunos saem de sua condição de "ouvintes" e passam a ser protagonistas.

Esperamos que esta pesquisa contribua para que professores de matemática da educação básica possam ter uma proposta a mais para diversificarem suas aulas, não se esquecendo de trabalhar com dedicação a parte teórica da aula.





## REFERÊNCIAS

---

ALMEIDA, V.; GUIMARÃES, D.; BESERRA, V. S. Pentaminós como uma ferramenta didática. 2005. Citado nas páginas 37 e 38.

ASSIS, C. F. de. **Jogos de tabuleiro como Recurso Metodológico para Aulas de Matemática no Segundo Ciclo do Ensino fundamental**. [S.l.: s.n.], 2014. Nenhuma citação no texto.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 10520**: Informação e documentação — apresentação de citações em documentos. Rio de Janeiro, 2002. 7 p. Nenhuma citação no texto.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. [S.l.: s.n.], 1998. Citado na página 21.

\_\_\_\_\_. [S.l.], 2019. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br>>. Acesso em: 01/08/2019. Citado nas páginas 22 e 49.

CUSTÓDIO, J.; SOUZA, P. de. O ethos religioso na antiguidade: a origem ritualística dos jogos de tabuleiro. **revista científica/FAP**, v. 20, n. 1, 2019. Citado nas páginas 23, 24 e 25.

FIorentini, D.; AL. at. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática. **Boletim da SBEM**, v. 4, n. 7, 1990. Citado na página 20.

GOLOMB, S. W. **Polyminoes-Puzzles, Patterns, Problems and Packings**. 3. ed. [S.l.: s.n.]. Nenhuma citação no texto.

GRANDO, R. C. Recursos didáticos na educação matemática: jogos e materiais manipulativos. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica-ISSN**, v. 5, n. 2, 2015. Citado na página 22.

KIFFER, A. G. **O Estudo das Guerras e os Jogos de Xadrez**. [S.l.: s.n.], 2014. Nenhuma citação no texto.

LUDOSOFIA. [S.l.], 2019. Disponível em: <[https://ludosofia.com.br/wp-content/uploads/2019/02/jogo\\_realdeur.pdf](https://ludosofia.com.br/wp-content/uploads/2019/02/jogo_realdeur.pdf)>. Acesso em: 20/07/2020. Nenhuma citação no texto.

MARIA, J. de A. B.; GANDULFO, R. de. Explorações geométricas lúdicas com poliminós. **Actas del VII CIBEM ISSN**, v. 2301, n. 797, p. 7999. Nenhuma citação no texto.

MENDES, M.; PANOZZO, N. S. P. **O jogo banco imobiliário sustentável e os conceitos de educação para a sustentabilidade. Desenvolvimento e meio Ambiente**. [S.l.: s.n.], 2016. v. 39. Citado na página 30.

OBMEP. [S.l.], 2006. v. 2. Disponível em: <[https://drive.google.com/file/d/1GzURIN\\_Aes4NVpTqfMPDyUtQs2FMbZQC/view](https://drive.google.com/file/d/1GzURIN_Aes4NVpTqfMPDyUtQs2FMbZQC/view)>. Acesso em: 01/08/2019. Citado nas páginas 39 e 47.

\_\_\_\_\_. [S.l.], 2019. v. 2. Disponível em: <<https://drive.google.com/file/d/168H-Q07ytvda2HB7PTTfa3-BiY2AJO/view>>. Acesso em: 02/08/2019. Citado na página 41.

PINTO, F. P.; SANTOS Jr, G. dos. **O jogo de xadrez e o ensino da matemática**. [S.l.: s.n.], 2009. Citado na página 27.

RIBAS, R. P.; AL et. **Jogos de tabuleiro como Instrumento pedagógico de Socialização e Emancipação**. [S.l.: s.n.], 2018. Citado nas páginas 22 e 23.

SAGICA, M. de J. Q. **Utilizando os Poliminós no Ensino da Geometria Plana na Educação Básica**. Dissertação (Mestrado) — Universidade do Pará, Belém, Belém, 2018. Citado na página 33.

SEDUC. **Currículo Paulista**. Sao Paulo, 2019. 526 p. Disponível em: <[http://www.escoladeformacao.sp.gov.br/portais/Portals/84/docs/pdf/curriculo\\_paulista\\_26\\_07\\_2019.pdf](http://www.escoladeformacao.sp.gov.br/portais/Portals/84/docs/pdf/curriculo_paulista_26_07_2019.pdf)>. Acesso em: 01/08/2019. Citado nas páginas 22 e 49.

SILVA, A. F. da; KODAMA, H. M. Y. Poliminós. **Anais do 29º C.I.P.: A visão do ser humano no século XXI.**, 2002. Disponível em: <<https://www.ime.usp.br/~iole/POLIMINOS.pdf>>. Acesso em: 07/09/2019. Citado nas páginas 43, 44 e 47.

\_\_\_\_\_. **Jogos no ensino da matemática**. [S.l.: s.n.], 2004. 1-19 p. Citado na página 38.

SILVA, M. J. de C.; AL et. **A dialética construtiva da adição e subtração nas estratégias do jogo gamão**. [S.l.: s.n.], 2003. Citado nas páginas 25 e 26.

