UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

ANA PAULA WILLMS CAPRA

LABORATÓRIO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: TAREFAS POTENCIALIZADORAS COMO CENÁRIOS DE INVESTIGAÇÃO NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS

PATO BRANCO
2020

ANA PAULA WILLMS CAPRA

LABORATÓRIO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: TAREFAS POTENCIALIZADORAS COMO CENÁRIOS DE INVESTIGAÇÃO NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Tecnológica Federal do Paraná como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientadora: Profª Dra. Janecler Aparecida A. Colombo.

PATO BRANCO

2020

C251l Capra, Ana Paula Willms.
Laboratório de ensino e aprendizagem de matemática: tarefas potencializadoras como cenários de investigação na formação continuada de professores dos anos iniciais / Ana Paula Willms Capra -- 2020.
227 f.: il.

Orientadora: Profa. Dra. Janecler Aparecida A. Colombo
Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Pato Branco, PR, 2020.
Inclui bibliografia

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Professores de matemática. 3. Professores de ensino fundamental – Formação. I. Colombo, Janecler Aparecida A., orient. II. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. III. Título.

CDD (22. ed.) 510

Ficha Catalográfica elaborada por
Maria Juçara Vieira da Silveira CRB9/1359
Biblioteca da UTFPR Campus Pato Branco

Título da Dissertação Nº 42

" LABORATÓRIO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: TAREFAS POTENCIALIZADORAS COMO CENÁRIOS DE INVESTIGAÇÃO NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS"

por

ANA PAULA WILLMS CAPRA

Esta dissertação foi apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Matemática, sob a orientação da Profª Drª Janecler Aparecida Amorin Colombo pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR - Câmpus Pato Branco, às 14h00m do dia 15 de setembro de 2020. O trabalho foi aprovado pela Banca Examinadora, composta pelos doutores:

Profª. Janecler Aparecida Amorin Colombo, Drª
(Orientadora – UTFPR/Pato Branco)

Prof. Moises Aparecido do Nascimento, Dr.
(UTFPR/Pato Branco)

Profª. Sueli Fanizzi, Drª
(UFMT/Cuiabá)

Prof. Adilson da Silveira, Dr.
(Coordenador do PROFMAT/UTFPR)

"A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do PROFMAT/UTFPR"

Dedico este trabalho ao meu saudoso pai, Eloi Odir Willms, meu exemplo de força e esperança.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente à Deus por sua infinita bondade e misericórdia. Por ter me iluminado em todos os momentos, desde o ingresso no Profmat até a conclusão do trabalho.

Ao meu pai Eloi (*in memoriam)* que sem estudos trabalhou incansavelmente na busca de minha formação. Quando eu era criança, me carregava nas costas para passar a roça de manhã cedo para que eu não molhasse meu calçado e alcançasse o ônibus para ir à escola. Quando jovem, me buscava de moto no asfalto, mesmo nas noites frias de inverno. Quando adulta, se realizou com minha formatura na graduação. Seus olhos brilharam com a minha aprovação no ENQ 2019-2 e, mesmo nos seus últimos dias de vida, foi ele quem espalhou essa notícia a todos os familiares e amigos que o visitavam no hospital. Foi a pessoa que mais vibrou com minha vitória. Essa alegria e o seu exemplo de força e esperança foram fundamentais na conclusão desse trabalho.

À minha mãe, pelo exemplo de fé e honestidade. Por ter sido sempre a minha melhor amiga e meu maior apoio. A cada prova/teste/exame, uma oração sua subia ao céu.

Ao meu esposo Geordano, por seu companheirismo, amor e paciência durante todo esse tempo de pesquisa. Por ter sido sempre a minha paz e meu apoio nos momentos difíceis.

À minha querida orientadora Janecler, que é meu maior exemplo profissional no qual me espelho muito. Sempre acreditou em mim e no meu trabalho. Me aconselhou e me apoiou em todos os momentos com o maior carinho.

Aos professores da banca, Sueli Fanizzi, Moisés Aparecido do Nascimento e Adilson da Silveira, por olhar para a minha pesquisa com tanto zelo e empatia. Agradeço por cada conselho e conhecimento compartilhados. Admiro e guardo a lembrança de cada um de vocês com muito carinho.

Aos demais professores, desde a educação básica até o Profmat, pelos conhecimentos e experiências compartilhadas comigo, os quais serviram de base para a construção da minha figura como professora e pesquisadora. Em especial, ao Ademir Basso, meu professor do Ensino Médio, por todo seu apoio e incentivo na minha escolha pela docência, a qual teve como referência seu entusiasmo e paixão pela matemática (*the besto f scienc* – como ele sempre chamou).

Aos meus amados estudantes, os quais tive a oportunidade de conhecer e contribuir um pouquinho na sua formação. Vocês são a minha principal fonte de inspiração. Vocês podem tudo, podem transformar o mundo.

Às professoras participantes dessa pesquisa, hoje também minhas amigas, algumas ainda colegas de trabalho. Sou grata a vocês por compartilharem comigo seus saberes e suas experiências.

Ao professor Luiz Felipe Zitkoski por ter sido meu braço direito no desenvolvimento da oficina. Agradeço seu carinho e disposição em me ajudar.

Aos meus colegas da turma de 2018 do Profmat, os quais dividiram momentos comigo de estudos, dificuldades e alegrias. Fiz amizades valiosas.

Ao Ministério da Educação por desenvolver programas como o Profmat que busca melhoras na educação e que valoriza e aperfeiçoa o trabalho do professor de matemática que atua na Educação Básica.

Por fim, agradeço a todos que de alguma forma contribuíram para o desenvolvimento desse trabalho, seja com palavras, orações, pensamentos ou ensinamentos.

RESUMO

CAPRA, Ana Paula Willms. LABORATÓRIO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: TAREFAS POTENCIALIZADORAS COMO CENÁRIOS DE INVESTIGAÇÃO NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS. 228 f. Dissertação – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR. Pato Branco, 2020.

Esta pesquisa apresenta uma análise das Tarefas Potencializadoras (TP) no ensino e aprendizagem de matemática, elaboradas e desenvolvidas no contexto do Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAM), como uma proposta de formação continuada para professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Cada uma das tarefas foi planejada com o objetivo de constituir um cenário de investigação e um ambiente de aprendizagem, segundo Skovsmose (2000). Nesse sentido, essa pesquisa busca avaliar o potencial investigativo de cada TP, verificando se, após a aplicação, cada tarefa realmente assim se configura e pode então compor um LEAM. O objeto matemático investigado nesse estudo é fração, especificamente seus significados (parte-todo, medida, quociente, número, operador). De caráter qualitativo e do tipo pesquisa-ação, os dados dessa pesquisa foram coletados durante a aplicação dessas tarefas no formato de uma oficina pedagógica com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (1º ao 5º ano) de escolas públicas e privadas do município de Pato Branco/PR. Esses dados foram obtidos a partir de questionários, gravações de áudio, anotações no diário de campo da pesquisadora e demais registros realizados pelas participantes. A análise dos dados foi realizada por meio do método da Análise de Conteúdo proposto por Bardin (2016), o que resultou na classificação dessas tarefas em duas categorias: Categoria 1, TP de maior potencial investigativo, composta por tarefas que provocaram maiores investigações e envolvimento das participantes nas discussões; Categoria 2, TP de menor potencial investigativo, assim classificadas as tarefas que geraram investigações com menor intensidade. A análise revelou que as TP impactaram na formação continuada dessas professoras que ensinam matemática nos Anos Iniciais, contribuindo para a construção do conhecimento matemático por elas explorado em sala de aula. Essa pesquisa resultou em dezenove tarefas que poderão ser aprimoradas e/ou aplicadas na educação básica, seja em turmas do Ensino Fundamental seja em cursos de formação continuada de professores, além de estimular a implantação do LEAM nas escolas em que atuam as professoras envolvidas na pesquisa.

Palavras-chave: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática. Tarefas Potencializadoras. Cenários de investigação. Formação continuada de professores. Anos Iniciais.

ABSTRACT

CAPRA, Ana Paula Willms. LABORATORY OF TEACHING AND LEARNING MATHEMATICS: POTENTIALIZING TASKS AS RESEARCH SCENARIOS IN CONTINUING TRAINING OF TEACHERS FROM THE EARLY YEARS. 228 f. Dissertação – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR. Pato Branco, 2020.

This research presents an analysis of the Potentializing Tasks (PT) inside Mathematics teaching and learning, elaborated and developed within the Mathematics Teaching and Learning Laboratory (MTLL), as a proposal for continuing education for teachers of the Early Years of Elementary Education. Each of the tasks was planned aiming to create a research scenario and a learning environment, according to Skovsmose (2000). In this context, this research seeks to evaluate the investigative potential of each PT, verifying whether, after application, each task can be, in fact, characterized as so hence compose a MTLL. The mathematical object targeted in this study is a fraction, specifically its meanings (part-whole, measure, quotient, number, operator). The data for this research had a qualitative and research-action feature, and were collected during the application of these tasks as pedagogical workshops, with teachers from the Early Years of Elementary Education (1st to 5th year) from public and private schools in the municipality of Pato Branco/PR. These data were obtained from questionnaires, audio recordings, notes in the researcher's field diary and other records made by the participants. Data analysis was performed using the Content Analysis method proposed by Bardin (2016), which resulted in the classification of these tasks into two categories: Category 1, PT with greater investigative potential, composed of those tasks that provoked greater investigations and involvement of the participants in the discussions; Category 2, PT with less investigative potential, thus classifying the tasks that generated investigations with less intensity. The analysis revealed that PT impacted on the continuous education of these teachers who teach Mathematics in the Early Years, contributing to the construction of the Mathematical knowledge they explored in the classroom. This research resulted in nineteen tasks that could be improved and / or applied in basic education, either in elementary school classes or in continuous education courses for teachers, in addition to stimulating the implementation of MTLL in the schools where the teachers involved in the research work.

Keywords: Empowering tasks. Mathematics Teaching and Learning Laboratory. Research scenarios. Continuous teacher education. Early Years.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SIGLAS

BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CEP	Comitê de Ética em Pesquisa
EMC	Educação Matemática Crítica
LDB	Lei de Diretrizes e Bases
LAMAT	Laboratório de Matemática
LEAM	Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
MEC	Ministério de Educação e Cultura
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNE	Plano Nacional de Educação
PNLD	Plano Nacional do Livro Didático
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
TP	Tarefas Potencializadoras do ensino e aprendizagem de Matemática

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A experimentação é um processo de interligação entre a ação humana e a busca pela construção do conhecimento. Nesse sentido, um ambiente rico de possibilidades para o desenvolvimento desse processo é o escolar. Esse espaço dispõe de investigadores (estudantes e professores), ferramentas didáticas (livros, jogos, materiais manipuláveis, problemas interessantes, vídeos, música, textos) e a construção de saberes de tal forma que tenham significado ou que façam sentido para o estudante. Esse contexto de experimentação no ambiente escolar se caracteriza geralmente como um laboratório, nesse caso, um Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática, o LEAM.

O LEAM é compreendido como um ambiente, espaço ou momento suprido de investigações, discussões, reflexões e construções de conhecimentos acerca de um ou mais objetos matemáticos (conceitos) e por meio de ferramentas didáticas, sejam elas um material manipulável, um jogo matemático, um problema, o trecho de um filme ou de uma música etc. Todavia, a exploração de uma ferramenta precisa fomentar investigação e a participação colaborativa entre os envolvidos, seja professor e estudante seja professor-pesquisador e professor na construção desse conhecimento, enriquecendo o ensino e a aprendizagem de matemática. Esse espaço pode ser fixo (uma sala, um armário ou um canto da sala de aula) ou não, ocorrendo de forma itinerante (perpassando os diversos ambientes da escola, como por meio de uma caixa de papelão) ou até mesmo virtual.

Visto que muito mais que a disponibilidade das ferramentas didáticas e do ambiente, sejam físicos ou não, é a ação pedagógica que desenvolvemos sobre e por meio deles. Entende-se por ambiente itinerante o espaço que se desloca/transita por diferentes lugares e abrange diversas pessoas, podendo acontecer de forma virtual ou real. Nesse sentido, se constituem as Tarefas Potencializadoras, as TP, que são desenvolvidas no contexto do laboratório de ensino e aprendizagem e buscam envolver o ambiente, os investigadores e as ferramentas didáticas, relacionando-os mutuamente, na construção do conhecimento. Esse tipo de tarefa objetiva provocar o desenvolvimento da atividade por parte do sujeito que aprende, isto é, sua participação ativa nesse processo. Para isso, essas tarefas podem envolver diversos conceitos e explorar relações entre eles, construindo, assim, significados de forma que os conceitos investigados façam sentido para os envolvidos.

Diante desse contexto investigativo e de diversas pesquisas evidenciando grande preocupação com o ensino e aprendizagem de matemática, ganha destaque a Educação Matemática Crítica, definida principalmente por Ole Skovsmose (2000). Essa teoria não é caracterizada como uma metodologia de ensino, mas como um conjunto de preocupações emergentes da educação matemática. Nela, definem-se os cenários para investigação e os tipos de ambientes de aprendizagem. Assumindo esses conceitos, elaboramos as Tarefas Potencializadoras de ensino e aprendizagem de Matemática, as TP, no contexto do Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática, o LEAM.

Os participantes dessa pesquisa foram treze professoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (1º ao 5º ano) das redes pública e privada do município de Pato Branco/PR. Cinco delas atuavam em uma mesma escola privada que a pesquisadora. Inicialmente, pensou-se em desenvolver a pesquisa de forma restrita para essas participantes, visto que sempre mostraram interesse em buscar maneiras de proporcionar um ensino de matemática de qualidade (seja por conceitos matematicamente corretos, seja pela exploração de materiais manipuláveis ou jogos interessantes), por meio do contato com a pesquisadora. Entretanto, por conta da preocupação com o ensino de matemática nas demais escolas do município (municipais e privadas), ampliou-se para dez, o número de vagas para a oficina. Porém, devido à procura, disponibilizou-se mais três vagas, totalizando treze participantes.

A opção por envolver professores dos Anos Iniciais se justifica porque, além da ludicidade ser importante principalmente nessa fase escolar da criança, os professores são polivalentes e por isso ensinam diversas disciplinas, entre elas a matemática. Mesmo que inicial, são construídos e definidos os conceitos matemáticos primários, os quais formarão a base do conhecimento para as fases subsequentes. Por exemplo, defasagens na aprendizagem da adição, poderão resultar em dificuldades com a conceituação da multiplicação e, por consequência, da divisão, potenciação e radiciação.

Além disso, os professores polivalentes têm, na maioria das vezes, formação inicial em nível de magistério e graduação em Pedagogia, ou apenas essa última. Isso pode fazer com que eles não tenham momentos, na formação, destinados à investigação e reflexão sobre os conceitos matemáticos ensinados em sala de aula. A insuficiente formação matemática no currículo do professor dos Anos Iniciais pode levá-lo a aprender na prática, reproduzindo a metodologia de ensino pela qual foi formado, apoiando-se, em grande parte ou até mesmo de forma total, no material didático utilizado na escola, mesmo que esse apresente inconsistências.

Dessa forma, nos preocupamos com a formação matemática desses docentes e buscamos, por meio dessa pesquisa, oportunizar momentos de reflexão e investigação para a melhoria de suas práticas pedagógicas no ensino de matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Escolheu-se, então, como conteúdo matemático as frações, visto que se trata de um conceito com diversas pesquisas que apontam preocupações com seu ensino e aprendizagem, conforme afirmam Bertoni (2004), Bertoni (2009), Landim e Morais (2019), Pinto e Ribeiro (2013). Para ratificar essa escolha, foi realizado um levantamento com alguns professores dos Anos Iniciais que atuam na mesma escola que a pesquisadora, ainda durante a fase de escrita do projeto, sobre qual conteúdo matemático tinham maior dificuldade para ensinar. O conceito de fração foi o mais apontado, seguido de operações básicas e de porcentagem.

Nessa perspectiva, as TP foram pensadas para a construção dos significados de fração (parte-todo, medida, quociente, razão, número, operador) no contexto do LEAM. Durante a elaboração das tarefas, atentou-se para o anseio das participantes da pesquisa nas futuras aplicações das tarefas em suas turmas, bem como a superação das aversões por elas relatadas quanto ao ensino de frações.

Desse modo, a pesquisa busca responder ao seguinte problema: quais as potencialidades investigativas e matemáticas de tarefas, desenvolvidas no contexto do LEAM para a construção dos significados da fração e quais os impactos gerados por essas investigações na formação matemática das professoras envolvidas na pesquisa e que ensinam matemática nos Anos Iniciais? Para responder à essa pergunta, buscamos avaliar o potencial investigativo de cada TP, verificando se, após a aplicação, cada tarefa realmente assim se configura e pode então compor um LEAM. Para isso, examinou-se cada TP, analisando se ela constituía um cenário de investigação de maior ou menor potencial investigativo, classificando-a também como um dos tipos de ambiente de aprendizagem, apontados por Skovsmose (2000). Ademais, analisaremos se e como as investigações fomentadas por meio das tarefas impactaram na formação dos professores participantes.

Além do mais, intentou-se para a construção colaborativa entre as participantes da pesquisa de um LEAM inicial e itinerante, criado nessa pesquisa, a partir das tarefas desenvolvidas. As ferramentas didáticas exploradas nas TP foram guardadas pelas participantes em sua caixa de papelão decorada. A maioria dessas ferramentas foram *a priori* construídas e/ou organizadas pela pesquisadora com o objetivo de otimizar o tempo do encontro, sendo exploradas, discutidas e avaliadas em conjunto com as participantes durante a oficina. O LEAM construído inicialmente buscou estimular cada participante a melhorá-lo, aplicando-o em suas escolas, seja individual ou coletivamente. A construção e utilização do LEAM pode aperfeiçoar o conhecimento matemático do professor envolvido e, como consequência, melhorar sua prática pedagógica no ensino de diversos conceitos matemáticos além da fração.

De abordagem qualitativa e do tipo pesquisa-ação, a pesquisa teve como produto educacional final uma lista de dezenove tarefas que podem ser utilizadas em sala de aula ou em cursos de formação continuada de professores. Essas tarefas podem ser adaptadas de acordo com a realidade da escola ou dos participantes, desde que elas não percam o seu caráter essencial, isto é, a sua capacidade de exploração e investigação, seja de conceitos matemáticos e suas relações, seja de habilidades cognitivas.

Por se tratar de pesquisa-ação envolvendo seres humanos, a pesquisa foi submetida ao Comitê de Ética em Pesquisa (CEP), sendo realizada a fase de pesquisa de campo somente após sua aprovação. Os dados foram coletados pela pesquisadora a partir do desenvolvimento das TP, por meio de questionários, fotos, vídeos, mapas conceituais e demais registros realizados pelas participantes da pesquisa. A metodologia de análise das informações utilizada foi a “Análise de Conteúdo”, proposta por Bardin (2016), a partir da qual obteve-se os resultados.

Esta dissertação apresenta, portanto, o desenvolvimento da pesquisa e, além desta introdução, que constitui o capítulo 1, está organizada em outros cinco capítulos. O capítulo 2 - *O Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática – LEAM como um cenário de investigação e construção do conhecimento matemático* - apresenta as concepções de LEAM e TP como cenários de investigação e ambientes de aprendizagem dentro da filosofia da Educação Matemática Crítica, de Ole Skovsmose (2000).

O capítulo 3 - *A formação continuada de professores e o ensino de frações nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental* - apresenta elementos teóricos que embasam o contexto da formação de professores dessa fase escolar, indicando preocupações quanto ao ensino de matemática, especificamente sobre o objeto matemático fração e seus significados. Ainda nesse capítulo, é traçado um panorama das pesquisas brasileiras voltadas para o laboratório de matemática e a formação continuada dos professores dos Anos Iniciais, considerando três bancos de dados: Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat), Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD).

O capítulo 4 - *Delineamento metodológico da pesquisa* - aponta a caracterização da pesquisa, os aspectos éticos, os instrumentos de coleta de dados e os participantes. Por fim, ainda nesse capítulo, *o Desenvolvimento das TP no contexto do LEAM – a oficina* - apresenta a descrição da oficina e das tarefas desenvolvidas.

No capítulo 5 está fundamentada a metodologia de análise utilizada na pesquisa, a Análise de Conteúdo, segundo as concepções de Bardin (2016). Na sequência, em *Análise das TP como cenários para a investigação* apresenta-se os dados coletados em cada tarefa e sua respectiva análise, submergindo duas categorias: Categoria 1 (TP de maior potencial investigativo) e Categoria 2 (TP de menor potencial investigativo). Por fim, analisa-se o impacto do desenvolvimento das TP na formação das professoras participantes.

As conclusões da pesquisa são apontadas no capítulo posterior, o capítulo 6. Nele também estão indicadas sugestões para trabalhos futuros, como o aprimoramento dessas ou criação de novas tarefas potencializadoras no contexto do LEAM.

2 O LABORATÓRIO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA – LEAM COMO UM CENÁRIO DE INVESTIGAÇÃO E CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO

Este capítulo apresenta, inicialmente, a concepção teórica do LEAM como um espaço de investigação e construção do conhecimento matemático por meio de tarefas potencializadoras. Em seguida, relata a filosofia da Educação Matemática Crítica, de Ole Skovsmose (2000), a qual fundamenta as tarefas desenvolvidas no contexto do LEAM como cenários para investigação.

2.1 A CONCEPÇÃO DE LABORATÓRIO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

A experimentação faz parte do processo evolutivo do homem. Desde o surgimento do método científico, definido por Cruz (2007) como “um sistema de procedimentos que permite provar e comprovar os resultados de um experimento científico”, o conhecimento gerado trouxe melhorias na vida das pessoas, principalmente quanto ao surgimento e uso de tecnologias. Sendo assim, a teoria e a prática podem estar fortemente interligadas. Ainda de acordo com Cruz (2007), o desenvolvimento teórico tem também um importante papel no desenvolvimento científico e, em vista disso, o laboratório surge para unir a teoria à prática, constituindo um elo entre o “abstrato das ideias e o concreto da realidade física” (CRUZ, 2007, p.23).

Todas as pessoas são capazes de perceber o quão é importante a união entre a teoria e a prática, a fim de alcançar o desenvolvimento de habilidades e competências dos sujeitos aprendizes (LUCENA, 2017, p. 9). Um bom médico-cirurgião, depois de ler diversos livros sobre a anatomia humana, já realizou muitas cirurgias. O mesmo ocorre com um bom motorista que não aprendeu a dirigir apenas na teoria, mas também atrás de um volante. O que reforça a interessante interligação entre a teoria e a prática.

Todavia, existem conhecimentos práticos que surgiram independentemente de teorias, como a construção das pirâmides do Egito pode ser um exemplo disso, uma vez que antecedeu a sistematização do conhecimento geométrico. Também há teorias desenvolvidas a partir de outras teorias, não dependendo diretamente da prática para serem elaboradas, isto é, um conhecimento abstrato. Isso acontece muito com os conceitos matemáticos, principalmente em suas generalizações. No entanto, a interligação entre a teoria e prática busca a construção de significados para os conceitos matemáticos, de tal forma que eles, posteriormente, possam ser definidos ou generalizados de forma abstrata com maior facilidade.

Um espaço interessante para desenvolver a interligação entre a teoria e prática e a construção do conhecimento é o ambiente escolar. Ao longo dos anos, com o desenvolvimento da ciência, o uso do laboratório se tornou um ambiente propício à experimentação, tornando-se assim, uma possível metodologia de ensino. No contexto do laboratório, pode-se explorar observações, levantamento e testagem de hipóteses de experiências que podem desenvolver diferentes habilidades. As escolas foram equipadas inicialmente com laboratórios de Ciências (Biologia, Química, Física) e posteriormente, em consequência dos avanços tecnológicos, com laboratórios de Informática, mas o mesmo não aconteceu com o laboratório de Matemática. Pergunta-se então: A Matemática, diferentemente das outras ciências, como Biologia, Química e Física, por exemplo, limita-se apenas ao uso do quadro e resolução de exercícios ou cabe a ela também um espaço de investigação e construção do conhecimento de forma colaborativa entre professor e estudante?

Vista como uma ciência exata, a Matemática possui caráter hipotético-dedutivo por meio de demonstrações, cálculos, axiomas, teoremas e proposições, entretanto é fundamental considerar o papel heurístico de experimentações na aprendizagem de Matemática (BNCC, 2018, p. 265). A experimentação, dentro de um cenário investigativo, permite não só que definições e propriedades se tornem conhecidas, mas muito mais do que isso, sejam investigadas e descobertas, individual ou coletivamente. Assim, por meio da experimentação, partindo de casos mais simples, é possível se chegar a generalizações e explorar situações mais abstratas.

O espaço que aproxima a Matemática teórica da Matemática prática é o laboratório. Um ambiente propício e indispensável ao contexto escolar. Os materiais que compõem esse espaço permitem o planejamento e execução da aula com maior qualidade, estimulando a curiosidade, criatividade e a participação dos estudantes nas aulas, tornando-os sujeitos ativos na aprendizagem (LUCENA, 2017, p. 9-10). Ainda de acordo com essa autora, o conhecimento matemático decorrente de experiências práticas fundamenta o pensamento abstrato.

> As atividades desenvolvidas no LEM devem permitir aos alunos, além da aprendizagem, a experimentação da genuína construção do pensamento matemático que se dá através do exercício prático, fundamentando o pensamento abstrato, tão característico desta disciplina (LUCENA, 2017, p. 9-10).

A aprendizagem matemática defendida na BNCC (2018) está relacionada à compreensão e à apreensão de significados aos objetos matemáticos. Esses significados resultam das conexões realizadas entre o estudante e demais elementos, possibilitando a discussão e construção desses significados pelos próprios envolvidos. Tais conexões são potencialmente ensejadas em momentos de investigações, chamadas por Skovsmose (2000) como “cenários para investigação” – essa perspectiva será abordada no próximo item desse capítulo.

Como um exemplo de cenário de investigação, destaca-se o laboratório de ensino e aprendizagem, compreendido como um espaço organizado para desenvolver atividades planejadas com objetivos pedagógicos, isto é, explorar situações por meio da investigação, reflexão e experimentação durante o estudo de um determinado conceito buscando a elaboração de hipóteses e/ou soluções para os problemas propostos. Sugere-se assim, o desenvolvimento de tarefas que fomentem questionamentos e explicações sobre os conceitos estudados, por meio de problematizações realizadas pelo professor (SEED, 2013, p.10) para compor esse ambiente. Todavia, para que esses espaços se tornem espaços de aprendizagem, interligando a matemática teórica e a matemática prática, é preciso que o professor conheça o potencial didático-pedagógico dessa ferramenta de ensino (LUCENA 2017, p. 11).

O laboratório, quanto à etimologia da palavra, tem origem do latim *laborare* (latim científico *laboratorium*) e significa “local de trabalho”. O prefixo labor indica um local onde se realiza algo sob o esforço ou trabalho de alguém (SEED, 2013, p.10). Neste sentido, compreende-se o laboratório como um espaço que demanda ações aos envolvidos: ao professor, cabe o planejamento, a organização dos materiais a serem utilizados, a orientação e acompanhamento das construções realizadas pelos estudantes, que por sua vez ficam incumbidos de investigar e construir, de forma participativa, o conceito e seus significados.

Nesta perspectiva, define-se portanto o Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática, o LEAM, segundo as concepções de Lorenzatto (2006), Rêgo e Rêgo (2006), Passos (2006), Turrioni e Perez (2006), Bermudes (2014), Barreto (2014), Oliveira e Kikuchi (2018) e Lucena (2017), chamado por alguns desses autores de LEM (Laboratório de Ensino de Matemática), como um ambiente não necessariamente físico (uma sala específica), mas um espaço de elaboração, reflexão, experimentação, estudo e vivências, munido de tarefas pedagógicas potencializadoras no processo de construção do conhecimento matemático. Esse espaço pode ser um canto de uma sala de aula, um armário, uma página da internet ou de uma rede social ou até mesmo uma caixa de papelão contendo tarefas que podem potencializar o ensino e a aprendizagem de matemática.

> Existem muitas maneiras de se compreender e definir o LEM. As perspectivas em torno do que é esse laboratório podem variar de acordo com as concepções que cada professor carrega consigo acerca do ensino, da educação matemática e do laboratório de ensino de matemática (LUCENA, 2017, p. 11).

No sentido de lugar, Oliveira e Kikuchi (2018) definem o laboratório de matemática como um espaço com ferramentas para a aprendizagem de matemática. Essas ferramentas podem ser materiais estruturados (ábacos, blocos lógicos, geoplanos, material Cuisinaire, material dourado), jogos matemáticos (dominós matemáticos, torre de Hanói, tangram, pentaminó, batalha naval), além de livros didáticos e paradidáticos, filmes, etc. Esse lugar, portanto, não é fixo, mas pode se deslocar por todos os cantos da escola.

Quanto à concepção de jogo, devido a sua multiplicidade de formas, regras, objetivos e demais características, não se tem uma definição formal para esse conceito, conforme observado por Andrade (2017). No entanto, compreende-se intuitivamente como uma atividade voluntária, delimitada por tempo e espaço, seguindo regras consentidas e obrigatórias com determinadas finalidades, acompanhadas de um sentimento de tensão e alegria ao mesmo tempo (HUIZINGA, 2012, p.33).

O LEAM como um lugar/espaço itinerante ou até mesmo virtual significa transitar entre diferentes ambientes a fim de exercer a sua função, facilitando assim o acesso aos professores de matemática ou de áreas afins. De acordo com

Bermudes (2014) o fato de não depender de um local exclusivo amplia a possibilidade do laboratório, visto que o foco deixa de ser o local e passa a ser o desenvolvimento das aulas, isto é, as ações que desenvolvemos nele ou por meio dele. Passos (2006) defende que o laboratório é muito além de um lugar ou processo, mas um espaço para investigações matemáticas.

> A definição adequada para o Laboratório de Ensino de Matemática não pode ficar restrita a lugar ou processo, devendo incluir atitude. Certamente uma de suas propostas é levar os estudantes a pensar por eles mesmos, a questionar, observar padrões – resumindo, desenvolver uma atitude de investigação matemática (PASSOS, 2006, p.91).

Em vista disso, o laboratório pode se fazer presente em qualquer espaço da escola e em qualquer momento da aula, organizando-se na própria sala de aula, de forma itinerante ou virtual. As ações do professor e dos estudantes na utilização do laboratório é que constituirão o LEAM, desencadeando situações de ensino e aprendizagem, seja um LEAM em uma sala estruturada, seja em uma caixa de papelão com materiais recicláveis, seja em tarefas em ambientes virtuais. O LEAM refere-se, portanto, a um "espaço de criação e prática, que permita o errar e o refazer, a criatividade e a reflexão, desenvolvendo atitudes e a criticidade, ideias que poderão posteriormente ser refletidas e replicadas na sala de aula da Matemática da escola básica" (OLIVEIRA; KIKUCHI, 2018, p. 11).

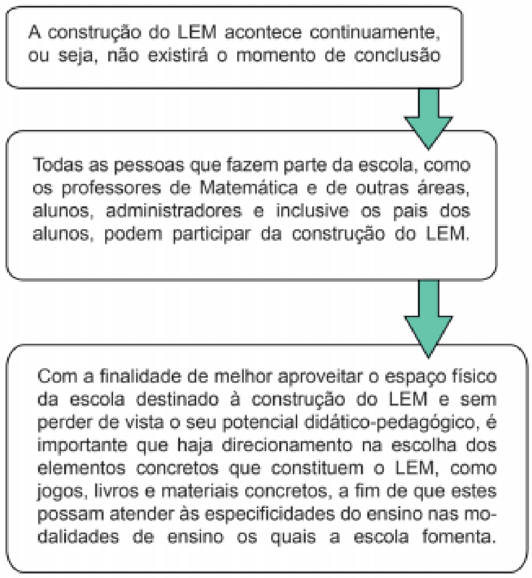
A independência de um lugar físico para o LEAM vai ao encontro da situação econômica atual da maioria das escolas. Seria uma utopia querer que todas as escolas disponibilizassem de salas físicas para o LEAM. Além disso, muitos materiais didáticos são comercializados no mercado com valores elevados. Sendo assim, um LEAM com materiais recicláveis se apresenta como uma alternativa viável, pois pode fazer parte de qualquer escola, considerando que o custo é mínimo e pode ser construído pelos professores e estudantes, aproveitando assim para conhecer a aplicabilidade dos materiais produzidos, além de reutilizar materiais que seriam descartados.

> É certo que, no mercado consumidor, existem muitos materiais didáticos que possuem preço elevado, destinados ao ensino de Matemática. Porém, esse não seria o melhor argumento para inviabilizar a construção do LEM no contexto escolar. Muitos materiais de baixo custo, ou até mesmo destinados à reciclagem, podem ser utilizados por professores e alunos em oficinas de produção de materiais didáticos. Além disso, é um excelente momento para oportunizar a capacidade criativa de cada

> sujeito e a conscientização para a sustentabilidade (LUCENA, 2017, p. 20).

Além do mais, nada resolve ter um LEAM bem estruturado se este ficar de portas fechadas ou restrito a um único professor. O importante é que esse laboratório seja resultado de um trabalho coletivo: estudantes, professores, pais e professores de outras áreas. No entanto, a construção de um LEAM não é algo imediato e pronto. Esse processo está em constante complementação e aprimoramento, fazendo com que o professor sempre esteja refletindo e acrescentando novas tarefas. Logo, essa construção pode ser corroborada por toda a comunidade escolar e, como consequência, acontecer uma rica troca de saberes e experiências.

Figura 1 - Considerações acerca do Laboratório de Matemática



Fonte: LUCENA, 2017, p. 15.

O LEAM, no entanto, não se trata de um simples depósito de materiais, mas sim de um espaço munido de tarefas pedagógicas que propiciam reflexões e ações acerca do ensino e aprendizagem de matemática. Os materiais das tarefas que compõem o LEAM atraem naturalmente a atenção e curiosidade dos estudantes, entretanto todo recurso por si só não é capaz de resultar no objetivo esperado, mas é fundamental a forma como é explorado, ou seja, a tarefa desenvolvida a partir dele, ação essa a ser conduzida pelo professor (BERMUDES, 2014, p. 17).

Ademais, o laboratório também cumpre o papel de abrigar esse material concreto adquirido ou construído por meio das tarefas que o compõe. Esse espaço, seja ele qual for dentro da escola, podendo ser uma sala, um canto da sala ou um armário (LUCENA, 2017, p. 15), servirá, principalmente, para a execução de tarefas, sejam elas de planejamento, construção de materiais ou de ideias, mas também para guardar os materiais investigados, os quais podem ser utilizados em outras tarefas e investigações.

Dessa forma, o objetivo principal da utilização do LEAM é promover a construção mútua de conhecimento entre os envolvidos, oportunizando momentos de estruturação, organização, planejamento. Pode ser utilizado não apenas durante as aulas de matemática, seja durante a abordagem do conteúdo ou para esclarecer dúvidas, mas também para o planejamento das aulas, criar e desenvolver atividades experimentais e assim facilitar, tanto ao estudante quanto ao professor, a prática de questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enriquecendo o ensino e a aprendizagem. (LORENZATTO, 2006. p.7). Para desempenhar esse papel, considerando a importância da ação que é desenvolvida sobre o LEAM, ele se constitui de tarefas pedagógicas compostas por ferramentas, os materiais didáticos, de objetivos de aprendizagem e das ações a serem executadas acerca desses objetivos.

A tarefa, compreendida em seu significado etimológico como todo trabalho realizado de forma intelectual ou manual, remete-se a uma ação, seja ela sobre um objeto ou uma ideia. Decorrente desse conceito entende-se tarefa, no contexto pedagógico, conforme a definição de Ponte *et al*. (1997 *apud* Meneghetti e Redling 2012), como uma situação de aprendizagem proposta pelo professor (problemas, exercícios, investigações) referente a um determinado conceito matemático de forma a possibilitar o início da atividade matemática. Nesse sentido, a atividade é definida por esses autores como a ação do estudante num determinado contexto, ou seja, na execução de certa tarefa. Em outras palavras, a tarefa desencadeia o desenvolvimento da atividade.

Dessa forma, as tarefas assumem uma grande importância na aprendizagem, levando-se em consideração o tipo de atividade que elas podem fomentar (PONTE, 2016, p.9). Ao professor, compete selecionar as tarefas de acordo com os objetivos para cada aula, atentando-se aos estudantes a que se destinam. (PONTE, 2016, p.10).

De naturezas muito diversas, as tarefas no contexto do LEAM podem conter materiais didáticos (jogo, material manipulável, textos, vídeos), situações contextualizadas ou conceitos puramente matemáticos, os quais objetivam explorações e investigações matemáticas. Entende-se por material didático todo material útil para o ensino e a aprendizagem. Lorenzatto (2006) indica alguns materiais que podem compor o LEAM, entre eles estão: livros didáticos e demais livros, artigos, problemas interessantes, jogos, materiais manipuláveis, sólidos, materiais didáticos construídos por estudantes e/ou professores ou industrializados, entre outros materiais diferentes e de fácil acesso. Visto que alguns materiais possibilitam além da atividade visual, também a manipulativa, como é o caso dos sólidos geométricos, ábaco e material dourado, por exemplo.

> Recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. Entretanto, esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização (BNCC, 2018, p. 276).

Dentre as situações que possibilitam a reflexão e investigação, definimos a tarefa didática utilizada no LEAM como Tarefa Potencializadora (TP) de ensino e aprendizagem de Matemática. Esse tipo de tarefa é escolhido após grande reflexão do professor, visto que uma TP precisa ser uma tarefa investigativa, isto é, que apresente um leque de possibilidades para serem exploradas, discutidas e investigadas.

Em vista disso, entendemos que o LEAM precisa conter tarefas diversificadas e que sejam desencadeadoras de aprendizagem, como as TP. Podem envolver vários conceitos matemáticos em um só material e possibilitar que o estudante estabeleça relações entre esses conceitos. Assim sendo, compreendemos a TP como um cenário para investigação, de acordo com o que foi proposto por Ole Skovsmose (2000).

“Quando um material apresenta aplicabilidade para modelar um grande número de ideias matemáticas, ele pode ser considerado um bom material didático”. (PASSOS, 2006, p.87)

Além disso, não se justifica o uso de uma TP nas aulas de Matemática só porque pode tornar a aula atrativa, mais do que isso, pela investigação e construção do conhecimento que aquela tarefa pode gerar, ou seja, a sua potencialidade lúdica e pedagógica. Nesse sentido, tais TP precisam promover aprendizagens significativas que possam envolver o estudante por inteiro, de corpo e mente, integrando o seu pensar, sentir e fazer.

Essa potencialidade não se restringe à manipulação de materiais e jogos como acessórios para facilitar a aquisição de conteúdos formais, o que segundo Silva (2015) está muito distante de se caracterizar como uma “educação lúdica” e que acontece no meio educacional convencional. Apesar da importância da manipulação no desenvolvimento psicomotor nessa fase da criança (Anos Iniciais), deve-se atentar, principalmente para o conhecimento gerado na experimentação.

Desse modo, uma TP não se atém apenas à manipulação de um material físico, visto que pode ser desenvolvida a partir de uma ideia, de uma música, de um problema ou de um artigo, por exemplo. Diante do exposto, apontamos alguns questionamentos que podem auxiliar na reflexão sobre a escolha da tarefa a ser desenvolvida, verificando se esta pode ser classificada como uma TP: qual(is) objeto(s) matemático(s) será(ão) abordado(s) na tarefa? O que poderá ser investigado a partir dessa tarefa? Quais habilidades visa essa tarefa (raciocínio investigativo, memorização, concentração)?

Tanto a escolha quanto a criação de uma TP devem ser feitas após a reflexão do professor, sobre o conteúdo que será explorado, a estratégia da avaliação, e sobre tudo acerca do ensino da Matemática (TURRIONI; PEREZ, 2006, p. 61), sem fazer o uso pelo uso ou a exploração de uma única habilidade, como a memorização por exemplo. O resultado, portanto, dependerá muito da ação do professor, desde a escolha da tarefa até a avaliação. Fiorentini e Miorim (1990) destacam que, neste contexto, o professor precisa refletir sobre a proposta político-pedagógica, o papel histórico da escola, o tipo de estudante que queremos formar e sobre qual matemática acreditamos ser importante.

Uma TP nem sempre estará pronta e à disposição do professor. Quanto aos materiais, nem sempre o mais conveniente será o mais bonito. Mas a aprendizagem pode ocorrer durante a construção desse material, descobrindo os conceitos matemáticos nele envolvidos. Em outros momentos, a resolução de uma situação-problema do contexto do estudante ou um raciocínio mais abstrato será mais importante que o próprio material (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p. 7).

As TP buscam, portanto, além do desenvolvimento matemático do estudante, a sua formação geral quanto ao desenvolvimento de métodos de investigação, estratégias de resolução de problemas, capacidade de fazer estimativas e cálculos mentais, concentração, criatividade, bem como a atividade em grupo. (RÊGO; REGO, 2006, p.43). Sendo assim, durante o desenvolvimento das TP, o estudante participa ativamente das investigações.

Em vista disso, o LEAM refere-se à uma metodologia de ensino de matemática que busca oportunizar o trabalho em equipe, as investigações, descobertas, discussões, conjecturas, incentivando a participação ativa do estudante neste processo, constituindo-se, portanto, de tarefas potencializadoras. Cabe ao professor dos tempos atuais, em que a tecnologia e a informação evoluem e se tornam acessíveis rapidamente, não se limitar mais a ser apenas um transmissor do conhecimento, mas criar condições de aprendizagem e ambientes para investigação. O professor não dará mais as respostas, mas fará as perguntas, as quais devem ser pensadas, planejadas e intencionais (BERMUDES, 2014, p. 17). Diante disso, o LEAM oferece um espaço de reflexão e discussão sobre questões inerentes ao trabalho do professor em sala de aula, os quais se colocam numa posição ativa diante das necessidades de sua sala de aula. (OLIVEIRA; KIKUCHI, 2018, p. 25).

Ademais, o uso do LEAM não se restringe à Educação Básica. Lorenzatto (2006) também ressalta a necessidade do laboratório, denominado pelo autor de LEM (Laboratório de Ensino de Matemática) nos cursos de formação de professores e ainda destaca que é inconcebível um bom curso de formação de professores sem ele. Visto que, muito mais importante do que usar o laboratório, é usá-lo de maneira eficaz.

Logo, a construção e a exploração do LEAM são fundamentais também em cursos de formação inicial, pois como os de formação continuada, buscam aquilo que é essencial: a melhora na qualidade do ensino de Matemática. Oliveira e Kikuchi (2018) concluem em sua pesquisa que o laboratório de matemática tem a potencialidade de gerar reflexões na formação inicial dos professores, refletindo nas suas concepções de prática de ensino, valorizando a criatividade e o desenvolvimento de oficinas e tecnologias educacionais (p. 25).

A partir da utilização do laboratório de matemática, o professor pode ser mais cooperativo para o trabalho em equipe, criativo, autônomo pesquisador de conteúdos matemático e de práticas pedagógicas (LUCENA, 2017, p. 20). A autora ainda defende que essa utilização é “potencializada, como instrumento de ensino-aprendizagem, mediante dois aspectos: a boa formação docente que, consequentemente, subsidiará sua futura prática profissional e a concepção de LEM que o professor traz consigo” (p. 22).

É preciso então que esses professores acreditem na capacidade pedagógica do LEAM e reconheçam a necessidade de a escola possuir o seu, se empenhando na construção dele e considerando as possibilidades da escola (LORENZATTO, 2006. p.9). Além do LEAM ser um facilitador no estudo da matemática, o uso de tarefas do LEAM pode ser um estímulo aos estudantes a construírem sua própria aprendizagem, possibilitando a construção de significados importantes para conceitos normalmente considerados difíceis, como as frações, por exemplo.

Mesmo assim, pesquisas em Educação Matemática apontam alguns obstáculos quanto ao uso de materiais didáticos e, por consequência, também ao uso do laboratório de matemática. Lucena (2017) indica três deles: a falta de laboratórios de matemática na maioria das escolas; o fato de que comunidades escolares e políticas públicas considerem apenas o alto custo para a aquisição de materiais; e a precária formação inicial de professores de matemática quanto ao desenvolvimento de tarefas no laboratório. Em resposta disso, a autora apresenta as respectivas soluções para cada obstáculo. Tais soluções enfatizam que esses obstáculos são insignificantes e que, portanto, é possível construir um laboratório de matemática em qualquer escola: as tarefas do LEAM podem ser desenvolvidas em outros ambientes escolares como na própria sala de aula; a utilização de materiais confeccionados com matéria-prima de baixo custo ou recicláveis, podendo ser adaptados à realidade da escola, do professor e do estudante; a formação continuada como busca de aperfeiçoamento profissional (LUCENA, 2017, p. 36-37).

Por fim, para defender o uso do laboratório de matemática na formação de professores, faremos uso dos cinco pontos indicados por Oliveira e Kikuchi (2018). Esses pontos são julgados pelos autores como de extrema importância a serem considerados pelos docentes no momento de sua formação e, além disso, justificam o uso do laboratório nesses momentos: a possibilidade de conhecer diferentes materiais didáticos verificando suas potencialidades e limitações; a criatividade no planejamento e desenvolvimento das tarefas que podem ser capazes de atingir as mais diferentes necessidades dos estudantes; o trabalho em parceria com demais professores, até mesmo de outras áreas; o planejamento da atividade docente; a capacidade de reconhecer a complexidade envolvida no ensino e aprendizagem da matemática, agindo de forme crítica e reflexiva diante dos desafios (p. 25).

2.2 CARACTERIZAÇÃO DAS TP COMO UM CENÁRIO DE INVESTIGAÇÃO

Na busca por caminhos que melhorem o ensino e a aprendizagem de matemática, destacamos a filosofia da Educação Matemática Crítica (EMC), segundo as concepções de Skovsmose (2000), Skovsmose (2018) e Skovsmose (2007) resenhada por D'Ambrósio (2008). Além de Skovsmose, a EMC surgida na década de 1980, também é estudada por Marilyn Frankenstein e Arthur Powell.

Não definida por Skovsmose (2000) como uma metodologia de ensino ou um campo da educação matemática, a EMC não pode ser constituída por um currículo específico. A EMC refere-se então a um conjunto de preocupações emergentes e críticas da educação matemática.

Uma das preocupações dessa filosofia é o desenvolvimento da Materacia, comparada à Literacia de Paulo Freire. Segundo Skovsmose (2000), a Materacia não se restringe ao desenvolvimento de habilidades matemáticas, mas também das capacidades de interpretar e agir em determinada situação social e política estruturada pela Matemática. D'Ambrósio (2008), em sua resenha sobre Skovsmose (2007), aponta a Materacia como "uma forma de letramento matemático, provendo o suporte matemático e lógico para o exercício de uma cidadania crítica". Desse modo, a EMC preocupa-se com o desenvolvimento da Educação Matemática como suporte para a democracia, comparando a sala de aula à uma micro-sociedade que deve também mostrar aspectos de democracia.

De caráter reflexivo e investigativo, a EMC difere-se do paradigma do exercício o qual, segundo Skovsmose (2000), é referência nas aulas de Matemática tradicionais. Nesse paradigma, o professor faz uso de boa parte do tempo para expor ideias e na sequência, os estudantes se apropriando delas, usam-nas na resolução de exercícios. De acordo com o autor, mudar a direção das aulas voltadas no paradigma do exercício para cenários de investigação pode enfraquecer a autoridade do professor no sentido de transmissor do conhecimento, fazendo com que os estudantes se engajem ativamente e sejam também responsáveis por seus processos de aprendizagem.

Um cenário para investigação é definido assim por Skovsmose (2000) como um ambiente capaz de dar suporte ao trabalho de investigação, ou seja, um ambiente propício à formulação de questões e a busca por explicações. Esse cenário convida então os envolvidos para a realização de investigações.

No contexto escolar, os estudantes são os convidados e esse convite é simbolizado por perguntas, feitas pelo professor, do tipo: “o que acontece se...?”; ou “por que isto?”; e o aceite dos estudantes ao convite é retratado por: “Sim, mas o que acontece então se...”, promovendo a sua participação ativa na construção do conhecimento. Deste modo, o ambiente que vai sendo construído por meio das tarefas propostas pelo professor, pelos questionamentos orientados e por sua interação com os estudantes faz com que estes sintam-se realmente desafiados e aceitem buscar respostas para este desafio, participando assim do processo de investigação. Ou sejam no cenário para investigação, os estudantes são os principais responsáveis por esse processo.

Skovsmose (2000) afirma que um cenário se torna um cenário para investigação apenas se os estudantes aceitam ao convite para a investigação. Tal aceitação depende de três fatores: “de sua natureza (uma investigação pode não ser atrativa para muitos estudantes), do professor (esse convite pode ser desafiador ou soar como uma ordem) e dos estudantes (dependendo de suas preferências e prioridades)” (SKOVSMOSE, 2000, p.7). Logo, nota-se que o que é útil para um cenário para investigação à um determinado grupo de estudantes talvez pode não ter o mesmo efeito para um outro grupo. No entanto, quando os estudantes aceitam esse convite e assumem o processo de exploração, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem (SKOVSMOSE, 2000, p.6). E pelas características apontadas, este novo ambiente pode promover maior interesse, interação e ampliar as condições de aprendizagem.

No sentido de caracterizar um cenário para investigação, Skovsmose (2000) combina a distinção do paradigma do exercício à três tipos de referência: à matemática pura, à semirrealidade e à situação da vida real. Obtém então seis tipos diferentes de ambientes de aprendizagem, que estão indicados na figura a seguir:

Figura 2 - Ambientes de aprendizagem segundo Skovsmose (2000)

	Exercícios	Cenário para Investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências à semi-realidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose, 2000, p. 8.

O ambiente de aprendizagem (1) refere-se ao contexto de resolução de exercícios puramente matemáticos, como por exemplo o cálculo da adição de duas frações. Já o ambiente (2) é constituído por situações investigativas que, acerca da mesma operação matemática abordada no ambiente (1), mas que levam o estudante a estabelecer relações e construir significados e não apenas a resolver exercícios. Pode envolver outros conceitos matemáticos, como o cálculo de área de figuras geométricas, por exemplo.

O ambiente do tipo (3) é caracterizado por exercícios que envolvem uma semirrealidade, ou seja, uma situação imaginada pelo autor do problema. Sendo assim, a semirrealidade não se trata de uma realidade que necessariamente vivenciamos, mas uma realidade construída. Como exemplo desse ambiente, considere o seguinte problema: *Os irmãos Luquinha e Tuco estavam discutindo para decidir quem iria ao supermercado fazer as compras da semana durante a quarentena. O pai, cansado da discussão, entregou-lhes um bilhete contendo a adição de duas frações. O primeiro que calculasse corretamente, iria ao supermercado. Resolva o cálculo indicado pelo pai dos meninos e, de acordo com suas respostas, verifique quem acertou.* O problema indicado não faz parte da realidade do leitor, mas uma realidade construída por meio de um desafio sobre a adição de duas frações.

Semelhantemente ao ambiente (3), (4) também contém referências a uma semirrealidade, não se caracterizando na produção ou resolução de exercícios, mas convidando os estudantes para a realização de investigações. Considere agora como exemplo o seguinte problema: *Os irmãos Luquinha e Tuco estavam discutindo para decidir quem iria ao supermercado fazer as compras da semana durante a quarentena. O pai, cansado da discussão, propôs um desafio: quanto é a razão entre a área e o perímetro da sala somada à razão entre a área e o perímetro da cozinha? Analise a planta da casa dos meninos e as respostas indicadas pelos dois irmãos.* Para a resolução dessa situação-problema, os estudantes precisariam relacionar os conceitos matemáticos de identificação de figuras geométricas (se o cômodo é de formato retangular, quadrangular, triangular, etc.), de área e perímetro dessas figuras, razão entre duas grandezas e a soma de duas frações para assim obter os dados principais do problema que são as duas frações a serem adicionadas. Diferentemente do ambiente (3) em que esses valores já são inicialmente apresentados.

Diante desses dois ambientes que envolvem uma semirrealidade, Skovsmose (2000) destaca a complexidade do uso de exercícios com referência à semirrealidade, visto que as informações estão presentes unicamente no exercício e seu único objetivo é resolvê-lo.

> A semirrealidade pode ser uma referência que ofereça suporte para alguns alunos na resolução de problema. Resolver exercícios com referência a uma semirrealidade é uma competência muito complexa e é baseada num contrato bem especificado entre professor e alunos. Alguns dos princípios desse acordo são os seguintes: a semirrealidade é totalmente descrita pelo texto do exercício; nenhuma outra informação é relevante para a resolução do exercício; mais informações são totalmente irrelevantes; o único propósito de apresentar o exercício é resolvê-lo. Uma semirrealidade é um mundo sem impressões dos sentidos (perguntar pelo gosto das maçãs está fora de questão), de modo que somente as quantidades mensuradas são relevantes. (SKOVSMOSE, 2000, p. 9)

Já os ambientes dos tipos (5) e (6) referem-se a situações reais. Skovsmose (2000) destaca a importância das referências à vida real para possibilitar uma reflexão sobre o papel da matemática enquanto parte de nossa sociedade, visto que “um sujeito crítico é também um sujeito reflexivo” (SKOVSMOSE, 2000, p.20).

Vamos tomar então como exemplo a situação real vivenciada atualmente sobre o coronavírus. O ambiente (5) é constituído por exercícios referentes à esta situação, podendo então conter uma tabela com dados sobre a disseminação do vírus no Brasil, em que o estudante precisa representar essa tabela por meio de um gráfico. O objetivo neste caso é a resolução do exercício (construção do gráfico). Enquanto que no ambiente (6), os estudantes realizam investigações como, por exemplo, sobre o surgimento do vírus, como ele chegou ao Brasil, o número de infectados de uma certa cidade em um intervalo de tempo e uma análise sobre o futuro número de infectados, a relação entre esses dados e o gráfico de uma função, entre outros conceitos matemáticos. Podendo realizar perguntas como: “Essas conclusões são características somente da cidade escolhida?”, entre outras. Logo, no ambiente (6), os estudantes produzem significados não só para os conceitos matemáticos, mas também para as atividades desenvolvidas, de modo que, a ideia de que existe uma única resposta correta já não faz mais sentido (SKOVSMOSE, 2000, p. 13).

Além disso, verifica-se que no ambiente (6), a função do professor passa ser a de orientar e conduzir a atividade desenvolvida pelos estudantes, os quais têm maior autonomia no processo de investigação. Seria esse então o melhor ambiente de aprendizagem, ou seja, o de maior potencial para a construção do conhecimento? Skovsmose (2000) destaca a importância de cada um dos tipos de ambientes e defende a combinação deles como caminhos para engajar os estudantes nas suas ações e reflexões, dando uma dimensão crítica à educação matemática. Esses caminhos devem ser então traçados em conjunto com todos os envolvidos, neste caso, o professor e os estudantes.

> A educação matemática deve se mover entre os diferentes ambientes tal como apresentado na matriz. Particularmente, não considero a ideia de abandonar por completo os exercícios da educação matemática. É importante que os alunos e professores, juntos, achem seus percursos entre os diferentes ambientes de aprendizagem. A rota "ótima" não pode ser determinada apressadamente, mas tem que ser decidida pelos alunos e pelo professor. (SKOVSMOSE, 2000, p. 15)

De fato, é fundamental, dentro de um cenário de investigação, a diversificação do uso das tarefas, compreendendo desde a resolução de exercícios puramente matemáticos até a mais detalhada investigação. Diversificar a utilização desses ambientes de aprendizagem significa adentrar em ambientes distintos, explorar caminhos desconhecidos. Por exemplo, quando aprendemos a dirigir, se ficarmos restritos a uma única via, quando mudarmos a rota, as dificuldades podem ser imensas, podendo causar até prejuízos e danos à vida. Nesse sentido, é importante que, tanto estudantes quanto professores, transitem entre os diferentes ambientes de aprendizagem, se adaptando e tendo plena consciência daquilo que se está vivendo e/ou aprendendo. Mais do que os conteúdos matemáticos, a maior preocupação é com os processos matemáticos postos em prática nas aulas de Matemática: representar, relacionar, operar, interpretar, argumentar, resolver problemas, comunicar etc.

Entretanto, ao trabalhar dentro de um cenário para investigação, o professor não consegue prever quais questões irão parecer. Desse modo, professores e estudantes envolvidos são desafiados a sair da “velha zona de conforto” da aula dita e conhecida como “tradicional” e mostrar-se hábil para atuar em um novo ambiente.

Em vista disso, buscando desenvolver tarefas que transitem entre os ambientes de aprendizagem destacados por Skovsmose (2000) e por acreditar que tarefas como cenários para investigação no contexto de um laboratório de matemática são mais difíceis de serem elaboradas do que as demais, puramente matemáticas, elaboramos as TP voltadas aos ambientes (2), (4) e (6). Com isso, a intenção principal é levar os envolvidos a produzirem significados para os conceitos e atividades matemáticas desencadeadas por meio do desenvolvimento destas tarefas.

A busca por significados no ensino da matemática é uma das preocupações da educação matemática. Skovsmose (2018) apresenta uma interpretação do significado no que diz respeito às oportunidades futuras na vida do estudante. Isto é, significado reflete na visualização de possibilidades. Segundo o autor, quando os estudantes não constroem um significado para o que estão fazendo na aula de matemática, pode ser porque não conseguiram conectá-lo ao seu futuro (SKOVSMOSE, 2018, p.765-766).

> Experiências de significado dos estudantes tinham pouco a ver com a relação entre noções matemáticas e os assuntos que lhes pudessem ser familiares. Ao invés disso, as experiências de significado ficaram sempre relacionadas com possibilidades para o futuro. (SKOVSMOSE, 2018, p.771)

É preciso assim dar atenção às esperanças que os envolvidos têm para o futuro, suas imaginações, o que remete também à superação de medos e aversões (SKOVSMOSE, 2018, p. 775). Nessa perspectiva, as TP foram pensadas para o desenvolvimento da construção dos significados da fração, levando-se em consideração a superação das angústias e dificuldades das participantes da pesquisa quanto ao ensino desse objeto matemático. Conhecer o assunto no qual se está discutindo ou ensinando, gera maior segurança, podendo reduzir as dificuldades. Além disso, as tarefas potencializadoras já foram aplicadas e discutidas pelas participantes na oficina. Desse modo, acredita-se que as futuras aplicações dessas tarefas em sala de aula ocorrerão de forma mais tranquila, segura e convicta para o docente, possibilitando aperfeiçoamentos e até mesmo novas investigações.

3 A FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES E O ENSINO DE FRAÇÕES NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Este capítulo apresenta elementos teóricos que embasam o contexto da formação de professores, especialmente dos professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Trata-se de um dos contextos do nosso leque de preocupações com o ensino de Matemática, proporcionando um olhar especial para esses professores que, na maioria dos casos, não possuem formação específica em matemática, mas que a ensinam diariamente. Diante disso, voltamos nosso estudo para a formação continuada desses professores, apoiando-nos nas concepções de Fiorentini e Nacarato (2005), Fiorentini (2008), Mindal e Guérios (2013), Guérios (2005), Guérios e Gonçalves (2019), Oliveira e Kikuchi (2018), Gatti (2010) e Nóvoa *et al*. (1992 *apud* Fiorentini 2008).

3.1 A FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Pesquisas sobre a formação de professores vêm sendo desenvolvidas há muitos anos. Decorrem de diversas preocupações com a direção dos caminhos tomados pela educação. Ferreira (2003) afirma que a formação de professores era, inicialmente, resultado de preocupações quanto ao número de professores, ou seja, uma situação quantitativa e, na maioria das vezes, emergencial. Era preciso formar professores para atender determinada demanda, sem atentar-se, muitas vezes, para a qualidade da formação que era proporcionada ou até mesmo para o próprio profissional que se estava formando.

Historicamente, o trabalho docente iniciou sendo exercido por profissionais com pouca ou nenhuma formação, chamados de autodidatas. De acordo com Gatti (2010), os cursos específicos no Brasil para a formação de professores dos Anos Iniciais do ensino fundamental e a educação infantil foram propostos com a criação das Escolas Normais, no final do século XIX, mas foi apenas no século seguinte (mais especificamente no final da década de 70 e início dos anos 80) que a formação de professores se tornou um tema de grande relevância. O destaque nas principais conferências e seminários de educação no país, segundo Turrioni

(2004), ocorreu devido à grande discussão, em âmbito nacional, sobre a reformulação dos cursos de Licenciatura em Pedagogia e outras Licenciaturas.

Apesar de se tornar um tema relevante no campo da pesquisa educacional, havia uma forte concepção de que o professor precisava se atualizar dos novos saberes produzidos por especialistas, como se ele fosse incapaz de refletir sobre sua prática e produzir novos conhecimentos (FIORENTINI; NACARATO, 2005, p. 8). Neste cenário, observa-se que apenas o ambiente acadêmico era visto como um espaço de produção de conhecimento, desvalorizando assim, os saberes construídos no ambiente escolar.

Foi então a partir dos anos de 1990, impulsionado pelas pesquisas internacionais sobre o pensamento do professor, ele passa a ser visto como alguém que produz conhecimentos importantes a partir dos desafios de sua prática e acontece, segundo Fiorentini e Nacarato (2005), uma "virada paradigmática". A figura do professor dos anos 70, como sendo o especialista de conteúdo, facilitador de aprendizagem ou técnico da educação é transformada, devido a um generalizado descontentamento com a formação de professores no Brasil, na imagem de um agente com importante papel sociopolítico e de poder transformador no ensino e na aprendizagem (TURRIONI, 2004, p. 9).

Começava assim, a se constituir uma nova imagem, agora de um professor "reflexivo e investigador de sua prática". Ferreira (2003) destaca que o professor passou a ser considerado como alguém que pensa e reflete sua prática, capaz de analisar sua própria formação. Desse modo, a formação de professores se tornava uma área ativa no campo da pesquisa, destacando a importância da prática do aprender para ensinar.

Esses avanços se materializaram no Brasil com a aprovação da nova LDB/1996, das reformas curriculares para Ensino Básico (PCN) e da elaboração do Plano Nacional de Educação – PNE/2001. Segundo Fiorentini (2008), o PNE foi o plano de maior impacto sobre a formação do professor, pois instituiu a obrigatoriedade, até 2007, da formação em nível superior de todos os professores do Ensino Básico, introduzindo assim, a formação dos professores deste nível de ensino na lista de preocupações das políticas públicas.

Além de diversas pesquisas sobre o pensamento do professor, Fiorentini e Nacarato (2005) destacam os estudos e experiências de formadores-pesquisadores em contribuição com os professores da escola como outro fator que contribuiu para esse avanço na concepção de formação de professores. Os resultados desses estudos mostraram que os cursos de formação de professores adotados até 1990, de natureza excessivamente teórica e de desvalorização do saber prático do professor, eram pouco eficazes “na mudança dos saberes, das concepções e da prática docente nas escolas” (FIORENTINI; NACARATO, 2005, p. 8), visto que se distanciavam da escola e da prática pedagógica do professor.

Em resposta disso, Fiorentini e Nacarato (2005) apontam o processo de formação contínua de encontro com o modelo de formação até então vigente naquele período. Nesse processo, a prática docente cotidiana é o objeto principal de estudo, sendo mediada pela investigação de tal forma que pesquisas na área da Educação Matemática são impulsionadas de acordo com a necessidade em solucionar problemas da prática docente na escola, em vez de serem apresentadas casualmente aos professores.

Nessa perspectiva, o professor reflete sua prática pedagógica e busca, só ou colaborativamente, aportes teóricos e práticos que possam ajudá-lo a superar os problemas e desafios da sua prática. Destacamos assim o uso do LEAM no processo de formação continuada de professores, desenvolvido então de forma investigativa na busca por respostas às dificuldades na prática docente. Esses professores podem tornar-se, conforme afirmam Fiorentini e Nacarato (2005), os protagonistas do seu desenvolvimento profissional, corroborando para a construção de conhecimentos no campo da Educação Matemática.

Em vista disso, o professor está dentro de um processo contínuo de formação, construindo-se a todo o momento. Busca autonomia na produção de seu desenvolvimento profissional, ao mesmo tempo em que esse processo de autoconstrução é constante, porém inconcluso. Segundo Guérios (2005), a formação do professor acontece em um processo evolutivo e contínuo, em que suas reflexões e ações configuram o seu trabalho. Assim, o professor está continuamente se transformando, “num permanente ir e vir” (GUÉRIOS, 2005, p. 145).

Apesar disso, a política de formação continuada tem resultado, segundo Fiorentini (2008) em uma prática de formação descontínua dos professores. A descontinuidade relatada pelo autor refere-se ao distanciamento da formação do professor e a prática docente na escola, desde mesmo a formação inicial, sem considerar o conhecimento advindo da prática como objeto de estudo. Além disso, é descontínua também em relação à frequência, visto que é oferecida em intervalos de tempos, muitas vezes distantes. Situação essa ainda presente no contexto da formação continuada nos dias atuais e que se contrapõe à necessidade de o professor estar em um contínuo processo de formação e aperfeiçoamento de sua prática pedagógica.

> Os programas de formação continuada de professores fomentados por políticas públicas, na maioria das vezes, resultam em ações descontinuadas; projetos que são interrompidos, ou mesmo alterados, sem sequer uma avaliação de seus participantes. Além disso, os modelos científicos são tornados modismos e apontados como solução para todos os problemas. Tais programas consideram que o "treinamento de professores" seja suficiente para a construção de um processo educativo transformador (FARAGO; UTSUMI, 2005, p. 1).

Nesse sentido, Dias e Ferreira (2018) investigam políticas públicas desenvolvidas pelo Ministério da Educação e Cultura – MEC no período de 2003 a 2017 sobre a formação continuada de professores no Brasil. Um dos aspectos discutidos refere-se à continuidade/descontinuidade de programas de aperfeiçoamento. "Tais programas, talvez por serem de curta duração e sem previsão de continuidade, dificilmente promovem mudanças no professor e, por consequência, no seu desenvolvimento profissional" (DIAS; FERREIRA, 2018, p. 1). Além disso, as autoras defendem um espaço e tempo de reflexão para a construção coletiva de significados, relacionando teoria e prática em todos os programas de formação num contexto de comunidades de aprendizagem, o que reflete então no desenvolvimento da formação continuada em tempo hábil e contínua, visto que a formação continuada efetiva é aquela que considera as demandas da prática docente.

Dentre as preocupações quanto a formação de professores nos últimos anos, destacamos as recomendações encontradas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Uma das ações previstas neste documento é "criar e disponibilizar materiais de orientação para os professores, bem como manter processos permanentes de formação docente que possibilitem contínuo aperfeiçoamento dos processos de ensino e aprendizagem" (BNCC, 2018, p. 17). Além disso, o documento indica a imediata revisão das formações inicial e continuada de professores a fim de alinhá-las à BNCC.

Quanto aos cursos de formação inicial de professores, esses se mantêm até os dias atuais em dois formatos: a formação do professor polivalente (Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental) e do professor especialista de disciplina (Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio). De acordo com Gatti (2010),

> Qualquer inovação na estrutura de instituições e cursos formadores de professores esbarra nessa representação tradicional e nos interesses instituídos, o que tem dificultado repensar e reestruturar essa formação de modo mais integrado e em novas bases. (GATTI, 2010, p. 1358 – 1359).

O professor polivalente, licenciado em Pedagogia, trabalha todas as disciplinas curriculares (Matemática, Português, Geografia, História, Ciências, Arte), além de acompanhar a criança na sua fase fundamental do desenvolvimento cognitivo, motor, social e afetivo. Em tais cursos, dedica-se pouco tempo ao estudo do conteúdo específico de cada disciplina, de modo que "há conteúdos que os professores devem abordar com os estudantes, sem nunca terem aprendido os mesmos durante toda a sua escolaridade" (MORELATTI *et al,* 2007, p. 2).

Trata-se assim, de um trabalho complexo e "parte dessa complexidade advém da atividade dos professores por pertencerem ao grupo de profissões que lidam com formação e desenvolvimento de pessoas; das exigências feitas em termos educacionais e sociais; das atribuições específicas da profissão; e da diversidade de campos e níveis de ensino" (MINDAL; GUÉRIOS, 2013, p. 25). Além do trabalho multiforme do professor, ele possui um leque de atribuições. Mindal e Guérios (2013) destacam a complexidade curricular dos cursos de Pedagogia, considerando-se a variedade de tarefas definidas para o professor polivalente ao mesmo tempo em que "os conteúdos específicos que são ensinados nos Anos Iniciais não são objeto dos cursos de formação em pedagogia" (MINDAL; GUÉRIOS, 2013, p. 26).

No que se refere ao conteúdo específico de Matemática, Oliveira e Kikuchi (2018) destacam que nos cursos de Licenciatura em Pedagogia, as disciplinas relacionadas à Matemática abordam as práticas de ensino, mas não do conteúdo matemático que se é trabalhado.

> No caso das Licenciaturas em Pedagogia, o número de disciplinas pedagógicas é superior ao daquelas de conteúdo próprio de cada disciplina, sendo que, especificamente, aquelas relacionadas à Matemática tratam das práticas de ensino em sala de aula e não necessariamente do conteúdo matemático (OLIVEIRA; KIKUCHI, 2018, p. 3).

Considerando o conteúdo de frações que, segundo a BNCC, é trabalhado desde o 2º ano dos Anos Iniciais, há diversas pesquisas que mostram as dificuldades do ensino e aprendizagem desse conteúdo. Essas dificuldades iniciam com o domínio do professor acerca do conteúdo que está sendo explorado. Por não compreender conceitos específicos de diferentes temas, muitas vezes o professor reproduz a maneira como aprendeu na escola, uma vez que não teve a oportunidade de discutir tais conceitos durante sua formação inicial. Nesse sentido, Nogueira, Pavanello e Oliveira (2016) afirmam que um dos motivos que podem estar associados às dificuldades dos estudantes em relação à aprendizagem da matemática é a ação do docente, visto que esta ação decorre da formação inicial e continuada do professor e demais experiências adquiridas durante a docência e que podem gerar, solidificar ou superar essas dificuldades.

Preocupações como essas resultam de pesquisas que mostram a fragilidade do conhecimento matemático de estudantes de cursos de Pedagogia (futuros professores), entre elas a pesquisa de Guérios e Gonçalves (2019) que analisou trabalhos desenvolvidos nos programas de Pós-Graduação *stricto sensu* das áreas de Educação e Ensino da CAPES no período de 2001 a 2012. Os autores também observaram “a ausência de estudos que tenham como ênfase as possíveis articulações entre os conteúdos matemáticos e outros saberes que o professor que ensina matemática precisa para o exercício da docência no contexto dos anos iniciais” (GUÉRIOS; GONÇALVES, 2019, p. 43).

Assim, durante a formação inicial do professor que ensina matemática nos Anos Iniciais, é importante oportunizar ambientes e disciplinas de tal forma que os estudantes possam produzir e desenvolver atividades, materiais de ensino, discutindo com seus colegas sobre as possíveis situações que podem ser desencadeadas durante a aplicação, verificando as possibilidades e limitações que podem ser encontradas na sala de aula (OLIVEIRA; KIKUCHI, 2018, p. 5).

Verifica-se então, a importância de garantir aos professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental um conhecimento básico, porém sólido na matemática. Sólido no sentido de compreender o objeto matemático e suas propriedades e conseguir construir o conceito do objeto, junto com os estudantes, e explorar relações com outros conceitos matemáticos. Se momentos como esse não foram proporcionados na formação inicial do professor, precisam acontecer posterior e imediatamente, como formação continuada. Cabe então a ele, essa autoavaliação e a busca por conhecimento para um constante aprender para ensinar.

Para isso, vários projetos de parceria entre universidades (formadores de professores) e comunidade escolar têm se desenvolvido a fim de possibilitar momentos para que o professor possa refletir e avaliar materiais e práticas. De forma coletiva, esses projetos possibilitam que os sujeitos envolvidos não sejam apenas participantes passivos, mas investigadores de suas práticas. Representam uma ruptura à ideia do professor em valer-se do conhecimento produzido na universidade, aplicando-o na escola. O professor é visto, portanto, como um sujeito parceiro na construção do conhecimento, isto é, o professor da escola e o professor-pesquisador da universidade trabalhando de modo colaborativo em torno do mesmo objetivo: melhorar o ensino e aprendizagem de matemática.

Para tanto, esses projetos desenvolvidos como cursos de formação continuada em parceria entre a universidade e a escola permitem a troca de conhecimento e experiências. Com isso, tais cursos têm potencial de provocar significativas melhorias na Educação, principalmente nos processos de ensino e aprendizagem, trazendo resultados importantes tanto para a pesquisa, quanto para a superação das dificuldades e desafios da escola, se destacando como interessantes momentos de formação continuada para professores.

Nesse contexto de um ambiente de construção de conhecimentos na formação de professores, o laboratório pode se configurar como um local de interação entre a universidade e a instituição escolar, bem como de formação de professores de matemática (OLIVEIRA; KIKUCHI, 2018, p. 10), ou professores que ensinam matemática sem formação específica em matemática, mas que a buscam de forma continuada.

A formação continuada desenvolve-se então em diferentes aspectos. Nóvoa *et al*. (1992 *apud* Fiorentini 2008) classifica-a em dois formatos: estrutural e construtiva. O modelo estrutural se organiza de forma instrutiva, voltada para a atualização de conhecimentos, informações e inovações metodológicas. Os cursos, nesse modelo, são oferecidos por “agências reconhecidas como detentoras de conhecimentos teórico-científicos”, como a universidade, por exemplo, as quais ficam como responsáveis pela avaliação da formação.

Já o modelo construtivista fundamenta-se na reflexão contínua sobre as práticas docentes, articulando teoria e prática e criando um elo de parceria e interação entre os envolvidos no processo de construção do saber. Ainda segundo o autor, no modelo construtivista, são comuns: a formação de grupos de estudo, oficinas, a pesquisa-ação, projetos de intervenção pedagógica seguidos de reflexão-avaliação individual e coletiva, inclusive a autoavaliação.

Como uma proposta de formação continuada de professores, a oficina desenvolvida nessa pesquisa caracteriza-se de acordo com o modelo construtivista proposto por Nóvoa *et al*. (1992 *apud* Fiorentini 2008), por meio de oficinas com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental sobre um conteúdo que lhe gera insegurança durante sua abordagem na sala de aula: as frações. Na próxima seção discutiremos sobre o ensino desse objeto matemático nessa fase escolar.

3.2 O ENSINO DE FRAÇÕES NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

A Educação Infantil é a primeira etapa da Educação Básica e o início da trajetória escolar da criança. Representa o primeiro afastamento da criança do seu elo familiar para fazer parte de um processo de socialização. Com a LDB (1996), essa fase tornou-se parte integrante da Educação Básica, precedendo o Ensino Fundamental e o Ensino Médio.

O Ensino Fundamental é a etapa mais longa da Educação Básica, possuindo nove anos de duração. É dividido em Anos Iniciais (1º ao 5º ano) e Anos Finais (6º ao 9º ano). A BNCC (2018) defende, para o Ensino Fundamental, a retomada das vivências cotidianas das crianças com números, formas e espaço, além das experiências desenvolvidas na Educação Infantil, para iniciar uma sistematização dessas noções (BNCC, 2018, p. 276). Dessa forma, o objetivo é articular essa fase com as experiências vivenciadas na Educação Infantil.

Entre os conceitos matemáticos abordados nos Anos Iniciais está a fração que, segundo a BNCC (2018), inicia de um modo formal apenas no 2º ano do

Ensino Fundamental. Nessa fase são trabalhadas as noções de metade, terça parte, dobro e triplo. Essas noções vão tomando níveis mais avançados nos anos subsequentes, conforme indica a tabela a seguir:

Quadro 1 - O conteúdo de frações na estrutura curricular da BNCC (2018)

Ano	Objetos do conhecimento	Habilidades
2º	Problemas envolvendo significados de dobro, metade, triplo e terça parte.	(EF02MA08)[1] Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais.
3º	Significados de metade, terça parte, quarta parte, quinta parte e décima parte	(EF03MA09) Associar o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima partes.
4º	Números racionais: frações unitárias mais usuais (1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/10 e 1/100)	(EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias mais usuais (1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/10 e 1/100) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso.
5º	Representação fracionária dos números racionais: reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica; Comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária utilizando a noção de equivalência; Cálculo de porcentagens e representação fracionária; Problemas: adição e subtração de números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita; Problemas: multiplicação e divisão de números racionais cuja representação decimal é finita por números naturais.	(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso; (EF05MA04) Identificar frações equivalentes; (EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica; (EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros; (EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos; (EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Fonte: BNCC, 2018, p. 282 – 295.

Não obstante, antes de discutir o ensino de frações, é importante compreender o objeto matemático em si. Bertoni (2009) define fração como as partes da unidade ou o registro numérico referente à essas partes. Já número fracionário é definido como o número, isto é, o quantificador, que é único embora possa ser representado de várias maneiras distintas (por meio das frações equivalentes). O termo fração é usado para representar certas partes de um todo

[1] Cada habilidade apresentada na BNCC (2018) é identificada por um código alfanumérico, como por exemplo, o código EF02MA08 cuja composição é dada por: o primeiro par de letras indica a etapa de ensino (neste caso, EF = Ensino Fundamental), o primeiro par de números indica o ano (neste caso, 02 = 2º ano), o segundo par de letras indica o componente curricular (neste caso, MA = Matemática) e por fim, o último par de números indica a posição da habilidade na numeração sequencial do ano ou do bloco de anos (neste caso, 08 = 8ª habilidade. Seguindo esse critério, o segundo código da tabela (EF03MA09) representa a 9ª habilidade do 3º ano de Matemática.

ou de uma unidade, bem como uma representação numérica dessa parte. Fração é, na sua essência, um número que surge como consequência de necessidades de quantificar coisas que os números inteiros não quantificam. Se o resultado não é uma quantidade inteira de objetos, então ele será representado por um número fracionário, de forma correta ou muito aproximada (BERTONI, 2009, p. 12).

Diante disso, é fundamental destacar a existência dessas situações que requerem a introdução desses novos números no contexto da criança, de tal forma que essas quantidades fracionárias possam ser identificadas e associadas ao número fracionário correspondente, de modo que a criança construa significados para esse conceito.

> Na perspectiva de que os alunos aprofundem a noção de número, é importante colocá-los diante de tarefas, como as que envolvem medições, nas quais os números naturais não são suficientes para resolvê-las, indicando a necessidade dos números racionais tanto na representação decimal quanto na fracionária. (BNCC, 2018, p. 269)

Essa preocupação com o tratamento dos números fracionários começa já nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, em que esse tipo de número passa a ser utilizado em determinadas situações. Bertoni (2009) destaca que, em muitos livros didáticos dessa fase escolar, a abordagem dos números fracionários limita-se à divisão de figuras em partes iguais, no destaque de algumas e sua nomenclatura. Depois disso, são apresentados os algoritmos das operações por meio da memorização, desvinculada das figuras apresentadas. Landim e Morais (2019) afirmam que, essa abordagem voltada para a análise de figuras divididas em partes iguais é insuficiente para expressar o conceito de número fracionário.

> As propostas usualmente desenvolvidas para o ensino de frações parecem estar somente ligadas a figuras divididas e nomeação de partes consideradas. O sentido de número, associado a uma quantificação necessária e passível de ser colocado na reta numérica, fica oculto. (BERTONI, 2009, p. 33)

Desse modo, o ensino de frações apresenta-se como um tema muito discutido no âmbito da Educação Matemática. Um dos fatores, segundo Landim e Morais (2019) é a metodologia de ensino utilizada pelo professor que ainda apresenta traços de uma abordagem tradicional, desprezando a preocupação com o processo de compreensão conceitual, voltando-se para uma lista de regras e técnicas sem significado algum para a criança (LANDIM; MORAIS, 2019, p.557).

Cardoso e Mamede (2015) destacam que o conceito de fração é reconhecidamente complexo, mas, por outro lado essencial para a aprendizagem matemática. É preciso compreender as suas propriedades e os seus diferentes significados para então dominar o conceito de fração.

No entanto, é bastante comum compreender a fração como uma combinação de dois números isolados (numerador e denominador) separados por um traço e não como um número que exprime uma relação em diferentes contextos e com significados variados (LANDIM; MORAIS, 2019, p. 557-558). Bertoni (2009) também se preocupa com essa abordagem da fração pelo professor de forma isolada, o que faz com que se esqueça de olhar para esse tipo de número, o número fracionário, como sendo um só, isto é, um quantificador. Esse olhar errôneo da fração e a essa forma de abordagem podem resultar na interpretação empobrecida e equivocada da fração por parte dos estudantes.

Além dos conceitos de numerador e denominador, define-se outros, na maioria das vezes de forma desconexa como, por exemplo, os conceitos de fração equivalente, fração própria, fração imprópria, mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum. Bertoni (2009), afirma que esse exagero de conceitos acaba encobrindo o foco principal daquilo que a fração é: um número, isto é, um conceito matemático associado à quantificação.

Após a apresentação desses conceitos, surgem ainda as operações, na maioria das vezes por meio da memorização de regras. O algoritmo da multiplicação entre números fracionários parece ser o mais prático das operações, método que também funciona para a divisão de frações, mas não para a adição e subtração, o que faz com que a memorização dessas operações não seja tão simples. Além da memorização, o olhar para a fração como dois números naturais separados por um traço, a adição de duas frações parece ser o resultado da adição dos numeradores sobre a adição dos denominadores (algoritmo similar ao da multiplicação), que na verdade não é.

> Já memorizar as operações entre esses símbolos é mais complicado. A de multiplicação é a mais fácil. Os alunos tendem a repetir seu modelo nas demais – somar e subtrair fazendo as mesmas operações nos respectivos numeradores e denominadores. (BERTONI, 2009, p. 12)

Assim, ao trabalhar fração por meio de uma memorização sem significado, principalmente na abordagem das operações com frações, se estabelece um obstáculo de origem didática, definido por Brousseau (1983 *apud* Barroso 2010) como o momento em que o professor fundamenta a concepção na mecanização, a qual é válida em certo contexto, mas inapropriada em outro. Além disso, deixa-se de explorar aquilo que é fundamental: a construção de um novo tipo de número, as suas propriedades e relações entre si e com os demais números já conhecidos.

Tais relações possibilitam a construção de significados, conexões com outros conceitos e diferentes representações de uma única fração. Por exemplo, ao pensar na fração $\frac{1}{4}$, sua representação não se limita à forma figural, seja na forma retangular ou circular, dividida em 4 partes iguais, sendo considerada uma dessas partes. Mas essa fração pode representar relações entre ela e as demais frações. Essa fração pode significar a metade da metade do objeto considerado, ou seja, $\frac{1}{2}:2$ (resultado de uma divisão), ou o resultado de uma diferença como, por exemplo, $1-\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$, ou ainda como um número localizado na reta numérica entre 0 e 1, e que depois também estará associado à ideia de porcentagem (25%) e número decimal (0,25).

A fim de auxiliar na compreensão e aplicabilidade dos significados da fração para o ensino nos Anos Iniciais, Cavalcanti e Guimarães (2008) apresentam explicações importantes e que podem auxiliar o professor na sua abordagem didática, bem como na análise do material didático, evidenciando uma diversidade de situações em que a fração pode ser encontrada:

Quadro 2 - Os significados das frações de acordo com Cavalcanti e Guimarães (2008)

(continua)

Significado	Definição	Exemplo
Parte/todo	Partição de um todo em *n* partes iguais, em que cada parte pode ser representada como $\frac{1}{n}$. Um procedimento de dupla contagem das partes do todo e das partes tomadas, no geral, é suficiente para solucionar o problema.	Uma jarra de suco foi dividida em 3 partes. João bebeu um copo. Que fração representa o que ele bebeu da jarra?

Quadro 2 - Os significados das frações de acordo com Cavalcanti e Guimarães (2008)
(conclusão)

Significado	Definição	Exemplo
Quociente	A fração indica uma divisão e seu resultado. Nas situações de quociente, temos duas variáveis, sendo que uma variável corresponde ao numerador e a outra ao denominador.	Em uma festa foram distribuídos 2 bolos para 6 crianças igualmente. Quanto cada uma vai receber?
Probabilidade	A fração representa a chance de um evento ocorrer (número de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis)	Jogando uma vez um dado, que fração representa a possibilidade de tirar o número 3 ou 4?
Operador multiplicativo	A fração é um valor escalar aplicado a uma quantidade, ou seja, um multiplicador da quantidade indicada.	Numa jarra contendo 900 ml de suco, Pedro bebeu $\frac{1}{3}$ do líquido. Quantos mililitros ele bebeu?
Número	A fração é um número em si, não sendo necessário que expresse uma relação ou contexto para ser compreendida numa dada situação.	Onde posso marcar na reta numérica $\frac{1}{3}$?
Medida	Comparação na qual a fração está relacionada à pergunta quantas vezes? Neste caso, uma determinada parte é tomada como referência para medir uma outra.	Tomando o segmento de reta CD como unidade de medida, quanto mede AB? Outro caso: Quantos copos de $\frac{1}{3}$ litro são necessários para encher um balde de 15 litros?
Razão	A fração refere-se a quantidades intensivas, nas quais a quantidade é medida pela relação entre duas variáveis.	Para fazer um suco de laranja eu misturo numa jarra 2 copos de água para 1 de suco concentrado. Que fração de suco concentrado eu tenho na jarra?

Fonte: CAVALCANTI; GUIMARÃES, 2008, p. 2-3.

Note que, em quase todos os exemplos (exceto o último), estamos nos referindo à fração $\frac{1}{3}$ ou $\frac{2}{6}$ (que é equivalente à $\frac{1}{3}$). Essas frações representam a mesma quantidade da unidade, no entanto, exprimem significados e contextos distintos em cada situação.

Embora existam várias situações do cotidiano do estudante que podem ser representadas pela mesma fração, Mocroski *et al.* (2019) observam que o significado de parte-todo é a abordagem predominante nos Anos Iniciais. Os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (2007) recomendam que sejam abordados apenas alguns dos significados da fração: parte-todo, quociente e razão. Isso acabou refletindo na organização de materiais e livros didáticos até o lançamento da BNCC, os quais servem de apoio para muitos professores.

Neste último documento, os significados da fração sugeridos para abordagem nos Anos Iniciais são parte/todo e quociente (indicados explicitamente apenas nos “Objetos de conhecimento” do 5º ano, conforme já indicado na Tabela 1). Esses dois significados também estão indicados para o 6º ano (anos finais do Ensino Fundamental). Os demais significados - “parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador” - são apresentados apenas no 7º ano. Desse modo, o fato de que os possíveis significados da fração (número, probabilidade, medida, operador) não serem abordados nesses documentos que regem o ensino de matemática no Brasil pode refletir na estruturação dos livros didáticos e dos cursos de formação inicial de professores, o que pode resultar na não abordagem desses significados nos Anos Iniciais, comprometendo a compreensão do conceito de fração.

O Guia do Plano Nacional do Livro Didático – PNLD (2007) afirma, segundo Cavalcanti e Guimarães (2008), que os livros didáticos precisam reconhecer que as frações estão presentes no cotidiano da criança e que, ao mesmo tempo, podem representar significados variados: parte-todo, operador, quociente de naturais e relação parte-parte, conforme sugerido também nos PCN. De acordo com os autores, existe uma forte tendência em valorizar alguns significados da fração em detrimento de outros, sendo os significados de medida e número os mais prejudicados por aparecerem em pouca, e às vezes nenhuma expressão nos livros didáticos, comprometendo assim a construção do conceito (CAVALCANTI; GUIMARÃES, 2008, p. 10).

Desse modo, os problemas mais frequentes nos livros didáticos são os que tratam do significado parte-todo, abordando variados exemplos nos quais a unidade é uma região geométrica (retangular ou circular) (LANDIM; MORAIS, 2019, p. 559). Além disso, os livros didáticos também apresentam atividades nas quais a unidade é discreta, como a quantidade de árvores no parque ou balas de morango em um pacote. Trata-se, portanto, do significado mais abordado nos livros didáticos dos Anos Iniciais (PERLIN *et al,* 2015, p. 4), seja a unidade contínua ou discreta.

Isso pode gerar uma visão empobrecida e equivocada da fração. Um obstáculo de aprendizagem causado por essa abordagem didática exclusiva de fração como parte-todo é a falta de compreensão de frações que representam mais do que a unidade, chamadas de frações impróprias (PINTO; RIBEIRO, 2013, p. 3).

Além disso, olhando só para este significado, acaba-se por representar frações por meio de desenhos (divisão de figuras geométricas), exemplos de alimentos (pizza, bolo, chocolate), abordando com maior frequência o estudo de frações de grandezas contínuas. Desse modo, é importante atentar-se para todos os possíveis significados de fração, tanto em relação a grandezas contínuas quanto às discretas, e assim preparar e desenvolver tarefas que possibilitem explorar situações do cotidiano do estudante e construir uma significativa compreensão da representação fracionária em todos os seus significados.

Entendemos por unidade discreta, conforme aponta LIMA (1986 *apud* Cavalcanti e Guimarães 2008), uma quantidade de identidade definida (ou individualizada) com as unidades separadas umas das outras, o que nos remete à contagem, por exemplo, a quantidade de maçãs na cesta ou das flores do jardim. Já a grandeza contínua refere-se às unidades que são divisíveis em partes, de forma que as unidades não são separadas (individualizadas) umas das outras, por exemplo, um pedaço de tecido, um bolo.

Além da abordagem desproporcional dos significados de fração nos livros didáticos, Bertoni (2004) afirma que o conceito de fração é apresentado nesse tipo de material por meio de uma grande quantidade de informações, principalmente no que se refere a nomenclaturas e relações entre as frações.

> Em algumas páginas dos livros didáticos, são introduzidos os nomes de todas as frações, as representações numéricas correspondentes e a nomenclatura de tipos especiais de frações. Ou seja, espera-se que, aproximadamente em uma semana, a criança esteja compreendendo esse novo campo numérico. (BERTONI, 2004, p. 4)

Contudo, defronte aos limites da organização de grande parte dos livros didáticos quanto à abordagem de frações, se aposta no desenvolvimento do conhecimento matemático do professor. Pinto e Ribeiro (2013) defendem que o conhecimento matemático sustenta a preparação e implementação de tarefas que promovam o desenvolvimento do conhecimento esperado nos estudantes. É importante, portanto, que o professor possua um conhecimento mais amplo sobre fração em relação àquele limitado a um só significado e memorização de regras sem explicações. Para isto, tem-se os conhecimentos desenvolvidos na formação inicial, os saberes adquiridos no exercício da docência e a complementação contínua de que a profissão necessita por meio de cursos de formação continuada.

O sucesso ou o fracasso escolar é determinado pela ação do professor (Lorenzato, 2006, p. 23). Cabe a ele a reflexão a respeito do que se julga mais importante na aprendizagem do estudante: a abordagem limitada a regras e desenhos ou desenvolvida a partir de investigações possibilitando a construção de diferentes significados? Nessa última, os procedimentos e resultados obtidos durante a investigação, podem ser argumentados e justificados, avaliando a plausibilidade dos resultados encontrados.

> É preciso ressalvar, contudo, que a abordagem que consideramos relevante para o desenvolvimento dos números fracionários é mais conceitual e compreensiva, e não de figuras e regras memorizadas. A abordagem tradicional, realmente, não contribui para um avanço na compreensão dos números. (BERTONI, 2009, p. 17)

Nessa perspectiva de investigação, Bertoni (2009) sugere ao professor propor situações significativas que possibilitem o surgimento de quantidades fracionárias e que relacionam esses novos números com os números naturais já conhecidos, não enfatizando apenas uma unidade a ser subdividida. Observar também os casos em que partes obtidas de diferentes objetos valem o mesmo tanto, isto é, o todo é diferente, mas a fração considerada é a mesma, por exemplo: um quarto de água em uma jarra e um quarto de água no copo. Além disso, propor situações em que se considera mais do que a unidade, por exemplo: os convidados da festa gostavam tanto de salgados, que cada mesa comeu em média uma bandeja e meia, analisando também junto com os estudantes casos não reais como 4/3 da estrada estão asfaltados, análise esta que auxiliará o estudante a avaliar o resultado encontrado no problema correspondente.

Cardoso e Mamede (2015) examinaram o conhecimento de 30 professores do 1º ciclo (Anos Iniciais) no distrito de Braga, na Espanha. Observaram nessa pesquisa que as recentes orientações curriculares recentes recomendam uma abordagem mais aprofundada já nessa fase escolar quanto ao conceito de fração. De acordo com estas orientações, deve-se possibilitar investigações dos estudantes acerca dos diferentes significados de fração. Quanto ao professor, este assume um papel essencial na implementação do currículo e para proporcionar uma aprendizagem matemática significativa, ele deve possuir um sólido conhecimento matemático. Segunda as autoras, essas orientações ratificam que o professor dos Anos Iniciais deve ter domínio do conceito de fração, tais como propriedades do conceito, significados, representação e comparação de frações.

Ademais, situações simples podem desencadear uma rica discussão sobre fração. Desde a sua parte introdutória, com a identificação de quantidades não inteiras de objetos do contexto da criança, sem necessariamente registrá-las, enfatizando que os números naturais não são capazes de representar todas as situações do cotidiano, sendo assim necessário o surgimento de um novo conjunto de números.

De acordo com Bertoni (2009), os estudantes não têm dificuldade em responder quanto dá a divisão de três laranjas para duas crianças. Por meio dessa divisão entre dois números naturais, surge um novo quantificador, envolvendo um número natural (um) e outro que não é (meio). Ou ainda, envolver os estudantes em uma situação na culinária, na qual em determinada receita, verifica-se que são utilizadas quantidades inteiras e não inteiras de xícaras de certo ingrediente, trabalhando assim, a contagem e a percepção da existência de outro "tipo de número", que não representa quantidades inteiras.

Em conformidade com Bertoni (2004) que afirma que no início da escolaridade há todo um trabalho introdutório, e assim não se pode esperar que a criança, durante a construção de seu vocabulário, nomeie ou represente alguma fração. Situações simples e que fazem parte do contexto do estudante, possibilitam construir os conceitos de fração e número fracionário, enfatizando a relação e diferença entre eles.

Verifica-se então, que o ensino e a aprendizagem de frações exigem um longo espaço de tempo para o seu desenvolvimento, sendo imprescindível a oportunização de situações investigativas, do contexto do estudante e a construção dos conceitos dando significados a eles, de modo que façam sentido para a criança. Fazer investigações, experimentações e construções dos conceitos demandam mais tempo do que uma abordagem tradicional, mas vimos, de acordo com os autores citados anteriormente, que os resultados não são os mesmos. Verifica-se, portanto, que o ensino e a aprendizagem por meio da construção de conceitos e significados são muito mais satisfatórios.

Vemos, portanto, que nessa fase escolar, a experimentação e a ludicidade são fundamentais, momentos esses que podem ser facilmente oportunizados no contexto do laboratório de matemática. Lucena (2017) defende que nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, fase que estudam crianças de 6 a 10 anos de idade, “os materiais do LEAM devem manter forte o caráter exploratório (visual e concreto), permitindo que a criança consiga manipular objetos e jogos que possibilitem a fundamentação de conceitos, a compreensão de propriedades e de algoritmos para as operações matemáticas básicas” (p. 17).

Construir conceitos e significados por meio de investigações são essenciais diante de uma realidade tecnológica que se vive atualmente, onde com um clique já obtemos respostas prontas e nem sempre verdadeiras. O uso do laboratório vai muito além das possibilidades de ensino e aprendizagem de um conceito matemático, como as frações. Ele nos remete à investigação, reflexão, argumentação e criticidade tanto dos estudantes quanto dos professores que o utilizam.

Apresentaremos a seguir, as pesquisas brasileiras que tiveram como objeto de estudo o laboratório de matemática, mais especificamente, voltado para a formação de professores dos Anos Iniciais, como forma de situar o nosso objeto de estudo no cenário atual da produção acadêmica brasileira.

3.3 PESQUISAS BRASILEIRAS QUE UTILIZAM O “LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA” NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

O panorama apresentado a seguir foi elaborado a partir dos dados dos bancos de dissertações do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), do Portal de Periódicos da CAPES e da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). Busca representar os resultados dos levantamentos realizados nesses bancos de dados, verificando a particularidade desta pesquisa, além de fornecer elementos para justificar o objetivo desse trabalho.

O Profmat - Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional é destinado a professores que buscam aprimoramento em sua formação profissional e atuam, prioritariamente, na educação básica. Os trabalhos resultantes desse mestrado (dissertações) buscam desenvolver pesquisas que, de certa forma, impactem no ensino de matemática na educação básica.

Diante disso, no banco de dissertações do Profmat foram identificadas ao todo 11 (onze) dissertações (destacadas na Tabela 3), que utilizaram o Laboratório de Matemática como objeto de estudo, mas nenhuma delas volta-se para a formação de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Com as palavras-chaves "Laboratório de Matemática" e "Laboratório de Ensino de Matemática" obtivemos quatro (4) e sete (7) trabalhos, respectivamente. No entanto, as palavras-chaves "Laboratório de Aprendizagem de Matemática" e "Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática", quando digitadas na busca, não apresentaram resultados.

Quadro 3 - Dissertações do Profmat sobre o Laboratório de Matemática

(continua)

Código	Palavra-chave da pesquisa	Título	Instituição	Ano	Participantes da pesquisa
1	Laboratório de Matemática	Análise da capacidade metacognitiva dos alunos através do emprego da metodologia da problematização na perspectiva do Laboratório de Matemática de uma escola de Marituba	UFPA	2019	Estudantes do Ensino Médio
2	Laboratório de Matemática	A utilização do Laboratório de Matemática para o ensino e aprendizagem de trigonometria no 2º ano do Ensino Médio	UFAL	2016	Estudantes do Ensino Médio
3	Laboratório de Matemática	O uso das aulas de Educação Física como Laboratório de Matemática	UFPA	2016	Estudantes do Ensino Médio
4	Laboratório de Matemática	Interpolação polinomial com uso de softwares, uma atividade para Laboratório de Matemática	UFPI	2014	Estudantes do Ensino Médio
5	Laboratório de Ensino de Matemática	Os impactos da implementação do Laboratório de Ensino de Matemática no IFMA – campus São João dos Patos	IFPI	2019	Estudantes do Ensino Médio Licenciandos em Matemática
6	Laboratório de Ensino de Matemática	Proposta de implantação do 1º Laboratório de Ensino de Matemática na rede municipal de Porto Seguro	UESC	2016	Comunidade escolar e Estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental
7	Laboratório de Ensino de Matemática	Laboratório de Ensino de Matemática: uma proposta para licenciatura em	UFERSA	2015	Licenciandos em Matemática

		matemática e a utilização de jogos de recorrência			
8	Laboratório de Ensino de Matemática	Laboratório de Ensino de Matemática: algumas atividades para o ensino de Geometria	UFPI	2015	Estudantes do dos anos finais do Ensino Fundamental

Quadro 3 - Dissertações do Profmat sobre o Laboratório de Matemática

(conclusão)

Código	**Palavra-chave da pesquisa**	**Título**	**Instituição**	**Ano**	**Participantes da pesquisa**
9	Laboratório de Ensino de Matemática	Laboratório de Ensino de Matemática: conhecendo, avaliando e construindo.	UESB	2014	Estudantes do Ensino Médio
10	Laboratório de Ensino de Matemática	O Laboratório de Ensino de Matemática nas práticas do 4º ciclo do Ensino Fundamental	UFES	2014	Estudantes do dos anos finais do Ensino Fundamental
11	Laboratório de Ensino de Matemática	Laboratório de Ensino de Matemática: do projeto às primeiras atividades	UFT	2020	Estudantes do Ensino Médio

Fonte: Autoria própria (2020)

Após a análise dos resumos, verificou-se que nenhuma das pesquisas voltava-se para a formação continuada de professores. A maioria dos trabalhos se direciona aos estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, sem fazer referência aos Anos Iniciais nem aos professores que trabalham nessa fase escolar que é, neste caso, os participantes desta pesquisa.

No Portal de Periódicos da Capes, foram filtrados 37 trabalhos com a palavra-chave “Laboratório de Matemática”, 35 com “Laboratório de ensino de Matemática, 3 com “Laboratório de ensino e aprendizagem de matemática” e 1 com o termo “Laboratório de matemática na formação de professores”. A primeira análise foi realizada a partir do título, de modo que os trabalhos que indicavam preocupações quanto ao uso do laboratório de matemática na formação de professores totalizaram 22 (vinte e dois) trabalhos. Todavia, dois deles, intitulados “ Laboratório de matemática: um espaço para a formação continuada do professor” - 1997 e “Formação continuada de professores que ensinam matemática: possibilidades de desenvolvimento profissional a partir de um curso de especialização” - 2005 não foram localizados na íntegra para análise e por isso não seguem listados na Tabela 4. Essa tabela é composta, portanto, de 20 (vinte) trabalhos.

Quadro 4 - Dissertações do Portal de Periódicos da CAPES sobre o Laboratório de Matemática na formação de professores

(continua)

Código	Palavra-chave	Título	Instituição	Ano	Participantes da pesquisa
12	Laboratório de Matemática	Uma ideia para o Laboratório de Matemática	USP	1999	Professores da Educação Básica

Quadro 4 - Dissertações do Portal de Periódicos da CAPES sobre o Laboratório de Matemática na formação de professores

(continua)

Código	Palavra-chave	Título	Instituição	Ano	Participantes da pesquisa
13	Laboratório de Matemática	Ecomatemática: um fazer matemático com material reciclável na perspectiva da educação matemática crítica e ambiental	UFES	2008	Estudantes do Ensino Fundamental II (6º ano)
14	Laboratório de Matemática	Construção de atividades para o trabalho no laboratório de matemática	PUC-MG	2015	Licenciandos em Matemática
15	Laboratório de Ensino de Matemática	O Laboratório de Ensino de Matemática nas práticas do 4º ciclo do Ensino Fundamental	UFES	2014	Estudantes do Ensino Fundamental II
16	Laboratório de Matemática	Laboratório de Educação Matemática: descobrindo as potencialidades do seu uso em um curso de formação de professores	PUC-MG	2011	Licenciandos em Matemática e alunos do Ensino Médio
17	Laboratório de Matemática	Práticas de laboratório: uma análise do(s) entendimento(s) e uso(s) apontados por professores de matemática em Aracaju-SE	UFSE	2014	Professores da Educação Básica
18	Laboratório de Matemática	Laboratório de Ensino de Matemática; Práticas de Laboratório de Matemática; Atividades experimentais em aulas de Matemática	UFSE	2013	Estudante da EJA
19	Laboratório de Matemática	A (re)construção do conceito de dividir na formação dos professores: o uso do jogo como recurso metodológico	UFAL	2008	Professores dos 4º e 5º anos
20	Laboratório de Matemática	Contribuições do Laboratório de Educação Matemática para a formação inicial de professores: saberes práticos e formação profissional	PUC – Rio	2010	Licenciandos em Matemática
21	Laboratório de Matemática	A formação continuada e o uso das frações voltadas para a construção do conhecimento	UFMS	2015	Estudantes e professores dos Anos Finais do Ensino Fundamental.
22	Laboratório de Matemática	A matemática na formação das professoras normalistas: o Instituto de Educação General Flores da Cunha em tempos de matemática moderna	UFRGS	2018	“Professores primários” de 1950 a 1970

23	Laboratório de Matemática	Ensinar e aprender Matemática, ressonâncias da Escola Nova: um olhar sobre a formação de professores no Instituto de Educação General Flores da Cunha (1940-1955)	UFRGS	2018	"Professores que ensinavam e aprendiam matemática" entre 1940 e 1955

Quadro 4 - Dissertações do Portal de Periódicos da CAPES sobre o Laboratório de Matemática na formação de professores

(conclusão)

Código	Palavra-chave	Título	Instituição	Ano	Participantes da pesquisa
23	Laboratório de ensino e aprendizagem de matemática	Espaços oficiais e intersticiais da formação docente: histórias de um grupo de professores na área de ciências e matemática	UNICAMP	2002	Professores do Ensino Superior
24	Laboratório de ensino e aprendizagem de matemática	Temas regionais em atividades de geometria: uma proposta na formação continuada de professores de Manaus (AM)	UNESP	2004	Formação continuada de professores da Educação Básica
25	Laboratório de ensino e aprendizagem de matemática	O Laboratório de construção do saber matemático na Universidade Severino Sombra: do sonho à realidade.	Universidade de Vassouras	2014	Formação continuada de professores
26	Laboratório de matemática na formação de professores	O Laboratório de construção do saber matemático na Universidade Severino Sombra: do sonho à realidade.	Universidade de Vassouras	2014	Formação continuada de professores
27	Laboratório de ensino de matemática	O laboratório de ensino de matemática e a identificação de obstáculos no conhecimento de professores de matemática	Unicamp	2010	Formação continuada de professores da Educação Básica
28	Laboratório de ensino de matemática	O laboratório de ensino de matemática temático centrado nos instrumentos de navegação: uma proposta para o IFRN de Mossoró/RN	UFRGN	2014	Formação continuada de professores do Ensino Fundamental II e Ensino Médio
29	Laboratório de ensino de matemática	Laboratório na escola: possibilidades para o ensino de matemática e formação docente	UFMG	2017	Formação continuada de professores do Ensino Fundamental II
30	Laboratório de ensino de matemática	Reflexões sobre a implantação de um laboratório interativo de matemática (LIM): possibilidade, inovações e contribuições	UEPB	2016	Estudantes do Ensino Médio
31	Laboratório de ensino de matemática	Laboratório de ensino de matemática: uma análise dos espaços práticos de ensino e aprendizagem das escolas do Centro de Estudos e Pesquisas Aplicadas (CEPA) – Alagoas	UFAL	2018	Laboratórios de 10 escolas de um centro educacional

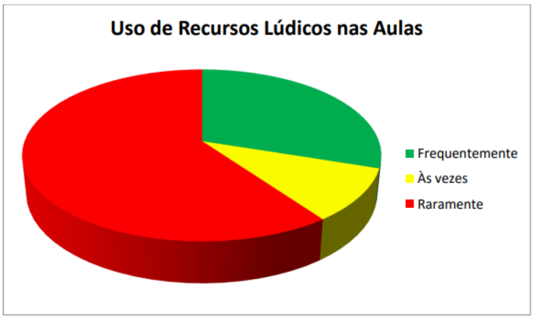
Fonte: Autoria própria (2020)

A segunda parte da análise ocorreu por meio do resumo de cada pesquisa, atentando-se agora para a formação de professores dos Anos Iniciais. A partir das observações e resultados encontrados pelos autores, detalhamos a seguir algumas das pesquisas indicadas na Tabela 4, as quais fundamentam o nosso estudo.

A primeira delas, intitulada “Uma ideia para o Laboratório de Matemática” de Aguiar (1999), observou que na maioria das escolas entrevistadas se mantinha o ensino voltado para o desenvolvimento de atividades individuais, sem estimular a interação entre os estudantes. Além disso, o laboratório de matemática se constituía de um espaço voltado para se refazer experiências, isto é, sem a construção de conceitos e significados. Verificou-se assim que, apesar do laboratório de matemática disponibilizar de um espaço físico, o seu uso não era produtivo.

O trabalho de Langoni (2015), **“**A formação continuada e o uso das frações voltadas para a construção do conhecimento**”,** também atenta para os obstáculos enfrentados pelos professores quanto ao uso do laboratório. O autor buscou investigar os “conceitos básicos” de fração, suas diferentes aplicações e interpretações bem como a formação continuada de professores como forma de melhorar a prática pedagógica. Após realizados os levantamentos sobre as concepções e metodologias utilizadas em sala de aula por esses professores para o ensino dos números racionais na representação fracionária, escolheu-se um dos docentes para aplicar um projeto sobre frações em suas duas turmas de sexto ano. Neste projeto, utilizou-se como materiais e jogos o dominó da fração, o origami e a régua de frações. Langoni constata alguns aspectos que limitam o desenvolvimento de atividades lúdicas, como falhas na estrutura do conhecimento pedagógico e específico do professor, além da falta de material e estrutura física das escolas.

Figura 3 - Uso de recursos lúdicos nas aulas segundo Langoni (2015)7



Fonte: LANGONI, 2015, p. 21

Nesse contexto de desuso dos materiais que compõem o laboratório de matemática, Justo (2015) desenvolveu sua pesquisa “Construção de atividades para o trabalho no laboratório de matemática” a partir da angústia com o fato de que os kits didáticos disponibilizados para toda a Rede Municipal de Educação de Cachoeiro do Itapemirim/ES permaneceram encaixotados. Diante disso, elaborou uma proposta de atividades para a exploração do laboratório a fim de aprimorar a formação dos professores, investigando os materiais disponibilizados.

Outra pesquisa neste sentido é a de Jarske (2014), “Práticas de laboratório: uma análise do(s) entendimento(s) e uso(s) apontados por professores de matemática em Aracaju-SE”, que investigou as concepções de vinte e um professores da Rede Estadual de Educação de Aracaju/SE sobre a exploração do laboratório de matemática. Os resultados mostraram pouca frequência no uso de jogos e materiais manipuláveis, apesar de a maioria deles reconhecer a importância de atividades experimentais para favorecer o aprendizado do estudante.

Nota-se então a importância do desenvolvimento de propostas de formação continuada para transformar essa concepção dos professores quanto ao uso do laboratório e auxiliá-los na superação de suas dificuldades. Vasconcelos (2008) conclui, em sua pesquisa “A (re)construção do conceito de dividir na formação dos professores: o uso do jogo como recurso metodológico” que se deve organizar esse tipo de formação guiado pelas dificuldades detectadas. E, além disso, que não se pode mais pensar no ensino da matemática sem contemplar a construção de significados. É preciso envolver o estudante no processo de investigação e construção de conceitos, não sendo mais apresentados como assuntos prontos e fechados. Visto que o papel da escola nos tempos atuais é formar cidadãos, de modo a atuarem de forma significativa na sociedade, dominando conhecimentos construídos no decorrer do tempo, entre eles o conhecimento lógico-matemático.

Inquietações e a procura por métodos que auxiliem na superação de dificuldades no ensino e na aprendizagem acarretaram em avanços na Educação Matemática. Bonfada (2017) e Rheinheimer (2018), em suas respectivas pesquisas "A matemática na formação das professoras normalistas: o Instituto de Educação General Flores da Cunha em tempos de matemática moderna" e "Ensinar e aprender Matemática, ressonâncias da Escola Nova: um olhar sobre a formação de professores no Instituto de Educação General Flores da Cunha (1940-1955)", apontam que os registros indicaram que os envolvimentos de docentes da época motivados por suas inquietações foram importantes para avanços no ensino da Matemática. Ambas, indicadas na tabela anterior, buscam investigar a formação de professores dos Anos Iniciais em décadas passadas, utilizando os materiais do Laboratório de Matemática como fonte documental (acervo).

Justificando a ideia de utilizar materiais recicláveis na construção de materiais para compor um laboratório, Marchioni (2008), em sua pesquisa "Ecomatemática: um fazer matemático com material reciclável na perspectiva da educação matemática crítica e ambiental" investiga a construção de um laboratório de matemática utilizando material reciclável com base na separação seletiva do lixo domiciliar realizada pelos estudantes participantes da pesquisa. Ele verifica que além de contribuir para a aprendizagem dos conceitos matemáticos (sólidos geométricos, ângulos, frações, sistemas de medidas e jogos lógicos) os resultados mostraram a formação de uma "atitude ecológica" durante as discussões sobre reciclagem, reutilização e redução do consumo.

O trabalho "O Laboratório de construção do saber matemático na Universidade Severino Sombra: do sonho à realidade", de Colonese (2014), apareceu como resultado em duas buscas, conforme indica os itens 25 e 26 da Tabela 4, e apresenta sugestões de materiais didáticos em várias áreas da matemática – geometria, álgebra, tratamento da informação sem investigar um conceito específico. Por meio do contexto do Laboratório de Matemática, Colonese (2014) desenvolve uma orientação para auxiliar professores dos Anos Iniciais sobre a construção e uso de materiais por meio dos "Cadernos Didáticos". Essa pesquisa verificou que o laboratório de matemática é um espaço composto por “atividades experimentais, oficinas pedagógicas, cursos e desenvolvimento de estudos” que buscam aperfeiçoar as práticas pedagógicas (COLONESE, 2014, p.8).

A partir da palavra-chave “laboratório de ensino e aprendizagem de matemática”, obteve-se 3 trabalhos, todos relacionados à formação e professores. A pesquisa de Guérios (2002): “Espaços oficiais e intersticiais da formação docente: histórias de um grupo de professores na área de ciências e matemática” é desenvolvida com 6 professores que atuaram no Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática e Ciências Físicas e Biológicas, da Universidade Federal do Paraná (UFPR), desde a sua fundação (em 1985) até o ano de 2000. Buscou-se então investigar o processo de desenvolvimento profissional desses professores, em consideração aos espaços oficiais (espaços físicos) e intersticiais (“espaço do livre pensar, da ação em rotas inovadoras, da ousadia”). Visto que, o espaço físico pode se transformar em um espaço intersticial, dependendo assim da postura do professor quanto à “dinamização de seu cotidiano profissional” (GUÉRIOS, 2002, p. 175). Os resultados obtidos confirmam que o processo de formação do professor é de forma evolutiva contínua e que o “desenvolvimento profissional do professor acontece pelas trocas intersubjetivas com outros sujeitos da prática educativa (colegas, formadores e alunos) e pela busca de sentido sobre o que somos e o que fazemos”. Enquanto isso, o Laboratório se configurava como um espaço oficial, ao mesmo tempo que estimulava a investigação e assim surgiam os espaços intersticiais com situações imprevisíveis (GUÉRIOS, 2002, p. 199).

Outro estudo de caso pertinente à formação de professores foi desenvolvido por Oliveira (2004) que, por meio de um “curso de Geometria” para professores da Educação Básica, no contexto do Laboratório de Matemática e na perspectiva de cenário de investigação, constatou que, apesar da “racionalidade técnica” dos professores participantes e a ideia de experimentação como sinônimo de laboratório, foi por entre os cenários de investigação que se obteve maior progresso. Além disso, o laboratório possibilitou a troca de experiências entre os envolvidos e reflexões sobre suas práticas. (OLIVEIRA, 2004, p.147). Dessa forma, Oliveira (2004) propõe um laboratório de ensino constituído, não por um espaço físico da escola, “mas em momentos de reflexão, investigação, discussão e aprendizagem, tanto do professor, quanto do estudante, efetuados no próprio ambiente da sala de aula e no espaço da formação continuada de professores". (OLIVEIRA, 2004, p.148). Tal concepção de laboratório coaduna com a adotada nesta pesquisa.

Moran e Franco (2010) buscaram investigar, em sua pesquisa "O laboratório de ensino de matemática e a identificação de obstáculos no conhecimento de professores de matemática", como o laboratório de matemática pode contribuir na identificação de obstáculos epistemológicos e didáticos, segundo as concepções Bachelard de Brousseau, no conhecimento de professores de matemática. Para isso, foi desenvolvida uma oficina de matemática, utilizando jogos e materiais manipuláveis a fim de identificar erros conceituais entre os participantes, remediando as dificuldades apresentadas.

Oliveira (2017) verifica, em seu trabalho "Laboratório na escola: possibilidades para o ensino de matemática e formação docente", que o laboratório, na medida em que convida à investigação e compartilhamento, e incentiva a participação ativa dos estudantes, representa um espaço de possibilidades de enriquecimento da prática docente, tanto da matemática quanto de outras áreas. Além disso, defende que esse espaço precisa ser institucionalizado e, como tal, reconhecido no projeto pedagógico da escola. (OLIVEIRA, 2017, p.5) A autora entrevistou professores que atuaram e atuam no laboratório, chamado por ela de LEM, sobre suas práticas nesse espaço, as dificuldades, possibilidades, percepções e opiniões.

Outra fonte de dados utilizada foi a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). Neste banco de dados, foram apresentados na busca 25 trabalhos com a palavra-chave "laboratório de matemática". Entre os trabalhos, sete deles já estão indicados nas tabelas 3 e 4 (itens 17, 22, 23, 10, 19, 21, 30). Com a palavra-chave "laboratório de ensino de matemática", a busca apresentou 22 trabalhos, dentre eles (itens 10, 28, 27, 7, 29, 30, 17) das tabelas 3 e 4. A busca filtrou um único trabalho com a palavra-chave "laboratório de ensino e aprendizagem de matemática", o qual já foi descrito na Tabela 4 (item 24). Já com a palavra-chave "laboratório de matemática na formação de professores" a busca não apresentou nenhum resultado. Restaram então 2 trabalhos filtrados e que ainda não foram analisados. Eles estão indicados na Tabela 5, a seguir:

Quadro 5 - Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) sobre o laboratório de matemática na formação continuada de professores

Código	Palavra-chave	Título	Instituição	Ano	Participantes da pesquisa
32	Laboratório de Matemática	As contribuições do laboratório de educação matemática Isaac Newton para o ensino de matemática na Educação Básica na perspectiva da Etnomatemática	FURB	2015	Professores e estudantes da Educação Básica
33	Laboratório de ensino de matemática	Tecnologias móveis na formação de professores que ensinam matemática	UFAL	2017	Acadêmicos de Pedagogia e Licenciandos em Matemática

Fonte: Autoria própria (2020)

A primeira pesquisa indicada na Tabela 5, de Tironi (2015), revela que projetos e atividades desenvolvidas no contexto do laboratório contribuem para um ensino de matemática significativo e criativo, aproximando-se da realidade escolar do estudante. Também defende a ampliação dessas atividades e investimentos na formação continuada de professores.

Considerando, portanto, a importância da ludicidade e experimentação dos estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental que, segundo Raupp e Grando (2016), podem ser essenciais no desenvolvimento de funções importantes da criança (linguagem, a memória, a percepção, a atenção, a motricidade e aspectos sociais) e diante dos resultados obtidos neste levantamento, amparamos nossa escolha pelo desenvolvimento dessa pesquisa com professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental a partir de tarefas organizadas no contexto do Laboratório de Ensino e Aprendizagem da Matemática, o LEAM.

Diante disso, a partir dos trabalhos levantados, verifica-se a particularidade da presente pesquisa, concluindo que nenhum deles direciona-se para a sua especificidade. Os resultados de Szymanski e Martins (2017), consequentes de uma pesquisa teórica sobre a formação matemática de professores para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, também mostraram que, no período de 2004 a 2014, não existiram trabalhos no escopo dessa pesquisa.

4 DELINEAMENTO METODOLÓGICO DA PESQUISA

Neste capítulo apresentamos o delineamento metodológico desta pesquisa, descrevendo a sua caracterização, seus aspectos éticos, os instrumentos de coleta de dados utilizados, os participantes, e por fim, a descrição das tarefas desenvolvidas na oficina.

4.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Diante da diversidade nos tipos de pesquisas, faz-se necessário classificá-las, organizando-as mediante alguns critérios. Prodanov e Freitas (2013) indicam critérios de classificação das pesquisas: quanto à natureza, abordagem, objetivos e procedimentos.

Quanto aos procedimentos, essa pesquisa se categoriza como pesquisa-ação uma vez que, segundo Prodanov e Freitas (2013), na pesquisa-ação há uma “estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo”, oportunizando assim o trabalho cooperativo entre o pesquisador e o participante. Assim, a resolução de um problema ou o suprimento de uma necessidade representa um interesse coletivo e desempenha um papel ativo na própria realidade dos fatos observados.

> A pesquisa-ação acontece quando há interesse coletivo na resolução de um problema ou suprimento de uma necessidade. Pesquisadores e pesquisados podem se engajar em pesquisas bibliográficas, experimentos etc., interagindo em função de um resultado esperado. (PRODANOV; FREITAS, 2013, p. 65)

Nesse contexto de pesquisa-ação, o interesse coletivo, tanto da pesquisadora quanto das participantes da pesquisa, voltava-se em buscar situações que possibilitassem o aumento do conhecimento matemático dessas professoras, que não têm formação específica em Matemática, mas que a ensinam nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. O conteúdo matemático escolhido foi sugerido pelas participantes antes do início da oficina pedagógica devido à grande dificuldade de ensino relatada por elas.

Em relação à natureza desta pesquisa, classifica-se como aplicada. De acordo com Gil (2008), a pesquisa aplicada tem como característica fundamental o interesse na aplicação, utilização e consequências práticas dos conhecimentos. Prodanov e Freitas (2013) afirmam que a qualitativa objetiva gera conhecimentos para aplicação prática, buscando as soluções dos problemas. Dessa forma, a partir do objetivo dessa pesquisa, desenvolveu-se uma oficina pedagógica de matemática no contexto do LEAM, que possibilitou o desenvolvimento de conhecimentos específicos das participantes, o que implicará em consequências práticas, como a construção de LEAM nas escolas e utilização das tarefas no contexto escolar dos Anos Iniciais.

Quanto à forma de abordagem do problema, esta pesquisa classifica-se como qualitativa pois, segundo a concepção de Prodanov e Freitas (2013), a pesquisa qualitativa "não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas", mas nesse caso, busca analisar de forma subjetiva a potencialidade das tarefas desenvolvidas no contexto do LEAM na formação das professoras participantes da pesquisa. Qualitativa nos remete então à subjetividade, onde os números não conseguem quantificar, o que faz "depender muito da capacidade e do estilo do pesquisador" (GIL, 2008, p. 175).

Na caracterização quanto aos objetivos, esta pesquisa classifica-se como explicativa pois através do registro, interpretação dos fenômenos observados e análise, o pesquisador busca respostas para as situações enfrentadas (PRODANOV; FREITAS, 2013, p.53). Os registros obtidos são dados fundamentais para a validação do objetivo deste estudo. Por fim, a tabela a seguir sintetiza a caracterização da presente pesquisa:

Quadro 6 - Classificação da pesquisa

Quanto à natureza	**Quanto à forma de abordagem do problema**	**Quanto aos objetivos**	**Quanto aos procedimentos**
Aplicada	Qualitativa	Explicativa	Pesquisa-ação

Fonte: Autoria própria (2020)

4.2 ASPECTOS ÉTICOS DA PESQUISA

A realização da coleta de dados da pesquisa, por meio da oficina, ocorreu após aprovação do projeto de pesquisa "Potencialidades matemáticas do LEAM na formação continuada de professores que ensinam matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental", pelo Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo

Seres Humanos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (CEP/UTFPR)[2] - CAAE 22847919.3.0000.5547 cujo parecer consubstanciado está apresentado no Anexo I.

Para a submissão desse projeto, o professor responsável pelo Laboratório de Matemática (LAMAT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná campus Pato Branco/PR – local de aplicação da pesquisa – assinou um termo de autorização, presente no Anexo II, sobre o uso deste ambiente para a aplicação da oficina pedagógica. A oficina, intitulada “Frações: buscando significados” desenvolveu-se na modalidade de projeto de extensão entre a universidade e a escola, vinculado à mesma UTFPR, o qual certificou as participantes e a pesquisadora. O certificado da pesquisadora está indicado no Anexo III.

A pesquisadora assinou um termo de compromisso, confidencialidade de dados e envio do relatório final, presente no Anexo IV, o qual objetiva preservar a identidade das participantes em todas as fases de desenvolvimento da pesquisa e garantir que o relatório final seja enviado ao CEP para a finalização deste trabalho.

As participantes assinaram, após informações esclarecidas pelo próprio termo e pela pesquisadora, o termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE) e o termo de consentimento para uso de imagem e som de voz, concordando com sua participação na pesquisa, sob o direito de sair e receber esclarecimentos em qualquer etapa, além de autorizar o uso de imagem e voz na divulgação dos resultados desta pesquisa. Cada participante ficou sob a posse de uma cópia do TCLE assinada, sendo que a outra cópia foi arquivada pela pesquisadora. O modelo desse documento está presente no Anexo V.

Por fim, no anexo VI, apresentamos a folha de rosto do projeto dessa pesquisa. Esta folha contém o termo de compromisso assinado pela pesquisadora, comprometendo-se em cumprir os requisitos da Resolução CNS 466/12, além da autorização para execução da pesquisa assinada pelo responsável da instituição proponente.

[2]Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (CEP/UTFPR) - Endereço: Av. Sete de Setembro, 3165, Bloco N, Térreo, Bairro Rebouças, CEP 80230-901, Curitiba-PR, Telefone: (41) 3310-4494, e-mail: coep@utfpr.edu.br.

4.3 INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

A coleta de dados ocorreu por meio da realização de uma oficina de Matemática desenvolvida em quatro encontros semanais, das 19h às 22h, sendo realizados em dois ambientes de acordo com suas disponibilidades: no Laboratório de Matemática – LAMAT e no Laboratório Interdisciplinar de Formação de Educadores – LIFE, na Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) – campus Pato Branco/PR. Além dos encontros presenciais, foram desenvolvidas tarefas à distância sob orientação da pesquisadora.

Os encontros foram planejados e desenvolvidos com o objetivo de proporcionar uma formação matemática, para essas professoras dos Anos Iniciais que ensinam matemática em sala de aula. Para aproximar-se da realidade das participantes em suas angústias quanto ao ensino da matemática foram levantados informalmente os principais objetos matemáticos que elas tinham dificuldades em abordar. Esse levantamento foi realizado com algumas das professoras participantes, de forma oral, que atuam na mesma escola que a pesquisadora. O resultado desse levantamento se confirmou com o anseio da pesquisadora em investigar o objeto matemático fração e seu ensino em sala de aula nos Anos Iniciais.

Pesquisas também fundamentam a escolha desse conceito, como Landim e Morais (2019), Tancredi e Resende (2017), Costa e Brisola (2015), entre outros. Esses autores afirmam, quanto ao objeto fração, que muitas das dificuldades apresentadas (pelos estudantes) devem-se à falta de compreensão dos diferentes significados das frações por parte dos próprios estudantes e professores. Quanto ao ensino da fração, este tem ocorrido ao longo do tempo, com ênfase nos procedimentos, permanecendo, em segundo plano, a parte conceitual da fração. Para Tancredi e Resende (2017), essa tendência é prejudicial para a aprendizagem da Matemática, “pois não dá aos alunos ferramentas para pensar” (p. 187).

Os encontros presenciais ocorreram no formato de uma oficina pedagógica de matemática no contexto do LEAM. A coleta de dados desses encontros se deu por meio de questionário inicial e final (QI e QF, respectivamente); diário de campo da pesquisadora (DC); imagens, vídeos, mapas conceituais (MC) que resumiam cada encontro; registros das observações das participantes no decorrer de cada tarefa, anexados no formato de um portfólio (RPT); registro das observações das participantes, indicando o que já sabiam e o que não sabiam antes da sua participação na oficina e o que aprenderam a partir dela (RO) – realizado no último encontro; e o registro das observações da tarefa aplicada em sala de aula (ROTASA).

A coleta de dados iniciou com a aplicação do questionário inicial (QI), coletando informações acadêmico-profissionais e conceituais (objeto fração e seu ensino). No que se refere ao percurso acadêmico-profissional, foram coletados dados como formação, tempo de trabalho como docente nos Anos Iniciais, dificuldades, inseguranças no ensino frações e metodologias utilizadas. Já os dados conceituais estavam organizados no formato de problemas envolvendo o objeto matemático fração. O modelo desse instrumento encontra-se indicado no Apêndice I.

O diário de campo (DC) foi desenvolvido pela pesquisadora no decorrer dos encontros, com filmagens, áudios e anotações visando sua análise fidedigna. Outro dado coletado a cada encontro corresponde aos registros das professoras participantes (RPT), onde durante o desenvolvimento de cada tarefa, elas apontaram suas dúvidas, aprendizagens, resoluções e demais percepções. Esses dados foram arquivados no formato de um portfólio, ficando uma cópia com a pesquisadora e o original com a participante, a fim de orientar o futuro desenvolvimento dessas tarefas em sala de aula. O modelo do RPT de uma tarefa encontra-se indicado no Apêndice II.

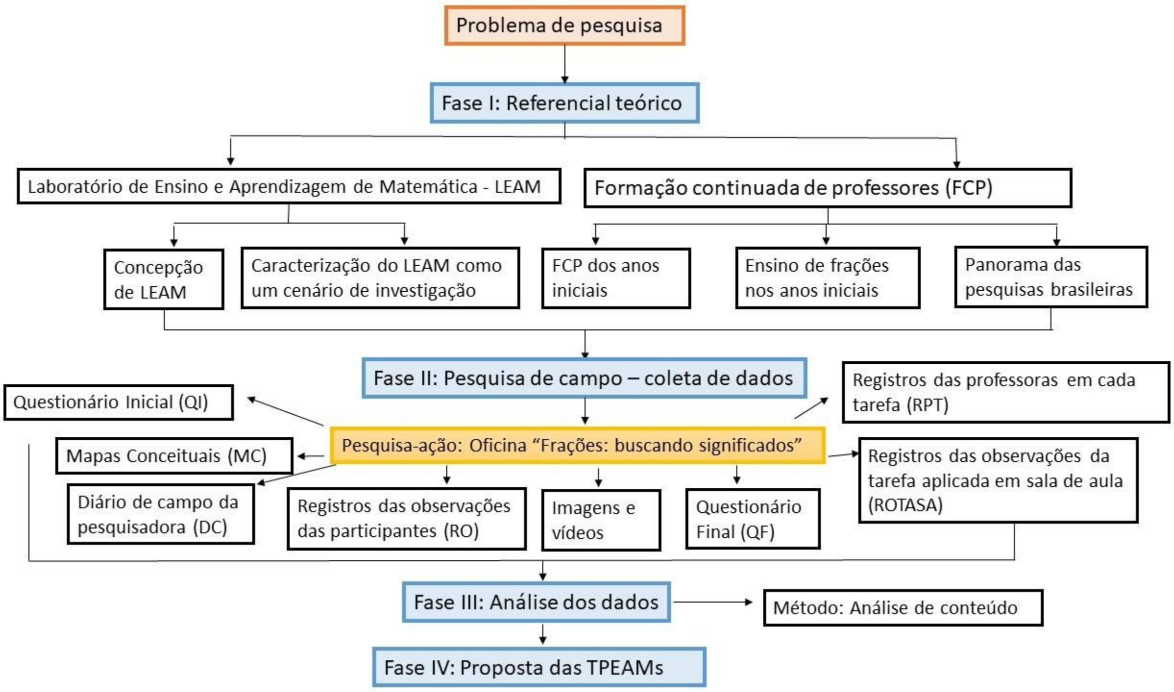
Os mapas conceituais (MC) foram elaborados pelas professoras participantes após cada encontro a fim de resumir os principais conceitos e demais assuntos relevantes discutidos naquele momento, sendo entregues à pesquisadora no encontro seguinte. Outro dado coletado para além dos momentos presenciais refere-se aos registros das observações da tarefa desenvolvida em sala de aula (ROTASA), realizados também pelas professoras participantes. Cada uma delas escolheu uma das tarefas discutidas na oficina e aplicou-a em sua turma na escola. Esses registros (ROTASA) são compostos por imagens, vídeos e principalmente por um protocolo de observações, no qual as professoras descreveram suas percepções sobre a tarefa aplicada. Esse protocolo está indicado no Apêndice III.

Como os MC e os ROTASA ocorreram no formato à distância, foram também contabilizados na carga horária da oficina, a qual estava vinculada à um projeto de extensão da universidade. Esse projeto, desenvolvido no âmbito do Departamento de Extensão da UTFPR/PB, disponibilizou certificados de participação às professoras participantes da oficina, totalizando uma carga horária de 40h.

No último encontro da oficina, foi aplicado o questionário final (QF), contendo apenas as mesmas questões conceituais do QI, isto é, com os mesmos problemas sobre frações (por isso que o QF não está indicado nos apêndices do trabalho). O objetivo era verificar se, após a realização da oficina, as participantes conseguiriam compreender o conceito de fração e seus significados, diminuindo erros na resolução dos problemas e resolvendo questões antes deixadas por elas em branco. Além do questionário, cada participante indicou, em um protocolo de respostas (RO), os conceitos e as metodologias que já sabia, que não sabia e o que aprendeu a partir da oficina. O modelo do RO encontra-se indicado no Apêndice IV.

Em resumo, indica-se as fases do desenvolvimento da pesquisa e os instrumentos de coleta de dados por meio do organograma a seguir:

Figura 4 - Organograma das fases da pesquisa e instrumentos de coleta de dados



Fonte: Autoria própria (2020)

4.4 PARTICIPANTES DA PESQUISA

Esta pesquisa busca avaliar o potencial investigativo de cada TP, verificando se, após a aplicação, cada tarefa realmente assim se configura e pode então compor um LEAM. Esse objetivo foi definido com o intuito de responder ao seguinte problema: quais as potencialidades investigativas e matemáticas de tarefas, desenvolvidas no contexto do LEAM para a construção dos significados da fração e quais os impactos gerados por essas investigações na formação matemática das professoras envolvidas na pesquisa e que ensinam matemática nos Anos Iniciais?

Em vista disso, realizou-se um convite aos professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental de toda a rede pública do município de Pato Branco/PR, por meio da Secretaria Municipal de Educação, e de algumas escolas privadas do mesmo município, as quais a pesquisadora tem maior contato. Disponibilizou-se, inicialmente, um total de 10 vagas: 5 (cinco) para professores de escolas municipais e 5 (cinco) para professores de uma escola privada, na qual a pesquisadora trabalha atualmente. Devido à procura pela oficina, disponibilizamos mais 3 (três) vagas, totalizando assim 13 (treze). Desse modo, se inscreveram para a oficina 13 (treze) professoras, sendo 8 (oito) delas da rede pública municipal e 5 (cinco) da rede particular.

Com o objetivo de preservar a identidade das participantes, solicitou-se que cada professora escolhesse e utilizasse, durante todos os encontros, um codinome para sua identificação. A utilização de um codinome também busca facilitar a organização dos registros e demais dados coletados para a fase de análise dessa pesquisa. Desse modo, identificamos cada professora participante por meio da primeira letra do codinome escolhido (por exemplo: codinome Maria, será identificado como M). Caso ocorra codinomes que comecem com uma mesma letra, por exemplo Maria e Milena, estes serão organizados em ordem alfabética (nesse caso, já está), atribuindo-lhes, após a letra, um número a fim de diferenciá-los: M1 e M2, respectivamente. A pesquisadora, será identificada na análise como “Pe”.

Contudo, parte das participantes da pesquisa faltou a alguns encontros. Como cada encontro foi desenvolvido em 3 horas (180 minutos), cada falta da participante gerava uma grande perda de investigações e construção dos conceitos, o que pode afetar, de certa forma, nos resultados da pesquisa. A tabela a seguir apresenta a frequência das participantes (P: presente e F: falta) nos encontros, em porcentagem, sendo identificadas pelos codinomes escolhidos.

Tabela 1 - Frequência das participantes nos encontros da oficina

Codinome	21/11/2019	27/11/2019	04/12/2019	11/12/2019	Frequência (%)
A1	P	F	P	P	75
A2	P	F	F	P	50
A3	P	P	P	P	100
A4	P	P	P	P	100
C1	P	P	P	P	100
C2	P	P	P	F	75
E	P	P	P	P	100
J1	P	P	P	P	100
J2	P	P	P	F	75
M1	P	P	P	P	100
M2	P	P	P	P	100
S	P	P	P	P	100

Fonte: Autoria própria (2020)

Conforme indica a tabela acima, as participantes A1, A2, C2 e J2 faltaram a 1, 2,1 e 1 encontros, respectivamente. Logo, a não participação nas investigações de um encontro que seja, pode interferir nos resultados obtidos acerca da aprendizagem dessas professoras e as potencialidades matemáticas das tarefas na formação dessas participantes. A1, A2 e J2 entregaram os registros, exceto o mapa conceitual do encontro que faltaram. Já a participante C2 faltou ao último encontro da oficina, deixando de responder ao Questionário Final (QF) e também não entregou o Registro das Observações da Tarefa Aplicada em Sala de Aula (ROTASA).

Ademais, como a oficina se desenvolveu como um projeto de extensão vinculado à universidade, essas participantes receberam um certificado de participação com carga horária proporcional à frequência e entrega de atividades realizadas à distância. Todavia, a principal preocupação refere-se ao impacto das investigações matemáticas realizadas em cada tarefa ser menor para essas participantes, visto que elas não participaram das discussões nos encontros que faltaram.

A fim de conhecer um pouco mais dessas professoras, participantes da pesquisa, no que se refere à formação e demais aspectos profissionais, destinou-se as primeiras perguntas do Questionário Inicial (QI) para essa investigação. A questão de número 1 (um) buscou verificar se as participantes atuavam em turmas dos Anos Iniciais durante o ano de 2019, e se sim, qual seria essa turma (1º, 2º, 3º, 4º ou 5º ano), bem como o tempo de experiência como docente nessa fase escolar. Os resultados obtidos estão indicados na tabela a seguir.

Tabela 2 - Perfil profissional participantes da pesquisa

Professor(a) dos Anos Iniciais	Sim	91,67%
	Não	8,33%
Turma em que atua	1º ano	8,33%
	2º ano	16,67%
	3º ano	16,67%
	4º ano	41,67%
	5º ano	8,33%
	Coordenação	8,33%
Tempo de experiência (x: quantidade de anos)	x < 1	0%
	1 ≤ x < 5	16,67%
	5 ≤ x ≤ 10	41,67%
	x ≥ 10	41,67%
Rede	Pública	66,67%
	Privada	33,33%

Fonte: Autoria própria (2020)

De acordo com a tabela apresentada, quase todas as participantes atuavam como professoras dos Anos Inicias no momento da realização da oficina. Apenas uma delas (o equivalente a 8,33%) não estava atuando como regente em sala de aula, pois, naquele momento, trabalhava na coordenação da escola. Além disso, a maioria das participantes tinham pelo menos 5 anos de experiência com os anos iniciais, sendo também a maioria da rede pública do município de Pato Branco/PR e quase metade das participantes (a maioria) eram professoras de turmas de 4º ano.

Além do mais, a participante C2 atua, conforme indicado em seu QI, em duas turmas: 1º e 4º anos, sendo assim contabilizada na tabela acima. Já a participante A1 não está representada na mesma tabela, pois atuava naquele momento como professora da Educação Infantil, indicada por ela no QI como “pré-escola”. Sabemos, portanto, que se trata de uma turma de Infantil V, todavia, A1 tinha experiência como professora dos Anos Iniciais, visto que atuou como professora em uma turma de 4º ano (2016) e 5º ano (2018), conforme indicado por ela em seu QI.

As questões 2 e 3 do QI tinham como objetivo coletar informações sobre a formação básica (modalidade de conclusão do Ensino Médio) e acadêmica (curso superior) das participantes. A tabela abaixo, apresenta essas informações.

Tabela 3 - Formação das participantes da pesquisa

Concluiu o Ensino Médio na modalidade	Regular	41,67%
	Magistério	58,33%
	Técnico	0%
	Educação de Jovens e Adultos - EJA	0%
	Educação à distância- EAD	0%
Formação superior em	Pedagogia	83,33%
	Letras (português/inglês)	8,33%
	Matemática	0%
	Outro(s): Português/espanhol	8,33%
Já realizou algum curso de formação em Matemática	Sim	25,00%
	Não	75,00%

Fonte: Autoria própria (2020)

A partir dessa tabela, pode-se verificar que as participantes concluíram o Ensino Médio nas modalidades “regular” e “pedagógica – magistério”. Quanto ao ensino superior, a maioria delas possui Licenciatura em Pedagogia – curso que habilita para a docência na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Outras duas participantes possuíam formação em Licenciatura em Letras - Português/Inglês ou Letras - Português/Espanhol. No entanto, nenhuma das participantes possuía Licenciatura em Matemática, sendo que 75% delas não tinham nenhum tipo de formação em Matemática, mesmo que continuada. Apenas 3 das participantes indicaram um curso de formação continuada de Matemática que foram citados: “Formação em Matemática no ensino da Educação Infantil” – da participante M2, “Conteúdos de matemática – jogos” – da participante A3 e “Projeto de formação matemática UTFPR_2015” – da participante C2.

As perguntas 3 e 4 do QI também se referem à formação das participantes, entretanto são discursivas e por isso não estão representadas na tabela. A questão de número 3 investiga as experiências com o ensino de fração em sala de aula. Sete das participantes (equivalente a 58,33%) relataram experiências satisfatórias, destacando que é possível trabalhar esse conceito de forma lúdica e próxima do contexto do estudante. Já quatro participantes relataram as experiências como frustrantes, indicando que tiveram dificuldades. Apenas a participante A2 relatou não ter experiência com o ensino de fração. A tabela a seguir apresenta as respostas dessas participantes.

Quadro 7 - Experiências das participantes com o ensino de fração

Participante	Relato
A1	*A experiência foi satisfatória, pois trata-se de um assunto muito bom de se trabalhar com os alunos, que eles gostam e assim temos um bom resultado.*
A3	*Já trabalhei. O trabalho foi tranquilo. Iniciei com figura, dobradura com a folha sulfite.*
A4	*Os processos de ensino aprendizagem com as frações é sempre muito gratificante, pois a utilização de diferentes recursos possibilita um aprendizado satisfatório.*
C1	*O conceito inicial foi tranquilo para os alunos e para mim.*
C2	*Com exemplos práticos os alunos conseguiram internalizar os conceitos e após essas atividades relatavam conhecimento mútuo.*
E	*Muita dúvida na explicação. E fui buscar ajuda de colegas mais experientes antes de iniciar com os alunos.*
J1	*Lecionei no quinto ano, mas foi uma experiência frustrante. Não me sentia capaz, pois sempre tive uma certa aversão a matemática e também por ser professora novata no ensino fundamental*
J2	*Foi desafiador, mas hoje temos vários recursos pedagógicos que facilitam o nosso trabalho. Eu gosto muito de trabalhar com frações.*
M1	*Sempre antes de ensinar o básico estudo muito, pois tenho muita dificuldade.*
M2	*De maneira mais lúdica com o uso do material concreto, atividades do livro didático-pedagógico. Na minha turma foi bem complexo.*
S	*Trabalhando de forma lúdica, como pizzas e chocolates para repartir o todo.*

Fonte: Autoria própria (2020)

No que se refere às metodologias utilizadas pelas participantes para o ensino de frações, investigadas na questão 4, o material manipulável (pizza, chocolate, papel de dobradura) e demais atividades práticas foram os mais indicados como forma de introduzir o conceito de fração. Já o jogo foi indicado por elas para ser utilizado como forma de fixação de conceitos e fechamento da atividade. Apenas uma participante citou a exploração do conceito de fração por meio da construção do material de modo conjunto com o estudante.

Desse modo, por meio do QI e diálogos com a pesquisadora realizados durante a oficina, o perfil profissional de cada participante foi revelado, suas expectativas com a oficina, além de suas facilidades e angústias com o ensino de matemática. As participantes demostraram interesse pelas investigações e pela construção do conhecimento matemático, pareciam estar engajadas na busca por melhorar o ensino de matemática em sala de aula.

4.5 DESENVOLVIMENTO DAS TP NO CONTEXTO DO LEAM – A OFICINA

Esta seção apresenta a oficina desenvolvida durante a fase da pesquisa de campo, descrevendo os aspectos gerais e as tarefas elaboradas para tal, realizadas no contexto do laboratório, as TP. Cada tarefa foi planejada na perspectiva de um cenário de investigação explorando o objeto matemático fração.

4.5.1 Descrição Da Oficina

A aplicação da Fase II, pesquisa de campo, aconteceu por meio de uma oficina pedagógica de matemática, desenvolvida em 4 encontros semanais, com professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental das redes pública e particular do município de Pato Branco/PR. Cada encontro foi realizado no período noturno e em dois ambientes, visto suas disponibilidades: o primeiro e o último encontro aconteceram no LAMAT (Laboratório de Matemática), enquanto que os demais no LIFE (Laboratório Interdisciplinar de Formação de Educadores), ambos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) campus Pato Branco.

O LAMAT foi escolhido e autorizado pelo responsável (Anexo II) para a aplicação da pesquisa por se caracterizar, de acordo com nossa concepção, como um LEAM. Para além do formato de uma sala física, o LAMAT não é um mero depósito de materiais, mas um local muito explorado pelos estudantes da Licenciatura em Matemática e professores da universidade como um espaço de investigação e aprendizagem, tanto em aulas formais, quanto em projetos de extensão (como por exemplo, cursos para professores e atividades para estudantes, ambos da educação básica), de ensino e de pesquisa. No entanto, devido à disponibilidade da sala e visto que a oficina se desenvolveu no mesmo turno em que acontecem diariamente as aulas do curso de Licenciatura em Matemática, dois dos encontros aconteceram na sala ao lado, o LIFE, que na verdade apresenta características funcionais semelhantes às do LAMAT e atende aos cursos de Licenciatura em Matemática e também de Licenciatura em

Letras/Inglês. Além da lousa digital presente no LIFE, o LAMAT contém um grande acervo de livros didáticos da Educação Básica, materiais manipuláveis e jogos construídos em projetos de extensão ou adquiridos financeiramente e demais ferramentas didáticas.

A oficina, vinculada à um projeto de extensão da universidade, o qual gerou certificados às participantes e à pesquisadora (Anexo III), foi composta pelas TP no contexto do LEAM como cenários de investigação. Dessa forma, as tarefas foram elaboradas a fim de gerar investigação, reflexões, discussões e construção do conhecimento entre participante-participante e participantes-pesquisadora sobre o objeto matemático fração, além de possibilitar a exploração de outros conceitos matemáticos.

Para otimizar a dinâmica dos encontros, os materiais utilizados nas TP foram confeccionados pela pesquisadora. Assim, todas as participantes receberam o material utilizado na tarefa junto com um portfólio que foi sendo construído no decorrer da oficina contendo, a descrição de todas as TP desenvolvidas, anotações e observações das participantes. Esse portfólio buscou orientar futuras aplicações nas escolas em que as participantes atuam, contendo todas as descrições das tarefas, sendo arquivadas em uma pasta (também disponibilizada pela pesquisadora).

Além disso, tivemos a contribuição voluntária de um acadêmico e formando do curso de Licenciatura em Matemática da mesma universidade. Interessado pela oficina, ele auxiliou a pesquisadora no desenvolvimento das tarefas (organização da sala, entrega de materiais, fotos e vídeos).

Destinou-se então o primeiro encontro da oficina (21/11/2019) para a apresentação da pesquisa: seus objetivos, o cronograma e aspectos metodológicos, a explicação sobre o CEP e a sua aprovação para a aplicação dessa pesquisa, bem como a leitura, explicação e assinatura dos documentos (TCLE, termo de consentimento para uso de imagem e voz) destacando o direito das participantes em sair da pesquisa e receber esclarecimentos a qualquer momento que julgassem necessário. Esses documentos quando assinados pelas participantes e pela pesquisadora, foram organizados de forma que uma cópia ficou sob posse de cada participante, enquanto que a outra ficou arquivada com a pesquisadora. Depois disso, foi realizada a coleta dos dados por meio do questionário inicial (QI) seguido do desenvolvimento de algumas tarefas, de acordo com a carga horária do encontro.

Compreendendo as TP como cenários de investigação e buscando inteirar as participantes sobre a filosofia da EMC (a qual é uma das bases teóricas desta pesquisa), planejou-se apresentar, no início do segundo encontro (27/11/2019), as principais concepções dessa teoria na percepção de Ole Skovsmose (2000). Despertar o interesse das participantes em saber mais sobre essa filosofia, resultando em um olhar mais crítico dessas professoras sobre a Matemática e o ensino desta, também foi um dos objetivos daquele encontro. Após conhecer um pouco sobre a EMC, voltou-se para a exploração e discussão das TP, investigando diferentes significados de fração.

O terceiro encontro (04/12/2019) foi destinado para o desenvolvimento das tarefas. É importante ratificar que em cada TP não se designou um tempo determinado para as investigações, dúvidas das participantes e discussões, ou seja, a preocupação não estava centrada em cronometrar o desenvolvimento de cada tarefa, mas em examiná-la em todas as suas possibilidades e limites, tanto matemáticas quanto pedagógicas, verificando também possíveis adaptações e melhorias.

A importância da participação ativa das professoras durante o desenvolvimento das tarefas é destacada desde o primeiro encontro. Além do envolvimento nas investigações, as participantes ficaram responsáveis em registrar, após cada encontro, em forma de mapas conceituais, um resumo que sintetizava os principais conceitos, sua aprendizagem, o que julgou mais importante daquele encontro. Durante as semanas que a oficina era desenvolvida, cada participante também escolheu uma tarefa e aplicou-a em sala de aula, registrando esse momento por meio de fotos, vídeos e registros escritos referentes a percepções, dificuldades e possibilidades.

Além desses registros, o último encontro (11/12/2019) voltou-se para o desenvolvimento das tarefas sobre as operações com números fracionários, aplicação do questionário final (QF), dos registros de observações das participantes (RO) sobre o que sabiam e o que não sabiam antes da participação na oficina e o que aprenderam a partir dela. Todos esses registros, junto com o diário de campo da pesquisadora (DC), os mapas conceituais (MC) e os registros das professoras durante o desenvolvimento de cada tarefa (RPT), e o registro das observações da tarefa aplicada em sala de aula (ROTASA) foram utilizados na análise, descrita no próximo capítulo.

4.5.2 Tarefas Potencializadoras De Ensino E Aprendizagem De Matemática – As TP

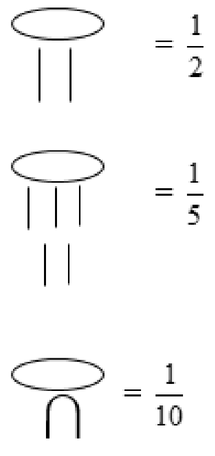
As tarefas desenvolvidas na oficina serão descritas a seguir, na sequência em que foram abordadas, enumeradas de 0 a 20. A tarefa 0 aborda o surgimento do conceito de fração, sua utilização ao longo da história e emprega um dos significados da fração: medida. As tarefas 1 a 18 discutem os significados da fração (parte-todo, quociente, operador, razão, número, medida) de grandezas contínuas e discretas. Antes do desenvolvimento de cada tarefa, cada participante recebeu a descrição escrita e uma folha para o registro da resolução e demais anotações (RPT). Todas as descrições foram arquivadas na pasta pelas participantes e também se constituíram como dados importantes para análise da pesquisa.

4.5.2.1 TP 0: Representações históricas do número fracionário

- **Objetivo:** explorar a história do surgimento das frações.
- **Material para o LEAM:** cordas.
- **Desenvolvimento:**
  - **1º momento:** estabelecer uma unidade de medida padrão que será representada por um pedaço de corda. Pedir para que os participantes meçam o perímetro da sala em que se está aplicando a oficina. Relembrar o conceito de perímetro de figuras poligonais. Certamente não caberão quantidades inteiras no comprimento e na largura da sala. Diante disso, questionar: Como representaremos esse “pedaço” que faltou/sobrou na medição? Podemos afirmar que faltou/sobrou uma corda inteira (unidade) ou um valor menor do que isso? Como representaremos esse valor? Provavelmente a resposta obtida será “através de um número racional”. Questionar: O que é uma fração? É usada apenas para representar medidas menores do que a unidade?

- **2º momento:** apresentar um vídeo sobre a história das frações "Frações – Quiz TV Escola". Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=Z0W cmr_xWj4>.
- **3º momento:** relatar a história do surgimento das frações: Segundo diversas fontes históricas, a origem das frações se deu por meio do problema de medição de terras, onde a unidade inteira era insuficiente para representar suas dimensões. De acordo com BIFFI (2001), há cerca de 3.100 anos a.C. os egípcios e babilônios já registravam, em tábuas de argila fresca, situações por meio de frações, como na divisão de bens (inventário). Entretanto, o conceito de número racional surgiu relativamente tarde, visto que as tribos primitivas não utilizavam frações, fazendo uso de unidades suficientemente pequenas a fim de eliminar a necessidade de usar frações (BOYER, 1974. p.4). Dessa forma, as frações e suas representações surgem com os egípcios na exploração das frações unitárias. Para denominadores menores ou iguais a nove, utilizavam traços verticais sobre uma figura oval, conforme os exemplos indicados na figura a seguir.

Figura 5 - Representação egípcia de quantidades fracionárias



Fonte: BIFFI, 2001, p. 23-24.

No Papiro de Ahmes (1650 a.C.) a figura oval era substituída por um ponto e os traços verticais, por traços horizontais, por exemplo. Além disso, tinham facilidade com frações do tipo $\frac{n}{n+1}$, visto que para determinar um terço, primeiro calculavam $\frac{2}{3}$ e depois determinavam a metade do resultado. Utilizavam soma de frações unitárias para representar uma fração, notaram que o dobro da fração $\frac{1}{2m}$ (m≠0) é a fração $\frac{1}{m}$, além de calcular corretamente as quatro operações com frações.

Frações também estão presentes na Bíblia com noções de um quinto (Gen. 41, 28:34) quando José interpretou os sonhos do Faraó, armazenando $\frac{1}{5}$ dos mantimentos para os sete anos de fome que viriam. Pitágoras também verificou as frações na música, ao aumentar ou diminuir frações do comprimento de uma corda, obtêm-se tons diferentes.

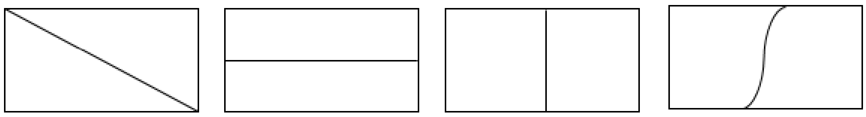
Além do mais, as terras estatais eram arrendadas proporcionalmente ao esforço no trabalho de cada família, e como havia variações nos tamanhos das terras, o estado precisava fiscalizar tais medições, sendo necessário estabelecer uma unidade de medida padrão. Porém, durante as medições, percebeu-se que sobravam partes menores que a unidade, verificando assim, que os números naturais (já conhecidos) eram insuficientes para representar todas as situações do cotidiano. Dessa forma, subdividiu-se a unidade em partes menores e iguais, chamadas de frações da unidade, surgindo assim as frações. No entanto, a escrita da representação na forma $\frac{a}{b}, b \neq 0$ surgiu apenas no século XVI (BIFFI, 2001. p. 26).

4.5.2.2 TP 1: Divisão do todo de diferentes maneiras

- **Objetivo:** verificar a representação de uma mesma fração sob diferentes divisões do todo.
- **Material para o LEAM:** gibis.
- **Desenvolvimento:** entregar 5 folhas de gibi (formato retangular) e pedir para que os participantes dividam a folha ao meio.
  - Questionar: estamos dividindo a folha ao meio ou dividindo a folha por meio? Qual é a diferença entre dividir ao meio e dividir por meio? Para

o 2º e 3º possíveis resultados, relembrar o conceito de ponto médio de um segmento.

Figura 6 - Possíveis resultados da TP 1

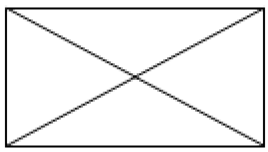


Fonte: Autoria própria (2020)

4.5.2.3 TP 2: Decomposição de figuras geométricas em EVA para identificação da fração como uma divisão em partes iguais

- **Objetivo:** explorar o conceito de partes iguais em uma fração.
- **Material para o LEAM:** figuras geométricas em EVA.
- **Desenvolvimento:** entregar 3 figuras geométricas em EVA (quadrado, retângulo e hexágono), 3 de cada, e pedir para que deixem uma figura de cada inteira (da cor branca) e as outras duas (coloridas) dividam igualmente da seguinte forma:
  - Quadrado: uma figura dividir em 2 partes iguais e a outra em 4 partes iguais (destacar que podem dividir ao meio, e depois cada metade obtida, dividir ao meio novamente, ou seja, metade da metade); analisar o quanto cada pedaço obtido representa do todo, e o quanto o pedaço menor representa do pedaço maior.
  - Retângulo: uma figura dividir em 2 partes iguais e a outra em 4 partes iguais (destacar que podem dividir ao meio, e depois cada metade obtida, dividir ao meio novamente, ou seja, metade da metade);

Figura 7 - Divisão do retângulo em 4 partes a partir de suas diagonais



Fonte: Autoria própria (2020)

  - Destacar que na divisão representada na figura anterior, temos dois pares de triângulos congruentes, mas que os quatro triângulos não são congruentes (basta verificar que não temos o caso lado-lado-lado). No entanto, os quatro triângulos possuem a mesma área (basta verificar que a altura de cada triângulo se refere à metade da medida do comprimento perpendicular à sua base). Já no quadrado, isso não acontece, pois em todo quadrado, as diagonais são congruentes e perpendiculares, obtendo-se assim, 4 triângulos congruentes;

- Analisar o quanto cada pedaço obtido representa do todo, e o quanto o pedaço menor representa do pedaço maior.
- Hexágono: uma figura dividir em 2 partes iguais e a outra em 3 partes iguais. Analisar o quanto cada pedaço obtido representa do todo, e o quanto o pedaço menor representa do pedaço maior.

4.5.2.4 TP 3: Estudo da fração de uma figura circular

- **Objetivo:** explorar o conceito de partes iguais de uma fração em uma figura circular.
- **Material para o LEAM:** massa de modelar, compasso, folha A4, papel pardo.
- **Desenvolvimento:** Iniciar com o seguinte comentário: imagine que você está com fome e decide pedir uma pizza média (8 fatias) pelo Aiqfome. Sabemos que todas as vezes que recebemos uma pizza, as fatias estão divididas de forma mais igual possível, afinal você nem sempre está sozinho e seria muito injusto comer fatias desiguais, não é mesmo? Dessa forma, o pizzaiolo precisa entender de frações e dividir a pizza em fatias iguais. Como será que ele faz isso? Imagine você sendo um pizzaiolo e construa uma pizza média deliciosa! Siga o passo a passo a seguir e verifique que, nessa tarefa, não temos uma figura poligonal cujos vértices nos ajudam na divisão.

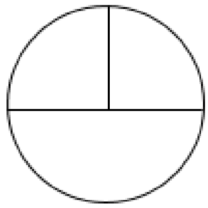
1º) Desenhe um círculo no papel pardo utilizando compasso (fôrma da pizza). Recortar o desenho.

2º) Faça a borda da pizza com a massa de modelar.

3º) Faça um traço reto com a massinha, de um lado ao outro, passando pelo centro (já marcado com a utilização do compasso), dividindo a pizza. Questionar sobre o que se obteve (duas metades)

4º) A partir do centro, faça um traço com massinha perpendicular ao anterior marcando o lugar do traço com auxílio do canto reto de uma folha de papel.

Figura 8 - Divisão obtida no passo 4

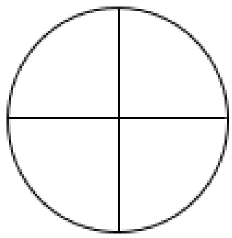


Fonte: Autoria própria (2020)

5º) Questionar: o que temos agora? (Três pedaços). Perguntar se alguém sabe o nome daqueles pedaços. Se falarem 3 metades, mostrar estranheza: mas uma pizza pode ter 3 metades? Duas metades não formam a pizza inteira? Resposta correta: uma metade e dois pedaços menores, ou uma metade e duas metades da metade (quartos)

6º) Prolongar o traço que está só pela metade. Questionar se agora temos pedaços iguais, e quantos são. Como nomear cada pedaço? (Resposta esperada: 4 pedaços iguais, cada pedaço representa um quarto do total.)

Figura 9 - Divisão obtida no passo 6



Fonte: Autoria própria (2020)

7º) Por fim, propor um desafio: Desafio: como dividir uma pizza em 8 fatias iguais, realizando apenas 3 cortes?

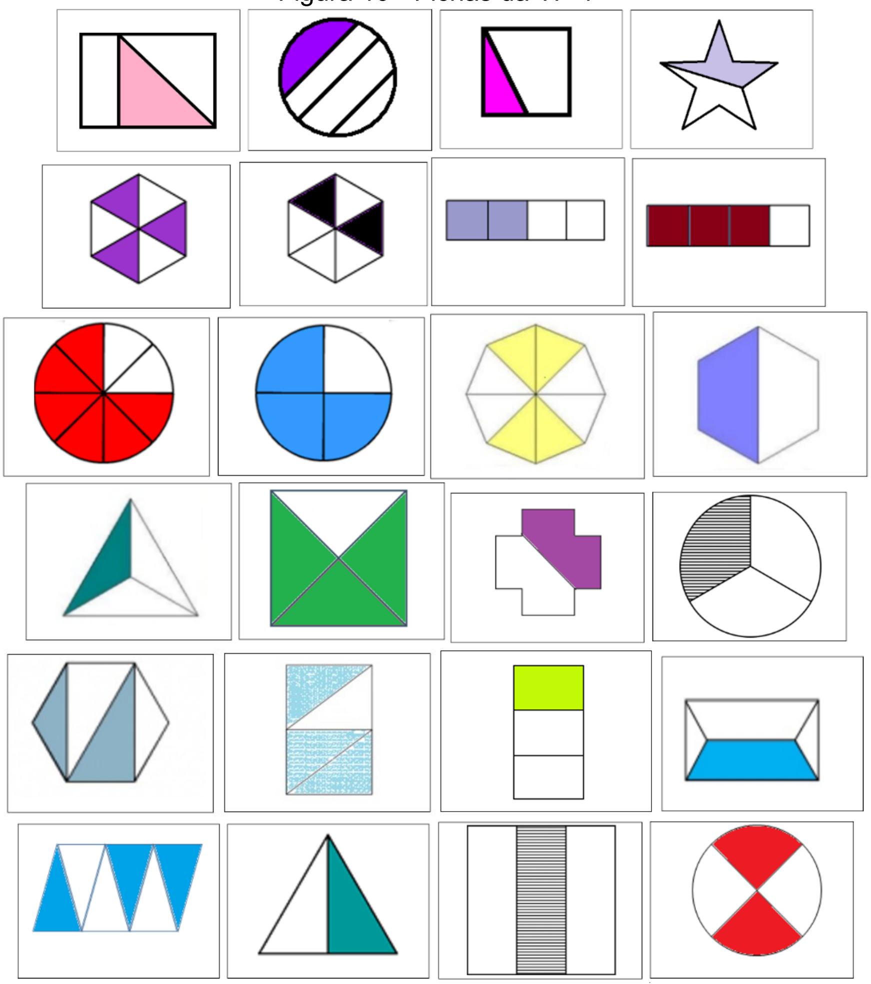
4.5.2.5 TP 4: Agrupamento de fichas com frações de acordo com a mesma representação fracionária

- **Objetivo:** identificar e organizar diferentes figuras com a mesma representação fracionária.

- **Material para o LEAM:** fichas com frações.
- **Desenvolvimento:** entregar as fichas individuais e pedir para que encontrem relações (os participantes deverão organizar as fichas de acordo com a mesma representação fracionária).

Frações das fichas: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{3}{4}$ e figuras que não representam frações.

Figura 10 - Fichas da TP 4



Fonte: Imagens do Google sobre frações.

4.5.2.6 TP 5: Junção de figuras geométricas para representar o todo de uma fração a partir de suas partes

- **Objetivo:** explorar o conceito do todo de uma fração a partir de suas partes.
- **Material para o LEAM:** figuras geométricas em EVA.
- **Desenvolvimento:** entregar as figuras geométricas (losango, paralelogramo e trapézio isósceles) a cada participante, sendo 5 de cada

na cor branca e 1 de cada colorida. Utilizar as peças brancas para representar o todo.

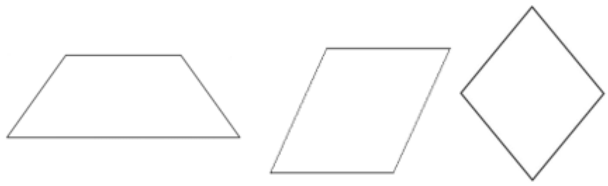
1º) A peça colorida representa metade do todo. Utilizando as peças brancas, construa uma possível configuração desse todo;

2º) A peça colorida representa um terço do todo. Utilizando as peças brancas, construa uma possível configuração desse todo;

3º) A peça colorida representa um quarto do todo. Utilizando as peças brancas, construa uma possível configuração desse todo;

4º) A peça colorida representa um quinto do todo. Utilizando as peças brancas, construa uma possível configuração desse todo.

Figura 11 - Moldes das peças da TP 5



Fonte: Autoria própria (2020)

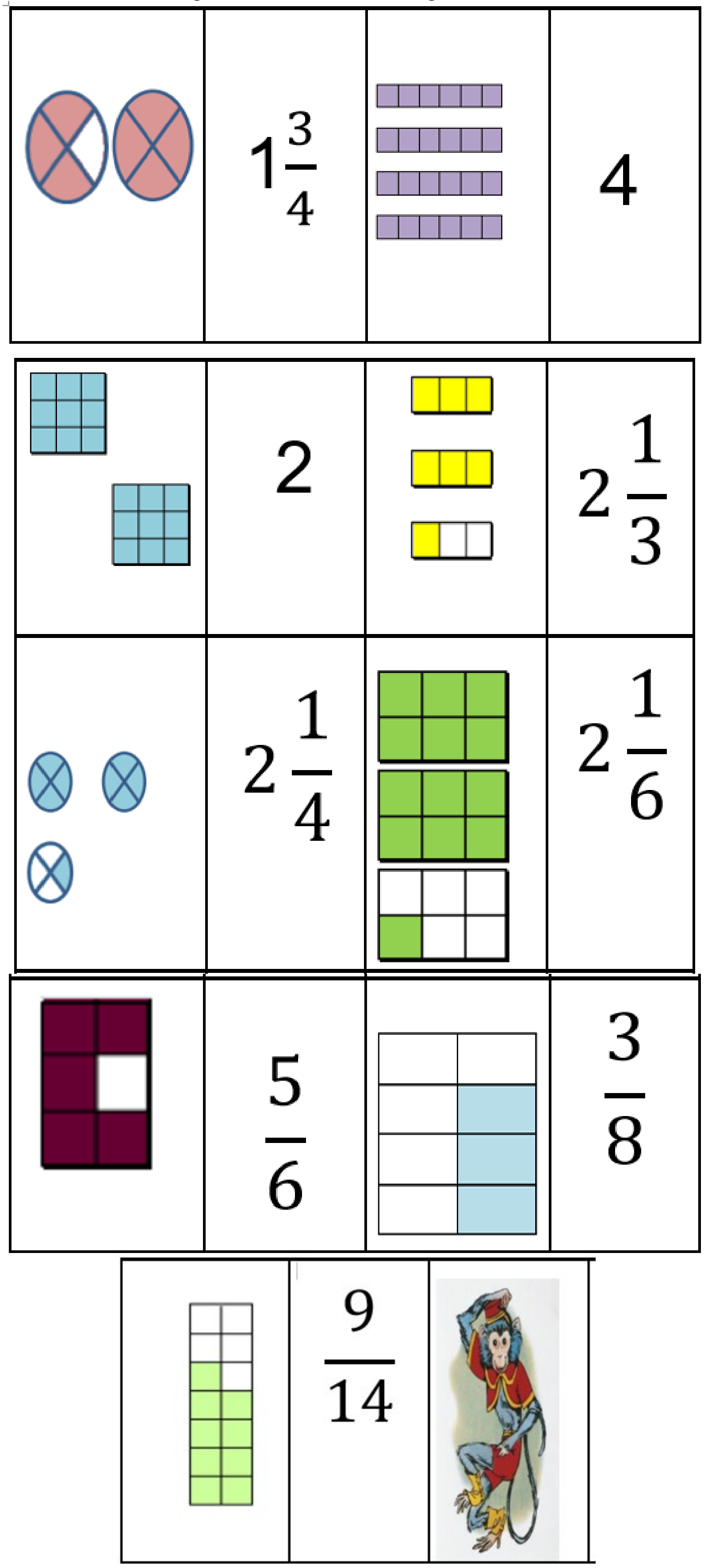
4.5.2.7 TP 6: Representação figural X representação numérica

- **Objetivo:** explorar a representação figural e numérica de uma fração, explorando o conceito de fração imprópria, aparente e representação mista.
- **Material para o LEAM:** jogo Mico das frações.
- **Desenvolvimento:**

1º) Organizar a turma em duplas.

2º) Regras: o primeiro jogador (que tiver uma carta a mais) deverá pegar uma das cartas na mão de quem estiver à sua esquerda, sem olhar a figura. Quando formar algum par (representação figural e representação numérica), o jogador deverá colocá-lo à sua frente. O jogo continuará com cada jogador retirando uma carta por vez de quem estiver à esquerda. O jogo terminará quando sobrar apenas o mico com um dos jogadores. Quem conseguir formar o maior número de pares será o vencedor.

Figura 12 - Fichas do Jogo do Mico



Fonte: Adaptado de PATRONO (2011).

4.5.2.8 TP 7: Representação da fração de uma grandeza discreta

- **Objetivo:** explorar o conceito de fração como parte de um todo de uma grandeza discreta.
- **Material para o LEAM:** balas sortidas.
- **Desenvolvimento:** entregar 20 balas sortidas e pedir para que as organizem de acordo com o sabor. Analisar a fração que representa as balas de cada sabor, em relação ao total de balas.

4.5.2.9 TP 8: Representação da fração de uma grandeza discreta

i.

- **Objetivo:** explorar o conceito de fração como parte de um todo de uma grandeza discreta.
- **Material para o LEAM:** 1 jogo de pega varetas.
- **Desenvolvimento:** entregar 1 jogo de pega varetas para cada participante. Pedir para que analisem a fração que representa as varetas de mesma cor, em relação ao total de varetas.

4.5.2.10 TP 9: Representação Da Fração De Uma Grandeza Discreta

- **Objetivo:** explorar o conceito de fração como parte de um todo de uma grandeza discreta.
- **Material para o LEAM:** tapetes em cartolina nomeados (A, B, C).
- **Desenvolvimento:** organizar os tapetes no chão. Cada tapete representará a escolha do participante, podendo ficar vários participantes no mesmo tapete, ou seja, com a mesma preferência. Analisar cada fração obtida.

1º) Anos de trabalho como professor(a) do Ensino Fundamental I

A: De 1 a 3 anos

B: De 3 a 5 anos

C: Mais que 5 anos

2º) Qual disciplina prefere trabalhar em sala de aula?

A: Matemática

B: Português

C: História/Geografia

4.5.2.11 TP 10: Estudo de frações como quociente de grandezas contínuas

- **Objetivo:** verificar a fração como quociente de uma grandeza contínua.
- **Material para o LEAM:** paçocas em tabletes retangulares.
- **Desenvolvimento:** entregar 5 paçocas para 2 participantes e pedir para que, com cuidado para a paçoca não esfarelar, as dividam igualmente. Questionar: qual fração representa o que cada participante receberá? Depois, entregar 2 paçocas para 5 participantes e pedir para que as dividam igualmente. Questionar: a divisão será a mesma que a anterior? Por quê? Qual fração representa o que cada participante receberá?

4.5.2.12 TP 11: Estudo de frações como quociente através da composição e cálculo da área de retângulos

- **Objetivo:** verificar a fração como quociente de uma grandeza discreta através da composição e cálculo da área de retângulos.
- **Material para o LEAM:** cartas quadrangulares.
- **Desenvolvimento:** dividir a turma em duplas e entregar um jogo composto por 20 cartas, conforme a figura abaixo:

Figura 13 - Carta do material manipulável algoritmo euclidiano

Fonte: CAPRA & CAVALI (2017).

1º) Construir um retângulo de área 15 e comprimento 5. Qual será a medida da outra dimensão? (Lembrar da divisão $\frac{15}{5} = 3$)

2º) Construir um retângulo de área 16 e comprimento 4. Qual será a medida da outra dimensão? (Lembrar da divisão $\frac{16}{4} = 4$)

3º) Construir um retângulo de área 10 e comprimento 10. Qual será a medida da outra dimensão? (Lembrar da divisão $\frac{10}{10} = 1$)

4º) É possível construir um retângulo de área 18 e comprimento 4? Por quê?

5º) É possível construir um retângulo de área 18 e comprimento 0? Por quê?

4.5.2.13 TP 12: Estudo de frações como quociente de grandezas discretas

- **Objetivo:** explorar o conceito de fração imprópria, aparente e representação mista como quociente de uma grandeza discreta.
- **Material para o LEAM:** palitos de churrasco e copos descartáveis.
- **Desenvolvimento:** entregar igualmente 10 palitos de churrasco e 10 copos descartáveis. Os participantes deverão dividir os palitos em 2, 4, 5, 8 e 10 copos recicláveis analisando cada fração obtida.

Ao dividir 10 palitos em 2 copos, temos: $\frac{10}{2} = \frac{5}{1} = 5$

Ao dividir 10 palitos em 4 copos, temos: $\frac{10}{4} = 2 + \frac{2}{4}$

Ao dividir 10 palitos em 5 copos, temos: $\frac{10}{5} = \frac{2}{1} = 2$

Ao dividir 10 palitos em 8 copos, temos: $\frac{10}{8} = 1 + \frac{2}{8} = 1 + \frac{1}{4}$

Ao dividir 10 palitos em 10 copos, temos: $\frac{10}{10} = \frac{1}{1} = 1$

*Obs.: ao considerar os palitos como uma grandeza contínua, isto é, para dividi-los em partes iguais, eles poderão ser substituídos por materiais mais flexíveis, como canudos, por exemplo.

4.5.2.14 TP 13: Estudo de frações como medida

ii.

- **Objetivo:** explorar o conceito de fração como medida.
- **Material para o LEAM:** jogo corrida das frações (fichas, carrinhos e dados).
- **Desenvolvimento:** organizar a turma em grupos de 2 a 5 participantes. Cada grupo receberá 2 dados (um dos numeradores e outro dos denominadores) carrinhos de plástico e fichas (unidade) subdivididas em 2, 3, 4, 5, 6 e 7 partes iguais, conforme o exemplo:

Figura 14 - Jogo Corrida das frações

Fonte: http://oficinadaescolaintegral.blogspot.com/2012/11/corrida-das-fracoes.html

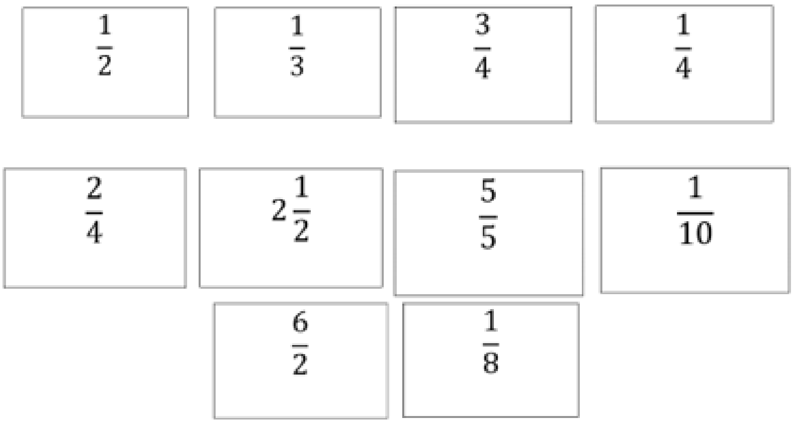
Regras do jogo: Cada jogador, na sua vez, joga os dois dados e observa o número da face voltada para cima e dirá a fração obtida com o lançamento dos dados, por ex., se ele obteve o número 2 no dado dos numeradores e o número 5 no dado dos denominadores, ele formará a fração 2/5. Então ele pegará a fita que está dividida em 5 partes e andará com seu carro 2 partes. As jogadas acontecem até que um jogador chegue em primeiro lugar na faixa de chegada, que será estipulada pelo grupo.

4.5.2.15 TP 14: Varal das frações

- **Objetivo:** explorar o conceito de fração como número e sua localização aproximada na reta numérica.
- **Material para o LEAM:** barbante (varal) e fichas com frações.
- **Desenvolvimento:** amarrar o barbante na sala (esticado) e entregar uma ficha com uma fração para cada participante.

Cada participante, sem nenhum instrumento como unidade de medida, deverá prender a ficha da fração com um prendedor de roupa no varal das frações, na devida localização da fração.

Figura 15 - Cartas para o varal das frações



Fonte: Autoria própria (2020)

4.5.2.16 TP 15: Estudo De Frações Como Número (Reta Numérica)

- **Objetivo:** explorar o conceito de fração como número e sua localização na reta numérica.
- **Material para o LEAM:** reta numérica no papel craft.
- **Desenvolvimento:** construir uma reta numérica no papel craft. Estabelecer como unidade de medida padrão 30 cm.
  Localizar na reta as frações ½, 5/2, 2/3, 10/3, ¾, 13/4, 1/5, 9/5.

4.5.2.17 TP 16: Fração como uma razão entre duas grandezas

- **Objetivo:** explorar o significado de fração como razão entre duas grandezas.
- **Material para o LEAM:** 1 jogo do lego.
- **Desenvolvimento:** cada participante receberá o seu jogo do lego e deverá analisar:
  - A razão entre o número de peças vermelhas e o número de peças verdes.
  - A razão entre o número de peças azuis e o número de peças amarelas.
  - A razão entre o número de peças brancas e o número de peças vermelhas.

- Monte um animal utilizando as peças verdes e vermelhas na razão $\frac{3}{4}$, ou seja, a cada 3 peças verdes, utilize 4 peças vermelhas.

4.5.2.18 TP 17: A importância das diferentes representações de um número racional.

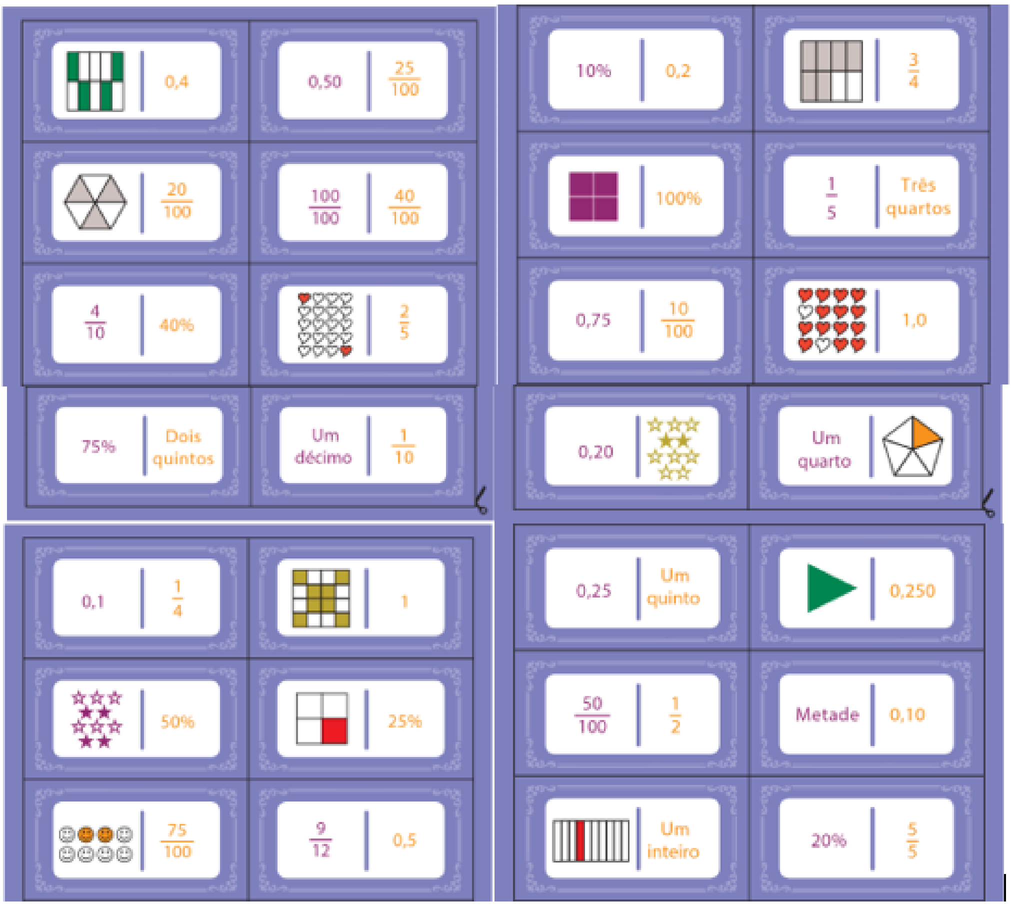
- **Objetivo:** explorar o significado de fração como operador e verificar a importância das diferentes representações de um número racional.
- **Material para o LEAM:** vídeo e 1 calendário anual.
- **Desenvolvimento:** entregar o calendário e apresentar o vídeo: “Didi faz conta dos dias trabalhados – Os Trapalhões – Dedé Mussum Zacarias – humor”. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=ikb05lxtrle>. Levantar explicações para o resultado encontrado por Didi verificando que

na maioria das vezes é mais prático utilizar nos cálculos o número racional $\frac{1}{3}$ em vez de 0,333... visto que o desprezo repetidamente das casas decimais ocasiona erros significativos nos cálculos.

4.5.2.19 TP 18: Estudo de frações como número em diferentes representações (número fracionário, número decimal, porcentagem, figura) com grandezas discretas e contínuas

- **Objetivo:** explorar o conceito de fração como número e suas diversas representações (número fracionário, número decimal, porcentagem, figura) com grandezas discretas e contínuas.
- **Material para o LEAM:** jogo de dominó das representações de um número racional.
- **Desenvolvimento:** organizar a turma me duplas ou trios. As regras desse jogo são as mesmas de um jogo de dominó comum.

Figura 16 - Cartas do Dominó das representações



Fonte: MOURA (2018)

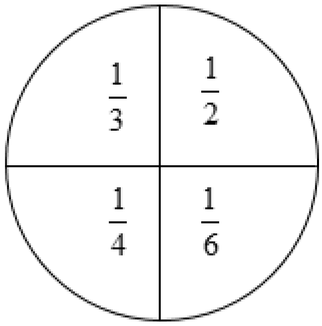
4.5.2.20 TP 19: Adição e subtração de frações através de material manipulável que explora o significado da operação

- **Objetivo:** explorar os conceitos de frações equivalentes, comparação de frações e adição e subtração de frações por meio de significados.
- **Material para o LEAM:** peça circular (base), feijões e peças retangulares em EVA com velcro.
- **Desenvolvimento:**

  1º momento: exploração do material. Cada participante receberá:

  - 1 base circular feita em prato de papelão:

Figura 17 - Base circular da TP 19



Fonte: Autoria própria (2020)

*Obs.: a base circular utilizada na tarefa (representada na figura acima) possui essa configuração (dividida em quatro partes iguais) para que cada uma das frações representadas tenha a mesma probabilidade no resultado do lançamento dos feijões.

- Semente de feijões (o número de sementes pode variar, sugere-se começar com poucas sementes e ir aumentando o número gradativamente).
- Material manipulável de apoio para o cálculo das operações por meio das frações equivalentes: fichas retangulares em EVA com velcro.

Procedimento:

Os participantes jogam, alternadamente, sobre o prato a mesma quantidade de sementes (colocam as sementes na mão, posicionando-as no centro do prato, e as soltam de uma altura razoável). Cada participante identifica e registra as frações obtidas. Por exemplo: ao largar 5 feijões, caíram 1 deles na parte identificada como $\frac{1}{2}$, 2 deles na parte identificada como $\frac{1}{3}$ e os outros 2 na parte identificada como $\frac{1}{4}$, logo as frações obtidas são $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{2}{4}$. Dessa forma, o participante deverá calcular $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{2}{4}$. Para resolver esse cálculo, o participante terá como apoio o material em E.V.A. onde deverá encontrar uma nova peça, de tamanho menor, que possa ser utilizada para representar todas as frações consideradas (m.m.c.). Neste caso, temos que escolher a peça que representa $\frac{1}{12}$, substituindo $\frac{1}{2}$ por $\frac{6}{12}$, $\frac{2}{3}$ por $\frac{8}{12}$, $\frac{2}{4}$ por $\frac{6}{12}$, e assim verificar que $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{2}{4}=\frac{6}{12}+\frac{8}{12}+\frac{6}{12}=\frac{20}{12}=1\frac{8}{12}=1\frac{2}{3}$.

Além disso, o participante também poderá verificar que $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ e então substituir a peça, e assim calcular $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{1}{2}$. Para isso, deverá encontrar uma nova peça, de tamanho menor, que possa ser utilizada para representar todas as frações consideradas (m.m.c.). Neste caso, temos que escolher a peça que representa $\frac{1}{6}$, substituindo $\frac{1}{2}$ por $\frac{3}{6}$ e $\frac{2}{3}$ por $\frac{4}{6}$, e assim calcular $\frac{3}{6}+\frac{4}{6}+\frac{3}{6}=\frac{10}{6}=\frac{5}{3}=1\frac{2}{3}$.

Vence a rodada o participante que obtiver a maior fração no resultado final.

2º momento: resolução de problemas.

- Um atleta decide treinar correndo numa determinada pista de corrida. No primeiro dia corre $\frac{3}{4}$ da pista, no segundo $\frac{4}{5}$ e no terceiro dia $\frac{7}{8}$. Quantas voltas ele deu no total na pista?
- Um fazendeiro semeia $\frac{2}{5}$ de sua fazenda com milho e $\frac{3}{7}$ com soja.
- Qual é a fração que representa o total semeado?
- Qual fração da fazenda ainda não foi semeada?
- Numa festa da escola havia uma lata de sorvete com $3\frac{1}{2}$ kg de sorvete. Na primeira hora o pessoal já havia consumido $2\frac{4}{5}$ kg. Quanto ainda restava?

4.5.2.21 TP 20: Multiplicação e divisão de frações (fração-número natural e fração-fração) explorando o significado das operações

- **Objetivo:** explorar os conceitos numérico e geométrico da multiplicação e divisão de números fracionários.
- **Material para o LEAM:** malha quadriculada.
- **Desenvolvimento:** calcular, utilizando a malha quadriculada:

b) $3.\frac{1}{4}=$

c) $\frac{1}{3}.5=$

d) $\frac{1}{4}.\frac{1}{6}=$

e) $\frac{2}{3}.\frac{3}{8}=$

d) 40% de 150 =

Verificar o algoritmo: $\frac{a}{b}.\frac{c}{d}=\frac{a.c}{bd};b,d\neq 0$

a) $\frac{1}{2}:2=$

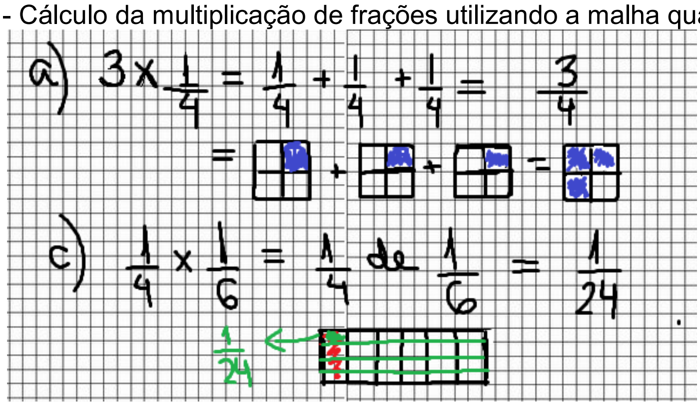
b) $\frac{3}{4}:2=$

c) $\frac{3}{7}:\frac{2}{9}=$

Verificar o algoritmo: $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}.\frac{d}{c}=\frac{a.d}{bc};b,c,d\neq 0$

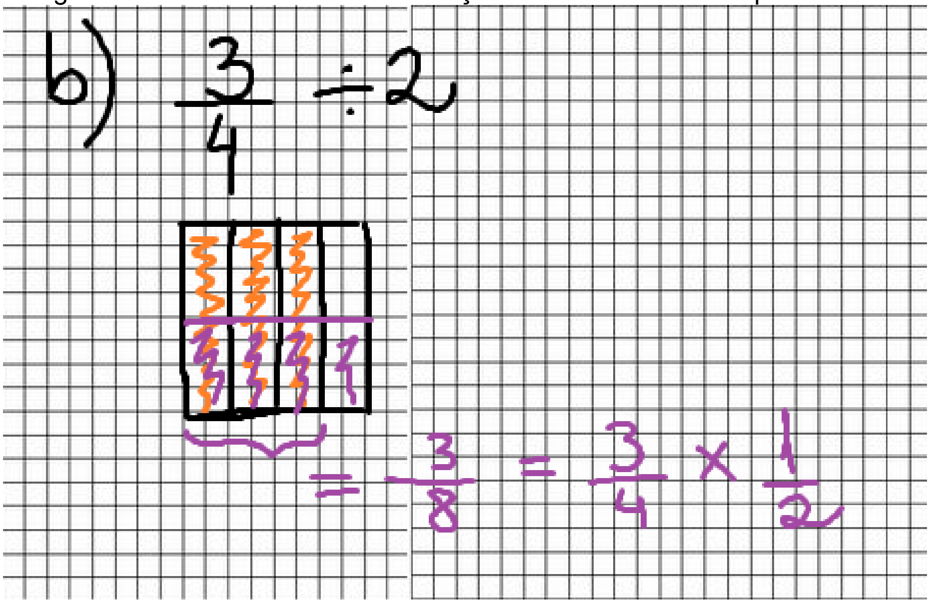
As figuras a seguir, exemplificam possíveis respostas para as perguntas acima.

Figura 18 - Cálculo da multiplicação de frações utilizando a malha quadriculada



Fonte: Autoria própria (2020)

Figura 19 - Cálculo da divisão de frações utilizando a malha quadriculada



Fonte: Autoria própria (2020)

5 A METODOLOGIA DE ANÁLISE DOS DADOS

A fase de interpretação e análise dos dados coletados em toda pesquisa é uma etapa importantíssima. Quando se trata de uma pesquisa qualitativa, é fundamental interpretar, analisar e avaliar os dados, validando ou não o problema de pesquisa. Nesse sentido, a metodologia utilizada para a análise dos dados nesta pesquisa foi a análise de conteúdo, segundo as concepções de Bardin (2016), em busca de respostas para o problema: “quais as potencialidades investigativas e matemáticas de tarefas, desenvolvidas no contexto do LEAM para a construção dos significados da fração e quais os impactos gerados por essas investigações na formação matemática das professoras envolvidas na pesquisa e que ensinam matemática nos Anos Iniciais?”.

Essa metodologia é definida por Bardin (2016) como “um conjunto de instrumentos metodológicos cada vez mais sutis em constante aperfeiçoamento, que se aplicam a “discursos” (conteúdos e continentes) extremamente diversificados” e assim, a análise de conteúdo “oscila entre os dois polos do rigor da objetividade e da fecundidade da subjetividade” (BARDIN, 2016, p. 15). Por meio dela, fundamenta-se a confirmação ou a infirmação da hipótese de pesquisa, para assim “servir de prova” para as conclusões alcançadas.

Bardin (2016) também destaca duas funções da análise de conteúdo, que na prática podem dissociar-se ou não: a função heurística (enriquece a tentativa exploratória e aumenta a capacidade para a descoberta) e a função de administração da prova (serve de evidência para confirmação ou infirmação de uma hipótese) (p. 35-36). Além disso, os métodos de análise são atrelados à dois objetivos: “superação da incerteza” (uma visão particular se torna generalizável) e o “enriquecimento da leitura” (capaz de aumentar a produtividade e pertinência, conduzindo a descrições que, inicialmente, não se tem compreensão) (p.35).

Nesse sentido, a análise de conteúdos refere-se a “um conjunto de técnicas de análise das comunicações. Não se trata de um instrumento, mas de um leque de apetrechos; ou, com maior rigor, será um único instrumento, mas marcado por uma grande disparidade de formas e adaptável a um campo de aplicação muito vasto: as comunicações” (BARDIN, 2016, p. 37). A comunicação é compreendida pela autora como “qualquer veículo de significados de um emissor para um receptor” (p. 38). Sendo assim, para complementar as definições apresentadas por Bardin (2016) sobre essa metodologia, a análise de conteúdo tem como finalidade “a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção (ou recepção) e que recorre à indicadores (quantitativos ou não)” (p. 44).

As fases da análise de conteúdo são organizadas por Bardin (2016) em torno de três polos cronológicos, assim por ela denominados: “1) pré-análise, 2) exploração do material e 3) o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação” (p. 125). Esses polos serão brevemente apresentados a seguir e servirão de aporte teórico para a análise dos dados desta pesquisa.

5.1 A PRÉ-ANÁLISE

O polo de pré-análise é definido por Bardin (2016) como a fase de organização da pesquisa, que busca sistematizar as ideias iniciais e conduzir ações posteriores num plano de análise. Nessa fase, ocorrem: a escolha dos documentos a serem analisados, a formulação das hipóteses e objetivos, além da elaboração de indicadores que fundamentem as conclusões. Logo, o objetivo da pré-análise é a organização, embora composta por atividades não estruturadas, considerando-se a não exploração sistemática dos documentos (p. 125).

A primeira atividade dessa fase de análise é a *leitura flutuante*. Nela, se estabelece contato com os documentos e deixa-se carregar de intuições e orientações a partir da leitura dos textos (BARDIN, 2016, p. 126). A leitura flutuante é a primeira das atividades pois refere-se ao contato do pesquisador e suas primeiras interpretações sobre os dados coletados.

A próxima atividade é a *escolha dos documentos*. Diante do universo de documentos possíveis e a partir do objetivo determinado, cabe verificar quais deles fornecem informações sobre o problema considerado. Esses documentos que serão submetidos a processos analíticos constituem o *corpus* da pesquisa, os quais foram subjugados a escolhas, seleções, critérios e regras. As principais regras destacadas por Bardin (2016) para a constituição do corpus são: a regra da exaustividade (considerar todos os elementos de um *corpus*, isto é, não se pode excluir documentos por razões não justificáveis), da representatividade (a análise pode ser realizada a partir de uma amostra, desde que essa seja representativa, e assim, os resultados considerados na amostra serão generalizados), da homogeneidade (os documentos devem ser homogêneos, isto é, obedecer a critérios de escolha definidos) e da pertinência (os documentos devem corresponder ao objetivo da análise).

A terceira atividade da fase pré-análise é a *formulação das hipóteses e dos objetivos.* Nela, levantam-se afirmações que são, posteriormente, confirmadas ou infirmadas por meio da análise (hipóteses). Além dessa atividade, Bardin (2016) indica a *referenciação dos índices e elaboração de indicadores.* Nessa atividade, atenta-se aos textos que indicam índices que a análise explicitará, sendo precisa a escolha destes índices a partir das hipóteses consideradas. A quinta e última atividade é a de *preparação do material* que ocorre antes da análise propriamente dita. Nesse momento, entrevistas gravadas são transcritas na íntegra, bem como recortes de discursos, entre outros.

Diante disso, o *corpus* desta pesquisa cumpre as quatro regras acima descritas para a sua configuração pois, todos os documentos submetidos à análise foram considerados em sua integridade, representando o universo da pesquisa por meio do desenvolvimento de uma oficina pedagógica de matemática constituída de tarefas no contexto do Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática - LEAM, descritas pelas professoras participantes por meio de gravações de áudios, registros escritos, mapas conceituais, além das percepções da pesquisadora indicadas no diário de campo.

O *corpus* desta pesquisa foi definido, portanto, *a priori.* Após cada encontro da oficina (coleta de dados) realizava-se uma leitura flutuante e uma pré-organização dos dados coletados até aquele momento. Os mapas conceituais foram entregues pelas participantes a cada encontro e, juntamente com fotos e vídeos realizados, foram identificados e organizados por data. Os demais registros foram entregues ou enviados via *e-mail e WhatsApp* nos últimos encontros e também após eles.

5.2 EXPLORAÇÃO DO MATERIAL

A fase de exploração do material é, para Bardin (2016), longa e exaustiva, e que consiste na codificação e enumeração dos dados, considerando-se as regras previamente estabelecidas. Para a autora, se as fases da pré-análise forem devidamente concluídas, então a fase de exploração do material não é mais do que a aplicação sistemática das decisões tomadas (BARDIN, 2016, p. 131).

O material coletado nesta pesquisa foi organizado conforme a atividade de *preparação do material* da pré-análise e explorado de acordo com a concepção de Bardin (2016). Os dados coletados na pesquisa foram organizados por tarefa em pastas distintas, identificando o arquivo pelo codinome da participante e o tipo de registro (RO, MC, RPT, ROTASA). Cada tarefa foi analisada, por meio do material, validando a sua potencialidade matemática investigativa, o tipo de ambiente de aprendizagem que se configurava, o significado da fração abordado naquela tarefa e as contribuições na formação matemática das professoras envolvidas.

Por meio dessa exploração, ao analisar tarefa por tarefa, emergiram duas categorias de análise: Categoria 1 - TP de maior potencial investigativo e Categoria 2 - TP de menor potencial investigativo. Apesar de todas as tarefas terem sido elaboradas para se enquadrar na categoria 1, durante o seu desenvolvimento, verificou-se que, algumas tarefas possibilitaram maiores investigações matemáticas e a participação ativa das professoras, outras nem tanto. Percebeu-se então que, naquele momento e com aquele determinado grupo de participantes, as tarefas assim se classificavam.

A última fase da análise de conteúdo, associada à fase de exploração, refere-se ao tratamento dos dados coletados. Essa fase é apresentada a seguir.

5.3 TRATAMENTO DOS RESULTADOS, A INFERÊNCIA E A INTERPRETAÇÃO

Nessa fase, os resultados, ainda brutos, são avaliados de forma a se tornarem significativos. Nesse sentido, cálculos (como porcentagem, por exemplo), tabelas, diagramas, figuras podem ser utilizados para condensar e destacar os resultados obtidos na análise, emergindo assim, as chamadas “categorias de análise”. Desse modo, os resultados são submetidos a provas estatísticas e testes de validação, e a partir deles, são propostas inferências e realizadas interpretações, conforme os objetivos propostos (BARDIN, 2016, p. 131).

Além disso, Bardin (2016) também destaca que conforme os resultados obtidos, a exploração do material e as inferências obtidas podem constituir novas análises, variando assim de acordo com o aporte teórico e as técnicas de análise. Desse modo, o analista pode realizar descobertas em respeito ao problema de pesquisa, ou até mesmo realizar descobertas inesperadas, dando origem a novos trabalhos.

A tabela a seguir apresenta, de forma objetiva e condensada, os resultados obtidos na análise, a qual será descrita e interpretada de forma detalhada no capítulo a seguir.

Quadro 8 - Resultados obtidos na análise

Problema de pesquisa	**Categorias**	**Critérios utilizados para categorização das TP**
Quais as potencialidades investigativas e matemáticas de tarefas, desenvolvidas no contexto do LEAM para a construção dos significados da fração e quais os impactos gerados por essas investigações na formação matemática das professoras envolvidas na pesquisa e que ensinam matemática nos anos iniciais?	TP de maior potencial investigativo	- Envolvimento das participantes nas investigações; - Investigação e construção de significados para diversos conceitos matemáticos; - Investigação e reflexão sobre as práticas pedagógicas utilizadas pelas professoras participantes.
	TP de menor potencial investigativo	

Fonte: Autoria própria (2020)

5.4 ANÁLISE DAS TP COMO CENÁRIOS PARA A INVESTIGAÇÃO

As Tarefas Potencializadoras de ensino e aprendizagem de Matemática– TP foram elaboradas no contexto do Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática - LEAM com o objetivo de se configurarem como cenários para a investigação e ambientes de aprendizagem, conforme fundamentado no capítulo 2. Buscou-se então, durante sua elaboração, que as TP constituíssem ambientes que pudessem dar “suporte a um trabalho de investigação”, convidando assim, as professoras participantes a envolverem-se, de forma ativa, nas reflexões, discussões e investigações de suas práticas e do objeto matemático em estudo: a fração.

No que se refere às investigações sobre o conceito da fração, nos dedicamos em explorar os significados desse objeto matemático, conforme Cavalcanti e Guimarães (2008): parte-todo, quociente, razão, número, medida e operador de grandezas discretas e contínuas, buscando construir esses significados durante o desenvolvimento da oficina, para que cada um deles tivesse algum sentido para as participantes. Assim sendo, como as TP 19 e 20 foram elaboradas e aplicadas a fim de explorar as operações com números fracionários (adição, subtração, multiplicação e divisão), motivadas apenas pela preocupação com a formação matemática e o trabalho docente das professoras diante das dificuldades por elas relatadas, não serão, portanto, analisadas no escopo desta investigação.

Desse modo, restringimos a análise sobre as tarefas 0 a 18, que tratam dos significados da fração e da importância das diferentes formas de representação de um número racional (fracionário, decimal figural, porcentagem) e as relações matemáticas entre essas representações. As TP serão analisadas e classificadas de acordo com o seu potencial investigativo e o tipo de ambiente de aprendizagem. Todas as tarefas foram elaboradas com o objetivo de se configurarem como ambientes de aprendizagem dos tipos: cenários para investigação com referências à matemática pura (2), cenários para investigação com referências à semirrealidade (4) e cenários para investigação com referências à realidade (6), definidos por Skovsmose (2000).

Esses ambientes referem-se todos a cenários de investigação. No entanto, a partir da aplicação das tarefas durante os encontros da oficina, verificou-se que, apesar de serem elaboradas a fim de se constituírem cenários para investigação, algumas tarefas possibilitaram maiores discussões, outras nem tanto. Em vista disso, por meio da análise realizada, emergiram duas categorias de classificação dessas tarefas de acordo com o seu potencial investigativo, conforme indica a Tabela 12 a seguir.

Quadro 9 - Classificação das TP de acordo com o seu potencial de investigação, significado explorado e ambiente de aprendizagem

(continua)

Potencial investigativo	TP	Significado/conceito explorado	Ambiente de aprendizagem – segundo Skovsmose (2000)
Maior	0	Medida	4
	1	Parte-todo (grandeza contínua)	2
	2	Parte-todo (grandeza contínua)	2
	3	Parte-todo (grandeza contínua)	2
	4	Parte-todo (grandeza contínua)	2
	5	Parte-todo (grandezas contínua e discreta)	2
	6	Parte-todo (grandeza contínua)	2
	7	Parte-todo (grandeza discreta)	6
	10	Quociente (grandeza contínua)	6

Quadro 9 - Classificação das TP de acordo com o seu potencial de investigação, significado explorado e ambiente de aprendizagem

(conclusão)

Potencial investigativo	**TP**	**Significado/conceito explorado**	**Ambiente de aprendizagem – segundo Skovsmose (2000)**
Maior	11	Quociente (grandeza discreta)	2
	13	Medida	4
	14	Número	2
	15	Número	2
	18	Parte-todo (grandezas contínuas e discretas) e diferentes formas de representação	2
Menor	8	Parte-todo (grandeza discreta)	6
	9	Parte-todo (grandeza discreta)	6
	12	Quociente (grandeza discreta)	2
	16	Razão (grandeza discreta)	6
	17	Operador e diferentes formas de representação	6

Fonte: Autoria própria (2020)

Essas categorias de classificação, bem como a análise das tarefas que justificam tal categorização, serão apresentadas e discutidas nas seções desse capítulo.

5.4.1 Categoria 1: TP De Maior Potencial Investigativo

Chamamos de TP de maior potencial investigativo aquelas que proporcionaram as mais diversas e profundas investigações, que convidaram as professoras participantes para a construção do conhecimento matemático, e elas aceitaram a este convite. Ou ainda, que possibilitaram explorar outros conceitos matemáticos (aritméticos, algébricos, geométricos) além da fração. Isto é, trata-se das tarefas que fomentaram momentos mais intensos de investigações, tanto de conceitos matemáticos quanto de suas práticas pedagógicas. Nesse sentido, todas as TP classificadas nessa categoria podem compor o âmbito de um LEAM.

5.4.1.1 TP 0: Representações históricas do número fracionário

A TP 0 teve como objetivo explorar as ideias relativas às representações históricas do número fracionário. O material utilizado foi um pedaço de corda, entregue para cada participante (unidade de medida). Para contextualizar o surgimento do conceito de fração, pediu-se para que as participantes medissem o perímetro da sala (LAMAT).

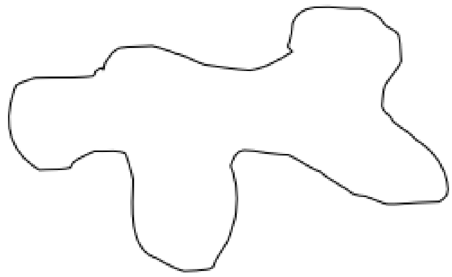
> Pe: preciso que vocês meçam para mim o perímetro da sala.
> E: Jesus! (risos)
> Pe: usando esse pedaço como unidade de medida.
> Várias participantes: E qual que é?
> E: tem 1 (um) metro?
> Pe: é a unidade de medida, não sei em centímetros, em metros... não sei. É a unidade (E, 2019)

Nota-se nesse discurso a falta de compreensão do conceito de unidade de medida, sendo que essa poderia ser um palmo, um passo, uma jarda (unidades que já foram utilizadas há anos) ou a medida do comprimento de um determinado objeto, já estabelecida, como a corda por exemplo. Nesse momento, discutiu-se essas unidades de medida já utilizadas e, diante de sua variação de medida, a necessidade de se estabelecer uma unidade de medida padrão.

> Pe: quantos pedaços cabem? Como é uma sala de formato retangular, então... lembram o que é perímetro?
> A3: é a soma de todos os lados.
> Pe: perímetro, na verdade, é o contorno, aí como se calcula o perímetro? Somando todos os lados (quando for uma figura poligonal) (A3, 2019)

A definição de perímetro de uma figura plana muitas vezes pode ser encontrada do seguinte modo: é a soma das medidas dos lados da figura. Como então definiríamos o perímetro de um círculo, que também é uma figura plana, mas não possui lados? Ou ainda uma figura como a apresentada abaixo, possui perímetro da forma como está definido?

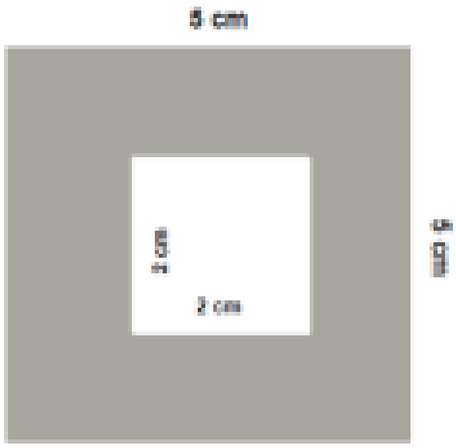
Figura 20 - Figura irregular



Fonte: http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri2014/modulo2/perimetro.pdf

Precisamos assim de uma definição de perímetro mais genérica, isto é, que defina perímetro também para figuras planas e não poligonais. Além disso, devemos nos atentar ao caso de figuras geométricas vazadas, as quais apresentam uma delimitação interna e outra externa. Igarashi e Francisco (2016) investigam uma ressignificação para o conceito de perímetro, destacando que é preciso encontrar uma forma de definir perímetro sem utilizar "lados", visto que isso implica em considerar que toda forma geométrica possui lados. Nesse sentido, após investigações com futuros professores de matemática, os autores chegam à uma definição de perímetro: "a soma dos comprimentos das linhas que delimitam a figura", pois uma figura vazada é delimitada tanto pelas linhas externas quanto por suas linhas internas. Portanto, para determinar o valor total do perímetro dessas figuras, deve-se somar os perímetros interno e externo da figura.

Figura 21 - Figura vazada e o cálculo do perímetro



Fonte: IGARASHI; FRANCISCO, 2016, p. 11.

Após a discussão sobre a definição de perímetro, percebeu-se uma expressão facial de surpresa nas participantes e uma reflexão sobre sua prática em sala de aula. Realizadas as medições, as participantes precisaram então quantificar essas medidas (comprimento e largura) da sala.

> E: deu quase 10 e alguma coisa.
> Pe: quanto é essa "alguma coisa"?
> E: Não sei.
> Pe: a J3 mediu essa dimensão aqui (largura) e ela disse que teve 8 unidades e esse pedacinho.
> J3: 7 (sete).
> Pe: desculpa então, sete e esse pedacinho. Então coube aí 8 (oito) vezes a unidade dentro dessa dimensão (largura)?
> Várias participantes: não.

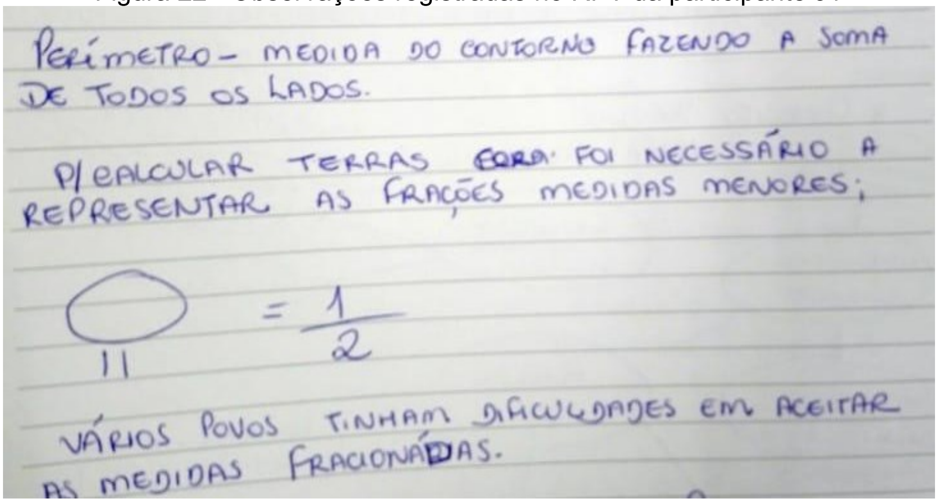
> Pe: como que eu represento então esse pedacinho? Como que eles (povos mais antigos) representavam antigamente esse pedacinho?
> Pe: Aí a E e a S mediram o comprimento. Deu quanto?
> E: 10 (dez).
> Pe: 10 (dez) e sobrou ou faltou isso (pedaço)?
> E: Faltou.
> Pe: Então faltou mais ou menos essa quantidade, que não chega a ser uma unidade, né? Então como que eu represento esse pedacinho? (E, 2019)

Destacou-se aqui o conceito de fração como um quantificador, mas não apenas de quantidades menores que a unidade, mas de maiores também. Como por exemplo no discurso acima, a medida da largura da sala foi estimada em 7 unidades e um "pedacinho". Suponha que esse "pedacinho" mede $\frac{1}{4}$, logo essa medida poderia ser representada como $7\frac{1}{4}$ (representação mista) ou ainda dividir a unidade em 4 partes iguais, contando esses "subpedacinhos" desde o início da medição, obtendo assim 29 "subpedacinhos" e que seriam representados como $\frac{29}{4}$.

> Pe: Falando agora um pouquinho da história das frações, a gente sabe que veio lá das medições das terras, por isso eu pedi que vocês medissem o perímetro.

Desse modo, as participantes experimentaram nessa tarefa a necessidade de um novo registro, um novo tipo de número, a partir de situações-problema como a medição de terras, onde a unidade inteira era insuficiente para representar suas dimensões. Segundo Biffi (2001), há cerca de 3.100 anos a.C. os egípcios e babilônios já registravam, em tábuas de argila fresca, situações por meio de frações, como na divisão de bens (inventário). Porém, essas necessidades surgiram ainda muito antes dos egípcios, e pela falta de uma forma de representação para esse tipo de quantidade, as tribos primitivas optavam por utilizar unidades suficientemente pequenas a fim de eliminar a necessidade de usar frações (BOYER, 1974. p.4).

Figura 22 - Observações registradas no RPT da participante J1



Fonte: Autoria própria (2020)

Diante disso, a TP 0 possibilitou discutir os conceitos de número como um quantificador, unidade de medida, perímetro e formas geométricas, além do significado da fração como medida. Vimos, portanto, que essa tarefa explora e relaciona vários conceitos matemáticos importantes, e também possibilita a compreensão de situações que implicaram no surgimento das frações, contexto interessante para situar o leitor nas situações que desencadearam a utilização desse tipo de representação. Desse modo, essa tarefa classifica-se como um cenário de maior potencial investigativo e, quanto aos ambientes de aprendizagem definidos por Skovsmose (2000), como ambiente (4), visto que abordou uma situação-problema da semirrealidade das participantes no contexto de um cenário para a investigação.

Nesse sentido, a TP 0 tem um grande potencial desencadeador de aprendizagem. Levou as participantes a avançarem na definição de perímetro para além da adição dos lados de uma figura, verificando que figuras que não-poligonais também possuem perímetro. Além disso, a tarefa não se limitou à manipulação de um material ou jogo, mas se voltou para a investigação por meio da experimentação e o conhecimento gerado a partir dela. Envolve vários conceitos matemáticos em uma só tarefa e possibilita que o investigador estabeleça relações entre esses conceitos. Além disso, as investigações realizadas nessa tarefa oportunizaram o trabalho em equipe, as discussões, descobertas, criação de estratégias e conjecturas, além de incentivar a participação ativa da participante. Visto isso, essa TP é uma tarefa que pode estar no âmbito do LEAM.

5.4.1.2 TP 1: Divisão do todo de diferentes maneiras

Nessa tarefa buscou-se investigar as diferentes formas de divisão do todo. As participantes receberam cada uma, quatro folhas de gibis velhos. Inicialmente precisaram dividi-las ao meio. Para isso, poderiam fazer recortes, sobreposições ou traçar linhas. Discutiu- se, nesse momento, a diferença entre dividir ao meio e dividir por meio, questionando-as qual das duas divisões estavam realizando. Enfatizou-se assim, que dividir ao meio significa dividir em duas partes iguais, ou seja, uma divisão por 2 (dois). Enquanto que, dividir por meio significa dividir pelo número 0,5 ou ainda, $\frac{1}{2}$.

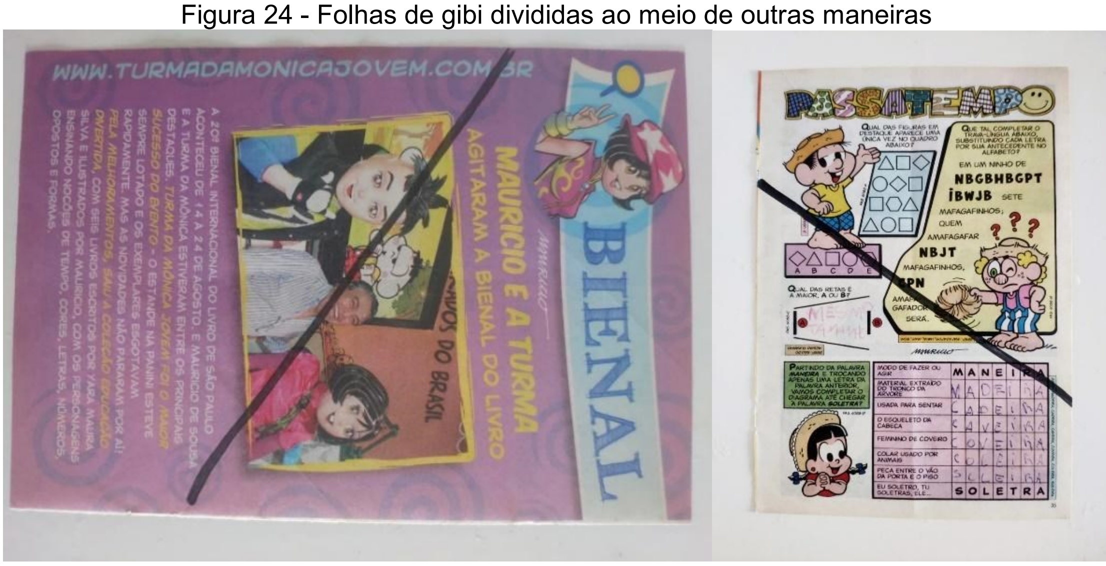
Nesse sentido, discutiu-se também a ideia incerta de que ao dividir um número por outro sempre se obtém como resultado um número menor do que o inicial, ou seja, que o quociente é sempre menor que o dividendo. Para estimular a discussão, utilizou-se como exemplo a divisão $2 \div \frac{1}{2}$, instigando as participantes a pensarem em "quantas vezes" o $\frac{1}{2}$ cabe dentro do 2, e por meio de um registro gráfico, concluiu-se em 4 vezes. Isso significa que $2 \div \frac{1}{2} = 4$. Foi enfatizado então que ao dividir, nem sempre obteremos um resultado menor. Quando o divisor então, for um número entre 0 e 1, o quociente será maior que o dividendo. O mesmo ocorre com a multiplicação, de tal forma que, ao multiplicarmos um número por outro, sendo este último entre 0 e 1, resulta em um número menor que o primeiro fator. Logo, a ideia de que, ao multiplicarmos dois números, obteremos sempre um resultado maior, não é verdadeira.

Enquanto realizávamos essas discussões, as participantes investigavam formas de dividir as folhas de gibi ao meio e de diferentes maneiras. Como essas divisões foram feitas com dobraduras, para facilitar a visualização, a pesquisadora marcou, com o auxílio de um canetão de quadro branco na cor preta, as divisões realizadas pelas participantes. As figuras a seguir mostram os principais resultados obtidos.

Figura 23 - Folhas de gibi divididas ao meio explorando as propriedades do retângulo

Fonte: Autoria própria (2020)

Figura 24 - Folhas de gibi divididas ao meio de outras maneiras



Fonte: Autoria própria (2020)

As divisões indicadas na Figura 24 se diferenciam quanto a orientação da folha (vertical e horizontal), conforme apresentadas pelas participantes durante a entrega das folhas à pesquisadora. Note que a mesma percepção não ocorreu com as divisões indicadas na Figura 23. Nela, foram considerados apenas retângulos cujo comprimento (base) tem medida maior que a largura.

Nesse sentido, verificamos que, muitas vezes, nos apegamos a mentalizar ou representar um retângulo de uma única maneira, esquecendo que ele também pode apresentar a medida do comprimento (base) menor do que a medida da largura. Tal concepção figural de retângulo pode acabar sendo a única ou prevalente abordagem em sala de aula, o que nos gera certa preocupação.

A próxima atividade das participantes na TP 1 consistiu em dividir as folhas de gibi em que cada parte representasse a fração $\frac{1}{4}$. Nesse momento houve dúvida em algumas participantes se era necessário uma divisão em partes iguais. A figura 25, a seguir, apresenta as divisões realizadas corretamente pelas participantes.

Figura 25 - Folhas de gibi divididas em 4 partes iguais

Fonte: Autoria própria (2020)

Note que, na primeira imagem da figura acima, a folha foi dividida considerando como referência a medida do comprimento. Uma divisão similar à essa, dividindo a folha em segmentos cujo comprimento de cada um é a medida da largura, não foi observada. Além dessas divisões indicadas acima, obteve-se outras, porém de forma incorreta, conforme indica a figura a seguir.

Figura 26 - Folhas de gibi divididas em 4 partes desiguais

Fonte: Autoria própria (2020)

Diante das divisões apresentadas como sendo em partes iguais, questionou-se as participantes a considerarem as margens da folha, no formato de um desenho, observando assim um retângulo. Convidou-se, nesse momento, as participantes à investigação sobre as propriedades geométricas do retângulo. Na primeira imagem da Figura 26 (localizada à esquerda), pediu-se que as participantes observassem as figuras geométricas obtidas na divisão. Essas figuras são iguais? Ou melhor, congruentes? Verificamos então que as figuras obtidas são dois triângulos e dois quadriláteros.

Diante dessas observações, questionou-se: esses polígonos encontrados, são dois a dois congruentes? A partir dessa pergunta, percebeu-se que a palavra “congruente” até então era desconhecida pelas participantes. Nesse momento, exploramos o conceito de congruência na Geometria Euclidiana Plana, conforme definido por Barbosa (1995), indicado na Tabela 13 a seguir:

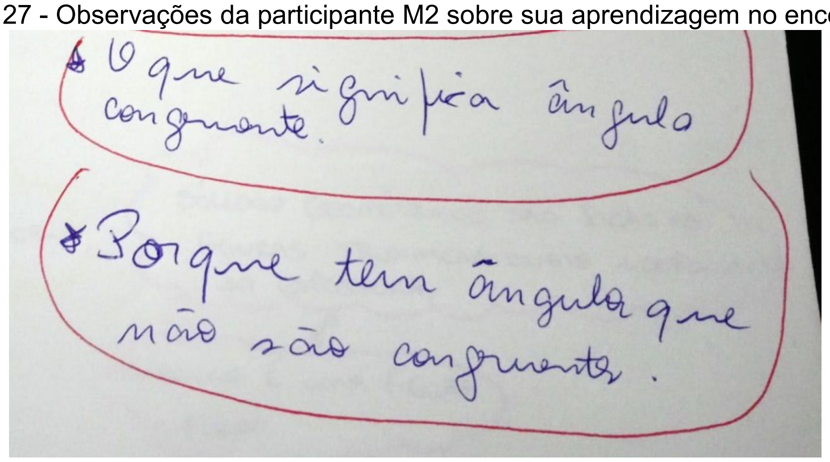
Quadro 10 - Definição de congruência na Geometria Euclidiana Plana, segundo Barbosa (1995)

Objeto matemático	**Definição de congruência**
Segmentos de reta	Diremos que dois segmentos AB e CD são congruentes quando $\underline{AB} = \underline{CD}$ (mesma medida).
Ângulos	Diremos que dois ângulos Â e $\hat{B}$ são congruentes se eles têm a mesma medida.
Triângulos	Dois triângulos são congruentes se for possível estabelecer uma correspondência biunívoca entre seus vértices de modo que lados e ângulos correspondentes sejam congruentes.

Fonte: BARBOSA, 1995, p. 34.

Para facilitar a compreensão das participantes quanto à definição de congruência de triângulos, usou-se como exemplo a ideia intuitiva de que, ao comparar dois triângulos distintos e contidos no mesmo plano, girando-se um deles e sobrepondo ao outro de tal forma que essas duas figuras coincidissem, então os triângulos seriam congruentes. Quanto às definições de congruência entre segmentos e ângulos, não houve dúvidas.

Figura 27 - Observações da participante M2 sobre sua aprendizagem no encontro 1



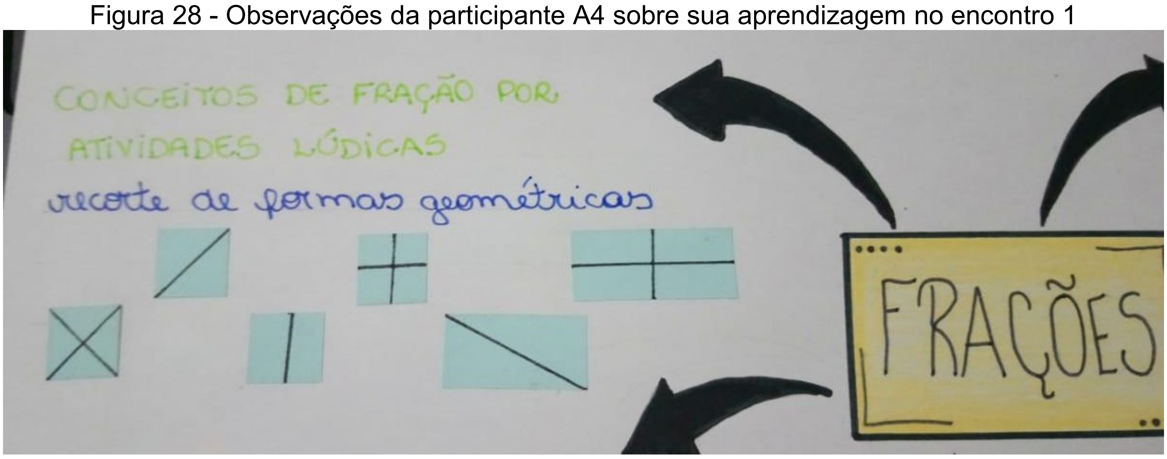
Fonte: Autoria própria (2020)

A participante registrou essas observações no MC do encontro 1, afirmando então que compreendeu o conceito de congruência entre ângulos. Isto é, analisando suas medidas, podemos verificar se dois ângulos são congruentes ou não. Estas duas observações foram descritas no MC do encontro 1, identificadas como “os pontos mais relevantes que aprendi no decorrer deste dia dentro do conteúdo de frações”.

Apesar da vontade em aprofundar ainda mais essa rica discussão sobre conceitos geométricos elementares, considerou-se o objeto principal investigado na oficina, a fração, e assim, foi brevemente comentado sobre os casos de congruência entre triângulos (lado-ângulo-lado, lado-lado-lado, ângulo-lado-ângulo e lado-ângulo-ângulo), o conceito de semelhança entre triângulos e a relação entre congruência e semelhança (constante de proporcionalidade dos lados com valor igual a 1).

Já na segunda imagem da Figura 26 (localizada à direita), observamos que as participantes usaram, como referência para a divisão, as diagonais do retângulo. Relembrando as propriedades dessas diagonais, verificamos que estas têm mesma medida, no entanto, não são bissetrizes dos ângulos internos como ocorre no quadrado. Como consequência, os quatro triângulos obtidos na divisão não têm ângulos correspondentes de mesma medida, o que implica que não são congruentes. No entanto, todos os triângulos possuem a mesma área (demonstramos isso por meio de sobreposições das figuras ou verificando que a altura de cada triângulo corresponde à metade da medida do lado do retângulo, perpendicular à base do triângulo. Isso significa que, apesar dos triângulos não serem todos congruentes, eles possuem a mesma área, ou seja, representam a mesma porção do retângulo. Portanto, cada triângulo representa $\frac{1}{4}$ do retângulo. Verificamos também que se essa folha tivesse formato quadrangular, o quadrado também estaria dividido em quatro partes iguais, mas nesse caso, os quatro triângulos são congruentes.

Figura 28 - Observações da participante A4 sobre sua aprendizagem no encontro 1



Fonte: Autoria própria (2020)

Diante dessas discussões, observamos que essa TP se configura como um cenário de investigação de maior potencial, visto que convidou as participantes à discussão e elas participaram ativamente, perseverando nelas a expressão de surpresa, mas também de um novo olhar para a matemática e suas relações. Assim sendo, a TP 1 poderá compor o âmbito do LEAM.

Nessa tarefa então, exploramos o conceito de fração de significado parte-todo de uma grandeza contínua, a divisão em partes iguais, os conceitos de congruência e semelhança e as propriedades do retângulo e do quadrado. Quanto ao ambiente de aprendizagem, segundo as concepções de Skovsmose (2000), essa tarefa se classifica como ambiente (2), pois volta-se para a exploração da matemática pura, sem fazer contextualizações a uma realidade ou semirrealidade.

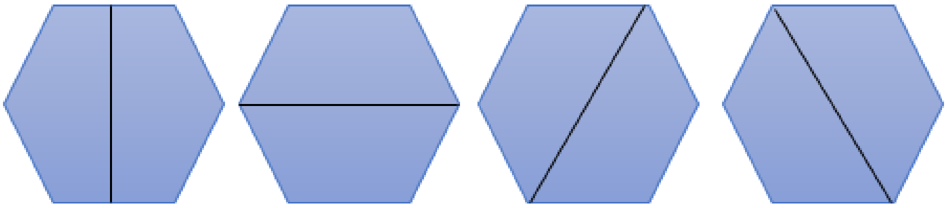
5.4.1.3 TP 2: Decomposição de figuras geométricas em E.V.A. para identificação da fração como uma divisão em partes iguais

Na TP 2, as participantes receberam 3 peças em E.V.A. nos formatos: retangular, quadrangular e hexagonal, sendo 2 coloridas e 1 na cor branca, de cada formato. O objetivo era dividir as peças coloridas, comparando com a peça branca que representaria o todo. Para a divisão, as peças deveriam ser cortadas e justapostas sobre a peça branca (todo). No entanto, as participantes não quiseram cortar as peças coloridas, afirmando que iriam "estragá-las". Diante disso, elas riscaram levemente com o lápis para representar essa divisão.

A primeira atividade dessa tarefa foi dividir uma peça colorida de cada formato em 2 partes iguais. A segunda consistiu em dividir em 4 partes iguais. Percebeu-se, então, que as participantes não tiveram dificuldades nas divisões com as peças retangulares e quadrangulares, visto que já havíamos discutido as propriedades geométricas do quadrado e do retângulo na TP 1. Destacou-se, nesse momento, que para obtermos 4 partes iguais, poderíamos ter dividido a peça inicial ao meio e depois, cada parte ser dividida novamente ao meio, verificando assim, que $\frac{1}{4}$ representa a ideia de "metade da metade".

Já as figuras de formato hexagonal demoraram um pouco mais para serem divididas. As peças tinham formato de um hexágono regular, a fim de facilitar essas divisões. Para a divisão ao meio, as participantes traçaram um segmento na vertical, ou na horizontal, ou em uma das diagonais, conforme indica a Figura 29.

Figura 29 - Divisões das figuras de formato hexagonal observadas pelas participantes



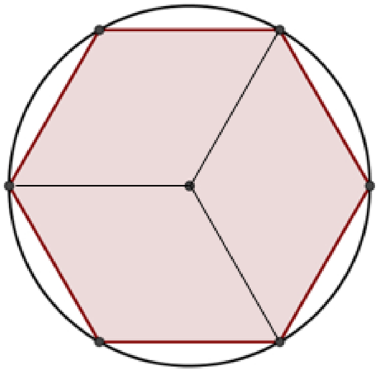
Fonte: Autoria própria (2020)

Questionou-se sobre os dois polígonos obtidos na divisão de cada peça e se eram congruentes. Para responder à essa pergunta, as participantes dobraram a figura de E.V.A. sobre a divisão realizada, verificando assim que as figuras obtidas (pentágonos e trapézios) coincidiam quando justapostas uma sobre a outra. Concluíram assim que as divisões haviam sido feitas em partes iguais. As participantes também dividiram o hexágono em quatro partes iguais, dividindo cada peça obtida nessa atividade novamente ao meio.

A próxima atividade foi a divisão das peças em 3 partes iguais, o que implicou em uma maior dificuldade por parte das participantes. Uma forma de realizar essa divisão é olhar para o hexágono regular e verificar que ele é formado por 6 triângulos equiláteros. Logo, para uma divisão em 6 partes iguais, precisaríamos encontrar o centro da circunferência circunscrita ao hexágono, e traçando o raio dessa circunferência considerando os vértices da figura, obteríamos as 6 partes iguais.

Como o objetivo da oficina voltava-se ao objeto matemático fração, não exploramos construções geométricas, como a dessa circunferência. Pediu-se então que as participantes estimassem esse centro, e dividissem a peça (de formato hexagonal) em seis partes iguais. A partir dessa divisão, juntando os triângulos dois a dois adjacentes, obteríamos uma divisão em três partes iguais, formando nesse caso, três paralelogramos, conforme indica a Figura 30 a seguir.

Figura 30 - Divisão da peça de formato hexagonal em 3 partes iguais



Fonte: Autoria própria (2020)

Após realizadas as divisões em partes iguais, as participantes não tinham dúvidas em nomear cada parte (um meio, um terço, um quarto, um sexto). Verificou-se assim que a nomenclatura das frações está bem definida na concepção das participantes. A dificuldade, portanto, não é quanto ao conceito de fração, mas de percepção visual. Diante dessas observações e levando-se em consideração que parte da discussão que essa tarefa propõe já havia sido feita na TP 1, ela classifica-se como um cenário para investigação de maior potencial investigativo. Nela, as participantes aceitaram ao convite à investigação e exploraram os conceitos de divisão em partes iguais de diferentes maneiras de uma grandeza contínua, a fração como quantificador dessas partes (significado parte-todo), a nomenclatura das frações, os polígonos quadrado, retângulo e hexágono e suas propriedades geométricas.

Vemos, portanto, que essa tarefa explorou conceitos aritméticos e geométricos, podendo então também compor o âmbito do LEAM. E, voltando-se a uma investigação em relação à matemática pura, classifica-se, portanto, quanto aos ambientes de aprendizagem de Skovsmose (2000) como ambiente do tipo (2).

5.4.1.4 TP 3: Estudo da fração de uma figura circular

A primeira atividade desenvolvida pelas participantes nesta tarefa foi traçar uma circunferência utilizando o compasso. Não houve dificuldades durante o manuseio desse instrumento. Depois disso, recortou-se o desenho. Questionou-se então: a figura que obtemos após o recorte é um círculo, uma circunferência, ou nenhum dos dois? Algumas participantes responderam círculo, outras, circunferência. Entretanto, percebeu-se que esses dois conceitos, quando perguntados, geraram dúvidas. É círculo ou circunferência? Mas o que é círculo e o que é circunferência? Ambos são a mesma coisa?

Diante desse entrave, foram apresentadas as definições de círculo e circunferência, segundo Gomes (2018), indicadas na Tabela 14 a seguir:

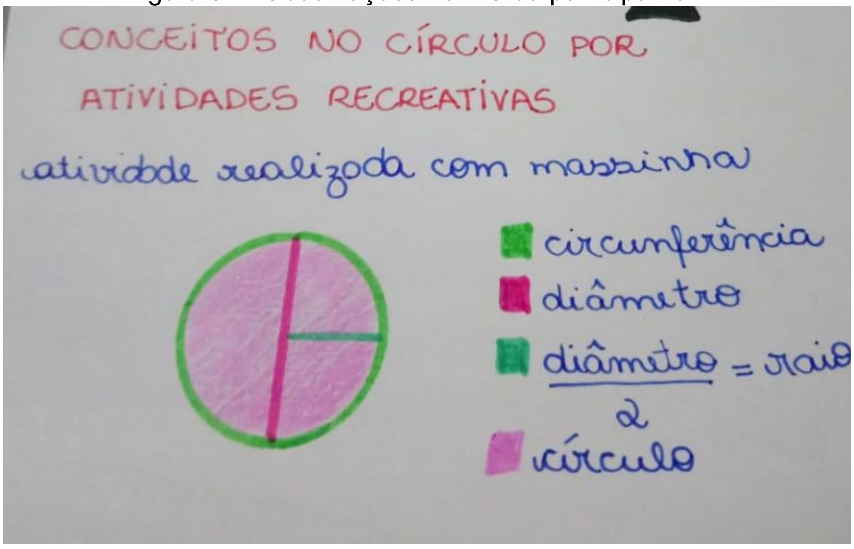
Quadro 11 - Definições de circunferência e círculo segundo Gomes (2018)

Objeto matemático	**Definição**
Circunferência	A circunferência é o conjunto dos pontos de um plano que estão a uma mesma distância (denominada raio) de um ponto do plano (chamado centro).
Círculo	O círculo de raio é o conjunto dos pontos de um plano cuja distância a um ponto do plano (chamado centro) é menor ou igual a um valor dado r (chamado raio). Ou seja, o círculo é composto pela circunferência e seu interior.

Fonte: GOMES, 2018, p. 3-5.

A partir das definições apresentadas, investigou-se também algumas de suas propriedades (corda, diâmetro, raio) e observamos que circunferência e círculo são objetos matemáticos definidos no plano. Todavia, a figura recortada possuía três dimensões, seria então um círculo ou uma circunferência? Verificamos então que não se enquadrava em nenhuma das definições. Mesmo que de medida pequena, a figura recortada possuía então espessura e duas bases circulares, caracterizando-se assim como um cilindro. Percebeu-se expressões de surpresa nas participantes com um olhar crítico e reflexivo sobre suas práticas docentes.

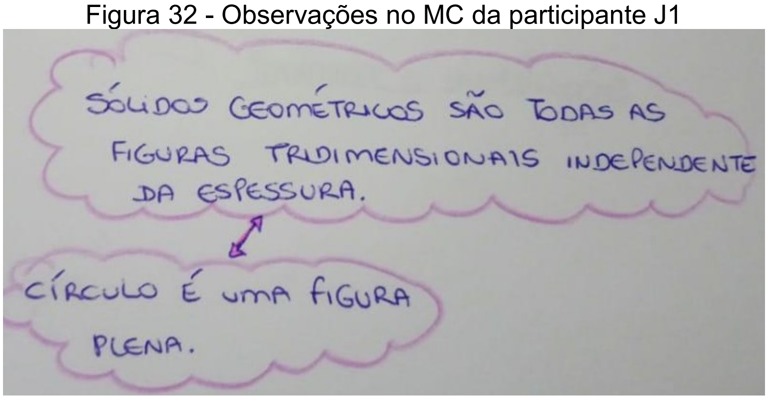
Figura 31 - Observações no MC da participante A4



Fonte: Autoria própria (2020)

Assim sendo, ao descrevermos as características de um objeto, devemos ter cuidado sobre as que são planas e as que não são, as tridimensionais. Podemos afirmar então algo sobre seu formato; neste caso, o objeto tem formato circular. Já uma folha de papel A4 tem formato retangular, porém, a rigor, não é um retângulo, pois é um objeto tridimensional.

Figura 32 - Observações no MC da participante J1



Fonte: Autoria própria (2020)

Após essa discussão, a próxima atividade foi construir um diâmetro utilizando a massinha de modelar, dividindo assim a pizza (folha circular) em dois pedaços iguais. Verificou-se que a fração $\frac{1}{2}$ representava cada pedaço e que se os juntássemos, obteríamos a pizza inteira novamente, ou seja, $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$ (inteiro).

Depois disso, a partir do centro, as participantes fizeram um segmento perpendicular ao diâmetro, construindo-se assim um raio. Para garantir a perpendicularidade, foi utilizado o canto reto de uma folha de papel. Obteve-se, nessa divisão, três pedaços. Questionou-se se esses pedaços eram do mesmo tamanho e qual(is) fração(ões) os representariam. Verificou-se assim que se tratavam de uma metade (pedaço maior) e duas “metades da metade” (pedaços menores). Prolongando o raio construído, as participantes obtiveram outro diâmetro e, agora, uma divisão em quatro partes iguais. Cada pedaço, portanto, seria representado pela fração $\frac{1}{4}$.

Durante a divisão da figura circular em partes iguais e análise dessas partes, as participantes não tiveram dificuldades, pois figuras circulares são comumente abordadas nos materiais didáticos por elas utilizados. Isso fez com que essa tarefa gerasse importantes reflexões, principalmente na discussão geométrica: plano/espacial e círculo/circunferência. Desse modo, essa TP classifica-se como um cenário de investigação de maior potencial, podendo fazer parte do âmbito do LEAM. Quanto ao ambiente de aprendizagem de Skovsmose (2000), caracteriza-se como ambiente (2). Essa tarefa também foi aplicada em sala de aula por uma das participantes, registrando-se suas observações e percepções no ROTASA, as quais estão descritas a seguir.

5.4.1.4.1 Registros das participantes sobre as aplicações da TP 3 em sala de aula (ROTASA)

A participante A1 é professora regente de uma turma de Educação Infantil no município de Pato Branco/PR. “*Por se tratar de alunos ainda bem pequenos, trabalhei de uma forma bem lúdica e utilizando uma linguagem simples, para facilitar a compreensão*”. Nesta fala da professora, verifica-se que a tarefa aplicada em sala de aula foi escolhida por sua potencialidade lúdica que é tão importante nessa fase de desenvolvimento da criança e não limitou-se à exploração da tarefa na manipulação do material, nesse caso a massinha de modelar, mas buscou investigar e construir conceitos importantes, conforme defende Silva (2015).

A professora também enfatizou o conceito de inteiro para as crianças, considerando o círculo representado pela pizza como a unidade considerada. “*Utilizamos o círculo de papel como se fosse uma pizza. Então num primeiro* *momento eles precisavam fazer a borda da pizza com massinha de modelar. Feito isso trabalhamos o conceito de “inteiro”, neste momento a pizza ainda estava inteira*”.

Figura 33 - Estudantes da professora A1 durante a atividade da TP 3

Fonte: Autoria própria (2020)

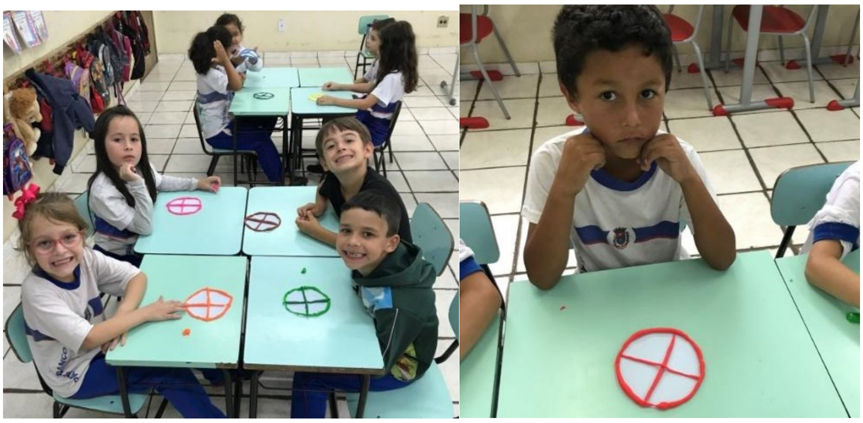
Feito isso, explorou-se o conceito de metade e a divisão em partes iguais. “*Em um segundo momento, pedi que eles dividissem a pizza ao meio, utilizando a massinha. Neste instante trabalhei bastante o conceito de que as partes deveriam ser iguais, que os tamanhos dos pedaços da pizza não poderiam ser diferentes, pois ambos tinham que comer a mesma quantia”.* Note que a representação numérica dessa situação não foi mencionada pela professora, mas ela trabalhou de fato o seu significado.

Figura 34 - Divisão ao meio dos estudantes da professora A1 durante o desenvolvimento da TP 3

Fonte: Autoria própria (2020)

A última atividade foi dividir a pizza em 4 partes iguais. “*Por último, dividimos novamente nossa pizza, trabalhando o conceito de que quanto mais dividimos, menores serão os pedaços. Sempre lembrando as crianças de que a divisão precisa sempre ser em partes exatamente iguais”.* Observamos nessa fala da professora muitos conceitos matemáticos implícita e explicitamente abordados: a divisão em partes iguais, a metade da metade e a comparação entre frações. As crianças observaram então que o pedaço agora obtido era menor do que o anterior. Futuramente, quando então se depararem com $\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$, essa desigualdade poderá ter algum significado para elas.

Figura 35 - Divisão em quatro partes iguais dos estudantes da professora A1 durante o desenvolvimento da TP 3

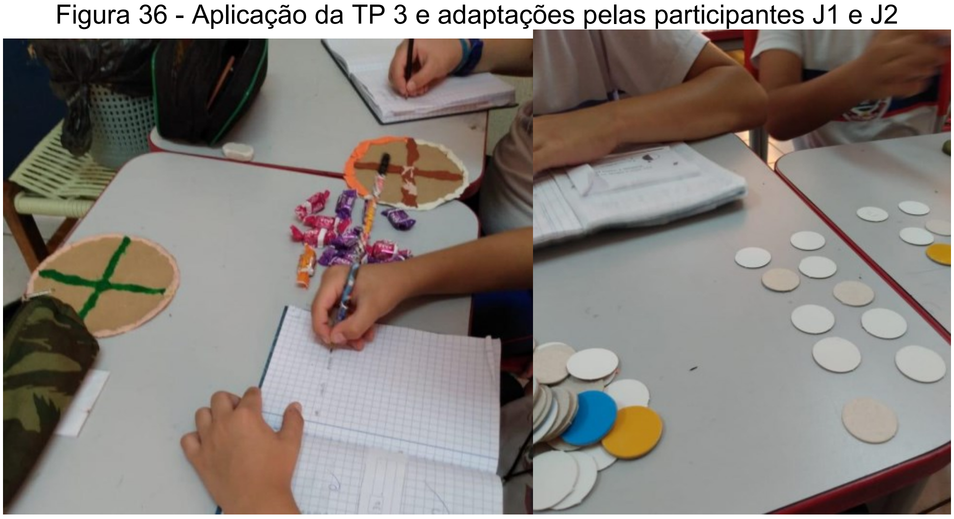


Fonte: Autoria própria (2020)

Por meio do desenvolvimento dessa tarefa, a professora observa que conceitos que trabalham o significado das frações, mesmo que de forma simples, podem ser explorados na fase escolar da criança desde muito cedo. "*Este trabalho me permitiu descobrir, que mesmo com crianças ainda bem pequenas, é possível iniciar um breve conceito sobre frações, trabalhando de forma lúdica e divertida. As crianças amaram!".*

As participantes J1 e J2 trabalham na mesma escola, sendo regentes de turmas diferentes (2º ano e 3º ano) e também aplicaram essa TP com suas turmas. Para isso, elas juntaram as duas turmas e a descreveram, de forma semelhante, em seus ROTASA: *"foi trabalhado em duplas (um de cada turma) para que houvesse trocas de experiências e interação". As professoras ressaltam que adaptaram a tarefa "de acordo com nossa realidade".*

Figura 36 - Aplicação da TP 3 e adaptações pelas participantes J1 e J2



Fonte: Autoria própria (2020)

Na figura acima, percebemos dois momentos: dois estudantes desenvolvendo a atividade da TP 3 (dividindo a figura circular com auxílio da massinha de modelar e realizando registros) e uma adaptação dela. Nesta última, observamos que as professoras utilizaram figuras circulares, mas agora como grandezas discretas (tipo de grandeza investigado na oficina). *"Foi explorado os diversos conceitos de: metade (meio), divisão e frações equivalentes. Após, realizamos atividade em folha para exercitar os conceitos"*.

Verificou-se, portanto, por meio dos ROTASA das participantes, que os conceitos investigados na oficina foram discutidos também em sala de aula, indo até mais além, realizando adaptações e melhorias na tarefa, explorando outras grandezas e conceitos.

5.4.1.5 TP 4: Agrupamento de fichas com frações de acordo com a mesma representação fracionária

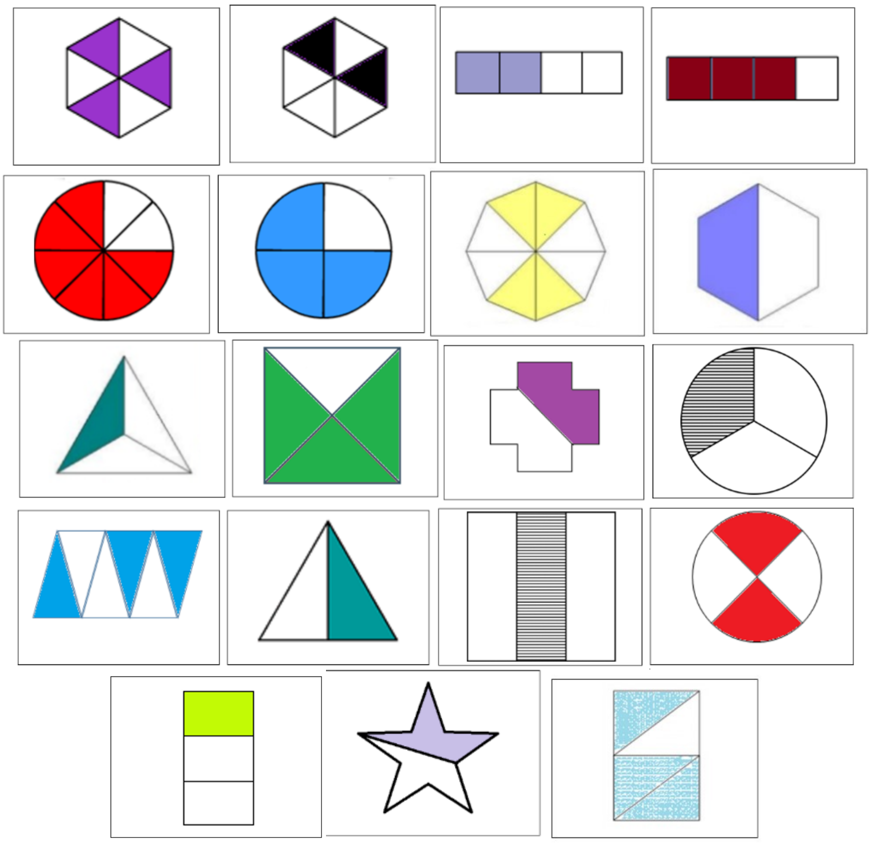
Esta tarefa iniciou com as participantes recebendo várias fichas. Em cada ficha, estava representada uma figura de grandeza contínua dividida em partes iguais ou não. Algumas dessas partes eram coloridas. A atividade consistia em identificar as características comuns nessas fichas e agrupá-las de acordo com essas caracterizações.

Figura 37 - Participantes classificando as fichas com frações na TP 4

Fonte: Autoria própria (2020)

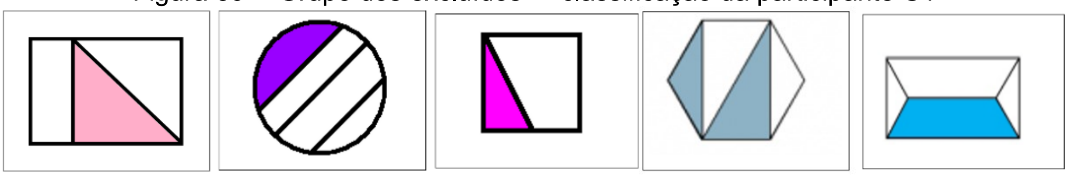
O primeiro resultado obtido, foi pela participante C1, separando as fichas em dois grupos, denominados de “Grupo dos legais” e “Grupo dos excluídos”. Essa classificação está indicada nas figuras a seguir.

Figura 38 - “Grupo dos legais” - classificação da participante C1



Fonte: Autoria própria (2020)

Figura 39 - “Grupo dos excluídos” – classificação da participante C1

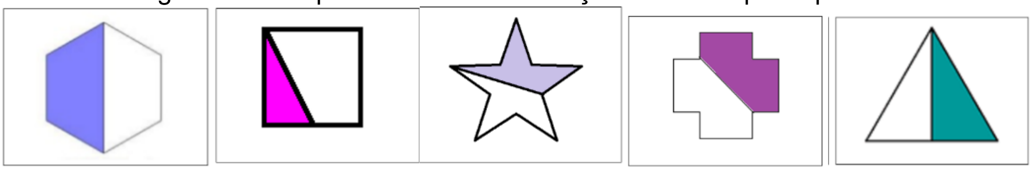


Fonte: Autoria própria (2020)

Verifica-se assim, que a participante C1 utilizou o critério de divisão em partes iguais para realizar essa classificação. As figuras divididas igualmente formavam o “Grupo dos legais”, enquanto que as restantes, constituíam o “Grupo dos excluídos”, ou seja, o grupo das frações e das não-frações, respectivamente. No entanto, apesar de utilizar o conceito de divisão em partes iguais, a participante não citou o termo “fração”.

Enquanto isso, o restante das participantes dividiu as fichas que tinham apenas uma parte colorida em vários grupos, de acordo com o número de partes, sem atentar-se para o tamanho delas, se eram iguais ou não. Verificou-se então que, a maioria das participantes não associaram os conceitos de fração e de divisão em partes iguais. A Figura 40 indica um dos grupos obtidos nessa classificação.

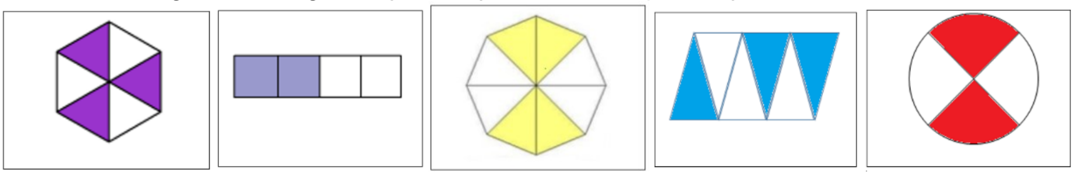
Figura 40 - Grupo obtido na classificação de várias participantes



Fonte: Autoria própria (2020)

Note que, nessa classificação, apenas a segunda imagem, da esquerda para a direita, não faz parte do grupo, pois não está dividida em partes iguais, e logo não pode ser representada pela fração $\frac{1}{2}$. Além disso, outras fichas também poderiam pertencer a esse grupo, pois apesar das divisões serem diferentes, representam metade da figura. Essas figuras referem-se a frações equivalentes a $\frac{1}{2}$ e estão indicadas na Figura 41:

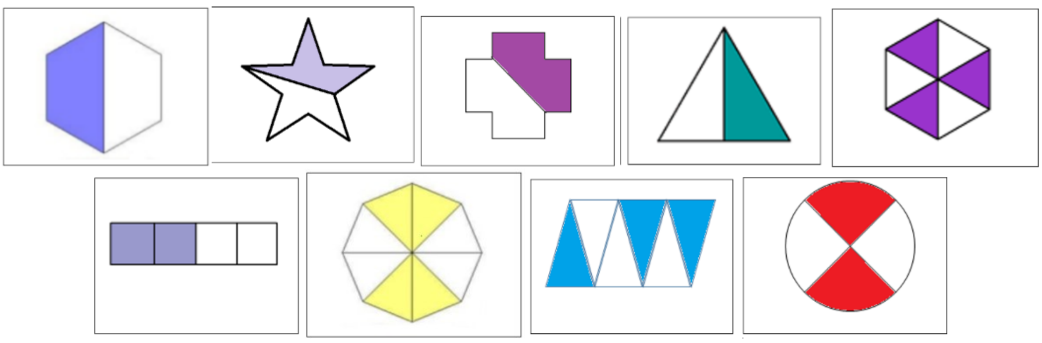
Figura 41 - Figuras quem representam frações equivalentes a 1/2



Fonte: Autoria própria (2020)

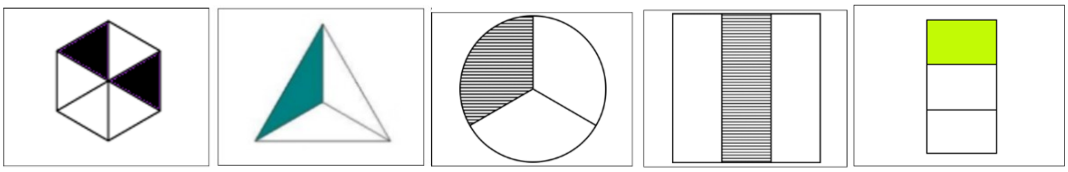
Entretanto, o conceito de frações equivalentes não foi levantado pelas participantes e elas só observaram que as fichas indicadas na Figura 41 poderiam compor o mesmo grupo das fichas da Figura 40 (excluindo-se a segunda figura, da esquerda para a direita) após as discussões. Diante disso, utilizando o conceito de frações equivalentes, apresentamos nas figuras a seguir, uma possível e correta classificação das fichas consideradas nesta tarefa.

Figura 42 - Grupo da fração 1/2



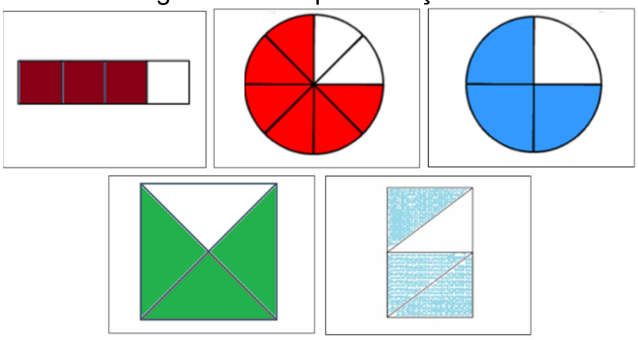
Fonte: Autoria própria (2020)

Figura 43 - Grupo da fração 1/3



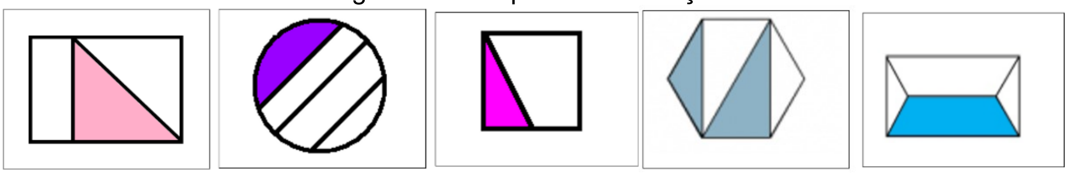
Fonte: Autoria própria (2020)

Figura 44 - Grupo da fração 3/4



Fonte: Autoria própria (2020)

Figura 45 - Grupo das não-frações



Fonte: Autoria própria (2020)

Trata-se, portanto, de uma tarefa que aborda o conceito de fração com o significado de parte-todo de grandezas contínuas, a divisão em partes iguais, a fração de polígonos convexos e côncavos e frações equivalentes. Logo, essa tarefa envolve vários conceitos matemáticos que estão relacionados com o conceito de fração, possibilitando investigações por parte das participantes. Pode então compor o âmbito do LEAM, caracterizando-se assim como um cenário de investigação e um ambiente de aprendizagem (2), conforme Skovsmose (2000).

5.4.1.6 TP 5: Junção de figuras geométricas para representar o todo de uma fração a partir de suas partes

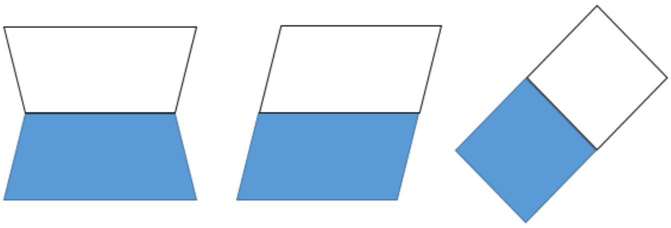
Esta TP teve como objetivo explorar o todo de uma fração a partir de suas partes. Para isso, as participantes receberam peças em EVA com formatos de trapézio, paralelogramo e losango. Foram utilizadas peças coloridas para representar as partes consideradas, enquanto que as brancas para representar as outras partes que, junto com as coloridas, compõem o todo.

Figura 46 - Participantes realizando a primeira atividade na TP 5

Fonte: Autoria própria (2020)

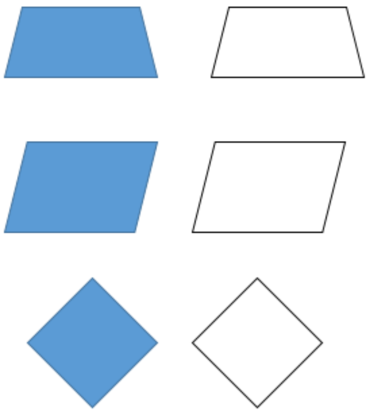
A primeira atividade dessa tarefa foi de, em cada figura, organizar as peças (partes) de forma que a peça colorida representasse $\frac{1}{2}$ do todo, podendo então considerar as peças como grandezas discretas ou contínuas. As figuras a seguir indicam uma possível organização.

Figura 47 - Organização das peças para representar a fração 1/2 de uma grandeza contínua



Fonte: Autoria própria (2020)

Figura 48 - Organização das peças para representar a fração 1/2 de uma grandeza discreta



Fonte: Autoria própria (2020)

Note que a organização apresentada nesta última figura considera a grandeza como sendo discreta, ou seja, olhando para o número de peças.

Também poderiam ser dispostas 3 peças coloridas e 3 peças brancas de um determinado formato, totalizando assim, 6 peças. Logo, as peças coloridas também representariam metade do todo ($\frac{3}{6}$ é equivalente a $\frac{1}{2}$). No entanto, para cada participante foi entregue apenas uma peça colorida para todas as atividades dessa tarefa. Assim, para representar $\frac{1}{2}$ com essa peça em cada formato, foi necessário utilizar 2 peças (todo), sendo uma colorida (parte considerada) e uma branca.

Todavia, as configurações apresentadas pelas participantes nessa tarefa se referiram apenas às grandezas contínuas, sem fazer uma análise como essa que fizemos agora. Percebeu-se então que, para as participantes, a ideia de fração estava única e exclusivamente relacionada a grandezas contínuas.

Em vista disso, apresentou-se as definições de grandeza segundo Ferreira (2000), Bomtempo (2016) e Correia (2014), caracterizando e diferenciando as grandezas: discreta e contínua. As definições apresentadas estão indicadas na tabela a seguir.

Quadro 12 - Definições de grandeza, grandeza discreta e grandeza contínua

Conceito	**Definição**
Grandeza	Entidade suscetível de medida (FERREIRA, 2000)
	É tudo aquilo ao qual podemos associar um valor numérico. (BOMTEMPO, 2016, p. 6)
	Tudo aquilo que se pode quantificar ou medir, podendo ser discreta ou contínua. (CORREIA, 2014, p. 4)
Grandeza discreta x grandeza contínua	Se o valor associado for resultado de uma contagem, dizemos que a grandeza é discreta. Ex.: balas, canudos, tampinhas de garrafas. Caso contrário, dizemos que a grandeza é contínua. Ex.: água ou areia em recipientes, barra de chocolate, pizza. (BOMTEMPO, 2016, p. 7)

Fonte: Autoria própria (2020)

“Nunca trabalhei grandeza discreta, só trabalho contínua. Só por isso o curso já valeu a pena.” (J2, 2019)

Vemos, portanto, que essa tarefa possibilitou investigações de menor potencial, no entanto, possibilitou investigações importantes sobre grandezas contínuas e discretas, além de reflexões das professoras sobre suas práticas em sala de aula (conforme indicada na fala da participante J2 acima). Além disso, as participantes não conseguiam, inicialmente, discernir o que é grandeza, principalmente a diferença entre grandeza contínua e grandeza discreta.

Essas importantes investigações, justificam o fato dessa tarefa ser uma TP e poder fazer parte da composição de um LEAM. Logo, classifica-se como um cenário de maior potencial investigativo e caracteriza-se como um ambiente de aprendizagem do tipo (2), pois faz referências à Matemática pura.

5.4.1.7 TP 6: Representação figural X representação numérica

Para o desenvolvimento dessa tarefa, utilizou-se o jogo do mico das frações. As participantes precisavam associar cada figura com sua representação numérica correspondente (frações próprias, impróprias, aparentes e mistas). Apenas a carta do mico não tinha par, logo, perderia o jogo quem ficasse com essa carta ao final do jogo.

"Como faz Ana? Eu nunca vi isso!" (E, 2019).

Por ser tratar de um conteúdo, segundo as participantes, não visto durante a formação inicial, precisou então ser estudado na oficina. Destinou-se um tempo do encontro para investigar esse conceito, suas relações com as frações impróprias e, posteriormente, o algoritmo para escrever uma fração imprópria na representação mista e vice-versa. A tabela a seguir exemplifica a abordagem realizada deste conceito.

Quadro 13 - Investigação sobre a fração na representação mista

Fração imprópria	**Representação figural – grandeza contínua**	**Representação figural – grandeza discreta**	**Representação mista**
$\frac{7}{2}$	 O coração (unidade) foi dividido ao meio. Considerou-se 7 dessas partes.	 Grupos com dois corações. Para considerar 7 deles, precisamos de 3 grupos e 1 coração.	$3\frac{1}{2}$

Fonte: Autoria própria (2020)

Após a discussão desse conceito, construímos o algoritmo. As participantes verificaram que, ao considerarmos uma grandeza contínua, a fração

$\frac{7}{2}$ significa que a unidade foi dividida igualmente em 2 partes, sendo considerada 7 dessas partes. Logo, precisávamos saber quantas vezes essas 2 partes caberiam em 7 (significado de divisão). Portanto, verificamos que bastava realizar o cálculo de divisão de 7 por 2, obtendo-se então como quociente 3 (parte inteira da fração mista) e resto 1 (1 parte da unidade a qual foi dividida em 2, logo representa a fração $\frac{1}{2}$).

Já para representar a fração mista em imprópria, observamos que teríamos 3 unidades inteiras e uma unidade dividida ao meio. Então, se dividirmos as outras 3 unidades também ao meio para que as partes ficassem igualmente divididas, obteríamos 6 partes. Logo, juntando-se com a parte já identificada na fração, teríamos então 7 partes. Essas partes seriam representadas então pela fração $\frac{7}{2}$. Logo, verificamos que considerando uma fração mista, bastava multiplicar o denominador da fração pelo número inteiro (pois esse número inteiro também seria dividido em partes de acordo com o denominador) e adicionar o numerador da fração, obtém-se então a fração imprópria.

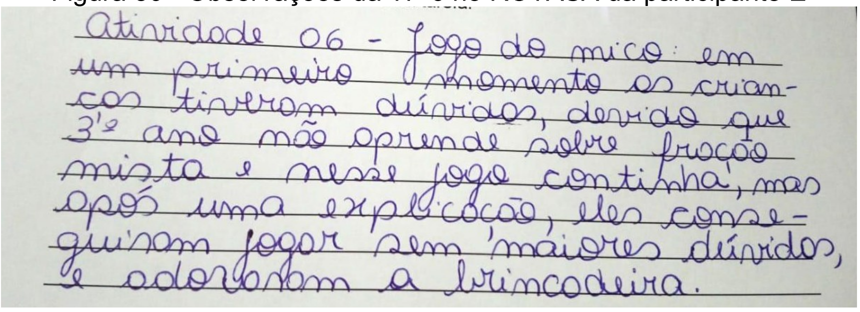
Dessa forma, discutimos os conceitos envolvidos nessas duas representações, utilizando-os na construção dos dois algoritmos citados. Deu-se, portanto, significado aos métodos utilizados para representar fração imprópria em mista ou vice-versa, de modo que, façam sentido para as participantes quando utilizados. Além disso, no que se refere a grandezas discretas, verificou-se que os dois processos são análogos àqueles descritos acima. Bastavam então considerarmos objetos contáveis, dividindo-os em grupos de dois elementos.

Figura 49 - Participantes investigando as peças de realizando o jogo

Fonte: Autoria própria (2020)

Essa tarefa foi escolhida por duas participantes para aplicação em sala de aula em turmas de 3º e 4º ano e registro no ROTASA. Apesar de tratar-se de uma das formas de representação da fração, não é citada explicitamente pela BNCC (2018) para abordagem em sala de aula nos Anos Iniciais. Logo, verificou-se através dos registros das professoras que os estudantes tiveram dificuldades para desenvolver o jogo e foram necessárias abordagens das professoras, explicando essa representação.

Figura 50 - Observações da TP 6 no ROTASA da participante E

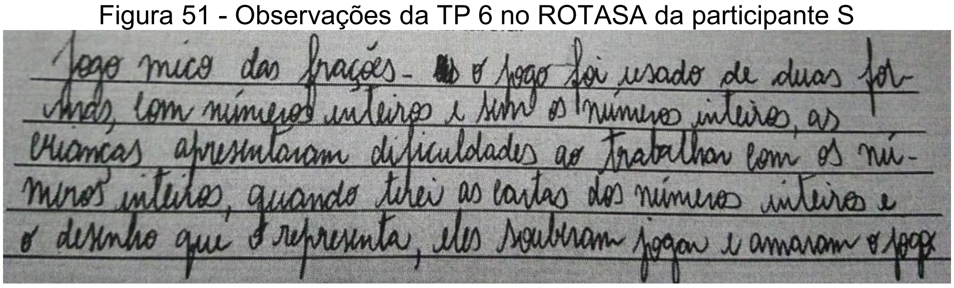


Atividade 06 - Jogo do mico: em
um primeiro momento as crian-
ças tiveram dúvidas, devido que
3º ano não aprende sobre fração
mista e nesse jogo continha, mas
após uma explicação, eles conse-
guiram jogar sem maiores dúvidas,
e adoraram a brincadeira.

Fonte: Autoria própria (2020)

Além disso, o ROTASA descrito pela professora S evidenciou uma aprendizagem superficial dos estudantes quanto ao conceito de fração, observando a rasa compreensão de que fração significa considerar apenas uma quantidade de partes menor que o total de partes em que a unidade está dividida (fração própria), sem refletir sobre quantidades inteiras. A professora destacou no registro que precisou trabalhar separadamente com as cartas que representavam quantidades inteiras das fracionárias.

Figura 51 - Observações da TP 6 no ROTASA da participante S

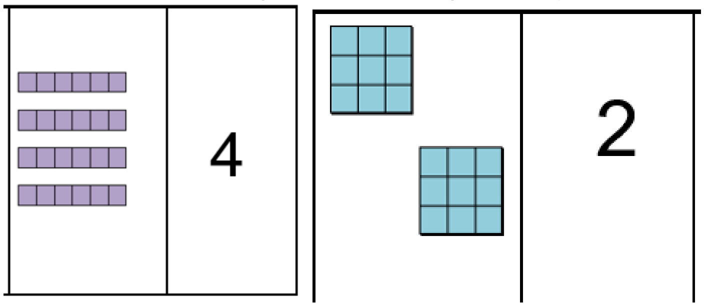


Jogo mico das frações - o jogo foi usado de duas for-
mas, com números inteiros e sem os números inteiros, as
crianças apresentaram dificuldades ao trabalhar com os nú-
meros inteiros, quando tirei as cartas dos números inteiros e
o desenho que o representa, eles souberam jogar e amaram o jogo

Fonte: Autoria própria (2020)

As cartas do jogo que indicam números inteiros e que foram analisadas separadamente, conforme observado acima, estão indicadas na figura abaixo. Salienta-se então que essas duas cartas não deveriam ter sido removidas do jogo, mas exploradas como frações e sua relação com os números inteiros.

Figura 52 - Cartas da TP 6 com quantidades e representações numéricas inteiras



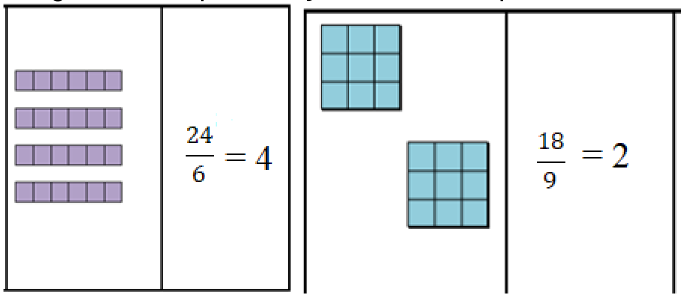
Fonte: Autoria própria (2020)

Note que a primeira delas também poderia ser representada por $\frac{24}{6}$, que é quantificada da mesma forma pelo número inteiro 4, e que também é um número racional. A segunda, poderia ter sido observada que a unidade foi dividida em 9 partes iguais e considerou-se 18 delas, logo teríamos $\frac{18}{9}$, obtendo-se então 2 unidades inteiras.

Observamos nesse registro um obstáculo didático, segundo Brousseau (1983 *apud* BIFFI, 2001, p. 18) decorrente da abordagem utilizada pela professora em separar as cartas que continham quantidades inteiras das não-inteiras, o que pode levar ao estudante a conceituar fração como uma exclusiva representação de partes menores que a unidade. Essa percepção nos leva a pensar que então os números $\frac{2}{2}, \frac{6}{3}, \frac{12}{4}$ não seriam frações. Mas como podem então serem escritos como tal? Não seria possível então dividir a unidade em 3 partes iguais e considerar/utilizar 6 dessas partes? Isto é, não poderíamos utilizar então duas dessas unidades, caracterizando assim um dos significados da fração: quociente?

A partir da análise das cartas apresentadas na figura anterior, apresenta-se na sequência uma sugestão de melhoria dessas cartas para que não se caracterizem mais como obstáculos didáticos. Para isso, pensando em futuras aplicações dessa tarefa, a fim de facilitar a compreensão e análise de frações ditas aparentes e sua relação com números inteiros, sem que se excluam cartas e, consequentemente, conceitos, sugere-se que sejam indicadas, ao lado dos números inteiros, a representação fracionária, conforme mostra a figura a seguir.

Figura 53 - Sugestão de representação das cartas apresentadas na Figura 49



Fonte: Autoria própria (2020)

Além disso, durante o desenvolvimento da tarefa, as participantes observaram que algumas cartas possuíam tamanhos maiores que outras. Isso se deve à desconfiguração no momento da impressão do jogo. Essa diferença de tamanho pode levar os estudantes a decorarem a posição das cartas durante o jogo, sem necessariamente fazer uso do conceito para jogar. Ou ainda, no contexto dos Anos Iniciais, isso pode se configurar como um obstáculo didático. Logo, sugere-se também que ao utilizar essa tarefa futuramente, deve-se atentar quanto a configuração para que todas as cartas fiquem então do mesmo tamanho.

Diante das discussões apresentadas, o envolvimento das participantes e a exploração das representações fracionárias de uma grandeza (própria, imprópria, aparente e mista) e as relações entre elas, essa TP classifica-se como um cenário para investigação de maior potencial, podendo compor um LEAM. Quanto ao ambiente de aprendizagem, caracteriza-se como do tipo (2).

5.4.1.8 TP 7: Representação da fração de uma grandeza discreta

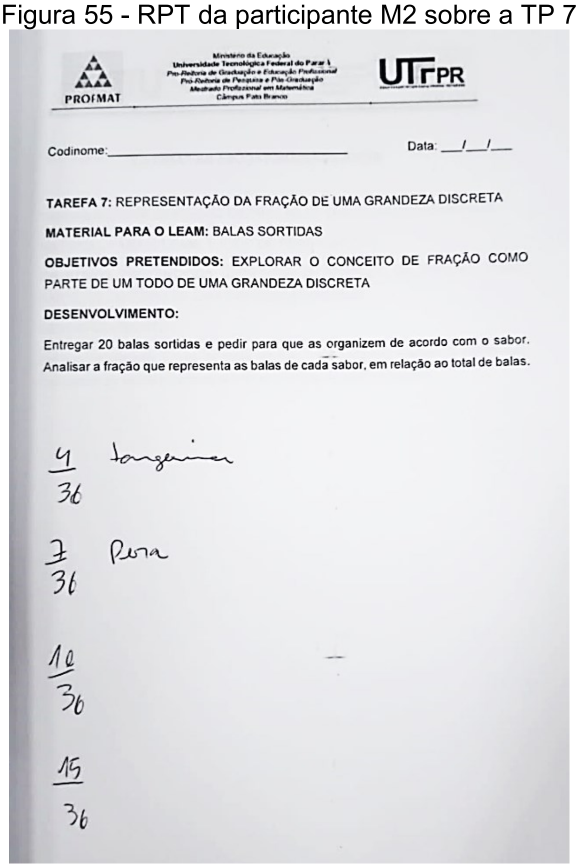
A TP 7 buscou explorar o conceito de fração como parte de um todo de uma grandeza discreta. Para isso, utilizamos balas de diferentes sabores. Cada participante recebeu uma quantidade de bala e investigou a fração que representava cada sabor em relação ao total de balas que havia recebido.

Figura 54 - Participantes em atividade durante a TP 7

Fonte: Autoria própria (2020)

As professoras participantes não apresentaram dificuldades em representar cada grupo de balas utilizando uma fração, de acordo com o mesmo sabor. A figura a seguir apresenta a análise desenvolvida nessa tarefa pela participante M2, a qual recebeu 36 balas, classificou-as de acordo com os sabores e indicou a fração que representava cada grupo formado. Observe que as balas foram contadas e representadas corretamente, visto que $\frac{4}{36} + \frac{7}{36} + \frac{10}{36} + \frac{15}{36} = \frac{36}{36}$.

Figura 55 - RPT da participante M2 sobre a TP 7



PROFMAT

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Pró-Reitoria de Graduação e Educação Profissional
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Mestrado Profissional em Matemática
Câmpus Pato Branco

UTFPR

Codinome:__________ Data: __/__/__

TAREFA 7: REPRESENTAÇÃO DA FRAÇÃO DE UMA GRANDEZA DISCRETA

MATERIAL PARA O LEAM: BALAS SORTIDAS

OBJETIVOS PRETENDIDOS: EXPLORAR O CONCEITO DE FRAÇÃO COMO PARTE DE UM TODO DE UMA GRANDEZA DISCRETA

DESENVOLVIMENTO:

Entregar 20 balas sortidas e pedir para que as organizem de acordo com o sabor. Analisar a fração que representa as balas de cada sabor, em relação ao total de balas.

$\frac{4}{36}$ Tangerina

$\frac{7}{36}$ Pera

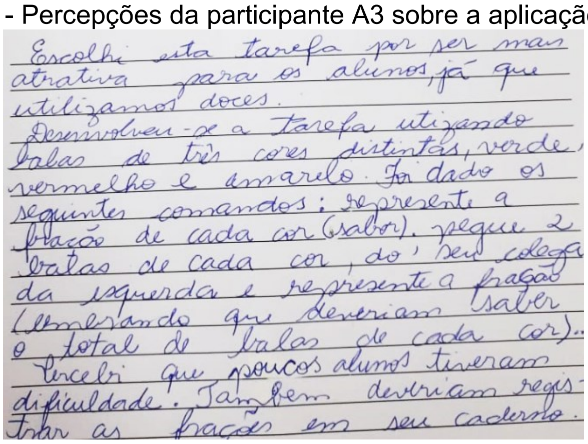
$\frac{10}{36}$

$\frac{15}{36}$

Fonte: Autoria própria (2020)

Essa tarefa foi escolhida por cinco das participantes para ser desenvolvida em sala de aula e registrada no ROTASA. Foi, portanto, a tarefa mais escolhida pelas participantes para ser desenvolvida em suas turmas. Segundo a professora C, "*as crianças amaram a atividades e acharam fácil. No final elas dividiram as balas e comeram*". Os estudantes da turma da professora A3 também não apresentaram, segundo ela, dificuldades no desenvolvimento da tarefa.

Figura 56 - Percepções da participante A3 sobre a aplicação da TP 7



Escolhi esta tarefa por ser mais
atrativa para os alunos, já que
utilizamos doces.
Desenvolveu-se a tarefa utilizando
balas de três cores distintas, verde,
vermelho e amarelo. Foi dado os
seguintes comandos: represente a
fração de cada cor (sabor), pegue 2
balas de cada cor, do seu colega
da esquerda e represente a fração
(lembrando que deveriam saber
o total de balas de cada cor).
Percebi que poucos alunos tiveram
dificuldade. Também deveriam regis-
trar as frações em seu caderno.

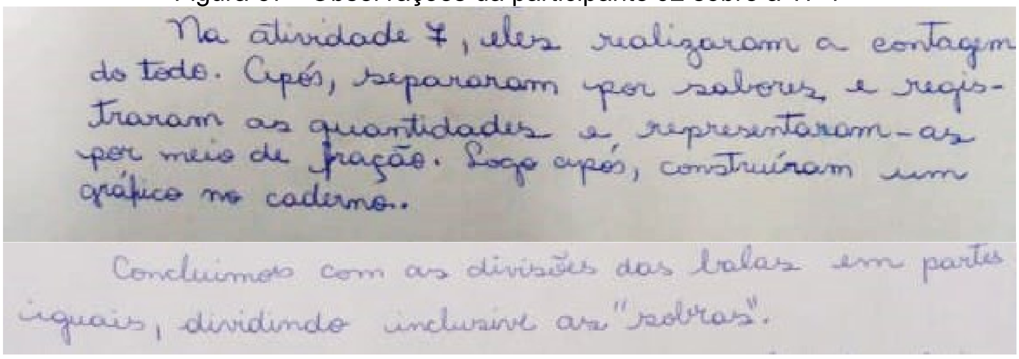
Fonte: Autoria própria (2020)

De acordo com essas observações, verificamos que a escolha da participante por essa tarefa está pautada, principalmente, por envolver doces e por isso ser capaz de apresentar-se de forma mais atrativa para os estudantes. Lembrando que escolher uma tarefa só pelo seu potencial atrativo não é suficiente. O professor precisa antes, levar em consideração quais as discussões e reflexões que essa tarefa tem potencial de gerar.

Todavia, a exploração realizada pela professora possibilitou diversos momentos de investigação. Criou-se novas reflexões diferentes daquelas vistas na oficina, as quais foram chamadas de "comandos", possibilitando a troca de balas entre os estudantes e a constante análise das frações obtidas, considerando o novo todo obtido após cada troca. Logo, enfatizou-se o papel fundamental do todo na representação de quantidades discretas utilizando fração e o significado parte-todo.

As professoras J1 e J2 também aplicaram essa tarefa em suas turmas e perceberam que a primeira atividade realizada pelos estudantes foi a contagem do todo. Feito isso, eles separaram as balas por sabores e registraram utilizando uma fração. As professoras também utilizaram a bala como unidade para explorá-la como grandeza contínua. Analisaram, portanto, a divisão de uma bala em partes iguais, a fração obtida em cada divisão e a fração de uma fração (fração como significado de operador), denominadas por elas de “sobras”.

Figura 57 - Observações da participante J2 sobre a TP 7



Na atividade 7, eles realizaram a contagem do todo. Após, separaram por sabores e registraram as quantidades e representaram-as por meio de fração. Logo após, construíram um gráfico no caderno.

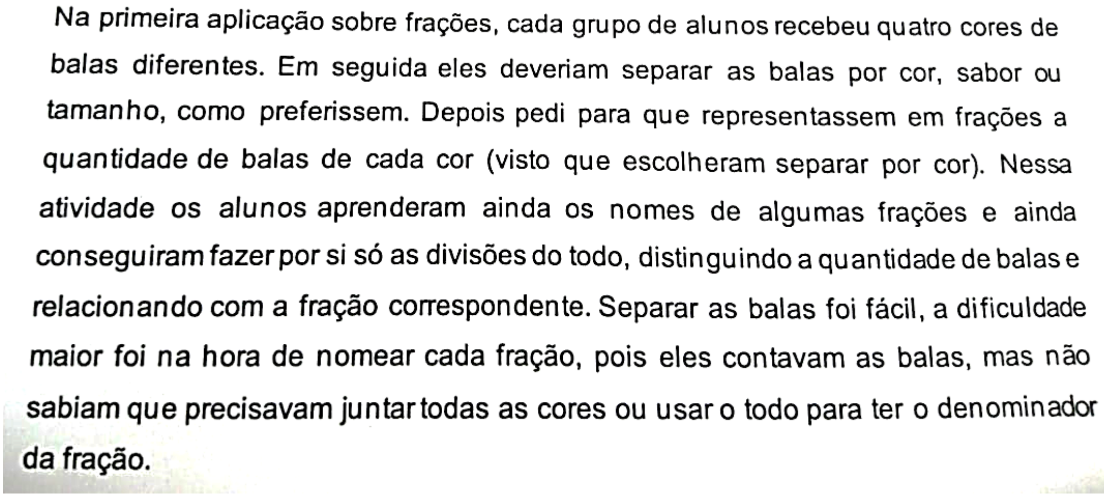
Concluímos com as divisões das balas em partes iguais, dividindo inclusive as "sobras".

Fonte: Autoria própria (2020)

Considerando então a bala como uma grandeza contínua, J1 relata que, num segundo momento, investigaram a divisão do todo em partes iguais e a comparação entre frações. “Trabalhamos no concreto o que é dividir pela metade (compreensão do tamanho que este equivale) e com um grupo dividimos por 3 e fizemos a análise de quem teria recebido um tamanho maior”. Considerando que cada grupo ficasse com um pedaço, verificaram assim que o grupo com a parte obtida na divisão pela metade, havia ficado com o maior pedaço. Essa análise nos ajuda a atribuir um significado ao fato de que, quanto mais divisões são realizadas, menores ficam as partes obtidas e, portanto, ao compararmos frações de mesmo numerador, a menor delas será a que tiver o maior denominador.

A participante M1 também optou por aplicar esta tarefa em sua turma de 5º ano. A partir dela, explorou a representação fracionária para retratar a divisão das balas e a nomenclatura dessas frações. A professora deixou por conta do estudante em escolher um critério de classificação das balas (cor, sabor, tamanho), entretanto, todos optaram em separá-las por cores. M1 relata que foi fácil separar as balas de acordo com sua classificação, no entanto, a dificuldade era de perceber que precisavam juntar todas as cores, isto é, considerar todas as balas para obter o todo.

Figura 58 - Trecho do ROTASA da participante M1 sobre a TP 7



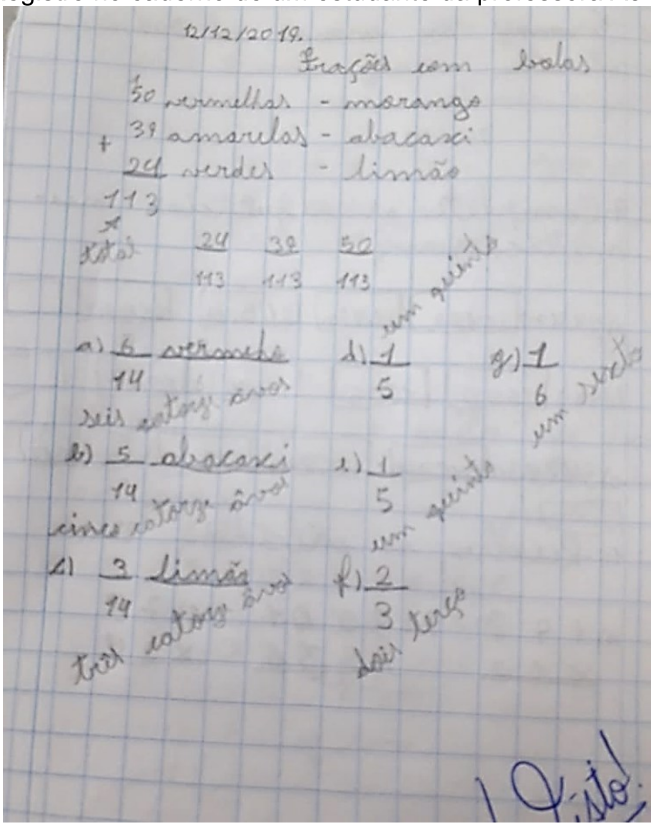
Na primeira aplicação sobre frações, cada grupo de alunos recebeu quatro cores de balas diferentes. Em seguida eles deveriam separar as balas por cor, sabor ou tamanho, como preferissem. Depois pedi para que representassem em frações a quantidade de balas de cada cor (visto que escolheram separar por cor). Nessa atividade os alunos aprenderam ainda os nomes de algumas frações e ainda conseguiram fazer por si só as divisões do todo, distinguindo a quantidade de balas e relacionando com a fração correspondente. Separar as balas foi fácil, a dificuldade maior foi na hora de nomear cada fração, pois eles contavam as balas, mas não sabiam que precisavam juntar todas as cores ou usar o todo para ter o denominador da fração.

Fonte: Autoria própria (2020)

A professora M1 não explicitou no registro como foi encaminhada a dificuldade dos estudantes quanto a percepção do todo. Ainda na tarefa desenvolvida, cada estudante registrou em uma folha a fração e escreveu-a por extenso. "*Quando apliquei a atividade com o pega varetas* (TP 8), *eles acharam mais fácil, pois haviam apreendido com a atividade das balas. A aula foi dinâmica e significativa, certamente não esquecerão mais*".

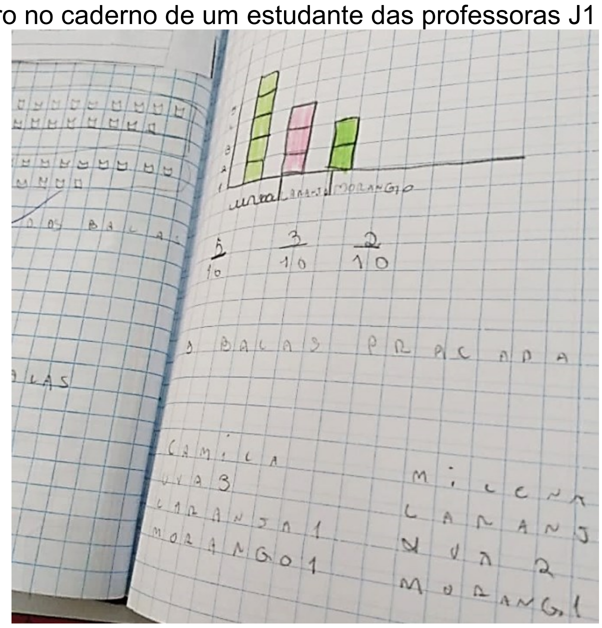
Em vista disso, as professoras A3, J1, J2 e M1 exploraram diferentes formas de registros a fim de formalizar e fixar as investigações realizadas nesta tarefa. Esses registros auxiliam na avaliação do professor quanto à aprendizagem dos estudantes e, consequentemente, quanto à análise da potencialidade da tarefa. A turma da professora A3 realizou os registros no caderno (Figura 56), enquanto que os estudantes da professora M1 registraram em uma folha. As turmas das professoras J1 e J2 representaram os conceitos vistos sobre fração utilizando gráficos, explorando, portanto, também esse conceito matemático (Figura 57).

Figura 59 - Registro no caderno de um estudante da professora A3 sobre a TP 7



Fonte: Autoria própria (2020)

Figura 60 - Registro no caderno de um estudante das professoras J1 e J2 sobre a TP 7



Fonte: Autoria própria (2020)

Diante disso, verifica-se que, apesar de a tarefa não fomentar longas discussões durante a oficina, ela provocou investigações de forma indireta, ou seja, na sala de aula. Por meio dela, foram investigados diversos conceitos matemáticos, como: grandezas discretas e grandezas contínuas, divisão em partes iguais, comparação de frações, nomenclatura das frações e gráficos.

No gráfico construído pelo estudante (indicado na Figura 57), considerou-se cada quadradinho como $\frac{1}{10}$. Sugere-se que o estudante construa as três colunas, cada uma composta por dez quadradinhos (o todo) e pinte 5, 3 e 2 quadradinhos na primeira, segunda e terceira colunas, respectivamente.

Essa tarefa sofreu adaptações e novas investigações criadas pelas professoras. Logo, classificamos essa TP como um cenário de investigação de maior potencial investigativo e, quanto ao ambiente de aprendizagem de Skovsmose (2000), como um ambiente do tipo (6), visto que faz referência à realidade dos envolvidos. Além disso, trata-se de uma interessante tarefa para compor o LEAM.

5.4.1.9 TP 10: Estudo de frações como quociente de grandezas contínuas

Essa tarefa inicia a abordagem de um outro significado além do parte-todo abordado até agora: a fração como quociente. A primeira investigação sobre esse significado da fração inicia a partir de uma grandeza contínua, utilizando assim, tabletes retangulares de paçocas.

Foram entregues inicialmente 5 paçocas para cada 2 participantes. A primeira atividade dessa tarefa consistia em dividir essas paçocas igualmente entre a dupla. A partir disso, questionou-se: qual fração representa o que cada participante receberá? A maioria delas estranharam a atividade inicialmente, mas depois chegaram à seguinte conclusão: entregariam 2 paçocas para cada participante da dupla, utilizando já 4 das 5 paçocas disponíveis. A última paçoca restante, seria dividida igualmente em 2 pedaços, ou seja, ao meio. Portanto, cada participante recebeu 2 paçocas inteiras e mais meia paçoca, isto é, $2\frac{1}{2}$ paçocas (que é justamente o quociente da divisão de 5 por 2).

Figura 61 - Divisão das paçocas em tabletes durante a primeira atividade da TP 10

Fonte: Autoria própria (2020)

A segunda atividade da TP 10 gerou mais discussão e precisou da intervenção da pesquisadora. A atividade era dividir, de forma igual, 2 paçocas para cada 5 participantes. Questionou-se então se a divisão considerada seria a mesma feita anteriormente e qual fração representa o que cada participante receberia. Observou-se então que era preciso dividir o tablete (unidade) em 5 partes iguais, isto é, cada parte representa $\frac{1}{5}$ da unidade. Logo, cada participante receberia um desses pedaços de cada tablete, mas como são dois tabletes, receberiam, portanto, 2 pedaços, ou seja, $\frac{2}{5}$.

Além disso, foi possível comparar as duas frações $\frac{5}{2}$ e $\frac{2}{5}$, verificando que a primeira é a maior entre as duas, visto que na primeira situação, cada participante recebeu mais paçoca. Também foi possível verificar que as frações podem representar quantidades maiores que a unidade considerada, as chamadas frações impróprias, e explorar os diversos registros de representação $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2} = 2{,}5$ (fração imprópria, fração mista e número decimal). Portanto, diante das investigações realizadas, categorizamos essa TP como um cenário de maior potencial investigativo e ambiente de aprendizagem do tipo (6).

5.4.1.10 TP 11: Estudo de frações como quociente através da composição e cálculo da área de retângulos

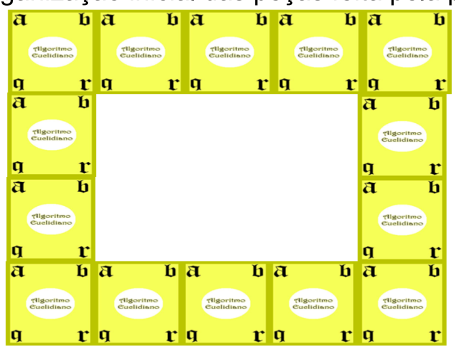
A TP 11, além de explorar a fração como quociente de uma grandeza discreta (quantidade de cartas), tinha como objetivo dar um significado para a não-divisão por zero na matemática por meio da área de retângulos. As participantes foram organizadas em duplas para discussão, mas cada participante recebeu o seu jogo. O jogo era composto por 20 cartas iguais de formato quadrangular. A medida do lado da carta era, portanto, a unidade de medida.

Figura 62 - Carta do material manipulável algoritmo euclidiano

Fonte: CAPRA & CAVALI (2017).

A primeira atividade desenvolvida nessa tarefa pelas participantes foi organizar 15 cartas sobre a mesa, formando uma figura retangular, cuja área medisse 15 unidades e um dos lados, 5 unidades. Questionou-se qual seria a medida da outra dimensão dessa figura.

Figura 63 - Organização inicial das peças feita pela participante A3



Fonte: Autoria própria (2020)

Note que, nessa configuração obtida, não foram utilizadas as 15 peças e a professora representa uma figura geométrica vazada. Logo, ao multiplicarmos as medidas das duas dimensões (comprimento e largura) não obteríamos as 15 unidades desejadas, ou seja, um retângulo de área 15. Diante dessas observações discutidas com a participante A3, ela logo verificou que essa configuração não era a solução do problema.

As participantes organizaram as cartas de tal forma que a figura retangular obtida tinha 5 unidades de comprimento e 3 de largura, e vice-versa. Elas perceberam então que para determinar a área de uma figura retangular, sabendo as medidas de seus lados, bastava multiplicar essas medidas (5x3 = 15). Logo, como tínhamos o produto 15 e um dos fatores, o 5, para descobrir o outro fator, era preciso simplesmente calcular a divisão $\frac{15}{5} = 3$.

A próxima atividade era formar uma figura retangular utilizando 16 peças, de tal forma que uma das dimensões dessa figura fosse 4. Em consequência da análise e discussão da atividade anterior, essa organização foi realizada mais rapidamente e com menor dificuldade. Verificou-se que a figura formada era um quadrado de lado 4.

Figura 64 - Organização das 16 cartas na segunda atividade da TP 11

Fonte: Autoria própria (2020)

Na sequência, as participantes dispunham de 10 peças para formar uma figura retangular de área 10 unidades e uma das dimensões medindo 1 unidade. As participantes precisaram então olhar para a carta como a sua unidade de medida, a qual determinava uma das dimensões da figura. Logo, para obterem a outra medida faltante, bastava descobrir qual número que multiplicado por 1, resultava em 10. Para isso, calcularam a divisão $\frac{10}{1}$ = 10.

Figura 65 - Organização das 10 cartas na terceira atividade da TP 11

Fonte: Autoria própria (2020)

A quarta atividade foi pensar se seria possível construir uma figura retangular cuja área fosse formada por 18 cartas e uma das dimensões 4. As participantes tentaram montar uma configuração, mas obtiveram uma figura de área 16 (4x4), sobrando 2 cartas. Logo, observaram que $\frac{18}{4} = 4$ grupos de 4 peças (formando a figura quadrangular) e 2 peças de sobra.

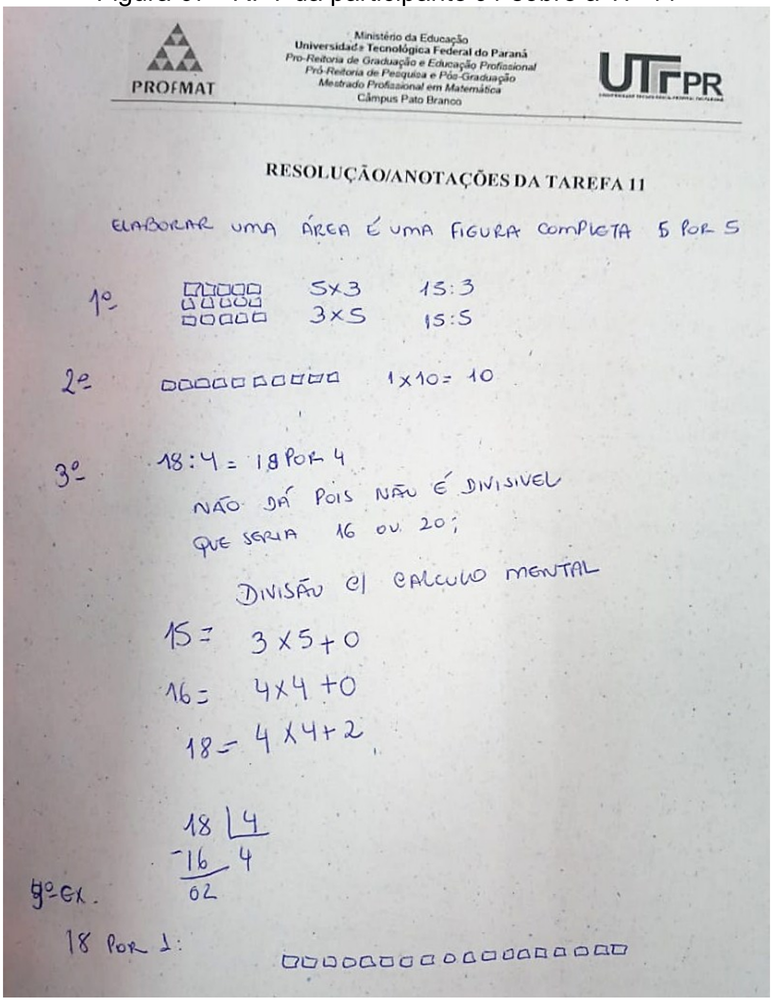
Figura 66 - Organização das 18 cartas e a configuração de uma figura não retangular

Fonte: Autoria própria (2020)

Após essas discussões, questionou-se também se seria possível construir uma figura retangular utilizando as mesmas 18 cartas, mas com uma das dimensões medindo zero. As participantes verificaram que, nessas condições, não seria possível nem dispor as cartas sobre a mesa, pois é impossível construir uma figura bidimensional onde uma das dimensões tem medida nula.

Em cada atividade desenvolvida pelas participantes nessa TP, foi possível observar que a medida da dimensão faltante era o quociente entre a área (quantidade total de cartas) e uma das dimensões indicada. Além disso, o número de peças que sobravam se referia ao resto dessa divisão. Como nas duas primeiras atividades não sobraram cartas, foi possível afirmar que a divisão é exata. Note que 15 = 3x5 + 0 e 16 = 4x4 + 0. Já na terceira, temos que 18 = 4x4 + 2 em que, de fato, sobraram 2 cartas.

Figura 67 - RPT da participante J1 sobre a TP 11


Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Pró-Reitoria de Graduação e Educação Profissional
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Mestrado Profissional em Matemática
Câmpus Pato Branco

RESOLUÇÃO/ANOTAÇÕES DA TAREFA 11

ELABORAR UMA ÁREA É UMA FIGURA COMPLETA 5 POR 5

1º 5x3 15:3
3x5 15:5

2º 1x10 = 10

3º 18:4 = 18 POR 4
NÃO DÁ POIS NÃO É DIVISIVEL
QUE SERIA 16 OU 20;

DIVISÃO C/ CALCULO MENTAL

15 = 3x5+0
16 = 4x4+0
18 = 4x4+2

18 |4
-16 4
02

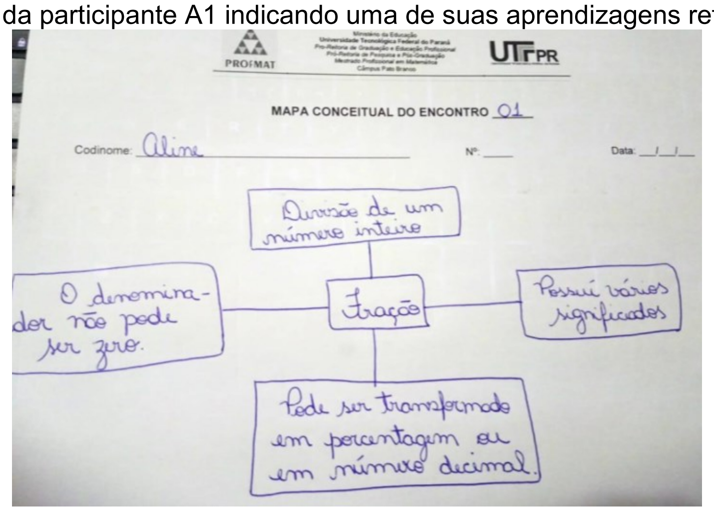
4º EX.
18 POR 1:

Fonte: Autoria própria (2020)

Diante dessas investigações, foi discutido o algoritmo euclidiano e explorado suas propriedades com diversos exemplos. Apresentou-se então o Teorema da divisão euclidiana, segundo Hefez (2016, p. 46): Sejam *a* e *b* dois números inteiros com $a \neq 0$. Existem dois únicos números inteiros *q* e *r* tais que $b = a \cdot q + r$, com $0 \leq r < |a|$.

Além da explicação geométrica de que não é possível dividir um número por zero na matemática, temos também o algoritmo da divisão euclidiana que justifica que o dividendo $a \neq 0$, visto que $0 \leq r < |a|$. Logo, enfatizou-se que é preciso ter sempre muito cuidado em garantir que o denominador da fração, em que um de seus significados é quociente, nunca seja zero. Assim, quando indicamos de forma algébrica uma fração, por exemplo $\frac{1}{n}$, precisamos indicar a qual conjunto numérico n pertence e que $n \neq 0$.

Figura 68 - MC da participante A1 indicando uma de suas aprendizagens referente à TP 11



Fonte: Autoria própria (2020)

Por meio dessas discussões, verificou-se que essa TP se caracteriza como um cenário de maior potencial investigativo, visto que abordou conceitos matemáticos como: a operação de divisão, área do retângulo, algoritmo da divisão euclidiana e a não divisão por zero na Matemática. Além disso, essas investigações foram realizadas com a interação das participantes e constituiu um conhecimento que, segundo elas, ainda não tinham sobre os assuntos abordados. Dessa forma, essa TP também se trata de uma tarefa capaz de fazer parte do LEAM. Quanto ao ambiente de aprendizagem definido por Skovsmose (2000), classifica-se como um ambiente do tipo (2), pois faz referências à Matemática pura.

5.4.1.11 TP 13: Estudo de frações como medida

A TP 13 buscou explorar por meio de um jogo chamado “Corrida das frações” um outro significado da fração: medida. A turma foi organizada em duplas, mas cada participante recebeu o seu jogo. Esse jogo era composto de 2 dados, fichas e carrinhos de brinquedo. Um dos dados representava os possíveis numeradores e o outro dado, os denominadores. As fichas, todas de mesmo tamanho, representavam a unidade e cada uma estava dividida de uma forma diferente da outra: em 2, 3, 4, 5 ou 6 partes iguais.

As regras do jogo consistiam basicamente em: cada jogador, na sua vez, joga os dois dados e observa o número da face voltada para cima, verificando a fração obtida com o lançamento dos dados. Por exemplo, se o jogador obteve o número 2 no dado dos numeradores e o número 5 no dado dos denominadores, ele formará a fração $\frac{2}{5}$. Considera-se então, nessa jogada, a fita que está dividida em 5 partes iguais, utilizando 2 dessas partes como medida para avançar com seu carrinho. As jogadas acontecem até que um dos jogadores alcança por primeiro a faixa de chegada. As faixas de partida e chegada são estipuladas pelo grupo de acordo com o espaço da sala.

Figura 69 - Participantes investigando a TP 13

Fonte: Autoria própria (2020)

Essa tarefa foi desenvolvida em sala de aula pela participante E, registrando suas percepções no ROTASA. A professora observou que, de primeiro momento, os estudantes se confundiram com os dados, sem conseguir compreender como aqueles números “viravam” frações, mas que esclarecidas essas dúvidas, foi só diversão. Essa percepção da professora foi de grande importância para refletirmos sobre falhas e possíveis melhoras nessa tarefa. Abordar o numerador e denominador da fração de forma isolada é uma crítica ao ensino atual desse conceito, conforme observam Bertoni (2009) e Landim e Morais (2019).

Portanto, sugere-se, para futuras aplicações, que as frações estejam escritas nos dados, evitando assim, uma compreensão de que a fração é composta por dois números isolados (numerador e denominador) separados por um traço, onde na verdade não é. Mas enfatizar que se trata de um número que exprime uma relação em diferentes contextos e com significados variados.

Figura 70 - Estudantes da professora E durante o jogo da TP 13

Fonte: Autoria própria (2020)

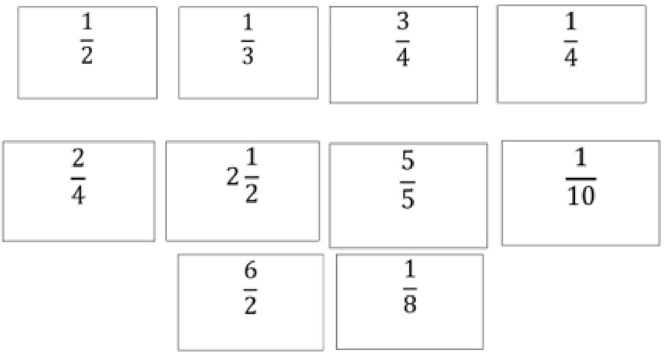
Diante das discussões apresentadas, classificamos a TP 13 como um cenário de investigação de maior potencial, podendo compor um LEAM, visto que as participantes aceitaram o convite para a investigação e se envolveram ativamente na investigação. Além do mais, discutiu-se, por meio dessa tarefa, os conceitos de numerador, denominador, divisão das barras em partes iguais, comparação entre frações (quem andou mais com o carro) e, principalmente, o significado da fração como medida. O jogo possibilitou momentos divertidos e recebeu elogios das participantes. Por fazer referências à uma semirrealidade, essa tarefa categoriza um ambiente de aprendizagem do tipo (4).

5.4.1.12 TP 14: Varal das frações

A TP 14 foi elaborada e desenvolvida a fim de explorar o conceito de fração como número e sua localização aproximada na reta numérica. Para isso, utilizou-se um pedaço de barbante esticado como varal para representar a reta numérica e fichas com frações. Cada participante recebeu um varal e um jogo de fichas para desenvolver essa tarefa futuramente em sala de aula.

Desse modo, cada participante precisava escolher uma ficha que ainda não havia sido utilizada e prendê-la com um prendedor de roupa na devida localização da fração, sem nenhum instrumento de medida. A figura a seguir apresenta as fichas utilizadas.

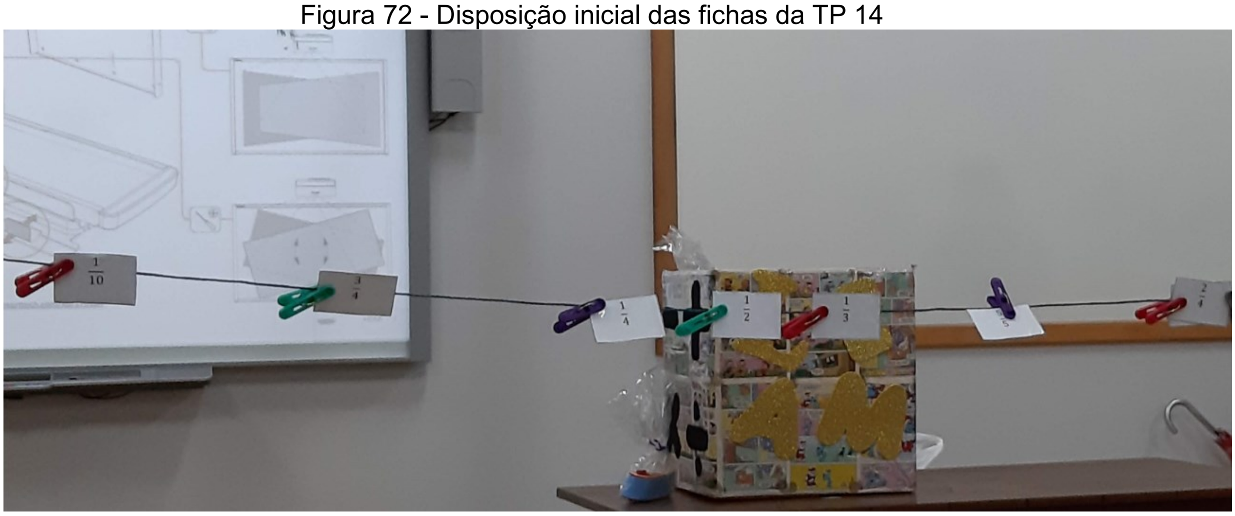
Figura 71 - Fichas da TP 14



Fonte: Autoria própria (2020)

Essa TP foi a que mais gerou discussões entre todas as tarefas investigadas na oficina. Apenas uma das fichas foi inicialmente localizada corretamente, a que continha a fração $\frac{1}{10}$. Essa fração é a menor entre as outras e foi localizada bem próxima ao início do varal, à esquerda (o início representava o zero). O restante não foi analisado e localizado corretamente. Observe na figura abaixo a disposição das frações como: $\frac{1}{10} < \frac{3}{4} < \frac{1}{4} < \frac{1}{2} < \frac{1}{3} < \frac{5}{5} < \frac{2}{4}$.

Figura 72 - Disposição inicial das fichas da TP 14



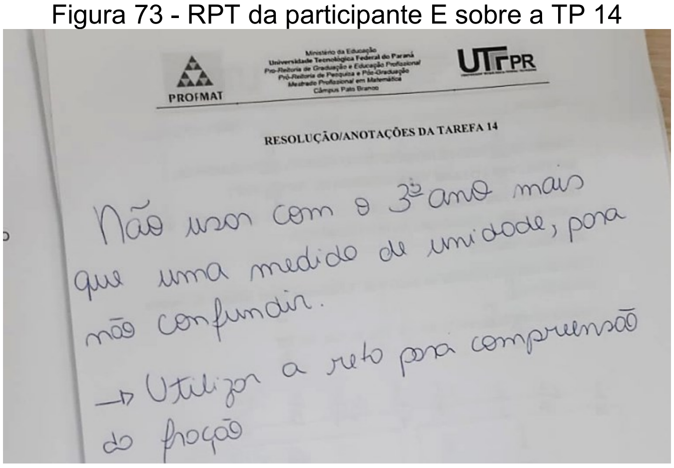
Fonte: Autoria própria (2020)

De acordo com as fichas disponíveis, as participantes não tinham como referência números inteiros, pelo menos assim escritos. No entanto, a hipótese dessa tarefa, quando elaborada, era que as participantes identificassem a fração $\frac{5}{5}$ (que é equivalente a 1) como a unidade de medida. E, a partir dela, investigassem a maior dessas frações, a qual deveria ser fixada na extremidade direita do varal, neste caso, a fração $\frac{6}{2}$ (que é equivalente a 3). Se sobrasse varal à direita dessa última fração, não teria problema, visto que a reta numérica é infinita. No entanto, deveria verificar se a medida da distância entre a localização da fração $\frac{5}{5}$ e o início do varal (zero) era equivalente à terça parte da distância entre a localização da fração $\frac{6}{2}$ e o início do varal (zero).

Após essa observação, teríamos o principal que era a unidade de medida. Conseguiríamos mentalizar a localização do número 2 e assim, seria possível localizar a ficha com a fração $2\frac{1}{2}$, justamente na metade da distância entre 2 e 3 = $\frac{6}{2}$. As fichas restantes, ficariam então localizadas entre o início do varal e a ficha $\frac{5}{5}$, visto que representam menos que o inteiro/unidade. Além disso, as fichas $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$ ficariam sobrepostas, pois são equivalentes.

Diante das dificuldades das participantes no desenvolvimento dessa tarefa, foi possível perceber que esta deveria ter explorado, inicialmente, apenas a localização de frações menores que a unidade e frações equivalentes ao inteiro (unidade), como: $\frac{5}{5}, \frac{9}{9}, \frac{20}{20}$, as quais ficariam sobrepostas, investigando assim, qual é o significado de ter fichas colocadas no mesmo lugar. E só a partir dessa análise, explorar as frações que representam mais do que um inteiro.

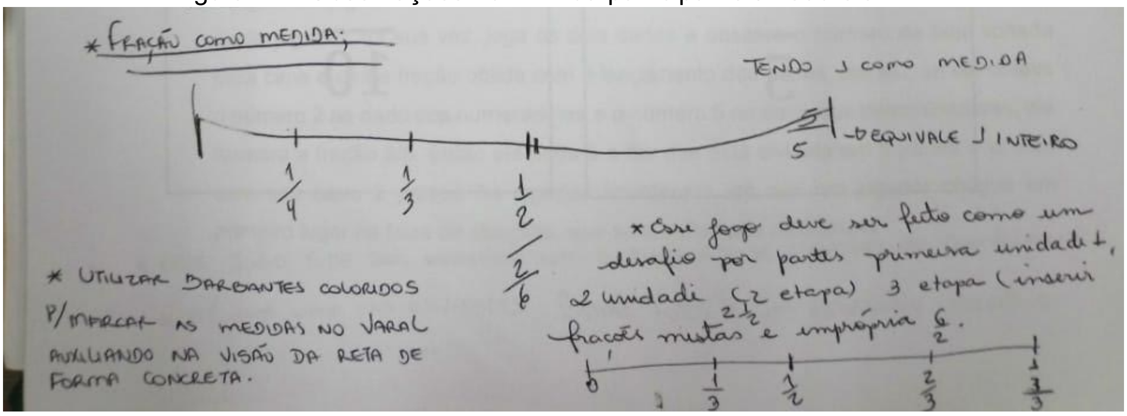
Figura 73 - RPT da participante E sobre a TP 14



Fonte: Autoria própria (2020)

A participante J1 sugere, em seu RPT, o desenvolvimento dessa tarefa "por partes", iniciando com a maior das frações sendo 1 (unidade). Na segunda etapa, utilizar no máximo 2 unidades, e assim por diante. Além disso, também observa a possibilidade de utilizar barbantes coloridos para marcar as fichas na reta numérica (varal) a fim de facilitar a visualização.

Figura 74 - Observações no RPT da participante J1 sobre a TP 14



Fonte: Autoria própria (2020)

Nesse sentido, essa tarefa possibilitou investigar a fração como número, verificando sua localização na reta numérica. Além disso, possibilitou a comparação de frações, verificando equivalências entre números fracionários e números inteiros. Enfatizou também a medida da unidade como referência para localizações. Além disso, as participantes participaram assim ativamente das discussões e construções, esclarecendo dúvidas e observando falhas e melhorias na tarefa. Diante disso, a TP 14 pode compor um LEAM e classifica-se como um cenário de investigação de maior potencial investigativo e ambiente de aprendizagem do tipo (2), fazendo referência a conceitos puramente matemáticos.

5.4.1.13 TP 15: Estudo de frações como número (reta numérica)

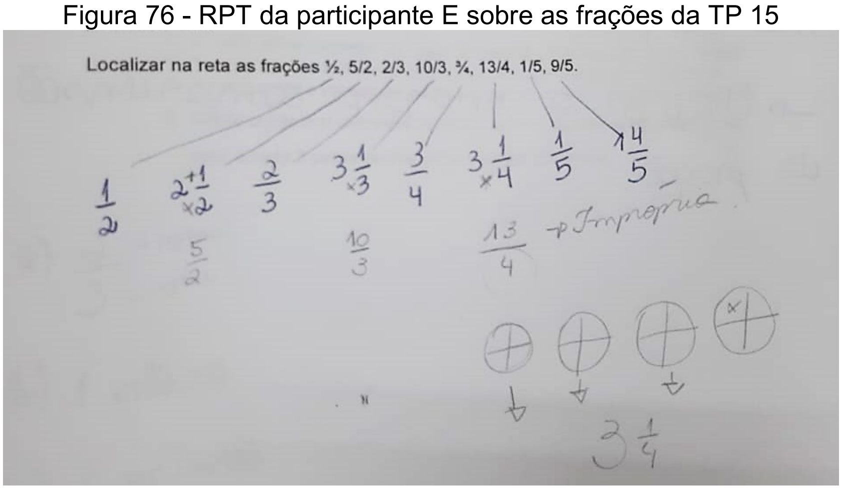
A TP 15 foi desenvolvida a fim de reforçar os conceitos discutidos na tarefa anterior por meio de um outro recurso: o desenho da reta numérica. As participantes receberam um pedaço de papel craft, uma régua, uma ficha medindo 30 cm (unidade) e os números fracionários que deveriam ser localizados: $\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{2}{3}, \frac{10}{3}, \frac{3}{4}, \frac{13}{4}, \frac{1}{5}, \frac{9}{5}$. Explorou-se assim, as frações menores e maiores que a unidade. Para obter a medida de uma fração menor que a unidade, as participantes dividiam a ficha de acordo com a fração desejada.

Figura 75 - Participantes utilizando uma fração da unidade como medida para localizá-la na reta numérica

Fonte: Autoria própria (2020)

Essa tarefa foi desenvolvida com menor grau de dificuldade por parte das participantes do que a TP 14, porém foi classificada pela participante J1 como "*atividade simples, mas de alta complexidade e raciocínio*". As professoras lembraram da importância de utilizar a unidade como referência e a dividiram de acordo com o denominador da fração que desejavam localizar. Também exploraram a representação mista das frações impróprias. A figura a seguir mostra o RPT com a representação mista das frações impróprias feito pela participante E, lembrando que ela relatou na TP 6 que nunca tinha visto (não sabia) o que era uma fração na sua representação mista.

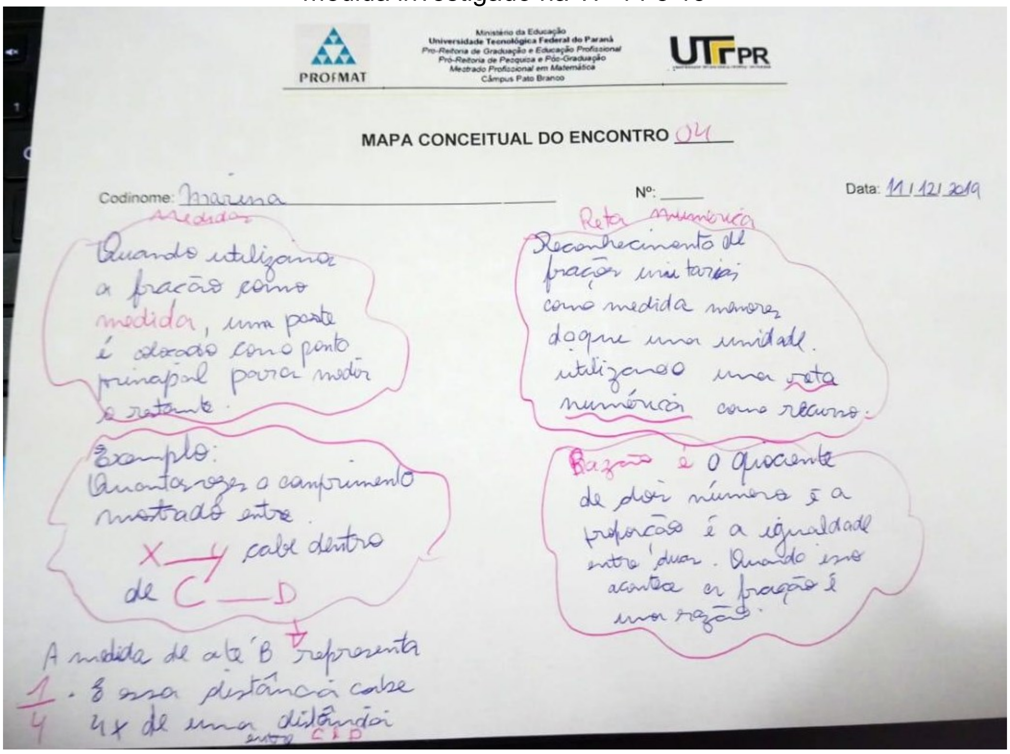
Figura 76 - RPT da participante E sobre as frações da TP 15



Fonte: Autoria própria (2020)

A participante M2 fez referências às tarefas 14 e 15 em seu MC, indicando suas percepções e aprendizagens durante as investigações e construções do significado de fração como medida. A figura a seguir mostra esse registro, indicado pela professora como “MAPA CONCEITUAL DO ENCONTRO 4” mas, na verdade, refere-se ao encontro 3.

Figura 77 - MC da participante M2 indicando suas percepções sobre o significado de fração como medida investigado na TP 14 e 15



Fonte: Autoria própria (2020)

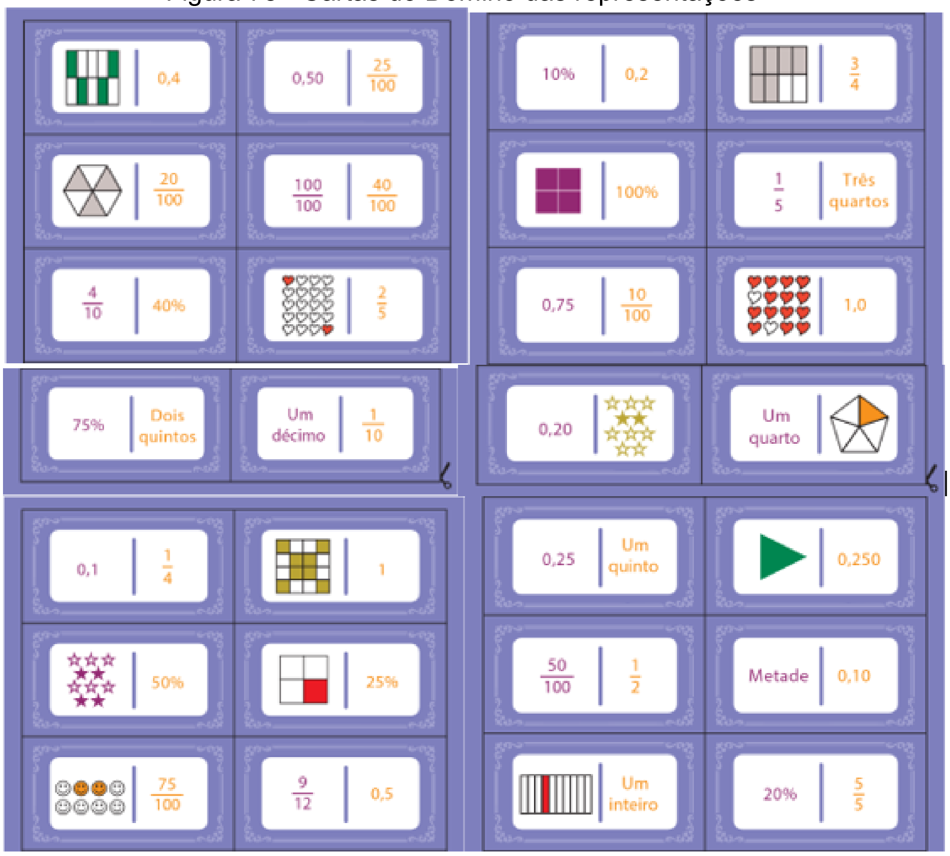
Ao apontar “*quando utilizamos a fração como medida, uma parte é colocada como ponto principal para medir o restante*”, a participante refere-se à unidade. Ela percebeu assim que é preciso ter uma unidade de medida estabelecida para que, a partir dela, localizarmos geometricamente os números desejados. Ela também observa que, se um segmento XY couber 4 vezes “dentro” de outro segmento, chamado CD, então a medida de XY representa $\frac{1}{4}$ da medida de CD.

A partir dessas investigações, as participantes construíram significados para a fração como medida e número fracionário, explorando a localização desses números na reta numérica, semelhantemente às considerações feitas na TP 14. Portanto, a TP 15 pode fazer parte de um LEAM e classifica-se da mesma forma que a anterior: como um cenário de investigação de maior potencial e um ambiente de aprendizagem do tipo (2), com referências a conceitos puramente matemáticos.

5.4.1.14 TP 18: Estudo de frações como número em diferentes representações (número fracionário, número decimal, porcentagem, figura) com grandezas discretas e contínuas

A TP 18 buscou explorar o número racional e suas diversas representações (número fracionário, número decimal, porcentagem, figura), utilizando grandezas discretas e contínuas. O material dessa tarefa é um jogo de dominó e seguia as mesmas regras de um jogo tradicional, porém contendo figuras com quantidades discretas e contínuas, que deveriam ser relacionadas com sua representação, ou seja, o número quantificador, ou também relacionando diferentes representações (decimal e fracionária, por exemplo). A turma foi organizada em duplas, mas cada participante recebeu o seu jogo, para futuras aplicações.

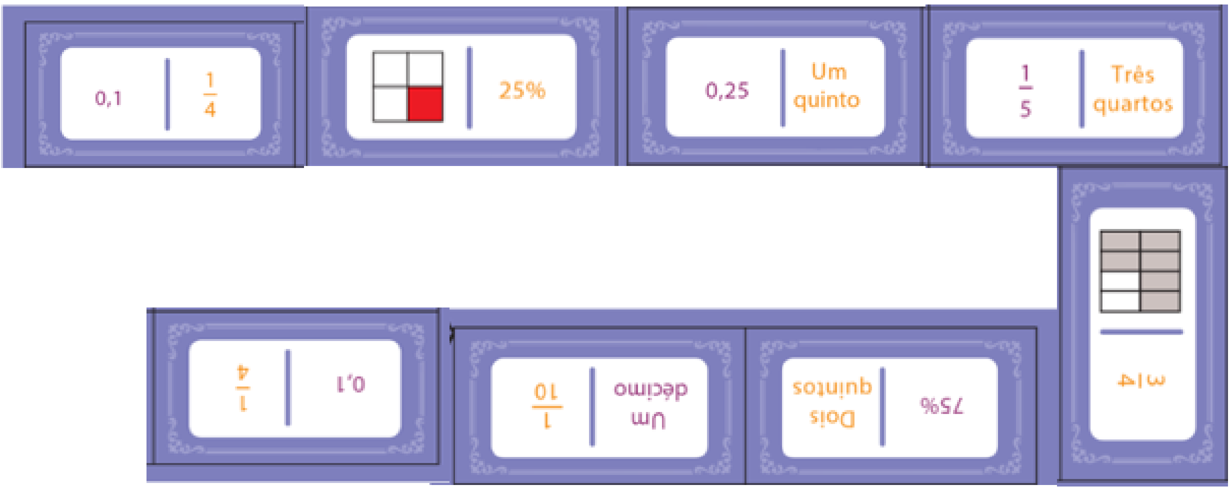
Figura 78 - Cartas do Dominó das representações



Fonte: MOURA (2018)

A primeira percepção das participantes sobre o jogo foi que este continha várias formas de representação de um número (figural, escrita, fracionária, decimal e porcentagem) e que esse número poderia ser inteiro. A figura a seguir mostra uma possível configuração das cartas:

Figura 79 - Possível configuração inicial das cartas em uma rodada



Fonte: Autoria própria (2020)

Na configuração apresentada acima, como um exemplo de jogada, verificamos a equivalência entre diferentes representações: $\frac{1}{4}$ é equivalente a uma figura dividida em quatro partes iguais e considerada uma dessas partes, que por sua vez, equivale à 25% = 0,25. Nessa relação, temos, portanto, quatro formas distintas de representação: fracionária, figural, porcentagem e decimal.

As participantes tiveram no início certa dificuldade com essas diferentes formas de representação de uma mesma quantidade. Analisar e verificar a equivalência entre elas não foi imediata. Foi preciso fazer investigações e buscar significados para cada forma de representação, para então conseguir relacioná-los de modo significativo. As quantidades investigadas foram contínuas e discretas sobre o significado de parte todo em relação à representação figural. Diante das discussões e investigações que essa tarefa proporcionou, a classificamos como um cenário de maior potencial investigativo e ambiente de aprendizagem do tipo (2), de acordo com Skovsmose (2000).

5.4.2 Categoria 2: TP De Menor Potencial Investigativo

As TP classificadas como TP de menor potencial investigativo e que compõem a categoria 2 são aquelas em que as participantes se apresentaram de forma mais ouvinte, se envolvendo menos nas discussões e investigações. Apesar de serem elaboradas para terem um maior potencial, verificou-se que estas tarefas, quando desenvolvidas naquele determinado momento e com aquele grupo de participantes, ocorreram de forma mais espectadora.

Pode-se então pressupor que as TP desta seção talvez não se apresentaram de forma atrativa e questionadora às participantes ou até mesmo surtiram como um exercício comum. Logo, as tarefas desta seção não se encaixaram na categoria A, compondo então essa categoria, porém não menos importante que a anterior.

Todavia, as TP que constituem a Categoria 2 são tarefas com potencial para fomentar investigações e podem também compor o âmbito do laboratório. Nesse momento e com esse grupo de participantes, elas se classificaram como de menor potencial, entretanto, em outro momento e com um outro grupo de investigadores, as TP podem provocar maiores discussões e envolvimento dos investigadores, pertencendo então à Categoria 1. Ou ainda, essas tarefas podem apresentar pontos a serem melhorados, cabendo então ao condutor das investigações, seja ele professor seja pesquisador refletir sobre quais aspectos conceituais e metodológicos dessas tarefas que poderiam ser aperfeiçoados.

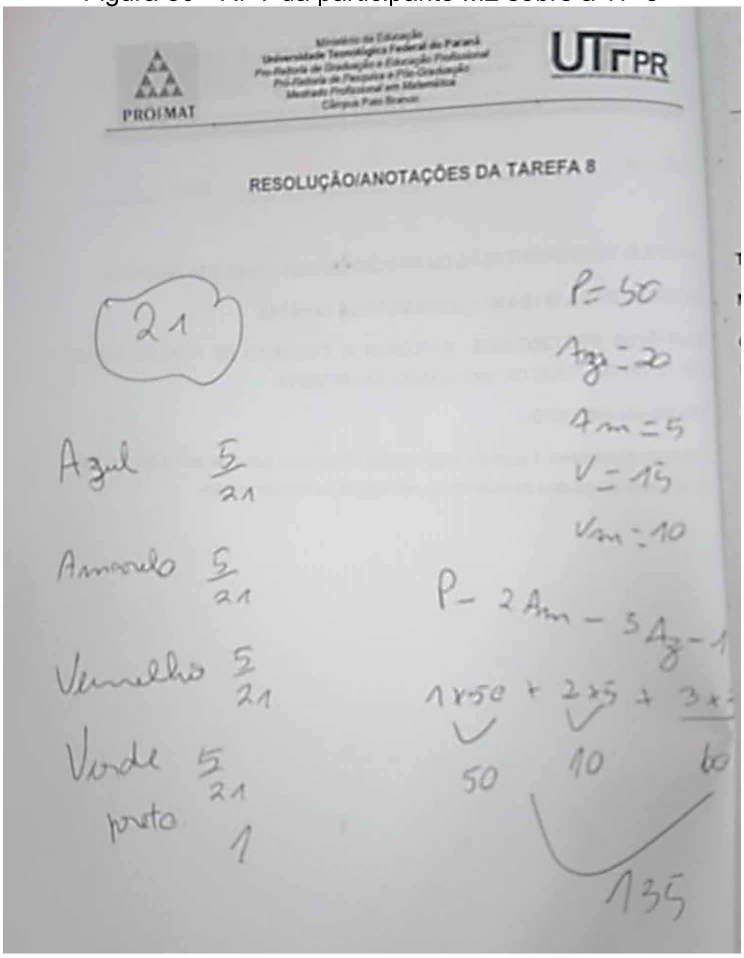
As tarefas que compõem essa categoria serão classificadas também de acordo com o tipo de ambiente de aprendizagem no qual se configuram, conforme Skovsmose (2000). As discussões provocadas por cada TP serão apresentadas a seguir.

5.4.2.1 TP 8: Representação da fração de uma grandeza discreta

Nesta tarefa, o material utilizado para as investigações foi o jogo de pega varetas. Esse jogo, é muito utilizado para trabalhar a concentração, atenção e coordenação motora. Também pode ser abordado em tarefas matemáticas, como no estudo de expressões numéricas e de frações, sendo este último o conceito abordado neste momento.

Para isso, cada participante recebeu um jogo de pega varetas, tendo as varetas como grandeza discreta a ser analisada. A atividade das participantes foi determinar a fração que representava cada cor do jogo. Primeiramente, elas verificaram que se tratavam de 21 varetas, logo o todo considerado era 21. A partir dessa informação, elas não tiveram dificuldades em determinar a fração correspondente a cada cor.

Figura 80 - RPT da participante M2 sobre a TP 8



Fonte: Autoria própria (2020)

Além disso, as participantes simularam um resultado (1 vareta preta, 2 amarelas, 3 azuis e 1 verde) a fim de calcular uma pontuação de um suposto resultado. O jogo em si não foi jogado pelo fato de otimizar o tempo do encontro. Discutiu-se, nesse momento, a possibilidade de explorar expressões numéricas por meio dessa tarefa.

A TP 8 foi escolhida e aplicada em sala de aula pela participante S, que relatou em seu ROTASA que "*as crianças tiveram a percepção da fração como parte de um todo, fizeram sem nenhuma dificuldade*". S já havia aplicado a TP 6 em sala de aula, e nesse registro, comparou as tarefas 6 e 8: "*escolhi essas tarefas pois achei interessante usar uma com nível fácil e outra com o nível difícil para a faixa etária deles e de acordo com o conteúdo que já foi estudado*". Logo, para a professora S, a TP 8 é mais fácil do que a TP 6.

Figura 81 - Turma da professora S realizando a TP 8

Fonte: Autoria própria (2020)

As participantes não apresentaram, portanto, dificuldades e a tarefa não proporcionou maiores discussões, visto que muitos conceitos (como fração de uma grandeza discreta, comparação entre frações, nomenclaturas, o todo) já haviam sido explorados na tarefa anterior, a TP 7. Verifica-se então que tarefas mais simples podem surtir como exercícios e não gerar profundas e construtivas discussões. O mesmo pode ocorrer com tarefas de nível mais difícil/complexo.

Desse modo, classificamos a TP 8 como um cenário de investigação de menor potencial. Isso deve-se também devido as TP 7 e 8 terem sido desenvolvidas na sequência. Assim, a tarefa 7 possibilitou maiores discussões, visto que foi investigada primeiramente e teve, portanto, diferente classificação. Ademais, a TP 8 classifica-se como um ambiente de aprendizagem do tipo (6).

5.4.2.2 TP 9: Representação da fração de uma grandeza discreta

Nesta tarefa, a grandeza discreta considerada eram as próprias participantes. Organizou-se então 3 “tapetes” no formato de folhas A4 pelo chão, nomeados de A, B e C. Cada tapete representava, em cada situação, a escolha da participante, podendo ficar vários participantes no mesmo tapete, ou seja, com a mesma preferência. O objetivo era analisar cada fração obtida, isto é, determinar uma fração que representasse a escolha da(s) participante(s) em cada tapete e em cada pergunta.

A primeira atividade dessa tarefa consistia em escolher um tapete de acordo com o tempo de trabalho como docente dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental:

Tapete A: de 1 a 3 anos;

Tapete B: de 3 a 5 anos;

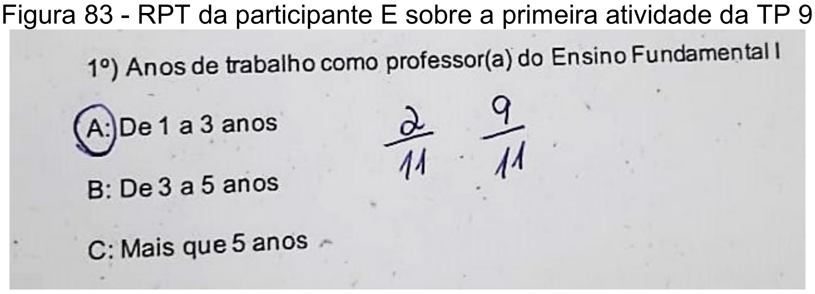
Tapete C: mais que 5 anos.

Figura 82 - Organização das participantes durante a primeira atividade da TP 9

Fonte: Autoria própria (2020)

Note na figura acima que as participantes ocuparam dois tapetes. A imagem da esquerda mostra as 9 participantes que escolheram o tapete C, e a da direita, as 2 participantes que escolheram o tapete A. Observamos assim que, conforme visto no QI, a maioria das participantes tem uma longa experiência como docente dessa fase escolar. Discutiu-se, nesse momento, quais frações representariam essa situação.

Figura 83 - RPT da participante E sobre a primeira atividade da TP 9



1º) Anos de trabalho como professor(a) do Ensino Fundamental I

A: De 1 a 3 anos $\frac{2}{11}$ $\frac{9}{11}$

B: De 3 a 5 anos

C: Mais que 5 anos

Fonte: Autoria própria (2020)

A participante indica nesse registro a sua opção (tapete A), bem como as frações que representam cada escolha feita (tapete A: $\frac{2}{11}$ e tapete C: $\frac{9}{11}$). O tapete B não foi escolhido, logo lhe restou a fração, embora não indicada pela participante na figura acima, como $\frac{0}{11}$. Note, portanto que as frações indicadas representam corretamente, visto que $\frac{2}{11} + \frac{9}{11} + \frac{0}{11} = \frac{11}{11}$, onde 11 era o total de participantes do encontro.

A segunda atividade constituía-se em escolher o tapete que indicava a disciplina que a participante preferia trabalhar em sala de aula, de acordo com as opções:

Tapete A: Matemática;

Tapete B: Português;

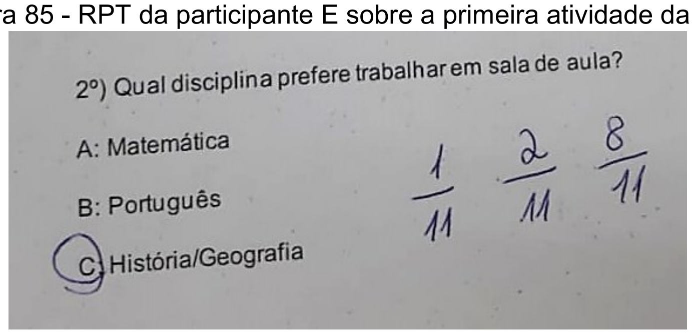
Tapete C: História/Geografia.

Figura 84 - Organização das participantes durante a segunda atividade da TP 9

Fonte: Autoria própria (2020)

As participantes, organizaram-se então, da seguinte forma: duas delas escolheram o tapete A (Matemática), oito escolheram o tapete C (Português) e apenas uma participante escolheu o B (História e/ou Geografia), conforme mostra a figura acima. Verifica-se, nesse sentido, que a maioria delas prefere trabalhar outras disciplinas ao invés da matemática. Além disso, foi observado pela pesquisadora que as duas participantes que optaram pelo tapete A tinham maior facilidade diante das tarefas propostas.

Figura 85 - RPT da participante E sobre a primeira atividade da TP 9



2º) Qual disciplina prefere trabalhar em sala de aula?

A: Matemática

B: Português

C: História/Geografia

$\frac{1}{11}$ $\frac{2}{11}$ $\frac{8}{11}$

Fonte: Autoria própria (2020)

Por meio dessa tarefa, ficou clara a comparação de frações de mesmo denominador. É de fácil percepção que o grupo com 9 pessoas por exemplo (na primeira atividade), representado pela fração $\frac{9}{11}$ é maior que grupo com duas pessoas, representado pela fração $\frac{2}{11}$. Logo, para comparar frações com mesmo denominador, basta analisar os numeradores das frações consideradas: a maior fração será aquela que tiver o maior numerador.

Diante das discussões apresentadas, essa TP se configura como um cenário de investigação de menor potencial investigativo, visto que foi desenvolvida na sequência das TP 7 e 8, as quais também realizaram investigações sobre grandezas discretas e assim, fizeram com que as participantes tivessem maior facilidade para análise de tarefas posteriores. Nesse sentido, o fato de ter maior facilidade com a tarefa pode ter motivado uma recusa por parte das participantes para outras investigações, o chamado "convite para a investigação" de Skovsmose (2000). Quanto ao ambiente de aprendizagem, esta classifica-se como do tipo (6), fazendo referências à realidade dos envolvidos.

5.4.2.3 TP 12: Estudo de frações como quociente de grandezas discretas

Esta tarefa buscou explorar o significado quociente de uma grandeza discreta. Para isso, foram entregues, para cada participante, 10 copos descartáveis e 10 palitos de churrasco. A primeira atividade da TP 12 foi dividir 10 palitos em dois desses copos e analisar a quantidade obtida. De imediato verificou-se que $\frac{10}{2} = 5$ representava a situação e a sua resolução.

A segunda atividade foi dividir os mesmos 10 palitos em quatro copos. As participantes verificaram então que essa divisão não seria inteira. Logo, cada copo ficou com dois palitos inteiros, restando dois palitos. Para distribuir os palitos que sobraram, verificou-se que seria possível somente se cada copo ficasse com metade de um palito, ou seja, precisaram dividi-los ao meio. Portanto, $\frac{10}{4} = 2\frac{1}{2}$. Discutiu-se também a possibilidade de dividir o palito (unidade) em quatro pedaços iguais e distribui-los entre os copos. Desse modo, cada copo receberia 2 desses pedaços, isto é, $\frac{2}{4}$. Assim, cada copo ficaria com $2\frac{2}{4}$ palitos, concluindo que $2\frac{1}{2}$ e $2\frac{2}{4}$ são equivalentes.

Figura 86 - Participantes investigando a TP 12

Fonte: Autoria própria (2020)

As investigações continuaram analisando, de forma similar, a divisão dos 10 palitos em 5, 8 e 10 copos. Diante disso, verificamos que essa tarefa busca dar um significado para o conceito de fração como quociente de grandezas discretas, investigando os diferentes tipos de fração (própria, imprópria, aparente e mista). Classificamos assim, essa tarefa, como um cenário para investigação de menor potencial, fazendo referências à Matemática pura e por isso se categoriza como um ambiente de aprendizagem do tipo (2).

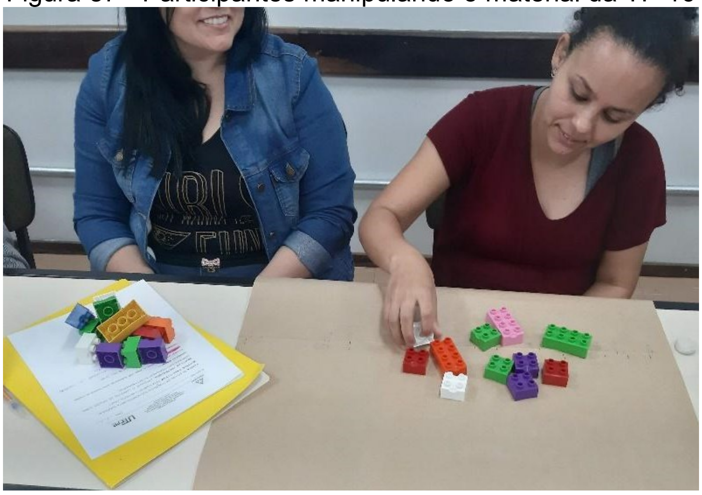
5.4.2.4 TP 16: Fração como uma razão entre duas grandezas

A TP 16 foi desenvolvida com o objetivo de explorar um outro significado para a fração: a razão. Para essa investigação, foram utilizadas peças de lego, sendo essas grandezas discretas. Cada participante recebeu o seu jogo e precisou analisar e indicar a fração que representasse: a razão entre o número de peças vermelhas e o número de peças verdes; a razão entre o número de peças azuis e o número de peças amarelas; a razão entre o número de peças brancas e o número de peças vermelhas. Depois disso, se tentou montar um animal utilizando as peças verdes e vermelhas na razão $\frac{3}{4}$, ou seja, a cada 3 peças verdes, utilize 4 peças vermelhas.

As participantes discutiram brevemente as atividades da TP 16 e sem muita dificuldade. Verificaram que cada jogo dispunha de uma quantidade diferente de peças de cada cor, devendo-se ao fato de que os jogos foram montados pela pesquisadora, dispondo de uma certa quantidade de peças. Além disso, algumas peças da mesma cor poderiam ter tamanhos diferentes. Foi preciso assim estabelecer uma delas como a unidade, escolheu-se então a menor entre essas peças. Logo, uma peça maior era composta por duas unidades.

Desse modo, na figura a seguir, considerando as peças que a participante está manipulando, a razão entre o número de peças roxas (duas unidades) e o número de peças verdes (quatro unidades, sendo duas delas menores (unidades) e uma peça maior (equivalente a 2 unidades)) é $\frac{2}{4}$.

Figura 87 - Participantes manipulando o material da TP 16



Fonte: Autoria própria (2020)

Durante a investigação proposta no item d), verificou-se que, para a construção de um animal utilizando o dobro da quantidade de peças verdes (seis peças) precisava-se, para manter a proporção, dobrar a quantidade de peças vermelhas (oito peças). Logo, a razão neste caso seria $\frac{6}{8}$, dando-se assim um significado para as equivalências das razões $\frac{3}{4}$ e $\frac{6}{8}$.

Assim, por meio dessa tarefa, foi possível investigar a fração como uma razão de grandezas discretas e também explorar a imaginação, a capacidade psicomotora e o trabalho em equipe, a fim de construir objetos utilizando uma razão definida e assim examinando a proporção existente como a igualdade entre as duas razões. No entanto, considerando o envolvimento das participantes e devido ao limite de peças em cada jogo, essa tarefa não se desenvolveu, naquele momento, com um maior potencial de investigação.

Apesar disso, trata-se de uma tarefa interessante e que, em outro momento, utilizando mais peças, talvez possa provocar maiores investigações e então ser classificada como uma TP de maior potencial. Classificamos, portanto, essa TP como um cenário de investigação de menor potencial investigativo e um ambiente de aprendizagem do tipo (6), visto que faz referência à realidade do estudante.

5.4.2.5 TP 17: A importância das diferentes representações de um número racional

Essa TP foi elaborada com um objetivo diferente das demais tarefas, as quais voltavam-se para os significados da fração, esta buscou verificar a importância das diferentes formas de representação de um número racional (fracionária, decimal, porcentagem). Para iniciar a discussão foi apresentado o vídeo “Didi faz conta dos dias trabalhados – Os Trapalhões – Dedé Mussum Zacarias – humor” (OS TRAPALHÕES, 2009).

Nesse vídeo, Didi “mostra” para Dedé que ele não trabalha. Para isso, ele apresenta os seguintes questionamentos:

> Didi: quantas horas você trabalha por dia?
> Dedé: 8 horas por dia, como todo mundo, é claro!
> Didi: e quantas horas têm o dia?
> Dedé: 24 horas, quem é que não sabe disso?!
> Didi: então você trabalha $\frac{1}{3}$ (trabalha só 8h), então você trabalha $\frac{1}{3}$ da sua vida. Quantos dias têm um ano?
> Dedé: 365.
> Didi: mas você só trabalha $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{3}$ de 365, amorzinho, é 121 dias, 121 dias que você trabalha. (OS TRAPALHÕES, 2009)

Nesse cálculo, realizado por Didi, verificamos que 365 não é um número divisível por 3, visto que 365 = 121x3 + 2. Logo, Dedé trabalharia 121 dias completos (de 24 horas) e mais 2 horas. No entanto, o resto igual a 2 foi desprezado. Utilizando a representação decimal, teríamos 121,6666... (que é o quociente de 365 por 3). Verificamos assim que trabalhar com a representação decimal não seria a melhor alternativa, visto que teríamos infinitas casas decimais. Dessa forma, a representação fracionária seria a mais adequada, utilizando então $\frac{365}{3}$ ou $121\frac{2}{3}$ e então não teríamos que desprezar casas decimais e acumular erros por aproximação.

> Dedé: Mas trabalho 121 dias.
> Didi: e o domingo? Quantos domingos têm?
> Dedé: 52.
> Didi: menos 52 domingos que você não trabalha, né? 69 dias.
> Dedé: 69 dias que eu trabalho. (OS TRAPALHÕES, 2009)

Note que, nesse cálculo realizado por Didi, foi subtraído 52 dos 121 dias completos de trabalho. No entanto, não foi considerado apenas $\frac{1}{3}$ dos 52 dias como foi feito para os demais. Descontou-se então 52 dias completos (de 24 horas cada) e não $\frac{52}{3} = 17\frac{1}{3}$. Logo, Didi deveria realizar o cálculo: $121\frac{2}{3} - 17\frac{1}{3} = 104\frac{1}{3}$ dias completos trabalhados.

Depois disso, Didi ainda desconta dos 69 restantes, 30 dias de férias e 12 dias de feriados, restando assim 27 dias. Desses 27, ele ainda desconta metade dos 52 sábados do ano (considerando que Dedé trabalha até ao meio dia no sábado), logo menos 26. Por fim, o último dia de trabalho restante referia-se ao dia 1 de maio “dia do trabalho que ninguém trabalha”, causando espanto em Dedé.

Didi usa do humor para induzir seu colega ao erro, visto que ele calcula $\frac{1}{3}$ do total de dias do ano como sendo o número de dias trabalhados, mas depois disso, para descontar sábados, domingos e feriados, ele não assim faz. Além disso, não leva em consideração os meses com 31 dias e desconta duplicado o feriado do dia do trabalhador. Também despreza as casas decimais, arredondando para números inteiros.

A partir dessa tarefa, buscamos levantar essas explicações para o resultado encontrado por Didi verificando, portanto, que na maioria das vezes, é mais prático utilizar nos cálculos o número racional $\frac{1}{3}$ em vez de 0,333..., visto que o desprezo repetidamente de casas decimais pode ocasionar erros significativos nos cálculos. Além disso, se estava considerando $\frac{1}{3}$ da unidade (1 dia), essa fração deveria ter sido analisada também para os dias descontados.

Verificamos, portanto, que essa TP explora o significado da fração como operador, visto que investiga frações de dias e horas. Todavia, essas percepções e demais investigações acerca dessa tarefa foram levantadas pela pesquisadora, visto que as participantes não buscaram explicações para o desenvolvimento dos cálculos de Didi. Verificou-se que o vídeo refletiu no seu humor, mas não convidou, naquele momento, as participantes para uma investigação. Desse modo, classificamos essa tarefa como um cenário de investigação de menor potencial e um ambiente de aprendizagem do tipo (6), visto que faz referências à realidade das participantes.

Após essa análise individual de cada TP, foi realizada uma análise de acordo com o significado da fração explorado por meio das tarefas, considerando as investigações proporcionadas e já apresentadas nas seções anteriores deste capítulo, em confronto com as respostas das participantes nos QI e QF. Essa análise busca, portanto, verificar o impacto na formação matemática dessas professoras com o desenvolvimento das tarefas como cenários de investigação no contexto do LEAM.

5.4.3 O Impacto Do Desenvolvimento Das TP Na Formação Das Professoras Participantes

Esta pesquisa busca, além de analisar as potencialidades matemáticas investigativas de cada TP, desenvolvida com um cenário de investigação no contexto do LEAM, avaliar se e como essas discussões, reflexões e investigações impactaram na formação matemática das participantes. Para isso, serão comparadas, nesta seção, as respostas de cada professora, considerando as questões do QI – parte conceitual e do QF, com a análise individual de cada tarefa (realizada na seção anterior). Lembrando que o QF é composto pelas mesmas questões conceituais do QI (números 5 a 11). A escolha por aplicar as mesmas perguntas, antes e depois da oficina, se justifica pelo intuito de verificar o impacto direto que as TP proporcionaram na formação das participantes.

Além desses dados, serão analisados também os RO das participantes onde, após a realização da oficina, foram indicados pelas professoras os conceitos matemáticos que elas já sabiam, os que não sabiam, os que aprenderam na oficina e as demais percepções e comentários a respeito dos encontros.

Para tal análise, as interpretações acerca das tarefas e as perguntas dos questionários inicial e final, estarão organizadas na sequência de acordo com o significado da fração. A tabela a seguir apresenta as tarefas e tais questões referentes a cada significado. Como o QF é composto pelas questões 5 a 11 do QI, então cada significado estará indicado com referência apenas ao QI.

Tabela 4 - Significado da fração x TP x QI

Significado da fração	Grandeza	TP	QI
Medida		0, 13	7
Parte-todo	Contínua	1, 2, 3, 4, 5, 6, 18	5 e 8
	Discreta	5, 7, 8, 9, 18	
Quociente	Contínua	10	9
	Discreta	11 e 12	
Número		14 e 15	7
Razão	Discreta	16	6
Operador	Discreta	17	-

Fonte: Autoria própria (2020)

A tabela a seguir compara os resultados encontrados no QI e QF. Para isso, apresenta uma análise sobre a quantidade de acertos *versus* a quantidade de erros apresentados nas respostas das questões. Ressalta-se que o QI foi aplicado antes da realização das tarefas, enquanto que o QF, depois. Além disso, as questões do QI não foram discutidas ou corrigidas durante a oficina, apenas foram respondidas pelas participantes novamente no QF. Entretanto, os conceitos envolvidos em cada questão foram investigados nas TP sob outros contextos.

Tabela 5 - Erros x acertos - QI x QF

Número da questão no QI	Número de acertos no QI x Número de erros no QI	Número de acertos no QF x Número de erros no QF
5 – item a)	8,5 x 1,5	9 x 1
5 – item b)	0 x 10	8 x 2
6	3 x 7	5 x 5
7	0 x 10	3 x 7
8	1 x 9	6 x 4
9 – item a)	7 x 3	9 x 1
9 – item b)	2 x 8	9 x 1
10	3 x 7	8 x 2
11	2 x 8	6 x 4

Fonte: Autoria própria (2020)

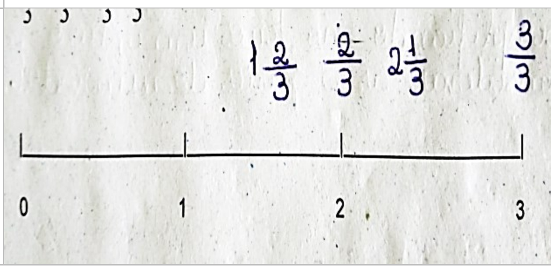
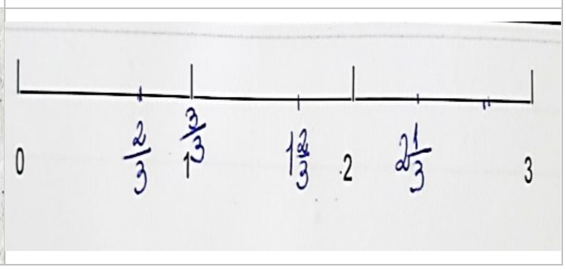
De acordo com os dados apresentados na tabela acima, 10 das 13 participantes responderam aos dois questionários. As questões não respondidas (em branco) foram contabilizadas como erradas. Considerando-se todos os itens das questões como perguntas e comparando-se os resultados do QI com os do QF, verificamos que a melhora no número de acertos foi significativa. No QI, apenas em 2/9 das perguntas, o equivalente a 22,22%, o número de acertos foi maior do que o número de erros. Já no QF, esse número foi de quase 80%.

Os significados da fração como medida e número foram explorados na questão número 7 (sete) do QI (número 3 do QF). Nessa questão, a partir de um pedaço da reta numérica, contendo os números 0, 1, 2 e 3, cada participante precisava localizar geometricamente os números fracionários: $\frac{2}{3}, 1\frac{2}{3}, 2\frac{1}{3}, \frac{3}{3}$. O significado de medida refere-se, neste caso, à distância entre a posição do número e o zero (unidade). Já o significado de número como um quantificador e que pode ser localizado geometricamente como qualquer outro número real, mesmo que de maneira aproximada.

Das 10 participantes que responderam ao QF, 3 delas deixaram essa questão em branco. As outras sete que responderam, nenhuma localizou corretamente os números fracionários na reta numérica. As TP que abordaram esses significados foram as de números 0, 13, 14 e 15. Nelas, as participantes verificaram a necessidade de se utilizar um outro tipo de registro (além dos naturais) para quantificar grandezas não inteiras. Enfatizou-se muito o olhar para a unidade e a importância dela na utilização desses dois significados. Lembrando que, como visto na seção anterior, as TP 14 e 15 foram as tarefas em que as participantes mais tiveram dificuldades. Verifica-se que esse significado de fração (número) não foi bem apreendido pelas participantes. A tabela abaixo apresenta as resoluções da questão 7, indicadas pelas participantes, nos questionários inicial e final.

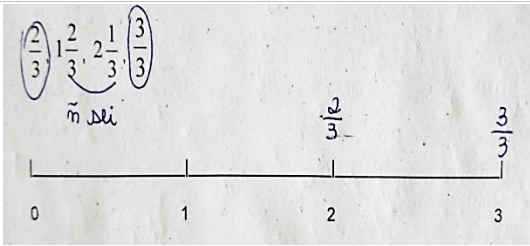
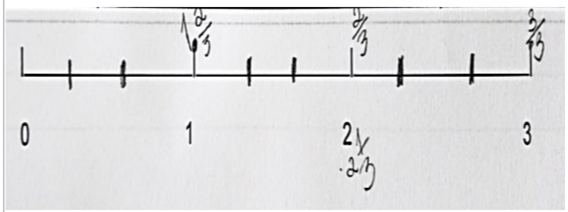
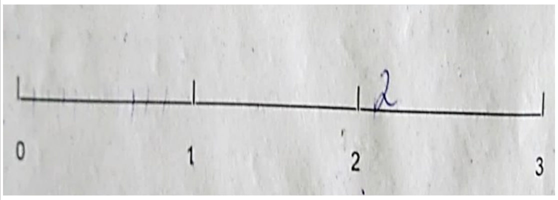
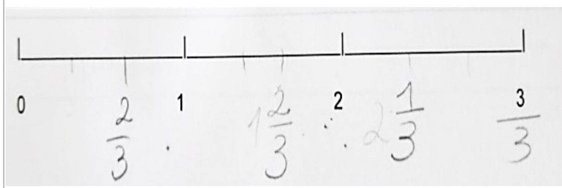
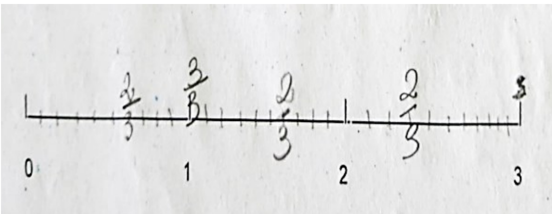
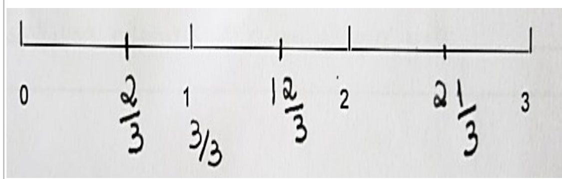
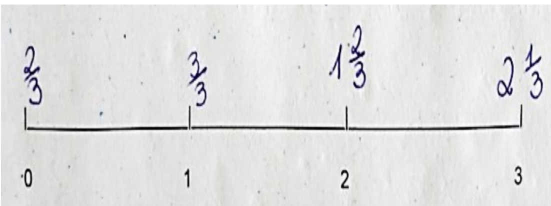
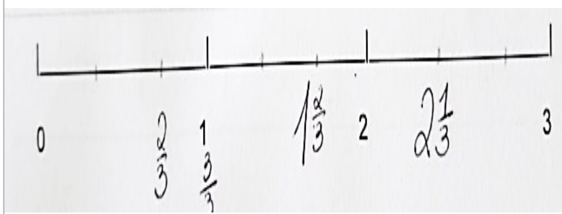
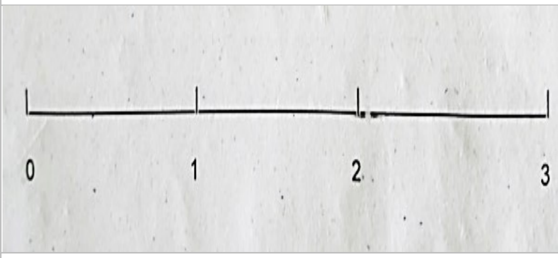
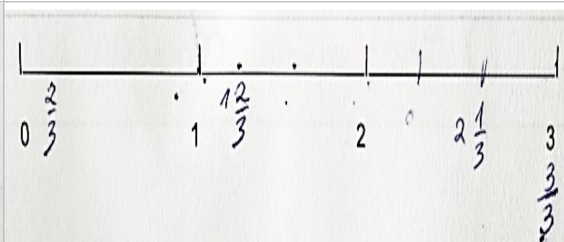
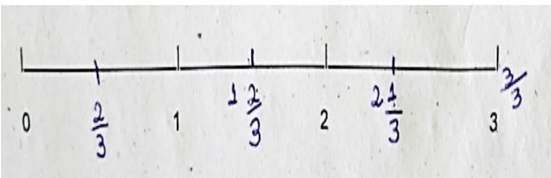
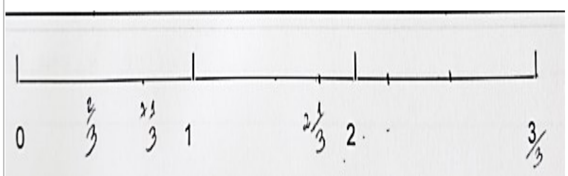
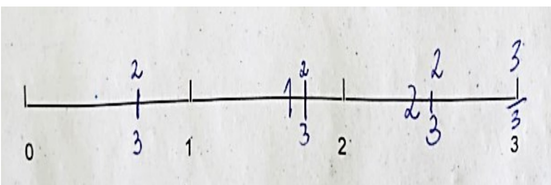
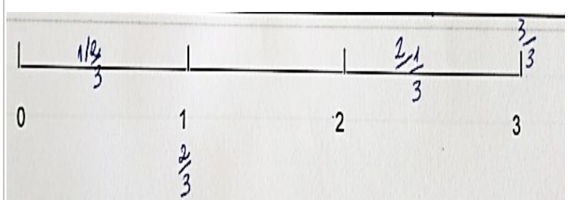
Quadro 14 - Resoluções da questão 7 (QI e QF)

(continua)

Part.	Resolução da questão no QI	Resolução da questão no QF (pós tarefas)
A1		

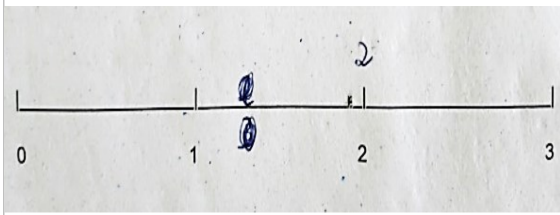
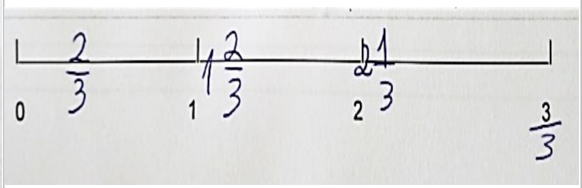
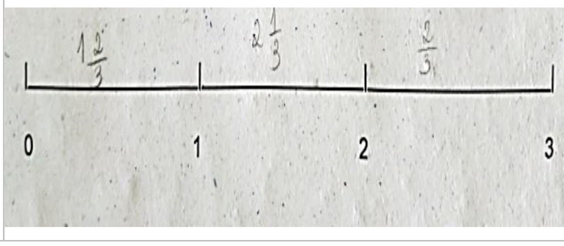
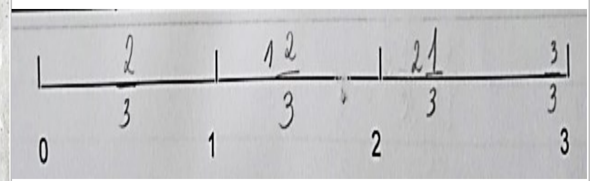
Quadro 14 - Resoluções da questão 7 (QI e QF)

(continua)

Part.	Resolução da questão no QI	Resolução da questão no QF (pós tarefas)
A2		
A3		
A4		
C1		
E		
J1		
M1		

Quadro 14 - Resoluções da questão 7 (QI e QF)

(conclusão)

Part.	Resolução da questão no QI	Resolução da questão no QF (pós tarefas)
M2		
S		

Fonte: Autoria própria (2020)

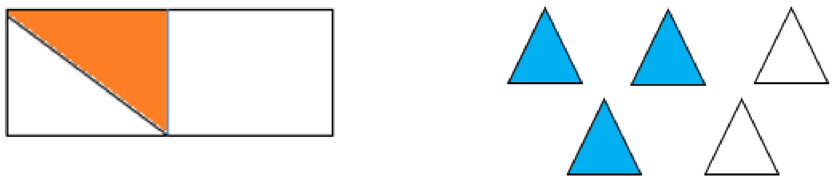
A partir da tabela, verificamos que, no QI, as participantes A3 e M2 iniciaram a resolução, mas não a concluíram. Já a participante E, deixou a questão totalmente em branco. As demais não olharam para a unidade de medida já estabelecida (medida do segmento de 0 a 1) e também não verificaram que, a partir da unidade, poderiam dividi-la em 3 partes iguais e então, tendo feito isso, marcar os números desejados. Também não compararam os números mistos com os números inteiros já escritos na reta (maior ou menor?).

Desse modo, verifica-se a falta de compreensão sobre a unidade de medida e a representação mista de um número fracionário. Conceitos esses que foram discutidos durante o desenvolvimento das TP 0, 13, 14 e 15. Percebemos, portanto, que esses conceitos já estão mais claros na resolução do mesmo exercício no QF. Todas as participantes responderam e observaram melhor a unidade e a divisão dela em partes iguais. Algumas ainda apresentaram erros, como sobrepondo os números $\frac{3}{3}$ e 3, sendo que, desse modo, os dois números teriam o mesmo valor, o que não acontece. Contudo, as participantes A1 e C1 localizaram corretamente os números fracionários indicados. A4 não dividiu a unidade em 3 partes iguais, no entanto, ordenou os números de forma correta. Já A3 e S só erraram a localização da fração $\frac{3}{3}$

As questões 5 e 8 do QI exploraram o significado da fração como parte-todo. A primeira delas, investigou o conhecimento prévio das participantes sobre esse significado, dando ênfase aos conceitos de grandeza contínua e grandeza discreta. Enquanto isso, a questão 8, verificou a compreensão das professoras em relação à representação de uma grandeza contínua cuja quantidade era maior do que a unidade (fração imprópria). Esse significado foi explorado, durante a oficina, por meio das tarefas 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 18 (conforme indica a Tabela 17). A figura abaixo apresenta, respectivamente, as questões 5 e 8.

Figura 88 - Questões 5 e 8 do QI

5. Analise as figuras abaixo e responda: (Adaptado de BIFFI, 2001)

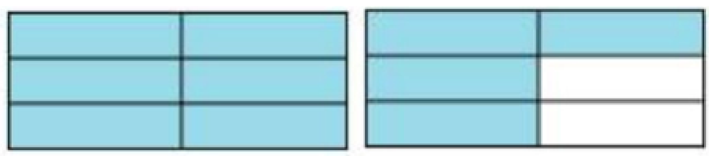


a) Indique a fração que representa a parte colorida de cada figura.

b) Indicar a grandeza de cada representação (discreta ou contínua).

8. Ao pedir para que os alunos representassem a figura a seguir através de uma fração, o professor se deparou com duas respostas distintas:

Resposta do aluno A: $\frac{10}{12}$ Resposta do aluno B: $\frac{10}{6}$



Fonte: Google imagens

Perceba o raciocínio matemático de cada aluno, identifique a resposta correta e descreva a explicação a ser dada pelo professor ao aluno que respondeu incorretamente.

Fonte: Autoria própria (2020)

Na questão 5, as participantes não tiveram dificuldades de quantificar as partes indicadas na questão por meio de uma fração ($\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{5}$, respectivamente). Entretanto, nenhuma delas conhecia os conceitos de grandeza contínua e grandeza discreta, por isso não conseguiram, inicialmente, diferenciá-las na pergunta (contínua e discreta, respectivamente).

Quadro 15 - Comparação entre as respostas de cada participante na questão 5 do QI (antes e após a realização das tarefas)

(continua)

Part.	Resposta indicada no QI (antes da oficina)	Resposta indicada no QI (depois da oficina)
A1	a) Indique a fração que representa a parte colorida de cada figura. $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{5}$ b) Indicar a grandeza de cada representação (discreta ou contínua) Não sei!	a) Indique a fração que representa a parte colorida de cada figura. $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{5}$ b) Indicar a grandeza de cada representação (discreta ou contínua) fig. a – contínua fig. b – discreta.
A2	a) Indique a fração que representa a parte colorida de cada figura. $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{5}$ b) Indicar a grandeza de cada representação (discreta ou contínua) 1º – discreto 2º – contínuo.	a) Indique a fração que representa a parte colorida de cada figura. 1ª = $\frac{1}{4}$ 2ª $\frac{3}{5}$ b) Indicar a grandeza de cada representação (discreta ou contínua) 1º = contínuo 2º = discreto
A3	a) Indique a fração que representa a parte colorida de cada figura. $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{5}$ b) Indicar a grandeza de cada representação (discreta ou contínua) Não trabalhei esses termos	a) Indique a fração que representa a parte colorida de cada figura. a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{3}{5}$ b) Indicar a grandeza de cada representação (discreta ou contínua) a) contínua b) discreta

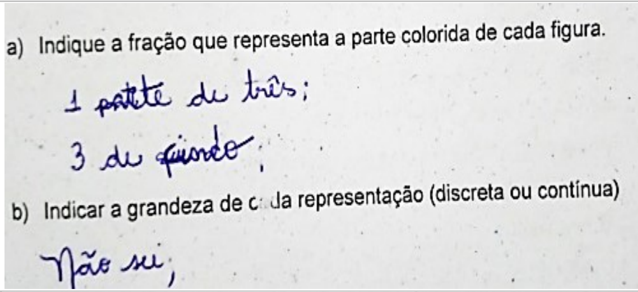
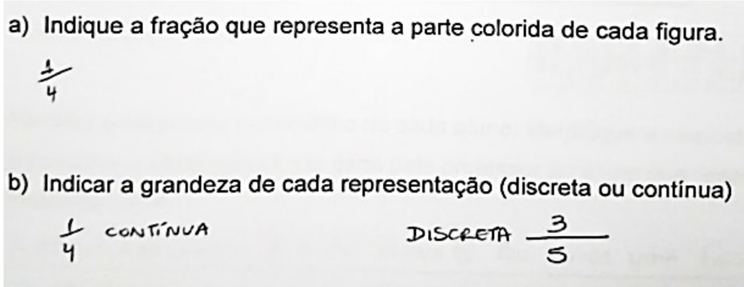
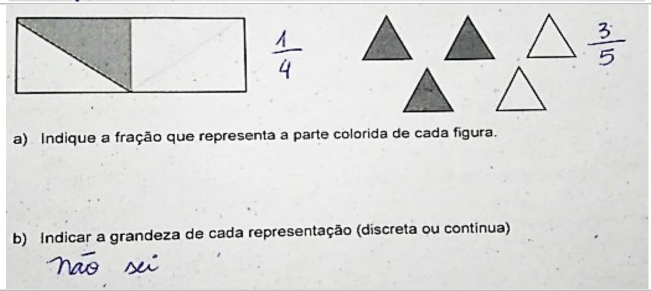
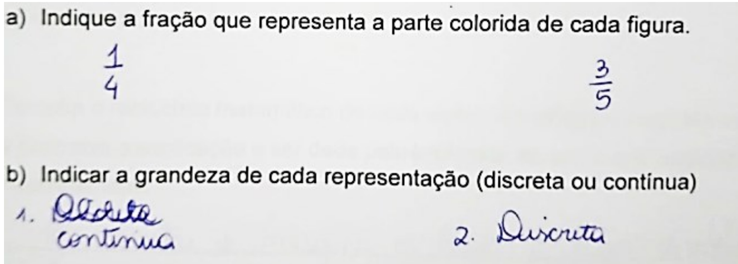
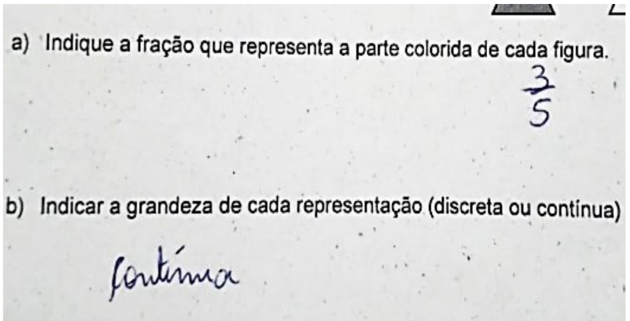
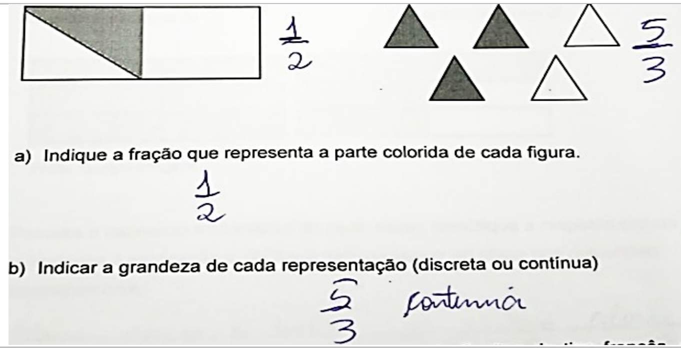
Quadro 15 - Comparação entre as respostas de cada participante na questão 5 do QI (antes e após a realização das tarefas)

(continua)

Part.	Resposta indicada no QI (antes da oficina)	Resposta indicada no QI (depois da oficina)
A4	Indique a fração que representa a parte colorida de cada figura. $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{5}$ Indicar a grandeza de cada representação (discreta ou contínua) Continua	a) Indique a fração que representa a parte colorida de cada figura. $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{5}$ b) Indicar a grandeza de cada representação (discreta ou contínua) 1- Continua 2- Discreta
C1	a) Indique a fração que representa a parte colorida de cada figura. $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{5}$ b) Indicar a grandeza de cada representação (discreta ou contínua) $\frac{1}{4}$ = Discreta $\frac{3}{5}$ = contínua	a) Indique a fração que representa a parte colorida de cada figura. $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{5}$ b) Indicar a grandeza de cada representação (discreta ou contínua) $\frac{1}{4}$ = Continua $\frac{3}{5}$ = discreta ... cada 9 pães do tipo fr
E	a) Indique a fração que representa a parte colorida de cada figura. $\frac{1}{4}$ 3/5 b) Indicar a grandeza de cada representação (discreta ou contínua) Não sei.	a) Indique a fração que representa a parte colorida de cada figura. $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{5}$ b) Indicar a grandeza de cada representação (discreta → conto ou contínua → obs.) a) contínua pois observamos a figura p/ encontrar. b) discreta pois pegamos o nº total e contamos os pintados 2. Uma padaria anunciou duas promoções: ...

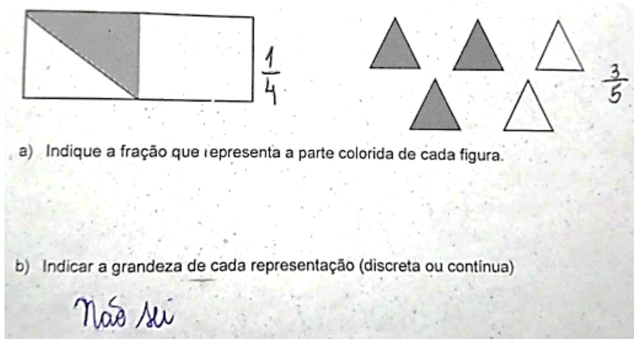
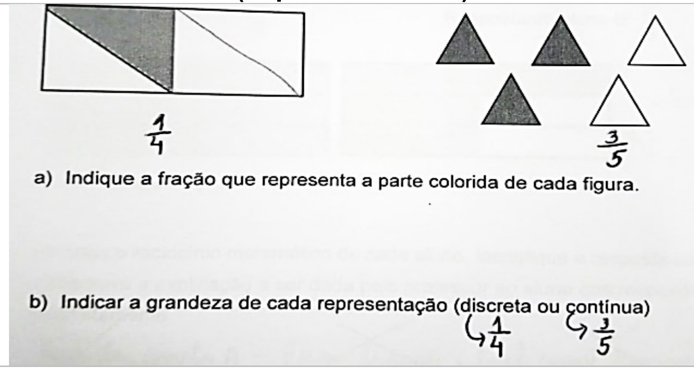
Quadro 15 - Comparação entre as respostas de cada participante na questão 5 do QI (antes e após a realização das tarefas)

(continua)

Part.	Resposta indicada no QI (antes da oficina)	Resposta indicada no QI (depois da oficina)
J1	 a) Indique a fração que representa a parte colorida de cada figura. 1 parte de três; 3 de quinto; b) Indicar a grandeza de cada representação (discreta ou contínua) Não sei;	 a) Indique a fração que representa a parte colorida de cada figura. $\frac{1}{4}$ b) Indicar a grandeza de cada representação (discreta ou contínua) $\frac{1}{4}$ CONTÍNUA DISCRETA $\frac{3}{5}$
M1	 $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{5}$ a) Indique a fração que representa a parte colorida de cada figura. b) Indicar a grandeza de cada representação (discreta ou contínua) não sei	 a) Indique a fração que representa a parte colorida de cada figura. $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{5}$ b) Indicar a grandeza de cada representação (discreta ou contínua) 1. ~~Discreta~~ contínua 2. Discreta
M2	 a) Indique a fração que representa a parte colorida de cada figura. $\frac{3}{5}$ b) Indicar a grandeza de cada representação (discreta ou contínua) contínua	 $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{3}$ a) Indique a fração que representa a parte colorida de cada figura. $\frac{1}{2}$ b) Indicar a grandeza de cada representação (discreta ou contínua) $\frac{5}{3}$ contínua

Quadro 15 - Comparação entre as respostas de cada participante na questão 5 do QI (antes e após a realização das tarefas)

(conclusão)

Part.	Resposta indicada no QI (antes da oficina)	Resposta indicada no QI (depois da oficina)
S		

Fonte: Autoria própria (2020)

Todas as participantes mostraram não conhecer, inicialmente, os conceitos de grandeza contínua e grandeza discreta para então diferenciá-las. Após o desenvolvimento da oficina e discussões proporcionadas por cada tarefa que explorava esse significado, verificamos que a maioria delas expressou corretamente o tipo de grandeza em cada situação. Apenas as participantes M2 e S mostraram falha nessa compreensão.

Na questão 8, esperava-se que as participantes identificassem a unidade e verificassem em quantas partes iguais ela estava dividida. Essa pergunta buscou investigar a representação de uma fração que quantifica algo maior do que a unidade. Neste caso, estavam coloridas 10 partes, no entanto a unidade estava dividida em 6. Logo, estávamos considerando mais partes do que o total, precisando assim, dividir uma nova unidade em 6 partes e dessas, considerar 4. Portanto, a fração que representa corretamente essa situação é $\frac{10}{6}$ que é equivalente a $1\frac{4}{6}$.

Quadro 16 - Comparação entre as respostas de cada participante na questão 8 do QI (antes e após a realização das tarefas)

(continua)

Part.	Resposta indicada no QI (antes da oficina)	Resposta indicada no QI (depois da oficina)
A1	Acredito que as duas respostas estão corretas.	incorretamente. Resposta correta B: $\frac{10}{6}$, pois o inteiro está dividido em 6 partes e não 12.
A2	O 2º aluno fez a resposta incorreta, pois o número de cima da fração não tem como ser maior que o número de baixo da fração.	A 1ª fração está correta, se considerarmos uma grandeza contínua, em que das 12 partes, pintaram-se só 10. Portanto, a 2ª está incorreta, pois o todo é maior que 6.
A3	Resposta A	A 1ª, porque o total de partes deve vir abaixo do traço e a quantidade colorida acima.
A4	incorretamente. B: $\frac{10}{6}$ pois são duas figuras com 6 partes cada.	incorretamente. A resposta correta deve ser $1\frac{4}{6}$ pois é 1 inteiro e 4 partes

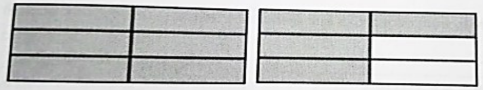
Quadro 16 - Comparação entre as respostas de cada participante na questão 8 do QI (antes e após a realização das tarefas)

(continua)

Part.	Resposta indicada no QI (antes da oficina)	Resposta indicada no QI (depois da oficina)
C1	incorretamente. O aluno A acertou, e o aluno B ignorou o inteiro	Resposta correta: $\frac{10}{6}$. O aluno B levou em consideração o desenho como uma fração completa $\frac{10}{6} = 1\frac{4}{6}$. Como a fração é imprópria ele precisou de mais uma barra para fechar os $\frac{10}{6}$.
E		
J1	$\frac{10}{12}$ Dez partes de 12 pedaços; seria a resposta correta. O aluno equivocou-se na quantidade total de pedaços acertando apenas as que foram usadas ou destacadas.	A RESPOSTA INCORRETA É A DO ALUNO (A) POIS TEMOS UMA FIGURA DIVIDIDA EM 12 PARTES E (COLORIDAS OU USADAS) 10 DESSAS 12. REPRESENTADA DE FORMA ERRADA; A CORRETA É $\frac{10}{6}$. POIS EU PRECISO DE UMA FIGURA COMPLETA DE 6 E MAIS OUTRA FIGURA COM 6 E PINTADA 4;
M1	Para mim a correta é $\frac{10}{12}$. O aluno que respondeu de forma incorreta contou a parte pintada corretamente, porém não comparou as duas figuras. Eu iria pedir para ele analisar a parte total e observar quantas partes foram utilizadas.	10 correta → Imaginei os legos (2 legos divididos em 6 com 10 partes pintadas. Eu pediria para ele analisar as peças em quantas partes foram divididas.

Quadro 16 - Comparação entre as respostas de cada participante na questão 8 do QI (antes e após a realização das tarefas)

(conclusão)

Part.	Resposta indicada no QI (antes da oficina)	Resposta indicada no QI (depois da oficina)
M2	10 vejo tinha 12 retângulos e foi colorido somente 10	Um soma o todo o outro coloriu o denominador que pedia. Que você deve perceber o denominador é a parte que deve colorir para identificar a quantidade parte da fração Analisando o cálculo abaixo, responda:
S	incorretamente: Resposta correta A- Fazer com que o aluno que errou identifique o todo da fração e a parte que foi pintada.	 1 inteiro $1\frac{4}{6}$ Fonte: Google imagens Perceba o raciocínio matemático de cada aluno, identifique a resposta correta e descreva a explicação a ser dada pelo professor ao aluno que respondeu incorretamente. ~~Resposta~~ correta A – ~~Vem~~ fração e total ~~como~~ denominador

Fonte: Autoria própria (2020)

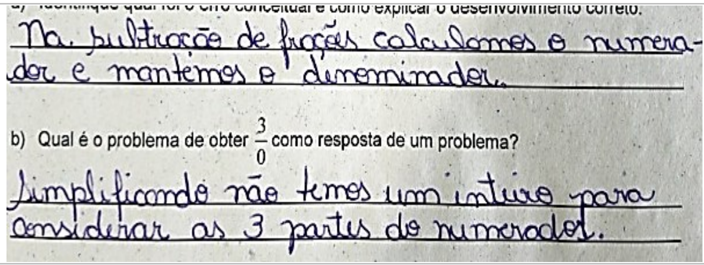
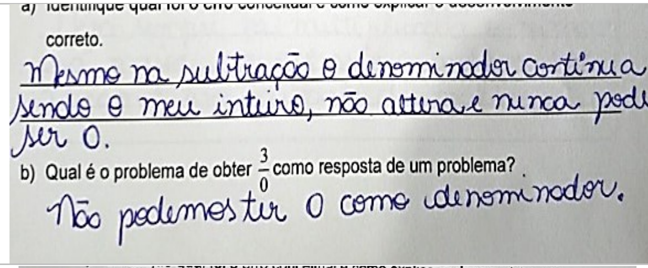
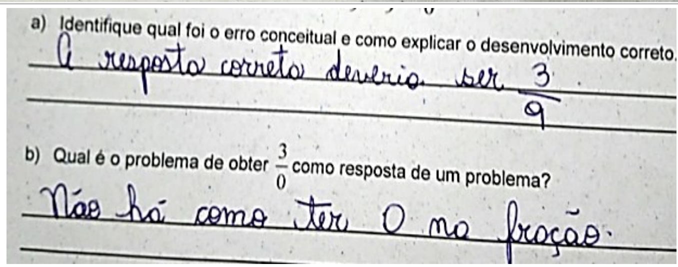
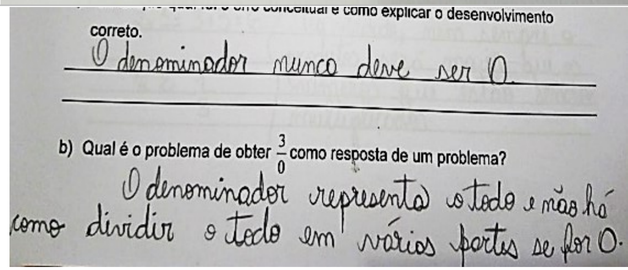
Analisando as respostas indicadas pelas participantes, verifica-se apenas a participante A4 respondeu corretamente a essa questão no QI. Percebemos então que a maioria não atentou para a unidade e a divisão dela em 6 partes, mas considerou a figura como um todo. Já no QF, após as investigações realizadas nas tarefas, as professoras A1, C1, J1 e M1 mostraram que compreenderam muito bem a quantificação de uma quantidade fracionária e maior do que a unidade.

M1 até citou a TP 16, que investigou a fração a partir das peças de lego, para responder à questão. A4 indicou que a fração correta seria $1\frac{4}{6}$ que é equivalente a $\frac{10}{6}$, não percebeu, portanto, que a resposta correta estava indicada na opção B, sugerindo assim uma “nova resposta”. A participante E não respondeu a essa questão, nem no QI nem no QF. Já A3, M2 e S não responderam à pergunta principal da questão. A2 respondeu, no entanto, de forma incorreta.

O significado da fração como quociente foi explorado nas TP 10, 11 e 12, sendo investigado a priori pela questão 9 do QI. Esta pergunta também buscou verificar o conhecimento prévio das participantes sobre a impossibilidade de uma fração ter denominador nulo, além da adição/subtração de frações (apesar dessa operação não ser analisada nessa pesquisa, serviu de parâmetro para avaliar o conhecimento prévio das participantes). Nesse sentido, o enunciado apresentava o desenvolvimento do seguinte cálculo: $\frac{5}{9} - \frac{2}{9} = \frac{3}{0}$. Esperava-se das participantes que elas identificassem o erro conceitual apresentado no cálculo, explicando seu desenvolvimento correto e o problema de se obter $\frac{3}{0}$ como resposta. Buscava-se, portanto, explorar o conceito da subtração de frações e a condição de existência de uma fração (denominador não nulo).

Quadro 17 - Comparação entre as respostas de cada participante na questão 9 do QI (antes e após a realização das tarefas)

(continua)

Part.	Resposta indicada no QI (antes da oficina)	Resposta indicada no QI (depois da oficina)
A1	 Na subtração de frações calculamos o numerador e mantemos o denominador. b) Qual é o problema de obter $\frac{3}{0}$ como resposta de um problema? Simplificando não temos um inteiro para considerar as 3 partes do numerador.	 correto. Mesmo na subtração o denominador continua sendo o meu inteiro, não altera e nunca pode ser 0. b) Qual é o problema de obter $\frac{3}{0}$ como resposta de um problema? Não podemos ter 0 como denominador.
A2	 a) Identifique qual foi o erro conceitual e como explicar o desenvolvimento correto. A resposta correta deveria ser $\frac{3}{9}$ b) Qual é o problema de obter $\frac{3}{0}$ como resposta de um problema? Não há como ter 0 na fração.	 correto. O denominador nunca deve ser 0. b) Qual é o problema de obter $\frac{3}{0}$ como resposta de um problema? O denominador representa o todo e não há como dividir o todo em várias partes se for 0.

Quadro 17 - Comparação entre as respostas de cada participante na questão 9 do QI (antes e após a realização das tarefas)

(continua)

Part.	Resposta indicada no QI (antes da oficina)	Resposta indicada no QI (depois da oficina)
A3	a) Identifique qual foi o erro conceitual e como explicar o desenvolvimento correto. O número abaixo do traço (na subtração) com números (qtdades iguais) repetam... b) Qual é o problema de obter $\frac{3}{0}$ como resposta de um problema?	a) Identifique qual foi o erro conceitual e como explicar o desenvolvimento correto. Não existe denominador zero (0) Seria $\frac{3}{9}$ – repete o 9. multiplica numerador b) Qual é o problema de obter $\frac{3}{0}$ como resposta de um problema? Não existe o zero como denominador.
A4	9 9 0 3 a) Identifique qual foi o erro conceitual e como explicar o desenvolvimento correto. O denominador deveria ser 9 b) Qual é o problema de obter $\frac{3}{0}$ como resposta de um problema? Nenhum número é divisível por 0	a) Identifique qual foi o erro conceitual e como explicar o desenvolvi correto. O denominador não se anula R = 3/9 b) Qual é o problema de obter $\frac{3}{0}$ como resposta de um problema? nenhum número é divisível por zero
C1	a) Identifique qual foi o erro conceitual e como explicar o desenvolvimento correto. Ele diminuiu o denominador, o que nesse caso não poderia ocorrer. Para facilitar eu desenharia o problema. b) Qual é o problema de obter $\frac{3}{0}$ como resposta de um problema? não houve uma divisão.	a) Identifique qual foi o erro conceitual e como explicar o desenvolvimento correto. Em uma fração o denominador nunca pode ser igual a 0 (zero). b) Qual é o problema de obter $\frac{3}{0}$ como resposta de um problema? Nenhuma fração pode ter denominador zero.

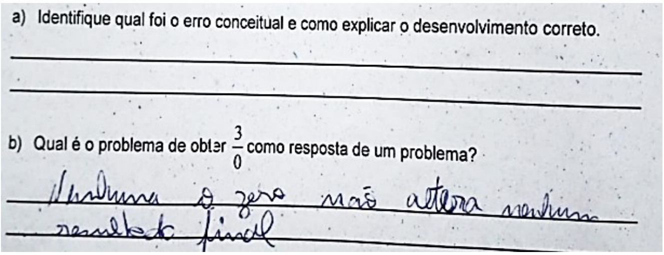
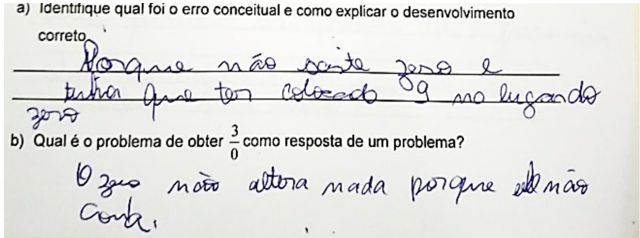
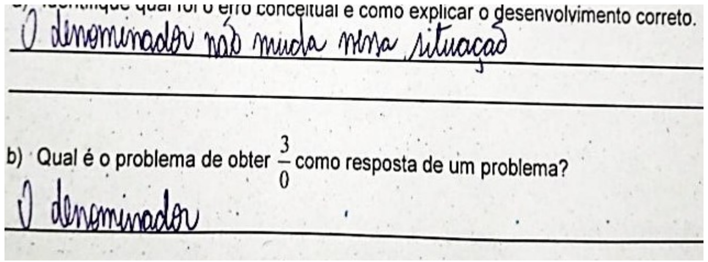
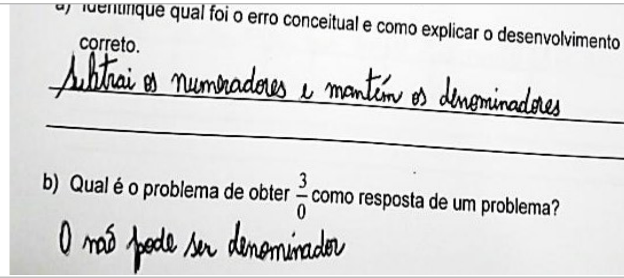
Quadro 17 - Comparação entre as respostas de cada participante na questão 9 do QI (antes e após a realização das tarefas)

(continua)

Part.	Resposta indicada no QI (antes da oficina)	Resposta indicada no QI (depois da oficina)
E	a) Identifique qual foi o erro conceitual e como explicar o desenvolvimento correto. b) Qual é o problema de obter $\frac{3}{0}$ como resposta de um problema?	a) Identifique qual foi o erro conceitual e como explicar o desenvolvimento correto. $\frac{5}{9} - \frac{2}{9} = \frac{3^{:3}}{9_{:3}} = \frac{1}{3}$ b) Qual é o problema de obter $\frac{3}{0}$ como resposta de um problema? Campus Pato Branco Não podemos denominador 0.
J1	a) Identifique qual foi o erro conceitual e como explicar o desenvolvimento correto. Eu acredito que ficaria $\frac{3}{9}$ já que é uma subtração. b) Qual é o problema de obter $\frac{3}{0}$ como resposta de um problema? Não creio que exista essa fração.	...ique a resposta correta e descreva a explicação a ser dada pelo professor ao aluno que respondeu incorretamente. A RESPOSTA INCORRETA É A DO ALUNO A POIS TEMOS UMA FIGURA DIVIDIDA EM 12 PARTES E (COLORIDAS OU USADAS) 10 DESSAS 12. REPRESENTADA DE FORMA ERRADA; A CORRETA É $\frac{10}{6}$. POIS EU PRECISO DE UMA FIGURA COMPLETA DE 6 E MAIS OUTRA FIGURA COM 6 E PINTADA 4;
M1	a) Identifique qual foi o erro conceitual e como explicar o desenvolvimento correto. O erro foi diminuir o denominador. O correto seria manter ele e subtrair o numerador. b) Qual é o problema de obter $\frac{3}{0}$ como resposta de um problema? Você teria três partes de 0?	a) Identifique qual foi o erro conceitual e como explicar o desenvolvimento correto. Denominador 0 não existe b) Qual é o problema de obter $\frac{3}{0}$ como resposta de um problema? Preciso de um denominador para resolver a fração.

Quadro 17 - Comparação entre as respostas de cada participante na questão 9 do QI (antes e após a realização das tarefas)

(conclusão)

Part.	Resposta indicada no QI (antes da oficina)	Resposta indicada no QI (depois da oficina)
M2	 a) Identifique qual foi o erro conceitual e como explicar o desenvolvimento correto. b) Qual é o problema de obter $\frac{3}{0}$ como resposta de um problema? Nenhuma o zero não altera nenhum resultado final	 a) Identifique qual foi o erro conceitual e como explicar o desenvolvimento correto. Porque não sente zero e tinha que ter colocado 9 no lugar do zero b) Qual é o problema de obter $\frac{3}{0}$ como resposta de um problema? O zero não altera nada porque ele não conta.
S	 a) Identifique qual foi o erro conceitual e como explicar o desenvolvimento correto. O denominador não muda nessa situação b) Qual é o problema de obter $\frac{3}{0}$ como resposta de um problema? O denominador	 a) Identifique qual foi o erro conceitual e como explicar o desenvolvimento correto. Subtrai os numeradores e mantém os denominadores b) Qual é o problema de obter $\frac{3}{0}$ como resposta de um problema? O não pode ser denominador

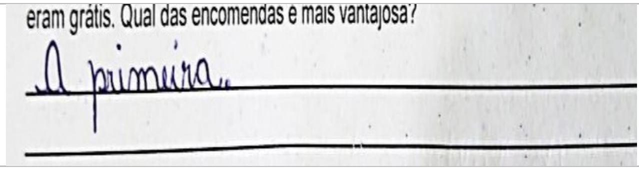
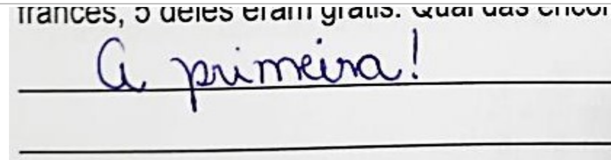
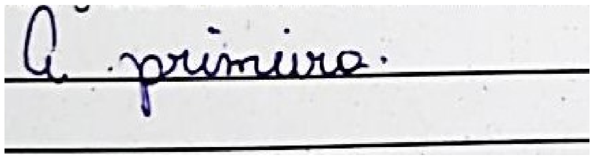
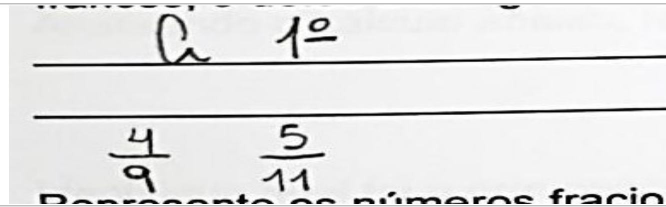
Fonte: Autoria própria (2020)

Quase todas as participantes observaram que o denominador de uma fração nunca pode ser nulo. Isso se justifica, conforme investigado na TP 11, pelo algoritmo da divisão euclidiana. A participante E não respondeu à essa pergunta no QI, no entanto já apresentou uma coerente resposta no QF e até mesmo simplificando a fração resultante da subtração. A participante A3 também indicou uma resposta mais inteligível no QF do que no QI. Apenas a participante M2 apresentou falha na compreensão, não só sobre esse significado, mas também sobre outros conceitos matemáticos, como o olhar para o zero como um objeto matemático que “não altera nenhum resultado final” ou “não altera nada em não conta”.

A fração como uma razão foi investigada na TP 16. O conhecimento prévio das participantes quanto a este significado foi examinado por meio da questão 6 do QI. Trava-se do seguinte problema: *Uma padaria anunciou duas promoções: a cada 9 pães do tipo francês, 4 deles saíam de graça. Já na segunda encomenda, a cada 11 pães do tipo francês, 5 deles eram grátis. Qual das* *encomendas é mais vantajosa?* Para resolver essa pergunta, as participantes precisavam estabelecer a razão indicada em cada uma das promoções. Na primeira, 4 dos 9 pães saíam de graça, ou seja, $\frac{4}{9}$. Já na segunda promoção, 5 dos 11, isto é, $\frac{5}{11}$. Como essas duas razões representam a quantidade de pães gratuitos, logo a promoção mais vantajosa é a maior entre elas. Assim, era preciso comparar as frações $\frac{4}{9}$ e $\frac{5}{11}$. Como as frações possuem numeradores distintos e denominadores também, uma possível solução seria escrever frações equivalentes a essas, mas com mesmo numerador ou denominador. Por exemplo, observar que $\frac{4}{9} = \frac{44}{99}$ e $\frac{5}{11} = \frac{45}{99}$. Como $\frac{4}{9} < \frac{5}{11}$, logo a promoção 2 seria a mais vantajosa. A tabela a seguir, apresenta as respostas indicadas por cada participante.

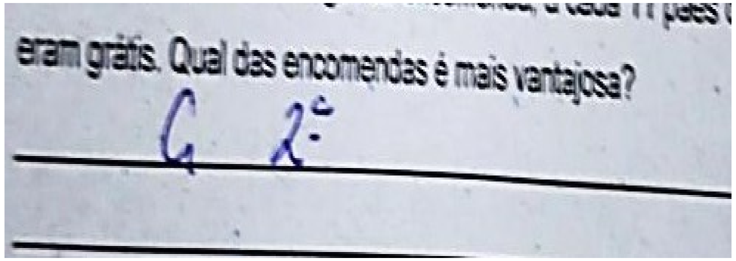
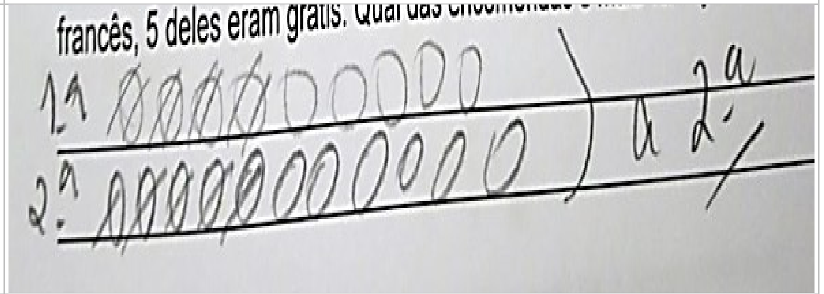
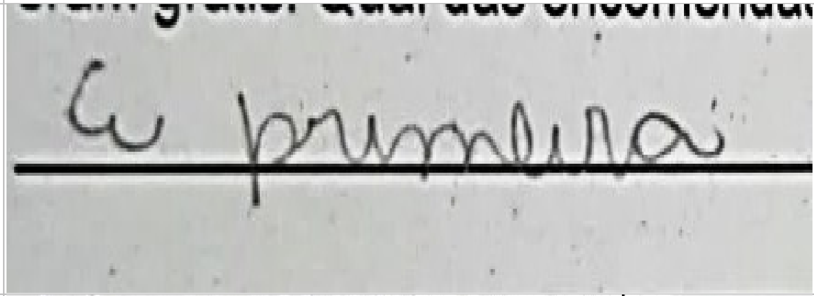
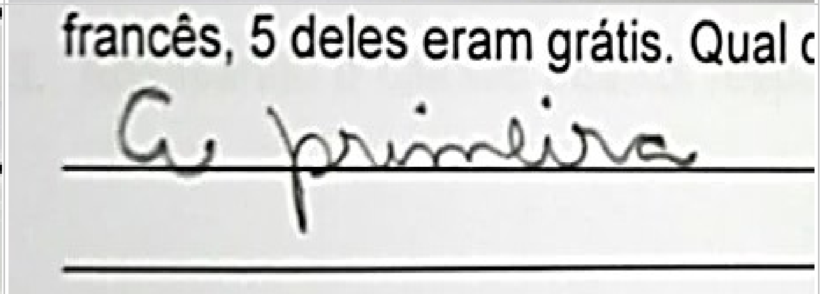
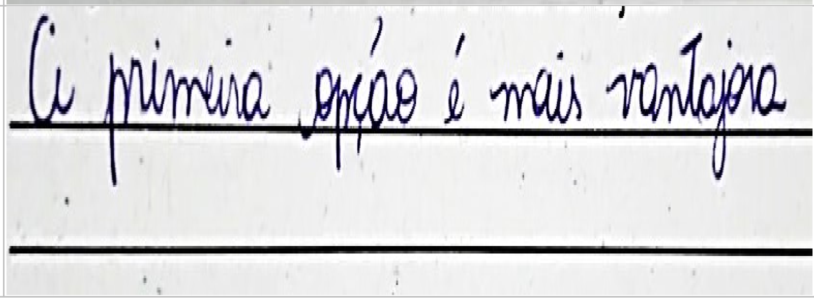
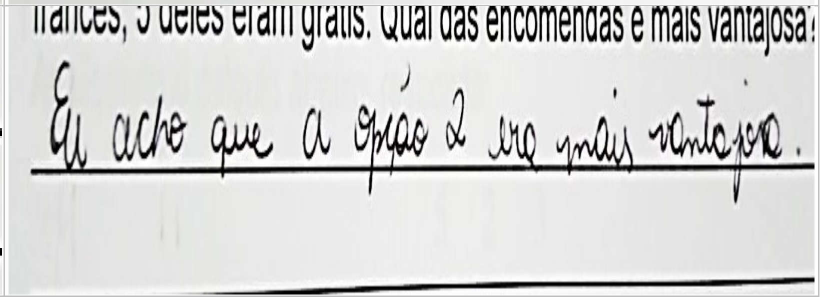
Quadro 18 - Comparação entre as respostas de cada participante na questão 6 do QI (antes e após a realização das tarefas)

(continua)

Part.	Resposta indicada no QI (antes da oficina)	Resposta indicada no QI (depois da oficina)
A1	 eram grátis. Qual das encomendas é mais vantajosa? A primeira.	 A primeira!
A2	 A primeira.	 A 1º $\frac{4}{9}$ $\frac{5}{11}$

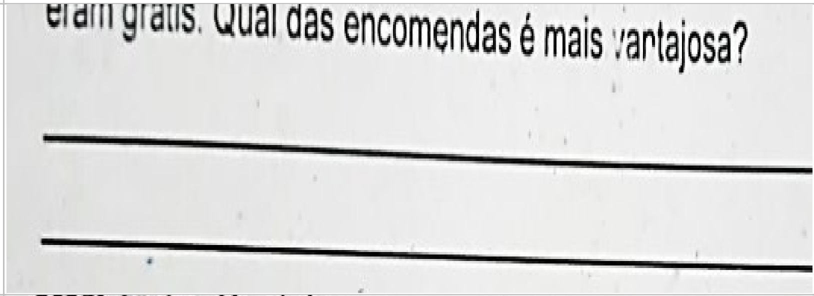
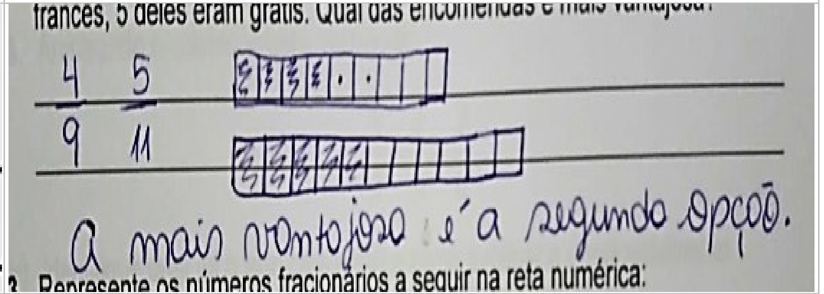
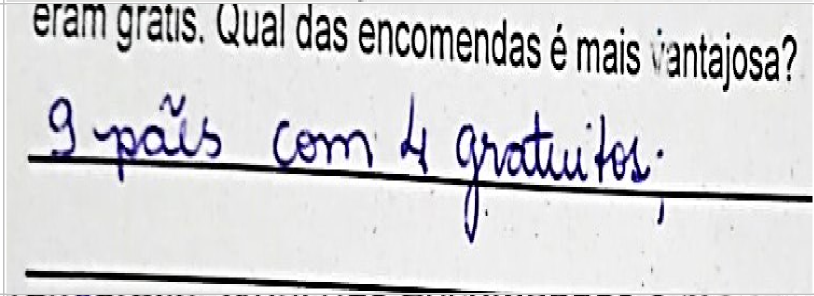
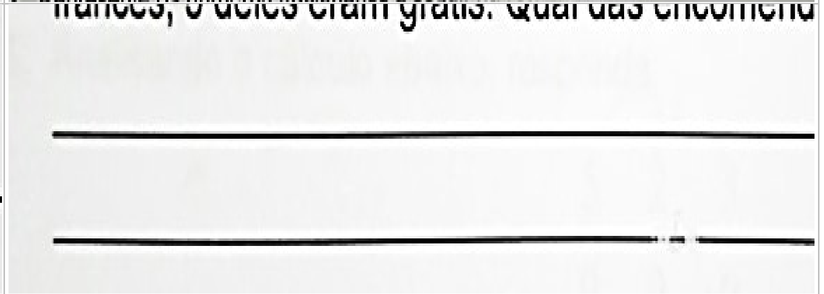
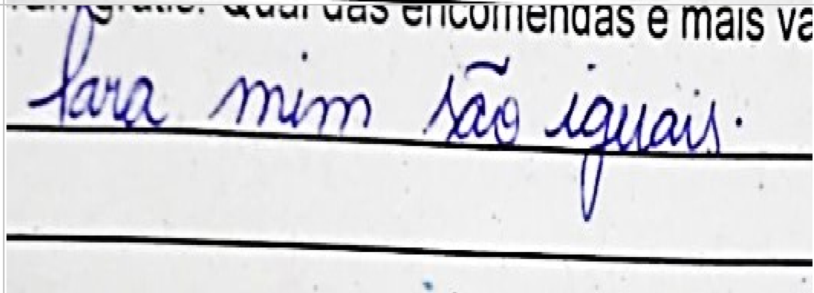
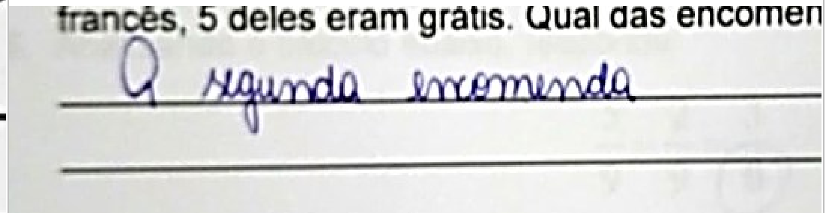
Quadro 18 - Comparação entre as respostas de cada participante na questão 6 do QI (antes e após a realização das tarefas)

(continua)

Part.	Resposta indicada no QI (antes da oficina)	Resposta indicada no QI (depois da oficina)
A3		
A4		
C1		

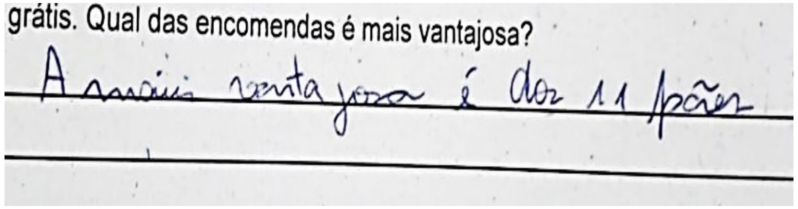
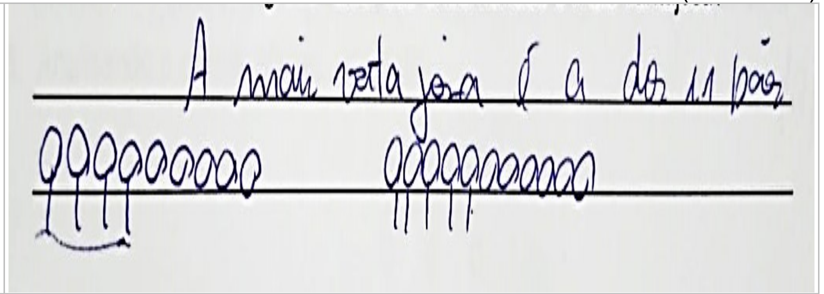
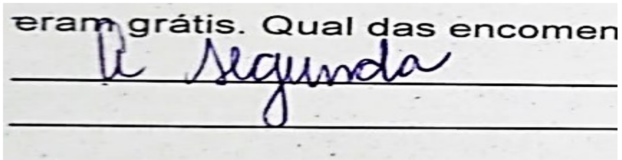
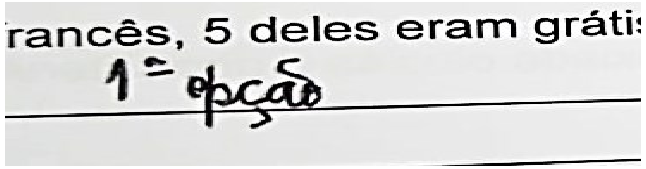
Quadro 18 - Comparação entre as respostas de cada participante na questão 6 do QI (antes e após a realização das tarefas)

(continua)

Part.	Resposta indicada no QI (antes da oficina)	Resposta indicada no QI (depois da oficina)
E	 eram grátis. Qual das encomendas é mais vantajosa?	 francês, 5 deles eram grátis. Qual das encomendas é mais vantajosa? $\frac{4}{9}$ $\frac{5}{11}$ A mais vantajosa é a segunda opção. Represente os números fracionários a seguir na reta numérica:
J1	 eram grátis. Qual das encomendas é mais vantajosa? 9 pães com 4 gratuitos.	 francês, 5 deles eram grátis. Qual das encomend
M1	 grátis. Qual das encomendas é mais va Para mim são iguais.	 francês, 5 deles eram grátis. Qual das encomen A segunda encomenda

Quadro 18 - Comparação entre as respostas de cada participante na questão 6 do QI (antes e após a realização das tarefas)

(conclusão)

M2	 grátis. Qual das encomendas é mais vantajosa? A mais vantajosa é dos 11 pães	 A mais vantajosa é a dos 11 pães
S	 eram grátis. Qual das encomen A segunda	 rancês, 5 deles eram gráti 1ª opção

Fonte: Autoria própria (2020)

A tabela acima mostra que apenas duas participantes (A3 e M2) responderam corretamente à questão 6 no QI, no entanto, não indicaram o raciocínio utilizado. Já no QF (após realização das tarefas), percebemos que as participantes A2 e E utilizaram frações para representar essa situação. O registro figural também foi utilizado. Note que a professora E utilizou duas barras (unidade) de tamanhos diferentes. Todavia, ela deveria ter considerado duas unidades do mesmo tamanho, uma delas dividida em 9 partes iguais e a outra em 11 partes iguais. Contudo, respondeu corretamente à questão.

Observa-se, portanto, que o desenvolvimento das TP visando construir conceitos matemáticos importantes, além dos significados da fração, impactaram na formação matemática das participantes. Além dos registros já analisados, as percepções das participantes indicadas no ROs também confirmam tal impacto.

O Registro das Observações das participantes (RO), no formato de uma autoavaliação, era composto de 3 perguntas: o que eu já sabia (antes da oficina), o que eu não sabia (antes da oficina) e o que eu aprendi nesta oficina. Esse “eu” era referente à participante. A tabela a seguir, apresenta as percepções apresentadas pelas participantes neste registro.

Quadro 19 - Percepções/autoavaliação das participantes nos RO

(continua)

Part.	O que eu sabia?	O que eu não sabia?	O que eu aprendi nesta oficina?	Observações/percepções gerais
A1	*“Que a divisão precisa ser em partes exatamente iguais.”*	*“Que preciso definir minha unidade de medida para então trabalhar com frações.”*	*“Muitas coisas maravilhosas! Me trouxe um novo olhar sobre a forma como podemos trabalhar frações com nossos alunos.”*	*“Saio da oficina me sentindo muito mais preparada para trabalhar com frações com meus alunos, e pude vivenciar na prática que mesmo com crianças bem pequenas já podemos iniciar conceitos simples sobre frações.”*
A2	*“As frações servem pra representar só uma parte de um todo.”*	*“Existem frações contínuas e discretas. O denominador nunca deve ser zero.”*	*“A diferença entre frações contínuas e discretas; uma fração tem diversos significados; representar frações com materiais concretos.”*	*“A utilização dos materiais concretos facilita a identificação das frações e de como representá-las por meio do algoritmo.”*
A3	*“Ler frações; representar frações de parte e todo; adicionar e subtrair com frações.”*	*“Multiplicar e dividir com frações; diferentes formas de resolver situações-problemas com frações.”*	*“Reforçar e ampliar meus conhecimentos de frações.”*	*“Foi muito válido esse curso, pois eu necessitava rever conceitos, revisar e praticar cálculos com fração. Quando ofertaram na escola fui uma das primeiras a me inscrever.”*
A4	*“Frações de grandezas.”*	*“Frações discreta/contínua”.*	*“Frações de medidas; construção de atividades lúdicas.”*	*“Proposta de intervenção pedagógica utilizando problemas e metodologias na execução e organização da construção do conhecimento.”*
C1	*“O conceito de frações como parte do todo, razão, quociente, números e medidas, porque uso em sala de aula no 4º ano. Já havia trabalhado com bingo e dominó com frações, além de situações problemas.”*	*“Eu não lembrava como fazer o m.m.c. das frações, além de não lembrar como dividir e multiplicar frações com denominadores diferentes.”*	*“Eu aprendi a utilizar novos materiais (criativos, práticos e atrativos) para despertar o interesse dos alunos. Ampliei também o conceito de frações e as operações com elas. “*	*“A oficina de matemática foi muito importante para o meu desenvolvimento profissional pois as ferramentas apresentadas são práticas e atrativas para os alunos”.*
E	*“Que a fração era dividida em partes, onde se usava uma quantidade ou todo.”*	*“As diversas maneiras de se trabalhar as frações.”*	*“Praticamente tudo, pois não tinha quase nada de conhecimentos sobre, isso inclui soma, multiplicação e divisão de frações.”*	*“Foi fundamental essas experiências para o trabalho em sala com os alunos, proporcionou um novo olhar sobre frações, conteúdo que eu tinha muita dificuldade em ensinar.”*

Quadro 19 - Percepções/autoavaliação das participantes nos RO

(continua)

Part.	O que eu sabia?	O que eu não sabia?	O que eu aprendi nesta oficina?	Observações/percepções gerais
J1	*Só pode realizar adição e subtração com denominador igual; utilizar o m.m.c.; fração mista em imprópria; multiplicação (num x num e den x den); na divisão multiplica-se a 1ª fração com o inverso da 2ª.*	*Grandeza contínua – o olhar para o todo para dividir as partes; grandeza discreta – contagem uma um.*	*A usar a fração para calcular medidas; que podemos calcular grandeza contínua e discreta; fração como solução de problemas com cálculos quebrados ou pequenas partes.*	*Trabalhando as atividades no concreto compreende-se melhor os algoritmos e as operações matemáticas, a função real da matemática.*
M1	*Que as frações eram divididas em partes iguais.*	*Que existiam tantos tipos de frações kkkk Reta numérica (nem imaginava).*	*Que a fração não é complicada. Precisamos compreender a base.*	*Deveríamos dar continuidade com novos módulos. A forma que a professora explica é muito clara. Preciso de mais aulas (haha). Agradeço a oportunidade e parabenizo a excelente profissional.*
M2	*Resolver frações com denominadores iguais.*	*Que o perímetro não é a soma de todos os lados (conceito); decomposição de figuras; quantas vezes cabe um número fracionário dentro de outro; dividir o inteiro pela sua unidade.*	*Divisão do inteiro de várias maneiras; número inteiro, embaixo dele é sempre 1; Subtração não é comutativa.*	*A professora sempre em todos os exercícios explicava de maneira muito clara e sempre ensinava de várias formas, sempre com material pronto tudo confeccionado por ela.*
S	*Dividir em partes iguais; representação em desenho.*	*O significado de frações contínua e discreta; não me recordava da multiplicação e divisão de frações.*	*Trabalhar com números inteiros; ver a fração como número decimal e porcentagem; frações como número sendo representada de diferentes formas; pensar em materiais lúdicos para trabalhar esse conteúdo.*	*Ampliou meu conhecimento sobre as frações e ver a fração de diferentes formas.*

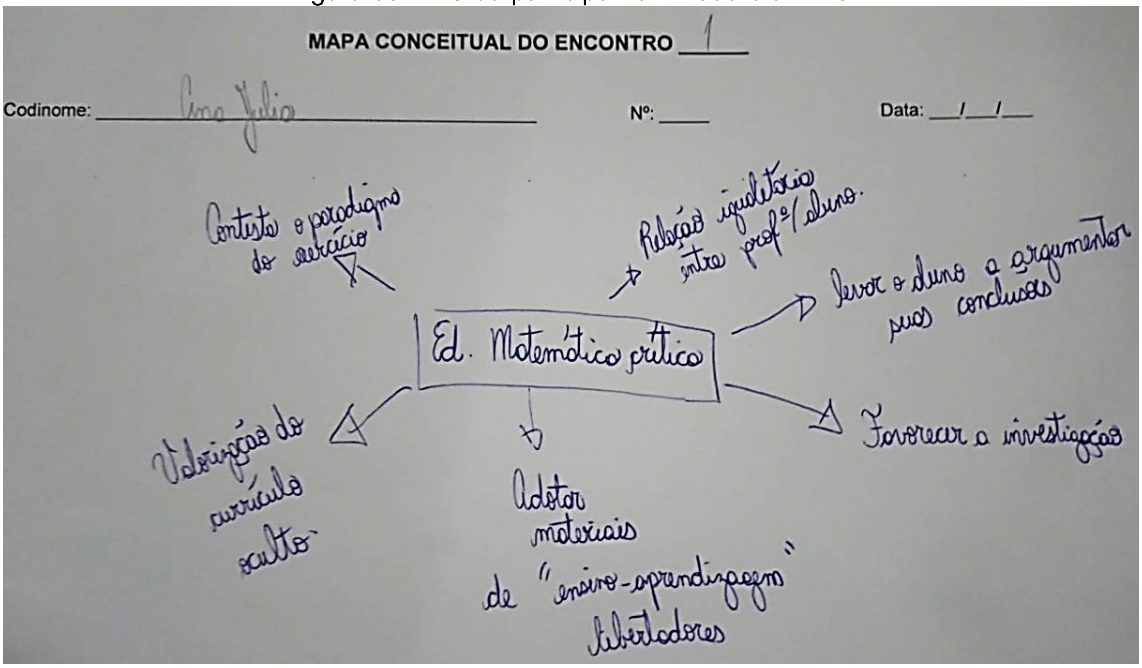
Fonte: Autoria própria (2020)

Entre os conceitos citados pelas participantes na tabela acima, os quais foram investigados a partir do desenvolvimento das TP no contexto do LEAM, destacam-se o olhar para a unidade de medida ao examinar uma fração, as diferentes formas de representação de uma quantidade fracionária (fração, decimal, porcentagem, figural) e a importância da utilização de materiais manipuláveis na abordagem das frações em sala de aula. Além disso, muitas participantes salientam os conceitos envolvidos nos algoritmos da adição/subtração, multiplicação e divisão, que também foram investigados na oficina, porém, não serão analisados neste trabalho, visto que essas investigações se voltaram mais para a necessidade por elas comentadas e verificadas no QI quanto as operações, visando contribuir na formação das participantes.

“Com certeza, minhas aulas para o ano que vem serão muito melhores. Os materiais que ela apresentou de um novo olhar. Quem não foi, não sabe o que perdeu!” - Comentário da participante C1 durante a reunião de conselho de classe (dezembro-2019) na escola em que trabalha junto com a pesquisadora.

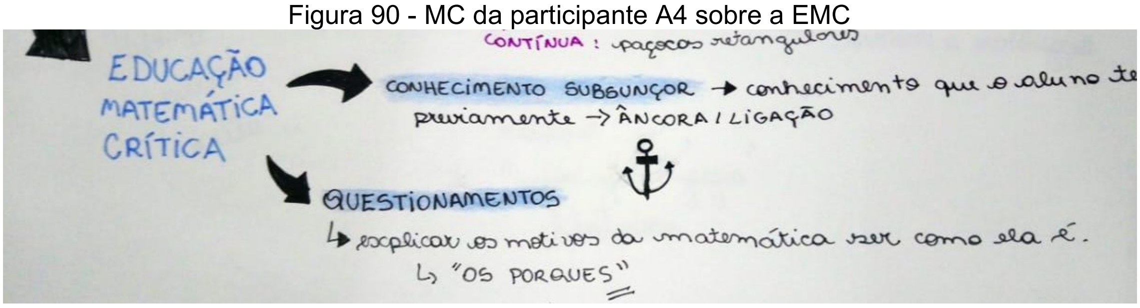
Todavia, além do conhecimento matemático construído durante a oficina, as participantes também conheceram um pouco sobre a filosofia da Educação Matemática Crítica, segundo as concepções de Ole Skovsmose (2000), visto que as tarefas foram elaboradas e desenvolvidas a fim de se caracterizarem como cenários de investigação, assim definidos pelo autor. Desse modo, buscou-se também desenvolver nas participantes, a partir das TP, o senso crítico, o interesse pela investigação e reflexão, enfim, a famosa “saída da zona de conforto”. Além disso, destacou-se a importância de nós, professores, valorizarmos e trazermos para as discussões o conhecimento prévio do estudante, proporcionando uma relação igualitária entre professor e estudante. As duas figuras a seguir, apresentam alguns pontos apontados pelas participantes A2 e A4 em seus MC.

Figura 89 - MC da participante A2 sobre a EMC



Fonte: Autoria própria (2020)

Figura 90 - MC da participante A4 sobre a EMC



Fonte: Autoria própria (2020)

Nesse sentido, pode-se perceber que o desenvolvimento dessas tarefas de certa forma impactou positivamente na formação matemática das participantes, professoras que ensinam Matemática nos Anos Iniciais e que introduzem os conceitos iniciais da fração. Essas tarefas significaram muito mais do que a construção do conhecimento matemático, mas também a reflexão e aperfeiçoamento da didática utilizada para o ensino da fração, bem como o ensejo por investigar, discutir, refletir e construir significados.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática - LEAM proporciona um espaço com grande potencial de investigação e reflexão. Os professores, ao discutirem e refletirem sobre o trabalho do professor em sala de aula, se colocam numa posição ativa diante das necessidades (OLIVEIRA e KIKUCHI, 2018, p. 25). Momentos de investigação, discussão e construção do conhecimento contribuem para o aprimoramento profissional do docente. É fundamental, portanto, proporcionar espaços de formação para professores que ensinam Matemática, favorecendo a troca de conhecimentos teóricos-científicos e práticos (experiências) e o desenvolvimento da criatividade e criticidade, numa constante "atitude de investigação matemática".

Nesse sentido, a oficina *Frações: buscando significados*, desenvolvida no contexto do LEAM, constituiu-se de momentos potencialmente investigativos, por meio das Tarefas Potencializadoras (TP) de ensino e aprendizagem de Matemática. Configurou-se, portanto, como um espaço de reflexão contínua (modelo construtivista) sobre diversos conteúdos matemáticos, especialmente a fração, e práticas docentes, numa construção coletiva de significados e saberes, articulando teoria e prática com um elo de parceria e interação entre a pesquisadora e as professoras participantes que ensinam matemática nos Anos Iniciais.

Por meio dessa pesquisa, ratifica-se o intuito inicial ponderado na elaboração das tarefas: que as TP despertassem uma "atitude de investigação matemática" contínua e um olhar crítico quanto aos objetos matemáticos investigados e seu ensino nos Anos Iniciais. Verificou-se, a partir dos relatos e registros das participantes, o desejo de conhecer mais sobre os porquês implícitos nas relações matemáticas, investigando conceitos de tal forma que façam mais sentido para elas e para os estudantes, estimulando-os a construírem significados.

Um ambiente que comprovou ser ideal para realizar tais construções é o LEAM, podendo ser explorado tanto durante as aulas de matemática quanto na formação inicial ou continuada desses professores. Todavia, esse laboratório deve ser constituído principalmente de tarefas investigativas, potencializadoras e que fomentem discussões. Não limitando-se a conter tarefas que explorem um único conceito matemático ou apenas uma habilidade cognitiva, mas que possibilite diferentes aprendizagens.

Assim sendo, é importante que um LEAM seja constituído de TP, as quais sejam capazes de compor cenários de investigação e dentro deles, ambientes de aprendizagem, podendo então variar em seu potencial investigativo. Verificamos que, mesmo elaboradas para terem um grande potencial, essas tarefas nem sempre assim se configuram na prática. Aquilo que é importante para um cenário de investigação à um determinado grupo de participantes talvez pode não ter o mesmo efeito para um outro grupo. Uma tarefa mais prática pode ser mais produtiva para o participante A, enquanto que, para o participante B, uma tarefa mais abstrata se tornará um campo mais fértil para a construção de saberes.

Em vista disso, as TP elaboradas e aplicadas nessa pesquisa foram idealizadas como cenários de investigação de grande potencial investigativo. No entanto, algumas provocaram maiores discussões, reflexões e interações entre as participantes, outras nem tanto. Sendo assim, cada uma das tarefas constituiu um cenário de investigação de maior ou menor potencial investigativo.

As tarefas também integraram, dentro do contexto do LEAM, um tipo de ambiente de aprendizagem, conforme definição de Skovsmose (2000). Todavia, é importante que o LEAM não seja composto apenas por um tipo de ambiente, mas a partir da combinação deles. Tal articulação constitui caminhos na construção do saber, engajando os envolvidos nas reflexões e ações e dando uma dimensão crítica à Educação Matemática.

É fundamental, portanto, dentro de um cenário de investigação, a diversificação do uso das tarefas, perpassando desde a resolução de exercícios puramente matemáticos até a mais detalhada investigação. Diversificar a utilização desses ambientes de aprendizagem significa adentrar em ambientes distintos, explorar caminhos desconhecidos. Isso significa permitir que, tanto estudantes quanto professores, transitem entre os diferentes ambientes de aprendizagem, se adaptando e tendo plena consciência daquilo que se está vivendo e/ou aprendendo.

Desse modo, as investigações desencadeadas nessa pesquisa possibilitaram explorações importantes quanto aos diferentes significados da fração (parte-todo, medida, número, razão, quociente, operador) de grandezas discretas e contínuas, utilizando materiais baratos, de fácil acesso ou até mesmo recicláveis. No final da oficina, cada participante, teve seus materiais disponibilizados e guardados em caixas de papelão decoradas. Essas caixas, munidas de algumas ferramentas didáticas, fomentarão o uso e o aprimoramento do LEAM nas escolas das professoras participantes.

Além disso, esse momento de formação possibilitou vivenciar um contexto rico e fértil para o ensino e a aprendizagem de matemática, como o LEAM e despertou nas participantes a criatividade e a criticidade sobre os objetos matemáticos, suas relações e a abordagem didática utilizada por elas em sala de aula. Esse olhar mais crítico e reflexivo quanto ao ensino da Matemática tornou-se o principal resultado do impacto das investigações realizadas na formação dessas professoras.

As professoras participantes mostraram-se interativas durante a exploração de cada tarefa. Agiram com iniciativa e interesse nas investigações, em busca da construção dos conceitos. Participaram ativamente das discussões, expondo e defendendo seus raciocínios, sendo assim responsáveis por sua caminhada pelo conhecimento. Por outro lado, essas tarefas, quando aplicadas em sala de aula no ensino de matemática, terão outros protagonistas: os estudantes. Essas professoras cederão lugar a eles, enquanto que elas exercerão o papel desenvolvido pela pesquisadora: observadoras, questionadoras e mediadoras das investigações.

Acredita-se que metodologias de ensino que possibilitam ao estudante ou professor em formação o seu protagonismo na construção do saber, como o LEAM, tem um grande e rico potencial de promover um ensino e uma aprendizagem em matemática de forma mais significativa. Essas devem, portanto, ser utilizadas em sala de aula ou momentos de formação continuada com mais frequência.

Como produto educacional, essa pesquisa traz dezenove sugestões de tarefas potencializadoras e que podem ser aplicadas tanto em turmas dos Anos Iniciais quanto em cursos de formação continuada de professores dessa fase escolar, os quais não têm formação inicial em Matemática, mas a buscam de forma continuada. Todas podem ser desenvolvidas em qualquer espaço/ambiente da escola, ratificando o caráter itinerante do LEAM.

É possível aperfeiçoar as tarefas analisadas nessa pesquisa, desde que se mantenha ou melhore o seu potencial investigativo. Nesse sentido, deixamos como sugestão para trabalhos futuros, a elaboração e aplicação de novas tarefas ou melhorias dessas já desenvolvidas nessa pesquisa. Pode-se buscar diversificar investigações e materiais a serem utilizados, ou ainda, explorar mais fortemente a resolução de problemas originados a partir dessas tarefas, seus registros e análise dos erros.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Kalina Ligia A. de B. **Jogos no ensino de matemática:** uma análise na perspectiva da mediação. João Pessoa: Universidade Federal da Paraíba, 2017. Disponível em: <https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/tede/9865/2/Arquivototal.pdf>. Acesso em: 12 ago. 2020.

AGUIAR, Marcia; MACHADO, Nílson José. **Uma ideia para o laboratório de matemática**. São Paulo: Universidade de São Paulo, 1999. Disponível em: <https://repositorio.usp.br/item/001040410>. Acesso em: 08 abr. 2020.

A1 (codinome). Entrevista concedida a Ana Paula Willms Capra. Pato Branco, 2019.

A2 (codinome). Entrevista concedida a Ana Paula Willms Capra. Pato Branco, 2019.

A3 (codinome). Entrevista concedida a Ana Paula Willms Capra. Pato Branco, 2019.

A4 (codinome). Entrevista concedida a Ana Paula Willms Capra. Pato Branco, 2019.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo.** Tradução: Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. Edições 70. São Paulo - SP, 2016. Disponível em: <https://madmunifacs.files.wordpress.com/2016/08/anc3a1lise-de-contec3bado-laurence-bardin.pdf>. Acesso em: 09 jun. 2020.

BARRETO, Cristiane Santos. **Laboratório de Ensino de Matemática:** conhecendo, avaliando e construindo. Vitória da Conquista/BA, 2014. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=317>. Acesso em: 09 jan. 2020.

BARROSO, Mariana Moran; FRANCO, Valdeni S. O laboratório de ensino de matemática e a identificação de obstáculos no conhecimento de professores de matemática. **ZETETIKÉ**: Cempem/FE, Unicamp, v. 18 n. 34 – jul/dez – 2010, Unicamp, v. 18 n. 34. 2010. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646684/13586>. Acesso em: 08 abr. 2020.

BARROSO, Mariana Moran. **O Laboratório de Ensino de Matemática e a Identificação de Obstáculos no Conhecimento de Professores de Matemática.** Maringá: Universidade Estadual de Maringá, 2010. Disponível em: <http://repositorio.uem.br:8080/jspui/bitstream/1/4475/1/000181055.pdf>. Acesso em: 27 jan. 2020.

Base Nacional Comum Curricular – BNCC. A educação é a base. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 13 jan. 2020.

BERMUDES, Filipe Pinel Berbert. **O Laboratório de ensino de matemática nas práticas do 4º ciclo do Ensino Fundamental.** Vitória: Universidade Federal do Espírito Santo, 2014. Disponível em:

<https://repositorio.ufes.br/bitstream/10/1236/1/Dissertacao.Filipe%20Pinel%20Berbert%20Bermurdes.texto%20completo.pdf>. Acesso em: 10 jan. 2020.

BERTONI, N. E. **Educação e Linguagem Matemática IV:** Frações e Números Fracionários. Brasília: Universidade de Brasília, 2009. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/fracoes.pdf>. Acesso em: 14 jan. 2020.

BERTONI, N. E. Um novo paradigma no ensino e na aprendizagem das frações. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., Recife, 2004. **Anais…** Recife: SBEM, 2004. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/15/PA01.pdf>. Acesso em: 24 jan. 2020.

BOMTEMPO, Kênia. **Frações.** Instituto Federal Goiano – campus Morrinhos. 2016. Disponível em: <https://pt.slideshare.net/keniabomtempo/fraes-grandezas>. Acesso em: 15 nov. 2019.

C (codinome). Entrevista concedida a Ana Paula Willms Capra. Pato Branco, 2019.

CARDOSO, Paula; MAMEDE, Ema. O conceito de fração – o conhecimento de professores do 1º ciclo. **Revista de Estudios e Investigación em Psicología Y Educación**, v. Extra, n. 6, 2015. Espanha: Universidade de Coruña, 2015. Disponível em: <https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/52510/1/Cardoso%20%26%20Mamede%20REIPE%202015.pdf>. Acesso em: 12 ago. 2020.

CAVALCANTI, Érica Michelle S; GUIMARÃES, Gilda L. **Diferentes dignificados de fração**: análises de livros didáticos das séries iniciais. Pernambuco, 2008. Disponível em: <http://docplayer.com.br/25587444-Diferentes-significados-de-fracao-analise-de-livros-didaticos-das-series-iniciais.html>. Acesso em: 30 jan. 2020.

COLONESE, Paulo Henrique. **Catálogo de materiais didáticos do Laboratório de Construção do Saber Matemático.** Vassouras/RJ. 2014. Disponível em: <https://docplayer.com.br/3530889-Universidade-severino-sombra-programa-de-pos-graduacao-stricto-sensu-mestrado-profissional-em-educacao-matematica-paulo-henrique-colonese.html>. Acesso em: 08 abr. 2020.

CORREIA, Andreia e*t al.* **Grandezas e medidas.** PNAIC – Matemática. Campinas, 2014. Disponível em: <https://pt.slideshare.net/joomni/grandezas-e-medidas-parte-i-reorg>. Acesso em: 15 nov. 2019.

COSTA, Michel da. Maria Elisabette B. P. Ensino de Frações nos anos iniciais do ensino fundamental: dificuldades, entraves e possibilidades. **XIV Conferência Interamericana de Educação Matemática – CIAEM**. Chiapas, México, 2015. Disponível em: <http://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/1035/708>. Acesso em: 02 jun. 2020.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Uma resenha do livro de Ole Skovsmose: Educação Crítica: Incerteza, Matemática, Responsabilidade, tradução de Maria Aparecida Viggiani Bicudo, Cortez Editora, São Paulo, 2007**. Bolema Boletim de Educação**

Matemática, v.21, n.29, Rio Claro/SP, 2008, p. 223 a 229. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1725>. Acesso em: 02 set. 2020.

DIAS, Lisete F; FERREIRA, Maira. Políticas de formação continuada de professores e desenvolvimento profissional. **Revista do Programa de Pós Graduação Profissional em Gestão e Avaliação da Educação Pública**, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, v. 7 n. 2, p. 391-411, 2017. Disponível em: <http://revistappgp.caedufjf.net/index.php/revista1/article/viewFile/206/132>. Acesso em: 28 abr. 2020.

E (codinome). Entrevista concedida a Ana Paula Willms Capra. Pato Branco, 2019.

FERREIRA, Ana Cristina. Um olhar retrospectivo sobre a pesquisa brasileira em formação de professores de matemática. In: FIORENTINI, Dario (org.). **Formação de professores de matemática:** explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas: Mercado de Letras, 2003. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/59478/mod_resource/content/2/Texto%2010.PDF >. Acesso em: 29 jan. 2020.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Mini Aurélio Século XXI Escolar**: o minidicionário da língua portuguesa. 4.ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2000.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da Matemática. **Boletim da SBEM-SP**, n. 7, a. 4, julho-agosto de 1990. Disponível em: <http://www.pucrs.br/ciencias/viali/tic_literatura/jogos/Fiorentini_Miorin.pdf>. Acesso em: 10 jan. 2020.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GOMES, Francisco A. M. **MA093 – Matemática básica 2**: circunferência e círculo. Campinas: UNICAMP – IMECC, 2018. Disponível em: <https://www.ime.unicamp.br/~chico/ma092/ma092_6_geo_circunferencia.pdf>. Acesso em: 09 mai. 2020.

GUÉRIOS, Ettiène; GONÇALVES, Tadeu Oliver. Um estudo acerca da pesquisa sobre formação inicial de professores que ensinam matemática nos anos iniciais de escolarização. **Educar em Revista**, v.35, n.78. Curitiba, 2019. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-40602019000600027&lang=pt>. Acesso em: 30 jan. 2020.

GUÉRIOS, Ettiène Cordeiro. **Espaços oficiais e intersticiais da formação docente**: histórias de um grupo de professores na área de ciências e matemática. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 2002. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/bitstream/REPOSIP/253667/1/Guerios_EttieneCordeiro_D.pdf>. Acesso em: 08 abr. 2020.

HEFEZ, Abramo. Aritmética. **SBM Coleção PROFMAT**. Rio de Janeiro, 2016.

HUIZINGA, Johan. **Homo Ludens:** o jogo como elemento da cultura. 7 ed. Tradução:. João Paulo Monteiro. São Paulo: Perspectiva, 2012.

IGARASHI, Daniela Miray; FRANCISCO, Bruno Moreno. (Des)-compreensões aos contornos do perímetro e suas implicações para uma ressignificação no conceito. Encontro Nacional de Educação Matemática. **Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades**. São Paulo/SP, 2016. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/5616_3738_ID.pdf>. Acesso em: 25 abr. 2020.

JARSKE, Érica de Oliveira. **Práticas de laboratório**: uma análise dos entendimento(s) e uso(s) apontados por professores de matemática em Aracaju-SE. São Cristóvão: Universidade Federal de Sergipe, 2014. Disponível em: <https://ri.ufs.br/jspui/handle/riufs/5153>. Acesso em: 08 abr. 2020.

JUSTO, Eduardo B. **Construção de atividades para o trabalho no laboratório de matemática.** Belo Horizonte: Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, 2015. Disponível em: <http://www.biblioteca.pucminas.br/teses/EnCiMat_JustoEB_1.pdf>. Acesso em: 08 abr. 2020.

J1 (codinome). Entrevista concedida a Ana Paula Willms Capra. Pato Branco, 2019.

J2 (codinome). Entrevista concedida a Ana Paula Willms Capra. Pato Branco, 2019.

J3 (codinome). Entrevista concedida a Ana Paula Willms Capra. Pato Branco, 2019.

LANGONI, Danilo Pedro. **A formação continuada e o uso das frações voltadas para a construção do conhecimento.** Campo Grande: Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2015. Disponível em: <https://repositorio.ufms.br:8443/jspui/handle/123456789/2407>. Acesso em: 08 abr. 2020.

LORENZATO, Sergio. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis.** In: LORENZATO, Sergio. (Org.). O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores. Coleção Formação de Professores. Autores Associados. Campinas-SP, 2006.

LUCENA, Regilania da Silva. **Laboratório de Ensino de Matemática.** Fortaleza: UAB/IFCE, 2017. Disponível em: <https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/429642/2/Laborat%C3%B3rio%20de%20Ensino%20de%20Matem%C3%A1tica.pdf>. Acesso em: 06 jul. 2020.

MARCHIONI, Hélio Henrique**. Ecomatemática**: um fazer matemático com material reciclável na perspectiva da Educação Matemática Crítica e ambiental. Vitória: Universidade Federal do Espírito Santo, 2008. Disponível em: <http://portais4.ufes.br/posgrad/teses/nometese_125_H%C9LIO%20HENRIQUE%20MARCHIONI.pdf>. Acesso em: 08 abr. 2020.

MENEGHETTI, Renata Cristina G; REDLING, Julyette Priscila. Tarefas alternativas para o ensino e a aprendizagem de funções: análise de uma intervenção no Ensino Médio. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v.26, n. 42, 2012. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2012000100010>. Acesso em: 20 mar. 2020.

MINDAL, C. B.; GUÉRIOS, E. C. Formação de professores em instituições públicas de ensino superior no Brasil: diversidade de problemas, impasses, dilemas e pontos de tensão. **Educar em Revista**, Curitiba, n. 50, p. 21-33. 2013.

MOCROSKY, Luciane F. *et al.* Frações na Formação Continuada de Professoras dos Anos Iniciais: fragmentos de uma complexidade. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v.33, n.65, 2019. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2019000301444&lang=pt#B9>. Acesso em: 30 jan. 2020.

MOURA, Marcia da Fonseca. **Matemática**: 6º ano - livro do professor. Sistema Positivo de Ensino, v. 3, Curitiba: Positivo, 2018.

MORELATTI, Maria Raquel M; FURKOTTER, Monica; FAUSTINO, Monica P. Formação continuada de professores que ensinam matemática nas séries iniciais do ensino fundamental da rede municipal visando uma mudança no processo de ensino e aprendizagem: avanços e dificuldades. In: **IX ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática. Belo Horizonte – MG**, 2007. Disponível em: <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/ix_enem/Comunicacao_Cientifica/Trabalhos/CC05872446829T.doc>. Acesso em: 28 abr. 2020.

M1 (codinome). Entrevista concedida a Ana Paula Willms Capra. Pato Branco, 2019.

M2 (codinome). Entrevista concedida a Ana Paula Willms Capra. Pato Branco, 2019.

NOGUEIRA, Clélia Maria I; PAVANELLO, Regina Maria; OLIVEIRA, Lucilene Adorne de. Uma experiência de formação continuada de professores licenciados sobre a matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental. In: BRANDT, Celia F. MORETTI, Méricles Thadeu. (Org.). **Ensinar e aprender matemática: possibilidades para a prática educativa**. Ponta Grossa: UEPG, 2016.

OLIVEIRA, Selma Souza de. **Temas regionais em atividades de Geometria**: uma proposta na formação continuada de professores de Manaus (AM). Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, 2004. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/91118/oliveira_ss_me_rcla.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 08 abr. 2020.

OLIVEIRA, Zaqueu Vieira; KIKUCHI, Luzia Maya. **O laboratório de matemática como espaço de formação de professores. Cadernos de pesquisa.** Cadernos de Pesquisa, v.48, n.169, São Paulo, 2018. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0100-15742018000300802&lang=pt#B30>. Acesso em: 29 jan. 2020.

OS TRAPALHÕES. **Didi faz conta dos dias trabalhados - Trapalhões - Dedé Mussum Zacarias – Humor**. 2009. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=IkB05LXtrlE>. Acesso em: 01/12/2019 às 20h32min.

PASSOS, Cármen Lúcia B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, Sergio. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Coleção Formação de Professores. Campinas: Autores Associados, 2006.

PATRONO, Rosângela Milagres. **A aprendizagem de números racionais na forma fracionária no 6º ano do Ensino Fundamental**: análise de uma proposta de ensino. Ouro Preto: Universidade Federal de Ouro Preto, 2011. Disponível em: <https://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/2437/1/DISSERTA%C3%87%C3%83O_AprendizagemN%C3%BAmerosRacionais.pdf>. Acesso em: 12 nov. 2019.

PINTO, Hélia; RIBEIRO, C. Miguel. **Diferentes significados das frações – conhecimento mobilizado por futuros professores dos primeiros anos.** In R. Cadima, H. Pinto, H. Menino, I. S. Simões (Org.) **Proceedings of the International Conference of Research, Practices and Contexts in Education**, ESECS, p. 209-217, 2013. Disponível em: <https://www.researchgate.net/profile/Miguel_Ribeiro16/publication/258960351_Diferentes_significados_das_fracoes_-_conhecimento_mobilizado_por_futuros_professores_dos_primeiros_anos/links/0c9605298f8808e96d000000/Diferentes-significados-das-fracoes-conhecimento-mobilizado-por-futuros-professores-dos-primeiros-anos.pdf>. Acesso em: 28 jan. 2020.

PONTE, João Pedro da. O que nos diz a Investigação em Didática da Matemática. **Atas Provisórias do XXVII Sem. Investigação em Educação Matemática**. Porto: APM, p. 5–19, 2016. Disponível em: <http://www.apm.pt/files/_1_CP1_Ponte_570cdfa2d83b4.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2020.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do Trabalho Científico**: Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico. 2 ed. Novo Hamburgo, RS. 2013.

RAUPP, Andréa Damascen;. GRANDO, Neiva Ignês. Educação matemática: em foco o jogo no processo de ensino-aprendizagem. In: BRANDT, Celia F. MORETTI, Méricles Thadeu. (Org.). **Ensinar e aprender matemática: possibilidades para a prática educativa**. Ponta Grossa, UEPG, 2016.

RÊGO, Rômulo Marinho do; RÊGO, Rogéria, Gaudencio do. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, Sergio. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Coleção Formação de Professores. Campinas: Autores Associados, 2006.

S (codinome). Entrevista concedida a Ana Paula Willms Capra. Pato Branco, 2019.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. Bolema Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 13, n. 14, 2000. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10635/7022>. Acesso em: 02 set. 2020.

SKOVSMOSE, Ole. **Interpretações de Significado em Educação Matemática.** Bolema Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 32, n. 62, p. 764-780, dez. 2018. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/bolema/v32n62/1980-4415-bolema-32-62-0764.pdf>. Acesso em: 02 set. 2020.

SILVA, Dulciene Anjos de Andrade. Educação e ludicidade: um diálogo com a pedagogia Waldorf. **Educar em Revista**, Curitiba, n. 56, p. 101-113, 2015. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/er/n56/0101-4358-er-56-00101.pdf>. Acesso em: 12 ago. 2020.

TANCREDI, Regina Maria S. P; RESENDE, Adriana T. Doçura e labor: uma prática pedagógica com frações nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Comunicações, Piracicaba, v. 24, n. 2, p.181-198, 2017. Disponível em: <https://www.metodista.br/revistas/revistas-unimep/index.php/comunicacoes/article/view/3114>. Acesso em: 02 jun. 2020.

TIRONI, Cristiano Rodolfo. **As contribuições do laboratório de educação matemática Isaac Newton para o ensino de matemática na Educação Básica na perspectiva da Etnomatemática.** Blumenau: Universidade Regional de Blumenau, 2015. Disponível em: <https://bu.furb.br//docs/DS/2015/360424_1_1.pdf>. Acesso em: 10 abr. 2020.

TURRIONI, Ana Maria S; PEREZ, Geraldo. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. In: LORENZATO, Sergio. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Coleção Formação de Professores. Campinas: Autores Associados, 2006.

VASCONCELOS, Cheila Francett B. S. de. **A (re) construção do conceito de dividir na formação de professores: o uso do jogo como recurso metodológico.** Maceió: Universidade Federal de Alagoas, 2008. Disponível em: <http://www.repositorio.ufal.br/bitstream/riufal/340/1/A%20%28Re%29Constru%C3%A7%C3%A3o%20do%20conceito%20de%20dividir%20na%20forma%C3%A7%C3%A3o%20dos%20professores%3A%20o%20uso%20do%20jogo%20como%20recurso%20metodol%C3%B3gico.pdf>. Acesso em: 08 abr. 2020.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO INICIAL (QI)

1) É professor (a) das séries iniciais do Ensino Fundamental?

( ) Sim. ( ) Não.

Se sim, complete:

Turma em que atua:

( ) 1º ano.

( ) 2º ano.

( ) 3º ano.

( ) 4º ano.

( ) 5º ano.

Tempo de experiência como professor (a):

( ) Menos de 1 ano.

( ) De 1 a 5 anos.

( ) De 5 a 10 anos

( ) Mais que 10 anos

Rede em que atua:

( ) Pública.

( ) Privada.

2) Quanto à sua formação profissional, complete:

Concluí o Ensino Médio na modalidade:

( ) Regular.

( ) Pedagógico (Magistério).

( ) Técnico.

( ) Educação de Jovens e Adultos (EJA).

( ) Educação à Distância (EAD).

Tenho formação superior em:

( ) Pedagogia.
( ) Letras (Português/Inglês).
( ) Matemática.
( ) Outro (s): ________________________________.

Já realizou algum tipo curso de capacitação em Matemática ou no Ensino de Matemática?
( ) Sim. Qual? ____.
( ) Não.

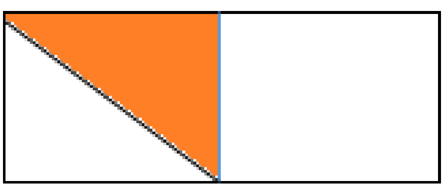
3) Já trabalhou o conceito de frações em sala de aula? Relate como foi sua experiência de ensino e aprendizagem desse conceito.

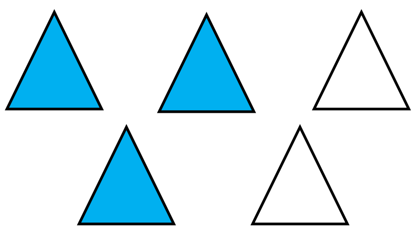
____
____
____
____

4) Você utiliza alguma dessas opções: jogos, materiais manipuláveis, software/aplicativo, problemas investigativos para o ensino de frações? Se sim, de que forma utiliza (introdução, fixação, fechamento da atividade, etc.), quais materiais mais utilizados e com qual frequência?

____
____
____
____

5) Analise as figuras abaixo e responda: (Adaptado de BIFFI, 2001)





a) Indique a fração que representa a parte colorida de cada figura.

b) Indicar a grandeza de cada representação (discreta ou contínua)

6) Uma padaria anunciou duas promoções: a cada 9 pães do tipo francês, 4 deles saíam de graça. Já na segunda encomenda, a cada 11 pães do tipo francês, 5 deles eram grátis. Qual das encomendas é mais vantajosa?

____

____

7) Represente os números fracionários a seguir na reta numérica:

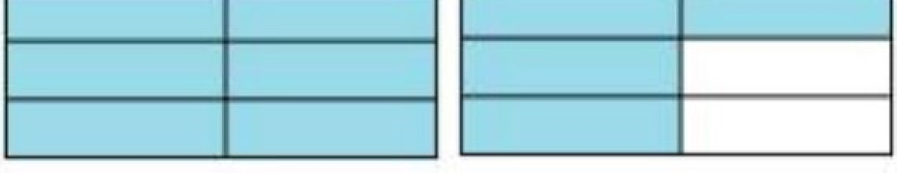
$\frac{2}{3}$, $1\frac{2}{3}$, $2\frac{1}{3}$, $\frac{3}{3}$

|____________________|____________________|____________________|

1 2 3

8) Ao pedir para que os alunos representassem a figura a seguir através de uma fração, o professor se deparou com duas respostas distintas:

Resposta do aluno A: $\frac{10}{12}$ Resposta do aluno B: $\frac{10}{6}$



Fonte: Google imagens

Perceba o raciocínio matemático de cada aluno, identifique a resposta correta e descreva a explicação a ser dada pelo professor ao aluno que respondeu incorretamente.

____

____

9) Analisando o cálculo abaixo, responda:

$$\frac{5}{9}-\frac{2}{9}=\frac{3}{0}$$

a) Identifique qual foi o erro conceitual e como explicar o desenvolvimento correto.

____

____

b) Qual é o problema de obter $\frac{3}{0}$ como resposta de um problema?

____

____

10) Na resolução de um exercício sobre adição de frações, a professora obteve duas respostas diferentes:

Resposta 1:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{2}{5}$$

Resposta 2:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$$

Indique a resposta incorreta e descreva sua explicação para obter o cálculo correto.

____

____

____

____

11) A prof. Magali estava explicando multiplicação de números racionais. Iniciou a discussão relembrando o conceito de multiplicação e apresentou o exemplo 2 x 3 = 3 + 3 = 6. E reforçou ainda: “Notem que quando multiplicamos dois números, obtemos um número maior, percebam que 6 é maior do que 2 e 3”. Nesse momento, a aluna Mônica questionou: “Professora, e quando multiplicamos dois números fracionários, por exemplo ½ x 1/3, o resultado também será maior?

Responda a dúvida de Mônica e indique qual o equívoco cometido pela professora.

____

____

____

____

APÊNDICE B– REGISTRO DAS PROFESSORAS PARTICIPANTES POR TAREFA (RPT) DA TP 13

PROFMAT

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Pró-Reitoria de Graduação e Educação Profissional
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Mestrado Profissional em Matemática
Câmpus Pato Branco

UTFPR

RESOLUÇÃO/ANOTAÇÕES DA TAREFA 13

APÊNDICE C – REGISTRO DAS OBSERVAÇÕES DA TAREFA APLICADA EM SALA DE AULA – ROTASA

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Pró-Reitoria de Graduação e Educação Profissional
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Mestrado Profissional em Matemática
Câmpus Pato Branco

TAREFA APLICADA NA MODALIDADE À DISTÂNCIA

OFICINA FRAÇÕES: BUSCANDO SIGNIFICADOS.

Codinome: ______________________________________ Nº: _____

Escola: ____ Data: ___/___/___

Tarefa nº:______.

Relate suas percepções a respeito da aplicação da tarefa escolhida. Explique os motivos que o(a) levou a escolher esta tarefa.

APÊNDICE D – REGISTROS DAS OBSERVAÇÕES DAS PARTICIPANTES (CHAMADO INICIALMENTE DE PROTOCOLO DE RESPOSTAS)

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Pro-Reitoria de Graduação e Educação Profissional
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Mestrado Profissional em Matemática
Câmpus Pato Branco

PROTOCOLO DE RESPOSTAS DO PARTICIPANTE X

Diante das percepções sobre o cenário de investigação da tarefa ___ responda:

a) O que eu sabia?

____

____

____

b) O que eu não sabia?

____

____

____

c) O que eu aprendi com essa tarefa?

____

____

____

d) Observações/percepções gerais.

____

____

____

ANEXO A – PARECER DO COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA (CEP)

UNIVERSIDADE
TECNOLÓGICA FEDERAL DO

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: POTENCIALIDADES MATEMÁTICAS DO LEAM NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Pesquisador: ANA PAULA WILLMS CAPRA

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 22847919.3.0000.5547

Instituição Proponente: Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DA NOTIFICAÇÃO

Tipo de Notificação: Outros

Detalhe: TCLE

Justificativa: Solicitação: O TCLE não deve ser redigido em papel timbrado da Instituição ou do

Data do Envio: 14/10/2019

Situação da Notificação: Parecer Consubstanciado Emitido

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 3.708.015

Apresentação da Notificação:

Trata-se de notificação que encaminha modelo do TCLE alterado conforme solicitado no Parecer Consubstanciado 3.673.456, de 14 de novembro de 2019.

Segundo as pesquisadoras:

"Pesquisas na área da Educação Matemática mostram preocupações com o ensino e aprendizagem de matemática, visando melhorias nas práticas pedagógicas de professores que ensinam matemática. O uso do Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática – LEAM por meio de tarefas envolvendo jogos matemáticos e materiais didáticos manipuláveis apresenta-se promissora para suprir defasagens, conforme RÊGO & RÊGO (2013) e LORENZATO (2006). Diante disso, o

Endereço: SETE DE SETEMBRO 3165
Bairro: CENTRO **CEP:** 80.230-901
UF: PR **Município:** CURITIBA
Telefone: (41)3310-4494 **E-mail:** coep@utfpr.edu.br

objetivo principal dessa pesquisa é analisar as potencialidades matemáticas do uso LEAM na formação continuada de professores que ensinam matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental, na perspectiva da Educação Matemática Crítica, no que se refere a discussão de conceitos matemáticos envolvidos no ensino de frações. Para tanto, busca-se elaborar uma proposta de oficina matemática para discussão e construção de conceitos na área de frações, por meio da construção de um LEAM itinerante com tarefas que auxiliem os participantes da pesquisa no ensino e aprendizagem dos conteúdos explorados, além de analisar as possibilidades formativas do uso do LEAM. Pretende-se também elaborar e disponibilizar um kit didático inicial para fomentar a construção do LEAM nas escolas dos participantes envolvidos. A abordagem metodológica escolhida para a pesquisa foi a qualitativa, uma vez que a coleta de dados ocorrerá de forma variada, possibilitando participação cooperativa dos participantes com a pesquisadora, o engajamento e interação com as discussões a serem levantadas, classificando-se quanto aos procedimentos técnicos de coleta de dados, categorizamos este estudo como pesquisa-ação. Tal pesquisa justifica-se a partir dos resultados de SZYMANSKI & MARTINS (2017) referente a uma pesquisa teórica sobre a formação matemática de professores para os anos iniciais do ensino fundamental. Os autores verificaram que no período de 2004 a 2014, não existiram trabalhos no escopo dessa pesquisa. Além disso, destaca-se a importância da estruturação tarefas para o ensino de frações, buscando melhorias na formação dos professores que ensinam matemática e contribuindo desta forma para o ensino e aprendizagem de matemática".
A hipótese do estudo conquiste em:
"A pesquisa parte da hipótese que o uso do LEAM, por meio de tarefas potencializadoras para cenários de investigação, é uma importante ferramenta para o ensino e aprendizagem de matemática, apesar de dificuldades possivelmente apresentadas durante seu uso."
Os participantes serão "Professores de ambos os sexos que ensinam matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental, destinando-se 5 (cinco) vagas para a rede pública e 5 (cinco) vagas para a rede privada, sendo todas do município de Pato Branco/PR." Não se aplicam critérios de exclusão."

Objetivo da Notificação:
Encaminhar TCLE alterado conforme solicitado no Parecer Consubstanciado 3.673.456, de 14 de novembro de 2019.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:
De acordo com o descrito na Plataforma Brasil, projeto e TCLE:

"Riscos: O risco da pesquisa é mínimo. Espera-se, no máximo, que se tenha leve desconforto por expor ideias e participar das atividades e jogos propostos. Se esse desconforto se mostrar como impeditivo, o participante poderá deixar a pesquisa sem qualquer ônus."

"Benefícios: O impacto na qualidade da formação dos professores participantes da pesquisa, bem como no ensino e a aprendizagem da matemática. Além disso, poderá resultar em benefícios para o campo da Educação Matemática, com a investigação dos limites e possibilidades do uso do LEAM, por meio de tarefas, no ensino e aprendizagem de matemática."

Comentários e Considerações sobre a Notificação:
Notificação acolhida. Atende solicitação do CEP/UTFPR.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:
O protocolo de pesquisa atende as disposições das resoluções 466/2012 e 510/2016 e Norma /Operacional 001/2013 – CNS

Recomendações:
Não há.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:
Notificação aprovada.

Considerações Finais a critério do CEP:
Lembramos aos pesquisadores que, no cumprimento das atribuições definidas na Resolução CNS nº 466 de 2012 e na Norma Operacional nº 001 de 2013 do CNS, o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) deverá receber relatórios anuais sobre o andamento do estudo, bem como a qualquer tempo e a critério do pesquisador nos casos de relevância, além do envio dos relatos de eventos adversos, para conhecimento deste Comitê. Salientamos ainda, a necessidade de relatório completo ao final do estudo. Eventuais modificações ou emendas ao protocolo devem ser apresentadas ao CEP-UTFPR de forma clara e sucinta, identificando a parte do protocolo a ser modificado e as suas justificativas.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Outros	TCLE.docx	14/10/2019 14:55:25	ANA PAULA WILLMS CAPRA	Postado

Situação do Parecer:
Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:
Não

CURITIBA, 15 de Novembro de 2019

Assinado por:
Frieda Saicla Barros
(Coordenador(a))

ANEXO B – AUTORIZAÇÃO DO PROFESSOR REPRESENTANTE DO LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA (LAMAT) DA UTFPR/PB

PROFMAT

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Pró-Reitoria de Graduação e Educação Profissional
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Mestrado Profissional em Matemática
Câmpus Pato Branco

UTFPR

AUTORIZAÇÃO

Eu, Waldir Silva Soares Junior, como responsável pelo Laboratório de Matemática (LAMAT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) – campus Pato Branco/PR, autorizo a Ana Paula Willms Capra, CPF 088.577.869-35, a aplicar o projeto de mestrado no Laboratório de Matemática (LAMAT) desta Instituição.

Outrossim, me coloco à disposição de Vossa Senhoria para qualquer esclarecimento a respeito do disposto.

Pato Branco, 25 de setembro de 2019.

ANEXO C – CERTIFICADO DA PESQUISADORA

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

Declaração

Declaramos que **ANA PAULA WILLMS CAPRA** foi vice-coordenadora e instrutora do **"Potencialidades Matemáticas do Leam na Formação Continuada de Professores que Ensinam Matemática nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental"**, projeto de extensão registrado no Departamento de Extensão – DEPEX-PB, promovido pela **Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Câmpus Pato Branco,** com carga horária de **40 horas.**

a autenticidade deste documento pode ser verificada através da URL:
http://apl.utfpr.edu.br/extensao/validar/D7EDC3F183A3D0122C748F43719A4754

ANEXO D – TERMO DE COMPROMISSO, DE CONFIDENCIALIDADE E ENVIO DO RELATÓRIO FINAL.

PROFMAT

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Pró-Reitoria de Graduação e Educação Profissional
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Mestrado Profissional em Matemática
Câmpus Pato Branco

UTFPR

TERMO DE COMPROMISSO, DE CONFIDENCIALIDADE DE DADOS E ENVIO DO RELATÓRIO FINAL

Nós, Ana Paula Willms Capra e Janecler Aparecida Amorin Colombo, pesquisadoras responsáveis pelo projeto de pesquisa intitulado "Potencialidades matemáticas do LEAM na formação continuada de professores que ensinam matemática nas séries iniciais do ensino fundamental", comprometemo-nos a dar início a este estudo somente após apreciação e aprovação pelo Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná e registro de aprovado na Plataforma Brasil.

Com relação à coleta de dados da pesquisa, nós pesquisadores, abaixo firmados, asseguramos que o caráter anônimo dos dados coletados nesta pesquisa será mantido e que suas identidades serão protegidas. Bem como questionários, diários de campo da pesquisadora, formulários (protocolos) preenchidos pelos participantes e outros documentos não serão identificados pelo nome, mas por um código.

Nós pesquisadores, manteremos um registro de inclusão dos participantes de maneira sigilosa, contendo códigos, nomes e endereços para uso próprio. Os formulários: Termo de Consentimento Livre e Esclarecido e Termo de Consentimento de Uso de Voz e Imagem, assinados pelos participantes serão mantidos pelo pesquisador em confidência estrita, juntos em um único arquivo.

Asseguramos que os participantes desta pesquisa receberão uma cópia do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido e Termo de Consentimento de Uso de Voz e Imagem, que poderá ser solicitada de volta no caso deste não mais desejar participar da pesquisa.

Eu, como professor (a) orientador (a), declaro que este projeto de pesquisa, sob minha responsabilidade, será desenvolvido pela aluna Ana Paula Willms Capra do Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT.

Declaro, também, que li e entendi a Resolução 466/2012 (CNS) responsabilizando-me pelo andamento, realização e conclusão deste projeto e

PROFMAT

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Pró-Reitoria de Graduação e Educação Profissional
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Mestrado Profissional em Matemática
Câmpus Pato Branco

UTFPR

comprometendo-me a enviar ao CEP/UTFPR, relatório do projeto em tela quando da sua conclusão, ou a qualquer momento, se o estudo for interrompido.

Pato Branco, 25 de setembro de 2019

Ana Paula Wilhs Capra

Pesquisador

Professora orientadora

ANEXO E – TCLE

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Pro-Reitoria de Graduação e Educação Profissional
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Mestrado Profissional em Matemática
Câmpus Pato Branco

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE) E TERMO DE CONSENTIMENTO PARA USO DE IMAGEM, SOM E VOZ
(Para Maiores de 18 anos)

Título da pesquisa: Potencialidades matemáticas do LEAM na formação continuada de professores que ensinam matemática nas séries iniciais do ensino fundamental.

Pesquisadora: Ana Paula Willms Capra. Endereço: Rua Bartolomeu Bueno, número 7. Pato Branco, PR. Telefone: (46) 99116-6747.

Local de realização da pesquisa: Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) Campus Pato Branco. Endereço: Via do Conhecimento, s/n - KM 01 - Fraron, Pato Branco - PR, 85503-390. Telefone do local: (46) 3220 2511

A) INFORMAÇÕES AO PARTICIPANTE

1. Apresentação da pesquisa:

Você está sendo convidado a participar de uma pesquisa que será desenvolvida pela UTFPR campus Pato Branco. O estudo será sobre as potencialidades do uso do LEAM na formação continuada de professores que ensinam matemática nas séries iniciais do ensino fundamental.

2. Objetivos da pesquisa:

Analisar as potencialidades matemáticas do uso LEAM na formação continuada de professores que ensinam matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental na perspectiva da Educação Matemática Crítica no que se refere a discussão de conceitos matemáticos envolvidos no ensino de frações.

3. Participação na pesquisa:

Você responderá a um questionário para levantar concepções sobre o ensino e aprendizagem de frações. Após a aplicação desse questionário, será formulada uma prática pedagógica, com os dados do questionário, desenvolvida em tarefas de um LEAM, na perspectiva da Educação Matemática Crítica. A prática pedagógica ocorrerá no formato de uma oficina pedagógica de matemática, em quatro encontros semanais com carga horária total de 16 horas, no Laboratório de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR Campus Pato Branco. As intervenções entre a pesquisadora e os professores participantes serão gravadas em áudio. As sessões também poderão ser fotografadas.

4. Confidencialidade:

Sua identidade será preservada em todas as fases da investigação e os mesmos terão pleno direito de censura sobre os conteúdos que forneceram individualmente.

5. Riscos e Benefícios:

5.a) Riscos:

A participação na pesquisa não envolve risco físico, mas pode ocorrer algum desconforto ao responder o questionário e revelar dados pessoais, bem como ter sua voz gravada e sua imagem fotografada. Se esse desconforto se mostrar como impeditivo, o participante poderá deixar a pesquisa sem qualquer ônus.

5.b) Benefícios:

Como benefícios, há o impacto na qualidade da formação dos professores participantes da pesquisa, bem como no ensino e a aprendizagem da matemática. Além disso, acarretará em benefícios para o campo da Educação Matemática, com a investigação dos limites e possibilidades do uso do LEAM, jogos e materiais manipuláveis no ensino de matemática.

6. Critérios de inclusão e exclusão.

6.a) Inclusão:

Professores de ambos os sexos que ensinam matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental, destinando-se 5 (cinco) vagas para a rede pública e 5 (cinco) vagas para a rede privada do município de Pato Branco/PR.

6b) Exclusão: Não se aplica.

7. Direito de sair da pesquisa e a esclarecimentos durante o processo.

Você tem o direito de: a) deixar o estudo a qualquer momento e b) de receber esclarecimentos em qualquer etapa da pesquisa. Bem como, evidenciar a liberdade de recusar ou retirar o seu consentimento a qualquer momento sem penalização. Você pode assinalar o campo a seguir, para receber o resultado desta pesquisa, caso seja de seu interesse:

( ) quero receber os resultados da pesquisa (e-mail: ______________________________)

( ) não quero receber os resultados da pesquisa.

8. Ressarcimento e indenização.

Sua participação não envolve nenhum dispêndio financeiro de sua parte. No entanto você tem o direito de ser ressarcido caso comprove despesas exclusivas para a pesquisa. Você tem o direito de ser indenizado por qualquer dano comprovado decorrente da pesquisa de acordo com a Resolução 466/2012 do CNS.

ANEXO F – FOLHA DE ROSTO

Plataforma Brasil MINISTÉRIO DA SAÚDE - Conselho Nacional de Saúde - Comissão Nacional de Ética em Pesquisa – CONEP

FOLHA DE ROSTO PARA PESQUISA ENVOLVENDO SERES HUMANOS

1. Projeto de Pesquisa:
POTENCIALIDADES MATEMÁTICAS DO LEAM NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

2. Número de Participantes da Pesquisa: 10

3. Área Temática:

4. Área do Conhecimento:
Grande Área 1. Ciências Exatas e da Terra , Grande Área 7. Ciências Humanas

PESQUISADOR RESPONSÁVEL

5. Nome:
ANA PAULA WILLMS CAPRA

6. CPF: 088.577.869-35	7. Endereço (Rua, n.º): BARTOLOMEU BUENO PINHEIRINHO CASA 7 PATO BRANCO PARANA 85506140

8. Nacionalidade: BRASILEIRO	9. Telefone: 46991166747	10. Outro Telefone:	11. Email: anapaulawillms@hotmail.com

Termo de Compromisso: Declaro que conheço e cumprirei os requisitos da Resolução CNS 466/12 e suas complementares. Comprometo-me a utilizar os materiais e dados coletados exclusivamente para os fins previstos no protocolo e a publicar os resultados sejam eles favoráveis ou não. Aceito as responsabilidades pela condução científica do projeto acima. Tenho ciência que essa folha será anexada ao projeto devidamente assinada por todos os responsáveis e fará parte integrante da documentação do mesmo.

Data: 25 / 09 / 2019

Ana Paula W Capra
Assinatura

INSTITUIÇÃO PROPONENTE

12. Nome: Universidade Tecnológica Federal do Paraná	13. CNPJ: 75.101.873/0001-90	14. Unidade/Órgão:

15. Telefone: (41) 3310-4844	16. Outro Telefone:

Termo de Compromisso (do responsável pela instituição): Declaro que conheço e cumprirei os requisitos da Resolução CNS 466/12 e suas Complementares e como esta instituição tem condições para o desenvolvimento deste projeto, autorizo sua execução.

Responsável: ADILSON DA SILVEIRA CPF: 733.455.989-49

Cargo/Função: COORDENADOR - PROFMAT

Adilson da Silveira
Adilson da Silveira
SIAPE [illegible]
Coordenador do Mestrado
Profissional em Matemática em
Rede Nacional PROFMAT
UTFPR - Câmpus Pato Branco

Data: 25 / 09 / 2019

Assinatura

PATROCINADOR PRINCIPAL

Não se aplica.