UFRRJ

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

EM REDE NACIONAL – PROFMAT

DISSERTAÇÃO

CONSTRUINDO COMPETÊNCIAS E HABILIDADES RELACIONADAS AO CONTEÚDO DE VISTAS ORTOGONAIS EM GEOMETRIA: uma experiência com material concreto em uma turma de 9º ano de uma escola pública da cidade do Rio de Janeiro

José Carlos Maia de Souza

2020

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL – PROFMAT

CONSTRUINDO COMPETÊNCIAS E HABILIDADES RELACIONADAS AO CONTEÚDO DE VISTAS ORTOGONAIS EM GEOMETRIA: UMA EXPERIÊNCIA COM MATERIAL CONCRETO EM UMA TURMA DE 9º ANO DE UMA ESCOLA PÚBLICA DA CIDADE DO RIO DE JANEIRO

JOSÉ CARLOS MAIA DE SOUZA

Sob a Orientação do Professor

DOUGLAS MONSÔRES DE MELO SANTOS

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre, no curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Área de Concentração em Matemática.

Seropédica, RJ

Fevereiro de 2020

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Biblioteca Central / Seção de Processamento Técnico

Ficha catalográfica elaborada
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S719c

Souza, José Carlos Maia de, 1963-
Construindo Competências e Habilidades relacionadas ao conteúdo de vistas ortogonais em geometria: uma experiência com material concreto em uma turma de 9° ano de uma escola pública da cidade do Rio de Janeiro / José Carlos Maia de Souza. - Seropédica, 2020.
158 f.

Orientador: Douglas Monsôres de Melo Santos.
Dissertação(Mestrado). -- Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Curso de Pós-graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, 2020.

1. Ensino de Matemática. 2. Projeção Ortogonal. 3. Material Lúdico. I. Santos, Douglas Monsôres de Melo, 1984-, orient. II Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Curso de Pós-graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT III. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

JOSÉ CARLOS MAIA DE SOUZA

Dissertação submetida como requisito parcial para a obtenção de grau de **Mestre**, no Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, área de Concentração em Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 13/08/2020.

Conforme deliberação número 001/2020 da PROPPG, de 30/06/2020, tendo em vista a implementação de trabalho remoto e durante a vigência do período de suspensão das atividades acadêmicas presenciais, em virtude das medidas adotadas para reduzir a propagação da pandemia de Covid-19, nas versões finais das teses e dissertações as assinaturas originais dos membros da banca examinadora poderão ser substituídas por documento(s) com assinaturas eletrônicas. Estas devem ser feitas na própria folha de assinaturas, através do SIPAC, ou do Sistema Eletrônico de Informações (SEI) e neste caso a folha com a assinatura deve constar como anexo ao final da tese / dissertação.

Douglas Monsôres de Melo Santos (Dr. Orientador, Presidente da Banca)

Eulina Coutinho Silva do Nascimento. Dr.ª UFRRJ

Gladson Octaviano Antunes. Dr. UNIRIO

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelo que conquistei e peço a Ele para continuar a me dar sabedoria para usar os conhecimentos que adquiri sempre em prol dos alunos.

A meu irmão e tio Luiz Roberto Albuquerque Rodrigues Maia, que não desistiu de me orientar e estimular a dominar os primeiros conceitos da matemática e ver a parte nobre, que é a busca pelo conhecimento. Minha eterna gratidão.

Ao meu orientador Prof. Douglas Monsôres de Melo Santos, por ter me orientado e por todo o tempo e dedicação dispensados. Muito obrigado e que Deus o abençoe!

Aos meus professores do PROFMAT, que contribuíram de forma direta ou indireta para o meu aprendizado fortalecendo minha vontade e estimulando minha garra na conclusão deste mestrado, fazendo com que eu me aprimorasse cada vez mais em meus estudos cruzando obstáculos que pareciam impossíveis e que hoje valorizo muito.

Aos meus colegas do curso do PROFMAT que conviveram comigo, os quais jamais esquecerei, pois nos momentos mais difíceis estivemos juntos para superar o que nos pareceu muitas vezes impossível. Cada um de vocês me acrescentou ensinamentos valiosos com suas experiências de vida nestes últimos dois anos, aprendi muito além da Matemática. Em especial ao Marcos Vinícius, Ramiro Marins e Robson Ricardo, que tiveram paciência e perseverança para que todas as semanas estivéssemos juntos estudando e lutando para a nossa conquista. Serei sempre grato.

Aos meus irmãos, amigos e consultores acadêmicos Carlos Brener, Geraldo Bull, Waldek Nobre e Washington Junior, pelo incansável apoio. A vitória é nossa!

À Universidade Federal do Rural do Rio de Janeiro por me acolher e contribuir muito para a minha evolução não apenas como professor, mas também como pessoa. Farei o possível para repassar para a sociedade todo o conhecimento aqui adquirido.

Aos meus alunos que participaram da pesquisa com dedicação, seriedade e espírito de colaboração. Com o comprometimento de vocês e a contribuição de sempre em meio aos desafios e dúvidas vocês me fizeram um professor melhor.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Finance Code 001

DEDICATÓRIA

À minha família e amigos, razões principais da minha vida. Sem o apoio imensurável que recebi de vocês a realização deste trabalho não seria possível.

RESUMO

Neste trabalho, são relatadas experiências pedagógicas para o ensino de conteúdos da unidade temática Geometria. Os saberes deste campo são fundamentais para a formação do aluno do Ensino Fundamental e serão aprofundados ao longo de todo o Ensino Médio, constituindo cerca de 24% das questões de Matemática aplicadas nas edições do ENEM entre 2009 e 2018. Conforme definido nos últimos anos pelo Conselho Nacional de Educação (CNE), o currículo escolar da educação básica deve estar atualizado para incluir o trabalho com o conteúdo “vistas ortogonais” em conformidade com a BNCC, no último ano do Ensino Fundamental; contudo, verifica-se ainda a necessidade de refletir e elaborar estratégias que auxiliem professor e estudantes nos processos de ensino-aprendizagem deste conteúdo na rede pública de ensino da Prefeitura da Cidade do Rio de Janeiro, onde não constam orientações para o desenvolvimento da habilidade de “Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectivas” (BNCC; EF09MA17). Este trabalho justifica-se diante da necessidade de investigar, propor, testar e avaliar metodologias de ensino e atividades para o desenvolvimento da habilidade relacionada ao conteúdo como caminho para suprir esta lacuna no ensino de matemática nesta rede municipal. Realizou-se aulas e oficinas junto a duas turmas regulares de 9º ano do Ensino Fundamental, da Cidade do Rio de Janeiro, no ano de 2019. Visando analisar as atividades existentes e propor novas práticas pedagógicas, para promover a descoberta de projeções em perspectiva e projeções paralelas. A pesquisa avaliou inicialmente dois grupos de estudantes para, em seguida, estruturar e implementar uma sequência didática junto ao grupo com maior defasagem no sentido de instrumentalizá-lo para melhorar o resultado aferido nos testes sobre o tema. Elaborou-se e aplicou-se uma sequência de atividades com uso de material concreto e desenhos em perspectiva, além de luz e sombra em diferentes práticas na sala de aula. Após cada etapa realizou-se a verificação da aprendizagem por meio de testes elaborados pelo professor. Resultou do pré-teste uma média geral de acertos aproximada entre os grupos controle (GC) e experimental (GE): de cada dez questões, a média de acertos esteve entre 2,7 (GC) e 1,2 (GE), o que evidenciou a lacuna conceitual existente nas Orientações Curriculares das Cidade do Rio de Janeiro. Após a conclusão da sequência didática, o GE resolveu o Teste Final com questões de nível do Ensino Médio retiradas do ENEM e média de 7,3 acertos do total de dez questões; enquanto o GC apresentou média de 4,5 acertos. Tais resultados corroboram que o trabalho pontual com o conteúdo “vistas ortogonais” apresentou resultados efetivos quando se trata de situações-problema que mobilizam diferentes habilidades e competências. Verificou-se que os estudantes do GE demonstraram motivação e dedicação maiores, além da autoestima elevada que os levou a relatar um maior prazer nas aulas de matemática. Atestou-se que os estudantes estão aptos a analisar e produzir transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas sólidas. Conclui-se que o conjunto de mudanças da BNCC exige da escola a releitura do seu papel. Sugere-se novos estudos para aprimorar a sequência didática no sentido de auxiliar no diagnóstico das dificuldades e na aceleração necessária para a aquisição desses conhecimentos no período escolar previsto nos documentos normativos nacionais.

Palavras-Chave: Ensino de Matemática, Projeção Ortogonal, Material Lúdico.

ABSTRACT

This paper presents pedagogical experiences to teach the contents of the thematic unity Geometry. The knowledge in this subject is fundamental for the formation of High School students and will be intensified through High School, representing around 24% of the mathematics questions applied between 2009 and 2018 in ENEM exams. As defined by Conselho Nacional de Educação (CNE) in the last years, the basic education curriculum for the last year of High School must be updated to include activities related to “orthogonal views”, according to BNCC (Brazilian Common Core Curriculum). However, strategies still need to be developed and considered to support educator and students in the teaching-learning process of these contents in the public school in the district of Rio de Janeiro which do not include guidelines for the development of the skill to “Recognize orthogonal views of spatial figures and apply this knowledge for drawing objects in perspective”. (BNCC; EF09MA17). This paper is justified by the need to investigate, propose, test and evaluate teaching methodologies and activities for the development of the skill related to the subject as way a to fill this gap in the mathematics teaching at municipal school system. Lectures and workshops were performed with two regular classes of the ninth grade of high school in the city of Rio de Janeiro in 2019, aiming to analyze the existing activities and propose new pedagogical practices to promote the discovery of perspective and parallel projections. At first, the research evaluates two groups of students. Afterwards a didactic sequence will be structured and implemented with the group with the largest gap, in order to instrument it and also to improve the result measured in the test on the subject. A sequence of activities was elaborated and applied using tangible material and perspective drawings, furthermore light and shadow in different experiments in the classroom. After each step, the learning was verified and carried out over test made by the teacher. The results of pre-test between the control group (CG) and experimental (EG), that in every ten question, the average of corrects corrected answers was 2,7 (CG) and 1,2 (EG), which highlighted the conceptual gap that exists in the curricular guidelines from in the city of Rio de Janeiro. After the conclusion of didactic sequence, the EG solved the final test with high school level questions taken from ENEM exams and the average of corrects corrected answers was 7,3 in every ten question, meanwhile the CG the average was 4,5. Such results endorse that the punctual work with “orthogonal views” content presented effective results when dealing with issues that mobilize different abilities and competences. It was verified that EG students demonstrated increase motivation and dedication, as well as elevated self-esteem which led them to report great pleasure in mathematics class. It was also proved that students were able to analyze and produce transformations and enlargements/reductions of solid geometric figures. In conclusion the set of changes of BNCC demands a reinterpretation of the School’s role. New studies are recommended to enhance the didactic sequence in order to help with diagnostics of the issues and in the necessary acceleration for the achievement of this knowledges knowledge in the school term predicted by normative national documents.

Key-Words: mathematics teaching, orthogonal projection, Educational material.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS E TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CCSSO	*Common Core State Standards Initiative*
CNE	Conselho Nacional de Educação
CNS	Conselho Nacional de Saúde
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
GC	grupo controle
GE	grupo experimental
IES	Instituições de Ensino Superior
IMPA	Instituto de Matemática Pura e Aplicada
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MCTIC	Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações
MEC	Ministério da Educação
NCTM	*National Council of Teachers of Mathematics*
OCDE	Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes *Programme for International Student Assessment*
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
PPP	Projeto Político-Pedagógico
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
UERJ	Universidade do Estado do Rio de Janeiro
UFF	Universidade Federal Fluminense
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro
UFRRJ	Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
UNIRIO	Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Lecionar Matemática é um grande desafio em um cenário onde parte considerável dos alunos chega aos anos finais do Ensino Fundamental sem motivação para aprender os conteúdos curriculares pré-determinados. Assim, cada vez mais os docentes buscam estratégias e maneiras diferenciadas que os auxiliem a reverter esse quadro a partir de uma maior inclusão e do efetivo envolvimento dos estudantes na construção desses saberes.

Nesse sentido, cabe aos educadores cultivarem em si a criatividade necessária para repensar a maneira como ensinam determinados temas, uma vez que "se o ensino for lúdico e desafiador, a aprendizagem prolonga-se fora da sala de aula, fora da escola, pelo cotidiano, até as férias, num crescimento muito mais rico do que algumas informações que o aluno decora porque vão cair na prova" (ROSA-NETO, 1992, p. 43).

Contribui para a complexidade desse tema a reflexão sobre a defasagem na aquisição e consolidação de saberes matemáticos nos anos finais do Ensino Fundamental, o que comprometerá desde o início o desenvolvimento desses estudantes ao longo de todo o Ensino Médio, etapa de escolarização onde se espera que o estudante estabeleça relações mais profundas entre os seus saberes, utilizando-os para agir no mundo e construindo, portanto, “uma visão mais integrada da Matemática, ainda na perspectiva de sua aplicação à realidade” (BRASIL; 2018, p. 517).

Nesse sentido, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), Brasil (2018), define como uma das competências específicas da área de Matemática o desenvolvimento nos estudantes da compreensão das relações existentes entre os diferentes conceitos e procedimentos dos diversos “campos” dessa disciplina, ou seja, o uso associado de saberes da Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade para a resolução de problemas.

Para além disso, o documento descreve que este conhecimento deve ser construído de maneira que esteja voltado ao estudante, que deve estar “sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções” (BRASIL, 2018, p. 267). Assim, na disciplina de Matemática voltada ao 9º ano do Ensino Fundamental temos a Unidade Temática “Geometria” definida da seguinte maneira:

> A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário

> para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência (BRASIL, 2018, p. 271).

O ensino de conceitos relacionados à Geometria contribui, portanto, para a "formação de um tipo de raciocínio importante para a Matemática, o raciocínio hipotético-dedutivo" (BRASIL, 2018, p. 272), aquele que se relaciona com demonstrações e confere certeza às conclusões (PONTE; MATA-PEREIRA; HENRIQUES, 2012) e que é aprimorado ao longo do Ensino Médio, quando espera-se que os estudantes "[...] experimentem e interiorizem o caráter distintivo da Matemática como ciência, ou seja, a natureza do raciocínio hipotético-dedutivo, em contraposição ao raciocínio hipotético-indutivo" (BRASIL, 2018, p. 540).

Em relação ao ensino de Geometria nos anos finais do Ensino Fundamental, a BNCC estabelece que devem ser enfatizadas tarefas que

> [...] analisam e produzem transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, de modo a desenvolver os conceitos de congruência e semelhança. Esses conceitos devem ter destaque nessa fase do Ensino Fundamental, de modo que os alunos sejam capazes de reconhecer as condições necessárias e suficientes para obter triângulos congruentes ou semelhantes e que saibam aplicar esse conhecimento para realizar demonstrações simples [...] (BRASIL, 2018, p. 272).

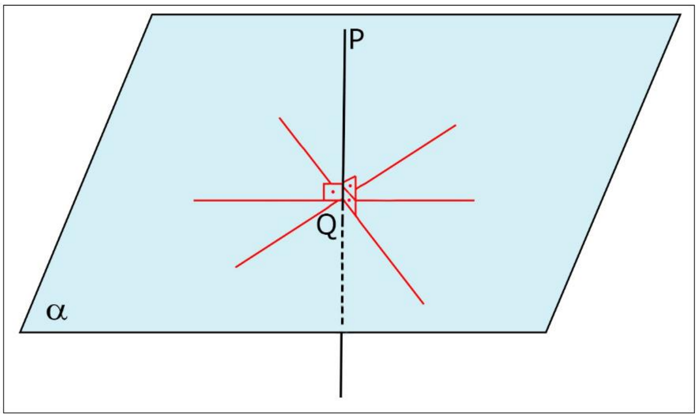
Assim, neste trabalho optou-se por explorar experiências pedagógicas relativas ao ensino de conteúdos da unidade temática Geometria considerando que os saberes deste campo serão aprofundados ao longo de todo o Ensino Médio e constituem 23,9% de todas as questões de Matemática aplicadas nas edições do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) entre 2009 e 2018[1], sendo o tema mais citado no exame nacional ao longo dos últimos dez anos.

Delimitou-se a observação e o trabalho pedagógico ao tema ou objeto de conhecimento denominado conceitualmente projeção ortogonal – ou vistas ortogonais – e que é, por definição, uma transformação geométrica do espaço tridimensional sobre um plano pré-fixado, que aplica cada ponto **P** do espaço em um ponto **Q** do plano de forma que **PQ** seja perpendicular ao plano (Figura 1)

---

[1] Plataforma de Educação. *Raio-X do ENEM - 2009 a 2018 - Matemática*. Fortaleza: SAS Editora, 2019. Disponível em: <https://enem.saseducacao.com.br/docs/imprensa/temas_abordados.pdf>

Figura 1 – Plano de visualização da projeção ortogonal.



Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2020.

O presente trabalho pretende analisar a aplicação dos conceitos de vistas ortogonais de figuras espaciais associando os sólidos às suas visualizações de modo a desenvolver nos estudantes a competência necessária para identificar as propriedades das figuras planas e sólidos geométricos.

O Conselho Nacional de Educação (CNE), através da Lei nº 13.415, de 16 de fevereiro de 2017, determinou a atualização do currículo escolar de toda a educação básica visando sua implementação a partir de 2020. Neste contexto, alguns conteúdos relacionados às vistas ortogonais deverão, então, ser lecionados nos anos finais do Ensino Fundamental conforme previsto na BNCC. Portanto, faz-se necessário refletir e elaborar estratégias metodológicas que auxiliem professor e estudantes nos processos de ensino-aprendizagem desse conteúdo.

A BNCC constitui um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagem a partir dos conteúdos, das competências e habilidades essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica. Nela, o objeto de conhecimento “vistas ortogonais de figuras espaciais” é proposto como caminho para promover o desenvolvimento da habilidade de “reconhecer figuras espaciais” desenvolvendo a competência de “desenhar objetos em perspectiva” a partir da observação do mundo ao seu redor (Quadro 1).

Quadro 1 – Presença do conteúdo "vistas ortogonais" na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) da área de Matemática para o 9º ano do Ensino Fundamental.

UNIDADE TEMÁTICA	OBJETO DE CONHECIMENTO	HABILIDADE
Geometria	Vistas ortogonais de figuras espaciais	Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectivas (EF09MA17).

Fonte: Brasil (2018, p. 319).

Em contraponto, nas Orientações Curriculares vigentes na rede pública de ensino da Prefeitura da Cidade do Rio de Janeiro não constam normas para o desenvolvimento da habilidade destacada (Apêndice A). Uma das consequências disso para os professores é o surgimento de indagações sobre as abordagens do tema nos livros didáticos utilizados e o impacto que a BNCC causa no trabalho docente.

Nesse sentido, a experiência docente do pesquisador reforça a percepção de que a normatização nacional de novos conteúdos nacionalmente faz com que os municípios levem mais tempo para incorporá-los na revisão de seus currículos e materiais didáticos, o que pode contribuir para aumentar a defasagem no ensino-aprendizado de conteúdos considerados essenciais.

Torna-se necessário, pois, investigar, propor, testar e avaliar a metodologia e as atividades para o desenvolvimento da habilidade relacionada ao conteúdo “vistas ortogonais” como caminho para suprir a lacuna no ensino deste conteúdo na rede municipal do Rio de Janeiro e, porventura, em outros municípios que estejam em situação semelhante.

Diante da problemática destacada foram estabelecidas algumas questões que nortearam as reflexões ao longo desta pesquisa:

- As abordagens dos livros didáticos utilizados na rede pública de ensino da Prefeitura da Cidade do Rio de Janeiro atendem ao desenvolvimento da habilidade desejada?
- Quais os impactos que a BNCC causará no trabalho dos professores da rede pública de ensino da Prefeitura da Cidade do Rio de Janeiro com a normatização da habilidade destacada?
- É possível que o uso de materiais concretos colabore com o desenvolvimento da

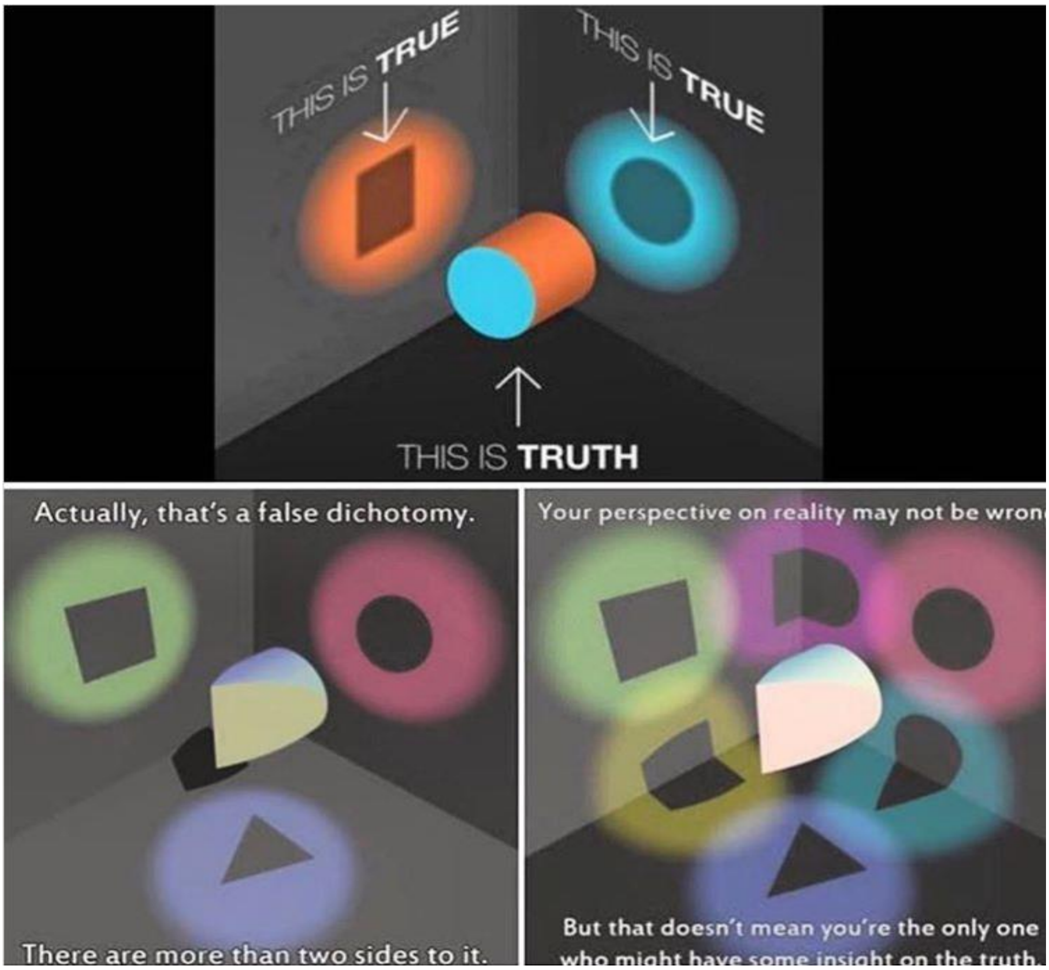
habilidade desejada e com o aprimoramento da competência dos estudantes de desenhar objetos em perspectiva?

- Há realmente um impacto positivo no aprendizado dos estudantes quando estes vivenciam na sala de aula uma sequência didática que explore uma maior interação entre os alunos, sendo desenvolvida agregando outros recursos além dos clássicos lousa, caderno e livro didático? Afinal, são válidos os resultados obtidos pela pesquisa após a implementação das atividades de experimentação?

Busca-se sair de um lugar comum na prática docente pensando em outras maneiras de construir os conhecimentos matemáticos partindo-se da implementação de atividades experimentais de caráter coletivo. Assim, de forma positiva, busca-se materializar em estratégias inovadoras aquilo que geralmente é ensinado aos estudantes apenas em ilustrações no papel, ou na lousa.

As motivações pessoais do pesquisador contribuem, demasiadamente, neste sentido, pois dentre as inúmeras áreas de conhecimento da Matemática é, justamente, na Geometria que ele encontra o seu maior fascínio. Com licença para o uso da primeira pessoa, enquanto pesquisador e professor, a paixão pela Geometria e mais especificamente pela Geometria Espacial, evidencia-se para mim de maneira desafiadora. Pois, ao meu ver, exige da pessoa que resolve estudá-la uma habilidade bastante especial: a de enxergar o que não está sendo necessariamente mostrado em um primeiro olhar. Na opinião do autor, esta característica torna os processos de ensino-aprendizagem deste conteúdo um grande desafio ao longo da vida profissional do docente e da vida escolar dos estudantes, pois exige a capacidade de observar em apenas um único exercício, todas as possibilidades de interpretação do objeto geométrico, o que pode ser vislumbrado na Figura 2 a seguir:

Figura 2 – Ilustração das interpretações possíveis de “uma” realidade dentre várias; reflexão sobre Geometria Espacial a partir da projeção das sombras de um sólido geométrico.



Fonte: <https://br.pinterest.com/pin/82458101300485 3055/>.

A motivação pessoal para o despertar da vontade de conduzir uma pesquisa sobre o tema se ancora em certa percepção filosófica a respeito das projeções ortogonais entendidas como “realidades possíveis”. Assim, tal como nas coisas da vida, a Geometria ilustra os movimentos de perceber tanto a certeza que existe sobre uma verdade proposta (a que de fato ocorreu) quanto às várias verdades no nosso cotidiano (como está sendo percebido a partir do ponto de vista de cada indivíduo). Destaco esta ideia ilustrada acima como uma reflexão pessoal de vida e que pode ser melhor compreendida observando também as ilustrações menores na Figura 2.

Outro grande motivador deste trabalho foi o desafio lançado por Philippe Perrenoud no livro “10 Novas Competências para Ensinar” (2000), em que o autor propõe a seguinte indagação: “Se a escola ministra um ensino que aparentemente não é mais útil para uso externo, corre um risco de desqualificação. Então, como vocês querem que as crianças tenham confiança nela [na escola]?”.

Conforme a problemática destacada, está normatizado na BNCC, Brasil (2018) que a habilidade EF09MA17, a saber: “Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectivas”, deverá ser desenvolvida no 9º ano do Ensino Fundamental, com vistas a consolidar conhecimentos básicos a serem aprofundados no Ensino Médio.

A relevância do trabalho com este tema se justifica também na medida em que as avaliações da qualidade da educação básica brasileira – tais como o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Particulares (OBMEP) e o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) –, além das instituições que realizam competições como o Concurso Canguru de Matemática (AKSF, 2020), por exemplo, ressaltam a importância desta habilidade e cobram-na frequentemente no rol de conteúdos “conhecimento geométrico”.

O fato de a Matriz de Referência do ENEM, Brasil, (2015), na área de conhecimentos da Matemática e suas Tecnologias, prever a “Competência de Área 2” (Quadro 2) caracterizada pelo desenvolvimento dessas habilidades também reforça esta importância.

Para Perrenoud (1999), habilidade trata-se de uma sequência de modos operatórios, induções e deduções onde são utilizados esquemas de alto nível. Portanto, a habilidade constitui uma série de procedimentos mentais que o indivíduo aciona para resolver uma situação real na qual ele precisa tomar uma decisão.

Assim, a importância da relevância de um trabalho de qualidade em sala de aula aumenta quando se tem em vista que o conteúdo “vistas ortogonais” não está programado nas Orientações Curriculares da Prefeitura da Cidade do Rio de Janeiro. Espera-se, como resultado desta pesquisa, delinear e compreender como se dá a presença do tema nos planejamentos dos professores e nas abordagens do assunto nos livros didáticos hoje disponíveis na rede pública municipal.

Quadro 2 - Matriz de Referência do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionada ao "conhecimento geométrico".

COMPETÊNCIA DE ÁREA 2	**“Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela”**

H6	Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.
H7	Identificar características de figuras planas ou espaciais.
H8	Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.
H9	Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Fonte: BRASIL, 2015.

A partir destes fatos é que se definiu como objetivo geral desta pesquisa analisar atividades existentes e propor novas práticas pedagógicas utilizando recursos didáticos como interações com luz e sombra na descoberta de projeções em perspectiva e projeções paralelas, contribuindo para a construção de habilidades associadas às visualizações ortogonais em Geometria.

Almeja-se descrever, caso existam, atividades relacionadas ao conteúdo de vistas ortogonais que constem de diferentes materiais didáticos utilizados nas escolas públicas do município do Rio de Janeiro, subsidiando a investigação de estratégias que auxiliem na aprendizagem de conceitos relacionados à projeção ortogonal. Isto posto, os objetivos específicos desta pesquisa compreendem:

- ✓ Descrever, caso existam, atividades relacionadas ao conteúdo de vistas ortogonais que constem nos diferentes materiais didáticos utilizados nas escolas públicas do município do Rio de Janeiro;
- ✓ Investigar na literatura atividades e materiais didáticos que auxiliem na aprendizagem de conceitos relacionados à projeção ortogonal;
- ✓ Elaborar e aplicar uma sequência de atividades com uso de material concreto relacionadas aos conteúdos vistas ortogonais e desenhos em perspectiva junto a turma de 9º ano do Ensino Fundamental, analisando seus pontos positivos e negativos;
- ✓ Verificar a aprendizagem dos alunos sobre o conteúdo de vistas ortogonais após a aplicação da sequência didática por meio de testes contendo questões extraídas de avaliações recentes (OBMEP, ENEM, Canguru). Analisando dificuldades que possam ser apresentadas pelos alunos ao longo de todo o processo.

Um dos resultados esperados para essa pesquisa-ação é que reflitam no maior domínio deste conhecimento por parte dos estudantes, sobretudo no que tange ao aprimoramento das habilidades e competências necessárias para que logrem desenvolver um raciocínio matemático de maneira autônoma diante das diversas representações das figuras sólidas geométricas no mundo.

Pode-se dizer, de maneira livre, que a finalidade deste empreendimento de pesquisa coincide com o desenvolvimento da complexidade do pensamento matemático de Armandinho na tirinha abaixo (Figura 3), em que a personagem é confrontada com várias "faces" da realidade e seu pai o aconselha a exercitar a habilidade de observar cientificamente todas as relações entre essas faces antes de tirar conclusões ou acreditar em uma única "verdade" sobre o objeto em análise:

Figura 3 – Tirinha *Armandinho,* Alexandre Beck, ilustrando o raciocínio matemático diante da geometria de uma figura sólida.

Fonte: http://tirasbeck.blogspot.com.br/

Assim, por meio de estudo exploratório, descritivo e explicativo propõe-se a intervenção em trabalho docente em sala de aula com os principais conceitos matemáticos relacionados ao conteúdo "vistas ortogonais".

Esta pesquisa-ação propõe, portanto, uma sequência didática relacionada ao conteúdo vistas ortogonais pelo viés da abordagem por competências em conformidade com a BNCC. Assim, para auxiliar no desenvolvimento da habilidade EF09MA17 de "Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectivas", foram elaboradas situações-problema a partir de diferentes exercícios que envolvem, dentre outras, a competência de desenhar objetos em perspectiva, habilidade exigida também pelo Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) em sua matriz de referência, desde o ano de 2009, conforme exposto.

A abordagem pedagógica a ser seguida através da sequência didática mencionada acima requer do professor amplo domínio do conteúdo a ser trabalhado e do conteúdo de disciplinas afins, uma vez que cabe ao docente verificar as reais aprendizagens ao longo do processo. Com isso, haverá uma intervenção no sentido de aproveitar os momentos de expressão dos estudantes, auxiliando-os a estabelecer vínculos entre diferentes áreas do conhecimento, não deixando escapar o objetivo principal da proposta, mesmo que a atividade não transcorra na ordem esperada.

Buscando problematizar, identificar pontos fracos e propor caminhos possíveis para solucionar eventuais dificuldades na prática docente é que esta dissertação organiza-se em capítulos dispostos da seguinte maneira: o primeiro capítulo apresenta o Referencial Teórico com o qual se busca descrever e compreender o contexto normativo que envolve o assunto a partir de revisão de literatura sobre a Base Nacional Comum Curricular e os principais conceitos matemáticos relacionados ao conteúdo “vistas ortogonais”.

No segundo capítulo é apresentado uma seção teórica sobre a matemática das projeções, com o objetivo de destacar e nortear sobre alguns aspectos conceituais, que envolvem o domínio da habilidade destacada. Nesse capítulo especifica-se a metodologia pela qual caracterizou-se a população estudada e definiu-se os instrumentos utilizados para, no Capítulo 3, sistematizar os resultados obtidos nas atividades desenvolvidas na sala de aula em paralelo ao ensino dos demais conteúdos curriculares na Cidade do Rio de Janeiro. Neste último capítulo, propõe-se realizar a análise de toda a experiência à luz dos principais obstáculos enfrentados pelo professor de Matemática da rede municipal do Rio de Janeiro para abordar o tema como componente curricular das aulas de Matemática.

Por fim, o último capítulo apresenta as considerações finais e reitera a contribuição para futuros estudos disponibilizando-se em sequência, na seção *Apêndices*, os exercícios e provas (simulados) elaborados pelo pesquisador e aplicados em cada etapa do experimento, assim como a descrição detalhada do desenvolvimento da sequência didática elaborada com vistas a estimular sua réplica e posterior análise dos resultados obtidos em outros contextos.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Descrever e compreender o contexto normativo que envolve o assunto em questão é de fundamental importância para analisar os seus desdobramentos na educação ao longo do tempo. Afinal, conceitos como os de Competência e Habilidade definem a abordagem adotada por este estudo em consonância com as diretrizes para a educação básica na rede pública de ensino a nível nacional.

Assim, a partir de revisão de literatura sobre o texto da Base Nacional Comum Curricular evidenciam-se o viés adotado na concepção das práticas de ensino-aprendizagem em todo o território nacional e os principais conceitos matemáticos relacionados ao conteúdo "vistas ortogonais".

2.1 Competências e Habilidades

Diferentes exames e documentos norteadores brasileiros referem os conceitos de habilidades e competências em suas bases. Competências no sentido das elaborações pessoais que permitem ao indivíduo ser eficaz nas ações que empreende (PERRENOUD, 1999b; PERRENOUD; THURLER, 2002). Nas palavras de Perrenoud (1999a), o conceito de competência compreende:

> [...] a capacidade de agir eficazmente em um determinado tipo de situação, apoiada em conhecimentos, mas sem limitar-se a eles. Ou ainda, a forma eficaz de enfrentar situações análogas, de modo a articular a consciência e recursos cognitivos com saberes, capacidades, atitudes, informações e valores, tudo isso de maneira rápida, criativa e conexa (PERRENOUD, 1999a).

Atrelado a este conceito está a concepção de habilidade como a mobilização de conhecimentos e capacidades por parte do indivíduo para resolver uma situação-problema da vida real sem conscientemente pensar ou planejar, ou seja, fazendo uso de suas habilidades para tomar uma decisão. "Por exemplo, quando um aluno está aprendendo a multiplicar ele utiliza as habilidades da adição e da conservação do número, que ele já possui, para resolver o novo problema" (SILVA; FELICETTI, 2014, p. 19). As habilidades são relacionadas, portanto, à prática do "saber fazer" e surgem das competências já desenvolvidas que se transformam em habilidades.

Nesta abordagem está pressuposto que, nos processos educativos, "as situações-problema necessitam ser criadas, inovadas e devem ter relação com o cotidiano do educando, para que assim possam ser desenvolvidas novas habilidades e competências" (SILVA; FELICETTI, 2014, p. 18).

Dar enfoque às habilidades e competências mostra-se, pois, uma via para garantir uma formação voltada à capacitação, a fim de resultar em um novo tipo de profissional "preparado para interagir com novas tecnologias e linguagens, atendendo a novos processos e ritmos" (SILVA; FELICETTI, 2014, p. 19).

A Base Nacional Comum Curricular, ou BNCC, possui como fundamento a concepção pedagógica relativa ao que se convencionou denominar "desenvolvimento de competências", conceito presente em outros documentos norteadores e diretrizes, tais como a própria Lei de Diretrizes e Bases da Educação, Brasil (1996) e o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA).

"Competência" se refere, portanto, não apenas ao domínio de um determinado saber, mas, principalmente, à mobilização desse saber em movimento de reflexão e ação simultâneas ao exercício de habilidades, atitudes e valores relacionados à vida cotidiana do estudante. Totalizam dez as competências gerais previstas pela BNCC, a saber: Conhecimento; Pensamento científico, crítico e criativo; Senso estético; Comunicação; Argumentação; Cultura digital; Autogestão; Autoconhecimento e autocuidado; Empatia e cooperação e, por fim, Autonomia.

Em relação à etapa do Ensino Fundamental, a BNCC, Brasil (2018) propõe a organização temática a partir de cinco Áreas do Conhecimento, que podem conter um ou mais componentes curriculares em seu interior:

i. Linguagens: Língua Portuguesa, Arte, Educação Física, Língua Inglesa;
ii. Matemática
iii. Ciências da Natureza
iv. Ciências Humanas: Geografia e História
v. Ensino Religioso.

Conforme o parecer do Conselho Nacional de Educação e da Câmara de Educação Básica nº 11/2010, tais áreas do conhecimento "favorecem a comunicação entre os conhecimentos e saberes dos diferentes componentes curriculares" (BRASIL, 2010, p.13) tratados de maneira interdisciplinar ao longo dos processos de formação "preservando as especificidades e os saberes próprios construídos e sistematizados nos diversos componentes" (BRASIL, 2017, p.13).

Cada uma dessas áreas estabelece, ainda, competências específicas que devem ser desenvolvidas ao longo dos nove anos previstos no ensino regular brasileiro, sempre enfatizando a abordagem das dez competências gerais nessas áreas ao longo dessa etapa de escolarização:

> As competências específicas possibilitam a articulação horizontal entre as áreas, perpassando todos os componentes curriculares, e também a articulação vertical, ou seja, a progressão entre o Ensino Fundamental – Anos Iniciais e o Ensino Fundamental – Anos Finais e a continuidade das experiências dos alunos, considerando suas especificidades (BRASIL, 2017, p.28).

Como proposta para desenvolver tais competências em articulação entre as diferentes áreas, a BNCC estabelece habilidades sempre associadas diretamente ao "saber fazer", podendo ser habilidades de ordem socioemocional ou cognitiva que devem ser mobilizadas nas atividades educacionais em cada ciclo/ano de aprendizagem no ensino fundamental visando à oferta de uma educação integral, ou seja, favorecendo processos educacionais que promovam a formação integral do ser humano considerando suas necessidades e diferentes representações de infâncias e juventudes (BRASIL, 2010).

Assim, define-se um conjunto de "habilidades relacionadas a diferentes objetos de conhecimento – aqui entendidos como conteúdos, conceitos e processos –, que, por sua vez, são organizados em unidades temáticas" (BRASIL, 2018, p.28). Destaca-se ainda que "Cada unidade temática contempla uma gama maior ou menor de objetos de conhecimento, assim como cada objeto de conhecimento se relaciona a um número variável de habilidades" (BRASIL, 2017, p.29).

No que tange ao ensino-aprendizagem do componente curricular Matemática, a BNCC define que a prática escolar,

> [...] por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade -, precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. [...] O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da

> matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (BRASIL, 2017, p.263)

Logo, considerando esses pressupostos a BNCC Matemática (BRASIL, 2017) delineia o que seriam as competências específicas para o Ensino Fundamental desta área de conhecimento em articulação com as competências gerais da Educação Básica:

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos [...].
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes [...].
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais [...].
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens [...].
7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários [...].
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no

planejamento e desenvolvimento de pesquisas [...].

Como já mencionado, no bojo das considerações mais amplas sobre competências gerais e específicas do componente Matemática é que se encontram as unidades temáticas *Números*; *Álgebra*; *Geometria*; *Grandeza e medidas* e *Probabilidade e estatística*. Tais unidades articulam diferentes objetos de conhecimento (conteúdos) que mobilizam, por sua vez, uma ou mais habilidades sempre articuladas verticalmente (entre diferentes áreas do conhecimento) e horizontalmente (na mesma área, porém ao longo dos diferentes anos do ciclo escolar) expressando as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares (BRASIL, 2017).

Há uma determinada estrutura na nomenclatura de cada habilidade em toda a BNCC, visando facilitar a reflexão e elaboração de aulas que articulem conhecimentos de diferentes áreas ou componentes. Contudo, ressalta-se que "as habilidades não descrevem ações ou condutas esperadas do professor, nem induzem à opção por abordagens ou metodologias" (BRASIL, 2017), escolhas estas a serem definidas conforme os currículos e projetos pedagógicos de cada instituição de ensino, adequados à realidade de cada sistema ou rede considerando o contexto e as características dos seus estudantes.

Na unidade temática **Geometria**, por exemplo, é proposto ao 9º ano o trabalho com o objeto de conhecimento "Vistas ortogonais de figuras espaciais", ao qual corresponde o desenvolvimento da habilidade **EF09MA17** descrita como: "Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva".

Explica-se a estrutura das informações acima da seguinte forma:

- O **verbo** "reconhecer" explica o **processo cognitivo** envolvido na habilidade;

- O **complemento** ao verbo explicita o **objeto de conhecimento** mobilizado nesta habilidade, o **contexto** e/ou uma maior **especificação** da aprendizagem esperada.

- E o **código alfanumérico** descreve, especificamente: ***EF*** (Ensino Fundamental), ***09*** (o ano escolar, ou seja, 9º ano), ***MA*** (o componente curricular Matemática) e ***17***, o último par de números, indica a posição da habilidade na numeração sequencial do ano ou do bloco de anos.

2.2 Histórico, Criação e Desafios de Implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

No que se refere à Base Nacional Comum Curricular (BNCC) do Ensino Fundamental, homologou-se o texto final em dezembro de 2017, já a correspondente ao Ensino Médio foi concluída em dezembro de 2018 permitindo, assim, a homologação do documento completo para a educação básica pelo Ministério da Educação (MEC).

A BNCC tem por finalidade definir "as aprendizagens que todos os alunos do Brasil devem desenvolver" em cada etapa da Educação Básica. Na década de 1990, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), em seu Artigo 26, previu a elaboração de uma base nacional comum:

> Os currículos da educação infantil, do ensino fundamental e do ensino médio devem ter base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e em cada estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e dos educandos (BRASIL, 1996, p. 32).

Com isso, criou-se a expectativa de que a BNCC se estabelecesse como o documento normativo que orientaria os currículos das escolas públicas e privadas, bem como a formação de professores e a elaboração de materiais didáticos e avaliações nacionais. Nesse sentido, a BNCC é semelhante a documentos que existem em diversos países como por exemplo o *Common Core State Standards Initiative* adotado nos Estados Unidos (NGA; CCSSO, 2020).

Vale destacar que vários países associados à Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE) têm seguido o caminho de pensar um "núcleo comum" de competências e habilidades a serem desenvolvidas junto aos alunos. Assim, são estabelecidas matrizes de avaliação como as que culminam na implementação do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), criado em 1997 para os sistemas educacionais básicos dos países participantes da OCDE e outros convidados. Que por meio de pesquisa aplicada a cada três anos avaliam as competências e habilidades do conjunto de estudantes aos 15 anos (OCDE, 2020).

O exame PISA avalia conhecimentos das áreas cognitivas – ciência, leitura e matemática – solicitando ao estudante interpretar textos, resolver problemas matemáticos e explicar diferentes fenômenos. A cada edição, o exame dá enfoque especial a uma das três áreas. O Brasil participa do PISA desde a primeira aplicação da avaliação, em 2000. No ano de 2013 passou a ter status de participante pleno, quando ingressou para o Conselho

Diretivo como “*associate*”, o que permitiu ao país votar nas discussões sobre os rumos da avaliação e nas decisões sobre orçamento (BRASIL, 2018).

No Brasil, a BNCC visa garantir que todos os alunos tenham direito a aprendizagens consideradas essenciais, independentemente de sua região ou classe social. É importante destacar que isso não significa que todas as escolas terão um currículo único e perderão sua autonomia. A BNCC deve nortear a elaboração dos currículos municipais e estaduais do ensino fundamental e médio em cada unidade da federação, assegurando a aprendizagem das habilidades e competências que constam nela.

Para termos uma real dimensão do papel da BNCC é necessário entender que o currículo pode ser visto como toda a maneira de atuar de uma escola (carga horária, disciplinas, linha pedagógica, avaliação e outros) compreendendo, no plano ideal, um conjunto de diretrizes discutidas coletivamente de acordo com as características de cada comunidade escolar e formalizadas no documento institucional denominado Projeto Político-Pedagógico (PPP).

Anterior à adoção da BNCC, os documentos oficiais de abrangência nacional que orientavam a composição dos currículos escolares eram os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Esses Parâmetros foram homologados em 1998 (Ensino Fundamental) e 2000 (Ensino Médio) e consistiam em orientações curriculares com sugestões didáticas muito pertinentes, porém, não muito claras e objetivas com relação ao que o aluno obrigatoriamente deveria aprender. A BNCC surge, então, com um caráter elucidativo em relação aos PCN, já que expõe de maneira mais clara os objetivos de aprendizagem e o momento em que se espera que os alunos os desenvolvam, indicando na maioria das vezes até mesmo a série em que determinada habilidade deve ser construída pelo aluno. No sentido de elaboração e condução do currículo escolar, os dois documentos formativos são, portanto, complementares.

A BNCC apresenta dez competências gerais: Conhecimento, Pensamento Científico e Crítico, Repertório Cultural, Comunicação, Argumentação, Cultura Digital, Autogestão, Autoconhecimento e Autocuidado, Empatia e Cooperação, Autonomia e Responsabilidade. Essas competências conformam um conjunto de conhecimentos, habilidades, valores e atitudes que visam ao desenvolvimento dos alunos em todas as dimensões intelectual, física, social, emocional e cultural.

Contudo, para o estudante ser capaz de exercer plenamente todas as competências, a escola tem de se mostrar eficiente não apenas em suas práticas na sala de aula, pois está pressuposta a incorporação de mudanças nos vários âmbitos da instituição. Torna-se necessário, por exemplo, implementar mudanças na gestão escolar, na formação de professores, nos processos de avaliação e na consolidação do próprio projeto político-pedagógico (PPP) para que a totalidade de profissionais e projetos desenvolvidos estejam alinhados com os princípios da BNCC na prática.

O conjunto de mudanças trazidas pela BNCC exige da escola uma releitura do seu papel para que possa dialogar com as novas demandas, pois gera impactos nos livros didáticos, nos PPP, nas propostas curriculares, no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), na formação de docentes e nas avaliações externas.

Atualizar modelos de formação de professores de modo a conectar as instituições formadoras à realidade das escolas é um passo essencial para poder consolidar mudanças curriculares no país. De igual importância é a necessidade de se identificar aspectos essenciais na formação inicial e continuada de professores com vistas a garantir processos de implementação efetiva da BNCC.

A partir da vivência deste pesquisador ao longo de 33 anos desenvolvendo atividades de docência junto a jovens entre 13 e 18 anos de idade afirma-se, em convergência com a fala de Linda Darling-Hammond – professora de Educação da Universidade de Stanford e presidente do *Learning Policy Institute* –, que "não basta escrever um documento para que as transformações esperadas na educação ganhem vida; é preciso preparar os professores para isso" [2].

Para concretizar uma proposta de intensas mudanças em um país que busca redesenhar sua referência curricular é preciso, antes, voltar a atenção aos educadores em atividade, que necessitam dominar conceitualmente o conteúdo que lecionam e inovar em relação aos seus conhecimentos e recursos pedagógicos. Acredita-se que um ensino não padronizado é possível quando o professor sabe como seus estudantes aprendem, o que culmina em aulas mais bem planejadas e, por isso, engajadoras.

2.3 O conteúdo "vistas ortogonais" como objeto de conhecimento

Faz-se necessário discorrer sobre alguns aspectos conceituais do conteúdo "projeções ortogonais", sobretudo os vinculados ao domínio da habilidade EF09MA17 da

---

2 https://www.institutoayrtonsenna.org.br/pt-br/conteudos/formacao-de-professores-e-tema-de-debate-sobre-impactos-da-Base-Nacional-no-Brasil.html

BNCC, tendo em vista que os conceitos apresentados nesta seção embasaram o desenvolvimento da sequência didática implementada junto aos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. O que reforça essa necessidade é que o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), desde 2009, exige em sua matriz de referência, na habilidade H6, que os candidatos demonstrem capacidade de "interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional."

2.3.1 Visualizações

Essa noção é mais familiar do que alguns de nós podemos pensar. Souza (2017) define uma visualização como "uma imagem bidimensional de objetos geométricos. Não é nenhuma imagem antiga, mas, mais precisamente, uma projeção de objetos geométricos em uma superfície planar".

Por exemplo, sempre que vemos um filme na tela de cinema estamos realmente vendo uma projeção de uma sequência de imagens em movimento captadas em filme transparente atravessado por um cone de raios de luz emanados de uma lâmpada, de modo que cada imagem aparece ampliada em uma tela plana colocada a determinada distância da imagem (Figura 4).

Figura 4 – Exemplo de manipulação de filme para projeção na tela de sala cinematográfica ou cinema.

Fonte: <https://www.metropoles.com/entretenimento>; <https://www.google.com/search?q=proje%C3%A7%C3%A3o=de=cinema&tbm>.

2.3.2 Projeções

Neste trabalho, consideramos uma *projeção* como uma associação entre pontos em um objeto e os pontos em um plano, conhecido como plano de imagem: "Esta associação –

entre uma figura geométrica e sua imagem – é estabelecida por linhas de pontos na figura para pontos correspondentes na imagem no plano da imagem” (MORAIS; MCCULLOUGH, 2015, p. 169). Estas linhas são referidas como *linhas de projeção.*

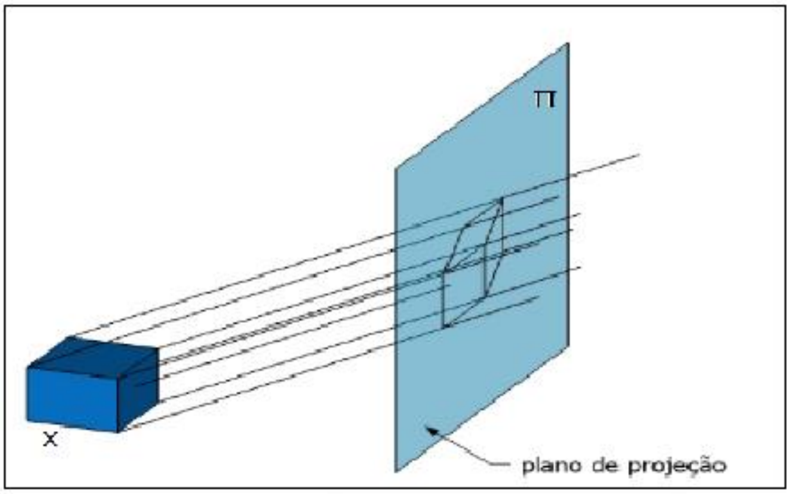
De maneira mais formal, uma *projeção* será uma função f: X → Π entre pontos de um objeto X contido no espaço tridimensional em um plano Π fixado no mesmo espaço, de modo que:

(i) Se um ponto A pertence tanto a X como ao plano Π, então f(A) = A;

(ii) Se A é um ponto em X que não está no plano Π e P = f(A), então para todo ponto B em X com P = f(B), os pontos A, B e P pertencem a uma mesma reta. A reta que passa por A e P é denominada uma *linha de projeção* de f. Note que as linhas de projeção de f são transversais ao plano Π.

Se f: X → Π é uma projeção e P é um ponto na imagem de f, então a imagem inversa de P, $f^{-1}(P)$, está contida em uma reta. Também dizemos que a imagem f(X) é a projeção de X sobre o plano Π por meio de f e que Π é o plano da projeção f. Dizemos que f é uma *projeção paralela* de X sobre o plano Π quando todas as linhas de projeção são paralelas entre si. Quando as linhas de projeção forem perpendiculares ao plano (vide 2.3.6.1 adiante), f é dita uma *projeção ortogonal de X sobre o plano* Π.

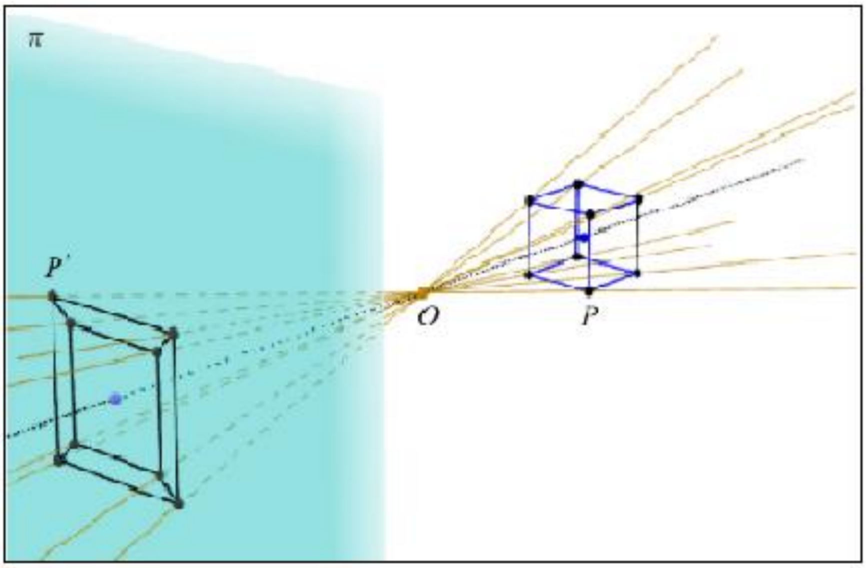
Figura 5 – Exemplo de Projeção Paralela.



Fonte: Adaptado de <https://document.onl/documents/apostila-de-perspectiva-e-sombras.html>

Por sua vez, uma projeção é dita *em perspectiva*, quando todas as linhas de projeção incidem em um único ponto, denominado *centro da projeção*.

Figura 6 – Exemplo de Projeção em Perspectiva.



Fonte: Bortolossi e Crissaff (2020).

O campo da Geometria que investiga projeções – incluindo o estudo das propriedades preservadas no processo de projeção – recebe o nome de **Geometria Projetiva**, e no seu interior desenvolvem-se estudos do subcampo designado **Geometria Descritiva**.

Resolver problemas usando a geometria descritiva pode ser intrincado, pois demanda habilidades para cumprir, por exemplo, a tarefa de descrever com precisão desenhando a sombra projetada por uma árvore em um telhado colonial que pode não ser plano, mas sim ser representado geometricamente como uma justaposição de duas ou mais regiões planares. Assim, “uma compreensão das projeções é, portanto, essencial não apenas para a geração de imagens, mas também para uma compreensão do que se passa nas cenas representadas por estas imagens” (BARBOSA; BLYTHE, 2016).

Define a Norma Técnica Brasileira NBR ISO 9001 (2015) que o termo “Representação ortográfica” significa “projeções ortogonais de um objeto posicionado normalmente com suas faces principais paralelas aos planos coordenados, sobre um ou mais planos de projeção, coincidentes ou paralelos aos planos coordenados. Estes planos de projeção são convenientemente rebatidos sobre a folha de desenho, de modo que as posições das vistas do objeto sejam relacionadas entre si”. As vistas de um objeto habitualmente são obtidas sobre três planos perpendiculares entre si, um vertical, um horizontal e outro de perfil, que definem um triedro tri-retângulo como sistema de referência.

Com isso, a ideia é construir uma base para as técnicas específicas de geometria descritiva que nos instrumentalizam para lidar com "vistas ortográficas", que são comumente representadas na arquitetura por plantas baixas, seções e desenhos de elevação (Figura 7).

2.3.3 Lugar geométrico

Lugar geométrico nada mais é do que um conjunto de pontos e, como todo conjunto, ele deve estar bem definido. Se um ponto possui uma propriedade podemos imaginar o conjunto de todas as posições que pode assumir. O conjunto de todos os pontos (do plano ou do espaço) que possuem a propriedade é chamado de **lugar geométrico** da propriedade (WAGNER, 2000, grifo nosso).

Figura 7 – **Exemplo de uso das técnicas de geometria descritiva na arquitetura (imagem ilustrativa).**

Fonte: Luciana Paixão. A Arquiteta – Planta baixa. Disponível em: <www.aarquiteta.com.br/plantabaixa>. Acesso em 15 Set. 2019.

Para que uma figura seja um lugar geométrico deve, necessariamente, “incluir todos os pontos que satisfazem uma dada condição (ou condições) e só esses” (FERNANDES; MARTINS; SACCHETTI, 2015). Dito de outro modo, deve cumprir a duas condições: 1ª) todos os seus pontos gozam da mesma propriedade e 2ª) qualquer ponto que goze daquela propriedade pertence à figura.

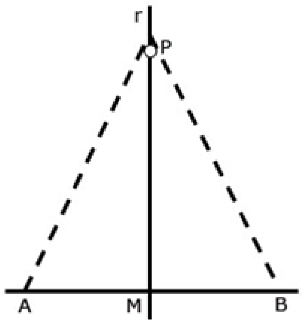
2.3.4 Exemplo I

A mediatriz de um segmento é o lugar geométrico dos pontos equidistantes dos extremos desse segmento. Com efeito, para que a mediatriz seja um lugar geométrico, ela deve verificar as duas condições:

1ª condição: Todos os seus pontos devem ser equidistantes dos extremos desse segmento.

Demonstração: Na Figura 8, considere **AB** um segmento e **r** sua a mediatriz. Tomemos um ponto **P** da mediatriz. Ligando-o com os extremos do segmento teremos dois triângulos retângulos **PAM** e **PBM** congruentes pelo caso L.A.L., pois AM = BM (**M** é um ponto médio) e **PM** (cateto comum). Logo, **PA = PB**.

Figura 8 – Representação da mediatriz como lugar geométrico.



Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2020.

Observação: Para qualquer que seja o ponto tomado sobre a mediatriz, ligando-o com os extremos, teremos dois triângulos retângulos congruentes. A medida de qualquer uma das hipotenusas será a distância do ponto aos extremos do segmento AB.

2ª condição: Todo ponto equidistante dos extremos do segmento deve pertencer à mediatriz.

Demonstração: Na Figura 5, sendo **PA = PB**, o triângulo **PAB** é isósceles. Como **PM** passa pelo ponto médio de **AB**, então **PM** é mediana do triângulo **PAB** relativa à sua base **AB**. Num triângulo isósceles, é bem conhecido que a mediana e a altura relativas à sua base coincidem. Portanto, a reta suporte de **PM** é perpendicular a **AB** e passa pelo seu ponto médio. Logo, **P** pertence à mediatriz do segmento **AB**. Foi provado assim, que a mediatriz de **AB** é o lugar geométrico dos pontos equidistantes dos extremos deste segmento.

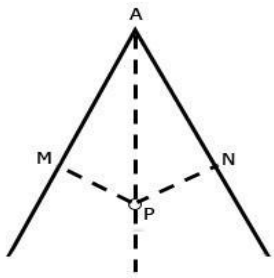
2.3.5 Exemplo II

A bissetriz de um ângulo é o lugar geométrico dos pontos equidistantes dos lados desse ângulo. Com efeito, para que a bissetriz seja um lugar geométrico ela deve satisfazer as seguintes condições:

1ª condição: Todo ponto da bissetriz é equidistante dos lados do ângulo.

Demonstração: Na Figura 9 considere **P** um ponto da bissetriz do ângulo A, traçando as perpendiculares aos lados do ângulo passando por **P**, obtemos os pontos M e N, um em cada lado. Note que os comprimentos de **PM** e **PN** são as distâncias de P aos lados **AM** e **AN** do ângulo respectivamente. Os triângulos retângulos **ANP** e **AMP** são congruentes, são congruentes pelo caso L.A.Ao.

Figura 9 - Representação da bissetriz como lugar geométrico.



Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2020.

2ª condição: Todo ponto equidistante dos lados do ângulo pertence à bissetriz desse ângulo.

Demonstração: Se na Figura 9 **PM = PN**, então os triângulos retângulos **ANP** e **AMP** são congruentes pelo caso L.L.L., porque têm a hipotenusa e um cateto, respectivamente, iguais, pois **PM = PN** (hipótese) e **AP** (hipotenusa comum). Portanto, pelo teorema de Pitágoras, ambos os catetos correspondentes têm a mesma medida. Logo, o ponto **P** pertence à bissetriz do ângulo **Ô**.

2.3.6 Projeção Ortogonal

Nesta seção, retornaremos à noção de projeção ortogonal, interpretando-a em termos do conceito de lugar geométrico.

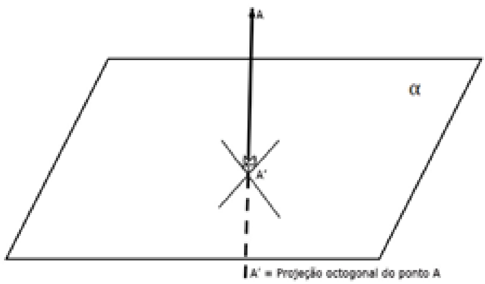
2.3.6.1 Reta Perpendicular a um Plano

Duas retas r e s contidas num mesmo plano são perpendiculares se são concorrentes e formam ângulos “retos”. Uma reta concorrente com um plano num determinado ponto P é perpendicular ao plano quando é perpendicular a todas as retas do plano que passam pelo ponto P.

2.3.6.2 Projeção Ortogonal de um ponto sobre um plano

Observe a Figura 10. Sejam um plano α e um ponto **A** contidos no mesmo espaço. A projeção ortogonal do ponto **A** sobre o plano α é o lugar geométrico dos pontos **A’** desse plano tais que a reta perpendicular ao plano α passando por **A’** contém **A**. Portanto, existirá um único ponto de interseção entre a perpendicular citada e o plano α. Segue da Lei Angular de Thales (soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º) que para o caso de projeção de um ponto, o lugar geométrico consistirá num único ponto.

Figura 10 – Representação da Projeção Ortogonal de um ponto sobre um plano.

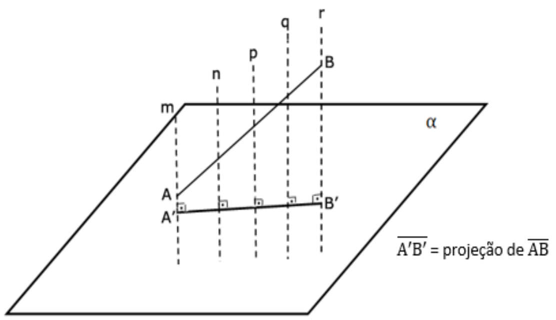


Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2020.

2.3.6.3 Projeção Ortogonal de um segmento de uma reta sobre um plano

Tomemos um ponto **B** também no mesmo espaço descrito no parágrafo anterior (Figura 10), e nele define-se a projeção ortogonal do segmento **AB** sobre o plano **α** como sendo o lugar geométrico deste plano, que contém todos os pontos de interseção das retas que cortam o segmento e incidem perpendicularmente sobre o plano (Figura 11). Observamos que quando AB está contido numa perpendicular ao plano, então a sua projeção ortogonal será um único ponto; no caso de AB estar contido numa paralela ao plano, então sua imagem será um segmento A'B' que terá mesmo comprimento que AB. Por fim, se AB não se enquadra em nenhum dos dois casos, então A'B' terá comprimento menor que AB.

Figura 11 – Representação da Projeção Ortogonal de um segmento de reta sobre um plano.



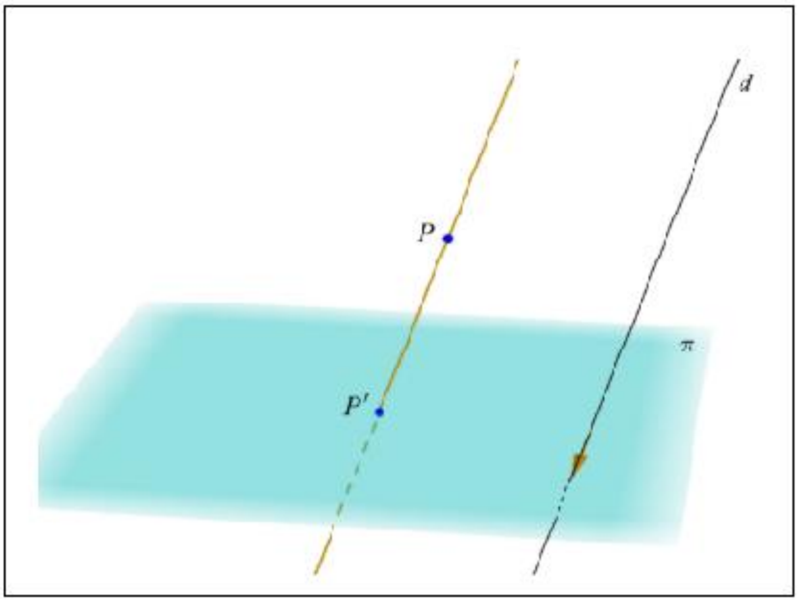
Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2020.

2.3.6.4 Projeção Ortogonal - uma visão prática e contextualizada.

Tomando uma fonte extensa (por exemplo o sol) e considerando que todos os raios de luz sejam paralelos à reta d da Figura 12 e o triângulo ABC da Figura 13 seja um objeto opaco, alguns raios serão obstruídos, produzindo assim uma sombra sobre o plano π.

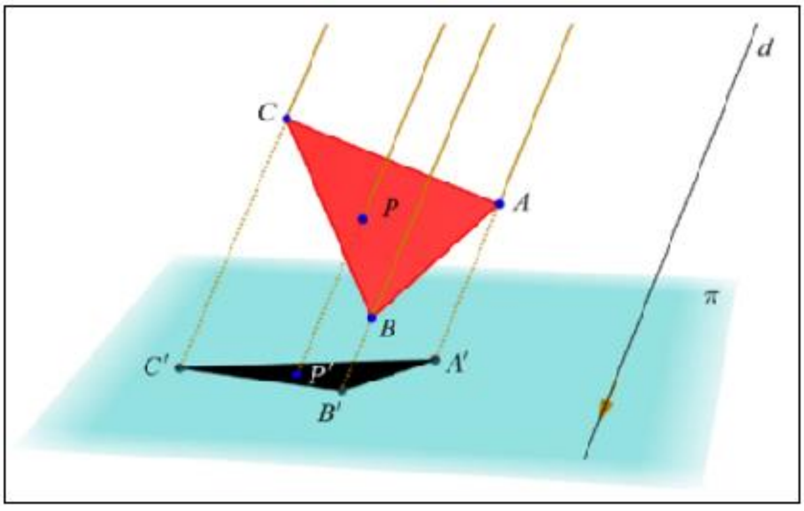
Tomando um ponto arbitrário P pertencente ao triângulo ABC e construindo uma reta paralela à reta d, que representa a direção única dos raios luminosos, teremos uma intersecção no plano π em um ponto P'. Concluímos que esse ponto P' é um ponto da sombra do triângulo ABC e todos os outros pontos são obtidos com o mesmo procedimento.

Figura 12 – P′ é a projeção paralela do ponto P com relação a direção dada pela reta d sobre o plano de projeção π.



Fonte: Bortolssi e Crissaff (2020)

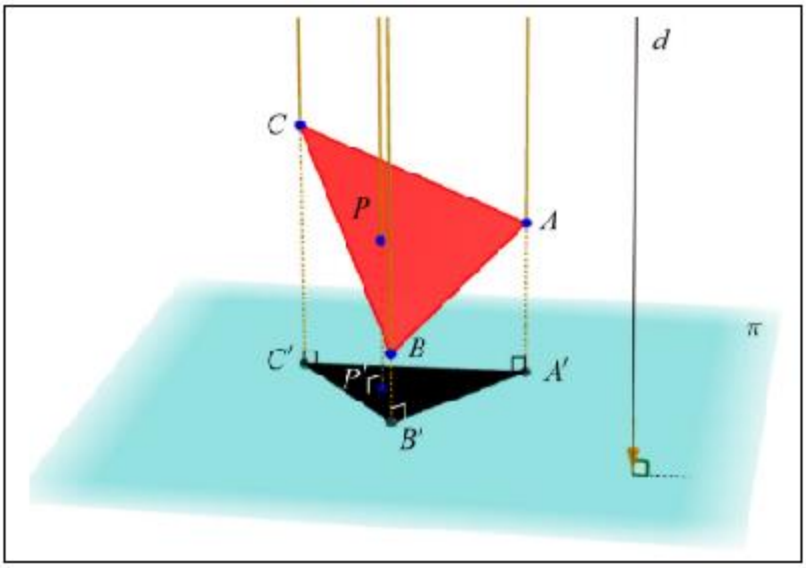
Figura 13 – A sombra do triângulo.



Fonte: Bortolossi e Crissaff (2020).

Se a reta d for perpendicular ao plano π, Figura 14, então a projeção paralela será ortogonal sobre o plano de projeção.

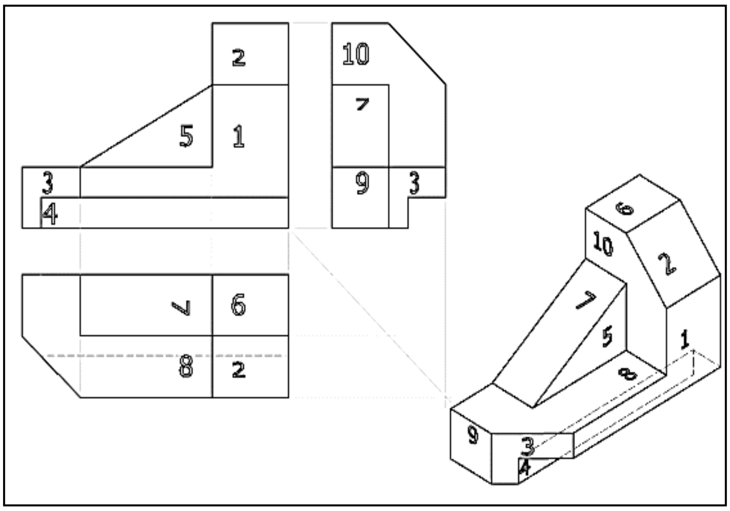
Figura 14 – Projeção Ortogonal em único plano.



Fonte: Bortolossi e Crissaff (2020)

Na geometria euclidiana, os objetos ortogonais são relacionados pela sua perpendicularidade uns aos outros (Figura 15). Linhas ou segmentos de linha que são perpendiculares ao seu ponto de intersecção são ditos relacionados ortogonalmente. Da mesma forma, dois vetores são considerados ortogonais se formarem um ângulo de 90 graus (BALL, 2018).

Figura 15 – Projeções Ortogonais.



Fonte: Stefanelli, Eduardo J. Disponível em: <https://www.stefanelli. eng.br/projecoes-ortogonais-representacoes-ortograficas-exemplo/>. Acesso em 10 ago. 2019.

2.4 O uso de material concreto no ensino-aprendizagem da Matemática

Desde a Idade Média, a Matemática vem ocupando um papel importante para o desenvolvimento da humanidade. Através de experimentações, ela permitiu a criação e o desenvolvimento de diversos equipamentos para os mais variados fins.

Um dos inúmeros exemplos de transformação esteve na inovação tecnológica representada pela utilização do cavalo para puxar o arado. O cavalo era atrelado pelo pescoço, o que limitava bastante seu rendimento e o sufocava; então passou a ser atrelado pelo peito, o que aumentou sua resistência e rendimento, melhorando a produção. Outro exemplo encontra-se no surgimento dos números negativos, que possibilitaram representar os saldos nas relações de escambos de mercadorias excedentes (GUERRA, 2005).

Com o passar dos anos a Matemática, tendo reconhecido o seu valor científico, possibilitou à humanidade melhorar sua qualidade de vida com a criação de equipamentos para uso desde o simples cotidiano, passando pela área de saúde e atingindo significativas ações junto à engenharia.

Contudo, apesar da influência positiva para o desenvolvimento humano, são inúmeras as pessoas que não sentem prazer na convivência com os desafios provocados pela Matemática. Há muitas pessoas que se consideram inaptas para compreender o que consideram "o básico" de Matemática. Com isso, surge um senso comum de que há um grupo de pessoas que "nasce" com aptidão, ou "dom", para entender a Matemática e muitos consideram que não pertencem a esse grupo de "iluminados". Tal insatisfação quase generalizada, expressada nos discursos do senso comum sobre os saberes matemáticos, nos leva a crer que o processo de ensino-aprendizagem não tem se dado de forma eficiente.

No passado recente, a Matemática foi lecionada com ênfase no cálculo numérico e nas soluções de equações convencionais, o que se denominou "forma tradicional" de ensino. Naquela abordagem indica-se uma nova unidade pela etapa da representação formal do conceito, e depois cita-se alguns exemplos e situações práticas em que este conceito se aplica. Disso decorre o senso comum de que a Matemática se limita a um conjunto de regras que se deve decorar para aplicar exclusivamente em situações de sala de aula, que nada têm a ver com a vida prática (TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro, 1997, p. 37).

Dessa forma, a maioria das pessoas não consegue associar o que foi ensinado teoricamente com a aplicação daquele conteúdo/saber no seu dia a dia. A excessiva preocupação com a formalização dos conceitos, ou seja, o ensino prioritário da teoria, dificulta a aquisição desses saberes para que os indivíduos possam agir no mundo empiricamente. Por sua vez, atividades com uso de materiais concretos auxiliam na inclusão de todos e possibilitam o desenvolvimento da criança em habilidades como discriminação e memória visual.

> Os materiais concretos permitem abordar conteúdos como classificação, ordenação e sequenciação, que são fundamentais para a construção do conceito de número. Através da manipulação de materiais pedagógicos o aluno desenvolve habilidades e internaliza conceitos de forma lúdica, possibilitando dessa forma um melhor aprendizado. (SILVA; CUNHA; SILVA; HAISASHIDA, 2016, p. 7)

Diferentes autores, e em diferentes épocas, pensaram as práticas de ensino da Matemática descrevendo habilidades e competências em currículos adeptos das mais variadas abordagens. O uso de materiais concretos como um postulado da prática docente moderna é dado recente, como ilustrado no Quadro 3.

A concepção relativa a uma aprendizagem ativa é corroborada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais, que destacam a necessidade de se adequar o trabalho escolar a uma realidade marcada pela crescente presença da Matemática em diversos campos da atividade humana (BRASIL, 1998, p.19).

Quadro 3 – Concepções de ensino-aprendizagem da Matemática ao longo do tempo e em relação ao uso de materiais concretos em sala de aula.

Período	Concepção de ensino	Habilidades e Competências	Uso de Materiais Concretos
Século XVI	Aprendizagem matemática passiva	Memorização de regras, fórmulas e conceitos matemáticos	Puramente demonstrativo
Século XVIII	Processo natural do desenvolvimento; as descrições devem preceder as definições	Decorrem da atividade dos alunos e envolvem canto, desenho, modelagem, jogos, excursões ao ar livre, manipulação de objetos concretos e tarefas	O conceito matemático seria adquirido da experiência direta sobre as operações
Século XX	Didática distinta e ativa; não há aprendizagem sem ação	Diante de uma situação concreta agir, pensar, experimentar, descobrir e abstrair	Essencial, pois torna a aprendizagem mais fácil e significativa através de atividades contextualizadas (experiências concretas proporcionam o conhecimento necessário para que possam transitar entre os conhecimentos matemáticos concreto e abstrato).

Fonte: Adaptado de Luciano (2017).

Segundo o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 1991; 1994), o uso de materiais concretos em sala de aula facilita a descrição das ações de aprendizagem no lugar de uma simbologia abstrata ainda não apropriada devidamente pelos estudantes. Assim, o uso desses materiais leva a que "os professores adquiram um entendimento mais expressivo sobre o pensamento e o raciocínio matemático de seus alunos, estimulando-os a se engajarem com mais propriedade nas tarefas propostas em sala de aula" (LUCIANO, 2017, p. 6).

Neste cenário, identifica-se um bom educador pela perseverança em propor e alcançar uma aprendizagem significativa e contextualizada para os estudantes com que trabalha. Os usos dos materiais concretos para esta finalidade denotam a sua importância, pois esses materiais podem favorecer o entendimento e a aplicação prática dos conceitos geométricos na construção de conhecimento matemático trabalhado em sala de aula, o que já foi tema de reflexão de diversos autores no século XX.

Entre esses autores, Luciano (2017) menciona Johann Heinrich Pestalozzi (1746-1827), que "acreditava que uma educação seria considerada genuinamente educativa se a sua ação pedagógica enfatizasse as atividades realizadas pelos alunos, como, por exemplo, a manipulação de objetos concretos" (p. 2). Já no século XX, sobretudo entre as décadas de 1960 e 1970, destaca a defesa de Zoltan Dienes em seu livro "A Matemática Moderna do ensino primário" (1967), em que argumenta favoravelmente à "utilização de materiais concretos no ensino-aprendizagem da geometria" (LUCIANO, 2017, p. 2).

Ainda neste movimento destaca os estudos de Emma Castelnuovo (2013-2014) publicados em "Didática da Matemática Moderna" (1970) onde, segundo Luciano, o autor italiano defende que "as descrições devem preceder as definições; e consequentemente, o conhecimento matemático é construído através da experiência direta com as operações sobre esses objetos" (2017, p. 2), do que depreendemos que Castelnuovo propõe a utilização de abordagens que façam uso de materiais concretos, jogos em sala de aula, bem como qualquer outra metodologia que tenha a finalidade de desenvolver junto aos estudantes habilidades de síntese, como por exemplo, atividades que estimulem a investigação matemática.

Outro exemplo citado como precursor na defesa do uso de materiais concretos em sala de aula é Jean Piaget (1896-1980), que na obra "A psicologia da criança", "estudou os estágios de desenvolvimento cognitivo de crianças, o que, segundo ele, ocorre através de ações que são executadas em resposta ao ambiente através da manipulação de objetos concretos” (LUCIANO, 2017, p. 2).

Assim, os materiais concretos intervêm de forma positiva no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, mais especificamente da geometria, tendo em vista que estes podem proporcionar aos alunos maior interesse. Não podendo esquecer que a utilização desses recursos requer preparo por parte do professor para que os objetivos de aprendizagem sejam plenamente alcançados. Ressaltam-se que os materiais concretos devem servir como mediadores para facilitar a relação do professor com o aluno no processo de construção e conceituação do conhecimento no momento propício e pedagogicamente planejado.

É óbvio que o professor enquanto organizador permanece indispensável no sentido de criar as situações e de arquitetar os projetos iniciais que introduzam os problemas significativos à criança. Em segundo lugar, ele é necessário para proporcionar contraexemplos que forcem a reflexão e a reconsideração das soluções rápidas. O que é desejado é que o professor deixe de ser um expositor satisfeito em transmitir soluções prontas; o seu papel deveria ser aquele de um mentor, estimulando a iniciativa e a pesquisa (PIAGET, 1973, p. 16).

Buscar fazer uso de materiais concretos permite, portanto, que os estudantes trabalhem a geometria de maneira lúdica e objetiva, uma vez que os conduz a atividades de observação, experimentação e construção do conhecimento sobre os conteúdos pertinentes, tais como “vistas ortogonais”. Ressalta-se que a figura do professor, nesta proposta pedagógica, adquire um papel que deve ser desempenhado para além da sala de aula, pois auxilia os estudantes na procedimentalização do conhecimento (DANTAS; MANOEL, 2005 apud LUCIANO, 2017), ou seja, na transição do conhecimento declarativo para o processual, da teoria para a prática em um continuum de movimentos entre o concreto e o abstrato.

Assim, para manter-se em conformidade com o que preconizam os principais documentos e diretrizes sobre ensino-aprendizagem de Matemática, as atividades planejadas devem proporcionar momentos em que os jovens estudantes necessitem “visualizar, identificar, verificar e esboçar formas geométricas através de dobraduras, recortes, moldes, deformações, montagens, sombras e decomposições para, em seguida, desenhar e relatar o processo de aprendizagem dos conteúdos geométricos” (NCTM, 1991; LUCIANO, 2017, p. 6).

2.5 Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB)

Esta preocupação da relação entre a Matemática e a realidade cotidiana dos estudantes percorre todo o ciclo escolar brasileiro e se faz presente também nas matrizes do SAEB, sistema de avaliação nacional que mensura os níveis de proficiência em diferentes componentes curriculares da educação básica brasileira.

Dotado de um potencial diagnóstico relevante, o SAEB avalia há 30 anos o arcabouço específico de conhecimentos matemáticos de cada estudante revelando, coletivamente, o nível da aquisição de saberes específicos conforme as vivências de alfabetização matemática e processos de ensino-aprendizagem oportunizados ao longo da vida escolar no ensino regular brasileiro[3].

No que tange ao 9º ano do Ensino Fundamental, o SAEB define nove níveis crescentes de proficiência (N1 a N9) a partir de uma Escala de Proficiência que contabiliza de 200 a 425 pontos, conforme os acertos dos estudantes na avaliação denominada “Prova Brasil”. O sistema não computa habilidades do Nível 0, de modo que estudantes do 9º ano com desempenho menor que 200 requerem atenção especial em função de demonstrarem habilidades muito elementares para essa etapa escolar (BRASIL, 2018a).

A Matriz de Referência do SAEB é composta por quatro eixos estruturantes que refletem as subáreas da Matemática em todos os anos escolares avaliados: eixo Numérico e Algébrico; eixo de Geometria; eixo de Grandezas e Medidas; e eixo de Tratamento da Informação. Conforme a faixa etária, definem-se no interior destes eixos as habilidades esperadas para cada nível, totalizando um conjunto de 37 habilidades (ou descritores) presentes nas questões elaboradas pelo sistema para serem aplicadas aos estudantes (BRASIL, 2018b).

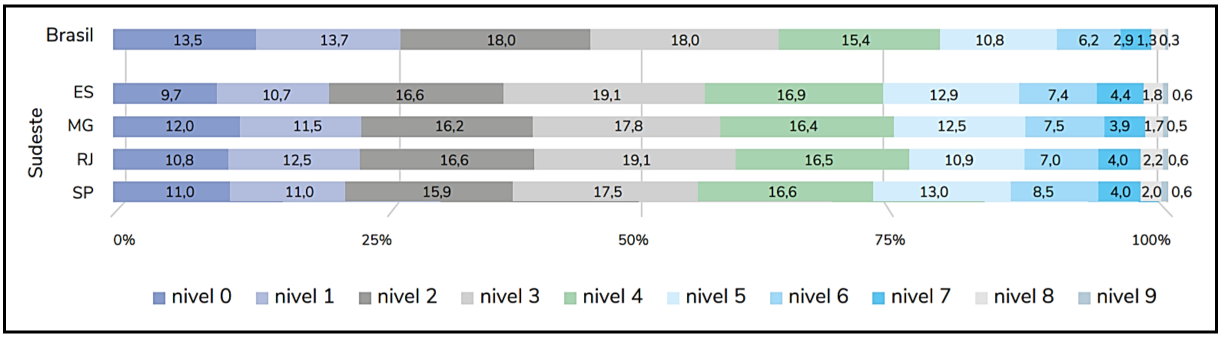
Convém observar parte dos resultados do SAEB 2017 (BRASIL, 2019) com vistas a melhor compreender o perfil do estudante que se encontra no 9º ano do Ensino Fundamental II, embora um aprofundamento nesta análise não seja o foco primeiro deste estudo. Destaca-se a presença do eixo Geometria nesta avaliação, o que reitera a importância do trabalho docente envolvendo o uso de material concreto em sala de aula na construção dos saberes desta subárea.

Observando as Figuras 16 e 17 pode-se notar que o Estado do Rio de Janeiro possui uma maioria de estudantes do 9º ano nos Níveis 2 a 4 do SAEB em relação à proficiência

[3] <http://portal.inep.gov.br/web/guest/educacao-basica/saeb>. Acesso em 14/06/2020.

de Matemática, refletindo o cenário a nível nacional; enquanto nos resultados totais supera a média total do país, porém se mantém nas últimas posições na região sudeste, atrás dos Estados de São Paulo e Espírito Santo.

Figura 16 – Distribuição percentual dos estudantes por níveis da Escala de Proficiência - Matemática - 9º ano do Ens. Fund., Região Sudeste e Brasil - SAEB 2017.



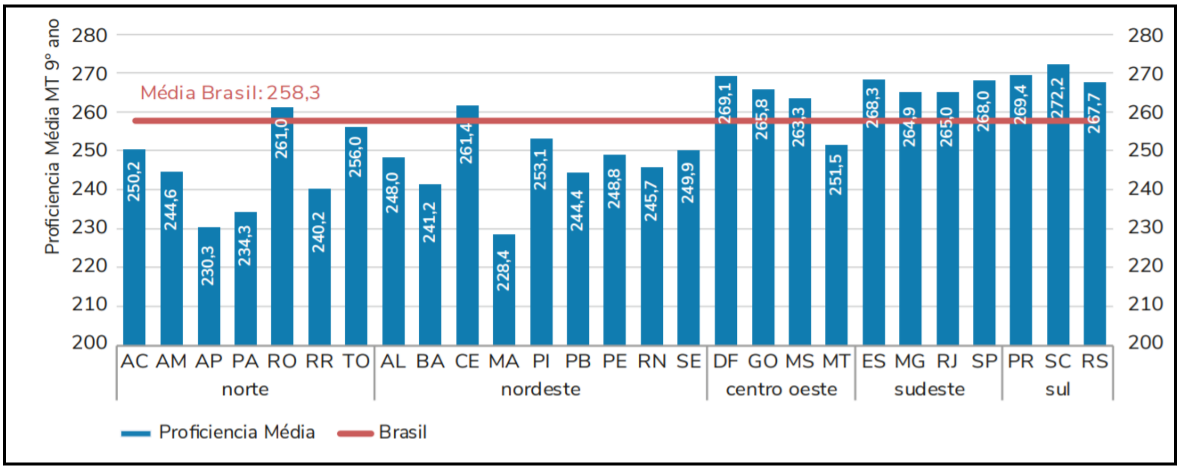
Fonte: INEP, 2019.

Apesar do cenário “relativamente otimista” de crescimento nos índices de proficiência de Matemática no Estado do Rio de Janeiro, uma análise sobre a última década de resultados do SAEB empreendida pela organização não governamental Todos Pela Educação[4] destaca que:

> Segundo dados da ONG, Todos Pela Educação, no 9º ano do Ensino Fundamental, os índices de aprendizado adequado também seguem evoluindo, mas em ritmo mais lento e em patamares mais baixos, acendendo um sinal amarelo para os gestores públicos sobre a etapa. A taxa de desempenho dos estudantes avaliados subiu 19 pp em língua portuguesa na última década, como demonstra o gráfico a seguir. **Em matemática, o avanço foi ainda mais tímido, de 7.2 pp**. Quando observado o quadro do 9º ano do EF em 10 anos, a taxa de aprendizagem em língua portuguesa tem evoluído em um ritmo que é 42% menor que o crescimento dos indicadores do 5º ano; já **em matemática, o ritmo de crescimento é 71% menor.**

[4] <https://www.todospelaeducacao.org.br/conteudo/meta-3-em-10-anos-aprendizado-adequado-ensino-medio-segue-estagnado-avancos-5-ano-fundamental>. Acesso em 14/06/2020

Figura 17 – Proficiência média em Matemática - 9º ano do Ensino Fundamental, por unidade da federação e Brasil - SAEB 2017 – pontuação máxima fixada em 425 pontos na escala.

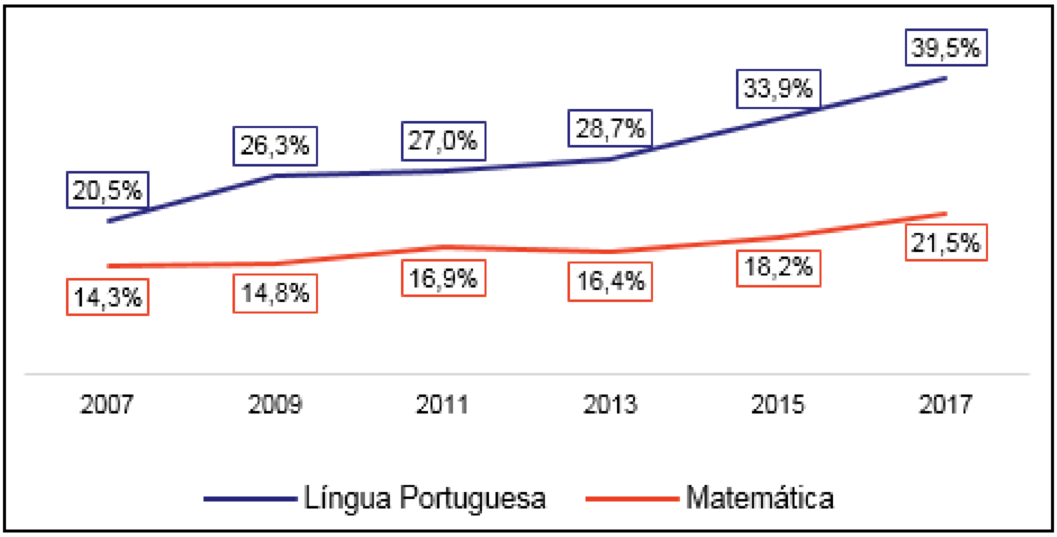


Fonte: INEP, 2019.

Trata-se de uma lacuna na construção de saberes que atinge milhares de indivíduos de diferentes gerações e classes sociais, dificultando o seu acesso não só ao ensino superior como a uma vida mais digna e com qualidade. Tais análises reforçam que o Brasil necessita, ao mesmo tempo, buscar soluções para equalizar oportunidades educacionais, garantindo os direitos de aprendizagem também entre os diferentes grupos e realidades socioeconômicas.

Embora na última década (2007-2017) os resultados gerais do SAEB relativos ao 9º ano do Ensino Fundamental tenham apresentado crescimento (Figura 18) percebe-se que, quando considerados os diferentes níveis socioeconômicos (NSE) e estratos sociais, os resultados crescem mais rapidamente nos estratos sociais mais abastados, de modo que o topo da pirâmide social continua a acessar quase que exclusivamente as condições adequadas para um aprendizado de qualidade restrito, na maioria das vezes, às redes privadas de ensino.

Figura 18 – Porcentagem de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental com aprendizado adequado - 2007 a 2017 - Redes públicas e privadas.



Fonte: INEP, 2019.

Corrobora com esta afirmação o fato de que, em 2017, 21,3% dos alunos com NSE baixo e que conclui os anos finais do Ensino Fundamental obteve percentual de proficiência adequada em Língua Portuguesa, enquanto que no grupo de alunos com NSE alto esse percentual é de 69,6%, ou seja, mais de três vezes maior que o de alunos mais pobres.. Quando se olha o componente curricular de Matemática, essa diferença salta para quase sete vezes mais. Essa desigualdade continua aumentando no Ensino Médio e atinge taxa quatro vezes maior em Língua Portuguesa nas escolas que atendem estudantes mais ricos, “enquanto que em matemática, a porcentagem de aprendizagem é 15 vezes maior para os mais ricos” em detrimento das unidades escolares que atendem ao público de famílias pobres e/ou vulneráveis (TODOS PELA EDUCAÇÃO, 2020, p.25).

2.6 Alguns dos Desafios na Formação de Professores

A BNCC impactará a formação dos alunos das escolas, pois os currículos municipais e estaduais deverão sofrer atualizações para se adequarem às novas diretrizes. Também impactará nas formações inicial (cursos de licenciatura) e continuada (pós-graduações) de professores, pois atualmente, esses profissionais deverão ser preparados para desenvolverem nos alunos da educação básica as competências e habilidades descritas na BNCC.

Desde 2014, houve uma grande quantidade de documentos normativos aprovados e com curto tempo para implementação, gerando assim, alguns desencontros. Vale destacar, que existe uma grande necessidade de se resolver as vulnerabilidades educacionais brasileiras, mas educação se constrói através de políticas de médio e longo prazo e certos atropelos podem causar efeitos contrários aos desejados. Desses documentos normativos, destacam-se: o Plano Nacional de Educação, em 2014; novas diretrizes curriculares nacionais de formação de professores, instituída pela Resolução CNE/CP nº2/2015, que substituíram as diretrizes de 2002; a BNCC em 2018, cuja implementação se iniciou a partir do presente ano de 2020; e por fim, a Base Nacional Comum de Formação de Professores (Resolução CNE/CP nº 2/2019) que revogou a Resolução CNE/CP nº2/2015 aprovada quatro anos antes. Este último documento normativo foi recebido com surpresa pelos gestores dos cursos de licenciaturas, visto que estes estavam em processo de implementação das alterações curriculares propostas pelas diretrizes de 2015.

Como ficou destacado neste trabalho até aqui, existem novos desafios não somente para melhorar a aprendizagem dos alunos, como também para a formação inicial e continuada dos professores. Durante a formação inicial, as Universidades oferecem uma variedade de grades curriculares em seus cursos de Licenciatura em Matemática. Na presente pesquisa, buscou-se analisar as grades curriculares e ementas de disciplinas de cursos de formação inicial de professores de Matemática de universidades públicas situadas no Estado do Rio de Janeiro. Procedeu-se com o levantamento em relação às disciplinas que envolvem os conteúdos de Geometria e suas respectivas cargas horárias (Tabela 1) no conjunto de ementas dos cursos nas instituições de ensino superior (IES) de caráter público.

Justifica-se a opção por limitar a análise às universidades públicas por se tratarem de instituições de ensino com ampla experiência na oferta de Licenciatura em Matemática há várias décadas, além do desenvolvimento contínuo de pesquisas relacionadas ao ensino de Matemática. Outros fatores relevantes foram as ofertas de cursos de extensão, formação continuada de professores de Matemática e cursos de pós-graduação a nível de mestrado e doutorado existentes nessas universidades (a UFRJ, por exemplo, é a única instituição pública do Rio de Janeiro que oferece doutorado em Ensino de Matemática). Portanto, tais características nos induzem a crer que estas instituições estão bem inteiradas acerca das pesquisas recentes na área de Educação Matemática, incorporando práticas inovadoras ao desenho curricular de suas licenciaturas e destacando-se como modelo *standard*.

Tabela 1 – Presença do conteúdo de Geometria na grade curricular dos cursos de Licenciatura em Matemática nas Instituições de Ensino Superior públicas do Estado do Rio de Janeiro. Rio de janeiro, 2019.

Instituição	**Carga Horária Total do curso de licenciatura**	**Disciplinas que apresentam conteúdo de Geometria**		
		Número de disciplinas OB + OP	**Carga Horária OB + OP**	**% das OB em relação ao curso**
UERJ	3245	05 + 01	360 + 180	11,1
UFRJ	2880	03 + 01	210 + 060	7,3
UNIRIO	2960	06 + 00	375 + 000	12,7
UFRRJ	3220	04 + 07	240 + 420	7,5
UFF	3220	06 + 11	408 + 716	12,7
MÉDIA	3105	4,6 + 4,0	318 + 275	10,2

OB – Obrigatórias   OP - Optativas

Fonte: Elaborada pelo autor.

Nos cabe fazer a ressalva de que as disciplinas “Optativas” costumam ser ofertadas regularmente e têm, na maioria das vezes, certo caráter de “ênfase” no percurso de formação docente. Assim, embora quando oferecidas, elas não necessariamente são cursadas e daí advém o seu caráter “optativo” destacado à parte.

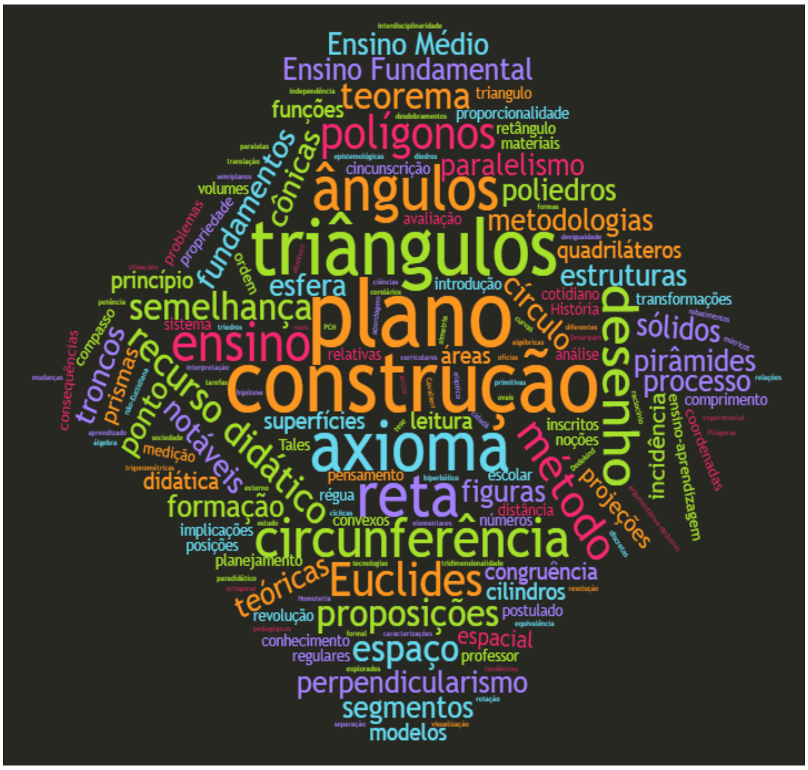
Em relação à oferta de disciplinas de Geometria, verificou-se que as universidades oferecem diferentes cargas horárias, acarretando uma maior ou menor ênfase nos estudos dos conteúdos. De fato, há uma discrepância entre a ênfase na carga horária obrigatória destinada à formação em Geometria, variando de 210 h a 408 h, quase 100% de diferença. Não há, portanto, um padrão no quantitativo de carga horária das disciplinas obrigatórias e nem optativas, para esses cursos de licenciatura. Visto que os eixos “Geometria” e “Grandezas e Medidas” contemplam boa parte dos conteúdos relacionados à área de Geometria no Ensino Fundamental, talvez fosse adequado a destinação de uma carga horária maior de disciplinas dessa área em alguns desses cursos.

As universidades pesquisadas destinam entre 7,3% e 12,7% de sua carga horária para as disciplinas obrigatórias que envolvem a área de Geometria. Acredita-se que um menor convívio dos professores em formação com os conceitos e desafios proporcionados pela Geometria gera impactos na sua formação profissional, que podem ser negativos caso não possua uma alta qualidade teórica também voltada ao exercício criativo desses saberes na futura prática docente na educação básica.

A título de ilustração, o autor desta pesquisa elaborou uma “nuvem de palavras” considerando todos os termos presentes textualmente nas ementas das disciplinas de Geometria ofertadas pelas cinco IES analisadas (Figura 19). A imagem obtida funciona como um gráfico que ilustra a recorrência dos termos presentes textualmente nas ementas das disciplinas de Geometria dos cursos analisados. Os termos mais recorrentes textualmente aparecem em letras de tamanho maior, e os termos menos frequentes em letras menores. O objetivo da nuvem foi visualizar os documentos a partir de um ponto de vista que estimulasse outras reflexões por parte do pesquisador.

Embora elaborado com finalidade ilustrativa, mostra-se pertinente observar com curiosidade que termos como *Geometria* ou mesmo palavras derivadas não aparecem em destaque nas descrições das habilidades, competências e conteúdos trabalhados na construção de saberes da própria área de Geometria.

Figura 19 – Nuvem de palavras com termos dos textos das ementas das disciplinas de Geometria presentes nos currículos de Licenciatura em Matemática de cinco universidades públicas do Estado do Rio de Janeiro.



Fonte: O autor.

Seria impróprio depreender desta ilustração que a ausência de maior representatividade de termos associados à Educação signifique proporcionalmente uma maior falta de interesse no estudo voltado à prática docente no interior dos cursos de

Licenciatura. O que notamos é que os termos “Ensino Médio”, “Ensino Fundamental” e “fundamentos”, assim como “ensino”, “desenho”, “método” e “recurso didático”, emergem em segundo e terceiro plano, respectivamente, denotando uma abordagem frequente de questões aparentemente voltadas ao ensino-aprendizagem da Matemática e à preocupação com certa “instrumentalização” que auxilie o futuro professor em suas incursões na sala de aula da educação básica.

Mesmo não havendo uma proporção “adequada” para os termos nesta ilustração, esta nuvem nos permite observar quais os conteúdos ou tópicos mais comuns nas disciplinas obrigatórias e optativas das universidades públicas do Estado do Rio de Janeiro no que diz respeito ao ensino-aprendizagem de conceitos relacionados à Geometria no ensino superior (Apêndice B).

Considerando o fato do autor do presente trabalho ser também docente na educação básica, tendo percorrido todo o ensino superior até a obtenção de sua Licenciatura e com base na sua vivência de 37 anos de sala de aula, este acredita que o licenciando poderia ter ~~uma~~ maior segurança no conteúdo de Geometria a ser aprendido e ensinado nas escolas, caso os cursos de licenciatura apresentassem o conteúdo de geometria de forma articulada à didática do ensino da Geometria.

Com isso reitera-se a necessidade de uma formação que foque no conhecimento específico do conteúdo de Geometria, porém com ênfase naqueles conteúdos que certamente carecem de maior reflexão e saberes pedagógicos por constituírem “temas sensíveis”, no sentido de serem temas que os alunos apontam uma maior dificuldade de aprendizagem e são cobrados com mais frequência em diferentes matrizes de avaliação da educação. Esses temas, muitas vezes dependem do contato dos estudantes com objetos concretos e processos de ensino-aprendizagem inovadores para serem compreendidos e efetivamente desdobrados em seu cotidiano.

Dessa forma, o convívio com a sala de aula é que aumentará a experiência do professor com o tema que, no ensino superior, estudou com uma ênfase teórica.

Na realidade da prática docente, muitas vezes se verifica que as buscas por soluções para exercícios de livros didáticos ou cobrados em concursos leva o professor a certo condicionamento em torno de conteúdos voltados para a “resolução de problemas”, o que desestimula uma abordagem pedagógica com direcionamento mais conceitual, na construção e exploração de argumentos e justificativas que fundamentem certas propriedades da Geometria, como por exemplo, os porquês dos teoremas, postulados e conceitos matemáticos e geométricos hoje em voga. Tal percepção baseia-se na experiência de vida do autor dessa pesquisa e nos relatos obtidos cotidianamente junto aos colegas que também exercem a docência em aulas de Matemática.

Vale destacar que explorar a resolução de problemas em uma aula de geometria pode motivar o aluno a se interessar pelo conteúdo ao compreender a Geometria como um poderoso instrumento de intervenção na realidade. A resolução de problemas também pode motivar a introdução de conceitos de geometria, que são entes abstratos. Contudo, deve-se manter o formalismo adequado à série do aluno e evitar adotar uma postura quase que subserviente à resolução de exercícios cobrados em concursos e avaliações nacionais. Na maioria das vezes, o professor assume esta postura em atendimento aos objetivos de formação da escola onde trabalha, mas ela pode ocorrer também por comodismo ou mesmo como estratégia para lidar com a alta carga horária de aulas decorrente da precarização das suas condições de trabalho.

3 METODOLOGIA

Por meio de uma abordagem quali-quantitativa esta pesquisa aplicada compreende o desenvolvimento de atividades teóricas e práticas sobre o conteúdo “vistas ortogonais” junto a um grupo de estudantes do 9º ano de uma escola pública da Cidade do Rio de Janeiro, uma vez que a unidade temática Geometria está prevista no planejamento anual da disciplina de Matemática deste professor (Anexo A). O critério para a definição do grupo experimental, será descrito no decorrer do capítulo.

Trata-se de estudo exploratório, descritivo e explicativo, cuja implementação iniciou-se no mês de maio do ano de 2019 quando foram analisados as apostilas e os livros didáticos utilizados nas escolas da rede municipal e realizou-se revisão bibliográfica. Essa pesquisa indicou a necessidade de estender a reflexão para os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1997), as Orientações Curriculares de Matemática da Cidade do Rio de Janeiro (RIO DE JANEIRO, 2012) e ao projeto político-pedagógico e planejamento próprios da unidade escolar da rede municipal de ensino em estudo.

Definiu-se a necessidade de intervenção junto aos estudantes durante as aulas regulares da disciplina de Matemática após análise do PPP da unidade escolar, que não apresenta nenhum conteúdo ou orientação específicos em relação a esta área do conhecimento. Assim, definiu-se que a pesquisa-ação seria realizada na unidade escolar em que o pesquisador leciona desde o ano de 1996, sendo a atividade de experimentação composta por sequência didática sobre vistas ortogonais, em conformidade com o Plano de Curso de Matemática (Anexo A) apresentado e aprovado pela Direção da instituição em Carta de Anuência (Anexo B).

Considerou-se como variável dependente a habilidade EF09MA17 prevista na BNCC: “Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectivas”. (BRASIL, 2018, p. 317)

Em função da natureza da pesquisa optou-se por um desenho composto por pós-teste e grupo de controle. Os grupos foram considerados equivalentes na etapa de pré-teste no sentido de que foram garantidas as mesmas condições para ambos durante a realização dos exames. O pós-teste foi aplicado imediatamente após a conclusão do experimento para verificação do efeito das ações pedagógicas desenvolvidas:

A adição do teste prévio oferece duas vantagens: a primeira é que suas pontuações servem para o controle no experimento, pois ao compararmos os pré-testes dos grupos estamos avaliando quão adequada foi a seleção aleatória, que é conveniente em grupos pequenos [...] a segunda vantagem é que ele permite analisar o ganho de pontos de cada grupo [...] o que influencia um grupo deverá afetar da mesma maneira o outro, para manter a equivalência entre ambos (SAMPIERI; COLLADO; LUCIO, 2013, p. 159).

Buscou-se avaliar se a hipótese da diferença entre grupos pode ser aceita, ou seja, se a experimentação por meio da implementação de sequência didática sobre vistas ortogonais impactará positivamente aumentando a pontuação do grupo experimental para a variável em análise ao longo do processo (testes intermediários) e após a sua conclusão (teste final ou pós-teste). No caso da pesquisa envolvendo práticas em Educação, no tocante às hipóteses levantadas reitera-se que:

> Às vezes se espera que 0_1 seja maior do que 0_2. Por exemplo, se o tratamento experimental for um método educativo que facilita a autonomia do aluno, e se o pesquisador formula a hipótese de que aumenta a aprendizagem, cabe esperar que o nível de aprendizagem do grupo experimental, exposto à autonomia, seja maior do que o nível de aprendizagem do grupo controle não exposto à autonomia: $0_1 > 0_2$ (SAMPIERI; COLLADO; LUCIO, 2013, p. 157).

Assim, espera-se que a conclusão da sequência didática de 14 horas-aula junto ao grupo experimental resulte em melhora de rendimento em relação ao domínio do tema vistas ortogonais, equiparando sua média de acertos minimamente ao desempenho verificado no grupo controle, porém com o potencial de superá-lo.

3.1 Local da pesquisa

A escolha do local de pesquisa deu-se em função de ser a escola municipal na qual o pesquisador atua como Professor da Educação Básica II ministrando a disciplina de Matemática a estudantes do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental. Assim, as atividades elaboradas foram desenvolvidas junto aos estudantes de uma Escola Municipal, localizada em zona urbana, próximo ao bairro Marechal Hermes – R.J..

Segundo dados oficiais de 2019 disponibilizados pela Secretaria Escolar, a escola atende 417 estudantes distribuídos em turmas do 6º ao 9º ano (Tabela 2).

Tabela 2 – Matrículas por série no ano letivo de 2019 na Escola Municipal pesquisada

Ano escolar	Estudantes matriculados
6º ano EF	92
7º ano EF	117
8º ano EF	96
9º ano EF	112
Total	417

Fonte: Secretaria escolar. Tabela elaborada pelo autor.

Estruturalmente, a escola possui 12 computadores para uso dos estudantes em Laboratório de Informática, além de contar com Biblioteca, Sala de Leitura e equipamentos como DVD, projetor multimídia, impressoras e copiadoras à disposição dos seus 45 colaboradores distribuídos nas funções de gestão, professores, escriturários, merendeiras, serventes etc.

O caráter exploratório da primeira etapa desta pesquisa prescreveu a análise dos documentos normativos e material didático utilizados pela Prefeitura do Rio de Janeiro com a finalidade de verificar se, no ano de 2019, o conteúdo “vistas ortogonais” estava implementado nas aulas de matemática da rede municipal.

Considerando que as diretrizes nacionais preveem a abordagem do tema, é de grande relevância para os professores de matemática compreenderem o contexto atual em que se inserem, tendo em vista que o conteúdo “vistas ortogonais” passará a vigorar obrigatoriamente nos currículos, o que demanda, por sua vez, o preparo do professor para que ele possa garantir que esta nova habilidade seja adquirida plenamente pelos alunos.

3.1.1 Questões éticas

O desenvolvimento de atividades de pesquisa no espaço escolar pressupõe o cumprimento das resoluções 466/2012 e 510/2016 do Conselho Nacional de Saúde (CNS, 2012; 2016), que regulamenta a realização de pesquisas envolvendo seres humanos. Assim, antes do início das ações previstas o pesquisador apresentou os objetivos do empreendimento à Direção e Coordenação escolar, que indicou os meios pelos quais contatar os responsáveis pelos estudantes a fim de lhes esclarecer e solicitar a devida autorização para a participação na pesquisa.

Obteve-se, portanto, a anuência da Prefeitura da Cidade do Rio de Janeiro (Anexo B) para o desenvolvimento da pesquisa no espaço escolar. E, em um segundo momento, solicitou-se a assinatura de Termo de Consentimento Livre e Esclarecido por parte dos responsáveis pelos estudantes (Anexo C), assim como a assinatura de Termo de Assentimento Livre e Esclarecido por parte de cada estudante participante (Anexo D).

Definiu-se que a pesquisa seria interrompida caso ocorresse a suspensão de aulas na unidade de ensino por um longo período, caso todos os voluntários da turma pesquisada desistissem de participar no meio do processo e/ou no caso de ocorrência de algum outro problema não previsto pelos pesquisadores e que impedisse a conclusão do estudo.

3.2 Critérios de inclusão e exclusão

Devido ao fato de o conteúdo “vistas ortogonais” estar previsto na BNCC para ser trabalhado ao longo das aulas de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental, foram definidos os seguintes critérios de inclusão nas atividades da pesquisa:

- ✓ Ser aluno(a) regular de uma das turmas do 9º ano do Ensino Fundamental cujo professor de Matemática seja este pesquisador;
- ✓ Desejar ser voluntário nas atividades de pesquisa e não possuir previsão de viagens ou afastamentos por motivo de saúde ao longo do mês em que a mesma será desenvolvida;
- ✓ Preencher e assinar o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (Anexo D) para menores de idade declarando sua intenção de contribuir para o estudo;
- ✓ Entregar ao pesquisador o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Anexo C) preenchido e assinado por um adulto responsável.

Como critério de exclusão adotou-se a ausência de qualquer um dos documentos formais solicitados previamente ao início das atividades.

3.3 Características gerais da população

Visando alcançar os objetivos desta pesquisa, no início do segundo semestre do ano de 2019 notou-se a necessidade de constituição de um grupo controle que funcionasse como um parâmetro (ou uma representação coletiva) dos conhecimentos matemáticos previamente adquiridos pelos estudantes ao longo de todo o ciclo do Ensino Fundamental até sua chegada no 9º ano da rede municipal de ensino do Rio de Janeiro.

Assim, após reflexões definiu-se que seriam pré-avaliados dois conjuntos de estudantes e, a partir de seu rendimento coletivo em pré-teste composto por questões objetivas, estes estariam dispostos em grupo controle (GC) e grupo experimental (GE). A existência de um grupo controle permite a análise mais aprofundada dos conhecimentos efetivamente adquiridos após a conclusão da sequência didática planejada com o grupo experimental (SAMPIERI; COLLADO; LUCIO, 2013).

A coleta inicial de dados foi realizada com a aplicação do pré-teste (Apêndice C) em ambas as turmas, que possuem estudantes na mesma faixa etária entre 12 e 14 anos de idade, e aqui designadas simplesmente A e B para fins de garantir o anonimato dos participantes. Pontua-se que era esperado o baixo rendimento em ambas as turmas, uma vez que a falta do trabalho prévio com este conteúdo foi verificada em toda a vida escolar dos estudantes. De fato, esse conteúdo não consta em nenhum livro didático aplicado nas séries anteriores.

O cálculo da média de acertos por turma considerou a razão entre o somatório dos acertos de cada aluno pela quantidade de alunos existentes na turma durante a aplicação do pré-teste (Apêndice D).

A média de acertos obtida por cada turma para o total de dez questões objetivas em cada pré-teste foi, respectivamente, de 2,7 e 1,2 acertos (Apêndice D), tendo a turma B apresentado o menor rendimento e sendo disposta, portanto, como grupo experimental (GE) junto ao qual se implementou uma sequência didática com atividades lúdicas e uso de material concreto (Quadro 4). Por outro lado, a turma A foi disposta como grupo de controle (GC) e a sequência didática foi aplicada de forma mais tradicional, utilizando unicamente o recurso de aulas expositivas no quadro.

Quadro 4 – Síntese da análise inicial dos dados da pesquisa.

Turma do 9º ano	A	B
Faixa etária	12 a 14 anos	
Matrículas	39 estudantes	40 estudantes
Média de acertos (Pré-Teste)	2,7 acertos	1,2 acertos
Designação da pesquisa	GC (grupo controle)	GE (grupo experimental)
Ação desenvolvida	Testes Avaliativos	Testes Avaliativos + Sequência Didática

Fonte: O autor.

3.4 Planejamento da Sequência Didática

A carga horária de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental da rede municipal da Cidade do Rio de Janeiro conta com seis tempos (horas-aula) semanais de 50 minutos cada. Para a realização da sequência didática criada nesta pesquisa optou-se por utilizar 1/3 do tempo das aulas regulares de Matemática, totalizando dois tempos (duas horas-aula) ao longo de sete semanas.

Em ambos os grupos se realizou o trabalho pedagógico com o conteúdo programático planejado para o segundo semestre (Simetria, Razões Trigonométricas, Volume, Círculo, Circunferência e Equação do 2º grau), porém 1/3 da carga horária das aulas (14 horas/aula) foi dedicada ao desenvolvimento do conteúdo “vistas ortogonais”, organizado conforme Quadro 5.

Quadro 5 – Síntese das atividades sobre "vistas ortogonais" desenvolvidas ao longo de 14 horas-aula distribuídas em sete semanas letivas.

Semana	Conteúdo
1ª	• Construção de sólidos com cartolina, cola, durex e tesoura a partir da observação de caixas, latas e embalagens reais, trazidas pelos estudantes. • Aplicação de **Pré-Teste** para definição de grupo controle e grupo experimental. Os resultados do pré-teste não foram compartilhados ou corrigidos em sala.
2ª	• Atividade de reconstrução dos sólidos com cartolina, cola, durex e tesoura a partir do “desmonte” das caixas, latas e embalagens utilizadas na semana anterior. Estas embalagens foram cortadas em algumas de suas arestas e abertas por cada estudante para a análise de sua estrutura. • Aplicação do Teste Intermediário I.

3ª	• Correção das questões do Teste Intermediário I. • Com a turma disposta em círculo ao redor de um hexaedro, cada estudante foi desafiado a desenhar a figura que enxergava. Após a realização da tarefa os estudantes avaliaram os trabalhos dos colegas e vice-versa. Em seguida, solicitou-se que o coletivo buscasse reconhecer em qual cadeira (posição) estava o aluno que desenhou cada imagem retratada na folha. • Aplicação do Teste Intermediário II.
4ª	• Correção das questões do Teste Intermediário II. • A partir de modelos já observados, os estudantes desenham as vistas frontal, lateral, superior e de perfil do hexaedro, paralelepípedo e pirâmide de base quadrangular. • Aplicação do Teste Intermediário III.
5ª	• Correção das questões do Teste Intermediário III. • Dinâmica com luz, sombras e materiais sólidos construídos pelo professor com a intenção de levar os estudantes a descobrirem os sólidos projetados na parede e no solo através das sombras produzidas por fonte de luz. • Aplicação do Teste Intermediário IV.
6ª	• Correção das questões do Teste Intermediário IV. • A partir da observação de objetos encontrados na sala de aula, tais como cadeira, mesa e armário, os estudantes devem desenhar suas projeções ortogonais, conforme desenvolvido no Laboratório de Informática com o uso do software *Microsoft* P*aint*. • Aplicação do **Teste Final**.
7ª	• Correção das questões do Teste Final. • **Encerramento da Sequência Didática**: parceria com a professora de Inglês • A partir de quatro letras sólidas, diferentes palavras em inglês e português foram combinadas e dispostas sobre a mesa do professor. O aluno deveria desenhar a vista superior de cada palavra sem sair de seu lugar e observando os sólidos à distância.

Fonte: o autor.

Observou-se que, a partir da segunda semana, ao término da atividade prevista, os estudantes foram submetidos a testes intermediários compostos por questões objetivas adaptadas de avaliações oficiais e aplicadas com a finalidade de aferir o desenvolvimento da habilidade desejada e a aquisição do conhecimento construído (ver Apêndices E até H), concluindo o procedimento experimental com aplicação de um teste final (Apêndice I).

A partir do Teste Intermediário I, foi verificado o item que os alunos mais erraram e analisado melhor os distratores desse item. Na aula seguinte, foram realizados experimentos lúdicos, visando sanar essas dificuldades e na elaboração do novo Teste Intermediário, foi incluído um item semelhante àquele do teste anterior que resultou em mais erros, para verificar se as dificuldades foram superadas.

3.5 Instrumentos da pesquisa

3.5.1 Instrumentos de Observação Direta Extensiva

- **Pré-Teste ou sondagem** (Apêndice C) – questionário contendo dez questões fechadas com vistas a diagnosticar o desempenho e a compreensão dos estudantes em relação aos conteúdos matemáticos. Prevalecem questões retiradas de diferentes edições da OBMEP. Este teste possui importância ímpar na pesquisa por ter sido o meio pelo qual se constituíram os grupos de controle (GC) e experimental (GE).

- **Testes Intermediários I a IV** (Apêndices E a I) – Cada teste intermediário possui dez questões fechadas adaptadas de maneira a verificar se houve o aproveitamento dos saberes trabalhados pelo professor em cada etapa da sequência didática. Assim, espera-se que as atividades em sala de aula sobre experiências de dobraduras para construção de sólidos, reconstrução de sólidos, desenhos de sólidos e utilização de luz e sombra na descoberta de projeções ortogonais subsidiem progressivamente uma melhora no desempenho por parte dos estudantes do grupo experimental. Prevalecem nos testes intermediários questões de diferentes níveis de dificuldade retiradas de várias edições das provas do Concurso Canguru de Matemática, além de OBMEP e ENEM.

- **Teste Final** (Apêndice I) – Elaborado com dez questões fechadas retiradas integralmente de diferentes edições do ENEM a partir do ano de 2009, possui a finalidade de verificar a aprendizagem dos alunos em relação à Geometria e o desenvolvimento da habilidade desejada após a conclusão da sequência didática sobre vistas ortogonais.

4 RESULTADOS E ANÁLISE

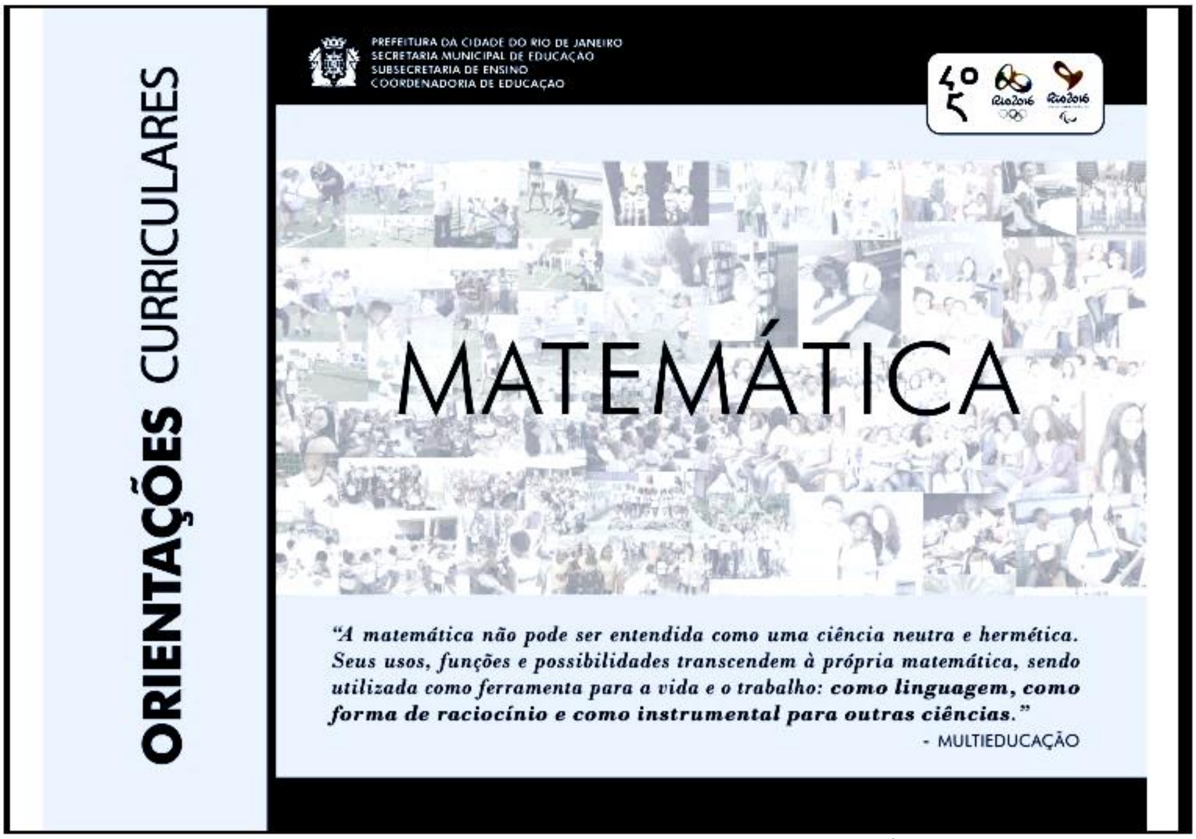
Considerando a relevância do tema “vistas ortogonais” discutida nos capítulos anteriores deste trabalho, nesta seção descrevemos os diferentes momentos da pesquisa com a finalidade de viabilizar sua replicação e avaliação contínuas.

Os três momentos principais compreendem a verificação da presença do conteúdo “representação de vistas ortogonais” nos livros didáticos de Ensino Básico utilizados na rede Municipal da Cidade do Rio de Janeiro; a análise das diretrizes constantes das Orientações Curriculares da rede de ensino municipal do Rio de Janeiro (RIO DE JANEIRO, 2012) e, por fim, a realização de Sequência Didática com a descrição de suas etapas (Pré-teste, Testes Intermediários, Teste Final e Roteiro das Atividades).

4.1 Orientações Curriculares e livros didáticos adotados pela Prefeitura da Cidade do Rio de Janeiro

O documento que define formalmente as Orientações Curriculares da rede de ensino municipal do Rio de Janeiro está disponível online (RIO DE JANEIRO, 2012) e consta em síntese no Apêndice A. Este documento apresenta diretrizes para potenciais abordagens, justificativas metodológicas ou reflexões a respeito dos conteúdos a serem ensinados em sala de aula. Dentro dos conteúdos de Geometria, previstos nas Orientações Curriculares, a serem trabalhados no 9º ano do Ensino Fundamental, temos proporcionalidade, feixe de paralelas, teorema de Tales, semelhança de polígonos, semelhança de triângulos, figuras planas, simetria, relações métricas no triângulo retângulo, teorema de Pitágoras, área de figuras planas, razões trigonométricas, círculo, circunferência e volume. Porém, somente o último trata de geometria espacial, subárea da Geometria relacionada à habilidade de vistas ortogonais. Os demais temas têm como enfoque a geometria plana. Na epígrafe que antecede os seus fascículos, Figura 20, é colocado em destaque que a Matemática não se fecha em si própria, ela se correlaciona com outras áreas da ciência e têm aplicações ao nosso cotidiano.

Figura 20 – Citação que abre o volume de Matemática do 9º ano das Orientações Curriculares para o Ensino Fundamental.



Fonte: RIO DE JANEIRO (cidade); SECRETARIA DE EDUCAÇÃO, 2019.

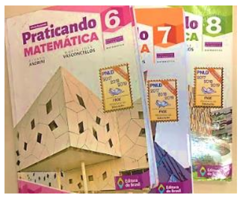
As orientações municipais não apresentam correspondência no tocante à proposta de trabalho com a habilidade de “Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectivas”, conforme previsto na BNCC (habilidade EF09MA17). De fato, não consta das orientações da Cidade do Rio de Janeiro uma proposta de trabalho com o conteúdo vistas ortogonais na disciplina de Matemática no 9º ano, o que corrobora o entendimento de que há um lapso de tempo entre a aprovação de uma nova normativa e o seu efetivo cumprimento na realidade do ensino escolar já defasado em relação às avaliações nacionais realizadas nos dias atuais.

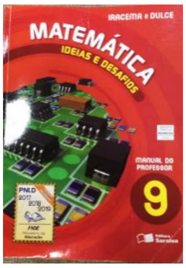
Foram analisados, do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, os cadernos do *Material Didático Carioca* (RIO DE JANEIRO, 2019) e os livros didáticos *Praticando Matemática* (ANDRINI; ZAMPIROLO, 2015), *Matemática – ideias e desafios* (MORI; ONAGA, 2015) e *Matemática Bianchini* (BIANCHINI, 2015) utilizados pela Prefeitura da Cidade do Rio de Janeiro (Quadro 6), assim como a apostila fornecida para ser utilizada em sala de aula pelos professores. Ressalta-se que essa análise foi motivada pela seguinte questão norteadora da pesquisa: “As abordagens dos livros didáticos utilizados na rede pública de ensino da Prefeitura da Cidade do Rio de Janeiro atendem ao desenvolvimento da habilidade EF09MA17?” O livro didático é um material importante tanto para os alunos, que o utilizam para desenvolver atividades dentro e fora da sala de aula, como para o professor, pois muitas vezes ele constitui um referencial para o preparo de suas aulas.

Constatou-se que nenhum dos materiais analisados possui vistas ortogonais como conteúdo, assim como não tratam em suas orientações e/ou atividades relacionadas à habilidade de “Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectivas”, conforme previsto na BNCC.

Durante a análise dos materiais – que possuem boa quantidade de exercícios sobre outros temas com diferentes níveis de dificuldade – observou-se que o planejamento de curso do professor de Matemática (Anexo A) encontra correspondência nos temas presentes nestes materiais, ou seja, propõe temas ou assuntos constantes no livro didático e apostila adotados. Destaca-se que o mesmo plano inova ao acrescentar a abordagem do tema “vistas ortogonais”, pois a implementação pela Secretaria Municipal de Educação é obrigatória para início de 2020. Essa ação demanda do professor o emprenho na curadoria e criação de materiais adequados para tratar do tópico em sala de aula.

Quadro 6 – Livros didáticos utilizados na rede municipal de ensino do Rio de Janeiro e analisados no presente estudo.

RIO DE JANEIRO (município); SECRETARIA DE EDUCAÇÃO. **Material Didático Carioca** – Caderno semestral de atividades para estudantes – 9º ano do ensino fundamental. Rio de Janeiro: RioEduca; Edigráfica, 2019.	
ANDRINI, Álvaro; ZAMPIROLO, Maria José C. de Vasconcellos. **Praticando Matemática – 9º ano**. São Paulo: Editora do Brasil, 2015.	

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. **Matemática: ideias e desafios – 9º ano**.18. ed. São Paulo: Saraiva, 2015.	
BIANCHINI, Edwald. **Matemática Bianchini – 9º ano**. São Paulo: Moderna, 2015.	

Fonte: O autor.

Esse novo cenário curricular trazido pela BNCC demanda do professor um esforço ainda maior de inovação de sua prática pedagógica, uma vez que anuncia o trabalho enfático sobre um tema não previsto nos materiais, de modo que, provavelmente, terá que desenvolver os seus próprios materiais de apoio e recursos pedagógicos para o pleno desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem.

4.2 Sequência Didática – Descrição das aulas

Como parte aplicada desta pesquisa, elaborou-se uma sequência didática sobre o conteúdo vistas ortogonais, integrando a unidade temática “Geometria” a ser desenvolvida nas aulas de Matemática junto a estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, conforme prevê a BNCC e consta nas explanações dos capítulos anteriores.

A seguir descreve-se o encadeamento das etapas cumpridas na atividade de experimentação junto ao grupo experimental (GE). Reitera-se que a sequência previu duração de 14 horas-aula distribuídas em sete semanas de atividades docentes (vide Quadro 5). A cada semana, 1/3 das aulas regulares de Matemática destinava-se ao desenvolvimento da sequência didática no GE, enquanto no GC, o mesmo período destinado ao desenvolvimento do conteúdo “vistas ortogonais”, foi ministrado sem a utilização da metodologia apresentada no quadro 5, assim como do material concreto. Para este último grupo, limitou-se apenas ao uso do quadro branco.

Os seis testes para aferição do desenvolvimento da habilidade de “reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectivas” (vide apêndices E até J) foram aplicados no GE e GC no momento final das aulas de Matemática. Todos os testes compõem-se de questões simuladas retiradas e/ou adaptadas de avaliações nacionais.

4.2.1 Pré-Teste: Sondagem e definição dos grupos controle e experimental

No **primeiro encontro** (semana 1) – após os procedimentos de explanação sobre a pesquisa e assinaturas do Termo de Consentimento – realizou-se a aplicação de pré-teste (Apêndice C) em ambas as turmas, aqui denominadas **A** e **B** (Figura 21). Em função do rendimento apresentado nesta sondagem verificou-se que **B** obteve média de 1,2 acertos enquanto **A** pontuou 2,7 acertos (Tabela 3). Com relação ao desempenho de cada aluno nas dez questões apresentadas, o leitor pode observar os dados do Apêndice D.

Após análise dos dados, a turma **B** – com maior defasagem no ensino-aprendizado de geometria –, foi destinada como público-alvo da sequência didática proposta, enquanto a turma **A** passou a constituir o grupo controle do experimento que tinha aula expositiva do conteúdo apenas exposta no quadro branco e realizava apenas os testes ao término de cada semana de aulas regulares para fins de análise comparativa de rendimento.

Tabela 3 – Resultados obtidos no pré-teste em relação às turmas **A** e **B**.

COMPILAÇÃO DOS DADOS DO PRÉ-TESTE				
	TURMA A		TURMA B	
Questão	Acertos	Erros	Acertos	Erros
01	22	17	15	25
02	06	33	0	40
03	04	35	1	39
04	12	27	6	34
05	12	27	7	33
06	19	20	6	34
07	12	27	7	33

08	12	27	6	34
09	2	37	0	40
10	4	35	1	39
Média de acertos	**2,7**		**1,2**	

Fonte: O autor.

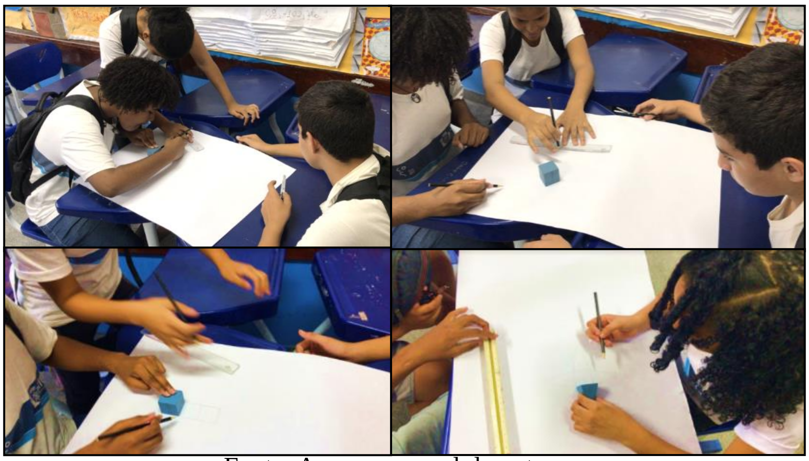
Figura 21 – Estudantes do 9º ano da rede municipal do Rio de Janeiro realizando a etapa de pré-teste prevista na pesquisa.

Fonte: Acervo pessoal, Rio de Janeiro, RJ, 2019.

4.2.2 Teste Intermediário I: Construção de sólidos

Nesta **segunda semana** foi proposto aos alunos uma atividade elaborada pelo autor desta pesquisa, que é a construção de sólidos com cartolina, cola, durex e tesoura, a partir da observação de sólidos confeccionados em formato de cubos, paralelepípedos, pirâmides e cilindros, feitos em madeira e com embalagens de produtos, tais como pasta de dentes, lata de ervilha e outros (Figura 22). Essa atividade desperta no aluno o senso crítico de detalhes dos sólidos, tais como o número e forma das faces, arestas e valor do ângulo entre as arestas. Ao término da atividade os resultados foram avaliados coletivamente e finalizada esta sequência deu-se a aplicação do Teste Intermediário I (Apêndice E), cujos resultados obtidos por GC e GE encontram-se dispostos na Tabela 4 e detalhados no Apêndice J.

Figura 22 – Estudantes do 9º ano da rede municipal do Rio de Janeiro construindo sólidos coletivamente.



Fonte: Acervo pessoal do autor.

Aprendendo com a experiência: Alguns grupos apresentaram sólidos construídos com todas as faces coladas com fita adesiva, o que indica que identificaram as formas de cada face da figura, mas não a relação direta entre elas. Por outro lado, outros grupos apresentaram formas com as faces coladas duas a duas, ou seja, havia uma dobradura representando uma **aresta** entre duas faces. Após a análise coletiva constatou-se que o uso de arestas gerou economia no consumo de fita adesiva.

Tabela 4 – Resultados obtidos no Teste Intermediário I em relação às turmas GC e GE.

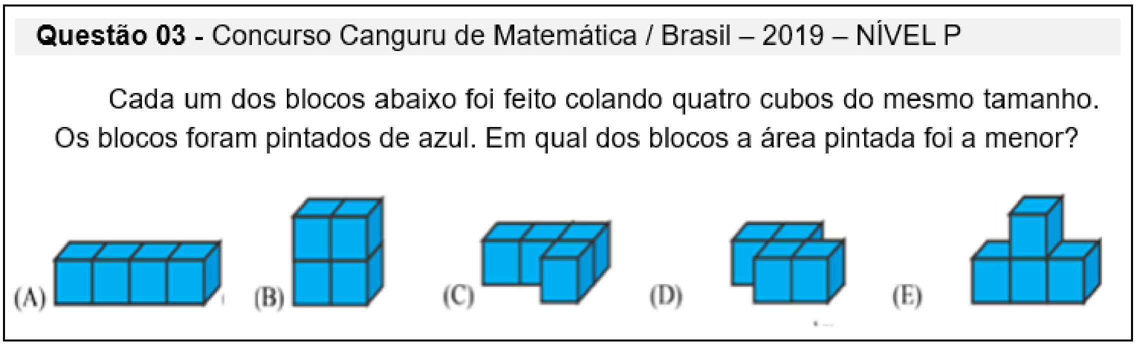
COMPILAÇÃO DOS DADOS DO TESTE INTERMEDIÁRIO I				
	TURMA GC		TURMA GE	
Questão	**Acertos**	**Erros**	**Acertos**	**Erros**
01	6	33	5	35
02	14	25	12	28
03	6	33	4	36
04	12	27	14	26
05	19	20	11	29
06	17	22	5	35
07	14	25	23	17
08	5	34	18	22
09	13	26	5	35
10	12	27	12	28
Média de acertos	**3,0**		**2,7**	

Fonte: O autor.

4.2.3 Teste Intermediário II: Desconstrução de sólidos

Iniciou-se a **terceira semana** com a análise dos resultados obtidos pelas turmas no Teste Intermediário I (Tabela 4) e, de modo geral, notou-se acentuada melhora no rendimento apresentado pelo GE, que saiu de uma média de 1,2 para 2,7 acertos de um total de dez questões. Um fato bastante relevante é que a diferença entre as médias das duas turmas diminuiu consideravelmente, caiu de 1,5 para 0,3 pontos. Em seguida realizou-se o debate coletivo das questões com maiores índices de erro, dentre as quais se destaca a Questão 3 (Figura 23) do Teste Intermediário I (Apêndice E).

Figura 23 – Questão com maior ocorrência de erro no Teste Intermediário I.



Superando o obstáculo: Atento à questão que apresentou maior ocorrência de erros no Teste Intermediário I, o professor e pesquisador verificou no momento da correção que a maioria dos alunos não percebeu que as faces coladas nas imagens apresentadas pelo enunciado do exercício não receberam tinta, o que levava a todas as respostas serem iguais. Sendo assim, o maior número de respostas assinaladas pelos alunos, foi a letra D. Foi verificado junto aos alunos, que em função dos cubos estarem dispostos no mesmo nível, não tendo nenhum cubo sobre o outro, e juntos dois a dois, parecia que a imagem era menor.

Assim, com uma atividade de sua autoria, propôs aos estudantes que desmontassem algumas embalagens manualmente sem a sua mediação, de modo a incentivar o aprendizado autônomo por parte dos alunos. Em seguida foi solicitado que construíssem o sólido desmontado com cartolina, cola, fita adesiva e tesoura procurando usar a menor quantidade possível de fita adesiva, ou seja, utilizando-se da ideia de dobradura para construir arestas. A atividade foi realizada em grupo, pois proporcionou a troca de conhecimento entre os alunos e desenvolveu a autonomia do aluno.

Aprendendo com a experiência: Foi percebido que 32 alunos construíram os sólidos da forma solicitada, 5 alunos com algumas pequenas falhas de medições das arestas, afetando assim a simetria do sólido e 3 alunos (que faziam parte do mesmo grupo) apresentaram ligeira melhora em relação à construção da semana anterior, porém ainda longe do ideal, pois usaram poucas dobraduras e excesso de fita adesiva. Ao término da atividade foi aplicado o Teste Intermediário II (Apêndice F).

4.2.4 Teste Intermediário III: Projeção e desenho no "Atelier Geométrico"

Como na semana anterior, na **quarta semana** a aula iniciou-se com a apresentação do resultado do Teste Intermediário II, Tabela 5, estando o desempenho detalhado disponível no Apêndice H deste trabalho. As questões com maiores índices de erro foram debatidas em sala de aula. Verificou-se o crescente rendimento do GE em relação ao GC e pela primeira vez, o GC teve rendimento menor que o GE. Após a conclusão das correções e das atividades os estudantes realizaram o Teste Intermediário III (Apêndice G).

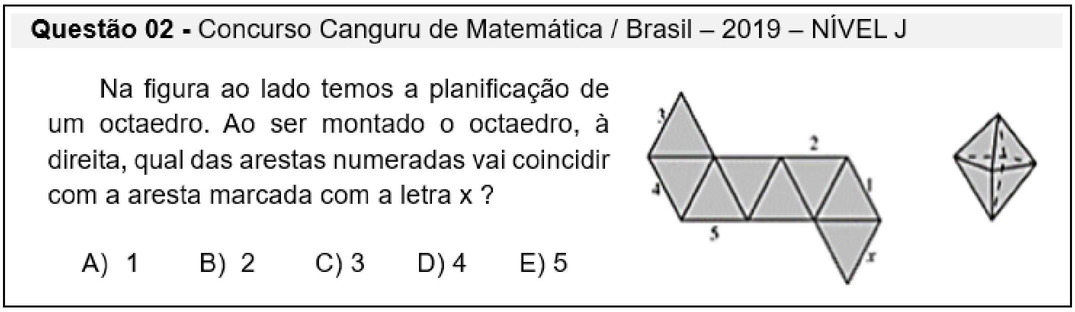
Tabela 5 – Resultados obtidos no Teste Intermediário II em relação às turmas GC e GE.

COMPILAÇÃO DOS DADOS DO TESTE INTERMEDIÁRIO II				
	TURMA GC		TURMA GE	
Questão	**Acertos**	**Erros**	**Acertos**	**Erros**
01	16	23	20	20
02	2	37	2	38
03	12	27	25	15
04	24	15	30	10
05	13	26	16	24
06	12	27	17	23
07	3	36	3	37
08	9	30	1	39
09	15	24	20	20
10	2	37	2	38
Média de acertos	**2,8**		**3,4**	

Fonte: O autor.

Verificou-se que o octaedro – sólido abordado na questão abaixo (Figura 24) ofereceu muita dificuldade para a compreensão do enunciado, provavelmente pelo fato de não ser uma figura comum e não ter sido construído em atividades anteriores.

Figura 24 – Primeira questão com maior índice de erro no Teste Intermediário II.



Questão 02 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2019 – NÍVEL J

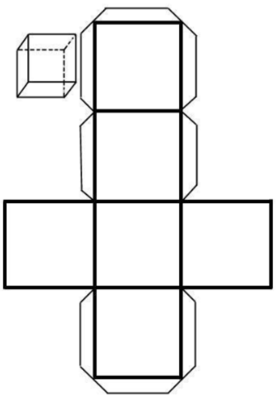
Na figura ao lado temos a planificação de um octaedro. Ao ser montado o octaedro, à direita, qual das arestas numeradas vai coincidir com a aresta marcada com a letra x ?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Superando o obstáculo: Diante da dificuldade apresentada pela questão, o professor e pesquisador solicitou aos estudantes que observassem com atenção a projeção do octaedro no quadro de modo a copiarem para uma cartolina a sua planificação. Após analisados todos os desenhos, solicitou-se que cortassem e dobrassem os lados dos triângulos que são comuns a dois triângulos montando, assim, o octaedro. Foi destacado que a opção mais marcada foi a face 3 (19 alunos) e em diálogo com esses alunos, afirmaram imaginar que a face de número 1 iria se unir com a da outra extremidade, ou seja, de número 3. O que percebemos quando queremos traçar através da dobradura a diagonal de um quadrado.

Superado este primeiro desafio e visando um aprimoramento na compreensão dos conceitos, foi proposta em seguida uma atividade em grupo para a mesma execução, a partir da Figura 25 abaixo:

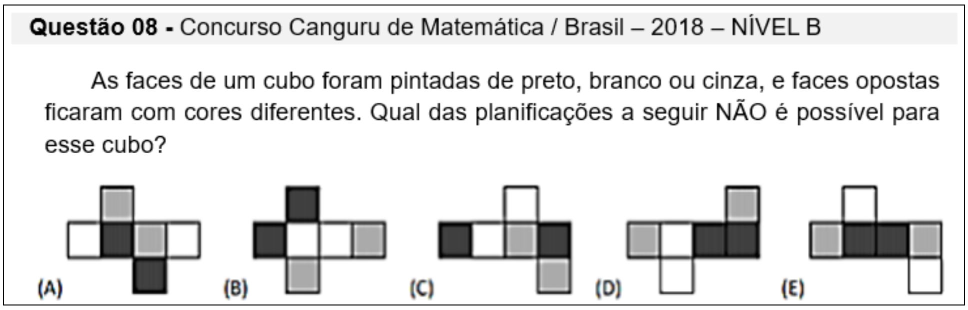
Figura 25 – Hexaedro projetado no quadro durante atividade de sequência didática.



Fonte: <https://www.google.com/search?q=dobradura+de+cubo&tbm=isch&ved=2ahUKEwiHhfnAvdLqAhWqCrkGHUJDBrQQ2->

Os grupos de alunos copiaram na cartolina, uma das possíveis planificações do hexaedro, que havia sido projetada no quadro e em seguida recortaram e montaram o hexaedro sem grandes dificuldades. Em seguida procedeu-se com a resolução coletiva de outra questão com grande incidência de erro no Teste Intermediário II (Figura 26):

Figura 26 – Segunda questão com ocorrência de erro no Teste Intermediário II.



Aprendendo com a experiência: Após debate com os estudantes verificou-se que a dificuldade de imaginar a planificação do hexaedro não era o problema para a maioria. Pois, em atividades anteriores, foi trabalhado a construção e desconstrução desse sólido. A questão demanda do aluno o conhecimento do que é uma face oposta à outra. Com isso, foi percebido que o grande obstáculo foi imaginar o hexaedro montado com as faces opostas da mesma cor.

Em função da questão abordar diversos tipos de planificação do hexaedro e que o aluno não estava familiarizado, foi percebido que a questão apresentou elevado grau de dificuldade. Assim, foi solicitado que pintassem o hexaedro montado na tarefa anterior e, em seguida, que cortassem com a tesoura algumas faces de modo que a planificação dele se desse com a escolha da opção que melhor representasse o que tinham mãos.

Na análise das respostas, foi verificado um equilíbrio nas opções escolhidas, não demonstrando uma tendência de escolha.

A partir desta experiência pode-se afirmar que a dificuldade encontrada pelos estudantes nas questões 2 e 8 do Teste Intermediário II justificam, em grande parte, a ocorrência de erro na resolução da Questão 10 (Figura 27), que propõe o mesmo tipo de raciocínio para sua resolução (construção e desconstrução de sólidos).

Figura 27 – Terceira questão com maior ocorrência de erro - Teste Intermediário II.

Questão 10 - ENEM 2015

Uma empresa necessita colorir parte de suas embalagens, com formato de caixas cúbicas, para que possa colocar produtos diferentes em caixas distintas pela cor, utilizando para isso um recipiente com tinta, conforme Figura 1. Nesse recipiente, mergulhou-se um cubo branco, tal como se ilustra na Figura 2. Desta forma, a parte do cubo que ficou submersa adquiriu a cor da tinta.

Qual é a planificação desse cubo após submerso?

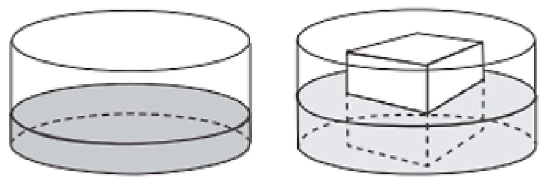
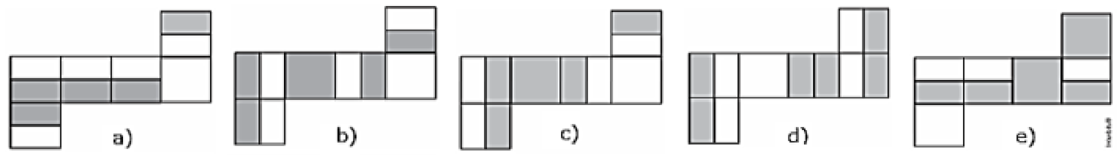


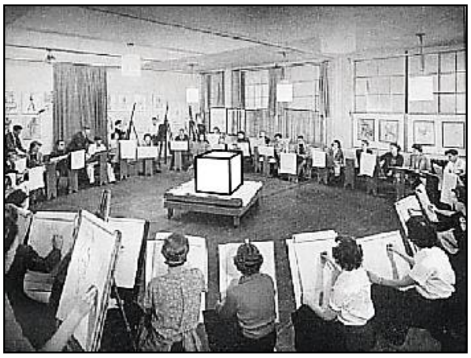
Figura 1 **Figura 2**



Superando o obstáculo: Na análise das opções escolhidas, foi detectado que as opções A, D e E não foram escolhidas por nenhum aluno. E as respostas estão distribuídas entre as demais opções, sem ter nenhum destaque. Em conversa com os alunos, disseram que não optaram pela A e D, pois não tinha nenhum quadrado cinza, ou seja, pintado. E, excluíram a E, por ter dois quadrados pintados. Por considerar estes temas de Geometria pertinentes ao conteúdo de vistas ortogonais de sólidos e básicos para o sucesso da vida escolar dos estudantes, o professor/pesquisador optou pelo aprofundamento do conteúdo a partir da execução da atividade denominada “Atelier Geométrico” (Figura 28), apresentada no *Livro Aberto de Matemática* – Capítulo 1, de autoria de Humberto Bortolossi e Lhayla Crissaff (2020), intitulado “Vistas ortogonais e Representações” e sofreu pequenas adaptações antes de ser aplicada junto ao grupo experimental (Figura 29).

O *Livro Aberto de Matemática* é um projeto lançado pelo IMPA, em 2018, com esforço de professores para produzir coleções de livros didáticos de Matemática para a Educação Básica. De forma colaborativa e online, de um livro digital “programável”, ou seja, com código aberto via licença *Creative Commons BY-AS* para garantir sua livre visualização, distribuição e derivação fortemente baseadas em trabalhos de pesquisa em Educação e Ensino de Matemática e patrocinado pelo Itaú Social.

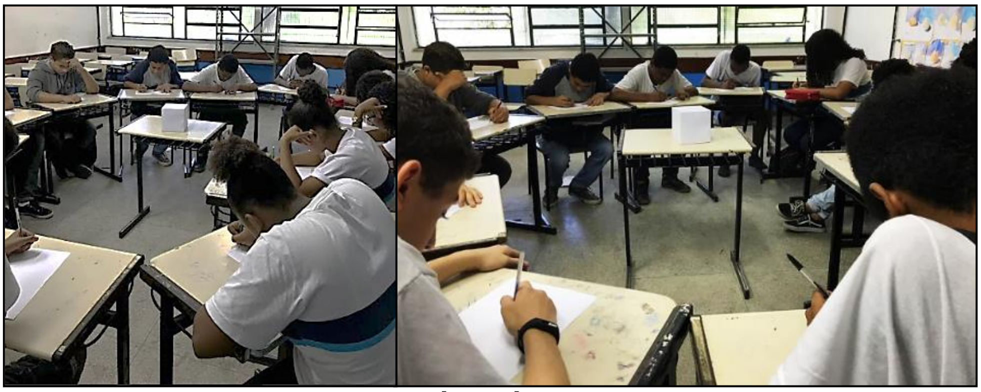
Figura 28 **– "Atelier Geométrico" – Original: registro da atividade do "Livro Aberto de Matemática", cap. 1 - Vistas ortogonais e Representações.**



Fonte: (BORTOLOSSI, CRISSAF, 2020)

A turma foi disposta em dois círculos e todas as cadeiras foram numeradas. Há no centro de cada círculo, sobre uma mesa, um hexaedro. Cada aluno desenhou a imagem que estava vendo do hexaedro disposto sobre a mesa (Figura 29). Em seguida, foi solicitado que todos levantassem e se deslocassem em sentido horário sentando-se após pular duas cadeiras.

Figura 29 – "Atelier Geométrico": Fase 1 – desenho. Rio de Janeiro, 2019.



Fonte: Acervo pessoal, Rio de Janeiro, RJ, 2019.

Já em seus novos lugares, cada aluno deveria avaliar o desenho feito por cada colega, desenhando um *emoji* ao lado a legenda representativa de sua análise (Figura 30). Cada ação dos alunos-avaliadores, foram registradas pelo pesquisador, visando a identificação em etapas análises futuras. Após a análise, foi repetido a ação por mais duas vezes. Com isso, todos os desenhos foram analisados três vezes.

Figura 30 – Escala de satisfação – Fase 2 - utilizada para avaliação entre pares relativa aos resultados do "Atelier Geométrico”.

Fonte: O autor.

A etapa seguinte, foi de fixar no quadro da sala, os trabalhos que haviam divergências nas avaliações. E os alunos deveriam identificar de qual cadeira foi realizada aquele desenho que estava sob sua análise (Figura 31), ou seja, a qual numeração de assento cada desenho pertence.

Figura 31 – “Atelier Geométrico”: Fase 3 – análise coletiva dos desenhos.

Fonte: Acervo pessoal do autor.

Aprendendo com a experiência: Foi percebido em dois trabalhos duas marcações de satisfação e uma de insatisfação. Ao analisar qual aluno tinha realizado o desenho e quais o tinham avaliado – uma vez que a identificação de cada autor foi registrada anteriormente pelo pesquisador – percebeu-se que a avaliação dada como insatisfeita foi realizada por alunos de estatura bem mais alta do que a do autor do desenho. Dessa forma, a visão percebida pelo aluno mais alto era diferente da visão do aluno de estatura baixa, o que comprometeu a avaliação do desenho. Vale destacar, que essa foi uma reflexão que gerou um aprendizado sobre a questão de como a perspectiva do desenhista muda a representação do desenho.

Outro aprendizado importante se evidenciou quando dois alunos discordaram entre si sobre um dos desenhos, sendo que ambos estavam sentados em posições simétricas em relação ao cubo no início da atividade. Diziam:

Aluno A: — Professor, ele fez o cubo para cima e o cubo está para baixo!

Aluno B: — Você está louco! Não tem nada de ponta cabeça ali não!

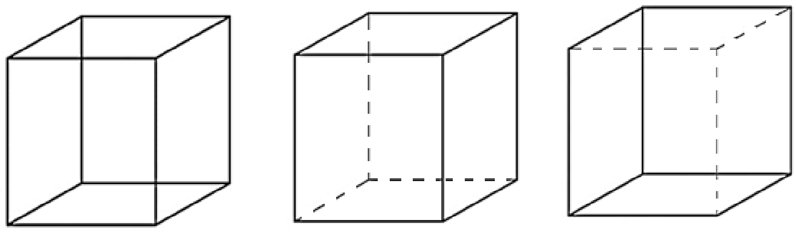
Não foi entendido de imediato o questionamento do aluno, mas minutos depois, após conversar com cada um sobre o seu desenho, fez-se compreendido o questionamento do Aluno A. Em função da espessura da ponta do lápis e de pressionar mais ou menos o lápis sobre o papel, detectou-se que não estava claro para alguns alunos a importância da representação diferenciada entre as arestas que vemos (linhas mais grossas) e as que não vemos (linhas mais finas ou pontilhadas). Foi retomado com todo o grupo a importância do uso de linhas pontilhadas ou mais finas para representar arestas que ficam ocultas na perspectiva do observador.

Tal problema remete ao tratamento dado à questão da ambiguidade no "Livro Aberto de Matemática" (BORTOLOSSI, CRISSAFF, 2020, p.10).

Reitera-se nesta oportunidade que a BNCC, Brasil (2018) prevê o desenvolvimento da habilidade de "Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectivas" (habilidade EF09MA17). Assim, compreender como vemos e interpretamos representações 2D de objetos 3D obtidas por projeções centrais e paralelas evidencia-se como uma habilidade importante que afeta o modo de nos comunicarmos e interagirmos com o mundo (BORTOLOSSI; CRISSAFF, 2020, p.1).

Figura 32 – Trecho do enunciado "Organizando ideias - Ver é uma atividade complexa!" – Unid. 2 do *Livro de Aberto de Matemática* (Ens, Médio).

Outro aspecto da interpretação de representações 2D de objetos 3D se refere à questão de ambiguidade: um mesmo desenho plano pode ser a representação de objetos tridimensionais diferentes. Considere, por exemplo, a Imagem (A) na Figura 2.16. Ela pode ser a representação de um cubo visto de cima como na Imagem (B) ou de um cubo visto de baixo como na Imagem (C).



(A) (B) (C)

Figura 2.16 Um cubo visto de cima ou de baixo?

De fato, a Imagem (A) pode até mesmo nem ser a representação de um cubo, como mostra a animação da Figura 2.17. A Imagem (A) é conhecida como Cubo de Necker, em homenagem ao cristalógrafo Louis Albert Necker (1786-1861) que observou este tipo de ambiguidade em 1832.

Fonte: Bortolossi e Crissaff (2020).

Foi percebido por alguns alunos e destacado para todo o grupo, que alguns desenhos poderiam ter sido feitos de mais de um lugar diferente. Pois, teria a mesma visão de mais de um lugar diferente, a saber, em dois assentos localizados em posições diametralmente opostas na roda de cadeiras.

Encerrou-se as atividades desta etapa retomando com toda a turma a importância de saber representar todas as arestas do sólido em uma figura. Ao término da atividade foi aplicado o Teste Intermediário III (Apêndice G).

4.2.5 Teste Intermediário IV: Dinâmica com materiais sólidos

Nesta **quinta semana** de atividades apresentou-se os resultados do desempenho dos grupos GC e GE (Tabela 6) no Teste Intermediário III (Apêndice G), ao que se seguiu discussão e correção coletiva em sala de aula das questões com maior ocorrência de erros (Figuras 33 e 35).

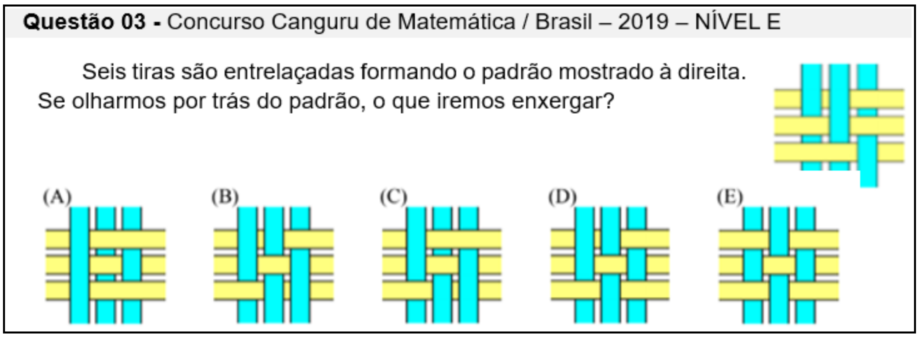
Tabela 6 - Resultados obtidos no Teste Intermediário III em relação às turmas GC e GE.

COMPILAÇÃO DOS DADOS DO TESTE INTERMEDIÁRIO III				
	TURMA GC		TURMA GE	
Questão	**Acertos**	**Erros**	**Acertos**	**Erros**
01	11	28	22	17
02	25	14	36	3
03	5	34	10	29
04	7	32	25	14
05	8	31	12	27
06	15	24	35	4
07	13	26	28	11
08	21	18	35	4
09	15	24	23	16
10	16	23	32	7
Média de acertos	**3,5**		**6,5**	

Fonte: O autor.

Notou-se de maneira mais acentuada nesta etapa que o grupo experimental no qual estava sendo desenvolvida a sequência didática sobre vistas ortogonais com o uso de materiais concretos, apresenta agora quase o dobro da média de acertos obtida pelo grupo controle. Ademais da melhora no rendimento acadêmico formal (de 1,2 a 6,5 acertos após intervenções em 8 horas-aula de Matemática) foi perceptível no decorrer das aulas maior motivação por parte dos alunos e uma expectativa em relação à atividade que seria implementada na semana seguinte, assim como certa ansiedade para a realização do teste intermediário que mensura o seu aproveitamento e permite o acompanhamento autônomo de seu aprendizado.

Figura 33 - Primeira questão com maior ocorrência de erro - Teste Intermediário III.



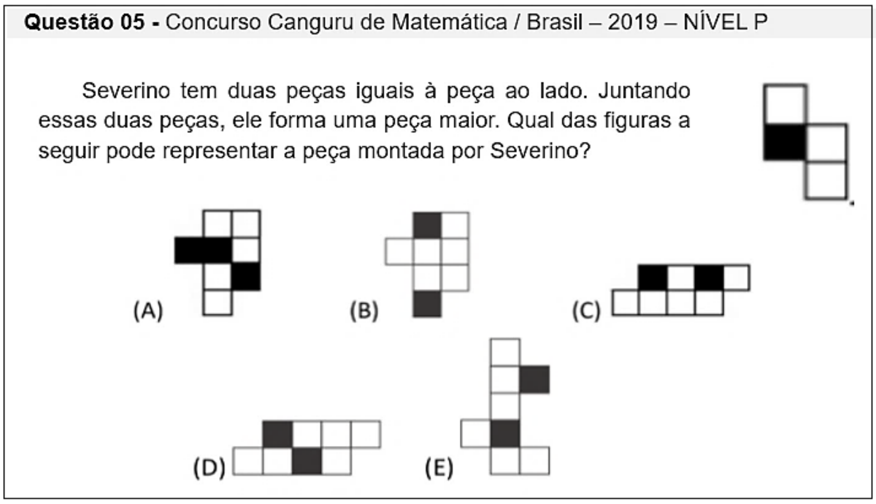
Superando o obstáculo: A abordagem do tema tal como proposto pelo exercício (Figura 33) já havia sido aplicado no Teste Intermediário I, porém com a ilustração contendo quatro tiras, ou seja, possuía uma dificuldade menor com relação à do último teste. O desafio era em abstrair a cor que está por trás da fita da frente. Para auxiliar no desenvolvimento dos estudantes desenvolveu-se uma atividade com tiras coloridas de diversas cores, sendo que o kit de cada aluno esteve estrategicamente posicionado em frente a um espelho plano (Figura 34).

Figura 34 - Alunos manipulando Kit de fitas coloridas e espelho plano em atividade nas aulas de Matemática.

Fonte: Acervo pessoal do autor.

Dessa forma, o próprio aluno certificava qual a cor a ser descoberta na face oposta a que está virada para si. Nesta atividade, a imagem vista pelo aluno ao olhar para as tiras diretamente e a imagem que veria estando entre as tiras e o espelho não são as mesmas. A relação entre as duas imagens é uma reflexão relativamente a uma reta vertical. Com isso, destacando uma característica das imagens formadas pelos espelhos planos, de serem *enantiomorfas*, ou seja, o que está à direita nas tiras na mão do aluno ficará à esquerda na imagem formada no espelho. Possibilitando de forma interessante agregar o conteúdo de simetria, já previsto no planejamento regular do bimestre. Na análise das opções, foi percebido que nenhum aluno marcou a letra A. Pois, alegaram o descarte da opção, em função de ter uma fita não entrelaçadas. Nas demais opções erradas, foi equilibrada o número de escolhas.

Figura 35 - Segunda questão com ocorrência de erro - Teste Intermediário III.



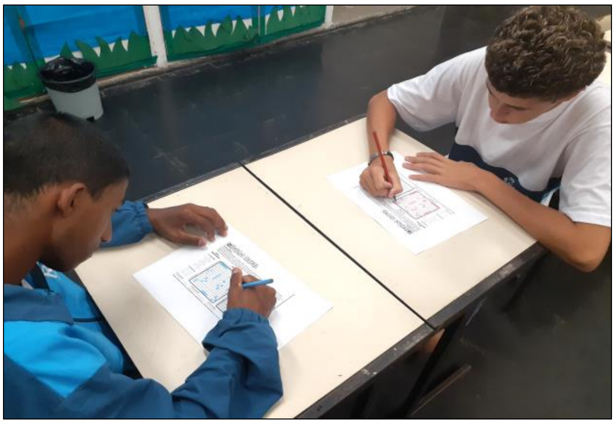
Questão 05 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2019 – NÍVEL P

Severino tem duas peças iguais à peça ao lado. Juntando essas duas peças, ele forma uma peça maior. Qual das figuras a seguir pode representar a peça montada por Severino?

(A) (B) (C) (D) (E)

Superando o obstáculo: Visualizar a rotação e reflexão de objetos no plano é uma habilidade necessária para desenvolver as vistas em uma figura tridimensional. Pois, a visualização da movimentação de objetos no plano e no espaço são conhecimentos interligados. Esse fato fica bem destacado na habilidade H6 da matriz de referência do ENEM, que é interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional. Por essas razões a questão 5 (Figura 35) é pertinente ao escopo da pesquisa. Percebeu-se a dificuldade dos estudantes em notarem a necessidade de “girar” as peças que o Severino, personagem da questão 5, possui em relação ao desenho apresentado. Para desenvolver essa habilidade destinou-se parte do tempo de aula ao jogo de “batalha naval”, onde o jogador tem que pintar as embarcações representadas pela união de um ou mais quadradinhos (Figura 36).

Figura 36 - Alunos jogando “Batalha Naval” manualmente em atividade nas aulas de matemática.



Fonte: Acervo pessoal do autor.

Ainda nesta etapa foi proposto aos alunos que desenhassem as vistas frontal, superior e de perfil do hexaedro, do paralelepípedo e da pirâmide de base quadrangular. Rapidamente foram feitas as construções solicitadas do hexaedro e do paralelepípedo, porém notou-se que a vista de perfil da pirâmide causou dificuldades a vários alunos. Ao término da atividade foi aplicado o Teste Intermediário IV (Apêndice H).

4.2.6 Teste Final: luz, sombras e projeções ortogonais

A **sexta semana** de atividades da sequência didática sobre vistas ortogonais compreendeu o encerramento da parte aplicada desta pesquisa de mestrado, restando um último encontro para avaliação coletiva dos resultados obtidos e, após isso, o professor-pesquisador continuou atuando em sala de aula com os conteúdos regulares previstos em seu planejamento até o final do ano letivo de 2019. O encontro iniciou-se com debate e correção coletiva do Teste Intermediário IV Tabela 7, cujos resultados completos se encontram no Apêndice J.

Tabela 7 - Resultados obtidos no Teste Intermediário IV em relação às turmas GC e GE.

COMPILAÇÃO DOS DADOS DO TESTE INTERMEDIÁRIO IV				
	TURMA GC		TURMA GE	
Questão	**Acertos**	**Erros**	**Acertos**	**Erros**
01	11	28	29	11
02	5	34	37	3
03	24	15	29	11
04	7	32	26	14
05	14	25	33	7
06	14	25	22	18
07	7	32	29	11
08	20	19	22	18
09	15	24	29	11
10	16	23	27	13
Média de acertos	**3,4**		**7,1**	

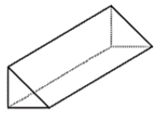
Fonte: O autor.

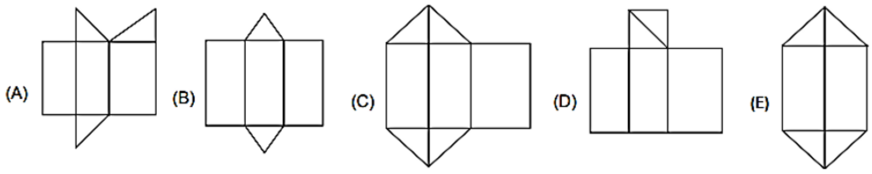
Trabalhou-se com maior afinco em sala de aula as questões com maior índice de erro (Figuras 37 e 38). Observou-se nos resultados do teste que há continuidade no crescente aproveitamento do GE, onde estão sendo aplicadas as atividades, enquanto o GC apresentou ligeira queda no rendimento. Vale destacar que as duas últimas questões do Teste Intermediário IV foram retiradas do ENEM, ou seja, apresentavam conteúdo até então previsto para o Ensino Médio e, independentemente disso, o aproveitamento dos grupos mostrou-se bastante positivo.

Figura 37 - Primeira questão com maior ocorrência de erro - Teste Intermediário IV.

Questão 08 – Prova Brasil SAEB (adaptada)

O desenho ao lado representa um sólido. Uma possível planificação desse sólido é:



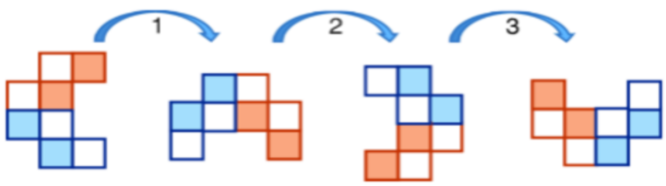


Superando o obstáculo: O sólido em destaque, na Figura 37, não é muito comum no universo dos alunos e na questão ele está na posição horizontal, enquanto na resposta aparece na vertical, o que ofereceu dificuldades aos alunos. Em destaque, a opção letra D não foi marcada por nenhum aluno, provavelmente pelo fato dela apresentar as duas faces triangulares “do mesmo lado”. Em função do que foi detectado realizou-se uma prática para desenhar a planificação do paralelepípedo estando o sólido com sua maior aresta na vertical e a planificação representando a sua maior aresta na horizontal.

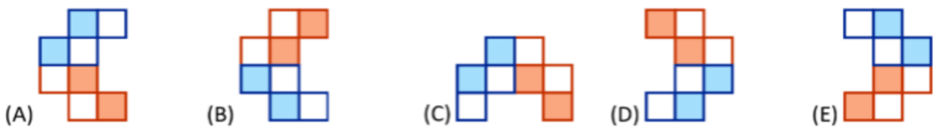
Figura 38 - Segunda questão de maior ocorrência de erro no Teste Intermediário IV.

Questão 06 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2017 – NÍVEL P

Alfredo gira uma peça em etapas. As três primeiras etapas estão representadas na figura ao lado.



Quando ele completar seis etapas, como irá aparecer a peça?



Superando o obstáculo: Na Figura 38, vemos a questão do Teste Intermediário IV que apresentou o segundo maior índice de erros. A questão exige concentração e a capacidade de abstração do aluno, pois o enunciado apresenta três etapas e solicita que seja imaginada a sexta etapa. Na análise das opções, foi percebido que não houve tendência na escolha e nem na exclusão de uma opção. Depois de destacado que a quarta etapa chega à primeira posição completando, portanto, um ciclo torna-se fácil compreender que a sexta etapa alcançará o terceiro desenho. Essa percepção foi mais bem assimilada pelos estudantes a partir da utilização de um ventilador com as pás pintadas ilustrando os movimentos na sala de aula.

Aprendendo com a experiência: Ao longo das atividades desta sequência notou-se que os estudantes se permitiram estar inseguros diante das figuras que observaram ao longo das semanas. No início das atividades desta pesquisa as respostas ou eram carregadas de “certeza” ou então, como eles diziam, eram um “chute”. Após uma breve conversa sobre o que seria “certeza” diante da visão de uma figura – se a verdade é aquilo que nossos olhos veem ou então tudo o que nosso cérebro pode imaginar/conjecturar – o professor propôs a reflexão sobre a certeza do que vemos a partir da tirinha do Armandinho replicada na Introdução deste trabalho (Figura 39).

Figura 39 - Tirinha do *Armandinho* ilustrando o raciocínio matemático diante da geometria de uma figura sólida.

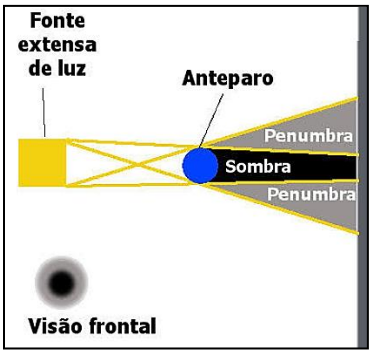
Fonte: <http://tirasbeck.blogspot.com.br/>.

Superando o obstáculo: Novamente inspirados no “Livro Aberto de Matemática” (BORTOLOSSI; CRISSAFF, 2020, p. 44), adaptou-se uma atividade com o uso de sólidos geométricos, luz e sombra. O professor preparou um kit semelhante ao sugerido no livro didático com a finalidade de projetar a sombra de um objeto que é desconhecido pelo aluno.

A proposta didática compreende o desafio de descobrir qual sólido está ali escondido, através apenas da visualização de sombras (projeções ortogonais) das suas faces na parede.

Nesta atividade foram explorados conceitos de **geometria das sombras** amparados no Princípio da Propagação Retilínea da Luz (Figura 40). Ao utilizarmos uma **fonte extensa** como, por exemplo, o Sol teremos o surgimento de regiões de **sombra** e de **penumbra** em função da quantidade de **feixes de luz** diferentes que incidem sobre o objeto a ser projetado no anteparo.

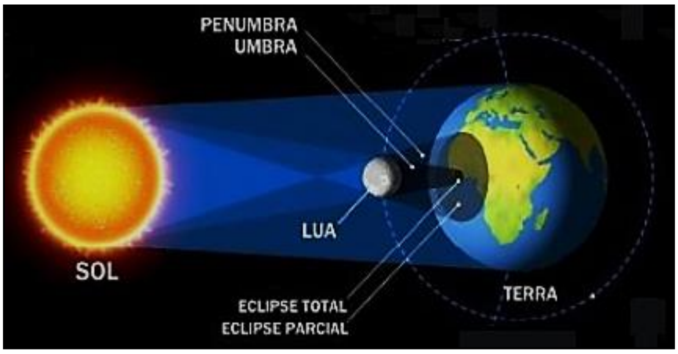
Figura 40 - Ilustração do Princípio da Propagação Retilínea da Luz.



Fonte: Mundo educação, 2018. Disponível em: <https://www.google.com/search?q=%3Chttps://mundoeducacao.bol.+uol.com.br/fisica/sombra-&rlz=1C1GGRV_enBR751BR751&sxsrf=ALeKk010qSLEKEiQJzjxrAmNGE3LvdvmmQ:1594852163396&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=2ahUKEwjNkaylp9DqAhUlJrkGHbMyD5MQ_AUoAXoECAwQAw&biw=1366&bih=657#imgrc=Q3YhTDG4orfwNM>.

O surgimento das regiões de sombra e penumbra explica o motivo de, na ocorrência de um eclipse solar, algumas regiões do planeta Terra terem a possibilidade de contemplar o fenômeno, enquanto em outras regiões apenas é possível uma visão parcial eclipse (Figura 41).

Figura 41 - Região de sombra e penumbra em relação às posições do Sol, da Lua e da Terra.

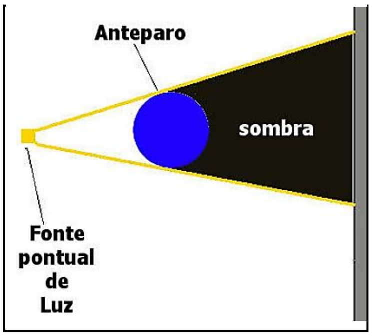


Fonte: Iran Markus, 2017. Disponível em: <https://iranmarkus.wordpress.com/2017/11/30/ sombra -penumbra-e-eclipse/ Acesso em 15 set. 2019

Utilizando uma fonte de pequena dimensão, denominada **fonte pontual**, não surgirá a penumbra, apenas a sombra. Dessa forma, a sombra retrata a forma de uma face do objeto quando ocorre uma projeção ortogonal (Figura 42).

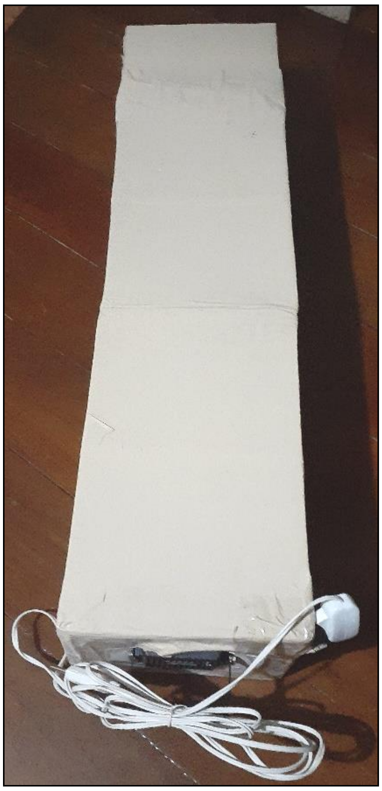
Para demonstrar este princípio empiricamente, utilizou-se um “kit” para estimular a participação do aluno durante a aula e desenvolver de forma efetiva a habilidade desejada nos objetivos específicos desta pesquisa. O kit foi composto por uma caixa de papelão com aberturas de entrada e saída para diminuir a dispersão da luz (Figura 43), refletor como fonte pontual de luz (Figura 44), além dos sólidos a serem manipulados pelo professor na entrada da caixa, confeccionados artesanalmente em madeira com furos no centro de suas faces possibilitando ao professor rosquear levemente um parafuso para sustentá-lo em todas as direções sempre à frente da fonte de luz.

Figura 42 - Esquema de sombra resultante de projeção ortogonal com fonte pontual de luz.



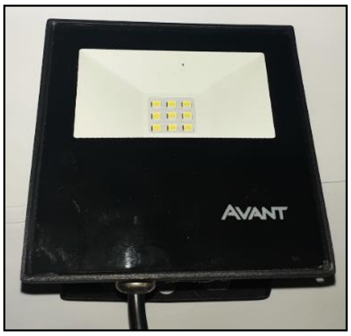
Fonte:<https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/fisica/sombra-penumbra.htm>

Figura 43 - Caixa para diminuir a dispersão da luz.



Fonte: o autor.

Figura 44 - Refletor que funcionou como fonte de luz.



Fonte: o autor.

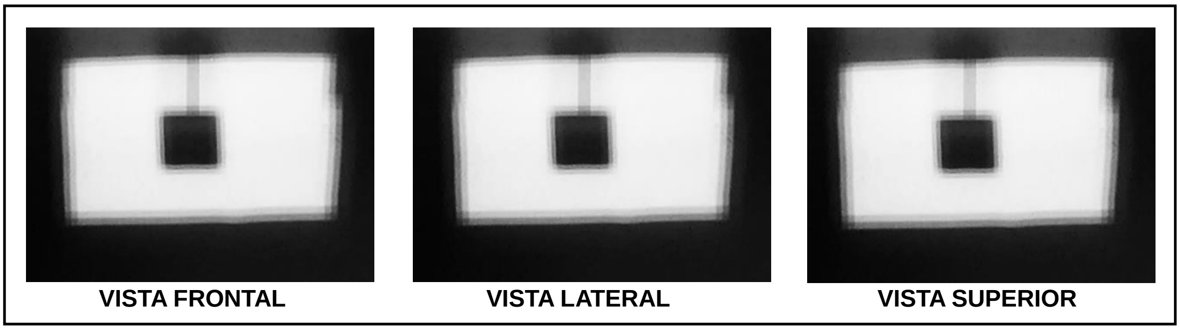
A atividade consiste em descobrir qual sólido está dentro da caixa a cada manipulação feita pelo professor, observando as projeções das sombras nas paredes e no chão da sala (Figuras 45 a 51). A discussão sobre a "certeza" das figuras ali projetadas se deu coletivamente, assim como os testes para cada hipótese levantada pelos estudantes.

Acredita-se que com esta atividade houve grande contribuição ao desenvolvimento da habilidade de "Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectivas" (BRASIL; MEC, 2018, habilidade EF09MA17).

Em um primeiro momento trabalhou-se a observação e a habilidade de reconhecimento das vistas ortogonais. Os exemplos abaixo compreendem os processos de projeções em sequência empreendido pelo professor:

4.2.6.1 - Exemplo I: Hexaedro

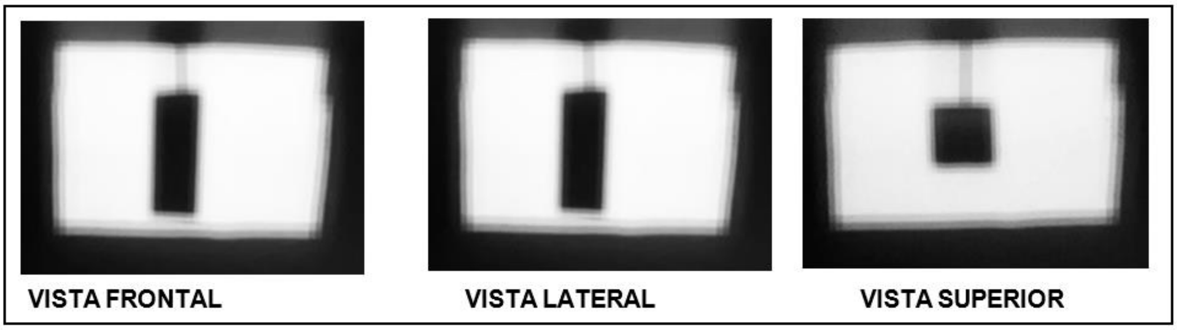
Figura 45 - Vistas ortogonais: experimento em sala de aula - hexaedro.



Fonte: O autor.

4.2.6.2 - Exemplo II: Paralelepípedo Reto-Retângulo

Figura 46 - Vistas ortogonais: experimento em sala de aula - paralelepípedo.



Fonte: o autor.

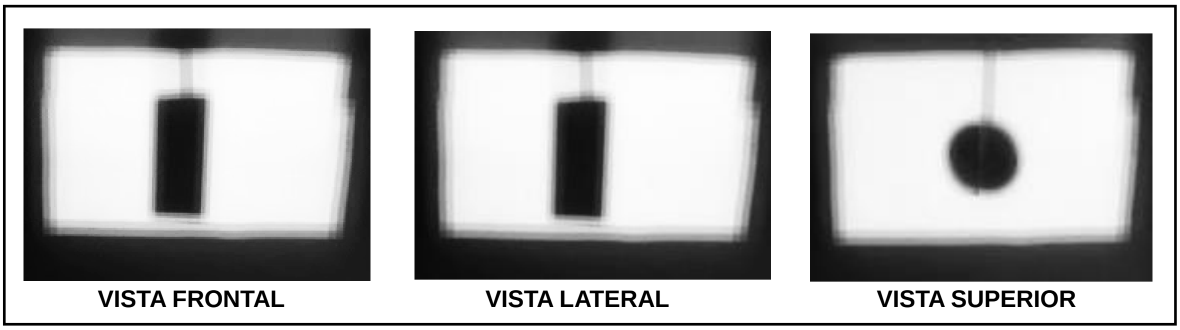
4.2.6.3 - Exemplo III: Pirâmide de base quadrangular

***Figura* 47** - Vistas ortogonais: experimento em sala de aula - pirâmide de base quadrangular.

Fonte: o autor.

4.2.6.4 - Exemplo IV: Cilindro

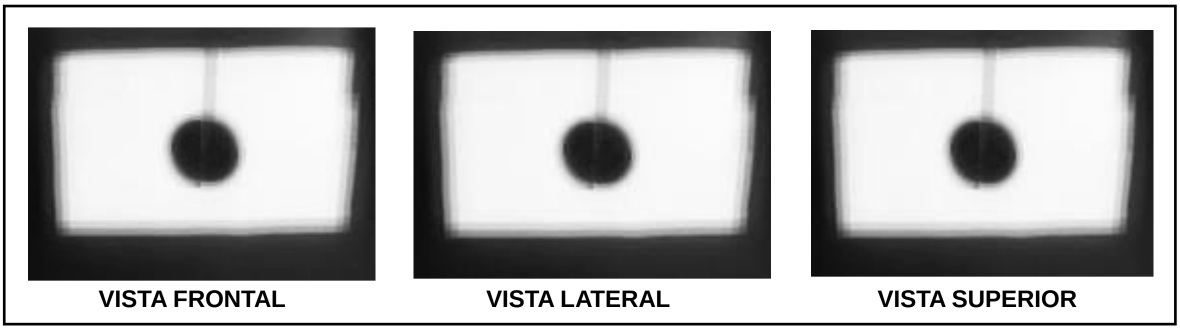
Figura 48 - Vistas ortogonais: experimento em sala de aula - cilindro.



Fonte: o autor.

4.2.6.5 - Exemplo V: Esfera

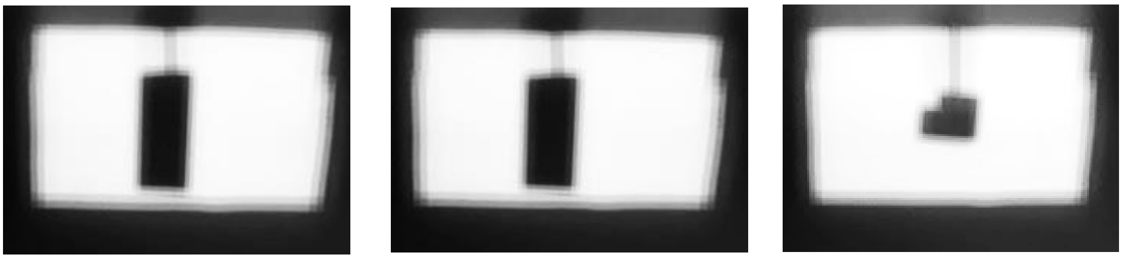
Figura 49 - Vistas ortogonais: experimento em sala de aula - esfera.



Fonte: o autor.

4.2.6.6 - Exemplo VI: Sólido Especial I

Figura 50 - Vistas ortogonais: experimento em sala de aula - sólido especial I.

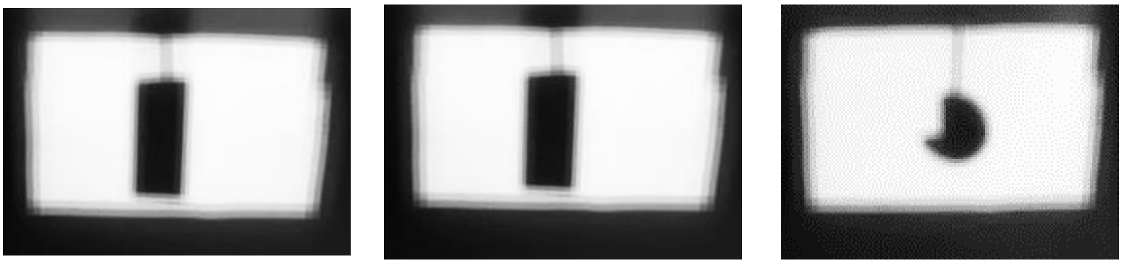


VISTA FRONTAL VISTA LATERAL VISTA SUPERIOR

Fonte: o autor.

4.2.6.7 - Exemplo VII: Sólido especial II

Figura 51 - Vistas ortogonais: experimento em sala de aula - sólido especial II.



VISTA FRONTAL VISTA LATERAL VISTA SUPERIOR

Fonte: o autor.

Aprendendo com a experiência: Visto que alguns alunos tiveram dificuldades de desenhar a vista de perfil da pirâmide na semana anterior, a dinâmica utilizada nesta semana possibilitou resgatar a dificuldade apresentada, superando-a. Foi percebido o considerado grau de estímulo que causou o diálogo sobre sombra e penumbra na turma. Surgiram várias perguntas sobre eclipses que permitiriam, assim, uma integração com o conteúdo de Ciências.

Com a finalidade de desenvolver a atenção aos detalhes existentes nos objetos e de familiarizar os estudantes ao programa *Microsoft Paint*, foi planejada uma atividade que mobilizasse os conhecimentos adquiridos com o experimento de luz e sombras avançando para o que seria a "aplicação" desses saberes no mundo real aprimorando o conhecimento relativo ao desenho de objetos em perspectivas.

Superando o obstáculo: Após a prática com projeção de sombras dos sólidos geométricos realizou-se a atividade denominada "Tudo na Parede" e que consistiu em imaginar como seria a sombra dos móveis e objetos encontrados na sala de aula (cadeira, mesa, armário, ventilador etc.) se projetadas na parede. Assim, foram tiradas fotos dos móveis e objetos para serem projetadas com uso do datashow e, em seguida, com a utilização do software *Microsoft Paint* apagava-se da imagem o que era excedente ao próprio item projetado na parede. Os estudantes destacaram a importância de posicionar a lâmpada no centro do item projetado para visualizar corretamente apenas a sua sombra.

Um exemplo deste exercício deu-se por meio da observação de um ventilador (Figura 52). A sequência de imagens compreende a) o ventilador visto lateralmente na imagem projetada na parede; b e c) a utilização progressiva do *Paint* para tirar o excedente à imagem do objeto e, por fim, d) a imagem final que coincide com a projeção da sombra do ventilador na parede da sala.

Figura 52 - Projeção ortogonal: experimento em sala de aula – objeto real.

Fonte: o autor.

As ações desenvolvidas nesta etapa buscaram levar o aluno a desenvolver a compreensão necessária para responder corretamente enunciados como os da Questão 08 do Teste Intermediário III (Apêndice G) e Questão 5 do Teste Final (Apêndice I). Ao término destas atividades foi aplicado o Teste Final confeccionado somente com questões que abordam a habilidade de projeção ortogonal nas últimas edições do ENEM.

4.2.7 Análise: reforço e avaliação coletiva dos resultados.

Na **sétima e última semana** de ações da sequência didática sobre vistas ortogonais na turma GE seguiu-se o roteiro previsto. Iniciou-se a aula com a apresentação dos resultados obtidos no Teste Final realizado na semana anterior (Tabela 8) e detalhado no Apêndice K.

Tabela 8 - Resultados obtidos no Teste Final em relação às turmas GC e GE.

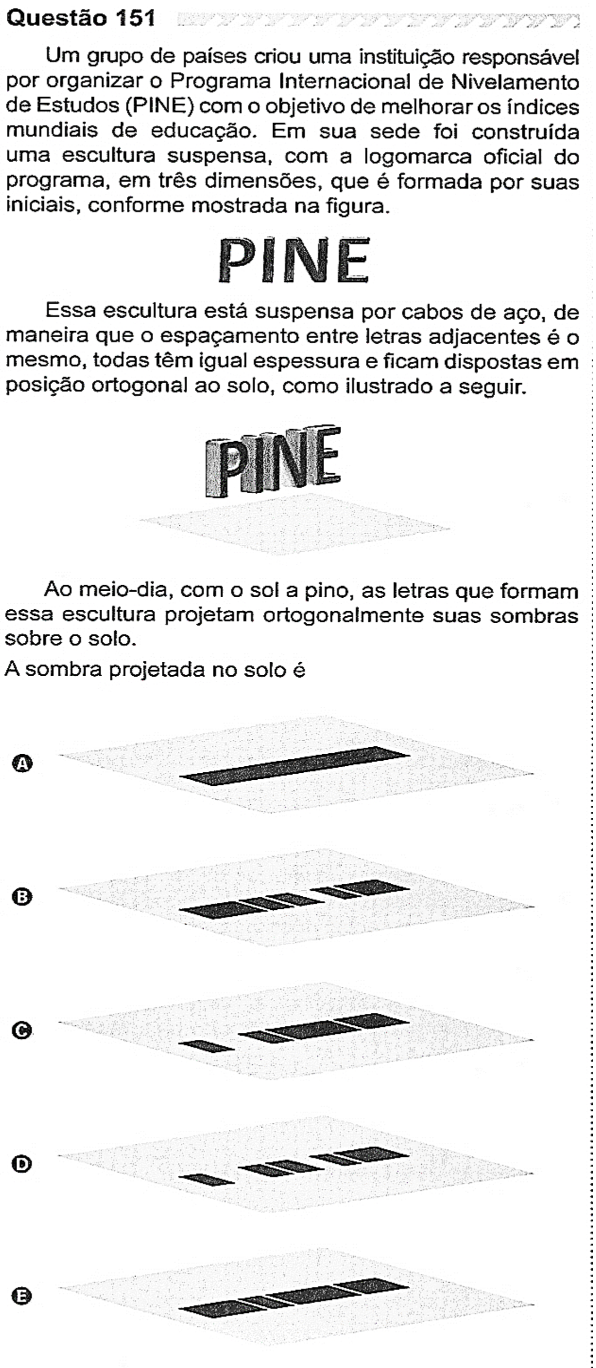
COMPILAÇÃO DOS DADOS DO TESTE FINAL				
	TURMA GC		**TURMA GE**	
Questão	**Acertos**	**Erros**	**Acertos**	**Erros**
01	16	23	29	11
02	20	19	37	3
03	21	18	30	10
04	19	20	31	9
05	15	24	35	5
06	17	22	28	12
07	18	21	29	11
08	29	10	30	10
09	10	29	22	18
10	9	30	20	20
Média de acertos	**4,5**		**7,3**	

Fonte: O autor.

Observa-se que o rendimento do grupo experimental onde estão sendo desenvolvidas as práticas diferenciadas atingiu uma média superior a 7,0 em relação a um teste composto exclusivamente por questões de nível de Ensino Médio constantes das avaliações do ENEM. A Questão 5 (Apêndice I) apresentou o maior índice de ocorrência de erro no Teste Final. Assim, visando reforçar os conceitos pertinentes para a sua resolução, o professor inspirou-se em questão da última prova do ENEM (Figura 53) para planejar e implementar a dinâmica denominada “Sol a pino”.

Superando o obstáculo: Nesta atividade o aluno terá que imaginar que a fonte luminosa está exatamente acima do objeto que, portanto, terá sua sombra projetada ortogonalmente no solo. Tais características conformam o que denominamos **vista superior** na atividade de luz e sombra da semana anterior.

Figura 53 - Questão do 2º dia de provas do ENEM 2019 que inspirou a dinâmica “Sol a pino” elaborada pelo professor-pesquisador.


Questão 151

Um grupo de países criou uma instituição responsável por organizar o Programa Internacional de Nivelamento de Estudos (PINE) com o objetivo de melhorar os índices mundiais de educação. Em sua sede foi construída uma escultura suspensa, com a logomarca oficial do programa, em três dimensões, que é formada por suas iniciais, conforme mostrada na figura.

PINE

Essa escultura está suspensa por cabos de aço, de maneira que o espaçamento entre letras adjacentes é o mesmo, todas têm igual espessura e ficam dispostas em posição ortogonal ao solo, como ilustrado a seguir.

PINE

Ao meio-dia, com o sol a pino, as letras que formam essa escultura projetam ortogonalmente suas sombras sobre o solo.

A sombra projetada no solo é

A

B

C

D

E

Fonte: <https://g1.globo.com/educacao/ enem/2019/noticia/2019/11/10/enem-2019-veja-imagens-da-prova-do-2o-dia.ghtml>.

Em parceria com a professora de Inglês foram trabalhadas em sala de aula as palavras “FILE” e “LIFE”. Trocando a posição das letras, temos na língua portuguesa a palavra “FIEL”. Dessa forma, as palavras foram dispostas sobre a mesa do professor e o aluno, estando em sua mesa, deveria desenhar a vista superior de cada palavra (Figura 54).

Aprendendo com a experiência: Todas as questões do teste final foram debatidas em sala de aula, assim como os bons resultados obtidos, motivo pelo qual provocou-se espontaneamente a seguinte reflexão aos estudantes**: Qual das atividades praticadas ao longo das sete semanas ajudou você a resolver cada questão do Teste Final?**

Figura 54 - Registros da atividade inspirada em questões do ENEM.

Fonte: Acervo pessoal do autor.

Dentro da tempestade de respostas, a atividade de desmontagem de embalagens e desenhar a planificação (3ª semana), desenhar um hexaedro que estava no centro da roda de alunos (4ª semana) e projeção de sombras com a caixa que diminui a dispersão (6ª semana) foram as que mais se destacaram.

Buscou-se com essa reflexão levar o aluno a perceber que cada etapa das atividades possuía um propósito acadêmico, pedagógico e lúdico que precisou ser vivenciado e aprendido para que se alcançasse um resultado satisfatório nas avaliações de desempenho (testes).

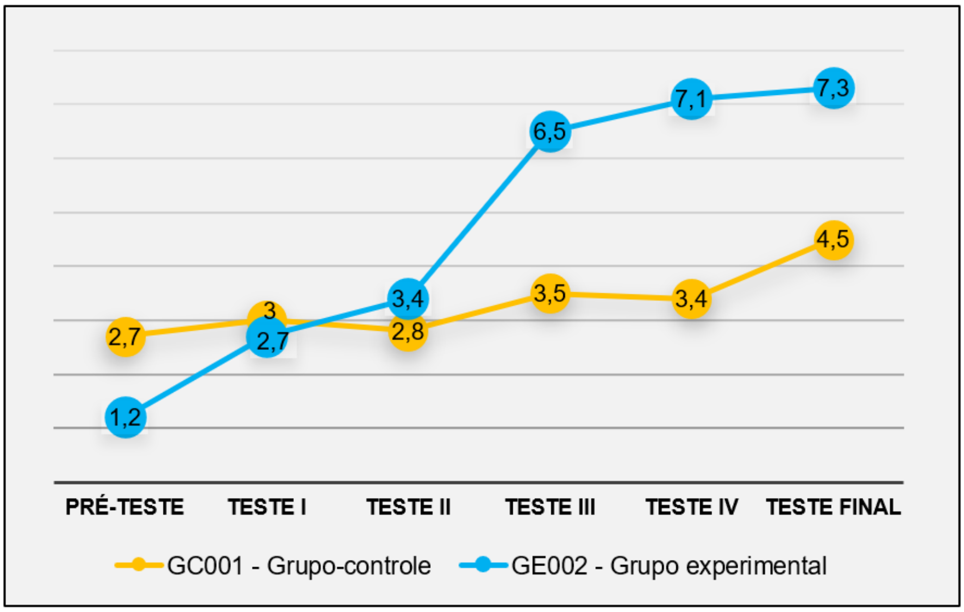
Problematizou-se, assim, as consequências negativas de comportamentos estudantis como o de prestar atenção nas aulas apenas quando aparece uma “fórmula” que, erroneamente, os jovens julgam que devem memorizar para compreender a totalidade de um conteúdo.

Em contrapartida, alcançou-se o consenso de que, no futuro, quando um professor estiver lecionando um conteúdo, todas as etapas de sua explicação e realização de atividades serão importantes para que o aprendizado seja significativo para todo o coletivo de estudantes.

Convém destacar que toda a sequência didática foi analisada simultaneamente à sua implementação, de modo que os planos de aula elaborados continham, necessariamente, conteúdos que reforçavam conceitos anteriormente apresentados e mal compreendidos pelos estudantes a partir da resolução dos testes aplicados semanalmente. Assim, a avaliação contínua contida nessa proposta pedagógica possibilitou ao professor não só compreender o nível de aprendizagem da turma como também o levou a refletir sobre estratégias subsequentes de ensino, a fim de mitigar as dificuldades apresentadas nos conteúdos previamente ensinados.

A Figura 55 apresenta o gráfico comparativo das médias obtidas pelos grupos experimental e controle ao longo de todos os testes aplicados semanalmente.

Figura 55 - Gráfico com resultados do aproveitamento do grupo controle e grupo experimental nos testes aplicados ao longo da sequência didática sobre o conteúdo vistas ortogonais.



Fonte: O autor.

Nota-se que as médias obtidas pelo grupo experimental no qual se realizou a sequência didática de curta duração (14 horas-aula ou 1h40min ao longo de sete semanas) apresentou um crescimento de rendimento de mais de cinco vezes em relação à primeira média obtida em pré-teste. Estes dados são um forte indício de que ocorreu um ganho de aprendizagem significativo potencializado pelo uso do material concreto, das atividades “mão na massa” e da coletividade desenvolvida entre os alunos, comparativamente às aulas meramente expositivas aplicada no grupo de controle. Considerando o desempenho de ambos os grupos foi verificado que houve sempre um crescimento no rendimento aferido.

Durante as etapas de implementação da sequência didática foram registrados os seguintes depoimentos por parte dos estudantes:

- "*Eu sempre disse que não gostava de matemática. Mas essas aulas estão me fazendo mudar de opinião*" (Jéssica A. C. – 15 anos – GE), em referência à dinâmica de experimentação dada às aulas de Matemática durante implementação da sequência didática.
- "*É engraçado perceber que estamos acertando algumas questões usando a atividade prática*" (Cléber Q. N. – 15 anos – GE), afirmou um estudante estabelecendo uma comparação entre o que é aprendido de maneira teórica – aulas expositivas com enfoque no esforço de memorização de fórmulas e conceitos – e o que se aprende a partir de experimentos que criam situações-problema a serem discutidas e resolvidas coletivamente.
- "Todo mundo da B (turma do experimento) fala que está entendendo melhor a matéria por causa das aulas diferentes que estão sendo dadas lá. E aqui na nossa turma nós também teremos essa oportunidade?" (Luiza V – 14 anos – GC). Este registro ilustra um pouco do impacto social das atividades de experimentação em uma disciplina que constantemente gera ansiedades e frustrações aos estudantes. Motivados pelos conhecimentos que reconhecem estar adquirindo, os estudantes do GE se mostraram cada vez mais desejosos de ir às aulas de matemática, especialmente as aulas do momento da semana em que a atividade de experimentação seria desenvolvida.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa buscou avaliar de maneira preliminar dois grupos de estudantes em relação aos conhecimentos adquiridos em Geometria e, mais especificamente, em relação às suas competências para solucionar atividades sobre as vistas ortogonais e desenhos em perspectiva. Em seguida, propôs-se uma sequência didática implementada junto ao grupo com maior defasagem no sentido de instrumentalizá-lo empiricamente para melhorar o resultado aferido nos testes sobre o tema.

Reforça-se a importância do trabalho com este conteúdo diante da verificação de sua presença majoritária em questões de Matemática aplicadas nas edições do ENEM entre 2009 e 2018, sendo o tema mais citado no exame nacional ao longo dos últimos dez anos (23,9% de questões relacionadas à Geometria).

Resultou do pré-teste uma média geral de acertos aproximada entre os grupos controle e experimental: de cada dez questões, a média de acertos esteve entre 2,7 (GC) e 1,2 (GE), sendo essa média baixa uma evidência que reitera a lacuna conceitual existente nas Orientações Curriculares das Cidade do Rio de Janeiro (RIO DE JANEIRO, 2012), que não apresentam em suas matrizes e materiais didáticos nenhuma menção à habilidade de reconhecer vistas ortogonais e desenhar figuras em perspectiva.

Atingiu-se o objetivo de impactar a realidade escolar por meio de uma atividade de experimentação inovadora desenvolvida junto ao grupo que apresentou o menor índice de acertos no Pré-Teste e, por extensão, um menor conhecimento geométrico relacionado ao conteúdo vistas ortogonais no 9º ano do Ensino Fundamental.

Destaca-se que, após a conclusão das atividades, o grupo experimental – que apresentou média 1,2 no pré-teste – logrou resolver o Teste Final com questões de nível do Ensino Médio retiradas do ENEM, tendo obtido média de 7,3 acertos do total de dez questões. Tal resultado, permite inferir que o principal objetivo dessa pesquisa foi atingido, mostrando que o trabalho pontual do docente de Matemática com o conteúdo vistas ortogonais pode apresentar resultados efetivos quando as atividades propõem situações-problema que levam os estudantes a mobilizar diferentes habilidades e competências para solucioná-las.

Verificou-se que os estudantes do grupo experimental demonstraram ao longo das sete semanas uma motivação e dedicação maiores, além da autoestima bem elevada que os levou a relatar um maior prazer nas aulas de matemática.

Ambas as turmas se empenharam para evitar faltar às aulas, inclusive os participantes do grupo-controle. Isto deveu-se à explicação prévia sobre o trabalho configurar uma pesquisa acadêmica de pós-graduação, o que despertou curiosidade e compromisso nos envolvidos. Após a conclusão de todas as atividades de pesquisa, a mesma sequência didática com materiais concretos foi desenvolvida juntos aos estudantes que compuseram o grupo controle atendendo a uma reivindicação constante na turma.

Constata-se que as atividades de experimentação propostas no formato de sequência didática atenderam aos pressupostos mais recentes dos documentos norteadores da educação básica brasileira, na medida em que propõem uma abordagem do conteúdo por competência. Assim, as práticas em sala de aula foram pensadas para levar os estudantes a investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes a partir da observação do mundo ao seu redor (BRASIL, 2018, p. 271).

A partir dos resultados apresentados no Teste Final (ou pós-teste) verificou-se que os estudantes estão aptos a analisar e produzir transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas sólidas, sendo capazes de “Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectivas”.

O baixo custo dos materiais utilizados **facilitaria** a execução, por parte de outros professores, das atividades descritas na sequência didática em outras turmas de 9º ano. O autor acredita que o retorno positivo dos alunos observado ao longo desta pesquisa (tanto do ponto de vista das notas do teste final como na interação entre eles e o professor no decorrer das atividades) **tem potencial** para se replicar em outras realidades. Em outros termos, a experimentação por meio da implementação de sequência didática sobre vistas ortogonais impactou positivamente a aprendizagem, aumentando o aproveitamento do grupo estudantil para a variável em análise ao longo do processo (testes intermediários) e após a sua conclusão (teste final ou pós-teste), o que valida a metodologia adotada nesta pesquisa.

Conclui-se que o conjunto de mudanças trazidas pela BNCC exige da escola uma releitura do seu papel para que possa dialogar com as novas demandas, pois ela gera impactos nos livros didáticos, PPP, propostas curriculares, Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), formação inicial e continuada de docentes e demais avaliações nacionais.

As abordagens dos livros didáticos utilizados na rede pública de ensino da Prefeitura da Cidade do Rio de Janeiro não atendem ao desenvolvimento da habilidade desejada, uma vez que são utilizados materiais adquiridos via Programa Nacional do Livro

Didático (PNLD) para os anos de 2017 a 2019, anteriores à implementação da BNCC; o que pode justificar a ausência do tema vistas ortogonais nestes materiais. Porém, vale destacar, que os livros adquiridos pelo PNLD para os anos de 2020 a 2023, não contemplam o desenvolvimento da habilidade desejada, pois as edições são de 2015 e 2018, assim como o material didático digital produzido pela SME, relativo ao 1º semestre de 2020, também não comtempla. Assim, espera-se que o material didático digital para o segundo semestre de 2020 já tenha sido atualizado nesse sentido.

O impacto que a BNCC causará no trabalho dos professores da rede pública de ensino da Prefeitura da Cidade do Rio de Janeiro será mais bem apreendido quando práticas de formação continuada forem oferecidas aos professores de Matemática, assim como materiais de apoio conceitual e pedagógico atualizados em relação ao conteúdo vistas ortogonais.

A utilização de luz e sombra na descoberta de projeções em perspectiva e projeções paralelas em sala de aula evidenciou-se como profícua em diferentes sentidos, despertando os estudantes para reflexões que envolveram fenômenos abordados em outras disciplinas, como é o caso da discussão sobre Eclipses, que compõem o currículo de Ciências Naturais. Logo, foi propiciado o aprimoramento tanto da habilidade desejada para lapidar a competência dos estudantes de desenhar objetos em perspectiva quanto outras habilidades relacionadas.

Vale destacar que havendo um interesse do professor na aplicação da sequência didática apresentada nessa pesquisa, demandará um replanejamento das atividades, visando diminuir o número de semanas destinadas a aplicação, bem como um alinhamento com a coordenação pedagógica. Pois, é necessário evitar que as atividades escolares que impactam em perdas de aulas durante a rotina escolar, sejam planejadas de forma a não interromper o ciclo de semanas da sequência didática.

Reitera-se que atualizar modelos de formação de professores de modo a conectar as instituições formadoras à realidade das escolas é um passo essencial para poder consolidar mudanças curriculares no país. De igual importância é a necessidade de se identificar aspectos essenciais na formação inicial e continuada de professores com vistas a garantir processos de implementação efetiva da BNCC.

Diante da constatação de que não consta das orientações da Cidade do Rio de Janeiro uma proposta de trabalho com o conteúdo vistas ortogonais na disciplina de matemática no 9º ano, o que corrobora o entendimento de que há um lapso de tempo entre a aprovação de uma nova normativa e o seu efetivo cumprimento na realidade do ensino escolar, sugere-se que novos estudos sejam feitos aprimorando o desenvolvimento da sequência didática aqui proposta.

Como limitação deste estudo, identifica-se o fato de haver apenas um grupo-controle e um experimental no universo de milhares de estudantes do 9º ano matriculados regularmente na rede de ensino da cidade do Rio de Janeiro. Assim, novos estudos podem retomar e aprimorar a sequência didática apresentada no sentido de auxiliar no diagnóstico das dificuldades e na aceleração necessária para a aquisição desses conhecimentos no período escolar previsto nos documentos normativos nacionais.

6 REFERÊNCIAS

ANDRINI, Álvaro; ZAMPIROLO, Maria José C. de Vasconcellos. *Praticando Matemática – 9º ano*. São Paulo: Editora do Brasil, 2015.

ASSOCIATION KANGOUROU SANS FRONTIÈRES (AKSF). *Concurso Canguru de Matemática*. Disponível em: <http://www.aksf.org/index.xhtml>; <https://www.cangurudematematicabrasil.com.br/>. Acesso em 15 Jan. 2020.

BALL, J, L. *Figuras planas.* Rio de Janeiro: Ápice, 2018.

BARBOSA, Tom; BLYTHE, David. *Programação gráfica avançada usando openGL.* Elsevier: 2016, p. 502.

BARROSO, P. L. *Geometria*. São Paulo: Ática, 2014.

BIANCHINI, Edwald. *Matemática Bianchini – 9º ano*. São Paulo: Moderna, 2015.

BORTOLOSSI, Humberto; CRISSAFF, Lhayla. *Livro aberto de matemática:* Vistas ortogonais e representações em perspectivas. Rio de Janeiro, RJ: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 2018. 110p.

BRASIL. *Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional*. Brasília, 1996. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm>. Acesso em: 10 de jun.2019.

______. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Fundamental 5ª a 8ª séries*. Brasília: Secretaria de Educação Básica, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/pnaes/195-secretarias-112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12657-parametros-curriculares-nacionais-5o-a-8o-series>. Acesso em 10 Out. 2019.

______. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio* - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologia. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 1999. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em Out. 2019.

______. *Matriz de Referência ENEM*. Brasília: INEP, 2015. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf>. Acesso em 15 Dez. 2019.

_______. Base Nacional Comum Curricular - BNCC. Ministério da Educação. Brasília, DF, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#home>. Acesso em 13/06/2020.

______. *Sistema de Avaliação da Educação Básica*. Brasília: SEB, 2019. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/educacao-basica/saeb>. Acesso em 10 Out. 2019.

______. *Portal da Prova Brasil*. 2020. Disponível em: <http://provabrasil.inep.gov.br/web/guest/inicio>. Acesso em 05 Jan. 2020.

_______. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. *Programa Internacional de Avaliação de Estudantes*. In: ______. Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico – OCDE. 2018. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/encceja-2/480-gabinete-do-ministro-1578890832/assessoria-internacional-1377578466/20746-organizacao-para-a-cooperacao-e-desenvolvimento-economico-ocde>. Acesso em 05 Jan. 2020.

_______. Relatório do Conselho Nacional de Educação/Câmara de Educação Básica sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais; para o Ensino Fundamental de 9 (nove) anos. Brasília, DF: 2010. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=6324-pceb011-0&category_slug=agosto-2010-pdf&Itemid=30192>. Acesso em 13/06/2020.

CONSELHO NACIONAL DE SAÚDE (CNS). *Resolução Nº 466, de 12 de dezembro de 2012 sobre os Procedimentos da Pesquisa com Seres Humanos*. Brasília: CNS, 2012. Disponível em: <https://bvsms.saude.gov.br/bvs/saudelegis/cns/2013/res0466_12_12_2012.html>. Acesso em 15 Jan 2020.

______. Resolução Nº 510, de 07 de abril de 2016 sobre os Procedimentos Éticos na Pesquisa com Seres Humanos na área de Ciências Humanas e Sociais. Brasília: CNS, 2016. Disponível em: <http://conselho.saude.gov.br/resolucoes/2016/Reso510.pdf>. Acesso em 15 Jan 2020.

D' AMBROSIO, U. Educação matemática: uma visão do estado da arte. *Pro-Posições*, Campinas, v. 4, n. 1[10], p. 7-17, mar. 1993. Disponível em: <https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/publicacao/1754/10-artigos-ambrosiou.pdf>. Acesso em 15 Set. 2019;

______. *Educação matemática*: da teoria à prática, 1996.

FERNANDES, A. Aurélio; MARTINS, Arsélio A.; SACCHETTI, Mariana B. Método do lugar geométrico. In: ______. *Geometrias* - Problemas de construção: métodos – Lugares geométricos. 2015. Disponível em: <http://geometrias.eu/euclides/problemas-de-construcao/lugar-geometrico/euclid4.html>. Acesso em 10 Ago. 2019.

GUERRA, A. *Galileu e o Nascimento da Ciência Moderna*. 1ª edição, São Paulo, SP. Atual Editora, 2005

HOLANDA, A. B. *O Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa*. 20. ed., Curitiba, PR. Positivo, 2016.

INSTITUTO AYRTON SENNA. *Formação de professores é tema de debate sobre impactos da Base Nacional no Brasil*. Release, 14/05/2018. Disponível em: <https://www.institutoayrtonsenna.org.br/pt-br/conteudos/formacao-de-professores-e-tema-de-debate-sobre-impactos-da-Base-Nacional-no-Brasil.html>. Acesso em 15 Dez. 2019.

INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA (IMPA). Projeto do IMPA propõe livro didático aberto e colaborativo. *Notícias*, 01 de março de 2018. Disponível em: <https://impa.br/noticias/projeto-do-impa-propoe-livro-didatico-aberto-e-colaborativo/>. Acesso em 20 Jan. 2020.

______. *Um Livro Aberto* – versão online. 2020. Disponível em: <https://www.umlivroaberto.org/BookCloud/ Volume_1/master/view/GE301-1.html>. Acesso em 20 Jan. 2020.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). Dados da Escola Municipal 08.33.010 – Campo dos Afonsos - Rio de Janeiro/RJ. In: LEMANN, Fundação; MERITT, Informação Educacional. *QEdu – Banco de dados da Educação Básica brasileira*. Brasília, 2018. Disponível em: <https://www.qedu.org.br/escola/176386-0833010-escola-municipal-campo-dos-afonsos/censo-escolar>. Acesso em 15 Jan. 2020.

LUCIANO, K. M. F. O uso do material concreto no ensino e aprendizagem da matemática. *Cadernos do IME - Série Matemática*, n. 11, 2017. Disponível em: <https://www.e-publicacoes.uerj.br/index.php/cadmat/article/download/23230/ 22548>. Acesso em 26 fev. 2020. DOI: 10.12957/cadmat.2017.23230

MORAIS, William; MCCULLOUGH, Malcolm. *Mídia de design digital*. John Wiley and Sons: 2015, p. 169.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. *Matemática: ideias e desafios – 9º ano*.18. ed. São Paulo: Saraiva, 2015.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. Lisboa, Portugal: APM; IIE, 1991.

______. Normas profissionais para o ensino da matemática. Lisboa, Portugal: APM; IIE, 1994.

NATIONAL GOVERNORS ASSOCIATION (NGA Center); COUNCIL OF CHIEF STATE SCHOOL OFFICERS (CCSSO). *Common Core State Standards Initiative - 2020*. Disponível em: <http://www.corestandards.org/>. Acesso em 15 Dez. 2019.

NETO, Ernesto Rosa. Laboratório de matemática. In: ______. *Didática da Matemática*. São Paulo: Ática, 1992. 200p. p. 44-84.

ORGANIZAÇÃO PARA A COOPERAÇÃO E O DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE). Program for International Student Assessment (PISA). Página na web. 2020. Disponível em: <http://www.oecd.org/pisa/>. Acesso em 10 Dez. 2019.

PERRENOUD, Philippe. *Avaliação da excelência à regulação das aprendizagens*: entre duas lógicas. Porto Alegre: Artmed, 1999a.

_______. Construir competências é virar as costas aos saberes? In: *Pátio – Revista Pedagógica*, Porto Alegre, n. 11, p. 15-19, nov. 1999b. Disponível em: <http://www.unige.ch/fapse/SSE/teachers/perrenoud/php_main/php_1999/1999_39.html>. Acesso em 15 Ago. 2019.

PERRENOUD, Phillipe et al. *10 novas competências para ensinar*. Porto Alegre: ArtMed, 2000.

PERRENOUD, Philippe; THURLER, M. G. *As competências para ensinar no século XXI:* a formação dos professores e o desafio da educação. 1. ed. Porto Alegre: ARTMED, 2002.

PIAGET, J. *Estudos sociológicos*. Rio de Janeiro, RJ: Forense, 1973.

PONTE, João P.; MATA-PEREIRA, Joana; HENRIQUES, Ana. O raciocínio matemático nos alunos do Ensino Básico e do Ensino Superior. *Práxis Educativa*, v. 7, n. 2, 2012. Disponível em: <http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XV_EPREM/paper/viewFile/1154/900>. Acesso em 10 Dez. 2019.

RIO DE JANEIRO (cidade). Orientações Curriculares. Ensino Fundamental. Secretaria Municipal de Educação da Cidade do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2012. Disponível em: <http://www.rio.rj.gov.br/web/sme/exibeconteudo?id=798880>. Acesso em 25 Jan 2020.

______. *Material Didático Carioca* – Caderno semestral de atividades para estudantes – 9º ano do ensino fundamental. Rio de Janeiro: RioEduca; Edigráfica, 2019.

SAMPIERI, Hernández; COLLADO, Fernández; LUCIO, Baptista. Concepção ou escolha do desenho de pesquisa. In: VOM RBOCKE, Jan; ROSEMANN, Michael. *Metodologia de Pesquisa*. 5. ed. Porto Alegre: Penso, 2013. p. 138-188.

SILVA, F. M.; CUNHA, D. A.; SILVA, A. A.; HAISASHIDA, K. A. O uso do material concreto no ensino da matemática. *Anais...*, VIII Fórum Internacional de Pedagogia - FIPED, Maranhão, 2016. Disponível em: <editorarealize.com.br/revistas/fiped/trabalhos/Trabalho_Comunicacao_oral_idinscrito_947_7fc2304382477fcd9bed7819c1fb39e8.pdf>. Acesso em 26 fev. 2020.

SILVA, G.B.; FELICETTI, V. L. *Habilidades e competências na prática docente*. Educação Por Escrito, Porto Alegre, v. 5, n. 1, p. 17-29, jan.-jun. 2014. Disponível em: <http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/porescrito/article/download/14919/11497>. Acesso em 20 Jan 2020.

SOUZA, Patric. *Distinções de desenho:* as variedades de expressão gráfica. Ithaca, NY: Imprensa da Universidade de Cornell, 2017, p. 22.

TODOS PELA EDUCAÇÃO. *Anuário Brasileiro da Educação Básica 2020*. Editora Moderna, 2020. Disponível em <https://www.todospelaeducacao.org.br/_uploads/_posts/456.pdf?1969753478/=&utm_source=content&utm_medium=site-todos>. Acesso em 24 Jul 2020.

TOLEDO, Marília;. TOLEDO, Mauro. *Didática da matemática:* com a construção da matemática. São Paulo: FTD, 1997.

ZABALA, Antoni. *A Prática Educativa:* como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 2010.

7 BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

AMANDA, R. *As Crianças Mais Inteligentes do Mundo* - e Como Elas Chegaram Lá. São Paulo, SP: Três estrelas, 2014.

BIEMBENGUT, Maria Salett. *Modelagem Matemática no Ensino*. 5ª ed. São Paulo, SP: Contexto, 2019. 125p.

BRASIL. *Plano de Desenvolvimento da Educação*: Prova Brasil: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC, SEB; Inep, 2008.

BRASIL. *Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas* (OBMEP). Disponível em: <http://www.obmep.org.br/>. Acesso em 15 Jan. 2020.

ASSOCIATION KANGOUROU SANS FRONTIÈRES (AKSF). *Provas anteriores da Olimpíada Canguru de Matemática*. Disponível em: <https://www.cangurudematematicabrasil.com.br/para-escolas/provas>. Acesso em 15 Jan. 2020.

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). *Provas anteriores do Exame Nacional do Ensino Médio* (ENEM). Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>. Acesso em: 15 Jun 2019.

KENSKI, V. M. *Educação e Tecnologias*: o novo ritmo da informação. 8. ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006.

MACHADO, Ardevan. *Geometria Descritiva*. 27. ed. São Paulo, SP: Atual Editora, 1986. 306 p.

MAYNARD, Patric. *Drawing distinctions*: the varieties of graphic expression. Cornell University Press: 2005.

PRÍNCIPE JUNIOR, Alfredo dos Reis. *Noções de Geometria Descritiva* – v. 1. Barueri: NBL Editora, 1983. 310 p.

SANTOS, Luiz Anderson de Morais. *Utilização de Material concreto no ensino de matemática*: uma experiência com o teodolito caseiro no ensino de trigonometria. – Porto Velho, Rondônia, 2015. 87 f. Dissertação (Mestrado Profissional de Matemática) – Fundação Universidade Federal de Rondônia – UNIR.

WAGNER, Eduardo. *Construções Geométricas*. 4. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2000.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Orientações curriculares para o ensino da matemática na rede de ensino da Cidade do Rio de Janeiro para o 9º ano do Ensino Fundamental.

ORIENTAÇÕES CURRICULARES PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA – 9.° ANO

	OBJETIVOS	CONTEÚDOS	HABILIDADES	BIMESTRE 1.°	2.°	3.°	4.°	SUGESTÕES
ESPAÇO E FORMA	Compreender o conceito de forma de uma figura geométrica e reconhecer as relações entre os elementos de figuras semelhantes, na identificação das medidas que não se alteram (ângulos) e das que se modificam (dos lados, das superfícies e do perímetro) em ampliações e reduções de figuras planas, estendendo ao estudo de triângulos retângulos e de noções de trigonometria.	Proporcionalidade	Reconhecer, interpretar e resolver situações-problema em geometria que envolvam proporcionalidade.	X				• Propor atividades que levem o aluno a reconhecer, interpretar e resolver situações-problema, em geometria, que envolvam proporcionalidade.
		Feixe de paralelas e Teorema de Tales	Compreender a proporcionalidade existente entre os segmentos de retas paralelas, determinados por retas transversais.	X				• Propor atividades que levem o aluno a compreender a proporcionalidade existente entre os segmentos de retas paralelas, determinados por retas transversais.
		Semelhança de polígonos e de triângulos	Reconhecer o conceito de semelhança e identificar as medidas que se alteram ou não em figuras planas.	X				• Fomentar o reconhecimento do conceito de semelhança e identificar as medidas que se alteram ou não em figuras planas.
			Resolver problemas que envolvam semelhança de triângulos.	X				• Propor atividades que levem o aluno a resolver problemas que envolvam semelhança de triângulos.
		Figuras planas: semelhanças	Reconhecer, aplicar e resolver situações-problema que envolvam semelhança de figuras planas.	X				
			Reconhecer a conservação de algumas propriedades em figuras geométricas bidimensionais sujeitas a transformações por composição e decomposição, relacionando-as às conservações e modificações nas medidas de área e perímetro.	X				• Levar o aluno a manusear figuras para identificar simetrias e eixos de simetria em figuras bidimensionais sujeitas a transformações por giro, rebatimento e translação.
		Simetria	Identificar simetrias e eixos de simetria em figuras bidimensionais sujeitas a transformações por giro, rebatimento e translação.			X	X	• Propor a reflexão para o reconhecimento da importância do cálculo de áreas a partir de ações do cotidiano.

APÊNDICE A - Continuação

ESPAÇO E FORMA	Compreender o conceito de forma de uma figura geométrica e reconhecer as relações entre os elementos de figuras semelhantes, na identificação das medidas que não se alteram (ângulos) e das que se modificam (dos lados, das superfícies e do perímetro) em ampliações e reduções de figuras planas, estendendo ao estudo de triângulos retângulos e de noções de trigonometria	Relações métricas no triângulo retângulo e Teorema de Pitágoras	Identificar e utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos.		X			• Propor a aplicação de razões trigonométricas para soluções práticas de situações do dia a dia e para o reconhecimento de suas relações nos triângulos retângulos.
			Reconhecer e aplicar o Teorema de Pitágoras.		X			
		Área de figuras planas	Determinar a área (paralelogramo, triângulo, losango, trapézio) a partir de situações-problema.		X			• Propor situações-problema para a identificação das relações métricas nos triângulos retângulos, destacando sua importância.
		Razões trigonométricas	Reconhecer e aplicar razões trigonométricas em triângulos retângulos.			X	X	
		Volume	Calcular volume (cubo e paralelepípedo), aplicando em situações-problema.			X		• Manusear recipientes de diferentes formatos para a apreensão do conceito de volume e suas relações com as áreas dos sólidos geométricos.
		Círculo e circunferência	Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.				X	
			Reconhecer círculo e circunferência e seus elementos – corda, secante e tangente.				X	• Propor, a partir de atividades de recorte, a planificação de sólidos geométricos como cubos, cones, prismas etc.
			Determinar o comprimento de uma circunferência.				X	• Propor ao aluno fazer medições de circunferência e raio de círculos para estabelecer relações que levem à determinação aproximada do nº π.
			Determinar a área de um círculo em função de seu raio.				X	• Manusear círculos e circunferências para, por meio de cortes e secções, reconhecer seus elementos como corda, arco, setores circulares, diâmetro etc.

APÊNDICE B – Disciplinas que abordam conteúdo da Geometria como parte do currículo do curso de Licenciatura Matemática em Instituições de Ensino Superior públicas no Estado do Rio de Janeiro. Elaborado pelo autor, 2019.

UERJ - UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

http://www.ementario.uerj.br/cursos/matematica_licenciatura_ffp.html

TOTAL DE HORAS DO CURSO DE MATEMÁTICA: 3245

1º período – Geometria – 60 horas

EMENTA: Noções e proposições Primitivas. Segmento de reta. Ângulos. Triângulos. Paralelismo. Perpendicularidade. Quadriláteros notáveis. Pontos notáveis do triângulo. Polígonos. Circunferência e círculo. Ângulos na circunferência. Teoremas de tales. Semelhança de triângulo e Potência de ponto. Triângulos retângulos. Triângulos quaisquer. Polígonos regulares. Comprimento da circunferência. Equivalência plana e Áreas de superfícies planas. Planos e retas no espaço, poliedros, prismas, pirâmides, troncos de pirâmides, cilindros, cones, troncos de cones e esferas.

1º período – Geometria Analítica I – 75 horas

EMENTA: Sistema retangular de coordenadas unidimensional e bidimensional. A reta em R2. A circunferência. Translação e rotação dos eixos coordenados em R2. A parábola. A elipse. A hipérbole. A equação geral do segundo grau em duas variáveis reais. Coordenadas polares.

2º período – Geometria Analítica II – 75 horas

EMENTA: Sistema retangular de coordenadas no espaço tridimensional. Vetores em R3. A reta em R3. O plano em R3. A esfera em R3. As quádricas. Superfícies. Translação dos eixos coordenados em R3.

(continua)

(continuação)

3º Período – Prática de Desenho Geométrico – 90 horas

EMENTA: Lugares geométricos; Construções Fundamentais; Construção de triângulos; construção de quadriláteros; Circunferência; Transformações (Simetria, Translação e Homotetia);Cônicas

4º Período – Prática em Geometria Descritiva – 90 horas

EMENTA: Projeção; estudo do ponto, da reta e do plano; posições relativas de reta e plano; método das mudanças. Método da rotação; método dos rebatimentos; problemas métricos; poliedros.

5º Período – Fundamentos da Geometria – 60 horas

EMENTA: Plano de Incidência; plano afim; plano de Desargues; plano ordenado; plano absoluto. Geometria Euclidiana no espaço; paralelismo; perpendicularismo; projeções; esfera; o postulado de Euclides.

UFRJ - UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

http://www.im.ufrj.br/licenciatura/

TOTAL DE HORAS DO CURSO DE MATEMÁTICA: 2880

1º Período – Geometria Euclidiana - 90 horas

EMENTA: Euclides; axiomas e postulados; proposições, teoremas e corolários; proposição: hipótese e tese; modelos de geometrias discretas; axiomas de incidência, ordem e de medição de segmentos; números reais e a reta; propriedade fundamentais os números; axioma da separação de Dedekind; axioma de medição de segmentos: função distância; sistemas de coordenadas na reta; semiplanos; ângulos; convexidade; congruência; o teorema do ângulo externo e consequências; desigualdade triangular; axioma e consequências; teorema de Tales; semelhança de triângulos: teorema de Pitágoras; círculos: polígonos inscritos e circunscritos; funções trigonométricas; círculo orientado; áreas.

(continua)

(continuação)

1º período – Vetores no R ^{2} e no R ^{3} – 60 horas

EMENTA: Vetores no plano e no espaço. Sistemas de coordenadas cartesianas, polares, cilíndricas e esféricas. Produto interno. Produto vetorial. Produto misto. Dependência e independência linear. Retas e planos. Equações cartesianas e paramétricas. Posições entre retas e planos. Distâncias entre retas e planos. Cônicas. Equação geral das cônicas. Superfícies Quádricas. Equação geral das Quádricas. Modelos explorados no ensino e formas de abordagem. Novas tecnologias utilizadas no ensino de Geometria Analítica. Análise de livros didáticos e paradidáticos e de propostas curriculares oficiais.

7º período – Fundamentos da geometria – 60 horas

EMENTA: Conteúdos para Ensino Fundamental e Médio; Método experimental e axiomático em geometria; Geometria euclidiana espacial: axiomas de incidência; axioma da tridimensionalidade; retas e planos (posições relativas, ângulos, paralelismo, proporcionalidade, perpendicularismo); construção de sistema de coordenadas no espaço; construções: prismas, cilindros pirâmides, esferas, troncos; volumes: princípio de Cavalieri; relações de volumes para sólidos no espaço; modelo explorados no ensino e formas de abordagem; novas tecnologias utilizadas no ensino de geometria; análise de livros didáticos e paradidáticos e de propostas curriculares oficias.

(continua)

APÊNDICE B – Continuação

UNIRIO - UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO RIO DE JANEIRO

http://www.unirio.br/prograd/ppc-dos-cursos-de-graduacao/PPCLicMatEaDUNIRIO.pdf

TOTAL DE HORAS DO CURSO DE MATEMÁTICA: 2960

1º período – Geometria Plana – 60 horas

EMENTA: Noções elementares; congruência de triângulos; polígonos convexos; ângulos em uma circunferência; quadriláteros notáveis; pontos notáveis de um triângulo; segmentos proporcionais e triângulos semelhantes; triangulo retângulo e triangulo qualquer; polígonos regulares; comprimento de uma circunferência; áreas de superfícies planas.

2º período - Geometria Analítica I – 60 horas

EMENTA: Coordenadas no plano. Vetores no plano, propriedades, representação gráfica, produto interno. Projeções ortogonais. Equação da reta, inclinação. Trinômio do segundo grau. Cônicas como lugar geométrico. Curvas no plano, equações das cônicas, identificação e gráficos. Coordenadas polares. Parametrização de curvas planas.

2º período – Geometria Espacial – 60 horas

EMENTA: Introdução à Geometria Espacial; paralelismo; perpendicularismo; projeção ortogonal; distância, ângulos, diedros e triedros; superfície poliédrica; poliedros; prisma; pirâmide; cilindro de revolução; cone de revolução; esfera; sólidos semelhantes; troncos; inscrição e circunscrição de sólidos.

3º período – Geometria Analítica II – 60 horas

EMENTA: Coordenadas no espaço. Vetores no espaço. Equações paramétricas de retas e planos. Posições relativas entre dois planos, uma reta e um plano e entre duas retas. Produto interno e projeções ortogonais de vetores. Equação cartesiana do plano; reta como interseção de planos. Produto vetorial. Produto misto. Distâncias. Ângulos. Superfícies Cilíndricas Superfícies Regradas e de Revolução. Quádricas. Sistema de inequações e regiões no espaço. Parametrização de superfícies. Coordenadas cilíndricas e esféricas.

3º período – Construções Geométricas – 60 horas

EMENTA: Geometria Euclidiana Plana; construção de arcos de circunferência; construções de polígonos; transformações geométricas no plano; ovais e curvas cíclicas; resolução de problemas geométricos com régua e compasso.

4º período – Instrumentação do Ensino da Geometria – 75 horas

EMENTA: História da matemática e conhecimento geométrico; formação do raciocínio geométrico: visualização de situações geométricas no plano e espaço; uso de diferentes recursos didáticos; organização formal do pensamento; leitura e interpretação de textos no ensino fundamental e médio; geometria e interdisciplinaridade; materiais pedagógicos e PCN; confecção de materiais para Análise, Álgebra e outras ciências.

APÊNDICE B – Continuação

UFRRJ - UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO

http://cursos.ufrrj.br/grad/matematica/organizacao/disciplinas/obrigatorias/
http://cursos.ufrrj.br/grad/matematica/organizacao/

TOTAL DE HORAS DO CURSO DE MATEMÁTICA: 3220

1º período – Geometria Analítica – 60 horas

EMENTA: Representação geométricas dos reais. Vetores no R^2. Cônicas. Coordenadas polares. Noções geométrica de curva no plano. Vetores no R^3. Introdução às Quádricas.

2º período – Tópicos da Geometria Espacial – 60 horas

EMENTA: Tópicos da geometria espacial; pensamento geométrico; processo argumentativo-dedutivo das principais propriedades dos sólidos geométricos; tarefas geométricas com recursos variados; implicações dos recursos no aprendizado da geometria.

2º período – Geometria Euclidiana Plana – 60 horas

EMENTA: Geometria Plana Euclidiana; retas, ângulos, círculos, semelhança e congruência; desdobramentos históricos, implicações epistemológicas, independência do axioma das paralelas; Introdução à Geometria não Euclidiana: modelo elíptico e hiperbólico; caracterizações algébricas dos processos de construção por régua e compasso.

3º período – Construções Geométrica I – 60 horas

EMENTA: Fundamentos da Geometria; desenho, método de construção de figuras planas e suas estruturas teóricas.

APÊNDICE B – Continuação

UFF - UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

https://inscricao.id.uff.br/consultaMatrizCurricular.uff
file:///C:/Users/Maia/Downloads/RelatorioDeCurriculo2018_Matem%C3%A1tica%20009%20(1).pdf

TOTAL DE HORAS DO CURSO DE MATEMÁTICA: 3220

1º período – Geometria I – 68 horas

EMENTA: Conceitos básicos e postulados da geometria plana, Congruência de triângulos e consequência. Pontos notáveis no triângulo. Construção com régua e compasso. Semelhança de triângulos e consequências. Relações angulares e métricas no círculo. Construção do arco capaz. Construções geométricas usando semelhança. Noções de trigonometria. Relações métricas nos triângulos. Polígonos, áreas de polígonos e construções.

2º período – Geometria Analítica – 68 horas

EMENTA: Vetores no plano e no espaço. Operações com vetores: adição, multiplicação por escalar, produto interno, produto vetorial e produto misto. Coordenadas na reta, no plano e no espaço. Distância entre dois pontos no plano e no espaço. Equações da Reta: como gráfico de função afim; cartesiana, paramétrica e simétricas. Equação da circunferência. Equação do plano. Interpretação geométrica de sistemas de equações lineares com duas ou três incógnitas e seu significado geométrico. Distâncias envolvendo pontos, retas e planos. Posições relativas envolvendo pontos, retas, circunferência, cônicas, quádricas, rotação e translação.

2º período – Geometria II – 68 horas

EMENTA: Construções de cônicas. Áreas e comprimento de círculos. Isometrias, homotetias e construções relacionadas. Espaço: Conceitos básicos e postulados. Superfícies poliédricas e relação de Euler. Poliedros regulares. Princípio de Cavalieri. Áreas e volume dos principais sólidos. Sólidos semelhantes.

6º período – Curvas e Superfícies – 68 horas

EMENTA: Curvas no plano e no espaço. Comprimento de arco. Curvatura e torção. Coordenadas Polares. Superfícies Parametrizadas. Geodésicas Gaussiana. Integral dupla e tripla. Coordenadas cilíndricas e esféricas.

(continuação)

6º período – Educação matemática - Geometria – 68 horas

EMENTA: Tópicos da história da Matemática relevantes para o entendimento do conhecimento geométrico. Habilidades matemáticas importantes para a formação do raciocínio geométrico: a visualização de situações geométricas no plano e no espaço; a representação de situações geométricas por meio de diversos recursos; a conjectura e sua relação com a organização formal do pensamento. A axiomática na construção de teorias matemáticas, em especial da consistência da geometria euclidiana. Argumentação e prova no ensino de geometria. A relação da geometria com as outras áreas da matemática e outros campos do conhecimento. Ensino e aprendizagem da geometria: modelos de desenvolvimento do pensamento geométrico (Teoria de Van Hiele); materiais pedagógicos e uso de tecnologia no ensino de geometria; a geometria no Ensino Fundamental e Médio. Propostas curriculares em vigor para o ensino de Geometria.

7º período – Introdução as geometrias não-Euclidiana – 68 horas

EMENTA: Breve discussão histórica do postulado V de Euclides. Axiomática da geometria Euclidiana plana. Principais conceitos e resultados da geometria Euclidiana plana com ênfase nos que não dependem do postulado V e de Euclides e equivalentes. Axioma das paralelas hiperbólico. Principais conceitos e resultados da geometria hiperbólica plana. Modelos da geometria hiperbólica plana. Outros exemplos de geometrias não-Euclidianas.

APÊNDICE C – Teste de Sondagem (pré-teste)

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS

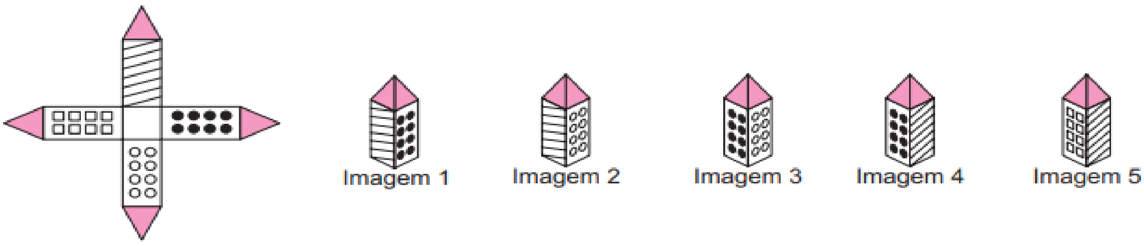
PRÉ-TESTE

Nome: ____ Nº ____ Turma: ________

Prof. Carlos Maia **Rio de Janeiro, _____ de ___________ de 2019**

Questão 01 - OBMEP 2017 – 1ª FASE – NÍVEL 1

Em um dos lados de uma folha de papel grosso, Pedro desenhou a figura ao lado. Depois, recortou-a e montou uma torre em miniatura. Das cinco imagens abaixo, quais podem representar a torre montada por Pedro?

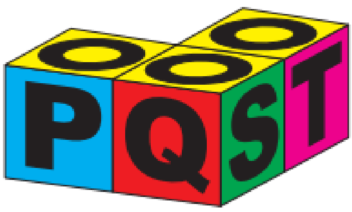


a) Imagens 1, 3 e 5
b) Imagens 1, 4 e 5
c) Imagens 1, 2 e 3
d) Imagens 2, 3 e 4
e) Imagens 1, 4 e 5

Questão 02 - OBMEP 2017 – 1ª FASE – NÍVEL 1, 2 E 3

Zequinha tem três dados iguais, com letras O, P, Q, R, S e T em suas faces. Ele juntou esses dados como na figura, de modo que as faces em contato tivessem a mesma letra. Qual é a letra na face oposta à que tem a letra T?

a) S
b) R
c) Q
d) P
e) O

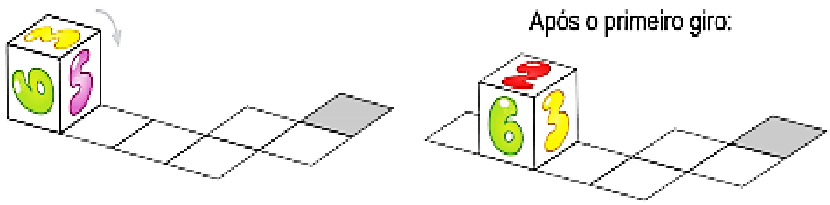


(continua)

Questão 03 - OBMEP 2016 – 1ª FASE – NÍVEL 1 e 2

A soma dos números das faces de um dado é sempre 7. O dado da figura é girado sucessivamente sobre o caminho indicado até parar na última posição, destacada em cinza. Nessa posição, qual é o número que está na face superior do dado?

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5



Questão 04 - Adaptado pelo professor de PROVA da UERJ

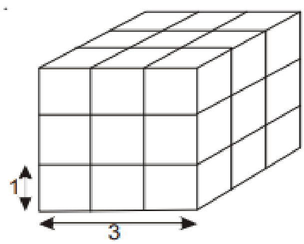
Os dados a seguir possuem suas faces numeradas de 1 a 6 e a soma das faces opostas sempre é 7. Foram dispostos de tal modo que as faces em contato possuem o mesmo número. Determine os números que estão escritos nas faces que estão em contato.

a) 3 e 2
b) 5 e 6
c) 6 e 1
d) 3 e 6
e) 4 e 5

Questão 05 - OBMEP 2005 – 1ª FASE – NÍVEL 1

Um cubo de madeira tem 3 cm de aresta. Duas faces opostas foram pintadas de amarelo e as outras quatro faces forma pintadas de verde. Em seguida o cubo foi separado em 27 cubinhos de 1 cm de aresta, conforme indicado no desenho. Quantos cubinhos têm faces pintadas com duas cores?

a) 16
b) 18
c) 20
d) 22
e) 24

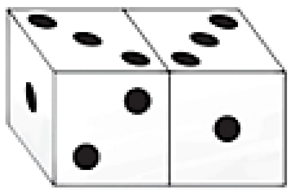


(continua)

Questão 06 - OBMEP 2010 – 1ª FASE – NÍVEL 1

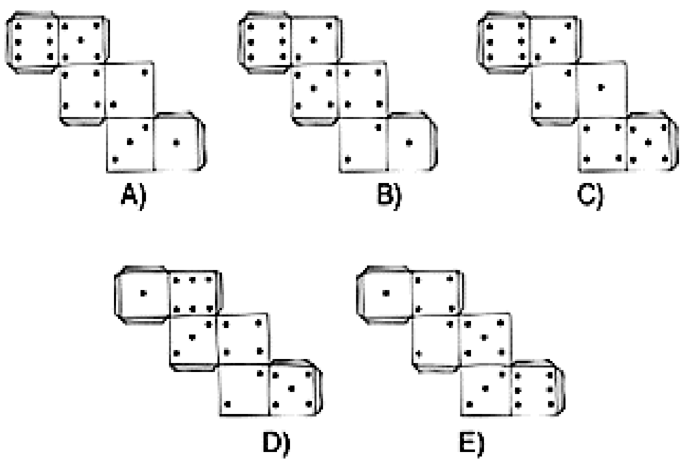
Em um dado a soma dos números de duas faces opostas é sempre 7. Dois dados iguais foram colados como na figura. Qual a soma dos números que estão nas faces coladas?

a) 8
b) 9
c) 10
d) 11
e) 12



Questão 07 - OBMEP 2011 – 1ª FASE – NÍVEL 1

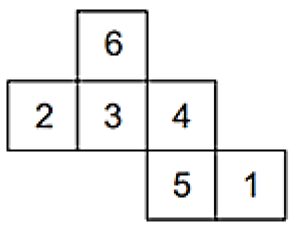
Num dado comum, a soma dos pontos de duas faces opostas é sempre 7. É possível construir um dado comum dobrando e colando uma das peças de papelão a seguir. Qual peça é essa?



Questão 08 - OBMEP 2012 – 1ª FASE – NÍVEL 1

Um cubo foi montado a partir da planificação mostrada na figura. Qual é o produto dos números das faces desse cubo que têm uma aresta comum com a face de número 1?

120
144
180
200
240



(continua)

Questão 09 - OBMEP 2013 – 1ª FASE – NÍVEL 1

Elisa empilha seis dados em uma mesa, como na ilustração, e depois anota a soma dos números de todas as faces que ela consegue ver quando dá uma volta ao redor da mesa. As faces de cada dado são numeradas de 1 a 6 e a soma dos números de duas faces opostas é sempre 7. Qual é a maior soma que Elisa pode obter?

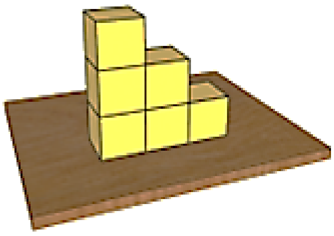
89

95

97

100

108



Questão 10 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2019 – Nível P

Patrícia dobra uma folha de papel duas vezes e depois corta a folha dobrada, conforme mostra a figura. Com quantos pedaços de papel Patrícia ficará?

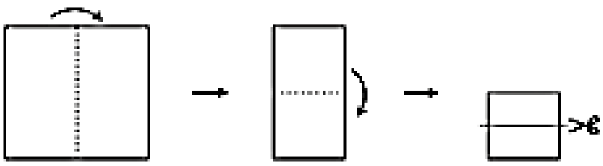
a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

e) 6



APÊNDICE D - Resultados detalhados da Sondagem ou Pré-Teste realizado junto a estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental

ANÁLISE DO RENDIMENTO DE GRUPO-CONTROLE E GRUPO EXPERIMENTAL NO PRÉ-TESTE (SONDAGEM)

LEGENDA: acerto erro

	QUESTÃO	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20	A21	A22	A23	A24	A25	A26	A27	A28	A29	A30	A31	A32	A33	A34	A35	A36	A37	A38	A39	Nº ACERTOS POR QUESTÃO	ERROS POR QUESTÃO	MÉDIA DE ACERTOS
GC001	1																																								22	17	2,7
	2																																								6	33	
	3																																								4	35	
	4																																								12	27	
	5																																								12	27	
	6																																								19	20	
	7																																								12	27	
	8																																								12	27	
	9																																								2	37	
	10																																								4	35	
	ACERTOS POR ALUNO	2	2	1	4	5	1	3	5	4	4	2	4	1	5	3	0	4	1	4	2	3	1	6	2	0	7	1	2	4	0	4	1	4	4	0	2	5	0	2	105	285	

	QUESTÃO	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20	A21	A22	A23	A24	A25	A26	A27	A28	A29	A30	A31	A32	A33	A34	A35	A36	A37	A38	A39	A40	Nº ACERTOS POR QUESTÃO	ERROS POR QUESTÃO	MÉDIA DE ACERTOS
GE002	1																																									15	25	1,2
	2																																									0	40	
	3																																									1	39	
	4																																									6	34	
	5																																									7	33	
	6																																									6	34	
	7																																									7	33	
	8																																									6	34	
	9																																									0	40	
	10																																									1	39	
	ACERTOS POR ALUNO	1	2	1	1	3	2	0	0	1	0	1	7	0	0	1	0	2	0	2	0	0	4	0	1	2	2	1	0	1	2	0	3	1	0	0	1	2	0	4	1	49	351	

APÊNDICE E – Teste Intermediário I

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL – PROFMAT

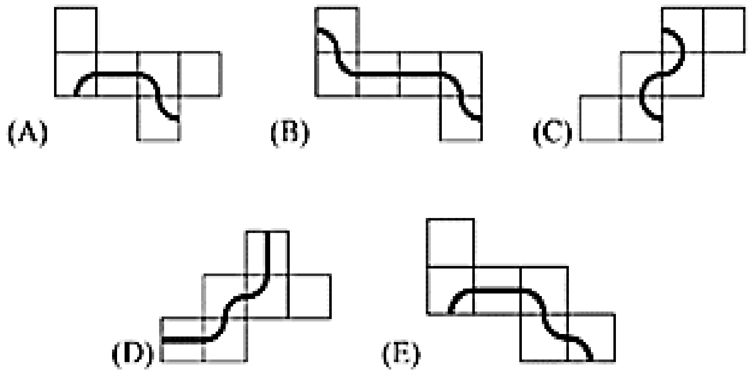
TESTE INTERMEDIÁRIO I

Nome: _______________________________________ Nº ____ Turma: ________

Prof. Carlos Maia **Rio de Janeiro, _____ de ___________ de 2019**

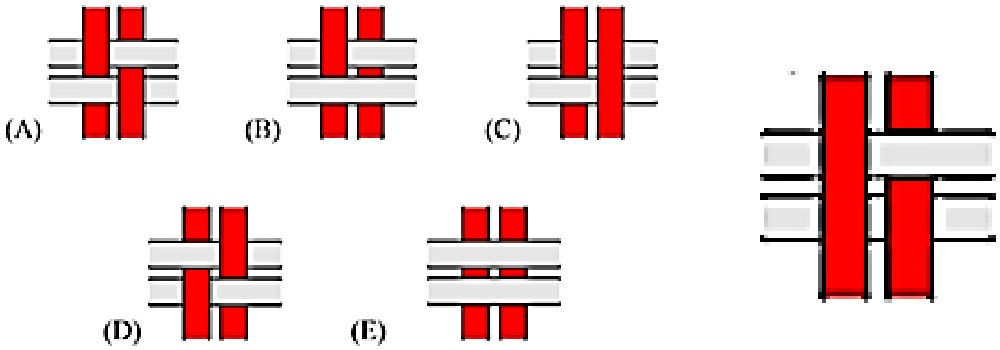
Questão 01 - OBMEP 2007 – 1ª FASE – NÍVEL 1

Cada uma das figuras a seguir é a planificação de um cubo. Somente um dos cubos resultantes dessas planificações tem uma linha fechada desenhada sobre a sua superfície. Qual é a planificação que produz esse cubo?



Questão 02 – Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2019 – NÍVEL P

Quatro faixas são coladas formando o padrão mostrado ao lado. O que você irá ver, se você olhar do outro lado do padrão?

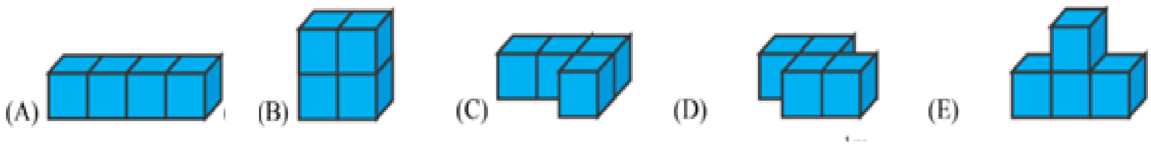


(continua)

(continuação)

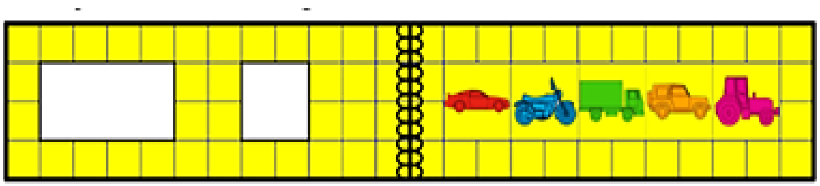
Questão 03 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2019 – NÍVEL P

Cada um dos blocos abaixo foi feito colando quatro cubos do mesmo tamanho. Os blocos foram pintados de azul. Em qual dos blocos a área pintada foi a menor?

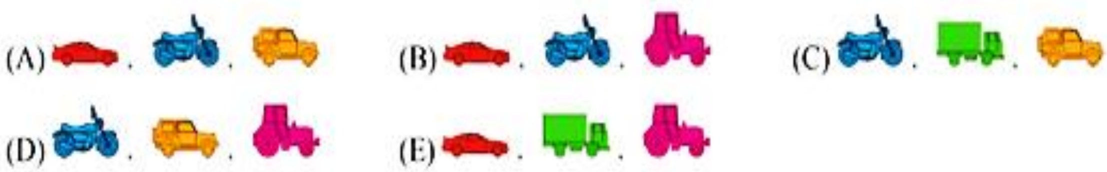


Questão 04 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2019 – NÍVEL E

Há dois buracos na capa de um livro. A figura mostra o livro aberto:

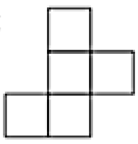


Quando Olavo fecha o livro, quais figuras ele pode ver pelos buracos?

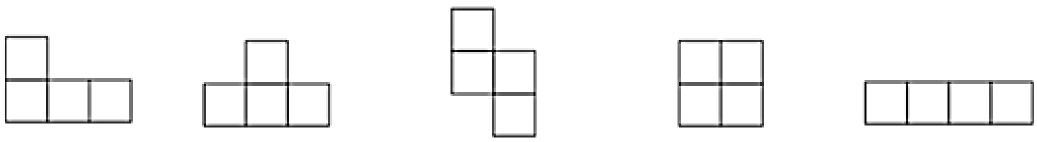


Questão 05 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2019 – NÍVEL E

Dênis quer tirar um quadrado desta figura:



Quantas das figuras abaixo ele poderá obter?

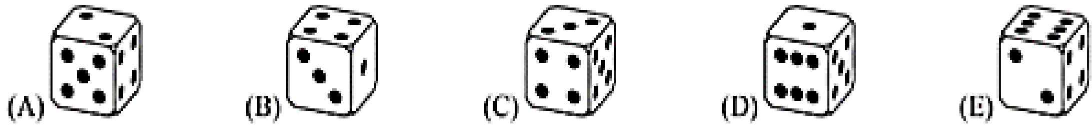


(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

(continua)

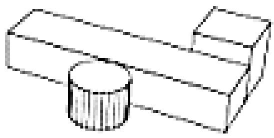
Questão 06 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2019 – NÍVEL E

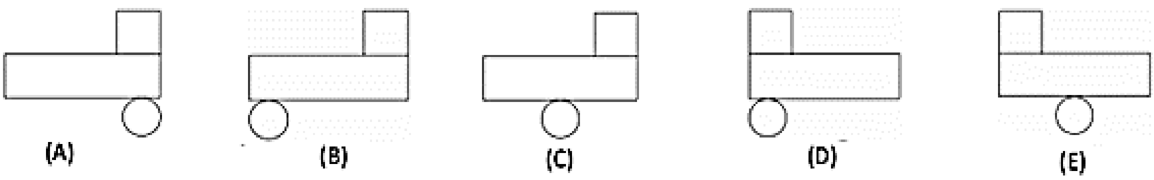
A soma dos pontos em faces opostas de um dado comum é 7. Qual das figuras a seguir representa um dado comum?



Questão 07 – Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2018 – NÍVEL B

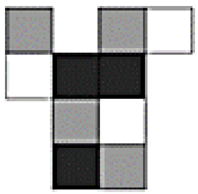
Os objetos ao lado estão sobre uma mesa. Qual das figuras abaixo representa o que uma pessoa irá ver se olhar esses objetos de cima?





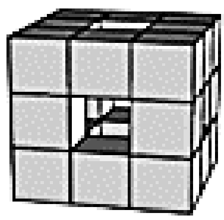
Questão 08 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2019 – NÍVEL E

Juquinha dobrou o catão ao lado para obter uma caixa 2x1x1. Qual das figuras abaixo NÃO representa essa caixa?



Questão 09 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2019 – NÍVEL C

Um cubo 3x3x3 foi construído com cubos 1x1x1. Então alguns cubos foram removidos da frente para o fundo, da esquerda para a direita e do topo até a base, conforme a figura. Quantos cubos 1x1x1 restaram?

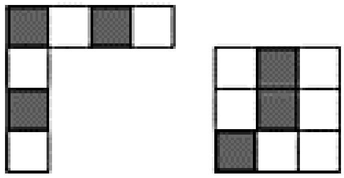


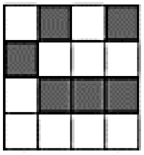
A) 15 B) 18 C) 21 D) 20 E) 22

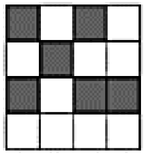
(continua)

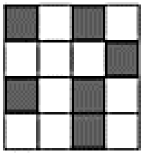
Questão 10 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2019 – NÍVEL C

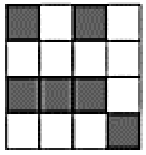
Qual dos quadrados 4x4 a seguir não pode ser composto com as duas peças dadas ao lado?

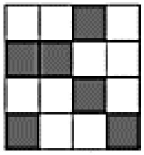


(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

(E) 

APÊNDICE F – Teste Intermediário II

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL – PROFMAT

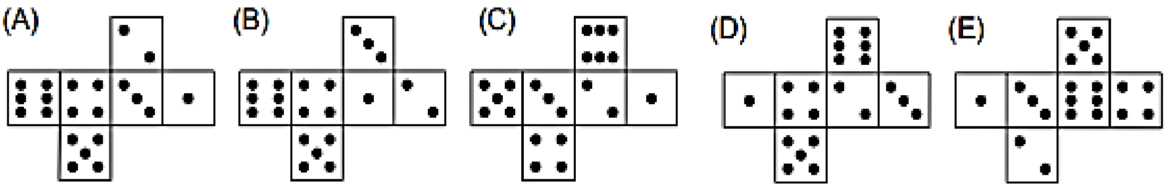
TESTE INTERMEDIÁRIO II

Nome: ____ Nº ____ Turma: ________

Prof. Carlos Maia **Rio de Janeiro, _____ de ___________ de 2019**

Questão 01 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2019 – NÍVEL C

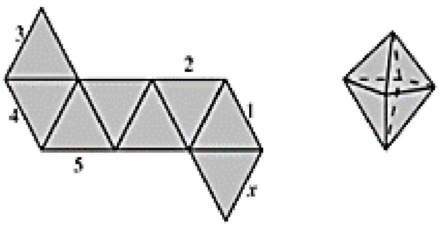
Com as figuras mostradas abaixo podemos montar cinco dados diferentes. Com qual delas podemos montar um dado no qual a soma do número de pontos em quaisquer duas faces opostas é 7?



Questão 02 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2019 – NÍVEL J

Na figura ao lado temos a planificação de um octaedro. Ao ser montado o octaedro, à direita, qual das arestas numeradas vai coincidir com a aresta marcada com a letra x ?

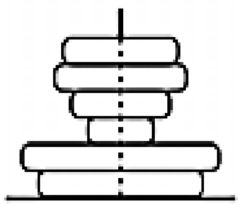
1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



Questão 03 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2018 – NÍVEL P

Teobaldo montou a pilha de discos como na figura ao lado. Se ele olhar a pilha de cima, quantos discos irá enxergar?

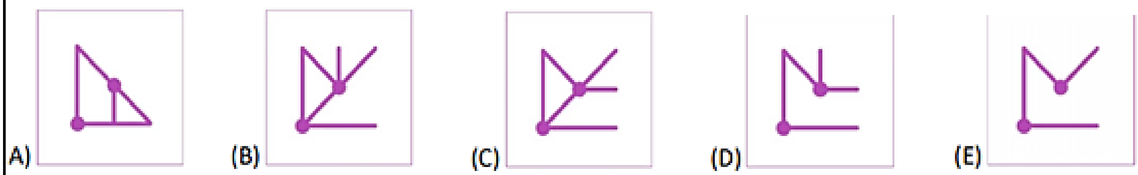
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



(continua)

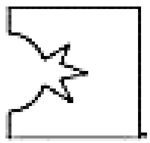
Questão 04 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2018 – NÍVEL P

As duas placas de vidro ao lado são quadradas de mesmo tamanho, com desenhos diferentes. Se uma placa for colocada sobre a outra, qual dos desenhos abaixo poderá ser visto?

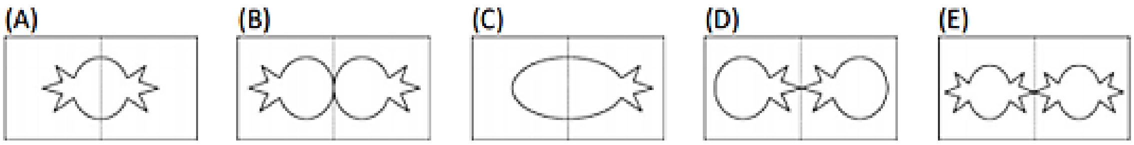


Questão 05 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2018 – NÍVEL E

Lúcia dobra uma folha de papel ao meio. Em seguida, ela corta um pedaço da folha, que fica como na figura ao lado.

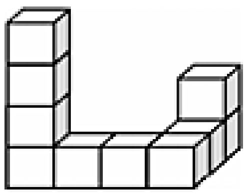


O que ela verá quando desdobrar a folha?



Questão 06 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2018 – NÍVEL E

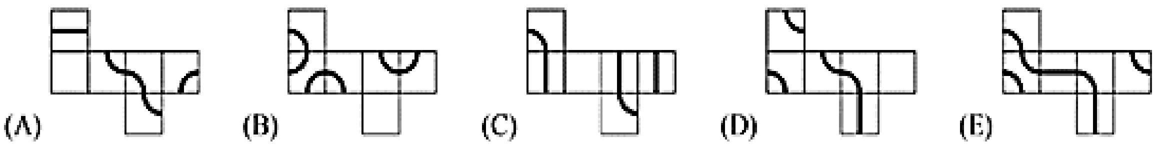
Tina colo 10 cubos para fazer a peça ao lado. Então ela pintou toda a peça, incluindo a parte de baixo. Quantos cubos tiveram exatamente quatro faces pintadas?



A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Questão 07 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2019 – NÍVEL E

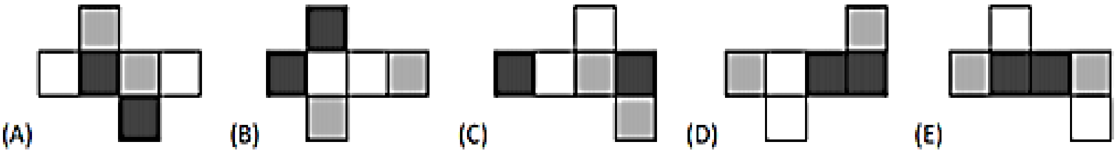
Uma formiga gostaria de caminhar sobre uma linha desenhada na superfície de um cubo e retornar ao ponto de partida. Em qual das planificações de um cubo a seguir a linha desenhada torna possível esse passeio da formiga?



(continuação)

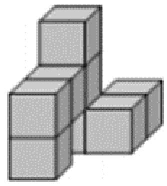
Questão 08 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2018 – NÍVEL B

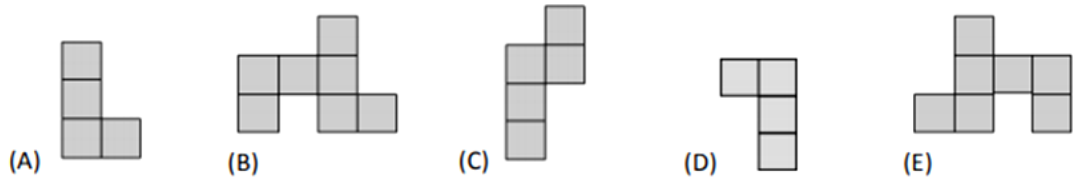
As faces de um cubo foram pintadas de preto, branco ou cinza, e faces opostas ficaram com cores diferentes. Qual das planificações a seguir NÃO é possível para esse cubo?



Questão 09 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2014 – NÍVEL E

O sólido ao lado foi construído com oito cubos iguais, colando-se algumas faces. Visto de cima, como este sólido irá aparecer?





Questão 10 - ENEM 2015

Uma empresa necessita colorir parte de suas embalagens, com formato de caixas cúbicas, para que possa colocar produtos diferentes em caixas distintas pela cor, utilizando para isso um recipiente com tinta, conforme Figura 1. Nesse recipiente, mergulhou-se um cubo branco, tal como se ilustra na Figura 2. Desta forma, a parte do cubo que ficou submersa adquiriu a cor da tinta.

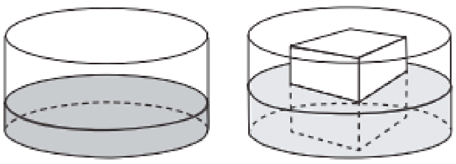
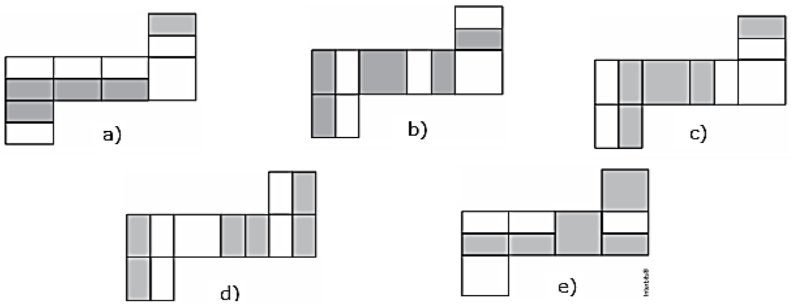


Figura 1 Figura 2

Qual é a planificação desse cubo após submerso?



APÊNDICE G – Teste Intermediário III

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL – PROFMAT

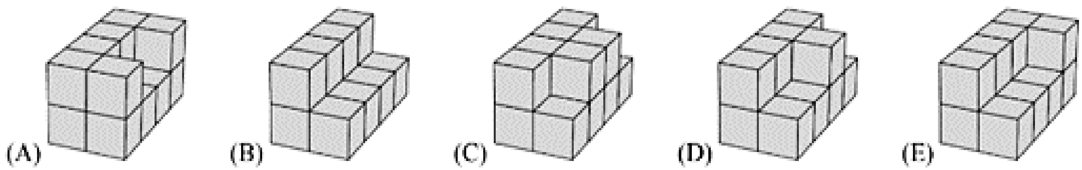
TESTE INTERMEDIÁRIO III

Nome: ______________________________________ Nº ____ Turma: ________

Prof. Carlos Maia **Rio de Janeiro, _____ de ___________ de 2019**

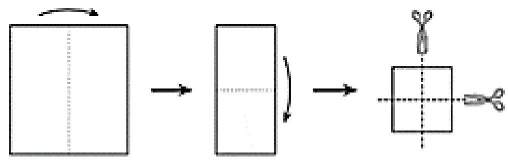
Questão 01 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2019 – NÍVEL E

Miguel quer pintar os blocos abaixo, feitos com cubos iguais. Suas bases têm oito cubos. Qual dos blocos precisará de mais tinta para ser pintado?



Questão 02 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2019 – NÍVEL E

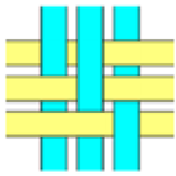
Bruna dobrou uma folha de papel quadrada duas vezes e depois cortou essa folha dobrada duas vezes, conforme indicado na figura ao lado. Quantos pedaços de papel Bruna obteve?

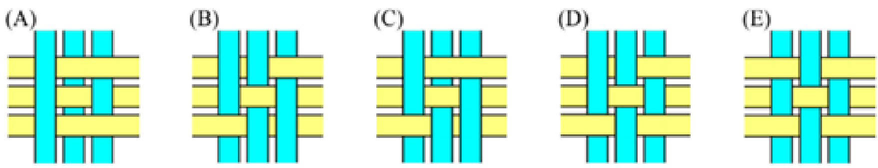


A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 16

Questão 03 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2019 – NÍVEL E

Seis tiras são entrelaçadas formando o padrão mostrado à direita. Se olharmos por trás do padrão, o que iremos enxergar?

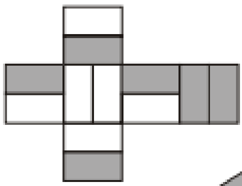




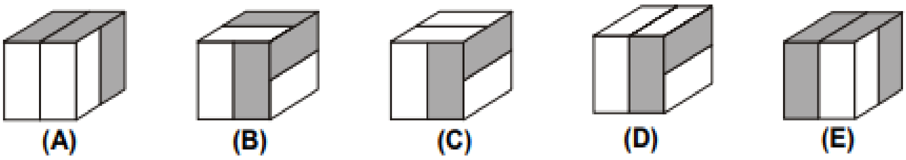
(continua)

(continuação)

Questão 04 - OBMEP 2006 – 1ª FASE – NÍVEL 1

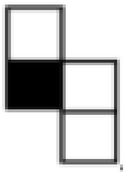


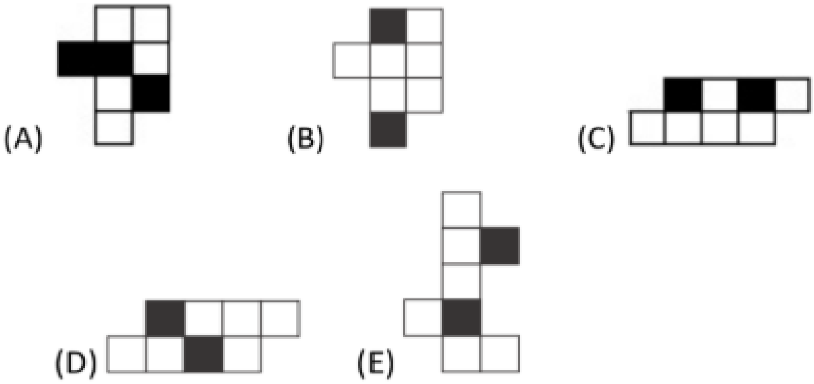
Para montar um cubo, Guilherme recortou um pedaço de cartolina branca e pintou de cinza algumas partes, como na figura ao lado Qual das opções abaixo representa o cubo construído por Guilherme?



Questão 05 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2019 – NÍVEL P

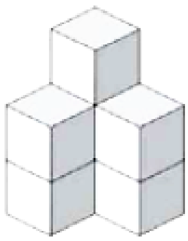
Severino tem duas peças iguais à peça ao lado. Juntando essas duas peças, ele forma uma peça maior. Qual das figuras a seguir pode representar a peça montada por Severino?





Questão 06 - OBMEP 2006 – 1ª FASE – NÍVEL 1

Os cubos são figuras fáceis de serem empilhadas, pois todas as suas faces são planas. Quantos cubos foram utilizados para se obter o empilhamento representado na figura a seguir?



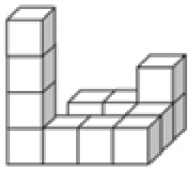
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

(continua)

(continuação)

Questão 07 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2018 – NÍVEL S

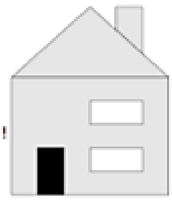
Tânia colou 12 cubos para fazer a peça ao lado. Então, ela pintou toda a peça, incluindo a parte de baixo. Quantos cubos tiveram exatamente quatro faces pintadas?

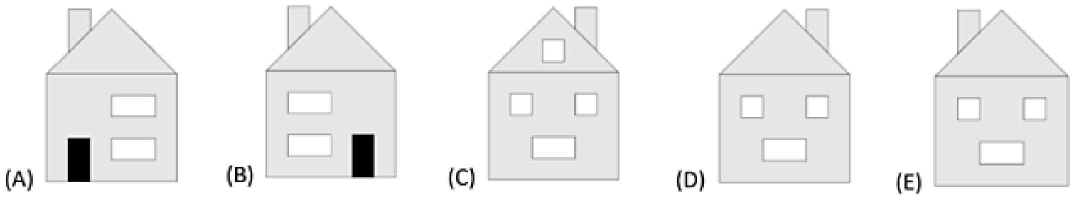


A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Questão 08 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2019 – NÍVEL P

A figura ao lado mostra a frente da casa de Ana. Porém, o fundo da casa tem três janelas e nenhuma porta. O que Ana vê quando olha para o fundo de sua casa?

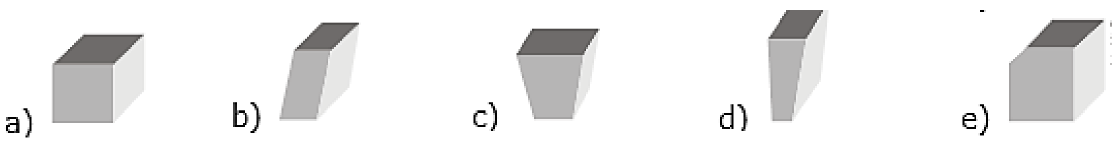




Questão 09 - ENEM 2010

Para confeccionar, em madeira, um cesto de lixo que comporá o ambiente decorativo de uma sala de aula, um marceneiro utilizará, para as faces laterais, retângulos e trapézios isósceles e, para o fundo, um quadrilátero, com os lados de mesma medida e ângulos retos.

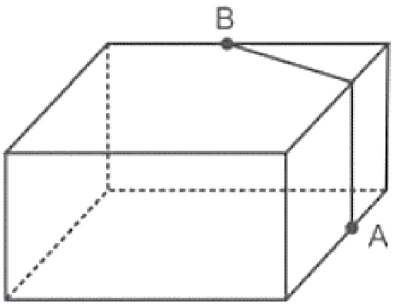
Qual das figuras representa o formato de um cesto que possui as características estabelecidas?



(continua)

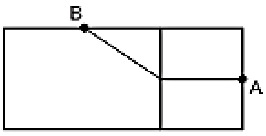
Questão 10 - ENEM 2010 – Prova azul – 2º dia

A figura ilustra um salão de um clube onde estão destacados os pontos A e B.

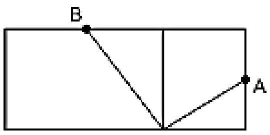


Nesse salão, o ponto em que chega o sinal da TV a cabo fica situado em A. A fim de instalar um telão para a transmissão dos jogos de futebol da Copa do Mundo, esse sinal deverá ser levado até o ponto B por meio de um cabeamento que seguirá na parte interna da parede e do teto.

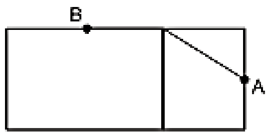
O menor comprimento que esse cabo deverá ter para ligar os pontos A e B poderá ser obtido por meio da seguinte representação no plano:



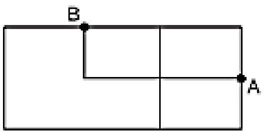
a)



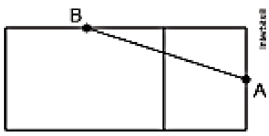
b)



c)



d)



e)

APÊNDICE H – Teste Intermediário IV

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL – PROFMAT

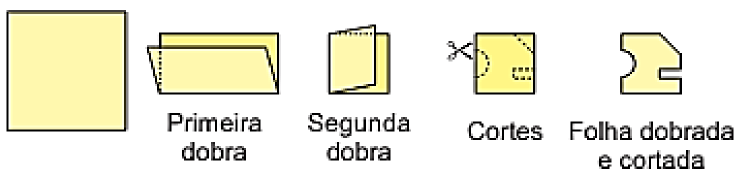
TESTE INTERMEDIÁRIO IV

Nome: ____ **Nº** ____ **Turma:** ________

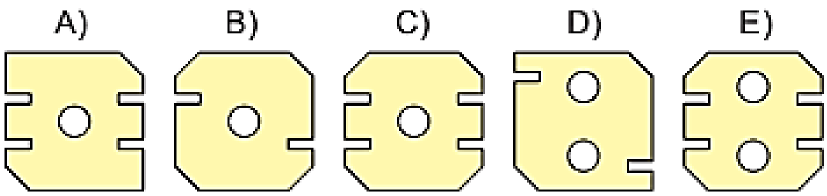
Prof. Carlos Maia **Rio de Janeiro,** _____ **de** ___________ **de 2019**

Questão 01 – OBMEP 2013 - 1ª Fase - NÍVEL 2

José dobrou e depois cortou uma folha de papel quadrada conforme mostrado:



Ao desdobrar a folha, qual foi o resultado?



Questão 02 – Prova Brasil SAEB (adaptada)

Em uma das aulas de matemática aprendi sobre os poliedros e os corpos redondos. Em seguida, fui ao supermercado. Lá comprei uma caixa de sabão em pó, uma lata de óleo e uma bola. No caixa percebi que os três produtos tinham, respectivamente, a forma de:

A) cubo, cone e circunferência.

B) paralelepípedo, cone e esfera.

C) cubo, cilindro e circunferência

D) paralelepípedo, cilindro e esfera.

E) cubo, cone e círculo.

(continua)

Questão 03 – Prova Brasil SAEB (adaptada)

Considerando um quadradinho como unidade de área nas figuras ao lado, pode-se afirmar que as figuras têm, respectivamente, área igual a:

A) 4, 6 e 9

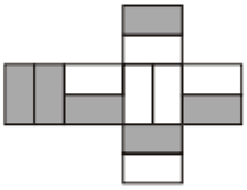
B) 8, 8 e 9

C) 4, 8 e 9

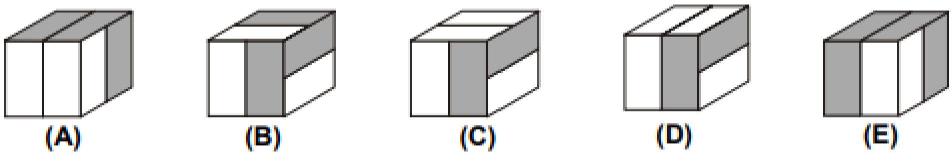
D) 8, 6 e 9

E) 6, 8 e 9

Questão 04 - OBMEP 2006 – 1ª FASE – NÍVEL 1

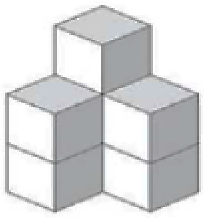


Para montar um cubo, Guilherme recortou um pedaço de cartolina branca e pintou de cinza algumas partes, como na figura a seguir. Qual das opções abaixo representa o cubo construído por Guilherme?



Questão 05 - OBMEP 2006 – 1ª FASE – NÍVEL 1

Os cubos são figuras fáceis de serem empilhadas, pois todas as suas faces são planas. Quantos cubos foram utilizados para se obter o empilhamento representado na figura a seguir?

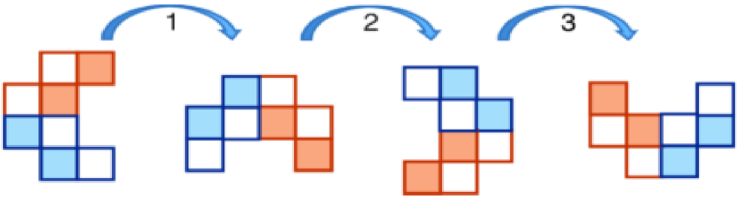


A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

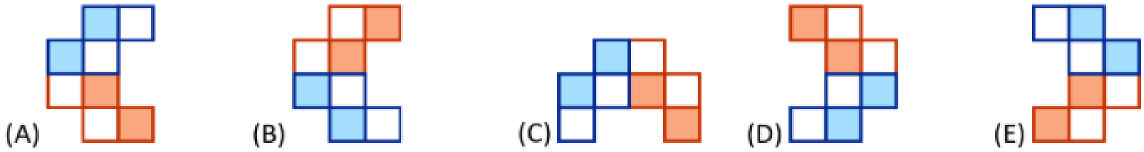
(continua)

Questão 06 - Concurso Canguru de Matemática / Brasil – 2017 – NÍVEL P

Alfredo gira uma peça em etapas. As três primeiras etapas estão representadas na figura ao lado.



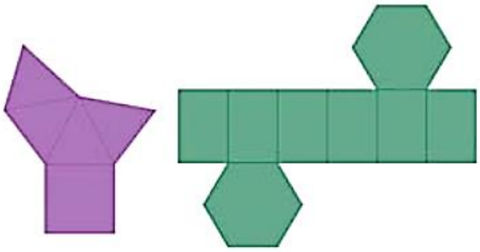
Quando ele completar seis



etapas, como irá aparecer a peça?

Questão 07 - Prova Brasil SAEB (adaptada)

Observe as figuras abaixo. Estas figuras correspondem, respectivamente a:



A) Uma pirâmide de base triangular e a um prisma de base retangular.

B) Uma pirâmide de base quadrada e a um prisma de base hexagonal.

C) Um prisma de base quadrada e uma pirâmide de base hexagonal.

D) Um prisma de base triangular e uma pirâmide de base retangular.

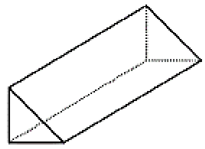
E) Uma pirâmide de base triangular e uma pirâmide de hexagonal.

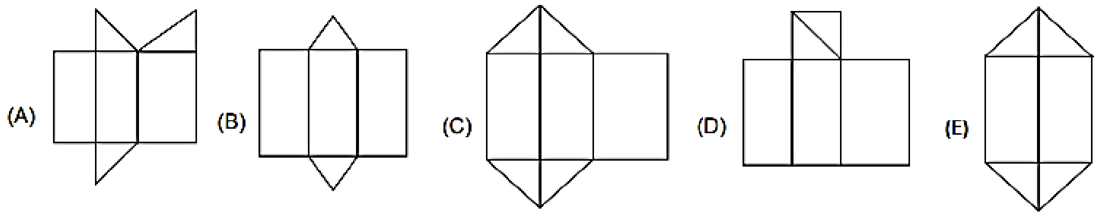
(continua)

(continuação)

Questão 08 – Prova Brasil SAEB (adaptada)

O desenho ao lado representa um sólido. Uma possível planificação desse sólido é:

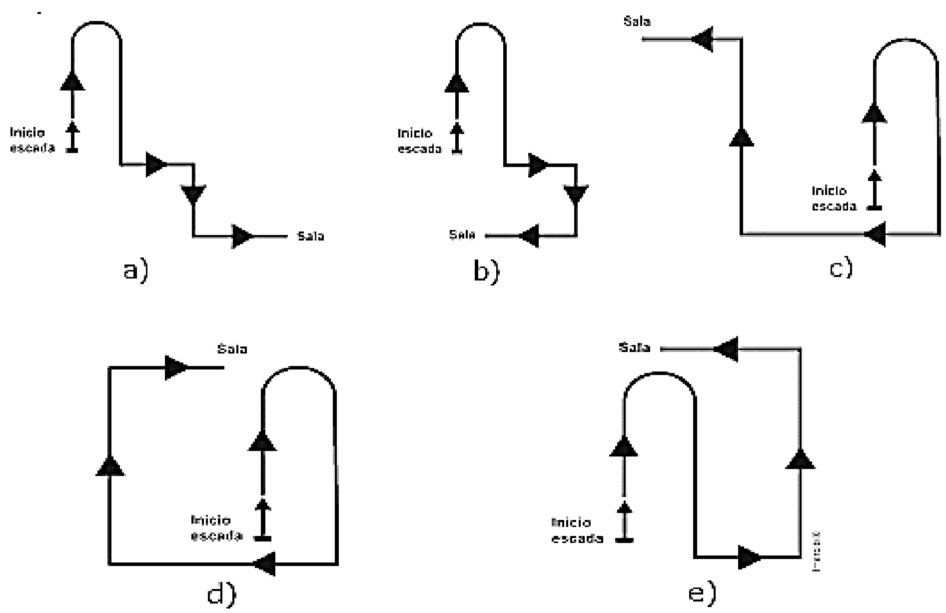




Questão 09 - ENEM 2017 – Caderno azul – 2º dia

Uma pessoa pede informação na recepção de um prédio comercial de como chegar a uma sala, e recebe as seguintes instruções: suba a escada em forma de U à frente, ao final dela vire à esquerda, siga um pouco à frente e em seguida vire à direita e siga pelo corredor. Ao final do corredor, vire à direita.

Uma possível projeção vertical dessa trajetória no plano da base do prédio é:



(continua)

Questão 10 - ENEM 2016 – Caderno azul – 2º dia

Um grupo de escoteiros mirins, numa atividade no parque da cidade onde moram, montou uma barraca conforme a foto da Figura 1. A Figura 2 mostra o esquema da estrutura dessa barraca, em forma de um prisma reto, em que foram usadas hastes metálicas.

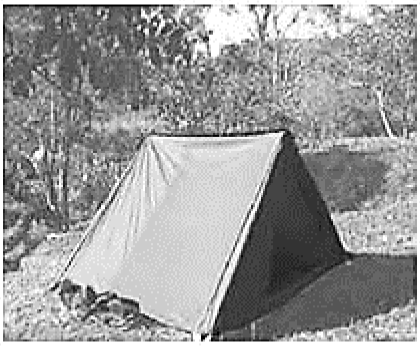


Figura 1

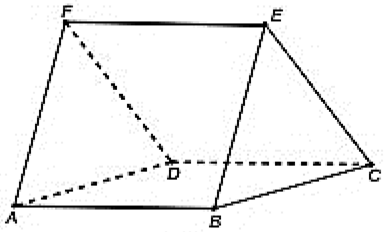
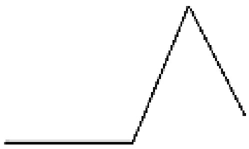


Figura 2

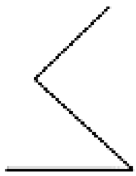
Após a armação das hastes, um dos escoteiros observou um inseto deslocar-se sobre elas, partindo do vértice A em direção ao vértice B, deste em direção ao vértice E e, finalmente, fez o trajeto do vértice E ao C. Considere que todos esses deslocamentos foram feitos pelo caminho de menor distância entre os pontos.

A projeção do deslocamento do inseto no plano que contém a base $ABCD$ é dada por

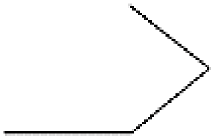
a)



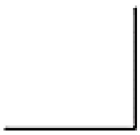
b)



c)



d)



e)

APÊNDICE I – Teste Final

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL – PROFMAT

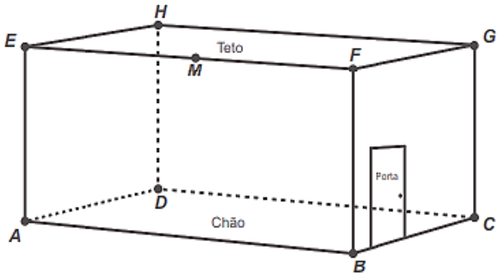
TESTE FINAL

Nome: ____ Nº ____ Turma: ________

Prof. Carlos Maia **Rio de Janeiro, _____ de ___________ de 2019**

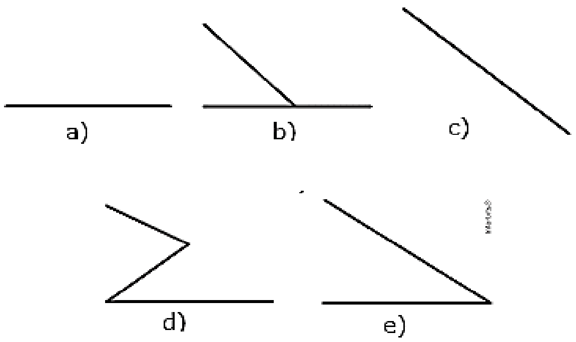
Questão 01 - ENEM 2017 – Caderno azul – 2º dia

Uma lagartixa está no interior de um quarto e começa a se deslocar. Esse quarto, apresentando o formato de um paralelepípedo retangular, é representado pela figura.



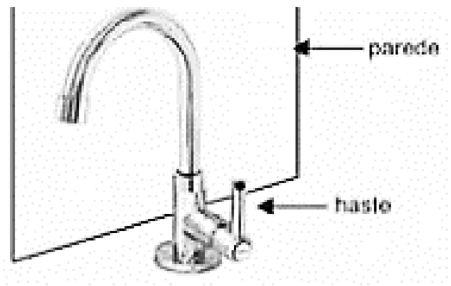
A lagartixa parte do ponto B e vai até o ponto A. A seguir, de A ela se desloca, pela parede, até o ponto M, que é o ponto médio do segmento EF. Finalmente, pelo teto, ela vai do ponto M até o ponto H. Considere que todos esses deslocamentos foram feitos pelo caminho de menor distância entre os respectivos pontos envolvidos.

A projeção ortogonal desses deslocamentos no plano que contém o chão do quarto é dada por:



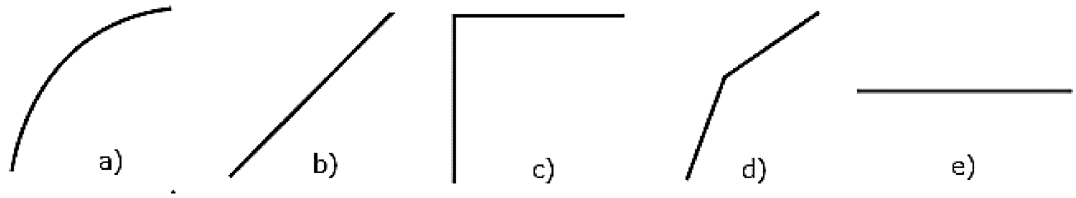
(continua)

Questão 02 - ENEM 2018



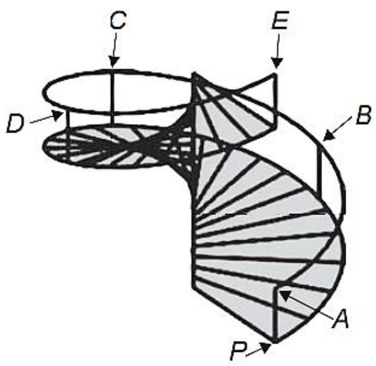
Uma torneira do tipo ¼ de volta é mais econômica, já que seu registro abre e fecha bem mais rapidamente do que o de uma torneira comum. A figura de uma torneira do tipo ¼ de volta tem um ponto preto marcado na extremidade da haste de seu registro, que se encontra na posição fechado, e, para abri-lo completamente é necessário girar a haste ¼ de volta no sentido anti-horário. Considere que a haste esteja paralela ao plano da parede.

Qual das imagens representa a projeção ortogonal, na parede, da trajetória traçada pelo ponto preto quando o registro é aberto completamente?

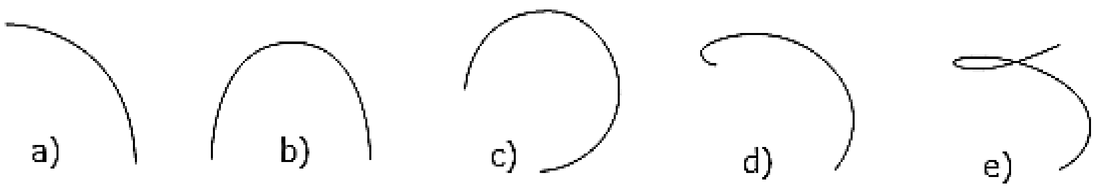


Questão 03 - ENEM 2014

O acesso entre os dois andares de uma casa é feito através de uma escada circular (escada caracol), representada na figura. Os cinco pontos A, B, C, D, E sobre o corrimão estão igualmente espaçados, e os pontos P, A e E estão em uma mesma reta. Nessa escada, uma pessoa caminha deslizando a mão sobre o corrimão do ponto A até o ponto D.



A figura que melhor representa a projeção ortogonal, sobre o piso da casa (plano), do caminho percorrido pela mão dessa pessoa é:



(continua)

(continuação)

Questão 04 - ENEM 2012

O globo da morte é uma atração muito usada em circos. Ele consiste em uma espécie de jaula em forma de uma superfície esférica feita de aço, onde motoqueiros andam com suas motos por dentro. A seguir, tem-se, na Figura 1, uma foto de um globo da morte e, na Figura 2, uma esfera que ilustra um globo da morte.


Figura 1

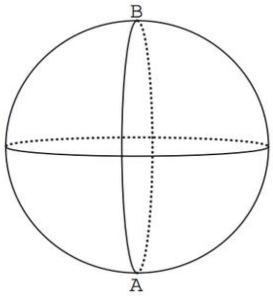
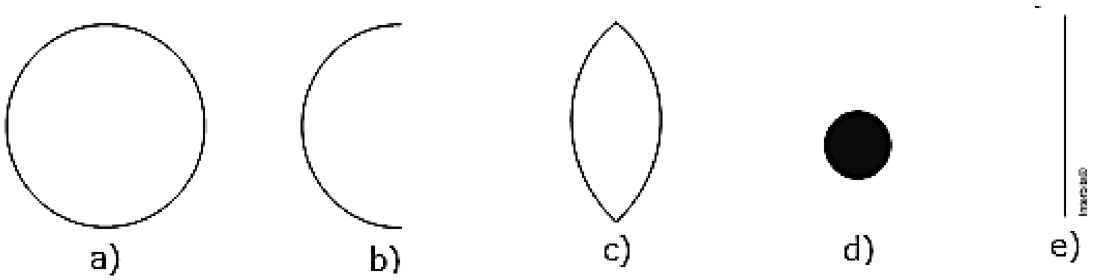


Figura 2

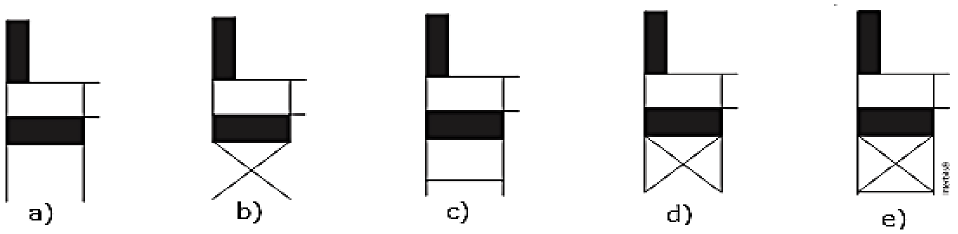
Na Figura 2, o ponto A está no plano do chão onde está colocado o globo da morte e o segmento AB passa pelo centro da esfera e é perpendicular ao plano do chão. Suponha que há um foco de luz direcionado para o chão colocado no ponto B e que um motoqueiro faça um trajeto dentro da esfera, percorrendo uma circunferência que passa pelos pontos A e B.

A imagem do trajeto feito pelo motoqueiro no plano do chão é mais bem representada por



Questão 05 - ENEM 2016

Os alunos de uma escola utilizaram cadeiras iguais às da figura para uma aula ao ar livre. A professora, ao final da aula, solicitou que os alunos fechassem as cadeiras para guardá-las. Depois de guardadas, os alunos fizeram um esboço da vista lateral da cadeira fechada. Qual é o esboço obtido pelos alunos?

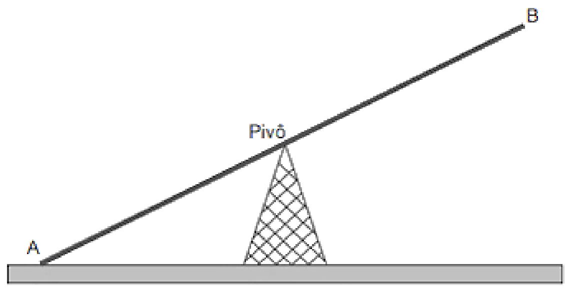


(continua)

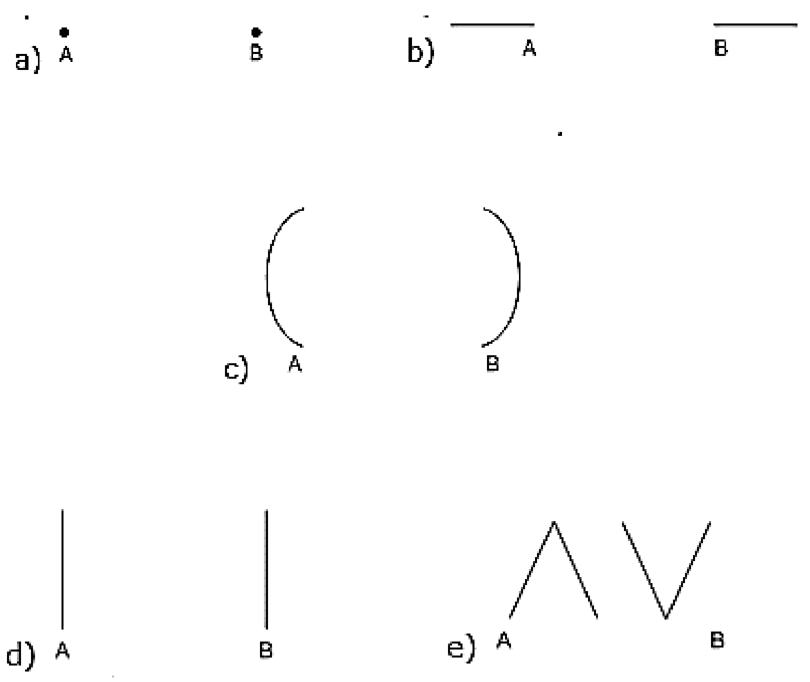
Questão 06 - ENEM 2013

Gangorra é um brinquedo que consiste em uma tábua longa e estreita equilibrada e fixada no seu ponto central (pivô). Nesse brinquedo, duas pessoas sentam-se nas extremidades e, alternadamente, impulsionam-se para cima, fazendo descer a extremidade oposta, realizando, assim, o movimento da gangorra.

Considere a gangorra representada na figura, em que os pontos A e B são equidistantes do pivô:



A projeção ortogonal da trajetória dos pontos A e B, sobre o plano do chão da gangorra, quando esta se encontra em movimento, é:



(continua)

Questão 07 - ENEM 2012 – Caderno azul – 2º dia


Figura 1

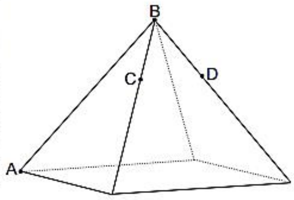
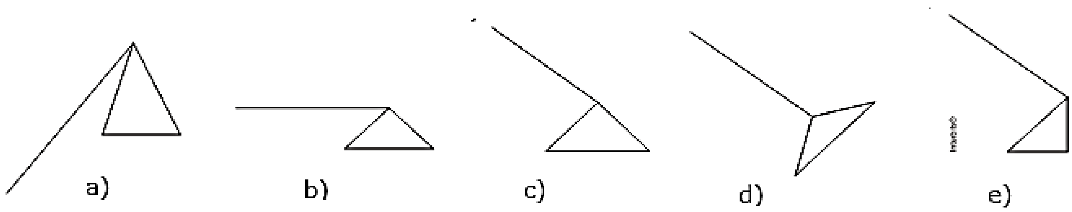


Figura 2

O Museu do Louvre, localizado em Paris, na França, é um dos museus mais visitados do mundo. Uma de suas atrações é a Pirâmide de Vidro, construída no final da década de 1980. A seguir tem-se, na Figura 1, uma foto da Pirâmide de Vidro do Louvre e, na Figura 2, uma pirâmide reta de base quadrada que a ilustra.

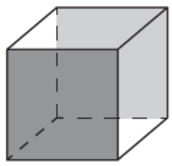
Considere os pontos A, B, C, D como na Figura 2. Suponha que alguns reparos devem ser efetuados na pirâmide. Para isso, uma pessoa fará o seguinte deslocamento: 1) partir do ponto A e ir até o ponto B. deslocando-se pela aresta AB; 2) ir de B até C, deslocando- se pela aresta que contém esses dois pontos; 3) ir de C até D, pelo caminho de menor comprimento; 4) deslocar se de D até B pela aresta que contém esses dois pontos.

A projeção do trajeto da pessoa no plano da base da pirâmide é melhor representada por:

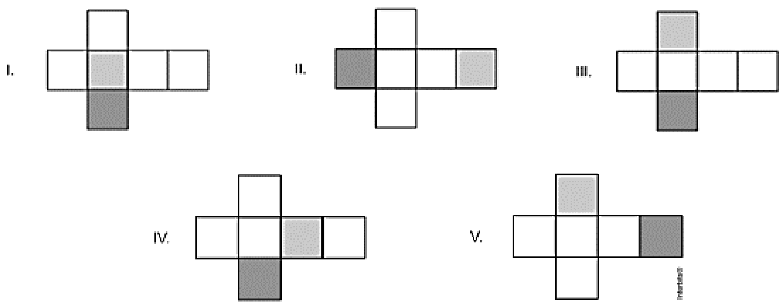


Questão 08 - ENEM 2015 – Caderno cinza – 2º dia

Uma empresa que embala seus produtos em caixas de papelão, na forma de hexaedro regular, deseja que seu logotipo seja impresso nas faces opostas pintadas de cinza, conforme a figura ao lado:



A gráfica que fará as impressões dos logotipos apresentou as seguintes sugestões planificadas:

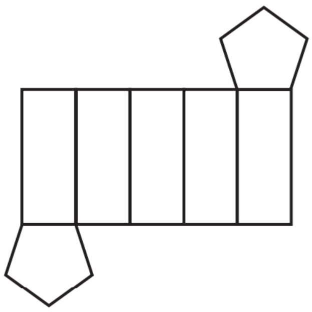


Que opção sugerida pela gráfica atende ao desejo da empresa?

a) I b) II c) III d) IV e) V

(continua)

Questão 09 - ENEM 2014



Um lojista adquiriu novas embalagens para presentes que serão distribuídas aos seus clientes. As embalagens foram entregues para serem montadas e têm forma dada pela figura.

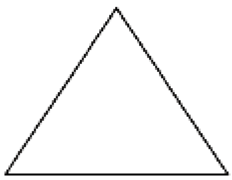
Após montadas, as embalagens formarão um sólido com quantas arestas?

a) 10 b) 12 c) 14 d) 15 e) 16

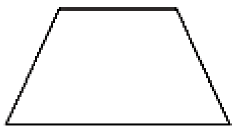
Questão 10 - ENEM 2014 – Caderno cinza – 2º dia

Um sinalizador de trânsito tem o formato de um cone circular reto. O sinalizador precisa ser revestido externamente com adesivo fluorescente, desde sua base (base do cone) até a metade de sua altura, para sinalização noturna. O responsável pela colocação do adesivo precisa fazer o corte do material de maneira que a forma do adesivo corresponda exatamente à parte da superfície lateral a ser revestida.

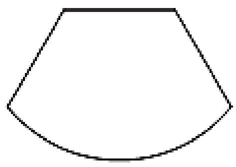
Qual deverá ser a forma do adesivo?



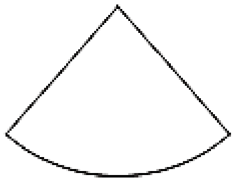
a)



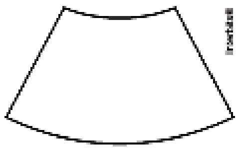
b)



c)



d)



e)

APÊNDICE J - Resultados detalhados dos testes intermediários I a IV aplicados ao final de cada etapa da Sequência Didática sobre vistas ortogonais junto a estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental

ANÁLISE DO RENDIMENTO DE GRUPO-CONTROLE E GRUPO EXPERIMENTAL NO TESTE INTERMEDIÁRIO I

LEGENDA: acerto erro

	QUESTÃO	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20	A21	A22	A23	A24	A25	A26	A27	A28	A29	A30	A31	A32	A33	A34	A35	A36	A37	A38	A39	Nº ACERTOS POR QUESTÃO	ERROS POR QUESTÃO	MÉDIA DE ACERTOS
GC001	1																																								6	33	3,0
	2																																								14	25	
	3																																								6	33	
	4																																								12	27	
	5																																								19	20	
	6																																								17	22	
	7																																								14	25	
	8																																								5	34	
	9																																								13	26	
	10																																								12	27	
	ACERTOS POR ALUNO	4	4	1	3	3	1	4	5	3	3	4	3	1	5	4	1	4	1	3	4	4	1	6	4	1	6	1	4	3	1	3	1	3	3	1	4	6	1	4	118	272	

	QUESTÃO	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20	A21	A22	A23	A24	A25	A26	A27	A28	A29	A30	A31	A32	A33	A34	A35	A36	A37	A38	A39	A40	Nº ACERTOS POR QUESTÃO	ERROS POR QUESTÃO	MÉDIA DE ACERTOS
GE002	1																																									5	35	2,7
	2																																									23	17	
	3																																									4	36	
	4																																									14	26	
	5																																									11	29	
	6																																									5	35	
	7																																									12	28	
	8																																									18	22	
	9																																									5	35	
	10																																									12	28	
	ACERTOS POR ALUNO	1	5	1	3	6	5	1	2	1	2	1	4	1	2	1	1	5	1	5	1	3	6	2	3	3	6	1	1	1	6	1	7	2	1	2	1	4	2	7	1	109	291	

(continua)

APÊNDICE J - Continuação

ANÁLISE DO RENDIMENTO DE GRUPO-CONTROLE E GRUPO EXPERIMENTAL NO TESTE INTERMEDIÁRIO II

LEGENDA: acerto erro

	QUESTÃO	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20	A21	A22	A23	A24	A25	A26	A27	A28	A29	A30	A31	A32	A33	A34	A35	A36	A37	A38	A39	Nº ACERTOS POR QUESTÃO	ERROS POR QUESTÃO	MÉDIA DE ACERTOS
GC001	1																																								16	23	2,8
	2																																								2	37	
	3																																								12	27	
	4																																								24	15	
	5																																								13	26	
	6																																								12	27	
	7																																								3	36	
	8																																								9	30	
	9																																								15	24	
	10																																								2	37	
	ACERTOS POR ALUNO	6	6	1	1	1	1	2	7	1	1	6	1	1	3	5	1	6	1	1	5	6	1	1	6	1	5	1	6	1	1	1	2	1	1	1	2	6	1	7	108	282	

	QUESTÃO	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20	A21	A22	A23	A24	A25	A26	A27	A28	A29	A30	A31	A32	A33	A34	A35	A36	A37	A38	A39	A40	Nº ACERTOS POR QUESTÃO	ERROS POR QUESTÃO	MÉDIA DE ACERTOS
GE002	1																																									20	20	3,4
	2																																									2	38	
	3																																									25	15	
	4																																									30	10	
	5																																									16	24	
	6																																									17	23	
	7																																									3	37	
	8																																									1	39	
	9																																									20	20	
	10																																									2	38	
	ACERTOS POR ALUNO	3	3	3	2	6	3	2	4	4	2	3	4	4	3	3	3	5	3	3	4	4	6	2	4	3	3	3	4	2	3	3	7	2	5	3	3	3	3	4	2	136	264	

(continua)

ANÁLISE DO RENDIMENTO DE GRUPO-CONTROLE E GRUPO EXPERIMENTAL NO TESTE INTERMEDIÁRIO III

LEGENDA: acerto / erro

	QUESTÃO	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20	A21	A22	A23	A24	A25	A26	A27	A28	A29	A30	A31	A32	A33	A34	A35	A36	A37	A38	A39	Nº ACERTOS POR QUESTÃO	ERROS POR QUESTÃO	MÉDIA DE ACERTOS
GC001	1																																								11	28	3,5
	2																																								25	14	
	3																																								5	34	
	4																																								7	32	
	5																																								8	31	
	6																																								15	24	
	7																																								13	26	
	8																																								21	18	
	9																																								15	24	
	10																																								16	23	
	ACERTOS POR ALUNO	6	7	3	1	3	1	2	7	1	3	6	1	2	3	5	2	6	1	1	7	6	2	1	5	3	6	3	7	5	3	2	3	2	1	3	2	6	1	7	136	254	

	QUESTÃO	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20	A21	A22	A23	A24	A25	A26	A27	A28	A29	A30	A31	A32	A33	A34	A35	A36	A37	A38	A39	A40	Nº ACERTOS POR QUESTÃO	ERROS POR QUESTÃO	MÉDIA DE ACERTOS
GE002	1																																									22	17	6,5
	2																																									36	3	
	3																																									10	29	
	4																																									25	14	
	5																																									12	27	
	6																																									35	4	
	7																																									28	11	
	8																																									35	4	
	9																																									23	16	
	10																																									32	7	
	ACERTOS POR ALUNO	5	6	6	5	6	4	5	8	5	6	6	5	5	7	8	7	4	9	8	7	7	5	6	7	9	8	5	4	7	6	9	6	9	5	7	9	7	7	6	7	258	132	

(continua)

APÊNDICE J - Continuação

ANÁLISE DO RENDIMENTO DE GRUPO-CONTROLE E GRUPO EXPERIMENTAL NO TESTE INTERMEDIÁRIO IV

LEGENDA: acerto erro

	QUESTÃO	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20	A21	A22	A23	A24	A25	A26	A27	A28	A29	A30	A31	A32	A33	A34	A35	A36	A37	A38	A39	Nº ACERTOS POR QUESTÃO	ERROS POR QUESTÃO	MÉDIA DE ACERTOS
GC001	1																																								11	28	3,4
	2																																								5	34	
	3																																								24	15	
	4																																								7	32	
	5																																								14	25	
	6																																								14	25	
	7																																								7	32	
	8																																								20	19	
	9																																								15	24	
	10																																								16	23	
	ACERTOS POR ALUNO	6	7	3	1	3	1	2	7	1	3	6	1	1	3	5	2	6	1	1	7	6	2	1	5	3	6	3	7	4	3	2	3	1	1	3	2	6	1	7	133	257	

	QUESTÃO	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20	A21	A22	A23	A24	A25	A26	A27	A28	A29	A30	A31	A32	A33	A34	A35	A36	A37	A38	A39	A40	Nº ACERTOS POR QUESTÃO	ERROS POR QUESTÃO	MÉDIA DE ACERTOS
GE002	1																																									29	11	7,1
	2																																									37	3	
	3																																									29	11	
	4																																									26	14	
	5																																									33	7	
	6																																									22	18	
	7																																									29	11	
	8																																									22	18	
	9																																									29	11	
	10																																									27	13	
	ACERTOS POR ALUNO	8	6	7	7	7	8	6	7	8	6	7	7	9	6	6	7	7	8	9	7	7	8	5	8	8	5	7	9	8	7	8	7	7	6	7	6	7	7	7	6	283	117	

(continua)

APÊNDICE K - Desempenho conclusivo em Teste Final de Sequência Didática sobre vistas ortogonais desenvolvida junto a estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental

ANÁLISE DO RENDIMENTO DE GRUPO-CONTROLE E GRUPO EXPERIMENTAL NO TESTE FINAL

LEGENDA: acerto erro

GC001

QUESTÃO	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20	A21	A22	A23	A24	A25	A26	A27	A28	A29	A30	A31	A32	A33	A34	A35	A36	A37	A38	A39	Nº ACERTOS POR QUESTÃO	ERROS POR QUESTÃO	MÉDIA DE ACERTOS
1																																								16	23	4,5
2																																								20	19	
3																																								21	18	
4																																								19	20	
5																																								15	24	
6																																								17	22	
7																																								18	21	
8																																								29	10	
9																																								10	29	
10																																								9	30	
ACERTOS POR ALUNO	5	7	3	4	7	3	5	6	1	5	4	1	5	4	4	5	4	1	5	4	5	5	4	6	5	5	6	5	5	4	4	4	5	5	1	6	5	5	6	174	216	

GE002

QUESTÃO	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20	A21	A22	A23	A24	A25	A26	A27	A28	A29	A30	A31	A32	A33	A34	A35	A36	A37	A38	A39	A40	Nº ACERTOS POR QUESTÃO	ERROS POR QUESTÃO	MÉDIA DE ACERTOS
1																																									29	11	7,3
2																																									37	3	
3																																									30	10	
4																																									31	9	
5																																									35	5	
6																																									28	12	
7																																									29	11	
8																																									30	10	
9																																									22	18	
10																																									20	20	
ACERTOS POR ALUNO	8	7	8	7	7	8	6	7	8	7	7	7	9	7	6	7	7	8	9	8	8	8	6	8	9	5	7	8	8	7	8	8	7	6	7	6	7	8	6	6	291	109	

ANEXOS

ANEXO A – Plano de Curso de Matemática onde o experimento foi realizado como complemento ao conteúdo curricular previsto

PREFEITURA
DA CIDADE DO RIO DE JANEIRO
Secretaria Municipal de Educação
8ª Coordenadoria de Educação
ESCOLA 08.33.010 Campo dos Afonsos
Av. Marechal Fontenele, 735 – Vila Residencial da Aeronáutica – Rua D, 44,
Campo dos Afonsos, Rio de Janeiro, RJ - CEP 21765-250
Telefone: (21) 33577856

PLANEJAMENTO DE MATEMÁTICA

9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	
TURMAS 1901 e 1902	**PROF. CARLOS MAIA**

1º BIMESTRE
Radiciação e potenciação: Potenciação e suas propriedades Raiz quadrada e cúbica com números racionais Potência de expoente racional Transformação de radicais em potências Adição e subtração com radicais Multiplicação e divisão de radicais Potência de raiz Racionalização de denominadores **Geometria:** Razão e proporção de segmentos Teorema de Tales Semelhança de triângulos Casos de semelhanças de triângulo

2º BIMESTRE
Equação do 2º Grau: Fórmula de Bhaskara Soma e produto de raízes Forma fatorada do trinômio do 2º Grau **Geometria:** Relações métricas no triângulo retângulo Teorema de Pitágoras

1

3º BIMESTRE
Noção de função: Função do 1º Grau **Razões Trigonométricas:** Seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo Áreas de retângulos Áreas de paralelogramos Áreas de triângulos Áreas de losangos Áreas de trapézios

4º BIMESTRE
Noção de função: Função do 2º Grau **Geometria:** Comprimento da circunferência Arco da circunferência Área do círculo Área do setor circular Volume do Hexaedro Volume do prisma reto de base quadrangular Volume do prisma reto de base triangular Volume do cilindro Volume do cone Volume da pirâmide de base quadrangular

Material didático adotado:

BIANCHINI, Edwald. **Matemática Bianchini – 9º ano**. São Paulo: Moderna, 2015.

RIO DE JANEIRO (município); SECRETARIA DE EDUCAÇÃO. **Material Didático Carioca** – Caderno semestral de atividades para estudantes – 9º ano do ensino fundamental. Rio de Janeiro: RioEduca; Edigráfica, 2019.

ANEXO B – Carta de Anuência

PREFEITURA DA CIDADE DO RIO DE JANEIRO

Secretaria Municipal de Educação

8ª Coordenadoria de Educação

ESCOLA 08.33.010 Campo dos Afonsos

Av. Marechal Fontenele, 735 – Vila Residencial da Aeronáutica – Rua D, 44,
Campo dos Afonsos, Rio de Janeiro, RJ - CEP 21765-250
Telefone: (21) 33577856

CARTA DE ANUÊNCIA

(Elaborado de acordo com a Resolução 466/2012-CNS/CONEP)

Aceito os pesquisadores José Carlos Maia de Souza e Douglas Monsôres de Melo Santos (orientador), sob responsabilidade do pesquisador principal José Carlos Maia de Souza, do Programa de Mestrado em Matemática da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro – PROFMAT/UFRRJ a realizarem pesquisa intitulada **CONSTRUINDO COMPETÊNCIAS E HABILIDADES RELACIONADAS AO CONTEÚDO DE VISTAS ORTOGONAIS EM GEOMETRIA: uma experiência com material concreto em uma turma de 9º ano de uma escola pública da Cidade do Rio de Janeiro**, sob orientação do Professor Douglas Monsôres de Melo Santos.

Ciente dos objetivos e da metodologia da pesquisa acima citada, concedo a anuência para seu desenvolvimento, desde que me sejam assegurados os requisitos abaixo:

O cumprimento das determinações éticas da Resolução nº466/2012 CNS/CONEP; A garantia de solicitar e receber esclarecimentos antes, durante e depois do desenvolvimento da pesquisa; Não haverá nenhuma despesa para esta instituição que seja decorrente da participação dessa pesquisa e no caso do não cumprimento dos itens acima, a liberdade de retirar minha anuência a qualquer momento da pesquisa sem penalização alguma.

Rio de Janeiro, 22 de maio de 2019

Rosemary Machado B Souza

Rosemary M. B. Souza
Diretor E. M. Campo dos Afonsos
Matríc. 11/018333-5

Assinatura e carimbo do responsável

ANEXO C – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Responsáveis)

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL – PROFMAT

PROFMAT

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

(Responsáveis)

Título do Projeto: CONSTRUINDO COMPETÊNCIAS E HABILIDADES RELACIONADAS AO CONTEÚDO DE VISTAS ORTOGONAIS EM GEOMETRIA: uma experiência com material concreto em uma turma de 9º ano de uma escola pública da Cidade do Rio de Janeiro.
Pesquisador: José Carlos Maia de Souza
Pesquisador responsável: Douglas Monsôres de Melo Santos

Este documento que você está lendo é chamado de Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), que contém explicações sobre o estudo da pesquisa que está convidado a participar. Solicitamos a sua autorização para a participação do menor ____ nesta pesquisa.

Antes de decidir se deseja autorizar a participação do menor (de livre e espontânea vontade) você deverá ler e compreender todo o conteúdo. Ao final, caso decida autorizar, você será solicitado a assiná-lo e receberá uma cópia do mesmo.

Antes de assinar faça perguntas sobre tudo o que não tiver entendido bem. A equipe deste estudo responderá às suas perguntas a qualquer momento (antes, durante e após o estudo).

O pesquisador declara que garantirá o cumprimento das condições contidas neste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

Natureza e objetivos do estudo

É de natureza aplicada, através de atividades teóricas e práticas tem como objetivos específicos:

- Descrever as propriedades das figuras planas;
- Examinar o desenvolvimento da habilidade desejada;
- Identificar as projeções ortogonais de figuras especiais;
- Associar os sólidos as suas vistas ortogonais de figuras espaciais;
- Examinar os tipos de ferramentas usadas para o desenvolvimento dessa habilidade.

Justificativa:

Esta pesquisa se justifica pela necessidade de verificarmos e desenvolvermos competências e habilidades que se espera que todos estudantes desenvolvam ao longo da escolaridade básica, conforme a Base Nacional Curricular Comum.

Procedimentos do estudo:

A pesquisa terá uma abordagem Quali-Quanti e de natureza aplicada, através de atividades teóricas e práticas e com propósito de um estudo exploratório, descritivo e explicativo. Coletando dados através de um questionário, desenvolvendo conteúdo através de aulas expositivas, práticas e contextualizadas.

Forma de acompanhamento e assistência:

O menor será acompanhado pelo pesquisador durante todo o período da pesquisa, e será assistido pelo mesmo antes, durante e depois da pesquisa.

Riscos e benefícios

Este estudo apresenta risco mínimo, isto é, o mesmo risco existente em atividades rotineiras como conversar, tomar banho, constrangimento em responder alguma pergunta, invasão de privacidade, desconforto em responder a questões sensíveis como atos ilegais ou violência ou outros riscos não previsíveis.

Caso o menor se sinta constrangido em responder alguma pergunta, ele não precisará responder.

O participante terá direito à indenização, através das vias judiciais, diante de eventuais danos comprovadamente decorrentes da pesquisa.

A participação do menor poderá estimulá-lo a conhecer os conceitos matemáticos, bem como desenvolver habilidades necessárias para compreender conceitos mais complexos.

Providências e Cautelas

Serão tomadas providências e cautelas para evitar e/ou reduzir efeitos e condições adversas que possam causar algum dano, como garantir local reservado e liberdade para não responder questões constrangedoras, estar atendo a sinais de desconforto do menor, garantir que sempre serão respeitados os valores culturais, sociais, morais, religiosos e éticos, bem como os hábitos e costumes.

Participação, recusa e direito de se retirar do estudo

A participação do menor é voluntária. Você não terá nenhum prejuízo se não quiser autorizar. Você poderá retirar a autorização para o menor participar desta pesquisa a qualquer momento, bastando para isso entrar em contato com um dos pesquisadores responsáveis.

Confidencialidade:

Os dados serão manuseados somente pelos pesquisadores e o material e as suas informações (fitas, entrevistas etc.) ficarão guardados sob a responsabilidade dos mesmos.

Os resultados deste trabalho poderão ser utilizados apenas academicamente em encontros, aulas, livros ou revistas científicas.

Eu, ____, portador do RG ________________, após receber uma explicação completa dos objetivos do estudo e dos procedimentos envolvidos autorizo a participação voluntária do menor em fazer parte deste estudo.

Rio de Janeiro, ___ de ________ de ______.

____

Responsável

____

Orientador(a)

____

Pesquisador(a)

Se persistir alguma dúvida, entre em contato com o(a) Coordenador(a) da pesquisa:
Nome: Douglas Monsôres de Melo Santos
Telefone: (21) 988015381
E-mail: dougbrasil@gmail.com

ANEXO D – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (estudantes)

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL – PROFMAT

Você está sendo convidado(a) como voluntário(a) a participar da pesquisa: CONSTRUINDO COMPETÊNCIAS E HABILIDADES RELACIONADAS AO CONTEÚDO DE VISTAS ORTOGONAIS EM GEOMETRIA: uma experiência com material concreto em uma turma de 9º ano de uma escola pública da Cidade do Rio de Janeiro.

O motivo que nos leva a pesquisar sobre o tema, é que a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) estabelece conhecimentos, competências e habilidades que se espera que todos os estudantes desenvolvam ao longo da escolaridade básica. Portanto, em específico, na disciplina de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental, temos que analisar a aplicação dos conceitos de vistas ortogonais de figuras especiais. Daí surge a necessidade de se pesquisar sobre o assunto, observar o que já é utilizado e a partir dessas análises sugerir novas propostas.

Para este estudo adotaremos os seguintes procedimentos: Utilizaremos questionário de pesquisa, lecionaremos aulas sobre o tema envolvido e avaliaremos o desenvolvimento da habilidade desejada na BNCC.

Para participar deste estudo, o responsável por você deverá autorizar e assinar um termo de consentimento. Você não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. Você será esclarecido(a) em qualquer aspecto que desejar e estará livre para participar ou recusar-se. O responsável por você poderá retirar o consentimento ou interromper a sua participação a qualquer momento. A sua participação é voluntária e a recusa em participar não acarretará qualquer penalidade ou modificação na forma em que é atendido(a) pelo pesquisador que irá tratar a sua identidade com padrões profissionais de sigilo. Você não será identificado em nenhuma publicação. Este estudo apresenta risco mínimo, isto é, o mesmo risco existente em atividades rotineiras como conversar, tomar banho, constrangimento em responder alguma pergunta ou outros riscos não previsíveis.

Os resultados estarão à sua disposição quando finalizada. Seu nome ou o material que indique sua participação não será liberado sem a permissão do responsável por você. Os dados e instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivados com o pesquisador responsável por um período de 5 anos, e após esse tempo serão destruídos. Este termo de consentimento encontra-se impresso em duas vias, sendo que uma cópia será arquivada pelo pesquisador responsável, e a outra será fornecida a você.

Eu, ____, portador(a) do documento de Identidade ____________________ (se já tiver documento), fui informado(a) dos objetivos do presente estudo de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações, e o meu responsável poderá modificar a decisão de participar se assim o desejar. Tendo o consentimento do meu responsável já assinado, declaro que concordo em participar desse estudo. Recebi uma cópia deste termo assentimento e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Rio de Janeiro, _____ de ______________ de _______.

____

(Assinatura do menor)

____

(Assinatura do pesquisador)

Se persistir alguma dúvida, entre em contato com o(a) Coordenador(a) da pesquisa:

Nome: Douglas Monsôres de Melo Santos

Telefone: (21) 988015381

E-mail: dougbrasil@gmail.com