



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL**

ANTONIO CARLOS RAULINO DA SILVA

**PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO: ELABORAÇÃO DE UM ROTEIRO DE
ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS SELECIONADOS PELAS ESCOLAS
PÚBLICAS DE QUIXADÁ-CE**

**QUIXADÁ – CEARÁ
2020**

ANTONIO CARLOS RAULINO DA SILVA

PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO: ELABORAÇÃO DE UM ROTEIRO DE
ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS SELECIONADOS PELAS ESCOLAS
PÚBLICAS DE QUIXADÁ-CE

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Matemática em Rede Nacional. Área de Concentração: Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Jobson de Queiroz Oliveira

QUIXADÁ – CEARÁ

2020

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

Universidade Estadual do Ceará

Sistema de Bibliotecas

Silva, Antonio Carlos Raulino da .

Probabilidade no ensino médio: elaboração de um roteiro de análise dos livros didáticos selecionados pelas escolas públicas de Quixadá-Ce [recurso eletrônico] / Antonio Carlos Raulino da Silva. - 2020

Um arquivo no formato PDF do trabalho acadêmico com 74 folhas.

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Estadual do Ceará, Centro de Ciências e Tecnologia, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Quixadá, 2020.

Área de concentração: Ensino de Matemática..

Orientação: Prof. Dr. Jobson de Queiroz Oliveira.

1. Probabilidade. 2. Escolha. 3. PNLD. 4. Matemática. I. Título.

ANTONIO CARLOS RAULINO DA SILVA

PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO: ELABORAÇÃO DE UM ROTEIRO DE
ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS SELECIONADOS PELAS ESCOLAS
PÚBLICAS DE QUIXADÁ-CE

Dissertação apresentada ao Curso de
Mestrado Profissional em Matemática em
Rede Nacional do Centro de Ciências e
Tecnologia da Universidade Estadual do
Ceará, como requisito parcial à obtenção
do título de mestre em Matemática em
Rede Nacional. Área de Concentração:
Ensino de Matemática.

Aprovada em: 29 de outubro de 2020.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Jobson de Queiroz Oliveira (Orientador)

Faculdade de Educação, Ciências e Letras do Sertão Central - FECLESC
Universidade Estadual do Ceará - UECE



Prof. Dr. Ulisses Lima Parente

Faculdade de Educação, Ciências e Letras do Sertão Central - FECLESC
Universidade Estadual do Ceará – UECE



Prof. Dr. Daniel Brandão Menezes Universidade
Estadual Vale do Acaraú - UVA

Dedico este trabalho à minha esposa,
Linéia Maciel, pelo companheirismo de
todas as horas.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelas oportunidades que me tem concedido ao longo da vida.

A todos os meus familiares, em especial, à minha mãe, Irene Raulino, pelo apoio e constantes orações a meu favor.

A minha esposa, pelo incentivo e compreensão, mesmo em meio as minhas ausências em função do curso.

Ao meu orientador, professor Dr. Jobson de Queiroz Oliveira, pela disponibilidade, orientação e estímulo, os quais tornaram mais produtiva a elaboração de minha pesquisa.

Ao professor Dr. Ulisses Lima Parente, pelo empenho em trazer para Quixadá-CE o curso de mestrado – PROFMAT.

A todos os meus colegas de curso, com os quais dividi preocupações, dúvidas, mas, também, gargalhadas, vitórias e muito companheirismo!

A todos vocês, o meu MUITO OBRIGADO! Que Deus os abençoe sempre!

“As questões mais importantes da vida são, em grande parte, nada mais do que problemas de probabilidade... A Teoria da Probabilidade nada mais é do que o cálculo do bom senso.”

(Pierre Simon Laplace)

RESUMO

Este trabalho tem o objetivo geral de propor um roteiro para análise dos livros didáticos adotados pelas escolas públicas estaduais de Ensino Médio de Quixadá-CE, precisamente em relação à probabilidade, a partir de pesquisas bibliográfica e documental. Ancora-se na compreensão de que, sendo o livro didático o principal instrumento de trabalho do professor, o processo de escolha dessas obras precisa ser qualificado, perpassado por análises das mais diferentes ordens que permitam indicar o melhor material conforme o propósito de escola e de trabalho que se deseja realizar. Para dar corpo a tal análise, foram elaboradas 05 (cinco) categorias de análise, quais sejam: 1. Probabilidade: Interpretações Clássica e Frequentista; 2. Probabilidade Condicional e o uso do diagrama de árvore e da tabela de contingência; 3. Aspectos históricos da origem da Teoria das Probabilidades; 4. Formulação de problemas matemáticos pelos alunos; 5. Aplicação da probabilidade a outras áreas do conhecimento. Na abordagem dessas categorias, foram consideradas, em especial, as contribuições do Guia do Livro Didático do PNLD, leis e documentos oficiais da educação brasileira (PCNs, PCN+, BNCC, CF, LDB, ...) e a revisão de literatura pertinente ao assunto. A pesquisa revelou que os livros em estudos ora abordam adequadamente tópicos da probabilidade, ora evidenciam ausências, incompletudes e mesmo falhas, as quais tornam imprescindível o papel do professor na articulação e uso de outros saberes e estratégias em prol da efetivação da aprendizagem com o adequado desenvolvimento do raciocínio probabilístico por parte do aluno.

Palavras-chave: Probabilidade. Escolha. PNLD. Matemática.

ABSTRACT

This work has the general objective of to propose a script for the analysis of textbooks adopted by the state public high schools from Quixadá-CE, precisely in relation to the Probability, from bibliographic and documentary research. It is anchored in the understanding that, as the textbook is the teacher's main work tool, the process of choosing these works needs to be qualified, permeated by analyzes of the most different orders that allow indicating the best material according to the purpose of school and work you want to do. To embody this analysis, 05 (five) categories of analysis were elaborated, which are: 1. Probability: Classical and Frequentist Interpretations; 2. Conditional Probability and the use of the tree diagram and the contingency table; 3. Historical aspects of the origin of the Probability Theory; 4. Formulation of mathematical problems by students; 5. Application of probability to other areas of knowledge. In addressing these categories, in particular, the contributions of the PNLD Textbook Guide, laws and official documents of Brazilian education (PCNs, PCN +, BNCC, CF, LDB, ...) and the literature review pertinent to the study were considered. The research revealed that the books in studies sometimes adequately address topics of probability, sometimes they show absences, incompleteness and even failures, which make the role of the teacher in the articulation and use of other knowledge and strategies essential for the realization of learning with the appropriate development of probabilistic reasoning by the student.

Keywords: Probability. Choice. PNLD. Mathematics.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1-	Perspectivas e Enfoques da Probabilidade em Documentos Oficiais	36
Quadro 2-	Coleções escolhidas por escolas convencionais da rede pública de ensino da cidade de Quixadá-CE	38
Quadro 3-	Probabilidade: Interpretações Clássica e Frequentista ...	48
Quadro 4-	Probabilidade Condicional e o Uso do Diagrama de Árvore e da Tabela de Contingência	51
Quadro 5-	Aspectos Históricos da Origem da Teoria das Probabilidades	54
Quadro 6-	Formulação de problemas matemáticos pelos alunos	57
Quadro 7-	Aplicação da Probabilidade a outras Áreas do Conhecimento	59

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC (EM)	Base Nacional Comum Curricular - Ensino Médio
CE	Ceará
CF	Constituição Federal
COLTED	Comissão do Livro Técnico e Livro Didático
FAE	Fundação de Assistência ao Estudante
FENAME	Fundação Nacional de Material Escolar
FNDE	Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação
HM	História da Matemática
INL	Instituto Nacional do Livro
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC	Ministério da Educação
NCSM	<i>The National Council of Supervisors of Mathematics</i>
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCN+ Ensino Médio	Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
PLIDEF	Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental
PNE	Plano Nacional de Educação
PNLD	Programa Nacional do Livro (e do Material Didático)
PNLEM	Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio
PPP	Projeto Político Pedagógico
OCN	Orientações Curriculares Nacionais
OMS	Organização Mundial de Saúde
ONU	Organização das Nações Unidas
USAID	United States Agency for International Development

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	REVISÃO DE LITERATURA	14
2.1	Livro didático – aspectos históricos	14
2.2	Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD)	19
2.2.1	Guia dos Livros Didáticos	23
2.3	Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o ensino de matemática	25
2.4	Considerações sobre a probabilidade	20
2.4.1	A probabilidade em documentos oficiais	30
2.4.2	Ensino de probabilidade	37
2.4.3	Coleções de Matemática – recortes do Guia PNLD	39
3	CATEGORIAS DE ANÁLISE	44
3.1	Probabilidade: interpretações clássica e frequentista	45
3.2	Probabilidade condicional e o uso do diagrama de árvore e da tabela de contingência	50
3.3	Aspectos históricos da origem da teoria das probabilidades	53
3.4	Formulação de problemas matemáticos pelos alunos	56
3.5	Aplicação da probabilidade a outras áreas do conhecimento	58
4	RESULTADOS	62
5	CONCLUSÃO	65
	REFERÊNCIAS	68

1 INTRODUÇÃO

“A teoria das probabilidades tornou-se tão essencial em todos os ramos da ciência, não só nas ciências físicas, mas também nas ciências biológicas e sociais, que se pode prever com alguma segurança que desempenhará um papel cada vez mais importante no ensino da matemática nos primeiros anos de escolaridade” (GARDNER, 2008, p. 129).

A citação acima expressa a relevância da probabilidade ainda nos anos iniciais de escolarização. Considerado como importante conteúdo a ser retratado desde as séries iniciais, seu aprofundamento durante toda a trajetória escolar permite ao estudante compreender e aplicar os princípios probabilísticos nas mais variadas situações do cotidiano, vinculadas a diversas áreas/ciências e a uma infinidade de práticas sociais.

Nesse contexto, há uma tessitura de saberes de grande importância, uma vez que o desenvolvimento de competências e habilidades relacionadas à aprendizagem de probabilidade amplia, sobremaneira, a compreensão de diferentes contextos, impulsionando, assim, o aprimoramento da visão crítica do aluno e o exercício da cidadania.

Assim considerada a importância da probabilidade para o desenvolvimento integral do aluno, cumpre destacar os questionamentos que motivaram este estudo: Como as coleções de livros adotados pelas escolas quixadaenses apresentam o conteúdo da probabilidade? Há inadequações ou incompletudes importantes? Que parâmetros podem ser elencados para auxiliar no processo de escolha do livro - principal recurso utilizado pelo professor em sala de aula?

O objetivo geral de propor um roteiro de análise dos livros didáticos adotados pelas escolas de Ensino Médio de Quixadá, especificamente a partir do conteúdo ‘probabilidade’, guiou esta pesquisa, que, como metodologia, utilizou as pesquisas bibliográfica e documental.

Na estruturação do trabalho, primou-se pela interligação entre os conhecimentos apresentados em cada seção, de modo a favorecer a compreensão ampla da história, política, uso, potencialidades e delimitações em que está envolto o processo de ensino e aprendizagem da probabilidade por meio do livro didático.

Na primeira seção, dedicada à revisão de literatura, são abordados os aspectos históricos do livro didático na perspectiva de evidenciar como esse importante instrumento de apoio à atuação docente tem sua escolha, distribuição e uso influenciados por aspectos ideológicos, políticos e financeiros de cada época.

A subseção seguinte apresenta o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), com considerações sobre o processo de escolha desse material didático, contemplando também o Guia dos Livros Didáticos, com ênfase nas recomendações que traz sobre o processo de escolha do livro de Matemática.

Posteriormente, aborda-se um importante documento da educação brasileira: a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) Ensino Médio, com destaque para as competências específicas da área de Matemática e suas tecnologias.

Considerações sobre a probabilidade dão sequência à exposição com a abordagem da inserção desse conteúdo em documentos oficiais (PCNs, PCNEM, PCN+, OCN, BNCC) e no processo de ensino escolar.

Encerrando a primeira seção, adentra-se mais diretamente no objeto da presente investigação ao identificar as coleções de matemática adotadas pelas escolas regulares de Ensino Médio na cidade de Quixadá-CE, apresentando as considerações do Guia do PNLD sobre cada uma delas.

A segunda seção, por sua vez, aborda as categorias de análise formuladas por este autor no intuito de investigar minuciosamente como a probabilidade é apresentada em cada coleção adotada pelas escolas quixadaenses. São 05 (cinco) categorias: Probabilidade: Interpretações Clássica e Frequentista; Probabilidade Condicional e o Uso do Diagrama de Árvore e da Tabela de Contingência; Aspectos Históricos da Origem da Teoria das Probabilidades; Formulação de problemas matemáticos pelos alunos; Aplicação da probabilidade a outras áreas do conhecimento.

Após essa exposição, apresentam-se os Resultados da pesquisa, oportunidade em que os principais achados da investigação vêm acompanhados de algumas recomendações, especialmente em relação à importância do protagonismo docente.

No Conclusão, por fim, registram-se as muitas nuances envolvidas no processo de escolha do material didático, as quais, por serem de diversas ordens, tornam imprescindível a compreensão do processo educativo em toda a sua complexidade, integralidade e valor!

2 REVISÃO DE LITERATURA

O livro, isto é, o ato de fala impresso, constitui igualmente um elemento da comunicação verbal. Ele é objeto de discussões ativas sob a forma de diálogo e, além disso, é feito para ser apreendido de maneira ativa, para ser estudado a fundo, comentado e criticado no quadro do discurso interior, sem contar as reações impressas, institucionalizadas, que se encontram nas diferentes esferas da comunicação verbal. [...] (BAKHTIN, 1992, p.123).

2.1 Livro didático – aspectos históricos

O livro didático tem seu uso e relevância amplamente consolidados no cenário educacional brasileiro. A prática da maioria dos professores revela, inclusive, que o livro se tornou a principal referência-recurso para ministrar suas aulas (FREITAS; RODRIGUES, 2008).

Ao abordar este importante material didático impresso, cumpre, inicialmente, retomar a clássica definição de Lopes (2007) *apud* Coelho (2015, p. 58-59), segundo a qual o livro didático é “... uma versão didatizada do conhecimento para fins escolares e/ou com o propósito de formação de valores”, os quais refletem concepções de conhecimentos, valores, identidades e visões de mundo. Essas considerações vão ao encontro do que revela a origem e uso do livro didático ao longo das décadas, como adiante se expõe.

A origem do livro didático é tema sobre o qual há diferentes posicionamentos. Há, por exemplo, a defesa de que seu surgimento ocorreu no século XIX, com a finalidade de complementar os ensinamentos dos Livros Sagrados, em especial, da Bíblia, como propõem Oliveira *et al.* (1984), *apud* Michel (s/d).

Outra corrente há cuja defesa centra-se na ideia de que o livro didático sempre fez parte da cultura escolar, mesmo antes da invenção da imprensa. Veja-se:

Sua origem está na cultura escolar, mesmo antes da invenção da imprensa no final do século XV. Na época em que os livros eram raros, os próprios estudantes universitários europeus produziam seus cadernos de textos. Com a imprensa, os livros tornaram-se os primeiros produtos feitos em série e, ao longo do tempo a concepção do livro como “fiel depositário das verdades científicas universais” foi se solidificando. (GATTI JÚNIOR, 2004, p. 36, *apud* MICHEL, s/d).

Independente das discordâncias que cercam a origem do livro didático, o que seguramente se pode afirmar é que, quer portador de ‘verdades’, quer como instrumento complementar do ensino, esse material é, hoje, de grande relevância para o trabalho escolar, seja como instrumento de perpetuação do *status quo*, seja como elemento a partir do qual as ‘verdades’ podem ser contestadas.

Trazendo a discussão para o cenário brasileiro, cumpre destacar a criação do Instituto Nacional do Livro – INL, por meio do qual se oficializou o surgimento do livro didático em 1929. Contudo, somente em 1934, no governo do Presidente Vargas, o INL iniciou, de fato, a elaboração de um dicionário nacional e de uma enciclopédia.

Em 1938, Gustavo Capanema, então Ministro da Educação e Saúde, sugeriu a criação de um decreto-lei para fiscalizar a elaboração do livro didático, como meio de controle estatal das informações que chegariam às escolas.

O ministro do Ministério Educação e Saúde, Gustavo Capanema, durante o Estado Novo brasileiro, sugeriu a Getúlio Vargas a criação de decreto-lei para fiscalizar a elaboração dos livros didático [sic]. A comissão foi criada em 1938 e ‘estabelecia que, a partir de 1º de janeiro de 1940, nenhum livro didático poderia ser adotado no ensino das escolas pré-primárias, primárias, normais, profissionais, e secundárias no país sem a autorização prévia do Ministério da Educação e Saúde’. (FERREIRA, 2008, p. 38).

Criou-se, assim, por meio do Decreto-Lei n.º 1.006, de 30 de dezembro de 1938, a Comissão Nacional do Livro Didático, por meio da qual os conteúdos foram regulados, implicando, por assim dizer, em mudanças consideráveis no mercado editorial brasileiro de livros didáticos.

Como esclarecem Miranda e Luca (2004, p. 124), a essa Comissão cabia estabelecer as regras para a produção, compra e utilização do livro didático. Assim, dentre suas atribuições, destacam-se: analisar os materiais didáticos propostos por autores e editores, orientar os professores na escolha desses materiais a partir de lista oficial de livros aprovados, além de estimular e orientar a produção de livros.

A Comissão Nacional do Livro Didático era composta por intelectuais, professores, padres e militares, que, segundo Ferreira (2008, p. 16) eram escolhidos por Gustavo Capanema, “não de forma aleatória, mas organizada de acordo com as possibilidades do Ministério”.

Ampliando a leitura do viés ideológico subjacente à criação da Comissão, Luca (2009) *apud* Matos (2012), afirma que, ao instituir a Comissão, o governo visava à articulação de mudanças no campo educacional iniciadas em 1931 com a chamada

Reforma Francisco Campos, que estabeleceu novas bases para o sistema de ensino do país como um todo, e que teve continuidade com a Lei Orgânica do Ensino Secundário, de 1942.

Com a implantação do Regime Militar, na década de 1960, o cenário educacional brasileiro foi marcado pela desmobilização do magistério, pela privatização do ensino e repressão, inserindo, nos currículos escolares, a partir dessas bases, ideais da doutrina de segurança nacional. Nesse contexto, a intervenção do estado nos assuntos sobre o livro didático se ampliou fortemente.

Bezerra e Luca (2006, p. 30) *apud* Michel (s/d) analisam que

Em 1966, sob a égide da ditadura militar foi criada a Comissão do Livro Técnico e Livro Didático (COLTED), cuja função era coordenar a produção, edição e distribuição do livro didático. Para assegurar recursos governamentais, contou-se com o financiamento proveniente do acordo MEC – USAID (United States Agency for International Development). O aporte de recursos públicos garantiu a continuidade do livro didático que, a partir de então, ocupou lugar relevante nas preocupações do Estado brasileiro que, mais uma vez, pretendia ter o controle sobre o que e como se ensinava.

Na mesma década, por meio da Lei nº 5327/67, foi criada a Fundação Nacional de Material Escolar (FENAME), cuja finalidade estava expressa em seu Art. 3º: “A Fundação Nacional de Material Escolar terá por finalidade a produção e distribuição de material didático de modo a contribuir para a melhoria de sua qualidade, preço e utilização.” (BRASIL, 1967, s/p).

Em 1971, o INL, ao assumir as funções anteriormente atribuídas à COLTED, criou o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (PLIDEF). Filgueiras (s/d), citando Oliveira *et al.* (1984), esclarece que a extinção da COLTED ocorreu em virtude de seu envolvimento em escândalos com transportadoras e empresas que montariam as bibliotecas nas escolas.

A extinção do INL ocorreu em 1976, ocasião em que a FENAME se tornou responsável pelo programa do livro didático. “A Fename mesclava, assim, a função de produtora de livros didáticos e financiadora do mercado editorial privado. Com tal fusão, a Fename tornou-se uma das mais importantes instituições no âmbito educacional do MEC.” (FILGUEIRAS, s/d, p.12).

É importante ressaltar que nos contextos das décadas de 1960 e 1970, o controle governamental sobre os temas abordados nos livros didáticos se tornou ainda mais flagrante, como expõe Miranda e Luca (2004, s/p):

A questão da compra e distribuição de livros didáticos recebeu tratamento específico do poder público em contextos diferenciados — 1966, 1971 e 1976 —, todos marcados, porém, pela censura e ausência de liberdades democráticas. De outra parte, esse momento foi marcado pela progressiva ampliação da população escolar, em um movimento de massificação do ensino cujas consequência [sic], sob o ponto de vista da qualidade, acabariam por deixar marcas indelévels no sistema público de ensino e que persistem como o seu maior desafio.

As autoras enfatizam também que os governos militares concederam incentivos fiscais ao setor editorial e parque gráfico brasileiros, consolidando relações de caráter político-ideológico entre Estado e agentes culturais. Dessa forma, o uso do livro didático, de distribuição massificada, serviu como instrumento de repressão e contenção do Estado.

É também nesse período (1970) que surgem resistências e críticas ao livro didático, intensificadas na década seguinte, sobretudo porque as obras passaram a ser vistas como tecnologia pouco adequada a processos efetivos de aprendizado, resultado de interesses econômicos envolvidos em sua produção e comercialização ou como instrumento de controle sobre o trabalho docente e sobre o currículo (BATISTA, 2003, *apud* TAGLIANI, 2011).

Em âmbito mais pedagógico-metodológico propriamente dito, Tolentino-Neto (2003) afirma que as críticas ao livro didático começaram a ser difundidas ainda na década de 1960, época em que as denúncias da falta de qualidade dos livros centravam-se em “desatualização das informações e a veiculação de ideologias e preconceitos, bem como acentuadas deficiências metodológicas” (p. 09).

Todavia, nos anos de 1980, a redemocratização do Brasil modificou radicalmente a história do país, trazendo implicações diretas para o cenário escolar e, por óbvio, para a política governamental do livro didático.

Em 1983, a FENAME foi incorporada pela Fundação de Assistência ao Estudante (FAE) e em 1985, o PLIDEF foi substituído pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). O Decreto nº 91.542, de 19/8/85 estabeleceu, nesse processo de mudança: a) Indicação do livro didático pelos professores; b) Reutilização do livro, implicando a abolição do livro descartável e o aperfeiçoamento das especificações técnicas para sua produção, visando maior durabilidade e possibilitando a implantação de bancos de livros didáticos; c) Extensão da oferta aos alunos de 1ª e 2ª série das escolas públicas e comunitárias; d) Fim da participação financeira dos estados,

passando o controle do processo decisório para a FAE e garantindo o critério de escolha do livro pelos professores (BRASIL, 1985).

Miranda e Luca (2004, p. 126) afirmam que “a partir desse momento, progressivamente foram sendo incluídas no programa as distintas disciplinas componentes do currículo escolar e o programa foi se delineando no sentido de incorporar os professores no processo de escolha dos livros didáticos”.

Além disso, entre o final da década de 1980 e início de 1990, observa-se a renovação dos livros didáticos. Conforme Gatti Júnior (2004, p. 106), *apud* MICHEL S/D), essa mudança

Possibilita a melhoria do padrão estético dos mesmos. O uso das cores é uma marca dos livros destinados ao ensino fundamental, em que existem mais ilustrações, boxes e outros recursos de edição e formatação do texto. Os livros destinados ao ensino médio eram à época mais despojados que os primeiros. Neles, o privilégio sempre esteve no texto escrito e não nos filigranas e ilustrações.

A ênfase na qualidade dos livros didáticos também pôde ser observada no ano de 1993 por meio da criação do Plano Decenal de Educação para Todos, cujas prioridades estavam ligadas, segundo Bezerra e Luca (2006), à: necessidade da melhoria qualitativa dos livros didáticos; capacitação adequada do professor para avaliar e selecionar os livros; implementação de uma nova política para os livros didáticos no Brasil.

Tem-se, portanto, significativas mudanças decorrentes das concepções democráticas que marcaram o Brasil a partir da década de 1980, cujos reflexos alteraram sobremaneira, a concepção, o uso e a distribuição do livro didático. Nesse contexto, a criação do PNLD se inscreve como relevante política para as escolas públicas do país e assim o é até os dias de hoje.

2.2 Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD)

[...] as discussões em torno de um objeto de estudo como o Livro Didático só farão sentido se, de alguma forma, considerarmos o momento sócio-histórico de que participamos e as práticas sociais e escolares que realizamos, bem como se reconhecerem o papel essencial desempenhado pela escola na formação para a cidadania do sujeito letrado, que vocalize direitos. (COSTA; MARCUSCHI, 2005, p. 07).

O Decreto nº 9099, de 18 de julho de 2017, alterou a denominação do então Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) para Programa Nacional do Livro e do Material Didático, mantendo, contudo, a mesma sigla – PNLD, em virtude da distribuição de livros literários que passaram a ser de sua incumbência.

Sob a responsabilidade do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), sua operacionalização compreende ações voltadas para a distribuição gratuita e sistemática de obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio à prática educativa, destinados aos alunos e professores das escolas públicas de educação básica do País (BRASIL, 2019).

Cabe ao FNDE, na execução do Programa

- I - organizar e apoiar a inscrição de obras e dos titulares de direito autoral ou de edição;
- II - analisar a documentação e proceder à habilitação dos titulares de direito autoral ou de edição;
- III - realizar a análise de atributos físicos das obras, diretamente ou por meio de instituição conveniada ou contratada para este fim;
- IV - apoiar o processo de escolha ou montagem dos acervos e compilar seus resultados;
- IV - realizar a negociação de preços e formalizar os contratos de aquisição;
- V - acompanhar a distribuição das obras;
- VI - realizar o controle de qualidade da produção dos materiais de acordo com as especificações contratadas;
- VII - Realizar o monitoramento, para fins de verificação da efetividade do Programa junto às Redes de Ensino;
- VIII - Prestar Assistência Técnica aos entes participantes do PNLD. (BRASIL, 2019, s/p).

Pelo exposto, compreende-se que o FNDE tem grande responsabilidade num processo que engloba da aquisição à pós-distribuição das obras. Cabe ainda frisar que a participação no Programa se dá mediante Termo de Adesão assinado por dirigentes das redes de ensino municipal, estadual, distrital e das escolas federais,

por meio do qual manifestam interesse em receber os materiais do Programa e comprometem-se a executar as ações a ele inerentes, conforme a legislação.

No arcabouço legal, convém, no contexto dado, recorrer às contribuições de Höfling (2000, p. 159-160), que aponta o PNLD como “estratégia de apoio à política educacional implementada pelo Estado brasileiro com a perspectiva de suprir uma demanda que adquire caráter obrigatório”, determinada a partir da Constituição Federal de 1988 (CF/1988, s/p), que destaca:

“o dever do Estado com a educação será efetivado mediante a garantia de (...) VII – atendimento ao educando no ensino fundamental, através de programas suplementares de material didático-escolar, transporte, alimentação e assistência à saúde”. (*grifo nosso*)

Para além da garantia da distribuição gratuita do livro didático, fez-se necessária a avaliação da qualidade das obras inscritas para o PNLD. Assim, em 1996, inicia-se o processo de avaliação pedagógica desses materiais, trazendo como consequência a publicação do primeiro “Guia de Livros Didáticos” de 1ª a 4ª série. Estavam postas, a partir de então, as bases para o atual programa do PNLD.

No ano seguinte - 1997 -, a responsabilidade pela política de execução do PNLD foi transferida, integralmente, para o FNDE, programa que foi ampliado até atingir todas as séries e componentes curriculares.

No entanto, somente em 2003, o Ministério da Educação, via Resolução/MEC/FNDE nº 38, de 15 de outubro de 2003, criou o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM), com a função de

Art. 1º - Prover as escolas do ensino médio das redes estadual, do Distrito Federal e municipal de livros didáticos de qualidade, para uso dos alunos, abrangendo os componentes curriculares de Português e Matemática por meio do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio – PNLEM.¹

A referida Resolução, em seu Art. 2º, determina que o PNLEM, em seu Projeto-Piloto (2005 – 2007), obedecerá, dentre outros critérios, que

I. o atendimento será realizado de forma progressiva aos alunos de 1ª, 2ª e 3ª séries, matriculados em escolas públicas, onde será implantada a escola

¹ Resolução nº 38, de 15.10.2003. MEC/FNDE. Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio.

básica ideal, além dessas, naquelas localizadas nas regiões norte e nordeste, prioritariamente.²

A partir de 2005, o Governo Federal se propôs a ampliar a aquisição e distribuição de livros didáticos para o ensino médio, incluindo, gradativamente, a cobertura de todos os alunos dos demais estados da federação, como também as demais séries e disciplinas que compõem o currículo do ensino médio. Assim, em 2005, o Programa comprou e distribuiu obras didáticas de Língua Portuguesa e Matemática (utilização em 2006) para os alunos de 1ª a 3ª séries das escolas de ensino médio público de todas as regiões do Brasil.

Nos anos de 2007, 2008 e 2009, o processo de ampliação do Programa Nacional de Livros para o Ensino Médio teve continuidade com a inclusão de obras referentes às disciplinas de Biologia, História, Química, Geografia e Física.

Na edição do PNLEM de 2012, o Ministério da Educação, finalmente, concluiu a pretendida universalização do atendimento aos alunos do ensino médio das escolas públicas brasileiras, com a aquisição e distribuição de obras didáticas para mais quatro disciplinas que compõem a base nacional comum do currículo do ensino médio: Filosofia, Sociologia, Língua Estrangeira Moderna (Inglês) e Língua Estrangeira (Espanhol), ficando para a expansão seguinte a cobertura com livros didáticos dos componentes curriculares Arte e Educação Física.

É também no ano de 2012, que, por meio da Resolução/CD/FNDE nº 42, de 28 de agosto de 2012, a qual dispõe sobre o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) para a Educação Básica, que se determina mútua cooperação entre FNDE, secretarias, escolas e professores, especificamente em relação à execução do Programa. Destaca-se, aqui, que às escolas compete, dentre outras determinações, o dever de

(...) b) viabilizar a escolha dos livros didáticos com a efetiva participação de seu corpo docente e dirigente, registrando os títulos escolhidos (em primeira e segunda opção, de editoras diferentes) e as demais informações requeridas no sistema disponibilizado pelo FNDE na internet, conforme as orientações especificadas; (...) (s/p).

² *Ibidem*, s/p.

E aos professores, imputa-se o dever de participar do processo de escolha dos títulos para a respectiva escola, dentre aqueles relacionados no guia de livros didáticos disponibilizado pelo FNDE.

Às secretarias de educação, pelo mesmo Decreto, compete, em linhas gerais, a orientação e monitoramento do processo de escolha pela escola; o apoio à distribuição das obras, bem como ao seu remanejamento; orientação e acompanhamento do adequado descarte de livros após o prazo trienal de utilização.

O Decreto nº 9.099, de 18 de julho de 2017, modificou o processo de escolha do livro didático ao possibilitar que as Secretarias de Educação, em decisão conjunta com as escolas de sua rede de ensino, optem pela unificação ou não dos materiais que serão distribuídos pelo Programa, sem impedir que cada escola beneficiária do PNLD continue registrando suas escolhas individualmente (BRASIL, 2017).

Pela nova legislação, as redes de ensino deverão optar por um dos três modelos de escolha:

1. **Material único para cada escola:** cada escola irá realizar sua própria escolha individualmente e receberá o material escolhido pelo seu corpo docente.
2. **Material único para cada grupo de escolas:** a rede de ensino irá definir um grupo específico de escolas que fará uma escolha única e utilizará o mesmo material didático. O material a ser adotado será o mais escolhido dentre as escolas pertencentes ao grupo de escolas definido pela rede de ensino.
3. **Material único para toda a rede:** a escolha da rede de ensino será unificada e TODAS as escolas da rede utilizarão o mesmo material. O material a ser adotado será o mais escolhido dentre as escolas pertencentes à rede de ensino. (BRASIL, 2017, s/p).

Conforme o próprio Ministério da Educação, “independente do modelo adotado pela rede, a opinião dos professores continua tendo importância fundamental na escolha dos livros. A seleção dos materiais deve ser estabelecida de forma democrática e autônoma pelas escolas” (BRASIL, 2019, s/p).

A abrangência e importância do Programa remetem, nesse escopo, ao que já asseverava Fernandes (2011, p. 02):

“O PNLD é um programa de referência para a compreensão do processo de redemocratização brasileira, no campo da política educacional, posto que vem atravessando todos os governos nos últimos 25 anos da história da educação brasileira”.

Como é possível observar, o PNLD vem se transformando e modificando, consideravelmente, a função e uso do livro didático. Entre rupturas e continuidades, o Programa resiste e, a despeito de eventuais falhas identificáveis ainda nos dias de hoje, há que se reconhecer, como alerta Bagno (2007), a boa qualidade do material didático que circula no país.

Consagrado, portanto, na cultura escolar brasileira, o livro didático “tem assumido a primazia entre os recursos didáticos utilizados na grande maioria das salas de aula do Ensino Básico” (SILVA, 2012, p. 806).

É necessário também reconhecer que, dadas as dimensões territoriais e a diversidade socioeconômica e cultural do Brasil, “há lugares em que o [livro] didático é o único livro a que algumas pessoas têm acesso na vida” (CASSIANO, 2017, p. 87).

O PNLD apresenta em site próprio³, sugestões que podem orientar os professores no processo de escolha do livro didático, na perspectiva de torná-lo bem-sucedido. Para tanto, defende que as coleções desempenhem determinadas funções, a saber: a) Fornecer informação científica e geral; b) oferecer formação pedagógica diretamente relacionada ao componente curricular em questão; c) auxiliar no desenvolvimento das aulas sem retrain a autonomia docente; d) subsidiar a avaliação dos conhecimentos, habilidades e atitudes a serem construídos no processo de ensino-aprendizagem; e) contribuir para a operação de práticas interdisciplinares na escola; f) disponibilizar um bom Manual do Professor.

Para aprofundar a compreensão da política de escolha do livro didático atualmente em vigor, é fundamental, nesse ponto da discussão, trazer considerações sobre o Guia dos Livros Didáticos, especificamente, no que se refere à disciplina de Matemática – Ensino Médio, foco da presente pesquisa.

2.2.1 Guia dos Livros Didáticos

O PNLD, como política pública, tem refletido a concepção vigente em relação ao livro didático, acoplando a si outros materiais que permitam o fortalecimento do Programa, a exemplo do Guia de Livros Didáticos.

Em 1996, foi publicado o primeiro “Guia de Livros Didáticos”. Nele, os livros de 1^a a 4^a séries inscritos para o PNLD foram submetidos à análise pedagógica na

³ A ESCOLHA DAS OBRAS. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/pnld-2018/>. Acesso em: 03 de jan. de 2020.

perspectiva de auxiliar os professores na escolha dos livros didáticos. Essa iniciativa foi aperfeiçoada ao longo dos anos e é utilizada até hoje. Os livros que apresentam erros conceituais, indução a erros, desatualização, preconceito ou discriminação de qualquer tipo são excluídos do Guia do Livro Didático (BRASIL, 2019).

Avaliados a cada três anos, os livros recomendados passam a integrar o Guia de Livros Didáticos. Vale dizer que essa avaliação pedagógica dos livros didáticos se tornou “um filtro entre os produtores do livro e seu mercado (BATISTA; ROJO; ZÚÑIGA, 2005, p. 51, *apud* ALBUQUERQUE; FERREIRA, 2019)”, contribuindo, dentre outros aspectos, com a qualidade desse material didático.

Atualmente, a estrutura do Guia de Livro Didático traz, dentre outros elementos, considerações gerais sobre os componentes curriculares, princípios e critérios de avaliação das obras, as coleções aprovadas e suas respectivas resenhas.

Em relação à Matemática, especificamente, defende que o ensino desse componente curricular deve capacitar os estudantes, dentre outros, para:

- planejar ações e projetar soluções para problemas novos, que exijam iniciativa e criatividade;
- compreender e transmitir ideias matemáticas, por escrito ou oralmente, desenvolvendo a capacidade de argumentação;
- interpretar matematicamente situações do dia a dia ou do mundo tecnológico e científico e saber utilizar a Matemática para resolver situações-problema nesses contextos;
- avaliar os resultados obtidos na solução de situações-problema;
- (...)
- utilizar os conceitos e procedimentos estatísticos e probabilísticos, valendo-se, entre outros recursos, da combinatória;
- estabelecer relações entre os conhecimentos nos campos de números, álgebra, geometria e estatística e probabilidade, para resolver problemas, passando de um desses quadros para outro, a fim de enriquecer a interpretação do problema, encarando-o sob vários pontos de vista. ⁴

Ainda em relação à Matemática, o Guia determina que os livros didáticos devem atender, obrigatoriamente, aos seguintes requisitos:

1. incluir todos os campos da Matemática escolar, a saber, números, álgebra, geometria e estatística e probabilidade;
2. privilegiar a exploração dos conceitos matemáticos e de sua utilidade para resolver problemas;
3. apresentar os conceitos com encadeamento lógico, evitando: recorrer a conceitos ainda não definidos para introduzir outro conceito, utilizar-se de definições circulares, confundir tese com hipótese em demonstrações matemáticas, entre outros;

⁴ PNLD 2018: Matemática - Guia de Livros Didáticos – Ensino Médio, p. 11. Ministério da Educação. Brasília: MEC.

4. propiciar o desenvolvimento, pelo estudante, de competências cognitivas básicas, como: observação, compreensão, argumentação, organização, análise, síntese, comunicação de ideias matemáticas, memorização, entre outras.⁵

No que diz respeito à seleção de conteúdos, o Guia traz, no campo de estatística e probabilidade, especificamente deste último, conteúdo de interesse desta investigação, foco no conceito clássico de probabilidade; probabilidade condicional; eventos dependentes e independentes e, eventualmente, relações entre estatística e probabilidade.

Além do Guia, cabe destacar a Base Nacional Comum Curricular na Etapa do Ensino Médio (BNCC-EM), de 17 de dezembro de 2018, que, no Art. 16 da Resolução nº 4, estabelece que “Os programas e projetos pertinentes ao MEC devem ser alinhados à BNCC-EM, em até 1 (um) ano após sua publicação.”

Por conseguinte, o documento tem implicações diretas no PNLD. Inclusive, as competências e habilidades elencadas na Base serão referências importantes na proposta para o PNLD 2021. Veja-se o Art. 17 dessa norma jurídica:

Art. 17. O PNLD - Programa Nacional do Livro Didático deve atender o instituído pela BNCC-EM, respeitando a diversidade de currículos, construídos pelas diversas instituições ou redes escolares, sem uniformidade de concepções pedagógicas. (BRASIL, 2018, s/p).

A BNCC é, portanto, mais um documento oficial que enfatiza o livro didático, notadamente no que se refere à necessidade de que esse importante material esteja alinhado às atualizações das políticas públicas educacionais do país.

2.3 Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o ensino da matemática

[...] o ensino da matemática, assim como todo ensino, contribui (ou não) para as transformações sociais não apenas através da socialização do conteúdo matemático, mas também através de sua dimensão política que é intrínseca a essa socialização.” Trata-se da dimensão política contida na própria relação entre o conteúdo matemático e a forma de sua transmissão-assimilação. (DUARTE, 1897, p. 78).

⁵ *Ibidem*, p. 14.

A Base Nacional Comum Curricular na Etapa do Ensino Médio (BNCC-EM) foi instituída pela Resolução nº 4, de 17 de dezembro de 2018, completando, assim, a abrangência a toda Educação Básica, constituída pela Educação Infantil e Ensinos Fundamental e Médio.

O Ministério da Educação esclarece que a BNCC

é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). (BRASIL, 2018, p. 07).

Outro marco legal que embasa a BNCC é a *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB)*, de 1996, que em seu Art. 26, determina:

os currículos da Educação Infantil, do Ensino Fundamental e do Ensino Médio devem ter base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e em cada estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e dos educandos. (BRASIL, 1996, p. 11).

Os fundamentos pedagógicos da BNCC estão voltados ao desenvolvimento de competências e indicam o que os alunos devem “saber” (considerando a constituição de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores) e, em especial, o que devem “saber fazer” (considerando a mobilização desses conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho). (BRASIL, 2018, p. 13)

Há, na BNCC, competências específicas para cada área do conhecimento, as quais estão relacionadas a um conjunto de habilidades. Nesse contexto,

O conjunto das competências específicas e habilidades definidas para o Ensino Médio concorre para o desenvolvimento das competências gerais da Educação Básica e está articulado às aprendizagens essenciais estabelecidas para o Ensino Fundamental. Com o objetivo de consolidar, aprofundar e ampliar a formação integral, atende às finalidades dessa etapa e contribui para que os estudantes possam construir e realizar seu projeto de vida, em consonância com os princípios da justiça, da ética e da cidadania.⁶

⁶ Base Nacional Comum Curricular (BNCC), 2018, p. 471. Ministério da Educação. Brasília: MEC.

Com relação à estrutura, cabe esclarecer que na BNCC, o Ensino Médio se organiza em quatro áreas de conhecimento, dentre as quais a que aqui interessa é a Matemática.

No Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem consolidar os conhecimentos desenvolvidos na etapa anterior e agregar novos, ampliando o leque de recursos para resolver problemas mais complexos, que exijam maior reflexão e abstração. Também devem construir uma visão mais integrada da Matemática, da Matemática com outras áreas do conhecimento e da aplicação da Matemática à realidade.⁷

Na perspectiva de desenvolver o pensamento matemático, a BNCC destaca Aritmética, Álgebra, Geometria, Probabilidade e Estatística, Grandezas e Medidas, tendo como pilar desses campos, as ideias de variação e constância; certeza e incerteza; movimento e posição; relações e inter-relações. Enfatiza, nesse contexto, a inter-relações entre a Estatística e a Probabilidade, a Álgebra e a Geometria, a título de exemplificação.

Em seu Art.11, a Base apresenta as competências específicas das áreas de conhecimento e suas tecnologias no Ensino Médio, que, em Matemática e suas tecnologias, são:

- a) Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, quer sejam atividades cotidianas, quer sejam fatos das Ciências da Natureza, Humanas ou Sociais, em relação a questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgadas por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
- b) Propor e/ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os de situações de saúde, sustentabilidade, além dos relacionados a implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
- c) Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
- d) Compreender e utilizar, com flexibilidade, fluidez e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
- e) Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (BRASIL, 2018, p. 531).

⁷ *Ibidem*, p. 470.

Pelo exposto, resta evidente a necessidade de alinhamento de programas e demais documentos oficiais, na perspectiva de assegurar a oferta qualificada da educação para todos. Nesse escopo, observa-se o caráter de complementaridade entre as diversas iniciativas da política pública educacional, que, à revelia de falhas e problemas em seus desenhos, execuções ou monitoramento, embasa a produção dos materiais que chegam às escolas brasileiras.

Compreender esse cenário é essencial para que as abordagens presentes nesta investigação sobre a matemática e especificamente sobre ‘Probabilidade’ estejam adequadamente contextualizadas.

2.4 Considerações sobre a probabilidade

Terei que correr o sagrado risco do acaso. E substituirei o destino pela probabilidade. (CLARICE LISPECTOR, 1986, p. 17).

Nesta seção, as discussões terão como finalidade maior a apresentação do tema central da presente pesquisa, a saber: Probabilidade. Será também analisado como esse importante conteúdo da matemática se inscreve em programas e documentos oficiais da educação pública brasileira.

A palavra probabilidade deriva do Latim *probare* (provar ou testar). Utilizada para referir-se a circunstâncias em que os fatos são incertos ou duvidosos, cabe destacar que os estudos relativos a esse assunto trouxeram mudanças significativas para a sociedade de outrora, que, na ausência de interpretação matemática de eventos, creditava aos deuses sua ocorrência, como elucida Coutinho (2007, p. 51):

Os povos que viviam na Mesopotâmia ou no Egito Antigo associavam a ideia do acaso às intervenções divinas ou sobrenaturais. Referimo-nos aqui às práticas de consulta de presságios ou às predições das pitonisas a fim de prever o futuro e interpretar a vontade dos deuses.

No entanto, as interferências divinas nos eventos futuros cederam espaço, pouco a pouco, à concepção moderna de risco, cujas bases firmaram-se no sistema de numeração indo-arábico e, durante o Renascimento, “as pessoas se libertaram das restrições do passado e desafiaram abertamente as crenças consagradas.” (BERNSTEIN, 1997, p. 03).

Fato importante que marcou esse novo cenário foi o desafio lançado pelo cavaleiro de Méré, francês afeito a jogos e à matemática, a Blaise Pascal, a quem caberia decifrar um enigma:

A pergunta era como dividir as apostas de um jogo de azar entre dois jogadores, que foi interrompido quando um deles estava vencendo. O enigma confundira os matemáticos desde sua formulação... Pascal pediu ajuda a Pierre de Fermat, advogado que também era brilhante matemático. O resultado de sua colaboração foi pura dinamite intelectual. O que poderia parecer uma versão do século XVII do jogo da Busca Trivial levou à descoberta da teoria das probabilidades, o núcleo matemático do conceito de risco (BERNSTEIN, 1997, p. 3)".

Assim, deu-se início à difusão da tomada de decisões e o estabelecimento de previsões tendo como base os números. No contexto dado, é imprescindível destacar também os estudos de Girolamo Cardano.

De *Ludo Aleae* (1663), de Cardano, é a primeira obra que trata de probabilidade. Elaborado a partir do desenvolvimento da análise combinatória, o livro alavancou o cálculo de possibilidades com a observação das regularidades dos resultados. Dessa forma, o azar passou a ser concebido como probabilidade.

Coutinho (2007), ao abordar aspectos históricos e as contribuições de Cardano, afirma que este, considerado o 'pai da probabilidade', gostava de jogos de azar e que, guiado por seus estudos sobre esse assunto, passou a ganhar muitas apostas.

É de Cardano a definição formal de probabilidade: quociente entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis. Embora não tenha produzido teoremas, seus estudos juntam-se aos de outros matemáticos que se dedicaram ao estudo da aleatoriedade de certos eventos, como Pacioli (1445-1517), Tartaglia (1500-1557) e Galileu (1554-1642), que tal como Cardano, limitaram-se a resolver problemas concretos, com dados estritamente numéricos, como expõe Tomaz (2011). Para este autor, a Teoria da Probabilidade começou a existir, de fato, após os estudos de Pascal (1623-1662) e Fermat (1601-1665).

No entanto, Christiaan Huygens foi o primeiro a dar um tratamento científico à probabilidade, cabendo a Jakob Bernoulli - com a *Arte da Conjectura* - e Abraham de Moivre - com a *Doutrina da Probabilidade* - tratá-la como sendo um ramo da matemática (ANDRADE, 2017).

Porém, muito tempo depois, precisamente em 1812, Laplace definiu a probabilidade com rigor matemático, na sua obra *Théorie Analytique des Probabilités*, sendo considerado o autor dessa concepção.

Assim, os estudos probabilísticos ganharam importante notabilidade, fazendo emergir diferentes concepções e interpretações para a sua aplicabilidade, na perspectiva de analisar matematicamente e em diversos contextos, eventos incertos e duvidosos.

2.4.1 A probabilidade em documentos oficiais

A relevância dos estudos probabilísticos no ambiente escolar, em seus mais variados níveis de ensino, é defendida por vários pesquisadores e educadores. Seja de modo introdutório nas séries iniciais, seja com as necessárias complementações e aprofundamentos no Ensino Médio ou até mesmo na formação de professores, o estudo da probabilidade traz consideráveis ganhos de aprendizagem que estão muito além do estudo desse conteúdo em si mesmo.

Trompler (1982), *apud* Hurtado; Costa (1999, s/p) defende que:

o ensino de probabilidade em ciclos anteriores à graduação é de fundamental relevância porque representa uma maneira de pensar, desconhecida em outros ramos da matemática, embora subjacente em todas as ciências experimentais. Confronta o estudante com resultados menos absolutos do que este está acostumado, mostra que ele pode conduzir um rigoroso raciocínio mesmo sabendo que está cometendo erros e o ensina a como enfrentar tais erros. Humaniza a matemática pela ligação a problemas do cotidiano, já que relaciona ciências experimentais, naturais, econômicas e sociais de todos os tipos, como ferramentas de trabalho, à matemática.

Na esteira dessa compreensão, Lopes (2008) defende que o estudo da Probabilidade (e da Estatística) contempla ainda a formação cidadã do estudante, pois a matemática deve ser abordada não só em função dos números, mas em relação aplicabilidade-leitura crítica das informações, dados e previsões que lhe são apresentadas no cotidiano, por exemplo.

Dessa forma, faz-se necessário que a escola proporcione ao estudante, desde os primeiros anos da escola básica, a formação de conceitos que o auxiliem no exercício de sua cidadania. Entendemos que cidadania também seja a capacidade de atuação reflexiva, ponderada e crítica de um indivíduo em seu grupo social. (LOPES, 2008, p. 60).

A autora acrescenta ainda, especificamente em relação ao ensino da probabilidade, que “[...] é importante que ensinemos aos nossos estudantes da escola básica o caráter específico da lógica probabilística, a forma de distinguir graus de incerteza e de comparar suas previsões e extrapolações” (LOPES, 2008, p. 71).

Para situar temporalmente a inclusão dos estudos desse conteúdo nos currículos educacionais, recorre-se aos estudos de Cordani (2015), que afirma que os currículos de matemática se ocuparam da Probabilidade (e da Estatística) desde a década de 1950, em especial no Seminário Royaumont (1959), na França, onde se fez a defesa da inclusão desses dois assuntos nos programas de estudos do Ensino Médio e das instituições encarregadas da formação de professores:

No que se refere ao ensino de Estatística e Probabilidade as sugestões de Royaumont foram: a) O cálculo das probabilidades elementares deve ser considerado como um ramo da Matemática, passível de ser ensinado na escola secundária; b) (...); c) Um ensino elementar apropriado do cálculo de Probabilidades e da Estatística deve fazer parte do novo programa dos estudos secundários; d) Cursos preparatórios sobre esses assuntos devem fazer parte dos programas das escolas normais e de outras instituições formadoras de professores. (CORDANI, 2015, p. 163).

Esclarecem ainda que em 1988, a associação americana *The National Council of Supervisors of Mathematics* (NCSM) elaborou um documento no qual, ao elencar as habilidades básicas que os estudantes de Matemática do século XXI deveriam possuir, destaca, para a área de Estatística e Probabilidade: responder a questões da vida cotidiana utilizando coleções de dados, saber usar representações estatísticas e inferência, determinar a equiprobabilidade de eventos futuros e entender como fazer previsões em situações como loterias, eleições, crescimento populacional, etc..

Em âmbito brasileiro, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de 1ª a 4ª séries (1º e 2º ciclos) e de 5ª a 8ª séries (3º e 4º ciclos) foram publicados, respectivamente em 1997 e 1998.

Organizados em quatro blocos de conteúdos (e/ou organizações temáticas) - Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação - esses documentos recomendam às escolas a abordagem da Probabilidade ainda no Ensino Fundamental, como expõem os PCNs de 1ª a 4ª séries:

Integrarão este bloco estudos relativos a noções de estatística, de probabilidade e de combinatória. Evidentemente, o que se pretende não é o

desenvolvimento de um trabalho baseado na definição de termos ou de fórmulas envolvendo tais assuntos (...) Com relação à probabilidade, a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis). (BRASIL, 1997, p. 40).

Os Parâmetros trazem, portanto, a ênfase no desenvolvimento da noção de probabilidade já nessa etapa de ensino, elencando, dentre os objetivos da disciplina de Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental o de “ resolver situações-problema que envolvam o raciocínio combinatório e a determinação da probabilidade de sucesso de um determinado evento por meio de uma razão” (p. 65).

É ainda ratificada a importância dos estudos probabilísticos de 5ª a 8ª séries (6º ao 9º anos), tanto para a determinação das chances de ocorrência de alguns eventos quanto para a importância da probabilidade no cotidiano dos estudantes, mesmo a partir de noções elementares do estudo da probabilidade, no qual se utilizam, conforme o documento, o princípio multiplicativo, representações como uma tabela de dupla entrada ou diagrama de árvore.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), publicados no ano de 2000, por sua vez, foram organizados em três áreas de conhecimento, a saber: Ciências da Natureza e Matemática, Ciências Humanas e Linguagens e Códigos.

Ao abordar o ensino da Matemática ressalta a necessidade de compreendê-la como uma linguagem de comunicação de ideias que permite interpretar a realidade. Além disso, enfatizam que os conhecimentos por ela trabalhados são fundamentais à compreensão de outras áreas do conhecimento, a exemplo da Biologia e dos componentes que integram as Ciências Humanas:

Técnicas e raciocínios estatísticos e probabilísticos são, sem dúvida, instrumentos tanto das Ciências da Natureza quanto das Ciências Humanas. Isto mostra como será importante uma cuidadosa abordagem dos conteúdos de contagem, estatística e probabilidade no Ensino Médio, ampliando a interface entre o aprendizado da Matemática e das demais ciências e áreas. (BRASIL, 2000, p. 44-45). (*Grifos nossos*).

Ao tratar das competências e habilidades, os PCNEM (p. 12) defendem a necessidade de o aluno “Compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas,

determinação de amostras e cálculo de probabilidades”, na perspectiva de fortalecer a vinculação entre os estudos probabilísticos e sua aplicabilidade a contextos reais, das mais diferentes áreas do conhecimento.

Em 2002, foram divulgadas Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais, ou simplesmente PCN+ Ensino Médio, que, ao abordar os estudos probabilísticos, relaciona-os a diferentes contextos de aplicação, concebendo-os como um conjunto de ideias e procedimentos que permitem aplicar a Matemática às análises do mundo real, inclusive, em outras áreas de conhecimento.

Considerando o objeto dessa pesquisa, convém destacar que os PCN+, ao apresentar o componente Matemática, precisamente em relação à competência de ‘Representação e comunicação’, recomendam que o estudante seja capaz de:

Compreender e emitir juízos próprios sobre informações relativas à ciência e tecnologia, de forma analítica e crítica, posicionando-se com argumentação clara e consistente sempre que necessário, identificar corretamente o âmbito da questão e buscar fontes onde possa obter novas informações e conhecimentos. Por exemplo, ser capaz de analisar e julgar cálculos efetuados sobre dados econômicos ou sociais, ... probabilidades de receber determinado prêmio em sorteios ou loterias, (...).⁸

Já em ‘Investigação e compreensão’, apontam, dentre outras competências, a de “utilizar ferramentas da estatística e probabilidade para compreender e avaliar as intenções de votos em uma campanha eleitoral ...”⁹

Ao apresentar a Unidade temática ‘Probabilidade: possibilidades; cálculo de probabilidades’, por sua vez, propõem o desenvolvimento das seguintes habilidades:

- Reconhecer o caráter aleatório de fenômenos e eventos naturais, científico-tecnológicos ou sociais, compreendendo o significado e a importância da probabilidade como meio de prever resultados.
- Quantificar e fazer previsões em situações aplicadas a diferentes áreas do conhecimento e da vida cotidiana que envolvam o pensamento probabilístico.
- Identificar em diferentes áreas científicas e outras atividades práticas modelos e problemas que fazem uso de estatísticas e probabilidades.¹⁰

⁸ PCN+ Ensino Médio. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, 2002, p. 115. Ministério da Educação. Brasília: MEC.

⁹ *Ibidem*, p. 117.

¹⁰ *Ibidem*, p. 127-128.

Todo o documento, portanto, é permeado pela defesa de articulação entre as diferentes áreas no desenvolvimento da ação formativa do estudante, recomendando, inclusive, que o estudo da probabilidade contemple essas interfaces a partir de sua aplicabilidade nas mais diferentes áreas de conhecimento, favorecendo novas formas de pensar e utilizar a matemática.

Na esteira dessas recomendações, foram publicadas, em 2006, as Orientações Curriculares Nacionais (OCN) para o Ensino Médio, nas quais se defende a ideia de que, ao estudar probabilidade e chance, os alunos precisariam entender conceitos e palavras relacionadas à chance, incerteza e probabilidade.

Tais conceitos, bastante presentes no dia a dia, também auxiliariam os estudantes a compreenderem, por meio dos estudos probabilísticos, que os modelos são úteis para simular eventos, estimar probabilidade e entender que intuições podem estar incorretas, ensejando, portanto, maior cautela para que não se formule uma conclusão equivocada no que se refere à probabilidade e à chance. (BRASIL, 2006).

Nesse contexto, insere-se também a BNCC (2018), documento normativo de grande relevância para a educação brasileira que tem o objetivo de nortear os currículos dos estados e municípios na perspectiva de efetivar o que preconiza a LDB (1996) em relação à base comum curricular.

Na etapa do Ensino Médio, a BNCC, na seção dedicada à abordagem dos currículos, a área de Matemática e suas Tecnologias traz competências específicas e habilidades. Como esclarecem Lopes e Souza (2016, p. 1469), a BNCC defende que

por meio de conhecimentos iniciais da Probabilidade e da Estatística, os(as) estudantes comecem a compreender a incerteza como objeto de estudo da Matemática e o seu papel na compreensão de questões sociais que são úteis à construção de valores. Propõe também que se tornem capazes de fazer uma análise mais crítica, por exemplo, levando em consideração que, nem sempre, uma resposta é única e conclusiva.

No documento, citam-se 02 (duas) competências específicas em que o estudo da probabilidade é citado, seguindo-se no detalhamento das respectivas habilidades:

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3 Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos,

analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.¹¹ (*Grifo nosso*).

Atreladas à Competência Específica 3, apresentam-se duas habilidades:

(EM12MAT311) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade de eventos aleatórios, identificando e descrevendo o espaço amostral e realizando contagem das possibilidades.

(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.¹²

A **Competência Específica 5**, por sua vez, estabelece, para a formação do estudante, também uma perspectiva de seu desenvolvimento integral:

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.¹³

Por caracterizar, nessa competência específica, a atividade matemática como processo de “buscas, questionamentos, conjecturas, contraexemplos, refutações, aplicações e de comunicação”, (BRASIL, 2002, p. 532), estabelece para os estudos probabilísticos, a seguinte habilidade: “(EM13MAT511) Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, de eventos equiprováveis ou não, e investigar as implicações no cálculo de probabilidades.” (p. 533).

Tem-se, portanto, em relação ao currículo escolar do país, a inclusão da Probabilidade em variados documentos que embasam e/ou disciplinam a política pública educacional: PCNs, PCNEM, PCN+, OCN (Ensino Médio) e BNCC, os quais, em linhas gerais, não só orientam/exigem o ensino/estudo probabilístico, mas evidenciam seu valor, detalhando sua abordagem e aplicabilidade.

No intuito de mapear, por assim dizer, tais abordagens, listam-se, abaixo, as principais perspectivas/enfoques dos estudos probabilísticos apresentadas nos documentos elencados nesta seção:

¹¹ Base Nacional Comum Curricular (BNCC), 2018, p. 527. Ministério da Educação. Brasília: MEC.

¹² *Ibidem*, p. 529.

¹³ *Ibidem*, p. 532.

Quadro 1 - Perspectivas e Enfoques da Probabilidade em Documentos Oficiais

Documento	Perspectiva/Enfoque
PCNs	- Exploração das noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, por meio de experimentos, observação de eventos e resolução de situações-problema (em espaços equiprováveis).
PCNEM	- Ampliação da interface entre o aprendizado da Matemática e das demais ciências e áreas por meio de cuidadosas técnicas e raciocínios probabilísticos.
PCN+	- Reconhecimento da importância da probabilidade como meio de prever resultados, a partir da identificação do caráter aleatório de fenômenos e eventos naturais, científico-tecnológicos ou sociais. - Identificação em diferentes áreas científicas e outras atividades práticas modelos e problemas que fazem uso da probabilidade.
OCN	- Estudo de probabilidade e chance, compreendendo conceitos e palavras relacionadas à chance, incerteza e probabilidade. - Compreensão de que os modelos são úteis para simular eventos, estimar probabilidade, mas que intuições podem estar incorretas. - Postura cautelosa a fim de que não se formule uma conclusão equivocada no que se refere à probabilidade e à chance.
BNCC	- Compreensão de incerteza como objeto de estudo da Matemática e o seu papel na compreensão de questões sociais que são úteis à construção de valores. - Análise crítica a partir da compreensão de que, nem sempre, uma resposta é única e conclusiva. - Utilização de estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. - Resolução e elaboração de problemas que envolvem o cálculo da probabilidade de eventos aleatórios, identificando e descrevendo o espaço amostral e realizando contagem das possibilidades. - Investigação e estabelecimento de conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Fonte: Elaboração própria a partir dos documentos citados (2020).

As perspectivas e enfoques dos diferentes documentos oficiais complementam-se, reafirmam percepções, mas, sobretudo, ratificam a relevância dos estudos probabilísticos para o desenvolvimento do pensamento matemático, aplicável a outras áreas de conhecimento e à leitura mais consciente da realidade que se apresenta aos educandos, em linhas gerais.

Feitas essas considerações, serão apresentadas na sequência deste estudo, a abordagem da Probabilidade no PNLD/Guia do Livro Didático, com ênfase nas coleções adotadas pelas escolas estaduais regulares do município de Quixadá-CE, na perspectiva de delimitar a presente discussão por meio de categorias de análise.

2.4.2 Ensino de Probabilidade

O PNLD elabora e disponibiliza um Guia do Livro Didático a cada ciclo de escolha desse material, na perspectiva de orientar os professores no importante processo do qual resulta a indicação de coleções a serem utilizadas em sala.

Importantes considerações sobre as coleções aprovadas são apresentadas no Guia a partir de resenha das obras. Entretanto, permeia a análise do material aprovado o alerta de que o livro didático não deve ser tomado como único recurso pedagógico, bem como a importância de conhecê-lo, a fim de que, na etapa de planejamento, todas as possíveis lacunas identificadas sejam satisfatoriamente supridas pelo professor.

Ao analisar, em linhas gerais, as coleções de matemática do Ensino Médio, no tocante à Probabilidade, o Guia PNLD (2018) esclarece que estão presentes, em algumas das obras aprovadas, maior cuidado na abordagem dos conceitos básicos; associação de conceitos a problemas reais e sugestivos; definição de probabilidade clássica e frequentista.

No campo de ausências, pontuam-se, dentre outros, a falta ou o insuficiente uso de diagrama de árvores em espaços amostrais pequenos e simulações em sala de aula com ou sem recursos tecnológicos. Há, em alguns livros, exercícios com contextualizações inadequadas e/ou artificiais e apresentação imprópria da noção de independência probabilística entre dois eventos definidos em um mesmo espaço amostral.

As análises do Guia passam, a partir desse ponto da investigação, a ser apresentadas em relação a um restrito grupo de coleções, qual seja: as adotadas pelas 06 escolas públicas regulares da rede pública de ensino médio da cidade de Quixadá-CE.

Importante informar também que as análises que trazem a visão geral das obras não serão o foco principal desta seção, mas, sim, as considerações específicas sobre Probabilidade.

A inserção nesse campo possibilita a compreensão mais exata sobre como são apresentados os direcionamentos e exercícios para o ensino do referido conteúdo, permitindo identificar pontos fortes e os aspectos a serem melhorados por

meio da intervenção do professor, condição importante para outras conjecturas que serão feitas no decorrer deste texto.

Para tanto, fez-se, inicialmente, o levantamento dos livros adotados pelas escolas públicas de Ensino Médio de Quixadá-CE junto a seus respectivos gestores ou professores. O resultado obtido permitiu constatar considerável diversidade na escolha do livro didático, dado que apenas 02 (duas) instituições indicaram a mesma obra. Veja-se:

Quadro 2 - Coleções escolhidas por escolas regulares da rede pública de ensino da cidade de Quixadá-CE

ESCOLA	COLEÇÃO	EDITORA	AUTOR(ES)/EDITOR RESPONSÁVEL	FORMAÇÃO*
A/B	L1: Contato Matemática	FTD	Joamir Roberto de Souza/Jacqueline da Silva Ribeiro Garcia	Mestre em Matemática/Pós-graduada em Psicopedagogia
C	L2: Conexões com a Matemática	Moderna	Fábio Martins de Leonardo	Licenciado em Matemática
D	L3: Matemática: Interação e Tecnologia	Leya	Rodrigo Dias Balestri	Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática
E	L4: Matemática - Paiva	Moderna	Manoel Paiva	Mestre em Educação Matemática
F	L5: Quadrante Matemática -	SM	Eduardo Chavante/Diego Prestes	Licenciado em Matemática/Mestre no Ensino de Ciência e Educação Matemática.

(*) Nível mais alto de graduação.
Fonte: elaborado pelo autor (2020).

As escolhas de diferentes coleções de matemática refletem, até certo ponto, a autonomia a que faz jus cada uma das escolas, mas também o quão são diferentes os seus parâmetros avaliativos em relação às obras aprovadas e elencadas pelo Guia do Livro Didático – o que, em si, não é problema algum; é, sim, curioso e ao mesmo tempo estimulante adentrar nos pormenores desses livros a fim de identificar-lhes similaridades e distanciamentos.

É nessa perspectiva que se apresenta a seguinte seção.

2.4.3 Coleções de Matemática – Recortes do Guia PNLD

Nesta seção, como já anunciado, o foco serão as 05 (cinco) coleções selecionadas pelas escolas regulares de Ensino Médio de Quixadá-CE, sendo, num primeiro momento, enfatizadas as principais considerações do Guia do Livro Didático do PNLD sobre o volume, unidade/capítulo que trata da probabilidade, a partir das quais outras análises serão apresentadas.

- **Contato Matemática**

Adotada por 02 (duas) das escolas de Ensino Médio de Quixadá, a coleção **Contato Matemática**, segundo o Guia, tem como um de seus destaques o incentivo a que os estudantes elaborem problemas – é o que se expõe na visão geral da obra.

A Probabilidade é abordada, sobretudo, no volume 2 da coleção, por meio das seguintes tópicos: estudando probabilidade (aspectos históricos); experimento aleatório, espaço amostral, evento; calculando probabilidade; probabilidade da união de dois eventos e condicional; eventos dependentes e independentes; experimentos binomiais; estatística e probabilidade; seção ‘Ser consciente’.

Jogos de RPG e de campo minado são utilizados no estudo da probabilidade, além das aplicações dos conteúdos em contextos extraescolares e na exploração de temas atuais, inclusive os ligados à área da saúde e à medicina.

Como limitação, o Guia identifica, nessa abordagem, a ausência de discussões sobre coleta e tratamento de dados ou sobre a melhor maneira de representar resultados obtidos.

Continuando sua análise do conteúdo em questão, constata que:

São muitas as propostas de contextualização e as abordagens interdisciplinares dos assuntos, mas nem todas cumprem satisfatoriamente o objetivo de dar mais significado aos conteúdos matemáticos. Especialmente nas aberturas dos capítulos, as imagens e os textos que visam despertar o interesse dos estudantes para os temas a serem tratados, nem sempre estão associados diretamente aos conceitos explorados que se seguem. (BRASIL, 2017, p. 86)

Já quanto à interdisciplinaridade, avalia que toda a coleção apresenta boas oportunidades de trabalho com outras áreas do saber por meio do “uso de modelos

matemáticos de diferentes tipos, relacionados a diversas áreas do conhecimento, como Economia, Geografia, Artes, Física, Biologia”.¹⁴

- **Conexões com a Matemática**

Dentre as coleções em análise, essa é uma das que traz o estudo da probabilidade no volume 3, tendo como ponto alto, na visão geral da obra, a contextualização do conhecimento matemático no que diz respeito às práticas sociais e a outras áreas do conhecimento, embora não problematizada quando da abordagem dos conteúdos.

O estudo da probabilidade é feito por meio da apresentação de: experimento aleatório, espaço amostral e evento: simples, certo e impossível; definição de probabilidade; eventos: complementares; intersecção de dois eventos; união de dois eventos; eventos mutuamente exclusivos; probabilidade condicional: definição, eventos dependentes e independentes; método binomial; compreensão do texto.

Como analisam os autores do Guia, os conceitos de probabilidade são desenvolvidos por meio da ideia de incerteza e das noções de experimentos aleatórios e de espaço amostral – estratégia considerada profícua para o desenvolvimento do pensamento probabilístico.

Destacando as seções “Pesquisa e Ação” e “Compreensão de texto”, o Guia assegura:

informações de outras áreas do conhecimento são utilizadas para ampliar a compreensão do estudante a respeito de questões sociais, ambientais e econômicas, por meio da aplicação dos conceitos matemáticos. Por outro lado, a história da Matemática é quase sempre utilizada como pretexto para se apresentar pessoas, fatos e datas, sem contribuir para a compreensão dos conceitos.¹⁵

Ainda assim, é possível identificar, na análise, que o trabalho interdisciplinar não fora bem projetado na apresentação do conteúdo “Probabilidade”.

¹⁴ Guia de Livros Didáticos. Matemática. PNLD 2018, p. 86.

¹⁵ *Ibidem*, p. 101.

- **Matemática: Interação e Tecnologia**

No geral, identifica-se na coleção diferentes temas por meio dos quais se busca demonstrar a presença de conceitos matemáticos no cotidiano. Há referências históricas, porém, sem a adequada contextualização.

Abordado especialmente no volume 2, o estudo da probabilidade traz: experimento aleatório; espaço amostral; evento; probabilidade de um evento ocorrer (ou não); probabilidade da união de dois eventos; probabilidade condicional; eventos independentes; lei binomial.

Inicialmente, na apresentação de probabilidade, a coleção recorre a exemplos de lançamento de dados e de moedas, a partir dos quais são discutidos os conceitos de experimento aleatório e de espaço amostral (equiprovável). Além disso, utiliza-se também diagramas de árvore para a constituição do espaço amostral em 'Atividades Resolvidas'.

Ao considerar a formação para a cidadania, pondera que na abordagem de diversos conteúdos estão presentes questões socioambientais. Contudo, “em grande parte, esses temas servem apenas de pretexto para a aplicação de modelos matemáticos”¹⁶.

- **Matemática – PAIVA**

Analisada como um todo, em seu 03 (três) volumes, considera que, na coleção, “Os temas de estudo são apresentados por meio de situações contextualizadas, logo em seguida sistematizados, com uso adequado da linguagem matemática”.¹⁷

Tal qual Conexões com a Matemática, essa coleção apresenta os estudos probabilísticos em seu volume 3, por meio de: origem da teoria das probabilidades (abordagem histórica); o conceito de probabilidade; experimento aleatório; espaço amostral e evento de um experimento aleatório; espaço amostral equiprovável; definição de probabilidade; eventos complementares; determinação do complementar de A; propriedades das probabilidades; adição de probabilidades; teorema da adição de probabilidades; eventos mutuamente exclusivos; probabilidade condicional; eventos

¹⁶ Guia de Livros Didáticos. Matemática. PNLD 2018, p. 79.

¹⁷ *Ibidem*, p. 88.

independentes; multiplicação de probabilidades; propriedade das retiradas simultâneas.

A análise trazida pelo Guia assevera que os conceitos da probabilidade clássica são abordados de forma clara. Entretanto, aponta as seguintes limitações: discussão inadequada da diferença entre possibilidade e chance, atividades centradas em um contexto limitado de experimentos e o uso exagerado de fórmulas.

Na análise, estão presentes também comentários sobre as aberturas dos capítulos da obra, que objetivam contextualizar os conteúdos e motivar os estudantes; o papel da Matemática para a resolução de problemas relacionados a diferentes áreas do saber, embora com limitações; uso adequado da história da Matemática, dentre outros.

- **Quadrante – Matemática**

A coleção é considerada criativa no que se refere à abordagem de alguns pontos, sem haver, porém, vinculação entre a citada criatividade e a apresentação do conteúdo “probabilidade”. Já a excessiva valorização da aplicação de fórmulas é relatada como um dos pontos críticos da obra. E ainda que:

Nas seções “Ampliando fronteiras” e “Matemática em ação”, em especial, buscam-se contextualizações em outras áreas do conhecimento. No entanto, os conteúdos dessas seções, por serem primordialmente ilustrativos, não propiciam uma efetiva interação entre os conceitos e procedimentos matemáticos e os conteúdos das outras ciências. (BRASIL, 2017, p. 57)

Reconhecendo que o estudo da probabilidade poderia ter mais espaço na coleção, segundo os analistas, o volume 2 da coleção elenca as abordagens de experimento aleatório; espaço amostral e evento; probabilidade (definição); eventos equiprováveis; eventos: certos, impossíveis, disjuntos, complementares; probabilidade condicional; probabilidade da interseção de eventos; eventos dependentes e independentes; lei binomial das probabilidades; probabilidade e estatística; probabilidade e genética; alimentação e saúde.

Além dessa sequência de tópicos, cabe relatar que os analistas do Guia avaliam como aspecto positivo a utilização de dados previamente obtidos como forma de determinar uma probabilidade.

Concluída a breve exposição de recortes do Guia, é possível perceber que os pontos fortes e as lacunas observadas nas citadas coleções, seja na apresentação do conteúdo, seja na proposição de exercícios e/ou nas articulações feitas (ou não) a um contexto mais amplo ao qual a matemática/probabilidade vincula-se, são bastante diversificados.

É uma inserção importante por permitir conhecer as coleções sob a perspectiva de especialistas e por, em alguma medida, chamar a atenção daqueles que participam do processo de escolha do livro didático para o Guia – material que, de certo, traz relevantes informações sobre as obras aprovadas no PNLD, abrindo espaço para reflexões sobre qual(is) coleção(ões) melhor apoiaria(m) o docente em seu trabalho de favorecer o desenvolvimento do pensamento probabilístico por parte do aluno, nas mais variadas situações e contextos.

É oportuno ainda esclarecer que os documentos oficiais, as análises do Guia do Livro Didático do PNLD e os diversos estudos e pesquisas sobre probabilidade foram o principal referente para seleção das categorias de análise das coleções adotadas pelas escolas de Quixadá – objeto de estudo da seção seguinte.

3 CATEGORIAS DE ANÁLISE

Se o ensino de Matemática se deve ocupar mais de uma forma de pensar do que de uma forma de escrever fórmulas ou numerais, se o ensino da Matemática se deve ocupar mais da tomada consciente de decisões do que do estrito cálculo, então a teoria das probabilidades é fundamental.” (BERNARDES, 1987, p. 13).

A articulação entre a abordagem da Probabilidade em documentos oficiais da educação pública brasileira, o Guia do Livro Didático do PNLD e os mais diversificados estudos e pesquisas sobre o tema possibilitou a elaboração de 05 (cinco) categorias de análise, que ora contemplam o pensamento matemático-probabilístico, ora aspectos didáticos e metodológicos, na perspectiva de imprimir maior efetividade à abordagem desse relevante conteúdo.

Portanto, ao elaborar as categorias de análises, buscou-se contemplar a matemática como ciência e os processos de ensino e de aprendizagem propriamente ditos. Interessa, pois, analisar interpretações clássica e frequentista de probabilidade, por exemplo, mas também como o professor pode ensinar esse conteúdo e como facilitar sua compreensão por parte do aluno.

Acrescente-se a isso o interesse de analisar também se e como os livros atualmente adotados pelas escolas de Quixadá se alinham às recomendações oficiais e à academia quando da abordagem do assunto em estudo.

Há que se esclarecer que na tessitura das categorias, não está contemplado o Manual do Professor, mas, sim, a apresentação de ‘Probabilidade’ e exercícios a ela referentes. São estas as categorias de análises deste estudo: 1. Probabilidade: Interpretações Clássica e Frequentista; 2. Probabilidade Condicional e o uso do diagrama de árvore e da tabela de contingência; 3. Aspectos históricos da origem da Teoria das Probabilidades; 4. Formulação de problemas matemáticos pelos alunos; 5. Aplicação da probabilidade a outras áreas do conhecimento.

A apresentação de cada categoria será composta, em linhas gerais, de um quadro contendo as informações sobre se e como cada livro em estudo contempla a referida categoria de análise, seguidas de documentos, estudos e pesquisas que versam sobre o assunto em tela.

3.1 Probabilidade: interpretações clássica e frequentista

Existem várias interpretações possíveis da Probabilidade. Ao longo do tempo, cada interpretação que se apresenta evidencia a fluidez do conhecimento e o desafio do contraditório a que estão expostas. Assim, essas interpretações encontram no escopo das discussões a elas relativas, aprofundamentos, desafios e críticas.

Dentre as várias interpretações para o referido assunto, elencam-se aqui, as citadas por Lopes e Souza (2016), quais sejam: clássica, frequentista, logicista, subjetivista, intersubjetiva e interpretação das propensões. Por razões metodológicas, diretamente ligadas ao interesse do presente estudo, serão aqui destacadas as interpretações clássica e frequentista.

A **Interpretação clássica** concebe a probabilidade como a razão entre os casos favoráveis e o total de casos igualmente possíveis. Apoia-se na ideia de que dois casos são igualmente prováveis, se não houver razão para preferir um ao outro, ou seja, quando todo evento tem a mesma ‘possibilidade de ocorrer’, num fenômeno aleatório com espaço amostral finito.

Dessa forma, sendo $P(A)$ a probabilidade de ocorrer um evento A , $n(A)$ o número de resultados favoráveis à ocorrência de A e $n(S)$ o número total de resultados em S , tem-se que

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Godino *et al.*(1996), *apud* Carvalho e Oliveira (2002), exemplificam o uso da interpretação clássica em jogos de azar baseados em dados, moedas, extração de bolas em urnas, uma vez que suas variáveis são discretas e o seu espaço amostral engloba um conjunto de sucessos elementares que garantam a equiprobabilidade.

Esclarecem ainda que

A característica de equiprobabilidade é garantida também pela estratégia de utilizar simetrias físicas ou de outro tipo nas situações-problema, para supor que nenhum dos resultados possíveis tenha maior vantagem que os restantes e que, portanto, podemos designar a mesma probabilidade. Ao lançar um dado “honesto”, a simetria “garante” que nenhuma face se distingue das demais. Isto é tomado como argumento para aceitar a igualdade de probabilidade de cada resultado e chegar à Regra de Laplace, que permite assegurar a probabilidade de $1/6$ para cada uma das possíveis faces. Uma vez determinado [sic] as probabilidades elementares, é possível calcular a probabilidade de sucessos mais complexos como obter soma sete no lançamento de dois dados. (CARVALHO; OLIVEIRA, 2002, s/p).

No entanto, Lopes e Souza (2016, p. 1476), citando Batanero *et al.* (2016), ponderam que

essa abordagem tem sido amplamente criticada, dado que a suposição de equiprobabilidade de resultados é subjetiva e impede a aplicação da probabilidade a uma ampla variedade de fenômenos naturais em que essa suposição poderia não ser válida.

Desse modo, a interpretação clássica, baseada no conceito de resultados equiprováveis apresentado por Laplace em 1814, encontra limites face a sua aplicabilidade restrita a um pequeno número de problemas, dada a ausência de método.

A **Interpretação frequentista**, por sua vez, aplica os procedimentos estatísticos para análise de dados *a posteriori*. Assim, a repetição de uma experiência um grande número de vezes e a observação das frequências relativas de cada ocorrência convergem para uma probabilidade.

Desse modo, se um evento aleatório é repetido n vezes e sendo $n(A)$ o número de resultados favoráveis ao evento A , calcula-se a probabilidade do evento A ocorrer da seguinte forma:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n}$$

Bernoulli, precursor dessa interpretação, considera que as probabilidades de cada evento se encontrariam no limite para um número infinito de repetições de uma experiência. Esse procedimento é usado nas ciências empíricas e é adequado a situações em que não existam eventos equiprováveis ou se desconheça essa característica, mas os eventos sejam independentes.

Bernoulli (1713), citado por Coutinho (2007, p. 42-44), ressalta, pois:

Mas em verdade aqui nos é oferecido um outro caminho para obter o que procuramos. O que não nos é dado obter a priori o é ao menos a posteriori, isto é, será possível extrair observando os resultados de numerosos exemplos semelhantes; porque devemos presumir que, na sequência, cada fato pode acontecer e não acontecer no mesmo número de casos que foi constatado antes, em um estado de coisas semelhantes, que aconteceria ou não aconteceria. (...) Enfim não pode escapar a ninguém que, para julgar desta forma qualquer evento, não seria suficiente ter escolhido uma ou duas experiências: todo ser mais estúpido, por não sei qual instinto natural, por si mesmo e sem a direção dada por qualquer ensino (coisa absolutamente admirável) tem como evidente que mais observações deste gênero tenhamos recolhido, menor será o perigo de se distanciar do objetivo.

Corroborando com esse entendimento, Carvalho e Oliveira (2002, p. 24) traduziram as ideias de Godino (1996), que

... apoiou-se no uso do computador para simular um experimento envolvendo o lançamento de uma moeda numa sequência de 14000 repetições. Observou que a frequência de caras era 0,50266429, ou seja, muito próxima de $\frac{1}{2}$. Este experimento exemplifica, por um lado, que quanto maior o número de repetições, maior a proximidade entre a probabilidade “a posteriori” (calculada com base na realização de um experimento) e a probabilidade “a priori” (calculada a partir de dados teóricos, sem a manipulação experimental). Em particular, no experimento da moeda, na perspectiva clássica, a probabilidade matemática ou a priori assume valor $\frac{1}{2}$ para cada um de seus possíveis sucessos.)

Assim sendo, enquanto a interpretação clássica da probabilidade centra-se em seu cálculo antes da realização física de um experimento, a frequentista apoia-se na probabilidade obtida pelo processo de experimentação.

Contudo, semelhantemente à análise da interpretação clássica, Lopes e Souza (2016, p. 1476), também embasados nos estudos de Batanero *et al.* (2016), destacam algumas críticas à abordagem frequentista:

... uma desvantagem prática é que só obtemos uma única estimativa de probabilidade, e essa pode variar de um experimento para outro. Além disso, ela não é adequada, quando não é possível repetir uma experiência exatamente nas mesmas condições iniciais ... Outro problema para essa abordagem é determinar o número de repetições que possibilitem a convergência para uma fração indicativa de uma probabilidade aceitável.

Considerando, pois, que em aplicações reais é difícil garantir repetições em condições similares, a interpretação frequentista também enfrenta resistências. Contudo, esta (frequentista) e aquela (clássica) são as interpretações mais citadas nos currículos, em guias e livros didáticos do Ensino Médio vinculados ao PNLD.

Convém destacar que para além das interpretações apresentadas nesses materiais didáticos, garantir a inclusão dos estudos da probabilidade no currículo escolar é de importância ímpar.

A apresentação e estudo das abordagens clássica e frequentista¹⁸ é também identificada em algumas obras listadas no Guia do Livro Didático (2018, p. 35), ainda que apenas quanto à sua definição: “Quanto à definição de probabilidade, algumas obras trazem tanto a clássica quanto a frequentista, o que demonstra um

¹⁸ A palavra **frequentista** é utilizada no Guia apenas 02 (duas) vezes, onde, também, sua abordagem é bastante restrita.

entendimento positivo sobre a necessidade de obtermos definições que não tenham a limitação da definição clássica.”

No entanto, em relação às coleções ora analisadas, precisamente aos volumes indicados em seção anterior, verificou-se o que adiante se expõe:

Quadro 3 - Probabilidade: Interpretações Clássica e Frequentista

Livro	Interpretações clássica e frequentista
L1	Enfoque clássico com abordagem dessa interpretação a partir de espaços equiprováveis e finitos.
L2	Enfoque clássico com abordagem dessa interpretação a partir de espaços equiprováveis, finitos e não vazios.
L3	Enfoque clássico com abordagem dessa interpretação a partir de espaços equiprováveis, finitos e não vazios.
L4	Enfoque clássico com abordagem dessa interpretação a partir de espaços equiprováveis, finitos e não vazios. Menção tangencial ao enfoque frequentista.
L5	Enfoque clássico com abordagem dessa interpretação a partir de espaços equiprováveis e finitos. Informe, em box, de que o espaço amostral pode ser finito ou infinito (frequentista), mas que será estudado apenas espaço amostral finito.

Fonte: elaborado pelo autor (2020).

Na presente investigação, já foram citadas várias interpretações relacionadas aos estudos probabilísticos, tendo como base as contribuições de Lopes e Souza (2016), dentre as quais foram enfatizadas a clássica e frequentista.

Abe (2011), ao desenvolver seus estudos sobre a probabilidade em livros didáticos recorre à pesquisa de Lopes e Moran (1999), na qual as autoras elencam, dentre diversos problemas identificados por sua investigação, voltada ao Ensino Fundamental, o seguinte:

- O conceito de probabilidade é definido exclusivamente em uma abordagem clássica (casos favoráveis sobre casos possíveis), quando são trabalhados apenas experimentos com espaços amostrais equiprováveis e com um conjunto finito de possíveis, não fazendo referência às suas restrições.
- A definição frequentista não é abordada. (p. 59-60).

Tais constatações também foram identificadas no Ensino Médio, como esclarece a mesma autora ao apresentar os estudos de Silva (2002, p. 69): “abordagem exclusiva da visão clássica de probabilidades, sem fazer qualquer referência à visão frequentista, proporcionando aos alunos apenas uma das faces da teoria de Probabilidades.”

Décadas depois dos referidos estudos, observam-se pouquíssimas alterações em relação às lacunas identificadas, dado que as coleções aprovadas no

último PNLD para o Ensino Médio listadas acima continuam priorizando o enfoque clássico da probabilidade, fazendo, quando muito, abordagens extremamente limitadas à sua interpretação frequentista.

A vasta literatura sobre o assunto permite compreender o quão prejudicial é o caminho que deixa à margem a abordagem de ambas interpretações - o que acaba por comprometer a ampliação e adequada compreensão dos conceitos de probabilidade e de suas mais variadas aplicações.

No sentido de fortalecer essa perspectiva, cumpre ainda citar dos estudos de Abe, a menção a Friolani (2007) em que há clara defesa de se associar o enfoque frequentista ao clássico, tanto por compreender que a interpretação frequentista é mais próxima da realidade dos alunos – o que facilitaria o aprendizado – quanto por acreditar que “é com a confrontação entre esses enfoques, que a Probabilidade a priori e a posteriori torna essa aprendizagem eficaz, e o aluno constrói o significado para os conceitos básicos de Probabilidade. (p. 68)

Almeida e Farias (2019) ratificam a relevância de associar o cálculo de Probabilidades por meio das interpretações clássica e frequentista, dado que a abordagem assim fundamentada oportuniza aos estudantes a comparação do que é calculado teoricamente (interpretação clássica) com o cálculo através da experimentação (interpretação frequentista).

Nesse mesmo estudo, relatam a preocupação com a formação de professores que ensinam Probabilidade apontada nas pesquisas de Gonçalves (2004), Lopes (2008) e Batanero (2015), sobretudo diante da necessidade de abordarem também a interpretação frequentista ao apresentarem os estudos probabilísticos. Os autores asseveram que

faltam orientações para que a abordagem frequentista seja trabalhada em sala de aula. Observamos, através destes estudos, que estas dificuldades decorrem, sob um ponto de vista epistemológico, da inaceitabilidade da realização do experimento aleatório, que, pelo grande número de repetições, apresenta uma aproximação eficaz do resultado estimado, mas nunca uma resposta exata para aquele resultado. Isso faz com que os professores não abordem em sala de aula o cálculo de Probabilidade *a posteriori*. (p. 570).

Independente das limitações que lhes são atribuídas, fica claro, portanto, o quanto é preciso superar a abordagem da interpretação clássica da probabilidade em detrimento do enfoque frequentista, haja vista a necessidade de o ensino desse

conteúdo abordar o teórico e o experimental, a favor da articulação coerente de ambas visões.

É nesse mesmo viés que se apresentam documentos, a exemplo do Guia do Livro Didático (2018), que, ao analisar coleções de matemática, especificamente a Probabilidade, afirma que algumas obras aprovadas apresentam a definição de probabilidade clássica e frequentista, o que, em si, reflete movimento positivo em direção aos aprofundamentos necessários.

Contudo, é preciso destacar que nos livros adotados pelas escolas de Quixadá, como se demonstra no quadro desta seção, não houve predominância das duas abordagens, ainda que se considere apenas suas definições. Também na apresentação do conteúdo “Probabilidade” em cada uma das coleções apresentadas, o Guia não aborda aspectos positivos ou negativos sobre as interpretações clássica e frequentista. Na verdade, não as toma como objeto de análise.

A despeito da referida lacuna, a literatura aqui exposta, junto a tantas outras que podem ser pesquisadas sobre o assunto, na concepção do autor deste trabalho, são suficientemente claras e embasam incontestavelmente a relevância de se abordar os dois enfoques – clássico e frequentista – a favor da aprendizagem efetiva sobre a probabilidade.

3.2 Probabilidade condicional e o uso do diagrama de árvore e da tabela de contingência

No início desta subseção, é preciso registrar um esclarecimento: a análise do uso do diagrama de árvore e da tabela de contingência será feita exclusivamente em relação à Probabilidade Condicional. Assim, ainda que tais recursos semióticos sejam utilizados em outros conteúdos dos livros em estudo ou mesmo em outros tópicos referentes à probabilidade, não serão aqui considerados, dado o enfoque desta categoria de análise.

O Guia do Livro Didático, numa análise geral das 08 (oito) coleções de Matemática aprovadas, assegura que os diagramas de árvore poderiam ser usados mais frequentemente para facilitar a compreensão do aluno e especificamente, em algumas coleções, analisa o uso da tabela de dupla entrada na apresentação de diversos conteúdos.

Em relação à probabilidade condicional, foi possível identificar nos livros em análise, o uso da tabela de contingência em todos eles, em seções dedicadas a ‘exercícios’, ao passo que, surpreendentemente, nenhum deles faz do uso do diagrama de árvores ao apresentar esse importante tópico da probabilidade:

Quadro 4 - Probabilidade Condicional e o Uso do Diagrama de Árvore e da Tabela de Contingência

L1	Utilização de tabela de contingência em apenas 02 (dois) exercícios propostos. Não há uso do diagrama de árvores.
L2	Utilização de tabela de contingência em apenas 01 (um) exercício respondido e em 02 (dois) exercícios propostos. Não há uso do diagrama de árvores.
L3	Utilização de tabela de contingência em apenas 02 (dois) exercícios propostos. Não há uso do diagrama de árvores.
L4	Utilização de tabela de contingência em apenas 01 (um) exercício respondido e 01 (um) em exercício proposto. Não há uso do diagrama de árvores.
L5	Utilização de tabela de contingência em 03 (três) exercícios respondidos e em 02 (dois) exercícios propostos. Não há uso do diagrama de árvores.

Fonte: elaborado pelo autor (2020)

A exploração dessas diferentes formas de representação, além de facilitar a compreensão adequada sobre probabilidade condicional, tiraria do lugar comum o ensino da matemática, não raras vezes centrado no uso de fórmulas.

Contudo, considerando o enfoque desta subseção, segue-se na perspectiva de evidenciar situações que cercam o ensino e a aprendizagem da Probabilidade Condicional.

A defesa desses elementos semióticos aqui analisados ampara-se em diversos estudos no Brasil e em outros países, que têm evidenciado, de um lado, a dificuldade dos alunos na compreensão da Probabilidade Condicional e, de outro, o quanto o uso do diagrama de árvore e da tabela de contingência poderiam prestar-se à superação das dificuldades identificadas.

Figueiredo (2000), em seus estudos voltados ao ensino-aprendizagem da probabilidade condicional, elenca algumas dessas dificuldades e/ou equívocos por parte dos estudantes: não reconhecimento de casos de condicional; cálculo da probabilidade de interseção de eventos independentes no lugar da condicional; não reconhecimento da informação dada como condicionante; ausência de formalismo matemático para indicar as operações e resultados do problema; inabilidade de representação de probabilidades condicionais por meio de diagramas de árvore, tabelas de contingência e tabelas das condicionais.

A autora cita ainda o trabalho de vários pesquisadores do assunto, dentre os quais se destacam as considerações de Falk (1988):

Falk considera que situações que tratam da Probabilidade Condicional são difíceis para os alunos, pois estes muitas vezes não conseguem determinar o evento condicionado, confundem condicionalidade com casualidade, fazendo com que investigue $P(A/B)$ quando lhes é pedido $P(B/A)$. (2000, p. 48).

Figueiredo (2000) dá sequência às suas análises, formulando hipóteses alicerçadas por estudos de Batanero, na perspectiva de propor sequências didáticas que possibilitem ao estudante construir adequadamente o conceito de probabilidade condicional, a partir do uso de diversos registros, a exemplo do diagrama de árvore e da tabela de contingência.

Em estudos mais recentes, publicados em 2019, a autora relata a sequência de atividades aplicadas a alunos de um curso de Licenciatura em Matemática. Dentre os objetivos das questões propostas por essa sequência didática, consta: “fazer com que os alunos percebam a importância de começar a árvore de probabilidades pelo dado que é fornecido na condicional, com intenção de superar a confusão comum entre $P(A/B)$ e $P(B/A)$.” (p. 550).

Também outras estratégias envolvendo a representação semiótica foram empregadas por Figueiredo (2019, p. 549):

... apresentou-se aos alunos possibilidades de efetuarem algumas mudanças de registros: do enunciado para o diagrama de árvore, do diagrama para a tabela de contingência, da árvore para o registro simbólico e, no mesmo registro, privilegiar alguns tratamentos para cada um deles. Para Duval, quanto maior for essa flexibilidade entre diferentes registros, maior será a possibilidade de apreensão do objeto estudado.

Em seus estudos (2000 e 2019), a autora destaca que as tabelas de contingências e os diagramas de árvores são ferramentas eficazes no ensino da probabilidade, num movimento promissor de superação e/ou minimização das dificuldades anteriormente elencadas, destacando, nos contextos dados, a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval.

Raymond Duval, ao defender a importância dos registros de representação semiótica, argumenta que, por meio destes, é possível desenvolver no estudante a capacidade de raciocinar, visualizar e analisar. E, indo ao encontro do aprimoramento

do raciocínio matemático, que de modo algum pode priorizar a memorização, prossegue:

A originalidade da abordagem cognitiva está em procurar inicialmente descrever o funcionamento cognitivo que possibilite a um aluno compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos em situações de ensino. (DUVAL, 2003, p. 12).

Para ele, portanto, as representações semióticas são imprescindíveis à compreensão, ao pensamento matemático. Destaca ainda que um mesmo objeto matemático pode ser representado de diferentes formas, inclusive, defende a conversão de uma representação em outra, em relação a um mesmo objeto.

Porém, adverte para a necessidade de não confundir o objeto e o conteúdo de sua representação. Assim, o uso do diagrama de árvores e da tabela de contingência, por exemplo, não resolvem uma situação-problema, mas, sim, conduzem a uma responsável compreensão matemática.

Corroborando com essas defesas, como visto em seções anteriores deste estudo, convém citar que os PCNs de 5ª a 8ª série (1998) já citam o uso da tabela de dupla entrada (contingência) ou diagrama de árvore; o Guia do PNLD (2018) evidencia a relevância do uso de diagrama de árvores para espaços amostrais pequenos e a BNCC (2018) também se insere na defesa do uso de representações semióticas ao recomendar a utilização de estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos.

Diante do exposto, fica clara a pertinência de se fazer a firme opção pelo uso desses recursos também ao tratar da probabilidade condicional, na perspectiva de potencializar, o quanto possível, a compreensão desse tópico, num desfazimento efetivo de interpretações inadequadas e/ou limitadas sobre o assunto.

3.3 Aspectos históricos da origem da teoria das probabilidades

O processo de ensino e aprendizado tem, na contextualização dos conteúdos abordados, uma estratégia positiva a partir da qual se é possível despertar a curiosidade do aluno e, sobretudo, fazê-lo compreender com mais clareza as muitas nuances que envolvem o desenvolvimento do pensamento matemático. Aí se

inscrevem os aspectos históricos, com toda a gama de benefícios que podem agregar a essa estratégia de apresentação de conteúdo.

Contudo, optar por essa linha de abordagem requer ir muito além de citação de nomes, datas e fatos que apenas superficialmente se conectam àquilo que é apresentado.

Nas obras em estudo, o aspecto histórico foi analisado em relação à origem dos estudos da probabilidade, sobretudo por considerar que uma vez apresentado o contexto, poder-se-ia agregar muitos ganhos, dentre os quais constam: compreensão da matemática como construção humana, situada, não cristalizada e passível de aprofundamentos ao longo do tempo. Desse conjunto, decerto, resultaria a compreensão da importância da probabilidade.

Considerada essa conjuntura, deu-se início à análise dos livros, por meio da qual foram obtidos os seguintes dados:

Quadro 5 - Aspectos Históricos da Origem da Teoria das Probabilidades

L1	Abordagem sintética, com ênfase em nomes, datas e citação da existência do problema dos pontos, sem detalhá-lo.
L2	Informação sobre a data da origem da Teoria das Probabilidades, relacionando-a à tentativa de responder a questões de jogos de azar.
L3	Abordagem sintética, com citação de jogos de azar, nomes, datas e do problema dos pontos, porém, sem detalhá-lo.
L4	Origem da Teoria das Probabilidades, com detalhamento do problema dos pontos e da mobilização de matemáticos gerada a partir da proposição desse problema, sem, no entanto, apresentar sua solução.
L5	Apresentação resumida do desafio proposto a matemáticos que dera origem à Teoria das Probabilidades, sem, no entanto, apresentar sua solução.

Fonte: Elaboração do próprio autor (2020).

Pelo exposto, percebe-se que a probabilidade é apresentada nesses materiais didáticos com uma abordagem muito aquém do que é possível. No geral, como se vê, menções rápidas aos aspectos históricos da origem da Teoria das Probabilidades é a opção mais frequentemente utilizada pela maioria dos autores dos livros em estudo.

Tal constatação vai na contramão do que recomendam documentos da educação, pesquisadores e estudiosos que se dedicam a analisar os efeitos da inclusão de aspectos históricos quando da abordagem de conteúdos matemáticos.

Os PCN+ (2002), por exemplo, defendem que na exploração de conteúdos relativos à probabilidade (e outros), figurem “diferentes formas do pensar em Matemática, diferentes contextos para as aplicações, bem como a existência de

razões históricas que deram origem e importância a esses conhecimentos” (p. 119, *grifo nosso*).

Nas OCNEM (2006, p. 86), por sua vez, argumenta-se que:

A utilização da História da Matemática em sala de aula também pode ser vista como um elemento importante no processo de atribuição de significados aos conceitos matemáticos.[...] A recuperação do processo histórico de construção do conhecimento matemático pode se tornar um importante elemento de contextualização dos objetos de conhecimento que vão entrar na relação didática.

Esses documentos permitem compreender que ao se apresentar a uma sala de aula determinada situação-problema que motivou estudos e análises de matemáticos ao longo do tempo, resultando em certa descoberta, potencializa-se a percepção da matemática como construção humana fundamentada em contextos e/ou necessidades reais.

Na perspectiva de aprofundar a discussão, traz-se à baila os estudos de Grugnetti e Rogers (2000) *apud* Bianchi (2006, p. 31), que informam a existência de diferentes pontos de vista nos debates referentes à História da Matemática (HM), quais sejam:

- Ponto de vista filosófico: A Matemática precisa ser vista como uma atividade humana, com aspectos culturais e produtivos.
- Ponto de vista interdisciplinar: A Matemática vinculada com outras disciplinas, não em apenas uma direção. Os assuntos que são enriquecidos, através das conexões históricas podem ser compreendidos se compartilhados e com ajuda mútua entre os sujeitos, como a física, a geografia, arte, música, rituais etc.
- Ponto de vista cultural: A evolução Matemática é resultante da soma de várias contribuições como atividades de cultura individual e a explanação de alguma cultura particular.

Os diferentes pontos de vista acabam por se complementar, dado que a compreensão dos aspectos cultural e produtivo da matemática abre caminho para sua articulação com diferentes áreas do saber, ampliando seu espectro de ciência para cujo desenvolvimento se agregam contribuições de diversas ordens.

No espaço da sala de aula, tais percepções, decerto, trazem ganhos significativos não só para a aproximação do aluno a essa disciplina, mas para a sua compreensão global do conhecimento.

Por fim, convém ainda expor os argumentos de Tzanakis e Arcavi (2000) e Miguel e Miorim (2004), também citados por Bianchi (2006, p. 35), em defesa da

integração da HM ao ensino da Matemática, com ênfase na desmistificação da Matemática e a desalienação de seu ensino:

A Matemática é um desenvolvimento humano e não um sistema de verdades rígidas. Conhecendo um pouco da História de determinado conteúdo matemático, o estudante pode não desencorajar na falta, incerteza, ou desentendimento de uma ideia, pois se sabe que este tem sido trabalho de matemáticos anteriores. A Matemática não é fruto de uma estrutura rígida, mas um processo intelectual humano contínuo, ligado a outras ciências, culturas e sociedades. A forma lógica e emplumada que o conteúdo matemático é muitas vezes exposto, não demonstra como este foi historicamente produzido.

Ao apresentar os aspectos históricos no qual se situa uma situação-problema, por exemplo, aguça-se a curiosidade do aluno, imprimindo à HM o seu devido valor, num contexto em que para além de enfoques meramente informativos, a história associa-se ao desenvolvimento da compreensão de que a matemática não se faz a partir de fatos isolados nem de verdades absolutas.

A expectativa é, portanto, que em outros PNLDs se possa constatar que as coleções, ao abordar a probabilidade, utilizem-se dos aspectos históricos de sua origem, explorando-os adequadamente.

3.4 Formulação de problemas matemáticos pelos alunos

O ensino da matemática por meio da apresentação e resolução de situações-problemas há muito faz parte das recomendações de pesquisadores, professores, bem como de documentos relativos ao processo de ensino e aprendizagem. Contudo, a recomendação de sequências didáticas fundamentadas na elaboração de problemas pelos alunos ainda parece bem menos difundida.

Entretanto, convém retomar aqui, a título de exemplificação do que trazem os documentos oficiais da educação brasileira, os PCNs de 1ª a 4ª séries (1997) que, ao tratar de Números Naturais, recomendam não só a análise, interpretação e resolução de situações-problemas, mas a sua **formulação**.

A BNCC (2018), ao abordar o estudo da probabilidade, menciona a resolução e **elaboração** de problemas que envolvem o cálculo da probabilidade de eventos aleatórios, identificando e descrevendo o espaço amostral e realizando contagem das possibilidades.

À revelia de tais recomendações, observou-se a não utilização ou mesmo a subutilização dessa estratégia em sessões reservadas a exercícios nos livros sob análise, conforme dados do quadro seguinte:

Quadro 6 - Formulação de Problemas Matemáticos pelos Alunos

L1	Estratégia ausente.
L2	Estratégia ausente.
L3	Estratégia utilizada em 01 (uma) atividade.
L4	Estratégia utilizada em 03 (três) atividades, na seção “Criando Problemas”.
L5	Estratégia utilizada em 02 (duas) atividades, com base em informações dadas.

Fonte: elaborado pelo autor (2020).

Verificou-se que os livros que fazem uso, mesmo limitado, da estratégia de elaboração de problemas por parte do aluno, por vezes, determinam que um aluno elabore o problema e seu colega o responda, para que, na sequência da atividade, o estudante que o elaborou encarregue-se de corrigi-lo.

Em uma das obras em que se constatou uso mais recorrente dessa estratégia, observou-se pouca atratividade na proposição do exercício, mantendo-se para todas as ocasiões, enunciados extremamente semelhantes entre si e pouco criativos.

A defesa de que se amplie o uso da estratégia de elaboração de problemas pelo aluno ancora-se na literatura especializada sobre o assunto, na qual se destacam muitos pesquisadores e especialistas, tais como Gontijo (2006), que aponta essa estratégia como meio de estimular a curiosidade, a criatividade e o aprimoramento do raciocínio dos alunos.

Para ampliar a discussão, cita-se Spinillo *et al.* (2017, p. 932), cuja abordagem dá detalhes do movimento cognitivo vivenciado pelo aluno envolvido nesse tipo de atividade:

Na realidade, aquele que elabora o problema precisa realizar ações intelectuais importantes como antecipar resultados, procedimentos de resolução e, ainda, dominar os conceitos matemáticos envolvidos na situação. A ideia subjacente é que o nível de compreensão que o indivíduo apresenta sobre um dado conceito não só se manifesta quando ele resolve uma dada situação-problema, mas também quando formula um problema que envolve o conceito em questão. A formulação, portanto, requer identificar o que é relevante para a resolução daquela situação, considerar as relações entre os dados do enunciado, as relações entre esses e a pergunta e o modo de respondê-la (operações e estratégias a adotar).

No mesmo estudo, ao defender a relevância didática da formulação de problemas pelos alunos, os autores destacam, além das já citadas oportunidades geradas pelo contexto dado, uma outra: a aproximação entre matemática e língua materna, ampliando, sobremaneira, o rol de competências alavancadas pela atividade aqui defendida.

English (1997, *apud* GONTIJO, 2006, p. 08-09) chama a atenção para outra significativa oportunidade trazida pela estratégia de elaboração de situações-problemas pelo estudante:

“fornecer aos professores importantes *insights* acerca de como os estudantes estão compreendendo os conceitos e os processos matemáticos, [...] suas percepções a respeito das atividades desenvolvidas, suas atitudes em relação à matemática e sobre sua capacidade criativa em matemática”.

Essa metodologia oportuniza ao docente maior compreensão de como se aprende – percepção muito importante para quem se dedica a ensinar. Assim sendo, os argumentos aqui expressos por pesquisadores atestam de forma clara e consistente a eficácia dessa estratégia tanto na perspectiva do ensino quanto na da aprendizagem, razão por que é oportuno e necessário utilizá-la.

3.5 Aplicação da probabilidade a outras áreas do conhecimento

A ligação entre conteúdos de disciplinas diferentes e sua aplicação às mais diferentes áreas das práticas sociais tem sido defendida nos meios educacionais como estratégia favorável à efetivação da aprendizagem significativa, ao desenvolvimento da criticidade e da cidadania, e à aplicação do aprendizado às diversificadas situações cotidianas.

Nessa perspectiva, para situar o discurso, traz-se aqui o que recomendam os PCNEM (2000) e os PCN+ (2002) em relação ao ensino da Matemática/Probabilidade: ampliação da interface entre o aprendizado da Probabilidade e das demais ciências e áreas; e identificação em diferentes áreas científicas e outras atividades de práticas do uso da probabilidade, respectivamente.

A indicação é, portanto, de uma educação crítica e integrada, estabelecida a partir de uma rede de saberes. Contudo, ainda se observa que não raramente essa interface se estabelece apenas tangencialmente.

Nos capítulos reservados à probabilidade dos 05 (cinco) livros analisados, verifica-se a inserção de textos relacionados a outras áreas do conhecimento e às práticas sociais, com destaque para o enfoque da cidadania.

Ainda que com algumas limitações e/ou inadequações, a aplicação da probabilidade a outros contextos que não só os jogos de azar, por exemplo, mostra uma mudança de concepção quanto a essa questão.

No quadro 07, identificam-se as seções e textos apresentados nessa perspectiva, sendo aqui considerados os que constam na abertura, fechamento ou no decorrer da apresentação da unidade/capítulo, excetuando-se, portanto, aqueles porventura utilizados nos exercícios.

Vê-se que na maioria dos casos a área de conhecimento e/ou prática social com que se efetiva a interface com a probabilidade é, em geral, a medicina e/ou a biologia.

Quadro 7 - Aplicação da Probabilidade a outras Áreas do Conhecimento

L1	Seções “Contexto” (anemia e genética); “Ser Consciente” (Reciclar: acerte a lixeira!).
L2	Seção: “Compreensão de texto”: Combinação vital (transfusão sanguínea/doação de sangue).
L3	Apresentação de texto sobre transplante de medula óssea, no qual há apenas citação de um dado probabilístico; “Como funciona” (O teste de DNA); “Cálculo da probabilidade na Biologia”.
L4	Probabilidade na meteorologia; Seção “Matemática sem Fronteiras”: Expectativa de Vida (perspectiva cidadã - compreensão do contexto social para a qual corrobora, diretamente, a probabilidade).
L5	Seções “Ampliando fronteiras” (hereditariedade, probabilidade recombinação gênica (albinismo), miopia); “Matemática em ação”: Alimentação e saúde.

Fonte: elaborado pelo autor (2020).

Embora tenham sido identificadas as abordagens acima elencadas, é preciso registrar a existência de alguns textos utilizados apenas como pretexto para aplicação de conceitos e fórmulas matemáticas, de outros que só muito superficialmente se ligam ao conteúdo apresentado e de textos que sequer propõem atividades a eles relacionadas.

Em um dos livros, porém, observou-se abordagem que, na concepção do autor do presente estudo, é bastante pertinente, a qual foi reportada no quadro desta seção (L4), dado que a probabilidade é usada, por exemplo, na elaboração e direcionamento de políticas públicas.

Na esteira de boas sequências didáticas que contemplam a categoria de análise nº 5, recorre-se a Dias e Freitas (2013), que em *Ensino de Probabilidade*

contextualizado em um formato Interdisciplinar, propõem, para o Ensino Médio, uma sequência em que a probabilidade é efetivamente articulada a outra área de conhecimento, de modo a promover aprendizagem significativa, fortalecimento da leitura crítica e cidadã em contexto real.

Dada a qualidade da proposição, embora simples, optou-se por apresentá-la sinteticamente. Contemplando revisão de literatura, desenvolvimento de produto educacional e aplicação e análise do produto, os autores detalham sua proposta:

1ª parte: Apresentação de um trecho da música “Planeta Água”, de Guilherme Arantes. Em seguida, leitura em grupos do texto: Tanta água disponível é incentivo ao desperdício, seguida de reflexões sobre a porção de água potável no Brasil e no mundo, desperdício, poluição e desigualdade (pessoas sem acesso à água), trazendo, inclusive, dados da Organização das Nações Unidas (ONU) e da Organização Mundial de Saúde (OMS).

2ª parte: Debate sobre o tema e discussão sobre as chances citadas¹⁹ em um dos textos abordados, de um indivíduo, em 2025, nascer em um país com escassez total de água. Em seguida, verificação do entendimento de conceitos matemáticos presentes na atividade: porcentagens e possibilidades.

A partir daí, poder-se-ia, por exemplo, iniciar o aprofundamento do conteúdo de probabilidade. Assim, o aluno já teria, provavelmente, um outro olhar sobre a importância da probabilidade e de sua aplicação à leitura de contextos reais, numa perspectiva interdisciplinar, vinculada a práticas sociais e à cidadania.

Apresentadas e analisadas as 05 (cinco) categorias de análise desta pesquisa, fica comprovado que, mesmo considerando a relevância do livro didático para o trabalho docente, é imprescindível que haja análise cuidadosa das possíveis lacunas e mesmo falhas identificadas na abordagem dos conteúdos, com destaque aqui para a probabilidade, haja vista a sua importância para o desenvolvimento do raciocínio matemático do aluno que, sem o olhar cuidadoso do docente, pode restar extremamente prejudicado.

Ainda se percebeu que em alguns casos, a exemplo do enfoque frequentista da probabilidade, do uso do diagrama de árvore e da elaboração de problemas pelo aluno, recomendados em documentos da educação que já são de longa data, sua utilização efetiva ainda deixa muito a desejar.

¹⁹ Segundo a OMS, até 2025, serão cerca de 2,8 bilhões de pessoas, de 48 países diferentes, que viverão em situação de escassez total de água.

Nesse contexto, a aproximação da escola aos meios acadêmicos e a tantas publicações confiáveis sobre as categorias de análises aqui retratadas (e de outras) pode ser de grande valia na superação de tais situações.

Convém destacar a notória convergência entre as 05 (cinco) categorias. Se ao aluno são apresentadas as interpretações clássica e frequentista de probabilidade, otimiza-se a compreensão do que é calculado teoricamente e do que o é por meio de um experimento. Contempla-se, portanto, diferentes faces da Teoria da Probabilidade.

Essa visão mais ampla ganha mais profundidade à medida que o estudante, apresentando, por exemplo, dificuldade de identificar a probabilidade condicional, tem a oportunidade de representar um dado problema numa tabela de contingência e ao mesmo tempo, num diagrama de árvore. Diferentes representações semióticas fortalecem assim, a compreensão de que a matemática vai muito além de fórmulas.

Diferentes teorias e diferentes representações podem ser ainda mais bem compreendidas se expostas também à luz da história que deu origem aos estudos probabilísticos. A percepção da construção humana agrega ao processo de ensino e de aprendizagem a leitura de mundo, de contexto e da linha de tempo na qual o conhecimento flui, é reelaborado e ganha novos significados.

Um aluno imerso nesse qualificado processo não só terá mais chances de compreender um problema probabilístico que lhe for apresentado, mas de ele próprio elaborar um problema, tomando consciência de seu próprio desempenho ao articular um enunciado, selecionar informações e dados necessários e propor alternativas de solução.

Com essas abordagens, o estudante apreende o conteúdo, representa, compreende-o em seu aspecto histórico e, também, aprende a elaborar conteúdos a partir da formulação de problema. Dito isso, a percepção de como esse conteúdo pode estar presente e ser extremamente útil nas mais diferentes esferas do conhecimento e da vida social é bastante facilitada. É o que aqui se propõe!

Na perspectiva de aprofundar ainda mais as percepções do processo de ensino e de aprendizagem da probabilidade e de outras compreensões que se agregaram ao longo do desenvolvimento desta pesquisa, apresentam-se, na seção seguinte, os Resultados.

4 RESULTADOS

Apego cego ou inocente a livros didáticos pode significar uma perda crescente de autonomia por parte dos professores. (SILVA, 1996, p. 11).

O livro didático, ao passo em que se constitui como principal instrumento de referência para o trabalho docente, não pode nem deve encerrar um fim em si mesmo, mas favorecer a construção de pontes que permitam ao aluno associar cognição à sociabilidade, ao desenvolvimento humano, ao exercício de sua cidadania, como esclarecem Bezerra e Luca (2006, p. 37):

Elemento importante na construção do saber escolar e do processo educacional espera-se que contribua para o aprimoramento da ética, imprescindível ao convívio social e à construção da cidadania. Nesse sentido, há que se verificar, nos textos e nas atividades, a existência de uma real preocupação em despertar no aluno a prática participativa, a sociabilidade, a consciência política, enfim, a cidadania, entendida em seu sentido mais amplo.

Na dialética desse processo, convém evidenciar que para além dos conteúdos selecionados e apresentados nos livros didáticos, há a voz do autor, que não deve ser tomado como portador único de verdades universais, mas como personagem do processo de ensino e aprendizagem sobre o qual se deve refletir criticamente, na perspectiva de, reconhecendo-o como alguém que propõe escolhas sobre: “o saber a ser estudado; os métodos adotados para que o estudante consiga apreendê-lo mais eficazmente; e a organização dos conteúdos ao longo dos anos de escolaridade (BRASIL, 2017, p. 12).”, necessita, indubitavelmente, de ter suas sugestões analisadas, ampliadas, questionadas.

E se por um lado, o livro didático facilita o trabalho docente por indicar conteúdos, sugerir abordagens metodológicas e atividades, dentre muitas outras possibilidades, o livro também pode ser um instrumento de acomodação, uma vez que “o professor abdica do privilégio de projetar os caminhos a serem trilhados” (MACHADO, 1996, p. 31).

Por óbvio, essa é apenas uma possibilidade. Os docentes devem se manter vigilantes quanto a esse risco e estimulados a se afastarem desse caminho, haja vista que a passividade intelectual em nada contribui para a consolidação dos objetivos

educacionais voltados à construção de autonomia dos alunos e de sua formação plena.

Tais ponderações não minimizam em nenhum aspecto a importância dos livros como recursos didáticos. Sua relevância enquanto suporte de proposição de conteúdos, por exemplo, é inegável, sobretudo porque, mesmo em casos de discordância, a existência de um referente que possa instigar objeções já traz consigo um grande valor.

Não se pode esquecer, porém, como já abordado em seu aspecto histórico, que os livros sempre transmitem valores ideológicos e culturais e que, também por isso, não podem ser tomados como verdades universais ou conhecimentos fechados, pois, enquanto portadores da comunidade científica na escola, precisam ser tomados na dialogicidade com outros saberes e com o contexto escolar. E aí, o protagonismo docente também figura como aspecto determinante.

Rosa; Ribas; Baratuzzi (2012) trazem contribuições importantes nesse aspecto, ao defender que: deve-se evitar a utilização do livro didático como único recurso pedagógico, bem como a utilização de livros inadequados ao contexto escolar em que se atua. As autoras defendem ainda a importância de se avaliar um livro antes de utilizá-lo, pois, dessa forma, o professor poderá propor atividades diferenciadas ou mesmo descartar uma obra que dificulte o processo de ensino e aprendizagem, elaborando mais acertadamente seu plano de aula.

O estudo das categorias de análises permitiu ratificar a importância de selecionar um livro a partir do tripé: conteúdo – ensino – aprendizagem. E se ao avaliar uma obra forem identificadas inadequações importantes, essa identificação em si já é bastante positiva, pois reflete um movimento inicial, porém relevante, dado que a partir disso, o professor pode/deve intervir e buscar outros recursos complementares que lhe permita a abordagem adequada do conteúdo.

A escolha do livro por sua vez, torna imprescindível que a equipe escolar tenha clareza de que aluno deseja formar, de sua missão, de seus objetivos. Para muito além de registros engavetados, esses compromissos devem pautar a 'vida' da instituição, o que engloba necessariamente, os livros que indicará para uso de seus alunos pelo tempo mínimo de 03 (três) anos.

É preciso, portanto, ter parâmetros de escolha, os quais podem ser elaborados no interior da própria escola, em sintonia com sua identidade. Porém,

nessa formulação, há que se contar também com referenciais teóricos que, aliados aos saberes experienciais, qualificarão o trabalho de escolha dos livros didáticos.

O Guia do PNLD de 2018, por exemplo, recomenda que cada escola elabore seu roteiro e a título de exemplo, apresenta-se aqui um dos parâmetros que esse documento traz, indicando que se analise: “ O quanto a obra contempla estudos consistentes e atualizados no componente curricular específico ou acompanha os principais avanços produzidos no âmbito da pesquisa acadêmica. (BRASIL, 2017, p.13).

O exposto nas categorias de análises apresentadas nesta pesquisa permite compreender o quanto as obras em estudo precisam ser modificadas, uma vez que não atendem às recomendações dos documentos oficiais nem das pesquisas acadêmicas sobre o assunto. Veja-se por exemplo, a ausência do uso de diagrama de árvores no ensino da probabilidade, estratégia há tempos recomendada em documentos oficiais - inclusive já nas séries iniciais – e por estudiosos do assunto.

Se não há o livro ideal, há uma atitude que muito se aproxima do ideal: analisar com cuidado a obra a ser adotada, complementar o que julgar necessário e inserir-se no estudo, de preferência coletivo, não só dos conteúdos em si, mas do próprio material que o docente utiliza em sala de aula.

Evidencia-se, portanto, o insubstituível papel do professor, a quem cabe, no contexto dado, tomar decisões que demandam conhecimento, ética e compromisso com o processo de ensino e de aprendizagem.

5 CONCLUSÃO

O uso do livro didático como principal instrumento de apoio à prática docente já está consagrado há algum tempo nas escolas das mais diferentes regiões do país. E, a julgar pelo relevante papel que ocupa no cenário educacional, cumpre ressaltar que sua escolha é um processo decisório de grande relevância para o ensino e a aprendizagem, o que implica, necessariamente, no reconhecimento do trabalho minucioso e conseqüente que escola e seus respectivos docentes precisam articular em prol da boa qualidade dessa escolha.

Como citado aqui, o PNLD disponibiliza o Guia do Livro Didático com resenhas avaliativas das coleções aprovadas, dentre as quais cada instituição e/ou rede de ensino fazem a sua escolha. No caso da disciplina de matemática, o Guia de 2018 traz 08 (oito) coleções, as quais vêm acompanhadas das análises de especialistas.

Esse material é um recurso importante, dada a exposição que faz, em linhas gerais, das obras elencadas. Contudo, os capítulos/unidades reservadas à probabilidade das coleções adotadas pelas escolas públicas de Ensino Médio de Quixadá revelaram pontos positivos na abordagem do referido conteúdo, mas também várias impropriedades, falhas, incompletudes além das já identificadas no Guia, que precisariam ser sanadas e para isso, é preciso que o professor tenha condições de identificá-las.

Entretanto, reconhecendo o valor do Guia, alguns novos questionamentos surgiram ao final deste trabalho: o Guia é, de fato, utilizado pelos professores? Sua disponibilização ocorre em tempo hábil para que os docentes o leiam, discutam e ponderem o que ali se expõe?

Este estudo também evidenciou para o autor desta pesquisa o quanto os profissionais da educação precisam reservar parte do tempo de sua formação para a leitura de documentos oficiais da educação, de modo a facilitar a percepção de como o conteúdo “probabilidade” (e outros) se insere ao longo do tempo nesses importantes instrumentos orientadores do fazer pedagógico.

De igual modo, é imprescindível que a revisão da literatura acerca do conteúdo se faça presente, dados os muitos ganhos que daí podem resultar. As pesquisas e publicações atualizam as discussões e aprofundam concepções sobre a

importância e aplicabilidade dos estudos probabilísticos (e de outros), apontando, por vezes, lacunas que precisam ser preenchidas pelo professor.

Assim, políticas relativas ao livro didático (PNLD, PNLEM,...), documentos oficiais (PCNs, PCN+, BNCC,...), leis (CF, LDB) e literatura pertinente ao componente curricular abordado e de seus respectivos conteúdos precisam, necessariamente, integrar a formação docente.

Vale destacar que o conjunto desses instrumentos guardam também o seu valor junto ao Projeto Político Pedagógico (PPP) de cada instituição, pois a visão sobre a educação em âmbito nacional precisa estar integrada às particularidades e perfil de cada escola.

Refletir sobre as categorias de análise à luz de todo esse embasamento teórico e documental, além de possibilitar a compreensão da necessidade irremediável de recorrer a material complementar ao se abordar a 'probabilidade' em sala de aula, revelou ainda o quão complexo é o processo de escolha de um livro didático.

Nesse emaranhado de complexidade, a escola precisa, antes mesmo da escolha, eleger seus parâmetros avaliativos, os conceitos, ideais, valores e demais características das quais não abre mão em termos de recursos didáticos.

É preciso contemplar para além do conteúdo em si, as conjunturas da escola, de sua comunidade e de seu país. Do local para o geral, deve refletir sua concepção de ensino e de aprendizagem também nos materiais que seleciona para estar nas mãos dos alunos que deseja formar, estando sempre atenta às complementações que se fizerem necessárias em termos conceituais e metodológicos.

O desafio não é, de modo algum, simples. Requer muita firmeza de propósito da escola e de seus docentes, clareza e priorização das agendas com foco no fazer pedagógico, resguardando, inclusive, espaços sistemáticos para estudo e discussão coletiva, efetivando também a formação em serviço e a partilha de saberes experienciais, ampliando, sobremaneira, o repertório desses profissionais.

Assim, mesmo reconhecendo o valoroso papel do livro didático, de modo algum é possível prescindir do papel principal que cabe ao professor assumir, efetivando o seu protagonismo com competência, zelo e criatividade.

Para tanto, a vivência grupal entre pares, o apoio e o acompanhamento da gestão escolar e de demais parceiros são também importantes, dado que esse é um papel que não pode nem deve ser exercido na solidão.

Por fim, fica a manifesta intenção de que esta pesquisa possa ainda instigar os profissionais da educação a ampliar a discussão aqui apresentada, de modo a fortalecê-los enquanto docentes e/ou gestores que não só ‘consomem’ um produto – o livro -, mas pesquisam sobre ele, implementam melhorias e elaboram/produzem materiais complementares capazes de otimizar o ensino nas escolas públicas do país.

REFERÊNCIAS

- ABE, Thatiana Sakate. **O Ensino de Probabilidades por meio das Visões Clássica e Frequentista**. 2011. 192 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2011. Disponível em: <http://grupoddmат.pro.br/wp-content/uploads/2017/07/Disserta%C3%A7%C3%A3o.-2011.-ABE-T.-S.-192f.pdf>. Acesso em: 03 mar. 2020.
- ALBUQUERQUE, Eliana Borges Correia de; FERREIRA, Andrea Tereza Brito. Programa nacional de livro didático (PNLD): mudanças nos livros de alfabetização e os usos que os professores fazem desse recurso em sala de aula. **Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação**, Rio de Janeiro, v. 27, n. 103, abr./jun. 2019. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-40362019000200250. Acesso em: 28 dez. 2019.
- ALMEIDA, Cecília Manoella Carvalho; FARIAS, Luiz Marcio Santos. Observações acerca de uma Engenharia Didática de Formação para o Ensino de Probabilidade. **ReBECCEM**, Cascavel, v. 3, n. 2, p. 566-594, ago. 2019. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.33238/ReBECCEM.v.3.n.2>. Acesso em: 22 mar. 2020.
- ANDRADE, Rafael Thé Bonifácio. **A probabilidade Aplicada aos Jogos de Azar**. 2017. 69 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Centro de Ciências Exatas e da Natureza, PPGM, Departamento de Matemática, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2017. Disponível em: https://sca.proformat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=150210331. Acesso em: 30 dez. 2019.
- BAGNO, Marcos. **Pesquisa na Escola o que é, como se faz**. 21. ed. São Paulo: Loyola, 2007.
- BERNSTEIN, Peter L. **Desafio aos deuses: a fascinante história do risco**. Tradução Ivo Korytowski. Rio de Janeiro: Campus, 1997.
- BIANCHI, Maria Isabel Zanutto. **Uma Reflexão sobre a Presença da História da Matemática nos Livros Didáticos**. 2006. 116 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/91102/bianchi_miz_me_rcla.pdf?sequen. Acesso em: 01 mar. 2020.
- BRASIL. [Constituição (1988)]. **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília, 1988. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Constituicao/ConstituicaoCompilado.htm. Acesso em: 05 jan. 2020.

BRASIL. **Lei nº 5.327, de 02 de outubro de 1967**. Autoriza o Poder Executivo a instituir a Fundação Nacional de Material Escolar. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/1950-1969/L5327.htm. Acesso em: 30 dez. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Resolução nº 4, de 17 de dezembro de 2018**. Institui a Base Nacional Comum Curricular na Etapa do Ensino Médio (BNCC-EM) como etapa final da Educação Básica. Brasília, 2018. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/docman/dezembro-2018-pdf/104101-rcp004-18/file>. Acesso em: 05 jan. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Decreto nº 9.099, de 18 de julho de 2017**. Dispõe sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2017/decreto/D9099.htm. Acesso em: 29 dez. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Resolução/CD/FNDE nº 42, de 28 de agosto de 2012**. Dispõe sobre o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) para a educação básica. Brasília, 2012. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/aceso-a-informacao/institucional/legislacao/item/3758-resolu%C3%A7%C3%A3o-cd-fnde-n%C2%BA-42,-de-28-de-agosto-de-2012-alterada-pela-resolu%C3%A7%C3%A3o-n%C2%BA-44,-de-13-de-novembro-de-2013?highlight=WyJlliwYSlidhliwiZxNjb2xoYSIsImUgXHUwMGUwliwiZSBhIGVzY29saGEiLCJhIGVzY29saGEiXQ==>. Acesso em: 30 dez. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Resolução/CD/FNDE nº 38, de 15 de outubro de 2003**. Dispõe sobre a execução do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio - PNLEM, no seu Projeto-Piloto (2005 - 2007). Brasília, 2003. Disponível em: <https://www.legisweb.com.br/legislacao/?id=99933>. Acesso em: 30 dez. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Sobre os Programas do Livro**. Disponível em: <https://www.fnde.gov.br/programas/programas-do-livro/legislacao/item/9787-sobre-os-programas-do-livro?tmpl=component&print=1>. Acesso em: 30 dez. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Programas do Livro. Histórico**. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/programas/programas-do-livro/pnld/remanejamento/item/518-hist%C3%B3rico?highlight=WyJlc2NvbGEiXQ==>. Acesso em: 28 dez. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **PNLD 2018: apresentação – Guia de Livros Didáticos – Ensino Médio**. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 2017. 39 p. Disponível em: <https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/guia-do-livro-didatico/item/11148-guia-pnld-2018>. Acesso em: 08 nov. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **PNLD 2018: Matemática. Guia de Livros Didáticos**. Brasília, DF, 2017. Disponível em: <https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/guia-do-livro-didatico/item/11148-guia-pnld-2018>. Acesso em: 27 dez. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Programas do Livro: Modelo de escolha adotado pela rede de ensino.** Disponível em: <https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/modelo-escolha>. Acesso em: 29 dez. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/historico/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site_110518.pdf. Acesso em: 29 dez. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 04 jan. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Orientações curriculares para o ensino médio. **Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**, Brasília, v. 2, 2006. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em: 12 jan. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **PCN+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais.** Vol. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/Semtec, 2002. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 02 jan. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 04 jan. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais Terceiro e Quarto Ciclos: Matemática.** Brasília: MEC, SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 01 jan. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: MEC, SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 03 jan. 2020.

CARVALHO, Dione Lucchesi de; OLIVEIRA, Paulo César. Quatro concepções de probabilidade manifestadas por alunos ingressantes na Licenciatura em Matemática: clássica, frequentista, subjetiva e formal. 2002. Trabalho apresentado no GT 19 – Educação Matemática. In: REUNIÃO CIENTÍFICA DA ANPED, 25., 2002. Caxambu, **Anais...** Caxambu: [s.n.], 2002. Disponível em: <http://25reuniao.anped.org.br/texced251.htm>. Acesso em: 15 jan. 2020.

CASSIANO, Célia C. de F. Política e economia do mercado do livro didático no século XXI: globalização, tecnologia e capitalismo na educação básica nacional. In: ROCHA, Helenice; REZNIK, Luís; MAGALHÃES, Marcelo de S. (Orgs.). **Livros didáticos de história: entre políticas e narrativas**. Rio de Janeiro: Ed. FGV, 2017. Disponível em: https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=oYtIDwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PA83&ots=cx0b14nbBI&sig=_myPcmCZGpfgT2vthSr9tQDDa9c#v=onepage&q&f=false. Acesso em: 03 mar. 2020.

COELHO, Carla Kênia Gomes, *et al.* Percepções da relação professor/livro didático e as formas de utilização de seus recursos na Escola Estadual São Lourenço, Dom Aquino-MT. **REMOA**, Santa Maria, v. 14, p. 53-58, 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufsm.br/remoa/article/view/20436>. Acesso em: 25 jan. 2020.

CORDANI, Lisbeth K. Caminhos da Educação Estatística ao Longo do Tempo: uma Leitura Pessoal. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 8, n. 3, 2015. Disponível em: <https://revista.pgsskroton.com/index.php/jieem/article/view/3043>. Acesso em: 20 fev. 2020.

COUTINHO. Cileda de Queiroz e Silva. *Conceitos probabilísticos: quais contextos a história nos aponta?* **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 2.3, p. 50-67, 2007. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/viewFile/12991/12092>. Acesso em: 29 dez. 2019.

DIAS, Reinaldo Amirato; FREITAS, Adriano Vargas. Ensino de Probabilidade contextualizado em um formato Interdisciplinar. In: ENCONTRO DE PESQUISA EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA: QUESTÕES ATUAIS, 1., 2013. Duque de Caxias, **Anais...** Duque de Caxias: [s.n.], 2013. Disponível em: <http://publicacoes.unigranrio.edu.br/index.php/pecm/article/view/2202/1028>. Acesso em: 06 fev. 2020.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S.D.A. (Org.) **Aprendizagem em matemática**: Registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

FERNANDES. Magda Carvalho. **Vinte e cinco anos do PNLD**: uma trajetória de negociações entre política educacional e econômica. Disponível em: http://www.sbhe.org.br/novo/congressos/cbhe6/anais_vi_cbhe/conteudo/file/769.pdf. Acesso em: 02 jan. 2020.

FERREIRA, Rita de Cássia Cunha. **A Comissão Nacional do Livro Didático durante o Estado Novo (1937-1945)**. 2008. 139 f. Dissertação (Mestrado em História) - Universidade Estadual Paulista, Assis, 2008. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/93413/ferreira_rcc_me_assis.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 29 dez. 2019.

FIGUEIREDO, Auriluci de Carvalho. **Probabilidade Condicional**: “Um enfoque de seu ensino-aprendizagem”. 2000. 158 f. Dissertação Mestrado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000.

Disponível em:

http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Dissertacao_auriluci.pdf. Acesso em: 19 mar. 2020.

FIGUEIREDO, Auriluci de Carvalho. Probabilidade condicional em contexto de ensino aprendizagem. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 21, n. 5, p. 544-554, 2019. Disponível em:

https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=2ahUKEwjU26LGmtLoAhVeH7kGHWL3DqcQFjAAegQIBRAB&url=https%3A%2F%2Frevistas.pucsp.br%2Femp%2Farticle%2Fdownload%2F45558%2Fpdf_1&usg=AOvVaw3PJNWIWT5b75J9RvrAa2SO. Acesso em: 19 mar. 2020.

FILGUEIRAS, Juliana Miranda. **FENAME E COLTED**: Diferentes Políticas para o Livro Didático durante a Ditadura Militar no Brasil. Disponível em:

<http://sbhe.org.br/novo/congressos/cbhe7/pdf/07-%20HISTORIA%20DAS%20INSTITUICOES%20E%20PRATICAS%20EDUCATIVAS/FENAME%20E%20COLTED-DIFERENTES%20POLITICAS.pdf>. Acesso em: 29 dez. 2019.

FREITAS, Neli Klix Freitas; RODRIGUES, Melissa Haag Rodrigues. **O Livro Didático ao Longo do Tempo**: A Forma do Conteúdo. Disponível em:

http://ceres.udesc.br/arquivos/portal_antigo/Seminario18/18SIC/PDF/074_Neli_Klix_Freitas.pdf. Acesso em: 27 dez. 2019.

GONTIJO, C.H. Resolução e Formulação de Problemas: caminhos para o desenvolvimento da criatividade em Matemática. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2006. Recife, **Anais....** Recife: [s.n.], 2006.

Disponível em: <https://docplayer.com.br/20853282-Resolucao-e-formulacao-de-problemas-caminhos-para-o-desenvolvimento-da-criatividade-em-matematica-1.html>. Acesso em: 25 fev. 2020.

HÖFLIN. Eloisa de Mattos. Notas para discussão quanto à implementação de programas de governo: Em foco o Programa Nacional do Livro Didático. **Educação & Sociedade**, ano 21, n. 70, p. 159-170, abr. 2000. Disponível em:

<http://www.scielo.br/pdf/es/v21n70/a09v2170.pdf>. Acesso em: 02 jan. 2020.

HURTADO, N. H.; COSTA, J. F. S. A probabilidade no ensino médio: a importância dos jogos como ferramenta didática. In: CONFERÊNCIA INTERNACIONAL “EXPERIÊNCIAS E EXPECTATIVAS DO ENSINO DE ESTATÍSTICA – DESAFIOS PARA O SÉCULO XXI”, 1., 1999. Florianópolis, **Anais...** Florianópolis: [s.n.], 1999. Disponível em:

https://www.researchgate.net/profile/Jose_Fabiano_Serra_Costa/publication/280100995_A_Probabilidade_no_Ensino_Medio_A_Importancia_dos_Jogos_como_Ferramenta_Didatica/links/5ec0e75ba6fdcc90d67a7deb/A-Probabilidade-no-Ensino-Medio-A-Importancia-dos-Jogos-como-Ferramenta-Didatica.pdf. Acesso em: 01 mar. 2020.

LOPES, Celi Espasandin; SOUZA, Leandro de Oliveira. Aspectos filosóficos, psicológicos e políticos no estudo da Probabilidade e da Estatística na Educação Básica. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.18, n. 3, p. 1465-1489, 2016. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/viewFile/31494/21952>. Acesso em: 31 dez. 2019.

LOPES, Celi Espasandin. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. **Cadernos CEDES**, Campinas, v. 28, n. 74, jan./mar. 2008. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-32622008000100005. Acesso em: 13 jan. 2020.

MATOS, Júlia Silveira. A História nos Livros Didáticos: o papel das políticas governamentais na produção e veiculação do saber histórico. **Historiæ**, Rio Grande, v. 3, n. 1, p. 51-74, 2012. Disponível em: <https://pdfs.semanticscholar.org/c027/b755b34277eab3b65bd29282869866c9d17e.pdf>. Acesso em: 10 jan. 2020.

MACHADO, Nilson José. Sobre livros didáticos: quatro pontos. **Em Aberto**, Brasília, v. 26, n. 69, p. 22-27, jan./mar. 1996. Disponível em: <http://rbepold.inep.gov.br/index.php/emaberto/article/viewFile/2064/2033>. Acesso em: 08 mar. 2020.

MICHEL, Fernanda Vach. **A Origem do Livro Didático**. Disponível em: <https://meuartigo.brasilecola.uol.com.br/pedagogia/a-origem-livro-didatico.htm>. Acesso em: 07 mar. 2020.

MIRANDA, Sonia Regina; LUCA, Tania Regina de. O livro didático de história hoje: um panorama a partir do PNL D. **Revista Brasileira de História**, São Paulo, v. 24, n. 48, dez. 2004. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-01882004000200006. Acesso em: 15 mar. 2020.

ROSA, C. P. da; RIBAS, L. C.; BARAZZUTTI, M. Análise de Livros Didáticos. In: ENCONTRO NACIONAL PIBID-MATEMÁTICA, 2012. [S.l.], **Anais...** [S.l.:s.n.], 2012. Disponível em: http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/RE/RE_2_Rosa_Carine_Pedroso.pdf. Acesso em: 08 mar. 2020.

SILVA, Marco Antônio. A Fetichização do Livro Didático no Brasil. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 37, n. 3, p. 803-821, set./dez. 2012. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/edreal/v37n3/06.pdf>. Acesso em: 29 dez. 2019.

SPINILLO, Alina Galvão *et al.* Formulação de Problemas Matemáticos de Estrutura Multiplicativa por Professores do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro, v. 31, n. 59, p. 928-946, dez. 2017. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v31n59/0103-636X-bolema-31-59-0928.pdf>. Acesso em: 15 mar. 2020.

TAGLIANI, Dulce Cassol. O livro didático como instrumento mediador no processo de ensino aprendizagem de língua portuguesa: a produção de textos. **RBLA**, Belo Horizonte, v. 11, n. 1, p. 135-148, 2011. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rbla/v11n1/v11n1a08.pdf>. Acesso em: 30 dez. 2019.

TOLENTINO-NETO, Luiz Caldeira Brant de. **O processo de escolha do livro didático de Ciências por professores de 1ª a 4ª séries**. 2003. 103 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-04112014-134649/publico/LUIZ_CALDEIRA_BRANT_DE_TOLENTINO_NETO.pdf. Acesso em: 11 mar. 2020.

TOMAZ, P.S.S. Gerolamo Cardano: Pai da Teoria da Probabilidade ou Um Bom Apostador de Jogos de Azar? In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 9., 2011. [S.l.]. **Anais...** [S.l.:s.n.], 2011. Disponível em: http://www.each.usp.br/ixsnhm/Anaisixsnhm/Comunicacoes/1_Tomaz_P_S_S_Gerolamo_Cardano.pdf. Acesso em: 04 jan. 2020.