



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO  
PIAÚÍ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM  
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT  
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**O ensino de Análise Combinatória mediado pelo lúdico: uma  
prática com jogos numa escola de Educação Básica**

**JOAQUIM GIOVANNI MARQUES DE LIMA**

**Orientador: Prof. Dr. Ronaldo Campelo da Costa  
Coorientador: Prof. Me. Odimógenes Soares Lopes**

**FLORIANO – PI  
2020**

**JOAQUIM GIOVANNI MARQUES DE LIMA**

**O ensino de Análise Combinatória mediado pelo lúdico: uma prática  
com jogos numa escola de Educação Básica**

Dissertação apresentada ao Programa de  
Mestrado Profissional em Matemática  
(PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí/  
Campus Floriano, para obtenção do título de  
Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Matemática

Orientador: Dr. Ronaldo Campelo  
da Costa

Coorientador: Odimógenes Soares  
Lopes

**FLORIANO – PI  
2020**

## FICHA CATOGRÁFICA

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD

---

Lima, Joaquim Giovanni Marques de  
L732e O ensino de análise combinatória mediado pelo lúdico: : uma prática com  
jogos numa escola de educação básica / Joaquim Giovanni Marques de Lima. -  
2020.  
137 p.  
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto Federal do  
Piauí, Campus Floriano, 2020.  
Orientador : Prof. Dr. Ronaldo Campelo da Costa.  
Coorientador : Prof. Me. Odimógenes Soares Lopes.  
1. Análise combinatória. 2. Jogos educativos. 3. Matemática - estudo e  
ensino. I.Título.  
CDD - 510

---

Elaborado por Andreina Alves de Sousa Virginio CRB 3/1055



INSTITUTO FEDERAL  
Piauí  
Campus Floriano



PROFMAT

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ - IFPI  
CAMPUS FLORIANO  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

**JOAQUIM GIOVANNI MARQUEUS DE LIMA**

**“O ensino de análise combinatória mediado pelo lúdico: uma prática com jogos numa escola de educação básica”**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí, como parte integrante dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em: 10/09/2020.

BANCA EXAMINADORA

**Prof. Dr. Ronaldo Campelo da Costa**

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI

Orientador

**Prof. Dr. Roberto Arruda Lima Soares**

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI

Avaliador Interno

**Profª. Drª. Cristiana Barra Teixeira**

Universidade Federal do Piauí - UFPI

Avaliadora Externa

## DEDICATÓRIA

*Dedico a Deus, pois a Ele seja dada toda honra e glória desse trabalho; em especial, às minhas filhas Giovanna e Maria Luiza, a meus pais, a meus irmãos e a todos os meus familiares; a meus amigos e professores pelo apoio, atenção e dedicação que me foram dados durante todo esse curso.*

## AGRADECIMENTOS

Eu agradeço, em primeiro lugar, ao meu bom Deus por ter me concebido o dom da vida e também por me manter sempre com muita saúde, força e disposição para conduzir esse trabalho e culminar nessa maravilhosa conquista, que, para mim, significa a realização de um sonho.

Agradeço também aos meus pais José Marques de Lima e Maria Marques de Lima por tudo que me ensinaram, pela dedicação, pelos cuidados e, principalmente, por não desistirem de minhas lutas, sempre observando seus ensinamentos de caráter e humildade, que são fundamentais para a realização de um trabalho.

Agradeço às minhas filhas Giovanna do Nascimento Lima e Maria Luiza do Nascimento Lima pela paciência, tolerância, e, principalmente, pelo amor e apoio dados nos momentos difíceis, por estarem sempre do meu lado, dando-me o suporte necessário para continuar a luta. Gostaria de agradecer aos meus irmãos Francisco, Rosário, Socorro, Junior Lima, Paula, Conceição, Edivaldo, Edinaldo e Elaine por estarem sempre torcendo por mim e me apoiando sempre que eu precisei.

Agradeço, em especial, ao ilustríssimo professor Dr. Ronaldo Campelo da Costa pela importante contribuição dada a esse trabalho, através de suas orientações e por tudo que me ensinou no decorrer desse processo. E vale ressaltar que esses ensinamentos foram essenciais para a conclusão desse projeto.

Agradeço, de forma bem carinhosa, a toda equipe pedagógica do PROFMAT – IFPI de Floriano, professor Dr. Roberto Arruda, Egnilson, Ezequias, Guilherme, Odimógenes, Gildon, Fabio, André e Ricardo, pelos inúmeros ensinamentos, não só na área do cálculo, mas também na formação profissional e no caráter pessoal. Agradeço ainda a todo o corpo técnico do IFPI de Floriano pelo tratamento e acolhida nesses dois anos de curso.

Gostaria de deixar o meu eterno agradecimento a todos os meus colegas mestrandos, que compartilharam comigo todas as angústias e aflições dessa jornada, bem como as vitórias que conquistamos e comemoramos juntos. Muito obrigado ao Cleomar, Eduardo, Erivam, Evandro, Darlan, Netanias, Gilmar, Salvador, Felipe, Mariene pelo companheirismo e pela amizade que foi construída durante esses dois anos. Agradeço, em especial, ao meu amigo Evandro pelo companheirismo e companhia nas viagens de Oeiras a Floriano. Agradeço, de maneira calorosa, a todos os meus amigos pela torcida, pelo incentivo e pelas ajudas

disponibilizadas; e, em especial, a Francisco Viera Dias e a sua esposa, Elieth Vitória, e a Francisca Inez dos Santos Martins e Francisco Gilberto por sempre acreditaram em mim e não mediram esforços para que eu conseguisse vencer nesse projeto. Minha gratidão à instituição IFPI de Floriano, a quem agradeço, através do Diretor professor Msc. Odimógenes Soares, por tudo que nos foi oferecido em suas instalações, pelo material humano e pela oportunidade de poder cursar um mestrado e ter acesso a ensino de qualidade. Agradeço ao PROFMAT, através do Coordenador Professor Dr. Roberto Arruda, por disponibilizar um mestrado de qualidade e acessível não só para mim, mas para todos os meus colegas mestrandos e ainda muitos profissionais de matemática que já tiveram a oportunidade de cursar ou ainda vão ter essa oportunidade. Estendo minha gratidão a todos, por oportunizarem a realização de um sonho. Meu agradecimento, também de modo especial, vai à escola CETI Rocha Neto pela acolhida e pelo apoio na aplicação do projeto de pesquisa, em especial à diretora Vitória Regia e ao coordenador pedagógico Josevaldo Lemos, além do corpo técnico, dos professores e dos alunos da instituição.

## RESUMO

LIMA, J.G.M. **O ensino de análise combinatória mediado pelo lúdico: uma prática com jogos numa escola da educação básica.** 2020 137 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto Federal do Piauí – Campus Floriano, Floriano, 2020.

Nesse trabalho, fizemos um estudo sobre a implementação do ensino de Análise Combinatória mediado pela Atividade Orientadora de Ensino. Para tanto, foram utilizados jogos como o Xadrez, o *PlanCarter* e o Mancala, aplicados com alunos da educação básica, na cidade de Oeiras no Piauí. O principal objetivo desse estudo é investigar as contribuições dos jogos em sala de aula mediados pela Atividade Orientadora de Ensino e sua influência na aprendizagem do conteúdo de Análise Combinatória pelos estudantes da educação básica de uma escola da rede pública de educação básica. Trata-se de uma pesquisa de caráter qualitativo, na qual os dados foram coletados pelo pesquisador, que esteve envolvido diretamente com o ambiente de estudo, buscando, em cada etapa da pesquisa, entender a influência do fenômeno pesquisado, levando em consideração os avanços na aprendizagem dos participantes do estudo. Nessa busca, procuramos utilizar os jogos como ferramenta didática em função da sua relevante importância no ensino da matemática, já que, além de viabilizar o ensino de análise combinatória, possui uma função lúdica, que envolveu e motivou os estudantes que participaram desta pesquisa. A Atividade Orientadora de Ensino como sustentação teórica das atividades de jogos teve um papel primordial no desenvolvimento desta pesquisa, já que, ao trabalhar com os jogos como instrumento de ensino e parte integrante da atividade de estudo, permitiu aos discentes a compreensão das resoluções das diferentes questões de análise combinatória. Na análise de resultados, percebemos indícios de que o objetivo da pesquisa foi atingido, pois os alunos alcançaram êxito na resolução das atividades propostas, visto que, eles conseguiram identificar quais as fórmulas adequadas para aplicação na resolução correta do cálculo de problemas de combinatória, chegando posteriormente ao resultado esperado. Vale ainda ressaltar que os resultados dessa pesquisa mostraram que o ensino de Análise Combinatória mediado pela Atividade Orientadora de Ensino contribui para que os estudantes possam desenvolver suas habilidades e competências em matemática através de uma ação investigativa, compreensiva, argumentativa e contextualizada e possibilita sua inserção no contexto sociocultural, levando-os a lerem, interpretar, identificarem fórmulas, compreenderem textos, que são fundamentos essenciais para se resolver questões contextualizadas de Análise Combinatória.

**Palavras-chave:** Análise Combinatória. Atividade Orientadora de Ensino. Jogos. Ensino de Matemática.

## ABSTRACT

LIMA, J.G.M. **The teaching of combinatorial analysis mediated by the ludic: a practice with games in a basic education school.** 2020 137 f. Dissertation (Master's Degree) - Federal Institute of Piauí - Campus Floriano, Floriano, 2020.

In this work, we carried out a study on the implementation of Combinatory Analysis teaching mediated by the Teaching Guidance Activity, for which games such as Chess, PlanCarter and Mancala were used, which were applied with basic education students in the city of Oeiras in Piauí. The main objective of this study is to investigate the contributions of classroom games mediated by the Teaching Guidance Activity, and their influence on the learning of the combinatorial analysis content of the students of basic education in a public school of basic education. It is a qualitative research where the data were collected by the researcher who was directly involved with the study environment, seeking at each stage of the research to understand the fluency of the researched phenomenon, taking into account the learning progress of the study participants. In this search, we try to use games as a didactic tool due to its relevant importance in the teaching of mathematics, since in addition to enabling the teaching of combinatorial analysis it has a playful function that involved and motivated the students who participated in this research. The Teaching Guiding Activity as a theoretical support for gaming activities, had a primary role in the development of this research, since working with games as a teaching tool and an integral part of the study activity allowed students to understand the resolutions of different issues combinatorial analysis. In the analysis of results, we noticed evidence that the objective of the research was reached because the students were successful in solving the proposed activities, since they were able to identify which formulas are suitable for application in the correct resolution of the calculus of combinatorial problems, arriving later on in the result. expected. It is also worth mentioning that the results of this research showed that the teaching of Combinatory Analysis mediated by the Teaching Guidance Activity contributed for students to develop their skills and competences in mathematics through an investigative, comprehensive, argumentative and contextualized action and allows their insertion in the socio-cultural context leading the student to read, interpret, identify formulas, understand texts, fundamentals that are essential to solve contextualized issues of Combinatorial Analysis.

**Keywords:** Combinatorial Analysis. Teaching Guidance Activity. Games. Mathematicsteaching.

## **ABREVIATURAS E SIGLAS**

CETI – Centro de Tempo Integral

AOE – Atividade Orientadora de Ensino

BNCC – Base Nacional Curricular Comum

IFPI - Instituto Federal do Piauí

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PCNEM – Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio

Saeb – Sistema de Avaliação da Educação Básica

IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Fila, coluna e diagonal do xadrez.....	34
Figura 2 – Posição do tabuleiro de xadrez para colocação das peças.....	35
Figura 3 – Centro e grande centro do tabuleiro de xadrez.....	36
Figura 4 – Ala da Dama e Ala do Rei no tabuleiro de xadrez.....	37
Figura 5 – Zona de defesa e zona de ataque no tabuleiro e xadrez.....	37
Figura 6 – Tabuleiro de xadrez.....	40
Figura 7 – Tabuleiro do jogo <i>PlanCarter</i> .....	44
Figura 8 – Tabuleiro do jogo <i>PlanCarter</i> .....	45
Figura 9 – Tabuleiro do jogo Mancala com as sementes distribuídas nas cavas.....	47
Figura 10 – Componentes estruturantes centrais relacionados.....	57
Figura 11 – Alunos assistindo à apresentação do projeto de pesquisa.....	66
Figura 12 – Tabuleiro de xadrez com as peças.....	76
Figura 13 – Tabuleiro de <i>PlanCarter</i> .....	77
Figura 14 – Tabuleiro de Mancala.....	79
Figura 15 – Fotos de alunos resolvendo a AOE 1.....	82
Figura 16 – Soluções da AOE 1 apresentadas pelos alunos.....	85
Figura 17 – Alunos resolvendo a AOE 2.....	92
Figura 18 – Soluções da AOE 2 apresentadas pelas equipes 2 e 4 respectivamente.....	94
Figura 19 – Alunos resolvendo a AOE 3.....	101
Figura 20 – Soluções da AOE 3 apresentadas pelas equipes 2 e 4 respectivamente.....	103
Figura 21 – Fotos de alunos resolvendo a AOE 4.....	108
Figura 22 – Soluções da AOE 4 apresentadas pelas equipes 2 e 3 respectivamente.....	110
Figura 23 – Alunos resolvendo a AOE 5.....	114
Figura 24 – Soluções da AOE 5 apresentadas pelas equipes 1 e 5 respectivamente.....	116
Figura 25 – Alunos realizando o pré-teste.....	123
Figura 26 – Questões resolvidas pelos alunos no pré-teste.....	125
Figura 27 – Foto de alunos realizando o pós-teste.....	128
Figura 28 – Fotos de questões resolvidas pelos alunos no pós- teste.....	127
Figura 29 – Fotos de alunos respondendo o questionário.....	132
Figura 30 – Fotos de algumas respostas dadas pelos alunos às perguntas propostas no questionário.....	131

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Vantagens e desvantagens da utilização de jogos no ensino da matemática .....	31
Quadro 2 – História virtual norteadora da AOE 1 sobre o jogo de Xadrez.....	82
Quadro 3 – Episódio 1 – Discussão a respeito da AOE 1 .....	85
Quadro 4 – História virtual norteadora da AOE 2 sobre o jogo de Xadrez.....	92
Quadro 5 – Episódio 2 – Discussão a respeito da AOE 2 .....	95
Quadro 6 – História virtual norteadora da AOE 3 sobre o jogo <i>PlanCarter</i> .....	101
Quadro 7 – Episódio 3 – Discussão a respeito da AOE 3 .....	104
Quadro 8 – História virtual norteadora da AOE 4 sobre o <i>PlanCarter</i> .....	108
Quadro 9 – Episódio 4 – Discussão a respeito da AOE 4. ....	111
Quadro 10 – História virtual norteadora da AOE 5 sobre o Mancala .....	115
Quadro 11 – Episódio 5 – Discussão a respeito da AOE 5 .....	116
Quadro 12 – Questões aplicadas no pré-teste.....	121
Quadro 13 – Questões aplicadas no pós-teste .....	126
Quadro 14 – Questionário sobre a Atividade Orientadora de Ensino aplicado aos alunos participantes. ....	131

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Metas para os anos finais do ensino fundamental.....	256
Tabela 2 – Relação de alguns trabalhos que envolvem jogos aplicados aos conteúdos de matemática.....	50
Tabela 3 – Etapas e objetivos a serem atingidos nesse trabalho científico .....	68
Tabela 4 – Procedimentos adotados para a execução das AOE.....	75
Tabela 5 – Composição dos cinco grupos .....	81

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1– Resultados nos anos finais do ensino fundamental - IDEB.....	25
Gráfico 2 – Desempenho dos alunos no pré-teste .....	124
Gráfico 3 – Desempenho dos alunos no Pós-teste .....	129

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	18
2 OS JOGOS NO CONTEXTO DO ENSINO DE MATEMÁTICA .....	23
2.1 Os Jogos no Ensino .....	23
2.2 Jogos no Ensino de Matemática .....	26
2.3 Jogos Usados Nessa Pesquisa.....	34
2.3.1 Xadrez .....	34
2.3.2 <i>PlanCarter</i> .....	45
2.3.3 Mancala .....	48
2.4 Alguns Trabalhos Envolvendo Jogos Aplicados no Ensino de Matemática .....	51
2.5 A Atividade Orientadora de Ensino (AOE) .....	57
2.6 A Importância da AOE no Ensino da Matemática: .....	61
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA .....	63
3.1 Caracterizações da Pesquisa .....	63
3.2 Caracterizações do Ambiente da Pesquisa e os Sujeitos da Pesquisa .....	66
3.3 Instrumentos de Pesquisa e Métodos de Análise.....	67
3.4 Primeiros Passos e Organização da Metodologia da Pesquisa.....	68
4 O PROCESSO DE ANÁLISE DA PESQUISA.....	77
4.1 Uma Síntese dos Trabalhos de Aplicação .....	77
4.2 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS .....	80
4.3 Aplicações das AOE e Análises de Resultados.....	81
4.3.1 Aplicação da AOE 1 e Análise de Resultados.....	82
4.3.2 Aplicação da AOE 2 e Análise de Resultados.....	92
4.3.3 Aplicação da AOE 3 e Análise de Resultados.....	101
4.3.4 Aplicação da AOE 4 e Análise de Resultados.....	108
4.3.5 Aplicação da AOE 5 e Análise de Resultados.....	114
4.3.6 Diagnóstico dos Estudantes.....	120
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	133
6 REFERÊNCIAS .....	135
ANEXO .....	137

# 1 INTRODUÇÃO

No ensino de matemática dos dias atuais, é comum nos depararmos com situações que, muitas vezes, levam ao fracasso no processo de ensino aprendizagem. Isso ocorre em função de que o ensino de Matemática, hoje, vem sendo desenvolvido de forma mecanizada, valorizando apenas as repetições de conceitos, resoluções de exemplos e atividades propostas em livros didáticos, uma prática de sala de aula que nos permite apenas avaliar se o aluno é capaz de decorar e reproduzir tudo aquilo que lhe foi mostrado.

Alguns estudos apontam que o erro cometido pelos alunos, na sua grande maioria, deve-se ao fato de ter como base a aplicação das regras e não a compreensão do significado, ou seja, os alunos aprendem a manipular símbolos e fórmulas sem perceberem o sentido que elas têm e nem, ao menos, o significado delas no contexto social. Eles usam símbolos e aplicam fórmulas que lhe foram ensinadas, mas não são capazes de conectá-las com o conhecimento conceitual e procedimental, e isso desmotiva o aluno para os estudos e interfere de maneira fluentemente no desempenho escolar, prejudicando o processo ensino aprendizagem.

Diante desta realidade, torna-se imprescindível a descoberta de mecanismos que façam surgir novos métodos de ensino que venham ajudar a diminuir essa deficiência através de um sistema que possa auxiliar nas dúvidas dos alunos e motivá-los a enfrentar as dificuldades, aumentando o interesse pelos os estudos de temas complexos no ensino de Matemática.

A proposta de aplicação desse projeto no estudo da Análise Combinatória deve-se também à ideia de que se trata de um componente curricular que causa frustrações e promove raciocínios inadequados em algumas áreas onde o conteúdo é aplicado. Nota-se que muitos alunos chegam ao ensino superior levando muitas dúvidas a respeito desse conteúdo e, portanto, provocando dificuldades no desenvolvimento de áreas em que precisa ser trabalhada a Análise Combinatória.

Nesta perspectiva, tal metodologia usada não permite aos alunos entender o verdadeiro objetivo do conteúdo ensinado, o que não lhes dá oportunidade de fazer a relação entre o que está sendo ensinado e a realidade, em situações do seu cotidiano, e nem perceber as aplicações no mundo real, o que dificulta muito a aprendizagem significativa dos conteúdos matemáticos que são importantes na formação do profissional e do cidadão.

Segundo Fiorentini e Miorim (1990), as dificuldades encontradas por alunos e professores no processo de ensino-aprendizagem da matemática são muitas e conhecidas. O

aluno não consegue aprender a matemática da forma como ela vem sendo trabalhada e, muitas vezes, não consegue entender o conteúdo que a escola lhe ensina, sendo, na maioria das vezes, reprovado nessa disciplina, ou, mesmo sendo aprovado, não consegue, no seu cotidiano, fazer uso desse conhecimento adquirido.

No ensino, de modo geral, os discentes encontram muitas dificuldades para assimilar os conteúdos de Análise Combinatória por serem conteúdos que trazem fórmulas prontas e que, na maioria dos casos, requerem do aluno raciocínio lógico e interpretativo para a aplicação dessas fórmulas em situações-problemas. Isso tem dificultado muito o desempenho dos alunos que sentem muita dificuldade de interpretação e desenvolvimento do cálculo de Análise Combinatória. E essas dificuldades levam o discente ao erro na resolução de problemas contextualizados, por não saberem identificar de qual conteúdo o problema está tratando, qual fórmula será aplicada para a resolução do problema (arranjo, combinação, permutação, etc) relacionado com esses conteúdos.

Tendo em vista este contexto Que, contribuições a inserção do lúdico traz para o ensino e aprendizagem desses conceitos nas práticas com jogos na sala de aula do ensino básico?

A escolha do tema para a realização dessa pesquisa deve-se à minha experiência como professor do Ensino Médio. Durante as aulas ministradas sobre o conteúdo de Análise Combinatória, pude observar que os alunos encontravam dificuldades de interpretação, raciocínio lógico e de identificação de qual conteúdo e de qual fórmula seria usada no desenvolvimento do cálculo para a resolução de determinadas situações-problemas. Tudo isso tem gerado muitas dificuldades para os professores ao repassarem os conteúdos de Análise Combinatória, causando problemas no entendimento e assimilação por parte dos alunos. Além disso, há a necessidade de se desenvolver mais pesquisas que venham a auxiliar os professores na tarefa de criar estratégias e novas metodologias para facilitar a transmissão não só desse conteúdo, mas também de outros que são considerados complexos e de difícil assimilação pelos discentes; pesquisas essas que possam levar a utilização de novas metodologias que sirvam de instrumento facilitador para a transmissão desses temas e que tragam, também, mais oportunidades de aprendizagem para o aluno, para que esse possa entender de maneira mais fácil e conclusiva a explicação, o relato feito pelo professor a respeito desses temas, aumentando ainda mais o aproveitamento no processo de ensino-

aprendizagem; e que desenvolva nos discentes as habilidades matemáticas de ler, interpretar e resolver problemas que envolvam Análise Combinatória.

Cabe ao docente essa busca pela descoberta de novas metodologias que venham a criar mecanismos e ferramentas que facilitem o trabalho dos professores nos conteúdos considerados muito complexos, como o estudo da Análise Combinatória, em sala de aula, proporcionando ao aluno melhores condições de entendimento e assimilação que possam ajudar na hora do desenvolvimento dos cálculos para as resoluções de situações-problemas e facilitando e melhorando o ensino-aprendizado.

O foco da pesquisa está em fazer uma investigação para a descoberta de uma nova metodologia que possa auxiliar tanto o docente quanto o discente no decorrer do processo de ensino-aprendizagem, principalmente uma abordagem mais prática e mais conclusiva, e que venha a facilitar o ensino de Análise Combinatória no Ensino Médio.

A Análise Combinatória está cada vez mais presente no cotidiano das pessoas, mesmo que implicitamente, pois há muitas situações em que temos que decidir o melhor caminho a seguir e até mesmo calcular o risco dessa decisão. Além disso, esses conteúdos estão presentes em muitas áreas, como Informática, Engenharia, Economia e Biologia, e é fundamental que o aluno tenha o conhecimento básico para resolver certas questões do seu dia a dia, e de acordo com as Orientações Curriculares para o Ensino Médio.

O estudo da Análise Combinatória possibilita ao aluno adquirir conhecimentos sobre o levantamento de possibilidades, os possíveis usos que ele pode fazer na resolução de problemas práticos e corriqueiros. No entanto, o que vemos é que o conteúdo tem cada vez mais se distanciado do contexto “real” do aluno, que não entende sua utilidade e não consegue fazer uso do mesmo na sua vida cotidiana.

Aplicação de jogos no ensino do cálculo matemático traz, de forma lúdica, uma maneira mais eficaz e prazerosa de ensinar e de aprender, fazendo com que cada situação-problema seja visto de modo mais claro e conclusivo, tornando mais viável e eficiente a assimilação por parte do discente.

Segundo Huizinga (2007, p. 33):

[...] o jogo é uma atividade ou ocupação voluntária, exercida dentro de certos e determinados limites de tempo e espaço, segundo regras livremente consentidas, mas absolutamente obrigatórias dotadas de um fim em si mesmo, acompanhado de um sentimento de tensão e de alegria e de uma consciência de ser diferente da ‘vida cotidiana’.

A pesquisa busca propor soluções para a problemática, analisando uma nova metodologia para o ensino da Análise Combinatória, facilitando o trabalho do docente em sala de aula e, ao mesmo tempo, tentando facilitar o aprendizado por parte do discente, através de novas técnicas e ferramentas que possam ser desenvolvidas de maneira prática, eficaz e conclusiva, para uma melhora no ensino aprendido. Baseado em toda essa problemática a nossa pesquisa tem como objetivo principal averiguar a funcionalidade dos jogos no ensino e aprendizagem dos assuntos de Análise Combinatória na segunda série A, do Ensino Médio do Centro Estadual de Tempo Integral Rocha Neto em Oeiras – PI. E tem como objetivos específicos: verificar os conhecimentos dos estudantes em relação aos conteúdos de Análise Combinatória; aplicar jogos como instrumento lúdico na construção do conhecimento sobre Análise Combinatória; analisar a funcionalidade dos jogos na construção do conhecimento dos conteúdos de Análise Combinatória.

A pesquisa que propomos foi aplicada para o estudo da análise combinatória, pois este componente curricular tem causado muitas dificuldades e tem promovido raciocínios inadequados na área que envolve raciocínio lógico.

ue está sendo proposta será aplicada para o estudo da análise combinatória, pois este componente curricular tem causado muitas dificuldades e tem promovido raciocínios inadequados na área que envolve raciocínio lógico.

O conteúdo de Análise Combinatória leva o discente a conviver e lidar com situações-problema que envolvem combinações, arranjos, permutações e, em destaque, para o princípio multiplicativo da contagem.

Relativamente à Análise Combinatória, o objetivo é levar o discente a lidar com situações-problema que envolvam combinações, arranjos, permutações e, especialmente, o princípio multiplicativo da contagem. (BRASIL, 1997, p. 40)

Cabe ao docente a busca por novas metodologias que venham criar mecanismos e ferramentas para facilitar o trabalho de conteúdos considerados muito complexos, em sala de aula, proporcionando ao aluno melhores condições para as resoluções de situações-problema e facilitando o ensino-aprendizado.

Ao final dessa pesquisa, esperamos encontrar mecanismos que possam ser utilizados por professores do ensino médio, que facilitem a transmissão e que venham a melhorar a prática em sala de aula, no ensino da Análise Combinatória, criando novas metodologias para serem utilizadas com o objetivo de, por um lado, facilitar a transmissão do conteúdo por parte

do professor e, por outro, facilitar o entendimento por parte do aluno, e, com isso, venha a melhorar o desempenho no aprendizado de análise combinatório no ensino de matemática. A utilização de metodologias que possam ajudar os alunos a enfrentarem, de maneira mais rápida e conclusiva, essas dificuldades enfrentadas em determinados conteúdos matemáticos, como o de Análise Combinatória, é de fundamental importância para um melhor desempenho dos alunos e melhor aproveitamento no processo ensino aprendizagem.

Esse trabalho de pesquisa foi organizado, na sua escrita, em 6 partes, em que foi tentado demonstrar toda a caracterização da pesquisa com seus objetivos, resultados esperados e metodologias aplicadas para se alcançar o propósito desejado.

A primeira parte destaca, no capítulo 1, a Introdução ou justificativa e traz uma fundamentação teórica da pesquisa, relatando os principais motivos que levaram o professor pesquisador a propor esse trabalho, entre os quais as dificuldades de aprendizado dos alunos em conteúdos matemáticos muito complexo, como é o caso da Análise Combinatória. Isso faz surgir uma necessidade inerente no ensino, que é a busca por novas ferramentas para oportunizar a aplicação de novas metodologias facilitadoras de ensino.

A segunda parte traz um relato sobre a importância dos jogos no ensino da matemática, seus principais objetivos e também as dificuldades encontradas para se aplicar essa prática em sala de aula; mas mostra, acima de tudo, os benefícios de aplicar uma ferramenta como o jogo nas aulas de matemática, principalmente por se tratar de uma prática lúdica, que leva o aluno a estudar de maneira mais relaxada e tornando o estudo de alguns conteúdos complexos menos cansativo e mais atrativo. Esse capítulo traz também um detalhamento dos jogos utilizados nessa pesquisa (Xadrez, *PlanCarter* e Mancala), explorando, nesse sentido, sua origem, suas regras e sua aplicação no ensino de matemática. Este capítulo mostra também as características da Atividade Orientadora de Ensino (AOE) como metodologia de ensino aplicada em estudos de conteúdos em geral e também matemáticos.

A importância da AOE para o ensino e aplicabilidade na resolução de problemas complexos, como o caso da Análise Combinatória, se dá através de uma ação educativa efetiva que serve de orientação para um conjunto de ações aplicadas em sala de aula. Traz também a importância da AOE no ensino da matemática como uma ferramenta que propicia ao aluno uma aprendizagem mais efetiva e conclusiva na busca de melhoria no rendimento do ensino de matemática.

No capítulo 3, temos os Procedimentos Metodológicos utilizados na pesquisa, com a sua caracterização, e teve como seu principal incentivo as dificuldades encontradas pelos alunos ao estudarem alguns temas do ensino de matemática, como no caso da Análise Combinatória. Isso faz com que surja a necessidade de pesquisa na busca de novas metodologias que possam ser utilizadas para facilitar o ensino de conteúdos matemáticos. Nessa perspectiva, o jogo aparece como alternativa em tal busca, pois já vem sendo utilizado em sala de aula há muito tempo e tem mostrado eficiência ao ser aplicado nas aulas de matemática. Nesse capítulo, temos também a caracterização do ambiente da pesquisa e dos participantes que têm papel fundamental nesse trabalho, mostrando todo o procedimento da pesquisa, etapa por etapa.

No capítulo 4, temos o processo de análise da pesquisa com uma síntese dos trabalhos de aplicação, e também a análise dos resultados encontrados durante a sua aplicação, destacando, nessa etapa, a utilização da AOE e a aplicação dos jogos como ferramentas fundamentais para se atingir o objetivo proposto e esperado. Nessa fase, temos todos os procedimentos utilizados na coleta de dados, bem detalhados através de relatos dos alunos e registrados através de fotos. Os resultados também foram apresentados através de gráficos e tabelas que fazem uma síntese dos dados que foram coletados durante a pesquisa.

No capítulo 5, fazemos as considerações finais, destacando o prazer de participar desse importante trabalho e de sua importância para o futuro do ensino de conteúdos matemáticos difíceis, como Análise Combinatória. E, no capítulo 6, encontra-se relacionado toda a bibliografia utilizada na pesquisa.

## **2 OS JOGOS NO CONTEXTO DO ENSINO DE MATEMÁTICA**

### **2.1 Os jogos no ensino**

O ensino da matemática, durante todo o seu desenrolar histórico, foi sendo sobrecarregado de estereótipos, que têm levado os autores a concluírem que essa é umas das causas do repúdio a esta disciplina por parte dos alunos. Uma saída para esse problema é a utilização, por parte dos educadores, do lúdico no ensino de matemática, uma maneira prática e atrativa de se ensinar matemática e motivar os alunos aos estudos dos conteúdos, principalmente aqueles de difícil assimilação e aprendizagem. Ações como essa vêm

quebrando barreiras e preconceitos, e introduzindo cada vez mais o uso de jogos em sala de aula como metodologia facilitadora do processo de ensino-aprendizagem.

Pimenta (2006), afirma que a prática de jogos em sala de aula requer alguns cuidados para que o jogo não perca a sua autenticidade e não atrapalhe o processo de ensino e aprendizagem da sala de aula. Essa prática de um ensino lúdico deve ajudar os alunos a elucidar suas dúvidas e, também, dar ao professor oportunidade de transformar sua aula num momento de descontração e lazer. Para aplicar essa metodologia, alguns cuidados devem ser observados para que o jogo não perca sua essência, sua ludicidade e sua característica principal, que é o lazer e a diversão. Porque, caso isso venha a acontecer, o objetivo da atividade jamais será atingido e poderá gerar desinteresse e frustração ao aluno, o que não auxilia em nada os processos de ensino e aprendizagem.

O uso de jogos para o ensino mostra uma importante mudança de postura do professor em relação ao o que é ensinar matemática, ou seja, o professor passa a ser um observador, mediador, interventor, organizador, um incentivador, e deixa de ser um mero transmissor de conhecimentos. Isso é fundamental no processo de construção do saber pelo aluno, pois tudo isso só é notado quando a aluno é questionado e ele muda suas hipóteses, apresentando situações que forcem a reflexão ou a socialização e a busca pela resposta certa.

O jogo, desde o século XX, tem sido alvo de estudos e ganhou atenção na sala de aula. MACHADO (1998, p.14) ressalta que o jogo na escola tem a seguinte proposta:

Estabelecer relações, permitir antecipação e participação dos alunos; desenvolver planejamento sequencial; desenvolver ações coordenadas perceptivo-motoras; construir conceitos como: ordenação, seriação, classificação, quantificação, conservação, espaço-tempo; aguçar percepções e desenvolver a curiosidade; desenvolver a atenção, a concentração e a memória; aprender construindo habilidades através do entretenimento; propiciar a interação do aluno com a máquina através da possibilidade de controlar eventos e perceber o que diferentes decisões irão acarretar; desenvolver estilo cognitivo pessoal; atender as necessidades de convivência em grupo; fixar conceitos em seu próprio ritmo e tratar o erro de forma construtiva.

Ainda segundo Rego (2000, p. 19), “como todo recurso pedagógico, a utilização do material concreto na sala de aula exige cuidados básicos por parte do professor”. Tais como:

1) Dar tempo para que os alunos conheçam o material. Em uma primeira etapa é importante que os explorem livremente. Apresentadas as regras, o professor atua apenas como mediador, pois a aprendizagem e interpretação das mesmas têm um grande valor didático, inclusive levando os alunos a aprenderem a questionar, negociar, colocar seu ponto de vista e discutir com seus colegas até chegarem a um consenso;

2) Criar no aluno hábito de comunicar e trocar ideias. Os diferentes processos, resultados e as estratégias usadas para obtê-las devem também ser sempre discutidos

com a turma. Durante o desenvolvimento das atividades, o professor pode guiar os alunos à descoberta de fatos específicos, através de perguntas ou desafios. Cada sessão deve terminar com um registro individual ou do grupo, caso tenham discutido de maneira solidária;

3) Propor atividades, mas estar aberto a sugestões e modificações das mesmas ao longo de sua realização. Vale lembrar que modificações realizadas na regra de um jogo podem levar à criação de novos e interessantes jogos. O professor precisa estar atento e aberto a novas abordagens ou descobertas, mesmo que em certo momento determinadas observações lhe pareçam sem sentido;

4) Realizar uma escolha responsável e criteriosa do material;

5) Planejar com antecedência as atividades, procurando conhecer bem o material a ser utilizado, para que o mesmo possa ser explorado de forma eficiente, usando de bom senso para adequá-los as necessidades da turma. De acordo com Granado (2001), ao observar o comportamento de uma criança enquanto joga, pode-se perceber o quanto ela desenvolve sua capacidade de fazer perguntas, de buscar diferentes soluções, de repensar situações, de avaliar suas atitudes, elaborar estratégias, encontrar e reestruturar novas relações, arriscar soluções e depurá-las, enfim, resolver;

De acordo com Granado (2001), quando uma criança está jogando podemos observar seu comportamento e perceber que aumenta sua capacidade de fazer perguntas, de buscar soluções diferentes para determinadas situações, repensar algumas práticas, avaliar suas atitudes, elaborar novas estratégias, buscando reestruturar suas relações e, enfim, arriscar soluções para os problemas propostos.

Um aspecto negativo do uso de jogos em sala de aula é o barulho, que é inevitável por conta do lúdico e da diversão, e também por conta das discussões para se chegar ao resultado. Mas é preciso encarar esse fato de forma construtiva, pois sem ele não há clima ou motivação para o jogo. Outro fator importante para trabalhar o jogo em sala de aula é o hábito, pela turma, do trabalho em grupo, pois esse hábito ajuda a controlar o barulho durante a atividade. Fazendo uso do diálogo, trocas de componentes das equipes e dando importância às opiniões contrárias que levam as descobertas de novas estratégias vencedoras, será atingido o objetivo, que é um resultado positivo. Todo esse processo requer paciência por parte do professor, visto que o sucesso não é imediato. Mas levando em consideração o fato de se trabalhar em equipe, buscando interação, compartilhamento de opiniões entre os alunos, tudo isso já é um grande facilitador para a melhoria do ensino-aprendizagem.

O professor deve sempre ter cuidado em conhecer o jogo antes de levá-lo à sala de aula. Estudar suas origens e, principalmente, entender as regras do jogo para que possa ajudar aos alunos em possíveis dúvidas e, até mesmo, ensinar aquele que não conhece as regras do jogo. Através da exploração e análise das jogadas e da reflexão sobre seus erros e acertos, o

professor poderá elaborar questões que irão auxiliar seus alunos, além de perceber quais são as dificuldades de aprendizagem de cada aluno.

O professor é indispensável nesse processo, pois é ele que cria as situações, elabora os dispositivos capazes de criar problemas úteis aos alunos e coordena a aplicação de contra-exemplos que levem à reflexão e às discussões das soluções apressadas. Assim, o professor é fundamental em sala de aula, e a ele cabe a função de propor desafios e de ser o líder da situação, fazendo dessa prática um meio mais favorável e possível para do ensino, proporcionando reflexões e descobertas. Ao aluno cabe a observação e a captação das informações, de forma que elas venham a tirar possíveis dúvidas, e levá-los a refletirem, raciocinarem na busca pelo entendimento, tornando mais fácil e conclusivo o aprendizado do conteúdo.

Segundo Diniz (1990, apud BORIN, 2007, pp.10-11), ao aluno, de acordo com essa visão, caberá o papel daquele que busca e constrói o seu saber através da análise das situações que se apresentam no decorrer do processo.

## **2.2 Jogos no ensino de Matemática**

A grande maioria dos alunos enxerga a matemática como a disciplina mais difícil estudada em sala de aula. Um dos motivos que leva a essa percepção é o histórico de altos índices de reprovação que só aumentam, ano após ano, tornando-se uma questão cultural, levando o estudante a criar antipatia pela disciplina mesmo antes de ter algum contato com os conteúdos e sem ter passado por situações que revelem grandes dificuldades. Nesse sentido corrobora Stoica (2015, p.702):

Aprender matemática é considerado difícil pela maioria dos estudantes. Uma das razões é que, em classes tradicionais de matemática, os estudantes são ensinados pela primeira vez a teoria e, em seguida, eles são convidados a resolver alguns exercícios e problemas que têm mais ou menos soluções algorítmicas, usando mais ou menos o mesmo raciocínio, e que raramente são conectados com as atividades do mundo real.

Uma realidade que se nota nas salas de aulas atuais é que o ensino de matemática vem sendo trabalhado de forma fragmentada e descontextualizado, priorizando a mecanização, a memorização e a abstração, e distanciando-se de um aprendizado cognitivo, significativo e que possa proporcionar ao aluno momentos de reflexão, interpretação e análise de situações concretas que estejam relacionadas com o cotidiano, ou seja, com o mundo real. Nesse sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) enfatizam:

[...] o ensino de Matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios. (BRASIL, 1998, p.26)

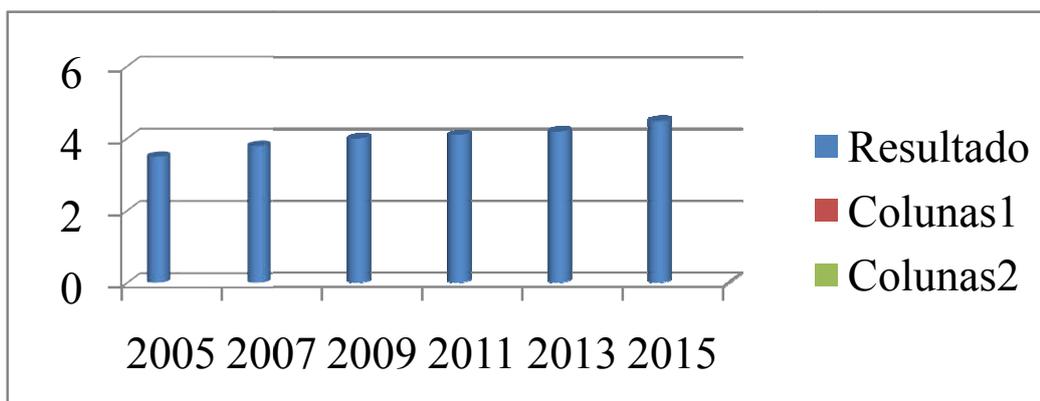
Mostrando essa realidade, podemos observar os resultados de desempenho dos estudantes analisados pelo Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), um parâmetro criado com o objetivo de reunir, em um único índice, conceitos de fluxo escolar e o desempenho nas avaliações (SAEB - Prova Brasil). O quadro abaixo mostra os resultados obtidos nos últimos anos, bem como as metas para os anos finais do Ensino Fundamental.

**Tabela 1 – Metas anos finais do Ensino Fundamental**

METAS					
2007	2009	2011	2013	2015	2021
3,5	3,7	3,9	4,4	4,7	5,5

Fonte: Disponível em: [www.ideb.inep.gov.br](http://www.ideb.inep.gov.br)

**Gráfico 1- Resultados nos anos finais do ensino fundamental - IDEB**



Fonte: Disponível em [www.ideb.inep.gov.br](http://www.ideb.inep.gov.br)

Observando a tabela 1 e comparando com o gráfico 1, podemos perceber que, com o passar dos anos, os índices têm aumentado, como, por exemplo, em 2007, 2009 e 2011, quando as metas foram alcançadas. Mas, em 2013 e 2015, as metas não foram alcançadas, o que revela uma situação muito preocupante com relação ao desempenho dos estudantes, de forma geral.

Outro índice que mostra resultados mais específicos com relação ao aprendizado de Matemática pode ser observado a partir do *Programme for International Student Assessment* (PISA). Esse exame internacional mostra que o resultado de 2012 indica que o Brasil ocupa a 58ª colocação num ranking que contém 65 países, em relação aos conhecimentos matemáticos. Isso revela que 65% dos estudantes brasileiros não têm as habilidades suficientes para alcançar o letramento em matemática, que é definido pelo PISA como sendo:

A capacidade do indivíduo de formular, aplicar e interpretar a matemática em diferentes contextos, o que inclui o raciocínio matemático e a aplicação de conceitos, procedimentos, ferramentas e fatos matemáticos para descrever, explicar e prever fenômenos. Além disso, o letramento em matemática ajuda os indivíduos a reconhecerem a importância da matemática no mundo, e agir de maneira consciente ao ponderar e tomar decisões necessárias a todos os cidadãos construtivos, engajados e reflexivos. (PISA, 2012, p.18)

Encontrar uma definição para jogo não é uma missão fácil, pois cada pessoa entende a palavra jogo de uma maneira diferente, referindo-se a vários tipos, como jogos políticos, xadrez, amarelinha, adivinhas, entre outros. (KISHIMOTO, 2001).

Averiguando a origem da palavra, Grandó (1995, p.30) enfatiza que “Etimologicamente, a palavra JOGO vem do latim *locu*, que significa facejo, zombaria e que foi empregada no lugar de ludu: brinquedo, jogo, divertimento, passatempo”. Assim fica entendido que jogo significa uma atividade que traz diversão e que tem como utilidade passar o tempo. Sabemos que isso não é verdade, pois a importância dos jogos vai muito além disso, ou seja, o jogo serve não apenas como entretenimento, mas também como objeto de socialização entre povos e pode, ainda, ser utilizado com a finalidade de explorar o desenvolvimento de habilidades e de conceitos, tornando útil a sua aplicação no processo de ensino e aprendizagem por facilitar para a transmissão de conteúdos matemáticos. A autora ainda ressalta que “[...] a busca pela definição poderia limitar seu próprio conceito”. (GRANDO, 1995, p.33).

A importância de se discutir o uso de jogos no ensino de matemática é fundamental para o ensino, pois as crianças possuem grande capacidade de pensar, raciocinar e colocar em prática sua competência em resolver situações-problemas mais complexas. Por isso, a proposta de um jogo trabalhado, em sala de aula, no ensino da matemática é muito importante para o desenvolvimento social do aluno, principalmente para aqueles que são tímidos e “se fecham”, têm vergonha de perguntar para tirar suas dúvidas em determinados conteúdos. Por essa razão, a matemática se torna um problema para eles, causando, às vezes, bloqueio de aprendizado. Nesse sentido, o jogo traz uma metodologia de interação, fazendo com que

alunos tímidos consigam se relacionar de maneira mais interativa, tirando suas dúvidas e resolvendo seu problema de déficit de aprendizagem na matemática.

Fazer com que os alunos aprendam alguns conteúdos matemáticos mais complexos de maneira que, ao menos, consigam descobrir formas de resolver problemas matemáticos vem se tornando um desafio muito grande para os profissionais da área, que vivem numa busca incessante por novas alternativas metodológicas diferenciadas, para tornar o seu ensino mais significativo e facilitar o entendimento por parte do aluno, diferentemente dos métodos aplicados nas tendências liberais de educação.

Quanto ao seu objeto, se os jogos abordam temas habituais da Matemática, sejam conteúdos ou procedimentos, são denominados “jogos de conhecimento”. Aqueles em que se abordam as possibilidades de se criar estratégias para vencer ou para não perder, são chamados “jogos de estratégia” (CORBALÁN, 1996, p.32).

Quanto ao lugar ou momento que ocupam no processo de ensino e aprendizagem, os jogos se classificam em: “pré-instrucionais”, que buscam induzir ou iniciar a formação de um conceito; “coinstrucionais”, que se referem a jogos que são utilizados paralelamente a apresentação de um conceito; e “pós-instrucionais”, que buscam revisar ou resgatar conceitos já tratados. (CORBALÁN, 1996, p.32).

A utilização de jogos de estratégias, no processo de ensino-aprendizagem de matemática, tem possibilitado ao aluno um pensar matemático que leva a desenvolver habilidades que ajudam na resolução de situações-problema, com a ajuda do lúdico. Alguns professores se mostram resistentes à aplicação de jogos em sala de aula, pois o efeito não é imediato e não é facilmente mensurável, o que dificulta uma avaliação dos objetivos que se pretende alcançar com essa estratégia.

Outra característica importante dos jogos utilizados no ensino da matemática é que eles devem durar pouco tempo, pois jogos longos tornam-se desestimulantes por causarem cansaço mental e não trazerem resultados imediatos. Além disso, tornam-se ineficazes devido ao tempo das aulas, que leva a interrupções, o que dificulta as fases posteriores da análise. Por isso, os jogos devem ser analisados antes de serem aplicados em sala de aula. Outro fator importante antes da aplicação de um jogo é a análise do local, disposição de carteiras, números de participantes, acesso ao material, idade dos jogadores, etc. Tudo isso ajuda no desenvolvimento da atividade e é primordial para se atingir o objetivo pré-determinado.

O jogo desencadeia um processo semelhante ao que é desencadeado no momento em que se resolve um problema, “[...] que dispara para a construção do conceito, mas que transcende a isso, na medida em que desencadeia esse processo de forma lúdica, dinâmica, desafiadora e, portanto, mais motivante para o aluno”. (GRANDO, 2000, p.33).

Sabemos que uma das principais competências a serem trabalhadas no ensino da Matemática diz respeito à capacidade de resolver problemas, conforme enfatiza a segunda versão da Base Nacional Curricular Comum (BNCC). Nesse documento encontram-se relacionados todos os objetivos gerais que devem ser aplicados no ensino de Matemática, em todos os seus níveis e conteúdos da disciplina, capacitando o aluno para a resolução e elaboração de problemas, ressaltando que “[...] o conceito em foco deve ser trabalhado por meio da resolução de problemas [...]”. (BRASIL, 2016a, p.131).

Entende-se que esses problemas podem ser propostos de diversas formas, além da tradicional, de modo que uma situação é descrita e faz com que o estudante busque uma alternativa mais adequada para encontrar a solução. Ou ainda, podem ser apresentadas situações-problema através de jogos, nas quais, a cada jogada, possa acontecer uma mudança de comportamento de acordo com o andamento da partida. A partir dessa ideia, faz-se necessário uma nova avaliação da situação, na busca de uma estratégia mais adequada para solucionar o problema.

O jogo se torna um componente importante no processo de ensino e de aprendizagem de matemática, porque deixa o aluno em constante movimento na construção desse conhecimento. Todo esse processo deve ser mediado pelo professor, que propiciará momentos de diálogo, discussão, reflexão e socialização das ideias. Dessa forma, o educador estará transformando uma atividade lúdica em atividade pedagógica, sem deixar de priorizar os objetivos educacionais definidos, fazendo com que as suas intervenções consigam apontar situações-problema presentes no jogo, auxiliem os alunos na construção de estratégias que levem à solução do caso e ajudem na construção de um conhecimento que esteja ligado a algum conteúdo ou a habilidades matemáticas. Para Grandó (2000), as intervenções do professor podem ser determinantes para que um jogo espontâneo se transforme em um jogo pedagógico, já que, por si só, um jogo não tem objetivos educacionais. Será através das ações do professor que a exploração do jogo ocorrerá.

Quando os alunos das séries iniciais no ensino fundamental se deparam com uma atividade (como uma lista de continhas) na aula de Matemática, eles tentam logo buscar uma

estratégia de resolução, mas não se sentem seguros para resolvê-las, e o caminho que eles sempre tomam é perguntar ao professor, indicando que estão com dúvidas. Diferentemente, quando jogam, os alunos conseguem realizar seus cálculos mentalmente e antecipar resultados, pois são capazes de enxergar um contexto maior, um significado entre o jogo e a atividade aplicada, o que se transforma numa situação concreta de construção de conhecimento adquirido pelo próprio aluno e intermediado pelo professor.

[...] (no momento do jogo) o retorno das hipóteses é imediato, pois se um cálculo ou uma estratégia não estiver correta, não se atingem os objetivos propostos ou não se cumprem as regras e isso é apontado pelos próprios jogadores. Nas folhas de atividades, não se tem este retorno imediato, pois se gasta tempo para corrigi-las e, muitas vezes, são devolvidas aos alunos uma semana depois de realizadas, quando dificilmente estarão interessados em retomá-las para pensar sobre o que fizeram naquela ocasião. (STAREPRAVO, 2009, p.20).

Diante de tudo isso, percebemos que o trabalho com jogos tem que ser bem planejado, com objetivos bem definidos e contando sempre com as intervenções precisas do professor, garantindo, assim, uma maior reflexão sobre o pensamento matemático e buscando facilitar o ensino-aprendizado de matemática.

A matemática tem papel fundamental na formação do aluno como cidadão, bem como na inserção deste na sociedade e no mercado de trabalho. No entanto, taxas de evasão e reprovação escolar nesta disciplina no Ensino Médio são muito altas e, mesmo aqueles estudantes que permanecem em sala de aula, na sua grande maioria, não apresentam interesse pelas aulas, haja vista que chegam ao Ensino Médio sem os pré-requisitos mínimos para o entendimento da matemática, tais como dominar as operações numéricas, interpretar situações-problema para aplicação de fórmulas no desenvolvimento do cálculo, ou seja, habilidades para resolver problemas.

A história da humanidade mostra que os jogos sempre fizeram parte de várias classes sociais e que eles têm forte influência no desenvolvimento social, afetivo, físico e moral daqueles que jogam, sendo, portanto, um importante fator de socialização entre os povos.

Ortiz (2005) afirma que o ser humano, através do jogo, aprendeu regras de comportamento que o ajudaram a viver em sociedade ao longo dos tempos.

Por essa razão, podemos dizer que o jogo está intimamente ligado a espécie humana e que a atividade lúdica é muito antiga, ou seja, o ser humano sempre jogou em todas as circunstâncias e em todas as culturas, ao longo dos tempos.

Várias pesquisas têm mostrado o papel dos jogos como estratégia de ensino e aprendizagem no Ensino Fundamental e Ensino Médio, pois esses estudos mostram que os

jogos propiciam atividades motivadoras e interessantes, como também desenvolvem habilidades matemáticas como o raciocínio lógico e a reflexão necessária para a realização de qualquer jogada.

Em relação aos jogos didáticos, Flemming e Collaço de Mello (2003, p. 85) destacam, que:

Vale mencionar que esse recurso deve ser adotado em sala de aula e que a aprendizagem de conteúdo poderá acontecer de forma mais dinâmica, menos traumática, mais interessante. Acreditamos que o jogo contribui para que o processo de ensino-aprendizagem seja produtivo e agradável tanto para o educador quanto para o educando.

Há vários tipos de jogos encontrados na literatura e que podem ser classificados como:

- 1) Jogos de azar: são aqueles que dependem apenas da sorte para haver um vencedor, pois o jogador não pode interferir no resultado;
- 2) Jogos quebra-cabeça: são aqueles em que o jogador, em geral, joga sozinho e sua solução inicialmente é desconhecida;
- 3) Jogos de estratégia: são os que dependem exclusivamente do jogador, pois o fator sorte não interfere. O jogador precisa elaborar uma estratégia para tentar vencer;
- 4) Jogos de fixação de conceitos: são os que têm como objetivo a fixação de conceitos em uma determinada disciplina;
- 5) Jogos computacionais: são projetados e executados em ambiente computacional..
- 6) Os jogos ajudam na mobilização de esquemas mentais, pois organizam o pensamento e a ordenação de tempo e espaço, além de integrar várias dimensões da personalidade afetiva, social, motora e cognitiva. Eles também contribuem para a formação de atitudes sociais, como o respeito mútuo, a cooperação, a obediência às regras, o senso de responsabilidade, a justiça e a iniciativa pessoal e grupal.

Isso tudo se faz importante no ensino de matemática do Ensino Médio, pois traz o aluno para uma realidade bem próxima das situações-problema apresentadas por conteúdos como Análise Combinatória, Probabilidade, Funções, Matemática Financeira, etc. Além de ajudar na formação da personalidade própria que o aluno vai adquirindo durante todo o processo de ensino-aprendizagem. É prerrogativa do Ensino Médio preparar o aluno para o ensino superior e para o mercado de trabalho, fazendo com que o ele se torne capaz de

selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente; sentir-se seguro da sua própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo o raciocínio lógico e a reflexão na busca de soluções.

Autores como Kishimoto (2001), Fiorentini e Miorim (1990), apresentam vantagens em relação a utilização do jogo como metodologia de ensino. Mas Grandó (2000), além de elencar as vantagens, também chama a atenção para as desvantagens da utilização dessa metodologia, como pode ser visualizado no quadro abaixo.

Quadro 1 – Vantagens e desvantagens da utilização de jogos no ensino da Matemática

VANTAGENS	DESVANTAGENS
<ul style="list-style-type: none"> <li>• fixação de conceitos já aprendidos, de uma forma motivadora para o aluno;</li> <li>• introdução e desenvolvimento de conceitos de difícil compreensão;</li> <li>• desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas (desafio dos jogos);</li> <li>• aprender a tomar decisões e saber avaliá-las;</li> <li>• significação para conceitos aparentemente incompreensíveis;</li> <li>• propicia o relacionamento das diferentes disciplinas (interdisciplinaridade);</li> <li>• o jogo requer a participação ativa do aluno na construção do seu próprio conhecimento;</li> <li>• o jogo favorece a socialização entre os alunos e a conscientização do trabalho em equipe;</li> <li>• a utilização de jogos é um fator de motivação para os alunos;</li> <li>• dentre outras coisas, o jogo favorece o desenvolvimento da criatividade, de senso crítico, da participação, da competição “sadia”, da observação, das várias formas do</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• quando os jogos são mal utilizados, existe o perigo de dar ao jogo um caráter puramente aleatório, tornando-se um “apêndice” em sala de aula. Os alunos jogam e se sentem motivados apenas pelo jogo sem saber porque jogam;</li> <li>• o tempo gasto com as atividades de jogos em sala de aula é maior e, se o professor não estiver preparado, pode existir um sacrifício de outros conteúdos pela falta de tempo;</li> <li>• as falsas concepções de que se devem ensinar todos os conceitos através de jogos. Então as aulas em geral, transformam-se em verdadeiros cassinos, também sem sentido algum para o aluno;</li> <li>• a perda da “ludicidade” do jogo pela interferência constante do professor, destruindo a essência do jogo;</li> <li>• a coerção do professor, exigindo que o aluno jogue, mesmo que ele não queira, destruindo a voluntariedade pertencente à natureza do jogo;</li> <li>• a dificuldade de acesso e</li> </ul>

<p>uso da linguagem e do resgate do prazer em aprender;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• as atividades com jogos podem ser utilizadas para reforçar ou recuperar habilidades de que os alunos necessitem.</li> <li>• é útil no trabalho com alunos de diferentes níveis.</li> <li>• as atividades com jogos permitem ao professor identificar, diagnosticar alguns erros de aprendizagem, as atitudes e as dificuldades dos alunos.</li> </ul>	<p>disponibilidade de material sobre o uso de jogos no ensino, que possam vir a subsidiar o trabalho docente.</p>
--	---

FONTE; GRANDO. 2000. p. 35

Assim, observamos que as vantagens de se utilizar jogos no ensino de matemática relacionam-se com a aprendizagem do estudante, o que ocorre de forma mais significativa, pois o aluno constrói, de maneira ativa e participativa, o seu conhecimento através da aplicação dos conceitos aprendidos, além de favorecer a socialização e a criatividade. Por outro lado, as desvantagens (ou limitações) são decorrentes, em sua maioria, da utilização dessa metodologia de forma inadequada, que, muitas vezes, se dá pela inabilidade do professor, que não planeja a ação como deveria e, na ânsia de atingir os objetivos, interfere de maneira inadequada durante a execução dos jogos, atrapalhando o desenvolvimento e o sucesso da atividade.

## **2.3 Jogos usados nessa pesquisa**

### **2.3.1 Xadrez**

O que motivou a escolha do Xadrez, para ser aplicado nessa pesquisa, foi o fato de que a escola Centro de Tempo Integral Rocha Neto trabalha a fundo esse jogo como componente curricular, através de um projeto interdisciplinar coordenado pelo professor Felipe Blanche, em todas as turmas, e que levou a escola a um cenário de destaque em nível estadual devido à conquista de medalhas tanto de ouro como de prata e de bronze nos JEEPs – Jogos Estaduais Estudantis do Estado do Piauí. A escola detém a atual campeã feminina de xadrez a nível estadual em tal competição. Junto a isso, destacamos também a importância do xadrez no

ensino, principalmente de matemática, e na formação do cidadão, pois é um jogo que requer dos participantes um alto nível de disciplina, o que ajuda muito no ensino de matemática.

O Xadrez é um jogo muito antigo, e não se sabe ao certo a sua verdadeira procedência. Admite-se, no entanto, como o mais certo que Xadrez tenha a sua origem na Índia. A mais famosa lenda sobre a sua origem é a de que o Xadrez teria sido inventado por um sábio hindu de nome Sissa ou Sessa como forma de entreter e alegrar um rei que havia perdido o filho numa batalha. Esse rei ficou tão entusiasmado que fez questão de presentear o inventor com aquilo que ele desejasse. Como Sissa viu-se praticamente obrigado a formular um pedido, fez ele um que impressionou pela simplicidade demonstrada e aparente humildade. Pediu ele que fosse pago em grãos de trigo da seguinte maneira: um grão para a primeira casa do tabuleiro, dois para a segunda, quatro para a terceira, e assim sucessivamente, dobrando sempre, até a última (64). Este pedido, aparentemente irrisório, encerra um número tão grande que se torna impossível o pagamento da dívida. O número de grãos de trigo que Sissa havia pedido corresponde à seguinte fórmula matemática:  $2^{64}-1$  (ou seja, 18 446 744 073 709 551 615). Para se ter uma ideia da grandeza deste número, caso uma pessoa deseje contar, partir de 1 até o final (1, 2, 3 etc.), levando apenas um segundo para contar o número seguinte, trabalhando 24 horas por dia, sem parar até o final, seriam necessários 58 454 204 609 séculos, isto é, quase sessenta bilhões de séculos. A história completa poderá ser encontrada em toda a beleza que *Malba Tahan* soube tão bem relatar em seu livro intitulado “O homem que calculava”.

O tabuleiro de Xadrez é um quadrado formado por 64 casas do mesmo tamanho (quadradas), sendo 32 claras (brancas) e 32 escuras (negras), dispostas alternadamente.

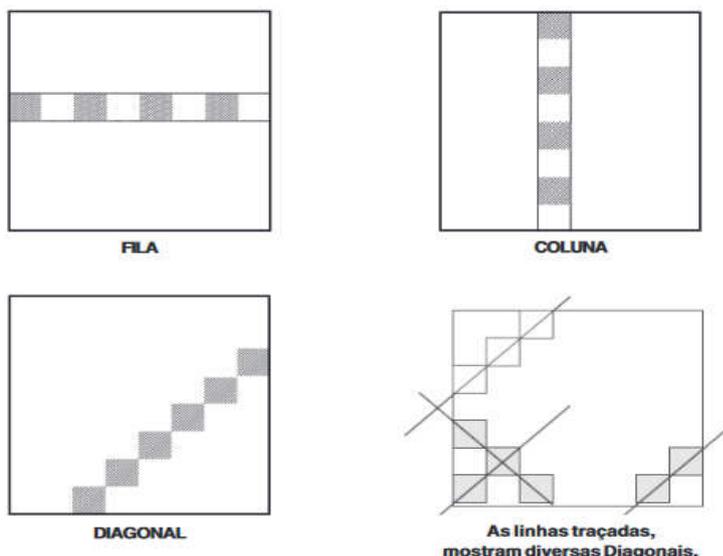
Existem 3 linhas no tabuleiro: fila, coluna e diagonal.

- A disposição das casas na horizontal chama-se fila.
- A disposição das casas na vertical chama-se coluna.
- A disposição das casas em linha reta da mesma cor (unidas pelos cantos) chama-se diagonal.

Estas linhas representam os caminhos (ruas) por onde passam as peças no “campo de batalha” do jogo de Xadrez.

Figura 1– Fila, coluna e diagonal do xadrez

### Linhas do tabuleiro



Fonte: Xadrez na Escola – Uma Abordagem Didática para Principiantes – 2ª Edição Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2013.

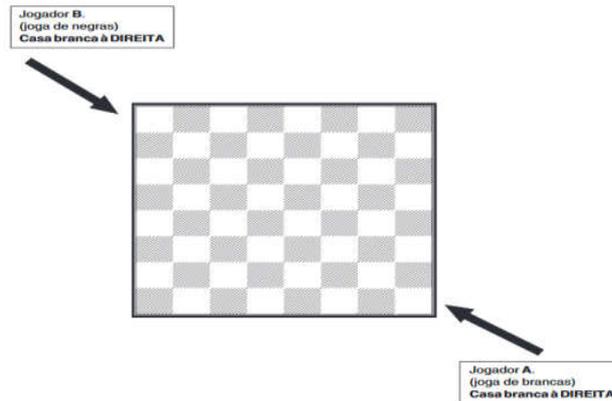
Assim, temos em um tabuleiro de xadrez:

- 8 filas ou fileiras numeradas de 1 a 8, da parte inferior do tabuleiro para a superior, em relação ao jogador de peças brancas;
- 8 colunas identificadas por letras minúsculas de a até h, da esquerda para a direita, em relação ao jogador de peças brancas. Dito de outra maneira: de *a* até *h*, contando sempre a partir da Torre do lado da Dama;
- 13 diagonais brancas;
- 13 diagonais pretas.

### Posição do tabuleiro de Xadrez

É importante a posição do tabuleiro de Xadrez para a colocação das peças. Sendo assim, por exigência da regra do jogo, o tabuleiro de Xadrez deverá ser colocado de maneira que a primeira COLUNA à direita do jogador tenha na sua base uma casa branca.

Figura 2– Posição do tabuleiro de xadrez para colocação das peças



Fonte: Xadrez na Escola – Uma Abordagem Didática para Principiantes – 2ª Edição Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2013.

Graficamente, considera-se sempre a parte INFERIOR do tabuleiro como o lado das peças brancas e a parte SUPERIOR como o lado das peças pretas. Assim, na figura acima, o jogador A estará jogando com as BRANCAS e o jogador B, com as peças PRETAS ou NEGRAS.

### Áreas do tabuleiro

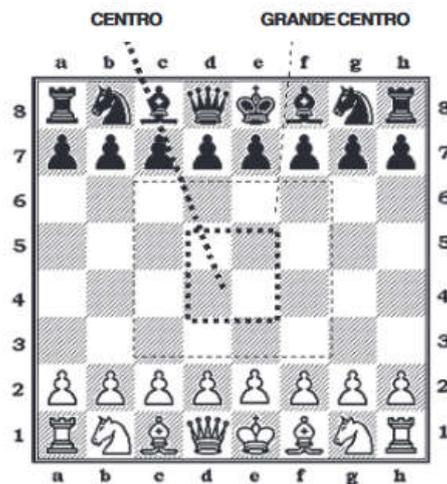
Podemos identificar diversas áreas no tabuleiro de Xadrez:

- a - centro
- b - ala do rei
- c - ala da dama (ou ala da rainha)
- d - zona de defesa
- e - zona de ataque

#### a – Centro

O Centro é formado pelas casas centrais do tabuleiro e é considerado como a área mais importante, pois, quem tem o controle dela, tem maiores possibilidades de vencer a partida. E o quadrado formado pelas casas em torno do Centro também é chamado de Grande Centro (doze casas), o que nos dá a ideia de que, quanto mais próximos do centro, maior a importância das casas e das peças ali colocadas.

Figura 3– Centro e grande centro do tabuleiro de xadrez



Fonte: Xadrez na Escola – Uma Abordagem Didática para Principiantes – 2ª Edição Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2013.

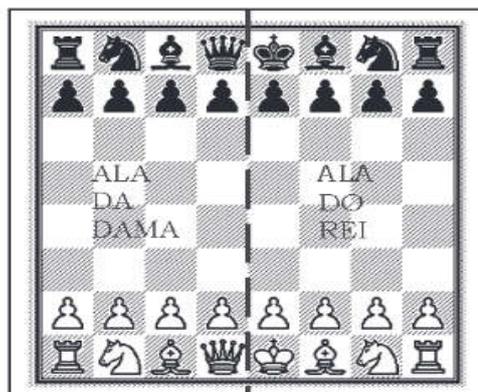
### **B - Ala do Rei**

A Ala do Rei é formada pela metade do tabuleiro do lado do Rei.

### **C - Ala da Dama**

A Ala da Dama é formada pela metade do tabuleiro do lado da Dama (ou Rainha).

Figura 4– Ala da Dama e Ala do Rei no tabuleiro de xadrez



Fonte: Xadrez na Escola – Uma Abordagem Didática para Principiantes – 2ª Edição Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2013.

## Importância das Alas

As alas são importantes, pois é por elas que serão realizadas manobras de ataque e de defesa quando o Centro estiver bloqueado ou sob controle do adversário.

Figura 5– Zona de defesa e zona de ataque no tabuleiro e xadrez



Fonte: Xadrez na Escola – Uma Abordagem Didática para Principiantes – 2ª Edição Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2013.

### d - Zona de Defesa

A Zona de Defesa é formada pela metade do tabuleiro mais próxima do jogador. E uma peça que ataca casas da zona de defesa é uma peça defensiva.

### e - Zona de Ataque

A Zona de Ataque é formada pela metade do tabuleiro mais próxima do adversário. E uma peça que ataca casas da Zona de Ataque é uma peça atacante ou agressiva.

Desse modo, e como podemos ver na figura acima, a Zona de Defesa do lado branco é a zona de ataque do lado negro, e vice-versa.

As zonas de defesa e de ataque são importantes para se definir a real força (valor) das peças e da própria situação do jogador na partida. O perfeito conhecimento da importância e da utilização das diversas áreas do tabuleiro é o que vai permitir ao jogador de Xadrez elaborar o seu plano de jogo para vencer a partida.

O Xadrez tem várias características especiais, o que o torna um jogo diferente. Nele não existe o acaso, ou seja, ninguém ganha a partida porque “teve sorte”, nem perde porque “teve azar”. Trata-se de um jogo com predomínio muito grande de raciocínio por parte dos dois jogadores, pois são os únicos envolvidos e responsáveis pela disputa. Nesse sentido, o

xadrez pode ser tratado como um jogo perfeitamente existencialista, pois depende única e exclusivamente dos dois jogadores que são protagonistas na disputa.

Outra coisa importante é que o xadrez é de extrema complexidade. Jogado num tabuleiro de 64 casas, cada jogador tem inicialmente 32 peças de seis tipos, cada uma com importância, movimentos e possibilidades de captura específica. Só para se ter uma ideia da complexidade desse jogo, apenas os quatro primeiros lances podem produzir cerca de 72 mil diferentes posições. Os dez primeiros lances podem ser jogados de cerca de 170 seguido de 27 zeros maneiras diferentes. E por isso, é um jogo de possibilidades inesgotáveis.

O xadrez também é especial por sua antiguidade histórica, pois tem uma origem controversa, ou seja, alguns pesquisadores acreditam que o seu surgimento foi no Egito ou na China, mas existe ainda a ideia de que o xadrez teve origem num jogo com o nome sânscrito de *chaturanga*, que já existia na região do Ganges, na Índia, no início do século VII. Mas é possível que o mesmo tenha sido inventado muito antes dessa época. De qualquer forma, é jogado, com poucas variações importantes, por mais de mil anos. No xadrez, as partidas podem ser registradas e reproduzidas depois, aumentando, assim, o acervo histórico desse jogo e mostrando sua importância para a humanidade, como fonte de aprendizagem e socialização, além de ser uma fonte de prazer e diversão para os povos. Por isso, o xadrez tem uma difusão extraordinária entre as mais diversas culturas e civilizações.

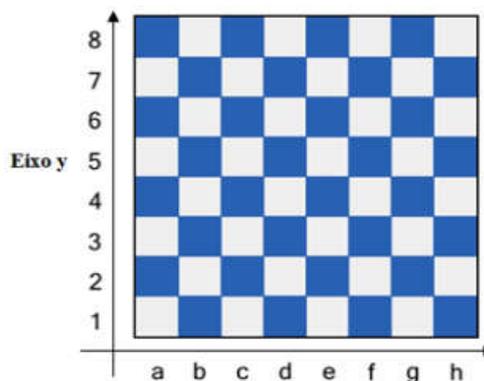
Foi na segunda metade do século XV que o jogo teve uma grande expansão e um grande desenvolvimento, e os melhores jogadores passaram a ser patrocinados por mecenas, inclusive reis. Nessa época, começaram a acontecer os torneios. Em 1475 aconteceu, na corte de Felipe II da Espanha, um torneio de enfrentamento entre jogadores espanhóis e italianos, sagrando-se vencedor o italiano Giovanni Leonardo. A partir daí, o Xadrez ganhou mais visibilidade e atravessou todas as tendências históricas e modas culturais que surgiram, passando a ser bastante jogado a partir de 1730. A partir daí, o Xadrez se desenvolveu de forma surgindo várias “escolas”, que criaram diferentes estilos ou maneiras de se jogar, de se conduzir uma partida, tendo como exemplo a “Escola Modenense” (de Modena, uma cidade italiana).

Uma afirmação importante sobre os jogos é que eles estão intrinsecamente relacionados às características sociais e culturais das sociedades em que são jogados. Nos dias atuais, o xadrez mantém uma estrutura de jogo razoavelmente imutável e que vem atravessando diferentes contextos culturais através de vários séculos.

## A importância do Xadrez para a Matemática

O jogo de xadrez mantém uma estreita e importante relação com as ciências exatas. Percebe-se que tanto o xadrez quanto a Matemática, em especial, são ricos em interdisciplinaridade. Existem relações entre um matemático e um enxadrista que podemos observar, como, por exemplo: o próprio tabuleiro de xadrez tem características do sistema cartesiano, haja vista que no próprio sistema de anotação de uma partida de xadrez, cada casa é nomeada através da utilização de produtos cartesianos. O eixo y equivale à numeração das filas (oito no total), enquanto o eixo x equivale às colunas, que vão de "a" a "h". O ponto de convergência entre os eixos x e y dá nome a uma casa, como e4, d4, etc.

Figura 6– Tabuleiro de xadrez



Fonte: Anais do XI encontro de educação matemática – ISSN 2178 – 034X. p 3

Outra semelhança notável entre o xadrez e a matemática é a observação e percepção, que são de fundamental importância para o sucesso tanto em um quanto em outro, trazendo à tona o uso do raciocínio lógico e a interpretação, tanto nos cálculos quanto nas jogadas de xadrez. Os dois têm como aspecto importante a disciplina dos seus participantes para que os mesmos possam atingir o nível de concentração adequada para a execução das jogadas e a resolução dos cálculos.

### Regras do jogo

#### Descrição

O jogo de Xadrez tem dois participantes, que usam um tabuleiro para jogar.

Jogadores - 2;

Peças - 32 peças, 16 brancas e 16 pretas. Sendo que ambas as cores possuem 2 Torres, 2 Cavalos, 2 Bispos, 1 Dama, 1 Rei, 8 Peões;

Tabuleiro - tabuleiro de 64 casas, claras e escuras.

Objetivo - Impor o xeque-mate ao adversário ou o seu rendimento.

### **Definições**

- Xeque - Rei sob ameaça de captura.
- Xeque-mate - Rei sob ameaça de captura, sem que ele tenha como escapar.
- Captura - Determinada peça toma a posição de uma outra peça adversária. Esta é removida da partida.
- Histórico da partida - Notação de todas as jogadas feitas em uma partida.
- Salvar partida - Guardar uma partida para poder jogar em outra hora. (Opção disponível somente na sala "galera")
- Carregar partida - Continuar uma partida previamente salva. (Opção disponível somente na sala "galera")

### **O Jogo Xadrez**

O tabuleiro deve ser posicionado de modo que a 1ª casa à esquerda de cada jogador (casa "a1" para as peças brancas e "h8" para as peças pretas) seja da cor preta. O jogador que estiver jogando com as peças brancas começa o jogo, podendo fazer o primeiro movimento. A seguir, os jogadores alternam jogadas até o fim do jogo.

### **Movimentação das Peças**

- Torre - A movimentação da torre se dá somente de forma **horizontal** (linhas do tabuleiro) ou **vertical** (colunas do tabuleiro);
- Bispo - Esta peça se movimenta somente nas diagonais do tabuleiro;
- Dama - Uma dama pode se movimentar tanto na **horizontal** como na **vertical** (assim como uma torre) ou nas **diagonais** (assim como um bispo);
- Rei - Se movimenta em qualquer direção, mas com limitação quanto ao número de casas. O limite de casas em que um rei pode se deslocar é de uma

casa por lance. O rei NUNCA pode fazer um movimento que resulte em um xeque para ele;

- Peão - O peão somente pode fazer movimentos adjacentes à sua posição anterior, isto é, não pode retroceder. O peão, assim como o rei, só pode deslocar-se 1 casa à frente por lance. No entanto, quando ele ainda está na sua posição inicial, pode dar um salto de 2 casas à frente;
- Cavalo - É a única peça que pode "saltar" sobre outras peças. A movimentação do cavalo é feita em forma de "L", ou seja, anda 2 casas em qualquer direção (vertical ou horizontal) e depois mais uma em sentido perpendicular.

Nenhuma peça, quando deslocada, pode ocupar uma casa que já está sendo ocupada por outra peça da mesma cor.

Quando a casa de destino de uma peça em movimento estiver sendo ocupada por uma peça de cor adversária, a primeira efetuará a captura da segunda.

A captura feita por peças do tipo peão só é possível quando a peça a ser capturada estiver deslocada uma linha à frente e uma coluna à direita ou à esquerda. A captura se dá na diagonal.

### **Movimentos especiais**

Roque - É um movimento que envolve 2 peças da mesma cor. São elas o Rei e qualquer uma das torres. O Roque é feito ao mover o rei 2 casas para qualquer lado na **horizontal**. Para se fazer um Roque é obrigatório satisfazer as seguintes condições:

- O Rei não pode ter sido mexido até o momento do Roque. Tem que estar na posição inicial;
- Assim como o Rei, a Torre também não pode ter sido mexida, portanto deve estar na sua posição inicial;
- As casas pelas quais o Rei irá passar não podem estar sob ameaça das peças adversárias;
- Não pode haver nenhuma peça obstruindo o caminho onde passarão Rei e Torre;
- Para efetuar o Roque, clique sobre o Rei e clique sobre a posição desejada. O sistema moverá a Torre automaticamente.

### **Captura *en-passant***

Esta captura é um tipo especial feita por peões. Regras para a captura *en-passant*:

- O peão a ser capturado deve ter feito o lance inicial de 2 casas;
- O peão que vai fazer a captura pode fazê-la como se o peão a ser capturado estivesse exatamente 1 casa à frente da sua posição inicial e deslocado 1 coluna à esquerda ou à direita, como na captura normal.

### **Promoção de Peões**

Um peão, ao alcançar a última linha do tabuleiro (no caso das brancas, a linha 8; e no caso das pretas, a linha 1), é promovido, e o jogador é obrigado a escolher uma das seguintes peças para substituí-lo: Dama, Torre, Bispo, Cavalo.

### **Vitória**

Só existem 2 formas de um jogador vencer. São elas:

- Se o jogador conseguir um Xeque-Mate sobre o adversário.
- Se o adversário desistir da partida.

Na sala ranqueada, ainda um jogador pode ganhar se o seu adversário atingir o tempo limite.

### **Empates**

Uma partida é considerada empatada quando:

- Um jogador não puder mais efetuar jogadas consideradas legais.
- Um jogador propor o empate e o outro aceitar.
- Os jogadores não tiverem mais peças suficientes para dar xeque-mate sobre adversário. É considerado material insuficiente:
  - O Rei e um Bispo;
  - O Rei e um Cavalo;
  - O Rei e dois Cavalos contra um Rei sozinho.
- Um jogador oferecer xeque-perpétuo.

- Forem feitas 50 jogadas sem captura e sem movimentação de peão.
- Determinada posição ocorrer pela 3ª vez durante uma partida.

### **Rei Afogado**

O "rei afogado" é uma posição que ocorre em duas circunstâncias ao mesmo tempo:

- O jogador da vez não tem jogadas legais para realizar;
- O rei do jogador da vez não está em xeque e não pode movimentar nenhuma peça.

Quando isto acontece, se diz que o rei está "afogado", e a partida termina em empate.

O Xadrez é um jogo que requer muita atenção e tranquilidade para se realizar as jogadas devido as suas inúmeras possibilidades, e, por isso, proporciona ao jogador um processo de escolha que é característico do conteúdo de Análise Combinatória. A cada jogada o participante deve escolher a melhor situação de jogo que ele deve utilizar a fim de isolar o adversário e não deixar suas peças vulneráveis ao ataque. Em função disso, várias situações de jogadas serão sempre disponibilizadas para o jogador, cabendo ao mesmo escolher a melhor, que lhe possibilite ir eliminando as peças do seu oponente até chegar à vitória.

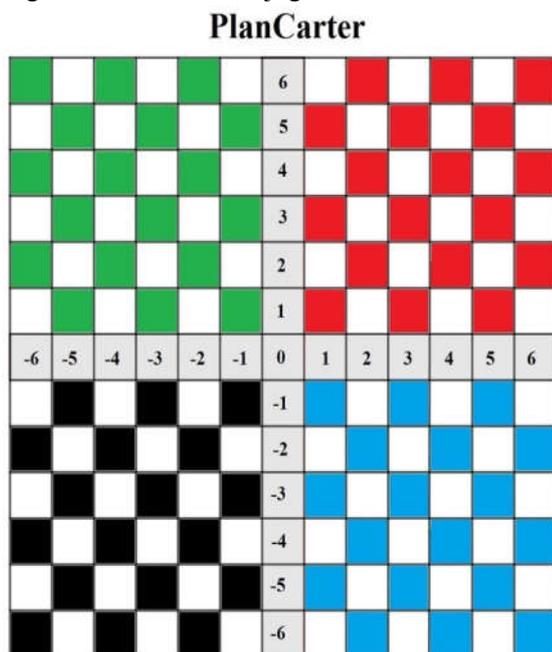
### **2.3.2 PlanCarter**

O que motivou a escolha do *PlanCarter* para esse trabalho de pesquisa foi o fato de que ele foi criado para uma dissertação intitulada “O jogo *PlanCarter* como estratégia de ensino de coordenadas cartesianas: experiência no Nível Médio de uma escola de tempo integral, o CETI Rocha Neto, em Oeiras/PI”, do professor Francisco Vieira Dias, em um projeto de pesquisa desenvolvido no ano de 2018, na turma do 1º série A que passou a ser o 2º ano A em 2019, ou seja, a mesma turma em que está sendo desenvolvido este projeto de pesquisa. Isso incentivou a escolha por tal jogo, pois se tornaria uma atividade continuada, haja vista que a mesma turma, aplicou o jogo *Placanter* como instrumento de pesquisa nos estudos das coordenadas cartesianas no plano cartesiano, usando as funções de 1º e 2º grau. Vale ressaltar, ainda, que o jogo *PlanCarter* foi elaborado e, agora, tenta-se aplicá-lo na resolução de questões de Análise Combinatória, podendo ser empregado como instrumento de estudos em outros conteúdos da Matemática.

O *PlanCarter* foi um jogo de tabuleiro elaborado com o objetivo de servir de objeto de estudo para alunos do 1ª série do CETI Rocha Neto, em Oeiras-PI, no ano de 2018. Esse jogo que tem como objetivo principal ensinar coordenadas cartesianas aos estudantes, fazendo uso do estudo das funções polinomiais do 1º e 2º grau frente à grande dificuldade enfrentada pelos alunos, de modo geral, nesses conteúdos, e considerando-se a sua relevância no contexto da sociedade atual. (DIAS, 2019).

A origem do nome *PlanCarter* se deu em função das iniciais do termo Planos Cartesiano. O jogo tem como principal característica simular o plano cartesiano e apresentá-lo em sua estrutura física: uma linha com valores inteiros, que variam do número -6 (menos seis) até o número 6 (seis), representando o eixo das abscissas (eixo x); e uma coluna também com valores inteiros, que variam de -6 (menos seis) até 6 (seis), representando o eixo das ordenadas (eixo y). (DIAS, 2019).

Figura 7– Tabuleiro do jogo *PlanCarter*

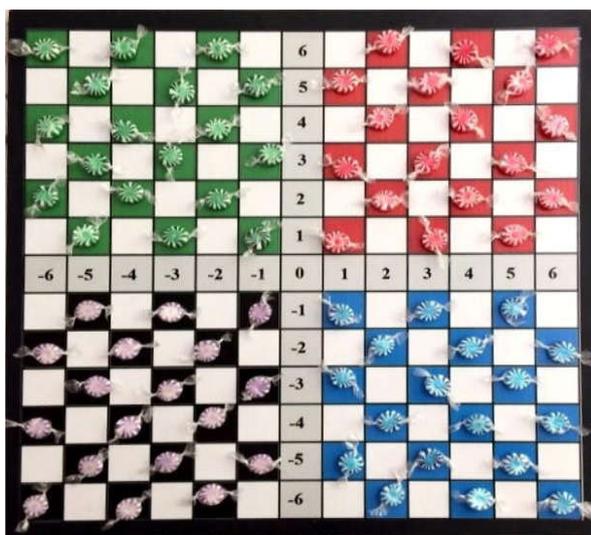


Fonte: Dias (2019)

Observa-se, na figura acima, que os eixos das abscissas e das ordenadas se cruzam no ponto 0 (zero) ou coordenada (0, 0) e dividem o tabuleiro em 4 (quatro) quadrantes 6 por 6, assim denominados: vermelho - quadrante 1; verde - quadrante 2; preto - quadrante 3; e azul –

quadrante 4. O jogo possui um total de 38 (trinta e oito) cartas, sendo 2 (duas) cartas coringas e 36 (trinta e seis) cartas com funções matemáticas. O *PlanCarteriano* (jogador), após a escolha de uma carta, deverá escolher uma abscissa para calcular a ordenada, formando, assim, um par ordenado. (DIAS, 2019).

Figura 8– Tabuleiro do jogo *PlanCarter*



FONTE: Dias (2019).

## Regras do Jogo

Como em todo jogo, as regras se fazem necessárias para que o jogo possa ser compreendido e praticado. Baseando-se em Kishimoto (2017), o qual sustenta que as regras de um jogo o diferenciam dos demais. E corroborando com Kishimoto (2017), Antunes (2017) aponta que as regras definem o caráter de um jogo, assim como as regras definem nosso caráter em convívio social. Pode-se, pois, afirmar que os jogos são definidos a partir de suas regras (Dias, 2019)

Partindo desses pressupostos, o *PlanCarter* tem as seguintes regras:

1. Os jogadores podem ser distribuídos nos quadrantes por sorteio ou por consenso de todos.
2. O jogo inicia pelo *PlanCarteriano* do quadrante 1 (vermelho), e as demais rodadas seguirão o sentido anti-horário do tabuleiro, até que haja um campeão.
  - 2.1. O jogador pegará uma carta do monte e colocará a mesma na mesa para que os demais jogadores possam observar a função contida na mesma. Essa carta terá uma função matemática que servirá para uma rodada e contemplará todos os jogadores.
  - 2.2. O jogador do quadrante vermelho escolhe uma carta e em seguida a abscissa (números que estão na linha central do tabuleiro). Depois, calculará a

- ordenada (números da coluna central do tabuleiro), encontrando, assim, a coordenada cartesiana  $(x, y)$  da qual o mesmo retirará a peça que ocupa essa coordenada. Depois o jogador do quadrante verde, usando a mesma carta, fará o mesmo procedimento do jogador anterior, e, em seguida, o jogador do quadrante preto, e, por último, o jogador do quadrante azul.
- 2.3. A segunda rodada iniciará com o jogador do quadrante verde, que seguirá o procedimento descrito no item 2.2, sempre no sentido anti-horário. A terceira rodada iniciará com o jogador do quadrante preto; e a quarta, com o jogador do quadrante azul.
  - 2.4. A partir da quinta rodada, serão realizados os mesmos procedimentos descritos nos itens 2.2 e 2.3.
  - 2.5. Caso a carta retirada seja um coringa, o jogador que a pegou, tem o direito de retirar 03 (três) peças de seus adversários, e segue o início de outra rodada com o jogador seguinte retirando outra carta.
    - 2.5.1. jogador tem a opção de retirar 01 (uma) peça de cada adversário, ou 02 (duas) peças de um e 01 (uma) de outro, ou até mesmo retirar as 03 (três) de apenas um dos adversários.
  3. O *PlanCarteriano* deve encontrar uma coordenada cartesiana que tenha peças. Se a coordenada cartesiana encontrada for uma casa em branco ou não pertencer ao tabuleiro (plano), o *PlanCarteriano* passa a vez para o próximo.
    - 3.1. Os demais *PlanCarterianos* devem verificar se a coordenada encontrada está correta. Caso a coordenada encontrada esteja errada, passa-se a vez para o próximo;
  4. Perde o jogo quando não restar nenhuma peça em seu quadrante;
  5. Ganha o jogo aquele em cujo quadrante restar peça(s) quando os demais jogadores tenham perdido todas as peças, ou aquele que tiver o maior número de peças em seu tabuleiro;
  6. Ao identificar a função matemática da carta retirada, a estratégia a ser adotada pelo *PlanCarteriano* é a escolha da abscissa, na qual encontrará uma coordenada ocupada por uma peça que não esteja em seu quadrante.
    - 6.1. Caso a coordenada cartesiana encontrada pertença ao seu quadrante, o *PlanCarteriano* tem que retirá-la. (DIAS, 2019, p. 49 – 50)

O jogo *PlanCarter* traz inúmeras opções de jogada para cada participante, o que viabiliza sua utilização nos estudos da Análise Combinatória, devido ao processo de escolhas que deverá ser realizado em cada jogada, haja vista que há a possibilidade de se escolher o quadrante em que se irá jogar e, dentro deste, a coordenada que for conveniente de acordo com a função sorteada para o jogador da vez. Também existe, na hora do sorteio da função para o participante, a possibilidade de acontecer  $n$  casos, de acordo com o número de funções ainda disponíveis no jogo.

As situações citadas acima ocorrem durante toda a partida e levam o aluno a se deparar com processos de escolhas em todas as jogadas, o que contribui com a Matemática, no estudo de Análise Combinatória.

### 2.3.3 Mancala

O terceiro e último jogo utilizado nessa pesquisa, o Mancala, foi escolhido pelos alunos, dentre dez opções de jogos apresentadas a eles pelo coordenador da pesquisa.

## **E o Mancala ou Mankaleh?**

Não há um consenso sobre a origem do Mancala. Uns apontam seu nascimento por volta de 2000 a.C., mas há relatos indicando que esse jogo já existia na África, a pelo menos 7000 anos, o que o tornaria o primogênito entre todos os jogos de tabuleiro. Alguns desses jogos são utilizados como ábacos nos cálculos aritméticos. O termo Mancala deriva do árabe, *naqaala* – “mover” ou “transportar”. Existem aproximadamente 200 jogos de tabuleiro do tipo Mancala, que também são conhecidos como jogos de semeadura, haja vista que os jogadores buscam sempre semear seus territórios ou capturar as sementes do seu adversário. O Mancala é um jogo de tabuleiro, com duas fileiras chamadas de covas, onde são semeadas ou capturadas as sementes; ou uma espécie de armazém, chamada *cala*, onde cada participante deposita as sementes capturadas.

Figura 9 – Tabuleiro do jogo Mancala com as sementes distribuídas nas covas



Fonte: Mônica Menezes de Souza - Mancala: A Resolução de Problemas Num Jogo de Origem Africana

A principal característica do Mancala é possibilitar o planejamento de ações sequenciais, manipulação de quantidades, ação exploratória, desenvolvendo o raciocínio lógico e possibilitando trabalhar com as operações de adição e subtração. Pode ser utilizado desde a educação infantil até o ensino superior. (RÊGO, 2000).

## **Regras do jogo**

Existem várias maneiras de se jogar o Mancala, mas serão utilizadas as regras do *Awalé*, escritas por Georges Gneka, em um encarte do livro *A semente que veio da África*, editado em 2005.

O objetivo do jogo é realizar uma grande colheita, logo o jogador que colher mais sementes até o final da partida ganha. Os jogadores plantam e colhem sementes. Eles devem calcular, pela quantidade inicial de sementes, onde vão cair e o quanto poderão colher do adversário, para que suas covas (buracos) não fiquem com poucas sementes.

O campo ou tabuleiro é dividido em dois territórios, com seis buracos (covas) cada um. Cada cova receberá quatro sementes, dessa forma, cada jogador possui um total de vinte e quatro sementes. Os dois participantes combinam quem iniciará a partida. Quem começa, escolhe uma das covas de seu território e retira as quatro sementes para redistribuí-las nas covas à sua direita. Assim, aquela cova ficará vazia e as quatro seguintes receberão uma semente a mais. O próximo jogador é o adversário, que fará a mesma jogada: escolherá uma cova de seu território, distribuirá as sementes nas covas à sua direita, sem pular nenhuma cova.

As sementes se deslocam nos dois territórios, e cada cova vai acumulando sementes que se somam às sementes iniciais. As covas com uma, duas ou três sementes correm o risco. Se um jogador calcular bem, de forma que a última semente distribuída caia numa cova do adversário, que contenha essas quantidades de sementes, terá o direito de esvaziar a cova, recolhendo as sementes para si e tirando-as do jogo. Isto se chama “fazer a colheita”. Se a cova escolhida pelo jogador tiver mais de 11 sementes, ele depositará as sementes em sequência, uma em cada cova, o que fará com que ele dê uma volta completa no tabuleiro, passando pelos dois campos. Nesse caso, o jogador deverá pular a cova de partida, a qual ficará vazia.

No Mancala, não se deve deixar o adversário com fome, por isso o jogador deve distribuir suas sementes de maneira que o adversário receba sementes para continuar. O jogo termina quando o número de sementes for tão pequeno que nenhum jogador consiga capturar a semente do outro. Ganha quem tiver retirado o maior número de sementes.

O Mancala pode ser utilizado em qualquer etapa da educação básica, devendo-se ser explorado, em conteúdos convenientes em cada nível de escolaridade, com o objetivo de desenvolver habilidades de reflexão e raciocínio lógico. Pode ser usado também para treinar conceitos de matemática, como a adição e subtração, além de promover habilidades de planejamento e estratégia.

O Mancala é um jogo de tabuleiro que já começa dando a possibilidade de o participante escolher uma das seis covas existentes no tabuleiro, para ele começar a

distribuição e captura das sementes nas covas. Esse processo de escolha é característico do ensino de Análise Combinatória, pois, durante toda a partida, sempre que chegar a vez de o participante jogar, ele pode escolher a cova por onde vai começar a distribuição e captura. No decorrer da partida, acontecem outros processos de escolhas que podem ocasionar situações-problema relacionadas ao conteúdo pesquisado.

## 2.4 Alguns trabalhos envolvendo jogos aplicados no ensino de Matemática

Tabela 2 – Relação de alguns trabalhos que envolvem jogos aplicados aos conteúdos de Matemática.

ORDEM	AUTOR	TITULO	ABORDAGEM
1º	Evelyn Rosana Cardoso	Jogos Matemáticos no Contexto Escolar	O trabalho trás um estudo sobre a utilização de jogos na socialização de conteúdos matemáticos com o objetivo de melhorar os resultados de desempenho de alunis do 5º a 8º séries do Ensino Fundamental da Escola Estadual de Porto Camargo -PR.
2º	Dario Fiorentino e Maria Ângelo Miorim	Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática	Um artigo que destaca a procura cada vez maior, de professores de matemática, pelo uso de material concreta e pelos jogos, em aulas de matemática.
3º	Natiele Silva LameraElorza e Mônica Furkotter	O Uso de Jogos no Ensino Aprendizagem de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental	Um trabalho de dissertação de mestrado mostrando todo o contexto e a importância da utilização de jogos no Ensino de Matemática nos anos iniciais por ter como característica proincipal aproximar os alunos do conhecimento em conteúdos matemáticos em ambientes que

			facilite a investigação.
4º	LísiePippi Reis Strapason e Eleni Bisognin	Jogos Pedagógicos Para o Ensino de Funções no Primeiro Ano do Ensino Médio	Trabalho que relata os resultados de um produto educacional (elaboração de quatro jogos) aplicado no primeiro ano do Ensino Médio para facilitar o entendimento no estudo de funções.
5º	Márcia Jussara HeppRehfeldt, Maria Lucia PozzattiFlôres, Magda Bercht	Um Modelo Afetivo de Aprendizagem Para o estudo de Análise Combinatória	Esse artigo mostra um sistema de apoio que busca amenizar as dificuldades encontradas no ensino de Análise Combinatória e busca incentivar o aluno para os estudos afim de diminuir o índice de desistência escolar.
6º	Aline Rocha	As contribuições dos jogos cognitivos digitais ao aprimoramento da resolução de problemas no contexto escolar	O trabalho destaca a importância dos jogos digitais quando utilizados na solução de problemas matemáticos de alunos dos não iniciais do Ensino Fundamental. A pesquisa contou com a participação de 42 crianças com idade entre 8 e 9 anos numa escola pública de Florianópolis
7º	Celiene Maria do Nascimento Silva,Alicely Araújo Correia	Jogos Matemáticos Como Metodologia de Ensino	Nesse artigo temos relatos dos bons resultados apresentados através da utilização de jogos como ferramenta de ensino em sala de aula e ajuda os alunos a resolverem situações problemas bem como a sua importância no estímulo a criatividade e participação do aluno

			nas atividades
8°	Neusa Nogueira Fialho	Os jogos pedagógicos como ferramentas de ensino	Esse artigo destaca o jogo com um linguajar atraente e capaz de estimular o aluno e combater o desinteresse em conteúdos mais complexos. O trabalho apresenta dois jogos para serem trabalhados na disciplina de Química, o que mostra a importância dos jogos na interdisciplinaridade.
9°	Aparecida Francisco da Silva e HeliaMatiko Yano Kodama	Jogos no Ensino da Matemática	Um trabalho que destaca a oportunidade de alunos com dificuldades de aprendizado estabelecerem uma relação positiva com a aquisição de conhecimento através da utilização de jogos no Ensino de Matemática.
10°	José Marcos Lopes e Josiane de Carvalho Rezende	Um Novo Jogo para o Estudo do Raciocínio Combinatório e do Cálculo de Probabilidade	O artigo tem como objetivo formalizar um jogo parecido com o jogo da velha e com características do xadrez para ser utilizado na resolução de problemas de Combinatória e Probabilidade
11°	Regina Celia Grando	O jogo [e] Suas Possibilidades Metodológicas no Processo Ensino-Aprendizagem Da matemática	Uma pesquisa que procura investigar a importância metodológica do jogo no processo de ensino e aprendizado de conteúdos de matemática.
12°	Flavia Dias Ribeiro	Jogos e Modelagem	Um trabalho que trás uma

		na Educação Matemática	perspectiva muito boa sobre a utilização dos jogos e da modelagem como caminhos alternantes para aulas de matemática.
13°	Paula Cristina Moura, Ana Júlia Viamonte	Jogos Matemáticos Como Recurso Didático	Mais uma pesquisa que evidencia a importância dos jogos como mais um recurso didático que pode ser usado por professores nas aulas de matemáticas pois os mesmos são responsáveis por promover a motivação dos alunos para os estudos.
14°	Isabel Cristina Machado de Lara	Jogando Com a Matemática de 5ª a 8ª Série	Essa pesquisa evidencia a capacidade do aluno para resolver problemas,mas para isso o professor deve se propor a realizar um trabalho que vá de encontro a realidade do aluno, ou seja, a busca por novas metodologias como a aplicação de jogos em sala de aula.
15°	José Francisco Barbosa Neto e Fernando de Souza da Fonseca	<b>Jogos Educativos em Dispositivos Móveis Como Auxílio ao Ensino da Matemática</b>	Essa pesquisa trás a experiência da criação de um jogo baseado na obra literário de Malba Tahan para ser utilizado como dispositivo móvel com o objetivo de estimular o aprendizado de matemática.
16°	Gisele Bianchini, Tatiane Gerhardt e Maria Madalena Dullius	<b>Jogos no Ensino de Matemática “Quais as Possíveis Contribuições do Uso de Jogos no</b>	Um trabalho realizado com o intuito de mostrar as principais contribuições da utilização de jogos usados como recurso didáticos em sala de aula para o

		<b>Processo de Ensino e de Aprendizagem da Matemática?”</b>	ensino e aprendizado de conteúdos de matemática. Essa pesquisa foi aplicada com alunos da 7ª Série e com professores da área de matemática em escolas da rede de ensino municipal e estadual do Rio Grande do Sul
17º	Pedro Palhares	O jogo e o ensino/aprendizagem da matemática	Este estudo tem como objetivo discutir o papel dos jogos na educação matemática trazendo uma metodologia ligada a uma visão construtivista.
18º	Raquel Alves e Rita Brito	A Importância do Jogo no Ensino da Matemática	Este trabalho mostra que o educador tem papel fundamental pelo gosto da criança e por essa razão deve proporcionar múltiplas experiências devendo apoiar sua reflexão colocando questões capazes de construir seu conhecimento.
19º	<b>Francisco Vieira Dias</b>	<b>O jogo PlanCarter como estratégia de ensino de coordenadas cartesianas:</b> Experiência no Nível Médio de uma Escola de Tempo Integral em Oeiras/PI	Trabalho de dissertação que tem como objetivo principal a criação de um jogo para ser usado como ferramenta de trabalho no estudo das Coordenadas Cartesianas e das Funções e, ao mesmo tempo verificar a sua viabilidade como facilitador no estudo desses conteúdos trazendo melhorias no ensino e aprendizado de Matemática. A pesquisa foi realizada com alunos do 1º Ano do Ensino Médio.

20º	Daniela Dadalto Ambrozone Missawa	O jogo Mancala Como Instrumento de Ampliação da Compreensão das Dificuldades de Atenção	Este trabalho de dissertação tem como objetivo pesquisar as possibilidades de utilizar um jogo (o Mancala) como instrumento de observação das dificuldades de atenção das crianças. A pesquisa foi realizada com 4 crianças com idade entre 9 e 11 anos. A coleta de dados foi feita através de dez oficinas aplicadas em 50 partidas dop jogo Mancala realizadas na na própria escola.
-----	---	--	---

Fonte: Elaboração do próprio autor (2020)

Observando vários trabalhos sobre a utilização de jogos no ensino em geral e no ensino da matemática, nota-se algumas peculiaridades como: a maioria dos trabalhos estão direcionados para alunos e professores do Ensino Fundamental; existem poucos trabalhos que apontam para uma nova metodologia de ensino em conteúdos mais complexos do ensino da matemática; muitos dos trabalhos tratam da criação de jogos para serem aplicados no contexto do ensino da matemática;

Esta pesquisa traz uma nova perspectiva sobre a utilização de jogos no ensino da matemática, pois se trata de seu uso como uma nova metodologia, um facilitador na resolução de situações-problema no conteúdo de Análise Combinatória, que é um conteúdo de Ensino Médio.

Poucas pesquisas feitas até agora priorizam conteúdos do Ensino Médio. A descoberta de novas metodologias para o ensino de matemática nesse nível se faz necessária porque o aluno, quando chega a esse estágio, vem com muitas deficiências oriundas do Ensino Fundamental e com pouca motivação para estudar os conteúdos matemáticos, pois estes requererem reflexão e raciocínio lógico para a resolução das questões, principalmente as mais complexas, e assimilação dos conteúdos considerados de difícil entendimento.

Dessa maneira, entende-se que mais pesquisas devem ser desenvolvidas utilizando as características dos jogos aplicados ao ensino de matemática no Ensino Médio, para que os alunos venham a sanar essa carência de raciocínio e interpretação das questões, em conteúdos

mais complexos, e possam ser mais que meros aplicadores de fórmulas prontas, em questões de cálculo aplicado. Os jogos têm como característica básica explorar, nos alunos, a atenção, a disciplina, a capacidade de fazer pensar, a capacidade de encontrar saídas para situações difíceis, e, por isso, são uma ferramenta indispensável na busca de novas metodologias facilitadoras para o ensino da matemática, não só no Ensino Fundamental, mas também no Ensino Médio.

A proposta de apresentar uma situação-problema sobre o conteúdo de Análise Combinatória relacionada a algum jogo, para que o aluno encontre uma solução jogando ou usando os conhecimentos sobre determinado jogo, pode ser considerada algo inovador na busca por novas metodologias de ensino. Essa ferramenta aproxima o aluno da situação-problema que lhe foi apresentada e faz com que ele tenha uma possibilidade mais clara e conclusiva para elucidar o problema.

A partir do que foi mencionado, nota-se que essa pesquisa tem como objetivo principal a busca de uma nova metodologia para a resolução de questões de Análise Combinatória através da utilização de jogos. Questões essas que requerem muita compreensão e raciocínio, e que causam muita dificuldade para o aluno, que, na maioria das vezes, só sabe aplicar fórmulas prontas, um vício que ele traz do Ensino Fundamental. No Ensino Médio, não encontra maneiras para mudar essa postura, a não ser pelo desenvolvimento de trabalhos com esse objetivo, o que se torna imprescindível para melhorar os índices de aprendizado nesses conteúdos e nessa disciplina.

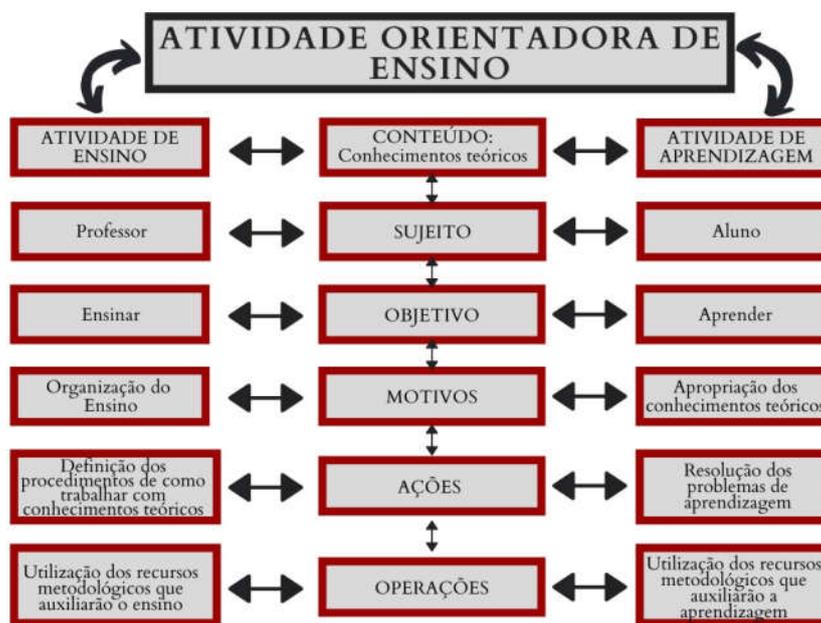
Há de se destacar também um fato importante nessa pesquisa, que é a opção que o professor terá de utilizar uma nova ferramenta para o ensino de Análise Combinatória, um dos conteúdos mais complexos do Ensino Médio e que, na maioria das vezes, devido à sua complexidade, faz com que se utilizem apenas livros, fórmulas e conceitos prontos para serem aplicados em atividades já elaboradas. Isso notoriamente não é suficiente para o entendimento do conteúdo por parte do aluno, que não consegue tirar e nem esclarecer suas dúvidas, e deixa o mesmo desestimulado e sem ânimo para estudar assuntos mais difíceis.

## **2.5 A Atividade Orientadora de Ensino (AOE)**

Uma teoria tem sustentação a partir das pesquisas que servem para orientar as ações pedagógicas por ela proposta. Essa afirmação é fundamental para quem tem como atividade principal o ensino e convive diariamente com fenômenos complexos, que fazem parte da

educação escolar. Faz-se necessário combater uma visão, algumas vezes, naturalizada, de que, no geral, os responsáveis pela educação ou professores dão atenção apenas aos fenômenos mais óbvios desse contexto, tais como a má formação docente, o desempenho irregular dos alunos, a falta de estímulo para o estudo, a violência e a indisciplina nas escolas. Nessa perspectiva a AOE configura-se como uma importante relação entre o humano singular e o humano genérico, no ponto de vista do âmbito escolar. Isso acontece em função de alguns componentes centrais que relacionam a atividade de ensino e aprendizado com os elementos estruturantes de uma atividade proposta.

Figura 10– Componentes estruturantes centrais relacionados



Fonte: Adaptada pelo autor (2020)

Em um dos conceitos de atividade, Leontiev (1978), afirma que ela auxilia na fundamentação do trabalho do professor e na organização do ensino. Um problema recorrente nas ações pedagógicas é a interdependência que existe entre o conteúdo de ensino e as ações educativas, bem como os sujeitos que estão diretamente ligados a esta atividade educativa.

Temos, na escola, o lugar social e privilegiado para a prática do ensino e a apropriação dos conhecimentos por parte dos alunos, que são orientados pelos professores, os quais, por sua vez, têm o papel de organizar as ações desenvolvidas e acompanhar sua aplicação. O sujeito pode até adquirir conhecimentos das mais variadas formas da cultura humana,

inclusive de maneira não sistemática, sem intenção de atingir um objetivo. Mas, conforme suas necessidades, ele desenvolve e adquire seu conhecimento de maneira mais prática e eficaz no processo de educação praticado na escola, de acordo com a sua intenção social. (MOURA, 2002).

Para organizar o ensino é preciso ocorrer uma articulação entre a teoria e a prática, cabendo ao professor o papel de organizador, mediador desse processo, que se transforma mais especificamente em atividade de ensino. Toda essa ação se constitui em prática pedagógica, que permite transformar a realidade escolar através das transformações dos sujeitos que a compõem, que são os alunos e os professores. Segundo Moretti (2007):

[...] oscilando entre momentos de reflexão teórica e ação prática e complementando-os simultaneamente que o professor vai se constituindo como profissional por meio de seu trabalho docente, ou seja, da práxis pedagógica. Podemos dizer então que: se, dentro da perspectiva histórico-cultural, o homem se constitui pelo trabalho, entendendo este como uma atividade humana adequada a um fim e orientada por objetivos, então o professor constitui-se professor pelo seu trabalho – a atividade de ensino – ou seja, o professor constitui-se professor na atividade de ensino. Em particular, ao objetivar a sua necessidade de ensinar e, conseqüentemente, de organizar o ensino para favorecer a aprendizagem. (MORETTI, 2007, p. 101).

A prática pedagógica do professor, através de uma atividade de ensino, deve estimular e promover a atividade do aluno e gerar motivos para a realização de sua atividade, para que ele possa estudar e aprender com o isso. Para isso, o professor elabora, organiza e aplica a atividade na intenção de atingir objetivos que levem à formação do pensamento teórico e da sua atitude cultural. Agindo dessa maneira, o educador continua adquirindo conhecimentos teóricos para organizar e aplicar ações que levem o estudante também à apropriação de conhecimentos teóricos explicativos, de acordo com a realidade deste. Essas ações de organização do ensino fazem com que a aprendizagem do aluno aconteça de forma sistemática, organizada e intencional. Isso nos permite retomar a tese de Vigotski, na qual o autor afirma que o “bom ensino” é somente aquele que se adianta ao desenvolvimento, atuando na zona de desenvolvimento proximal. A esse respeito, o autor afirma que:

[...] o aprendizado desperta vários processos internos de desenvolvimento, que são capazes de operar somente quando a criança interage com pessoas em seu ambiente e quando em cooperação com seus companheiros. Uma vez internalizados, esses processos tornam-se parte das aquisições do desenvolvimento independente da criança. (VIGOTSKI, 2002, p. 117-118).

## Como entender a Atividade Orientadora de Ensino (AOE)

De maneira geral, podemos entender a AOE como uma particularidade entre as atividades de ensino e que, em termos pedagógicos, é tida como um caso particular de atividade que é estruturada de tal forma que o sujeito, através de objetivos individuais e coletivos, venha a definir metas e ações para atingir o objetivo proposto. Em cada ação devem ser exploradas metodologias e ferramentas e, através destas, alimentar as ações de maneira que elas tenham sentido e direcionamento para a realização da atividade. É isso que a torna um tipo particular de atividade de ensino. E, devido à sua intencionalidade, aumenta a responsabilidade do professor no ato da elaboração, desenvolvimento e aplicação, pois, do contrário, o objetivo não será atingido, haja vista que essa intencionalidade pode ser desviada daquilo que realmente se quer explorar. O professor deve aplicar a AOE em sala de aula ou, até mesmo, fora dela, o que é pouco aconselhável, pois o aluno perde o contato e a orientação do professor. Segundo Sacristán (1995), a prática pedagógica implica valores imprecisos e rotinas desafiadoras que se fazem necessárias para a obtenção de respostas comprometidas. Ainda segundo Moura (1996, 2001), Moura et al (2010) e Araújo (2013), a AOE registra, necessariamente, características importantes, entre elas:

- a) trazer uma visão de um problema de aprendizagem e não a visão de um problema prático;
- b) respeitar os diferentes níveis de indivíduos existentes;
- c) a definição de um objetivo de formação que traz uma situação desencadeadora coletiva, que permita proporcionar tanto ao aluno quanto ao professor acesso a elementos que propiciem conhecimento suficiente para a solução do problema e negocie significados para se atingir tais objetivo; Esses elementos são essenciais para a ação educativa, de maneira que a dinâmica das interações seja respeitada pelo aluno, embora não apresente o resultado esperado pelo professor
- d) serve de orientação para o conjunto de ações aplicadas em sala de aula, que devem ser desenvolvidas a partir de objetivos estabelecidos, de conteúdos e estratégias de ensino que possam facilitar a ação e que serão definidos através de uma proposta pedagógica e, incluindo-se nela, uma avaliação de resultados;
- e) precisa ser elaborada de maneira que contemple o movimento de aprendizagem conceitual: do abstrato para o concreto, de acordo com as

proposições davidovianas. Moura (1996, 2001), Moura et al (2010) e Araújo (2013)

De acordo com essas características, faz-se pertinente apresentar algumas orientações para o processo de elaboração e, principalmente, para o desenvolvimento da AOE. Primeiro, deve-se realizar uma pesquisa teórica, com o objetivo de definir e dar corpo à síntese do conceito que se quer trabalhar dentro de um contexto histórico-lógico. Pozebon, Hundertmarck e Fraga (2012, p. 5) discutem que, "esse é o ponto de partida, onde o professor irá estudar a história e as necessidades que levaram a humanidade a criar tal conhecimento teórico, com o intuito de chegar à gênese do conceito". Isso garante que se terá maior eficiência nas ações que foram propostas.

O problema desencadeador geralmente tem origem em uma história virtual. Para isso, pode-se usar, por exemplo, jogos e materiais concretos como instrumentos didáticos complementares. Vale ressaltar, ainda, a síntese coletiva dessa ação, pois a turma deve chegar a uma resposta comum e, acima de tudo, correta, mediada pelo professor e que deverá estar relacionada com a construção histórica do conceito. Nessa perspectiva, a ação do professor é essencial para esse momento em que se compartilham ações e ideias para se chegar a uma solução comum.

De acordo com o exposto, nota-se que a AOE, enquanto princípio teórico-metodológico, é um instrumento necessário, devendo estar presente na organização do ensino, pois a mesma proporciona ao aluno a possibilidade de pensar e refletir na perspectiva de indagar e levantar hipóteses na busca de soluções para o problema proposto, sem uma maior participação do professor.

## **2.6 A importância da AOE no ensino da Matemática**

A matemática foi uma das primeiras descobertas do homem e se transformou numa ciência fundamental no mundo atual, tornando-se muito importante no cotidiano. Embora muitos ainda não tenham percebido isso, principalmente os alunos, a matemática tem sido um dos maiores responsáveis pela evolução da raça humana.

A matemática tem mostrado, ao longo de sua história, uma incessante busca por novas estruturas científicas que levem aos alunos métodos mais práticos e objetivos para serem aplicados no ensino dessa disciplina. Devido à complexidade de seus conteúdos, várias teorias foram desenvolvidas e utilizadas como ferramentas metodológicas para a realização de

atividades no ensino de matemática, com grande precisão e importância para se entender os modelos matemáticos propostos.

Uma dessas ferramentas é a Atividade Orientadora de Ensino (AOE), que surge como organizadora e norteadora tanto para professores como para alunos. Ela vem ajudar o aluno a refletir e raciocinar na busca pelo conhecimento matemático, e também estimular o mesmo a estudar para buscar soluções em atividades de conteúdos considerados complexos, o que o leva a ter mais incentivo para os estudos nessa disciplina considerada difícil e que, por essa razão, tem causado altos índices de reprovação e desistência nas escolas. Diante disso, a AOE surge como metodologia a ser utilizada pelos professores na aplicação de atividades e no desenvolvimento de conteúdos mais complexos, para combater esses índices negativos ocasionados pela matemática e que levam a ter um alto índice de rejeição pelos estudantes. Pesquisas apontam que a maioria dos alunos que concluem o Ensino Médio evita cursos superiores que tenham disciplinas de matemática.

A nova Lei das Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), Lei 9394/96, publicada em 20 de dezembro de 1996, diz que a matemática contempla um valor formativo que estrutura o pensamento lógico e o raciocínio dedutivo, e tem desempenhado papel fundamental na formação do cidadão devido à sua importância para a vida cotidiana, na realização de muitas tarefas, nas atividades humanas segundo (BRASIL, 1999)

é preciso que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras que tornam a linguagem de comunicação e ideias e permite modelar a realidade e interpretá-la. Assim, os números e a álgebra como sistema de códigos, a geometria na leitura e interpretação do espaço, a estatística e a probabilidade na compreensão de fenômenos em universos finitos ligados às aplicações (BRASIL, 1999, p. 251)

Não se pode restringir o processo de ensino e aprendizagem de matemática a simples aplicação de fórmulas prontas para a resolução de cálculos de Funções, Equações, Probabilidades, Análise Combinatória, bem como outros temas relevantes, mas sim levar à capacitação na busca de possibilidades para refletir e compreender, de maneira lógica e autônoma, os ensinamentos da matemática, e, diante disso, exercê-los de maneira significativa e adequada na resolução das questões e no entendimento dos conteúdos. Nesse aspecto torna-se fundamental a utilização da AOE, porque ela aproxima o aluno do conteúdo trabalhado, dando possibilidades reais de reflexão e raciocínio para o estudante e tornando-se uma ferramenta facilitadora na resolução de questões matemáticas, principalmente as mais difíceis.

Observando-se todas as dificuldades que configuram o ensino-aprendizagem da disciplina de Matemática é fundamental que professores busquem aplicar métodos comuns

para uma prática conjunta, a partir de elementos que sirvam para motivar os alunos a estudarem e despertarem o interesse pela disciplina, melhorando o aproveitamento nos conteúdos ensinados nas escolas. Essa busca pode ser resolvida com a aplicação das AOE, que apresentam características metodológicas suficientes para suprir essas carências, tornando o ensino da matemática mais fácil e atrativo, possibilitando aos estudantes melhores resultados de aprendizagem.

### **3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA**

#### **3.1 Caracterizações da pesquisa**

Sabe-se que os obstáculos encontrados por alunos e professores, no processo ensino e aprendizagem da maioria dos conteúdos de matemática, são bastante consideráveis e, muitas vezes, levam o educador a não desenvolver um bom trabalho e, até mesmo, nem trabalhar determinado conteúdo, devido à sua dificuldade de fazer com que o aluno se insira no contexto. Isso gera um aspecto negativo no processo de ensino aprendizagem de matemática, deixando uma lacuna que fará com que o aluno não só deixe de ter esse conhecimento, como também encontre dificuldades, quando precisar utilizar esses conteúdos em estudos futuros. Esses conteúdos, mesmo quando trabalhado em sala de aula, e devido à insegurança do professor, não são bem assimilados pelo estudante, levando o mesmo à reprovação na disciplina, ou, como ocorre na maioria das vezes, consegue aprovação, mas sem atingir um nível satisfatório e necessário de conhecimento que possa ser utilizado em situações que ainda irão lhe acontecer na sua vida escolar. (Dário Fiorentino e Maria Ângela, 1990).

Um dos temas de maior complexidade para o ensino de matemática é o ensino de Análise Combinatória, pois é um conteúdo que requer do estudante muito raciocínio lógico, compreensão e entendimento, e este, muitas vezes, se limita a aprender fórmulas prontas, esquecendo de entender e interpretar, gerando uma dificuldade nas aplicações do conteúdo estudado. Isso se dá principalmente quando há necessidade de resolver problemas mais contextualizados, nos quais não é possível identificar qual o tema e nem a fórmula que será aplicada para a resolução do problema, pois o aluno está habituado a resolver questões que pedem apenas para calcular determinado conteúdo (Permutação, Arranjo, Combinação).

Morgado et al (1991, p. 2) alerta que

[...] se a aprendizagem destes conceitos se faz de maneira mecânica, limitando-se a empregá-los em situações padronizadas, sem procurar habituar o aluno com a análise cuidadosa de cada problema, cria-se a impressão de que a Análise Combinatória é somente um jogo de fórmulas complicadas. (Morgado, 1991, p. 2).

Olhando por essa ótica, faz necessária a realização de pesquisas científicas para a descoberta que novas metodologias que venham a contribuir para que essa dificuldade no ensino de Análise Combinatória seja sanada ou, pelo menos, atenuada, ajudando docentes a melhorarem o ensino desse tema e facilitando, para o discente, o entendimento, para que o mesmo possa se sentir seguro nas aplicações de questões-problema que tratam desse conteúdo.

Sabe-se também, que os jogos vêm sendo utilizados, no ensino da matemática, como uma ferramenta que pode ajudar a entender conteúdos mais complexos e facilitar a compreensão e o entendimento dos alunos, proporcionando mais oportunidades de aprendizado e trazendo soluções que poderão ser utilizadas, não só no ensino de Análise Combinatória, objeto de estudo desta pesquisa, como também em outros conteúdos do ensino da matemática.

Nota-se, através desses estudos, um avanço bem acentuado através da utilização dos jogos na sala de aula, porque eles conseguem inserir o lúdico na sala de aula, o que possibilita ao docente tornar o ensino bem mais agradável e prazeroso, incentivando e estimulando o aluno a ter interesse pelo conteúdo de Análise Combinatória, por exemplo, e fazer uso de fórmulas na resolução de situações-problema, o que vem a tornar o aprendizado mais fácil e conclusivo. Outra vantagem da utilização de jogos em conteúdos matemáticos na sala de aula é que as atividades lúdicas podem ser usadas como uma estratégia para estimular, incentivar e utilizar o raciocínio lógico do aluno, deixando-o confiante quando o mesmo estiver frente a frente com as situações conflitantes, que lhe causem dificuldades de entendimento, algo que é comum no seu dia a dia. E, nesse aspecto, vale salientar que os jogos fazem aparecer o valor formativo e cognitivo da matemática, para auxiliar na construção do conhecimento matemático de Análise Combinatória, e não apenas para auxiliar na construção do pensamento, mas também na formação do raciocínio dedutivo e na aquisição de atitudes que levem o aluno a entender e resolver o problema proposto. (AURÉLIO, 2006).

Com a utilização de jogos na sala de aula, os professores estão propiciando aos alunos vários instrumentos para que os mesmos possam compartilhar e socializar seus conhecimentos, criando mais possibilidades para que possam atingir seu objetivo com

autoestima e autonomia, fazendo do jogo um objeto não só prazeroso, mas também um facilitador do aprendizado em determinados conteúdos. Isso torna os jogos uma atividade privilegiada, por permitir ao aluno uma melhor fixação da matéria, tornando o problema mais claro, facilitando sua interpretação e melhorando a conclusão do raciocínio, o que possibilita ao discente um aprendizado mais dinâmico e conclusivo, e traz para o professor uma ampla oportunidade de trabalhar o conteúdo de forma mais significativa e conclusiva, encurtando caminho para fazer o aluno chegar ao entendimento.

[...] Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações. (BRASIL, 1998, p. 47)

Baseado nesses fatos, e também devido à minha experiência de ter, como professor do Ensino Médio por mais de uma década, trabalhado, por diversas vezes, o conteúdo de Análise Combinatória em sala de aula, tive a oportunidade de conviver com todas as situações já mencionadas, e, também, observando as dificuldades de entendimento e aprendizado por parte dos discentes nesse tema, haja vista que os mesmos conseguem aprender as fórmulas e resolver questões de fácil aplicação, mas não conseguem aplicar tais fórmulas em questões contextualizadas, ou seja, situações-problema bem corriqueiras no desenvolvimento desse conteúdo. Decidimos trabalhar esse projeto de pesquisa na tentativa de encontrar novas metodologias que venham ajudar a facilitar o ensino de temas como esse.

Nesse contexto, o professor tem papel fundamental, pois cabe a ele identificar e buscar alternativas para resolver as principais dificuldades que venham a ser encontradas pelos alunos e, a partir delas, desenvolver técnicas de ensino e aprendizado, e encontrar ferramentas que sejam capazes de ajudar professor e aluno a superar essas dificuldades. O professor é também, nesse processo, o mediador entre o ensino aprendizado e o aluno, sendo o responsável direto pela prática em sala de aula e pela busca incansável por metodologias facilitadoras que venham ajudar a sanar ou diminuir essas dificuldades em determinados conteúdos, inclusive o de Análise Combinatória, que é objeto do nosso estudo, com o objetivo de melhorar a prática em sala de aula, proporcionando mais possibilidade para o aluno fazer uso do seu raciocínio lógico e tornando o aprendizado mais eficaz e qualificado, e melhorando os índices de aprovação nas nossas escolas.

Segundo Libâneo (1994, pg.88):

O trabalho docente é atividade que dá unidade ao binômio ensino-aprendizagem, pelo processo de transmissão-assimilação ativa de conhecimentos, realizando a

tarefa de mediação na relação cognitiva entre o aluno e as matérias de estudo. (LIBÂNEO, 1994, p. 98).

Diante do exposto acima, conclui-se que a busca por novas ferramentas que venham a facilitar o ensino de matemática, em temas mais relevantes, torna-se imprescindível, pois, além de tornar o trabalho mais objetivo e conclusivo, deixa o aluno com mais confiança e autoestima para estudar esses temas mais difíceis, tornando-o mais proativo e atuando na formação do caráter e personalidade, fazendo com que o mesmo venha a aplicar, no restante de sua vida, todos os conhecimentos adquiridos.

Foi observando todos esses aspectos que se optou por trabalhar essa proposta de pesquisa, “O ensino de Análise Combinatória mediado pelo lúdico: uma prática com jogos na Escola Estadual CETI Rocha Neto”, e na perspectiva de encontrar novas ferramentas metodológicas que possam ajudar não só no ensino de Análise Combinatória, mas em outros ramos da matemática, já que outros temas também podem ser objetos de estudo utilizando jogos.

### **3.2 Caracterizações do ambiente da pesquisa e os sujeitos da pesquisa**

A pesquisa foi realizada no Centro Estadual Tempo Integral (CETI) Rocha Neto, que é uma instituição de ensino público estadual, localizada na cidade de Oeiras-PI, e que oferta Ensino Médio e possui todas as séries (1ª, 2ª e 3ª) dessa etapa, sendo 3 turmas de 1ª série, 3 turmas de 2ª série e 3 turmas de 3ª série. A turma escolhida foi o 2º ano “A”, que é composta de 28 alunos. A escolha por essa turma deve-se a dois aspectos principais: 1º - O conteúdo de Análise Combinatória está na grade curricular da 2ª série; 2º - A 2ª série “A” trabalhou o projeto de pesquisa “O jogo como estratégia de ensino do conceito de coordenadas cartesianas na primeira série do Ensino Médio do Centro Estadual de Tempo Integral Rocha Neto, em Oeiras-PI”. Projeto esse que culminou na criação do jogo *PlanCarter*, um dos jogos utilizados nessa pesquisa. A escola atende a 290 alunos de 1ª, 2ª e 3ª séries do Ensino Médio Regular em Tempo Integral. O corpo docente do CETI Rocha Neto é formado por 16 professores, além da diretora administrativa, do diretor financeiro, do coordenador pedagógico e de todo o corpo de apoio (vigias, zeladoras, merendeiras, bibliotecária, assistente de aluno especial e técnicos de secretária), conforme o Projeto Político Pedagógico da escola.

A referida escola dispõe, quanto a sua estrutura física e segundo o Projeto Político Pedagógico, de 09 salas de aula, 01 laboratório de informática, 01 sala de professores, 01

biblioteca, 01 diretoria, 01 coordenação, 01 secretaria, 01 depósito, 01 despensa, 01 cantina, 01 refeitório, 01 área coberta (pátio), 02 banheiros para os alunos, 01 banheiro para os funcionários e 02 vestiários.

### **3.3 Instrumentos de pesquisa e métodos de análise**

A pesquisa é de natureza básica, pois procura “identificar e gerar conhecimentos novos e úteis para o avanço da ciência (MACÊDO & EVANGERLANDY, 2018, p. 72).

Quanto à forma de abordagem do problema, a pesquisa foi qualitativa, pois não pretende responder a hipóteses, mas ao fenômeno investigado, por meio da descrição de aspectos do contexto social envolvido, pelas opiniões e falas dos inquiridos, com fortes elementos subjetivos (MACÊDO & EVANGERLANDY, 2018, p. 72).

Quanto aos objetivos, trata-se de uma pesquisa descritiva, uma vez que tem por finalidade identificar e descrever as características de certa população ou fenômeno, e aplicam-se técnicas de coleta de dados de forma padronizada, como testes (MACÊDO & EVANGERLANDY, 2018, p. 75).

A pesquisa tem por objetivo identificar e descrever novas técnicas e ferramentas para serem usadas por professores, na prática, em sala de aula, no ensino de Análise Combinatória e Probabilidade, proporcionando uma nova metodologia no ensino desses conteúdos, usando a aplicação de jogos com os alunos.

No sistema de coleta de dados, foram aplicados questionário de avaliação e entrevistas, através de gravações de vídeos

Os dados foram identificados, sistematizados, tabulados e categorizados para composição das análises que ocorreram de forma descritiva, valorizando os aspectos pertinentes ao fenômeno investigado, com o cruzamento dos dados entre o referencial eleito e os resultados dos questionários e das gravações de vídeos das partidas do jogo e das conversas dos participantes após as partidas.

Os dados coletados foram transformados em textos, tabelas e gráficos, que darão conta de esclarecer todo o desenvolvimento da pesquisa, que se constituirá plenamente no objeto maior de estudo.

Foram também aplicados pré-testes com o objetivo de analisar o nível de conhecimento da turma em relação ao conteúdo trabalhado e, no final da pesquisa, foram

aplicados pós-testes para avaliar se realmente houve ou não avanço no conhecimento dos alunos em relação ao estudo de Análise Combinatória, o que ajudará no resultado da pesquisa.

#### Os primeiros passos e organização da metodologia da pesquisa

Para dar início ao trabalho de pesquisa, primeiro foi feita, de maneira resumida, a apresentação do projeto de pesquisa aos alunos do 2º ano “A”, da escola CETI Rocha Neto, em Oeiras-PI, sendo esta exposição feita através de slides e tendo a duração de uma aula de 50 minutos, no mês de dezembro de 2019.

Figura 11 – Alunos assistindo à apresentação do projeto de pesquisa



Fonte: Elaboração do próprio autor 2020

Na foto acima, os alunos assistem atentos à apresentação do projeto de pesquisa feita pelo professor-pesquisador. Nesse momento, ele explicou a importância e os objetivos do projeto, dando todas as diretrizes que seriam seguidas, e também convidou a turma para participarem da pesquisa, deixando claro que essa participação não era obrigatória, mas se fazia necessária, em função dos conhecimentos que seriam adquiridos durante a execução das ações.

Em seguida, os alunos foram convidados a participarem dessa pesquisa de maneira voluntária e como sujeito pesquisados, concordando de forma coesa e participativa na execução dos trabalhos. Após o acordo com os alunos, foi entregue o termo de consentimento da escola para a realização da pesquisa. A partir daí, deu-se início à aplicação dos procedimentos metodológicos da pesquisa, distribuindo-se as atividades a serem realizadas em etapas, conforme exposto no quadro abaixo.

Tabela 3 – Etapas e objetivos a serem atingidos nesse trabalho científico

<p>1. Aplicação do Pré-teste com dez questões objetivas, distribuídas entre os conteúdos de Análise Combinatória (Princípio Fundamental da Contagem; Permutação Simples; Permutação com Elementos Repetidos; Arranjos Simples; e Combinação Simples), com duração de duas aulas de 50 minutos cada.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Avaliar e mensurar o nível de entendimento do aluno a respeito de cada conteúdo estudado no ensino de Análise Combinatória;</li> <li>• Coletar dados para uma análise mais conclusiva dos resultados da pesquisa, haja vista que, nessa avaliação, os alunos deveriam mostrar seus conhecimentos ou não sobre o conteúdo.</li> </ul>
<p>2. Preparação dos Alunos: Aula de revisão dos conceitos dos conteúdos de Análise Combinatória (Princípio Fundamental da Contagem; Permutação Simples; Permutação com Elementos Repetidos; Arranjos Simples; e Combinação Simples). Duração: Três aulas de 50 minutos</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Proporcionar ao aluno uma oportunidade de relembrar conceitos básicos, fórmulas e aplicações necessárias no ensino de Análise Combinatória.</li> </ul>
<p>3. Aplicação dos jogos em sala de aula (Xadrez, PlanCarter e Mancala). Aula expositiva, através de slides mostrando e discutindo a história dos jogos, suas regras e uma síntese sobre sua aplicação em alguns conteúdos de ensino da matemática, e sua importância para o ensino dessa disciplina. Duração: 6 aulas de 50 minutos</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Informar ao aluno sobre a origem de cada jogo (época, local, finalidade e meio social que abrangia);</li> <li>• Conscientizar o aluno sobre a importância do jogo no Ensino de Matemática, e principalmente de Análise Combinatória, bem como em outros conteúdos, como, por exemplo, Estatística;</li> <li>• Mostrar as regras do jogo para os alunos aprenderem a jogar e, a partir daí, entenderem a sua aplicação no projeto de pesquisa trabalhado.</li> </ul>
<p>4. Aplicação da AOE 1</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar o conteúdo, ou conteúdo de Análise</li> </ul>

<p>Sobre o jogo Xadrez</p> <p>a) Qual o número de possibilidades de abertura no jogo de xadrez?</p> <p>b) E após a segunda jogada, quais as possibilidades de jogadas?</p> <p>c) Durante uma partida de xadrez, os Reis e Rainhas pretos e brancos não mudaram de posição. Os adversários têm, além destas, somente uma Torre a mais cada. De quantos modos diferentes podem estar posicionadas as peças destes jogadores?</p> <p>d) No tabuleiro há 64 posições; destas, 3 estão ocupadas com os dois Reis e com a Torre branca. Suponha que só a Torre branca irá se mexer até alcançar a posição H8, do Rei preto. Lembre-se que a Torre pode se movimentar, na linha e na coluna, quantas casas forem possíveis, desde que não pule nenhuma peça.</p> <p>Se a Torre estiver em A1, quantas são as posições que ela poderá ocupar após um movimento?</p> <p>Duração; Três aulas de 50 minutos</p>	<p>Combinatória que podem ser aplicados para a resolução da atividade proposta;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicar fórmulas e conceitos matemáticos da Análise Combinatória na resolução da atividade proposta;</li> <li>• Conhecer e aprimorar técnicas e métodos de resolução de questões de Análise Combinatória em situações reais do cotidiano;</li> <li>• Entender a diferença entre a resolução de uma questão com a aplicação de fórmula pronta e a resolução de um problema contextualizado.</li> </ul>
<p>5. Aplicação da AOE 2</p> <p><b>Sobre o jogo Xadrez</b></p> <p>De quantas maneiras podemos colocar 8 Torres de cor branca em um tabuleiro de xadrez? Considerando que:</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar o conteúdo, ou conteúdos, de Análise Combinatória que podem ser aplicados para a resolução da atividade proposta;</li> <li>• Aplicar fórmulas e conceitos matemáticos da Análise Combinatória na resolução da atividade proposta;</li> <li>• Conhecer e aprimorar técnicas e métodos de</li> </ul>

<p>a) não tenha duas Torres na mesma linha ou na mesma coluna.</p> <p>b) não tenha duas Torres na mesma linha ou na mesma coluna e não podendo colocar nenhuma Torre na diagonal branca maior.</p> <p>Calcule quantas são as combinações possíveis em um jogo de xadrez até o 10º lance.</p> <p>Duração; Três aulas de 50 minutos</p>	<p>resolução de questões de Análise Combinatória em situações reais do cotidiano;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Entender a diferença entre a resolução de uma questão com a aplicação de fórmula pronta e a resolução de um problema contextualizado.</li> </ul>
<p>6. Aplicação da AOE 3</p> <p><b>Sobre o jogo PlanCarter</b></p> <p>a) Para jogar o jogo PlanCarter com um grupo de 10 alunos, de quantas maneiras diferentes podemos distribuir esses alunos, em um único tabuleiro, para jogarem obedecendo às regras do jogo?</p> <p>b) Em uma partida do jogo PlanCarter realizada pelos alunos Francisco, Gilberto, Elieth e Vitória , o aluno Gilberto retirou a carta com a função <math>f(x) = x</math>.</p> <p>b.1. Com essa carta, quais e quantas são as possíveis peças em que essa carta pode atacar?</p> <p>b.2. De acordo com as regras do PlanCarter, a carta retirada será jogada pelo quatro PlanCarterianos, representando assim uma rodada. Em uma rodada, há quantas maneiras</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar o conteúdo, ou conteúdos, de Análise Combinatória que podem ser aplicados para a resolução da atividade proposta;</li> <li>• Aplicar fórmulas e conceitos matemáticos da Análise Combinatória na resolução da atividade proposta;</li> <li>• Conhecer e aprimorar técnicas e métodos de resolução de questões de Análise Combinatória em situações reais do cotidiano;</li> <li>• Entender a diferença entre a resolução de uma questão com a aplicação de fórmula pronta e a resolução de um problema contextualizado.</li> </ul>

<p>possíveis de se retirar uma peça do tabuleiro com essa carta?</p> <p>c) Em uma partida do jogo PlanCarter, os alunos decidiram que irão jogar apenas cinco partidas. De quantas maneiras distintas eles terão para sortear essas cartas?</p> <p>Duração; Três aulas de 50 minutos</p>	
<p>7. Aplicação da AOE 4</p> <p><b>Sobre o jogo PlanCarter</b></p> <p>Em um determinado momento do jogo, um PlanCarteriano retira um coringa. Segundo as regras do jogo, ao retirar o coringa, o PlanCarteriano pode retirar três peças só de um quadrante, duas peças de um quadrante e uma de outro quadrante, ou uma peça de cada quadrante dos seus adversários.</p> <p>a) Se Francisco retirou o coringa e Vitória tem 2 peças no seu quadrante, Gilberto só tem uma e Elieth tem sete peças. De quantas maneiras Francisco poderá escolher as peças a serem retiradas?</p> <p>b) Se Francisco retirou o coringa e ele decidir que vai tirar duas peças de um quadrante e uma peça de outro; se Vitória tem 5 peças, Gilberto tem 8 e Elieth tem 6, de quantas maneiras Francisco poderá escolher as peças a</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar o conteúdo, ou conteúdos, de Análise Combinatória que podem ser aplicados pra a resolução da atividade proposta;</li> <li>• Aplicar fórmulas e conceitos matemáticos da Análise Combinatória na resolução da atividade proposta;</li> <li>• Conhecer e aprimorar técnicas e métodos de resolução de questões de Análise Combinatória em situações reais do cotidiano;</li> <li>• Entender a diferença entre a resolução de uma questão com a aplicação de fórmula pronta e a resolução de um problema contextualizado.</li> </ul>

<p>serem retiradas?</p> <p>c) Se Francisco retirar o coringa na primeira jogada, de quantas maneiras ele poderá escolher as peças a serem retiradas nos quadrantes dos colegas?</p> <p>Duração; Três aulas de 50 minutos</p>	
<p>8. Aplicação da AOE 5</p> <p><b>Sobre o jogo Mancala</b></p> <p>a) No jogo Mancala, temos duas pessoas jogando. De acordo com as regras desse jogo, de quantas maneiras cada jogador pode começar a partida?</p> <p>b) No jogo Mancala, temos 48 sementes para serem distribuídas em doze cavidades (seis para cada jogador). De quantas maneiras podemos fazer essa distribuição? E se a distribuição fosse feita só para um jogador, de quantas maneiras poderia ser feita?</p> <p>c) No jogo Mancala, sempre que uma semente cai em uma cavidade vazia do lado do jogador a quem ela pertence, esse captura as sementes da cavidade que se encontra ao lado da cavidade vazia do seu adversário. Se numa situação o jogador tem, no seu lado do tabuleiro, três cavidades vazias e tem a vez de jogar com uma cavidade que tem 8 sementes, de quantas maneiras ele pode capturar</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar o conteúdo, ou conteúdos, de Análise Combinatória que podem ser aplicados para a resolução da atividade proposta;</li> <li>• Aplicar fórmulas e conceitos matemáticos da Análise Combinatória na resolução da atividade proposta;</li> <li>• Conhecer e aprimorar técnicas e métodos de resolução de questões de Análise Combinatória em situações reais do cotidiano;</li> <li>• Entender a diferença entre a resolução de uma questão com a aplicação de fórmula pronta e a resolução de um problema contextualizado.</li> </ul>

sementes do seu adversário? Duração; Três aulas de 50 minutos	
9. Aplicação do questionário Duração: Duas aulas de 50 minutos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analisar as principais contribuições e perspectivas proporcionadas pelas AOE na resolução de questões de Análise Combinatória e quais as melhorias encontradas nas resoluções dessas questões mediadas pela AOE que podem ser utilizadas no ensino da matemática.</li> <li>• Verificar as principais vantagens identificadas nas respostas dos alunos e que possam ser utilizadas por professores e alunos a fim de tornar o ensino de matemática mais facilitador e conclusivo, sobretudo em temas mais complexos, como no ensino de Análise Combinatória.</li> </ul>
10. Aplicação do pós-teste Duração; Duas aulas de 50 minutos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analisar o grau de melhoria (se é que houve) em relação à resolução das questões do pré-teste;</li> <li>• Mensurar o grau de melhoria, para comparar com o pré-teste e, a partir daí, fazer um estudo da pesquisa;</li> <li>• Elaborar técnicas e buscar ferramentas de aprendizado para o ensino de matemática a partir dessa experiência, sobretudo para o ensino de temas mais complexos, como é o caso da Análise Combinatória.</li> </ul>

Fonte: Elaboração do próprio autor (2020)

A execução de cada etapa aconteceu normalmente e com a participação dos alunos, que procuravam interagir, sempre na busca de entendimento para a realização da pesquisa. Conforme a tabela acima, na primeira etapa foi realizado um pré-teste, com duração de duas aulas de 50 minutos, com o objetivo de avaliar e mensurar os conhecimentos dos alunos sobre o conteúdo de Análise Combinatória (Princípio fundamental da contagem, Permutação

simples, Permutação com elementos repetidos, Arranjos simples e Combinação simples), e também dar suporte de dados para uma avaliação mais conclusiva no estudo dos resultados da pesquisa.

Na segunda etapa, foram realizadas aulas de revisão dos conteúdos citados acima, totalizando três aulas de 50 minutos, com o objetivo de recordar e aprimorar fórmulas e conceitos básicos, propiciando ao aluno um maior embasamento para as resoluções das AOE. Essas revisões aconteceram de forma bem produtiva, haja vista que a professora titular da turma tinha terminado de ministrar o conteúdo, na semana anterior ao início do projeto. Na terceira etapa, trabalhou-se a origem dos jogos, sua história e sua importância na sociedade, e as regras de cada jogo. Nessa etapa, foi ensinado como se jogava o Mancala, que era o único jogo que eles ainda não conheciam, pois o xadrez já era trabalhado na escola há vários anos e o *PlanCarter* já tinha sido objeto de pesquisa em outro momento. Nessa etapa, eles se mostraram muito atenciosos e curiosos para saber não só a regra do jogo, mas a sua história e importância na sociedade, principalmente no ensino de conteúdos da Matemática.

A partir daí, começou-se as etapas mais importantes do projeto, que foram as aplicações das AOE, sendo aplicada, na quarta etapa, a AOE 1, um questionamento envolvendo o jogo de xadrez (citada no quadro acima), com duração de três aulas de 50 minutos. Nessa etapa, eles sentiram alguma dificuldade devido à complexidade do jogo e ao fato de eles ainda não estarem habituados com a metodologia de resolução norteadas pelas AOE. Chegaram a ter dificuldades na resolução das questões, mas a maioria conseguiu atingir o objetivo. Na quinta etapa, foi aplicada a AOE 2, que também era um questionamento sobre o jogo de xadrez. Essa etapa foi mais tranquila, embora alguns ainda tivessem um pouco de dificuldades por causa da complexidade dos jogos e das muitas opções que tinha para cada jogada, que os deixava confusos na hora de escolher que fórmula aplicar. O que ajudou, nessa etapa, foi o fato de que eles já estavam mais familiarizados com a maneira de resolução proposta pela AOE.

Na sexta etapa, foi aplicada a AOE 3, uma questão que trata do jogo *PlanCarter*, também com duração de três aulas de 50 minutos e, nessa etapa, percebeu-se uma evolução nos trabalhos da turma, pois a grande maioria conseguiu concluir a atividade. Na sétima etapa, foi executada mais uma atividade sobre o jogo *PlanCarter*, a AOE 4, na qual eles também não tiveram dificuldades de realização, pois achavam o jogo mais fácil de ser trabalhado, dando mais oportunidades de conclusão da tarefa a ser realizada. Na oitava e última etapa de

aplicação das AOE, foi trabalhado uma questão envolvendo o jogo Mancala e, também, não causou dificuldades aos alunos para atingirem seus objetivos. Após a aplicação de cada AOE, era feito um momento de reflexão, análise e socialização das experiências e conhecimentos adquiridos com a realização das atividades, promovendo, assim, uma discussão a respeito dos textos virtuais, parte orientadora das atividades, e das possíveis soluções encontradas para cada situação-problema apresentada pelas AOE.

As aplicações das AOE aconteceram sem interferência do professor-mediador e com os alunos divididos em grupos, para que pudessem interagir entre eles, na busca pela solução de cada situação-problema propiciada pela AOE. Esses momentos eram videogravados para melhor registrar todas as impressões, discussões, dúvidas, erros, acertos, questionamentos e outras conclusões a que chegavam os componentes das equipes na resolução de cada AOE. Durante a execução de cada AOE, foram adotados os procedimentos mostrados no quadro abaixo, visando um melhor aproveitamento por parte dos componentes de cada equipe.

Vale salientar ainda que, durante a resolução de cada AOE, a equipe tinha, sobre a sua mesa, um tabuleiro do jogo em questão, para que os participantes pudessem confrontar a realidade de cada jogada com o que estava sendo cobrado na AOE, e isso se tornava de fundamental importância na execução da atividade, pois dava uma visão prática daquilo que estava sendo questionado.

Tabela 4 – Procedimentos adotados para a execução das AOE

PROCEDIMENTOS ADOTADOS	
1º	O primeiro passo era fazer a divisão da turma em equipes de 4 ou 5 alunos, para que os mesmos pudessem realizar as atividades de forma interativa e coletivamente.
2º	Em seguida, era feita a leitura do texto virtual, onde o professor explicava qual o objetivo do texto. Era feita também a leitura da questão, oportunidade na qual o professor aproveitava para tirar dúvidas de alguns alunos quanto à leitura e orientar sobre o objetivo a ser atingido naquela atividade.
3º	Após o término da aula ou da atividade, o professor recolhia as atividades de cada componente. E, quando a aula não era suficiente para terminar a atividade, continuava-se na aula seguinte, até a conclusão.
4º	Para concluir, o professor pesquisador fazia um momento de socialização, no

qual eram desfeitas as equipes, e cada aluno podia expressar sua opinião sobre a execução da atividade, como as experiências e os conhecimentos adquiridos nos estudos realizados, o que provocava uma discussão entre alunos e professor-mediador e servia como termo avaliativo da execução da atividade proposta.

Fonte: Elaboração do próprio autor (2020)

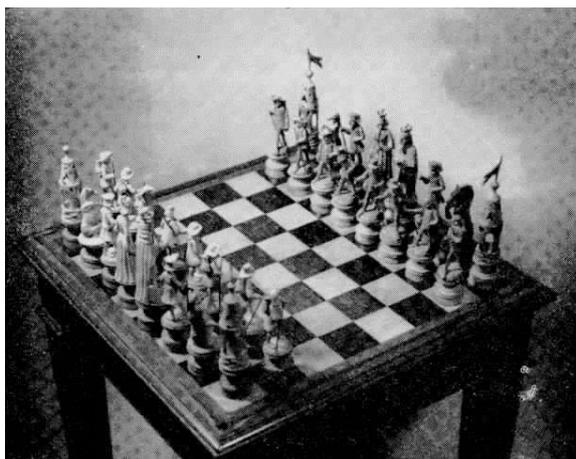
## 4 O PROCESSO DE ANÁLISE DA PESQUISA

### 4.1 Uma síntese dos trabalhos de aplicação

Foi realizada uma análise dos resultados encontrados durante a execução das etapas dessa pesquisa, levando-se em consideração o pré-teste, o pós-teste, os questionários e as AOE, aplicadas como fonte de coleta de dados. Nesta análise, podemos observar que:

Sobre o jogo Xadrez:

Figura 12 – Tabuleiro de xadrez com as peças



Fonte: Wikipédia, a enciclopédia livre.

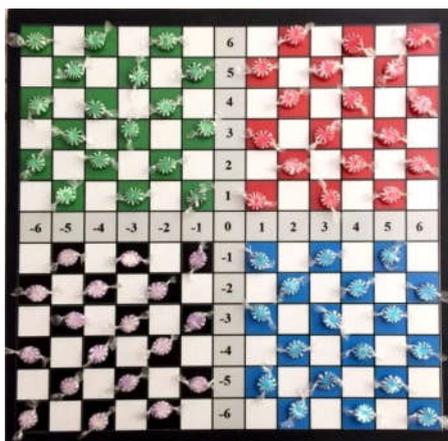
O xadrez, por ser um jogo que requer muita atenção, paciência e concentração, foi o que trouxe maiores dificuldades na resolução das AOE. Devido ao leque muito grande de opções de jogada, os alunos ficavam em dúvida sobre qual delas levar em consideração para definir que estratégia utilizar, ou seja, que conceito e fórmula seriam melhor aplicados para atingir o objetivo, que era acertar o cálculo que estava sendo proposto. Na primeira e segunda AOE, que trazem um questionamento sobre o jogo de xadrez, houve uma demora grande em entender qual o conteúdo e a fórmula de Análise Combinatório seriam aplicados. Isso porque

eles encontravam mais de uma maneira de resolução para a mesma questão, o que os deixava confusos. Mas, aos poucos, eles foram entendendo que esse era o objetivo, encontrar alternativas diferentes para a resolução da mesma questão.

O fato de a escola trabalhar um projeto de Xadrez em todas as turmas, tornando-se referência a nível municipal e estadual, já que é campeã nessas duas esferas na sua faixa etária, nos últimos 4 anos, facilitou a execução da AOE, porque eles sabiam todas as regras do jogo. Isso ajudou os alunos a encontrarem o raciocínio que os levaria à resolução da questão e foi determinante na escolha do jogo para esse trabalho investigativo. Nessas atividades, o professor-orientador fez algumas ponderações, a fim de ajudar os alunos a entenderem qual era o objetivo da pesquisa, embora isso já tivesse sido discutido na apresentação do projeto de pesquisa, no início dos trabalhos.

### Sobre o jogo *PlanCarter*

Figura 13 – Tabuleiro de *PlanCarter*



FONTE: Dias (2019)

O *PlanCarter* foi um jogo trabalhado em um projeto de pesquisa na mesma turma, no ano de 2018, sob a orientação do professor da escola, e também mestrando do PROFMAT na época, Francisco Vieira Dias. O *PlanCarter* é um jogo de tabuleiro que tem por finalidade o estudo de coordenadas cartesianas no plano, utilizando funções afins e funções do 2º grau. Ele é um jogo novo, criado pelo professor-orientador, com o propósito de ser trabalhado nesse projeto de pesquisa. Foi objeto de sua dissertação de mestrado, e foi desenvolvido e aplicado na mesma turma, que na época era 1º ano “A”. Isso terminou influenciando na escolha do

jogo para ser trabalhado na pesquisa e, também, atendendo a um pedido dos alunos, que queriam testar a utilização desse jogo em outro conteúdo.

As dificuldades encontradas para a resolução das AOE 3 e 4, que trazem questionamentos sobre o jogo *PlanCarter* foram em menor proporção do que as encontradas no Xadrez. Os alunos tiveram uma visão mais conclusiva sobre qual conceito e fórmula aplicar na execução dessa tarefa, pois disseram que o jogo tinha menos estratégias e que isso facilita na hora de encontrar o raciocínio lógico da questão e diminui as possibilidades de escolha de conceitos e fórmulas a serem aplicados para sua resolução, o que tornava o jogo mais simples e conclusivo para a pesquisa. Os alunos executaram as atividades de maneira autônoma e num espaço de tempo menor, em relação ao xadrez, e tiveram mais firmeza e confiança nas respostas encontradas. A partir dessas observações, pode-se observar que a utilização desse jogo também se faz eficaz na Análise Combinatória, além do seu objetivo principal, que é o estudo das coordenadas cartesianas.

### **Sobre o jogo Mancala**

O jogo Mancala é um dos jogos mais antigos na história das civilizações, sendo também um jogo de tabuleiro, que tem como objetivo a captura e semeadura de sementes. O jogo foi escolhido pela turma, entre dez jogos apresentados pelo professor-orientador, e despertou a curiosidade dos alunos, mesmo antes de serem apresentadas as regras e a sua história. Alguns alunos já tinham ouvido falar desse jogo e até jogado algumas partidas através da internet.

O jogo Mancala foi base para a elaboração da AOE 5. Na execução dessa atividade, os alunos não encontraram muita dificuldade, pois acharam o jogo também conclusivo e com poucas alternâncias de estratégias, o que ajuda na escolha dos conceitos e fórmulas aplicadas na resolução da situação-problema. A atividade foi realizada sem muitas dificuldades e em tempo hábil, levando os alunos à solução esperada, de maneira satisfatória.

Figura 14– Tabuleiro de Mancala



Fonte: Mônica Menezes de Souza - Mancala: A Resolução de Problemas Num Jogo de Origem Africana

## 4.2 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Depois de realizados todos os procedimentos de execução do processo investigativo da pesquisa, foi feita uma análise dos resultados baseados nos dados coletados através do pré-teste, do pós-teste, dos questionários, das entrevistas videogravadas e, principalmente, das aplicações das AOE, que serviram como embasamento principal para se chegar a esses resultados. Nesse item, realizou-se uma análise dos resultados de cada AOE de maneira separada, elencando aqui as conclusões que foram tiradas durante o desenvolvimento desse processo de pesquisa.

Esses resultados foram coletados através de anotações dos conhecimentos e experiências que os alunos obtiveram nos encontros formativos; nas transcrições das videografações dos momentos de socialização; no que foi obtido depois da execução de cada AOE, com o objetivo principal de interpretar, descrever, esclarecer e identificar características subjetivas que norteiam o comportamento dos alunos durante a execução dessa pesquisa; nas comparações de dados coletados no pré-teste e no pós-teste; nas informações do questionário; e também analisando as resposta da cada AOE aplicada nesse trabalho.

Procurou-se sistematizar e categorizar esses dados através de episódios de ensino, selecionando os fatos mais importantes que foram identificados na realização de cada atividade, o que caracteriza uma análise qualitativa. Segundo Moura, os episódios são “ações reveladoras do processo de formação dos sujeitos participantes”. (MOURA, 2004, p.272).

Moura (2004) destaca, ainda, que cada episódio traz frases escritas ou faladas, com gestos e ações, que trazem fatos significativos que revelam interdependência entre os componentes de uma ação formadora. Isso mostra que o foco de cada episódio é na descrição

e interpretação dessas ações e realizações dos alunos na execução das tarefas que foram organizadas atendendo as orientações da Atividade Orientadora de Ensino.

Esses resultados foram adquiridos através de questionários aplicados aos alunos, cuja finalidade era coletar dados que apresentassem a avaliação e a percepção dos alunos sobre as atividades que foram desenvolvidas no decorrer da pesquisa e que serviram também para analisar as contribuições que as AOE's podem trazer ao ensino de conteúdos matemáticos mais complexos, como é o caso de Análise Combinatória.

### **4.3 Aplicações da AOE e análises dos resultados**

Nessa seção, abordar-se-á as aplicações das AOE's, mostrando todos os procedimentos de organização e aplicação, e apresentando os resultados de acordo com as análises de dados produzidos no desenvolvimento dessas atividades, começando com a AOE 1, que traz um questionamento sobre o jogo de xadrez. Antes de aplicar a AOE 1, teve-se o cuidado de dispor aos alunos três aulas de cinquenta minutos, para praticarem o jogo de xadrez, pois, embora a maioria da turma já dominasse as técnicas do jogo, havia uma minoria de alunos recém chegados à turma, o que tornou imprescindível essa ação para uma melhor interação entre os alunos de cada grupo na hora das resoluções de cada Atividade Orientadora de Ensino, haja vista que cada componente da equipe teria que conhecer bem as regras do jogo e ter uma boa prática na execução das jogadas, o que facilitaria na execução e resolução da AOE.

Conhecer bem as jogadas que seriam feitas no jogo de xadrez era fator imprescindível para o aluno entender a contextualização da questão e fazer a escolha certa do conceito de Análise Combinatória que seria aplicado na resolução do cálculo da questão, o que culminaria em acertar o resultado da questão proposta na AOE. Em seguida, fez-se a distribuição da turma em equipes de 4 ou 5 alunos, de maneira que eles pudessem interagir entre si dentro do próprio grupo e, também, que eles pudessem estender essa interação aos outros grupos, na tentativa de resolver as situações-problema propostas na AOE. Foram formadas 4 equipes com 5 alunos e uma com 4, de acordo com os codinomes relacionados nos quadros a seguir:

Tabela 5 – Composição dos cinco grupos

Equipes	Componentes
Equipe 1	Euclides, Isaac Newton, Sofia, Mary Somerville, Gauss e Ptolemeu
Equipe 2	Euler, René Descartes, Pitágoras, Sophie German, Katherine Johnson e Platão
Equipe 3	Arquimedes, Pitágoras, Maryam Mirzakhani, Emmy Noether e Riemman
Equipe 4	Henri Poincaré, Leonardo Fibonacci, Georg Cantor, Teano e Hipátia
Equipe 5	Marília Chaves, Gomide, Hilbert , Louis Cauchy e Maria Gaetana

Fonte: Elaboração do próprio autor (2020).

#### 4.3.1 Aplicação da AOE 1 e análise dos resultados

Em seguida, começaram as atividades de resolução da AOE com o professor-pesquisador. Com a ajuda dos alunos Euclides e Sofia, foi feita a leitura da história virtual, com a finalidade de demonstrar uma situação desencadeadora que permitisse, aos alunos, que se inserissem no contexto da atividade e se envolvessem no seu desenvolvimento para atingir o objetivo, que era encontrar o conceito e a fórmula aplicada para a execução certa do cálculo. A história tenta mostrar, de maneira mais clara e eficaz, uma situação real, do cotidiano, que pode ocorrer com o conteúdo em estudo. Logo, depois da leitura do texto virtual, o professor-orientador fez a leitura do problema proposto na AOE e disponibilizou três aulas com duração de 50 minutos, já contando com o tempo dos encaminhamentos realizados para responder a atividade.

Após o término da resolução da primeira AOE, o professor-orientador recolheu as respostas encontradas por cada equipe para que fosse feita a análise de quais conceitos e fórmulas do conteúdo de Análise Combinatória foram utilizados por seus componentes na resolução do problema, e quais competências e habilidades matemáticas os alunos apresentaram no desenvolvimento dessa ação. Logo abaixo, segue uma exposição de fotos dos alunos resolvendo a AOE 1.

Figura 15– Fotos de alunos resolvendo a AOE 1



Fonte: Elaboração do próprio autor 2020

A foto acima mostra uma das equipes resolvendo a AOE 1 e utilizando o Xadrez como estratégia de pesquisa. Os alunos vão simulando as jogadas de acordo com os questionamentos propostos na Atividade Orientadora de Ensino, na busca pelo raciocínio que os leve a encontrar a fórmula adequada para aplicar na resolução da questão proposta.

Será mostrada, através do quadro abaixo, a história virtual norteadora da AOE 1

Quadro 2 – História virtual norteadora da AOE 1 sobre o jogo de Xadrez

<p>Sempre, após o almoço, no CETI Rocha Neto, acontecem os HEIs (Horários de Estudo Interdisciplinar), nos quais os alunos podem realizar atividades de qualquer disciplina, interagindo entre si e orientados por um professor. Cada turma tem direito a dois HEIs por dia. E eles acontecem sempre depois do almoço e de forma consecutiva, conforme horário elaborado pelo Coordenador Pedagógico</p> <p>Certo dia, depois do almoço, estavam os alunos do 2º ano “A” do CETI</p>	<p>O primeiro questionamento se deu logo no início da partida, quando os três observaram que havia mais de uma possibilidade de começa a partida.</p> <p>Daí, Vitória elaborou o seguinte questionamento:</p> <p>- De quantas maneiras o jogador pode começar uma partida? E depois da segunda jogada? E nas outras situações que podem acontecer?</p> <p>Gilberto, o outro jogador da dupla e que havia perdido a partida, retrucou:</p>
--	---

<p>Rocha Neto à espera do professor coordenador do HEI. Eles estavam reunidos em alguns grupos, uns conversando e outros jogando xadrez.</p> <p>Ao retornar do almoço, o aluno Gideone chega à sala de aula e encontra seus colegas jogando xadrez, em duplas. Ele também conhece as regras do jogo e começa a observar as jogadas dos companheiros, aproximando-se da dupla Vitória e Gilberto, que travam uma disputa equilibrada.</p> <p>Gideone então pergunta:</p> <p>- Vocês já terminaram a partida?</p> <p>Vitória, que havia vencido a partida, responde:</p> <p>- Já sim, e eu venci, mas foi difícil.</p> <p>Gideone, sempre muito curioso, indagou:</p> <p>- Vocês fizeram a atividade de Matemática sobre Análise Combinatória?</p> <p>Gilberto responde:</p> <p>- Sim, mas tive dificuldades de entender qual fórmula usar nas questões dos problemas, por isso não consegui resolver todas. Fiz menos da metade.</p> <p>Gideone sempre muito astuto e curioso, indagou:</p> <p>- E se nós tentássemos usar o jogo de xadrez para entender um pouco dessas fórmulas que temos que escolher para resolver os problemas?</p>	<p>- São muitas e nós podemos tentar fazer cada uma aqui.</p> <p>Vitória interveio, dizendo:</p> <p>- Vamos tentar, através de algumas possibilidades encontradas, aplicare uma fórmula que nos ajude a encontrar todas as maneiras de começar a partida sem precisar fazer uma a uma, até porque não sabemos se vamos conseguir fazer todas elas. Depois tentaremos resolver os outros questionamentos usando a mesma estratégia.</p> <p>Gideone disse:</p> <p>- Então vamos pesquisar e encontrar essa fórmula.</p> <p>Os alunos começaram a atividade e perceberam que era muito prazeroso jogar e encontrar maneiras de como resolver as questões mais complexas de Análise Combinatória como:</p> <p>a) Qual o número de possibilidades de abertura no jogo de xadrez?</p> <p>b) E após a segunda jogada, quais as possibilidades de jogadas?</p> <p>c) Durante uma partida de xadrez, os Reis e Rainhas pretos e brancos não mudaram de posição. Os adversários têm, além destas, somente uma Torre a mais cada. De quantos modos diferentes podem estar posicionadas as peças destes jogadores?</p> <p>d) No tabuleiro, há 64 posições, destas 3 estão ocupadas com os dois Reis e com a</p>
--	---

<p>Os colegas concordaram, e então começaram os trabalhos.</p> <p>Gideône propôs jogarem uma partida e observar em quais situações poderiam aplicar conceitos de Análise Combinatória e, a partir daí, criarem situações-problema para a aplicação desses conceitos e definição de fórmulas para serem utilizadas na sua resolução.</p>	<p>Torre branca. Suponha que só a Torre branca irá se mexer até alcançar a posição H8, do Rei preto. Lembre-se de que a Torre pode se movimentar na linha e na coluna quantas casas forem possíveis, desde que não pule nenhuma peça.</p> <p>Se a torre estiver em A1, quantas são as posições que ela poderá ocupar após um movimento?</p>
---	---

Fonte: Elaboração do próprio autor (2020).

A história virtual acima apresenta uma narrativa em que as falas de seus personagens transcorrem de maneira informal, sendo elaborada para ser utilizada como estratégia que pudesse envolver os alunos com os personagens do texto, no intuito de encontrar uma forma desencadeadora de aprendizagem que facilite a interação e a compreensão por parte dos alunos, na contextualização da situação-problema apresentada, provocando os mesmos a se portarem de maneira autônoma na resolução dos problemas propostos.

Nessa perspectiva, a Atividade Orientadora de Ensino tem como objetivo estimular o aluno através da história virtual apresentada.

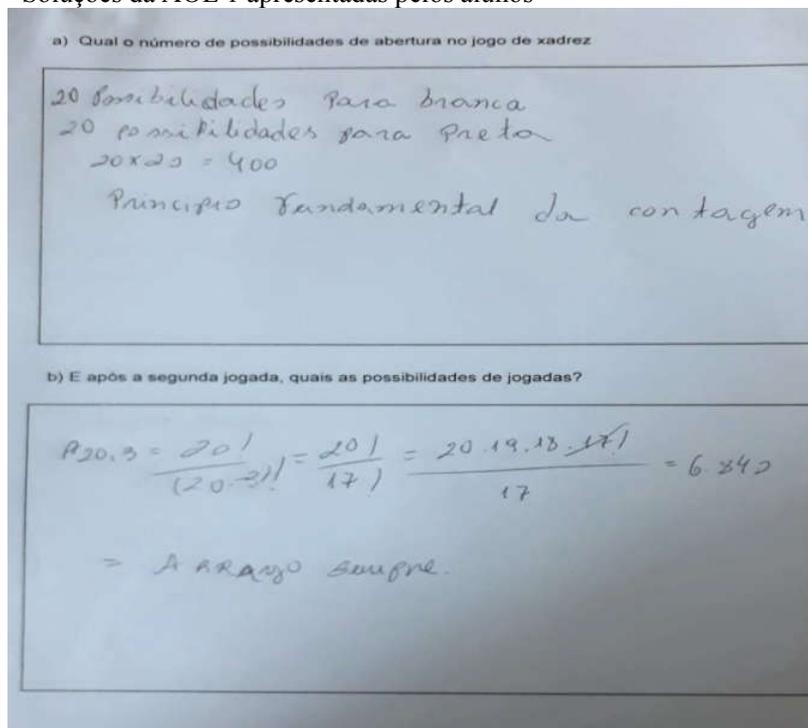
Segundo Moura (2010), a Atividade Orientadora de Ensino se conceitua como:

[...] uma narrativa que proporciona ao estudante envolver-se na solução de um problema como se fosse parte de um coletivo que busca solucioná-lo, tendo como fim a satisfação de uma determinada necessidade, à semelhança do que pode ter acontecido em certo momento histórico da humanidade. (MOURA et al., 2010a, p. 105).

Moura (2002) ainda destaca que a Atividade Orientadora de Ensino apresenta uma estrutura que permite que os sujeitos interajam entre si, coordenados por uma estratégia de negociar significados, no intuito de atingir o objetivo pretendido, que é a solução de uma situação-problema, de maneira coletiva. Essa atividade tem essa característica, porque ela define elementos que se tornam essenciais na ação educadora, pois permite ao aluno usar o cognitivo de maneira autônoma e interagindo com os demais colegas para se chegar ao resultado proposto e desejado pelo professor orientador.

Em seguida, mostrar-se-ão algumas respostas que foram encontradas pelos alunos na resolução da AOE1, onde podemos observar as habilidades e competências que foram desenvolvidas pelos mesmos na solução dessa atividade.

Figura 16 – Soluções da AOE 1 apresentadas pelos alunos



Fonte: Elaboração do próprio autor (2020).

Quadro 3 – Episódio 1 – Discussão a respeito da AOE 1

T	Participante	Relatos	Comentários
1	Professor orientador	<p>“Boa tarde!</p> <p>Nesse momento nós vamos fazer uma reflexão sobre a nossa atividade executada na AOE 1, que se inicia com um texto virtual e traz um questionamento sobre o jogo de xadrez.</p> <p>Vocês gostaram do texto virtual? Na opinião de vocês, o texto ajudou a resolver as questões?”</p>	<p>O professor citou a importância do texto virtual na execução da tarefa.</p>

2	Euclides	“Sim professor. Achei o texto engraçado e trazendo situações que agente vê acontecer na sala de aula”	De maneira geral, todos gostaram do texto e disseram que, de uma maneira ou de outra, ele ajudou na resolução da questão.
3	Euller	“Na minha opinião, o texto ajudou a resolver as questões, pois colocou uma situação em que nós fomos observar direto no jogo o que acontecia com aquela jogada”	
4	Emmy	“Lendo o texto nós fomos vendo o que fazer no tabuleiro”	
5	Gomide	“O texto nos estimulou a tentar resolver o problema através de tentativas. Ai, vimos que levaria muito tempo e que tínhamos que encontramos uma fórmula para economizar o tempo”	
6	Hilberth	“Gostamos do texto sim, professor, e eu acho que ele contribuiu na hora de resolver o cálculo”	
7	Professor orientador	“Agora, sobre a resolução da AOE 1, relatem quais as principais dificuldades encontradas no desenvolvimento do cálculo e se todos chegaram ao mesmo resultado. E ainda se todos usarem o mesmo conceito e qual fórmula aplicada para resolver a questão”	Nota-se, pelos relatos, que os alunos utilizaram o Princípio Fundamental da Contagem – PFC ou Princípio Multiplicativo e também Arranjos Simples para resolverem a AOE 1 e chegaram ao mesmo resultado. Uma dificuldade muito observada foi a de o jogo

			de xadrez ser muito complexo, apresentando muitas variações de jogadas, e isso confundiu o aluno na hora da escolha do conceito a ser utilizado na resolução e, conseqüentemente, na fórmula a ser aplicada.
8	Newton	“Professor, a nossa equipe, quando começou a fazer as tentativas, percebeu que poderia usar o PFC (Princípio Fundamental da Contagem) e, em uma questão, usamos arranjos simples”	
9	René Descartes	“Usamos PFC e também arranjos simples, e tivemos dificuldades, porque o jogo de xadrez tem muitas possibilidades de jogada, é um jogo difícil de jogar”	
10	Poincaré	“Encontramos o mesmo resultado das outras equipes e usamos o PFC”	
11	Gomide	“Sim, professor, nós encontramos o mesmo resultado no cálculo, e usando o PFC e arranjos simples”	
12	Professor pesquisador	“Na resolução da AOE 1, quando vocês encontravam dificuldade para definir a fórmula a ser aplicada, o que vocês fizeram para chegar à fórmula do PFC?”	Os alunos usaram a mesma metodologia para encontrar a fórmula a ser aplicada. O processo de tentativas no tabuleiro de xadrez (...)
13	Sofia	“Professor, nós fomos fazendo as tentativas e lendo a história virtual até que chegamos a essa conclusão”	

14	Sophie German	“Percebemos, pelas tentativas, que não formava grupamentos”	
15	Cauchy	“O jogo ajudou muito professor, porque fomos fazendo as tentativas até percebermos”	
16	Professor pesquisador	“Então foi importante ter acesso ao jogo durante a resolução das questões?”	Todos acharam fundamental o acesso ao jogo na hora da execução do cálculo, pois oportunizou uma prática que ajudou a identificar qual fórmula aplicar.
17	Gauss	“Sim! Com certeza, professor!”	
18	Maryam	“A nossa equipe superou as dificuldades olhando o texto virtual e usando o tabuleiro e as peças”	
19	Fibonacci	“Sim. Muito importante”	
20	Marilia Chaves	“O acesso ao jogo, para nossa equipe ir tentando, à medida que nós entendíamos a questão. Foi muito bom”	
21	Professor pesquisador	“Vocês se sentem capazes de resolver outros questionamentos de Análise Combinatória utilizando o xadrez?”	Percebe-se que os alunos ganharam confiança para utilizar não só os jogos, mas outros instrumentos lúdicos para serem usados na resolução de questões.
22	Todos	“Sim”	
23	Professor pesquisador	“Na opinião de vocês, a realização dessa atividade e a utilização do jogo ajudou ou não a entender o uso de conceitos e fórmulas do conteúdo de Análise	Fica claro, pelas respostas dos alunos, que o jogo ajudou a entender as diferenças existentes

		Combinatória?”	entre PFC, Permutação, Arranjos e Combinação, e isso possibilita ao aluno a aplicação da fórmula correta para a resolução das situações-problema, embora quando colocadas de forma contextualizadas.
24	Sofia	“Sim, professor. Ajudou bastante, porque nós podemos utilizar o jogo para praticar a situação que a questão pedia, e tudo isso auxiliado pela história virtual.”	
25	Euler	“Com certeza, ajudou, tanto o jogo quanto a história virtual foram nos dando uma visão mais ampla daquilo que precisávamos para encontrar a fórmula certa.”	
26	Arquimedes	“Nos deixou mais confiantes e conseguimos acertar as questões.”	
27	Teano	“Tiramos várias dúvidas sobre a diferença entre Permutação, Arranjo, Combinação e PFC”	
28	Marília Chaves	“A nossa equipe tinha muita dificuldade em entender qual fórmula aplicar nos problemas, mas, depois dessa atividade, com certeza, aprendemos mais sobre esse conteúdo e estamos mais seguros sobre os conceitos e fórmulas de Análise Combinatória a serem aplicados na resolução das situações-problema. Por isso, eu acho que o jogo foi fundamental para	

		esse entendimento”	
29	Professor pesquisador	“Essa atividade acrescentou algum conhecimento sobre os conteúdos de Análise Combinatória”.	A utilização do jogo, na realização dessa atividade, mais uma vez propiciou aos alunos mais conhecimentos sobre os conteúdos de Análise Combinatória, deixando-os mais seguros para entender quais fórmulas aplicar na resolução de situações problemas.
30	Todos	“Sim, porque conseguimos entender as diferenças entre os conceitos, para aplicar a fórmula correta na resolução da questão”	

Fonte: Elaboração do próprio autor (2020).

Analisando as respostas dadas pelos alunos, pode-se concluir que a história virtual da AOE 1 ajudou na resolução da questão, levando o aluno a interpretar a problemática de maneira clara e conclusiva. A utilização do jogo de xadrez foi fundamental, pois propiciou aos alunos uma oportunidade de pesquisa, que ajudou a encontrar o conceito adequado para a utilização da fórmula correta na resolução da questão proposta. Outro aspecto observado foi que a Atividade Orientadora de Ensino e a utilização do jogo deixou os alunos mais confiantes na sua resolução, fazendo com que eles utilizassem seus conhecimentos sobre o conteúdo e melhorando suas habilidades e competências para trabalhar o conteúdo de Análise Combinatória. Conclui-se, então, que a resolução da AOE 1, com a utilização do jogo de xadrez e norteadada pela Atividade Orientadora de Ensino, foi muito positiva e trouxe mais opções de pesquisa para os alunos e mais ferramentas de ensino que possam ser utilizadas pelos professores em sala de aula, no ensino de conteúdos matemáticos.

#### 4.3.2 APLICAÇÃO DA AOE 2 E ANÁLISE DE RESULTADOS

Dando-se sequência aos trabalhos de pesquisa, aplicou-se a AOE 2, que também traz um questionamento sobre o jogo de xadrez. Começamos as atividades de resolução da AOE com o professor-pesquisador e com a ajuda dos alunos René Descartes e Sophie German, fazendo a leitura da história virtual e buscando interagir com os alunos, de maneira que os mesmos aproveitassem os conhecimentos e habilidades já adquiridos na execução da AOE 1, pois já tinham conhecimentos dos objetivos de um Atividade Orientadora de Ensino e do que ela trazia de ajuda, na resolução das questões.

O professor-orientador aproveitou a oportunidade para estimular os alunos a continuarem se inserindo no contexto da atividade e se envolvendo na sua execução para atingir o objetivo, que era encontrar o conceito e a fórmula aplicada para a execução certa do cálculo. Mais uma vez foi destacada a importância da história virtual para a execução da tarefa e de sua eficácia na identificação de uma situação-problema com uma situação real do cotidiano, que pode ocorrer com o conteúdo em estudo. Logo depois da leitura (...), o professor orientador fez a leitura do problema proposto na AOE 2 e disponibilizou três aulas com duração de 50 minutos já contando com o tempo dos encaminhamentos realizados para responder a atividade.

Assim como na AOE 1, após o término da resolução da AOE 2, o professor orientador recolheu as respostas encontradas por cada equipe para que fosse feita a análise de quais conceitos e fórmulas do conteúdo de Análise Combinatória foram utilizados pelos componentes de cada equipe na resolução do problema, e quais competências e habilidades matemáticas os alunos apresentaram no desenvolvimento dessa ação. Logo abaixo, segue uma exposição de fotos dos alunos resolvendo a AOE 2.

Figura 17– Alunos resolvendo a AOE 2



Fonte: Elaboração do próprio autor (2020)

A foto acima mostra alunos resolvendo a AOE 2 e utilizando o jogo de xadrez como ferramenta de pesquisa, além da história virtual. A estratégia utilizada é a de simular as situações-problema propostas na questão direto no tabuleiro de xadrez, para uma visão mais clara e conclusiva sobre que conceito a se utilizar e que fórmula aplicar na resolução correta da questão.

Mostraremos, através do quadro abaixo, a história virtual norteadora da AOE 2.

Quadro 4 – História virtual norteadora da AOE 2 sobre o jogo de Xadrez

<p>Os alunos continuaram a discussão mesmo depois da chegada do professor, que deu total apoio à atividade que estava sendo desenvolvida</p> <p>Após encontrarem respostas para os questionamentos colocados na primeira AOE, eles continuaram simulando outras situações, à medida que ia acontecendo as jogadas na partida que estava sendo disputada.</p> <p>Gilberto então resolveu desafiar os colegas a continuarem descobrindo, através das situações das jogadas, mais situações-problema relacionadas a conteúdos de Análise Combinatória.</p> <p>- Vamos continuar descobrindo</p>	<p>- Mas só temos duas torres em cada tabuleiro</p> <p>Gideône então indagou:</p> <p>- Mas elas podem ser colocadas de maneiras diferentes no tabuleiro.</p> <p>- Então vamos analisar algumas situações – disse Gilberto.</p> <p>Vitória resolveu indicar algumas situações dizendo:</p> <p>- Vamos Supor que elas não estejam na mesma linha e na mesma coluna, ou, então, não tenha duas torres na mesma linha ou na mesma coluna, e não podendo colocar nenhuma torre na diagonal branca maior.</p> <p>Depois de colocadas as situações, os jogadores resolveram usar a mesma</p>
--	---

<p>mais situações, observando cada jogada - disse Gilberto, que enfrentava Vitória numa espécie de revanche, pois tinha perdido a partida anterior.</p> <p>Vitória concordou, embora isso lhe tirasse um pouco o foco de ganhar novamente para direcionar sua atenção para as maneiras de jogada que poderiam ser feitas de acordo com cada situação apresentada no decorrer da partida.</p> <p>- Vamos sim! Está muito proveitoso, e eu estou entendendo o conteúdo agora - disse Vitória.</p> <p>Gideone concordou, sinalizando que eles poderiam tirar muitas dúvidas, pois estavam vendo uma situação real de aplicação de Arranjos, Combinação, etc...</p> <p>Gideone disse:</p> <p>- Nas questões do livro, a gente não consegue enxergar qual a fórmula que vamos aplicar para a resolução do cálculo.</p> <p>E assim seguiram jogando e formulando questões para serem estudadas.</p> <p>Em um determinado momento, Vitória observou que poderia fazer o seguinte questionamento em relação ao jogo de xadrez?</p> <p>- De quantas maneiras podemos colocar 8 Torres de cor branca em um tabuleiro de xadrez? - Disse Vitória para os colegas.</p> <p>Gideone ficou pensativo e disse:</p>	<p>metodologia utilizada na atividade anterior, ou seja, foram simulando algumas situações e, a partir daí, tentando encontrar a fórmula mais adequada para resolver os questionamentos levantados, de maneira que ficassem determinadas todas as possíveis maneiras de acontecerem esse fato no jogo de xadrez.</p> <p>Vitória ainda fez o seguinte questionamento:</p> <p>- Quantas são as combinações possíveis em um jogo de xadrez até o 10º lance?</p> <p>Então os colegas ficaram curiosos e começaram a pensar em uma maneira de solucionar o novo questionamento de Vitória.</p> <p>Baseado no questionamento acima, eles elaboram as seguintes questões para serem resolvidas aplicando os conceitos e fórmulas do conteúdo de Análise Combinatória:</p> <p>1. De quantas maneiras podemos colocar 8 Torres de cor branca em um tabuleiro de xadrez? Considerando que:</p> <p>a) não tenha duas torres na mesma linha ou na mesma coluna.</p> <p>b) não tenha duas torres na mesma linha ou na mesma coluna e não podendo colocar nenhuma torre na diagonal branca maior.</p> <p>2) Calcule quantas são as combinações possíveis em um jogo de xadrez até o 10º lance.</p>
--	--

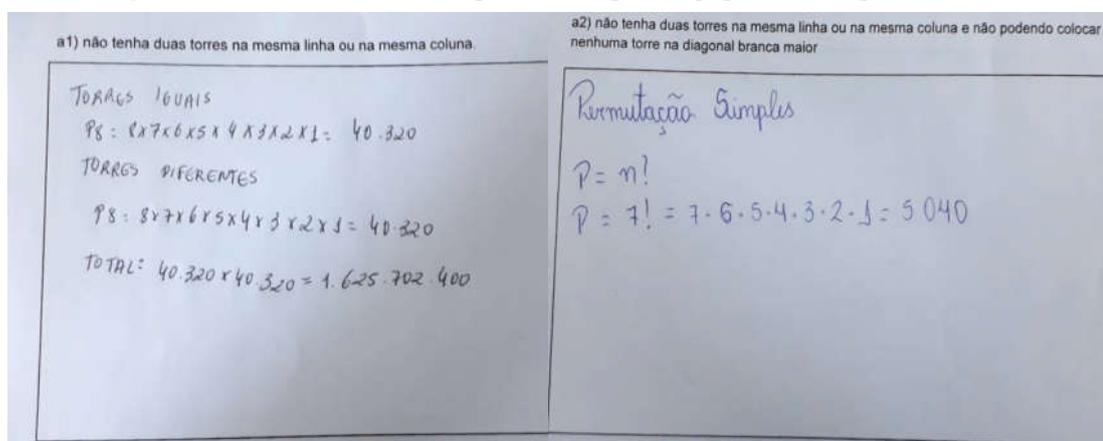
-Vamos analisar colocando as torres. Foi aí que Gilberto percebeu:	
---	--

Fonte: Elaboração do próprio autor (2020).

Mais uma vez, percebe-se a importância da história virtual, que vai conduzindo o aluno a explorar seu cognitivo de forma a entender aquilo que foi proposto na situação-problema e dando ferramentas de aprendizado que lhe possibilitem desenvolver habilidades hora não exploradas nos problemas propostos pelos livros didáticos. Isso mostra que a Atividade Orientadora de Ensino, através do texto virtual, tenta aproximar o aluno de uma situação real, dando-lhe autonomia para encontrar e aplicar conceitos e fórmulas adequados, na resolução das situações-problema em conteúdos complexos, como é o caso de Análise Combinatória.

A seguir, serão mostradas algumas respostas que foram encontradas pelos alunos na resolução da AOE 2, onde podemos observar as habilidades e competências que foram desenvolvidas na solução da atividade.

Figura 18 – Soluções da AOE 2 apresentadas pelas equipes 2 e 4 respectivamente.



Fonte: Elaboração do próprio autor (2020)

A foto acima traz alguns cálculos dos alunos referentes à resolução da AOE 2. Nota-se que os eles conseguiram atingir o objetivo esperado na questão, tendo em vista que os cálculos citados estão corretos. Conclui-se, pois, que a utilização do jogo, norteador pela

Atividade Orientadora de Ensino, foi fundamental para os alunos atingirem seus objetivos, encontrando o resultado desejado para a problemática proposta na AOE 2.

Após a aplicação da AOE 1 e da AOE 2, que trazem questões referentes ao jogo de xadrez, tirou-se um momento para se socializar as experiências e os conhecimentos adquiridos pelos alunos com as resoluções de cada AOE e qual o papel da Atividade Orientadora de Ensino na realização das tarefas. Essa ocasião, teve como objetivo provocar uma discussão, entre os alunos e entre eles e o professor, sobre as experiências e os conhecimentos adquiridos na execução dessas atividades. Eles puderam debater sobre seus erros e acertos, sendo registrado, através de videogravação, para que fosse feito um registro mais abrangente das falas e colocações dos alunos a respeito de suas experiências, que irão servir de análise e avaliação para esse projeto investigativo. Esse momento teve a duração de uma aula de 50 minutos. Algumas falas foram reproduzidas no quadro abaixo:

Quadro 5 – Episódio 2 – Discussão a respeito da AOE 2

T	Participante	Relato	Comentário
1	Professor pesquisador	“Pessoal, agora sobre a Atividade Orientadora de Ensino 2, quais as dificuldades que vocês encontraram e que fórmulas vocês utilizaram?”	Na Atividade Orientadora de Ensino 2, o objetivo era trazer um questionamento sobre o jogo de xadrez, o mesmo da AOE 1. As dificuldades encontradas em ambas coincidiram, mas percebe-se, pelas respostas dadas, que as decisões tomadas sobre quais fórmulas aplicar foram acertadas.
2	Euclides	“Nós tivemos as mesmas dificuldades, porque o jogo de xadrez tem muitas opções de jogada. E resolvemos as letras <i>a</i> e <i>b</i> usando Arranjos Simples; e a letra <i>c</i> , usando Combinação Simples.”	
3	Euller	“Também tivemos as mesmas	

		dificuldades da primeira e usamos Arranjos Simples e Combinação Simples na última letra.”	
4	Emmy	“Tentamos resolver todas usando PFC, mas vimos que formava grupos. Aí usamos Arranjos Simples e Combinações e conseguimos acertar.”	
5	Gomide	“Sim, professor. Tivemos as mesmas dificuldades, mas conseguimos resolver usando Arranjos e Combinação.”	
6	Hilberth	“Usamos Arranjos nas duas primeira e Combinação na última.”	
7	Professor orientador	“Para superar a dificuldade encontrada na AOE 2, que estratégia foi adotada?”	Nota-se que as estratégias utilizadas foram as mesmas da primeira AOE e as conclusões tomadas foram acertadas.
8	Newton	“Adotamos a mesma estratégia de fazer tentativas e ler o texto virtual até conseguir acertar a fórmula e o cálculo.”	
9	René Descartes	“Usamos o jogo para fazer as jogadas e encontrar a fórmula certa de resolver o cálculo.”	
10	Pitágoras	“Através do uso do jogo.”	
11	Poincaré	“Professor, nós fomos fazendo igual à primeira atividade e depois vimos que dava certo.”	
12	Professor pesquisador	“Todos encontraram a mesma resposta para os cálculos propostos.”	Observando-se as respostas, percebe-se que todos os que conseguiram apresentá-las acertaram o cálculo.

13	Todos	“Sim”	
14	Professor pesquisador	“Vocês acharam importante ter o jogo à disposição para a realização da tarefa?”	Mais uma vez o jogo foi fundamental para a resolução da AOE 2, ajudando no entendimento e mostrando caminhos para encontrar as fórmulas e conceitos a serem aplicados
15	Todos	“Sim. Ajudou na hora de fazer as tentativas e observar as jogadas.”	
16	Professor pesquisador	“O que vocês acharam da metodologia usada na elaboração das questões, ou seja, na forma como elas estão colocadas?”	
17	Newton	“Gostamos sim. Achamos as questões um pouco difíceis, mas isso é importante para testar nosso raciocínio.”	
18	Descartes	“Eu gostei, porque, embora fosse difícil, trouxe uma abordagem divertida e diferente.”	
19	Professor pesquisador	“Eu gostaria que vocês dessem suas opiniões em relação à realização dessa atividade em grupo. Vocês acham que ajudou nas resoluções?”	Todos concordaram que a realização de atividades em grupo ajuda muito na resolução de problemas, pois a interação é fundamental, não só para tirar as dúvidas, mas também transmite segurança e autonomia ao aluno para resolver a situação-problema de maneira correta.
20	Gomide	“Na minha opinião, ajudou e muito, porque nós pensamos juntos e	

		tentamos encontrar a solução correta de maneira coletiva e interativa.”	
21	Hilberth	“Trabalhar em grupo é sempre bom e ajuda muito, porque uns ajudam os outros a encontrarem o raciocínio da questão.”	
22	Emmy	“Tem também a questão da segurança. Agente fica mais seguro em relação ao resultado estar correto.”	
23	Professor Pesquisador	“Vocês acham que aprenderam alguma coisa nova na resolução dessas atividades. O quê?”	De acordo com os relatos coletados, a atividade proporcionou sim alguns conhecimentos, como, por exemplo, a atenção na leitura da questão e também a observação de dados que possam ajudar na solução, como o texto virtual, por exemplo.
24	Euclides	“Aprendemos sim, professor, principalmente a ter atenção na leitura da questão.”	
25	Euller	“Minha equipe observou que, ao ler o texto virtual, a questão ficava mais clara e fácil de resolver, porque a gente entendia o que a questão estava pedindo.”	
26	Emmy	“Aprendemos principalmente que essas questões podem acontecer no nosso dia a dia.”	
27	Gomide	“Nós conseguimos entender a questão lendo muito ela e o texto, e, a partir daí, fomos encontrando a maneira de	

		resolver corretamente.”	
28	Hilberth	“Aprendemos mais sobre questões de Análise Combinatória.”	
29	Professor pesquisador	“Essa atividade acrescentou algum conhecimento sobre os conteúdos de Análise Combinatória?”	A utilização do jogo na realização dessa atividade mais uma vez propiciou aos alunos mais conhecimentos sobre os conteúdos de Análise Combinatória, deixando-os mais seguros para entender quais fórmulas aplicar na resolução de situações-problema.
30	Todos	“Sim, porque agora sabemos identificar quais questões estão tratando de PFC, em quais questões aplicam-se as fórmulas de Permutação, Arranjo ou Combinação, mesmo em situações-problema mais complexas.”	

Fonte: Elaboração do próprio autor (2020).

Esse episódio apresenta a socialização da AOE 2 e novamente se iniciou com o professor pesquisador fazendo algumas colocações e tecendo alguns comentários sobre a Atividade Orientadora de Ensino, e alertando para a importância do texto virtual. Pode-se perceber, observando as respostas dos alunos, que o texto virtual ajudou na resolução das questões, fazendo uma aproximação entre o real e a situação contextualizada na situação-problema da AOE e, também, deixando a atividade mais criativa e dinâmica, proporcionando ao aluno mais segurança e autonomia na resolução correta das questões, pois se pode perceber que, através da narrativa do texto virtual, os problemas foram apresentados aos alunos dentro de um contexto em que eles pudessem buscar desenvolver suas técnicas e habilidades de aprendizado para conseguirem chegar à resposta correta.

Na realização desse momento de socialização, pôde-se avaliar, de maneira positiva, a utilização da Atividade Orientadora de Ensino no estudo de conteúdos matemáticos mais

complexos, como Análise Combinatória e outros conteúdos. Essa prática propiciou ao estudante uma oportunidade de reflexão e autoavaliação no processo de ensino e aprendizagem mediado pela Atividade Orientadora de Ensino, que lhes oportunizou a realização de uma atividade através de conhecimentos adquiridos por meio de uma inovação no ensino da matemática, que é a utilização da história virtual na aplicação de problemas matemáticos e, de maneira positiva, conduziu o aluno à realização de atividades empregando conhecimentos científicos.

Essa atividade também serviu para que o professor aprendesse novas metodologias e pudesse, assim, aplicá-las no ensino de matemática, com o objetivo de tornar os conteúdos mais conclusivos e de fácil entendimento por parte do aluno, o que resolveria muitos problemas que perduram, no dia a dia, no ensino de matemática.

### **4.3.3 Aplicação da AOE 3 e análises dos resultados**

Em mais um encontro formativo do nosso trabalho de pesquisa, prosseguiu-se com a aplicação de mais uma Atividade Orientadora de Ensino, a AOE 3, que trouxe uma aplicação do jogo *PlanCarter* em uma situação-problema envolvendo o conteúdo de Análise Combinatória.

Deu-se início aos trabalhos de resolução da AOE 3 com o professor pesquisador, ajudado pelos alunos Gauss e Emmy, fazendo a leitura do texto virtual, interagindo com os alunos de forma que eles conseguissem se inserir na história, de maneira que eles aproveitassem a leitura para já irem buscando entender o objetivo a ser alcançado nessa atividade. O professor, mais uma vez, alertou para a importância desse momento na resolução da AOE, e reprisou os objetivos da Atividade Orientadora de Ensino no processo de ensino-aprendizagem, estimulando-os a aproveitarem, ao máximo, aquele momento.

Em seguida, foi feita a leitura da situação-problema e foram disponibilizadas três aulas de 50 minutos para a realização da tarefa. Após o término do tempo disponibilizado para a execução da atividade, o professor pesquisador recolheu as atividades das equipes contendo as devidas respostas apresentadas pelos alunos, para que servissem de base de dados para análise de resultados da pesquisa e também de observação sobre quais habilidades e competências eles utilizaram para alcançarem o resultado final de maneira satisfatória. Logo abaixo, segue uma exposição de fotos dos alunos resolvendo a AOE 3.

Figura 19– Alunos resolvendo a AOE 3



Fonte: Elaboração do próprio autor (2020)

A foto acima mostra alunos resolvendo a AOE 3 e utilizando, além do texto virtual da AOE, uma outra ferramenta, que é o jogo *PlanCarter*, na perspectiva de ensino, para que os alunos pudessem utilizá-lo em resolução de questões de matemáticas, no caso específico dessa atividade, envolvendo o conteúdo de Análise Combinatória.

Será mostrada, através do quadro abaixo, a história virtual norteadora da AOE 3.

Quadro 6 – História virtual norteadora da AOE 3 sobre o jogo *PlanCarter*.

<p>No dia seguinte, logo após o almoço, os alunos voltaram a se reunir para continuarem as discussões começadas no dia anterior, pois os mesmos estavam bem animados com os resultados obtidos.</p> <p>Foi aí que Gideône sugeriu aos demais colegas que passassem a utilizar outro jogo.</p> <p>-Vamos trocar de jogo e ver se a gente consegue aprender mais sobre os conceitos de Análise Combinatória - Disse Gideone.</p> <p>- Qual jogo? - Indagou Vitória.</p> <p>Gideône pensou um pouco, mas logo respondeu:</p> <p>- O PlanCarter também é muito bom. Vamos testar?</p> <p>- Sim. Responderam, de forma simultânea, Vitória e Gilberto.</p>	<p>Gilberto então perguntou de maneira pensativa:</p> <p>- E depois que tirarmos uma carta, de quantas maneiras podemos jogar?</p> <p>Mais um questionamento que intrigava a turma, mas que não ficara sem solução, pois os mesmos foram fazendo as tentativas e encontrando maneiras que os aproximavam de alguma fórmula que generalizasse o problema.</p> <p>Vitória retrucou:</p> <p>- Então vamos ao trabalho, porque deve haver muitas situações interessantes que podem ser calculados através de fórmulas, para facilitar o cálculo e encontrarmos o resultado mais rápido.</p> <p>E, assim, a turma seguiu jogando e</p>
---	---

<p>- Mas o PlanCarter precisa de 4 jogadores. Então temos que convidar mais dois</p> <p>- Frisou Gilberto todo entusiasmado com a proposta.</p> <p>Foi então que Vitória convidou os alunos Francisco e Elieth para jogarem uma partida de PlanCarter, convite prontamente aceito pelos dois.</p> <p>A partida começa e Gideone, como sempre curioso, perguntou:</p> <p>- Vocês só trouxeram um tabuleiro. Como vamos saber como fazer para jogar todo mundo, se só podem 4 de cada vez?</p> <p>Daí eles observaram que surgira o primeiro questionamento envolvendo o conteúdo estudado.</p> <p>Vitória então respondeu:</p> <p>- Vamos tentar calcular. Deve haver alguma fórmula.</p> <p>Convidaram então o restante da turma para entrar no jogo e participar dos estudos, fazendo a distribuição em equipes de quatro alunos e distribuindo um tabuleiro de PlanCarter para cada equipe.</p> <p>Gilberto então explicou o objetivo da atividade, e começaram as discussões sobre qual fórmula usar para calcular o número de equipes, se a turma tivesse uma quantidade muito grande de alunos.</p> <p>Francisco então questionou:</p> <p>- Deve existir uma fórmula para fazer esse cálculo de maneira mais rápida.</p>	<p>encontrando situações que remetiam aos conteúdos de Análise Combinatória, como, por exemplo:</p> <p>3.a) Para jogar o jogo PlanCarter com um grupo de 10 alunos, de quantas maneiras diferentes podemos distribuir esses alunos, em um único tabuleiro, para jogarem obedecendo às regras do jogo?</p> <p>3. b) Em uma partida do jogo PlanCarter, realizada pelos alunos Francisco, Gilberto, Elieth e Vitória, o aluno Gilberto retirou a carta com a função <math>f(x) = x</math>.</p> <p>3. b.1. Com essa carta, quais e quantas são as possíveis peças que essa carta pode atacar?</p> <p>3.b.2. De acordo com as regras do PlanCarter, a carta retirada será jogada pelos quatro PlanCarterianos, representando assim uma rodada. Em uma rodada, há quantas maneiras possíveis de se retirar uma peça do tabuleiro com essa carta?</p> <p>3. c) Em uma partida do jogo PlanCarter, os alunos decidiram que irão jogar apenas cinco partidas. De quantas maneiras distintas eles terão para sortear essas cartas?</p>
---	---

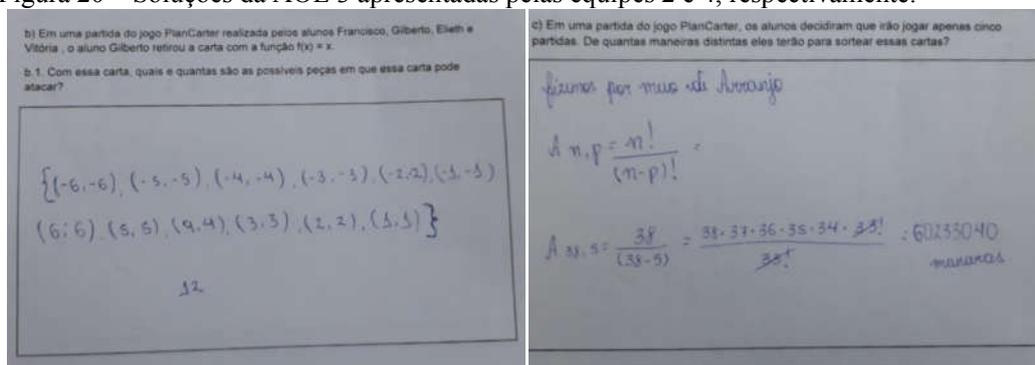
<p>- Então vamos procurar. Indagou Elieth, já pegando papel e caneta para realizar os cálculos.</p> <p>Depois de solucionada a questão, continuaram jogando.</p>	
--	--

Fonte: Elaboração do próprio autor (2020).

Novamente, nota-se um entusiasmo muito grande na leitura do texto virtual com os alunos tentando se inserir no contexto da história, na busca de conhecimentos que pudessem ajudar na resolução da AOE 3. A partir daí, os alunos começaram a resolver as situações-problema propostas na atividade, e foram disponibilizadas três aulas de 50 minutos, para a execução da atividade.

A seguir, serão mostradas algumas respostas que foram encontradas pelos alunos na resolução da AOE 3, que nos possibilita interpretar e observar as habilidades e competências que foram desenvolvidas pelos mesmos no desenvolvimento dos cálculos. Essas soluções irão servir de base para a análise de resultados dessa pesquisa.

Figura 20 – Soluções da AOE 3 apresentadas pelas equipes 2 e 4, respectivamente.



Fonte: Elaboração do Próprio autor (2020)

Na foto acima, tem-se algumas resoluções apresentadas pelos alunos na resolução da AOE 3. Nota-se que eles atingiram o objetivo esperado, haja vista que os cálculos estão corretos e, assim, pode-se concluir que tanto a história virtual como a utilização do jogo *PlanCarter*, na resolução de questões de Análise Combinatória, deu-se de forma positiva e ajudou muito os alunos a chegarem ao cálculo correto.

Em seguida, fez-se um momento de socialização, seguindo a mesma metodologia das AOE's anteriores, e que se fez muito importante para a análise de resultados dessa pesquisa. Nesse momento, foram colocadas as opiniões dos alunos sobre o texto virtual, sobre as questões trabalhadas através da mediação da Atividade Orientadora de Ensino, e quais conhecimentos sobre o conteúdo em questão foram acrescentados aos já adquiridos com as atividades anteriores. Fez-se também uma análise das respostas apresentadas e das dificuldades encontradas para se atingir objetivo, que era calcular de maneira correta e usando os conceitos e fórmulas do conteúdo de Análise Combinatória, com auxílio do jogo *PlanCarter*. Analisou-se a viabilidade de se utilizar o jogo *PlanCarter* na resolução de questões matemáticas complexas e que contribuições esse jogo trouxe ao ensino de matemática na resolução de tais questões.

Quadro 7 – Episódio 3 – Discussão a respeito da AOE 3

T	Participante	Relato	Comentário
1	Professor pesquisador	“Pessoal, agora sobre a Atividade Orientadora de ensino 3, quais as dificuldades que vocês encontraram, e que fórmulas vocês utilizaram?”	Percebe-se que as dificuldades são as mesmas encontradas nas atividades anteriores e que a utilização do jogo e a mediação da atividade orientadora tem sido fundamental para superar essas dificuldades encontradas e se atingir o objetivo desejado.
2	Euclides	“Nós tivemos as mesmas dificuldades das primeiras, mas, com a ajuda da história virtual e do jogo, conseguimos resolver usando Arranjos Simples e Combinação Simples.”	
3	Euller	“Percebemos que o jogo ajudava mais, que era mais fácil. Aí, fomos tentando até resolvermos usando	

		Permutação com elementos repetidos, Arranjos e Combinação Simples.”	
4	Emmy	“Usamos Arranjos Simples e Combinações, e conseguimos acertar.”	
5	Gomide	“Sim, professor. Tivemos as mesmas dificuldades, mas conseguimos resolver usando Arranjos e Combinação.”	
6	Hilberth	“Usamos Arranjos nas duas primeira e Combinação na última”	
7	Professor orientador	“Para superar a dificuldade encontrada na AOE 3, que estratégia vocês utilizaram?”	
8	Newton	“Fomos simulando as situações do problema, usando o jogo até encontrarmos os resultados desejados.”	
9	René Descartes	“Usamos a mesma técnica das anteriores.”	
10	Pitágoras	“Através do uso do jogo, fazendo as tentativas em cada situação apresentada.”	
11	Poincaré	“Adotando a mesma estratégia das anteriores.”	
12	Professor pesquisador	“Todos encontraram a mesma resposta para os cálculos propostos?”	
13	Todos	“Sim”	
14	Professor pesquisador	“O jogo ajudou nas resoluções das dessa atividade? E quais	Fica claramente demonstrado que o jogo ajudou na resolução das

		contribuições foram dadas pelo jogo para se chegar aos resultados desejados?”	questões, contribuindo de maneira prática e fazendo, através do lúdico, uma transformação no ambiente de estudos, deixando-o mais alegre e menos cansativo e tenso.
15	Mary	“Ajudou sim, porque nos mostrou, de maneira prática, como encontrar a fórmula certa e ser aplicada.”	
16	Katherine	“O fato de termos feito as simulações através das jogadas ajudou nas resoluções das questões.”	
17	Pitágoras	“Ajudou sim, e ainda foi divertido, não tornando a atividade cansativa e enjoada.”	
18	Poincaré	“O jogo contribuiu muito, pois mostrou uma situação real, nos estimulou a resolver o problema e ainda foi divertido”	
19	Cauchy	“Resolver as questões de matemática jogando, além de não cansar a gente, é divertido e nos possibilitou uma prática inovadora, que foram as simulações de jogadas para encontrar a fórmula adequada para a aplicação na resolução correta do problema”	

Fonte: Elaboração do próprio autor (2020).

Nesse momento de socialização, pôde-se concluir que a utilização dos jogos na resolução de questões de Análise Combinatória é uma ação positiva e que só vem a acrescentar e a inovar o ensino de matemática, na busca por novas ferramentas de ensino. Observa-se, nas respostas dos alunos, que as contribuições dadas pela utilização do jogo

foram bastante relevantes para se atingir o objetivo pré-determinado na Atividade Orientadora de Ensino, principalmente quando os mesmos usam o jogo para realizar ações na tentativas para encontrar fórmulas e entender conceitos necessários para a resolução de cada situação-problema colocada pela AOE.

Ficou claramente demonstrado pelas citações dos alunos que o jogo, auxiliado pelo texto virtual, foi fundamental na resolução dessa atividade, de forma satisfatória, dando ao aluno mais opções de estudos, acrescentando-se aos conteúdos dos livros didáticos outras ferramentas de pesquisa científica para o ensino de matemática. Essa prática faz com que o aluno atue de forma mais confiante e autônoma no desenvolvimento de suas competências e habilidades no estudo de conteúdo mais complexo no ensino da matemática.

#### **4.3.4 Aplicação da AOE 4 e análise de resultados**

A aplicação da Atividade Orientador de Ensino 4 contou com a ajuda do jogo *PlanCarter*. A atividade segue a mesma forma de aplicação das AOE's anteriores e busca o mesmo objetivo de avaliar as aplicações do jogo *PlanCarter* na resolução de situações-problema no conteúdo de análise combinatória.

Para iniciar mais um momento de formação da pesquisa, o professor pesquisador, ajudado pelos alunos Hilbert e Cauchy, procedeu à leitura da história virtual de maneira que o aluno pudesse se sentir estimulado a participar de mais essa atividade, e sempre enfatizando a importância do texto virtual na inserção desse aluno no contexto colocada pela situação-problema trazida na questão proposta, sendo essa ação mediada pela Atividade Orientadora de Ensino.

O professor pesquisador fez questão de enfatizar a importância da aplicação de mais uma atividade para fixar mais ainda tudo aquilo que já fora aprendido, na busca pela melhoria de um aprendizado que está sendo construído através dessa prática inovadora, que é a utilização de jogos na resolução de questões de Análise Combinatória. A persistência é um dos mecanismos utilizados na busca pela melhoria do ensino de matemática e na busca por técnicas e ferramentas inovadoras para o sucesso no processo de ensino aprendido.

Em seguida, o professor pesquisador realizou a leitura da AOE 4, dando as devidas orientações de como proceder para a resolução das questões mediadas pela Atividade Orientadora de Ensino, e disponibilizou um tempo de três aulas de 50 minutos para a execução dessa atividade.

Logo abaixo, segue uma exposição de fotos dos alunos resolvendo a AOE 4.

Figura 21– Fotos de alunos resolvendo a AOE 4



Fonte: Elaboração do próprio autor (2020).

Na foto acima, encontram-se alunos resolvendo a AOE 4, utilizando o jogo *PlanCarter* e também o texto virtual da AOE 4. Nota-se, através do entusiasmo dos alunos, que essa prática é muito útil no ensino de conteúdos matemáticos e principalmente de Análise Combinatória. Os alunos utilizaram o jogo para fazer as simulações necessárias, usando o tabuleiro do jogo para encontrar o conceito adequado e suficiente para encontrar a fórmula de Análise Combinatória que será aplicada para se encontrar uma solução correta para a problemática proposta na AOE 4. Pode-se observar, a cada etapa, uma autonomia maior por parte dos alunos na resolução das questões.

A seguir, será mostrada, através do quadro, a história virtual norteadora da AOE 4.

Quadro 8 – História virtual norteadora da AOE 4 sobre o *PlanCarter*

<p>Os alunos continuavam muito curiosos na busca por novas situações-problema envolvendo o jogo <i>PlanCarter</i>, e decidiram continuar jogando e criando novas situações onde poderiam criar questionamentos favoráveis à aplicação de conteúdos de Análise Combinatória.</p>	<p>Elieth, então, disse: - Vamos calcular então. Vitória falou: - Boa pergunta. Será que dá para calcular usando Combinação Simples? - Vamos ao trabalho - Disse Francisco.</p>
<p>As situações foram acontecendo conforme a ocorrências de jogadas e obedecendo às regras do jogo.</p>	<p>A partida continuou de forma descontraída e gerando debates importantes, que fizeram surgir os seguintes</p>

<p>A partida continua...</p> <p>Em um determinado momento do jogo, Francisco tirou, entre as cartas, um coringa.</p> <p>Vitória pensou logo e disse:</p> <p>- Vamos analisar essa situação para ver se dá para aplicar algum conceito de Análise Combinatória e encontrar a fórmula correta para aplicarmos na resolução.</p> <p>Elieth, sempre atenta, com papel e caneta na mão para fazer as anotações, disse;</p> <p>- Acho que dá para elaborar uma situação de arranjos.... ou será combinação?</p> <p>Gilberto indaga:</p> <p>- Deve ser arranjo, mas vamos testar jogando, para vermos o que acontece.</p> <p>Começam as simulações de jogadas. A equipe chega a uma conclusão e elabora mais uma questão.</p> <p>O jogo continua e novos questionamentos vão surgindo</p> <p>Então, Gideone retrucou:</p> <p>- E agora, de quantas maneiras você poderá retirar as peças nos outros quadrantes?</p> <p>-Vamos testar para saber.</p>	<p>questionamentos sobre conteúdos de análise combinatória:</p> <p>Em um determinado momento do jogo, um PlanCarteriano retira um coringa. Segundo as regras do jogo, ao retirar o coringa, o PlanCarteriano pode retirar três peças só de um quadrante, duas peças de um quadrante e uma de outro quadrante, ou uma peça de cada quadrante dos seus adversários.</p> <p>4.a) Se Francisco retirou o coringa e Vitória tem 2 peças no seu quadrante, Gilberto só tem uma e Elieth tem sete peças. De quantas maneiras Francisco poderá escolher as peças a serem retiradas?</p> <p>4. b) Se Francisco retirou o coringa e ele decidir que vai tirar duas peças de um quadrante e uma peça de outro; se Vitória tem 5 peças, Gilberto tem 8 peças e Elieth tem 6 peças, de quantas maneiras Francisco poderá escolher as peças a serem retiradas</p> <p>4. c) Se Francisco retirar o coringa na primeira jogada, de quantas maneiras ele poderá escolher as peças a serem retiradas nos quadrantes dos colegas?</p>
---	--

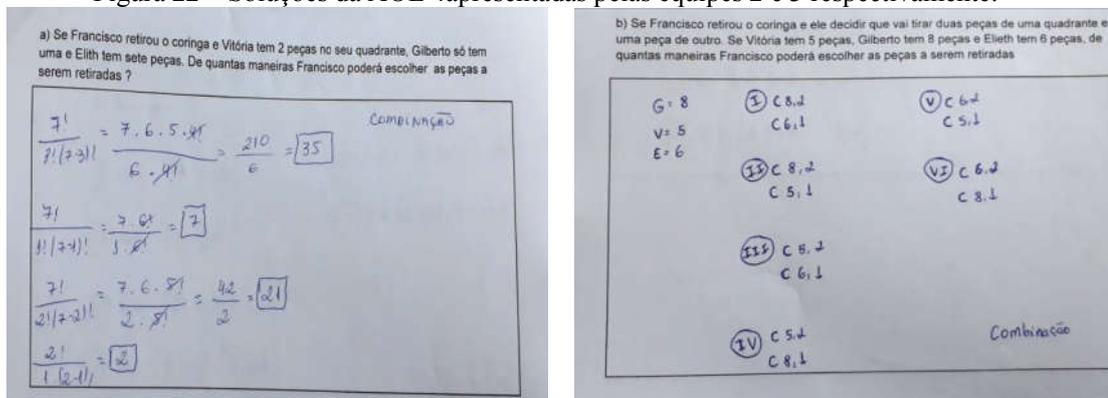
Fonte: Elaboração do próprio autor (2020).

Os questionamentos foram respondidos de acordo com o entendimento e as conclusões a que chegaram os alunos envolvidos na execução da atividade e depois recolhidos pelo professor orientador.

A seguir, serão mostradas algumas respostas que foram encontradas pelos alunos na resolução da AOE 4, que vão nos possibilitar uma interpretação a respeito de quais

habilidades e competências os alunos desenvolveram no desenvolvimento dos cálculos. Essa soluções irão servir de base para a análise de resultados dessa pesquisa.

Figura 22 – Soluções da AOE 4 apresentadas pelas equipes 2 e 3 respectivamente.



Fonte: Elaboração do próprio autor (2020)

Mais uma vez, percebe-se, pelas fotos acima, que a utilização do jogo *PlanCarter* foi muito importante para os alunos explorarem suas habilidades e aumentarem seus conhecimentos sobre o conteúdo de Análise Combinatória, tendo em vista que as questões acima estão corretas. Não apenas esses dois cálculos que foram mostrados, mas também a maioria dos resultados apresentados pelas equipes de alunos estão corretos, o que mostra, de maneira contundente, que a utilização do jogo *PlanCarter* como ferramenta de pesquisa e a Atividade Orientadora de Ensino, como prática norteadora de ensino, foram de grande importância na resolução dessa AOE 4.

Dando continuidade, promoveu-se um momento de socialização das experiências e dos conhecimentos adquiridos pelos alunos com as resoluções dessa atividade orientadora, momento em que buscamos provocar uma discussão entre alunos sobre essas experiências e os conhecimentos adquiridos na execução dessas atividades. Nesse momento, eles puderam debater, fazendo relatos sobre cada erro e acerto cometido, e quais contribuições foram dadas pelo jogo e pela história virtual na execução da atividade. Tudo isso foi registrado através de videogravação, para que fosse feito um registro mais abrangente das falas e colocações dos alunos a respeito de suas experiências, e que irão servir de análise e avaliação para esse projeto investigativo. Esse momento teve a duração de uma aula de 50 minutos. Algumas falas foram reproduzidas no quadro abaixo:

Quadro 9 – Episódio 4 – Discussão a respeito da AOE 4.

T	Participante	Relato	Comentário
1	Professor pesquisador	“Pessoal, na opinião de vocês, o jogo <i>PlanCarter</i> ajudou na resolução da AOE4? E quais contribuições o jogo e o texto virtual trouxeram para a resolução das questões?”	As respostas dos alunos, mais uma vez, mostraram que a utilização do jogo, na resolução da AOE, foi muito útil, dando mais opções de estudos e possibilitando mais oportunidades de pesquisa para encontrar as fórmulas adequadas para resolver as questões corretamente.
2	Isaac Newton	“Professor, mais uma vez, nós utilizamos o jogo e o texto virtual para conseguir entender qual fórmula aplicar.”	
3	Sophie German	“Tanto o jogo quanto a história nos orientou na resolução das questões.”	
4	Noether	“Foram, mais uma vez, fundamentais.”	
5	Cantor	“O jogo, como das outras vezes, serviu para a gente fazer as tentativas e chegar à fórmula adequada.”	
6	Professor pesquisador	“Para superar a dificuldade encontrada na AOE 4, que estratégia vocês utilizaram?”	Usando sempre o jogo para fazer as simulações, até entender o conceito e fórmula ideal.
7	Mary	“Como, das outras vezes, nós tivemos dificuldades de encontrar a fórmula adequada, e fomos simulando as jogadas, até entendermos o que a questão estava	

		pedindo.”	
8	Descartes	“Fomos simulando as jogadas e lendo a historinha virtual.”	
9	Fibonacci	“Usamos o jogo para praticar as situações criadas, até entendermos qual a melhor fórmula para resolver.”	
10	Gomide	“O jogo foi, mais uma vez, muito útil.”	
11	Professor pesquisador	“A realização dessa AOE 4 acrescentou alguma coisa ao conhecimento de vocês sobre os conteúdos de Análise Combinatória?”	Segundo relatos dos alunos, houve um acréscimo de conhecimento com a realização de mais essa atividade orientadora.
12	Euler	“Sim. Cada vez mais, estamos seguros de nossas escolhas, porque podemos identificar as diferenças entre os conceitos e definir melhor qual fórmula aplicar.”	
13	Professor pesquisador	“Vocês aprovam a utilização de jogos na resolução de questões matemáticas?”	Todos os alunos aprovaram a utilização de jogos no ensino de matemática.
14	Mary	“Sim, pois ajuda bastante e deixa a aula mais agradável e menos cansativa.”	
15	Katherine	“Sim!”	
16	Arquimedes	“Aprovamos, pois ajuda na hora do cálculo.”	
17	Georg Cantor	“Com certeza, aprovo sim.”	
18	Gomide	“É mais uma alternativa para ajudar a resolver questões difíceis.”	
19	Isaac Newton	“Aprovo muito.”	

20	Pitágoras	“O jogo, além de divertido, é útil na hora de interpretar a questão e encontrar o raciocínio para acertar o cálculo.”	
21	Sophie German	“Acho uma boa utilizar os jogos nas aulas de matemática.”	

Fonte: Elaboração do próprio autor (2020).

A realização de mais essa AOE vem reforçar que a utilização dos jogos nas aulas de matemática, como instrumento de ensino e mediado pela Atividade Orientadora de Ensino, pode dar certo sim. Isso é o que mostram os relatos colhidos nesse momento de socialização. Sophie German relata: “Acho uma boa utilizar os jogos nas aulas de matemática”; enquanto Gomide frisa: “É mais uma alternativa para ajudar a resolver questões difíceis”. Ficou claro também que a AOE 4, que uniu o jogo e o texto virtual como ferramentas de orientação na resolução das situações-problema, teve sua cota de importância nessa realização, pois, segundo relatos de alunos como Noether, “foram, mais uma vez, fundamentais” e, de acordo com Cantor, “o jogo, como das outras vezes, serviu para gente fazer as tentativas e chegar a fórmula adequada”.

Outro aspecto importante que foi observado nessa análise é que, assim como nas atividades orientadoras anteriores, também na AOE 4, os alunos usaram as mesmas estratégias para superar dificuldades encontradas na resolução dos cálculos, segundo destacam, em suas falas, a aluna Mary, que diz: “como das outras vezes, nós tivemos dificuldades de encontrar a fórmula adequada e fomos simulando as jogadas até entendermos o que a questão estava pedindo”; e o aluno Fibonacci, que destacou: “usamos o jogo para praticar as situações criadas, até entendermos qual a melhor fórmula para resolver”. Desse modo, pode-se concluir que a utilização de jogos no ensino de matemática pode sim ajudar no entendimento dos conteúdos e nas resoluções de questões, dando opções de estudos para o aluno e propiciando ao educador mais uma ferramenta a ser utilizada para diminuir as dificuldades encontradas no desenvolvimento de conteúdos mais complexos, como o de Análise Combinatória.

#### 4.3.5 Aplicação da AOE 5 e análise de resultados

A aplicação da AOE 5 se deu para oportunizar a utilização de um novo jogo, que foi o Mancala, haja vista que a situação-problema colocada nessa atividade foi referente às regras do jogo Mancala. O que motivou a realização dessa AOE também foi a possibilidade de oportunizar ao aluno um número de jogos maior, dando opções de escolha tanto para alunos quanto para professores, na hora de se aplicar nas aulas de matemática, e aumentando, assim, o leque de instrumentos de pesquisa, para que os estudantes possam desenvolver suas potencialidades através de suas habilidades.

A aplicação dessa atividade seguiu a mesma metodologia das atividades anteriores. E, para iniciar, o professor pesquisador fez a leitura da história virtual, ajudado, nessa ação, pelas alunas Katherine e Marília, de maneira pausada e destacando a sua importância no desenvolvimento dessa ação, pois a mesma ajuda a entender a problemática da questão colocada.

Em seguida, o professor pesquisador fez a leitura da questão, que envolve o jogo Mancala, fazendo as devidas orientações sobre o que seria necessário para resolver os cálculos. Sempre em equipes de 5 ou 4 alunos, os trabalhos começaram a ser executados e o professor pesquisador disponibilizou um tempo de três aulas de 50 minutos para a execução dessa atividade.

Logo abaixo, segue uma exposição de fotos dos alunos resolvendo a AOE 5.

Figura 23– Alunos resolvendo a AOE 5



Elaboração do próprio autor (2020)

Fonte:

A foto acima mostra alunos resolvendo a AOE 5 e utilizando o jogo Mancala. Essa foi mais uma prática que serviu para melhorar as habilidades e aumentar os conhecimentos dos alunos no conteúdo de Análise Combinatória. Outra vez, pode-se concluir que a utilização do

jogo Mancala e a orientação do texto virtual foram fundamentais para a resolução dessa atividade, o que prova que sua utilização na resolução de questões de matemática, quando se trata de conteúdo complexos como Análise Combinatória, é de relevante importância e pode ser utilizado como ferramenta de ensino ou como uma nova metodologia de ensino para ser aplicada em sala de aula, trazendo para o aluno uma oportunidade de estudar pesquisando, estudar se divertindo e diminuindo o estresse e o cansaço que geralmente proporciona o estudo da matemática, além de dar ao professor mais uma nova metodologia de ensino que possa ser utilizada para facilitar o ensino de matemática, principalmente quando se tratar de conteúdos mais difíceis.

Mostraremos através do quadro abaixo, a história virtual norteadora da AOE 5.

Quadro 10 – História virtual norteadora da AOE 5 sobre o Mancala

<p>Mais um dia de rotina na escola e, mais uma vez, os alunos utilizaram o HED para continuarem seus estudos, utilizando jogos como ferramenta de ajuda no conteúdo de Análise Combinatória.</p> <p>Os alunos, empolgados com os resultados encontrados nos jogos de Xadrez e PlanCarter, resolvem trocar de jogo novamente. Então, Gideone sugere testarem um novo jogo:</p> <p>- Vamos estudar agora o jogo Mancala. Ele é muito interessante. Vocês sabem jogar?</p> <p>Vitória responde:</p> <p>- Eu sei. E você, Gilberto?</p> <p>- Eu também sei - diz Gilberto, animado.</p> <p>Gideone então pega o jogo Mancala e entrega aos jogadores.</p> <p>Eles distribuem as sementes. Então Gideone pergunta:</p>	<p>Eles continuaram jogando, e foi daí que Vitória retrucou:</p> <p>- E depois da primeira jogada, quantas maneiras há para mover as sementes?</p> <p>Gideone complementa:</p> <p>- Boa, Vitória! Vamos testar então e depois calcular através de uma fórmula.</p> <p>Na sequência da partida, os alunos chegaram à conclusão de que várias situações poderiam acontecer no decorrer da partida e que cada situação era propícia ao estudo do conteúdo de Análise Combinatória.</p> <p>Daí resolveu-se estudar cada acontecimento e encontrar uma fórmula para calcular as opções de jogada.</p> <p>5. a) No jogo Mancala, temos dois participantes jogando. De acordo com as regras do jogo Mancala, de quantas</p>
---	--

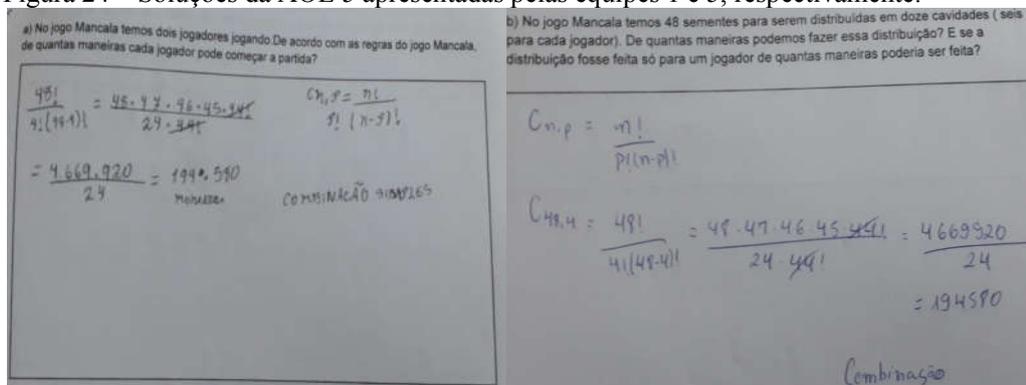
<p>- Qual é a melhor estratégia para o primeiro jogador começar o jogo?</p> <p>Gilberto analisa o tabuleiro e enxerga uma situação que possibilita uma escolha, ou seja, o jogador teria mais de uma opção, segundo as regras do jogo. Então, Gilberto diz:</p> <p>- São muitas. Vamos testar?</p> <p>Francisco e Elieth, que não estão jogando nessa partida, pois são apenas dois jogadores, no caso, Vitória e Gilberto, estão atentos às jogadas, assim como o restante da sala.</p> <p>Francisco então sugere:</p> <p>- E se nós tentarmos encontrar uma fórmula para calcular todas as maneiras sem precisar realizar todas.</p> <p>Elieth completa:</p> <p>- É mais viável, pois ganharíamos tempo na resolução de questões similares.</p> <p>E assim fizeram, até encontrar a fórmula adequada para a situação-problema.</p>	<p>maneiras cada jogador pode começar a partida?</p> <p>5. b) No jogo Mancala, temos 48 sementes para serem distribuídas em doze cavidades (seis para cada jogador). De quantas maneiras podemos fazer essa distribuição? E se a distribuição fosse feita só para um jogador, de quantas maneiras poderia ser feita?</p> <p>5. c) No jogo Mancala, sempre que uma semente cai em uma cavidade vazia do lado do jogador a quem ela pertence, esta captura as sementes da cavidade que se encontra ao lado da cavidade vazia do seu adversário. Se numa situação, o jogador tem, no seu lado do tabuleiro, três cavidades vazias e tem a vez de jogar com uma cavidade que tem 8 sementes, de quantas maneiras ele pode capturar sementes do seu adversário?</p>
--	--

Fonte: Elaboração do próprio autor (2020).

Mais uma vez, tem-se um texto virtual que traz situações ocorridas durante uma partida do jogo Mancala e que vem com o propósito de ajudar os alunos a interpretar uma situação-problema colocada na AOE 5. Essa história tem aspectos parecidos aos questionamentos feitos nas questões da atividade orientadora, com a finalidade de tentar inserir o aluno num contexto de ensino que o leva a um raciocínio lógico sobre a problemática em questão, para, justamente, aproximar o real do imaginário e possibilitar ao estudante encontrar o caminho ideal para a solução do problema. Após a resolução das questões propostas na AOE 5, o professor pesquisador recolheu as respostas apresentadas pelos alunos, com a finalidade de fazer uma análise de resultados sobre a realização dessa atividade.

A seguir, serão mostradas algumas respostas que foram encontradas pelos alunos na resolução da AOE 5 e que vão nos possibilitar uma interpretação a respeito de quais habilidades e competências eles desenvolveram na resolução dos cálculos, o que irá servir de base na análise de resultados dessa pesquisa.

Figura 24 – Soluções da AOE 5 apresentadas pelas equipes 1 e 5, respectivamente.



Fonte: Elaboração do próprio autor (2020).

Nas fotos acima, apresentamos alguns cálculos encontrados corretamente pelos alunos na resolução da AOE 5 através da utilização do jogo Mancala e norteado pela Atividade Orientadora de Ensino.

Em seguida, foi promovido mais um momento de socialização das experiências e dos conhecimentos adquiridos pelos alunos com as resoluções dessa atividade orientadora, no qual tentou-se provocar discussões entre alunos e professor sobre os fatos observados na realização dessa atividade, que proporcionou ao estudante melhorar suas habilidades e conhecimentos adquiridos. Nesse momento, eles puderam debater, fazendo relatos sobre cada erro e acerto cometidos, e quais contribuições foram dadas pelo jogo e pela história virtual na execução da atividade. Tudo isso foi registrado através de videogravação, para que fosse feito um registro mais abrangente das falas e colocações dos alunos a respeito de suas experiências, e que irão servir de análise e avaliação para esse projeto investigativo. Esse momento teve a duração de uma aula de 50 minutos. Algumas falas foram reproduzidas no quadro abaixo:

Quadro 11 – Episódio 5 – Discussão a respeito da AOE 5

T	Participante	Relatos	Comentários
1	Professor pesquisador	“Vocês tiveram dificuldades na resolução dessa atividade? E, na	Como nas outras atividades, as dificuldades foram superadas com a

		opinião de vocês, o jogo Mancala ajudou na resolução da AOE5?	ajuda do jogo Mancala.
2	Euclides	“Sim. Tivemos bastante dificuldade, mas utilizamos o jogo para nos ajudar.”	
3	Euller	“As dificuldades sempre vão existir, mas agora sabemos que o jogo ajuda a superá-las.”	
4	Emmy	“Encontramos sim, mas, com a ajuda do jogo, deu certo.”	
5	Poincaré	“Um pouco menos que nas anteriores. E o jogo ajudou sim.”	
6	Cauchy	“Tivemos sim, mas deu certo. O jogo foi importante.”	
7	Professor pesquisador	“Que conceitos e fórmulas vocês usaram para resolver as questões?”	A maioria dos alunos usou, de maneira correta, as fórmulas de Arranjos Simples e Combinação Simples na resolução das questões propostas na AOE 5.
8	Euclides	“Arranjos e Combinação simples.”	
9	Euler	“Usamos o princípio multiplicativo e também Arranjos e Combinação.”	
10	Pitágoras	“Combinação e Arranjo.”	
11	Cantor	“PFC, Arranjos e Combinação.”	
12	Hilberth	“Usamos Arranjos e Combinação Simples.”	
13	Professor pesquisador	“Vocês consideram a utilização do jogo essencial para a resolução dessa atividade, ou dava para resolver sem a utilização dele?”	Como foi demonstrado durante toda a execução, a utilização do jogo se mostrou essencial para a resolução das AOE5, fato esse observado pelo professor pesquisador durante todo o

			processo.
14	Equipe 1	“Muito essencial.”	
15	Equipe 2	“O jogo ajudou muito, embora desse para resolver alguma coisa sem ele.”	
16	Equipe 3	“Sim, o jogo foi importante.”	
17	Equipe 4	“Mais ou menos.”	
18	Equipe 5	“Sem a utilização do jogo ficaria mais difícil interpretar o problema e encontrar a fórmula correta.”	
19	Professor pesquisador	“Vocês acham que o jogo ajuda a desenvolver novas habilidades nos alunos, principalmente em atividades mediadas pelas AOE?”	Observando os relatos dado pelos alunos, percebe-se claramente que o jogo é um facilitador na hora de resolver questões de matemática, exatamente porque possibilita ao aluno a descoberta de novas habilidades e competências no processo de ensino e aprendizagem.
20	Isaac Newton	“Desenvolve sim. Podemos encontrar outras maneiras de tentar entender o problema para poder resolvê-lo.”	
21	Maryam	“desenvolve sim. Possibilita outras formas de tentar resolver as questões.”	
22	Teano	“Com certeza, pois a aluno é forçado a pensar diferente.”	
23	Gomide	“Desenvolve sim. É uma maneira diferente de estudar e resolver questões de matemática.”	
24	Professor pesquisador	“Obrigado pela colaboração, e parabéns pelo empenho nas atividades!”	Foram momentos trabalhosos, mas muito prazeroso por se ver o empenho e a participação dos

			alunos no desenvolvimento das atividades e, principalmente, na busca pelo entendimento da problemática das questões por parte deles.
--	--	--	--

Fonte: Elaboração do próprio autor (2020).

Observa-se, não só com a aplicação da AOE 5, mas em todas as atividades orientadoras de ensino aplicadas aqui, que o jogo é uma ferramenta importante e fundamental e que pode trazer facilidades na resolução de questões de conteúdos matemáticos, como no caso da Análise Combinatória, por possibilitar ao aluno a utilização de uma nova metodologia de estudo que pode, de maneira real, ser usada pelo estudante no desenvolvimento de suas habilidades e competências, potencializando o aluno para enfrentar as dificuldades encontradas na hora de resolver questões de matemáticas com situações-problemas contextualizadas e, muitas vezes, com um grau de dificuldade muito grande. Isso fica claramente demonstrado nos relatos dos alunos, como por exemplo:

- Professor pesquisador: “Vocês tiveram dificuldades na resolução dessa atividade? E na opinião de vocês, o jogo Mancala ajudou na resolução da AOE5?”
- Euclides: “Sim. Tivemos bastante dificuldade, mas utilizamos o jogo para nos ajudar.”
- Euler: “As dificuldades sempre vão existir, mas agora sabemos que o jogo ajuda a superá-las.”
- Emmy: “Encontramos sim, mas, com a ajuda do jogo, deu certo.”
- Professor pesquisador: “Vocês consideram a utilização do jogo essencial na resolução dessa atividade, ou dava para resolver sem a utilização dele?”
- Equipe 1 respondeu: “Muito essencial.”
- Equipe 2 respondeu: “O jogo ajudou muito, embora desse para resolver alguma coisa sem ele.”
- Equipe 3 respondeu: “Sim, o jogo foi importante.”
- Equipe 4 respondeu: “Sim, mais ou menos”
- Equipe 5 respondeu: “Sem a utilização do jogo ficaria mais difícil interpretar o problema e encontrar a fórmula correta”

#### 4.3.6 Diagnóstico dos estudantes

A BNCC traz, nas suas competências, a orientação de que os estudantes tenham uma educação integral e comprometida com processos educativos que promovam aprendizagem em sintonia com as necessidades, possibilidades e interesses de cada aluno, e também com os desafios que a sociedade contemporânea possa lhes oferecer.

Na Base Nacional Comum Curricular – BNCC, a Análise Combinatória tem como proposta de aprendizagem a progressão ano a ano, a partir da “compreensão e utilização de

novas ferramentas e também na complexidade das situações-problema propostas, cuja resolução exige a execução de mais etapas ou noções de unidades temáticas” (BRASIL, 2018, p. 277). Assim, entende-se que os problemas que envolvem contagem iniciam-se através de situações onde se permite descrever todos os possíveis casos, começando a ser estudado já no Ensino Fundamental e servindo de preparação, para que, no futuro, o aluno consiga resolver situações-problema do cotidiano “[...] por meio dos princípios multiplicativos e aditivos, recorrendo a estratégias diversas [...]”. (BRASIL, 2018, p. 548).

É importante trabalhar a Análise Combinatória desde o ensino fundamental para que o aluno possa chegar ao Ensino Médio com uma base formada, que deverá auxiliá-lo na compreensão dos conceitos de contagem e combinatória, como advertem os PCN do Ensino Fundamental.

Diante de tal situação, tomou-se a iniciativa de aplicar dois testes diagnósticos (um pré-teste e um pós-teste) para melhor avaliar o conhecimento do nosso aluno e poder se estabelecer ações que seriam desenvolvidas no decorrer desta pesquisa. Após aplicação e correção, pôde-se avaliar e mensurar as dificuldades de aprendizado encontradas pelos alunos em cada conceito do conteúdo de Análise Combinatória e fazer uma comparação entre os resultados encontrados, o que serviu de base para a análise realizada nessa pesquisa científica. O pré-teste foi aplicado no dia 19 de novembro de 2019 e teve a duração de duas horas-aula de 50 minutos. O mesmo continha dez questões objetivas, que foram elaboradas abrangendo os principais conceitos do conteúdo de Análise Combinatória, conforme demonstrado no quadro abaixo:

Quadro 12 – Questões aplicadas no pré-teste

<b>DIAGNÓSTICO</b>
<b>REALIZADO COM OS ALUNOS DO 2º ANO “A” DO CETI ROCHA NETO</b>
<b>SOBRE O CONTEÚDO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA</b>
1. Uma montadora de automóveis apresenta um carro em 4 modelos e 5 cores diferentes. Um consumidor que quiser adquirir esse veículo terá quantas opções de escolha?
a) 15      b) 20      c) 25      d) 30      e) 35

2. Quantos números de 3 algarismos distintos podemos formar com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6?  
a) 120      b) 100      c) 80      d) 65      e) 50
3. Quantos anagramas têm a palavra DEUS?  
a) 10      b) 14      c) 24      d) 30      e) 44
4. De quantas maneiras uma família de 5 pessoas pode sentar-se num banco de 5 lugares, ficando duas delas (por exemplo, pai e mãe) sempre juntas, em qualquer ordem?  
a) 88      b) 68      c) 58      d) 48      e) 38
5. Uma loja de um shopping center da cidade de Manaus divulga inscrições para um torneio de Games. Para realizar essas inscrições, a loja gerou um código de inscrição com uma sequência de quatro dígitos distintos, sendo o primeiro elemento da sequência diferente de zero. A quantidade de códigos de inscrição que podem ser gerados utilizando os elementos do conjunto  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  é:  
a) 4.500    b) 4.536    c) 4.684    d) 4.693    e) 5.000
6. Um profissional de design de interiores precisa planejar as cores que serão utilizadas em quatro paredes de uma casa. Para isso, ele possui seis cores diferentes de tinta. O número de maneiras diferentes que esse profissional poderá utilizar as seis cores nas paredes, sabendo-se que somente utilizará uma cor em cada parede, é:  
a) 24      b) 30      c) 120      d) 360      e) 400
7. Uma associação tem uma diretoria formada por 10 pessoas: 6 homens e 4 mulheres. De quantas maneiras podemos formar uma comissão dessa diretoria que tenha 3 homens e 2 mulheres?  
a) 100      b) 110      c) 120      d) 130      e) 140
8. O conselho desportivo de uma escola é formado por 2 professores e 3 alunos. Candidataram-se 5 professores e 30 alunos. De quantas maneiras diferentes esse conselho pode ser eleito?

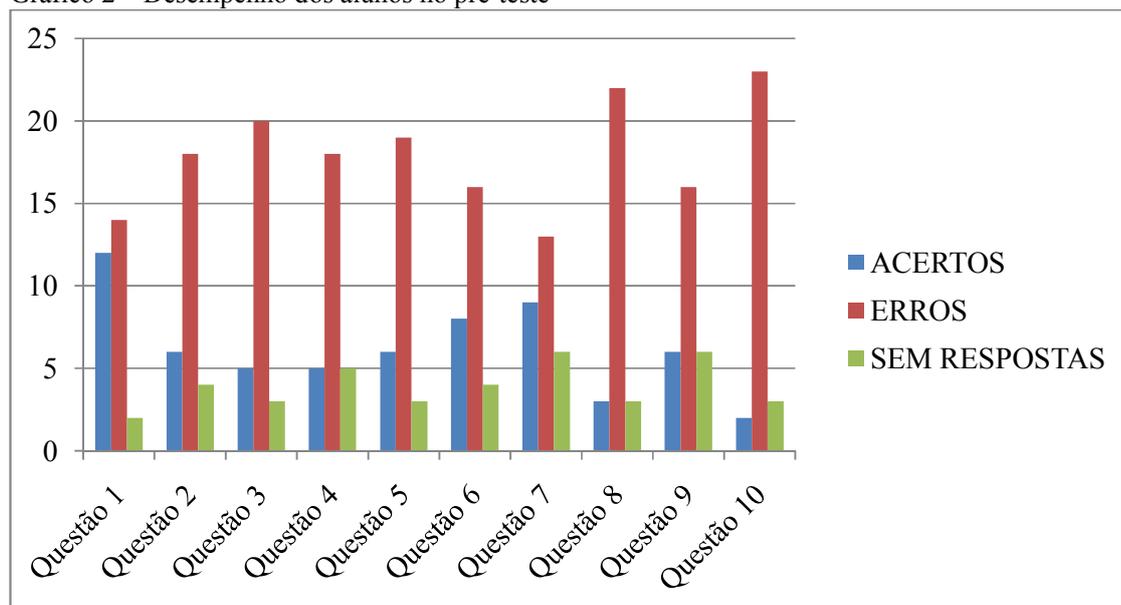
a) 4060	b) 5060	c) 6060	d) 7060	e) 8060
9. Quantos são os anagramas da palavra ARARA?				
a) 50	b) 40	c) 30	d) 20	e) 10
10. O cacique, ao homenagear a filha, deu o nome a uma fruta, fazendo apenas a inversão das letras da palavra IAÇA. Porém, com essas letras, o total de anagramas que poderiam ser formados é de:				
a) 36	b) 24	c) 18	d) 12	e) 6
<b>BOA SORTE!!!! E BOM TRABALHO!!!!</b>				
<b>OBS: AS ALTERNATIVAS MARCADOS EM CADA QUESTÃO DEVERÃO SER COMPROVADAS ATRAVÉS DO SEU RESPECTIVO CÁLCULO.</b>				

Fonte: Elaboração do próprio autor (2020).

No pré-teste, as questões estão formuladas contextualizando situações-problema que, na maioria das vezes, causam dificuldades para os estudantes na hora da resolução, em virtude de não trazerem situações de aplicação de fórmulas prontas, e sim situações nas quais se deve compreender e entender o problema para encontrar a fórmula adequada a ser aplicada para a resolução correta. As questões estão distribuídas entre os conteúdos fundamentais da Análise Combinatória, PFC, Permutação Simples, Permutação com Elementos Repetidos, Arranjos Simples e Combinação Simples.

Após a aplicação e correção, pôde-se fazer uma análise do resultado e, a partir daí, mensurar dados que irão servir de base para uma comparação na análise de resultados da pesquisa. Pôde-se perceber que o índice de acertos da questão 1 foi razoável, pois trata-se de uma questão sobre o PFC, conceito relativamente fácil. Já em relação à questão 2, o índice de erros é maior do que o de acertos, pois trata-se de uma questão de Arranjos Simples, que é um conceito mais complexo do que o PFC. Nota-se que, à medida em que os conceitos vão se tornando mais difíceis, o índice de erros se torna maior, como é o caso da questão 8, que traz um questionamento sobre Combinação Simples e com um grau de complexidade bem maior que as anteriores. E, assim, resolveu-se demonstrar, através do gráfico 2 quantidade de acertos e erros de cada questão, para uma análise rápida e conclusiva dessa atividade.

Gráfico 2 – Desempenho dos alunos no pré-teste



Fonte: Elaboração do próprio autor (2020).

Seguem-se também fotos da resolução de algumas questões apresentadas por alunos e fotos deles executando a tarefa.

Figura 25 – Alunos realizando o Pré-teste

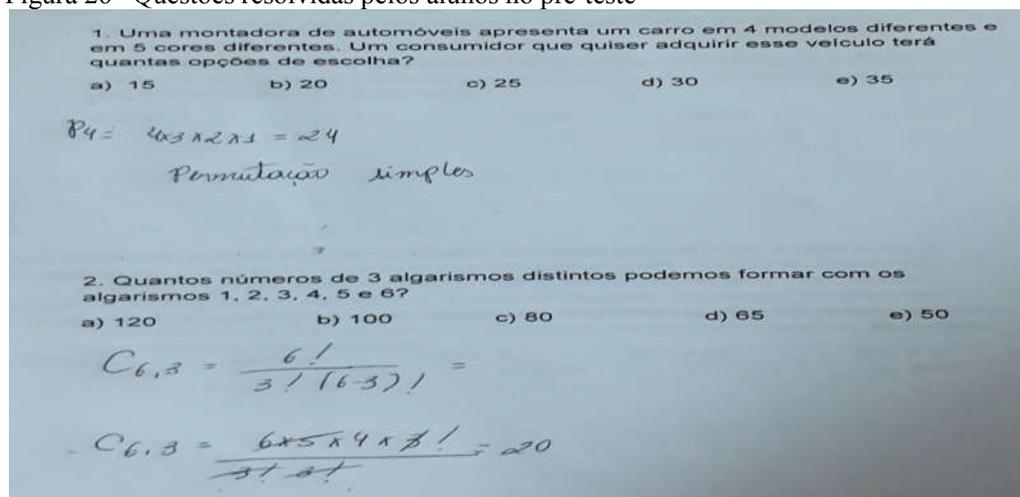


Fonte: Elaboração do próprio autor (2020)

A foto acima registra o momento em que os alunos resolvem as questões do pré-teste de forma individual, conforme proposto pelo professor pesquisador.

A seguir estão algumas questões resolvidas pelos alunos no pré-teste:

Figura 26– Questões resolvidas pelos alunos no pré-teste



Fonte: Elaboração do próprio autor (2020).

Na foto acima, apresentamos alguns resultados encontrados pelos alunos na resolução das questões do pré-teste, nas quais se nota um erro no cálculo em função da aplicação da fórmula errada na resolução da questão. Isso ocorreu com bastante frequência na resolução das questões do pré-teste, o que levou a uma quantidade muito alta de questões resolvidas de forma incorreta, conforme demonstrado no gráfico 2.

Após se realizar todas as etapas da pesquisa com a aplicação dos jogos mediada pela Atividade Orientadora de Ensino, procedeu-se com a aplicação do pós-teste, com a finalidade de avaliar e mensurar o desempenho dos alunos em resoluções de questões contextualizadas sobre os conceitos de Análise Combinatória. A importância da realização dessa etapa da pesquisa consiste em verificar se houve ou não uma melhoria no aprendizado dos conceitos de Análise Combinatória através da aplicação de jogos como ferramenta de ensino que auxilie na resolução dessas questões. Avaliar e mensurar o resultado do pós-teste é de fundamental importância para a análise de resultados da pesquisa, haja vista que essa atividade pode ser comparada com o pré-teste, que foi realizado antes da aplicação das AOE. O Pós-teste foi aplicado no dia 20 de dezembro de 2019 e teve uma duração de duas aulas de cinquenta minutos. O pós-teste compreende dez questões objetivas, distribuídas entre os conteúdos de Análise Combinatória, sendo algumas delas iguais às do pré-teste, conforme demonstrado no quadro abaixo.

Vale ressaltar que, tanto no pré-teste quanto no pós-teste, o professor orientador solicitou aos alunos os respectivos cálculos de cada questão.

Quadro 13– Questões aplicadas no pós-teste

1. Um casal e seus quatro filhos vão ser colocados lado a lado para tirar uma foto. Se todos os filhos devem ficar entre os pais, de quantos modos distintos os seis podem posar para tirar a foto?

- a) 24                      b) 48                      c) 96                      d) 120                      e) 720

2. Quantos números de três algarismos distintos existem?

- a) 648                      b) 981                      c) 936                      d) 999                      e) 1000

3. Quantas senhas com 4 algarismos diferentes podemos escrever com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9?

- a) 2.200                      b) 2.860                      c) 3.024 d) 3.060                      e) 3.210

4. De quantas maneiras uma família de 5 pessoas pode sentar-se num banco de 5 lugares, ficando duas delas (por exemplo, pai e mãe) sempre juntas, em qualquer ordem?

- a) 88                      b) 68                      c) 58                      d) 48                      e) 38

5. Um técnico de um time de voleibol possui à sua disposição 15 jogadores que podem jogar em qualquer posição. De quantas maneira ele poderá escalar seu time?

- a) 4.500                      b) 4.536                      c) 4.684                      d) 4.693                      e) 5.005

6. O tênis é um esporte em que a estratégia de jogo a ser adotada depende, entre outros fatores, de o adversário ser canhoto ou destro. Um clube tem um grupo de 10 tenistas, sendo que 4 são canhotos e 6 são destros. O técnico do clube deseja realizar uma partida de exibição entre dois desses jogadores, porém, não poderão ser ambos canhotos. Qual o número de possibilidades de escolha dos tenistas para a partida de exibição?

- a)  $\frac{10!}{2! \times 8!} - \frac{4!}{2! \times 2!}$                       b)  $\frac{10!}{8!} - \frac{4!}{2!}$                       c)  $\frac{10!}{2! \times 8!} - 2$

- d)  $\frac{6!}{4!} + 4 \times 4$                       e)  $\frac{6!}{4!} + 6 \times 4$

7. Uma associação tem uma diretoria formada por 10 pessoas: 6 homens e 4 mulheres. De quantas maneiras podemos formar uma comissão dessa diretoria que tenha 3 homens e 2 mulheres?

- a) 100            b)110            c)120            d)130            e)140

8. O conselho desportivo de uma escola é formado por 2 professores e 3 alunos. Candidataram-se 5 professores e 30 alunos. De quantas maneiras diferentes esse conselho pode ser eleito?

- a) 4060            b) 5060            c) 6060            d) 7060            e) 8060

9. Quantos são os anagramas da palavra ARARA?

- a) 50            b)40            c)30            d)20            e)10

10. O cacique, ao homenagear a filha, deu o nome à fruta, fazendo apenas a inversão das letras da palavra IAÇA. Porém, com essas letras, o total de anagramas que poderiam ser formados é de:

- a) 36            b) 24            c) 18            d) 12            e) 6

**OBSERVAÇÕES:**

**AS ALTERNATIVAS MARCADAS EM CADA QUESTÃO DEVERÃO SER COMPROVADAS ATRAVÉS DO SEU RESPECTIVO CÁLCULO;  
USE CANETA AZUL OU PRETA PARA RESOLVER AS QUESTÕES.**

**BOA SORTE!!!!!! E BOM TRABALHO!!!!!!**

Fonte: Elaboração do próprio autor (2020).

Após correção e análise das questões do pós-teste, pôde-se perceber a melhora do aprendizado nos conceitos de Análise Combinatória, haja vista o grande índice de acertos das questões nessa atividade, assim como em comparação com o número de acertos das questões no pré-teste, ora iguais, ora que tratam de conceitos iguais.

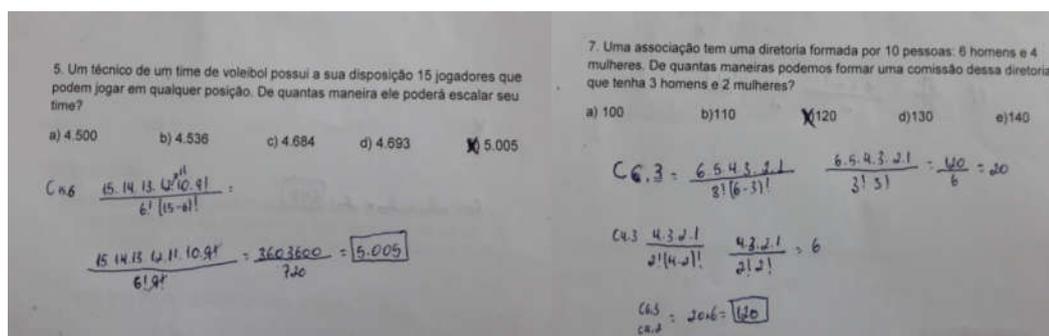
Figura 27– Foto de alunos realizando o pós-teste



Fonte: Elaboração do Próprio autor (2020).

Na foto acima, os alunos resolvem as questões do pós-teste de maneira individual, conforme proposto pelo professor pesquisador. E, a seguir, serão apresentados alguns cálculos realizados pelos alunos durante a realização do pós-teste.

Figura 28– Fotos de questões resolvidas pelos alunos no pós-teste



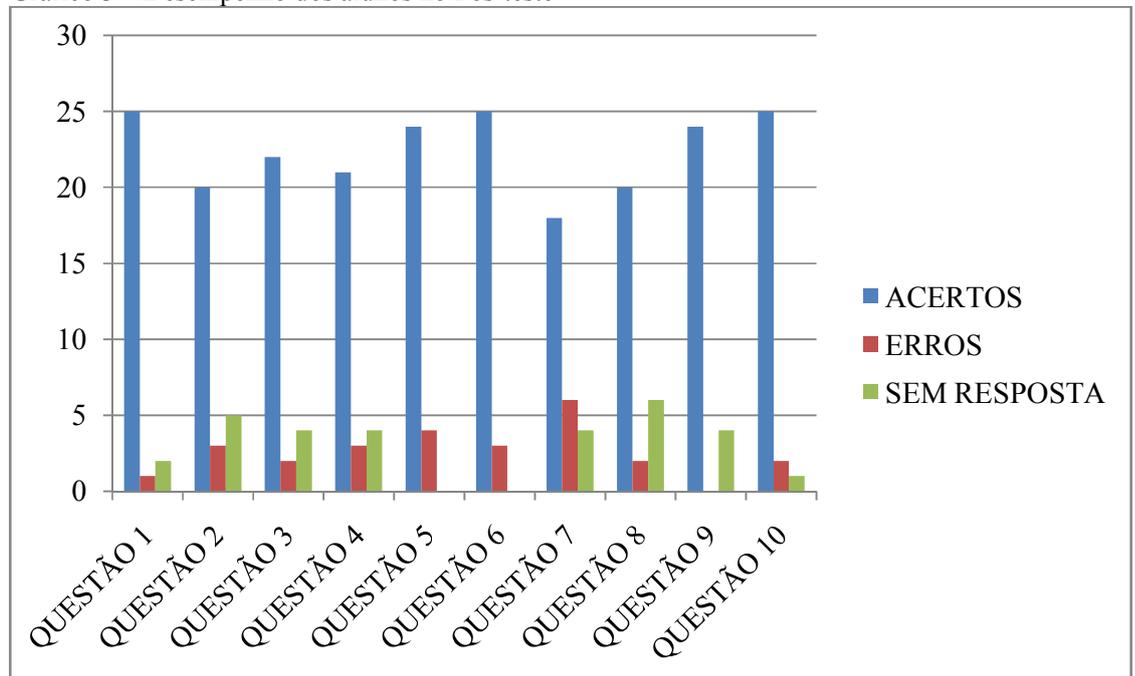
Fonte: Elaboração do próprio autor (2020).

Na foto acima, apresentaram-se alguns resultados encontrados nas resoluções das questões do pós-teste. Pode-se observar que as questões apresentam respostas corretas, assim demonstrado no gráfico 3. Pode-se observar também, através do gráfico 3, um grande aumento de questões que apresentam cálculo correto quando em comparação com as questões resolvidas no pré-teste, demonstradas no gráfico 2. Houve uma queda muito grande do número de questões respondidas erradas e um certo equilíbrio nas questões que não apresentaram respostas, conforme demonstrados nos dois gráficos (2 e 3). Conclui-se, então, que os alunos tiveram uma melhora muito grande no rendimento no que diz respeito aos

conhecimentos adquiridos sobre o conteúdo de Análise Combinatória. É possível perceber, além do aumento de conhecimento e habilidade dos alunos nesse conteúdo, uma maior autonomia e confiança deles para estudar outros conteúdos mais complexos no ensino da matemática, principalmente com a ajuda de outras ferramentas de ensino, como é o caso do jogo norteado pela Atividade Orientada de Ensino, que foram instrumentos de pesquisa na realização desse projeto.

O índice de acertos e erros das questões do pós-teste está demonstrado no gráfico 3, abaixo, que serve de análise rápida e conclusiva sobre os resultados encontrados.

Gráfico 3 – Desempenho dos alunos no Pós-teste



Fonte: Elaboração do próprio autor 2020

E para finalizar a análise de resultados, aplicou-se um questionário contendo 6 questões sobre a Atividade Orientadora de Ensino, com a finalidade de avaliar sua contribuição na resolução das questões propostas nas AOE1, AOE2, AOE3, AOE4 e AOE5. A aplicação do questionário se fez necessário, pois a Atividade Orientadora de Ensino não é uma prática utilizada com frequência em sala de aula, tornando-se uma novidade para os alunos que participaram dessa pesquisa. Por isso houve a necessidade de se avaliar a sua eficácia ou não para prática em estudos futuros e, até mesmo, uma utilização com mais frequência em atividades no ensino de matemática, principalmente em conteúdos mais

complexos. O questionário foi respondido pelos alunos, em sala de aula e de maneira individuais, no dia 23 de dezembro de 2019, sob orientação e fiscalização do professor pesquisador, e teve a duração de uma aula de 50 minutos.

Ainda sobre a Atividade Orientadora de Ensino Moura (2010) cita que:

A atividade de ensino, mediada pela AOE, deve oferecer condições para que os estudantes realizem ações de aprendizagem. A avaliação constitui-se parte inerente do planejamento e da realização da atividade, tendo em vista que está se concretiza no processo de análise e síntese da relação entre a atividade de ensino do professor e a atividade de aprendizagem do estudante. As ações de aprendizagem realizadas pelos estudantes se constituirão com o foco da análise do professor, que, assim, poderá refletir sobre a qualidade da AOE. (MOURA et. al., 2010 a, p. 104).

A Atividade Orientadora de Ensino dá ao aluno uma oportunidade de explorar suas competências e habilidades de maneira mais conclusiva e autônoma, transmitindo segurança em suas ações, para que os mesmos possam chegar aos resultados desejados nas atividades propostas sobre tudo, em conteúdos matemáticos mais difíceis de serem entendidos. As questões aplicadas nesse questionário estão demonstradas no quadro 14, abaixo:

Quadro 14 – Questionário sobre a Atividade Orientadora de Ensino aplicado aos alunos participantes.

**PERGUNTA 1:** Na sua opinião, os textos e as histórias que foram desenvolvidas nesse projeto abordaram situações que envolvem conceitos e aplicações dos conteúdos de Análise Combinatória de uma forma que despertasse sua atenção, motivando você e seus colegas a buscarem solucionar as situações-problema das atividades? Justifique sua resposta.

**PERGUNTA 2:** Faça um relato de como foi a sua experiência e quais conhecimentos você adquiriu ao participar da realização das atividades desta pesquisa, que foram trabalhadas durante as aulas.

**PERGUNTA 3:** Você considera que a realização das atividades ajudou você a conseguir solucionar as situações-problema sobre Análise Combinatória que foram propostas nas atividades? Justifique sua resposta.

**PERGUNTA 4:** Faça um relato geral da sua aprendizagem com relação às atividades desta pesquisa.

**PERGUNTA 5:** Das atividades desenvolvidas nessa pesquisa, qual foi a que lhe causou maior dificuldade? E a qual a atividade orientadora que você conseguiu resolver com maior facilidade? Por quê?

**PERGUNTA 6:** Na sua opinião, os jogos ajudaram a solucionar as situações-problema das atividades? Em qual jogo você encontrou mais dificuldades para aplicar as atividades? E porquê?

Fonte: Elaboração do próprio autor (2020)

Após a aplicação do questionário, o professor orientador passou a ler as respostas dadas pelos alunos e pôde observar que os mesmos consideram positiva a contribuição da Atividade Orientadora de Ensino na resolução das questões. De acordo com os relatos dos alunos, a AOE deixou a questão mais fácil de ser entendida, possibilitando encontrar a fórmula adequada a ser aplicada para se chegar ao resultado esperado. Outro aspecto também relatado foi que as atividades ficaram mais divertidas com a aplicação da AOE, tornando a resolução mais atraente e menos cansativa, o que facilitou ao aluno desenvolver suas habilidades e conhecimentos de maneira mais confiante. “Sim, pois, de uma forma diferenciada e divertida, conseguimos resolver os problemas”, relatou um aluno.

Quando questionado se a AOE havia ajudado a resolver as questões, um aluno relatou: “Sim, pois hoje consigo responder questões de Análise Combinatória que não conseguia resolver antes”. Quando perguntado se tinha gostado e sobre quais conhecimentos foram adquiridos com a AOE o aluno relatou: “Gostei muito. Consegui desenvolver uma capacidade maior de resolver questões de raciocínio lógico”. Alguns alunos chegaram a enfatizar que, após a realização dessa pesquisa, conseguiram melhorar o raciocínio até para jogar o Xadrez, tendo um desempenho melhor nas partidas. Um fator importante visto é que o jogo mais difícil de trabalhar nessa atividade, segundo eles, foi o Xadrez, que causou mais dificuldades na hora da resolução das questões. “Meu raciocínio lógico, que eu já possuía com o Xadrez, foi aperfeiçoado” — relatou mais um aluno.

Figura 29– Fotos de alunos respondendo o questionário

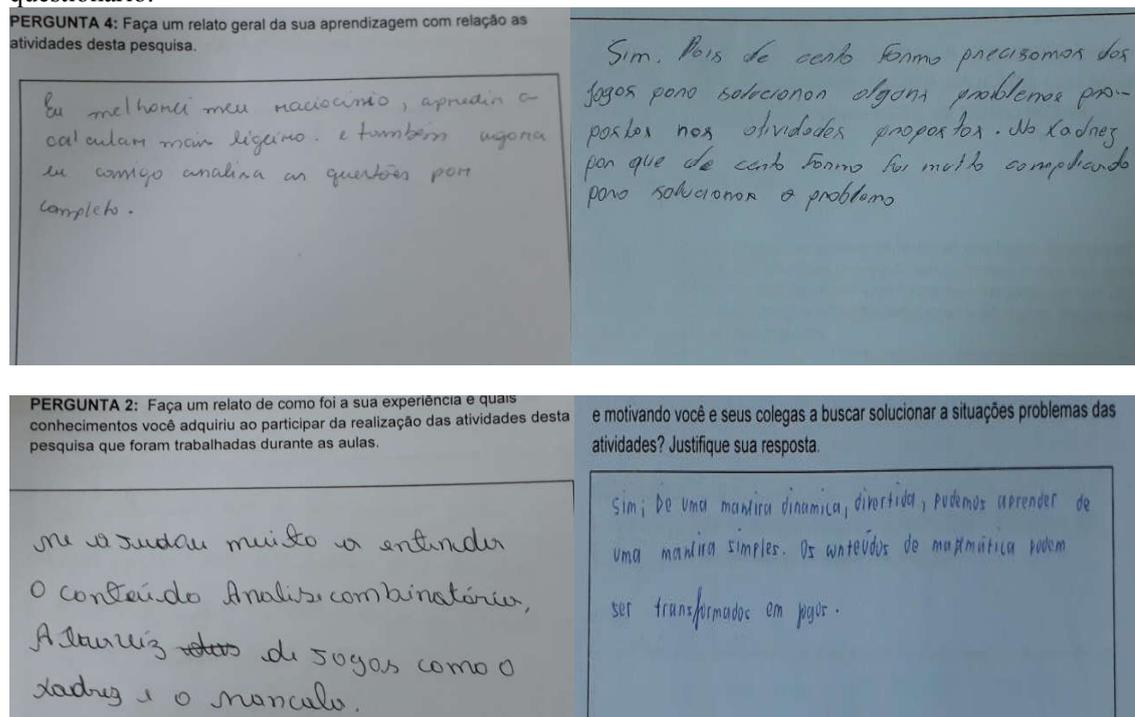


Fonte: Elaboração do próprio autor (2020)

Acima, tem-se uma foto registrando o momento em que os alunos estavam resolvendo as perguntas do questionário propostas pelo professor pesquisador, um momento de muita discussão e debate entre eles, para mostrarem todo seu conhecimento e aprendizado adquiridos nessa pesquisa, através de seus relatos.

A seguir encontram-se algumas respostas dadas pelos alunos:

Figura 30 – Fotos de algumas respostas dadas pelos alunos às perguntas propostas no questionário.



Fonte: Elaboração do próprio autor (2020).

Pode-se concluir, pois, que a Atividade Orientadora de Ensino é uma prática de ensino que ajuda muito na resolução de questões de conteúdos matemáticos mais complexos e que

deve ser usada com mais frequência, tornando as aulas mais agradáveis e proveitosas para o aluno, possibilitando ao professor uma ferramenta a mais para ser utilizada e um mecanismo de ensino para se aplicar na busca pela diminuição do déficit muito alto que existe no ensino de conteúdos matemáticos.

## **5 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Pode-se considerar, através da realização dessa pesquisa, que a busca por novas metodologias se torna essencial na tentativa de se solucionar problemas de aprendizado, que são recorrentes em sala de aula, e tornar a matemática mais atraente e acessível para os estudantes. Essas metodologias permitem que os alunos percebam a aplicação da matemática no cotidiano e consigam se inserir neste contexto sociocultural, buscando sempre uma melhoria no aprendizado, o que culmina na melhora dos índices de aprovação e de conhecimento, que são um grande problema na disciplina de Matemática. O objetivo principal é fazer com que o aluno se sinta mais seguro e motivado a estudar matemática, incentivado a utilizar a leitura e a pesquisa na busca da interpretação de questões contextualizadas, buscando entender, de maneira significativa, os conteúdos ensinados em sala de aula. Assim, de acordo com Pereira e Fernandes (2015):

O professor precisa dar vida a conteúdos estudados, mostrar utilidade para os alunos, quando possível, facilitando compreender, explicar ou, até mesmo, organizar a sua realidade, pois os mesmos alunos não veem a Matemática como uma disciplina dinâmica. (PEREIRA; FERNANDES, 2015, p. 26).

A utilização dos jogos possibilitou aos alunos a aproximação de uma situação contextualizada com uma situação real. Isso aconteceu no momento em que o estudante utilizou a tabuleiro do jogo para praticar, através de simulações das situações-problema trazidas pelas questões propostas em cada AOE. Essa prática foi dando direcionamento ao cálculo e mostrando, de maneira mais fácil e conclusiva, a fórmula adequada a ser usada, para se chegar ao resultado esperado. Já a utilização da Atividade Orientadora de Ensino contribuiu para que o aluno desenvolvesse suas habilidades de leitura e interpretação, melhorando suas competências em investigação, compreensão, argumentação e contextualização, que são fundamentais no ensino de matemática. Ao fazer-se a análise de resultados, percebe-se que, com a utilização da AOE, trabalharam-se e melhoraram-se suas habilidades e competências na leitura e interpretação de textos, ajudando a compreender,

selecionar textos matemáticos, interpretar resultados, formular hipóteses sempre que for questionados e assim se tornar capaz de produzir argumentos para finalmente conseguir resolver as questões.

De acordo com os relatos feitos pelos alunos na análise de resultados, pode-se perceber claramente que tanto a utilização de jogos como a AOE são ferramentas que podem ajudar a melhorar o aprendizado de matemática por parte do aluno e ajudar o professor, dando mais ferramentas de ensino para serem usadas nas aulas e tornar o ensino de matemática mais atrativo, de forma que o estudante tenha, cada vez mais, incentivo para continuar estudando matemática, mesmo que os conteúdos sejam mais complexos e gerem mais dificuldade de aprendizado. A realização da AOE possibilitou ainda uma maior interação entre os alunos, uma troca de ideias, que serviu para tirarem dúvidas uns dos outros e, de forma coletiva, conseguirem resolver de maneira correta os cálculos propostos e solucionar as situações-problema propostas em cada AOE. Segundo Marco (2013):

Entende-se que o compartilhar significados e experiências com o outro constitui um momento muito importante na atividade orientadora de ensino, pois pode encaminhar para a resolução do problema coletivamente, mediante a análise de ideias e diferentes pontos de vista dos envolvidos no dinâmico processo de ensino e aprendizagem. (MARCO, 2013, p. 321-322)

Pode-se observar, ainda, que a resolução da AOE em grupo gerou alguns aspectos negativos, pois alguns alunos não participaram das discussões com a mesma intensidade do restante da equipe, o que, no fundo, serviu para que o professor orientador fizesse intervenções e mostrasse a importância da participação de todos, de maneira igual e com a mesma intensidade, para que o conhecimento adquirido naquela troca de ideias pudesse ser compartilhado de maneira igualitária por todos os membros da equipe.

Outro aspecto importante a ser observado é que os professores de matemáticas devem estar sempre na busca de novas metodologias de ensino para facilitar o aprendizado do aluno e incentivá-lo a estudar cada vez mais, de maneira produtiva e significativa, melhorando, a cada dia, seu conhecimento. Vale ressaltar, ainda, que novas metodologias geram novas ferramentas de ensino, e isso facilita, cada vez mais, o trabalho do professor em sala de aula e melhora o desempenho do estudante.

Por fim, conclui-se que esse estudo realizado atingiu o objetivo previamente determinado e mostrou que a utilização de jogos no ensino de Análise Combinatória pode ser uma ferramenta muito útil, importante para solucionar problemas que atrapalham tanto o

aprendizado do aluno como o trabalho do professor no processo de Ensino-aprendizagem. Observando os relatos dos alunos, fica bem claro que eles conseguiram atingir o objetivo esperado, que era resolver, de maneira correta, as questões propostas nas AOE e que eles conseguissem identificar, de maneira autônoma e conclusiva, a fórmula adequada a ser aplicada em cada questão, pois, só assim, chegariam ao resultado esperado.

## 6 REFERÊNCIAS

ALMEIDA, A. R. S. **A emoção na sala de aula**. Campinas: Papirus, 1999.

ALMEIDA, Maria Amélia; MENDES, Enicéia Gonçalves; HAYASHI, Maria Cristina Piombato Innocentini. **IV Temas em educação especial**. Brasília/DF: CAPES-PROESP, 2008.

ARAÚJO, E. S. **Da formação e do formar-se: a atividade de aprendizagem docente em uma escola pública**. 2003. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003. bases da educação nacional.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 2. ed. São Paulo: EdgardBlücher, 1996. Tradução: Elza F. Gomide.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 2016

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de educação Média e Tecnologia. **Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio**. Brasília: MEC / SEM, 1999.

BRASIL. Ministério Educação e Desporto. **Parâmetros curriculares nacionais 5ª e 8ª séries - Matemática para o Ensino Fundamental**, Brasília, 1998.]

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática/ Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p.

CORBALÁN, F. **Juegos Matemáticos para secundaria y bachillerato**. Madrid: Editorial Síntesis, 1996.

MACÊDO, F. C. S.; EVANGERLANDY, G. M.. **Pesquisa: Passo a Passo para Elaboração de Trabalhos Científicos**. 1. ed. Teresina: MACÊDO, F.C.S, 2018. v. 500. 176p .

DIAS, Francisco Vieira. **O JOGO PLANCARTER COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO DAS COORDENADAS CARTESIANAS: Experiência no Nível Médio de uma Escola de Tempo**

Integral em Oeiras/PI. 2019. 120 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Instituto Federal do Piauí, Floriano, PI, 2019.

FLEMMING, D. M; COLLAÇO DE MELLO, A. C. **Criatividade e Jogos Didáticos**. São José: Saint-Germain, 2003.

GRANDO, R. C. **O Jogo e suas Possibilidades Metodológicas no Processo Ensino-Aprendizagem da Matemática**. Campinas, SP, 1995. 175p. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação, UNICAMP.

GRANDO, Regina Célia. O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2000.

HUIZINGA, J. Homo ludens. Trad. João Paulo Monteiro. São Paulo: Perspectiva, 2007.  
KISHIMOTO, T.M. (org,O). Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação. São Paulo: Cortez, 2001

MACHADO, N. J. Matemática e Língua Materna: análise de uma Impregnação Mútua. 4. ed. São Paulo: Cortez, 1998.

KISHIMOTO, Tizuko Morchiba (Org.). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. São Paulo: Cortez, 2017.

LEONTIEV, A. O desenvolvimento do psiquismo. São Paulo: Moraes, 1978. In:

VIGOTSKII, Lev Semenovich et al. Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem. São Paulo: Ícone, 2001. Cap. 4, p. 59-83.

MIORIM, M. A.; FIORENTINI, D. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. **Boletim da SBEM-SP**, São Paulo, v. 4, n. 7, p. 5-10, 1990.

**MORETTI, V. D. Professores de matemática em atividade de ensino: uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente. 2007. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.**

MORGADO, A. C. de O. *et al.* **Análise Combinatória e Probabilidade**. Rio de Janeiro: IMPA/VITAE, 1991.

MOURA, M. O. (2002). A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. (Org.). *Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning.

STAREPRAVO. A. R. **Jogando com a matemática: números e operações**. Curitiba: Aymar, 2009.

MOURA, M. O. de. **A atividade de ensino como unidade formadora**. Bolema (Rio Claro), UNESP, v. 12, 1996b. p. 29 – 43.

MOURA, M. O. de. Professores de Matemática em atividade de ensino: contribuições da perspectiva histórico-cultural para a formação docente. *Ciência & Educação*, São Paulo, v. 17, n.2, 2011b. p. 435-450  
115

MOURA, M.O.; et.al.. **A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem**. In: MOURA, M.O. (Coord.). *A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural*. Brasília, DF: Líber Livro, 2010.

PEREIRA, Ana Carolina Costa *Prática de ensino em matemática I* / Ana Carolina Costa Pereira, Miron Coutinho Fernandes 1. ed. – Fortaleza: Ed UECE, 2015.71 p. (Matemática)ISBN: 978-85-7826-402-4 1. Matemática – prática de ensino I .Fernandes, Miron Coutinho. II. Título.

PIMENTA, Selma Garrido. *O Estágio na Formação de Professores: Unidade Teoria e Prática?* 7ª ed. São Paulo: Cortez, 2006.

RÊGO, R. M.; RÊGO, R. G. *Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática*.(2000)

STOICA, A. *Using Math Projects in Teaching and Learning*. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*. 2015. v.180.p.702-708. Disponível em: [www.sciencedirect.com/science/article/pii/S187704281501527X](http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S187704281501527X)> Acesso em 26SET2016

VIGOTSKI, L. S. **A formação social da mente**. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2002

## ANEXO

### TERMO DE CONSENTIMENTO PARA REALIZAÇÃO DA PESQUISA

Prezada Diretora,

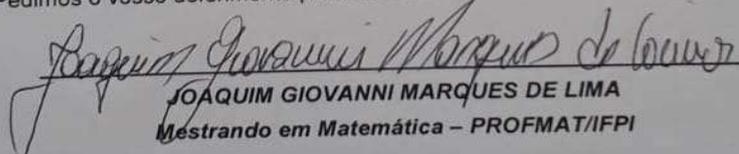
Uma das formas de contribuir para uma formação adequada de nossos alunos é a realização de pesquisas que investiguem potenciais inovações no ensino e aprendizagem numa época de muitas exigências e céleres mudanças estruturais na sociedade.

Estamos desenvolvendo uma pesquisa intitulada de **O ensino de análise combinatória mediado pelo lúdico: uma prática com jogos na Escola Estadual Ceti Rocha Neto** – de minha autoria, estudante de Mestrado **JOAQUIM GIOVANNI MARQUES DE LIMA**, do programa de PROFMAT sob a orientação do Professor Orientador: **Prof. Dr. Ronaldo Campelo**. O objetivo da pesquisa é **Averiguar a funcionalidade dos jogos no ensino e aprendizagem dos assuntos de Análise Combinatória na segunda série A do Ensino Médio do Centro Estadual de Tempo Integral Rocha Neto em Oeiras – PI**. Deste modo solicitamos de vossa senhoria autorização para realizar a mesma nesta instituição de Ensino **Centro Estadual de Tempo Integral Rocha Neto**. Nosso interesse é exclusivamente para fins desta pesquisa de modo a contribuir com a formação de nossos estudantes. Nenhum dos sujeitos inquiridos neste estudo em nenhuma hipótese será identificado, assim como as informações prestadas serão de exclusiva finalidade para os fins desta pesquisa.

A **pesquisa consta** em aplicar Jogos, dois questionários e dois testes para coletar opiniões sobre o mesmo. As perguntas foram pré-elaboradas pelo pesquisador com foco único nos nossos objetivos de estudo. Caso nos permita realizaremos a áudio-gravação, se necessário e fotografias, mas sem identificações. Se por algum motivo incomodar, respeitaremos em não fazê-la. Entretanto, esclarecemos que a finalidade destas é estritamente para facilitar a transcrição das informações prestadas e com foco apenas no fenômeno investigado, único e exclusivo ao desenvolvimento deste estudo.

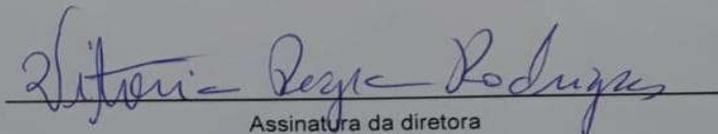
Este termo foi redigido em duas vias, sendo uma para a sua segurança sobre o que pretendemos e propomos realizar e outra via para o pesquisador.

Pedimos o vosso deferimento para este trabalho.

  
**JOAQUIM GIOVANNI MARQUES DE LIMA**  
Mestrando em Matemática – PROFMAT/IFPI

Declaro que entendi os objetivos da pesquisa e concordo com a mesma nestes termos elencados. Autorizo a realização da mesma nesta instituição de ensino.

Floriano/PI, 13 de novembro 2019.

  
Assinatura da diretora

Vitória Régia Rodrigues  
Port. GSE Nº 0207 / 2017  
Mat. Nº 078.196-7  
Diretora