



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL**  
**UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE DOURADOS**

---

**RODRIGO SOUZA CORREA**

**O DESEMPENHO DOS ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE  
LÓGICA NA SÉRIE XIX DE KRUTETSKII**

Dourados, MS  
2020

**RODRIGO SOUZA CORREA**

**O DESEMPENHO DOS ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE  
LÓGICA NA SÉRIE XIX DE KRUTETSKII**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, Unidade Universitária de Dourados, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Prof. Dr. Rafael Moreira de Souza

Dourados, MS

2020

C845d Correa, Rodrigo Souza

O desempenho dos alunos na resolução de problemas de lógica na série XIX de Krutetskii / Rodrigo Souza Correa. – Dourados, MS: UEMS, 2020.

103 p.

Dissertação (Mestrado Profissional) – Matemática em Rede Nacional – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, 2020.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Moreira de Souza.

1. Matemática 2. Lógica matemática 3. Ensino médio I. Souza, Rafael Moreira de II. Título

CDD 23. ed. - 511.3

**Ata de Defesa de Dissertação**  
**Programa de Pós-Graduação em Matemática**  
**Mestrado Profissional**

Aos vinte e oito dias do mês de agosto do ano de dois mil e vinte, às nove horas, na defesa realizada por videoconferência síncrona (todos os participantes online), na Unidade Universitária de Dourados, da Fundação Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, realizou-se a sessão de defesa de Dissertação, intitulada: "O desempenho dos alunos na resolução dos problemas da série XIX de Krutetskii" de autoria do aluno: **RODRIGO SOUZA CORREA**, CPF 960.092.921-15, sob a orientação de RAFAEL MOREIRA DE SOUZA do Programa de Pós-Graduação em Matemática, nível: Mestrado Profissional. Reuniu-se a Banca Examinadora composta pelos membros: RAFAEL MOREIRA DE SOUZA (**Presidente**), Adriana Fátima Souza Miola (participação à distância por videoconferência) (UFGD) e Maria Aparecida Silva Cruz (participação à distância por videoconferência). Concluída a apresentação e arguição, os membros da Banca Examinadora emitiram parecer expresso conforme segue:

Aprovação

Aprovação com revisão

Reprovação

**EXAMINADOR**

**ASSINATURA**

Dr. RAFAEL MOREIRA DE SOUZA

Dra. Adriana Fátima Souza Miola (participação à distância por videoconferência) (UFGD)

Dra. Maria Aparecida Silva Cruz (participação à distância por videoconferência)

**OBSERVAÇÕES:**

---

---

---

---

---

Nada mais a ser tratado, o Presidente declarou a sessão encerrada e agradeceu a todos pela presença.

**Assinaturas:**

  
\_\_\_\_\_  
Presidente da Banca Examinadora  
\_\_\_\_\_  
Aluno



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM  
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT



**RODRIGO SOUZA CORRÊA**

***O DESEMPENHO DOS ALUNOS NA RESOLUÇÃO DOS PROBLEMAS DA SÉRIE XIX DE  
KRUTETSKII***

Produto Final do Curso de Mestrado Profissional apresentado ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Matemática em Rede Nacional, da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, como requisito final para a obtenção do Título de Mestre em Matemática.

**Aprovado em: 28/08/2020.**

**BANCA EXAMINADORA:**

Prof. Dr. Rafael Moreira de Souza (UEMS)  
Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul

Prof.ª Dr.ª Maria Aparecida Silva Cruz (UEMS)  
Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
(participação realizada à distância por videoconferência)

Prof.ª Dr.ª Adriana Fátima Souza Miola (UFGD)  
Universidade Federal da Grande Dourados  
(participação realizada à distância por videoconferência)

“Só sei que nada sei, e o fato de saber isso me coloca em vantagem sobre aqueles que acham que sabem alguma coisa”

Sócrates

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente ao Senhor Jesus, que através do seu Espírito tem concedido força e sabedoria para continuar, “E, se algum de vós, tem falta de sabedoria, peça-a a Deus que a todos dá liberalmente, e o não lança em rosto, e ser-lhe-á dada.” (Tg 1:5) e estendo agradecimentos a todos que contribuíram para a realização deste trabalho, especialmente:

- À minha esposa Daniely e aos meus filhos Tiago e Miguel, pelo apoio e compreensão em todos os momentos;

- Aos meus pais Léo e Fátima, que me apoiaram e encorajaram nos momentos de dificuldades, para que esse sonho se tornasse possível;

- Ao Prof. Dr. Rafael, meu orientador. Agradeço pelas dicas importantes, pelo apoio, motivação, disponibilidade e pela orientação no desenvolvimento deste trabalho.

- Aos professores do Programa de Pós-graduação, Mestrado Profissional em Matemática, da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, pela partilha de conhecimento através das disciplinas oferecidas no decorrer do curso;

- Aos amigos e amigas do PROFMAT, pelo compartilhamento de tempo de estudo e pelo período que passamos dedicando ao curso.

- À minha ex-esposa Renata, seus pais Ronei e Nilva e irmã Ângela, que me abrigou nos primeiros anos do Mestrado na cidade, sem o suporte deles não haveria possibilidade de chegar à conclusão deste trabalho.

CORREA, Rodrigo Souza. O Desempenho dos Alunos na Resolução de Lógica na Série XIX de Krutetskii. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul. Dourados, MS, 2020

## RESUMO

O objetivo desta pesquisa foi investigar aspectos benéficos e prejudiciais ao processo de ensino de Matemática e fomentar a criatividade e o pensamento flexível dos alunos do Segundo Ano do Ensino Médio diurno de uma Escola Estadual situada na cidade de Jardim no Estado de Mato Grosso do Sul através da resolução de problemas de Lógica Matemática. Neste sentido, fizemos um estudo teórico discutindo textos acadêmicos e documentos oficiais com relação à criatividade e ao ensino de Lógica Matemática que baseou um planejamento cujas etapas seriam presenciais, mas que ocorreram de maneira remota por conta da pandemia de Covid-19. Concomitantemente com a aplicação de uma pesquisa sobre o perfil social dos alunos foi aplicada uma sequência didática na qual apresentamos as definições, os conceitos e exercícios da lógica matemática, da tabela verdade, dos conectivos, declarações e negações. No desenvolvimento e avaliação da aprendizagem foram observados 98 alunos dos cerca de 140 do planejamento inicial. Com relação ao perfil dos alunos obtivemos dados relevantes para planejamentos futuros. Após a aplicação da sequência didática foram aplicados testes com questões das Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escola Públicas (OBMEP) relacionados à interpretação de gráficos, negação e tentativa e erro antes dos problemas de lógica da série XIX de Krutetskii. Poucos alunos enviaram suas respostas à segunda avaliação, ainda assim obtivemos poucas respostas autorais o que nos ajudou a entender que o controle do tempo de avaliação e das consultas entre os alunos seriam indispensáveis para avaliar aspectos relacionados à criatividade dos alunos. Por essa razão cancelamos a aplicação dos problemas de Krutetskii.

**Palavras-chave:** Ensino da Lógica Matemática, séries de Krutetskii, criatividade.

CORREA, Rodrigo Souza. The Performance of Students in Logic Resolution in Krutetskii's XIX Series. Dissertation (Master in Mathematics). State University of Mato Grosso do Sul. Dourados, MS, 2020

### **ABSTRACT**

The objective of this research was to investigate aspects that are beneficial and harmful to the teaching process of Mathematics and to foster the creativity and flexible thinking of the students of the Second Year of High School at a State School located in the city of Jardim in the State of Mato Grosso do Sul through solving Mathematical Logic problems. In this sense, we carried out a theoretical study discussing academic texts and official documents regarding creativity and the teaching of Mathematical Logic that based a planning whose steps would be in person, but which occurred remotely due to the Covid-19 pandemic. Concomitantly with the application of research on the social profile of students, a didactic sequence was applied in which we present the definitions, concepts and exercises of mathematical logic, the truth table, connectors, statements and negations. In the development and assessment of learning, 98 students were observed out of about 140 of the initial planning. Regarding the students' profile, we obtained relevant data for future planning. After the application of the didactic sequence, tests were applied with questions from the Brazilian Mathematics Olympiad of Public Schools (OBMEP) related to the interpretation of graphs, negation and trial and error before the logic problems of Krutetskii's XIX series. Few students sent their responses to the second evaluation, yet we obtained few authorial responses, which helped us to understand that the control of evaluation time and consultations among students would be indispensable to evaluate aspects related to students' creativity. For this reason we have canceled the application of Krutetskii's problems.

**Keywords:** Teaching of Mathematical Logic, Krutetskii series, creativity.

## SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO .....	16
1 – CRIATIVIDADE E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS .....	18
1.1 Qual a importância da criatividade na resolução de problemas? .....	18
1.2 Criatividade segundo Krutetskii (1976) .....	20
1.3 Análise de documentos oficiais de educação com relação à criatividade .....	25
2 – ANÁLISE DOS SUJEITOS (BRITO 1996) .....	30
2.1 A pesquisa social (BRITO 1996) .....	30
2.2 Participantes .....	32
3 – O ENSINO DA LÓGICA MATEMÁTICA .....	44
3.1 Conceitos lógicos e tabelas verdade .....	45
3.2 Aulas remotas .....	56
3.3 Resultado dos Exercícios de Fixação .....	61
3.4 Testes de Lógica com questões da primeira fase da OBMEP .....	69
3.4.1 Teste 1 – Gráficos .....	71
3.4.2 Testes 2 e 3 – Negação .....	75
3.4.3 Testes 3 e 4 – Tentativa e erro .....	83
4 – CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	90
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	92
ANEXOS .....	95
APENDICE .....	101

## LISTA DE IMAGEM

Imagem 1: Canal do Professor no Youtube .....	57
Imagem 2: Grupo fechado no facebook (a) .....	57
Imagem 3: Grupo fechado no facebook (b) .....	58
Imagem 4: Perfil do Google Classroom perfil do professor .....	58
Imagem 5: Perfil do Google Classroom perfil dos alunos .....	59
Imagem 6: Teste no grupo de uma sala .....	59
Imagem 7: Link do teste de lógica no grupo da sala .....	60
Imagem 8: Retorno das atividades em uma das salas (a) .....	60
Imagem 9: Retorno das atividades em uma das salas (b) .....	61
Imagem 10: Teste 1 – Interpretação de gráficos .....	71
Imagem 11: Resposta ao teste 1 (a) .....	72
Imagem 12: Resposta ao teste 1 (b) .....	72
Imagem 13: Resposta ao teste 1 (c) .....	73
Imagem 14: Gabarito da questão 4 – Teste 1 .....	74
Imagem 15: Gabarito da questão 5 – Teste 1 .....	74
Imagem 16: Gabarito da questão 11 – Teste 1 .....	74
Imagem 17: Gabarito da questão 16 – Teste 1 .....	75
Imagem 18: Teste 2 – Negação .....	75
Imagem 19: Resposta ao teste 2 (a) .....	76
Imagem 20: Resposta ao teste 2 (b) .....	77
Imagem 21: Resposta ao teste 2 (c) .....	78
Imagem 22: Gabarito da questão 20 – Teste 2 .....	79
Imagem 23: Gabarito da questão 14 – Teste 2 .....	79
Imagem 24: Teste 3 – negação .....	80
Imagem 25: Resposta ao teste 3 (a) .....	81
Imagem 26: Resposta ao teste 3 (b) .....	82
Imagem 27: Resposta ao teste 3 (c) .....	82
Imagem 28: Gabarito da questão 19 – Teste 3 .....	83
Imagem 29: Gabarito da questão 20 – Teste 3 .....	83
Imagem 30: Teste 4 – Tentativa e erro .....	84
Imagem 31: Resposta ao teste 4 (a) .....	84
Imagem 32: Resposta ao teste 4 (b) .....	85

Imagem 33: Resposta ao teste 4 (c) .....	85
Imagem 34: Gabarito da questão 12 – Teste 4 .....	86
Imagem 35: Gabarito da questão 8 – Teste 4 .....	86
Imagem 36: Teste 5 – Tentativa e erro .....	86
Imagem 37: Resposta ao teste 5 (a) .....	87
Imagem 38: Resposta ao teste 5 (b) .....	87
Imagem 39: Resposta ao teste 5 (c) .....	88
Imagem 40: Gabarito da questão 19 – Teste 5 .....	88
Imagem 41: Gabarito da questão 20 – Teste 5 .....	89

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Distribuição dos participantes de acordo com idade.....	33
Gráfico 2: Distribuição dos participantes de acordo com sexo.....	33
Gráfico 3: Distribuição dos participantes de acordo com nível de escolaridade dos pais..	34
Gráfico 4: Distribuição dos participantes de acordo com o nível de escolaridade das mães.. .....	34
Gráfico 5: Distribuição dos participantes que já cumpriram ou estão cumprindo o RPP..	35
Gráfico 6: Distribuição de quantas matérias os participantes estão cumprindo RPP.....	36
Gráfico 7: Distribuição dos participantes que ficaram de RPP e repetiram algum ano.....	36
Gráfico 8: Distribuição dos participantes que ficaram retidos sem RPP .....	37
Gráfico 9: Distribuição das matérias que causaram mais repetência.....	37
Gráfico 10: Distribuição dos participantes que entendem a explicação.....	38
Gráfico 11: Distribuição dos participantes que se distraem nas aulas.....	39
Gráfico 12: Distribuição dos participantes que recebem algum auxílio para estudar.....	40
Gráfico 13: Distribuição de quando o participante estuda matemática .....	41
Gráfico 14: Distribuição dos participantes de acordo com a matéria que mais gosta.....	41
Gráfico 15: Distribuição dos participantes de acordo com a matéria que menos gosta.....	42
Gráfico 16: Distribuição das disciplinas que os participantes gostariam de tirar da escola.....	43
Gráfico 17: Resultado do teste 1 - a .....	62
Gráfico 18: Resultado do teste 1 – b .....	63
Gráfico 19: Resultado do teste 1 – c .....	64
Gráfico 20: Resultado do teste 1 - d .....	64
Gráfico 21: Resultado do teste 2 - a .....	65
Gráfico 22: Resultado do teste 2 - b .....	66
Gráfico 23: Resultado do teste 2 – c .....	66
Gráfico 24: Resultado do teste 3 - a .....	67
Gráfico 25: Resultado do teste 3 – b .....	68
Gráfico 26: Resultado do teste 3 – c .....	68
Gráfico 27: Resultado do teste 3 – d .....	69

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1:Tabela Verdade conjunção.....	47
Tabela 2:Tabela Verdade disjunção.....	48
Tabela 3:Tabela Verdade disjunção exclusiva.....	49
Tabela 4:Tabela Verdade condicional.....	49
Tabela 5:Tabela Verdade bicondicional.....	50
Tabela 6:Tabela Verdade - Resumo dos Conectivos e Declarações.....	51
Tabela 7:Veracidade da Equivalência.....	51
Tabela 8: Tabela Verdade Partícula "não" .....	51
Tabela 9: Tabela Verdade – Negação da conjunção.....	52
Tabela 10:Tabela Verdade - Disjunção com proposições negativas.....	52
Tabela 11:Tabela Verdade – Negação da disjunção.....	53
Tabela 12: Tabela Verdade – Conjunção com proposições negativas.....	53
Tabela 13:Tabela Verdade – Negação da condicional.....	54
Tabela 14:Tabela Verdade – Conjunção com conseqüente negativo.....	54
Tabela 15:Tabela Verdade - Negação da bicondicional.....	55
Tabela 16:Tabela verdade – Conjunção com conseqüente negativo.....	55
Tabela 17:Tabela Verdade – Conjunção com conseqüente negativo.....	55
Tabela 18: Tabela verdade – Disjunção das tabelas 16 e 17.....	56
Tabela 19:Tabela verdade – Resumo da Negativa das Proposições Compostas.....	56

## APÊNDICES

Tabela 20. Distribuição dos sujeitos de acordo com a profissão dos pais .....	101
Tabela 21. Distribuição dos sujeitos de acordo com a profissão das mães .....	101
Tabela 22. Distribuição dos conteúdos de matemática que os sujeitos mais gostam .....	101
Tabela 23. Distribuição dos conteúdos de matemática que os sujeitos menos gostam...	102
Gráfico 28: Distribuição da quantidade de dias que os sujeitos estudam matemática...	102
Gráfico 29: Quantas horas por dia estuda matemática .....	103
Gráfico 30: Distribuição dos sujeitos em relação .....	103

## APRESENTAÇÃO

Este trabalho teve como objetivo responder à questão principal: Como podemos fomentar a criatividade e a flexibilidade de pensamento dos estudantes do segundo ano do Ensino Médio através do Ensino de Lógica? Neste sentido, usamos a pesquisa de ALVARENGA (2017) como guia para tentar estimular o pensamento criativo no ensino da lógica Matemática. No processo de planejamento da sequência didática estudamos o trabalho de Brito (1998) para que pudéssemos captar situações benéficas e prejudiciais para o processo de ensino aprendizagem através das características sociais dos participantes.

A matemática tem sido muitas vezes ensinada por meio da resolução de exercícios prontos e simplificados deixando problemas elaborados de lado. Este fato tem dificultado o desenvolvimento do pensamento lógico, muitas vezes tornando a aula mecânica e sem ânimo para os estudantes.

[...] Analisar a resolução de problemas com uma perspectiva metodológica a serviço do ensino e da aprendizagem de matemática amplia a visão puramente metodológica e derruba a questão da grande dificuldade que alunos e professores enfrentam quando se propõe na resolução de problemas nas aulas de matemática. A utilização de recursos da comunicação pode resolver ou fazer com que não existam essas dificuldades (DINIZ, 2001, p. 87)

Um dos desafios enfrentados pela escola é o de fazer com que os alunos sejam leitores fluentes, pois grande parte das informações de que necessitamos para viver em sociedade e construir conhecimento são encontradas na forma escrita (SMOLE & DINIZ, 2001, p.69).

Neste sentido, fizemos diversas leituras que nos possibilitaram criar uma sequência didática que, por conta da pandemia de Covid-19, não pode ser posta em prática da forma como foi planejada e cujas etapas e a conclusão estão descritas neste trabalho. O capítulo 1, foi desenvolvido com base na tese de doutorado de Alvarenga (2017). Destaca-se a importância da criatividade no processo de ensino e aprendizagem de Matemática de acordo com Sternberg (1996) e Sternberg e Lubart (1998) que apresentaram diversas pesquisas sobre os níveis e características do pensamento criativo. Na sequência, apresentamos as séries do Psicólogo Russo Krutetskii (1976) que seriam usadas para analisar o nível de habilidades de estudantes de Matemática.

Além disso, baseados no trabalho de ALVARENGA (2017) analisamos o que a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) e as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) dizem sobre

o ensino da Lógica Matemática e sobre os aspectos da criatividade e do pensamento flexível que abordamos em nossa sequência didática. Através desses documentos, que são os guias mais importantes para a educação, os aspectos criativos e de resolução de problema puderam ser analisados de maneira pedagógica válida.

No capítulo 2, trabalhamos aspectos concernentes aos alunos e a escola. Usamos dados quantitativos para caracterizar as turmas de segundo ano do ensino médio, cujos alunos foram participantes nesta pesquisa, através de um questionário adaptado da pesquisa de BRITO (1996) que foi aplicado remotamente.

O capítulo 3 relata a sequência didática que planejamos relativa à lógica matemática, mais precisamente em relação à interpretação das tabelas verdade. Foram apresentados os conteúdos teóricos trabalhados sobre os conectivos, as sentenças declaratórias, a negação e a interpretação e validação das tabelas verdade. Em seguida é explicado como aconteceram as aulas remotas por conta da pandemia de COVID-19 o que impossibilitou a execução do trabalho conforme o planejado.

Foram aplicados testes remotamente para verificação da aprendizagem e com problemas retirados das provas de primeira fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). A ideia inicial era desenvolver os testes de lógica seguindo a série XIX de Krutetskii, porém os dados obtidos com os testes mostraram que não seria possível tirar conclusões válidas. Por causa dos prazos estipulados pelo programa de Mestrado e pela falta de previsão para o retorno das atividades presenciais o trabalho foi concluído.

## CAPÍTULO I

Neste capítulo foi ressaltado sobre a criatividade e resolução de problemas nas aulas de Matemática, estudando a importância da criatividade matemática na resolução de problemas, além apresentar a visão de Krutetskii (1976) frente a esta temática. Seguindo da análise dos documentos oficiais da educação com relação a criatividade frente aos indicadores de qualidade básica da educação, sendo a base da reflexão teórica inicial deste estudo.

### 1 – CRIATIVIDADE E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

#### 1.1 Qual a importância da criatividade matemática na resolução de problemas?

Solucionar problemas é colocado neste trabalho como um importante instrumento utilizado para promover o pensamento e desenvolver a criatividade. Mesmo não sendo simples, constitui um método de aprendizagem de habilidades técnicas e criativas. Nesse sentido, a metodologia proposta estabelece que a escolha dos problemas deve ser muito criteriosa, pois eles devem ser instigantes, visar ampliar e aprofundar os conhecimentos matemáticos dos alunos, serem desafiadores e apropriados ao nível de conhecimento esperado.

Arthur Ávila, matemático e pesquisador do IMPA, ganhador da medalha Fields, disse em entrevista à revista Exame sobre a matemática.

[...] É uma criatividade muito informada que precisa ter uma base de conhecimento. Assim como Picasso tinha que dominar o que já existia para criar coisas novas, os matemáticos precisam entender os problemas para solucionarem. (Ávila, 2015. Revista Exame)

A matemática se torna importante justamente pela necessidade de compreensão, interpretação e raciocínio, o que possibilita aos professores/mediadores explorarem esses pontos para desenvolverem a capacidade de raciocínio. Destacamos que a matemática, mesmo sendo ensinada nas salas de aula de forma mecânica e desestimulante, ainda desperta a criatividade em alguns alunos, pois a criatividade existe de maneira inata e o mundo necessita de pessoas criativas para encontrar soluções em diversas áreas, ou será que a criatividade matemática não estimula outras áreas do conhecimento?

[...] Todo processo de solucionar problemas requer o pensamento divergente, é necessário que a escola e a sociedade incentivem as capacidades criativas dos

estudantes, infelizmente muito pouco ainda tem sido feito nesta área.” (Alvarenga, 2017 p.15)

O psicólogo americano Frank Barron (1969), pioneiro na psicologia da criatividade, destacou que indivíduos criativos são caracterizados pelo alto grau de aptidão intelectual, valorização de assuntos intelectuais e criativos, valorização da própria independência e autonomia, fluência verbal, boa expressão de ideias, preocupação com a estética, alta produtividade, resolução de problemas, preocupação com problemas filosóficos (religião, valores, significado da vida, etc), alta capacidade de ideias, apresentação de processos de pensamento não convencionais, franqueza e por ser atraente e consistente com os próprios padrões pessoais.

Sternberg (1988), em uma formulação para a teoria da criatividade, considerou que tanto o ambiente como variáveis pessoais facilitam ou impedem a ação da criatividade restringindo os atributos internos do indivíduo para o pensamento criativo dando destaques a seis fatores: inteligência, estilo intelectual, conhecimento, personalidade, motivação e contexto ambiental.

Posteriormente Sternberg e Lubart (1996) modificaram o modelo original considerando que o comportamento criativo é resultado da convergência dos seguintes fatores: cognitivo, personalidade, motivação e contexto ambiental. Na transição do primeiro para o segundo modelo os autores agruparam os fatores inteligência, estilo intelectual e conhecimento para o fator cognitivo que é a habilidade de ver o problema sob um novo ângulo, fazendo comparação ou combinação com algo conhecido, partindo deste princípio criar algo, implementar ideias.

Os autores, ao descreverem os fatores que propiciam o pensamento criativo, ressaltaram que nem todos os elementos de cada um dos recursos são relevantes à criatividade, devendo cada um interagir com os demais, jamais de forma isolada, como a alta inteligência na ausência de motivação ou o conhecimento amplo na ausência de habilidade intelectual para compreender e utilizar tal conhecimento são exemplos. Assim sabemos que uma resposta será julgada como criativa na medida em que é novo e apropriado ou útil para determinada situação, sendo que tal situação apresenta várias respostas conhecidas.

Para Sternberg e Lubart (1996) o fator cognitivo é necessário para auxiliar na construção da habilidade de redefinir ou ver o problema sob um novo ângulo. Portanto aprendem a reconhecer entre as próprias ideias aquela que mais vale a pena inovar, entretanto para esse fator é importante que se tenha um conhecimento prévio, não importando a maneira como esse conhecimento foi adquirido, seja formal (através de leitura, palestras ou aulas) ou

informal (experiências vividas e dedicação), pois a habilidade de criar, inovar e emitir opiniões necessita de um conhecimento pré-construído, com isso o sujeito analisa o problema considerando as diferentes possibilidades, pois o sujeito já estudou ou conhece algo semelhante.

Quanto à personalidade, alguns traços contribuem para a criatividade, como na matemática, Sternberg e Lubart (1996), ressaltam que a personalidade é um fator importante, que contribui diretamente com a criatividade, possibilitando que o sujeito desenvolva a confiança, correr riscos, coragem para expressar ideias. Porém, é algo que pode sofrer mudanças com o tempo, sendo influenciados principalmente pelas condições ambientais.

Nesta perspectiva percebe-se que os recursos motivacionais são as forças que impulsionam para a performance criativa, especialmente porque pessoas aguçam sua criatividade a uma determinada tarefa quando movidas pelo prazer de realizar. Entre as várias pesquisas sobre motivação Sternberg e Lubart destacam exemplos como: O desejo de obter domínio sobre um dado tema, o desejo de obter reconhecimento, o desejo de alcançar autoestima e o desejo de descobrir algo.

O último componente da teoria, o contexto ambiental, percebe-se que o ambiente facilita o desenvolvimento e a realização do potencial criativo, gerando novas ideias, encorajando o necessitado e analisando o resultado do que foi gerado. Ambientes como família, escola, trabalho, a sociedade como um todo contribuem para a expressão criativa de seus membros. Para a maioria dos leitores a criatividade é uma qualidade da pessoa, ou um conjunto de traços de personalidade, características cognitivas pessoais. Entretanto, se mudar o ambiente social do indivíduo, pode-se ter um outro julgamento e entender que a criatividade pode englobar características pessoais, fatores situacionais e a interação entre eles.

## **1.2 Criatividade segundo Krutetskii (1976)**

O que difere os seres humanos dos demais seres vivos é justamente a capacidade de raciocínio, formular hipóteses, representar mentalmente soluções e a partir de um conceito inicial operar e desenvolver até chegar na condição desejada. A solução de problemas é um tipo de aprendizagem, talvez o mais elevado, parte de princípios aprendidos para elaborar novos ou criar situação diferenciada para a solução final. É um estímulo para mentes mais criativas.

Vadim Andrevich Krutetskii (1917-1991), psicólogo russo que explorou e estudou a capacidade de crianças superdotadas (com altas habilidades), em seu trabalho *A psicologia das habilidades matemáticas em crianças em idade escolar* (1968), com tradução para o Inglês em 1976, observou que os sujeitos com altas habilidades sabem a forma mais rápida para se obter o resultado de um cálculo matemático, enquanto alunos ditos normais não constroem este tipo de habilidade. Para este teórico matemático existe um “pensamento matemático” para desenvolver e entender matemática por meio da interação com conhecimentos de mundo pode-se explorar formas mais objetivas e simples de se compreender os mais diferentes campos da matemática.

[...] Krutetskii conduziu pesquisas no campo da psicologia do desenvolvimento e da educação, a psicologia da vontade e do caráter, mas o que chamou sua atenção em especial era a psicologia das habilidades. Nesta ciência destacou e descreveu de forma convincente as habilidades matemáticas, que ele chamou de “orientação matemática da mente”. Existem mais de 130 publicações de Krutetskii, que por suas contribuições teóricas foi premiado com o prêmio da Academia de Ciências Pedagógicas da URSS e teve suas obras publicadas nos EUA, Inglaterra, Japão e outros países. *Revista psychological Issues*<sup>1</sup> (1980 – 1997).

Nesta perspectiva Krutetskii (1968) elaborou problemas divididos em 26 séries, contendo 79 testes, 22 aritméticos, 17 algébricos, 25 geométricos e 15 outros (lógica, figural, combinado e espacial).

Os problemas das séries foram divididos em habilidades matemáticas em Krutetskii (1976, p.105-174)

Série I: Problemas com uma pergunta não informada;

Série II: Problemas com informação incompleta;

Série III: Problemas com informação em excesso;

Série IV: Problemas com elementos de sobreposição;

Série V: Sistemas de problemas de uma única categoria;

Série VI: Sistemas de problemas de categorias diferente;

Série VII: Sistemas de problemas com transformação gradual do concreto para o abstrato;

Série VIII: Composição de problemas de uma determinada categoria;

Série IX: Problemas envolvendo provas matemáticas;

Série X: Composição de equações que utilizam os termos de um problema;

Série XI: Problemas irrealis;

Série XII: Formação de conceitos artificiais;

<sup>1</sup> <http://www.voppsy.ru/issues/1992/921/921183.htm> em 06 de fevereiro de 2020 às 16: 46

Série XIII: Problemas que propiciam soluções diferentes.;

Série XIV: Problemas com mudança de conteúdo;

Série XV: Problemas para reconstruir uma operação;

Série XVI: Problemas que sugerem auto restrição;

Série XVII: Problemas diretos e inversos;

Série XVIII: Tarefas heurísticas;

Série XIX: Problemas de compreensão e raciocínio lógico;

Série XX: Problemas envolvendo sequências;

Série XXI: Sofismos matemáticos;

Série XXII: Problemas com termos difíceis de lembrar;

Série XXIII: Problemas com grau variado de visualização nas suas resoluções;

Série XXIV: Problemas com formulações verbais e representações visuais;

Série XXV: Problemas relacionados a conceitos espaciais;

Série XXVI: Problemas que expõe correlações entre componentes visual-pictórico e verbal-lógicos de atividade intelectual matemática.

Cada série de Krutetskii (1976), refere-se a pelo menos uma habilidade, segundo o capítulo 6 da obra desse autor e os componentes que nortearam as suas investigações são:

- 1) Percepção: Habilidade de formalizar conteúdo matemático, resumir a si mesmo relações numéricas concretas e formas espaciais e operar com estrutura formal. Presente nas séries: I, II, III, IV, V, VI, VII, VII, X, XI, XX, XXII e XXIV;
- 2) Generalização: Habilidade para descobrir o essencial, importante, abstrair para si mesmo o irrelevante, ver o que é comum no que é aparentemente diferente. Presente nas séries: V, VI, VII, VIII, IX, X, XI, XII, XVIII, XIX, XX, XXI e XXII;
- 3) Lógica e raciocínio: Habilidade para ideia sequencial, corretamente segmentada no raciocínio lógico, que está relacionado a necessidade de desenvolver provas, comprovações e deduções. Presente nas séries: IX, X, XVIII, XIX, XX e XXI;
- 4) Redução: Habilidade para reduzir os passos no processo de raciocínio, pensar em estruturas reduzidas, sem precisar de muito detalhamento na resolução de problemas. Presente nas séries: V, VI, IX, X, XVIII, XIX, XXIII e XXIV;
- 5) Flexibilidade: Habilidade para passar rapidamente de uma operação mental a outra, ou seja, a habilidade para trocar de um método de resolver um problema para outro método de resolver o mesmo problema. Essa característica é importante para o trabalho criativo de um matemático. Presente nas séries: VI, X, XIII, XIV, XV, XVI, XXI e XXIII;

- 6) Pensamento reversível: Habilidade para inverter o processo mental, isto é, transferir de um processo de resolução a uma sequência inversa de pensamento. Presente nas séries: XVII e XX;
- 7) Analítico-sintética: Habilidade para compreensão rápida das relações básicas que constituem a essência do problema, sem esquecer dos dados específicos.
- 8) Memória matemática: Habilidade para uma memória envolvendo generalizações, estruturas formalizadas e esquemas lógicos. Presente nas séries: V, VI, VIII, XI, XIV, XIX, XXII, XXIII e XXIV;
- 9) Conceitos espaciais: Habilidade para perceber e aplicar conceitos espaciais que estão relacionados diretamente com a geometria, especialmente a geometria espacial. Presente nas séries: XXV e XXVI.

Krutetskii (1976) classificou os resultados dos estudantes em: “capazes”, “medianamente capazes” e “relativamente incapazes”. Estes resultados apontam que os estudantes “capazes” dominaram facilmente os objetos matemáticos, solucionando-os com alta velocidade, apresentando independência no pensamento e criatividade, principalmente em conteúdos recém apresentados aos estudantes, usando de soluções originais e não-padronizadas. Já os sujeitos “medianamente capazes”, foram bem sucedidos, porém consumiam um tempo e um esforço maior quando comparados com os “capazes”, apresentando dificuldades em transferir o conhecimento de um problema para outro, no geral se saíam bem, mas eram mais limitados na criatividade. Por fim os “relativamente incapazes” apresentavam grandes dificuldades na compreensão e na explicação do professor, necessitando sempre de lições e explicações extras, estes não sabiam trabalhar com problemas além dos limites padronizados, sempre necessitavam de um grande número de exercícios e demonstravam frequente insegurança no desenvolvimento de atividades matemáticas.

A ferramenta de análise de desempenho dos alunos em relação aos testes de lógica da série XIX de Krutetskii, avalia os estudantes de acordo com a criatividade, habilidade e tempo de resolução do problema proposto, observando o raciocínio e valorizando adaptações no processo ensino-aprendizagem.

Observa-se que o estudo desenvolvido por Krutetskii (1976) analisa o problema das habilidades matemáticas, sempre preocupado em obter o máximo desempenho. Esta linha teórica leva em consideração aspectos históricos ligados ao aprendizado escolar defendendo que a habilidade matemática está relacionada às potencialidades individuais isto porque os sujeitos não possuem a mesma facilidade para desenvolver as questões propostas em um

exercício, afirmando ainda que essas capacidades não são naturais, mas desenvolvidas em meio ao conhecimento teórico e as experiências vividas por cada sujeito.

Para Krutetskii (1976) as habilidades não são constantes, nem inalteráveis, ou seja, são passíveis de melhoramentos e os sujeitos podem desenvolver diferentes níveis e habilidades matemáticas, tudo depende do processo de aprendizagem teórico e/ou prático.

O estudo de Krutetskii (1976) ainda é atual, pois notou que o desempenho expresso por notas no aprendizado escolar é uma ferramenta de avaliação insuficiente para explicar e fundamentar as habilidades dos estudantes dado que baixo rendimento não é necessariamente baixa habilidade, notando que estudantes com o mesmo método de aprendizagem, desenvolvendo exercícios semelhantes, produziam resultados diferentes, isso se dá pelas diferenças de construção das habilidades cognitivas.

Neste trabalho utilizamos testes matemáticos da série XIX de Krutetskii, envolvendo problemas de lógica, para analisar o raciocínio, habilidades e a criatividade das respostas dos alunos. O teste aplicado com estudantes do segundo ano Ensino Médio é o teste de lógica da série XIX. Logic Test:

- 1) An ancient problem: A 20-kopek coin weighs twice as much as a 10-kopek coin; there is twice as much silver in it, and it is worth twice as much. Which is worth more: 1 kg of 10-kopek pieces or 1/2 kg of 20-kopek pieces?
- 2) A large pond is becoming overgrown with vegetation. Every day the overgrown area has doubled. On the 8th day it has covered half the pond. On what day will it cover the pond completely?
- 3) In a box there are 16 beads: black, white, and red ones. There are 7 times fewer red beads than white ones. How many black beads are in the box? (Prove that this is the only possibility.)
- 4) Apples are packed in 500 crates. It is known that a crate cannot hold more than 240 apples. Prove that at least 3 crates contain an identical number of apples.
- 5) Forty fish were caught from a pond with a net; each one was marked and thrown back into the pond. On another day 60 fish were netted from the pond, and there were 4 marked ones among them. How can we estimate approximately the number of fish in the pond?
- 6) There are containers of 7- and 11-liter capacity. How can 13 liters be measured with them?
- 7) Three friends visit the library on different days: the first once in 3 days, the second once in 4 days, and the third once in 5 days. The last time they were at the library together was on a Tuesday. In how many days will they again be at the library together, and what day of the week will it be?
- 8) If we write the word aziat (Asian) in a code, we write bikbu (btjbo). How do we write the word evropeets (European) in the code?
- 9) Of 9 bearings that are completely alike in external appearance, one is defective. It is somewhat lighter than the others. Find it with no more than 2 weighings on an ordinary two-tray scale, without weights.
- 10) Twenty identical motor vehicles are parked along a circular road. The total amount of gas in all of the vehicles is enough for only one of them to travel the whole circular road. Prove that at least one of these vehicles could travel the entire road, taking on gas along the way from the other 10 vehicles.

11) An ancient problem: Twelve persons were traveling and brought a dozen loaves of bread. Each man brought 2 loaves, each woman brought half a loaf, and each child a quarter of a loaf. How many men, women, and children were traveling?

12) Five chess players took part in a tournament. Find the results of all the games if it is known that each person played one game with every other person and everyone earned a different number of points, with: (a) the person in first place having no draws;

(b) the person in second place losing no games;(c) the person in fourth place winning no games. Note: In chess tournaments 1 point is received for a game won, 0 points for a game lost. In case of a draw, each person gets 1/2 point. (KRUTETSKII,1976, p.168)

É importante ressaltar que foi feita uma alteração no teste 8 em virtude de o alfabeto russo ser diferente do português. Tradução nos anexos.

### **1.3 Análise de documentos oficiais de educação com relação à criatividade.**

O que dizem os documentos oficiais quanto a resolução de problemas e a criatividade?

A LDB/96 no art.35 considera o Ensino Médio como última etapa complementar da Educação Básica, tendo como finalidades:

II - a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores;

III - o aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico;

IV - a compreensão dos fundamentos científicos-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática no ensino de cada disciplina. (BRASIL, LDB, 1996, p.12)

Percebe-se que a etapa do Ensino Médio é focada na busca por desenvolver de forma mais concreta habilidades construídas nos anos anteriores, nesta fase o estudante é estimulado a aprimorar-se como cidadão por meio do desenvolvimento de competências e habilidades críticas e aprofundamento de questões científicas e tecnológicas experienciando por meio de metodologias diversificadas a relação da teoria com a prática.

Nos itens II, III e IV do art. 35 da LDB são citadas a capacidade de se adaptar e ser flexível, o desenvolvimento da autonomia intelectual e a relação teoria/prática que são aspectos considerados para o pensamento criativo segundo Krutetskii(1976).

Mais que um conjunto de regras a ser obedecido, ou burlado, a LDB é uma convocação que oferece à criatividade e ao empenho dos sistemas e suas escolas a possibilidade de múltiplos arranjos institucionais e curriculares inovadores. (BRASIL, PCN Ensino Médio, 2000, p.60)

Para a resolução CNE/98 que institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio e que possui definições sobre princípios, fundamentos e procedimentos a

serem observados na organização pedagógica e curricular de cada unidade escolar tem em seu Art. 5º inciso III a seguinte orientação frente a metodologia de construção de conhecimento em sala de aula apontando a necessidade de se “adotar medidas de ensino diversificadas, que estimulem a construção do conhecimento e mobilizem o raciocínio, a experimentação, a solução de problemas de outras competências cognitivas superiores” (BRASIL, CNE, 1998, p.2). Ou seja, dando liberdade ao raciocínio e a solução de problemas, completando o que diz a LDB/96.

Percebe-se que a resolução da CNE/98 trata em sua totalidade da interdisciplinaridade e de articulações entre as disciplinas, afirmando que a instituição de ensino através do Projeto Pedagógico Escolar, deve criar e fomentar programas para que tais articulações aconteçam. Compreende-se então que a interdisciplinaridade do aprendizado não exclui o conhecimento matemático e a criatividade, sendo que no Ensino Médio o estudante deve ter acesso a prática contextualizada que responda às necessidades contemporâneas, preparando-o para o mercado de trabalho, de maneira que tenham uma visão cultural, crítica do mundo ao seu redor.

Nesta mesma perspectiva apresentam-se os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) de 1999 que em seu desenvolvimento leva em consideração o meio social do educando para dar mais significado a aprendizagem e para que esta seja universal, com diálogos e explicações acessíveis, não deixando de lado os conteúdos exclusivamente profissionalizantes ou que contemple o Ensino Médio com ênfase nas outras etapas de ensino. Vale ressaltar que o meio social, que é definido como ambiente social em que um indivíduo está inserido, é citado por Sternberg e Lubart (1996) como contexto ambiental e contribui para o desenvolvimento da criatividade.

É válido destacar que a matemática é vista atualmente de forma mais aplicável como conhecimento importante para várias outras disciplinas para que o estudante aplique competências e habilidades gráficas, geométricas, estatísticas, algébricas e probabilísticas por meio dos processos de construção, validação de conceitos, generalização e relações que interpretam fenômenos e informações, trazendo entre as competências e habilidades gerais, destacadas no PCNEM (1999), aplicações frente a representação, comunicação, investigação e compreensão, com os seguintes objetivos:

Produzir textos adequados para relatar experiências, formular dúvidas ou apresentar conclusões.

Identificar variáveis relevantes e selecionar procedimentos necessários para a produção, análise e interpretação de resultados de processos e experimentos científicos e tecnológicos.

Formular questões a partir de situações reais e compreender aquelas já enunciadas.

Utilizar modelos de medição e de cálculo;

Procurar sistematizar informações relevantes para a compreensão da situação-problema.  
 Formular hipóteses e prever resultados.  
 Elaborar estratégias de enfrentamento das questões.  
 Interpretar e criticar resultados a partir de experimentos e demonstrações.  
 Articular o conhecimento científico e tecnológico numa perspectiva interdisciplinar. (BRASIL, PCNEM, 1999, p. 11-13)

Observa-se que a resolução de problemas é apresentada nos PCNEM como parte da integração do estudante à sociedade, como uma preparação que será exigida em sua vida pessoal e profissional, fundamentais para a vida pessoal e profissional do sujeito na sociedade contemporânea. Nesta concepção o documento ainda ressalta que:

A Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas.

Em seu papel formativo, a matemática contribui para o desenvolvimento de processo de pensamento e aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, proporcionando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais. (BRASIL, PCNEM, 1999, p. 40).

Verifica-se então que o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático, quando ultrapassa o âmbito escolar e alcança o âmbito social proporciona confiança e flexibilidade de pensamento para enfrentar problemas. Também pode ajudar a traçar estratégias e técnicas para o aprendizado, moldando o processo de interação e construção de conhecimento e adequando a metodologia a necessidade de cada aluno.

Nota-se, portanto que os conceitos lógicos e a resolução de problemas servem para validar ou dirimir intuições e dar objetividade às técnicas aplicadas, não só apenas em Matemática, mas em todos os componentes curriculares. Pode-se observar as seguintes conformidades entre as competências e habilidades a serem desenvolvidas nos estudantes do Ensino Médio, segundo os PCN, em comparação com a resolução de problemas de lógica presentes nos testes de Krutetskii (1976):

Ler e interpretar textos de matemática.  
 Utilizar corretamente instrumentos de medição e desenho.  
 Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões entre outras).  
 Formular hipóteses e prever resultados.  
 Selecionar estratégias para resolver o problema.  
 Interpretar e criticar resultados numa situação concreta.

Fazer e validar conjecturas experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.  
Discutir ideias e produzir argumentos convincentes.

Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real.

Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento. (BRASIL, PCN, 1996, p.27)

Com relação a criatividade na resolução de problemas o PCN, informa que o Ensino médio está em um processo de transformação constante, devido a fatores culturais e tecnológicos estarem surgindo de maneira rápida. Destacando que a criatividade é mais importante que a repetição de tarefas.

[...] A facilidade de acessar, selecionar e processar informações está permitindo descobrir novas fronteiras do conhecimento, nas quais este se revela cada vez mais integrado. Integradas são também as competências e habilidades requeridas por uma organização da produção na qual a criatividade, autonomia e capacidade de solucionar problemas serão cada vez mais importantes, comparadas à repetição de tarefas. (BRASIL, PCN Ensino médio, 2000 p.56)

Já o conjunto das competências, destacadas nos PCN+, que remetem a criatividade e resolução de problemas é mais amplo, pois sintetiza muitos aspectos, como:

- Estratégias para enfrentamento de situações-problema: Identificar em dada situação-problema as informações ou variáveis relevantes possíveis para resolvê-la.
- Interações, relações e funções: invariantes e transformações: Identificar fenômenos naturais ou grandezas e dado domínio do conhecimento científico, estabelecer relações; identificar regularidades, invariantes e transformações.
- Medidas, quantificações, grandezas escalas: Selecionar e utilizar instrumentos de medição e de cálculo, representar dados e utilizar escalas, elaborar hipóteses e fazer estimativas, interpretar resultados.
- Modelos explicativos e representativos: Reconhecer, utilizar, interpretar e propor modelos explicativos para fenômenos ou sistemas naturais ou tecnológicos.
- Relações entre conhecimentos disciplinares e interdisciplinares e Inter áreas: Articular, integrar e sistematizar fenômenos e teorias dentro de uma ciência, entre as várias ciências e áreas do conhecimento. (BRASIL, Fonte: PNC+ Ensino Médio, 2002, p.25).

Observe que estes itens, tanto no quesito investigação e compreensão quanto na linguagem científica, estão presentes nos testes de Krutetskii (1976) em cada um deles sendo observado a presença destes itens durante a aplicação dos testes. Em relação a isso, observa-se o comportamento de estudantes que apresentam atitudes negativas frente a problemas matemáticos. O objetivo dos testes de Krutetskii é justamente despertar a curiosidade e mostrar o quanto é fácil pensar logicamente.

A Base Nacional Curricular Comum (BNCC) tem como objetivo garantir aos estudantes o direito de aprender um conjunto de competências, habilidades e aprendizagens comuns em todo o território do Brasil nas escolas urbanas, rurais, particulares e privadas de

forma a reduzir a desigualdade educacional existente. Dessa forma, a BNCC serve como conjunto de orientações que irá nortear as equipes pedagógicas na elaboração dos currículos locais. As competências são definidas como: mobilização de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para a vida cotidiana e para o mundo do trabalho.

A BNCC reafirma o que está nos documentos anteriores, Constituição Federal, Lei de Diretrizes e Bases da Educação e está em adequação para ser implantada nos próximos anos. As competências descritas na BNCC de maneira intuitiva estimulam a criatividade no aspecto matemático.

### **1.3.1 Indicadores da Qualidade Básica da Educação**

Os indicadores de qualidade na Educação Básica foram criados para servirem como ferramentas que determinam como está a escola em relação às dimensões que servem como sinalizadores de qualidade frente a importantes aspectos da realidade escolar. De acordo com o instituto nacional de estudos e pesquisas educacionais Anísio Teixeira (INEP) ligado ao ministério da educação (MEC) “com um bom conjunto de indicadores tem-se, de forma simples e acessível, um quadro de sinais que possibilita identificar o que vai bem e o que vai mal na escola”. (2013, p.56 Indicadores da Qualidade da Educação, MEC/UNICEF/INEP)

Observa-se que a taxa de aprovação se torna importante tanto quanto o aprendizado dos alunos. Por exemplo, uma nota 7,0 de média com aprovação de 70%, a escola terá média 4,9 e a comunidade irá supor que a escola não é boa. Enquanto uma segunda escola com nota 5,0, mas com 100% de aprovação terá média 5,0, e a comunidade irá supor que esta segunda escola tem aprendizado melhor que a primeira.

As avaliações externas, aplicadas em anos pares pelo Saeb possuem cálculo controverso, forçando a não retenção para que o índice de qualidade da instituição de ensino qualidade da instituição de ensino não diminua. Isso vai ao sentido contrário da aprendizagem, do estímulo ao raciocínio e à criatividade, da formação de profissionais para o mercado de trabalho e da vida em sociedade conforme prevê a LDB e as diretrizes dos PCNs. Para entender o cálculo do Ideb vejamos a sua fórmula:  $IDEB = N_{ji} \times P_{ji}$ , onde  $i$  é o ano do exame (Saeb e Prova Brasil) e do Censo Escolar,  $j$  é a unidade e  $N_{ji}$  é a média da proficiência em Língua Portuguesa e/ou Matemática padronizada para um indicador entre 0 e 10 dos alunos da unidade  $j$  no ano  $i$  obtida em determinada edição do exame realizado ao

final da etapa de ensino e Pji é o indicador de rendimento baseado na taxa de aprovação da etapa de ensino dos alunos da unidade<sup>2</sup>.

A escola analisada nesta pesquisa, obteve nota 5,4 no Ideb em 2017, com nota de aprendizado em 5,76 e nota de fluxo 0,94 (que refere a quantidade de aprovações), sendo que esta é a meta prevista para o ano. Na escola, 23% dos alunos do nono demonstraram aprendizado adequado em matemática para a série, ainda alto se comparado com o resultado nacional (Brasil) de 16%, com o resultado estadual (Mato Grosso do Sul) de 19% ou com o resultado municipal (Jardim) de 22%. Com relação ao ENEM, houve uma participação de 76 alunos, ou seja, 57% dos alunos do terceiro no ano de 2018, sendo que na área de matemática e suas tecnologias obtiveram média 503 pontos<sup>3</sup>.

## **CAPÍTULO II**

### **2 – ANÁLISE DOS PARTICIPANTES (BRITO)**

#### **2.1 A Pesquisa social (BRITO 1996)**

Ao se analisar o desempenho de um grupo de estudante frente ao ensino de matemática, em ambiente escolar, é preciso relacionar e observar também as atitudes desses participantes frente aos testes lógicos e a matemática obtendo assim os resultados sejam eles positivos ou negativos.

Resultados negativos em matemática podem ter relação com todo o meio em que o sujeito está inserido, como amigos, familiares e professores. Os alunos são, de certo modo, influenciados pelas atitudes dos professores, se estes apresentam atitudes positivas e buscam diferentes metodologias aumentam as chances de despertar o interesse do aluno pela disciplina, tornando-a motivadora, mostrando como pode ser útil e isso contribuirá para a ampliação de atitudes positivas.

O trabalho de Brito (1996) é um estudo para o concurso de livre docência da autora na área de Aprendizagem do Departamento de Psicologia Educacional da Faculdade de

---

<sup>2</sup> fonte: <https://academia.qedu.org.br/ideb/como-o-ideb-e-calculado/>

<sup>3</sup> Fonte: <https://www.qedu.org.br/escola/255404-ee-coronel-pedro-jose-rufino/enem> em 05 de maio de 2020 às 16:25

Educação da UNICAMP. Trabalho este que buscou evidências e respostas para atitudes negativas ligadas a matemática de alguns alunos desde a graduação até o Ensino Médio. Através de atividades com professores em algumas escolas, a autora verificou que muitos professores comprovaram que alunos apresentam sentimentos negativos e “aversão” a matemática ou qualquer aspecto que exija conhecimento matemático. Com isso, buscou dados e pesquisas no campo da psicologia educacional para tabular os aspectos e atitudes matemáticas, ou o que desenvolvia determinadas atitudes.

[...] Não existem dúvidas entre os autores da literatura psicológica que as atitudes estão intimamente relacionadas à motivação, mas nem por isso devem ser vistas como o mesmo fenômeno. Além disso, sendo um conceito passível de aprendizagem, carrega consigo um forte componente social. (BRITO, 1996. p.17)

McLeod (1990) afirma que o professor, durante toda sua vida como estudante, foi levado a ter atitudes negativas com relação a matemática, como poderá influenciar positivamente os alunos? É importante estabelecer que as atitudes dos alunos podem não estar ligadas a do professor, entretanto o sucesso ou fracasso do aluno na disciplina muitas vezes influencia diretamente sua atitude em relação ao professor.

Vale ressaltar que a disciplina matemática é complexa e envolve temas variados, exigindo habilidades diferentes. O resultado disso é uma complexa mistura de sentimentos, enquanto uns terão confiança outros terão ansiedade, pois o sujeito que tem conhecimento é mais seguro frente às exigências da disciplina.

De acordo com McLeod (1990) em se tratando de matemática, na teoria do processamento de informação, as atitudes matemáticas se desenvolvem de duas maneiras. A primeira é através da automatização, isto é, reações que ocorreram repetidamente fazendo o sujeito automatizar de forma positiva ou negativa, sendo este efeito intenso a princípio, mas depois vai sendo incorporado ao sujeito. A segunda maneira é a atitude desenvolvida por um sujeito com relação a determinado objeto, evento, pessoa ou coisa. Por exemplo, se um estudante tem repetidas experiências negativas com as provas de geometria, o impacto será, inicialmente, intenso, mas irá diminuir de intensidade com o tempo.

Eventualmente, a reação emocional à prova de geometria tornar-se-á mais automatizada, haverá menos impulso fisiológico e a resposta tornar-se-á estável, podendo ser medida através de questionário. A segunda fonte de atitude é a vinculação de uma atitude já existente a uma tarefa nova, mas relacionada. Um estudante que apresenta uma atitude negativa na execução das atividades de uma prova de geometria pode vincular essa mesma atitude com a prova de álgebra.

## 2.2 Participantes

A pesquisa social, por analisar o perfil social, traz à tona o perfil dos estudantes participantes desta pesquisa envolvidos nos testes, trazendo esclarecimentos quanto ao resultado dos testes de lógica através de como e do quanto os envolvidos estão engajados com o pensamento lógico e a maneira que desenvolvem as questões. Dentro desta perspectiva buscou-se criar um questionário social que representa a percepção deles frente ao ensino de matemática.

Em uma primeira etapa foi elaborado um questionário social, baseado em Brito (1996), os estudantes o responderam via Google Forms que teve a participação de 98 alunos de 4 turmas do Segundo Ano do Ensino Médio regular, matutino, de uma Escola da Rede Estadual de Ensino, da cidade de Jardim, Mato Grosso do Sul. As turmas foram escolhidas para servir de verificação e tabulação de dados, referentes à interpretação e resolução de problemas lógicos.

A escolha desta etapa para pesquisa foi devido a possibilidade de que as dificuldades e problemas de aprendizagem identificados pudessem ser trabalhados e servir de base para a construção de propostas pedagógicas que auxiliem na superação de dificuldades. Assim essa pesquisa poderia subsidiar a escola e fornecer dados para toda comunidade escolar.

Na pesquisa descritiva social pretendíamos verificar as atitudes em relação à matemática e perfil social dos estudantes visando propor problemas lógicos mais eficazes e tentar apontar fatores e atitudes positivos e negativos em relação ao desempenho matemático presentes naquela comunidade escolar. Buscamos por dados como idade, sexo, série, hábitos de estudo, preferência por disciplinas, por professores, compreensão dos conteúdos matemáticos, repetência, recuperação, horas de estudo, notas, profissão e escolaridade dos pais, atenção nas aulas, entre outros.

A coleta dos dados ocorreu de forma online entre 06 e 20 de abril de 2020 e teve a participação de 46 meninos e 52 meninas, com idade entre 14 a 21 anos. As quatro turmas que foram analisadas possuem cerca de 140 estudantes matriculados, entretanto a pandemia prejudicou a coleta dos dados, pois alguns não têm meios para responder a pesquisa. Os resultados desses questionamentos trouxeram alguns subsídios para que pudéssemos fazer uma investigação e tirar conclusões aceitáveis sobre alguns tipos de atitudes em relação à matemática. Analisamos aqui os dados coletados que achamos mais relevantes para este estudo e os demais foram deixados no Apêndice. Vejamos as informações coletadas representadas nos gráficos a seguir para melhor visualização:

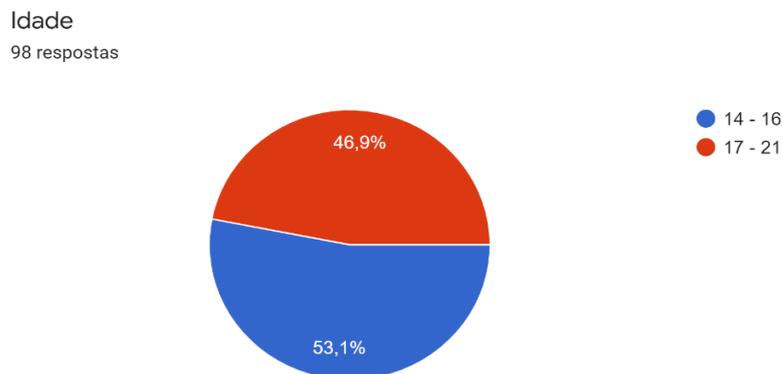


Gráfico 1: Distribuição dos participantes de acordo com idade.  
Fonte: O autor, 2020.

Podemos observar no gráfico 1 que 46 dos 98 alunos estão na faixa etária dos 17-21 anos, isso remete ao fato de terem iniciado os estudos de forma tardia, reprovado ou desistido em algum ano. Contudo, os dados que coletamos nos permitem apenas afirmar que 25 alunos reprovaram em algum momento de sua vida escolar como veremos nos gráficos 7 e 8, não tendo informações mais precisa sobre os outros 21.

Frente a busca ativa dos sujeitos participantes da pesquisa percebemos que houve a participação de 49% de estudantes do sexo masculino e 51% de estudantes do sexo feminino, como representado no gráfico 2.

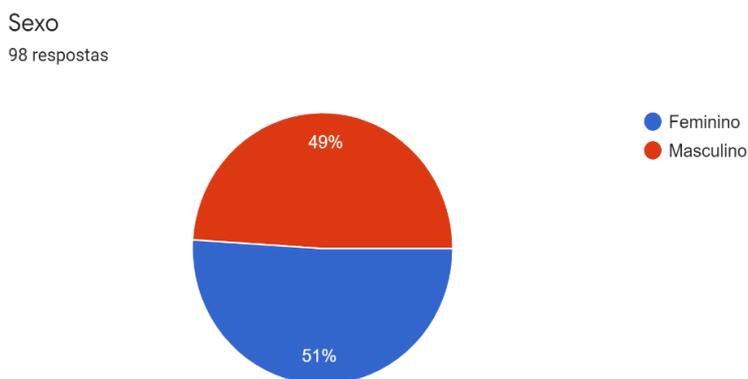


Gráfico 2: Distribuição dos participantes de acordo com sexo.  
Fonte: O autor, 2020.

Ao observar as respostas sobre o nível de escolaridade do pai percebemos que a grande maioria dos estudantes possuem o pai trabalhador que não concluiu a educação básica.

Totalizando um número significativo de estudantes que citam que seus pais possuem nenhum ou pouco estudo em ambiente escolar.

#### Escolaridade do Pai

98 respostas

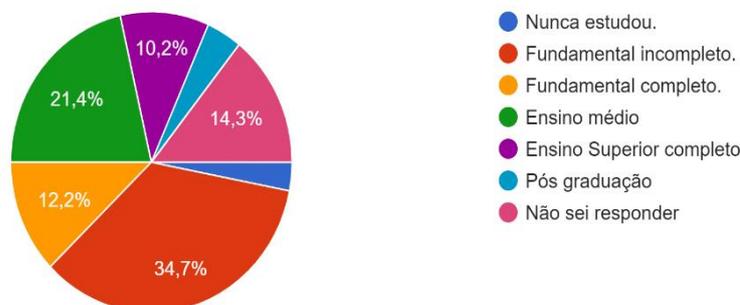


Gráfico 3: Distribuição dos participantes de acordo com nível de escolaridade dos pais.

Fonte: O autor, 2020.

Ao observar o gráfico 4 percebe-se que a escolaridade das mães dos estudantes que participaram da pesquisa diferencia-se da anterior tendo um aumento significativo, uma vez que, a maioria que possui nível médio e graduação, ou seja, enquanto os dados referentes aos pais que completaram o ensino médio e graduação totalizam 31,6% os dados referente às mães com este nível de escolaridade totalizam 54,1%.

#### Escolaridade da mãe

98 respostas

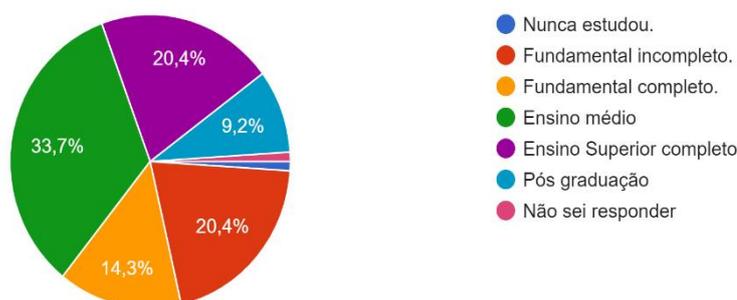


Gráfico 4: Distribuição dos participantes de acordo com o nível de escolaridade das mães.

Fonte: O autor, 2020.

A Rede Estadual de Ensino de Mato Grosso do Sul adotou em 2017 o sistema de Regime de Progressão Parcial (RPP), no qual um estudante que não conseguiu aprovação em

até 3 matérias prossegue para a série seguinte, mas com pendência das matérias que não conseguiu média 6,0 nos quatro bimestres do ano. Nestes casos, durante o ano seguinte, a Rede Estadual de Ensino disponibiliza duas datas, uma no final do primeiro semestre e outra no final do segundo semestre, para que o aluno faça uma prova para tentar a média das disciplinas do ano anterior que ficou retido. Se no ano seguinte o aluno ficar retido em alguma matéria, de modo que ultrapasse três disciplinas com dependência ele fica retido. Caso contrário, prossegue para o próximo ano, mesmo que retido em três disciplinas de anos anteriores.

Vale destacar que os estudantes do Terceiro ano do Ensino Médio não são contemplados com o Regime de Progressão Parcial e que este método aplica-se somente a partir do sétimo ano do Ensino Fundamental. O gráfico 5, logo abaixo, apresenta os dados coletados sobre o quantitativo de alunos que cumprem ou já cumpriram o regime de progressão parcial (RPP).

Você já ficou (ou está) de Regime de Progressão Parcial (RPP)?

98 respostas

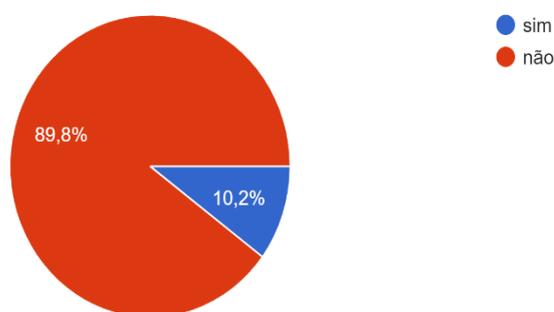


Gráfico 5: Distribuição dos participantes que já cumpriram ou estão cumprindo o RPP.

Fonte: O autor, 2020.

Como podemos observar 10,2 % dos entrevistados participaram ou fazem parte desta realidade em ambiente escolar, pois apresentam-se ou cumpriram RPP nos últimos anos. As próximas 2 perguntas foram respondidas apenas pelos alunos que estão cumprindo RPP.

De quantas matérias você ficou de RPP?

10 respostas

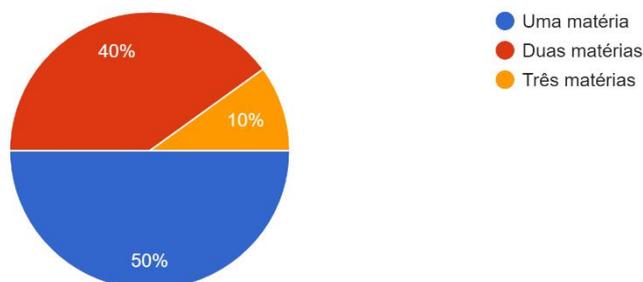


Gráfico 6: Distribuição de quantas matérias os participantes estão cumprindo RPP.

Fonte: O autor, 2020.

O gráfico 7 apresenta a realidade frente a reprovação dos participantes da pesquisa que estão cumprindo RPP mostrando uma porcentagem de 40% dos entrevistados que repetiram o ano letivo, mesmo após a criação do RPP criado em 2017.

Você já repetiu algum ano?

10 respostas

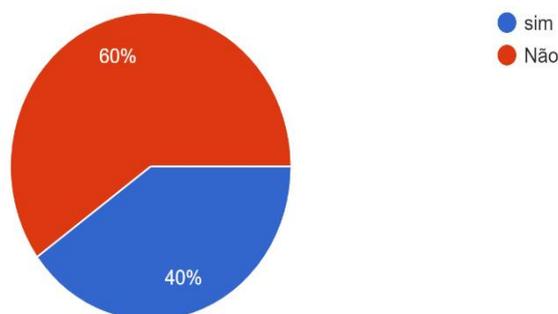


Gráfico 7: Distribuição dos participantes que ficaram de RPP e repetiram algum ano

Fonte: O autor, 2020.

Dentre os alunos que não estão cumprindo RPP podemos observar no gráfico 8 que 23,9% já reprovaram em algum momento. Com a pesquisa online pode-se identificar que dos 98 alunos participantes 25 já reprovaram e 10 estão cumprindo RPP, podendo assim contribuir de forma negativa para o IDEB da instituição na próxima avaliação. Como observa-se no Gráfico 8, tem-se 67 dos entrevistados cumprem sua série de ensino de forma regular sem carregar nenhum tipo de pendência ou atraso escolar, isso representa

68,4% dos 98 estudantes. Cabe ressaltar que alguns alunos das turmas observadas não responderam ao formulário, por isso os dados podem não refletir a real situação da escola.

Você já repetiu de ano  
88 respostas

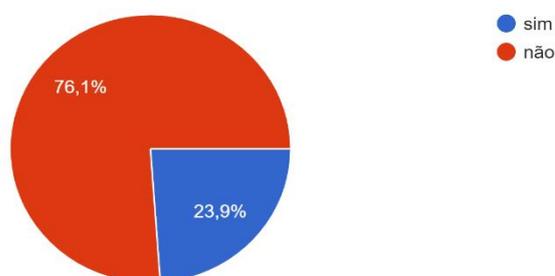


Gráfico 8: Distribuição dos participantes que ficaram retidos sem RPP.  
Fonte: O autor, 2020.

É importante destacar que os estudantes que ficaram retidos sem RPP, são os que ficaram de mais de três disciplinas ou que ficaram retidos antes deste método ser implantado. Frente a estes resultados levantou-se no gráfico 9 que português e matemática são as disciplinas que causaram a maioria das repetências ou não progressão de alguma forma.

Quais as matérias você ficou reprovado?  
25 respostas

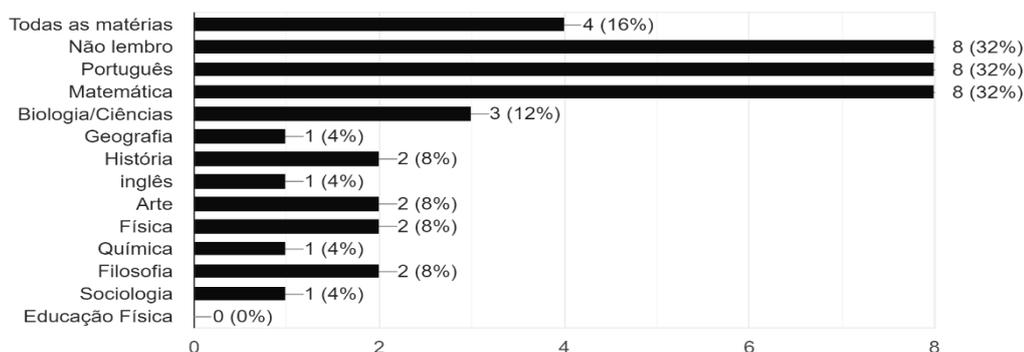


Gráfico 9: Distribuição das matérias que causaram mais repetência.  
Fonte: O autor, 2020.

Dos participantes da pesquisa 25 alegam já terem ficado retidos em alguma disciplina, apesar de 46 dos estudantes terem 17 anos ou mais, 4 estudantes citaram que ficaram de todas as matérias, ou seja, abandonaram o estudo em alguma parte do ano letivo. Salienta-se aqui que toda escola tem seus métodos para combater a evasão sendo que, por vezes, parte do processo envolve informar órgãos como Conselho Tutelar e a Promotoria da Infância e da

Juventude quando o aluno deixa de comparecer a aula por 15 dias, seguindo orientações presentes na LDB (1996).

De acordo com a Lei 13.803 (2019) é obrigação da escola notificar órgãos como conselhos tutelares, diante do diagnóstico de faltas de alunos que ultrapassem o percentual de 30% dos 200 dias letivos.

Com base nesta e em outras dificuldades apresentadas pela escola e pela equipe escolar buscou-se identificar qual o tipo de apoio que os estudantes têm em casa para estudar, se eles obtêm alguma ajuda para a realização dos trabalhos e atividades escolares principalmente no que se refere a disciplina de matemática. A partir deste questionamento obtivemos respostas que acreditamos serem incompatíveis a grosso modo, mas uma análise meticulosa nos permite tirar certas conclusões. Veja as informações representadas nos gráficos a seguir:

As explicações do professor de matemática são suficientes para você entender o que está sendo explicado?

98 respostas

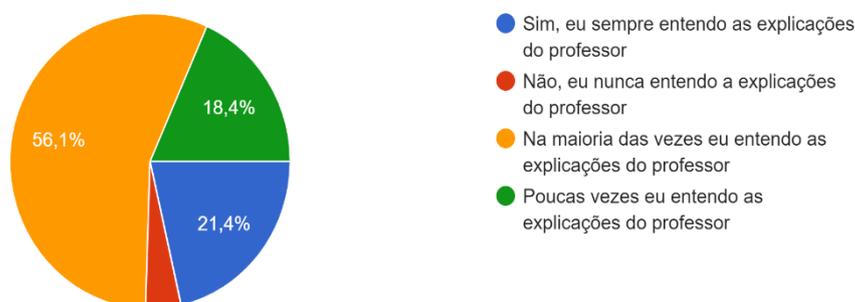


Gráfico 10: Distribuição dos participantes que entendem a explicação.

Fonte: O autor, 2020.

O gráfico 10 apresenta que 78,6 % dos entrevistados possuem alguma dificuldade para entender a explicação dada pelo professor e 4,1% dos alunos nunca entendem as explicações do professor. Para Ramos (2017, p.15):

[...] O professor tem um papel determinante na mudança e na inovação do processo educativo daí que, no exercício da sua profissão, deva considerar a importância de ser educador e sentir a responsabilidade do sucesso do aluno na aprendizagem da disciplina. Ensinar é fazer pensar, estimular o aluno para a identificação e resolução de um problema e acima de tudo ensinar é uma arte, que deve ajudar o indivíduo a criar novos hábitos de pensamentos e ações. (RAMOS,2017. p.15)

Assim é importante que com base nos dados apresentados acima os professores reflitam frente ao processo de ensino aprendizagem concretizado, por meio, das atividades aplicadas como forma de contextualizar o aprendizado. Focando-se no objetivo de estimular o estudante a criar uma rotina de estudo que possa auxiliar no desenvolvimento de aulas que possam prender mais a atenção do aluno motivando a buscar e interagir durante sua construção de conhecimento diária, principalmente no que se refere a conceitos matemáticos básicos cruciais na sua rotina social, cultural, ideológica e profissional.

Para enriquecer esta discussão buscou identificar o quanto os estudantes se distraem durante as aulas de matemática, não conseguindo prender sua atenção nas explicações e atividades planejadas pelo professor.

Você se distrai facilmente nas aulas de matemática?

98 respostas



Gráfico 11: Distribuição dos participantes que se distraem nas aulas.

Fonte: O autor, 2020.

Observamos que as informações dos gráficos 10 e 11 estão em concordância, pois 71,4% dos estudantes alegam ter alguma dificuldade em prestar atenção na aula enquanto que 78,6% têm dificuldade em entender as explicações da aula e mais de 30% dos estudantes alegam não conseguir se concentrar durante as aulas de Matemática. A concentração é um fator importante para a boa construção de conhecimento dentro e fora do ambiente escolar, ao observar os dados apresentados no gráfico anterior retira-se que apenas 28,6% dos 98 entrevistados alegam sempre conseguir prestar atenção nas aulas de matemática.

Se você recebe ajuda de alguém para estudar ou fazer tarefas e trabalhos de matemática, assinale quem te ajuda.

98 respostas

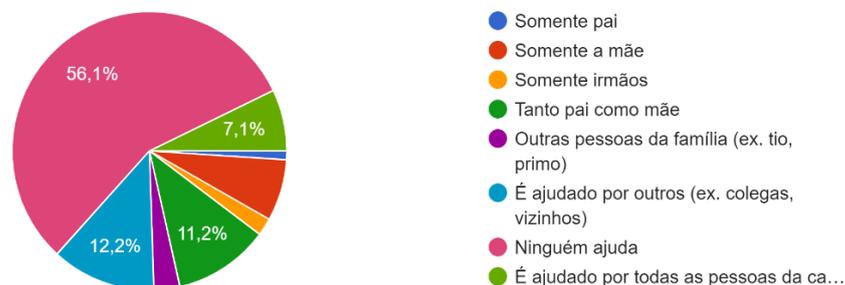


Gráfico 12: Distribuição dos participantes que recebem algum auxílio para estudar.

Fonte: O autor, 2020.

Ao analisar o gráfico 12 percebe-se que 56,1% não recebem nenhum auxílio para estudar ou fazer as tarefas de matemática, fora da escola. Apenas 44,9 % possuem algum tipo de ajuda que não seja do professor ao cumprir com as atividades propostas, tendo, portanto, uma grande porcentagem de estudante que dependem exclusivamente das explicações do professor e dos colegas de sala.

Cabe ressaltar que existem divergências entre os dados que coletamos com relação a frequência que os alunos estudam matemática. Abaixo colocamos o gráfico 13, pois acreditamos ser o mais significativo por causa das possíveis respostas, mas outros 2 gráficos dispostos no apêndice trazem dados incompatíveis apesar das perguntas serem correlatas.

Ressaltamos 78,6% dos estudantes tem alguma dificuldade para entender as explicações do professor, o gráfico 10 apresenta que 71,4% dos estudantes têm alguma dificuldade de prestar atenção às explicações, de acordo com o gráfico 11 e 56,1% não tem ajuda para estudar e, segundo o gráfico 12, 56,1% só estudam na véspera da prova.

Se alguém perguntasse para você: "quando você estuda matemática?" Qual das respostas abaixo você daria? Escolha apenas uma delas.

98 respostas

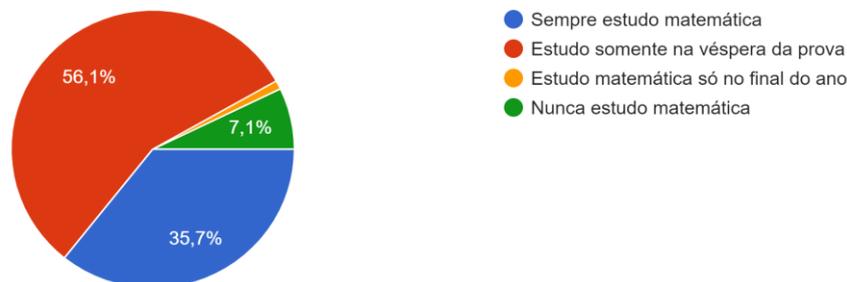


Gráfico 13: Quando os participantes estudam matemática?

Fonte: O autor, 2020.

Estes dados corroboram com a informação expressa nas teorias de Sternberg e Lubart (1996) que ressaltam que para aprender a matemática é necessário que o sujeito desenvolva a personalidade e a criatividade, combatendo situações de desmotivação como representado nos dados anteriores.

Assinale abaixo a matéria que você mais gosta. Assinale apenas uma alternativa.

98 respostas



Gráfico 14: Distribuição dos participantes de acordo com a matéria que mais gosta.

Fonte: O autor, 2020.

No que se refere a preferência em componentes curriculares percebe-se que dos 98 entrevistados 12,2 % elegem a Matemática como a disciplina que lhe chama maior atenção e desperta maior interesse em ambiente escolar.

Percebe-se também que os entrevistados citam português e matemática como disciplinas que menos gostam. De acordo com a BNCC (2017) é importante que os estudantes entendam que a Matemática é um componente curricular necessário, pois é por meio dela

que o sujeito irá construir habilidades voltadas à compreensão de fenômenos, à construção de representações significativas e argumentos consistentes nas mais diversas situações.

Assinale abaixo a matéria que você menos gosta. Assinale apenas uma alternativa:

98 respostas



Gráfico 15: Distribuição dos participantes de acordo com a matéria que menos gosta.  
Fonte: O autor, 2020.

Ao se analisar as ideias expressas na BNCC(2017) percebe-se a importância de se trabalhar as mais diversas ciências para auxiliar o estudante na superação e solução de problemas científicos e tecnológicos, mesmo o sujeito identificando-se com uma ou mais disciplina é crucial que todos entendam a importância de se trabalhar de forma interdisciplinar e transdisciplinar para que o estudante seja preparado e desenvolva, por exemplo, sua capacidade de desenvolvimento de argumentos convincentes.

De acordo com a BNCC (2017) as disciplinas de matemática e Língua Portuguesa possuem carga horária maior para que o pensamento crítico e as habilidades a serem desenvolvidas ao longo do ensino básico sejam construídos por meio de situações significativas. Mesmo diante desta concepção, português e matemática estão entre as mais disciplinas mais cogitadas quando questionamos os estudantes sobre a disciplina (ou as disciplinas) que gostariam de excluir do componente curricular atual.

Se você pudesse tirar uma matéria da escola qual matéria seria?

98 respostas

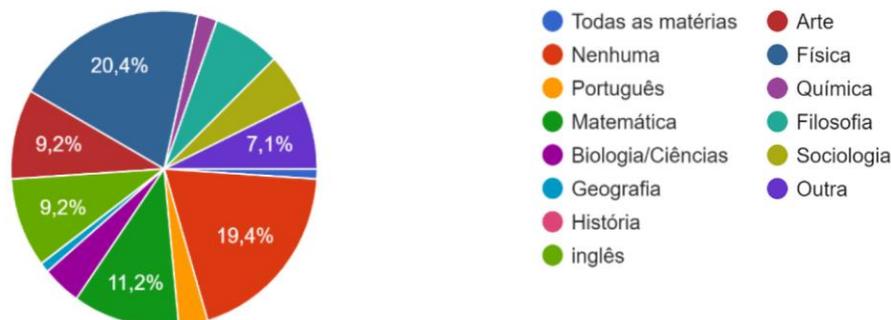


Gráfico 16: Distribuição das matérias que os participantes gostariam de tirar da escola.

Fonte: O autor, 2020.

É válido lembrar que mesmo tendo 98 participantes na construção dos dados anteriormente apresentados a pesquisa não foi realizada através de pesquisa presencial devido a pandemia causada pelo Covid-19, que resultou na suspensão das aulas presenciais no ano de 2020. Frente a esta situação pode-se afirmar que os resultados representam a visão dos alunos que puderam responder o questionário, pois em momento algum foi pedido a identificação dos participantes.

Podemos observar que os sujeitos das quatro turmas envolvidas na pesquisa apresentam aspectos sociais e culturais heterogêneos e perceber-se que os estudantes responderam com sinceridade e não houve influência externa do pesquisador com os sujeitos. Não se pode deixar de citar que a pesquisa não teve o alcance desejado no início do projeto visto e que muitos estudantes não foram atendidos devido a falta de acesso às tecnologias que, neste momento de pandemia, foram usadas como ferramenta de coleta de dados, por isso estes alunos não fizeram parte desta pesquisa.

Mediante os resultados obtidos acredita-se ser importante observar como ocorreu o ensino da lógica matemática e os resultados obtidos com os testes aplicados com base na teoria de Criatividade segundo Krutetskii (1976).

### CAPÍTULO III

Neste Capítulo foi apresentando o corpus desta pesquisa, sendo então analisada a importância do ensino da lógica matem conceitos lógicos e tabelas verdades estudando as equivalências das proposições e conjunções. Além de apresentar como ocorreu as aulas remotas e as ferramentas utilizadas para o ensino de matemática durante o período de pandemia em 2020.

#### 3 - O ENSINO DA LÓGICA MATEMÁTICA

O ensino da lógica matemática foi uma disciplina inserida na Rede Estadual de Ensino de 2014 até 2016 em todas as séries da Educação Básica sendo extinta por não haver professor específico para a disciplina causando dificuldades para alguns professores, pois não houve critérios para a escolha do docente. Mas ainda se identifica o conteúdo de lógica matemática presente em alguns livros do terceiro ano do Ensino Médio, sendo pré-requisito para a escolha do livro didático em 2018, servindo de base para demonstrações como usar a condicional se A então B por exemplo.

[...] É importante para a formação geral no Ensino Médio, que os alunos tenham oportunidade de um contato, não exaustivo, mas significativo, com o método axiomático das validações matemáticas. Essa seria uma boa maneira de favorecer, em aulas de matemática, o desenvolvimento do que é usualmente chamada de argumentação lógica. (Guia PNLD, 2018 p. 38)

O livro didático adotado para o triênio 2018-2020 é da coleção quadrante da editora SM. A coleção possui tópicos de trigonometria, sequências, matriz e sistemas lineares, análise combinatória e probabilidades para os alunos do 2º ano do ensino médio. O livro é bem detalhado e rico em explicações, possui conceitos ligados aos PCNEM como interdisciplinaridade, saúde, alimentação e educação financeira. O material também possui tópicos sobre aplicações dos conteúdos ao final de cada capítulo chamado de “ampliando fronteiras”, na parte das atividades, em sua maioria, apresentam problemas que necessitam de interpretação. No final do livro há um tópico sobre a utilização da calculadora científica e da planilha eletrônica LibreOffice Calc, que ensina como criar planilhas de empréstimos na matemática financeira.

O conteúdo que mais aplica a lógica matemática é o conteúdo de probabilidade e análise combinatória, que exigem entendimento do que se está concluindo e o conhecimento

de alguns jogos de azar. Pois o conteúdo de lógica matemática não está presente no livro didático, assim como não está presente nos livros desta coleção, o que dificultou em partes a aplicação dos testes de lógica matemática. Tal processo a partir desta pesquisa poderá ser analisado com mais critério para as próximas escolhas.

### 3.1 Conceitos lógicos e tabelas verdade.

Uma breve explanação sobre lógica matemática foi trabalhada com alunos do nível médio, contendo as operações lógicas de conjunção, disjunção e negação “e”, “ou” e “não” e as declarações condicionais e bicondicionais “se... então” e “se e somente se” associadas às suas respectivas tabelas verdade.

O conceito de proposição foi reproduzido de Alencar Filho (2003) que define como:

Todo conjunto de palavras ou símbolos que exprimem um pensamento de sentido completo.

As proposições transmitem pensamentos, isto é, afirmam fatos ou exprimem juízos que formamos a respeito de determinados entes. (ALENCAR FILHO. 2003. p 11)

Toda proposição possui um valor lógico, quando nos referimos a valor lógico, estaremos nos referindo a um dos possíveis juízos que atribuímos a uma proposição: verdadeiro (V) ou falso (F). Então se alguém disser: “Feliz Natal”, será isso uma proposição verdadeira ou falsa? Foi explanado aos estudantes que ao analisar esta sentença neste caso não se trata de uma sentença para a qual possa se atribuir um valor lógico. Daí, temos a seguinte linha de análise deste tópico que é:

- a) Sentenças exclamativas: Caramba! Feliz Natal!
- b) Sentenças interrogativas: Qual é o dia do seu aniversário? Quanto ficou o jogo foi?
- c) Sentenças imperativas: Estude mais.; Leia aquele artigo.

Portanto deixou-se claro aos estudantes que este tipo de sentença não possui valor lógico e por isso não poderão ser classificadas como proposições. Geralmente proposições são representadas por letras do alfabeto latino.

p: Paulo é professor.;

q:  $3 < 9$ .;

r: Maria foi ao trabalho ontem.

Na linguagem do raciocínio lógico, ao afirmarmos que é verdade que Paulo é professor representaremos isso como  $VL(p) = V$ , ou seja, o valor lógico da proposição p é verdadeiro. No caso, se a proposição r é falsa denotaremos por  $VL(r) = F$ . Por isso, deve-se entender que o raciocínio lógico segue três axiomas que terão que ser sempre obedecidos:

I) Princípio da identidade: Uma proposição verdadeira é verdadeira e uma proposição falsa é falsa;

- II) Princípio da não-contradição: Nenhuma proposição poderá ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo;  
 III) Princípio do terceiro excluído: Uma proposição ou será verdadeira ou será falsa e não há outra possibilidade.

Seguindo os estudos propostos por Alencar Filho (2003) pode-se destacar que as Proposições podem ser simples ou compostas. São proposições simples aquelas que não estão ligadas a outras sentenças, usando os seguintes exemplos para ilustrar melhor a definição de proposição simples:

- a) Todo homem é mortal;
- b) O papa é argentino;
- c) Seis é diferente de oito;
- d) Três é um número inteiro ( $3 \in \mathbb{Z}$ );
- e) Cinco é divisor de quatorze ( $5 | 14$ ).

É preciso ressaltar que quando se constrói duas ou mais proposições ou duas ou mais declarações elas podem ser conectadas entre si formando uma nova sentença que será chamada de proposição composta. Exemplo:

- P: Carlos é careca e Pedro é estudante
  - Q: Carlos é careca ou Pedro é estudante
  - R: Se Carlos é careca, então é infeliz.
- (ALENCAR FILHO 2003, p.13)

Ao analisar de forma mais sucinta as frases ou proposições anteriores percebe-se a existência de conectivos lógicos que fazem parte de uma proposição composta. É crucial que se compreenda que o tipo de conectivo determina o valor lógico das proposições composta.

Ao se analisar o valor lógico das proposições compostas é preciso que se utilize tabelas-verdade como formas de indicar e representar o valor lógico de duas ou mais proposições compostas. “O valor lógico de qualquer proposição composta depende unicamente dos valores lógicos das proposições simples componentes, ficando por eles univocamente determinado” (ALENCAR FILHO, 2003).

Com a combinação de várias proposições simples, pode-se combiná-las pelos conectivos lógicos, representados por símbolos, que veremos posteriormente, e construir proposições compostas através de tabelas.

[...] é possível construir a tabela verdade correspondente a qualquer proposição composta dada, tabela verdade esta que mostrará exatamente os casos em que a proposição composta será verdadeira (V) ou falsa (F), admitindo-se que é sabido, que o valor lógico depende dos valores lógicos das proposições simples (ALENCAR FILHO, 2003, p.29)

Após construir a tabela verdade temos a definição: “Uma proposição  $P(p,q,r,\dots)$  é logicamente ou apenas equivalente a uma proposição  $Q(p,q,r,\dots)$  se as tabelas verdade destas duas são idênticas. (ALENCAR FILHO, 2003, p.55)

Assim é importante que os estudantes possam desenvolver habilidades que os levem a identificar, por exemplo, se uma conjunção utilizada torna a proposição composta verdadeira, seguindo a seguinte lógica “uma conjunção só será verdadeira, se ambas as proposições componentes forem também verdadeiras.

Alencar Filho (2003) detalha a explicação de conectivos como “e”, “ou”, “ou ...ou”, “se”, “somente se” como apresentamos separadamente a seguir.

### 3.1.1 Conectivo “e” (conjunção):

Como a conjunção  $p \wedge q$  (leia-se “p e q”) só será verdadeira se p e q forem ambas verdadeiras; se ao menos uma delas for falsa, então  $p \wedge q$  é falsa. (Alencar Filho, 2003. p.18).

Por exemplo:

p: Pedro é professor

q: Maria é médica.

Para dizer Pedro é professor e Maria é médica teremos  $p \wedge q$ .

Essa conclusão pode ser resumida em uma tabela, trata-se da tabela-verdade.

<b>p</b>	<b>q</b>	<b><math>p \wedge q</math></b>
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Tabela 1: Tabela verdade - Conjunção.

Esta tabela verdade mostra na terceira coluna, o resultado final das proposições compostas, a primeira coluna (p) representa a primeira proposição, a segunda coluna (q) representa a segunda proposição, assim quando, por exemplo, a primeira proposição for verdadeira e a segunda também verdadeira toda a sentença será verdadeira, nos demais casos o resultado será falso.

### 3.1.2 Conectivo “ou” (disjunção)

Proposições compostas por duas proposições em que está presente o conectivo “ou” são chamadas disjunções. Para Alencar Filho (2003) o valor lógico da proposição é verdade quando ao menos uma das proposições é verdadeira e falso quando ambas são falsas. Simbolicamente, a disjunção entre duas proposições é representada por “ $\vee$ ”. como  $P \vee Q$  leia-se “P ou Q” Por exemplo:

P : Paulo é engenheiro;

Q : Raquel é enfermeira.

Para dizer que Paulo é engenheiro ou Raquel é enfermeira teremos  $P \vee Q$ .

Pelo exemplo se for falso que “Paulo é engenheiro” e for falso que “Raquel é enfermeira”, então “Paulo é engenheiro ou Raquel é enfermeira” será uma proposição falsa. Para entender melhor pense em uma promessa que feita a uma criança, se for prometido uma bicicleta ou um carrinho, qualquer um dos dois cumprirá a promessa e será verdade para a criança, se cumprir os dois a criança ficará muito feliz, se não cumprir nenhuma das afirmações a promessa é falsa.

Essa conclusão é resumida em uma tabela-verdade.

P	Q	$P \vee Q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Tabela 2: Tabela verdade - disjunção.

Esta tabela mostra na terceira coluna o resultado das proposições, em cada situação, por exemplo, na segunda linha, quando a primeira proposição for verdadeira e a segunda proposição for falsa o resultado será verdadeiro. Na proposição ou, o único resultado falso ocorre quando ambas as proposições forem falsas.

### 3.1.3 Conectivo “ou ... ou...” (disjunção exclusiva)

Proposições compostas por duas proposições em que está presente os conectivos “ou... ou ...” são chamadas disjunção exclusivas. Simbolicamente representado por “ $p \vee q$ ”, que se lê “ou p ou q”, cujo valor lógico é verdade somente quando p é verdadeira ou q é verdadeira, mas não quando p e q ambas verdadeiras, e a falsidade quando p e q são ambas verdadeiras ou ambas falsas. (Alencar Filho 2003). Vejamos o exemplo.

Imagine que você faça um trato com uma criança: “Se você passar de ano ou te darei uma bicicleta ou te darei um carrinho”. Bom neste caso se a criança realmente passar de ano

e ganhar os dois presentes você terá feito uma afirmação falsa, do mesmo modo se não der nenhum dos brinquedos.

Percebe-se então a existência de duas situações que se excluem, possibilitando assim que apenas uma delas seja verdadeira. Falando mais fácil: só será verdadeira se houver uma das sentenças verdadeira e a outra falsa. Nos demais casos, a disjunção exclusiva será falsa. A tabela-verdade fica da seguinte maneira:

P	Q	$P \vee Q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Tabela 3: Tabela Verdade - disjunção exclusiva.

### 3.1.4 Declaração “Se ... então ...” (condicional):

Uma proposição composta que apresenta a declaração “Se... então...” é chamada de condicional. Simbolicamente representado por “ $\rightarrow$ ” une duas proposições da seguinte forma “ $P \rightarrow Q$ ”, lê-se “se P então Q”, onde dizemos que “P é condição suficiente para Q” ou que “Q é condição necessária para P”, também chamamos P de antecedente e Q de conseqüente, a única opção para que a condicional seja falsa é se o conseqüente for falso e o antecedente verdadeiro.

Uma condicional não afirma que o conseqüente q se deduz ou é conseqüência do antecedente p, as duas proposições não necessitam ter relação. De forma mais simples, a condicional  $P \rightarrow Q$  é falsa somente quando P for verdadeiro e Q for falso, caso contrário  $P \rightarrow Q$  é verdadeira. A tabela verdade fica da seguinte maneira.

P	Q	$P \rightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Tabela 4: Tabela verdade - condicional.

Para uma compreensão melhor da tabela 4, analise o exemplo: Se um pai diz durante o almoço de domingo: -Se João passar de série então lhe darei uma bicicleta. Teremos então uma proposição composta ligada com uma condicional. Vejamos o exemplo a seguir:

(I) João passou de série e ganhou a bicicleta. A condicional é verdadeira;

- (II) João passou de série e não ganhou a bicicleta. A condicional é falsa;
- (III) João não passou de série e ganhou a bicicleta. A condicional é verdadeira;
- (IV) João não passou de série e não ganhou a bicicleta. A condicional é verdadeira.

Para a análise do filho, em qual ocasião João não ficará contente com o resultado? Apenas na segunda, pois ele cumpriu o combinado, mas o pai não. Já na terceira opção ele não cumpriu o combinado, mas independente o pai sim. Na última sentença ambos não cumpriram com o que foi combinado e por isso nenhum dos envolvidos ficaria descontente.

### 3.1.5 Conectivo “...se e somente se...” (bicondicional)

Uma proposição que apresenta a declaração “... se e somente se ...” é chamada bicondicional, simbolicamente representado por “ $\leftrightarrow$ ” e une duas proposições da seguinte forma “ $P \leftrightarrow Q$ ”, lê-se “P se, e somente se Q”. A bicondicional é uma conjunção entre duas condicionais. Alencar Filho diz “[...] bicondicional uma proposição representada por “p se e somente se q” cujo valor lógico é verdade (V) quando p e q ambas verdadeiras ou ambas falsas, e falsidade (F) nos demais casos.” (Alencar Filho, 2003, p.23).

Concluimos que a tabela verdade fica da seguinte maneira:

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Tabela 5: Tabela verdade - bicondicional.

Para compreender melhor a bicondicional podemos analisar a seguinte situação, pense no exemplo: João ganha uma bicicleta se, e somente se, passar de ano. Temos:

- (I) João ganhou uma bicicleta e passou de ano. A bicondicional é verdadeira;
- (II) João ganhou uma bicicleta e não passou de ano. A bicondicional é falsa;
- (III) João não ganhou uma bicicleta e passou de ano. A bicondicional é falsa;
- (IV) João não ganhou uma bicicleta e não passou de ano. A bicondicional é verdadeira.

Utilizando o mesmo raciocínio, em quais situações haverá uma resposta logicamente correta? Na primeira e na quarta, pois nas outras situações alguém sairá prejudicado.

Estrutura lógica:	É verdade quando:	É falso quando:
$P \wedge Q$ (P e Q).	P e Q são ambos verdade.	Um dos dois for falso.
$P \vee Q$ (P ou Q).	Um dos dois for verdade.	P e Q ambos falsos.

$P \nabla Q$ .	P e Q com valores lógicos diferentes.	P e Q com valores lógicos iguais.
$P \rightarrow Q$ (P então Q).	Nos demais casos.	P é verdade e Q é falso.
$P \leftrightarrow Q$ (P se, e somente se, Q).	P e Q tiverem valores lógicos iguais.	P e Q tiverem valores lógicos diferentes.

Tabela 6: Tabela verdade - Resumo dos Conectivos e Declarações.

### 3.1.6 Equivalência entre proposições:

Dizer que duas proposições são logicamente equivalentes significa que elas possuem tabelas verdade iguais. Por exemplo, uma proposição bicondicional “P se e somente se Q” é o equivalente à “Se P então Q e se Q então P”, ou seja, “Q é condição necessária e suficiente para P” ou “se P, então Q e reciprocamente”. Simbolicamente teremos:

$$P \leftrightarrow Q \equiv (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$$

Vejam os:

P	Q	$(P \rightarrow Q)$	$(Q \rightarrow P)$	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

Tabela 7: Veracidade da Equivalência.

Comparando-se as tabelas 5 e 7 conclui-se a veracidade da equivalência.

### 3.1.7 Partícula “Não” (negação)

A partir de uma proposição P qualquer, sempre podemos construir outra, denominada negação de P ou  $\sim P$ .

a) P:  $9 = 5$

$\sim P$ :  $9 \neq 5$

b) Q:  $8 > 6$

$\sim Q$ :  $8 \leq 6$

P: quatro divide doze.

$\sim P$ : Quatro não divide doze.

P	$\sim P$
V	F
F	V

Tabela 8: Tabela Verdade - negação.

### 3.1.8 Negação da Conjunção “e” $\sim (P \wedge Q)$

Para negarmos uma proposição composta no formato conjunção  $(P \wedge Q)$  deve-se fazer o seguinte:

- i. Negar a primeira ( $\sim P$ );
- ii. Negar a segunda ( $\sim Q$ );
- iii. Trocar o “e” por “ou”, ou seja, trocar  $\wedge$  por  $\vee$ .

Por exemplo: P: Pedro é dentista e Q: Maria é médica. Assim,  $P \wedge Q$ : Pedro é dentista e Maria é médica. Note que:

$\sim (P \wedge Q)$ : Não é verdade que Pedro é dentista e Maria é médica.

Veja que:  $\sim (P \wedge Q) \equiv \sim P \vee \sim Q$

Mostraremos que tal equivalência é verdade usando a tabela verdade.

P	Q	$P \wedge Q$	$\sim (P \wedge Q)$
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

Tabela 9: Tabela Verdade - negação da conjunção

Daí:  $\sim P \vee \sim Q$ : Pedro não é dentista ou Maria não é médica.

P	Q	$\sim P$	$\sim Q$	$\sim P \vee \sim Q$
V	V	F	F	F
V	F	F	V	V
F	V	V	F	V
F	F	V	V	V

Tabela 10: Tabela Verdade - disjunção com proposições negativas

Assim pode-se observar que os valores lógicos das tabelas 9 e 10 são iguais provando a equivalência entre as proposições.

### 3.1.9 Negação da Proposição Disjuntiva “ou” $\sim (P \vee Q)$

Para negarmos uma proposição no formato de disjunção  $P \vee Q$ , deve-se fazer o seguinte:

- i. Negar a primeira ( $\sim P$ );
- ii. Negar a segunda ( $\sim Q$ );
- iii. Trocar o “ou” por “e”, ou seja  $\vee$  por  $\wedge$ .

Por exemplo: P: Pedro é dentista e Q: Maria é médica,

$P \vee Q$ : Pedro é dentista ou Maria é médica.

$\sim (P \vee Q)$ : Não é verdade que Pedro é dentista ou Maria é médica.

Ou seja,  $\sim (P \vee Q) = \sim P \wedge \sim Q$

Mostraremos que tal afirmação é verdade usando a tabela verdade.

P	Q	$P \vee Q$	$\sim (P \vee Q)$
V	V	V	F
V	F	V	F
F	V	V	F
F	F	F	V

Tabela 11: Tabela verdade - Negação da disjunção.

Daí:  $\sim P \wedge \sim Q$ : Pedro não é dentista e Maria não é médica.

P	Q	$\sim P$	$\sim Q$	$\sim P \wedge \sim Q$
V	V	F	F	F
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

Tabela 12: Tabela Verdade - conjunção com proposições negativas.

Observe que os resultados das tabelas 11 e 12 são equivalentes.

### 3.1.10 Negação de uma Condicional “ $\rightarrow$ ” $\sim (P \rightarrow Q)$

A negação de uma Proposição condicional é da seguinte forma.

- i. Mantém-se a primeira parte;
- ii. Troca-se o se ... então por e, ou seja,  $\rightarrow$  por  $\wedge$
- iii. Nega-se a segunda parte.

Por exemplo: P: Pedro é dentista e Q: Maria é médica,

$P \rightarrow Q$ : Se Pedro é dentista então Maria é médica.

$\sim (P \rightarrow Q)$ ; Não é verdade que se Pedro é dentista então Maria é médica.

$P \wedge \sim Q$ : Pedro é dentista e Maria não é médica.

Ou seja  $\sim (P \rightarrow Q) = P \wedge \sim Q$ .

Mostraremos que tal equivalência é verdade através da tabela verdade.

P	Q	$P \rightarrow Q$	$\sim (P \rightarrow Q)$
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	V	F
F	F	V	F

Tabela 13: Tabela Verdade - negação da condicional.

P	Q	$\sim Q$	$P \wedge \sim Q$
V	V	F	F
V	F	V	V
F	V	F	F
F	F	V	F

Tabela 14: Tabela Verdade - conjunção com conseqüente negativo.

Para o resultado da tabela 12, lembre-se que a conjunção é verdadeira apenas se ambas as proposições forem verdadeiras, conforme a tabela 1.

Observe que as tabelas 13 e 14 são equivalentes.

Exemplo: Questão de concurso: ESAF - Gestor Fazendário (SEF MG)/2005<sup>4</sup>

A afirmação “Não é verdade que, se Pedro está em Roma, então Paulo está em Paris” é logicamente equivalente à afirmação:

- É verdade que ‘Pedro está em Roma e Paulo está em Paris’.
- Não é verdade que ‘Pedro está em Roma ou Paulo não está em Paris’.
- Não é verdade que ‘Pedro não está em Roma ou Paulo não está em Paris’.
- Não é verdade que ‘Pedro está em Roma ou Paulo está em Paris’.
- É verdade que ‘Pedro está em Roma ou Paulo não está em Paris’.

Fazendo P: Pedro está em Roma e Q: Paulo está em Paris, logo  $\sim(P \rightarrow Q) = P \wedge \sim Q$  o que seria verdade que ‘Pedro está em Roma e Paulo não está em Paris’. Entretanto entre as alternativas não há essa opção, utilizando a negação da segunda proposição  $P \wedge \sim Q$  teremos  $\sim(P \wedge \sim Q) = \sim P \vee Q$ , o que seria não é verdade que Pedro está em Roma ou Paulo está em Paris. Resultado letra (d).

### 3.1.11 Negação de uma Proposição Bicondicional “ $\leftrightarrow$ ” $\sim (P \leftrightarrow Q)$

A negação de uma bicondicional se dá da seguinte forma: lembrando o que foi dito na tabela 5, sabemos que  $P \leftrightarrow Q = (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$ , com isso negar “ $P \leftrightarrow Q$ ” equivale a negar “ $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$ ”, lembrando a negação da condicional da tabela 14, temos:

<sup>4</sup> <https://www.teconconcursos.com.br/questoes/45459> em 30 de julho de 202 às 22:20

i: Fazendo  $R = (P \rightarrow Q)$  e  $S = (Q \rightarrow P)$ , assim  $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P) = R \wedge S$ , com isso  $\sim(R \wedge S) = \sim R \vee \sim S$ , conforme tabela 9.1;

ii: A negação de  $P \rightarrow Q$  ficaria  $\sim(P \rightarrow Q) = P \wedge \sim Q$  conforme tabela 14;

iii: A negação de  $Q \rightarrow P$  ficaria  $\sim(Q \rightarrow P) = Q \wedge \sim P$  conforme tabela 14;

Assim concluímos que:

$$\sim(P \leftrightarrow Q) = (P \wedge \sim Q) \vee (Q \wedge \sim P)$$

Vamos fazer a demonstração através da tabela verdade

Construção da tabela verdade para a primeira parte.

P	Q	$P \leftrightarrow Q$	$\sim(P \leftrightarrow Q)$
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	V	F

Tabela 15: Tabela Verdade - Negação da bicondicional.

Lembre-se que a negação é a troca do valor lógico da sentença simples

P	Q	$\sim Q$	$P \wedge \sim Q$
V	V	F	F
V	F	V	V
F	V	F	F
F	F	V	F

Tabela 16: Tabela verdade - conjunção com conseqüente negativo.

Lembre-se que a conjunção é verdadeira somente se ambas as sentenças forem verdadeiras, e falsa nas demais, conforme tabela 1.

P	Q	$\sim P$	$Q \wedge \sim P$
V	V	F	F
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	F

Tabela 17: Tabela Verdade - conjunção com conseqüente negativo.

Lembre-se que a conjunção é verdadeira somente se ambas as sentenças forem verdadeiras, e falsa nas demais, conforme tabela 1.

$P \wedge \sim Q$	$Q \wedge \sim P$	$(P \wedge \sim Q) \vee (Q \wedge \sim P)$
F	F	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Tabela 18: Tabela verdade – disjunção das tabelas 16 e 17.

Lembre-se que na disjunção é falsa somente se as duas proposições forem falsas e verdadeira nas demais, conforme tabela 2.

Observe que as tabelas 18 e 19 são equivalentes, concluindo a demonstração.

$\sim (P \wedge Q)$	É equivalente	$\sim P \vee \sim Q$
$\sim (P \vee Q)$	É equivalente	$\sim P \wedge \sim Q$
$\sim (P \rightarrow Q)$	É equivalente	$P \wedge \sim Q$
$\sim (P \leftrightarrow Q)$	É equivalente	$(P \wedge \sim Q) \vee (Q \wedge \sim P)$

Tabela 19: Tabela verdade – Negação das Proposições Compostas.

É importante destacar que a negação das proposições compostas não foi trabalhada com os alunos, devido a sua complexidade e por não ser contemplado no referencial curricular do Ensino Médio, esse assunto é cobrado em concursos específicos e alguns cursos de graduação.

### 3.2 Aulas Remotas

Durante a pesquisa, ocorreu a pandemia COVID-19, e houve a suspensão das aulas presenciais, conforme os Decretos nº 15.391 de 16 de março de 2020, nº15.436 de 13 de maio de 2020, até 30 de junho de nº15.463 de 26 de junho de 2020 e decreto 15.479 de 27 de julho de 2020.

A Secretaria de Estado e Educação padronizou o sistema de aulas remotas através do Google Classroom (Google sala de aula), todos os alunos possuem um login e uma senha fornecida pela Rede pública estadual sul-mato-grossense de ensino, e nesta sala o professor envia as atividades, vídeos, testes e/ou fotos, para que a aprendizagem continue.

Dessa forma, o sistema educacional migrou para as aulas remotas, através do Google Classroom, do repositório de vídeos YouTube, do serviço de comunicação por vídeo Google Meets, de grupos do aplicativo multiplataforma de mensagens instantâneas e chamadas de voz do WhatsApp e grupos fechados da rede social Facebook. O professor prepara a aula escrita e encaminha pelos Google Classroom e pelo WhatsApp, quando necessário, é feito vídeo explicativo e postado no canal do professor no YouTube e no grupo fechado no Facebook e explicações síncronas ocorrem semanalmente por uma sala do Google Meets.

A imagem abaixo refere-se ao canal do professor no **YouTube** <sup>5</sup>criado para explicações.

---

<sup>5</sup> [http://www.youtube.com/channel/UCY1ePRtAsH1JJ\\_-oYsIZaWA](http://www.youtube.com/channel/UCY1ePRtAsH1JJ_-oYsIZaWA)

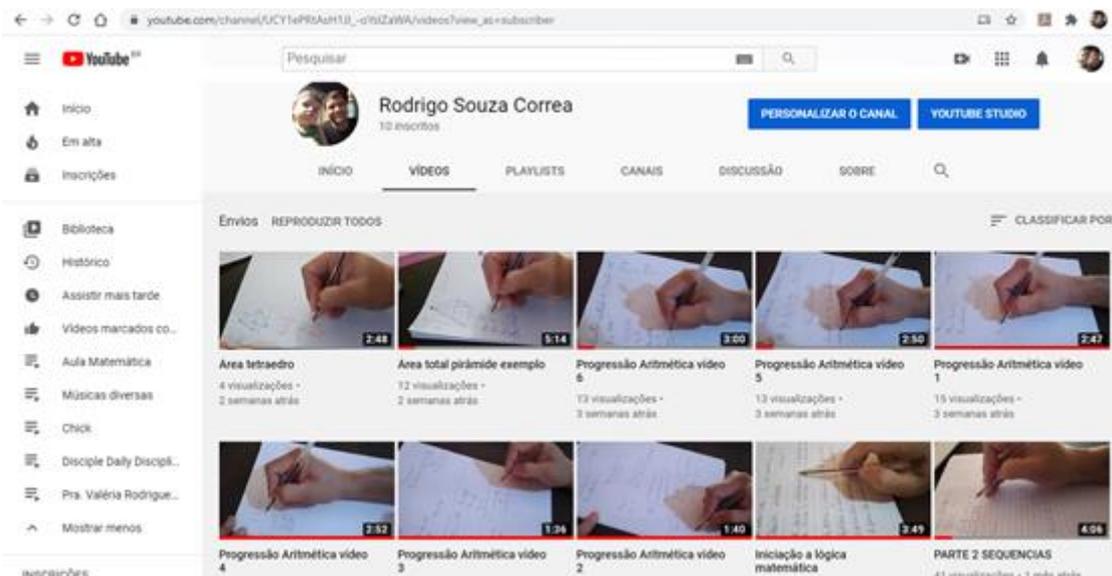


Imagem 1: Canal do Professor Youtube.

Analisando o quesito redes sociais, foi criando um grupo fechado no Facebook, com o intuito de aulas ao vivo. Entretanto, não houve uma devolutiva boa em virtude da qualidade do sinal de internet, fazendo que a qualidade do vídeo não fosse boa. Algumas explicações ainda se encontram neste dispositivo. Conforme imagens abaixo.

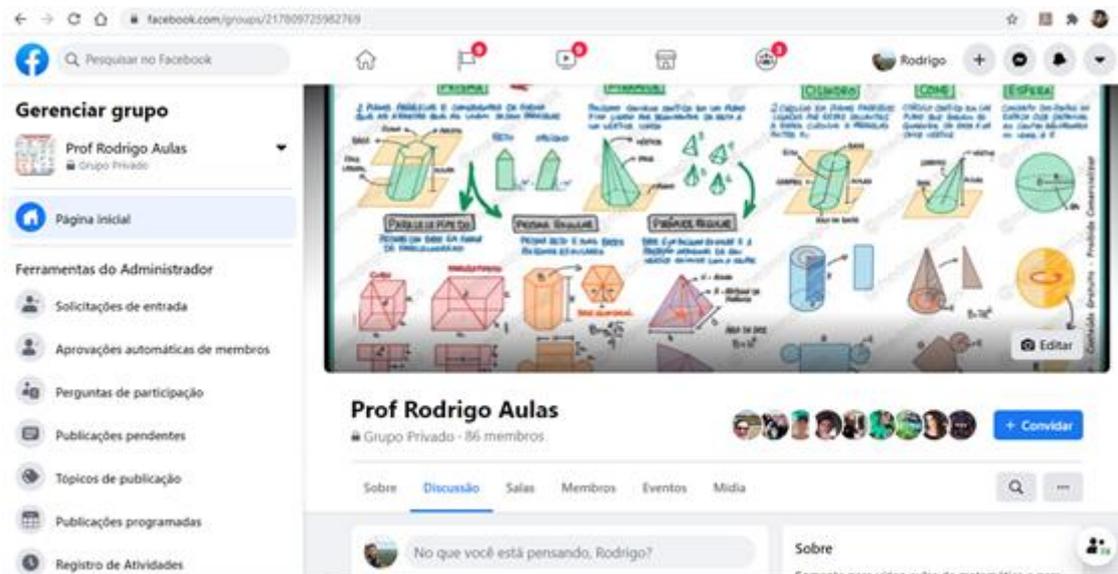


Imagem 2: Grupo Fechado no Facebook (a)

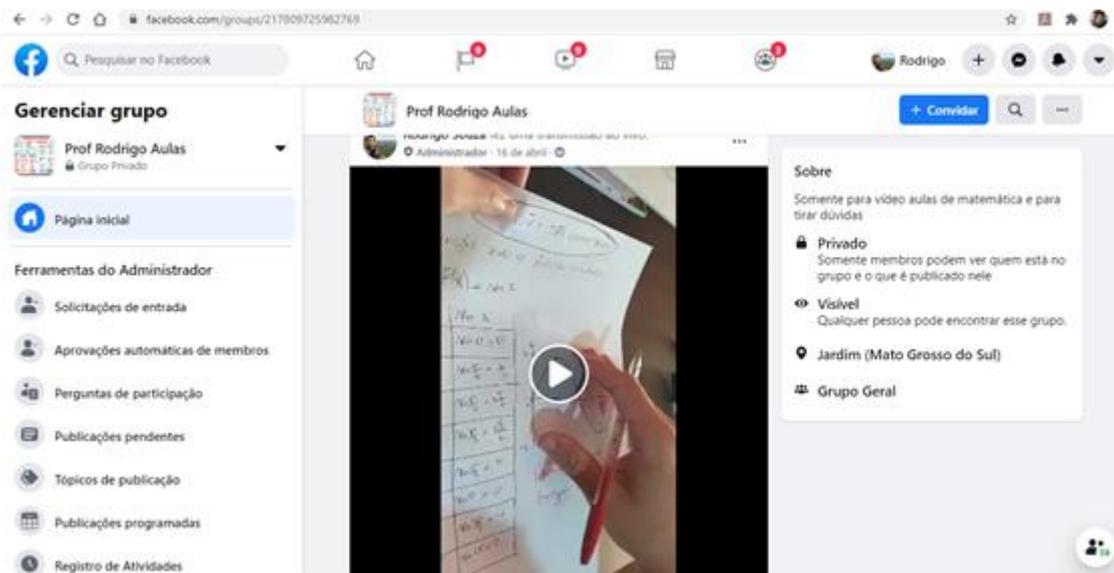


Imagem 3: Grupo fechado do Facebook (b)

As próximas duas imagens referem-se ao Google Classroom, desenvolvido pela Rede Estadual para o professor.

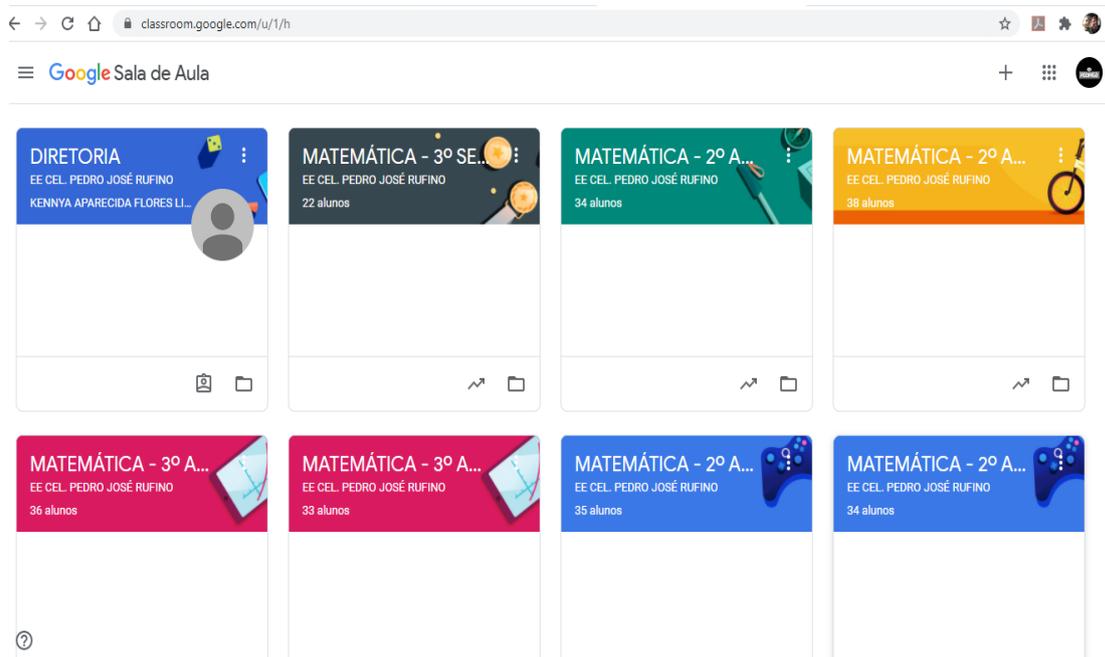


Imagem 4: Perfil do Google Classroom perfil do professor.

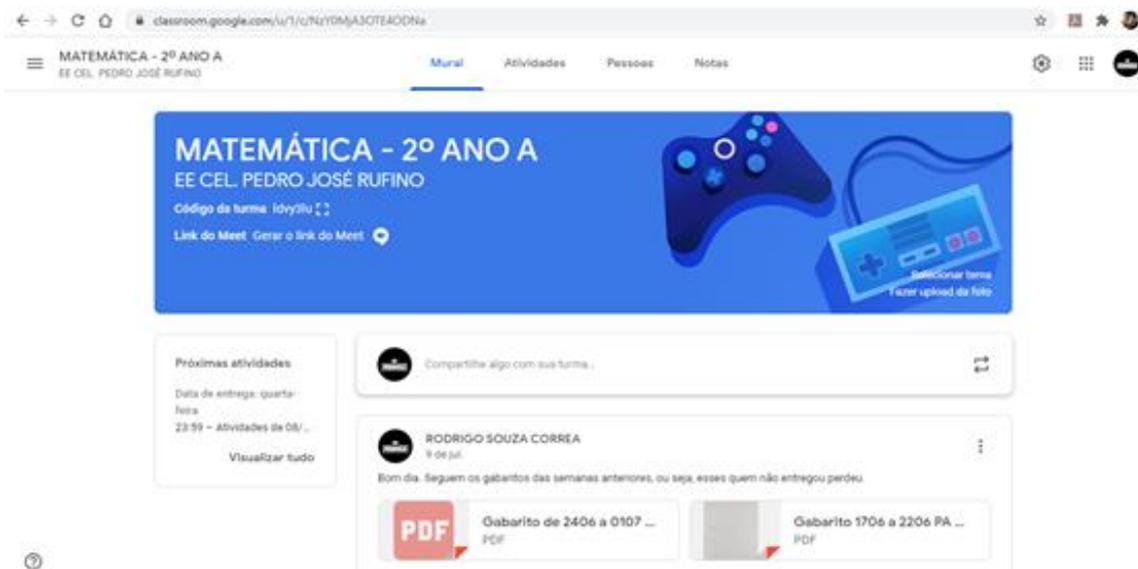


Imagem 5: Perfil do Google Classroom visão dos alunos.

O ensino de Lógica Matemática ocorreu de forma remota, com arquivos em pdf no google classroom conforme se observa nas imagens e atividades no google forms. Também foi feito um vídeo no canal do youtube para sanar as dúvidas.

Após a aplicação do questionário social, do desenvolvimento da aprendizagem sobre os conectivos disjunções, disjunções exclusivas e conjunções, as declarações condicional e bicondicional e negações referente à lógica matemática e da aplicação de avaliações de aprendizagem com exercícios de fixação foram aplicados 5 testes com questões coletadas nas provas de primeira fase da OBMEP.

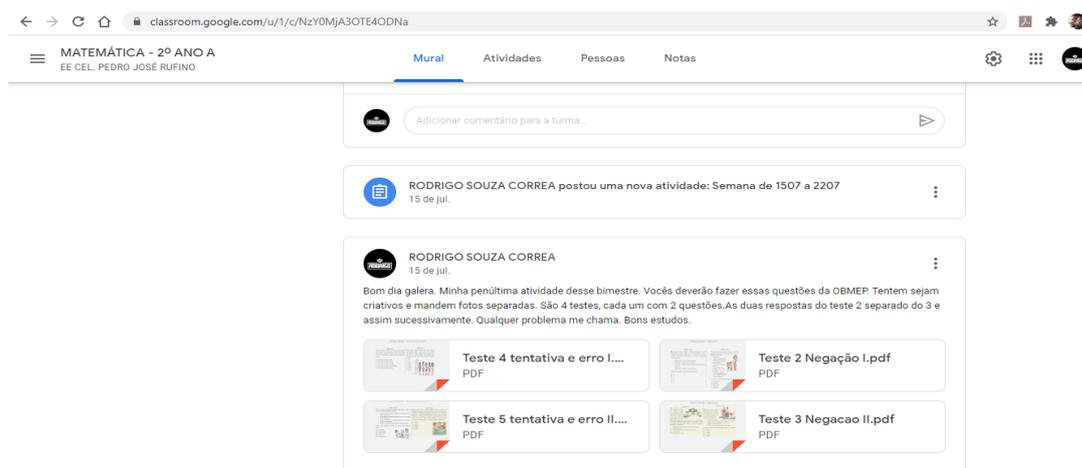


Imagem 6: Testes no grupo de uma sala.

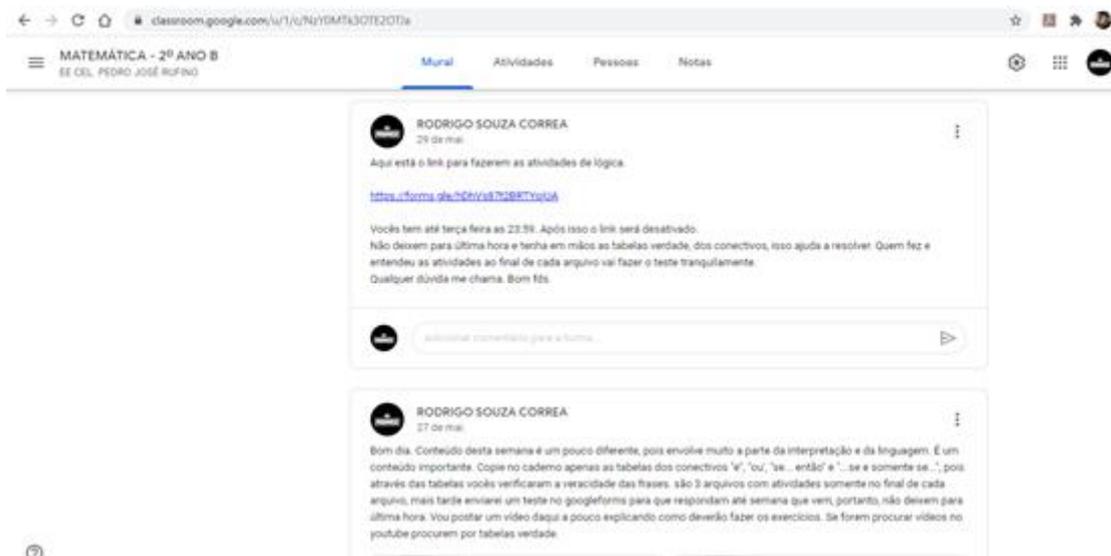


Imagem 7: Link do teste de lógica no grupo da sala.

Como pode-se observar nas imagens algumas salas conseguiram se adaptar ao google classroom, enquanto outras não. Vários fatores contribuem para tal, o mais citado é possuir um smartphone ou computador com acesso amplo à internet, pois muitos alunos possuem apenas planos telefônicos com quantidade de dados na internet restritos e redes sociais ilimitadas para acessar às atividades. Aqueles que não têm meios para acessar os materiais digitais a escola disponibilizou material impresso, atingindo assim uma grande quantidade de alunos com esses métodos.

O google classroom não atingiu a totalidade dos alunos, observe nas imagens abaixo.

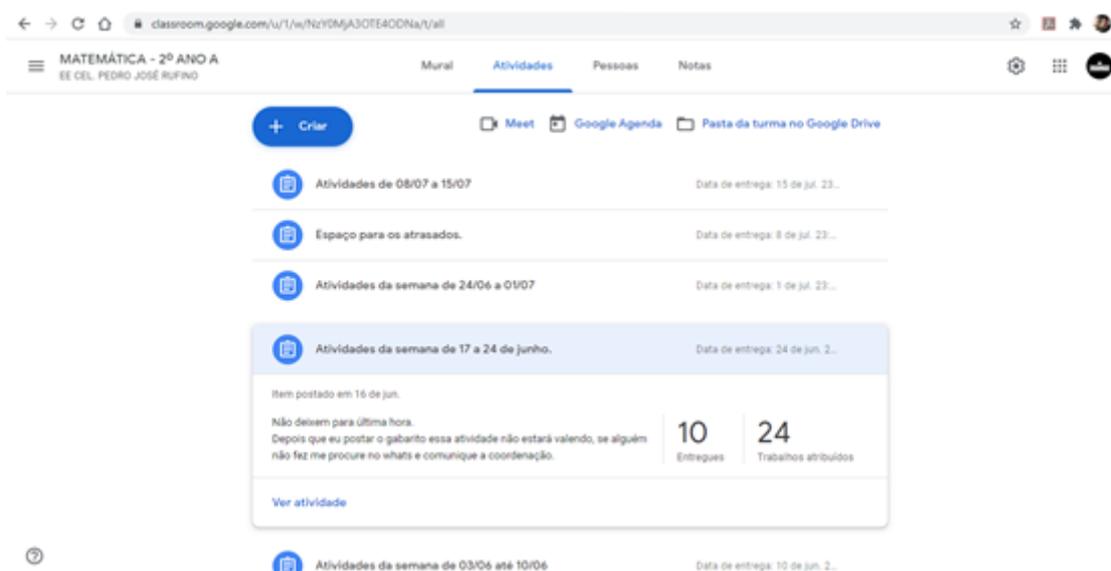


Imagem 8: Retorno das atividades em uma das sala (a)

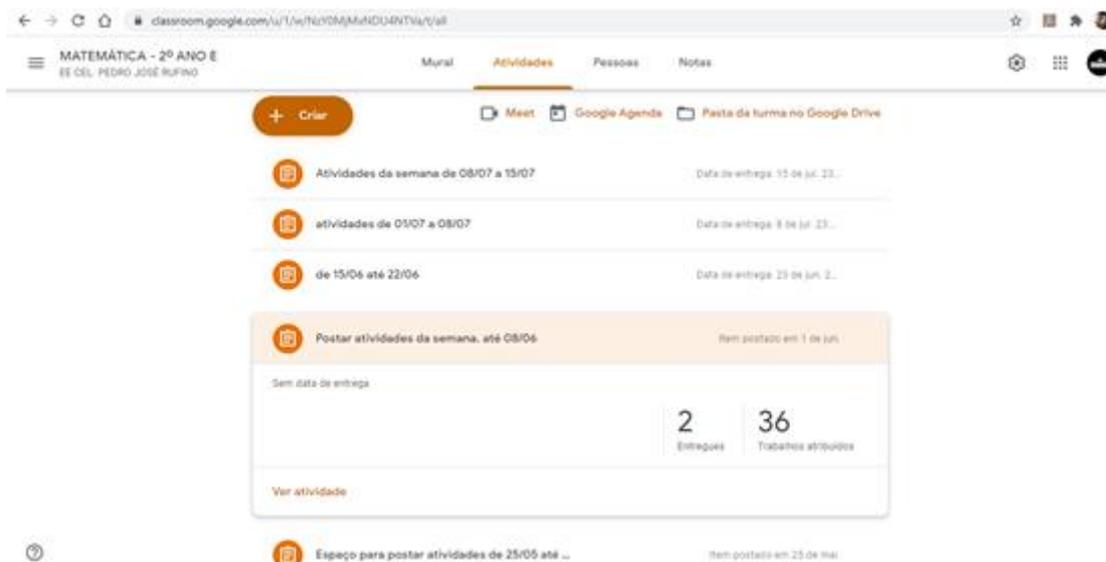


Imagem 9: Retorno das atividades em uma das salas (b)

Toda a matéria, incluindo os testes, desta pesquisa foi planejada para ser aplicados de maneira presencial e com tempo limitado, entretanto o teste social, a aula de lógica, a avaliação da aprendizagem e os testes com questões da OBMEP foram feitos remotamente. A mensuração da criatividade ficou prejudicada, pois estes necessitam de tempo limitado e dos alunos não terem meios de consulta.

### 3.3 Resultado dos Exercícios de Fixação

Após a explanação do conteúdo de lógica matemática, somente com os conectivos “e” e “ou” e as declarações “se ... então” e “se, e somente se”, os alunos iniciaram a segunda etapa respondendo 3 exercícios de fixação referentes aos conectivos e tabela verdade. Os testes foram aplicados através dos formulários do googleforms dando um prazo de uma semana para o envio das respostas, 84 alunos responderam ao formulário. Observamos que não sabemos se os alunos que responderam o questionário social são os mesmos que responderam os exercícios de fixação, pois não foi cobrado o nome dos alunos no questionário social. Abaixo estão as perguntas e os resultados obtidos:

1. Considere verdadeiras as seguintes proposições:

p: Alice é flamenguista;

q: Mário é jardinense.

Determine se as frases são logicamente verdadeiras ou falsas:

a) Alice é flamenguista ou Mário não é jardinense.

As respostas foram:

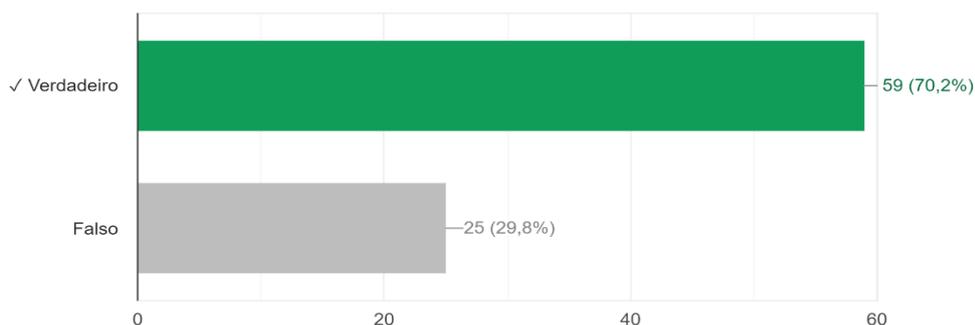
Considere verdadeiro as seguintes proposições:

p: Alice é flamenguista

...

q: Mário é jardinense.

59 / 84 respostas corretas



Linha 1: Alice é flamenguista ou Mário não é jardinense

Gráfico 17: Resultado do teste 1 - a.

Fonte: O autor, 2020.

Percebe-se que após a explicação das teorias referente às proposições lógicas 59 dos 84 estudantes que responderam o questionário apresentou respostas corretas referente às proposições anteriores.

Como citado anteriormente o conectivo “ou” citada como disjunção, percebe-se que uma das proposições apenas pode ser considerada verdadeira. De acordo com o gráfico 20, 70,2% dos estudantes conseguiram compreender este conceito.

b) Alice não é flamenguista e Mário não é jardinense.

As respostas foram:

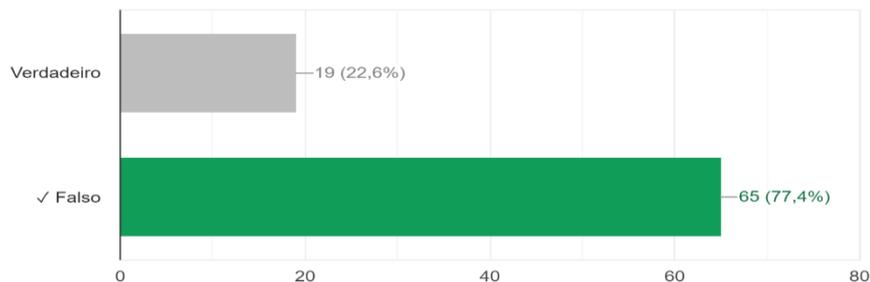
Considere verdadeiro as seguintes proposições:

p: Alice é flamenguista

...

q: Mário é jardinense.

65 / 84 respostas corretas



Linha 2: Alice não é flamenguista e Mário não é jardinense

Gráfico 18: Resultado do teste 1 - b.

Fonte: O autor, 2020.

Ao analisar o gráfico acima apresenta um número maior de acertos que o gráfico anterior, percebendo a representação de uma proposição negativa. Ao observar o gráfico 18 pode-se entender que 77,4% dos 84 estudantes que participaram da pesquisa identificaram a proposição como falsa, apresentando que estes estudantes conseguiram compreender os conceitos lógicos apresentados durante os estudos.

c) Alice é palmeirense ou Mário é jardinense.

As respostas foram:

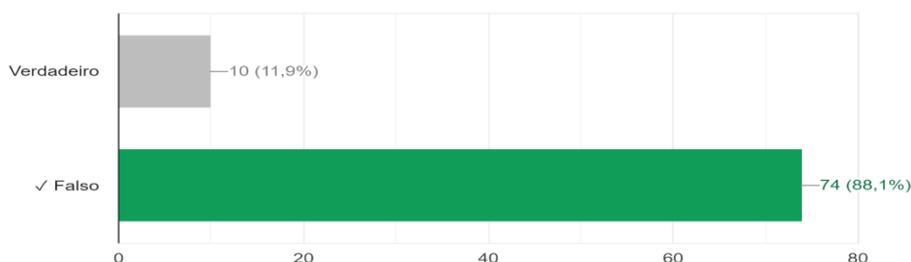
Considere verdadeiro as seguintes proposições:

p: Alice é flamenguista

...

q: Mário é jardinense.

74 / 84 respostas corretas



Linha 3: Alice é palmeirense ou Mário é Murtinhense.

Gráfico 19: Resultado do teste 1 - c.

Fonte: O autor, 2020.

Ao observar o gráfico 19 identifica-se a aplicação do conectivo “ou” que se torna disjunção de valor lógico, percebe-se que 88,1% dos estudantes apresentam esta proposição como falsa, apontando portanto que ambas são falsas, pois, na proposição “ou” o único resultado falso ocorrerá quando ambas as proposições forem falsas.

d) Alice é santista ou Mário é jardinense.

As respostas foram:

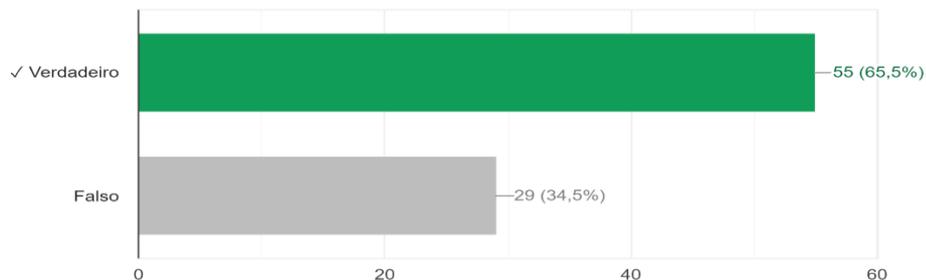
Considere verdadeiro as seguintes proposições:

p: Alice é flamenguista

...

q: Mário é jardinense.

55 / 84 respostas corretas



Linha 4: Alice é santista ou Mário é jardinense

Gráfico 20: Resultado do teste 1 - d.

Fonte: O autor, 2020.

No gráfico 20 representado a seguir 65,5% dos estudantes compreendem a proposições como verdadeira, definindo então que uma das proposições verdadeiras.

2) Considere como verdadeira as proposições:

A: Pedro gosta de matemática;

B: Carla gosta de inglês.

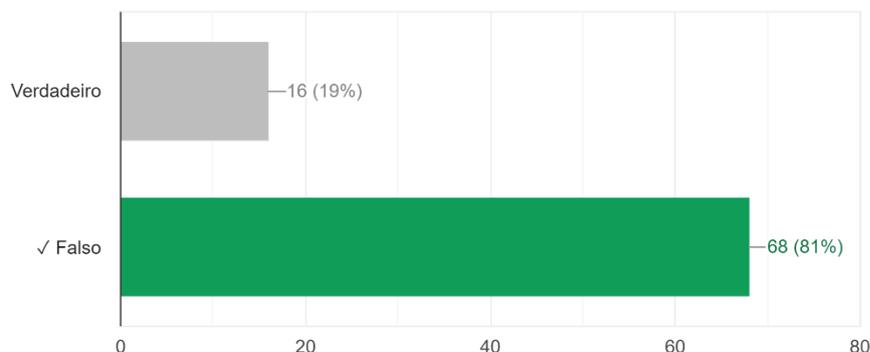
Determine se as frases são logicamente verdadeiras ou falsas:

a) Se Pedro gosta de matemática então Carla não gosta de inglês.

As respostas foram:

Considere como verdade as seguintes proposições: A: Pedro gosta de matemática . B: Carla gosta de inglês.

68 / 84 respostas corretas



Linha 1: Se Pedro gosta de matemática então Carla não gosta de inglês.

Gráfico 21: Resultado do teste 2 - a.

Fonte: O autor, 2020.

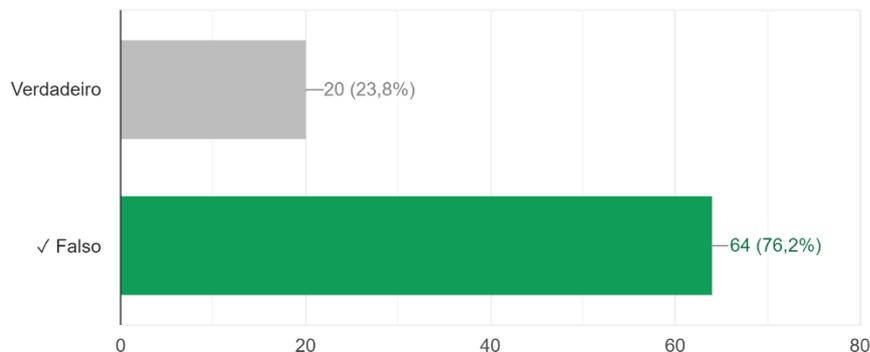
Como explicado em sala de aula a proposição torna-se falsa quando a primeira é verdadeira e a segunda falsa, para a questão apresentada temos que Pedro gosta de matemática é uma proposição verdadeira e Carla não gosta de inglês é uma proposição falsa, ou seja, toda a sentença se torna falsa pelo conceito da condicional. Como 81% dos alunos acertaram, significa que entenderam o conceito explicado.

b) Se Carla gosta de inglês então Pedro gosta de física.

As Respostas foram:

Considere como verdade as seguintes proposições: A: Pedro gosta de matemática . B: Carla gosta de inglês.

64 / 84 respostas corretas



Linha 2: Se Carla gosta de inglês então Pedro gosta de física

Gráfico 22: Resultado do teste 2 - b.

Fonte: O autor, 2020.

No gráfico 22 temos a confirmação das análises anteriores, pois este se configura como um segundo exemplo de atividade aplicada para trabalhar com os estudantes as teorias de conceitos lógicos e tabela verdade, promovendo a reflexão sobre a ideia de que a primeira proposição é tida como falsa e a segunda proposição “Pedro gosta de física” é falsa pois “Pedro gosta de Matemática”, tornando portanto a proposição composta verdadeira, porque quando as duas proposições forem falsas

c) Se Pedro não gosta de matemática então Carla não gosta de inglês.

As Respostas foram:

Considere como verdade as seguintes proposições: A: Pedro gosta de matemática . B: Carla gosta de inglês.

40 / 84 respostas corretas

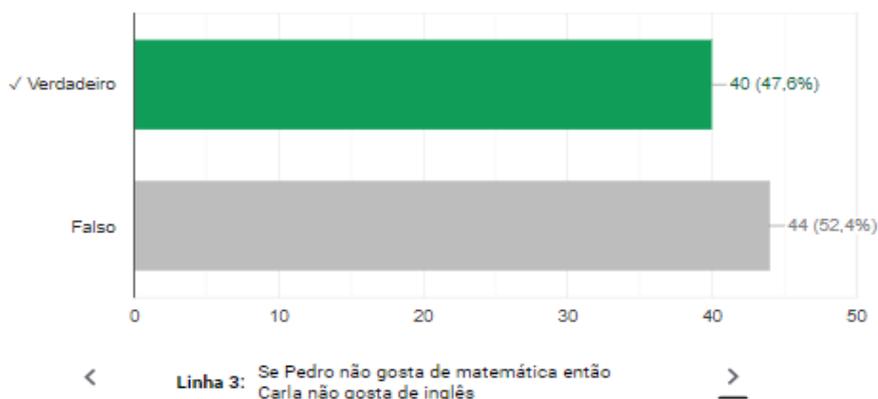


Gráfico 23: Resultado do teste 2 - c.

Fonte: O autor, 2020.

Os alunos em sua maioria acertaram as alternativas (a) e (b), porém na questão (c) a maioria 52,4% errou, supõe-se que devem ter confundido, pois na condicional, conforme explicado acima, somente é falsa quando a segunda proposição é falsa.

Observe que a resposta (c) da questão 2 foi a questão com maior porcentagem de erro em relação às demais, justamente com as declarações do se...então, as dúvidas dos alunos indagando das proposições serem falsas somente quando a segunda afirmação for falsa, foram esclarecidas via internet, ministrando através de exemplos como na seção da declaração se... então. Mesmo após tirar dúvidas tal conteúdo ainda houve dúvidas, como se pode ver nos resultados.

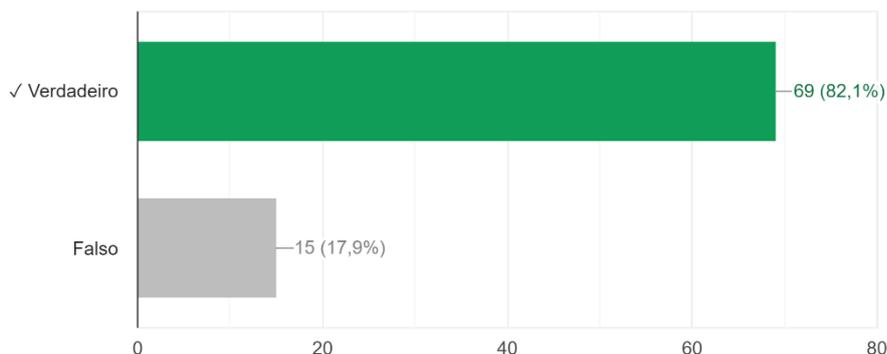
3) Dentre as proposições abaixo, marque verdadeiro ou falso.

a)  $3 > 1$  e 7 é primo.

As respostas foram:

Dentre as proposições abaixo, marque Verdadeiro ou falso.

69 / 84 respostas corretas



Linha 1:  $3 > 1$  e 7 é primo

Gráfico 24: Resultado do teste 3 - a.

Fonte: O autor, 2020.

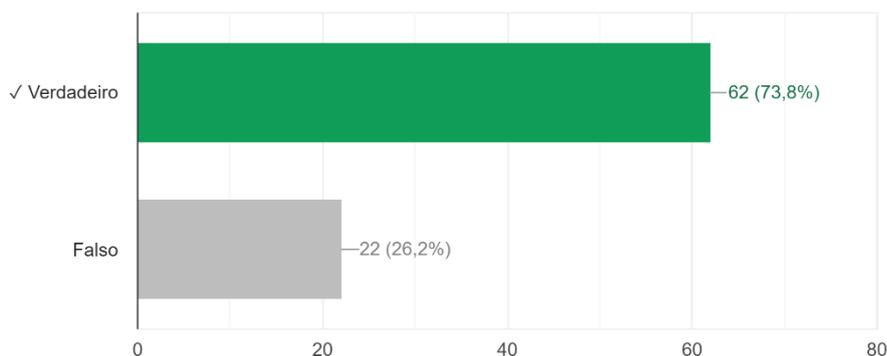
O exercício (a), os alunos ainda tinham que saber que  $3 > 1$  é verdadeiro e que 7 é primo também é verdade. O gráfico 24 apresenta a confirmação de que os estudantes compreenderam de forma significativa os conceitos apresentados, visto que, 82,1 % acertaram esta atividade, classificando as proposições compostas como verdadeira.

b)  $8 < 2$  ou 4 é quadrado perfeito.

As Respostas foram:

Dentre as proposições abaixo, marque Verdadeiro ou falso.

62 / 84 respostas corretas



Linha 2:  $8 < 2$  ou 4 é quadrado perfeito

Gráfico 25: Resultado do teste 3 - b.

Fonte: O autor, 2020.

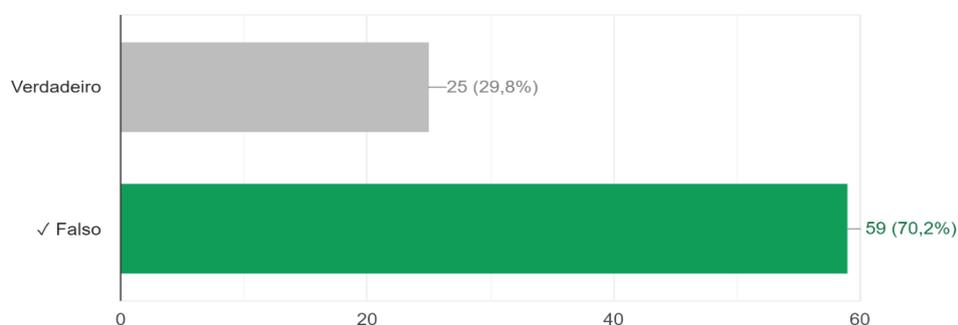
O exercício (b), os alunos tinham que saber tanto que  $8 < 2$  é uma afirmação falsa e que 4 é quadrado perfeito é uma afirmação verdadeira, além de saber que a disjunção é falsa somente quando ambas as proposições são falsas. A maioria, dos alunos 73,8%, conseguiu responder corretamente à questão proposta.

c)  $-3 < -7$  e Pi é irracional.

As respostas foram:

Dentre as proposições abaixo, marque Verdadeiro ou falso.

59 / 84 respostas corretas



Linha 3:  $-3 < -7$  e Pi é irracional

Gráfico 26: Resultado do teste 3 - c.

Fonte: O autor, 2020.

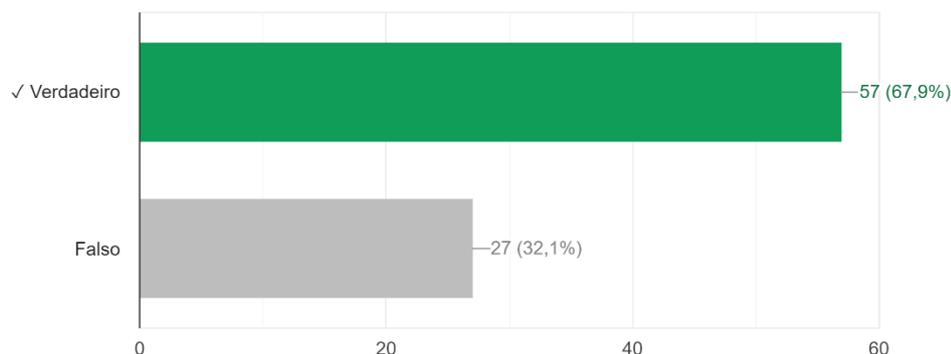
Na proposição composta presente na letra (c) de maneira análoga a anterior, além dos alunos precisarem de informações prévias sobre o valor lógico das sentenças, ainda teriam que saber o valor lógico das proposições compostas por conjunção. Percebe-se que a afirmação pi é irracional é verdadeira e  $-3$  não é menor que  $-7$ , como estão ligados por uma conjunção a sentença torna-se falsa. A maioria 70,2% acertou esse conceito.

d) 17 é primo ou 8 é raiz quadrada de 16.

As respostas foram:

Dentre as proposições abaixo, marque Verdadeiro ou falso.

57 / 84 respostas corretas



Linha 4: 17 é primo ou 8 é raiz quadrada de 16

Gráfico 27: Resultado do teste 3 - d.  
Fonte: O autor, 2020.

No item (d), de maneira análoga, os alunos teriam que saber que a afirmação 17 é primo é uma afirmação verdadeira e que 8 não é a raiz quadrada de 16, contudo uma boa porcentagem dos alunos 67,9% acertaram essa questão.

As respostas para a terceira pergunta foram em sua maioria respostas certas, pois apesar de não afirmar qual seria a sentença verdadeira, os sujeitos em sua maioria apresentaram respostas corretas.

### 3.4 – Testes de lógica com questões da primeira fase da OBMEP

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP é um projeto nacional dirigido às escolas públicas e privadas brasileiras, realizado pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada - IMPA, com o apoio da Sociedade Brasileira de Matemática – SBM, e promovida com recursos do Ministério da Educação e do Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações – MCTIC. Criada em 2005 para estimular o estudo da matemática e identificar talentos na área, a OBMEP tem como objetivos principais:

- Estimular e promover o estudo da Matemática;
- Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade;
- Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades, nas áreas científicas e tecnológicas;

- Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional;
- Contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas;
- Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento.

O público-alvo da OBMEP é composto de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental até último ano do Ensino Médio. Aqueles que se destacam recebem bolsas de estudo para graduação, além de estudo complementar no Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC). Os professores podem participar do programa OBMEP na Escola, onde o professor faz uma avaliação, sendo apto, ganha um auxílio financeiro (bolsa) para trabalhar com os alunos no contraturno, recebendo material com questões da OBMEP nos mais variados níveis, treinando os alunos para as avaliações da OBMEP.

A OBMEP também conta com vários outros programas, como o POTI, polo olímpico de treinamento intensivo, para que os alunos treinem para as provas. O PICMe, que é um programa de mestrado para os medalhistas. Os clubes da matemática, onde os alunos interagem com alunos de outros clubes, se desafiando. O site Portal do saber que conta com aulas e exercícios desde o sexto ano até o final do ensino médio. Em 2019, mais de 18 milhões de alunos participaram da olimpíada.

Nesta seção apresentaremos questões coletadas nas provas de primeira fase das Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas públicas (OBMEP) relacionadas à lógica que agrupamos por assuntos, a saber: Interpretação de gráficos, Negação e Tentativa e erro.

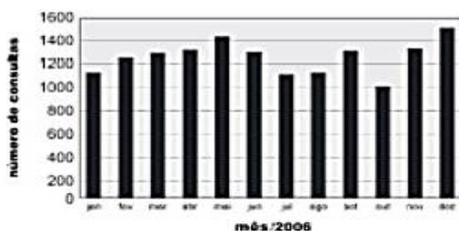
Aplicamos estas questões antes de trabalhar os testes de Krutetskii, com o intuito de analisar algumas respostas elaboradas de forma interessantes e criativa. Entretanto como os testes da OBMEP foram aplicados de maneira remota e sem tempo estipulado para a resolução não foi possível avaliá-los corretamente, pois os sujeitos pesquisados puderam fazer a atividade em tempo maior e ter acesso a meios de pesquisa, diferente de uma aplicação em sala com tempo cronometrado. Foi observado que alguns alunos cometeram plágio do gabarito do site oficial da OBMEP e que outros deram respostas muito parecidas como será mostrado nas imagens abaixo. Com isso a análise da criatividade ficou prejudicada. É importante observar que devido a pandemia de Covid-19 os professores foram aconselhados, na escola onde o estudo ocorreu, a disponibilizarem as atividades de forma semanal para que os estudantes tivessem tempos para acessá-las e por isso não foi possível controlar o tempo de aplicação das atividades realizadas neste trabalho.

## 3.4.1 Teste 1 - Gráficos

## Teste 1

## OBMEP-2007

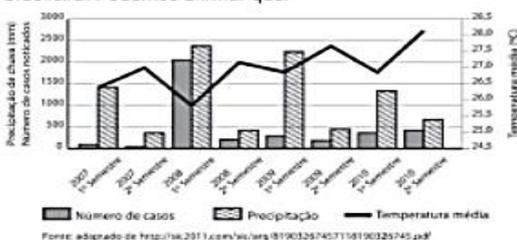
4. O número de consultas mensais realizadas em 2006 por um posto de saúde está representado no gráfico abaixo. Em quantos meses foram realizadas mais de 1200 consultas?



- A) 5  
B) 6  
C) 7  
D) 8  
E) 9

## OBMEP-2013

11. O gráfico mostra o número de casos notificados de dengue, a precipitação de chuva e a temperatura média, por semestre, dos anos de 2007 a 2010 em uma cidade brasileira. Podemos afirmar que:

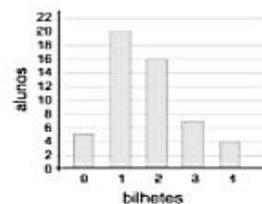


- A) O período de maior precipitação foi o de maior temperatura média e com o maior número de casos de dengue notificados.  
B) O período com menor número de casos de dengue notificados também foi o de maior temperatura média.  
C) O período de maior temperatura média foi também o de maior precipitação.  
D) O período de maior precipitação não foi o de maior temperatura média e teve o maior número de casos de dengue notificados.  
E) Quanto maior a precipitação em um período, maior o número de casos de dengue notificados.

## OBMEP-2010

5. A turma do Carlos organizou uma rifa. O gráfico mostra quantos alunos compraram um mesmo número de bilhetes; por exemplo, sete alunos compraram três bilhetes cada um. Quantos bilhetes foram comprados?

- A) 56  
B) 68  
C) 71  
D) 89  
E) 100



## OBMEP-2018

16. Os produtos A, B e C foram avaliados pelos consumidores em relação a oito itens. Em cada item os produtos receberam notas de 1 a 6, conforme a figura. De acordo com essas notas, qual é a alternativa correta?



- A) O produto B obteve a maior nota no item propaganda.  
B) O produto de maior utilidade é o menos durável.  
C) O produto C obteve a maior pontuação em quatro itens.  
D) O produto de melhor qualidade é o de melhor assistência técnica.  
E) O produto com a melhor avaliação em propaganda é o de pior aparência.

Imagem 10: Teste 1 – Interpretação de gráficos

Com este teste pode-se analisar o nível de interpretação dos sujeitos, e como iriam estruturar questões mais simples, como a número 4, que necessita apenas de uma simples soma, e a número 5 em que nem todos os valores devem ser somados. A número 11 se resolve por exclusão e interpretação e a número 16 analisando a figura do gráfico.

Algumas respostas foram analisadas e destacam o perfil geral.

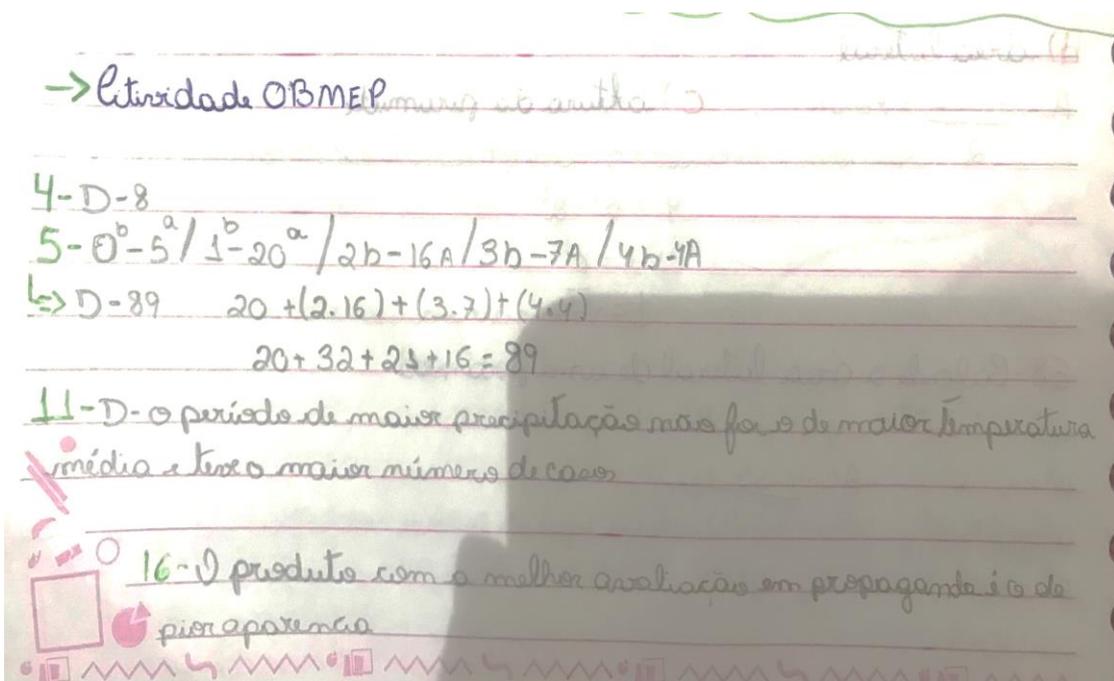


Imagem 11: Resposta ao teste 1 (a)

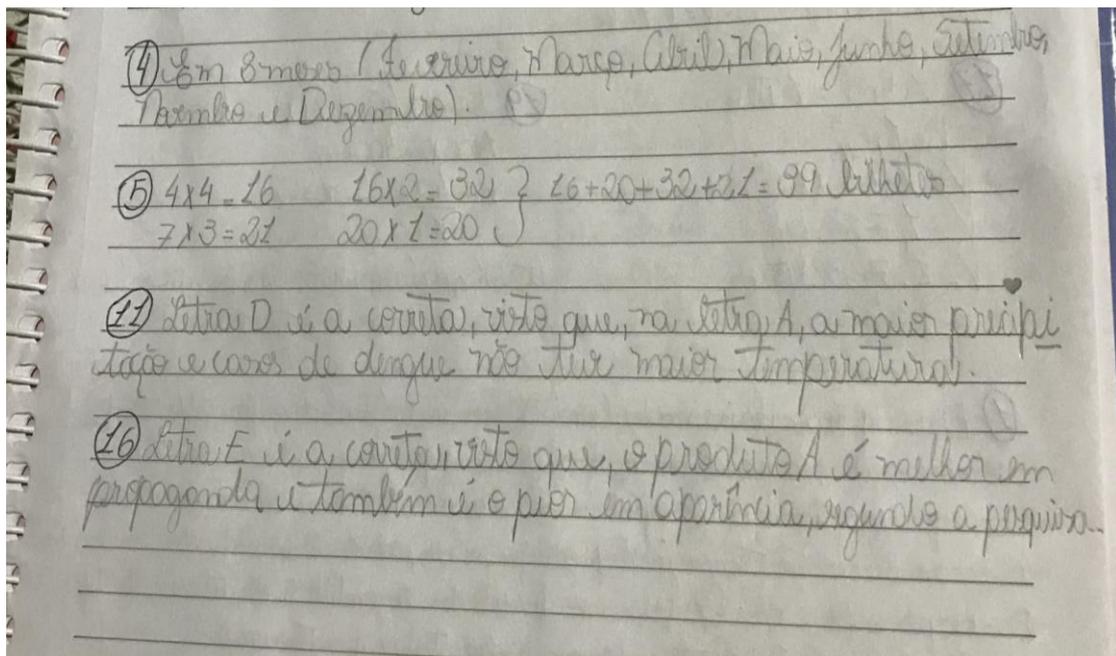


Imagem 12: Resposta ao teste 1 (b)

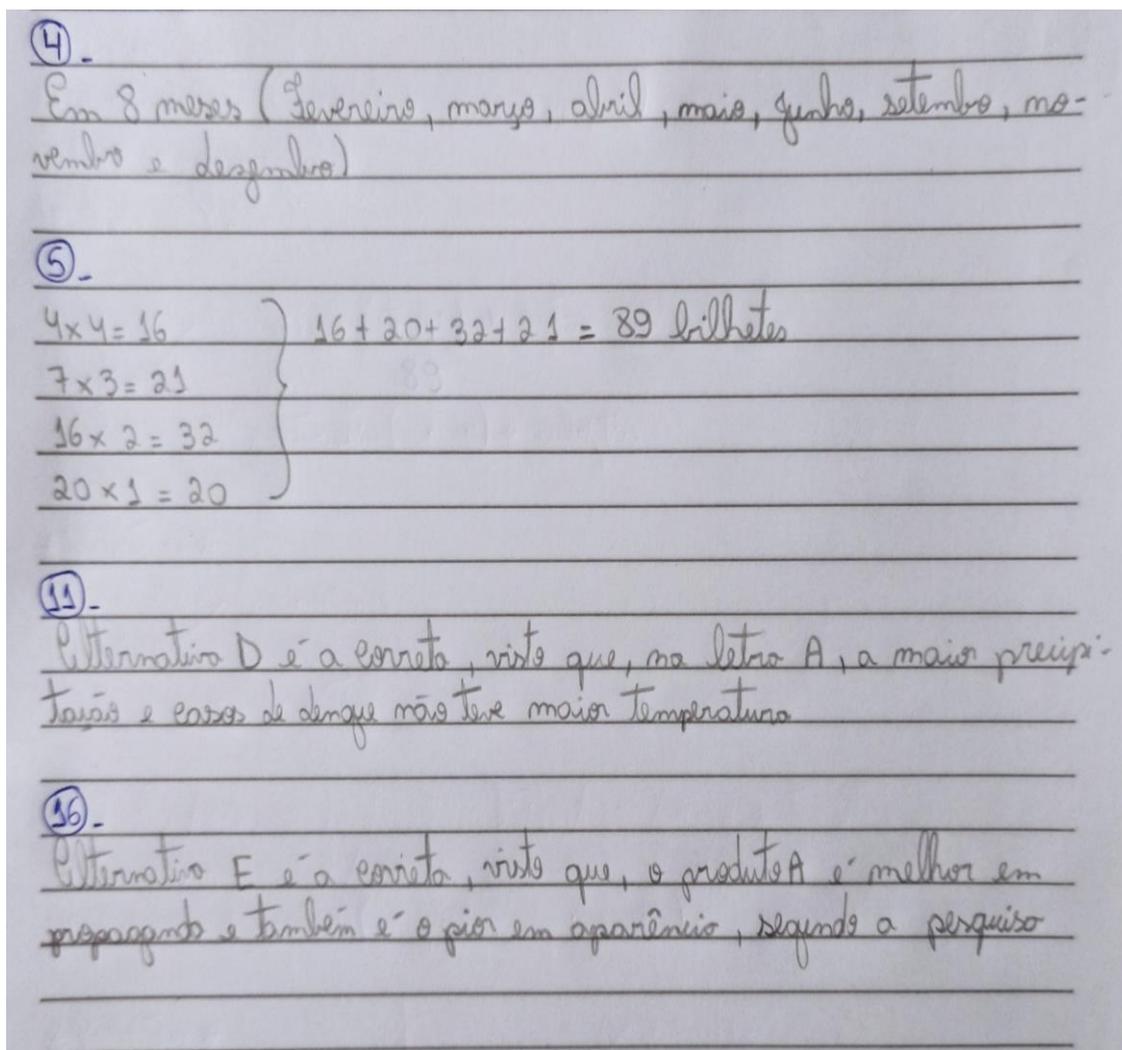


Imagem 13: Resposta ao teste 1 (c)

Conforme podemos observar nas imagens 11, 12 e 13, os alunos não tiveram dificuldades em resolver as questões 4 e 5. A imagem 11 mostra respostas particulares para as questões, com estruturação, vocabulário, justificativa e explicação individuais para as questões. Por outro lado, as respostas das imagens 12 e 13 apresentam respostas muito semelhantes, principalmente na linguagem verbal e até mesmo na posição das vírgulas. A falta de controle e o tempo maior para resolução pode ocasionar consulta entre os participantes prejudicando o teste. O gabarito segue abaixo.

4. (alternativa D) Foram efetuadas mais de 1200 consultas nos meses cujas colunas no gráfico ultrapassam a marca de 1200. Esses meses são fevereiro, março, abril, maio, junho, setembro, novembro e dezembro, totalizando 8 meses.

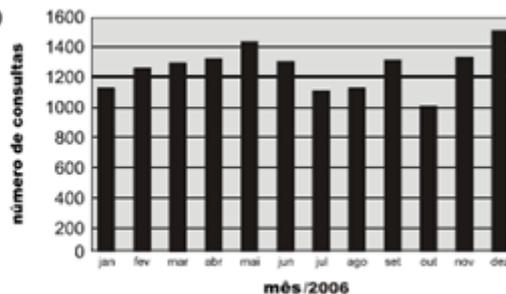


Imagem 14: Gabarito questão 4 – Teste 1

#### QUESTÃO 5 ALTERNATIVA D

Vamos ler as informações contidas no gráfico:

- 5 alunos não compraram bilhetes (isto é, compraram 0 bilhetes cada um): total  $5 \times 0 = 0$  bilhetes
- 20 alunos compraram 1 bilhete cada um: total  $20 \times 1 = 20$  bilhetes
- 16 alunos compraram 2 bilhetes cada um: total  $16 \times 2 = 32$  bilhetes
- 7 alunos compraram 3 bilhetes cada um: total  $7 \times 3 = 21$  bilhetes
- 4 alunos compraram 4 bilhetes cada um: total  $4 \times 4 = 16$  bilhetes

Logo o número total de bilhetes comprados foi  $0 + 20 + 32 + 21 + 16 = 89$ .

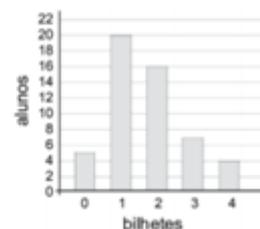


Imagem 15: Gabarito questão 5 – Teste 1

#### QUESTÃO 11 ALTERNATIVA D

Vamos analisar as afirmativas uma a uma, de acordo com a figura ao lado.

- falsa:** o período de maior precipitação (1º semestre 2008) teve o maior número de casos notificados de dengue, mas não foi o período de maior temperatura média (2º semestre 2010).
- falsa:** o período com menor número de casos notificados de dengue (2º semestre 2007) não foi o de maior temperatura média (2º semestre 2010).
- falsa:** o período de maior temperatura média (2º semestre 2010) não foi o de maior precipitação (1º semestre 2008).
- verdadeira:** o período de maior precipitação (1º semestre 2008) não foi o período de maior temperatura média (2º semestre 2010) e teve o maior número de casos notificados de dengue.
- falsa:** basta comparar o 1º semestre de 2007 com o 2º semestre de 2009: no primeiro a precipitação é maior do que no segundo, mas o seu número de casos de dengue é menor.

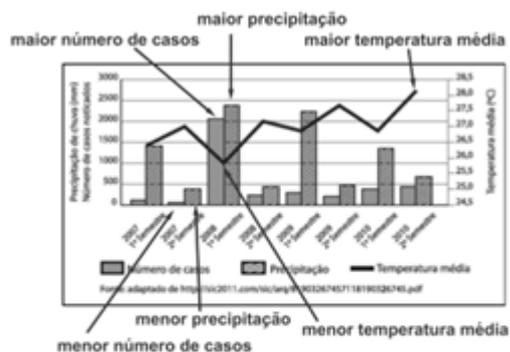


Imagem 16: Gabarito questão 11 – Teste 1

**QUESTÃO 16**  
**ALTERNATIVA E**

Vamos analisar cada opção:

- A) **Falsa**, pois no item propaganda o produto A foi o melhor avaliado (recebeu nota 5 contra uma nota 3 do produto B).  
 B) **Falsa**, pois o produto de maior utilidade foi o produto B (nota 5), mas o produto menos durável foi o produto C (nota 2).  
 C) **Falsa**, pois o produto C obteve a maior pontuação apenas em 2 itens (qualidade e atendimento).  
 D) **Falsa**, pois o produto C teve a melhor avaliação em qualidade (nota 5), mas foi o produto A que obteve a melhor avaliação em assistência técnica (nota 4).  
 E) **Verdadeira**; de fato, o produto A obteve a maior nota em propaganda (nota 5), mas obteve a nota mais baixa em aparência (nota 1).



Imagem 17: Gabarito questão 16 – Teste 1

### 3.4.2 Testes 2 e 3 - Negação

Foram aplicados dois testes com questões de negação.

#### Teste 2

OBMEP-2010

**20.** Adriano, Bruno, Carlos e Daniel participam de uma brincadeira na qual cada um é um tamanduá ou uma preguiça. Tamanduás sempre dizem a verdade e preguiças sempre mentem.

- Adriano diz: "Bruno é uma preguiça".
- Bruno diz: "Carlos é um tamanduá".
- Carlos diz: "Daniel e Adriano são diferentes tipos de animais".
- Daniel diz: "Adriano é uma preguiça".

Quantos dos quatro amigos são tamanduás?

- A) 0  
 B) 1  
 C) 2  
 D) 3  
 E) 4

OBMEP-2016

**14.** Em uma brincadeira, a mãe de João e Maria combinou que cada um deles daria uma única resposta correta a três perguntas que ela faria.

Ela perguntou:

- Que dia da semana é hoje?
- Hoje é quinta, disse João.
- É sexta, respondeu Maria.

Depois perguntou:

- Que dia da semana será amanhã?
- Segunda, falou João.
- Amanhã será domingo, disse Maria.

Finalmente ela perguntou:

- Que dia da semana foi ontem?
- Terça, respondeu João.
- Quarta, disse Maria.

Em que dia da semana a brincadeira aconteceu?

- A) Segunda-feira  
 B) Terça-feira  
 C) Quarta-feira  
 D) Quinta-feira  
 E) Sexta-feira



Imagem 18: Teste 2 - Negação

Na questão 20 os alunos deveriam resolver por exclusão usando o método de tentativa e erro. A questão 14 por suposição e ir eliminando as alternativas erradas de acordo com os enunciados. Ambas não exigem fórmulas prontas e necessitam apenas de compreensão e tentativas.

As respostas abaixo mostram que, os alunos analisados tiveram dificuldades na questão 20. Na questão 14 não houve dificuldade, pois necessitavam escolher um dia da

semana hipoteticamente para então ir verificando as afirmações seguintes e validando as respostas.

**TESTES OBMEP - NEGAÇÃO**

**TESTE II**

20. Adriano, Bruno, Carlos e Daniel participam de uma brincadeira na qual cada um é um tamarandá ou uma preguiça. Tamarandás sempre dizem a verdade e preguiças sempre mentam.

- Adriano diz: "Bruno é uma preguiça" V N
- Bruno diz: "Carlos é um tamarandá" N V
- Carlos diz: "Daniel e Adriano são diferentes tipos de animais" M V
- Daniel diz: "Adriano é uma preguiça" V V

Quantas das quatro amigas são tamarandás?

a) 0                      c) 2                      e) 4

b) 1                      **d) 3**

A	B	C	D
F	F	F	F
P	T	T	T

14. Com uma brincadeira as mães de João e Maria combinaram que cada uma delas diria uma única resposta correta a três perguntas quando fossem elas perguntar:

- Que dia da semana é hoje?
- Hoje é quinta, disse João
- É sexta, respondeu Maria.

Depois perguntou:

- Que dia da semana será amanhã?
- Amanhã será domingo, disse Maria
- Segunda, falou João

Finalmente ele perguntou:

- Que dia da semana foi ontem?
- Hoje, respondeu João
- Quinta, disse Maria

Em que dia da semana a brincadeira aconteceu?

	M	A	O
João	Qui	Sex	Dom
Maria	Sex	Dom	Seg

Imagem 19: Resposta ao teste 2 (a)

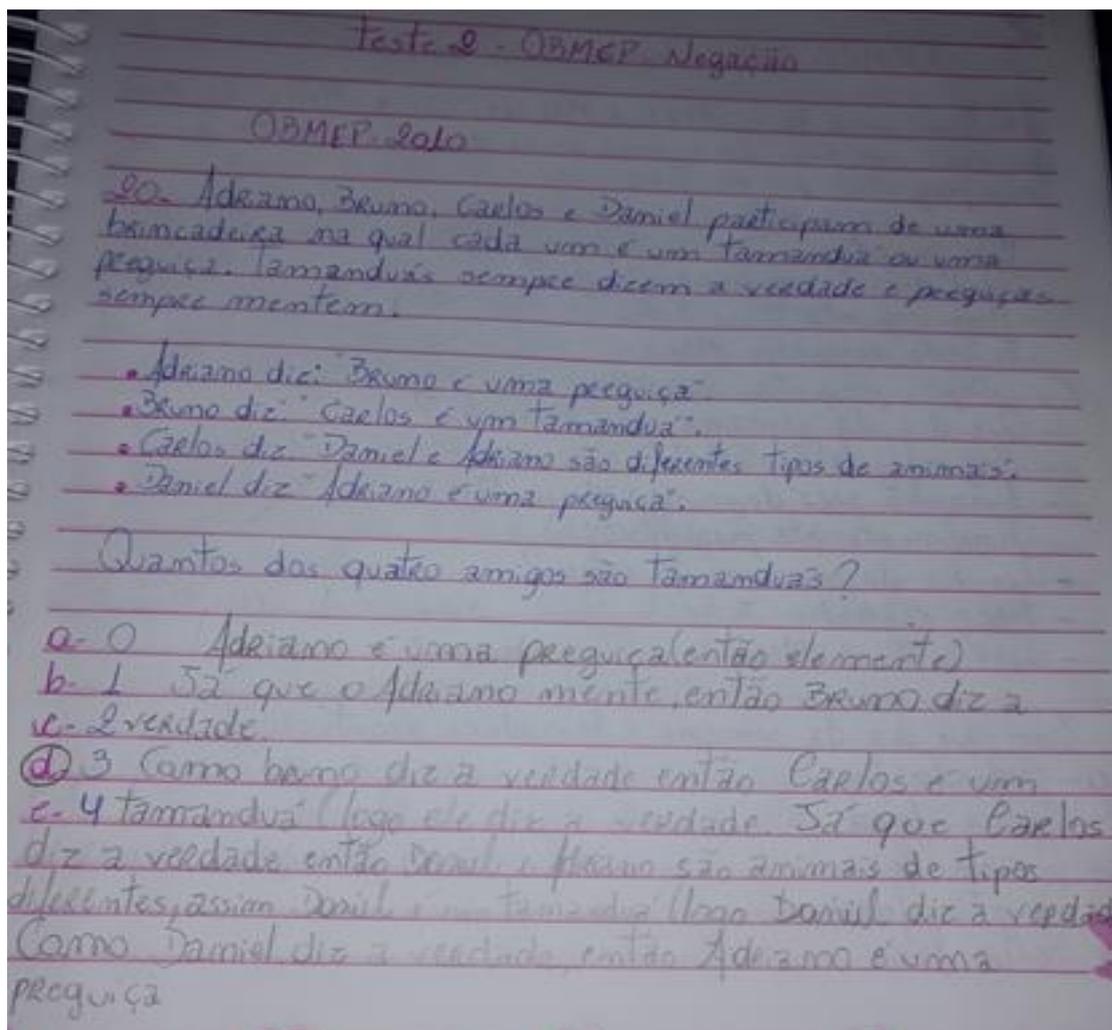


Imagem 20: Resposta ao teste 2 (b)

\* Teste 2 \*

(20)

\* tamanduás dizem a verdade  
\* preguiças sempre mentem

→ Pedrino diz a verdade, então Bruno é uma preguiça  
→ Bruno mente, então Carlos é uma preguiça  
→ Carlos mente, então Daniel é um tamanduá  
→ Daniel diz a verdade, então Pedrino é um tamanduá

2º caso

→ Pedrino mente, então Bruno é um tamanduá  
→ Bruno diz a verdade, então Carlos é um tamanduá  
→ Carlos diz a verdade, então Daniel e Pedrino são animais diferentes, logo, Daniel será tamanduá  
→ Daniel diz a verdade, então Pedrino é uma preguiça

Resposta: Portanto, 3 amigos são tamanduás (Bruno, Carlos e Daniel)

(21)	hoje	amanhã	ontem
João	Quinta	Segunda	Terça
Maria	Sexta	Domingo	Quarta

→ De Maria respondeu que hoje fosse sexta como verdade, João teria que responder que amanhã seria sábado e que ontem seria quinta, ou seja, a brincadeira não foi em uma sexta  
→ De Maria respondeu que ontem foi quarta e memorário que João responde que hoje é quinta ou que amanhã é sexta. Como João respondeu que hoje é quinta, logo esta é a resposta

Resposta: Alternativa D) tilibra  
Quinta - Sábado

Imagem 21: Resposta ao teste 2 (c)

Após a comparação das respostas com o gabarito podemos observar na questão 20 que as respostas apresentadas nas imagens 20 e 21 são semelhantes ao gabarito da OBMEP, com algumas variações de palavras. Para a questão 14 a imagem 19 mostra que o aluno apenas marcou x na resposta correta, enquanto na imagem 21 ocorre um plágio do gabarito, conforme se verifica abaixo.

**QUESTÃO 20**  
**ALTERNATIVA D**

Temos duas possibilidades para Adriano: ele é um tamanduá ou uma preguiça. Vamos primeiro supor que ele é um tamanduá e fazer a tabela a seguir, linha por linha, de acordo com as falas dos amigos:

	é	diz que	logo
1	<b>Adriano</b> um tamanduá (diz a verdade)	Bruno é uma preguiça	Bruno é uma preguiça
2	<b>Bruno</b> uma preguiça (mente)	Carlos é um tamanduá	Carlos é uma preguiça
3	<b>Carlos</b> uma preguiça (mente)	Daniel e Adriano são tipos diferentes de animal	Daniel e Adriano são o mesmo tipo de animal
4	<b>Daniel</b> um tamanduá (diz a verdade)	Adriano é uma preguiça	Adriano é uma preguiça

As casas sombreadas mostram que nesse caso Adriano, além de ser um tamanduá, é também uma preguiça, o que não pode acontecer pelas regras da brincadeira. Logo Adriano não é um tamanduá, ou seja, ele é uma preguiça. Fazemos agora outra tabela do mesmo modo que a anterior:

	é	diz que	logo
1	<b>Adriano</b> uma preguiça (mente)	Bruno é uma preguiça	Bruno é um tamanduá
2	<b>Bruno</b> um tamanduá (diz a verdade)	Carlos é um tamanduá	Carlos é um tamanduá
3	<b>Carlos</b> um tamanduá (diz a verdade)	Daniel e Adriano são tipos diferentes de animal	Daniel e Adriano são tipos diferentes de animal
4	<b>Daniel</b> um tamanduá (diz a verdade)	Adriano é uma preguiça	Adriano é uma preguiça

e vemos que Bruno, Carlos e Daniel são tamanduás.

Imagem 22: Gabarito da questão 20 – Teste 2

**QUESTÃO 14**  
**ALTERNATIVA D**

A tabela abaixo indica o que João e Maria dizem a respeito do dia da brincadeira (hoje, no diálogo) em cada pergunta:

Pergunta	João	Maria
Primeira	quinta	sexta
Segunda	domingo	sábado
Terceira	quarta	quinta

Como, pelo enunciado, João e Maria deram a resposta correta exatamente uma vez, concluímos que a brincadeira aconteceu em uma quinta-feira.

*Outra solução:* Observamos que a resposta correta de João foi para a primeira pergunta "Que dia da semana é hoje?". As outras duas respostas de João não podem ser verdadeiras, pois implicariam que todas as respostas de Maria estariam erradas. De fato, se a resposta correta de João fosse para a pergunta "Que dia da semana será amanhã?", ou seja, se o dia seguinte fosse uma segunda-feira, a conversa teria ocorrido em um domingo e o dia anterior seria um sábado, confirmando que as três respostas de Maria estariam erradas. Conclusão análoga é encontrada se a resposta correta de João fosse para a pergunta "Que dia da semana foi ontem?". Portanto, a conversa ocorreu em uma quinta-feira.

Imagem 23: Gabarito da questão 14 – Teste 2

## Teste 3

OBMEP-2013	OBMEP-2018
<p><b>19.</b> Durante a aula, dois celulares tocaram ao mesmo tempo. A professora logo perguntou aos alunos: "De quem são os celulares que tocaram?" Guto disse: "O meu não tocou", Carlos disse: "O meu tocou" e Bernardo disse: "O de Guto não tocou". Sabe-se que um dos meninos disse a verdade e os outros dois mentiram. Qual das seguintes afirmativas é verdadeira?</p> <p>A) O celular de Carlos tocou e o de Guto não tocou.            B) Bernardo mentiu.            C) Os celulares de Guto e Carlos não tocaram.            D) Carlos mentiu.            E) Guto falou a verdade.</p> 	<p><b>20.</b> Vovó Vera quis saber qual de suas cinco netinhas tinha feito um desenho na parede de sua sala. As netinhas fizeram as seguintes declarações:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Emília: <i>Não fui eu.</i></li> <li>• Luísa: <i>Quem desenhou foi a Marília ou a Rafaela.</i></li> <li>• Marília: <i>Não foi a Rafaela nem a Vitória.</i></li> <li>• Rafaela: <i>Não foi a Luísa.</i></li> <li>• Vitória: <i>Luísa não está dizendo a verdade.</i></li> </ul> <p>Se apenas uma das netinhas mentiu, quem fez o desenho?</p> <p>A) Emília            B) Luísa            C) Marília            D) Rafaela            E) Vitória</p> 

Imagem 24: Teste 3 - Negação

No terceiro teste o nível de dificuldade das questões eram semelhantes, os alunos tiveram muita dificuldade em resolver e não conseguiram expressar a resolução de maneira bem clara, ainda assim utilizaram tentativas para conseguir a resposta.

## \* Teste 3 \*

19.

Jan

- \* Cyto disse: "O meu mãe teo"
- \* Bernardo disse: "O do Cyto mãe teo"
- \* Carlos disse: "O meu teo"

- Apenas 1 dig a verdade e dois mentem
- Se Cyto disse a verdade, Bernardo mentiu dizendo que o celular de Cyto mãe teo, então eles se contradizem
- Se o Bernardo falou a verdade, Cyto mentiu que o dele mãe teo e Carlos mentiu que o dele teo, se contradiz também
- Se o Carlos dig a verdade, então o Cyto mentiu e Bernardo mentiu, e celular do Cyto teo

Resposta: Alternativo B (Bernardo mentiu)

20.

- \* Ennio: Não fui eu (verdade)
- \* ~~Luís~~: Quem desenhou foi o Marília ou o Rafael
- \* Marília: Não foi o Rafael nem o Vitorio (verdade)
- \* Rafael: Não foi o Luís (verdade)
- \* Vitorio: Luís não está dizendo a verdade

- Se o Vitorio estiver falando a verdade, então Luís é mentiroso
- Se o Vitorio estiver mentindo, então Luís dig a verdade

Resposta: Alternativo C (Marília)

Imagem 25: Resposta ao teste 3 (a)

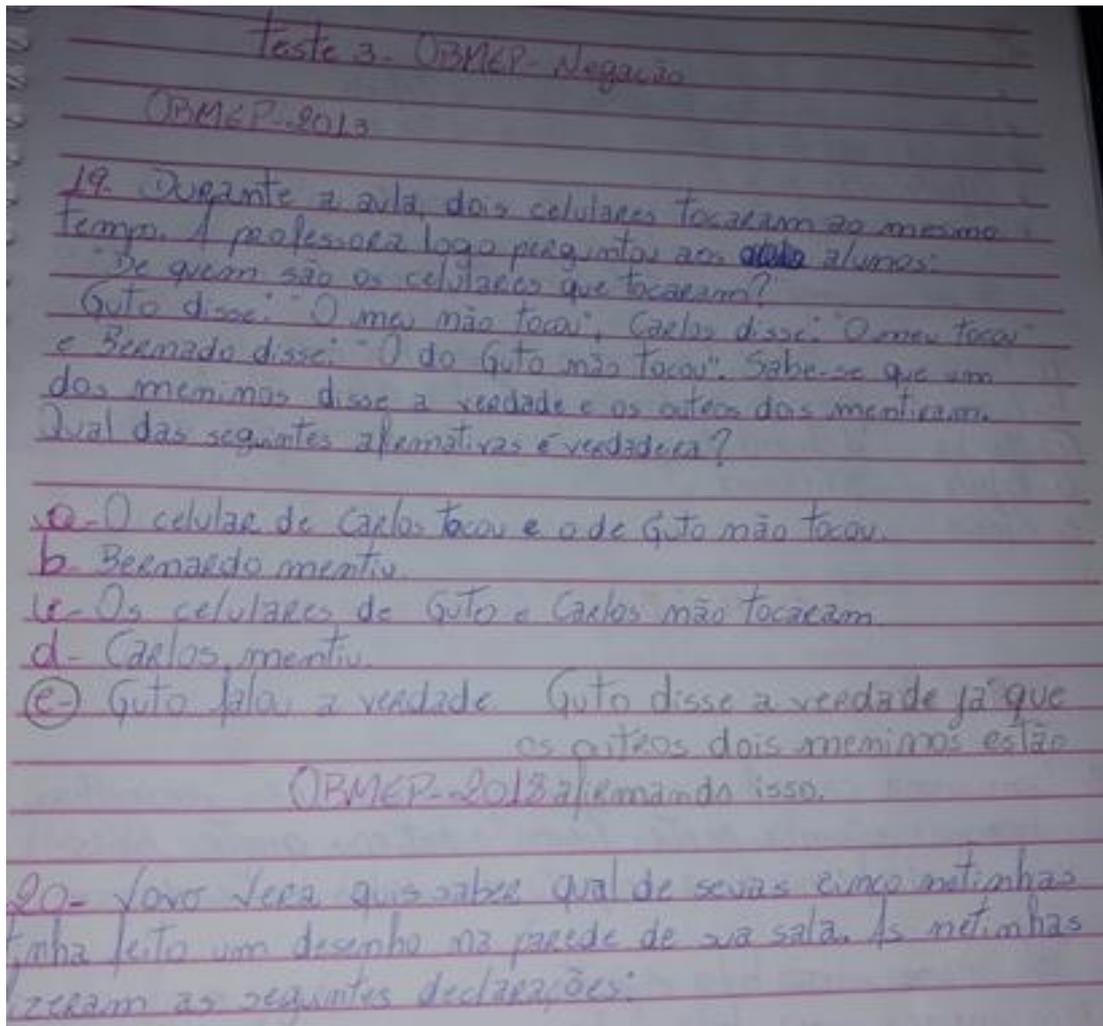


Imagem 26: Resposta ao teste 3 (b)

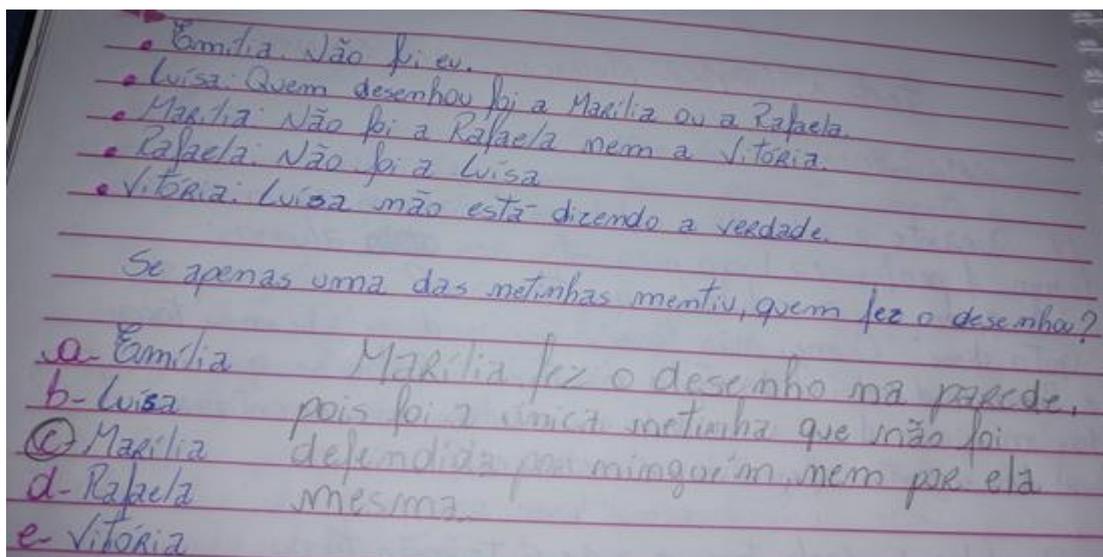


Imagem 27: Resposta ao teste 3 (c)

A imagem 25 mostra um resultado correto para a questão 19, apesar de acreditarmos se tratar de plágio devido a linguagem, a estruturação, a justificativa e o vocabulário. Na resposta apresentada na imagem 26 o aluno marcou x e tentou uma explicação ao lado, porém sem justificativa que explicasse a resposta escolhida. Para a questão 20 a resposta da imagem 25 mostra uma resposta que acreditamos ser pessoal, pois o aluno usou tentativas para chegar a resposta correta. Nas imagens 26 e 27 a aluna escreveu uma resposta, entretanto a justificativa não está em concordância com a resposta. Abaixo estão os gabaritos das questões do teste 3.

**QUESTÃO 19**  
**ALTERNATIVA B**

Na tabela abaixo mostramos como analisar as informações do enunciado. Na primeira linha, supomos que Bernardo disse a verdade; na segunda, que Guto disse a verdade e na terceira, que Carlos disse a verdade.

	<b>Guto</b> <i>Não foi o meu</i>	<b>logo</b>	<b>Carlos</b> <i>Foi o meu</i>	<b>logo</b>	<b>Bernardo</b> <i>Não foi o de Guto</i>	<b>logo</b>
<b>1</b>	mentiu	<b>O celular de Guto tocou</b>	mentiu	O celular de Carlos não tocou	disse a verdade	<b>O celular de Guto não tocou</b>
<b>2</b>	disse a verdade	<b>O celular de Guto não tocou</b>	mentiu	O celular de Carlos não tocou	mentiu	<b>O celular de Guto tocou</b>
<b>3</b>	mentiu	O celular de Guto tocou	disse a verdade	O celular de Carlos tocou	mentiu	O celular de Guto tocou

Nas duas primeiras linhas, chega-se à conclusão de que o celular de Guto tanto tocou quanto não tocou (em vermelho). Essa contradição mostra que o único caso possível é o da terceira linha, ou seja, Carlos disse a verdade e os celulares de Guto e Carlos tocaram.

Imagem 28: Gabarito da questão 19 – Teste 3

**QUESTÃO 20**  
**ALTERNATIVA C**

Se quem desenhou na parede foi Emília, ela mentiu e também Vitória mentiu. Então isso não ocorreu, pois somente uma menina mentiu.

Se quem desenhou na parede foi Luísa, ela mentiu e também Rafaela mentiu. Esse caso também não pode ter ocorrido.

Se quem desenhou na parede foi Marília, somente Vitória mentiu. Isso está compatível com as exigências do enunciado.

Se quem desenhou na parede foi Rafaela, Marília e Vitória mentiram. Esse caso também não pode ter ocorrido.

Se quem desenhou foi Vitória, Luísa e Marília mentiram; isso também não deve ter acontecido.

Logo, quem desenhou na parede da sala da Vovó Vera foi Marília.

Outra solução: Analisando as respostas de Emília e Rafaela, se qualquer uma das duas mentiu, então Luísa também falou uma mentira. Como não podemos ter duas netinhas mentindo, então Emília e Rafaela falaram a verdade. Portanto, a autora do desenho na parede só pode ser uma das três meninas: Marília, Rafaela ou Vitória. Se Vitória fala a verdade, então Luísa mente; consequentemente quem desenhou não foi nem a Marília, nem a Rafaela e a autora seria Vitória, mas isso acarreta que Marília também estaria mentido. Assim, Vitória mentiu, e todas as outras falam a verdade. Quem fez o desenho não pode ser Rafaela, só pode ser Marília.

Imagem 29: Gabarito da questão 20 – Teste 3

### 3.4.3 Testes 4 e 5 - Tentativa e erro

#### Teste 4

- OBMEP-2015
12. Em uma caixa havia seis bolas, sendo três vermelhas, duas brancas e uma preta. Renato retirou quatro bolas da caixa. Qual afirmação a respeito das bolas retiradas é correta?
- A) Pelo menos uma bola é preta.  
 B) Pelo menos uma bola é branca.  
 C) Pelo menos uma bola é vermelha.  
 D) No máximo duas bolas são vermelhas.  
 E) No máximo uma bola é branca.

- OBMEP-2019
8. Ana, Beatriz, Cláudia, Daniela e Érica foram visitar a vovó Margarida. Beatriz chegou antes de Ana e depois de Daniela. Já Cláudia, Daniela e Érica chegaram uma em seguida da outra, nessa ordem. Quem foi a primeira a chegar?
- A) Ana  
 B) Beatriz  
 C) Cláudia  
 D) Daniela  
 E) Érica



Imagem 30: Teste 4 - Tentativa e erro

No quarto teste os alunos não demonstraram dificuldades. A questão 12 utiliza intuitivamente o princípio da casa dos pombos e na questão 8 os alunos verificaram o contexto amplo, por tentativas, colocando uma personagem em primeiro e verificando as outras opções.

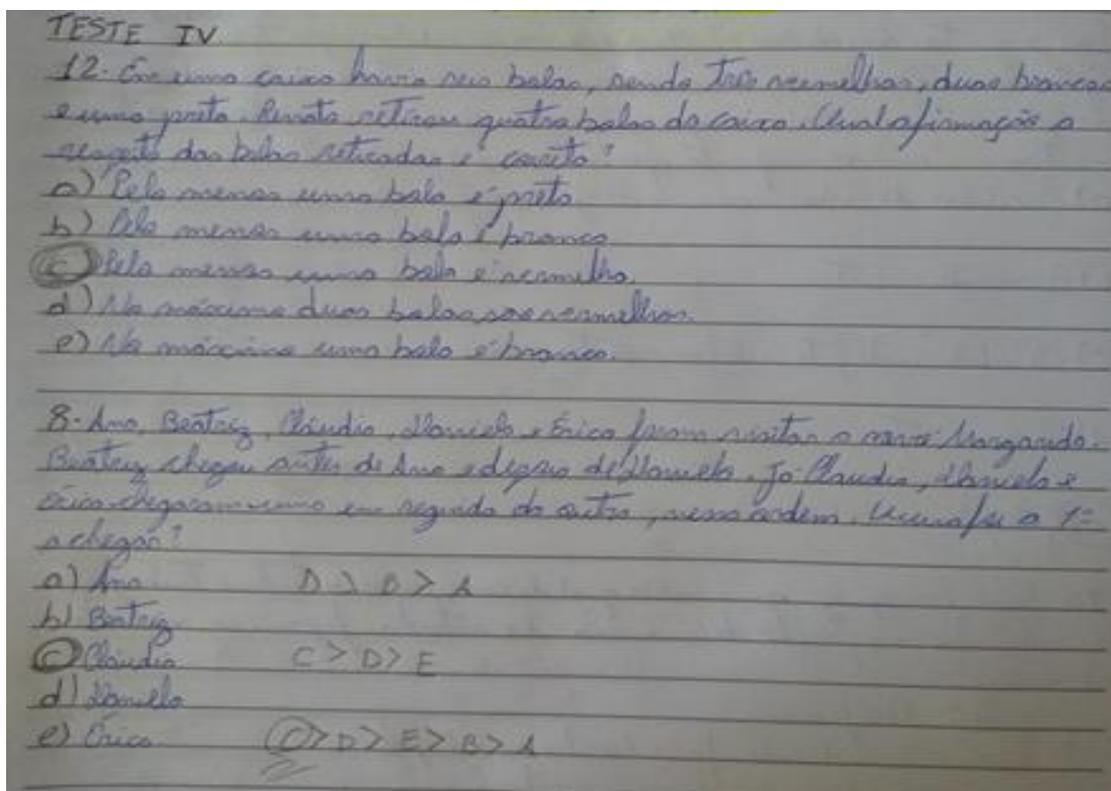


Imagem 31: Resposta ao teste 4 (a)

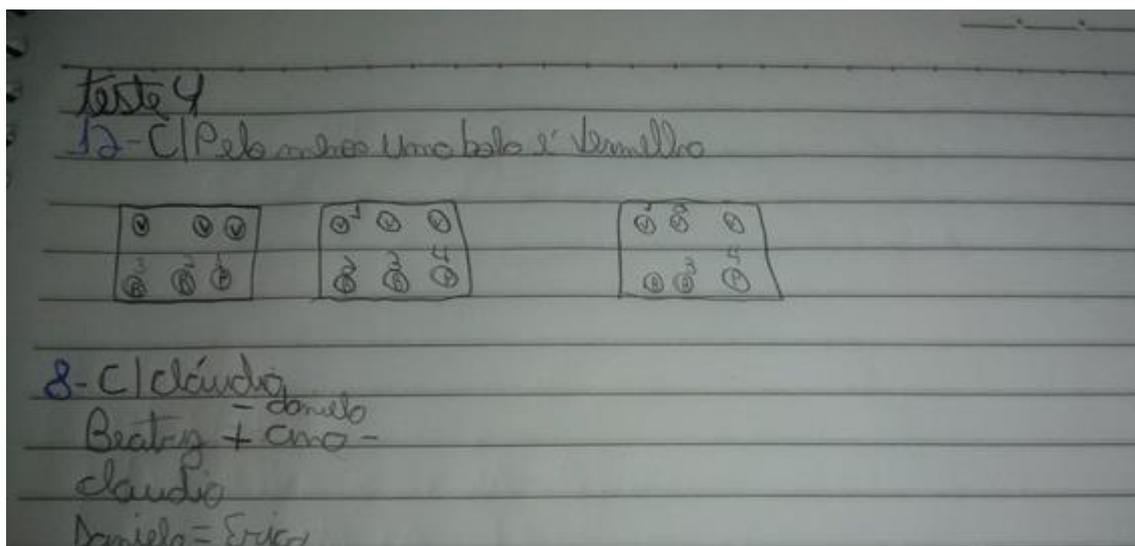


Imagem 32: Resposta ao teste 4 (b)

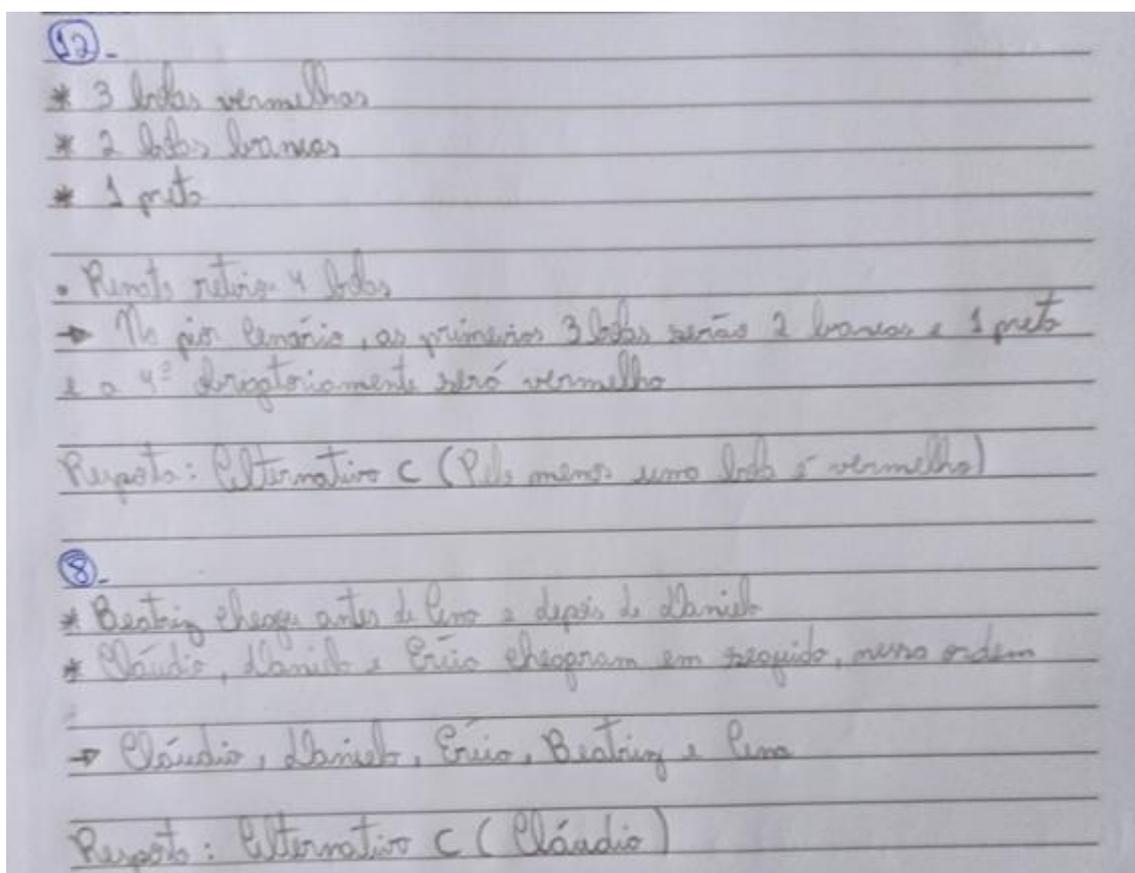


Imagem 33: Resposta ao teste 4 (c)

Na imagem 31 o aluno não teve dificuldade em responder, na questão 8 usou o símbolo de maior para representar quem chegou primeiro. Na imagem 32 observamos

respostas particulares e diferentes do gabarito. Na imagem 33 acreditamos que seja um tipo de resposta autoral pelo gabarito da OBMEP. Abaixo gabarito do teste 4.

**QUESTÃO 8  
ALTERNATIVA C**

Vamos pensar nas netas como as letras A, B, C, D e E e descrever a ordem em que elas chegaram como uma sequência dessas letras, lida da esquerda para a direita. O enunciado nos diz que nessa sequência

1. o B está à esquerda do A (Beatriz chegou antes de Ana);
2. o B está à direita do D (Beatriz chegou depois de Daniela);
3. o bloco CDE aparece sem letras intermediárias e com as letras nessa ordem (Cláudia, Daniela e Érica chegaram uma em seguida da outra, nessa ordem).

As informações 2 e 3 mostram que o B aparece à direita do bloco CDE, e a informação 1 diz que o A está à direita do B. A nossa sequência é, então, CDEBA, e concluímos que a primeira a chegar foi Cláudia.

Imagem 34: Gabarito da questão 12 – Teste 4

**QUESTÃO 12  
ALTERNATIVA C**

Renato retirou quatro bolas da caixa; como há duas bolas brancas e uma preta, uma das bolas retiradas deve, obrigatoriamente, ser vermelha. As outras alternativas são falsas: A) não é verdadeira pois Renato poderia ter retirado, por exemplo, três bolas vermelhas e uma branca; B) é também falsa, pois Renato poderia ter retirado três bolas vermelhas e uma preta; D) é falsa, porque Renato poderia ter retirado as três vermelhas e uma branca e, finalmente, E) não é verdadeira, pois Renato poderia ter retirado as duas brancas e duas vermelhas.

Imagem 35: Gabarito da questão 8 – Teste 4

Teste 5

OBMEP-2008	OBMEP-2015
<p><b>19.</b> Ari, Bruna e Carlos almoçam juntos todos os dias e cada um deles pede água ou suco.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se Ari pede a mesma bebida que Carlos, então Bruna pede água.</li> <li>• Se Ari pede uma bebida diferente da de Bruna, então Carlos pede suco.</li> <li>• Se Bruna pede uma bebida diferente da de Carlos, então Ari pede água.</li> <li>• Apenas um deles sempre pede a mesma bebida.</li> </ul> <p>Quem pede sempre a mesma bebida e que bebida é essa?</p> <p>(A) Ari; água (B) Bruna, água (C) Carlos; suco (D) Ari; suco (E) Bruna; suco</p>	<p><b>20.</b> Daniel e mais quatro amigos, todos nascidos em estados diferentes, reuniram-se em torno de uma mesa redonda. O paranaense sentou-se tendo como vizinhos o goiano e o mineiro. Edson sentou-se tendo como vizinhos Carlos e o sergipano. O goiano sentou-se tendo como vizinhos Edson e Adão. Bruno sentou-se tendo como vizinhos o tocantinense e o mineiro. Quem é o mineiro?</p> <p>A) Adão B) Bruno C) Carlos D) Daniel E) Edson</p>
	

Imagem 36: Teste 5 - Tentativa e erro

O teste 5 é o mais difícil e complexo de todos, não foi possível ter uma resposta criativa ou uma habilidade diferenciada. Observa-se claramente que os sujeitos viram ou tentaram seguir o padrão do gabarito encontrado no site da OBMEP, os selecionados tentaram usando suas particularidades, ainda assim semelhantes.

19.

- Se Ari pede a mesma bebida que Carlos, então Bruno pede água.
- Então, Carlos não bebe sempre suco.

---

- Se Ari pede uma bebida diferente da de Bruno, então Carlos pede suco.
- Então se Ari pede água, Bruno pode beber suco.

---

- Se Bruno pede uma bebida diferente da de Carlos, então Ari bebe água.

Resposta: Alternativa A (Ari pede sempre água)

20.

(GO)	(PR)		(A)	
	(MG)	(C)		(D)
(TO)	(SE)	(E)		(B)

Resposta: Alternativa D (Daniel é o mineiro)

Imagem 37: Resposta ao teste 5 (a)

Se Ari pede uma bebida diferente da de Bruno, então Carlos pede suco.

- Se Bruno pede uma bebida diferente da de Carlos, então Ari pede água.
- Apenas um deles sempre pede a mesma ~~mesma~~ bebida.

Quem pede sempre a mesma bebida e que bebida é essa?

Se Ari pede a mesma bebida que Carlos, então Bruno pede água. → então Bruno não pede sempre suco.

a) Ari; água. Se Ari pede uma bebida diferente da de Bruno,

b) Bruno; água então Carlos pede suco.

c) Carlos; suco. Se Bruno pede uma bebida diferente da de

d) Ari; suco Carlos, então Ari pede água. → então Ari não pede

e) Bruno; suco sempre suco.

Imagem 38: Resposta ao teste 5 (b)

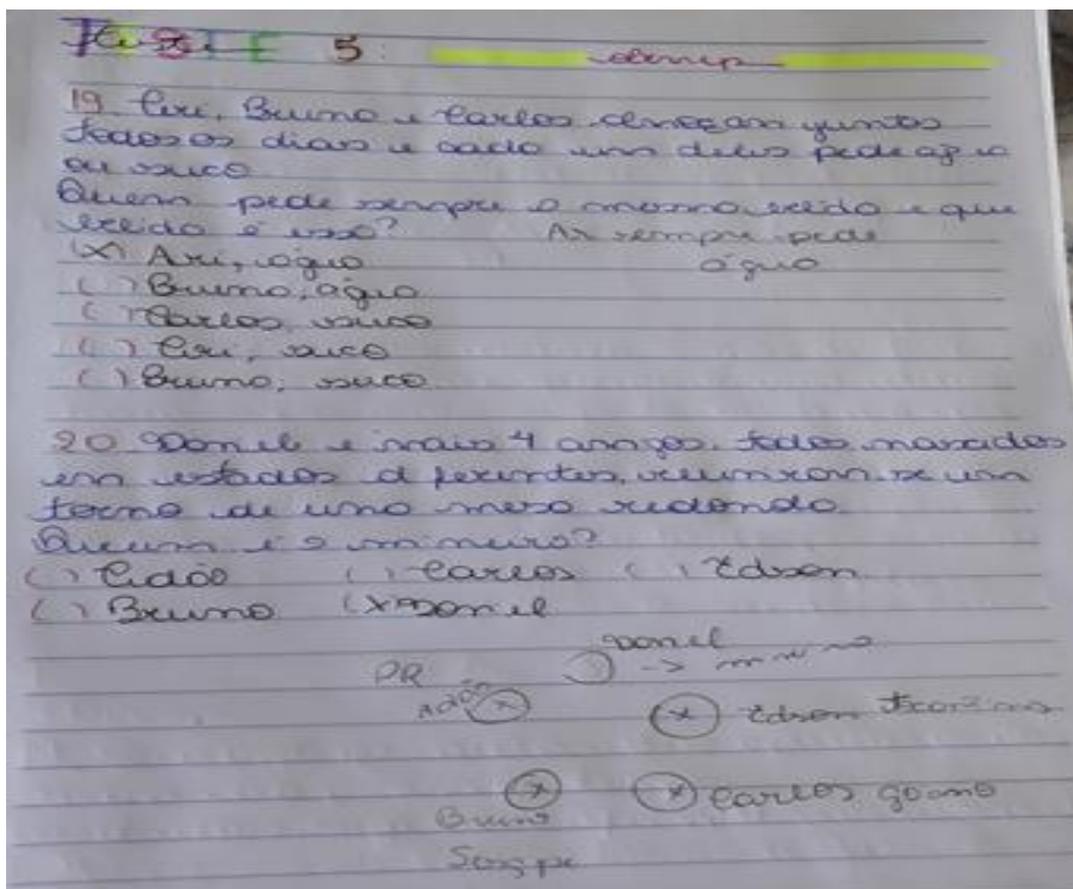


Imagem 39: Resposta ao teste 5 (c)

Nas imagens 37 e 38 observamos respostas que acreditamos ser plágio do gabarito da OBMEP. Na imagem 39 foi marcado as respostas corretas mas não houve explicação do entendimento da questão.

### Gabarito do teste 5

#### QUESTÃO 19 (ALTERNATIVA A)

Cada uma das três pessoas, em princípio, pode beber água ou suco, logo há  $2 \times 2 \times 2 = 8$  possibilidades para considerar, conforme a tabela.

	Ari	Bruna	Carlos
1	água	água	água
2	suco	água	água
3	água	suco	água
4	suco	suco	água
5	água	água	suco
6	suco	água	suco
7	água	suco	suco
8	suco	suco	suco

Devemos agora analisar as condições do problema para decidir qual das possibilidades é a correta. A primeira condição (se Ari pede a mesma bebida que Carlos, então Bruno pede água) elimina as possibilidades 3 e 8. A segunda condição (se Ari pede uma bebida diferente da de Bruno, então Carlos pede suco) elimina a possibilidade 2. A terceira condição (se Bruno pede uma bebida diferente da de Carlos, então Ari pede água) elimina as possibilidades 4 e 6. Até o momento, restam as possibilidades 1, 5 e 7.

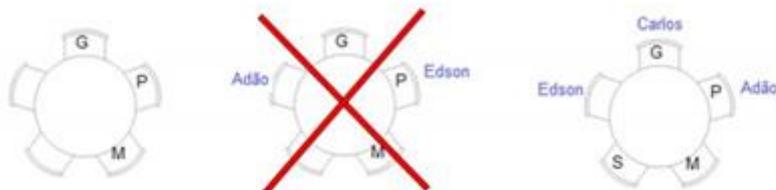
	Ari	Bruna	Carlos
1	água	água	água
5	água	água	suco
7	água	suco	suco

e como apenas um deles pede sempre a mesma bebida, chegamos a Ari, que sempre pede água.

Imagem 40: Gabarito da questão 19 – Teste 5

**QUESTÃO 20****ALTERNATIVA D**

O paranaense está entre o goiano e o mineiro. Como o goiano sentou-se entre Edson e Adão, temos duas possibilidades: Edson é paranaense ou Adão é paranaense.



Eliminamos o caso em que Edson é paranaense com a informação de que "Edson sentou-se tendo como vizinhos Carlos e o sergipano", pois se Edson fosse paranaense ele estaria entre o goiano e o mineiro. Portanto, Adão é o paranaense. Como Edson sentou-se entre Carlos e o sergipano, concluímos que Carlos é goiano e o lugar entre Edson e o mineiro é do sergipano. A última informação do enunciado diz que Bruno sentou-se entre o tocantinense e o mineiro. Logo, Edson é tocantinense e Bruno é sergipano. Portanto, Daniel é mineiro.



Imagem 41: Gabarito da questão 20 – Teste 5

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após a aplicação do questionário social, o desenvolvimento da aprendizagem sobre conectivos, declarações e negação referente à lógica matemática e a aplicação de avaliações de aprendizagem com exercícios e testes da OBMEP, seria feita a aplicação dos testes da série XIX de Krutetskii.

Como foi dito anteriormente, os testes surgiram na Rússia para identificar alunos às habilidades que os alunos demonstram em matemática. Infelizmente, a situação de aulas remotas impossibilitou a coleta dos dados como foram planejados. Percebemos durante o processo de ensino que o tempo entre a entrega das atividades e o recebimento das respostas iria prejudicar bastante a análise dos dados, mas o que realmente inviabiliza o teste é o fato dos alunos interagirem uns com os outros e possuírem ferramentas de busca. Por conta disso, não aplicamos o teste. Abaixo descrevemos a metodologia que seria aplicada.

Aplicaríamos a série XIX com o intuito de analisar a criatividade dos cerca de 140 alunos do segundo ano do ensino médio da rede pública da rede Estadual de Mato Grosso do Sul, situada em Jardim - MS, assim como níveis de aprendizagem rápida e lógica que passaram por um processo de ensino do tema abordado. O procedimento de avaliação que utilizaríamos seria a de prova escrita dissertativa onde o aluno receberia as 12 questões da série XIX de Krutetskii impressas e deveria respondê-las usando suas próprias palavras escritas a lápis ou caneta em, no máximo, 50 minutos correspondentes a uma aula. Aqueles que conseguissem entregar a prova antes do término do tempo teriam o tempo usado marcado em sua folha de resposta.

Os dados que gostaríamos de analisar após aplicação da prova seriam:

- Quantidade de acertos de cada sujeito;
- Tempo de cada sujeito;
- Relação acertos/tempo;
- Qual questão houve mais acerto;
- Qual questão houve mais erro.

Posteriormente os dados seriam tabulados e analisados usando a média de acertos e de tempo para a conclusão da prova para verificação do desvio padrão/variância. Estes dados seriam discutidos com os alunos, confrontados com os dados encontrados por ALVARENGA (2017) e subsidiarão ações de ensino futuras.

Contudo, conforme as resoluções da Secretaria de Estado e Educação às aulas presenciais foram suspensas por conta da pandemia de Covid-19. Por conta da baixa quantidade de respostas que obtivemos para as questões da OBMEP (não tivemos 10 alunos respondendo às questões) e de algumas delas não serem autorais, por conseguinte, resolvemos não aplicar os testes da série XIX de Krutetskii porque não seria possível analisar as respostas conforme planejamos inicialmente.

Portanto a questão inicial: Como podemos fomentar a criatividade e a flexibilidade de pensamento dos estudantes do segundo ano do Ensino Médio através do Ensino de Lógica Matemática? não foi respondida plenamente, pois os resultados obtidos com os testes da OBMEP não foram suficientes em quantidade e alguns não foram fidedignos, devido à consulta do gabarito disponível na internet e do tempo para resolver as questões.

As etapas deste trabalho foram aplicadas dentro das adaptações possíveis tomando todas as medidas de segurança sugeridas devido a pandemia que é uma situação atípica. Apesar das adversidades os alunos tiveram a oportunidade de aprender um pouco da Lógica Matemática (conjunção, disjunção, disjunção exclusiva, negação, condicional e bicondicional) que será proveitoso para avaliações externas posteriores. A análise do questionário social dos alunos forneceu dados importantes, pois foi possível conhecer a relação dos alunos com a escola, com a família, com os professores e com o conteúdo de Matemática. Dados estes que poderão servir de base para trabalhos futuros.

Devido às adversidades não foi possível aplicar os testes da série XIX de Krutetskii, porém pretendemos aplicá-los no próximo ano letivo para dar continuidade ao trabalho buscando melhorar as práticas metodológicas de ensino da matemática.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALENCAR, Eunice M. L. Soriano de and FLEITH, Denise de Souza. **Contribuições teóricas recentes ao estudo da criatividade.** *Psic.: Teor. e Pesq.* Universidade Católica de Brasília e Denise de Souza Fleith da Universidade de Brasília. 2003, vol.19, n.1.

ALVARENGA, Rosana Cristina Macelloni. **Um estudo sobre os componentes da criatividade na solução de problemas matemáticos.** 2017. Tese Doutorado. Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências, Campus Bauru, SP

BRITO, Marcia Regina Ferreira de. **Um estudo sobre as atitudes em relação a matemática em estudantes de 1 e 2 graus.** 1996. [383]f. Tese (livre-docência) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP.

FAZENDA, Irene C. Arantes. **Interdisciplinaridade: História, ensino e pesquisa.** Papirus editora, 3ª edição, 1998

FILHO, Edgar de Alencar. **Iniciação à Lógica Matemática.** Editora Nobel , São Paulo, SP, 2003.

GRAS, Leandro: Professor que não estuda não faz aluno estudar. Disponível em: <http://gestaouniversitaria.com.br/artigos/professor-que-nao-estuda-nao-faz-o-aluno-estudar>. Acesso em 01 de maio às 23:12

FUNDAÇÃO LEMAN. **Como o IDEB é Calculado.** Disponível em: <https://academia.qedu.org.br/ideb/como-o-ideb-e-calculado/>. Acesso em 20 de março de 2020 às 22:20

KRUTETSKII, V. A. **The psychology of mathematical abilities in schoolchildren.** Chicago: The University of Chicago Press, 1976.

LIPSCHUTZ, Seymour. LIMPSON, Marc **Matemática Discreta.** coleção Schaum, Bookman editora, 2ª edição, 2004.

MATES, Benson. **Lógica elementar.** Trad. Leônidas Hegenberg e Octanny Silveira da Mota. São Paulo: EDUSP, 1968.

MURAKAMI, Carlos. IESSI, Gelson. **Fundamentos da matemática Elementar.** Conjuntos e Funções. Rio de Janeiro, RJ. Aditora atual, 2019, 9ª edição.

QEDUC. Disponível: <https://www.qedu.org.br/escola/255404-ee-coronel-pedro-jose-rufino/enem>. Acesso em 05 de maio de 2020 às 16:25

RAMOS, Taurino Costa. A importância da Matemática na vida cotidiana dos alunos do Ensino Fundamental II. Cairu em revista. 2017. Disponível em <https://docplayer.com.br/63110822-A-importancia-da-matematica-na-vida-cotidiana-dos-alunos-do-ensino-fundamental-ii.html>

SANTANA, Geralda de Fatima. **Resolução de Problemas: abordagens no Ensino Fundamental II.** Disponível em: [http://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/gd14\\_Geralda\\_Santana.pdf](http://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/gd14_Geralda_Santana.pdf). Acesso em 01 de junho de 2016 às 15:21.

SMOLE, K. S & DINIZ, M. I. **Ler, Escrever e Resolver Problemas.** Editora Artmed, São Paulo, 2001.

SOUZA, Maria Alice Veiga Ferreira. **A Habilidade Matemática e o Desempenho Escolar na Solução de Problemas mal-estruturados.** Disponível: [http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1806-58212011000200009](http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-58212011000200009). Acesso em 14 de junho de 2020 às 15:50

STERNBERG, R.J. **A theory of creativity.** Trabalho apresentado no XIV School Psychology Association Colloquium. Braga, Portugal, (1991).

STERNBERG. R.J. & LUBART, T. I. (1996). **Investing in creativity.** *American Psychologist*, 51, 677-688.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar.** Porto Alegre: Editora Artes Médicas Sul Ltda., 1998.

**Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio(PCNs).** Matemática Parte III, Ciências da Natureza, matemática e suas tecnologias – MEC 1997

**Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio(PCNs).** Orientações Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais, Ciências da Natureza, matemática e suas tecnologias.

Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. **Ministério da Educação.**

<https://exame.com/ciencia/brasil-esta-no-caminho-certo-diz-vencedor-de-nobel/> em 16 de março de 2020 às 15:15.

Disponível:<https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/guia-do-livro-didatico/item/11148-guia-pnld-2018>. Acesso em 18 de março de 2020 às 13:36

Olimpíada Brasileira de Matemática das escolas Públicas,2020. **Ministerio da Educação.** Disponível: <http://www.obmep.org.br/provas.htm>. Acesso em 20 de julho de 2019 às 09:10

SAEB. **Ministério de Educação** .Disponível em <http://portal.inep.gov.br/educacao-basica/saeb>. Acesso em 25 de julho de 2019 às 22:30

Lei Nº 9.394, De 20 De Dezembro De 1996: Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/19394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm). Acesso em 17 de junho de 2020 às 22:10

Biografia de Vadin Andrichev Krutetskii. Disponível em: [https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0102-37722003000100002](https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-37722003000100002) Acesso em 20 de junho de 2020.

Diário Oficial do Estado de Mato Grosso do Sul de 16 de março de 2020. Estabelece as aulas remotas na Rede Estadual de Ensino.

[https://www.spdo.ms.gov.br/diariodoe/Index/Download/DO10115\\_16\\_03\\_2020](https://www.spdo.ms.gov.br/diariodoe/Index/Download/DO10115_16_03_2020) em 10 de julho de 2020 às 16:10

Diário Oficial do Estado de Mato Grosso do Sul de 15 de maio de 2020. Prorroga o período das aulas remotas na Rede Estadual de Ensino. [https://www.spdo.ms.gov.br/diariodoe/Index/Download/DO10171\\_15\\_05\\_2020](https://www.spdo.ms.gov.br/diariodoe/Index/Download/DO10171_15_05_2020) em 10 de julho de 2020 às 16:20

Diário Oficial do Estado de Mato Grosso do Sul de 26 de junho de 2020. Prorroga o período das aulas remotas na Rede Estadual de Ensino. [https://www.spdo.ms.gov.br/diariodoe/Index/Download/DO10205\\_26\\_06\\_2020](https://www.spdo.ms.gov.br/diariodoe/Index/Download/DO10205_26_06_2020) em 10 de julho de 2020 às 16:25

BNCC: O que é a Base Nacional Curricular e qual o seu objetivo. <https://sae.digital/bncc-o-que-e-qual-e-o-seu-objetivo/> em 15 de setembro de 2020 às 14:40

BNCC: Base Nacional Comum Curricular. [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf) em 16 de setembro de 2020 às 13:30



8) De quantas matérias você ficou de RPP?

- ( ) Uma matéria ( ) Duas matérias  
 ( ) Três matérias

9) Quais matérias você ficou de RPP?

- ( ) Todas as matérias ( ) Não lembro  
 ( ) Português ( ) Matemática  
 ( ) Biologia/Ciências ( ) Geografia  
 ( ) História ( ) Inglês  
 ( ) Arte ( ) Física  
 ( ) Química ( ) Filosofia  
 ( ) Sociologia ( ) Outra. Qual? \_\_\_\_\_

10) Você já repetiu algum ano?

- ( ) Sim ( ) Não

*Se você respondeu “sim” na questão acima, isto é, você já repetiu alguma série, responda as questões abaixo. Caso contrário, se você nunca foi reprovado (respondeu “Não” na questão 10) passe para a questão 14.*

11) Quantas vezes você repetiu de ano, isto é, quantas vezes você foi obrigado a fazer a mesma série?

- ( ) Uma vez ( ) Duas vezes  
 ( ) Três vezes ( ) Quatro vezes ou mais

12) Assinale o ano (os anos) que você repetiu:

- ( ) 2º ano do EF ( ) 3º ano do EF  
 ( ) 4º ano do EF ( ) 5º ano do EF  
 ( ) 6º ano do EF ( ) 7º ano do EF  
 ( ) 8º ano do EF ( ) 9º ano do EF  
 ( ) 1º ano do EM ( ) 2º ano do EM

13) Quais matérias você ficou reprovado?

- ( ) Todas as matérias ( ) Não lembro  
 ( ) Português ( ) Matemática  
 ( ) Biologia/Ciências ( ) Geografia  
 ( ) História ( ) Inglês  
 ( ) Arte ( ) Física  
 ( ) Química ( ) Filosofia  
 ( ) Sociologia ( ) Outra. Qual? \_\_\_\_\_

14) Se você recebe ajuda de alguém para estudar ou fazer tarefas e trabalhos de matemática, assinale quem te ajuda:

- ( ) Somente pai ( ) Outras pessoas da família (ex. tio, primo)  
 ( ) Somente a mãe ( ) É ajudado por outros (ex. colegas, vizinhos, amigos)  
 ( ) Somente irmãos ( ) Ninguém me ajuda  
 ( ) Tanto o pai como a mãe ( ) É ajudado por todas as pessoas da casa.

15)Quais os dias da semana você estuda matemática:

- Estudo apenas um dia na semana       Estudo todos os dias, menos no final de semana  
 Estudo entre dois e cinco dias por semana  
 Não estudo nenhum dia na semana

15) Se alguém perguntasse para você “quando você estuda matemática”, qual das respostas abaixo você daria? Escolha apenas uma delas.

- Sempre estudo matemática       Estudo matemática só no final do ano  
 estudo somente na véspera da prova       Nunca estudo matemática

16)Se você estuda matemática, quantas horas por dia você usa para esse estudo?

- Nunca estudo matemática       Estudo entre 1 e 2 horas  
 Estudo menos de 1 hora       Estudo mais de duas horas  
 Estudo 1 hora certinho

17)Você consegue entender os problemas matemáticos dados em aula?

- Sim, eu sempre entendo os problemas dados em aula.  
 Não, nunca entendo os problemas dados em aula.  
 Quase sempre entendo os problemas dados em aula  
 Quase nunca entendo os problemas dados em aula

18)As explicações do professor de matemática são suficientes para você entender o que está sendo explicado?

- Sim, eu sempre entendo as explicações do professor  
 Não, eu nunca entendo as explicações do professor  
 Na maioria das vezes eu entendo as explicações do professor  
 Poucas vezes eu entendo as explicações do professor

19)Você se distrai facilmente nas aulas de matemática?

- Não, sempre presto atenção nas aulas de matemática  
 Sim, eu não consigo prestar atenção nas aulas de matemática  
 Na maioria das vezes eu me distraio nas aulas de matemática  
 Na maioria das vezes eu presto atenção nas aulas de matemática

20)Suas notas de matemática geralmente são:

- acima da nota da maioria da classe  
 igual a nota da maioria da classe  
 Menor que a nota da maioria da classe

21)Assinale abaixo a matéria que você mais gosta. Assinale apenas uma alternativa:

- Todas as matérias       Não lembro  
 Português       Matemática  
 Biologia/Ciências       Geografia  
 História       Inglês  
 Arte       Física  
 Química       Filosofia

( ) Sociologia ( ) Outra. Qual? \_\_\_\_\_

22) Assinale abaixo a matéria que você menos gosta. Assinale apenas uma alternativa:

( ) Todas as matérias ( ) Não lembro  
 ( ) Português ( ) Matemática  
 ( ) Biologia/Ciências ( ) Geografia  
 ( ) História ( ) Inglês  
 ( ) Arte ( ) Física  
 ( ) Química ( ) Filosofia  
 ( ) Sociologia ( ) Outra. Qual? \_\_\_\_\_

23) Se você pudesse tirar uma matéria da escola, qual você escolheria?

( ) Todas as matérias ( ) Não lembro  
 ( ) Português ( ) Matemática  
 ( ) Biologia/Ciências ( ) Geografia  
 ( ) História ( ) Inglês  
 ( ) Arte ( ) Física  
 ( ) Química ( ) Filosofia  
 ( ) Sociologia ( ) Outra. Qual? \_\_\_\_\_

24) Dentre os conteúdos de matemática que você já estudou qual você mais gostou? Por quê?

25) Dentre os conteúdos de matemática que você já estudou qual você menos gostou? Por quê?

### 3. Testes da série XIX de Krutetskii

#### Logic Test

- 1) An ancient problem: A 20-kopek coin weighs twice as much as a 10-kopek coin; there is twice as much silver in it, and it is worth twice as much. Which is worth more: 1 kg of 10-kopek pieces or 1/2 kg of 20-kopek pieces?
- 2) A large pond is becoming overgrown with vegetation. Every day the overgrown area has doubled. On the 8th day it has covered half the pond. On what day will it cover the pond completely?
- 3) In a box there are 16 beads: black, white, and red ones. There are 7 times fewer red beads than white ones. How many black beads are in the box? (Prove that this is the only possibility.)
- 4) Apples are packed in 500 crates. It is known that a crate cannot hold more than 240 apples. Prove that at least 3 crates contain an identical number of apples.
- 5) Forty fish were caught from a pond with a net; each one was marked and thrown back into the pond. On another day 60 fish were netted from the pond, and there were 4 marked ones among them. How can we estimate approximately the number of fish in the pond?
- 6) There are containers of 7- and 11-liter capacity. How can 13 liters be measured with them?
- 7) Three friends visit the library on different days: the first once in 3 days, the second once in 4 days, and the third once in 5 days. The last time they were at the library together was on a Tuesday. In how many days will they again be at the library together, and what day of the week will it be?
- 8) If we write the word aziat (Asian) in a code, we write bikbu (btjbo). How do we write the word evropeets (European) in the code?
- 9) Of 9 bearings that are completely alike in external appearance, one is defective. It is somewhat lighter than the others. Find it with no more than 2 weighings on an ordinary two-tray scale, without weights.

10) Twenty identical motor vehicles are parked along a circular road. The total amount of gas in all of the vehicles is enough for only one of them to travel the whole circular road. Prove that at least one of these vehicles could travel the entire road, taking on gas along the way from the other 10 vehicles.

11) An ancient problem: Twelve persons were traveling and brought a dozen loaves of bread. Each man brought 2 loaves, each woman brought half a loaf, and each child a quarter of a loaf. How many men, women, and children were traveling?

12) Five chess players took part in a tournament. Find the results of all the games if it is known that each person played one game with every other person and everyone earned a different number of points, with:

- (a) the person in first place having no draws;
- (b) the person in second place losing no games;
- (c) the person in fourth place winning no games.

Note: In chess tournaments 1 point is received for a game won, 0 points for a game lost. In case of a draw, each person gets 1/2 point.

### III - Tradução dos problemas da série XIX - B de Krutetskii

#### Teste de Lógica

1) Um problema antigo: uma moeda de 20-kopek pesa o dobro de uma moeda de 10-kopek. Ela contém o dobro da quantidade de prata e vale o dobro. Qual vale mais: 1kg de moedas de 10-kopek ou 1/2 kg de moedas de 20-kopek?

**2) Um lago extenso está sendo coberto por uma vegetação. Todo dia, a extensão da área encoberta dobra de tamanho. No oitavo dia, metade do lago se encontra encoberto pela vegetação. Em que dia o lago estará totalmente encoberto?**

**3) Uma caixa contém 16 bolinhas: pretas, brancas e vermelhas. O número de bolinhas vermelhas é 7 vezes menor que o de bolinhas brancas. Quantas bolinhas pretas existem na caixa?**

(Demonstre que esta é a única possibilidade.)

4) Embalam-se maçãs em 500 caixotes. Cada caixote comporta 240 maçãs. Demonstre que pelo menos 3 caixotes contêm um número idêntico de maçãs.

**5) Quarenta peixes foram apanhados em um lago com uma rede; cada peixe recebeu uma marca de identificação e todos foram devolvidos ao lago. Num outro dia, 60 peixes foram apanhados do mesmo lago com uma rede. Entre eles, havia 4 com a marca de identificação. Como pode-se estimar aproximadamente o número de peixes no lago?**

6) Existem recipientes de 7 e 11 litros de capacidade. Como pode-se medir 13 litros com estes recipientes?

**7) Três amigos vão à biblioteca em dias diferentes: o primeiro vai uma vez a cada 3 dias, o segundo vai uma vez a cada 4 dias, e o terceiro vai uma vez a cada 5 dias. A última vez que eles estavam na biblioteca juntos foi numa terça-feira. Em quantos dias eles estarão juntos na biblioteca novamente e que dia da semana vai ser?**

8) Se escrevermos a palavra xadrez em um código, escrevemos zbesfa. Como escrevemos a palavra sonhar neste código?

**9) De nove objetos que são completamente idênticos externamente, um é defeituoso. Ele é um pouco mais leve do que os outros. Descubra qual, usando até duas pesagens numa balança de dois pratos, sem utilizar pesos.**

10) Vinte automóveis idênticos estão estacionados ao longo de uma via circular. A quantidade total de gasolina em todos os automóveis só é suficiente para apenas um veículo completar o trajeto da via circular. Demonstre que pelo menos um automóvel pode completar o trajeto, tomando a gasolina dos outros 19 veículos ao longo do caminho.

**11) Um problema antigo: doze pessoas foram viajar e levavam uma dúzia de pães. Cada homem levava 2 pães, cada mulher metade de um pão, e cada criança, um quarto de pão. Quantos homens, mulheres e crianças foram viajar?**

12) Cinco jogadores de xadrez participaram de um torneio. Encontre os resultados de todos os jogos sabendo-se que cada pessoa jogou um jogo com cada pessoa envolvida no torneio e que cada pessoa ganhou um número de pontos diferentes com:

- (a) o primeiro lugar não teve nenhum empate;
- (b) o segundo lugar não perdeu nenhuma partida;
- (c) o quarto lugar não ganhou nenhuma partida.

Observação: em torneios de xadrez, recebe-se 1 ponto por partida ganha, 0 ponto por partida perdida.

Em caso de empate, cada pessoa ganha  $1/2$  ponto.

## APÊNDICE

Neste apêndice foram deixados dados referentes a pesquisa social que não acrescentaram argumentos cabíveis ao escopo do trabalho.

Tabela 20. Distribuição dos sujeitos de acordo com a profissão dos pais.

Profissão do pai	Frequência	Porcentagem
Autônomo	20	20,4%
Outros	14	14,3%
Pedreiro/construtor	12	12,2%
Trabalhador rural	10	10,2%
Motorista	10	10,2%
Funcionário público	13	13,2%
Comerciante	9	9,2%
Aposentado	4	4,1%
Não sabe	6	6,1%
Total	98	100%

Fonte: O autor, 2020

Tabela 21. Distribuição dos sujeitos de acordo com a profissão das mães.

Profissão das mães	Frequência	Porcentagem
Dona de casa	24	24,3%
Autônoma	13	13%
Diarista	12	12,2%
Funcionária pública	16	16,2%
Comerciante/Empresária	8	8%
Vendedora	7	7%
Outros	19	19,3%
Total	98	100%

Fonte: O autor, 2020

Tabela 22. Distribuição dos conteúdos de matemática que os sujeitos mais gostam.

Conteúdos que mais gostam	Frequência	Porcentagem
Equação do segundo grau (Bhaskara)	30	30,7%
Trigonometria	9	9,2%
Matemática Financeira	10	10,1%
Potenciação e radiciação	7	7,1%
Razão e proporção	8	8,2%
Outras	14	14,2%
Nenhuma	20	20,4%
Total	98	100%

Fonte: O autor, 2020

Tabela 23. Distribuição dos conteúdos de matemática que os sujeitos menos gostam.

Conteúdos que menos gostam	Frequência	Porcentagem
Trigonometria	30	30,7%
Potenciação e radiciação	12	12,2%
Equações	6	6,1%
Geometria	6	6,1%
Razão e proporção	7	7,1%
Todas	10	10,2%
Outras	12	12,2%
Nenhuma	15	17,4%
Total	98	100%

Fonte: O autor, 2020

Quais dias da semana você estuda matemática?

98 respostas



Gráfico 28. Distribuição da quantidade de dias que os sujeitos estudam matemática.

Fonte: O autor, 2020

Se você estuda matemática, quantas horas por dia você usa para esse estudo?

98 respostas

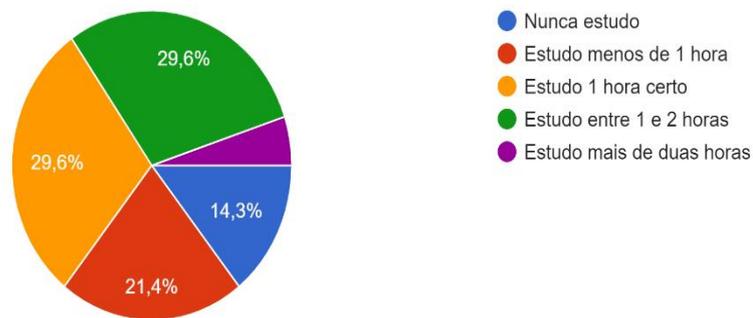


Gráfico 29: Quantas horas por dia estuda Matemática

Fonte: O autor, 2020

Suas notas de matemática geralmente são:

98 respostas

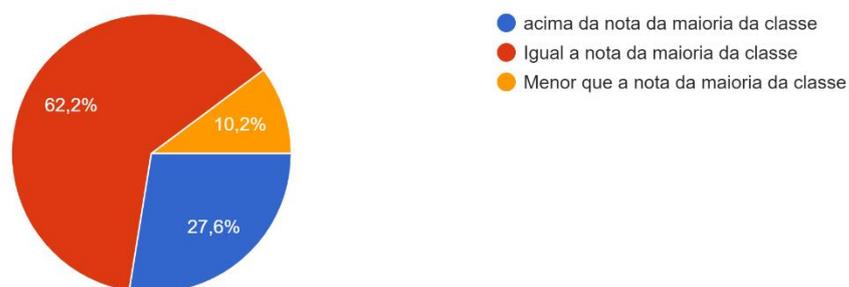


Gráfico 30. Distribuição dos sujeitos em relação a nota.

Fonte: O autor, 2020