UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

CENTRO DE CIÊNCIAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

EM REDE NACIONAL

THIAGO PINHEIRO DE AGUIAR

PRINCÍPIO DA CASA DOS POMBOS
UMA ABORDAGEM DIFERENCIADA COM OBJETOS DE APRENDIZAGEM

FORTALEZA

2013

THIAGO PINHEIRO DE AGUIAR

PRINCÍPIO DA CASA DOS POMBOS
UMA ABORDAGEM DIFERENCIADA COM OBJETOS DE APRENDIZAGEM

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Matemática. Área de concentração:
Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Jonatan Floriano da Silva

FORTALEZA

2013

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca do Curso de Matemática

A233p Aguiar, Thiago Pinheiro de

Princípio da casa dos pombos : uma abordagem diferenciada com objetos de aprendizagem / Thiago Pinheiro de Aguiar. – 2013.

56 f. : il. color., enc.; 31 cm

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Departamento de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Fortaleza, 2013.

Área de Concentração: Ensino de Matemática.

Orientação: Prof. Dr. Jonatan Floriano da Silva.

1. Análise combinatória. 2. Matemática – Ensino auxiliado por computador. 3. Coleta de dados. I. Título.

CDD 511.6

THIAGO PINHEIRO DE AGUIAR

PRINCÍPIO DA CASA DOS POMBOS – UMA ABORDAGEM DIFERENCIADA COM OBJETOS DE APRENDIZAGEM

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Aprovada em: 03 / 08 / 2013.

BANCA EXAMINADORA

Jonatan Floriano da Silva

Prof. Dr. Jonatan Floriano da Silva (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Marcelo Ferreira de Melo
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Jobson de Q. Oliveira

Prof. Dr. Jobson de Queiroz Oliveira
Universidade Estadual do Ceará (UECE)

À minha mãe, Denize.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me proporcionar o dom da vida, iluminar meu caminho e me conduzir durante todo o decorrer do curso.

À minha família, em especial meus pais, Célio e Denize que sempre fizeram de tudo para que eu tivesse condições de alcançar meus objetivos. A minha irmã, Tatiane, que inspirou minha decisão em abraçar o magistério, e minha futura esposa, Nadja, que me apoiou e incentivou nessa jornada.

Aos meus amigos de infância, Diego, Victor, Ênio e Djalma, que me ajudaram a encarar o mundo de frente e nunca me abandonaram em nenhum momento dessa caminhada.

Aos companheiros de estudo, Fernando, Ricardo, Rafael e Eduvânio que tornaram esse desafio mas brando e transformaram-se em verdadeiros irmãos.

Aos meus professores, Alda e Ednildo, por desperta em mim o interesse pela matemática.

Ao meu orientador Professor Doutor Jonatan, pela paciência e dedicação na orientação de minha dissertação.

Ao núcleo gestor de minha escola, principalmente a coordenadora Adriana, por todo apoio e compreensão durante esses dois anos de estudo.

Aos meus alunos que me motivam e sempre acreditaram nessa conquista.

Aos idealizadores do PROFMAT, que permitiram a realização do sonho de milhares de docentes no país, contribuindo para, cada vez mais, a capacitação dos matemáticos.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, por incentivar e apoiar essa iniciativa tão importante para o engrandecimento dos professores de Matemática.

“Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção.”

(Paulo Freire, 1921-1997)

RESUMO

Este estudo apresenta a utilização de Objetos de Aprendizagem (OA) para o ensino do Princípio da Casa dos Pombos. Nosso objetivo é inferir se a utilização de Objetos de Aprendizagem facilita o processo de ensino-aprendizagem. O presente estudo foi realizado com uma turma de 2ª série do ensino médio da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Irapuan Cavalcante Pinheiro, situada em Fortaleza, Ceará. Por se tratar de estudo experimental, utilizamos uma amostra composta por 20 alunos, os quais foram divididos em dois grupos, experimental e de controle. Tais grupos, com 10 alunos cada, foram separados de forma aleatória por sorteio. Foram utilizados, como instrumentos de coleta, um questionário socioeconômico e um teste com questões sobre o Princípio da Casa dos Pombos. O programa Microsoft Office Excel nos permitiu organizar e analisar os dados coletados, e indicou um desempenho superior dos participantes do grupo experimental, grupo este, que recebera uma aula diferenciada, com o uso de objetos de aprendizagem.

Palavras-chave: Análise Combinatória. Ensino Médio. Recursos Digitais.

ABSTRACT

This study presents the use of learning objects (LO) to the teaching of the Principle of the House of Pigeons. Our goal is to infer that the use of learning objects facilitates the process of teaching and learning. This study was taken place in the Elementary and High School called Irapuan Cavalcante Pinheiro with second-year students in Fortaleza, Ceará. As this is an experimental study, it has been used a sample of 20 students, who were divided into two groups: experimental one and group of control. Such groups, with 10 students each, were separated randomly by raffle. It has been also used, as data collection, a socioeconomic questionnaire and a test with questions on the Principle of the House of Pigeons. Microsoft Office Excel made possible for us to organize and analyze the data collected, which indicated a superior performance of the experimental group which will receive a special class with the use of learning objects.

Keywords: Combinatorial Analysis. High School. Digital Resources.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE GRÁFICOS

ÍNDICE DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática, já há muito tempo, intriga a todos seus interessados, sejam docentes ou discentes. Os motivos são inúmeros: a metodologia abordada, o currículo defasado, ou até mesmo o histórico de repudias dos alunos que se deparam com esta matéria. Um ramo da Matemática que sempre me fascinou foi a Análise Combinatória, mesmo sabendo que muitos alunos e alguns professores a elegem como a matéria que mais os angustia.

Essa sedução se dá talvez pela beleza de seus raciocínios, as possibilidades de seus resultados, mas nenhum motivo me atrai tanto como as infinitas alternativas de aplicações em nosso dia a dia. Sem mencionar a facilidade em encontrar alternativas de desvendar os mistérios de alguns problemas que, a primeira vista, parecem complicados e impossíveis de serem solucionados e, após algumas reflexões e muitos rabiscos, deparamo-nos com "saídas" espetaculares e resultados improváveis.

> Os alunos não estão a aprender Matemática suficientemente bem e saem da escola a detestar a disciplina. Os professores não sabem Matemática suficiente e não sabem como a devem ensinar de modo a que os alunos a aprendam. O currículo escolar de Matemática é superficial, aborrecido e repetitivo, falhando na preparação dos alunos para a usarem na sua vida, fora da escola. (KILPATRICK et al, 2004, p.80)

Muitos problemas de Matemática são encantadores e despertam a curiosidade do aluno por serem acessíveis a sua realidade e passíveis de serem solucionados, muitas vezes, sem o auxílio de fórmulas.

Nessa linha de raciocínio, encontra-se o *Princípio da Casa dos Pombos,* cujo nome já nos remete a algo corriqueiro, presente no cotidiano de muitos de nossos alunos. Tal princípio tem um enunciado singelo e simplório, mas pode ser utilizado para demonstrar inúmeros resultados intrigantes. Este método também conhecido como *Princípio das Gavetas de Dirichlet* afirma que, se tivermos n casas para acomodar n + 1 pombos, então podemos afirmar que existe uma casa com 2 pombos.

> Não há, porém, uma só Matemática; há muitas Matemáticas. (D' AMBRÓSIO, p.19).

Nem sempre este princípio é apresentado aos alunos do Ensino Médio, que muitas vezes deixam de resolver problemas simples, pelo não conhecimento da regra. A questão é: Por que, hoje em dia, não trabalharmos este princípio com nossos alunos? E mais, será que a apresentação desse tema, por meio de um objeto de aprendizagem (OA), traz melhores resultados na assimilação do conteúdo por parte dos alunos?

É certo que o Princípio da Casa dos Pombos possibilita o desenvolvimento lógico do indivíduo e, na atual realidade, a utilização de recursos tecnológicos facilita a compreensão de determinados conteúdos, assim, pretendemos, por meio dessa pesquisa, inferir a eficiência da aplicação do OA no estudo do Princípio da Casa dos Pombos.

Temos consciência de que as aulas de Matemática ainda são expositivas. Nessas aulas não são utilizados outros recursos além do pincel, do quadro branco e da voz do professor. Geralmente, o professor copia no quadro o resumo do conteúdo, e o aluno repete na íntegra no seu caderno. Quando muito resolve alguns exercícios, que não passam de meras réplicas já resolvidas pelo professor em sala. Dessa maneira, todos acreditam estar ensinando e aprendendo Matemática, mas em nenhum estágio existe espaço para o descobrimento do conhecimento, quem dirá para a criação. O aluno não se sente motivado, desafiado a descobrir por si mesmo a solução de um problema.

Necessitamos urgentemente de renovações na atual concepção do que é a matemática escolar e de como essa matemática pode ser abordada.

Por conseguinte, a partir dessa inquietação, foi pensada em uma atividade com objetos de aprendizagem, na qual são confrontadas duas formas diferentes de ministrar um mesmo conteúdo.

A ideia é ministrar uma aula e, ao final, aplicar um teste, feito com dois grupos escolhidos aleatoriamente. Os grupos serão denominados de "*grupo experimental"* e *"grupo de controle"*.

> “A seleção da amostra, de forma aleatória, é essencial para a formação dos grupos experimental e de controle” (TRIVIÑOS, 2008, p.113).

O primeiro grupo, experimental, realizará uma atividade diferenciada onde os alunos utilizarão computadores, com acesso à internet, para entrar no *site* do M³ (Matemática Multimídia - http://m3.ime.unicamp.br/) e usar um Objeto de Aprendizagem. O segundo grupo, grupo de controle, terá uma aula tradicional onde serão utilizados apenas o pincel e o quadro. Ao final das aulas, ambos os grupos farão um teste em forma de avaliação objetiva.

Tanto os exemplos e definições utilizados nas duas aulas, quanto às questões colocadas no teste foram os mesmos. O objetivo é garantir a isonomia no teste e comparar apenas as abordagens aplicadas.

Os alunos convidados a participar da pesquisa fazem o 2º ano do Ensino Médio e não tiveram contato com o assunto anteriormente, mas possuem noções básicas de combinatória. Espera-se que o grupo experimental tenha um rendimento melhor que o grupo de controle. Estima-se que cerca de 60% acerte menos da metade das questões do teste, devido aos relatos de dificuldades encontradas no estudo da análise combinatória.

Provavelmente, a maior dificuldade enfrentada pelos alunos será no que diz respeito à interpretação das questões e ao uso do raciocínio lógico.

> Embora a Análise Combinatória disponha de técnicas gerais que permitem atacar certos tipos de problemas, é verdade que a solução de um problema combinatório exige quase sempre engenhosidade e a compreensão plena da situação descrita pelo problema (MORGADO, 2006, p.2).

O escopo principal da pesquisa é verificar se os alunos do grupo experimental obterão resultado superior aos alunos do grupo de controle.

O trabalho está estruturado da seguinte forma: 1º capítulo - Introdução, onde encontraremos uma abordagem geral a respeito do trabalho.

A seguir, no capítulo 2, Objetos de Aprendizagem e o M³, será apresentado o conceito de Objetos de Aprendizagem (OA) e uma breve explanação sobre o M³ (Matemática Multimídia).

O terceiro capítulo, nomeado de “Dirichlet e o Princípio da Casa dos Pombos”, trará um célere histórico sobre Dirichlet, autor do princípio, e o método em si, também conhecido como "Princípio das gavetas de Dirichlet".

No capítulo 4, intitulado de “Apresentação do OA - Casas, pombos e Matemática”, faremos uma descrição do objeto de aprendizagem utilizado na atividade, seus objetivos, sua justificativa e sua estrutura.

A pesquisa, propriamente dita, vem descrita no capítulo 5 que trará toda a metodologia de aplicação apresentando os dados do questionário socioeconômico.

Já no capítulo 6, faremos a análise dos resultados dos testes aplicados aos grupos participantes.

Por fim, no último capítulo, faremos as conclusões onde teremos uma avaliação geral do estudo com seus aspectos e objetivos sendo postos à prova.

A expectativa é que este estudo possa despertar em cada um de nós a fagulha de que algo diferente pode ser feito no ensino da Matemática.

2 OBJETOS DE APRENDIZAGEM E O M³

2.1 Objetos de Aprendizagem

Podemos considerar um Objeto de aprendizagem (OA) como um recurso digital, uma ferramenta com intuito de facilitar a aprendizagem de determinado conhecimento. A ideia é que o OA proporcione ao aluno uma primeira visão do conteúdo a ser estudado, descobrindo e construindo o conhecimento ao seu tempo, neste sentido, o professor será o facilitador da aprendizagem.

> "Objetos de aprendizagem são definidos como uma entidade, digital ou não digital, que pode ser usada e reutilizada ou referenciada durante um processo de suporte tecnológico ao ensino e aprendizagem. Exemplos de tecnologia de suporte ao processo de ensino e aprendizagem incluem aprendizagem interativa, sistemas instrucionais assistido por computadores inteligentes, sistemas de educação à distância, e ambientes de aprendizagem colaborativa. Exemplos de objetos de aprendizagem incluem conteúdos de aplicações multimídia, conteúdos instrucionais, objetivos de aprendizagem, ferramentas de software e software instrucional, pessoas, organizações ou eventos referenciados durante o processo de suporte da tecnologia ao ensino e aprendizagem" (LOM, 2000).

Para Daniel Fagundes Audino e Rosemy da Silva Nascimento (AUDINO e NASCIMENTO, 2010, p.141), objetos de aprendizagem "são recursos digitais dinâmicos, interativos e reutilizáveis em diferentes ambientes de aprendizagem elaborados a partir de uma base tecnológica. Desenvolvidos com fins educacionais [...]. Além disso, um objeto de aprendizagem pode ter usos variados, seu conteúdo pode ser alterado ou reagregado, e ainda ter sua interface e seu layout modificado para ser adaptado a outros módulos ou cursos".

As várias possibilidades de utilização do OA e a sua interatividade com o aluno são alguns de seus destaques, o que o tornam atrativo para o discente, fazendo com que o processo de ensino-aprendizagem fique mais prazeroso. Além disso, por se tratar de uma ferramenta tecnológica, seu armazenamento e futuras localizações são facilitadas.

Alguns exemplos brasileiros de construção de objetos de aprendizagem para a Educação Básica é a Fábrica Virtual do RIVED (Rede interativa Virtual de educação) e o M³ (Matemática Multimídia).

> Um objeto de aprendizagem é qualquer recurso que possa ser reutilizado para dar suporte ao aprendizado. Sua principal idéia é "quebrar" o conteúdo educacional disciplinar em pequenos trechos que podem ser reutilizados em vários ambientes de aprendizagem. Qualquer material eletrônico que provém informações para a construção de conhecimento pode ser considerado um objeto de aprendizagem..., (RIVED, 08/01/2013).

Os Objetos de Aprendizagem contribuem com a aquisição do conhecimento do aluno, pois promovem a criatividade e a interatividade, sejam por meio da utilização de jogos, vídeos, e/ou simulações. Assim, facilitam a compreensão do conteúdo, pois combinam partes teóricas e práticas, utilizando textos e imagens de forma harmônica.

A busca incessante por melhores formas de ensino-aprendizagem muitas vezes esbarram em paradigmas. A utilização da tecnologia na educação pode representar uma nova era, influenciando na quebra desses paradigmas. A internet, com sua capacidade de comunicação e divulgação astronômica, vem ajudando na elaboração de estudos com intuito de renovar a forma de como aprendemos hoje, sobretudo de onde aprendemos. Nesse sentido, estão sendo realizadas pesquisas sobre tecnologias da informação e das comunicações (TIC) que dão suporte a esse novo conceito de ensino-aprendizagem.

Para alguns autores esses novos recursos que estão surgindo podem ser nomeados como *software* Educacional, objetos compartilháveis, objetos educacionais, já outros os definem como objetos de aprendizagem.

2.2 M³ - Matemática Multimídia

2.2.1 Apresentação

Matemática Multimídia, ou apenas M³, é uma coleção de recursos educacionais multimídia e digitais desenvolvidos pela Unicamp com financiamento do FNDE, SED, MCT e MEC para o Ensino Médio de Matemática. São mais de 350 recursos educacionais no formato de vídeos, áudios, softwares e experimentos que ficarão disponíveis gratuitamente para todos que quiserem usar. Tais recursos estão licenciados sob uma licença Creative

Commons - é permitido copiar, distribuir, exibir, executar a obra e criar obras derivadas, mas não é permitido o uso comercial ou o relicensiamento sobre uma licença mais restritiva.

M³ – Matemática MultiMídia é uma coleção de materiais didáticos disponíveis em mídias digitais para o uso do professor de Matemática do Ensino Médio no Brasil para facilitar o ensino-aprendizagem. Composta por áudios, experimentos, softwares e vídeos, a coleção foi desenvolvida, entre 2008 e 2010, por uma grande equipe de professores e estudantes da Unicamp e vários colaboradores.

2.2.2 Histórico

A coleção M³ nasceu de uma chamada de Edital do MEC e MCT para o desenvolvimento e produção de recursos educacionais em mídias digitais, em 2007, agora conhecido como CONDIGITAL. Todos os recursos foram desenvolvidos por uma grande equipe de profissionais de diversas áreas, durante aproximadamente quatro anos.

2.2.3 Justificativa Pedagógica

Os recursos educacionais dessa coleção abordam praticamente todo o conteúdo de Matemática do ensino médio do Brasil de forma variada e cabe ao professor, em acordo com sua coordenação pedagógica e direção escolar, escolher os itens que melhor se enquadrem no seu programa, respeitando as características do professor e a realidade dos seus alunos.

Os recursos favorecem a interação social, ao formar grupos de atividades, mas sempre com a mediação do professor na sala de aula.

2.2.4 Colaboradores do projeto

A coleção M³ foi desenvolvida por pessoas de múltiplas profissões, com dedicações de tempo distintas, mas todos com muito entusiasmo a fim de contribuir para a aprendizagem da Matemática do Ensino Médio no Brasil.

Podemos destacar as coordenações gerais e das mídias, a saber:

Samuel Rocha de Oliveira, coordenador geral acadêmico;

Leonardo Barichello, coordenador dos experimentos e dos softwares;

Sarah Yakhni, coordenadora dos vídeos;

E, como suporte para os experimentos e softwares, tivemos:

Fabrício de Paula Silva, Rita Santos Guimarães e Matias Rodrigues Costa.

3 DIRICHLET E O PRINCÍPIO DA CASA DOS POMBOS

3.1 Quem foi Dirichlet?

A atual definição formal de função que conhecemos hoje é atribuída a Dirichlet, assim como trabalhos sobre a lei da reciprocidade biquadrada, teoria dos números, equações diferenciais, o princípio da casa dos pombos, entre inúmeras outras contribuições.

Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet, considerado um matemático brilhante, nasceu em D$\ddot{u}$ren, Alemanha, em 13 de fevereiro de 1805. Devido sua origem em Richelet, na Bélgica, surgiu o apelido "Lejeune Dirichlet" ("o jovem de Dirichlet").

Sua educação foi feita parte na Alemanha e parte na França, tendo alguns dos maiores matemáticos, Biot, Fourier, Francoeur, Hachette, Laplace, Lacroix, Legendre, e Poisson, como professores, o que o levou a aprender muito com essa experiência.

Dirichlet era muito amigo de Jacobi, que ensinou em Königsberg, os dois exerceram considerável influência um sobre o outro em suas pesquisas na teoria dos números. Dirichlet casou-se com Rebeca Mendelssohn, originária de uma distinta família, a neta do filósofo Moses Mendelssohn e irmã do compositor Felix Mendelssohn. Tinha um fascínio por Gauss e sua primeira publicação foi sobre o Último teorema de Fermat, a famosa conjectura, hoje provada pelo matemático britânico Andrew Wiles, que afirmava que para $n > 2$, a equação$x^n + y^n = z^n$ não possui soluções inteiras, com exceção da solução trivial em que x, y, ou z é zero. Dirichlet forneceu uma prova parcial para $n = 5$, que foi completada por Adrien-Marie Legendre, um de seus avaliadores. Dirichlet também completou sua própria demonstração quase ao mesmo tempo; mais tarde, ele também forneceu uma prova completa para o caso de $n = 14$.

Após sua morte, em Göttingen, 5 de maio de 1859, os escritos de Dirichlet foram coletados, editados e publicados por seu amigo e colega matemático Richard Dedekind sob o título *Vorlesungen über Zahlentheorie* (*Aulas sobre Teoria dos Números*).

Dirichlet era considerado um aluno excepcionalmente atencioso e bem-comportado, interessava-se em História, assim como em Matemática. Como professor, era considerado excelente, sempre se expressando com grande clareza. Ele raramente falava nas reuniões e, nos últimos anos de vida, estava relutante em fazer aparições públicas. Alguns matemáticos notáveis, como Gotthold Eisenstein, Leopold Kronecker e Rudolf Lipschitz, foram seus alunos.

Koch, em H Koch, Gustav Peter Lejeune Dirichlet, in *Mathematics in Berlin* (Berlin, 1998), 33-40, resume Dirichlet e sua contribuição:

> "... partes importantes da matemática foram influenciadas por Dirichlet. Suas provas caracteristicamente começaram com observações surpreendentemente simples, seguido de análise extremamente afiada do problema remanescente. Com Dirichlet começou a idade de ouro da matemática, em Berlim."

Essas observações simples levaram Dirichlet a resultados interessantes, como podemos citar no próximo tópico.

3.2 O Princípio da Casa dos Pombos

O princípio do pombal ou princípio da casa dos pombos (PCP) é a afirmação de que:

Teorema 1: Se m pombos devem ser postos em n casas, e se $m > n$, então pelo menos uma casa irá conter mais de um pombo.

Demonstração: Suponha que não existam casas contendo 2 ou mais pombos, isto é, cada casa contenha no máximo 1 pombo. Então as n casas conterão no máximo n pombos, contradição, pois existem m pombos e m > n. ■

Outra forma de demonstrarmos este teorema utiliza o processo de indução matemática, vejamos a seguir:

Demonstração: Vamos provar este resultado por Indução Matemática sobre o número n de casas.

Para $n = 1$, o resultado é obvio, pois se temos mais de um pombo e uma só casa, teremos que acomodar, nesta casa, mais de um pombo.

Suponha então o resultado válido para certo número n de casas. Consideremos a situação de termos $n+1$ casas e $m > n+1$ pombos. Queremos mostrar que o resultado vale também neste caso.

Depois de acomodar todos os pombos nas $n+1$ casas, escolhemos uma casa ao acaso. Se nesta casa há mais de um pombo, a nossa asserção está provada. Se nesta casa não existe nenhum pombo, nas n casas restantes estão acomodados $m > n+1 > n$ pombos, o que, pela hipótese de indução, acarreta que em uma das casas há mais de um pombo. Se na casa escolhida há um pombo, então, nas n casas restantes, estão distribuídos $m -1 > n$ pombos, o que, novamente, pela hipótese de indução, acarreta que em uma das casas há mais de um pombo. ■

Matematicamente falando, isso quer dizer que, se o número de elementos de um conjunto finito A é maior do que o número de elementos de um outro conjunto B, então uma função de A em B não pode ser injetiva. Uma função diz-se injetiva (ou injetora) se e somente se quaisquer que sejam x_1 e x_2, pertencentes ao domínio da função, x_1 é diferente de x_2 implica que f(x_1) é diferente de f(x_2), ou seja, todas as imagens devem ser diferentes.

Este princípio é também conhecido como teorema de Dirichlet *ou* princípio das gavetas de Dirichlet, pois supõe-se que o primeiro relato deste principio foi feito por Dirichlet em 1834, com o nome de *Schubfachprinzip* ("princípio das gavetas").

O *princípio do pombal* é um exemplo de um argumento de calcular que pode ser aplicado em muitos problemas formais, incluindo aqueles que envolvem um conjunto infinito.

Com esse princípio tão simples, é possível resolver vários exercícios curiosos. Vejamos alguns exemplos:

Problema 1: Se tivermos um grupo de 13 pessoas, então, com certeza, duas delas fazem aniversário no mesmo mês e, se o grupo aumentar para 32 pessoas, podemos afirmar também que existem no mínimo duas pessoas que fazem aniversário no mesmo dia.

Solução: Pelo princípio da casa dos pombos, se houvesse mais pessoas (13) do que meses (12) é certo que pelo menos duas pessoas terão nascido no mesmo mês e a explicação é análoga para o dia do mês. ■

Segundo João Pitombeira (Princípio da casa dos pombos, João Bosco Pitombeira, RPM 08, pág. 21, 1986), a Análise Combinatória pode ser chamada de "arte de contar", e inspira em geral temor ou desagrado aos alunos do ensino médio. Embora seja mais conhecido apenas por Combinatória, esse ramo da Matemática trata de diversas questões fascinantes cujos enunciados são extremamente simples, mas que exigem, por vezes, para sua solução, raciocínios penetrantes e engenhosos.

O princípio da casa dos pombos também conhecido por princípio de Dirichlet é um princípio básico da Combinatória que possui diversas aplicações. Embora se trate de uma evidência extremamente elementar, o princípio é útil para resolver problemas que, pelo menos à primeira vista, não são imediatos. Para aplicá-lo, devemos identificar, na situação dada, quem faz o papel dos pombos e quem faz o papel das casas.

Problema 2: Escolha, dentre os inteiros 1, 2, . . . , 200, 101 números ao acaso. Mostre que, entre os números escolhidos, há dois números tais que um deles é divisível pelo outro.

Solução: Em primeiro lugar, observe que qualquer inteiro n se escreve sob a forma $n = 2^k b$, onde k é um número inteiro não negativo, e b é um inteiro ímpar. Por exemplo,

$36 = 2^2 \cdot 9$, $25 = 2^0 \cdot 25$, $16 = 2^4 \cdot 1$. Assim, se $n \in \{1, 2, . . . 200\}$, $n = 2^k b$, e b é um dos números ímpares 1, 3, 5, . . . , 199. Ora, há 100 números ímpares no conjunto $\{1, 2, . . . , 200\}$. Logo, quando escolhemos 101 números deste conjunto, dois deles terão suas partes ímpares iguais, pelo princípio da casa dos pombos; sejam n_1 e n_2 estes números. Então $n_1 = 2^{K_1}b$ e $n_2 = 2^{K_2}b$. Se $k1 < k2$, então n_2 divide n_1, pois $n_2/n_1 = (2^{K_1}b)/(2^{K_2}b) = 2^{K_1-K_2}$. Analogamente, se $k_2 < k_1$ então n_1 dividirá n_2, o que conclui a demonstração. ■

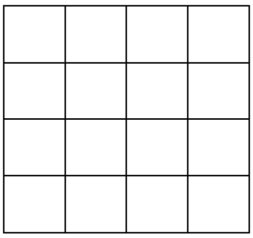
Apesar desse princípio ser uma observação trivial, pode ser usado para demonstrar resultados possivelmente inesperados.

Problema 3: Todos os pontos de um plano são pintados de azul ou vermelho. Prove que podemos encontrar dois pontos da mesma cor que distam exatamente 10 *cm*.

Solução: Basta imaginarmos um triângulo equilátero de lado igual a 10 *cm*. Como são duas cores (casas) e três pontos (pombos), pelo princípio da casa dos pombos teremos dois da mesma cor. ■

Problema 4: Se escolhemos 17 pontos aleatoriamente dentro de um quadrado de área 16, então existem ao menos 2 pontos cuja distância de um para o outro é menor ou igual a $\sqrt{2}$.

Solução: Observe que queremos provar a existência de certo subconjunto dos pontos (2 pontos) cujos elementos estão em uma certa relação (distam um do outro de no máximo $\sqrt{2}$). Vamos considerar P como sendo o conjunto dos pontos e C como sendo o conjunto dos quadrados unitários desenhados dentro do quadrado de área 16:



Sabemos que o número de pombos é igual a 17 e considerando a quantidade de casas igual a 16, que é a quantidade de quadrados unitários. Temos que, pelo menos, dois pontos devem ficar no mesmo quadrado unitário e sabendo que a diagonal do quadrado unitário é mede $\sqrt{2}$, concluímos que existem ao menos dois pontos que estão a uma distância menor ou igual a $\sqrt{2}$. ■

Uma generalização do princípio da casa dos pombos pode ser enunciada da seguinte forma:

Teorema 2: Se n casas são ocupadas por *n.k+1* pombos, então pelo menos uma casa deverá conter pelo menos *k + 1* pombos.

Demonstração: Iremos demonstrar por contradição. Suponha que cada casa tenha no máximo *k* pombos. Como temos *n* casas temos, no máximo, *n.k* pombos, o que contradiz os *n.k+1* pombos existentes. Logo, pelo menos uma casa terá *k+1* pombos. ■

<u>Problema 5</u>: Se uma urna contém 4 bolas vermelhas, 7 bolas verdes, 9 bolas azuis e 6 bolas amarelas, qual é o menor número de bolas que devemos retirar (sem olhar) para que possamos ter certeza de termos tirado pelo menos 3 bolas de uma mesma cor?

Solução: Considere como casas as *n* = 4 cores diferentes. Como desejamos ter certeza de retirar pelo menos 3 bolas da mesma cor, consideramos *k*+1 = 3, isto é, *k* = 2, então se fizermos *n.k*+1 = 9 retiradas, teremos certeza que tiramos pelo menos 3 de uma mesma cor e esse valor é o menor possível. ■

<u>Problema 6</u>: Considere um conjunto X contendo 10 números naturais não nulos menores que 100. Prove que existem dois subconjuntos Y e Z de X, com Y$\neq \emptyset$, Z$\neq \emptyset$ e Y∩Z $\neq \emptyset$, tais que $\sum_{y \in Y} y = \sum_{z \in Z} z$.

Solução: Vamos considerar P como sendo o conjunto dos subconjuntos não vazios de X, então o número de elementos de P é $2^{10} - 1$, pois X possui 10 elementos, mas o conjunto vazio não pertence a P. Considere agora S como sendo o conjunto dos resultados possíveis dos somatórios dos subconjuntos não vazios de X, não temos informações suficientes para calcular esses somatórios com precisão, mas uma cota superior desses somatórios é suficiente para os nossos propósitos. Vamos calcular essa cota, observe que, como todos os 10 elementos de X são menores ou iguais a 99, temos que $\sum_{x \in X} x < 990$. Ou seja, os resultados possíveis de S estão entre 1 e 990. Assim, pelo princípio da casa dos pombos, como a quantidade de pombos é maior que o número de casas, existe pelo menos uma casa com mais de um pombo, isto é, existem dois subconjuntos não vazios de X tais que os somatórios são iguais. ■

Outra maneira de enunciar o princípio da casa dos pombos utiliza a notação $\lfloor x \rfloor$ que indica o maior inteiro menor do que ou igual a x, e afirma que:

Teorema 3: Se colocarmos em *n* casas *k* pombos, então pelo menos uma casa deverá conter pelo menos $\left\lfloor \frac{(k-1)}{n} \right\rfloor + 1$ pombos.

Demonstração: Novamente faremos a demonstração por contradição. Suponha que cada casa tenha no máximo$\left\lfloor \frac{(k-1)}{n} \right\rfloor$ pombos. Como existem *n* casas temos, no máximo,

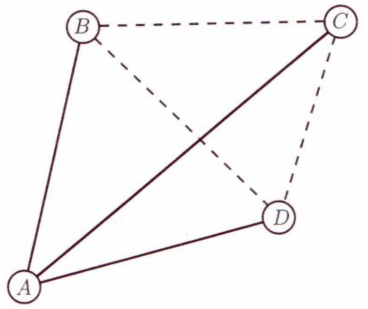
$n.\left\lfloor\frac{(k-1)}{n}\right\rfloor$ pombos. Mas, $n.\left\lfloor\frac{(k-1)}{n}\right\rfloor \leq n.\frac{(k-1)}{n} = k - 1 < k$, o que contradiz a hipótese de que existem k pombos. ■

Problema 7: Em qualquer grupo de 6 pessoas, existe, necessariamente, um conjunto de 3 pessoas que se conhecem ou que são totalmente estranhas.

Solução: Usando a ideia do enunciado anterior, temos k igual a 6 e n igual a 2, pois só existem duas possibilidades, "desconhecidos ou conhecidos". Assim, $\left\lfloor\frac{(k-1)}{n}\right\rfloor + 1 = 3$. ■

Problema 8: Suponhamos 6 pontos no espaço não havendo 3 numa mesma linha. Cada dois pontos ligados por um segmento de reta e cada um desses 15 segmentos pintados de uma cor dentre duas, azul e amarelo. Provar que qualquer que seja a escolha dessas duas cores na pintura dos segmentos sempre existirá um triângulo com todos os lados de uma mesma cor.

Solução: Considere todos os segmentos que partem de um ponto qualquer A, no caso cinco segmentos, destes no mínimo três são de mesma cor, por exemplo, azul. Indicaremos esses três segmentos pela linha sólida que liga A aos pontos B, C e D. Conforme figura abaixo.



Considere agora o triângulo BCD, se qualquer um de seus lados for da cor azul, então existe um triângulo azul. Caso contrário, todos os lados são amarelos e teremos um triângulo amarelo. ■

Uma das razões pelas quais o princípio da casa dos pombos merece destaque é que ele é, usualmente, empregado como método de prova na justificativa de vários teoremas importantes, como os abordados por Márcia Cerioli, Renata de Freitas e Petrucio Viana, (Princípio das Casas de Pombo, UFF, Niterói, 2011, pp. 8-9), por exemplo, a prova do Teorema de Erd*ö*s-Szekeres sobre subsequências monotônicas, a prova do Lema de Dilworth sobre ordens parciais e a prova do Teorema de Ramsey sobre subgrafos monocromáticos.

Faremos uma abordagem do princípio da casa dos pombos aplicado a grafos. Inicialmente traremos uma pequena noção de grafos.

Um grafo é um conjunto finito de vértices ligados por arestas, de modo que:

- não haja laços, isto é, um vértice nunca esteja ligado a si mesmo por uma aresta, e
- não haja arestas múltiplas, ou seja, um mesmo par de vértices esteja ligado por, no máximo, uma aresta.

Problema 9: É verdade que todo grafo com pelo menos dois vértices tem dois vértices com o mesmo número de vizinhos?

Solução: Sabemos que cada vértice deve ter, no mínimo, 1 ligação e no máximo *n-1* ligações. Como existem *n* pontos então, pelo menos, dois vértices possuem a mesma quantidade de ligações, ou seja, possuem a mesma quantidade de vizinhos. ■

Outra aplicação interessante é atribuída a sequências. Observe o enunciado:

Teorema 4: Toda sequência de n^2+1 inteiros diferentes apresenta uma subsequência crescente de $n+1$ termos ou uma subsequência decrescente de $n+1$ termos.

Demonstração: Consideremos a sequência $a_1, a_2, a_3, ..., a_{n^2+1}$. Seja t_i o número de termos da mais longa subsequência crescente começando em a_i. Se algum t_i for pelo menos $n+1$, o teorema estará demonstrado. Vamos, pois, assumir que $1 \leq t_i \leq n$, para todo i. Logo como temos n^2+1 t_i's (pombos) para apenas n casas (os números 1, 2, ... , n), existe pelo menos uma casa contendo pelo menos $\left\lfloor \frac{n^2+1-1}{n} \right\rfloor + 1 = n + 1$ pombos. Isto é, existem pelo menos $n+1$ t_i's que são iguais. Vamos mostrar que os a_i's aos quais os t_i's estão associados formam uma subsequência decrescente. Suponhamos $t_i = t_j$ com $i < j$. Devemos mostrar que $a_i < a_j$. Se $a_i \leq a_j$, teremos $a_i < a_j$, pois, por hipótese, todos os a_i's são diferentes. Logo a_i seguido pela maior subsequência que começa em a_j forma uma subsequência crescente de comprimento t_i+1. Isso implica que $t_i \geq t_j+1$, o que é uma contradição. ■

Problema 10: Encontrar a maior subsequência crescente ou a maior subsequência decrescente para a sequência 6, 4, 9, 3, 2.

Solução: Fazendo a aplicação direta, temos o número de termos $n^2+1 = 5$, logo n é igual a 2 e a maior subsequência tem 3 termos. A sequência decrescente é 4, 3, 2.

Problema 11: Um indivíduo estuda pelo menos uma hora por dia durante 3 semanas, mas nunca estuda mais do que 11 horas durante 7 dias consecutivos. Mostrar que, em algum período de dias consecutivos, ele estuda um total de exatamente 20 horas. (Admita que ele estuda um número inteiro de horas por dia).

Solução: Seja S_n a soma de horas estudadas durante n dias. Sendo assim, existem 21 somas possíveis, e, pelo menos, dois deles são congruentes módulo 20. Logo a diferença entre eles deve ser múltipla de 20. Mas, como ele estuda, no máximo, 11 horas no período de 7 dias, ele poderá estudar no máximo 33 horas, dessa forma, como a diferença não pode ser nula, deverá ser exatamente igual a 20. ■

4 APRESENTAÇÃO DO OA - CASAS, POMBOS E MATEMÁTICA

O objeto de aprendizagem utilizado nesta pesquisa apresenta o Princípio da Casa dos Pombos e sugere três atividades com aplicações variadas: uma aplicação geométrica, uma aplicação combinatória e outra em contexto de teoria de números bem elementar.

Os objetivos do OA são:

- Apresentar aos alunos o Princípio da Casa dos Pombos na versão simples e generalizada;
- Apresentar uma variedade não trivial de aplicações desse princípio em contextos diversificados;
- Proporcionar uma maior interatividade, fazendo com que o aluno possa aprender de forma diferenciada.

A estrutura do objeto de aprendizagem é mostrada a seguir.

Na figura 1 observamos a tela inicial do OA, nela é feito o convite para que o aluno possa conhecer o princípio da Casa dos Pombos e fazer várias descobertas.

Figura 1- Tela inicial

http://m3.ime.unicamp.br/app/webroot/media/software/1223/

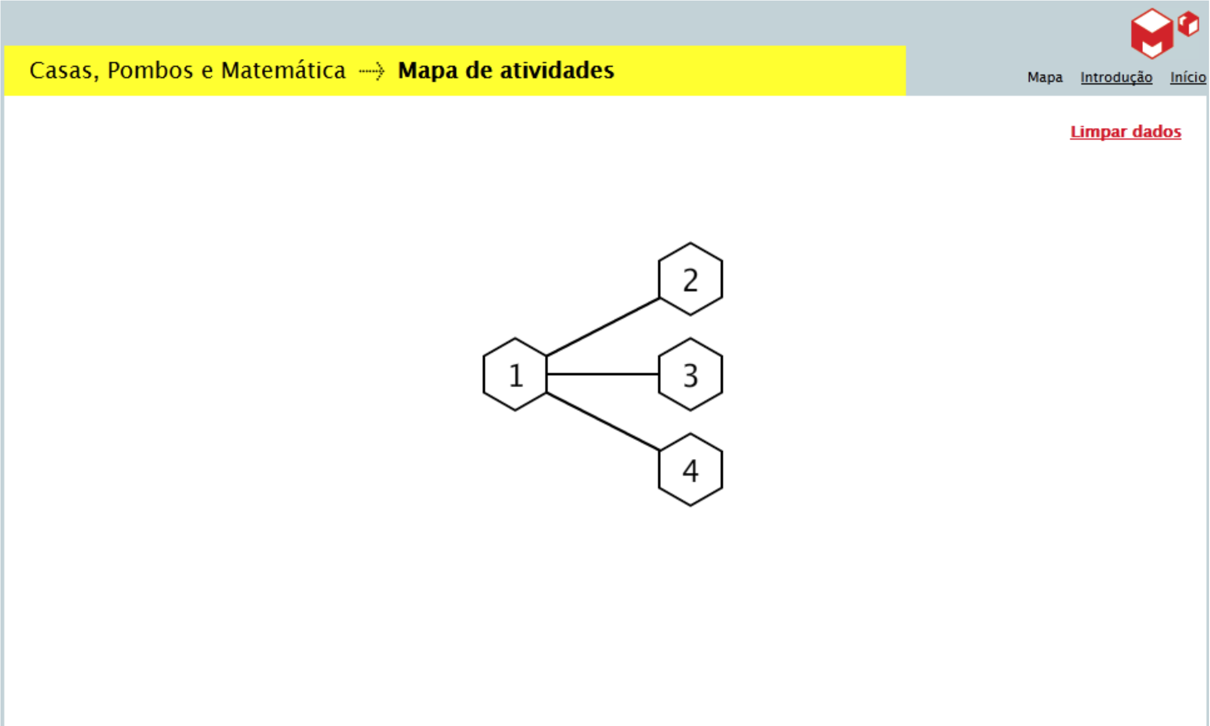
A figura 2 introduz para o aluno a ideia de que argumentos simples podem trazer resultados significativos.

Figura 2 - Introdução

http://m3.ime.unicamp.br/app/webroot/media/software/1223/introducao.html

A próxima tela mostra o mapa das atividades que devem ser seguidas.

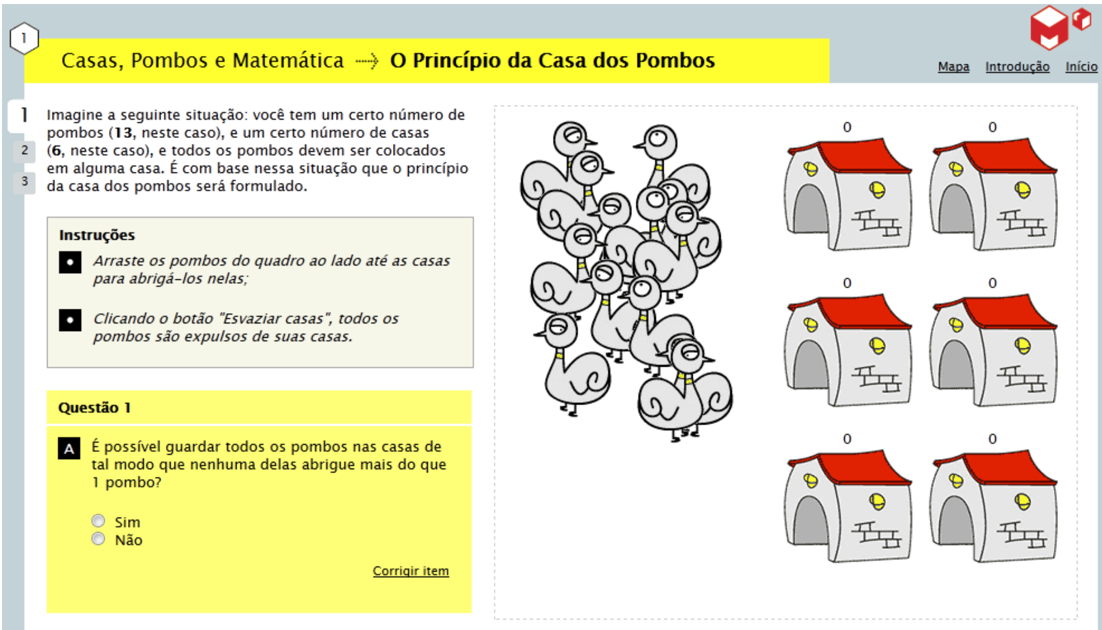
Figura 3 - Mapa de atividades



http://m3.ime.unicamp.br/app/webroot/media/software/1223/mapa.html

Ao clicar na primeira atividade, figura 3, aparece a próxima tela com uma situação e as devidas instruções para solucioná-la. O aluno vai resolvendo de forma interativa, o que torna o exercício mais prazeroso e simples.

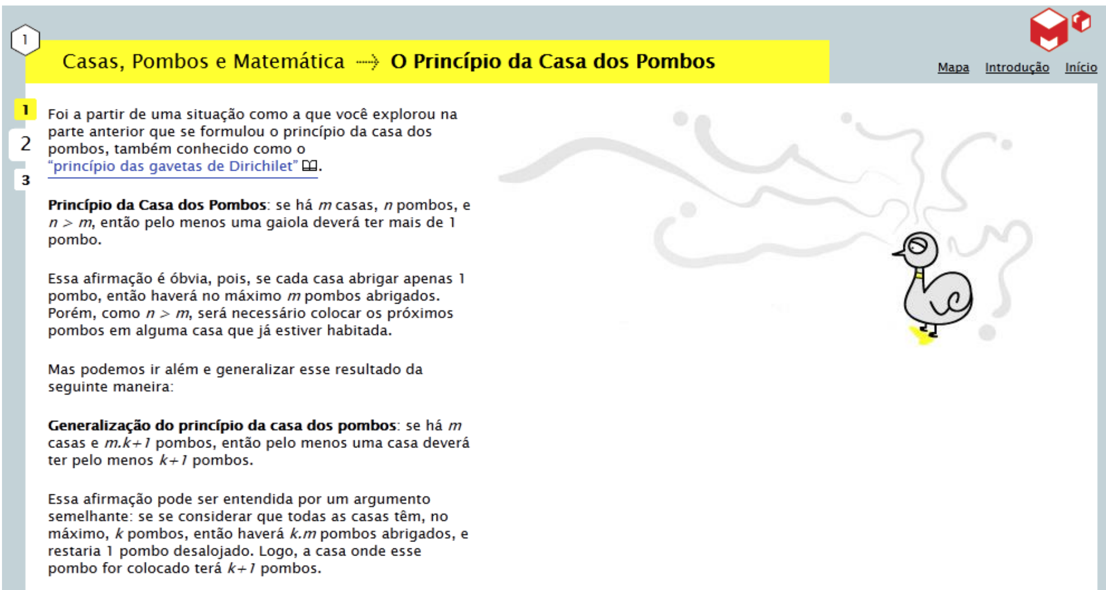
Figura 4 - O princípio da Casa dos Pombos



http://m3.ime.unicamp.br/app/webroot/media/software/1223/atividade1_parte1.html

O aluno é levado a figura 5, após resolver a situação problema, mostrada anteriormente. E só então, é apresentado a definição do Princípio da Casa dos Pombos.

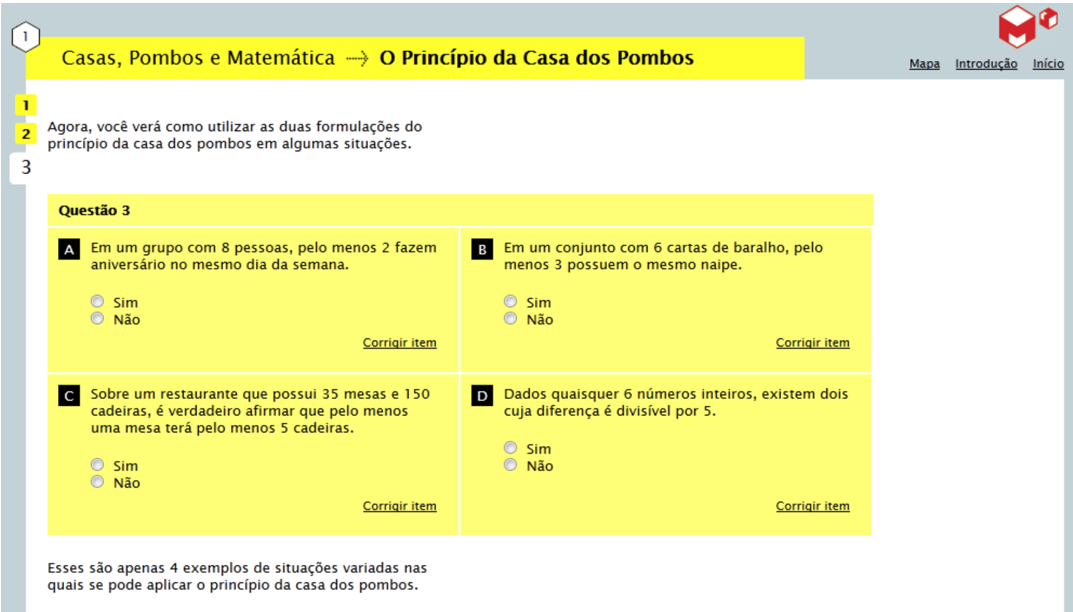
Figura 5 - Definição



http://m3.ime.unicamp.br/app/webroot/media/software/1223/atividade1_parte2.html

A próxima página, figura 6, sugere algumas situações problemas para que o aluno tente resolvê-las utilizando os conhecimentos adquiridos.

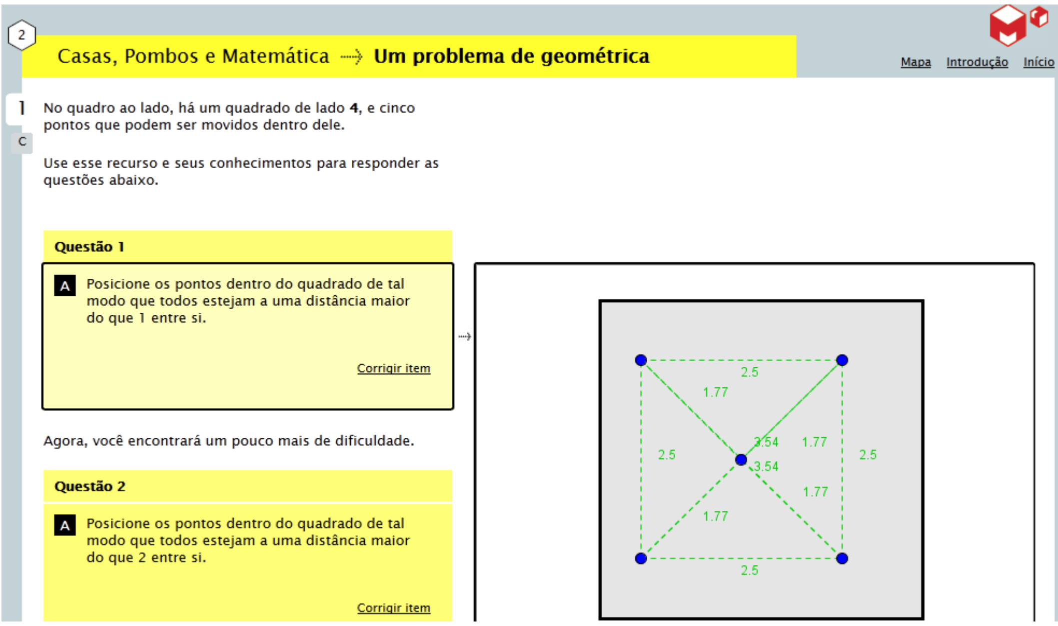
Figura 6 - Atividades



http://m3.ime.unicamp.br/app/webroot/media/software/1223/atividade1_parte3.html

Ao final do exercício, o aluno é levado a conhecer uma aplicação geométrica, como podemos ver na figura 7. O exemplo vai sendo explorado de forma gradual e faz com que o aluno obtenha conclusões interessantes a respeito da utilização, do princípio, em problemas geométricos.

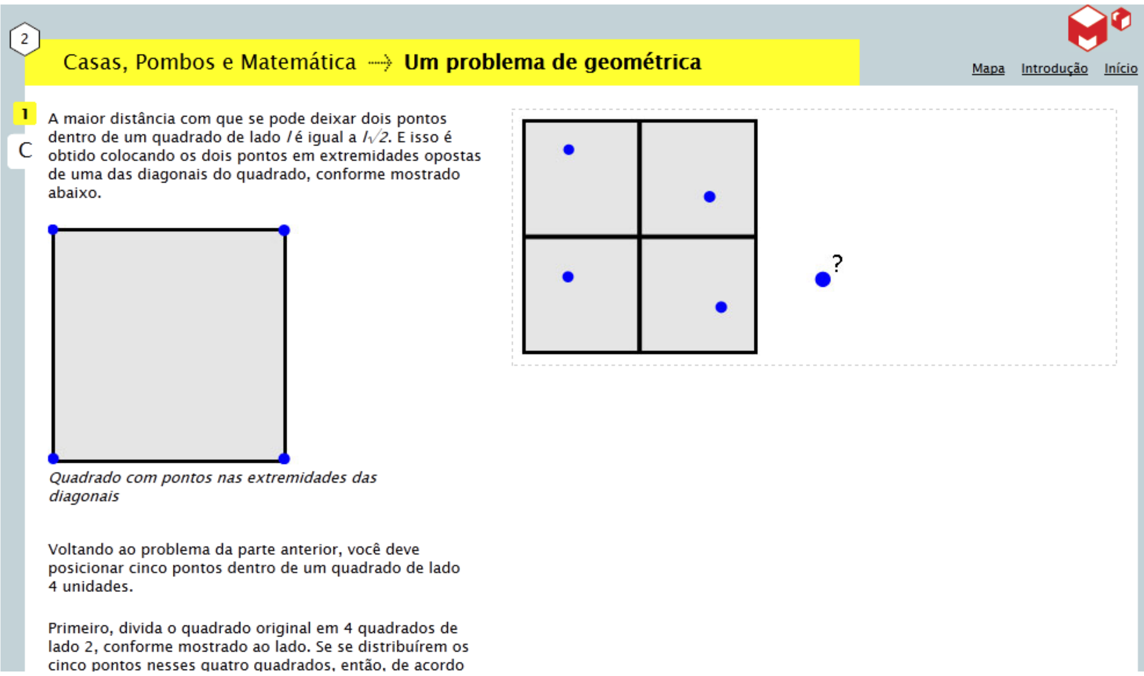
Figura 7 - Um problema geométrico



http://m3.ime.unicamp.br/app/webroot/media/software/1223/atividade2_parte1.html

Na tela seguinte, após a resolução do problema, o aluno encontra uma explicação da questão abordada.

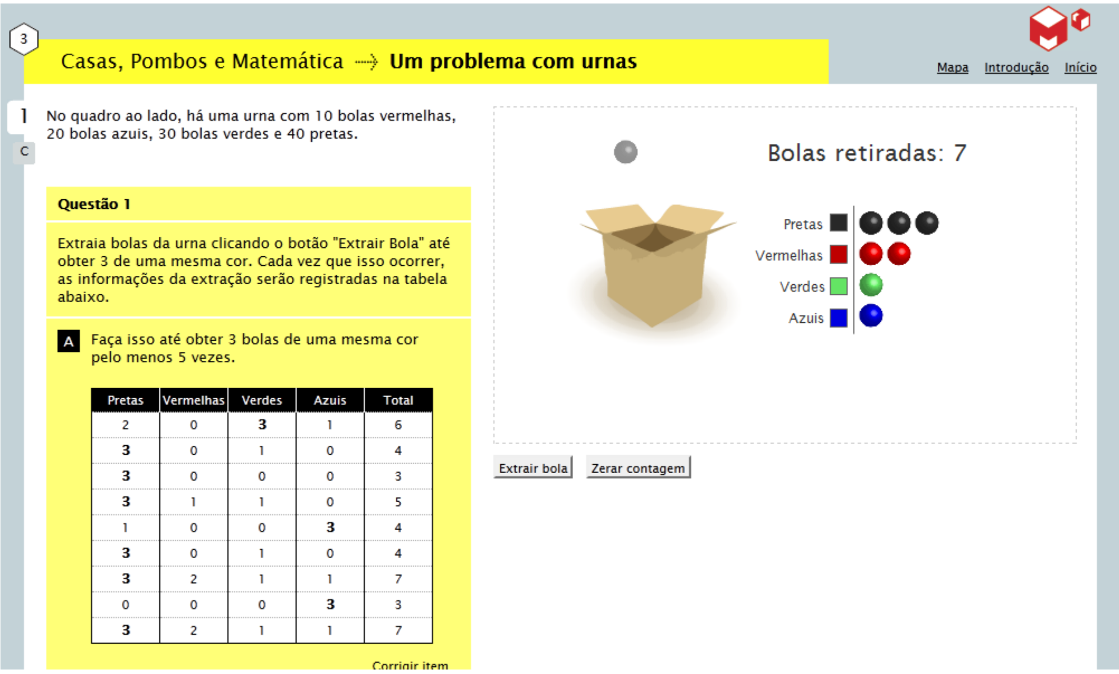
Figura 8 - Explicação do problema geométrico



http://m3.ime.unicamp.br/app/webroot/media/software/1223/atividade2_parte2.html

A seguir, encontraremos um problema bem interessante com combinatória.

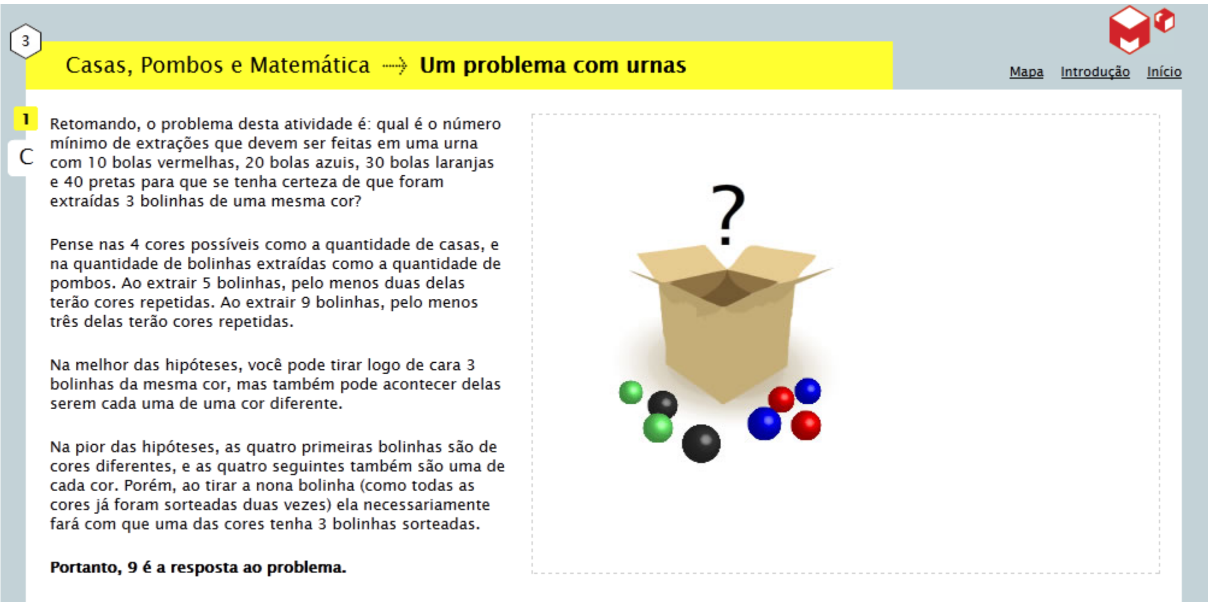
Figura 9 - Um problema com urnas



http://m3.ime.unicamp.br/app/webroot/media/software/1223/atividade3_parte1.html

A estrutura do OA facilita a compreensão da atividade, pois traz, sempre após o problema, uma breve explicação do conceito trabalhado. Como observamos na figura abaixo.

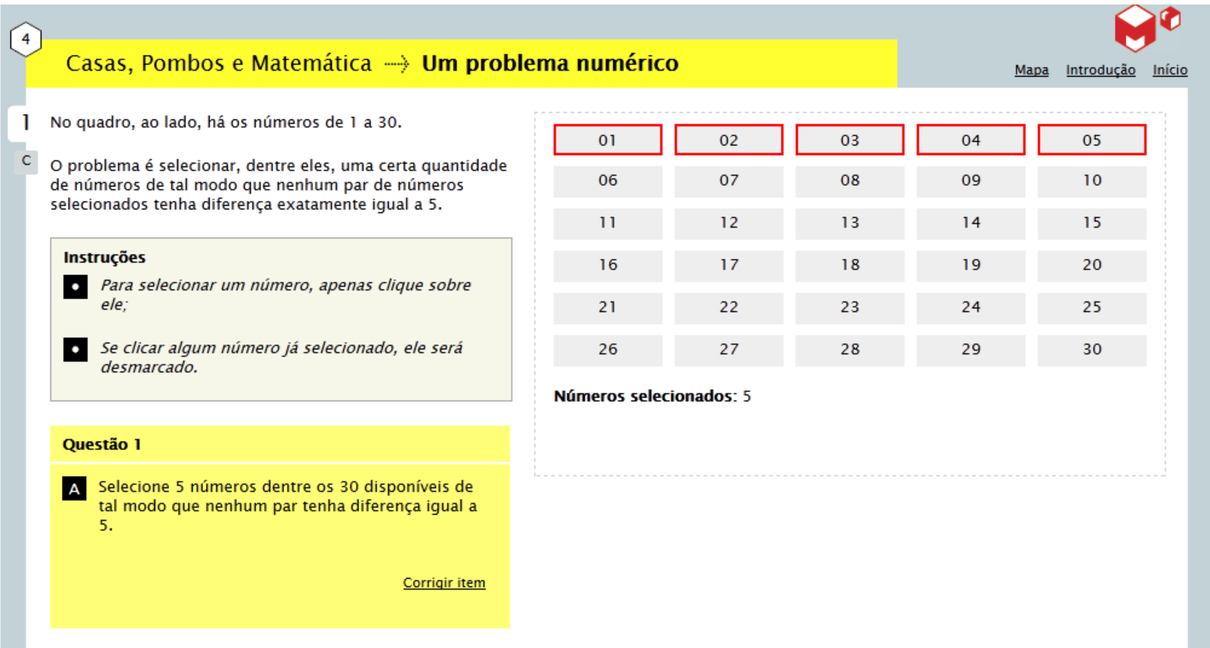
Figura 10 - Resolução do problema com urnas



http://m3.ime.unicamp.br/app/webroot/media/software/1223/atividade3_parte2.html

A última atividade proposta pelo *software* é sobre um problema simples de Teoria dos Números. Mais uma vez, o aluno interage de forma a construir o conhecimento.

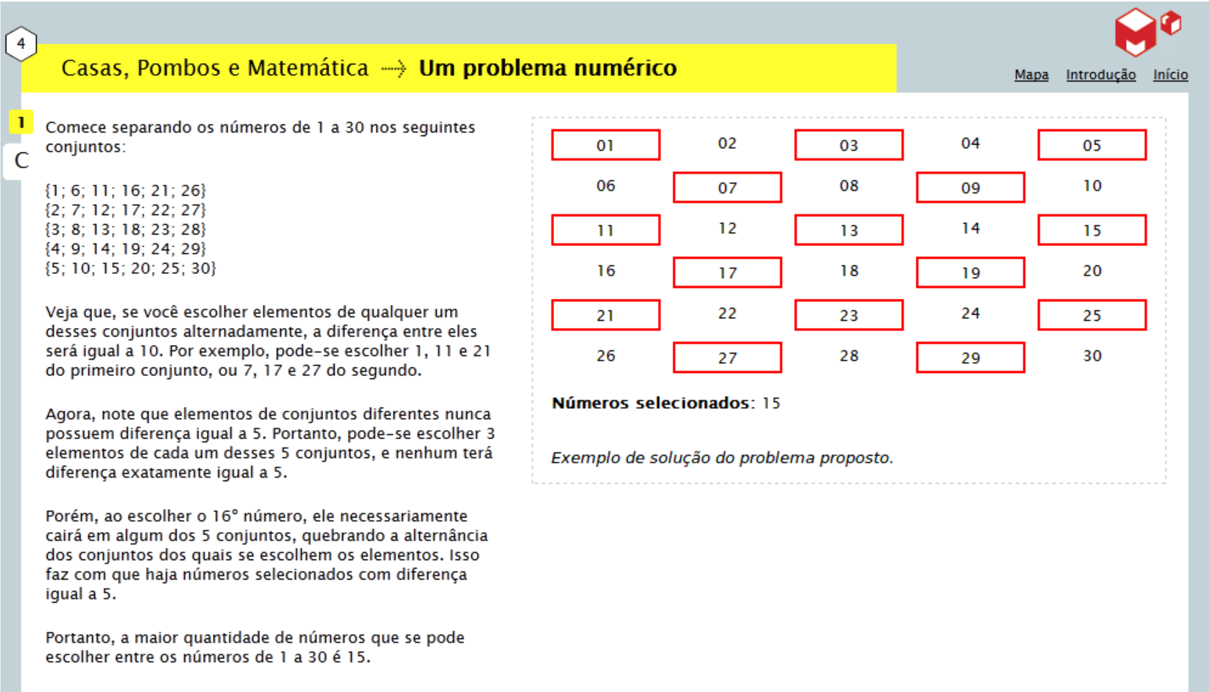
Figura 11 - Um problema Numérico



http://m3.ime.unicamp.br/app/webroot/media/software/1223/atividade4_parte1.html

Novamente, temos a elucidação do problema na figura a seguir.

Figura 12 - Elucidação do problema Numérico



http://m3.ime.unicamp.br/app/webroot/media/software/1223/atividade4_parte2.html

Na tela seguinte a todos os exemplos, há a resolução dos problemas trabalhados em cada atividade e, ao final, é proposto um novo desafio de forma a incentivar o contínuo aprendizado.

Ficha técnica do OA utilizado

Autor
Marcelo Firer

Redação
Leonardo Barichello e José Felipe Blasco

Implementação
Rodrigo Caravita e Daniel Abrahão

Revisão de Língua
Denis Barbosa Cacique

Ilustração
Lucas Ogasawara

Fotografia
Leonardo Barichello

5 A PESQUISA

5.1 Metodologia de aplicação

5.1.1 Contexto

A instituição onde foi aplicada a pesquisa é uma escola de natureza estadual com aproximadamente 1200 alunos, chamada Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Irapuan Cavalcante Pinheiro, localizada na Av E, 305, no Bairro Conjunto Esperança, periferia de Fortaleza no estado do Ceará.

A escola funciona durante os três turnos em regime regular tendo ao todo 37 turmas, sendo 3 turmas de 7º ano, 4 turmas de 8º ano e 4 turmas de 9º ano no ensino fundamental. Já, no ensino médio, a escola possui 9 turmas de 1º ano, 8 turmas de 2º ano e 6 turmas de 3º ano, além de 3 turmas de EJA (Ensino de jovens a adultos).

5.1.2 Participantes

Participaram da atividade 20 alunos com idades entre 16 e 18 anos que, no período da pesquisa, cursavam o 2º ano do Ensino Médio. Foram escolhidos, aleatoriamente por sorteio, 20 alunos, os quais foram divididos em dois grupos, o *grupo experimental* e o *grupo de controle*, conforme demonstrado na tabela seguinte. Para os alunos menores de 18 anos foram solicitados que os pais preenchessem um termo de consentimento.

Tabela 1 - Tipo de Grupo

Tipo de grupo	**Total**
Grupo Experimental	10
Grupo de Controle	10
Total	20

A idade dos participantes é um dado importante e podemos observar a distribuição em cada um dos grupos estudados na tabela abaixo. Nela é possível verificar que a maior concentração de alunos participantes possui 16 ou 17 anos, mais precisamente, tanto o grupo de 16 anos, quanto o grupo de 17 anos equivale a 40% do total de alunos. O restante, 20%, são formados por alunos com 18 anos. As demais idades não apareceram na pesquisa.

Tabela 2 - Cruzamento das variáveis Tipo de grupo x Idade

Tipo de grupo	**Idade**			**Total**
	16	**17**	**18**	
Experimental	3	6	1	10
Controle	5	2	3	10
Total	8	8	4	20

Observando a 3ª tabela, que ilustra a escolaridade do pai dos participantes, percebemos que 75% dos pais não concluíram o ensino médio e nenhum dos pais possui nível superior.

Tabela 3 - Escolaridade do pai

Nível de escolaridade	**Frequência**	**Percentuais (%)**
Da 1ª à 5ª EF	5	25
Da 6ª à 9ª EF	3	15
Ensino Médio incompleto	7	35
Ensino Médio completo	5	25
Total	20	100,0

Na tabela 4, quanto à escolaridade da mãe, temos cerca de 35% de mães que não concluíram o ensino fundamental, 25% iniciaram o ensino médio, mas não o concluíram, 35% concluíram o ensino médio e 5% das mães possuem ensino superior incompleto.

Tabela 4 - Escolaridade da mãe

Nível de escolaridade	Frequência	Percentuais (%)
Da 1ª à 5ª EF	3	15
Da 6ª à 9ª EF	4	20
Ensino Médio incompleto	5	25
Ensino Médio completo	7	35
Ensino Superior incompleto	1	5
Total	20	100,0

Com relação à situação escolar e profissional do aluno, identificamos que 4 alunos estudam e trabalham, o que corresponde a 20% do total de alunos entrevistados.

Tabela 5 - Cruzamento das variáveis Tipo de Grupo x Situação escolar

<table>
<tr><th rowspan="2">Tipo de grupo</th><th colspan="2">Situação Escolar</th><th rowspan="2">Total</th></tr>
<tr><th>Apenas estuda</th><th>Trabalha e estuda</th></tr>
<tr><td>Experimental</td><td>9</td><td>1</td><td>10</td></tr>
<tr><td>Controle</td><td>7</td><td>3</td><td>10</td></tr>
<tr><td>Total</td><td>16</td><td>4</td><td>20</td></tr>
</table>

Logo abaixo, temos uma tabela que descreve os dados coletados quanto à renda familiar dos participantes. Verificou-se que a grande maioria, 65% dos pesquisados, vive com sua família com uma renda familiar de até dois salários mínimos, 10% possuem renda familiar de até cinco salários mínimos e outros 10% dos pesquisados não souberam informar a renda familiar.

Tabela 6 - Renda familiar

Renda	**Frequência**	**Percentuais (%)**
Menos de 1 salário mínimo	3	15
Acima de um até dois salários mínimos	13	65
Acima de dois até cinco salários mínimos	2	10
Não sei informar	2	10
Total	20	100,0

Quando o assunto é o tipo de escola onde o aluno estudou a maior parte de sua vida escolar verificamos que 30% dos alunos, sendo, cerca de 33% desses alunos pertencentes ao grupo experimental, estudou somente em escola pública. Observou-se também, que 5 alunos do grupo experimental e 3 do grupo de controle, estudaram a maior parte de sua vida escolar em escolas particulares.

Tabela 7 - Em que tipo de escola estudou

Tipo de escola	**Frequência**	**Percentuais (%)**
Somente em escola pública	6	30
Maior parte em escola pública	6	30
Maior parte em escola particular	8	40
Total	20	100,0

Quanto ao índice de repetição, observamos que é maior no grupo de controle, cerca de 40% dos alunos. Já no grupo experimental, 20% dos alunos afirmaram ter repetido alguma série. Verifica-se também, que 70% dos alunos não repetiram nenhuma série.

Tabela 8 - Cruzamento das variáveis Tipo de Grupo x Repetição

Tipo de grupo	**Repetição**		**Total**
	Não	**Sim**	
Experimental	8	2	10
Controle	6	4	10
Total	14	6	20

Quando foi perguntado a eles a quantidade de computadores que possuíam em casa, podemos ver que 85% possuem 1 ou mais computadores e apenas 15 % não possuíam computador em casa.

Tabela 9 - Número de computadores que tem em casa

Quantidade	**Frequência**	**Percentuais (%)**
Nenhum	3	15
Um	16	80
Dois ou mais	1	5
Total	20	100,0

É interessante observar que alguns alunos, mesmo possuindo computadores em casa, não tinham acesso à internet. Isso fica evidente, na tabela abaixo, quando verificamos que 25% dos alunos não têm acesso a internet, sendo que na tabela anterior, apenas 5% não possuíam computador. O que nos leva a conclusão de que 20% dos alunos possuem computador, mas não têm acesso à rede mundial.

Tabela 10 - Internet

Internet	**Frequência**	**Percentuais (%)**
Não	5	25
Sim	15	75
Total	20	100,0

Na última tabela, nossa intenção era fazer um comparativo entre os níveis de conhecimentos matemáticos e os conhecimentos em informática de cada aluno pesquisado. O resultado foi que 70% dos alunos declaram que seus conhecimentos em informática e em matemática são considerados bons.

Tabela 11 - Cruzamento das variáveis sobre o conhecimento de matemática e informática

		Como classifica seu conhecimento em informática			**Total**
		Muito bom	**Bom**	**Ruim**	
Como classifica seu conhecimento em Matemática	**Muito bom**	1	0	0	1
	Bom	1	14	0	15
	Ruim	0	3	1	4
Total		2	17	1	20

Nenhum aluno considerou seus conhecimentos muito ruins nem em Matemática, nem em Informática, o que nos leva a crer que para eles existem dificuldades, mas não uma aversão a nenhum dos dois conhecimentos.

5.1.3 Condução

A atividade foi conduzida em apenas uma manhã, em duas aulas, de cinquenta minutos cada, para cada grupo. O primeiro grupo a ser trabalhado foi o experimental.

Levei os alunos do grupo experimental, ao todo 10 alunos escolhidos de forma aleatória, para o laboratório de informática que já estava previamente preparado. O objeto de aprendizagem que seria utilizado já estava a vista em todos os computadores, dessa forma cada aluno ficou em um computador e a mesma atividade estava também projetada na lousa.

Orientei que a atividade deveria ser feita individualmente, porém, seriam permitidos comentários e as dúvidas existentes seriam sanadas. A ideia era que cada aluno, à seu tempo, fosse construindo o conhecimento a respeito do conteúdo. E o professor, no caso eu, seria apenas um facilitador do conhecimento a ser construído.

Assim, os alunos foram "navegando" pelas telas do OA e descobrindo novos horizontes. A sequência trabalhada foi a mesma descrita no capítulo 4. As dúvidas que iam surgindo eram debatidas em grupo com a ajuda do OA exposto no DATASHOW. Após todos terminarem, cerca de uma hora, foi proposto a eles a resolução de um teste de múltipla escolha com 8 questões. Esse teste teve duração de 40 minutos e foi respondido por todos os participantes de forma individual e sem auxilio de nenhuma ferramenta, computador, calculadoras, etc.

Ao terminarem o teste, recolhi os mesmos e agradeci a disponibilidade de todos em participarem da pesquisa.

Enquanto o primeiro grupo, o experimental, participava da pesquisa, o restante da turma assistia à aula normalmente, em sala, com a professora de português.

Em seguida, foi o momento de trabalhar com o grupo de controle, os 10 alunos selecionados ficaram em sala, enquanto o restante da turma se dirigiu para a sala de vídeo onde o professor de História os aguardava para assistir a um vídeo educacional.

Os únicos recursos utilizados na aula tradicional foram o pincel e a lousa. O conteúdo trabalhado foi retirado do Objeto de aprendizagem, foram expostas as mesmas definições, exemplos e atividades, para que nenhum grupo tivesse alguma espécie de vantagem ou desvantagem.

Comecei copiando, do Guia do Professor, disponível no *site* do M³, as definições e alguns problemas para dar início ao conteúdo e os alunos registravam no caderno as anotações da lousa. Em seguida, fiz a explicação do conteúdo. Sempre que necessário fazíamos questionamentos e ressaltávamos algum tópico importante. Alguns exemplos precisavam de figuras, que eram desenhadas no quadro, e os alunos a reproduziam no caderno.

Após cerca de uma hora e dez minutos, encerramos a explanação e iniciamos o mesmo teste aplicado com os alunos do grupo experimental. Foi dado o mesmo tempo para que ambos os grupos resolvessem o teste.

Depois que finalizaram, agradeci mais uma vez a participação de todos e ressaltei a importância da pesquisa para facilitar o ensino da Matemática.

Em seguida, reunimos toda a turma, e alguns alunos aproveitaram para comentar a respeito da experiência em participar da pesquisa. Vale expor um comentário de uma aluna que me agradeceu por estar realizando a pesquisa naquela turma, "pois nunca haviam participado de nada, neste sentido, naquela escola" e relatou que era a primeira vez que valia a pena ir ao laboratório de informática, pois, em todas as outras vezes, a atividade não era bem aproveitada.

Continuamos as discussões até o término da aula e agradeci mais uma vez aquela experiência

5.1.4 Instrumentos de coleta de dados

Para o auxílio da coleta de dados, utilizamos um teste de sondagem do conteúdo estudado, composto de oito questões, todas de múltipla escolha e um questionário socioeconômico composto por doze perguntas, cuja finalidade era conhecer um pouco mais a realidade dos alunos e poder associar os resultados do teste aos dados do questionário, buscando encontrar relações entre eles.

5.1.5 Métodos de coleta de dados

Os dois grupos, durante a pesquisa, não tiveram contato, cada grupo realizou separadamente tanto o teste quanto o questionário. Os testes e os questionários aplicados aos grupos foram os mesmos, e não houve nenhuma distinção na forma de aplicação.

Todos os dados foram coletados de forma manual, utilizando-se os questionários e os testes respondidos pelos alunos, não se empregou outra forma de coleta. A seguir, teremos a análise dos resultados da pesquisa.

6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

6.1 Método de análise

Para organizar os instrumentos e métodos de coleta de dados, e para análise dos resultados, fiz uso do programa Microsoft Office Excel. Esse programa nos permitiu a construção de tabelas e gráficos sobre as informações coletadas.

6.2 Resultados

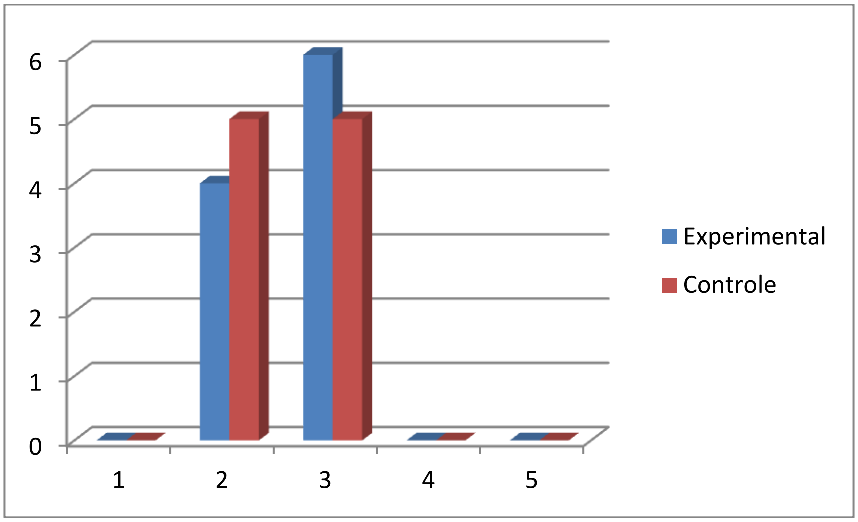
Faremos a análise dos resultados de cada questão com seu enunciado e um breve comentário, seguido do gráfico para melhor compreensão.

Primeira questão

Num grupo de vinte pessoas, podemos afirmar que, pelo menos, quantas pessoas nasceram no mesmo dia da semana?

Como o próprio conteúdo sugere, não há necessidade da utilização de uma fórmula na resolução do problema proposto. É primordial que o aluno entenda o enunciado corretamente e também saiba o real significado do termo *"pelo menos"* no texto da questão. Assim, a questão poderia ser resolvida pelo princípio estudado, visto que temos 20 pessoas (pombos) e 7 dias da semana (casas) o que nos possibilita colocar 2 pombos em cada casa e ainda nos sobram 6 pombos que deverão ser colocados em alguma casa, logo podemos concluir que teremos, no mínimo, 3 pombos em alguma casa, ou seja, pelo menos 3 pessoas fazem aniversário no mesmo dia da semana. Na análise dos dados coletados, podemos observar que 60% dos alunos do grupo experimental obtiveram êxito e, que do grupo de controle, esse percentual foi de 50%. É válido observar também, que os demais alunos, tanto no grupo experimental quanto no grupo de controle, provavelmente confundiram o termo "pelo menos" com a ideia de "menor valor", como podemos observar no gráfico a seguir.

Gráfico 1 - Questão 1

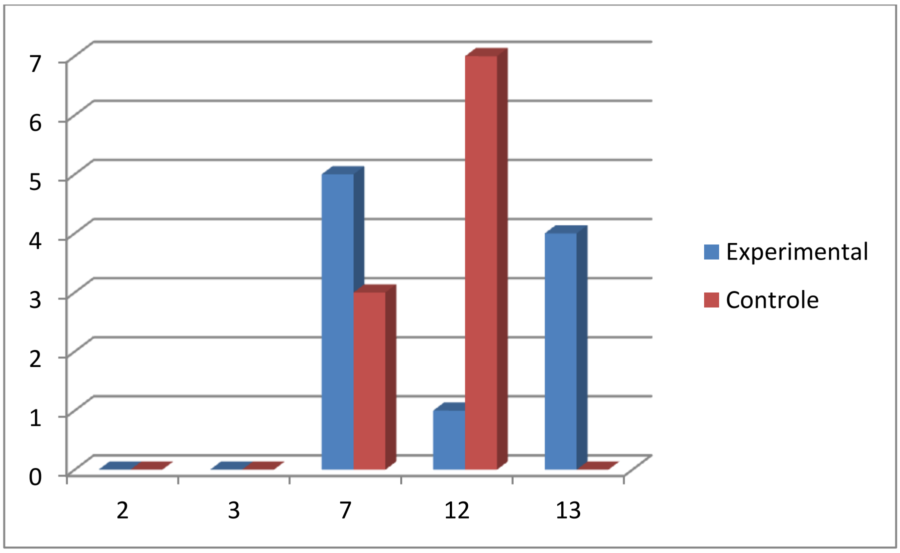


Segunda questão

Quantas rolagens de dado (um dado de 6 faces) são necessárias para se ter certeza de que um mesmo número vai cair duas vezes?

Nessa questão deveríamos atentar para a ideia que, caso todos os números já tivessem saído uma vez cada, independente de qual número saísse, teríamos nosso objetivo atingido. Desta forma, o valor procurado seria 7. Os resultados obtidos mostram uma diferença razoável entre o grupo experimental, que obteve 50% de acerto, e o grupo de controle, com apenas 30% de êxito, como podemos ver no gráfico abaixo.

Gráfico 2 - Questão 2



Terceira questão

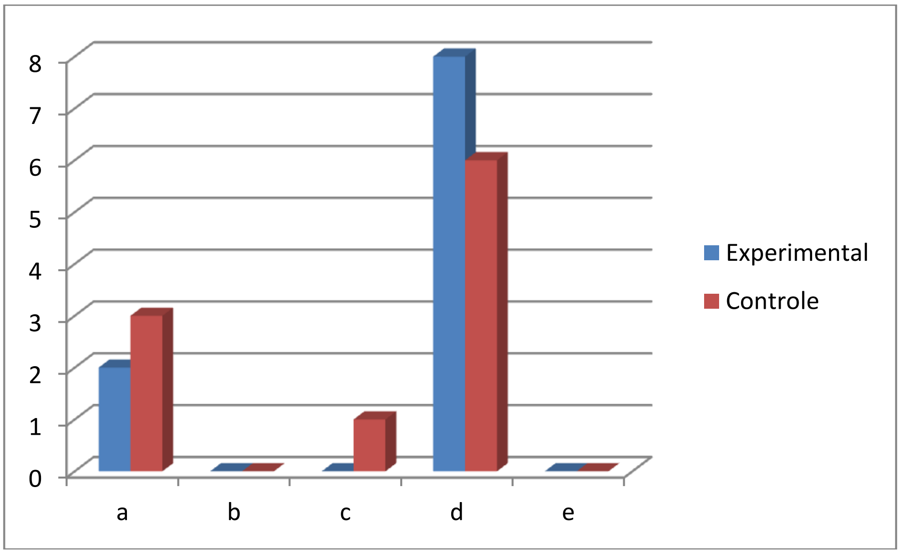
Leia a manchete a seguir.

Cada uma das 32 seleções que participarão da Copa do Mundo de 2014 terá de escolher uma única dentre as 12 cidades sedes para se concentrar ao longo de todo o torneio. Considerando o conteúdo da manchete, conclui-se que, necessariamente,

a) algumas cidades serão escolhidas por duas e outras por três seleções.
b) todas as cidades sedes terão de receber pelo menos uma seleção.
c) alguma cidade sede não será escolhida por nenhuma das 32 seleções.
d) pelo menos uma cidade sede será escolhida por mais de duas seleções.
e) nenhuma cidade sede poderá receber mais do que três seleções

Nesse exemplo, temos 32 seleções e 12 cidades que representam, respectivamente, o número de pombos e a quantidade de casas. Utilizando a generalização do princípio da casa de pombos, temos que *k* é igual a 2 e, consequentemente, pelo menos uma casa ficará com, no mínimo, *k+1* pombos, ou seja, a afirmação verdadeira é o item “d”. Nesta questão, o índice de acertos aumentou consideravelmente, ficando o grupo experimental com 8 acertos, 80%, e o grupo de controle com 6 acertos, 60%. Vejamos no gráfico abaixo como se saíram os dois grupos.

Gráfico 3 - Questão 3

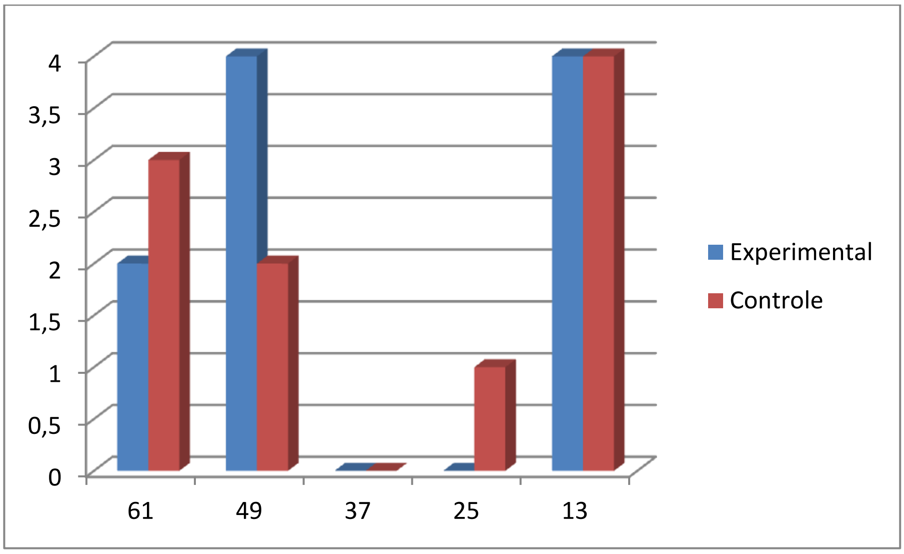


Quarta questão

Qual é o número mínimo de pessoas que deve haver em um grupo para que possamos garantir que nele haja pelo menos 5 pessoas nascidas no mesmo mês?

Esse problema exige um raciocínio diferente do aluno. O valor desconhecido nesse problema é o “*número de pombos”*. Conhecemos a *“quantidade de casas”*, pois o número de meses é 12 e sabemos também o valor de *k* que é 4, visto que a quantidade exigida de pessoas é 5, ou seja, *k+1*. Dessa forma podemos garantir que o número mínimo de pessoas deve ser igual a *n.k + 1*, onde *n* representa a quantidade de meses. Logo, a resposta do problema é 49. A maioria dos alunos sentiu dificuldade de interpretar a questão, resultando num maior percentual de erros, cerca de 70% dos alunos erraram essa questão.

Gráfico 4 - Questão 4



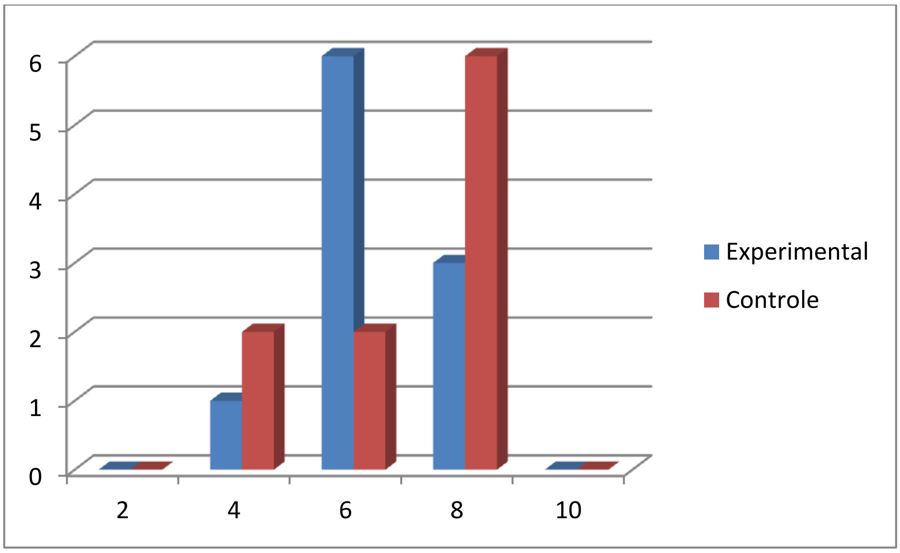
Quinta questão

Em uma gaveta, estão guardadas várias meias masculinas, todas misturadas, nas seguintes quantidades e cores: 8 meias brancas, 12 meias pretas, 6 meias beges, 4 meias vermelhas e 2 meias azuis. Ocorreu uma pane de energia elétrica e uma pessoa precisa retirar a quantidade mínima de meias dessa gaveta, na escuridão, para que possa garantir que duas delas, pelo menos, sejam da mesma cor. O número de meias que a pessoa deve retirar é:

a) 2
b) 4
c) 6
d) 8
e) 10

Nesse problema, o número de alunos que acertaram o item foi 200% maior no grupo experimental. Por mais que os alunos tenham visto uma questão muito semelhante a essa na aula, não conseguiram resolvê-la com êxito. A resolução poderia ser feita da seguinte forma, pega-se uma meia de cada cor, o que nos dá 5 meias, a sexta meia retirada, independente da cor, formará um par de mesma cor com uma das outras 5, assim a pessoa deveria retirar, no mínimo, 6 meias para garantir o que foi exigido.

Gráfico 5 - Questão 5



Sexta questão

Em um bosque, há 180 árvores. Sabe-se que cada árvore tem pelo menos 30 folhas e que nenhuma árvore tem mais de 200 folhas. Pode-se concluir que:

a) existe pelo menos uma árvore com 200 folhas.

b) existem pelo menos duas árvores com mesmo número de folhas.

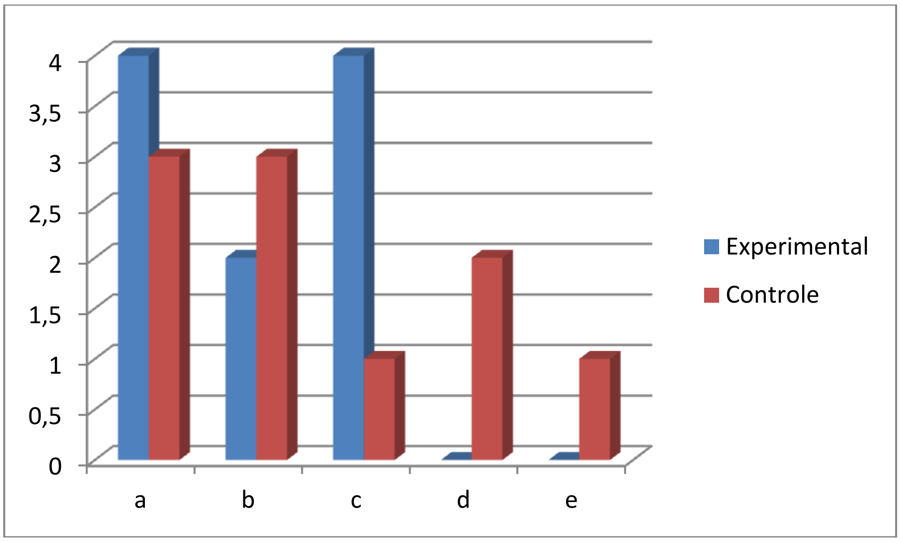
c) existe alguma árvore com 115 folhas.

d) o número total de folhas é certamente maior que 6000.

e) o número médio de folhas por árvore é 115.

Para acertar esta questão, os alunos deveriam primeiramente identificar o número de folhas possíveis em cada árvore (casas), sabendo que o mínimo de folhas é 30 e o máximo é 200, então ficaríamos com 171 possibilidades. Como o número de árvores (pombos) é igual a 180, concluiríamos, pelo princípio da casa dos pombos, que, pelo menos, duas árvores teriam o mesmo número de folhas. Percebemos que o número de alunos que acertaram essa questão foi maior no grupo de controle, formado pelos alunos que tiveram a aula tradicional. Outra observação importante é que nenhum item deixou de ser marcado, o que nos leva a crer que, provavelmente, os alunos sentiram alguma dificuldade em sua resolução. Talvez pela necessidade de fazer alguns cálculos a mais que as questões anteriores, ou até mesmo pelos itens envolverem outros assuntos, como média e total de folhas.

Gráfico 6 - Questão 6



Sétima questão

Se uma urna contém 4 bolas vermelhas, 7 bolas verdes, 9 bolas azuis e 6 bolas amarelas, qual é o menor numero de bolas que devemos retirar (sem olhar) para que possamos ter certeza de termos tirado pelo menos 3 bolas de uma mesma cor?

a) 9

b) 7

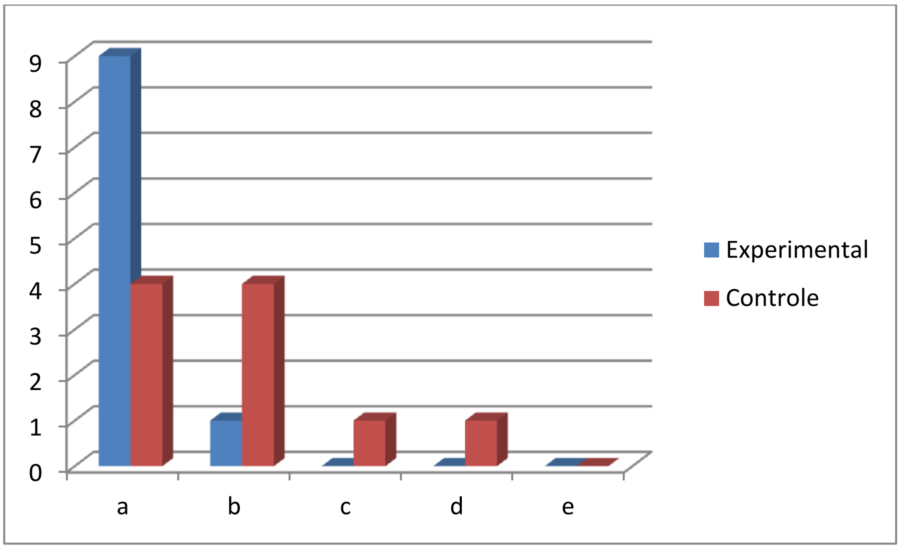
c) 5

d) 3

e) 1

Para determinar a resposta da questão o aluno deveria lembrar da generalização do princípio da casa dos pombos, onde k seria igual a 2 e n igual a 4, desta forma $n.k+1$ ficaria igual a 9. Essa questão foi a que teve o maior percentual de acerto no grupo experimental, 90%. O fato é que no OA os alunos trabalharam um tópico inteiro com uma questão de retirada de bolas de uma urna. A interação com o *software*, provavelmente, tenha ajudado na assimilação do conteúdo. Já no grupo de controle a visualização da situação fica prejudicada por falta de recursos visuais. Uma observação interessante é que mesmo modificando a quantidade de bolas de cada cor o resultado fica inalterado. Assim apenas 40% dos alunos do grupo de controle marcou o item “a” que é o correto. O gráfico a seguir mostra o resultado.

Gráfico 7 - Questão 7



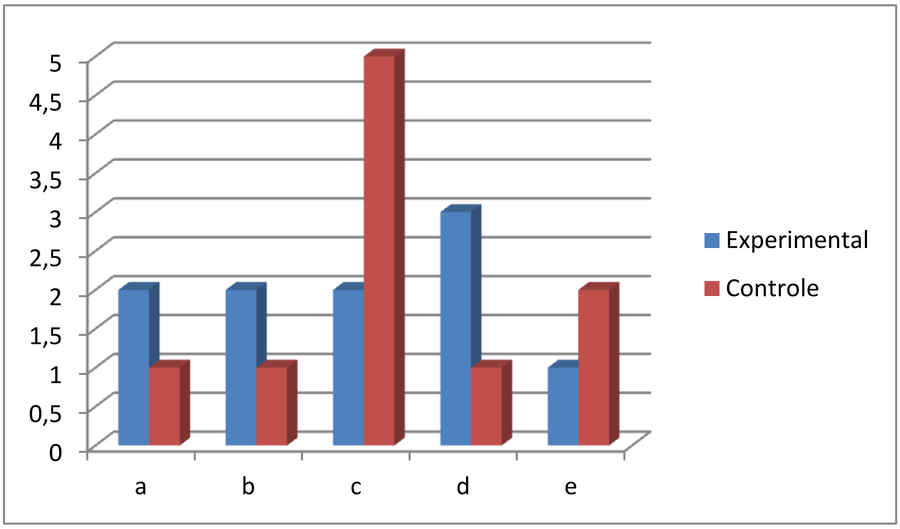
Oitava questão

Em um baú há 15 lenços brancos, 25 vermelhos e 12 pretos. O número mínimo de lenços que devem ser retirados do baú para que se possa garantir que haja lenços de todas as cores é:

a) 52
b) 41
c) 28
d) 4
e) 3

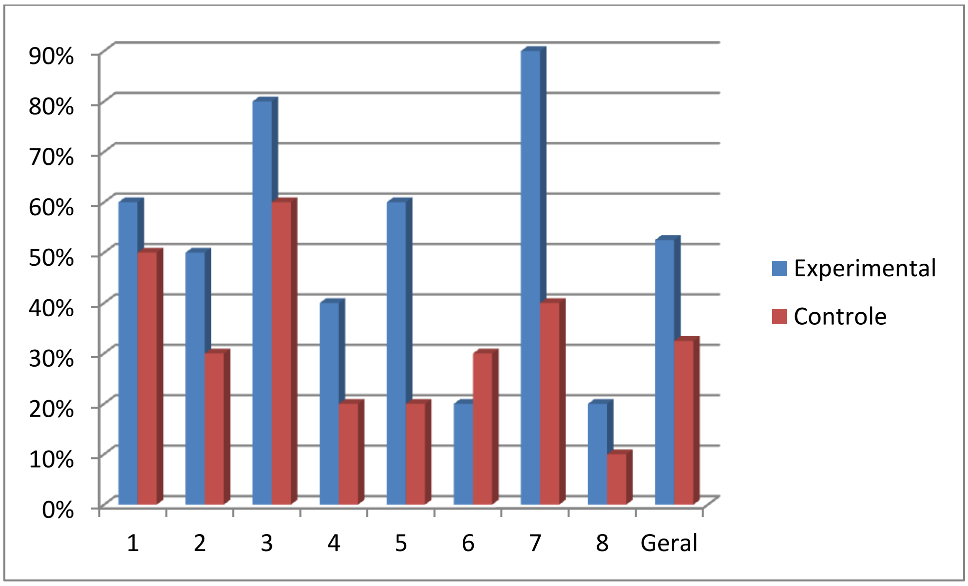
Na última questão, resolvi perguntar algo diferente para verificar até que ponto os alunos estavam condicionados à ideia do princípio da casa dos pombos. Para acertar essa questão, os alunos deveriam imaginar que, "*na pior das hipóteses*", a pessoa poderia retirar todos os lenços vermelhos e todos os lenços brancos, que são os de maior quantidade, e para garantir lenços de todas as cores, bastaria agora, retirar mais um lenço que, obrigatoriamente, seria de cor preta, o que nos dá 41 lenços. Percebemos que a grande maioria dos alunos acabou se equivocando com o enunciado e, consequentemente, errando a questão. Apenas três alunos acertaram a questão, sendo dois do grupo experimental e um do grupo de controle. O que tornou a questão oito a de menor índice de aproveitamento, cerca de 15% de acerto.

Gráfico 8 - Questão 8



De modo geral, o grupo experimental obteve um desempenho superior ao grupo de controle, sendo superado apenas em uma única questão. O gráfico a seguir resume os resultados do teste. Observe que, no geral, o índice de acertos grupo experimental foi cerca de 53%, ao passo que o grupo de controle obteve cerca de 33%, o que nos permite concluir que o grupo experimental obteve um melhor desempenho.

Gráfico 9 - Resultado Geral de acertos



7 AVALIAÇÃO E CONCLUSÕES

Ao iniciarmos o estudo, tínhamos um questionamento bem pertinente ao tema, queríamos saber se a utilização de um OA facilitaria o aprendizado do assunto em questão, o Princípio da Casa dos Pombos. A pesquisa nos mostra que, em média, os alunos do grupo experimental que utilizaram o OA acertaram 53% do teste, enquanto que o grupo de controle, formado pelos alunos do método tradicional, acertaram, em média, 33% do teste.

A análise individual de cada questão nos permitiu aferir que, em sete das oito questões do teste aplicado, o grupo experimental obteve rendimento superior ao grupo de controle. Em apenas uma questão, e por uma margem pequena, o grupo de controle conseguiu superar os resultados do grupo experimental. Vale ainda ressaltar que o grupo experimental teve rendimento de 90% em algumas questões, enquanto o grupo de controle conseguiu, no máximo, rendimento de 60% de acerto.

Com relação à expectativa de que 60% dos alunos pesquisados não acertariam metade do teste aplicado, comprovou-se que 20% dos alunos que participaram da pesquisa acertaram mais de 50% do teste, tais alunos pertenciam, em sua totalidade, ao grupo experimental. Outros 20% acertaram exatamente metade do teste, metade de cada grupo.

O aluno que obteve melhor aproveitamento no teste, com 88% de acerto, pertence ao grupo experimental, e o aluno, com menor rendimento, com 13% de acerto, pertence ao grupo de controle.

Portanto, os resultados obtidos estão dentro das expectativas iniciais. Grande parte dessa perspectiva dá-se pelos relatos, já comentados, da grande maioria dos alunos sentirem dificuldade na aprendizagem da análise combinatória.

Cruzando os resultados do teste com os dados do questionário, verificamos alguns resultados interessantes. Os alunos com 16 anos de idade obtiveram 56% de aproveitamento no teste aplicado. O melhor desempenho no teste foi observado entre os alunos que cursaram maior parte dos estudos em escola particular, cerca de 72%. Outro dado interessante é que, entre os alunos que nunca repetiram nenhuma série, apenas 25% não superou os que já haviam repetido de ano.

Alguns pontos são pertinentes nessa abordagem de estudo, por exemplo, a estrutura física da escola e a condição dos equipamentos dificultaram um pouco a aplicação do estudo, alguns computadores precisaram ser "formatados" antes da realização da atividade, houve necessidade da instalação de alguns *softwares* para a utilização do OA e o ar-condicionado parecia não suprir a necessidade da sala de informática. Em relação à disponibilidade dos alunos para a realização da atividade, percebi que, num primeiro momento, houve certa resistência, principalmente dos alunos que faziam parte do grupo experimental, talvez por utilizarem o computador de forma diferente do que estavam habituados, mas, após o inicio da atividade, a cooperação foi incondicional. Os professores também foram bem compreensivos e cooperaram sem problemas.

Por se tratar de um estudo amostral, os resultados aqui obtidos mostram apenas uma perspectiva da abordagem estudada, necessitando de estudos mais profundos para a comprovação de sua real eficácia. Apesar disso, o propósito do estudo foi alcançado, sendo possível concluir que o grupo experimental obteve resultado superior ao grupo de controle, deixando claro que a utilização de OA's pode ser aproveitada de forma eficaz no processo de ensino aprendizagem.

Fica a cargo do professor, no papel de facilitador do conhecimento, aprofundar seus estudos para cada vez mais utilizar ferramentas para ajudar o aluno a desenvolver todo seu potencial.

REFERÊNCIAS

KILPATRICK E SILVER, Jeremy e Edward. **Uma tarefa inacabada: Desafios aos educadores matemáticos para as próximas décadas**. Revista Educação e Matemática, nº80. Dez/Nov de 2004.

D'AMBROSIO, U. (1986). **Da realidade à Ação: Reflexões sobre Educação e Matemática.** Campinas. SP: Summus/UNICAMP.

TRIVIÑOS, Augusto Nibaldo Silva. **Introdução à pesquisa em ciências sociais:** a pesquisa qualitativa em educação. (1.ed., 17. reimpressão). São Paulo: Atlas. 2008.

AUDINO, D.F, NASCIMENTO, R.S. Objetos de Aprendizagem: diálogos entre conceitos e uma nova proposição aplicada à educação. Revista Contemporânea de Educação. v.05, n.10, jul/dez. 2010.
<disponível em: http://www.educacao.ufrj.br/artigos/n10/objetos_de_aprendizagem.pdf>

SOUZA, Agnaldo Robinson de; YONEZAWA, Wilson Massashiro e SILVA, Paula Martins da. Desenvolvimento de habilidades em tecnologias da informação e comunicação (TIC) por meio de objetos de aprendizagem. *In:* PRATA, Carmem Lúcia; NASCIMENTO, Anna Christina Aun de Azevedo. (orgs). **Objetos de aprendizagem:** uma proposta de recurso pedagógico. Brasília: MEC/SEED, 2007.

MORGADO, Augusto César de Oliveira; CARVALHO, João Bosco Pitombeira de; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto e FERNANDEZ, Pedro. **Análise Combinatória e Probabilidade.** (9.ed.). Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática. 2006

MIORIM, Maria Ângela. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo e MORGADO, Augusto César. **A matemática do ensino médio.** (v.2). (6.ed.). Rio de Janeiro: SBM, 2006.

SANTOS, José P.; MELLO, Margarida P.; MURARI, Idani T. C. Introdução à Análise Combinatória. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2008.

CARVALHO, Paulo C. P. O Princípio das Gavetas. Olimpíada Brasileira de Matemática. Disponível em http://www.obm.org.br/opencms/revista_eureka/lista.html.
Acesso em: 20/01/13 às 18h30min.

M³. Disponível em: http://m3.ime.unicamp.br/ Acesso em: 08/01/2013 às 14h10min.

Márcia Cerioli, **Renata de Freitas** e **Petrucio Viana**, Princípio das Casas de Pombo, UFF, Niterói, 2011, pp. 9-14
<disponível em: http://www.uff.br/grupodelogica/textos/principio_das_casas_de_pombo.pdf>

APÊNDICE A – TESTE SOBRE PRINCÍPIO DA CASA DOS POMBOS

01. Num grupo de vinte pessoas, podemos afirmar que, pelo menos, quantas pessoas nasceram no mesmo dia da semana?

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

02. Quantas rolagens de dado (um dado de 6 faces) são necessárias para se ter certeza de que um mesmo número vai cair duas vezes?

a) 2
b) 3
c) 7
d) 12
e) 13

03. Leia a manchete a seguir.

Cada uma das 32 seleções que participará da Copa do Mundo de 2014 terá de escolher uma única, dentre as 12 cidades sedes, para se concentrar ao longo de todo o torneio. Considerando o conteúdo da manchete, conclui-se que, necessariamente,

a) algumas cidades serão escolhidas por duas e outras por três seleções.
b) todas as cidades sedes terão de receber pelo menos uma seleção.
c) alguma cidade sede não será escolhida por nenhuma das 32 seleções.
d) pelo menos uma cidade sede será escolhida por mais de duas seleções.
e) nenhuma cidade sede poderá receber mais do que três seleções.

04. Qual é o número mínimo de pessoas que deve haver em um grupo para que possamos garantir que nele haja pelo menos 5 pessoas nascidas no mesmo mês?

a) 61
b) 49
c) 37
d) 25
e) 13

05. Em uma gaveta, estão guardadas várias meias masculinas, todas misturadas, nas seguintes quantidades e cores: 8 meias brancas, 12 meias pretas, 6 meias beges, 4 meias vermelhas e 2 meias azuis. Ocorreu uma pane de energia elétrica, e uma pessoa precisa retirar a quantidade mínima de meias dessa gaveta, na escuridão, para que possa garantir que duas delas, pelo menos, sejam da mesma cor. O número de meias que a pessoa deve retirar é:

a) 2
b) 4
c) 6
d) 8
e) 10

06. Em um bosque, há 180 árvores. Sabe-se que cada árvore tem pelo menos 30 folhas e que nenhuma árvore tem mais de 200 folhas. Pode-se concluir que:

a) existe pelo menos uma árvore com 200 folhas.
b) existem pelo menos duas árvores com mesmo número de folhas.
c) existe alguma árvore com 115 folhas.
d) o número total de folhas é certamente maior que 6000.
e) o número médio de folhas por árvore é 115.

07. Se uma urna contém 4 bolas vermelhas, 7 bolas verdes, 9 bolas azuis e 6 bolas amarelas, qual é o menor numero de bolas que devemos retirar (sem olhar) para que possamos ter certeza de termos tirado pelo menos 3 bolas de uma mesma cor?

a) 9
b) 7
c) 5
d) 3
e) 1

08. Em um baú, há 15 lenços brancos, 25 vermelhos e 12 pretos. O número mínimo de lenços que devem ser retirados do baú para que se possa garantir que haja lenços de todas as cores é:

a) 52
b) 41
c) 28
d) 4
e) 3

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO SOCIOECONÔMICO

A seguir, você preencherá um formulário sócio-econômico e um questionário com dados de interesse sobre cultura e sociedade;

Caso sinta-se incomodado em responder a alguma pergunta do questionário, marque as alternativas de não declaração, mas não deixe de responder;

Apenas pedimos que você preencha o questionário com sinceridade.

1. Sexo:
(1) Masculino
(2) Feminino

2. Idade (Anos completos)
(1) 14
(2) 15
(3) 16
(4) 17
(5) 18
(6) mais de 18

3. Até quando seu pai estudou?
(0) Não estudou.
(1) Da 1ª à 5ª série do ensino fundamental (antigo primário).
(2) Da 6ª à 9ª série do ensino fundamental (antigo ginásio).
(3) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(4) Ensino médio completo.
(5) Ensino superior incompleto.
(6) Ensino superior completo.
(7) Pós-graduação.
(8) Não sei.

4. Até quando sua mãe estudou?
(0) Não estudou.
(1) Da 1ª à 5ª série do ensino fundamental (antigo primário).
(2) Da 6ª à 9ª série do ensino fundamental (antigo ginásio).
(3) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(4) Ensino médio completo.
(5) Ensino superior incompleto.
(6) Ensino superior completo.
(7) Pós-graduação.
(8) Não sei.

5. Atualmente você:
(1) Apenas estuda
(2) Trabalha e estuda

6. Qual é a renda familiar mensal?
(1) Menos de 1 salário mínimo (até R$678)
(2) Acima de um até dois salários mínimos (entre R$679 e R$1.356)
(3) Acima de dois até cinco salários mínimos (entre R$1.357 e R$3.390)
(4) Acima de cinco até dez salários mínimos (entre R$3.391 e R$6.780)
(5) Acima de dez salários mínimos (acima de R$6.780)
(6) Não sei informar.

7. Em que tipo de escola você estudou?
(1) Somente em escola pública.
(2) Maior parte em escola pública.
(3) Somente em escola particular.
(4) Maior parte em escola particular.

8. Você já repetiu alguma série?
(0) Não
(1) Sim

9. Quantos computadores têm na sua casa?
(0) Nenhum
(1) um
(2) dois ou mais

10. Você possui internet?
(0) Não
(1) Sim

11. Como você classifica o seu conhecimento de Informática?
(1) Muito bom.
(2) Bom.
(3) Ruim.
(4) Muito ruim.

12. Como você classifica o seu conhecimento de Matemática?
(1) Muito bom.
(2) Bom.
(3) Ruim.
(4) Muito ruim.

<u>Agradeço a sua colaboração!</u>

APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

PRINCÍPIO DA CASA DOS POMBOS

UMA ABORDAGEM DIFERENCIADA COM OBJETOS DE APRENDIZAGEM

Eu, ____ abaixo assinado, concordo em participar da presente pesquisa.

O pesquisador manterá sigilo absoluto sobre as informações aqui prestadas, assegurará o meu anonimato quando da publicação dos resultados da pesquisa, **além de me dar permissão de desistir**, em qualquer momento, sem que isto me ocasione qualquer prejuízo para a qualidade do atendimento que me é prestado, caso sinta qualquer constrangimento por alguma pergunta ou simplesmente me queira retirar dela.

A pesquisa será realizada pelo mestrando **Thiago Pinheiro de Aguiar**, aluno do mestrado da Universidade Federal do Ceará e será orientado pelo professor Doutor Jonatan Floriano da Silva.

Fui informado(a) que posso indagar ao pesquisador se desejar fazer alguma pergunta sobre a pesquisa, pelo telefone: (85) 8726-5117, endereço: ***Rua 46, 130 – José Walter Fortaleza/Ceará*** e que, se por tal me interessar, posso receber os resultados da pesquisa quando esses forem publicados. O consentimento prévio dado pelo(a) colaborador(a) cujo nome e informações serão guardados pelo pesquisador e, em nenhuma circunstância, eles serão dados a conhecer a outras pessoas alheias ao estudo, a não ser que o(a) colaborador(a) o consinta, por escrito.

Assinatura do (a) participante: ____

Fortaleza/Ceará, 08 de Janeiro de 2013

Thiago Pinheiro de Aguiar
Pesquisador Mestrando

Professor Doutor Jonatan Floriano da Silva
Orientador Científico